

**TADEU DALTIERE DE OLIVEIRA**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA PARA ANÁLISE DE VIBRAÇÃO DA  
COLUNA DE PERFURAÇÃO OFFSHORE NA INDÚSTRIA DE ÓLEO E  
GÁS**

**Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção  
do diploma de Engenharia de Petróleo.**

**SÃO PAULO**

**2024**

**TADEU DALTIERE DE OLIVEIRA**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA PARA ANÁLISE DE VIBRAÇÃO DA  
COLUNA DE PERFURAÇÃO OFFSHORE NA INDÚSTRIA DE ÓLEO E  
GÁS**

**Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção  
do diploma de Engenharia de Petróleo.**

**Área de concentração: Engenharia de  
Perfuração**

**Orientador: Ronaldo Carrion**

**SÃO PAULO**

**2024**

## FICHA CATALOGRÁFICA

Oliveira, Tadeu

Simulação Numérica para Análise de Vibração da Coluna de Perfuração Offshore na Indústria de Óleo e Gás / T. Oliveira -- São Paulo, 2024.  
99 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.

1.Colunas de Perfuração 2.Vibrações Mecânicas 3.Método dos Elementos Finitos 4.Poços de Petróleo Offshore I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo II.t.

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, gostaria de expressar minha profunda gratidão a Deus, por estar sempre presente em minha vida, guiando e fortalecendo cada passo durante essa jornada de graduação. Agradeço por todas as bênçãos e pela oportunidade de trilhar um caminho de dedicação e aprendizado.

À minha família, especialmente aos meus pais e meu irmão, por sempre me apoiarem, acreditarem em mim e me incentivarem a seguir em frente, mesmo diante dos desafios. À minha namorada Juliana, que com seu carinho e compreensão, me deu apoio constante e me motivou nos momentos em que mais precisei.

Aos meus amigos de turma que trilharam este caminho comigo, especialmente as três pessoas Giovanni, Luís e Júlio por me aguentarem por 5 anos.

Quero agradecer especialmente ao Professor Ronaldo Carrion, meu orientador, por sua orientação e por ser um verdadeiro companheiro nesta caminhada. Sua paciência, prestatividade e o compromisso em compartilhar seu conhecimento foram fundamentais para a realização deste trabalho.

Finalmente, minha gratidão à Escola Politécnica, pela oportunidade de vivenciar anos de experiências e aprendizados que levarei para a vida. Esses anos de formação técnica e pessoal enriqueceram minha trajetória, e realizar um trabalho com tanta relevância foi uma experiência que guardarei com orgulho e satisfação eternamente em minhas lembranças.

## RESUMO

O desempenho da perfuração em operações offshore em grandes lâminas d'água é essencial para a viabilidade econômica dos projetos de exploração e produção de óleo e gás. Esse desempenho depende da condição da coluna de perfuração e de seus componentes durante todo o processo, sendo influenciado, em particular, pelos movimentos da coluna dentro do poço, que causam vibrações responsáveis por perdas de eficiência e desgaste dos equipamentos. Este trabalho tem como objetivo construir um simulador numérico 3D para analisar o comportamento vibratório de uma coluna de perfuração offshore, a fim de entender as dinâmicas envolvidas e auxiliar no prolongamento da vida útil dos equipamentos. Para alcançar esse objetivo, implementou-se a modelagem numérica da coluna de perfuração utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) através do ambiente de programação MATLAB®. O MEF se destaca por sua precisão e viabilidade computacional, permitindo uma análise detalhada dos fenômenos vibratórios e suas implicações na integridade estrutural da coluna. O simulador trouxe resultados confiáveis que permitiu representar, de forma simplificada, o comportamento estático e dinâmico vibratório da coluna de perfuração, quando esta última é induzida por forças que ocorrem durante uma perfuração, e através dele pode ser feito uma avaliação do comportamento da linha neutra e o peso sobre broca (PSB).

**Palavras-chave:** Colunas de Perfuração, Vibrações Mecânicas, Poços de Petróleo Offshore, Método dos Elementos Finitos.

## **ABSTRACT**

The drilling performance in offshore operations in deepwater environments is essential for the economic viability of oil and gas exploration and production projects. This performance depends on the condition of the drill string and its components throughout the process, particularly influenced by the movements of the drill string within the well, which cause vibrations responsible for efficiency losses and equipment wear. This work aims to build a 3D numerical simulator to analyze the vibrational behavior of an offshore drill string to understand the dynamics involved and support the extension of the equipment's useful life. To achieve this objective, the numerical modeling of the drill string was implemented using the Finite Element Method (FEM) in the MATLAB® programming environment. FEM stands out for its precision and computational feasibility, allowing a detailed analysis of the vibrational phenomena and their implications for the structural integrity of the drill string. The simulator provided reliable results that contributed to representing, in a simplified way, the static and vibratory behavior of the drilling string, when the latter is caused by forces that occur during drilling, and through it an evaluation of the neutral behavior of the neutral point and the weight on bit (WOB) can be made.

**Keywords:** Drill Strings, Mechanical Vibrations, Offshore Oil Wells, Finite Element Method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Esquema Estrutural da Coluna de Perfuração numa Plataforma Offshore.	15
Figura 2 Representação simples da Coluna de Perfuração com seus Componentes. .....	16
Figura 3 Modos de Vibrações Primárias de uma Coluna de Perfuração.....	18
Figura 4 Representação da linha neutra na Coluna de Perfuração. ....	22
Figura 5 Uma mola com rigidez $K$ e seus deslocamentos e forças.....	24
Figura 6 Sistema com duas molas com rigidez $k_1$ e $k_2$ e seus deslocamentos e forças .....	24
Figura 7 Sistema de molas com duas restrições de movimento .....	25
Figura 8 Um elemento com três GDL por nó e as forças exercidas em cada nó .....	26
Figura 9 Sistema massa-mola-amortecedor com GDL simples: a) componentes básicos b) forças em equilíbrio .....	29
Figura 10 Um elemento 3D e seus 6 GDL no eixo X.....	35
Figura 11 Um elemento 3D e seus 6 GDL no eixo Y.....	36
Figura 12 Um elemento 3D e seus 6 GDL no eixo Z.....	36
Figura 13 Método de aceleração média constante - TR.....	45
Figura 14 Relação entre razão de amortecimento e frequência (para amortecimento de Rayleigh). ....	48
Figura 15 Deslocamento dos 6 graus de liberdade de um elemento de viga.....	51
Figura 16 Diagrama da viga para validação do simulador.....	58
Figura 17 Deslocamento da viga sob efeito de uma força cisalhante de $(105N)$ .....	59

Figura 18 Deslocamento da viga sob efeito de uma força cisalhante em Y de (105N).	61
Figura 19 Deslocamento da viga sob efeito de uma força axial de (−108N).....	62
Figura 20 Deslocamento da viga sob efeito de uma força cisalhante em Z de (105N).	63
Figura 21 Deslocamento da viga sob efeito de um momento torsor em X de (105N).	65
Figura 22 Deslocamento da viga sob efeito de momento fletor em Y de (105N). ....	66
Figura 23 Deslocamento Axial Normalizado por Frequência Normalizada – Força no último nó .....	69
Figura 24 Ângulo de fase por Frequência Normalizada em X – Força no último nó .	69
Figura 25 Deslocamento Axial Normalizado em X por Frequência Natural Normalizada com amortecimento – Força no último nó .....	72
Figura 26 Gráfico de Ângulo de fase por Frequência Natural em X Normalizada com amortecimento – Força no último nó.....	72
Figura 27 Deslocamento Axial em Função do Tempo – Força no último nó .....	74
Figura 28 Deslocamento Axial em X em Função do Tempo – Força no último nó....	75
Figura 29 Deslocamento Axial em Função do Tempo com amortecimento -- Força no último nó .....	77
Figura 30 Deslocamento Axial em Função do Tempo com amortecimento proporcional à massa – Força no último nó .....	78
Figura 31 Deslocamento Axial em Função do Tempo com amortecimento proporcional à rigidez -- Força no último nó.....	79
Figura 32 Representação estrutural do estudo de caso da coluna de Perfuração ....	82



Figura 33 Representação da linha Neutra quando aplicado uma força de tração igual força peso .....	86
Figura 34 Representação da linha Neutra quando aplicado uma força de tração 62% da força peso .....	88
Figura 35 Força Hamônico de Tração + Heave pelo tempo .....	91
Figura 36 Posição da linha Neutra em função do Tempo .....	92

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
1.1	Objetivo .....	12
1.2	Justificativa .....	12
1.3	Escopo.....	13
1.4	Organização do trabalho .....	13
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>14</b>
2.1	Coluna de Perfuração .....	14
2.1.1	Componentes da Coluna .....	15
2.1.2	Vibrações em Colunas de Perfuração .....	17
2.1.3	Movimento de Heave e Estabilidade.....	19
2.1.4	Linha Neutra .....	20
2.2	Discretizando a Coluna de Perfuração - Sistema de Molas .....	23
2.3	Modelagem de Sistemas 2D .....	26
2.3.1	Barras 2D .....	28
2.4	Análise Dinâmica .....	29
2.4.1	Sistema Dinâmico Básico .....	29
2.4.2	Análise de Vibrações Livres.....	31
2.4.3	Domínio da Frequência .....	32
2.4.4	Amortecimento .....	32
2.4.5	Análise Dinâmica Implícita vs Explícita .....	33
2.5	Método dos Elementos Finitos .....	34
2.6	Modelagem de Sistemas 3D - Elementos de Viga.....	35
2.6.1	Matriz de Rotação 3D .....	38

2.6.2	Matriz de Transformação 3D .....	39
<b>2.7</b>	<b>Análise de Vibração Livre.....</b>	<b>40</b>
2.7.1	Matrizes de Massa Concentradas e Distribuídas .....	40
2.7.2	Análise MEF no Domínio da Frequência.....	43
2.7.3	Análise MEF no Domínio do Tempo (Newmark-Beta).....	44
2.7.4	Amortecimento Viscoso de Rayleigh .....	47
<b>3</b>	<b>MÉTODO.....</b>	<b>50</b>
3.1	Desenvolvimento do Simulador 3D com 6 GDL.....	50
3.2	Validação do Simulador com Viga em Balanço (Cantilever Beam) .....	50
3.2.1	Análise Estática .....	51
3.2.2	Análise Dinâmica no Domínio da Frequência .....	53
3.2.3	Análise Dinâmica no Domínio do Tempo .....	54
3.3	Estudo de Caso: Coluna de Perfuração Offshore Vertical .....	54
3.3.1	Análise Estática .....	55
3.3.2	Análise Dinâmica no Domínio do Tempo .....	56
<b>4</b>	<b>RESULTADOS.....</b>	<b>57</b>
4.1	Validação do Simulador.....	57
4.1.1	Análise Estática .....	58
4.1.2	Análise Dinâmica.....	67
4.2	Estudo de Caso – Linha Neutra .....	80
4.2.1	Análise Estática .....	84
4.2.2	Análise Dinâmica – Domínio do Tempo .....	90
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>94</b>
5.1	Contribuições do trabalho.....	94
5.2	Trabalhos futuros.....	95
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>96</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Na indústria de óleo e gás, a exploração offshore representa um desafio técnico e econômico significativo. A exploração em águas profundas exige tecnologias avançadas e uma compreensão precisa dos fenômenos físicos envolvidos. Um dos componentes críticos nessas operações é a coluna de perfuração, que é sujeita a diversas condições adversas, como altas pressões, forças de torção e, particularmente, vibrações. As vibrações da coluna de perfuração podem causar falhas mecanicamente e economicamente catastróficas, impactando a eficiência operacional e a segurança das operações de perfuração.

A análise de vibrações é um campo essencial na engenharia, em termos de controle de operação, sendo aplicável a uma ampla gama de sistemas mecânicos e estruturais. Na exploração offshore, a complexidade dos sistemas e as condições extremas do ambiente tornam essa análise ainda mais importante. Métodos tradicionais de análise, embora úteis, muitas vezes não conseguem capturar todas as nuances do comportamento dinâmico da coluna de perfuração em operação.

O campo da indústria de óleo e gás tem avançado significativamente devido a pesquisas fundamentais voltadas para a dinâmica das colunas de perfuração e a mitigação de vibrações. Real (2018) contribuiu com a modelagem matemática e a identificação experimental de vibrações torcionais em colunas de perfuração, detalhando como oscilações axiais e torcionais afetam a integridade estrutural da coluna. O estudo propôs ajustes nos parâmetros operacionais, como rotação da broca e peso sobre a broca, para minimizar os efeitos dessas vibrações.

Khulief *et al.* (2008) investigaram a interação entre a coluna de perfuração e a parede do poço, analisando como o contato físico contribui para vibrações laterais e o desgaste da coluna destacando a importância de considerar o atrito e a flexibilidade da coluna para evitar falhas estruturais e otimizar o desempenho durante a perfuração. Já Cayres *et al.* (2015) realizaram estudos experimentais sobre o fenômeno de stick-slip, caracterizado por movimentos alternados de travamento e deslizamento da broca identificando o atrito seco como o principal fator causador dessas vibrações e sugeriu estratégias de controle, como o ajuste da rotação da broca e a aplicação de torque controlado, para mitigar o problema e prolongar a vida útil da ferramenta de corte.

Dong e Chen (2016) ofereceram uma revisão abrangente das tecnologias de avaliação, controle e mitigação de vibrações e choques em colunas de perfuração. O estudo enfatizou o uso de sistemas de monitoramento em tempo real, que permitem a detecção precoce de vibrações prejudiciais e o ajuste automático das condições operacionais, melhorando a segurança e a eficiência das operações de perfuração. Já Ghasemloonia *et al.* (2013) aplicaram o Método dos Elementos Finitos (MEF) para modelar e analisar vibrações em colunas de perfuração durante a perfuração rotativa assistida por vibração. O estudo validou os modelos desenvolvidos por meio de comparação com dados experimentais, oferecendo uma ferramenta robusta para prever e mitigar comportamentos vibratórios complexos, contribuindo para o aumento da confiabilidade do processo de perfuração.

Para abordar essas questões, a simulação numérica surge como uma ferramenta poderosa. Através da modelagem computacional, é possível prever e analisar o comportamento da coluna de perfuração sob diversas condições operacionais. Entre os métodos numéricos que podem ser utilizados para estas simulações, o Método dos Elementos Finitos (MEF) destaca-se por sua capacidade de fornecer soluções detalhadas e precisas para problemas complexos de engenharia, este é um dos métodos numéricos empregados para resolver equações complexas.

Originado na área de mecânica estrutural, foi ampliado para outras áreas da mecânica dos sólidos e para campos como transferência de calor, dinâmica de fluidos e eletromagnetismo. O MEF é amplamente reconhecido como uma ferramenta eficaz para resolver equações diferenciais parciais e integrais-diferenciais e, no futuro próximo, pode se tornar o método numérico preferido em várias engenharias e ciências aplicadas (BATHE, 2007).

Uma das razões para a popularidade do MEF é que ele resulta em programas versáteis, capazes de solucionar diversos problemas práticos com um mínimo de treinamento. No entanto, existe o perigo de utilizar esses programas sem uma compreensão adequada da teoria por trás deles, o que ressalta a importância de um estudo detalhado e profundo da teoria que fundamenta o MEF (RAO, 2017).

Neste trabalho de conclusão de curso, foi realizada uma simulação numérica para a análise de vibração da coluna de perfuração offshore, utilizando o Método dos Elementos Finitos. Foi desenvolvida toda a fundamentação teórica mecânica-matemática necessária para que sustente um estudo de caso, com dados reais, que poderão simular o comportamento dinâmico de uma coluna de perfuração em um poço offshore que esteve sujeita a diferentes tipos de forças e condições iniciais. Através dessa abordagem, espera-se contribuir para a melhoria da segurança e eficiência nas operações de perfuração offshore indústria de óleo e gás.

## **1.1 Objetivo**

A pesquisa tem como objetivo criar um simulador numérico baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF), que descreva os deslocamentos estáticos e dinâmicos no domínio da frequência e do tempo, para avaliar uma coluna de perfuração de um poço de petróleo offshore, onde permita avaliar o comportamento da linha neutra e do peso sobre broca (PSB).

## **1.2 Justificativa**

A utilização de modelos computacionais reduz o potencial custo operacional e aumenta a segurança, pois permite simular diferentes cenários, seus resultados e antecipar possíveis condições críticas no ambiente operacional. O aprimoramento de tais tecnologias de simulação mitiga diretamente operações com custo e complexidade altos, como é o caso da extração de petróleo em águas profundas.

Simulações fidedignas de problemas complexos tendem a exaurir rapidamente os recursos computacionais, entretanto um ambiente de implementação amigável torna a primeira abordagem mais simplificada gerando um acúmulo de conhecimento que propicia a posterior escalabilidade computacional buscando melhores arquiteturas e condições de execução.

### **1.3 Escopo**

O escopo deste trabalho concentra-se na análise vibratória da coluna de perfuração offshore na indústria de óleo e gás, utilizando simulação numérica pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). O foco é desenvolver um modelo computacional que permita investigar o comportamento dinâmico da coluna em condições extremas, visando prever deslocamentos e oscilações que possam comprometer a integridade da estrutura. Assim, este estudo contribuirá para o aprimoramento das operações de perfuração, melhorando a segurança e a eficiência nas atividades de exploração offshore.

### **1.4 Organização do trabalho**

Primeiramente, são introduzidos os fundamentos teóricos e metodológicos que sustentam o uso do MEF para simulação. Em seguida, é descrito o desenvolvimento do modelo computacional, incluindo as etapas de formulação de equilíbrio, condições de contorno e contagem de graus de liberdade. Posteriormente, a implementação no MATLAB® é apresentada com foco nos resultados e análises das frequências naturais e das respostas vibratórias.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

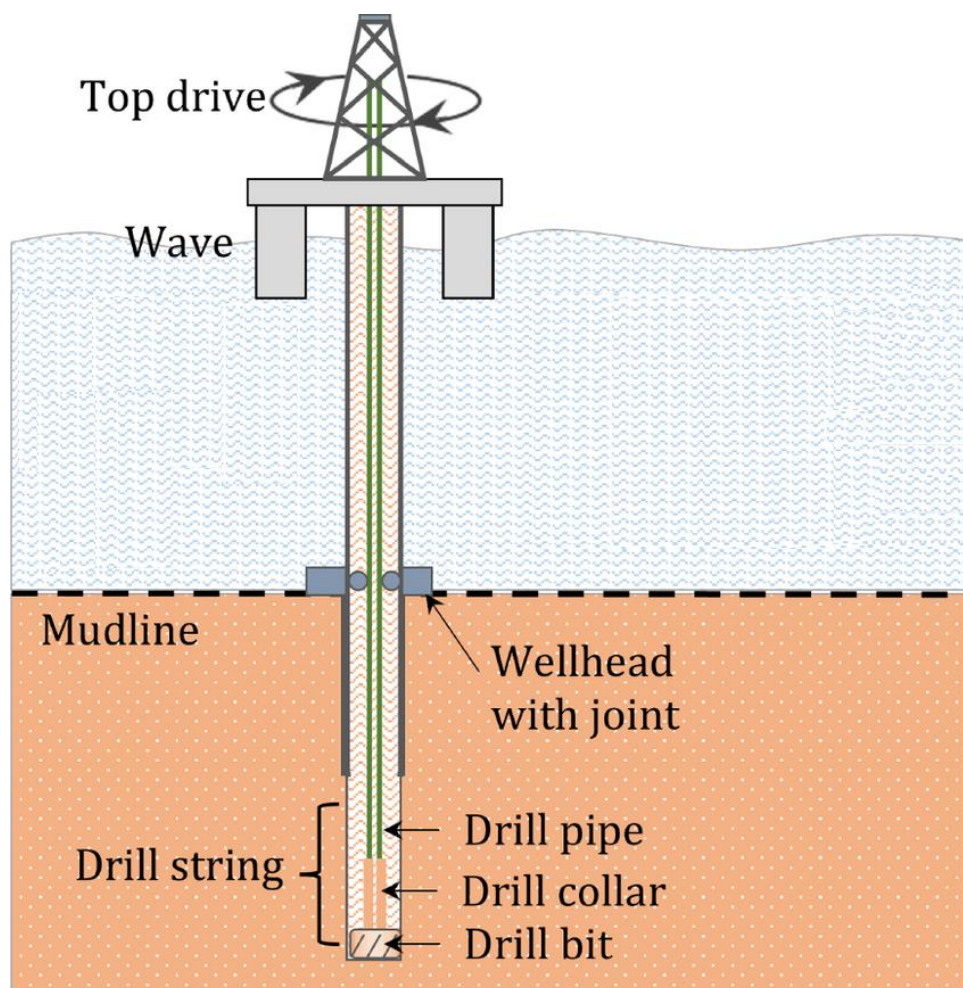
### **2.1 Coluna de Perfuração**

A coluna de perfuração é formada por uma série de tubos conectados que descem pelo poço, desde a plataforma de perfuração até a broca como podemos observar na Figura 1. Os principais componentes são projetados para resistir a condições extremas de carga e corrosão, pois a coluna suporta não apenas o peso do equipamento e da broca, mas também pressões e tensões de rotação que são aplicadas durante o processo de perfuração. Em muitos casos, materiais como ligas de aço resistentes são usados para garantir que a coluna suporte forças axiais e de torção. A integridade da coluna é crucial, pois qualquer falha pode interromper a operação e levar a perdas de tempo e custos elevados para resolver problemas estruturais no poço.

Em perfurações offshore, a coluna de perfuração conecta a plataforma à broca e precisa lidar com as condições adversas do ambiente marinho. O sistema de elevação permite movimentar a coluna verticalmente, aplicando o peso necessário para a perfuração e suportando seu peso total. Montado na torre de perfuração, o Top Drive, acoplado à catarina, aplica torque diretamente à coluna transmitindo rotação e impulsionando a broca. Esses componentes são fabricados em ligas de aço de alta resistência para suportar as intensas forças axiais e de torção, prevenindo falhas que poderiam interromper a operação e gerar altos custos de manutenção em caso de danos estruturais.



Figura 1 Esquema Estrutural da Coluna de Perfuração numa Plataforma Offshore.

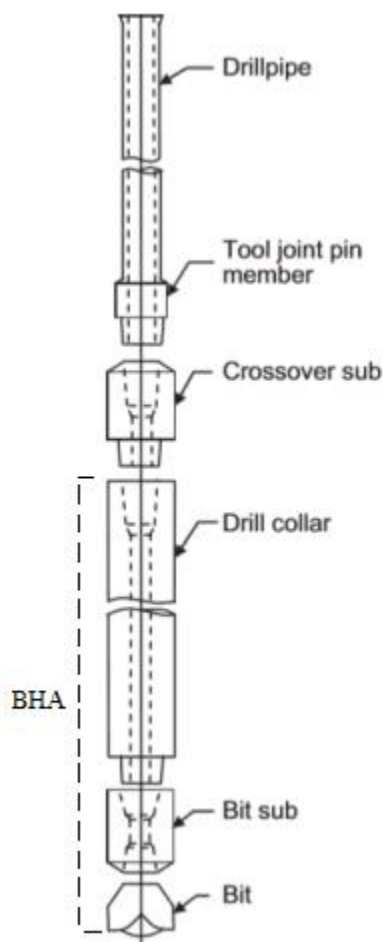


Fonte: Adaptado de Wang *et al.* (2018)

### 2.1.1 Componentes da Coluna

A coluna de perfuração é composta por várias seções, cada uma com um propósito específico. Conforme Mitchel *et al.* (2011) os principais componentes incluídos no esquema estrutural na Figura 2 incluem:

Figura 2 Representação simples da Coluna de Perfuração com seus Componentes.



Fonte: Mitchell *et al.* (2010)

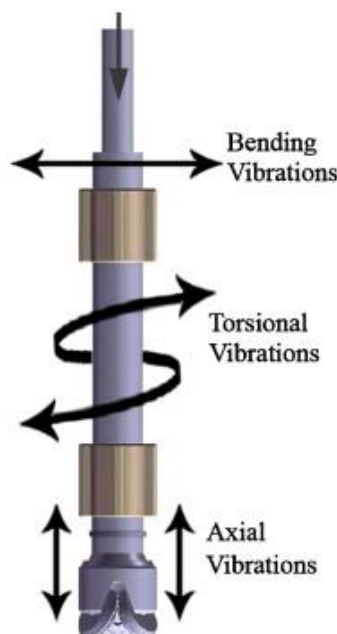
- **Tubo de Perfuração (Drill Pipe):** Este é um dos componentes fundamentais da coluna de perfuração e sua função principal é transmitir o torque gerado pelo Top Drive (offshore) até os Comandos. Ele consiste em tubos metálicos ocos e cilíndricos, geralmente feitos de aço ou ligas de alta resistência, projetados para suportar tensões elevadas, torção, compressão e forças de flexão durante a operação constituem a maior parte da coluna (<90%).
- **Comando (Drill Collar):** Posicionado logo acima da broca, o Comando fornece o peso sobre a broca necessário para ter eficiência de perfuração, estabilizando a coluna e permitindo maior controle sobre a rotação e o deslocamento da broca.
- **Broca (Drill Bit):** A ferramenta na extremidade da coluna que realiza a perfuração do solo.

- **Estabilizadores e Ferramentas de Substituição (Sub-Assemblies):** Estes são colocados em pontos estratégicos para centralizar a coluna no poço, o que ajuda a reduzir o desgaste nos componentes e na parede do poço. Além disso, estabilizam a coluna para permitir um controle direcional mais preciso, que é vital para poços inclinados ou de perfis complexos.
- **Bottom Hole Assembly (BHA):** é o conjunto de componentes que se localiza na extremidade inferior da coluna de perfuração e desempenha um papel crucial no controle e direcionamento da broca durante a perfuração de poços. O BHA é composto por várias ferramentas e acessórios que servem para melhorar a eficiência, estabilidade e precisão da perfuração. Suas principais funções incluem fornecer peso sobre a broca (Weight on Bit, WOB), manter a direção e inclinação da perfuração, e amortecer vibrações para aumentar a vida útil dos componentes (CUNHA, SOIZE e SAMPAIO, 2015).

### 2.1.2 Vibrações em Colunas de Perfuração

As vibrações são um dos desafios mais críticos na operação de colunas de perfuração. Segundo Azar e Samuel (2007) elas ocorrem devido a várias fontes, como a interação com as formações geológicas e o movimento da broca, e podem resultar em falhas estruturais, perda de eficiência e aumento dos custos de operação. As vibrações podem ser divididas em três tipos principais conforme descritas abaixo e na Figura 3:

Figura 3 Modos de Vibrações Primárias de uma Coluna de Perfuração.



Fonte: Hakimi e Moradi (2010).

- **Vibrações Axiais:** São movimentos ao longo do eixo da coluna e podem causar movimentos “para cima e para baixo” que afetam a broca e os componentes próximos.
- **Vibrações Laterais:** Estas ocorrem perpendicularmente ao eixo da coluna, gerando forças que podem levar a danos no equipamento ao colidir com as paredes do poço. São uma das causas de desgaste nos tubos e na broca.
- **Vibrações de Torção:** Essas vibrações causam variações na rotação, o que pode levar ao fenômeno de “stick-slip” (parada brusca seguida por movimento súbito), que prejudica o controle e aumenta o risco de falha.

Essas vibrações têm implicações operacionais e econômicas, pois podem reduzir a eficiência da perfuração e encurtar a vida útil dos componentes. Métodos como o uso de amortecedores, tensionadores de risers, compensadores de heave, ajustes de velocidade de rotação, e estabilizadores são comumente aplicados para reduzir esses efeitos e manter a operação dentro de parâmetros seguros e eficientes.

### 2.1.3 Movimento de Heave e Estabilidade

No ambiente offshore, a perfuração de poços de petróleo e gás enfrenta desafios adicionais devido às forças dinâmicas impostas pelo mar. Entre essas forças, o movimento de heave é um dos mais impactantes. O heave é o movimento vertical de uma plataforma flutuante ou navio induzido pelo movimento das ondas. Esse deslocamento afeta diretamente a coluna de perfuração e os equipamentos conectados e assim duas tecnologias principais, o Tensionador de Riser (MRT) e os Sistemas de Compensação de Heave, desempenham papéis complementares na mitigação desses efeitos, garantindo eficiência e segurança nas atividades de perfuração.

- **Tensionador de Riser (MRT)**

O tensionador de riser é um sistema essencial em plataformas ou embarcações offshore, projetado para manter uma força constante para cima no riser, compensando os movimentos verticais da estrutura flutuante. O riser conecta a plataforma ao cabeçote no leito marinho, e o tensionador gerencia o movimento relativo entre ambos.

Sem o tensionador, o riser corre riscos significativos: movimentos descendentes da plataforma podem causar flambagem, enquanto movimentos ascendentes podem esticar e danificar o riser. Os sistemas modernos de MRT utilizam mecanismos avançados de tensionamento com cabos, garantindo a estabilidade do riser sob condições variáveis do mar (SPARKS, 2007).

Ao proporcionar tensão constante, esses dispositivos protegem o riser, permitindo a transmissão de fluidos e ferramentas entre a superfície e o fundo do mar, enquanto resistem às forças dinâmicas do ambiente marinho.

- **Sistemas de Compensação de Heave**

Complementando o MRT, os sistemas de compensação de heave contrabalançam o movimento vertical da plataforma causado por ondas e correntes. Esses sistemas servem para manter o peso constante na broca (*Weight on Bit, WOB*), garantindo desempenho uniforme e protegendo a coluna de perfuração.

Os compensadores de heave minimizam os efeitos do movimento vertical ao isolar a carga dos deslocamentos da plataforma. Existem diferentes tipos de sistemas (ALBERS, 2010):

- **Compensação Ativa (AHC):** Usa controle automatizado e energia para ajustar a posição da carga em tempo real.
- **Compensação Passiva (PHC):** Emprega molas mecânicas ou pneumáticas para absorver movimentos, oferecendo uma solução mais simples.
- **Compensação Balanceada (BHC):** Converte forças não lineares de molas pneumáticas em forças lineares ajustáveis, garantindo maior estabilidade em operações sensíveis.

Esses sistemas protegem a coluna de perfuração e os equipamentos de tensões excessivas, prolongando sua vida útil e reduzindo o tempo de inatividade devido a falhas.

#### 2.1.4 Linha Neutra

A linha neutra em uma coluna de perfuração representa a localização onde a tensão axial se transforma em compressão como podemos ver na Figura 4. Sua posição é importante para manter a integridade estrutural e a eficiência operacional da coluna de perfuração. Idealmente, a linha neutra está localizada dentro dos drill collars, que são projetados especificamente para lidar com cargas de compressão. Quando bem posicionada, os drill collars suportam o peso sobre a broca (WOB) e garantem que os tubos de perfuração (drill pipes) permaneçam sob tensão, minimizando o risco de flambagem e desgaste. Essa configuração permite que a broca opere de maneira eficiente, protegendo a integridade do poço e dos componentes da coluna de perfuração (MITCHELL *et al.*, 2010).

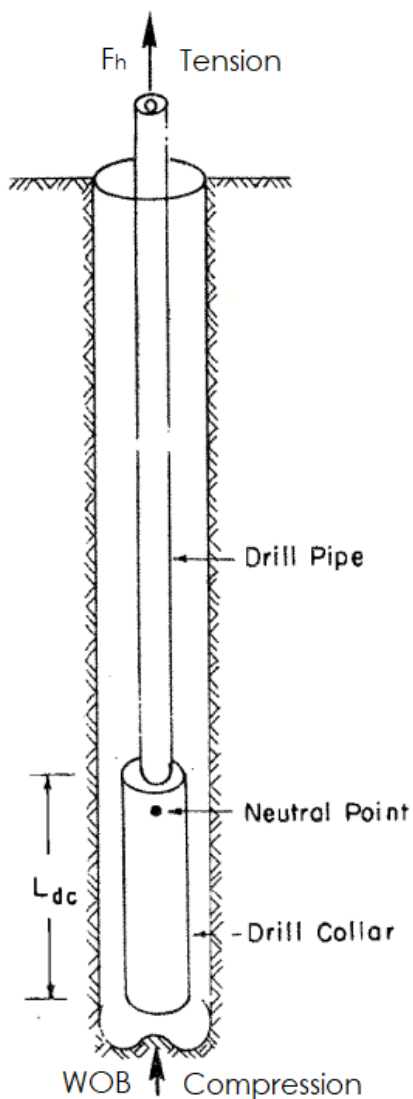
No entanto, desvios dessa posição ideal podem causar problemas significativos. Se a linha neutra se deslocar muito para baixo dentro dos *drill collars*, aproximando-se da broca, pode haver insuficiência de compressão nos *collars*, reduzindo sua capacidade de transmitir o peso necessário para a broca. Isso resulta

em uma operação ineficiente, com menor WOB, o que compromete a taxa de penetração (*Rate of Penetration*, ROP) e a eficácia da perfuração. Em casos extremos, se a linha neutra teoricamente se deslocar abaixo da broca, toda a seção dos *drill collars* operará sob tensão em vez de compressão, tornando-os incapazes de estabilizar o BHA e incapaz de perfurar (BOURGOYNE *et al.*, 1986).

Por outro lado, se a linha neutra se deslocar acima dos drill collars e entrar nos tubos de perfuração, estes, que não são projetados para lidar com forças compressivas, tornam-se vulneráveis à flambagem. Essa condição frequentemente resulta em flambagem helicoidal, onde o tubo entra em contato com as paredes do poço, causando desgaste excessivo, aumento de torque e arraste, e possível falha dos tubos. Nesse caso, os drill collars podem não fornecer peso suficiente sobre a broca, levando a uma perfuração ineficiente e a baixas taxas de penetração. Além disso, o poço pode sofrer danos devido à interação instável entre o tubo flambado e as paredes do poço, aumentando a probabilidade de incidentes de stuck pipe (quando os tubos ficam presos no poço) e elevando os custos operacionais (LOOYEH; AADNØY, 2011).

Segundo Mitchell *et al.* (2010), o comportamento da linha neutra é influenciado por vários fatores, incluindo o design da coluna de perfuração, a densidade do fluido de perfuração e o WOB aplicado. O planejamento adequado e o monitoramento em tempo real são críticos para manter a linha neutra na posição desejada. Ajustar a flotação do fluido de perfuração pode ajudar a gerenciar as forças que atuam na coluna, enquanto dados em tempo real sobre WOB e torque podem orientar ajustes durante as operações. Em condições offshore, com movimentos dinâmicos causados pelo *heave* das ondas e outros fatores, esse controle torna-se ainda mais crítico para evitar desgastes e rupturas ao longo da coluna (MOHAMMADZADEH, *et al.* 2022).

Figura 4 Representação da linha neutra na Coluna de Perfuração.



Fonte: Adaptado de Bourgoyne *et al.* (1986)

Para dimensionar corretamente a coluna de perfuração e garantir que a linha neutra permaneça em uma posição ideal, é fundamental determinar a quantidade adequada de drill collars, sendo essa definição essencial para fornecer o WOB adequado e manter a estabilidade da coluna. O cálculo do comprimento total da seção de comandos pode ser realizado utilizando a seguinte Equação 2.1 (BOURGOYNE *et al.*, 1986):

$$L_{DC} = \frac{WOB_{max}}{FS \cdot w \cdot \alpha \cdot \cos(\phi)} \quad (2.1)$$



Onde  $WOB_{max}$  é o peso sobre a broca máximo em (N),  $FS$  é o fator de segurança,  $w$  é o peso linear do drill collar (N/m),  $\phi$  é o ângulo do poço em relação à vertical (°) e  $\alpha$  é o fator de flutuação, que este último pode ser dado pela Equação 2.2 a seguir:

$$\alpha = 1 - \frac{\rho_f}{\rho_{aço}} \quad (2.2)$$

Onde  $\rho_f$  e  $\rho_{aço}$  são as densidades do fluido de perfuração e do aço respectivamente.

E por fim, para de fato ajustar a localização da linha neutra há a necessidade de aplicar uma tensão controlada, através do sistema de elevação (*Hoisting System*), de valor ligeiramente inferior ao peso total da coluna de perfuração  $F_h$  para assim permitir que ela se localize idealmente no topo da seção dos drill collars.

## 2.2 Discretizando a Coluna de Perfuração - Sistema de Molas

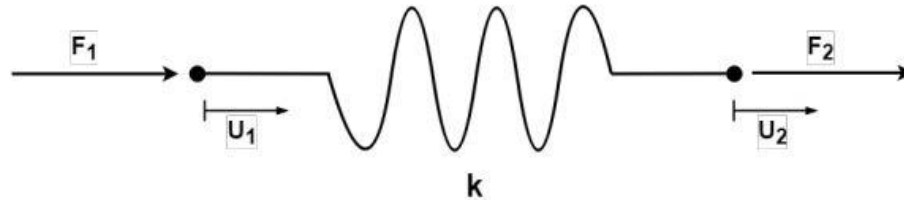
O desafio de representar uma estrutura como uma coluna de perfuração reside na formulação das equações de equilíbrio, que emergem das leis de Newton para a estática e da lei de Hooke. Quando os deslocamentos de uma estrutura, ou seja, suas variações, são representados através dos deslocamentos das extremidades da barra, definidas como nós, é essencial assegurar que a lei da estática seja satisfeita para todos os graus de liberdade. A quantidade de graus de liberdade (GDL) por nó varia conforme a natureza do elemento estrutural no modelo, como vigas ou estruturas 3D.

A ordem do sistema é determinada pelo produto entre o número de nós e o número de graus de liberdade (GDL) por nó. O sistema linear será singular, a menos que sejam aplicadas restrições adequadas ao movimento, representadas por um conjunto de deslocamentos ou rotações nulos ou conhecidos, conhecidos como condições de contorno cinemáticas.

Ao introduzir alguns conceitos básicos de mecânica, para elementos que se comportam como sólidos linearmente elásticos, a lei do equilíbrio elástico para toda a estrutura pode ser resumida na relação  $F = KU$ . Nessa fórmula,  $F$  representa o vetor

de força,  $K$  é a matriz de rigidez e  $U$  é o vetor de deslocamento como podemos ver na Figura 5.

Figura 5 Uma mola com rigidez  $K$  e seus deslocamentos e forças.



Fonte: Parreiras (2019)

Considerando a mola em equilíbrio pela lei de Newton  $\Sigma F = 0$  obtemos a Equação 2.3:

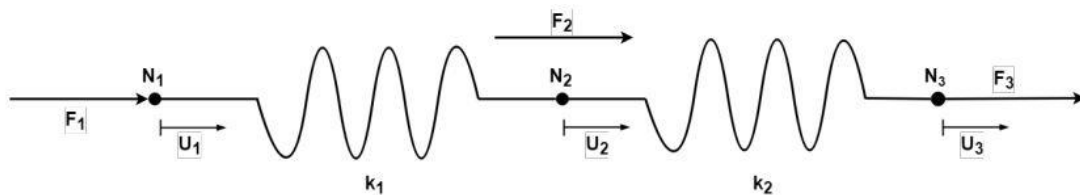
$$F_1 + F_{r_1} = 0, F_2 + F_{r_2} = 0 \quad (2.3)$$

Onde  $F_1$  e  $F_2$  são forças externas enquanto  $F_{r_1}$  e  $F_{r_2}$  são as forças internas devido à força restauradora da mola. Assumindo que a mola se comporta linearmente, ou seja, seguindo a lei de Hooke temos  $F_r = -k\Delta u$ , onde o equilíbrio pode ser escrito através da Equação 2.4:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

A partir do momento em que o comportamento de uma simples mola é estabelecido, consequentemente é possível construir sistemas com mais molas interligadas. O exemplo mais simples é um sistema composto por duas molas com rigidez  $k_1$  e  $k_2$  em série, apresentando três GDL conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6 Sistema com duas molas com rigidez  $k_1$  e  $k_2$  e seus deslocamentos e forças



Fonte: Parreiras (2019)

Usando a terceira lei de Newton, podemos escrever a Equação 2.5 em forma de matriz.

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

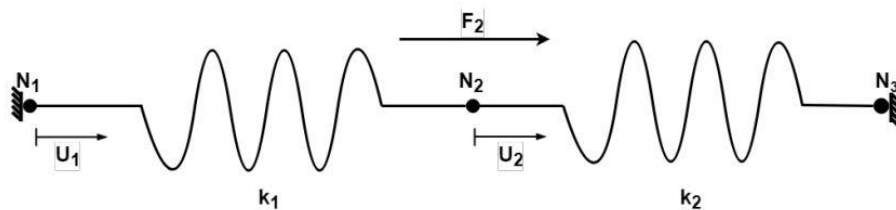
Notamos que a matriz de rigidez global é uma superposição de duas molas elementares matriz de rigidez. Observe que na Equação 2.5 a rigidez associada ao grau de liberdade  $u_2$  é a soma de  $k_1$  e  $k_2$  já que para deslocá-la é preciso deformar ambas as molas. O sistema na Equação 2.5 pode ser escrito na forma compacta na Equação 2.6.

$$[F] = [K_G][U] \quad (2.6)$$

Onde  $K_G$  é a matriz de rigidez global do sistema.

Para finalizar a análise do exemplo com duas molas, realizamos restrições de dois movimentos, um no nó  $N_1$  e outro no nó  $N_3$ . Neste caso temos deslocamentos nulos nos nós,  $u_1 = 0$  e  $u_3 = 0$  como vemos na Figura 7, consequentemente as forças externas  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_3$  não têm influência em encontrar o deslocamento.

Figura 7 Sistema de molas com duas restrições de movimento



Fonte: Parreiras (2019)

Montando o subsistema com base na Equação 2.5 com duas restrições, obtemos a Equação 2.7:

$$[F_1] = [k_1 + k_2][u_2], \quad (2.7)$$

E resolvendo o subsistema encontramos os deslocamentos apresentados na equação seguinte:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_2 \\ \frac{k_1 + k_2}{0} \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

### 2.3 Modelagem de Sistemas 2D

Um elemento de viga 2D possui três GDL por nó, ou seja, deslocamento horizontal, vertical deslocamento e rotação. Então cada elemento possui seis GDL conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8 Um elemento com três GDL por nó e as forças exercidas em cada nó



Fonte: Parreiras (2019)

Podemos considerar uma estrutura plana, então precisamos reescrever a equação de equilíbrio (Equação 2.3) para este modelo, incluindo mais dois GDL, obtemos a Equação 2.9:

$$\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma M_z = 0, \quad (2.9)$$

Para cada nó, quando  $\Sigma M_z$  é a soma de todos os momentos que produzem rotação em um eixo adicional  $z$  perpendicular ao plano  $xy$ . Se há uma aplicação de força em algum nó de algum elemento do sistema podemos decompor esta força em outras três, sendo duas axiais e a outra sendo um momento. Os momentos nodais  $M_1$  e  $M_2$  produzem as rotações nodais  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , de acordo com esses momentos e podem ser expressos pelas Equações 2.10 e 2.11 (MCCORMAC, 2012).

$$M_1 = \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_1 + \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_2 \quad (2.10)$$

$$M_2 = \left(\frac{2EI}{L}\right)\theta_1 + \left(\frac{4EI}{L}\right)\theta_2 \quad (2.11)$$

Onde  $I$  é o momento de inércia do elemento,  $A$  é a área da seção e  $L$  é o comprimento do elemento. O módulo de Young  $E$  é uma propriedade do material que mede a dificuldade de se deformar um elemento sólido composto por este material.

As propriedades como  $A$ ,  $I$  e  $L$  podem ser calculadas a partir da forma geométrica do elemento. O momento de inércia de uma seção é calculado usando uma perpendicular ao eixo  $z$ , onde o eixo de rotação é paralelo ao  $z$  e passa pelo centro da seção. Pode-se definir os deslocamentos horizontal e vertical nas Equações 2.12, 2.13, 2.14 e 2.15 (MCCORMAC, 2012):

$$H_1 = \left(\frac{EA}{L}\right)h_1 - \left(\frac{EA}{L}\right)h_2 \quad (2.12)$$

$$V_1 = \left(\frac{12EI}{L^3}\right)v_1 + \left(-\frac{12EI}{L^3}\right)v_2 \quad (2.13)$$

$$H_2 = -\left(\frac{EA}{L}\right)h_1 + \left(\frac{EA}{L}\right)h_2 \quad (2.14)$$

$$V_2 = \left(-\frac{12EI}{L^3}\right)v_1 + \left(\frac{12EI}{L^3}\right)v_2 \quad (2.15)$$

Finalmente, assim como montamos a equação matricial (Equação 2.5), utilizando as Equações 2.10, 2.11, 2.12, 2.13, 2.14 e 2.15 para um elemento isolado, obtemos a Equação 2.16 em forma de matriz.

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ V_1 \\ M_1 \\ H_2 \\ V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ h_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

Onde  $E$  é o módulo de Young,  $A$  é a área da seção transversal,  $I$  é o momento de inércia da seção e  $L$  é o comprimento do elemento.

### 2.3.1 Barras 2D

O próximo passo para uma análise 2D usando o método de deslocamento seria incrementar uma quantidade maior de elementos ao sistema, desta forma transformando todas as coordenadas dos elementos das posições locais para globais havendo assim um sistema com mais de um elemento.

Primeiro, para obter a matriz de rigidez do sistema, precisamos analisar localmente cada elemento. Mas a matriz de Equação 2.10 foi feita analisando o elemento sobre o eixo  $x$ , assim, precisamos encontrar uma maneira de generalizar a equação matricial. Na literatura, esse problema é tratado por meio de uma matriz de transformação, que é usada para transformar a matriz de rigidez das coordenadas locais do elemento, para o sistema global de coordenadas e assim podemos definir a matriz de rotação de Equação 2.17 (MCCORMAC, 2012).

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

Onde  $\phi$  é o ângulo entre o cosseno de direção e o eixo  $x$ . A direção do cosseno pode ser definida como:

$$\vec{C} = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|}, \vec{V} = \vec{N}_i - \vec{N}_j \quad (2.18)$$

Onde  $\vec{V}$  é o vetor de direção,  $\vec{N}_i$  e  $\vec{N}_j$  são as coordenadas dos nós que definem um elemento. O  $\cos\phi$  e  $\sin\phi$  podem ser calculados usando  $\vec{C}$  como:

$$\cos(\phi) = \frac{\vec{C}_x}{\|\vec{C}\|}, \sin(\phi) = \frac{\vec{C}_y}{\|\vec{C}\|}. \quad (2.19)$$

A matriz de transformação é composta por uma combinação linear da matriz da Equação 2.17. Podemos definir a matriz de transformação pela Equação 2.20 (MCCORMAC, 2012).

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

Usando a matriz de transformação  $[T]$  e a matriz de rigidez local  $K^*$  obtida da matriz da Equação 2.16, usaremos a Equação 2.21 para converter as coordenadas locais do elemento para coordenadas globais do sistema,

$$[F_1] = [T]^t [K^*] [T] [U], \quad (2.21)$$

onde  $[F]$  são as forças externas em coordenadas globais exercidas nos nós do elemento,  $[U]$  são os deslocamentos/rotações causados por  $[F]$ . A montagem do sistema linear com matrizes de rigidez de todos os elementos obedece o princípio da superposição de forças, onde a matriz de rigidez final é a soma de todas matrizes de rigidez de cada elemento separado.

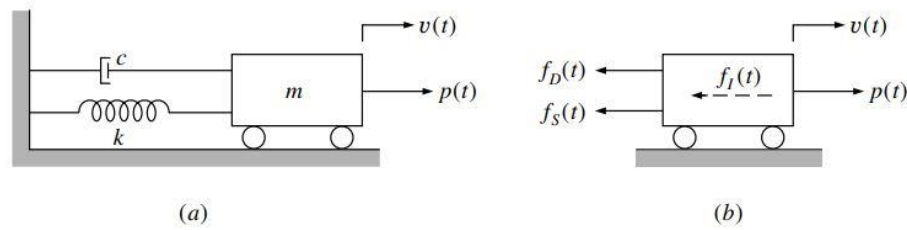
## 2.4 Análise Dinâmica

### 2.4.1 Sistema Dinâmico Básico

Segundo Clough e Penzien (2015), para qualquer sistema estrutural linearmente elástico ou mecânico submetido a uma carga ou excitação dinâmica, as suas propriedades físicas fundamentais são: massa, características elásticas (como rigidez ou flexibilidade) e mecanismo de dissipação de energia, também conhecido como amortecimento. Esses três aspectos – massa, elasticidade e amortecimento – são determinantes para descrever o comportamento dinâmico do sistema, pois definem como ele responde às forças externas aplicadas e como suas vibrações evoluem ao longo do tempo.

Um esboço de um sistema massa-mola-amortecedor é mostrado na Figura 9:

Figura 9 Sistema massa-mola-amortecedor com GDL simples: a) componentes básicos b) forças em equilíbrio



Fonte: Clough e Penzien (2015)

A massa total  $M$  deste sistema está concentrada no bloco rígido, que é limitado por rolos, permitindo apenas a translação simples. A posição do bloco é completamente determinada pela coordenada de deslocamento  $u(t)$ . A resistência ao deslocamento é fornecida por uma mola sem massa com rigidez  $K$ , enquanto a dissipação de energia é representada por um amortecedor  $C$ . A força externa variável no tempo  $p(t)$  é responsável pela resposta dinâmica do sistema.

A equação de movimento para o sistema ilustrado na Figura 9 é mais facilmente derivada ao expressar o equilíbrio de todas as forças atuando sobre a massa, utilizando o princípio de d'Alembert. Como mostrado na Figura 9, as forças na direção dos graus de liberdade do deslocamento incluem a carga aplicada  $p(t)$  e as três forças de resistência resultantes do movimento: a força inercial  $f_I(t)$ , a força de amortecimento  $f_D(t)$  e a força da mola  $f_S(t)$ . A equação de movimento é simplesmente a expressão de equilíbrio dessas forças, dada pela Equação 2.22.

$$f_I(t) + f_D(t) + f_S(t) = p(t) \quad (2.22)$$

Cada uma das forças representadas no lado esquerdo desta equação é em função do deslocamento  $u(t)$  ou uma de suas derivadas no tempo. O sentido positivo dessas forças foi intencionalmente escolhido para corresponder ao sentido de deslocamento negativo, uma vez que elas se opõem a uma carga aplicada positiva.

De acordo com o princípio de d'Alembert, a força inercial é o produto de a massa e a aceleração descrito na Equação 2.23.

$$f_I(t) = m\ddot{u}(t) \quad (2.23)$$



Assumindo um mecanismo de amortecimento viscoso, a força de amortecimento é o produto da constante de amortecimento  $c$  e a velocidade definida na Equação 2.24:

$$f_D(t) = c\dot{u}(t) \quad (2.24)$$

Finalmente, a força elástica é o produto da rigidez da mola e o deslocamento definida na Equação 2.25:

$$f_S(t) = ku(t) \quad (2.25)$$

Quando as Equações 2.23, 2.24 e 2.25 são introduzidas na Equação 2.22, a equação de movimento para este sistema de GDL simples pode ser definida na Equação 2.26.

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = p(t) \quad (2.26)$$

#### 2.4.2 Análise de Vibrações Livres

De acordo com Rao (2017, p. 469–470) “se perturbarmos qualquer estrutura elástica de maneira apropriada inicialmente no tempo  $t = 0$  e, em seguida, liberando essas restrições, a estrutura pode sofrer uma oscilação harmônica.” Este movimento oscilatório é uma propriedade característica da estrutura e depende da distribuição de massa e rigidez na estrutura.

Quando há amortecimento, as amplitudes das oscilações diminuem gradualmente. Se o amortecimento for maior que um certo valor crítico, o movimento deixará de ser oscilatório. Por outro lado, na ausência de amortecimento, o movimento oscilatório persiste indefinidamente, com as amplitudes das oscilações dependendo da perturbação ou deslocamento inicial (RAO, 2017).

Esse movimento oscilatório ocorre em frequências específicas chamadas de frequências naturais ou valores característicos, e segue padrões de deformação chamados modos de vibração. Analisar essas vibrações livres (denominadas assim porque a estrutura vibra sem a influência de forças externas após  $t = 0$  é crucial para

determinar a resposta dinâmica de uma estrutura elástica. E podemos inferir que a força pode ser expressa harmonicamente pela Equação 2.27.

$$F(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (2.27)$$

onde  $F_0$  é a força aplicada ao sistema e  $\omega$  é a frequência que o sistema está vibrando.

### 2.4.3 Domínio da Frequência

A solução de equações de movimento de conjuntos acoplados, pelo MEF, realizada mais facilmente no domínio da frequência; portanto, utilizando as Equações. 2.26 e 2.27 e realizando a transformadas de Laplace e Fourier podemos obter a equação de comportamento dinâmico no domínio da frequência para um GDL definida na Equação 2.28 (CLOUGH e PENZIEN, 2015).

$$[(k - \omega^2 m) + i\omega c] * U(\omega) = F_0 \quad (2.28)$$

Em que a matriz complexa no termo colchete no lado esquerdo da equação é a matriz de impedância (ou rigidez dinâmica) para o sistema estrutural completo sendo representado onde  $k$  é a rigidez,  $\omega$  é a frequência natural,  $m$  é a massa,  $c$  é o amortecimento,  $U(\omega)$  é o vetor de deslocamento da transformada de Fourier em função da frequência do sistema, e  $F_0$  é o carregamento dinâmico harmônico.

### 2.4.4 Amortecimento

O amortecimento proporcional é uma abordagem muito utilizada para modelar forças dissipativas em engenharia de estruturas e tem sido usado em vários problemas por décadas.

Existem algumas limitações para este modelo, principalmente uma necessidade de uma generalidade e constância, em termos de vibrações naturais, quando algumas estruturas complexas possuem diferentes parâmetros de massa, rigidez.

Na prática, os sistemas reais sempre possuem algum tipo de mecanismo de dissipação de energia, ou amortecimento. Para aplicar a análise modal de sistemas não amortecidos a sistemas que possuem amortecimento, é comum adotar a hipótese de amortecimento proporcional, uma forma específica de amortecimento viscoso.

Conforme Rao (2017, p.484),

Geralmente pouco se sabe sobre a avaliação dos coeficientes elementos da matriz de amortecimento  $[C]$ . No entanto, como o efeito do amortecimento é pequeno em comparação com os efeitos da inércia e da rigidez,  $[C]$  é representada por expressões simplificadas.

Uma forma convencional de definirmos esta matriz de amortecimento  $[C]$  é estabelecermos esta matriz em função de uma combinação linear de matrizes de massa e rigidez que pode ser definida na Equação 2.29.

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2.29)$$

Onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes escalares que acompanham a Massa  $[M]$  e Rigidez  $[K]$  do elemento.

#### **2.4.5 Análise Dinâmica Implícita vs Explícita**

Em análises que envolvem não linearidade e efeitos dinâmicos, é fundamental aplicar cargas incrementais, frequentemente chamadas de etapas de deslocamento. Em termos simples, essa abordagem implica dividir a evolução do sistema no espaço ou no tempo em pequenos intervalos para que possamos resolver o problema matematicamente. Nesse contexto, os problemas são geralmente classificados como dependentes ou independentes do tempo. Para resolver esses tipos de problemas, utilizamos métodos "implícitos" e/ou "explícitos," que oferecem diferentes estratégias de cálculo para acompanhar as mudanças em cada etapa de forma precisa (BALAKRISHNAN, SHARMA e ALI, 2017).

O método implícito envolve a inversão da matriz de rigidez e especialmente para modelos maiores o número de grau de liberdade será maior e isso requer maior

tempo computacional e torna a solução mais cara. No caso de problemas não lineares, o equilíbrio das forças internas da estrutura com as cargas aplicadas externamente precisa ser satisfeito a cada incremento de carga, o método de Newton Raphson é usado para resolver essas equações de elementos finitos não lineares. Para análise dinâmica transitória em qualquer momento, a equação 2.26 é resolvida como um conjunto de equações de equilíbrio estático que considera forças de inércia e forças de amortecimento. O método de integração de tempo de Newmark é usado para resolver essas equações em pontos de tempo discretos.

Diferente do método implícito, o método explícito é condicionalmente estável e apenas quando o intervalo de tempo utilizado é menor que o intervalo de tempo crítico da estrutura em simulação. Caso contrário, a solução pode se tornar imprecisa.

O tamanho do passo de tempo crítico não amortecido é geralmente muito pequeno e esse critério de estabilidade torna o cálculo explícito computacionalmente mais caro e cálculos explícitos são usados para simular um período mais curto de eventos de impacto. Os esquemas de integração explícita usam o método da diferença central para calcular acelerações e velocidades no passo de tempo atual  $t_n$  e então deslocamentos desconhecidos no próximo tempo  $t_{n+1}$  são determinadas, e portanto não utilizaremos métodos explícitos mas sim implícitos.

## 2.5 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método de solução numérica de problemas que são regidos por equações diferenciais. Assim é possível obter soluções para uma ampla gama de problemas, que vão desde a distribuição de temperatura em um pistão de um motor ou mesmo deslocamentos e tensões em um pavimento de laje (KIM e SANKAR, 2008).

Azevedo (2003) cita que “antes do aparecimento do MEF, a análise dos meios contínuos era efetuada por resolução direta dos sistemas de equações de derivadas parciais, tendo em consideração as necessárias condições de fronteira”. Para facilitar a aplicação desta técnica a problemas não elementares, era comum recorrer a séries

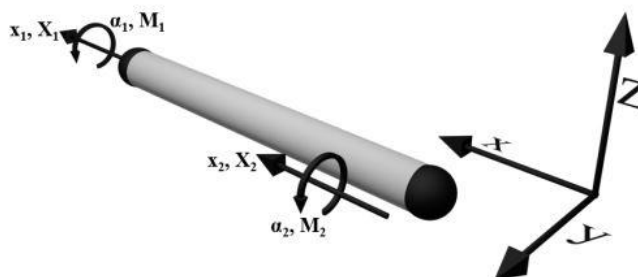
de Fourier. Mas devido à sua complexidade, estes procedimentos só eram aplicáveis a meios contínuos homogêneos e de geometria simples.

O desenvolvimento moderno do MEF começou na década de 1940. No campo da engenharia estrutural com o trabalho por Hrennikoff (1941) e McHenry (1943), que utilizou uma estrutura de elementos de barras e vigas para a solução de tensões contínuas em sólidos. Alguns anos depois, Courant (1943) introduziu a interpolação por partes para obter soluções numéricas aproximadas. Nos anos 50, Levy (1953) desenvolveu o método de força, uma alternativa promissora para o uso na análise estática de estruturas. No entanto, o sistema de equações resultante era considerado complexo para a solução analítica e, assim, o método só se tornou popular com o advento do computador.

## 2.6 Modelagem de Sistemas 3D - Elementos de Viga

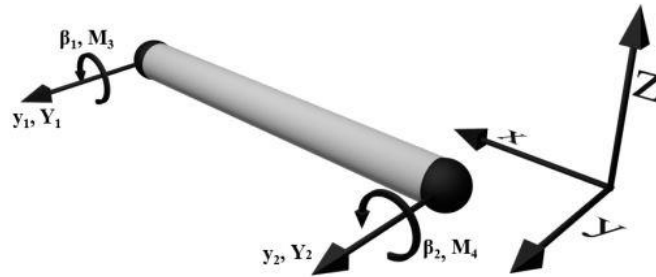
O caso tridimensional é uma extensão do caso bidimensional que discutimos na Revisão da Literatura, onde é necessário definir mais GDL. Com a adição de mais uma dimensão ( $Z$ ) no sistema, temos então mais três GDL por nó. Nos exemplos ilustrados nas Figuras 10,11 e 12 temos seis GDL por nó, onde três são deslocamentos e três são rotações.

Figura 10 Um elemento 3D e seus 6 GDL no eixo X.



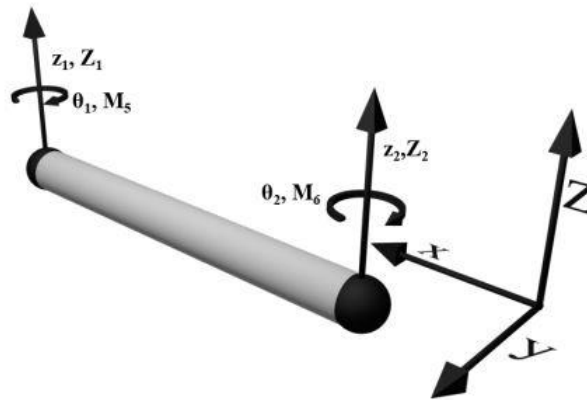
Fonte: Parreiras (2019)

Figura 11 Um elemento 3D e seus 6 GDL no eixo Y.



Fonte: Parreiras (2019)

Figura 12 Um elemento 3D e seus 6 GDL no eixo Z.



Fonte: Parreiras (2019)

Nós preservamos as equações de equilíbrio (Equação 2.9), porém, reescrevemos incluindo mais três GDL por nó na Equação 2.30.

$$\begin{aligned} \Sigma F_x &= 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma F_z = 0 \\ \Sigma M_x &= 0, \Sigma M_y = 0, \Sigma M_z = 0 \end{aligned} \quad (2.30)$$

Estendendo as Equações 2.10 e 2.11, utilizando o princípio de ação e reação de Newton e adicionando mais três GDL, um para translação, e dois para rotações, de acordo com Kattan (2007) podemos escrever o deslocamento no eixo Z e os momentos, no eixo Y e no eixo Z nas Equações 2.31, 2.32, 2.33, 2.34, 2.35 e 2.36.

$$Z_1 = \frac{12EI_z}{L^3}(z_1 - z_2) \quad (2.31)$$

$$Z_2 = \frac{12EI_z}{L^3}(z_2 - z_1) \quad (2.32)$$

$$M_1 = \frac{GJ}{L}(\alpha_1 - \alpha_2) \quad (2.33)$$

$$M_2 = \frac{GJ}{L}(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (2.34)$$

$$M_3 = \left(\frac{4EI_y}{L^2}\right)\beta_3 + \left(\frac{2EI_y}{L}\right)\beta_4 \quad (2.35)$$

$$M_4 = \left(\frac{2EI_y}{L^2}\right)\beta_3 + \left(\frac{4EI_y}{L}\right)\beta_4 \quad (2.36)$$

Onde  $J = I_y + I_z$  pois cada elemento que compor o sistema é uniforme nos eixos  $Y$  e  $Z$  (CALLISTER e RETHWISCH, 2013).

O módulo de cisalhamento  $G$  é um material propriedade definida como a razão entre a tensão de cisalhamento e a deformação de cisalhamento. Usando as equações de equilíbrio (Equações 2.31, 2.32, 2.33, 2.34, 2.35 e 2.36), segundo Weaver e Gere (1990), podemos definir a rigidez matriz para um elemento de viga com seis GDL por nó na Equação 2.37.

$$[K^*] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

### 2.6.1 Matriz de Rotação 3D

Para generalizar a matriz de rigidez local  $K^*$ , precisamos usar uma matriz de transformação, no caso em 3D, é mais complexo visualizar a transformação a partir de matrizes de rotação, para um espaço transformação precisamos de três matrizes de rotação, uma para cada eixo (PARREIRAS, 2019).

#### 2.6.1.1 Rotação em Z

A rotação em torno do eixo Z é equivalente à rotação descrita na Seção 2.2.1 para o caso 2D. Usando o cosseno de direção de um elemento em  $R^3$ , para girar em torno de um eixo, fixamos um, eixo Z, e giramos o cosseno de direção em um plano perpendicular. Durante toda a análise, colocamos o elemento no eixo X, e a função das matrizes de rotação é colocar o elemento na posição espacial.

Transformamos o eixo do elemento original  $x, y, z$  para um eixo de elemento alternativo  $x', y', z'$ , onde estes elementos alternativos são os elementos originais adicionados de um deslocamento angular  $\theta$ . Segundo Beaufait (1970), podemos usar a matriz de rotação Equação 2.38.

$$[R_z] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Onde  $\theta$  é o ângulo em torno do eixo Z e pode ser calculado usando o cosseno de direção nas Equações 2.39 e 2.40.

$$\sin(\theta) = C_{xz} \quad (2.39)$$

$$\cos(\theta) = C_y \quad (2.40)$$

Onde  $C_{xz} = \| \text{proj}_{xz} C \|$ .

#### 2.6.1.2 Rotação em Y

Semelhante à rotação Z, fixamos o eixo Y e giramos o elemento na perpendicular plano, plano xz, e neste caso, também convertemos o eixo do elemento original  $x, y, z$  em um eixo de elementos alternativos  $x', y', z'$ . Além disso, de acordo



com Beaufait (1970), podemos escrever a rotação em torno do eixo  $Y$  pela matriz de Equação 2.41.

$$[R_y] = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

onde  $\beta$  é o ângulo em torno do eixo  $Y$  e pode ser calculado usando a direção do cosseno nas Equações 2.42 e 2.43.

$$\sin(\beta) = \frac{C_x}{C_{xz}} \quad (2.42)$$

$$\cos(\beta) = \frac{C_z}{C_{xz}} \quad (2.43)$$

### 2.6.1.3 Rotação em $X$

Com apenas mais dois ângulos  $\theta, \phi$  e um raio ( $\rho$ ), podemos utilizar o princípio do Sistema de Coordenadas Esféricas para colocar um elemento em qualquer posição no espaço tridimensional  $R^3$ . Mas é interessante que a rotação em torno do eixo  $X$  permite um parâmetro adicional na modelagem estrutural. Isto permite girar a seção transversal no eixo do elemento.

A matriz de rotação no eixo  $X$  pode ser definida de acordo com Beaufait (1970), como a matriz Equação 2.44. O ângulo  $\alpha$  é calculado a partir da modelagem da posição dos elementos do sistema.

$$[R_x] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}, \quad (2.44)$$

Onde  $\alpha$  é o ângulo em volta do eixo  $X$ .

### 2.6.2 Matriz de Transformação 3D

Com as matrizes de rotação de cada eixo em  $R^3$  definidas, há a necessidade de utilizá-las em combinação para construir a matriz de transformação tridimensional.

### 2.6.2.1 Rotação em Z-Y-X

Como dito anteriormente, combinando as matrizes de rotação  $[Rx][Ry][Rz]$ , fazendo uma multiplicação de matrizes, conforme Beaufait (1970), podemos escrever a rotação  $Z - Y - X$  como a matriz de Equação 2.32.

$$[R] = \begin{bmatrix} C_x & C_y & C_z \\ \frac{C_x C_y \cos \alpha - C_z \sin \alpha}{C_{xz}} & C_{xz} \cos \alpha & \frac{C_x C_y \cos \alpha - C_z \sin \alpha}{C_{xz}} \\ \frac{C_x C_y \cos \alpha - C_z \sin \alpha}{C_{xz}} & -C_{xz} \sin \alpha & \frac{C_x C_y \cos \alpha - C_z \sin \alpha}{C_{xz}} \end{bmatrix}, \quad (2.45)$$

Note que a rotação da matriz  $R$  é possível apenas quando  $C_{xz} \neq 0$  e  $C_x \neq 0$  ou  $C_z \neq 0$ . Por final, de acordo com Beaufait (1970), podemos escrever a matriz de transformação 3D na Equação 2.46:

$$[T] = \begin{bmatrix} [R] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [R] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [R] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [R] \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

## 2.7 Análise de Vibração Livre

### 2.7.1 Matrizes de Massa Concentradas e Distribuídas

Diversos problemas dinâmicos têm sido resolvidos utilizando formas simplificadas de matrizes de massa. A matriz de massa mais básica é obtida ao posicionar massas pontuais  $m_i$  nos pontos nodais  $i$  nas direções dos graus de liberdade de deslocamento. Essas massas concentradas representam a inércia translacional e rotacional do elemento, calculadas assumindo que o material em torno desses pontos age como um corpo rígido, enquanto o restante do elemento não se move. Isso resulta em uma matriz de massa puramente diagonal, conhecida como matriz de massa concentrada.

Quando pequenos, mas pesados, objetos são colocados nos nós de uma estrutura leve, as matrizes de massa concentradas fornecem resultados quase exatos. As matrizes de massa consistentes seriam exatas se a forma deformada real sob

condições dinâmicas fosse conhecida e usada nas funções de forma de deslocamento  $[N]$ . Como a forma deformada real não é conhecida, a distribuição de deslocamento estático é frequentemente utilizada, resultando em uma distribuição de massa apenas aproximada, mas geralmente adequada para a maioria dos propósitos práticos.

Além disso, as matrizes de massa concentradas, sendo diagonais, requerem menos espaço de armazenamento e simplificam bastante os cálculos necessários em comparação com as matrizes de massa consistentes.

Um elemento de viga terá 12 graus de liberdade, 6 deflexões e 6 rotações, como mostrado nas Figuras 6,7 e 8. Ao adotar a origem do sistema de coordenadas local no nó 1, o eixo  $X$  ao longo do comprimento do elemento e os eixos  $Y$  e  $Z$  ao longo dos principais eixos da seção transversal do elemento a matriz de massa distribuída do elemento no sistema  $XYZ$  local pode ser definida na Equação 2.47.

$$[M_e] = [M_1^*] + [M_2^*] \quad (2.47)$$

Onde  $M_1$  definida na Equação 2.48 inclui a massa inercial dos três deslocamentos translacionais ( $U_x, U_y, U_z$ ) e um deslocamento rotacional em torno do eixo  $X$  ( $\theta_x$ ) e  $M_2$  definida na Equação 2.49 contém a massa inercial com deslocamento rotacional em torno do eixo  $Y$  e do eixo  $Z$ , ou seja fletores ( $\theta_y, \theta_z$ ) (CAI *et al.*, 2023).

$$[M_1^*] = \rho AL \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} & 0 & 0 & 0 & \frac{11}{210}L & 0 & \frac{9}{70} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13}{420}L \\ 0 & 0 & \frac{13}{35} & 0 & -\frac{11}{210}L & 0 & 0 & 0 & \frac{9}{70} & 0 & \frac{13}{420}L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J}{3A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{J}{6A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{11}{210}L & 0 & \frac{L^2}{105} & 0 & 0 & 0 & -\frac{13}{420}L & 0 & -\frac{L^2}{140} & 0 \\ 0 & \frac{11}{210}L & 0 & 0 & 0 & \frac{L^2}{105} & 0 & \frac{13}{420}L & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{140} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{70} & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{420}L & 0 & \frac{13}{35} & 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{210}L \\ 0 & 0 & \frac{9}{70} & 0 & -\frac{13}{420}L & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{35} & 0 & \frac{11}{210}L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{J}{3A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{J}{3A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{13}{420}L & 0 & -\frac{L^2}{140} & 0 & 0 & 0 & \frac{11}{210}L & 0 & \frac{L^2}{105} & 0 \\ 0 & -\frac{13}{420}L & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{140} & 0 & -\frac{11}{210}L & 0 & 0 & 0 & \frac{L^2}{105} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$[M_2^*] = \frac{\rho I_{yz}}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} \\ 0 & 0 & \frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{2L^2}{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 \\ 0 & \frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{10} \\ 0 & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & \frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5} & 0 & \frac{L}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & \frac{2L^2}{15} & 0 \\ 0 & \frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Para reduzir o esforço computacional, geralmente as matrizes de massa distribuídas de elementos desmontados são derivadas de forma adequada em sistemas de coordenadas locais e então transformados no sistema global selecionado para a estrutura acoplada. Se  $[m^{(e)}]$ ,  $[\vec{q}^{(e)}]$  e  $[\dot{\vec{q}}^{(e)}]$  denotam a matriz de massa, vetor de deslocamento nodal e vetor de velocidade nodal no sistema de coordenadas local, respectivamente, a energia cinética associada ao movimento do elemento pode ser expressa na Equação 2.50 (RAO, 2017).

$$T = \frac{1}{2} \dot{\vec{q}}^{(e)T} [m^{(e)}] \dot{\vec{q}}^{(e)} \quad (2.50)$$

Se os deslocamentos nodais e as velocidades nodais do elemento forem denotados como  $\vec{Q}^{(e)}$  e  $\dot{\vec{Q}}^{(e)}$  no sistema global, temos as relações de transformação nas respectivas Equações 2.51 e 2.52.

$$\vec{q}^{(e)} = [\lambda] \vec{Q}^{(e)} \quad (2.51)$$

$$\dot{\vec{q}}^{(e)} = [\lambda] \dot{\vec{Q}}^{(e)} \quad (2.52)$$

Substituindo a Equação 2.52 na Equação 2.50 temos uma nova equação definida na Equação 2.53.

$$T = \frac{1}{2} \dot{\vec{Q}}^{(e)T} [\lambda]^T [m^{(e)}] [\lambda] \dot{\vec{Q}}^{(e)} \quad (2.53)$$

De acordo com Rao (2017, p. 459-460). “Ao denotar a matriz de massa do elemento no sistema de coordenadas global como  $[M^{(e)}]$ , a energia cinética associada ao movimento do elemento pode ser expressa na Equação 2.54.”

$$T = \frac{1}{2} \dot{\vec{Q}}^{(e)T} [M^{(e)}] \dot{\vec{Q}}^{(e)} \quad (2.54)$$

Como a energia cinética é uma quantidade escalar, ela deve ser independente do sistema de coordenadas. Ao igualar as Equações 2.54 e 2.53, obtemos a matriz de massa distribuída do elemento no sistema global definida na Equação 2.55.

$$[M^{(e)}] = [\lambda]^T [m^{(e)}] [\lambda] \quad (2.55)$$

Podemos observar que esta relação de transformação é a mesma àquela utilizada para matriz de rigidez do elemento, já que se trata de um acoplamento de coordenadas locais para globais.

### 2.7.2 Análise MEF no Domínio da Frequência

Segundo Clough e Penzien (2015, p.151-153) para um sistema com múltiplos GDL (Através do MEF) utilizaremos as matrizes de massa, amortecimento e rigidez para aplicar aos nós do sistema. Utilizaremos a mesma Equação 2.28 que foi anteriormente definida, porém agora considerando matrizes, sendo definida na Equação 2.56.

$$[(K) - w^2(M)] + iw[C] * U(w) = F_0 \quad (2.56)$$

onde  $[K]$ ,  $[C]$  e  $[M]$  representaram as matrizes 12x12 de seis GDL por nó de Rigidez, Amortecimento, e Massa respectivamente.

O cálculo analítico do deslocamento  $U(w)$  é em função das frequências naturais  $w_n$  que são as frequências de vibração intrínsecas de uma estrutura. Elas emergem como propriedades inerentes da geometria, material e condições de contorno da estrutura, e são independentes das condições iniciais ou das cargas

externas aplicadas. Quando uma estrutura é submetida a uma perturbação ou excitação, ela começa a vibrar em suas frequências naturais, caracterizando seu comportamento dinâmico.

Especificamente para o problema em que estamos tratando, há 3 tipos de modos naturais com frequências associadas (Axial, Cisalhante/Fletora e Rotacional), as quais podem ser calculadas pelas Equações 2.57, 2.58, 2.59 e 2.61 (SANTOS, 2018, p.47-48).

Frequência Natural Axial em X.

$$w_n^{Axial} = \frac{\pi(2n-1)}{2} \sqrt{\frac{E}{\rho L^2}} \quad (2.57)$$

Frequência Natural Cisalhante/Fletora em Y e Z.

$$w_{y_n}^{Cis/Flet} = (\chi_n^2) \sqrt{\frac{EI_y}{\rho AL^4}} \quad (2.58)$$

$$w_{z_n}^{Cis/Flet} = (\chi_n^2) \sqrt{\frac{EI_z}{\rho AL^4}} \quad (2.59)$$

Onde  $\chi_n$  é definido pela Equação 2.60.

$$\chi_n = \begin{cases} 1,875, n = 1 \\ 4,694, n = 2 \\ (n - 0,5)\pi, n \geq 3 \end{cases} \quad (2.60)$$

Frequência Natural Torsional em X.

$$w_n^{Tor} = \frac{\pi(2n-1)}{2} \sqrt{\frac{G}{\rho L^2}} \quad (2.61)$$

### 2.7.3 Análise MEF no Domínio do Tempo (Newmark-Beta)

O método de Newmark-Beta é um dos métodos numéricos mais comuns utilizados na análise dinâmica de estruturas e sistemas. Ele é especialmente aplicado para resolver problemas de equações diferenciais ordinárias que surgem em análises

de resposta dinâmica de estruturas sujeitas a carregamentos dinâmicos. Este método para análise dinâmica no domínio do tempo é uma técnica de integração numérica que discretiza as equações de movimento de um sistema contínuo em um sistema de equações diferenciais discretas. Ele é baseado na expansão da equação do movimento em uma série de Taylor em torno de um ponto no tempo.

O esquema de integração de Newmark-Beta usa as seguintes suposições definidas nas Equações 2.62 e 2.63 (BATHE, 2007, p.777-778).

$${}^{t+\Delta t}\dot{U} = {}^t\dot{U} + [(1 - \delta){}^t\ddot{U} + \delta{}^{t+\Delta t}\ddot{U}]\Delta t \quad (2.62)$$

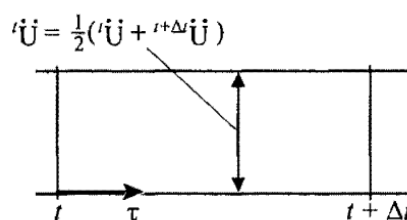
$${}^{t+\Delta t}U = {}^tU + {}^t\dot{U}\Delta t + [(\frac{1}{2} - \gamma){}^t\ddot{U} + \gamma{}^{t+\Delta t}\ddot{U}]\Delta t^2 \quad (2.63)$$

onde  $\delta$  e  $\gamma$  são parâmetros que podem ser determinados para obter precisão de integração e estabilidade.

Há um caso especial da escolha dos valores destes parâmetros em que Newmark originalmente propôs como um esquema incondicionalmente estável, o método de aceleração média constante (também chamada regra trapezoidal, TR), onde também não há dissipação de energia ao longo do tempo. Este método de Newmark para sistemas lineares é incondicionalmente estável se  $2\gamma \geq \delta \geq \frac{1}{2}$ .

Ou seja, onde  $\delta = \frac{1}{2}$  e  $\gamma = \frac{1}{4}$ ; e assim este método utilizado pode ser considerado implícito, uma vez que houve uma escolha adequada destes parâmetros. A hipótese de aceleração na Figura 13 é integrada em  $\tau$ : para obtenção do esquema.

Figura 13 Método de aceleração média constante - TR.



Fonte: Bathe (2007)

Além das Equações 2.62 e 2.63, para solução dos deslocamentos, velocidades e acelerações no tempo  $t + \Delta t$ , a equação de equilíbrio (Equação 2.26) no tempo  $t + \Delta t$  também é usada, definida na Equação 2.64.

$$M^{t+\Delta t}\ddot{U} + C^{t+\Delta t}\dot{U} + K^{t+\Delta t}U = {}^{t+\Delta t}F \quad (2.64)$$

E portanto pode se seguir o passo a passo do método:

### 2.7.3.1 Cálculos Iniciais do Método de Newmark

1. Formamos a matriz de rigidez  $K$ , a matriz de massa  $M$  e a matriz de amortecimento  $C$ ;

2. Inicializamos  ${}^0U$ ,  ${}^0\dot{U}$  e  ${}^0\ddot{U}$ ;

3. Seleccionamos o intervalo de tempo  $\Delta t$  e os parâmetros  $\delta$  e  $\gamma$  calculamos as constantes de integração;

4. Definimos as constantes nas Equações 2.65, 2.66, 2.67, 2.68, 2.69, 2.70, 2.71 e 2.72.

$$a_0 = \frac{1}{\gamma\Delta t^2}; \quad (2.65)$$

$$a_1 = \frac{\delta}{\gamma\Delta t}; \quad (2.66)$$

$$a_2 = \frac{1}{\gamma\Delta t}; \quad (2.67)$$

$$a_3 = \frac{1}{2\gamma} - 1; \quad (2.68)$$

$$a_4 = \frac{\delta}{\gamma} - 1; \quad (2.69)$$

$$a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\gamma} - 2 \right); \quad (2.70)$$

$$a_6 = \Delta t(1 - \delta); \quad (2.71)$$

$$a_7 = \delta\Delta t; \quad (2.72)$$



5. Montamos a matriz de rigidez efetiva  $K$  pela Equação 2.61.

$$\hat{K} = K + a_0 M + a_1 C \quad (2.73)$$

6. É realizada a triangularização na Equação 2.62 descrita na Equação 2.21.

$$\hat{K}: \hat{K} = T \hat{K} T^t \quad (2.74)$$

### 2.7.3.2 Para cada passo de tempo $t + \Delta t$ :

1. Calcular os carregamentos efetivos em cada  $t + \Delta t$  usando a Equação 2.75.

$${}^{t+\Delta t}\hat{F} = M(a_0^t U + a_2^t \dot{U} + a_3^t \ddot{U}) + C(a_1^t U + a_4^t \dot{U} + a_5^t \ddot{U}) \quad (2.75)$$

2. Encontrar os deslocamentos no tempo  $t + \Delta t$  pela Equação 2.76.

$$\hat{K}^{t+\Delta t} U = {}^{t+\Delta t}\hat{F} \quad (2.76)$$

3. Calcular as velocidades e acelerações no tempo  $t + \Delta t$  respectivamente pelas Equações 2.77 e 2.78.

$${}^{t+\Delta t}\ddot{U} = a_0({}^{t+\Delta t}U - {}^tU) - a_2^t \dot{U} - a_3^t \ddot{U} \quad (2.77)$$

$${}^{t+\Delta t}\dot{U} = {}^t\dot{U} + a_6^t \dot{U} + a_7^{t+\Delta t} \ddot{U} \quad (2.78)$$

### 2.7.4 Amortecimento Viscoso de Rayleigh

O amortecimento de Rayleigh é considerado uma combinação de dois tipos de amortecimento: amortecimento viscoso e amortecimento de Hooke (ou amortecimento estrutural). Esses dois tipos de amortecimento são combinados linearmente para modelar o comportamento de dissipação de energia em um sistema dinâmico.

Como vimos na literatura desta pesquisa, a Equação 2.29 representa uma combinação linear entre as matrizes de Massa  $[M]$  e Rigidez  $[K]$  formando a matriz de amortecimento  $[C]$ . Geralmente é mais conveniente e fisicamente razoável definir o amortecimento de um sistema com múltiplos GDL usando a razão de amortecimento para cada modo desta forma em vez de avaliar os coeficientes da matriz de amortecimento  $[C]$   $\alpha$  e  $\beta$  porque as razões de amortecimento modais  $\zeta_n$  podem ser

determinadas experimentalmente ou estimadas com precisão em muitos casos, e portanto de acordo com a razão de amortecimento pode ser definido pela Equação 2.79 (CLOUGH e PENZIEN, 2015).

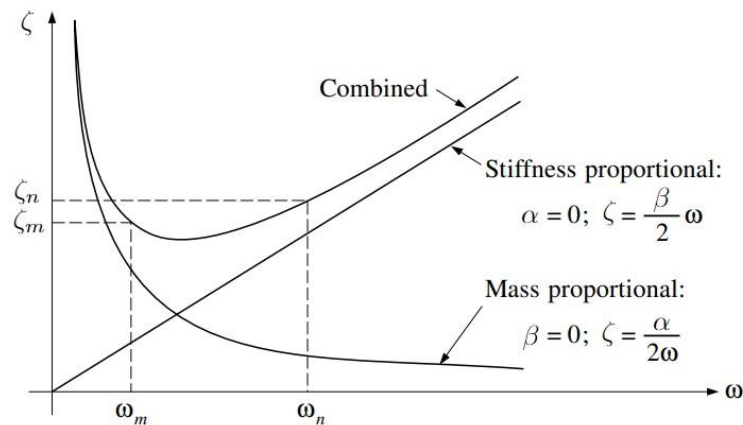
$$\zeta_n = \frac{C_n}{2w_n M_n} \quad (2.79)$$

Onde  $C_n$  é o amortecimento,  $M_n$  é a massa e  $w_n$  é a frequência natural ambas no modo de vibração  $n$ . Este amortecimento é denominado de amortecimento Rayleigh, em homenagem a Lord Rayleigh, que primeiro sugeriu seu uso. Por analogia com o desenvolvimento nas Equações 2.29 e 2.79, é evidente que o amortecimento de Rayleigh leva à seguinte relação entre a razão de amortecimento e a frequência natural descrita na Equação 2.80.

$$\zeta_n = \frac{\alpha}{2w_n} + \frac{\beta w_n}{2} \quad (2.80)$$

As relações entre a razão de amortecimento e a frequência são mostradas graficamente na Figura 14.

Figura 14 Relação entre razão de amortecimento e frequência (para amortecimento de Rayleigh).



Fonte: Kamel (2018).

Agora é evidente que os dois fatores de amortecimento de Rayleigh,  $\alpha$  e  $\beta$ , podem ser avaliados pela solução de um par de equações simultâneas se as taxas de amortecimento  $\zeta_m$  e  $\zeta_n$  associados às duas frequências específicas (modos)  $w_m$ ,  $w_n$  são conhecidas.

Escrevendo a Equação 2.81 para cada um desses dois casos e expressando as duas equações em forma de matriz leva ao sistema:

$$\begin{Bmatrix} \zeta_m \\ \zeta_n \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/w_m & w_m \\ 1/w_n & w_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} \quad (2.81)$$

Os fatores resultantes da Equação 2.81 podem ser definidos na Equação 2.82.

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = 2 \frac{w_m w_n}{w_n^2 - w_m^2} \begin{bmatrix} w_n & -w_m \\ -1/w_n & 1/w_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta_m \\ \zeta_n \end{Bmatrix} \quad (2.82)$$

Quando esses fatores forem avaliados, a matriz de amortecimento proporcional que dará os valores necessários da taxa de amortecimento nas frequências especificadas é dado pela expressão de amortecimento de Rayleigh (Equação 2.29) conforme mostrado na Figura 14. Como raramente estão disponíveis informações detalhadas sobre a variação da taxa de amortecimento com a frequência, geralmente assume-se que a mesma taxa de amortecimento se aplica para ambas as frequências de controle; ou seja,  $\zeta_m = \zeta_n = \zeta$ . Neste caso, os fatores de proporcionalidade são dados por uma versão simplificada da Equação 2.83.

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \frac{2\zeta}{w_m + w_n} \begin{Bmatrix} w_m w_n \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.83)$$

Ao aplicar este procedimento de derivação da matriz de amortecimento proporcional na prática, é recomendado que  $w_m$  geralmente seja a primeira frequência natural do sistema de múltiplos GDL e que  $w_n$  seja definido entre as frequências mais altas dos modos que contribuem significativamente para a resposta dinâmica, que neste trabalho consideraremos até a frequência do 3º modo de vibração.

Os coeficientes, desempenham papéis diferentes no amortecimento e ao analisar a Figura 14 novamente, podemos perceber que o coeficiente  $\alpha$ , associado à matriz de massa, tem um impacto mais significativo sobre as frequências mais baixas. Isso significa que componentes de baixa frequência são amortecidos mais rapidamente, enquanto componentes de alta frequência são dissipados de forma mais lenta. Por outro lado, o coeficiente  $\beta$ , ligado à matriz de rigidez, atua de maneira oposta: ele proporciona um amortecimento mais eficaz para frequências elevadas, enquanto o amortecimento das frequências baixas ocorre de maneira mais gradual.

### 3 MÉTODO

O desenvolvimento deste trabalho exigiu uma abordagem criteriosa e estruturada para garantir resultados precisos e reproduzíveis. A seguir, são detalhadas as etapas executadas, desde a formulação matemática até a implementação computacional e validação do modelo.

#### 3.1 Desenvolvimento do Simulador 3D com 6 GDL

Identificou-se a necessidade de desenvolver um simulador 3D que representasse de forma precisa o comportamento estático e dinâmico da coluna de perfuração, considerando seus seis graus de liberdade. O simulador foi inteiramente implementado no MATLAB®. Algumas funções fornecidas pelo orientador foram aproveitadas, mas toda a modelagem 3D, assim como as análises estáticas e dinâmicas (no domínio do tempo e da frequência) e a avaliação do comportamento da linha neutra, foram desenvolvidas do zero.

Para isso, foram criadas funções específicas para a leitura das propriedades materiais, definição das posições geométricas e organização estrutural dos elementos que compõem a coluna. A modelagem incluiu a formulação das matrizes de rigidez e massa  $12 \times 12$ , fundamentais para a análise pelo MEF.

Foram criadas funções específicas para leitura de propriedades materiais, definição das posições geométricas e organização estrutural dos elementos que compõem a coluna de perfuração.

#### 3.2 Validação do Simulador com Viga em Balanço (Cantilever Beam)

Antes de aplicar o modelo a uma coluna de perfuração real, o simulador foi validado por meio de uma viga simples e uniforme (*cantilever beam*) 1D mas com movimentação tridimensional em 6 GDL. Para as validações as forças que foram exercidas foram aplicadas exclusivamente no último nó livre, e desta forma pode-se

trazer validações de deslocamentos estáticos, dinâmicos no domínio da frequência e do tempo.

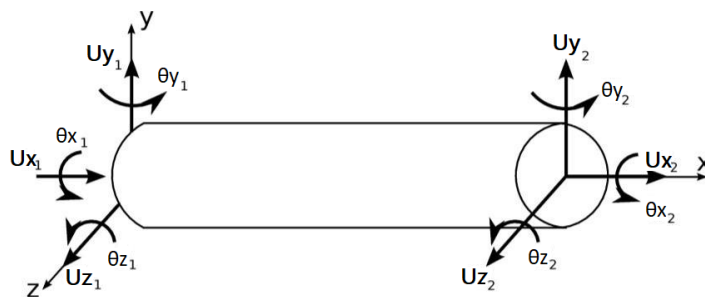
### 3.2.1 Análise Estática

Inicialmente, foram calculadas as matrizes de rigidez  $12 \times 12$  de cada elemento e, posteriormente, globalizadas para representar o comportamento estrutural completo. A Equação 2.6 de equilíbrio foi resolvida para obter os deslocamentos, os quais foram comparados com soluções analíticas, assegurando a precisão do modelo.

#### 3.2.1.1 Equações Analíticas de Deslocamento

As equações analíticas de deslocamento estático consideram os 6 graus de liberdade que descrevem os movimentos de uma estrutura: translações em  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e rotações em torno de  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Essas equações relacionam forças, momentos e propriedades elásticas para calcular os deslocamentos em cada direção e as rotações correspondentes, fornecendo uma representação completa das deformações da estrutura. De acordo com Gere e Timoshenko (2004), apresentamos a seguir todas as equações analíticas utilizadas para a obtenção dos deslocamentos os quais podem ser visualizados na Figura 15.

Figura 15 Deslocamento dos 6 graus de liberdade de um elemento de viga.



Fonte: Nikolić, Ibrahimbegovic e Mišćević (2017)

A equação do deslocamento de uma aplicação de força axial em  $X$  pode ser dada na Equação 3.1:

$$U_x = \frac{F_x L}{EA} \quad (3.1)$$

Onde  $F_x$  é a força axial aplicada em  $x$ ,  $L$  é o comprimento total da viga,  $E$  é o módulo de Young do material da viga,  $A$  é a área da seção transversal.

A equação do deslocamento de uma aplicação de força cisalhante em  $Y$  pode ser dada na Equação 3.2.

$$U_y = \frac{F_y L^3}{3EI_y} \quad (3.2)$$

Onde  $F_y$  é a força cisalhante aplicada em  $y$  e  $I_y$  é o momento de inércia em  $y$ .

Para o exemplo deste trabalho (viga uniforme) a força cisalhante aplicada no eixo  $y$  gera uma distribuição de tensões internas que causa um momento de torção em torno do eixo  $z$  o qual faz com que a seção transversal da viga tenda a girar nesse sentido. Esse comportamento é uma consequência do equilíbrio de momentos e da resistência da viga às forças internas e externas aplicadas, e este momento pode ser calculado como:

A rotação em  $Z$  devido à aplicação de força cisalhante em  $y$  pode ser dada na Equação 3.3.

$$\theta_z = \frac{F_y L^2}{2EI_y} \quad (3.3)$$

O deslocamento de uma aplicação de força cisalhante em  $z$  e sua rotação em  $y$  podem ser definidos pelas Equações 3.4 e 3.5 respectivamente.

$$U_z = \frac{F_z L^3}{3EI_z} \quad (3.4)$$

$$\theta_y = \frac{F_z L^2}{2EI_z} \quad (3.5)$$

Onde  $F_z$  é a força cisalhante aplicada em  $z$  e  $I_z$  é o momento de inércia em  $z$

A equação do deslocamento de uma aplicação de momento torsor em  $x$  pode ser definida na Equação 3.6.

$$\theta_x = \frac{M_x L}{GJ} \quad (3.6)$$

Onde  $M_x$  é o momento torcional aplicado na viga em  $x$ ,  $G$  é o módulo de cisalhamento do material e  $J$  é o momento polar de inércia.

O deslocamento de uma aplicação de momento fletor em  $y$  e sua rotação em  $z$  podem ser definidos nas Equações 3.7 e 3.8.

$$U_y = \frac{M_y L^2}{2EI_y} \quad (3.7)$$

$$\theta_z = \frac{M_y L}{EI_y} \quad (3.8)$$

Onde  $M_y$  é o momento fletor aplicado na viga em  $y$ .

O deslocamento de uma aplicação de momento fletor em  $z$  e sua rotação em  $y$  podem ser definidos nas Equações 3.9 e 3.10.

$$U_z = \frac{M_z L^2}{2EI_z} \quad (3.9)$$

$$\theta_y = \frac{M_z L}{EI_z} \quad (3.10)$$

onde  $M_z$  é o momento fletor aplicado na viga em  $z$ .

### 3.2.2 Análise Dinâmica no Domínio da Frequência

Foram computadas e acopladas as matrizes de rigidez  $[K]$  e de massa  $[M]$   $12 \times 12$ . As frequências naturais ( $w_m$  e  $w_n$ ) foram determinadas pelas Equações 2.57, 2.58, 2.59 e 2.61 conforme o grau de liberdade afetado pelo carregamento. Com as frequências calculadas, precisa-se definir o valor da razão de amortecimento ( $\zeta$ ) e utilizaremos um  $\zeta$  de 0,01, pois segundo Adams e Askenazi (1999) para estruturas de metais o valor de  $\zeta$  é definido como  $< 0,01$  mas considereirei como o próprio valor limite, e com isso calcularam-se os coeficientes de amortecimento de Rayleigh ( $\alpha$  e  $\beta$ ) pela Equação 2.82, fundamentais para a matriz de Equação 2.29. Com isso, foi possível

variar a frequência de 0 até  $w_n$  e para cada frequência utilizou-se a Equação 2.56 para calcular os deslocamentos e gerar gráficos de Deslocamento Normalizado por Frequência Normalizada, identificando picos de ressonância e avaliando a eficácia do amortecimento.

### 3.2.3 Análise Dinâmica no Domínio do Tempo

Após os passos executados no Domínio da Frequência e da definição do amortecimento de Rayleigh, o método de Newmark, pelo submétodo da aceleração média constante, foi implementado através do algoritmo descrito na seção **2.7.3 (Análise MEF no Domínio do Tempo (Newmark-Beta))** para simular vibrações livres. Uma força inicial foi aplicada no último nó, permitindo que se possa validar a atuação dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , observando como cada um influencia a atenuação de diferentes faixas de frequência, além de comparar o período de excitação com as frequências naturais.

## 3.3 Estudo de Caso: Coluna de Perfuração Offshore Vertical

Após a validação, aplicou-se o simulador a um estudo de caso com uma coluna de perfuração offshore vertical. Foram utilizados dados reais simplificados de propriedades geométricas e materiais para a modelagem. A discretização da coluna seguiu o MEF, mantendo-se a abordagem 1D com comportamento tridimensional.

Seguindo a revisão bibliográfica podemos utilizar as Equações 2.1 e 2.2 para calcular o comprimento da seção de drill collars, porém para o estudo de caso estabeleci o comprimento dos comandos inicialmente, de modo que todos os cálculos para posição da linha neutra fossem em função da tração e em função de dois critérios: primeiro, para garantir que a linha neutra não ultrapassasse os comandos, e, segundo, para evitar que o WOB máximo da broca fosse excedido. Para isso, utilizei uma versão modificada da Equação 2.1, calculando a tração com base nos seguintes critérios:



**Posicionamento da Linha Neutra:** A tração mínima necessária (valor em porcentagem do Peso total da Coluna) para garantir que a linha neutra se mantenha abaixo dos comandos é dada pela Equação 3.11.

$$Tração(\%Peso) > 1 - \frac{P_{DC}}{P_T} \quad (3.11)$$

Onde  $P_{DC}$  é o peso total da seção de Drill Collars e  $P_T$  é o peso total da coluna.

**Limitação do WOB Máximo:** A tração também precisa ser ajustada para que o WOB máximo da broca não seja ultrapassado, utilizando a Equação 3.12.

$$Tração(\%Peso) > \frac{WOB_{max}}{P_{DC}} \times L_{DC} \quad (3.12)$$

Onde  $P_{DC}$  é o peso total da seção de Drill Collars e  $L_{DC}$  é comprimento total da seção de Drill Collars, e  $WOB_{max}$  é o peso sobre broca máximo.

A Equação 3.12 foi uma adaptação da Equação 2.1 pois para este trabalho, não consideraremos  $\alpha$  pois estamos considerando que o fluido de perfuração é ar, consideramos um  $FS$  de 1 pois o simulador não considera esta variável em seus cálculos, e um  $\phi$  de  $0^\circ$  uma vez que trataremos de apenas poços verticais.

Para obter a Força de Compressão pode-se utilizar a Equação 3.13.

$$F_{compressao} = P_{total} - F_{tracao} \quad (3.13)$$

Para calcular a posição da Linha Neutra pode-se utilizar a Equação 3.14.

$$Posi\c{c}{a}o da Linha Neutra(m) = \frac{F_{compressao}}{P_{DC}} \times L_{DC} \quad (3.14)$$

### 3.3.1 Análise Estática

Antes de executar os passos, como na validação estática, calculo a porcentagem de tração. Em seguida, realizo as operações necessárias até obter os deslocamentos estáticos de todos os nós. Com esses deslocamentos, utilizo a

Equação 3.13 para determinar as forças axiais ao longo da coluna, permitindo assim identificar o ponto onde as forças se anulam.

$$N(x) = EA(x) \frac{du}{dx} \quad (3.13)$$

Onde  $E$  é o módulo de elasticidade,  $A(x)$  é a área transversal no ponto  $x$  e  $\frac{du}{dx}$  é a derivada do deslocamento em relação à posição ao longo da viga.

### 3.3.2 Análise Dinâmica no Domínio do Tempo

Repete-se o processo descrito na validação do código para computação dos deslocamentos ao longo do tempo, porém agora consideramos que as forças de peso e de tração estão atuando estaticamente (em todos os instantes de tempo) e há a adição de um movimento harmônico de *heave* para simular o efeito que as ondas do mar têm em relação à posição da linha neutra, e em cada instante de tempo é calculado a posição na coluna em que a linha neutra se encontra.

## 4 RESULTADOS

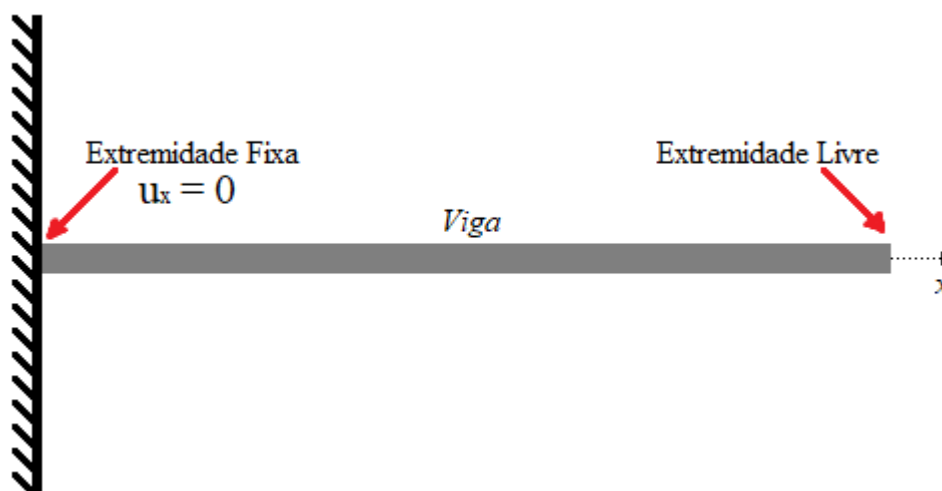
As simulações iniciais foram realizadas com elementos de viga simples para validar o simulador desenvolvido. Essa etapa verificou se o comportamento estrutural esperado, como deslocamentos e forças internas sob diferentes tipos de carregamentos, era corretamente reproduzido. Os resultados demonstraram consistência com soluções teóricas, comprovando a confiabilidade do simulador.

Com a validação concluída, o simulador foi aplicado a um estudo de caso envolvendo uma coluna de perfuração. A modelagem considerou variações de massa e rigidez ao longo da coluna, incluindo drill collars e drill pipes. Foram analisadas as respostas estáticas e dinâmicas, destacando-se a posição da linha neutra e o comportamento vibratório, proporcionando importantes *insights* sobre a estabilidade estrutural.

### 4.1 Validação do Simulador

Para as validações apresentadas a seguir, considerou-se uma viga maciça uniforme e linear ao longo do eixo  $x$  com uma extremidade engastada, onde o deslocamento é igual a zero, como condição de contorno, enquanto a outra extremidade permanece livre. A ponta engastada representa a base da coluna de perfuração, situada no fundo do poço, enquanto a extremidade livre corresponde ao topo da coluna, localizado na plataforma de perfuração, e este referencial pois houve mais facilidade de configurar o simulador utilizando-se desta convenção.

Figura 16 Diagrama da viga para validação do simulador.



#### 4.1.1 Análise Estática

Com o simulador construído no ambiente MATLAB®, desenvolveu-se o comportamento estático completo, preparando um arquivo de entrada que contém as propriedades geométricas e materiais dos nós da viga, e neste arquivo estão representados uma sequência de elementos de vigas conectadas, com os nós subsequentes partindo da origem 0 metros e seguindo na direção do eixo  $x$  até 3 metros, ou seja, formando uma linha linear 1D.

##### 4.1.1.1 Comparação das Malhas de Leitura com Diferentes Quantidades de Elementos

Nas análises por elementos finitos, a criação de uma malha de leitura permite dividir a viga, em diversos elementos discretos. Essa divisão facilita a representação dos comportamentos de deslocamento, tensão e deformação ao longo da estrutura. Quanto maior o número de elementos, mais detalhada e precisa é a simulação, pois permite que o comportamento em cada ponto da viga seja calculado com maior exatidão. No entanto, o aumento no número de elementos também eleva o custo computacional, exigindo um equilíbrio entre precisão e eficiência.

Para representar a viga foi considerado o aço estrutural ASTM A36 como material de cada elemento (como é apenas uma validação utilizei um aço comum de referência), e suas propriedades materiais estão listadas a seguir:

- Módulo de Young ( $E$ ): ( $210 \times 10^9$  Pa) (BAUCCIO, 1993).
- Módulo de cisalhamento ( $G$ ): ( $8 \times 10^{10}$  Pa) (BAUCCIO, 1993).
- Área da seção transversal ( $A$ ): ( $7,92665 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>), este valor foi considerado para que se obtivesse um valor de momento de inércia arredondado, pois então temos um raio ( $r$ ) de  $5,023 \times 10^{-2}$  m.

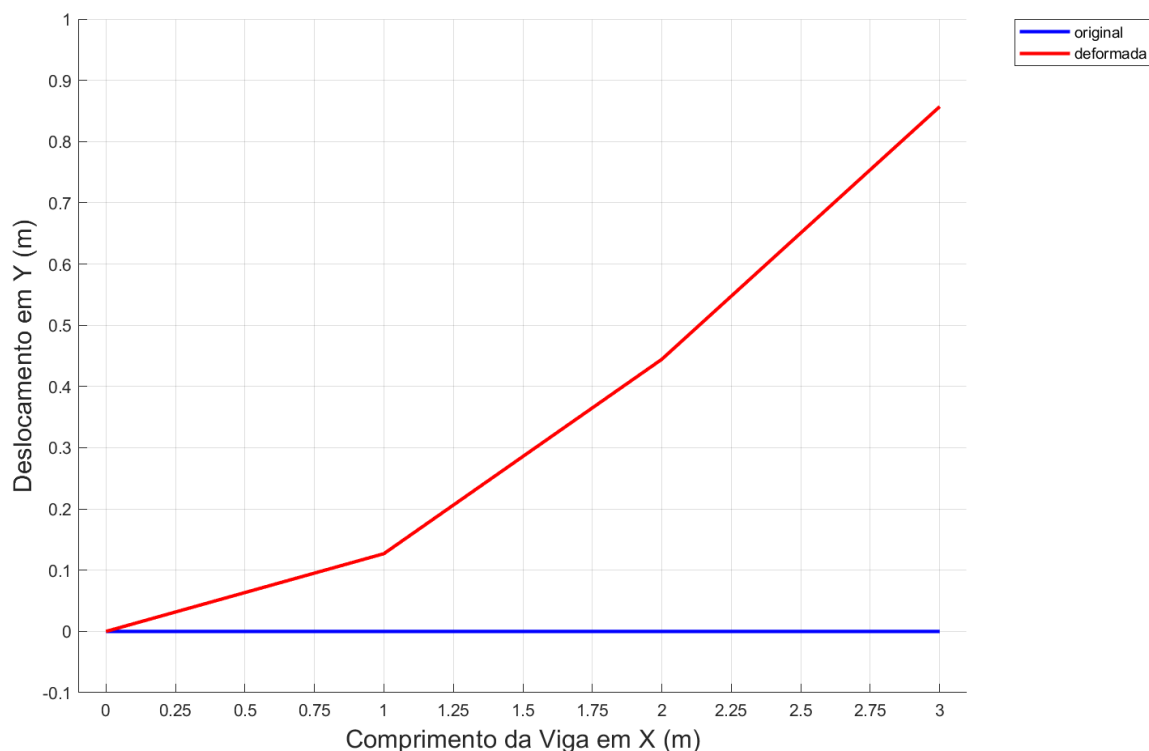
Os momentos de inércia podem ser calculados desta forma, sendo uma seção maciça:

$$I_{yz} = \frac{\pi r^4}{4} \quad (4.1)$$

- Momento de inércia em  $y$  ( $I_y$ ): ( $5 \times 10^{-6}$  m<sup>4</sup>).
- Momento de inércia em  $z$  ( $I_z$ ): ( $5 \times 10^{-6}$  m<sup>4</sup>).
- Momento polar de inércia ( $J$ ):  $I_y + I_z = (10^{-5}$  m<sup>4</sup>) (CALLISTER e RETHWISCH, 2013).
- Comprimento da viga ( $L$ ): 3 m

Em todas as malhas a seguir, foi aplicada uma força cisalhante na direção  $y$  ( $F_y$ ) de  $10^5$  N no último nó de cada malha de elementos (topo da coluna), onde o deslocamento desta primeira malha com 3 elementos e 4 nós, (elementos de viga de 1 metro de comprimento) pode ser observado na Figura 17.

Figura 17 Deslocamento da viga sob efeito de uma força cisalhante de ( $10^5$  N).



Foi considerado um valor de Força muito alto para assim haver bastante discrepância entre a viga original e a deformada, mesmo que não haja muito sentido físico um deslocamento cisalhante tão grande para uma viga pequena isto é algo que o simulador não considera, ele irá considerar apenas o valor estático correspondente de cada nó, o simulador não leva em conta os limites de falha do material.

Como o simulador não inclui esse tipo de limitação de material (ou seja, um critério de falha ou de resistência máxima), ele pode calcular deslocamentos maiores do que seriam fisicamente possíveis, já que o material pode começar a se deformar de forma plástica ou até mesmo quebrar antes de alcançar tais deslocamentos.

A validação entre os valores de deslocamentos estáticos e numéricos obtidos pode ser feita da seguinte forma abaixo.

### **Comparação de Deslocamentos em Y**

Valor Analítico:

$$U_y = \frac{1}{3} \frac{F_y L^3}{EI_y} = \frac{1}{3} \times \frac{10^5 \times 3^3}{210.10^9 \times 5.10^{-6}} = 0,85714 \text{ m}$$

Valor Numérico: 0,857 m

Com uma malha de 3 elementos e 4 nós, os deslocamentos numéricos da viga coincidem precisamente com os resultados analíticos nos pontos onde há um nó. Por exemplo, para o último nó, o deslocamento numérico é idêntico ao valor obtido pela fórmula analítica. Esse resultado exato é esperado, pois estamos modelando a viga com elementos que representam seu comportamento estrutural de forma precisa nos nós. No entanto, ao avaliar deslocamentos em pontos intermediários, que não coincidem com os nós, observamos uma aproximação do valor analítico, mas não uma correspondência exata. Isso ocorre porque, ao utilizar uma malha com apenas 3 elementos, a discretização é relativamente grosseira, o que limita a precisão entre os nós.

Vale ressaltar que, ao aproximar linearmente entre os nós, é esperado que ocorra um erro nas regiões intermediárias, pois a interpolação linear não captura com precisão as variações dos deslocamentos entre esses pontos.

Exemplo, podemos escolher o ponto  $x = 1,55 \text{ m}$  e extraído do gráfico temos um deslocamento em  $Y$  de aproximadamente  $0,3016 \text{ m}$  neste ponto escolhido.

### Comparação de Deslocamentos em $Y$

Valor analítico para qualquer ponto da viga pode ser calculado da Equação 4.2.

$$U_y(x) = \frac{1}{6} \frac{F_y x^2}{EI_y} (3L - x) \quad (4.2)$$

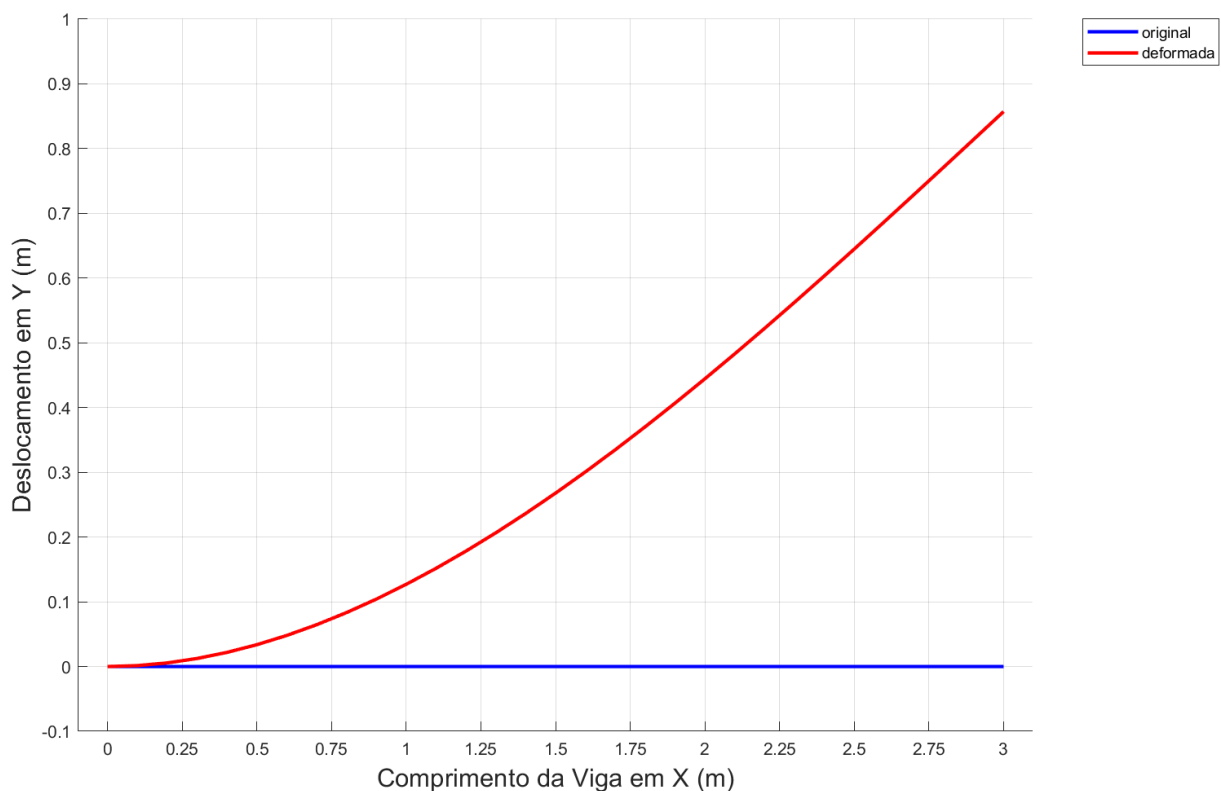
$$U_y(1,55) = \frac{1}{6} \frac{10^5 \times 1,55^2}{210 \cdot 10^9 \times 5 \cdot 10^{-6}} (3 \cdot 3 - 1,55) = 0,284105 \text{ m}$$

Valor Numérico do Gráfico:  $0,3016 \text{ m}$

$$\text{Erro: } \left| \frac{\text{Valor}_{\text{analitico}} - \text{Valor}_{\text{numerico}}}{\text{Valor}_{\text{analitico}}} \right| \times 100 = 9,32\%$$

Agora podemos utilizar uma malha com mais elementos para fazer comparações de precisão. O deslocamento desta malha com 30 elementos e 31 nós, (elementos de viga de  $0,1$  metro de comprimento) pode ser observado na Figura 18.

Figura 18 Deslocamento da viga sob efeito de uma força cisalhante em  $Y$  de  $(10^5 \text{ N})$ .



Valor Numérico do Gráfico: 0,28428 m

$$\text{Erro: } \left| \frac{\text{Valor}_{\text{analitico}} - \text{Valor}_{\text{numerico}}}{\text{Valor}_{\text{analitico}}} \right| \times 100 = 0,06\%$$

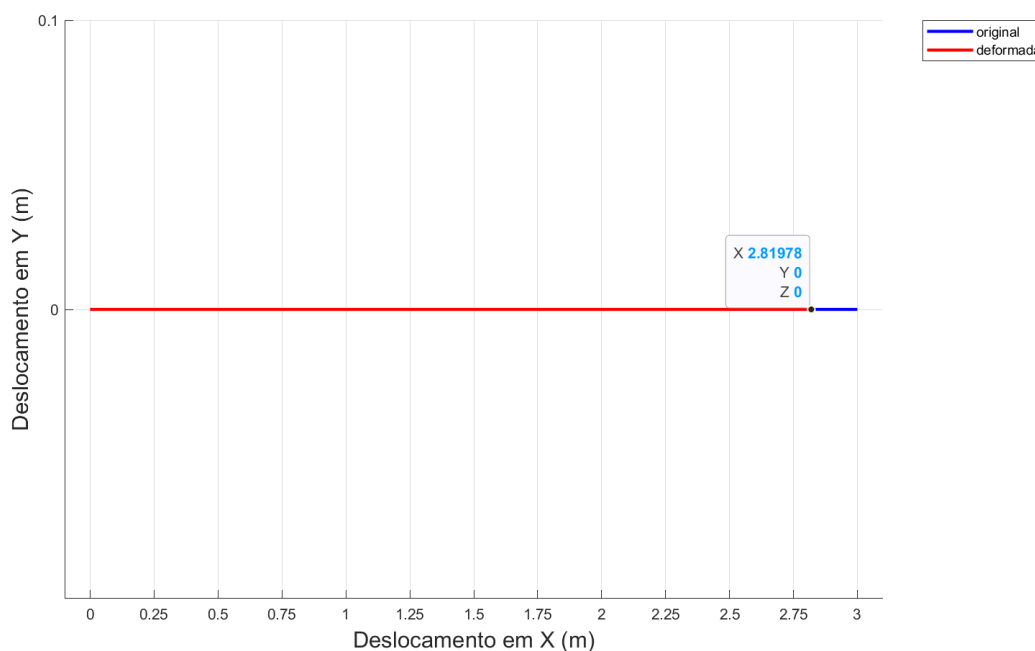
Ao comparar os deslocamentos numéricos e analíticos em pontos intermediários de uma viga (pontos que não coincidem com os nós da malha), observamos que a precisão do modelo numérico depende diretamente do número de elementos na malha. Com uma malha menos refinada, composta por poucos elementos, o deslocamento numérico nesses pontos intermediários tende a se afastar do valor analítico, resultando em um erro maior. Isso ocorre porque a malha menor não captura com precisão as variações locais do deslocamento ao longo da viga.

Quando refinamos a malha (aumentando o número de elementos), o modelo numérico consegue representar melhor o comportamento real da estrutura. Assim, os deslocamentos numéricos calculados em pontos intermediários se aproximam mais dos valores analíticos, reduzindo o erro. E, portanto, utilizaremos a malha com 30 elementos para as análises estáticas por possuir uma precisão suficiente.

#### 4.1.1.2 Aplicando Força Axial em X

Para validar o GDL axial em X pode-se fazer uma comparação de valores numéricos e analíticos obtidos de deformação do último nó da viga de simulação.

Figura 19 Deslocamento da viga sob efeito de uma força axial de  $(-10^8 N)$ .





Embora exista o risco de flambagem axial na viga, esse comportamento não é capturado pelo simulador, e a validação entre os valores de deslocamentos estáticos e numéricos obtidos pode ser feita da seguinte forma abaixo.

### Comparação de Deslocamentos em X

Valor Analítico:

$$U_x = \frac{F_x L}{EA} = \frac{-10^8 \times 3}{210 \cdot 10^9 \times 7.92665 \times 10^{-3}} = -0,18022385 \text{ m}$$

Posição do último nó da viga após deslocamento =  $L - U_x = 2,8197761 \text{ m}$

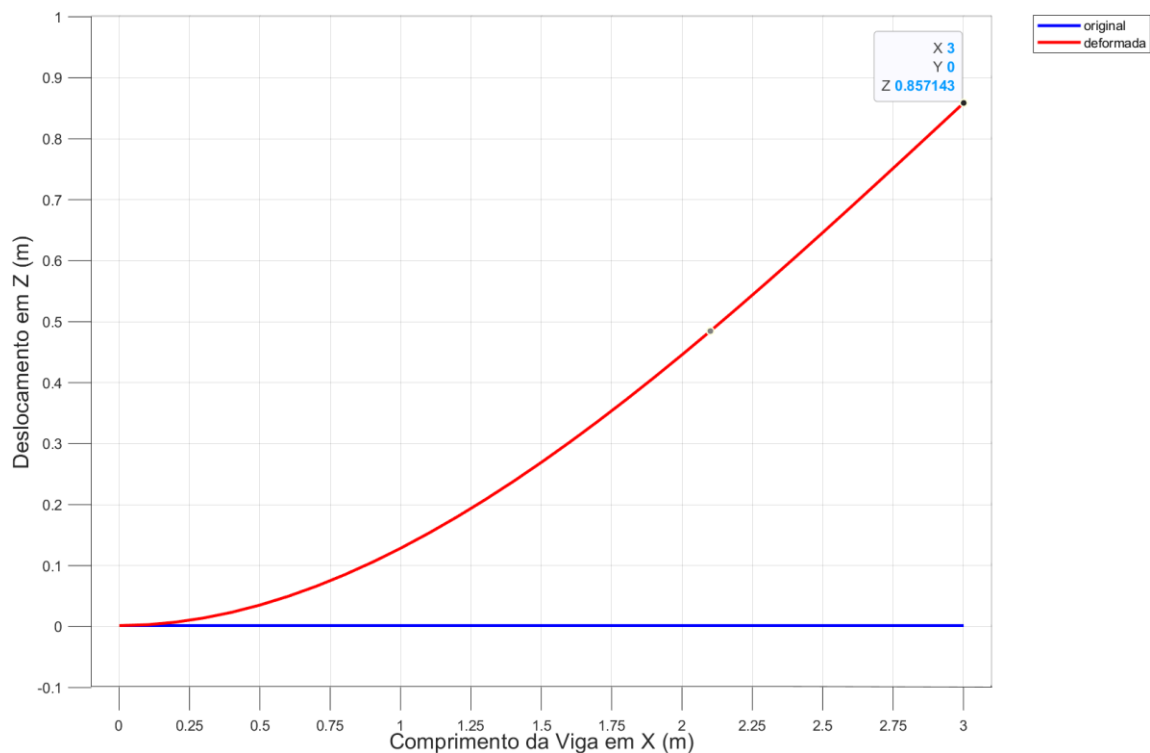
Valor Numérico:  $2,81978 \text{ m}$

Podemos observar que, assim como na análise anterior, ( $U_x$ ) não houve diferença entre os valores mostrando precisão exata o que era esperado.

#### 4.1.1.3 Aplicando Força Cisalhante em Z

Para validar o GDL cisalhante em Z pode-se fazer uma comparação de valores numéricos e analíticos obtidos de deformação do último nó da viga de simulação.

Figura 20 Deslocamento da viga sob efeito de uma força cisalhante em Z de ( $10^5 \text{ N}$ ).



### Comparação de Deslocamentos em Z

Valor Analítico:

$$U_z = \frac{1}{3} \frac{F_z L^3}{EI_z} = \frac{1}{3} \times \frac{10^5 \times 3^3}{210 \cdot 10^9 \times 5 \cdot 10^{-6}} = 0,85714 \text{ m}$$

Valor Numérico: 0,8571 m

Podemos observar que, assim como na análise anterior, ( $U_z$ ) não houve diferença entre os valores, mostrando precisão exata o que era esperado.

Para validar o GDL Rotação em Y relacionado ao GDL cisalhante em Z pode-se fazer uma comparação de valores numéricos e analíticos obtidos de deformação do último nó da viga de simulação.

### Comparação da Rotação em Y

Valor Analítico:

$$\theta_y = -\frac{1}{2} \frac{F_z L^2}{EI_z} = -\frac{1}{2} \times \frac{10^5 \times 3^2}{210 \cdot 10^9 \times 5 \cdot 10^{-6}} = -0,4286 \text{ rad}$$

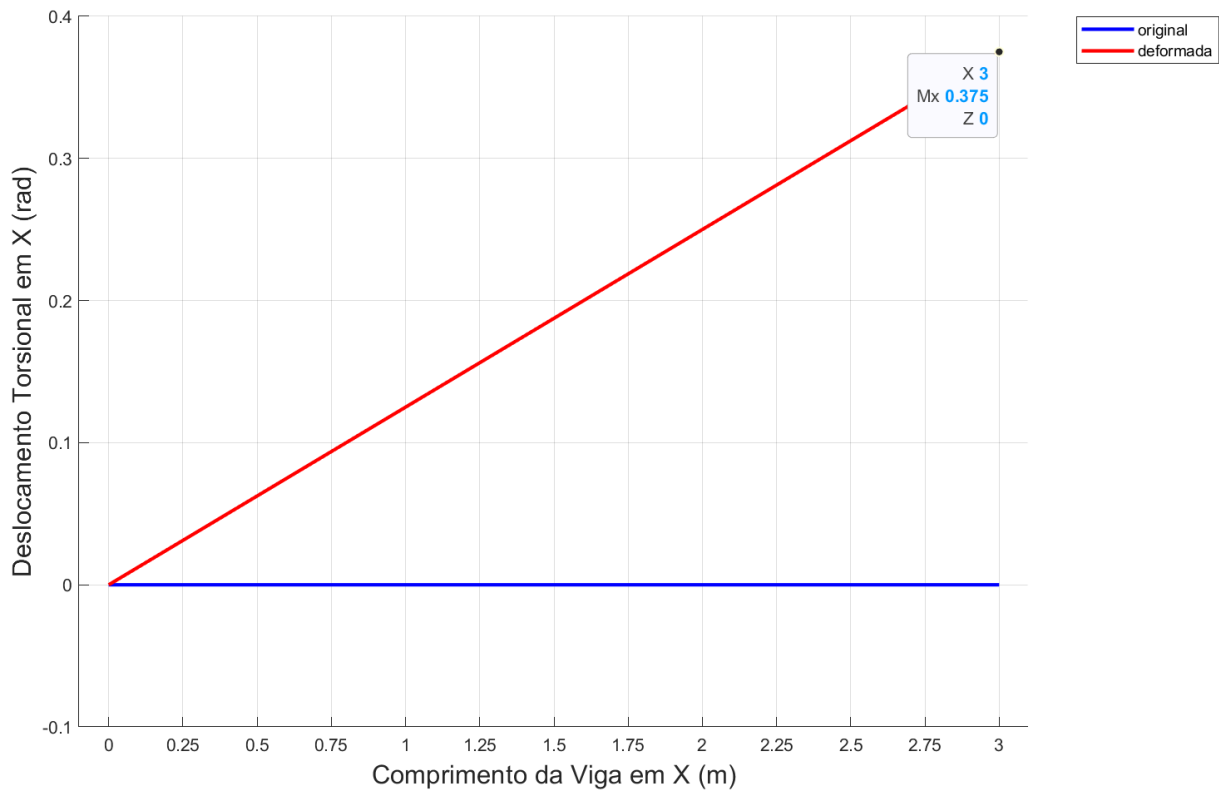
Valor Numérico:  $-0,429 \text{ rad}$

Podemos observar que, assim como na análise anterior, ( $\theta_y$ ) não houve diferença entre os valores, mostrando precisão exata, o que era esperado.

#### 4.1.1.4 Aplicando Momento Torsor em X

Para validar o GDL torsor em X pode-se fazer uma comparação de valores numéricos e analíticos obtidos de deformação do último nó da viga de simulação.

Figura 21 Deslocamento da viga sob efeito de um momento torsor em X de ( $10^5 N$ ).



### Comparação de Rotação em X

Valor Analítico:

$$\theta_x = \frac{M_x L}{GJ} = \frac{10^5 \times 3}{8 \times 10^{10} \times 10^{-5}} = 0,375 \text{ rad}$$

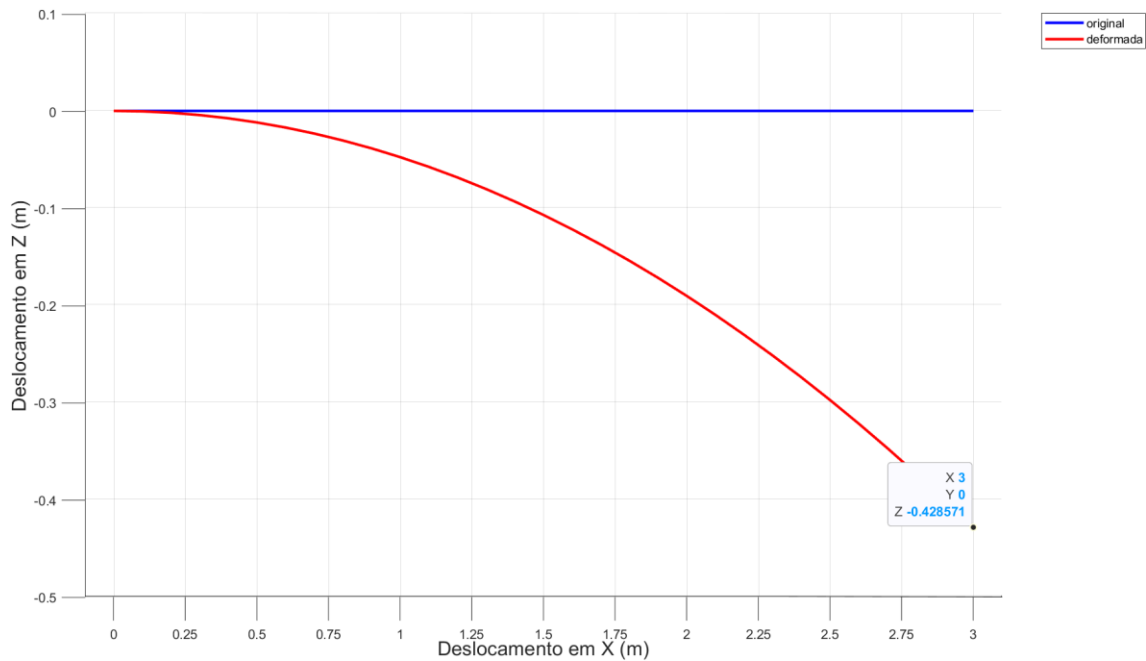
Valor Numérico: 0,3750 rad

Podemos observar que, assim como na análise anterior, ( $\theta_x$ ) não houve diferença entre os valores, mostrando precisão exata, o que era esperado.

#### 4.1.1.5 Aplicando Momento Fletor em Y

Para validar o GDL fletor em Y pode-se fazer uma comparação de valores numéricos e analíticos dos deslocamentos em Z obtidos de deformação do último nó da viga de simulação.

Figura 22 Deslocamento da viga sob efeito de momento fletor em Y de  $(10^5 N)$ .



### Comparação de Deslocamentos em Z

Valor Analítico:

$$U_z = -\frac{1}{2} \frac{M_y L^2}{EI_y} = -\frac{1}{2} \times \frac{10^5 \times 3^2}{210 \cdot 10^9 \times 5 \cdot 10^{-6}} = -0,42857m$$

Valor Numérico:  $-0,428571 \text{ m}$

### Comparação da Rotação em Y

Valor Analítico:

$$\theta_y = \frac{M_y L}{EI_y} = \frac{10^5 \times 3}{210 \cdot 10^9 \times 5 \cdot 10^{-6}} = 0,2857 \text{ rad}$$

Valor Numérico:  $0,2857 \text{ rad}$

Nos gráficos de simulação estática, podemos observar que os valores numéricos de deslocamento nos nós coincidem exatamente com os valores analíticos. Isso é esperado, uma vez que, para este problema específico, estamos utilizando elementos de viga, o que naturalmente leva a um ajuste perfeito nos nós. Como

mentionado anteriormente, isso ocorre porque os nós representam as extremidades dos elementos, onde o modelo é exatamente resolvido pelas equações de equilíbrio.

Além disso, ao utilizar mais elementos de viga na malha, conseguimos aumentar a precisão dos deslocamentos nos pontos intermediários, entre dois nós. Com uma malha mais refinada, a aproximação da solução analítica torna-se mais precisa, já que o comportamento da viga é representado de forma mais detalhada ao longo do seu comprimento. Dessa forma, ao aumentar o número de elementos, conseguimos não apenas manter a precisão nos nós, mas também melhorar a precisão dos deslocamentos em pontos que não coincidem exatamente com as extremidades dos elementos.

#### **4.1.2 Análise Dinâmica**

Nesta seção, apresentaremos as validações de análises dinâmicas, a viga, foi submetida a um estudo minucioso para compreender seu comportamento vibratório e dinâmico ao aplicarmos uma força em função de uma certa frequência. Investigamos como os diferentes segmentos da viga interagem e respondem às cargas, considerando a influência de fatores como frequência natural, modos de vibração e amortecimento.

##### ***4.1.2.1 Domínio da Frequência***

Ao mudarmos o domínio das análises, mapeamos as respostas vibratórias da viga em função da frequência nos permitindo identificar as frequências naturais da estrutura. A análise no domínio da frequência também nos permitiu avaliar a influência do amortecimento e a capacidade da viga de absorver energia vibracional ao longo do tempo.

Para as análises a seguir utilizaremos uma malha de 100 elementos e 101 nós (com elementos de 0,1 metros) mantendo a mesma discretização porém aumentando o tamanho da viga, assim reduzindo a necessidade de utilizarmos frequências muito altas, já que a frequência de uma viga é inversamente proporcional ao comprimento da mesma. Os elementos de viga possuem as seguintes propriedades:

### Propriedades do material dos elementos (aço):

As propriedades e valores que foram utilizados para esta simulação são os mesmos da análise estática com a adição de:

- Massa Específica aço estrutural ASTM A36 ( $\rho$ ):  $(7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)$  (BAUCCIO, 1993).
- Comprimento da viga ( $L$ ): 10 m.

Assim como explicado anteriormente a respeito das outras propriedades materiais, o aço ASTM A36 não é especificamente utilizado em colunas de perfuração, porém como é apenas uma validação do código de viga pouco importa-se grandes variações de valores, não há necessidade de exatidão, apenas foi escolhido um aço de categoria estrutural comum.

Nas Figuras 23 e 24 realizamos uma análise dinâmica em função da frequência sem amortecimento, analisando em cima do último nó da viga (extremidade livre – 10m), a frequência será variada até o modo 3 de vibração ( $n = 3$ ), ou seja, até 5 vezes sua frequência natural. Consideraremos até o terceiro modo porque os primeiros modos de vibração capturam a maior parte da resposta dinâmica relevante da estrutura, que envolve principalmente os deslocamentos e deformações mais significativos. Modos de vibração mais altos, embora presentes, tendem a ter amplitudes menores e exigiriam uma discretização mais refinada para captar adequadamente os efeitos de frequência mais alta e as interações mais sutis, o que nem sempre é necessário para um entendimento adequado e prático da estabilidade da coluna em operação.

Força Axial em  $X$  ( $F_x$ ) - Deslocamento Normalizado - Força de compressão ( $-10^8 N$ ).

Figura 23 Deslocamento Axial Normalizado por Frequência Normalizada – Força no último nó

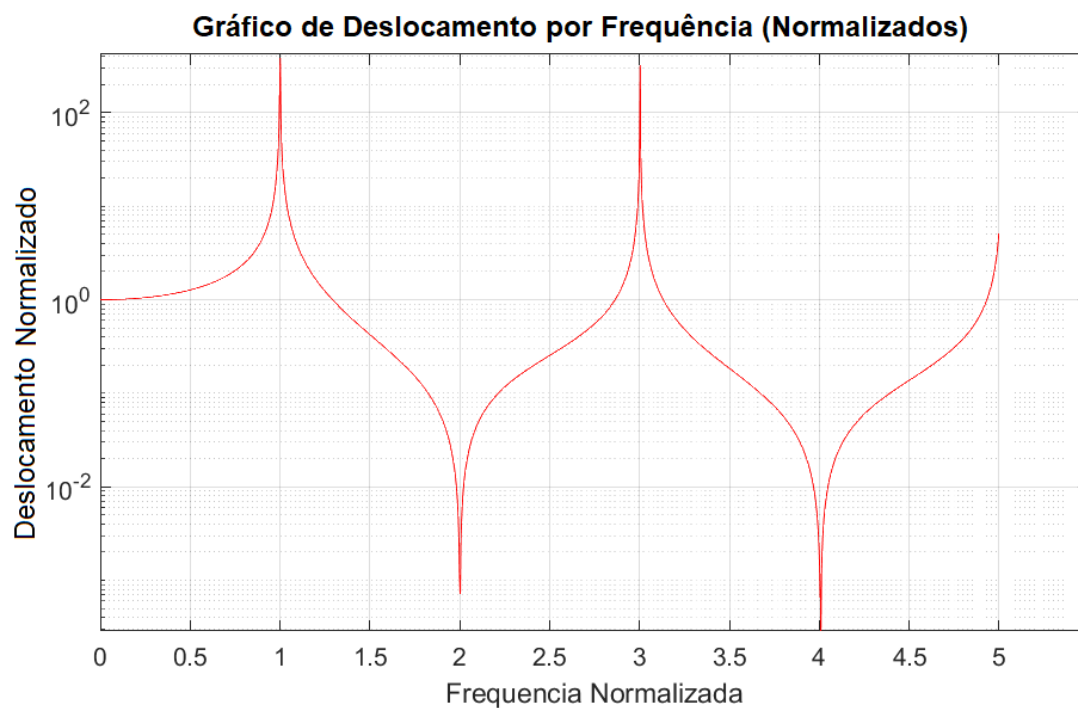
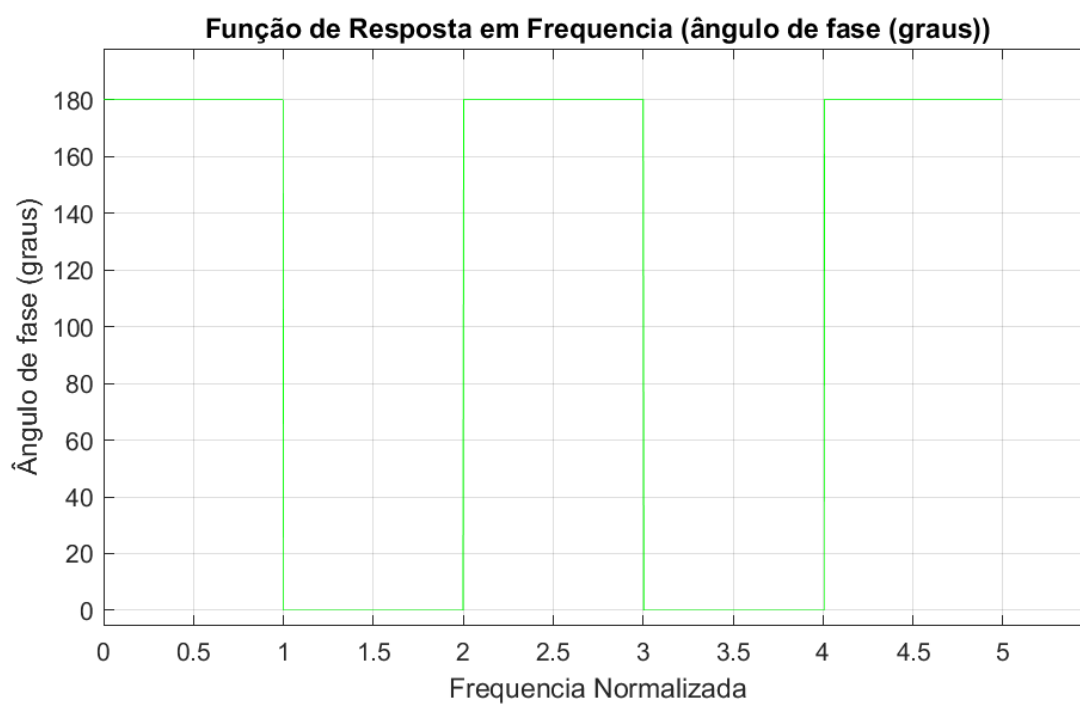


Figura 24 Ângulo de fase por Frequência Normalizada em  $X$  – Força no último nó



**Frequências calculadas para computação do amortecimento de Rayleigh pela Equação 2.57.**

Frequência Natural Axial, modo 1 ( $n = 1$ )

$$w_m^{Axial} = \frac{\pi(2n-1)}{2} \sqrt{\frac{E}{\rho L^2}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{210 \times 10^9}{7800 \times 10^2}} = 815,046 \text{ rad/s}$$

Frequência Natural Axial, modo 3 ( $n = 3$ ).

$$w_n^{Axial} = \frac{\pi(2n-1)}{2} \sqrt{\frac{E}{\rho L^2}} = \frac{\pi(5)}{2} \sqrt{\frac{210 \times 10^9}{7800 \times 10^2}} = 4075,231 \text{ rad/s}$$

O gráfico de Deslocamento Normalizado por Frequência Normalizada acima, Figura 22, quando expressos em frequência normalizada, representam como a estrutura responde a diferentes frequências em relação a uma frequência de referência, neste caso no primeiro modo de vibração ( $n = 1$ ). Esse tipo de gráfico ajuda a visualizar os picos de resposta em cada modo de vibração e facilita a análise de ressonâncias, antirressonâncias e amortecimento em sistemas estruturais ou mecânicos.

Podemos observar que o simulador apresenta bom comportamento em relação às frequências, este comportamento é observado na alternância entre picos de ressonância e antirressonância, que indicam a resposta do sistema em relação às frequências normais específicas. Nas frequências normalizadas ímpares, há ocorrência de ressonância, onde o deslocamento teórico tende ao infinito, caracterizando uma resposta amplificada ao carregamento. Em contraste, nas frequências normalizadas pares, o sistema exibe antirressonância, com o deslocamento tendendo a zero, o que reflete um amortecimento natural e estabilidade da estrutura nestas frequências. Esse padrão alternado é típico e esperado em análises de estruturas de vibração e confirma a precisão das respostas pelas frequências analisados no simulador.

O gráfico de ângulo de fase em função da frequência normalizada, Figura 23, representa a diferença de fase entre a entrada (força aplicada) e a resposta (deslocamento ou aceleração) em cada frequência de excitação. Conforme a



frequência se aproxima de um modo de ressonância e antirressonância da estrutura, o ângulo de fase muda rapidamente, geralmente passando de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . Essa mudança indica o comportamento dinâmico e a transição de respostas dominadas por rigidez para aquelas dominadas pela massa indicando também que o código apresenta bom comportamento.

Para as análises nas Figuras 25 e 26 a seguir consideraremos um amortecimento de ( $\zeta = 0,01$ ) segundo Adams e Askenazi (1999) para aço, e para o cálculo dos coeficientes da matriz de amortecimento  $[C]$  utilizaremos as vibrações até o modo 3, ou seja, como foi dito na seção de Amortecimento Viscoso de Rayleigh, consideraremos ( $w_m$ ) como a primeira frequência natural do sistema, e ( $w_n$ ) como a frequência natural até o modo 3 ( $n = 3$ ). Primeiro calcula-se as frequências  $w_m$  e  $w_n$  pela Equação 2.57.

Frequência Natural Axial, modo  $n = 3$

$$w_n^{Axial} = 4075,231 \text{ rad/s}$$

Frequência Natural Axial, modo  $n = 1$

$$w_m^{Axial} = 815,0461 \text{ rad/s}$$

Assim com as frequências calculadas, poderão ser computadas nos coeficientes de amortecimento  $\alpha$  e  $\beta$  para a matriz de amortecimento e assim aplicá-lo à análise dinâmica pela Equação 2.83.

$$\alpha = 2\zeta \left( \frac{w_m * w_n}{w_m + w_n} \right) = 2 \times 0,01 \times \left( \frac{815,0461 * 4075,231}{815,0461 + 4075,231} \right) = 13,58s$$

$$\beta = 2\zeta \left( \frac{1}{w_m + w_n} \right) = 2 \times 0,01 \times \left( \frac{1}{815,0461 + 4075,231} \right) = 4,09 \times 10^{-6} s^{-1}$$

Figura 25 Deslocamento Axial Normalizado em  $X$  por Frequência Natural Normalizada com amortecimento – Força no último nó

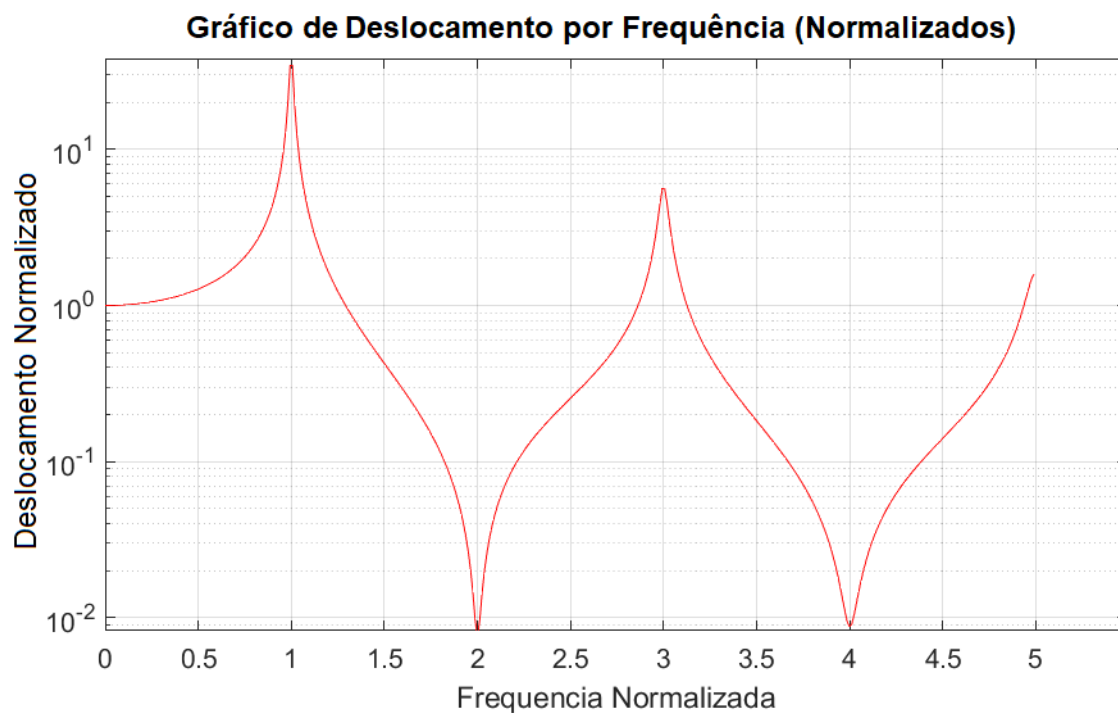
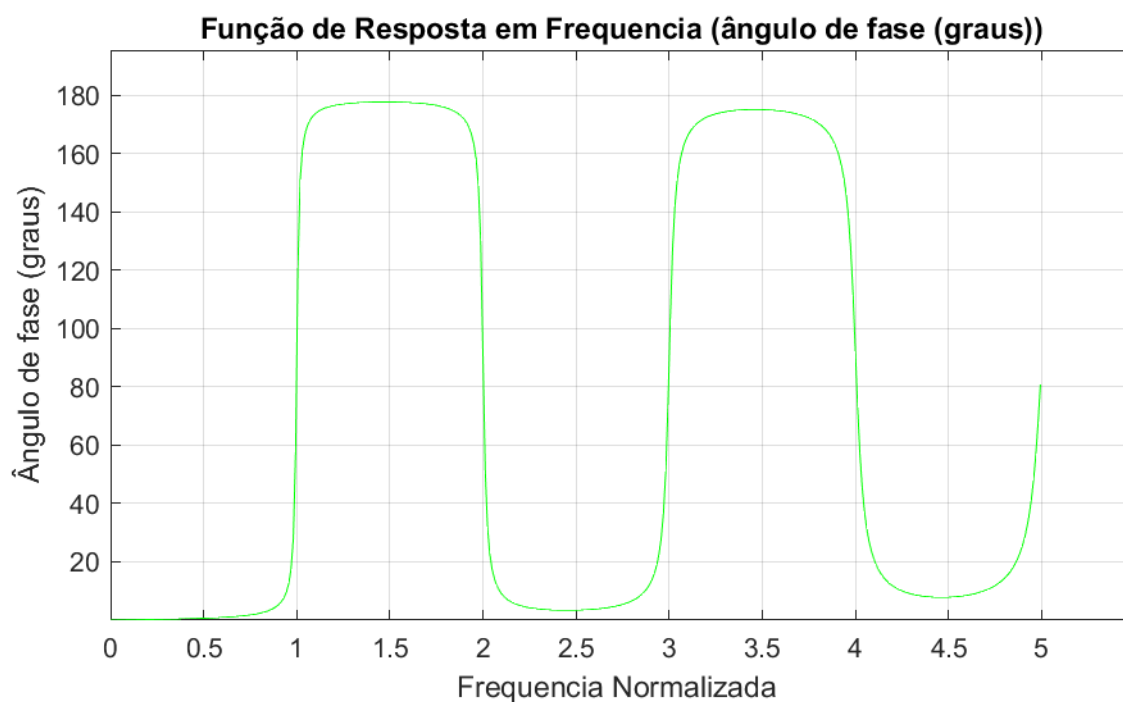


Figura 26 Gráfico de Ângulo de fase por Frequência Natural em  $X$  Normalizada com amortecimento – Força no último nó



Nos gráficos acima com amortecimento, Figura 25, é observado que, à medida que a frequência aumenta, a amplitude da resposta do sistema tende a diminuir progressivamente. Esse comportamento ocorre porque o amortecimento introduz uma

dissipação de energia no sistema, o que reduz as oscilações com o aumento da frequência. Para frequências baixas, próximas dos modos naturais do sistema, a amplitude pode ser elevada devido à ressonância. Entretanto, à medida que a frequência se afasta desses modos naturais e se torna mais alta, o efeito do amortecimento sobre a energia vibracional se intensifica, resultando em uma queda significativa na amplitude das oscilações. Essa característica é importante para evitar efeitos de ressonância em frequências mais elevadas, contribuindo para a estabilidade e controle das vibrações.

O amortecimento tem uma influência direta sobre o ângulo de fase em função da frequência normalizada, Figura 26. À medida que o amortecimento aumenta, a transição de fase se torna mais gradual, o que suaviza as mudanças no ângulo de fase entre a entrada e a resposta do sistema. Este comportamento de fase reflete a dissipação de energia, à medida que o amortecimento reduz o efeito da ressonância e proporciona uma resposta mais controlada ao longo das frequências.

Obter respostas satisfatórias em termos de amortecimento no gráfico de Deslocamento Normalizado por Frequência Normalizado e do ângulo de fase indica que a implementação do amortecimento no modelo foi bem-sucedida. Isso significa que o simulador representa com precisão os efeitos dissipativos, e a capacidade de reproduzir as quedas e variações nas amplitudes com aumento de frequência é um sinal de que o modelo de amortecimento foi corretamente configurado.

#### ***4.1.2.2 Domínio do Tempo***

Nesta seção, apresentaremos os resultados de análises dinâmicas no domínio do tempo realizadas em uma viga de 10 metros, dividida em 100 elementos de 0,1 metros de comprimento, a mesma malha utilizada para os testes no domínio da frequência. A viga, estendendo-se desde 0 metros até 10 metros, foi submetida a uma análise para investigamos como os diferentes segmentos da viga interagem e respondem às cargas, considerando a influência de fatores como frequência natural, modos de vibração e amortecimento.

Para as análises a seguir utilizaremos a mesmas propriedades anteriores. Logo abaixo realizaremos uma análise dinâmica em função do tempo do último nó da viga (ponta final), quando este sofre uma força no primeiro instante de tempo (vibração

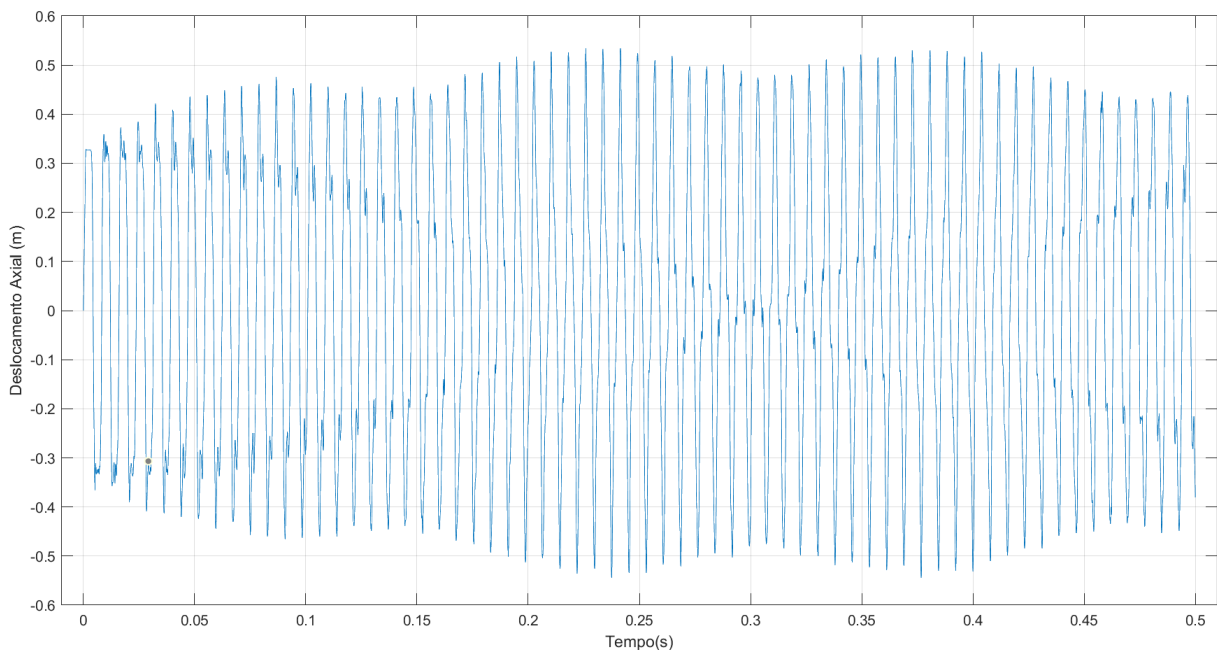
livre), utilizando o método de Newmark (Aceleração Média Constante) sem amortecimento utilizando a matriz de massa distribuída e até o modo 3 de vibração.

### Propriedades da simulação:

- Tempo inicial ( $t_i$ ): (0s)
- Tempo final ( $t_f$ ): (0,5s) – A simulação será curta pois, a frequências axiais são mais altas quando comparada a outras frequências, e assim o tempo de 0,5 segundo será suficiente para observar as mesmas.
- Tamanho do passo de tempo ( $\Delta t$ ): (0,0001s) – Para boa discretização
- Tempo de aplicação da Força no último nó ( $\Delta t_F$ ): (0,001s)
- Posição inicial ( ${}^0U$ ): (0m) – Partindo do repouso
- Velocidade inicial ( ${}^0\dot{U}$ ): (0m/s) – Partindo do repouso
- Parâmetro ( $\delta$ ): ( $\frac{1}{2}$ ) – Parâmetro para estabilidade incondicional (Newmark)
- Parâmetro ( $\gamma$ ): ( $\frac{1}{4}$ ) – Parâmetro para estabilidade incondicional (Newmark)

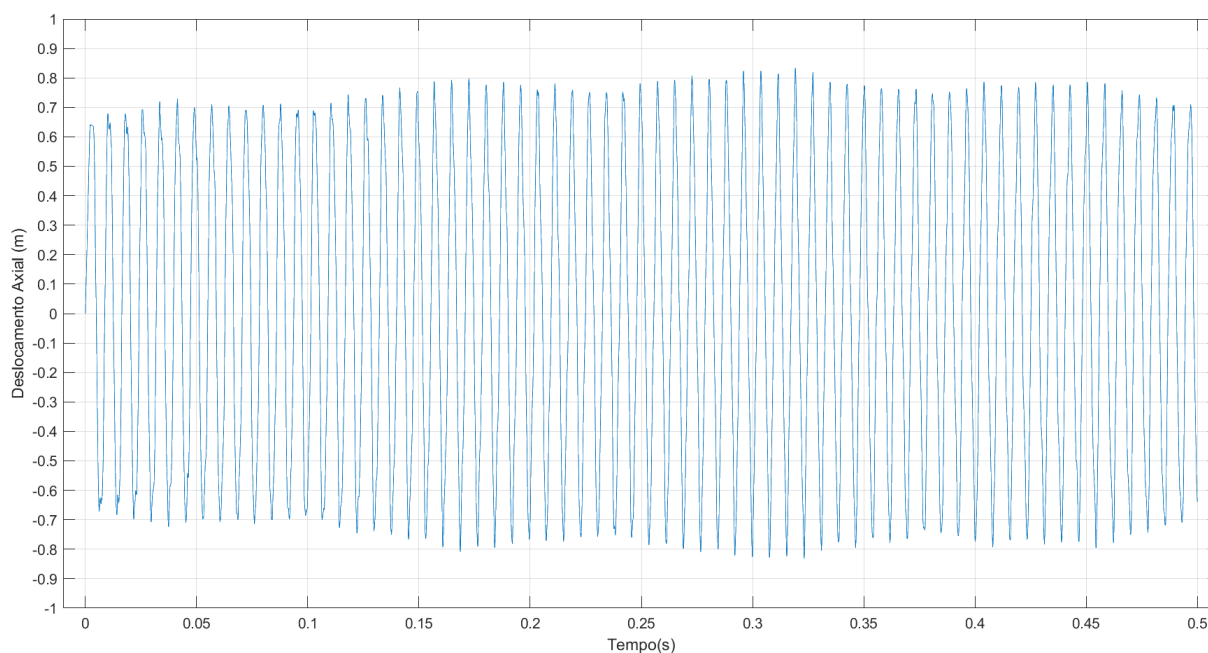
Força Axial em  $X$  ( $F_x$ ) - Deslocamento em  $X$  - Força aplicada de ( $10^8 N$ ) – Figura 27.

Figura 27 Deslocamento Axial em Função do Tempo – Força no último nó



Agora aplicaremos para o mesmo exemplo um tempo de aplicação de força ( $\Delta t_F$ ) de (0,002s) como pode-se ver na Figura 28.

Figura 28 Deslocamento Axial em X em Função do Tempo – Força no último nó



Quando uma força é aplicada a um sistema, sua resposta não é apenas determinada pela magnitude da força, mas também pela frequência e duração da aplicação, e ao aplicarmos estas novas condições podemos observar que a amplitude do deslocamento axial da viga aumenta significativamente de uma amplitude de em média 0,45m para 0,75m, o que faz sentido já que aplicar uma força por mais tempo é equivalente a transferir mais energia, uma resposta já esperada.

O comportamento de batimento observado no gráfico de deslocamento axial do último nó da viga em função do tempo, Figura 26, é uma resposta esperada para esse tipo de sistema estrutural. Neste caso, a viga está engastada em uma extremidade e livre na outra, sem qualquer mecanismo de amortecimento, o que significa que a energia da força axial aplicada na ponta livre se propaga como uma onda ao longo da viga até a extremidade engastada, onde é refletida. Esse fenômeno de reflexão resulta na superposição de ondas transmitidas e refletidas, gerando o comportamento de batimento. A ausência de amortecimento ou dissipação de energia permite que o batimento persista, pois não há perda de energia no sistema, mantendo o padrão oscilatório ao longo do tempo.

Podemos observar também na Figura 27 de deslocamento em função do tempo, é possível observar a presença de múltiplas frequências atuando no sistema. As frequências mais baixas (modo 1) são perceptíveis nos picos de maior amplitude

e com períodos mais longos, representando os modos de vibração predominantes da estrutura. Já as frequências mais altas (modo 3) aparecem como uma espécie de **ruído superposto** nos primeiros picos, manifestando-se por meio de oscilações de menor amplitude e maior frequência. Esse comportamento indica a combinação de diferentes modos de vibração, onde as frequências mais baixas dominam a resposta global, enquanto as mais altas influenciam os detalhes da resposta dinâmica, especialmente no início da vibração.

Para as análises a seguir consideraremos um amortecimento de ( $\zeta = 0,01$ ) segundo Adams e Askenazi (1999) para aço, e para o cálculo dos coeficientes da matriz de amortecimento  $[C]$  utilizaremos as vibrações até o modo 3, ou seja, como foi dito na seção de Amortecimento Viscoso de Rayleigh, consideraremos ( $w_m$ ) como a primeira frequência natural do sistema, e ( $w_n$ ) como a frequência natural até o modo 3 ( $n = 3$ ). Primeiro utilizaremos as mesmas frequências  $w_m$  e  $w_n$ , e os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  calculados anteriormente:

Frequência Natural Axial, modo  $n = 3$

$$w_n^{Axial} = 4075,231 \text{ rad/s}$$

Frequência Natural Axial, modo  $n = 1$

$$w_m^{Axial} = 815,0461 \text{ rad/s}$$

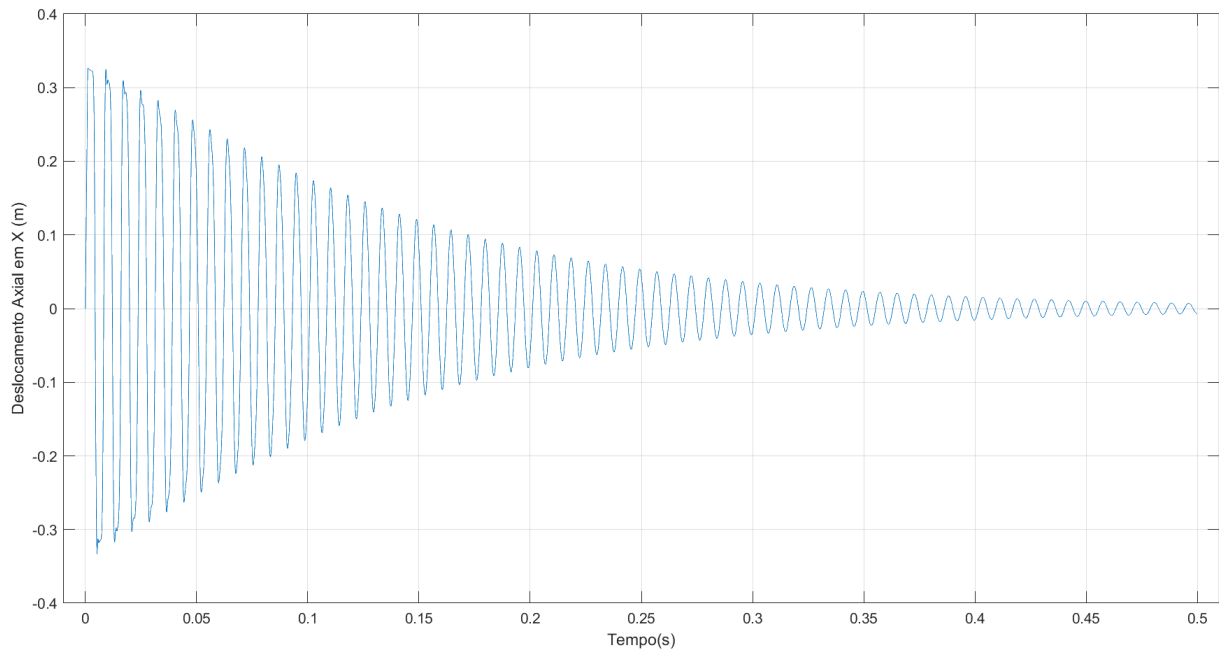
Coeficientes do Amortecimento de Rayleigh:

$$\alpha = 13,58s$$

$$\beta = 4,09 \times 10^{-6} s^{-1}$$

Para a análise do GDL axial de Deslocamento em  $X$  ( $F_x$ ) com amortecimento utilizou-se as propriedades de simulação com ( $\Delta_t = 0,0001s$ ), ( $\Delta t_F = 0,001s$ ) e ( $t_f = 0,5s$ ) e pode ser observado na Figura 29.

Figura 29 Deslocamento Axial em Função do Tempo com amortecimento -- Força no último nó



Para validação desta implementação no tempo devemos considerar duas coisas, primeiro se a frequência natural calculada tem proximidade com a frequência calculada no gráfico.

Podemos primeiro transformar a frequência natural calculada em período:

$$w_m^{Axial} = 815,0461 \text{ rad/s}$$

$$T_m = \frac{2\pi}{w_m^{Axial}} = \frac{2\pi}{815,0461} = 0,0077s$$

Agora através do gráfico, Figura 28, do deslocamento em função do tempo podemos contar quantos picos de ondas há em um  $\Delta_t$  de 0,05 s e assim encontrar o período:

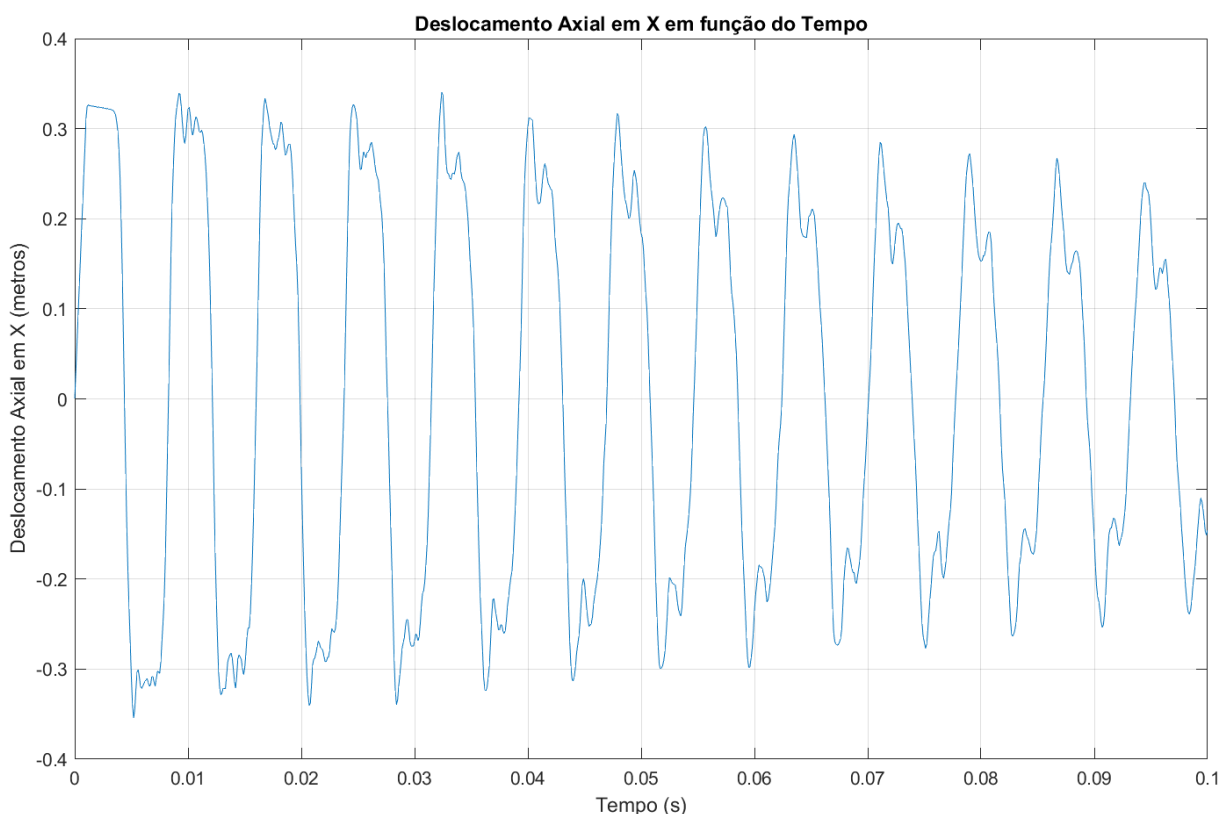
$$T_{\text{gráfico}} = \frac{\Delta_t}{N^{\circ} \text{ picos}} = \frac{0,05}{6,5} = 0,007692s$$

Logo podemos inferir que os períodos são os mesmos e que as frequências estão de acordo com as calculadas analiticamente e assim implementadas corretamente.

Outra inferência que pode ser feita é avaliar o impacto de cada coeficiente de amortecimento na resposta. Os coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$  do amortecimento de Rayleigh estão relacionados ao controle do amortecimento nas análises dinâmicas de estruturas.

Primeiramente podemos plotar o deslocamento, na Figura 29, com amortecimento proporcional apenas a Massa  $M$ , ou seja  $\beta = 0s^{-1}$ , e definirmos um valor calculado anterior de  $\alpha = 13,58s$ . Para a análise do GDL axial de Deslocamento em  $X$  ( $F_x$ ) com amortecimento utilizaremos as propriedades de simulação com  $(\Delta_t = 0,0001s)$ ,  $(\Delta t_F = 0,001s)$  e  $(t_f = 0,1s)$ .

Figura 30 Deslocamento Axial em Função do Tempo com amortecimento proporcional à massa – Força no último nó



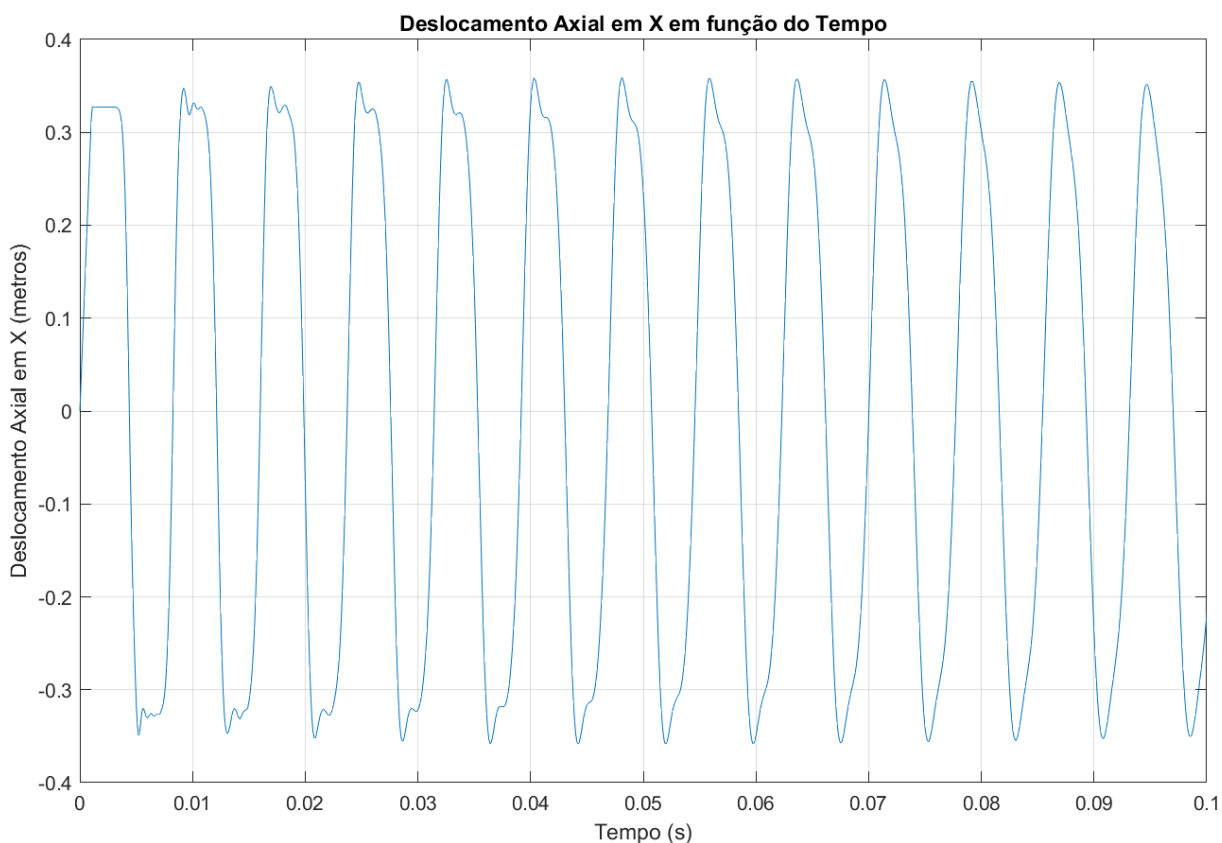
Ao analisar a Figura 30, foi possível observar o mesmo comportamento previamente descrito na seção 2.7.4, quanto à funcionalidade do coeficiente  $\alpha$ . As frequências mais baixas apresentam amortecimento mais acentuado (queda de amplitude dos picos de período maior), enquanto as frequências mais altas (picos de período menor) persistem por mais tempo, manifestando-se como pequenas oscilações sobrepostas aos primeiros picos de resposta. Esse comportamento



confirma a influência do coeficiente mostrado na Figura 14, associado à matriz de massa, que atua de forma mais efetiva na dissipação das componentes de baixa frequência, enquanto o amortecimento das componentes de alta frequência ocorre de maneira mais gradual.

Agora podemos plotar, Figura 31, o deslocamento com amortecimento proporcional apenas a Rigidez  $K$ , ou seja  $\alpha = 0$ s, e definirmos um valor calculado anterior de  $\beta = 4,09 \times 10^{-6} s^{-1}$ . Para a análise do GDL axial de Deslocamento em  $X$  ( $F_x$ ) com amortecimento utilizaremos as propriedades de simulação com  $(\Delta_t = 0,0001s)$ ,  $(\Delta t_F = 0,001s)$  e  $(t_f = 0.1s)$ .

Figura 31 Deslocamento Axial em Função do Tempo com amortecimento proporcional à rigidez -- Força no último nó



O gráfico obtido na Figura 31 também confirmam o comportamento esperado em relação ao coeficiente  $\beta$  mostrado na Figura 14. Observa-se que as frequências mais altas (picos de período menor) são amortecidas de forma mais rápida, resultando em uma resposta dinâmica mais suave e com menor presença de oscilações de alta frequência. Por outro lado, as frequências mais baixas (picos de período maior) mantêm-se por mais tempo, com um amortecimento mais gradual. Esse

comportamento evidencia a influência do coeficiente  $\beta$ , associado à matriz de rigidez, que atua de forma mais eficaz na dissipação das componentes de alta frequência, enquanto exerce menor impacto sobre as componentes de baixa frequência.

Uma das principais vantagens de computar o amortecimento em função das matrizes de massa e rigidez é a capacidade de representar um comportamento de amortecimento mais realista. Essa abordagem permite dissipar energia de forma equilibrada, atuando de maneira eficiente tanto sobre as frequências mais baixas (por meio do coeficiente  $\alpha$ ) quanto sobre as frequências mais altas (por meio do coeficiente  $\beta$ ). Assim, o sistema consegue simular de forma mais precisa a resposta dinâmica real, garantindo que diferentes faixas de frequência sejam amortecidas de acordo com suas características.

## **4.2 Estudo de Caso – Linha Neutra**

A seguir, faremos um estudo de caso, focando o deslocamento da linha neutra quando a coluna é submetida a cargas axiais (peso e tração), para uma simulação mais realista da coluna de perfuração, considerando agora uma configuração offshore da coluna que terá seu comprimento total na escala de quilômetros (magnitude ideal e real), composta de trechos com diferentes pesos e características geométricas para os drill pipes e drill collar. A coluna será modelada como um cilindro oco com espessura especificada, em vez de uma geometria maciça.

Para o caso do poço offshore, assumiremos uma lâmina d'água de 260 metros e uma profundidade de poço de 1000 metros a partir da linha de lama (mudline). Isso resulta em um comprimento total da coluna de aproximadamente 1260 metros (1.26 km), discretizada em elementos de viga de 3 metros, sendo 420 elementos e 421 nós, comum para poços no pós-sal em águas profundas. Se o poço fosse significativamente mais profundo, como acima de 5 km, a coluna poderia ser associada ao cenário de perfuração em campos do pré-sal.

### **Simplificações e Exclusões na Simulação**

Para simplificar o modelo, faremos as seguintes desconsiderações:

- Sem interação broca x coluna: Não será considerada a interação entre a broca e a coluna de perfuração.
- Sem interação com a parede do poço: Assumiremos que a coluna não está sujeita a forças laterais de contato com a parede do poço.
- Sem interação com o fluido de perfuração: O efeito do fluido de perfuração em contato com a coluna será ignorado.
- Sem interação com correntes marítimas: Forças geradas por correntes oceânicas serão desconsideradas, focando somente nas condições estáticas e dinâmicas da estrutura da coluna.
- Sem consideração de flambagem da viga.

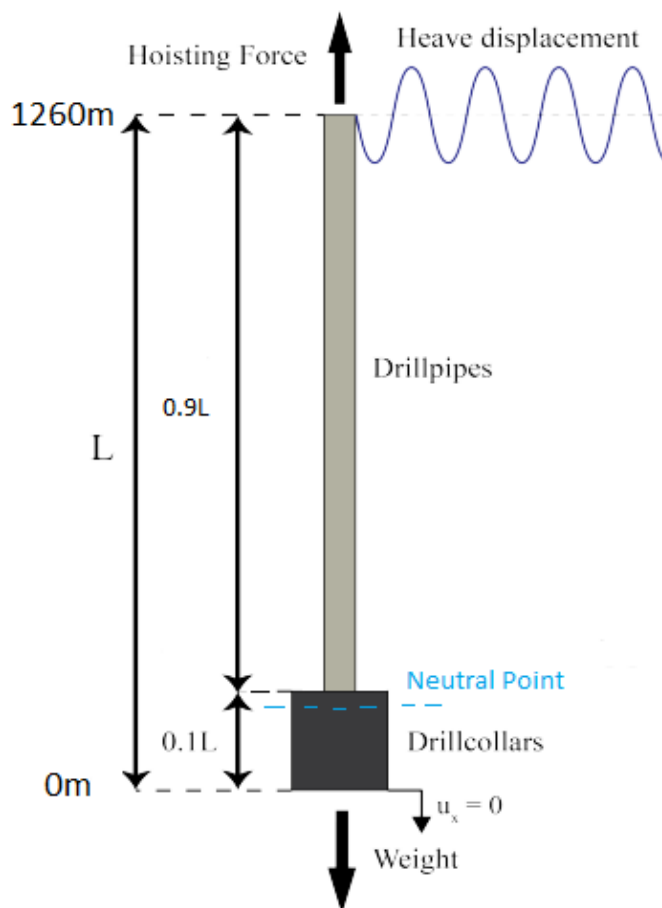
Durante a análise estática e dinâmica no domínio da frequência existirão 2 forças agindo na coluna, a força peso (em toda coluna) e a força de tração no topo da coluna (último nó), e para a análise dinâmica no domínio do tempo haverá mais uma força que será uma força harmônica representando o movimento de heave na plataforma (no topo da coluna, último nó).

### **Especificações geométricas**

Para este trabalho, adotaremos um referencial que posiciona o primeiro nó da viga (ponto 0 metros) como a base da coluna de perfuração, onde ela está fixamente engastada, representando a conexão com o fundo do poço. O último nó (ponto de 1260 metros) será o topo da coluna, onde ela estará livre, representando a extremidade superior que se conecta à plataforma de perfuração. Com isso, o referencial do eixo ao longo do qual faremos as análises será o eixo  $x$ , ou seja, a coluna de perfuração será orientada e discretizada ao longo desse eixo, as forças peso e de tração estarão, claro, axialmente neste referencial também.

O sistema da Coluna de Perfuração pode ser estruturado através da Figura 32.

Figura 32 Representação estrutural do estudo de caso da coluna de Perfuração



Fonte: Santos (2018)

Para implementar o movimento de heave neste modelo, estamos aplicando uma força harmônica na coluna de perfuração, em vez de um deslocamento direto. Optamos por essa abordagem porque a aplicação de uma força periódica foi mais simples de implementar do que um deslocamento harmônico direto. Essa força aplicada simula de maneira eficaz o efeito do movimento de heave induzido pelo movimento da plataforma offshore devido às ondas.

Para representar a viga foi considerado o aço utilizado em tubos, como material de cada elemento, e suas propriedades materiais estão listadas a seguir.

### Propriedades para todos os elementos

- Módulo de Young ( $E$ ): ( $210 \times 10^9$  Pa) (BAUCCIO, 1993).
- Módulo de cisalhamento ( $G$ ): ( $8 \times 10^{10}$  Pa) (BAUCCIO, 1993).

### Propriedades para Drill Pipes (BOURGOYNE *et al.*, 1986).

- Diâmetro externo ( $DE$ ) de 5 polegadas = 0,127 m
- Diâmetro interno ( $DI$ ) de 4,276 polegadas = 0,1086104 m

As propriedades dos diâmetros citadas acima foram escolhidas pois levou-se em consideração que estes diâmetros são os mais utilizados em perfurações (considerando uma média).

- Área da seção transversal ( $A$ ): Pode ser calculada como  $A = \frac{\pi}{4}(DE^2 - DI^2) = (3,402958 \times 10^{-3} \text{ m}^2)$
- Comprimento de cada drill pipe ( $L_t$ ): 9 m
- Volume de cada tubo ( $V$ ):  $L_t \times A = 0,030626622 \text{ m}^3$
- Massa Específica aço ( $\rho$ ):  $(7,8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)$
- Massa de cada tubo ( $m$ ): 238,887652 kg

Os momentos de inércia podem ser calculados desta forma, sendo uma seção oca:

$$I_{yz} = \frac{\pi}{64}(DE^4 - DI^4) \quad (4.12)$$

- Momento de inércia em  $y$  ( $I_y$ ):  $(5,93927 \times 10^{-6} \text{ m}^4)$ .
- Momento de inércia em  $z$  ( $I_z$ ):  $(5,93927 \times 10^{-6} \text{ m}^4)$ .
- Momento polar de inércia ( $J$ ):  $I_y + I_z = (1,18785 \times 10^{-5} \text{ m}^4)$  (CALLISTER e RETHWISCH, 2013).

### Propriedades para Drill collars (MITCHELL *et al.*, 2010).

- Diâmetro externo ( $DE$ ) de 8 polegadas = 0,2032 m
- Diâmetro interno ( $DI$ ) de 3 polegadas = 0,0762 m

Mesmo argumento dos Drill Pipes, as propriedades dos diâmetros citadas acima foram escolhidas pois levou-se em consideração que estes diâmetros são os mais utilizados em perfurações (considerando uma média).

- Área da seção transversal ( $A$ ): Pode ser calculada como  $A = \frac{\pi}{4}(DE^2 - DI^2) = (2,78689 \times 10^{-2} \text{ m}^2)$
- Comprimento de cada drill collar ( $L_t$ ): 9 m

- Volume de cada tubo ( $V$ ):  $L_t \times A = 0,2508201 \text{ m}^3$
- Massa Específica aço ( $\rho$ ):  $(7,8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)$
- Massa de cada tubo ( $m$ ):  $1956,39678 \text{ kg}$

Os momentos de inércia podem ser calculados da mesma forma anterior, sendo uma seção oca:

- Momento de inércia em  $y$  ( $I_y$ ):  $(8,20333 \times 10^{-5} \text{ m}^4)$ .
- Momento de inércia em  $z$  ( $I_z$ ):  $(8,20333 \times 10^{-5} \text{ m}^4)$ .
- Momento polar de inércia ( $J$ ):  $I_y + I_z = (1,6406665 \times 10^{-4} \text{ m}^4)$  (CALLISTER e RETHWISCH, 2013).

#### 4.2.1 Análise Estática

Para a análise estática da coluna de perfuração, consideramos duas forças principais: o peso total da coluna e uma força de tração. O peso será determinado somando-se a massa de toda a coluna e multiplicando esse valor pela aceleração da gravidade, resultando na força de compressão total. Esse peso total será então distribuído uniformemente ao longo da coluna. Para isso, dividimos o peso total pelo número de elementos da malha e aplicamos a força compressiva resultante em cada nó, exceto no primeiro nó, que representa o fundo do poço e é mantido fixo.

Para simular a tração, aplicaremos uma força adicional no último nó (topo da coluna), direcionada no sentido oposto ao peso. Essa força será uma porcentagem significativa do peso total, de forma a contrabalançar parte da compressão e permitir o controle da posição da linha neutra ao longo da coluna. Com esse ajuste, podemos posicionar a linha neutra de acordo com os requisitos operacionais, evitando que fique excessivamente comprimida ou tensionada, facilitando a análise das condições de equilíbrio estático.

O peso total da coluna pode ser calculado a seguir, onde  $n$  é o número da quantidade de cada tubo que pode ser calculado, onde  $(h)$  é a porcentagem da seção do tubo em relação ao comprimento da coluna,  $(j)$  é o número de elementos de viga da coluna e  $(i)$  é o comprimento de cada elemento:

$$n_{DrillPipe} = \frac{j \cdot h}{i} = \frac{420,0,9}{3} = 126 \quad (4.13)$$

$$n_{DrillCollar} = \frac{j \cdot h}{i} = \frac{420,0,1}{3} = 14$$

E  $g$  é a gravidade =  $9,81 \text{ m/s}^2$ :

$$P_{total} = P_{DrillPipe} + P_{DrillCollar} \quad (4.14)$$

$$P_{total} = n_{DrillPipe} \cdot m_{DrillPipe} \cdot g + n_{DrillCollar} \cdot m_{DrillCollar} \cdot g$$

$$P_{total} = 126 \cdot (238,887652) \cdot 9,81 + 14 \cdot (1956,39678) \cdot 9,81$$

$$P_{total} = 295279,4711 + 268691,5337$$

$$P_{total} = 563971,0048 \text{ N}$$

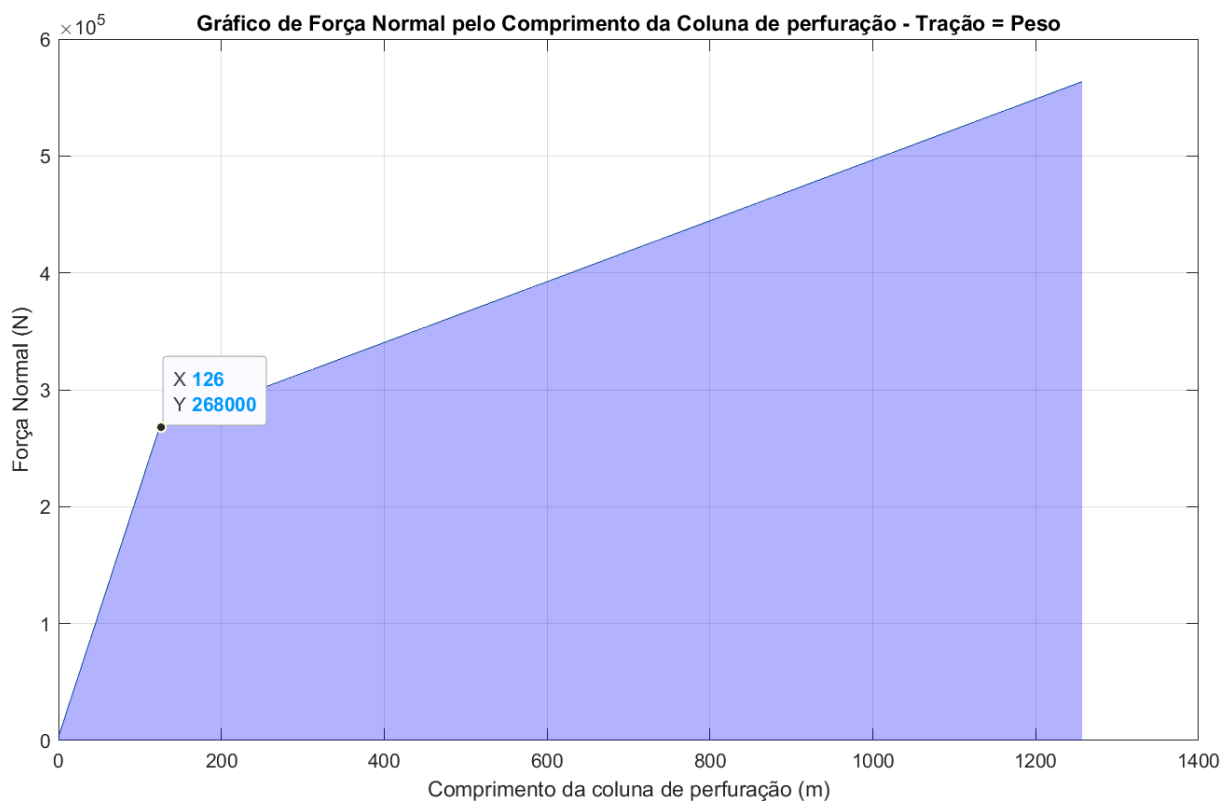
Agora com os pesos calculados de cada seção de tubos e o peso total, podemos saber quanto de peso iremos inserir nos nós para distribuir o peso em toda a coluna, podemos obter isto ao dividirmos o peso pela quantidade de elementos de cada seção de tubo ( $i$ ).

$$P_{DrillPipe\_cada\_nó} = \frac{P_{DrillPipe}}{j \cdot h} = \frac{295279,4711}{378} = 781,1626 \text{ N/m} \quad (4.15)$$

$$P_{DrillCollar\_cada\_nó} = \frac{P_{DrillCollar}}{j \cdot h} = \frac{268691,5337}{42} = 6397,417469 \text{ N/m}$$

Uma vez que distribuimos adequadamente os pesos nos nós ao longo da coluna, aplicamos uma força de tração no último nó (localizado no topo da coluna) com a mesma magnitude do peso total da estrutura. Essa força de tração é aplicada em sentido oposto ao da força peso, permitindo analisar o comportamento da linha neutra. Para isso, utilizamos os deslocamentos calculados e aplicamos a Equação 3.13 o que nos permitiu estimar as forças internas ao longo de toda a extensão da coluna, representada na Figura 33.

Figura 33 Representação da linha Neutra quando aplicado uma força de tração igual força peso



Ao plotarmos o somatório das forças ao longo do comprimento da coluna (considerando as forças de tração e compressão), observamos que a linha neutra se encontra exatamente na base da coluna, em  $x = 0$ . Esse resultado confirma que, ao aplicar uma força de tração equivalente ao peso da coluna, não ocorre compressão ao longo da estrutura. Dessa forma, o sistema permanece em equilíbrio e a ausência de compressão valida a exatidão dos cálculos e da distribuição de forças realizada.

Além de extrairmos o valor do gráfico, podemos calcular o ponto exato da coluna onde separa as duas porções de tubos como:

$$Posicao_{DrillPipe} = L_{coluna} \times 0,1 = 1260 \cdot 0,1 = 126m$$

Assim constatamos que de 0 até 126m estão localizados os Drill Collars, e de 126 até 1260m estão localizados os Drill Pipes, e se observarmos há uma variação na inclinação que é quando transitamos entre os limites de Drill Collar para Drill Pipe, isto é esperado uma vez que os tubos possuem inércias diferentes, e quando se passa a uma seção de tubo com menos inércia há menos compressão.



Se quisermos representar a linha neutra no seu devido lugar, isto é, na parte superior da seção dos Drill Collars temos que aplicar uma força de tração com uma porcentagem abaixo de 100% da força peso, uma vez que se aplicarmos uma força de tração um pouco menor que a força.

Assim conforme citado na seção de Método, para saber a quantidade de Tração ideal que deve ser aplicada no topo da coluna podemos aplicar alguns critérios para que quando aplicado o valor ideal o posicionamento da linha neutra esteja dentro da seção dos Drill Collars pela Equação 3.11 e que a compressão aplicada não ultrapasse o  $WOB_{max}$  pela Equação 3.12.

### Posicionamento da Linha Neutra

$$Tração (\%Peso) > 1 - \frac{268691,5337}{563971,0048} > 52,4\%$$

Assim para a Linha Neutra estar localizada nos Drill Collars há a necessidade de uma aplicação da força de tração acima de 52,5% do Peso total da coluna.

### Limitação do WOB Máximo

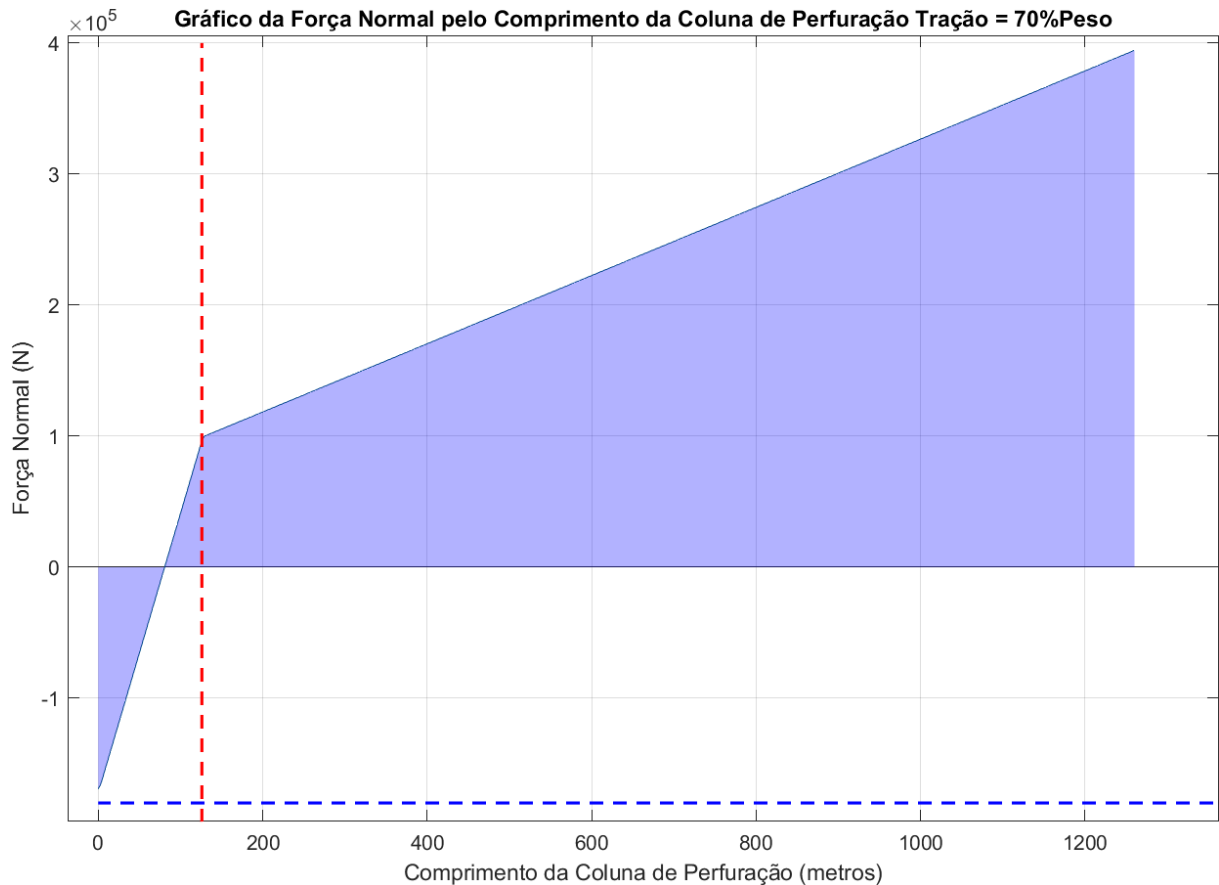
Assim como dito anteriormente, para este estudo de caso não será considerada a interação da coluna de perfuração com a broca, porém precisamos considerar uma broca e termos um  $WOB_{max}$  próximo do real de uma perfuração. Para este trabalho podemos considerar a broca HS series premium PDC bit que possui um  $WOB_{max}$  de 180kN, sendo assim possuindo um novo valor para tração.

$$Tração (\%Peso) > \frac{180000 \text{ N}}{268691,5337 \text{ N}} \times 126\text{m} > 67,2\%$$

E, portanto, basta selecionarmos uma porcentagem acima de 67,2% do Peso da Coluna para ser o valor de Tração, que assim respeitará os dois critérios.

Quando aplicamos 70% da força peso  $F_T = 563971,0048 \times 0,70 = 394.779,70\text{N}$  em força de tração conseguimos posicionar a linha neutra dentro da seção dos comandos e conseguimos respeitar o  $WOB_{max}$ , porém podemos ter mais certeza se de fato obtivermos os valores de compressão e a posição da linha neutra e confirmarmos que os critérios estão respeitados como podemos ver na Figura 34.

Figura 34 Representação da linha Neutra quando aplicado uma força de tração 62% da força peso



Para obter a quantidade de Compressão que temos basta subtrairmos a Força de Tração do Peso total da Coluna utilizando a Equação 3.13.

$$F_{\text{compressao}} = P_{\text{total}} - F_{\text{tracao}} = 563.971,0048N - 394.779,70N$$

$$F_{\text{compressao}} = 169.191,3 \text{ N} < WOB_{\text{max}}$$

Para obter a posição da Linha Neutra basta utilizar a Equação 3.14.

$$Posi\cãodaLinhaNeutra(m) = \frac{169191,3 \text{ N}}{268691,5337 \text{ N}} \times 126m =$$

$$Posi\cãodaLinhaNeutra(m) = 79,34 \text{ m} < 126m$$

Assim, tendo a confirmação de que os critérios estão sendo respeitados após escolhermos 70% do Peso como Força de Tação os critérios podem ser visualizados na Figura 34.

Na análise estática, o gráfico de distribuição de forças ao longo do comprimento da coluna permite identificar a posição da linha neutra e avaliar a compressão aplicada sobre os drill collars. Com base nesses resultados, verifica-se se os critérios operacionais estão sendo respeitados: a linha neutra deve permanecer abaixo dos drill collars e a força de compressão deve ser inferior ao WOB máximo permitido. Esse equilíbrio garante que os drill collars operem corretamente sob compressão, transmitindo o peso adequado à broca e evitando sobrecargas que poderiam comprometer a integridade da coluna.

Entretanto, alterações nos diâmetros interno e externo dos drill collars poderiam impactar significativamente esse comportamento. Um aumento no diâmetro externo eleva a rigidez da seção, tornando-a menos suscetível à flambagem, mas também aumenta o peso, o que pode deslocar a linha neutra ainda mais para baixo. Isso poderia resultar em excesso de compressão, aumentando o risco de ultrapassar o WOB máximo e comprometendo a estabilidade da perfuração. Por outro lado, uma redução no diâmetro externo diminuiria a rigidez e o peso dos drill collars, elevando a posição da linha neutra. Esse deslocamento poderia fazer com que parte dos drill collars passasse a operar sob tração, reduzindo a eficiência na transmissão de peso para a broca e aumentando o risco de instabilidades estruturais, como a flambagem.

Mudanças no diâmetro interno também influenciam a resistência e o peso da coluna. Um aumento do diâmetro interno diminui a espessura da parede, reduzindo o peso e a capacidade de suportar compressão, o que pode levar a uma posição inadequada da linha neutra e maior vulnerabilidade à flambagem. Já uma redução do diâmetro interno aumenta o peso e a rigidez, podendo gerar compressão excessiva e riscos de sobrecarga.

Portanto, qualquer alteração nos diâmetros dos drill collars exige uma nova análise das forças atuantes na coluna para garantir que a linha neutra permaneça adequadamente posicionada e que a compressão não ultrapasse os limites operacionais, preservando a eficiência e a segurança da perfuração.

### 4.2.2 Análise Dinâmica – Domínio do Tempo

Nesta seção, apresentaremos o comportamento da linha neutra da coluna sob influência da força peso e força de tração, variando no domínio do tempo. Esses carregamentos simulam condições reais de operação e permitem analisar como a coluna responde a variações de carga ao longo do tempo. Isso nos ajudará a compreender melhor os efeitos dinâmicos sobre a estabilidade e integridade da coluna, ao avaliar a posição da linha neutra.

No domínio do tempo, será realizada a implementação de uma força harmônica aplicada ao último nó da coluna de perfuração, localizado no topo. Esta força é projetada para simular o movimento de *heave* típico em operações offshore, que resulta do deslocamento vertical da plataforma devido às ondas do mar. A análise busca investigar como esse carregamento dinâmico afeta a posição da linha neutra ao longo da coluna.

A força harmônica, o *heave*, será representada matematicamente por  $F(t) = F_{\text{estático}} + F_0 \sin(\omega t)$ , onde  $F_{\text{estático}}$  é a amplitude da força de Tração,  $F_0$  é a amplitude da força de heave e  $\omega$  é a frequência angular do movimento. Ao aplicar esta força na extremidade livre da coluna, propagam-se ondas ao longo da estrutura, que interagem com as condições de contorno (engastamento na base do poço) e podem gerar reflexões, criando padrões complexos de vibração. Esta força agirá em todos os instantes de tempo juntamente com a força peso, porém variará harmonicamente.

Para as análises a seguir utilizaremos a mesmas propriedades anteriores. Logo abaixo realizaremos uma análise dinâmica em função do tempo do último nó da viga (ponta final), quando este sofre uma força no primeiro instante de tempo (vibração livre), utilizando o método de Newmark (Aceleração Média Constante) sem amortecimento utilizando a matriz de massa distribuída e até o modo 3 de vibração.

#### Propriedades da simulação:

- Tempo inicial ( $t_i$ ): (0s)

- Tempo final ( $t_f$ ): (22s) – A simulação será longa, pois a coluna de perfuração é extensa e suas frequências naturais diminuirão, assim requerendo um tempo de simulação maior.
- Tamanho do passo de tempo ( $\Delta t$ ): (0,01s) – Para boa discretização será suficiente.
- Posição inicial ( ${}^0U$ ): (0m) – Partindo do repouso
- Velocidade inicial ( ${}^0\dot{U}$ ): (0m/s) – Partindo do repouso
- Parâmetro ( $\delta$ ): ( $\frac{1}{2}$ ) – Parâmetro para estabilidade incondicional
- Parâmetro ( $\gamma$ ): ( $\frac{1}{4}$ ) – Parâmetro para estabilidade incondicional
- A força harmônica ( $F(t)$ ) aplicada no último nó da coluna (topo) foi definida como  $F(t) = F_0 + 0,1\%.F_0 \sin(3t)$ , onde ( $F_0$ ) representa 70% do peso total da coluna e pode ser observado na Figura 35. Essa escolha foi feita para garantir que a linha neutra permaneça dentro da seção dos Drill Collars, assegurando que a compressão seja mantida conforme os resultados estáticos indicaram ser o ideal. A força ( $F_0$ ) equivale a (394779,7 kN), mas a variação harmônica foi restrita a apenas 0,1% dessa força, ou seja, cerca de (34,97 N), para simular de forma fiel as oscilações suaves induzidas pelo movimento de heave.

Figura 35 Força Harmônica de Tração + Heave pelo tempo

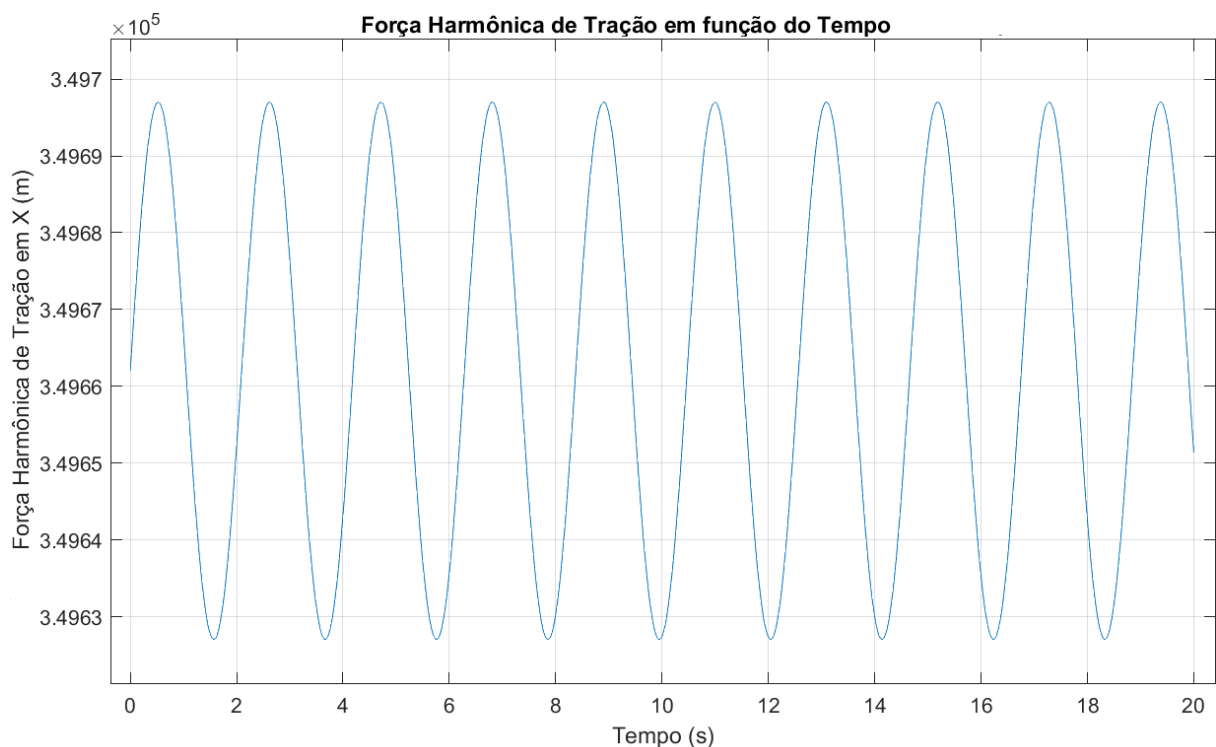
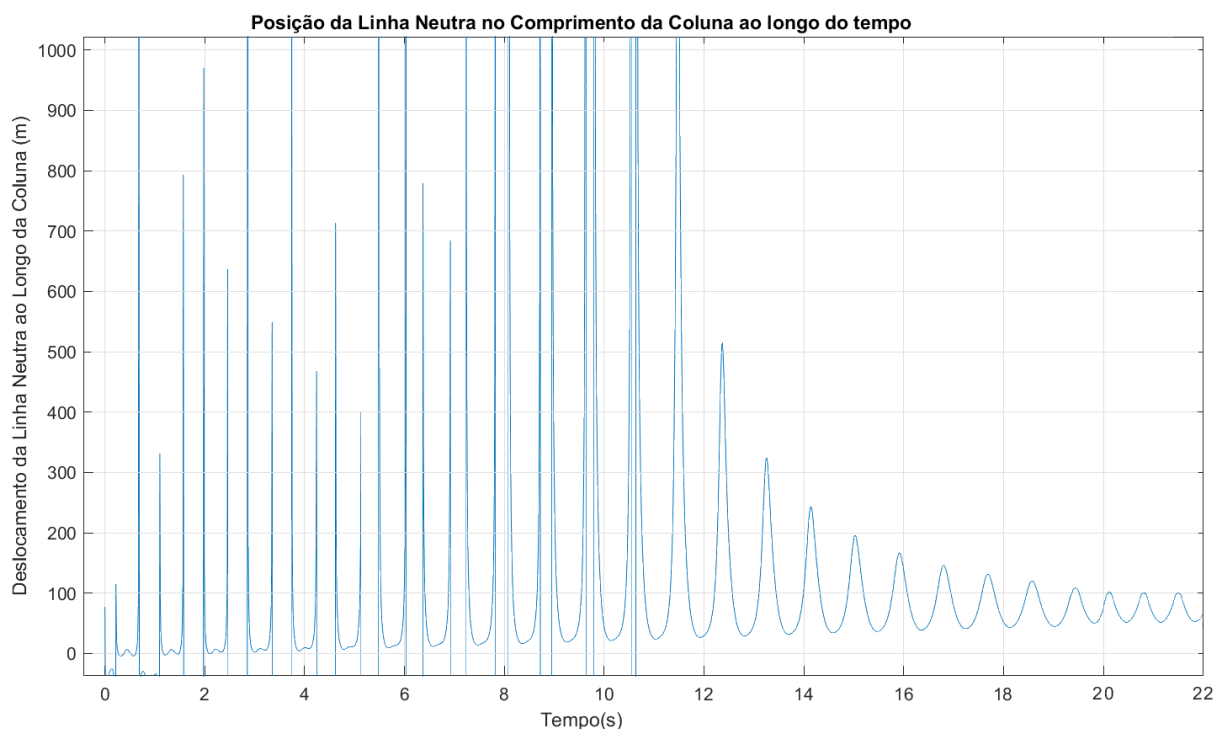


Figura 36 Posição da linha Neutra em função do Tempo



Na Figura 36, observa-se inicialmente um comportamento transitório com oscilações intensas da posição da linha neutra, resultado direto da ausência de uma condição de equilíbrio inicial no modelo. Esse comportamento é esperado, pois o sistema foi iniciado sem considerar a deformação estática prévia, o que provoca um tranco inicial que gera reflexões de ondas ao longo da coluna. Esse transiente numérico leva a grandes oscilações nos primeiros segundos da simulação.

Quando a linha neutra assume valores negativos ( $z < 0$ ), isso indica que a coluna está inteiramente tracionada. Esse comportamento ocorre devido ao engaste na base (em  $z = 0$ ), que impede o desprendimento da coluna. Em um cenário real, isso corresponderia a uma falha operacional, como a perda de contato da broca com o fundo do poço, o que comprometeria a perfuração.

Por outro lado, quando a linha neutra ultrapassa o comprimento da coluna, isso representa uma condição onde a coluna está completamente comprimida. Essa condição pode causar problemas significativos na operação. Caso a linha neutra se desloque muito para baixo, aproximando-se da broca, os drill collars podem não ter compressão suficiente para transmitir o peso necessário, comprometendo o peso sobre a broca (WOB). Isso reduz a taxa de penetração (ROP) e a eficiência da

perfuração. Em situações extremas, se a linha neutra teoricamente se posicionar abaixo da broca, toda a seção dos drill collars estará sob tensão, perdendo sua capacidade de estabilizar o conjunto de fundo (BHA) e de permitir a perfuração.

Além disso, se a linha neutra se deslocar acima do limite entre os drill collars e os drill pipes, os tubos de perfuração, que não são projetados para suportar forças compressivas, tornam-se vulneráveis à flambagem. Esse cenário pode levar à flambagem helicoidal, causando contato com as paredes do poço, o que resulta em desgaste excessivo, aumento do torque e arraste, falhas nos tubos e até danos no poço. Essas condições aumentam os riscos de stuck pipe, elevam os custos operacionais e comprometem a eficiência da operação.

Adicionalmente, caso a posição da linha neutra fique muito próxima do limite entre os drill pipes e os drill collars, movimentos oscilatórios como o heave podem deslocar a linha neutra acima dos drill collars, agravando os riscos para os drill pipes. O uso de um compensador de heave torna-se essencial nesse contexto, pois ajuda a preservar um WOB e um ROP mais constantes, reduzindo a influência das oscilações. Dessa forma, é possível aumentar a eficiência da operação, otimizar o tempo necessário para a perfuração e minimizar os custos associados. Para evitar essas oscilações não realistas, o ideal seria iniciar a simulação considerando a deformação estática de equilíbrio. Assim, a resposta dinâmica da coluna seria mais coerente com o comportamento físico real, eliminando o tranco inicial e suavizando o comportamento transitório.

Por fim conforme o tempo avança, o sistema entra em regime estacionário, e a linha neutra estabiliza-se harmonicamente ao redor de sua posição inicial de 79 metros. Este valor foi previamente calculado na análise estática e validado como a posição inicial da linha neutra, onde as forças de tração e compressão se equilibram. Durante o regime estacionário, a linha neutra oscila de forma suave e periódica, acompanhando o comportamento da força harmônica aplicada. Isso demonstra que, após o término do período transitório, o sistema reflete o comportamento esperado para uma força de entrada senoidal.

Esse resultado reforça a fidelidade da simulação em capturar fenômenos dinâmicos importantes na análise de colunas de perfuração.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou o desenvolvimento e implementação de um simulador numérico para a análise estática e dinâmica de colunas de perfuração offshore em condições realistas, mas de forma simplificada. O simulador foi projetado para operar em seis graus de liberdade (6GDL) em 3D, permitindo análises tanto no domínio da frequência quanto no tempo. Os resultados demonstraram consistência e confiabilidade ao longo das validações realizadas, comprovando a eficácia do modelo.

Um dos principais objetivos alcançados foi a análise detalhada da posição da linha neutra (ponto de tensão zero) em diferentes cenários de carregamento, considerando forças axiais, cisalhantes e momentos fletores e torsores. Essa análise foi essencial para verificar critérios operacionais importantes, como manter a linha neutra abaixo dos drill collars e garantir que a compressão não ultrapassasse o limite do WOB máximo.

Além disso, o simulador permitiu observar o impacto de movimentos harmônicos de heave e demonstrou como variações nos diâmetros dos drill collars podem influenciar o comportamento estrutural da coluna. A implementação de amortecimento pelo método de Rayleigh contribuiu para uma representação mais realista, controlando adequadamente as frequências mais baixas e mais altas.

Esses resultados reforçam a importância de um ajuste preciso da tração aplicada e do uso de sistemas como o compensador de heave para manter o WOB e o ROP estáveis, melhorando a eficiência operacional e reduzindo custos.

### 5.1 Contribuições do trabalho

A principal contribuição deste trabalho foi o desenvolvimento de um simulador numérico versátil, capaz de realizar análises estáticas e dinâmicas (nos domínios da frequência e do tempo) de colunas de perfuração offshore, com modelagem tridimensional e seis graus de liberdade (6GDL).

O simulador representou com precisão os comportamentos vibratórios e as distribuições de tensão ao longo da coluna de perfuração, permitindo a avaliação de



critérios fundamentais para a operação segura e eficiente, como o posicionamento da linha neutra abaixo dos drill collars e a manutenção da força de compressão abaixo do limite do WOB máximo.

Outro destaque foi a capacidade de identificar riscos estruturais, como flambagem dos drill pipes e falhas operacionais decorrentes de deslocamentos excessivos da linha neutra. A análise também demonstrou a relevância de considerar variações nos diâmetros interno e externo dos drill collars, que podem afetar a distribuição de forças e o comportamento dinâmico da coluna.

A implementação do amortecimento de Rayleigh, com ajuste dos coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , possibilitou uma modelagem mais realista da dissipação de energia, equilibrando o amortecimento de frequências baixas e altas.

Por fim, o simulador se mostrou uma ferramenta eficaz para otimizar as operações de perfuração, permitindo ajustes precisos na tração aplicada e contribuindo para a aplicação de sistemas como o compensador de heave. Isso resultou em uma operação mais segura e eficiente, com WOB e ROP mais constantes e redução dos custos operacionais.

## **5.2 Trabalhos futuros**

Para futuras aplicações e melhorias, recomenda-se ampliar o simulador para considerar outros graus de liberdade, especialmente em condições onde há maior complexidade nas interações físicas. Outras melhorias incluem considerar a interação entre a coluna e a parede do poço, a interação entre a coluna e a broca, além do efeito do fluido de perfuração, que pode influenciar significativamente o comportamento dinâmico. Por fim, aplicar o modelo em poços direcionais ou com maiores comprimentos também poderá trazer insights adicionais sobre o desempenho e a estabilidade das colunas de perfuração em configurações de poço mais complexas.

## REFERÊNCIAS

ADAMS, V.; ASKENAZI, A. **Building better products with finite element analysis**. Santa Fe, Nm: Onword Press, 1ª ed, 1999. ISBN: 9783662054239.

ALBERS, P. **Motion Control in Offshore and Dredging**. Dordrecht: Springer Netherlands, 1ª ed, 2010. ISBN: 978-90-481-8803-1.

AZAR, J. J.; G ROBELLO SAMUEL. **Drilling engineering**. Tulsa, Okla.: Pennwell, 1ª ed, 2007. ISBN: 9781593700720.

AZEVEDO, Álvaro F. M. Método Dos Elementos Finitos. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal, 1ª ed, 2003.  
<[http://www.alvaroazevedo.com/publications/books/livro\\_mef\\_aa\\_1ed/doc/Livro\\_MEF\\_AA.pdf](http://www.alvaroazevedo.com/publications/books/livro_mef_aa_1ed/doc/Livro_MEF_AA.pdf)>. Acesso em: 21/01/2025.

BALAKRISHNAN, K.; SHARMA, A.; ALI, R. Comparison of Explicit and Implicit Finite Element Methods and its Effectiveness for Drop Test of Electronic Control Unit. **Procedia Engineering**, v. 173, p. 424–431, 2017. 10.1016/j.proeng.2016.12.042.

BATHE, K.-J. (ED.). **Finite element procedures**. Watertown, MA: K.J. Bathe, 1ª ed, 2007. ISBN: 9780979004902.

BAUCCIO, Michael et al. (ED.). **ASM metals reference book**. ASM international, 3ª ed, 1993. ISBN: 9780871704788.

BEAUFIT, F. W. **Computer Methods of Structural Analysis**. Prentice Hall, 1970. ISBN: 9780131659513.

BOURGOYNE, A. T. et al. (ED.). **Applied drilling engineering**. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 1ª ed, 1986. ISBN: 978-1-55563-001-0.

CAI, M. et al. **Downhole vibration characteristics of 3D curved well under drillstring-bit-rock interaction**. International Journal of Non-Linear Mechanics, v. 154, p. 104430, 2023. 10.1016/j.ijnonlinmec.2023.104430.

CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Materials Science and Engineering: An Introduction**. John Wiley & Sons, 9ª ed, 2013. ISBN: 9781118477700.

CAYRES, B. et al. Analysis of Dry Friction-Induced Stick-Slip in an Experimental Test Rig Modeling a Drill String. Em: PENNACCHI, P. (Ed.). **Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics**. Mechanisms and Machine Science. Cham: Springer International Publishing, 2015. v. 21p. 195–204. ISBN: 978-3-319-06590-8.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures**. New Dehli: Cbs Publishers & Distributors, 2<sup>a</sup> ed, 2015. ISBN: 9788123926636.

COURANT, Richard. **Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations**. Bulletin of the American Mathematical Society 49, 1-23, 1943. 10.1090/s0002-9904-1943-07818-4.

CUNHA, A.; SOIZE, C.; SAMPAIO, R. **Computational modeling of the nonlinear stochastic dynamics of horizontal drillstrings**. Computational Mechanics, v. 56, n. 5, p. 849–878, 2015. 10.1007/s00466-015-1206-6.

DONG, G.; CHEN, P. A Review of the Evaluation, Control, and Application Technologies for Drill String Vibrations and Shocks in Oil and Gas Well. **Shock and Vibration**, v. 2016, p. 1–34, 2016. 10.1155/2016/7418635.

GERE, J. M.; TIMOSHENKO, S. **Mechanics of materials**. New Delhi: Cbs Publishers & Distributors Pvt. Ltd, 2004. ISBN: 9788123908946.

GHASEMLOONIA, A.; GEOFF RIDEOUT, D.; BUTT, S. D. Vibration Analysis of a Drillstring in Vibration-Assisted Rotary Drilling: Finite Element Modeling With Analytical Validation. **Journal of Energy Resources Technology**, v. 135, n. 032902, 25 mar. 2013. 10.1115/1.4023333.

HAKIMI, H.; MORADI, S. Drillstring vibration analysis using differential quadrature method. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 70, n. 3–4, p. 235–242, fev. 2010. 10.1016/j.petrol.2009.11.016.

HRENNIKOFF, A. Solution of Problems of Elasticity by the Framework Method. **Journal of Applied Mechanics**, v. 8, n. 4, p. A169–A175, 1 dez. 1941. 10.1115/1.4009129

KHULIEF, Y. A.; AL-SULAIMAN, F. A.; BASHMAL, S. Vibration analysis of drillstrings with string—borehole interaction. **Proceedings of the Institution of**

**Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 222, n. 11, p. 2099–2110, 1 nov. 2008. 10.1243/09544062JMES968.

KAMEL, F. **Modélisation numérique de la réponse sismique d'un sol et évaluation des effets induits**. Tese de doutorado, Université de Skikda, 2018. 10.13140/RG.2.2.26819.94241.

KATTAN, P. I. **MATLAB Guide to Finite Elements: An Interactive Approach**. Berlin ; New York: Springer, 2<sup>a</sup> ed, 2007. ISBN: 978-3-642-43957-5.

KIM, N. H.; SANKAR, B. V.; KIM, N.-H. **Introduction to finite element analysis and design**. New York Weinheim: Wiley, 1<sup>a</sup> ed, 2008. ISBN: 978-0-470-12539-7.

LEVY, S. Influence Coefficients of Tapered Cantilever Beams Computed on SEAC. **Journal of Applied Mechanics**, v. 20, n. 1, p. 131–133, mar. 1953. 10.1115/1.4010605.

LOOYEH, R.; AADNØY, B. S. **Petroleum rock mechanics: drilling operations and well design**, 1<sup>a</sup> ed, Amsterdam Oxford: Gulf Professional Pub, 2011. ISBN: 978-0-12-385546-6.

MCCORMAC, J. C. **Structural Analysis: Using Classical and Matrix Methods**. Wiley, 4<sup>a</sup> ed, 2012. ISBN: 978-1-118-51368-2.

MCHENRY, Douglas. **A Lattice Analogy for the solution of stress problems**. Journal of the Institution of Civil Engineers 21, no. 2 1943 p.59-82. 10.1680/ijoti.1943.13967.

MITCHELL, R. F. et al. (EDS.). **Fundamentals of drilling engineering**. Richardson, TX: Society of Petroleum Engineers, 2010. ISBN: 978-1-55563-207-6.

MOHAMMADZADEH, M.; et al. **Nonlinear vibrations of composite drill strings considering drill string–wellbore contact and bit–rock interaction**. Archive of Applied Mechanics, v. 92, n. 9, p. 2569–2592, 2022. 10.1007/s00419-022-02198-y.

NIKOLIĆ, M. IBRAHIMBEGOVIC, A. MIŠČEVIĆ, P. **Discrete lattice element approach for rock failure modeling**. Advances in Civil and Architectural Engineering 8, no. 14 (2017): 1-7. 10.13167/2017.14.1.

PARREIRAS, E. A. **Modeling and Simulation of 3D Frame Structures**. Trabalho de Conclusão de Curso. 2019. <<http://monografias.ice.ufjf.br/tcc-web/tcc?id=462>>. Acesso em: 21/01/2025.

RAO, S. S. **The finite element method in engineering**. Sixth edition ed. Kidlington, Oxford, United Kingdom: Butterworth-Heinemann, an imprint of Elsevier, 6ª ed, 2017. ISBN: 978-0-12-811768-2.

REAL, F. F. **Modeling and Experimental Identification of Drill String Torsional Dynamics Under Uncertainties**. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica—Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, nov. 2018. <<https://pantheon.ufrj.br/bitstream/11422/12119/1/FabioFerreiraReal.pdf>>. Acesso em: 21/01/2025.

SANTOS, Nicolau Oyhenard dos. **Study of the Influence of Offshore Drilling Rigs Heave Motions in Drillstrings Dynamic Behavior**. Tese de Mestrado. Universidade de São Paulo, 2018. 10.11606/D.3.2019.tde-12122018-074029.

SPARKS, C. P. **Fundamentals of marine riser mechanics: basic principles and simplified analyses**. Tulsa, Okla: Penn Well, 2007. ISBN: 978-1-59370-070-6.

WANG, L. et al. Three-dimensional vortex-induced vibrations of supported pipes conveying fluid based on wake oscillator models. **Journal of Sound and Vibration**, v. 422, p. 590–612, 2018. 10.1016/j.jsv.2018.02.032.

WEAVER, W.; GERE, J. M. **Matrix Analysis Framed Structures**. Springer Science & Business Media, 3ª ed, 1990. ISBN: 9780412078613.



## Simulação numérica para análise de vibração da coluna de perfuração offshore na indústria de óleo e gás

Tadeu Daltiere de Oliveira

Orientador: Prof. Ronaldo Carrion

Artigo Sumário referente à disciplina PMI3349 – Trabalho de Conclusão de Curso II

Este artigo foi preparado como requisito para completar o curso de Engenharia de Petróleo na Escola Politécnica da USP.

Template versão 2021v01.

### Resumo

O desempenho da perfuração em operações offshore em grandes lâminas d'água é essencial para a viabilidade econômica dos projetos de exploração e produção de óleo e gás. Esse desempenho depende da condição da coluna de perfuração e de seus componentes durante todo o processo, sendo influenciado, em particular, pelos movimentos da coluna dentro do poço, que causam vibrações responsáveis por perdas de eficiência e desgaste dos equipamentos. Este trabalho tem como objetivo construir um simulador numérico 3D para analisar o comportamento vibratório de uma coluna de perfuração offshore, a fim de entender as dinâmicas envolvidas e auxiliar no prolongamento da vida útil dos equipamentos. Para alcançar esse objetivo, implementou-se a modelagem numérica da coluna de perfuração utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) através do ambiente de programação MATLAB®. O MEF se destaca por sua precisão e viabilidade computacional, permitindo uma análise detalhada dos fenômenos vibratórios e suas implicações na integridade estrutural da coluna. O simulador trouxe resultados confiáveis que permitiu representar, de forma simplificada, o comportamento estático e dinâmico vibratório da coluna de perfuração, quando esta última é induzida por forças que ocorrem durante uma perfuração, e através dele pode ser feito uma avaliação do comportamento da linha neutra e o peso sobre broca (PSB).

Palavras-chave: Colunas de Perfuração, Vibrações Mecânicas, Poços de Petróleo Offshore, Método dos Elementos Finitos.

### Abstract

The drilling performance in offshore operations in deepwater environments is essential for the economic viability of oil and gas exploration and production projects. This performance depends on the condition of the drill string and its components throughout the process, particularly influenced by the movements of the drill string within the well, which cause vibrations responsible for efficiency losses and equipment wear. This work aims to build a 3D numerical simulator to analyze the vibrational behavior of an offshore drill string to understand the dynamics involved and support the extension of the equipment's useful life. To achieve this objective, the numerical modeling of the drill string was implemented using the Finite Element Method (FEM) in the MATLAB® programming environment. FEM stands out for its precision and computational feasibility, allowing a detailed analysis of the vibrational phenomena and their implications for the structural integrity of the drill string. The simulator provided reliable results that contributed to representing, in a simplified way, the static and vibratory behavior of the drilling string, when the latter is caused by forces that occur during drilling, and through it an evaluation of the neutral behavior of the neutral point and the weight on bit (WOB) can be made.

## 1. Introdução

A exploração offshore na indústria de óleo e gás apresenta desafios técnicos e econômicos significativos, especialmente devido às condições adversas enfrentadas pela coluna de perfuração, como altas pressões, forças de torção e vibrações. Essas vibrações podem causar falhas mecânicas e impactar a eficiência e segurança das operações. A análise de vibrações é fundamental para controlar essas operações, mas métodos tradicionais nem sempre capturam o comportamento dinâmico completo da coluna. Diversos estudos contribuíram para o avanço nesse campo. Real (2018) analisou vibrações torcionais e propôs ajustes operacionais para mitigá-las. Khulief et al. (2008) investigaram o impacto do contato entre a coluna e a parede do poço nas vibrações laterais. Cayres et al. (2015) estudaram o fenômeno de stick-slip, sugerindo controle de torque e rotação para reduzir vibrações. Dong e Chen (2016) destacaram a importância de sistemas de monitoramento em tempo real, e Ghasemloonia et al. (2013) aplicaram o Método dos Elementos Finitos (MEF) para modelar vibrações, validando os resultados com dados experimentais. A simulação numérica, especialmente com o uso do MEF, se destaca como uma ferramenta poderosa para prever e analisar o comportamento da coluna de perfuração sob diversas condições. O MEF oferece soluções detalhadas para problemas complexos de engenharia, sendo amplamente utilizado em mecânica estrutural e outras áreas. No entanto, seu uso exige compreensão teórica adequada para garantir resultados confiáveis (BATHE, 2014; RAO, 2018).

## 2. Metodologia

A metodologia deste trabalho consistiu no desenvolvimento e implementação de um simulador numérico para a análise estática e dinâmica de colunas de perfuração, operando em seis graus de liberdade (GDL) em 3D. O simulador foi criado no MATLAB®, sendo implementadas funções para leitura de propriedades materiais, definição geométrica e estruturação da coluna, além da formulação das matrizes de rigidez e massa essenciais para a análise pelo Método dos Elementos Finitos (MEF).

A validação inicial foi realizada utilizando uma viga em balanço (cantilever beam) para testar deslocamentos estáticos e dinâmicos. No domínio da frequência, as matrizes de rigidez e massa foram acopladas para calcular as frequências naturais e avaliar a eficácia do amortecimento de Rayleigh. Já no domínio do tempo, o método de Newmark foi implementado para simular vibrações livres, observando os efeitos dos coeficientes de amortecimento.

Após a validação, o simulador foi aplicado a um estudo de caso de uma coluna de perfuração offshore vertical, utilizando dados simplificados. O modelo de tração foi ajustado para garantir que a linha neutra permanecesse abaixo dos comandos, respeitando também o limite do WOB máximo da broca. Para isso, foram utilizadas equações específicas para o cálculo da tração, força de compressão e posicionamento da linha neutra. As equações adotadas garantiram a conformidade com os critérios operacionais da coluna de perfuração.

## 3. Resultados

Inicialmente, o simulador foi validado com simulações de vigas, verificando a precisão dos resultados de deslocamentos e forças internas. Com a validação confirmada, o simulador foi aplicado a um estudo de caso de uma coluna de perfuração, analisando sua resposta estática e dinâmica, incluindo a variação da linha neutra e o comportamento vibratório.

### 3.1. Validação do Simulador

#### 3.1.1. Validação Estática

O simulador foi desenvolvido no MATLAB® para analisar o comportamento estático de uma viga. A viga foi modelada de forma linear 1D, com os nós distribuídos ao longo do eixo x, desde a origem até 3 metros. Para validar o GDL axial em X pode-se fazer uma comparação de valores numéricos e analíticos obtidos de uma compressão de  $(-10^8 N)$  em X do último nó da viga abaixo com as seguintes propriedades:

- Módulo de Young ( $E$ ):  $(210 \times 10^9 \text{ Pa})$  (BAUCCIO, 1993).
- Módulo de cisalhamento ( $G$ ):  $(8 \times 10^{10} \text{ Pa})$  (BAUCCIO, 1993).
- Área da seção transversal ( $A$ ):  $(7,92665 \times 10^{-3} \text{ m}^2)$ , este valor foi considerado para que se obtivesse um valor de momento de inércia arredondado, pois então temos um raio ( $r$ ) de  $5,023 \times 10^{-2} \text{ m}$ .
- Momento de inércia em y ( $I_y$ ):  $(5 \times 10^{-6} \text{ m}^4)$ .
- Momento de inércia em z ( $I_z$ ):  $(5 \times 10^{-6} \text{ m}^4)$ .
- Momento polar de inércia ( $J$ ):  $I_y + I_z = (10^{-5} \text{ m}^4)$  (CALLISTER e RETHWISCH, 2007).

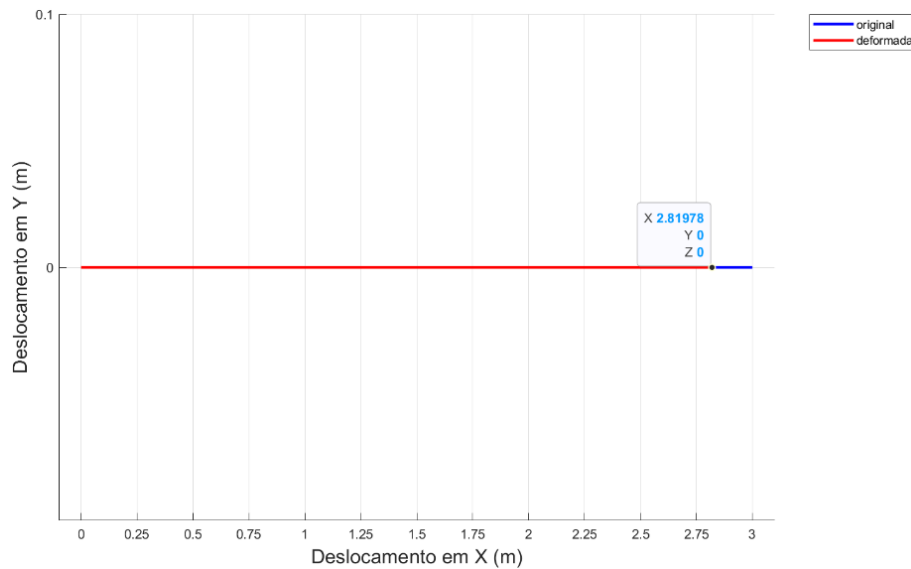


Figura 1 - Deslocamento da viga sob efeito de uma força axial de  $(-10^8 N)$ .

### Comparação de Deslocamentos em X

Valor Analítico:

$$U_x = \frac{F_x L}{EA} = \frac{-10^8 \times 3}{210 \cdot 10^9 \times 7,92665 \times 10^{-3}} = -0,18022385 \text{ m}$$

Posição do último nó da viga após deslocamento =  $L - U_x = 2,8197761 \text{ m}$

Valor Numérico:  $2,81978 \text{ m}$

Podemos observar na Figura 1 que, assim como na análise anterior, ( $U_x$ ) não houve diferença entre os valores mostrando precisão exata o que era esperado, assim estaticamente ele está validado assim como os outros GDL.

### 3.1.2. Validação Dinâmica - Frequência

A análise no domínio da frequência foi realizada para mapear as respostas vibratórias da viga, permitindo a identificação das frequências naturais e a avaliação do amortecimento. Para as análises subsequentes, utilizou-se uma malha de 100 elementos e 101 nós, com elementos de 0,1 metros, aumentando o comprimento da viga. Essa abordagem reduziu a necessidade de frequências muito altas, já



que a frequência de vibração é inversamente proporcional ao comprimento da viga. Os elementos da viga possuem as mesmas propriedades da validação estática com a adição de:

- Massa Específica aço estrutural ASTM A36 ( $\rho$ ):  $(7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)$  (BAUCCIO, 1993).

Força Axial em X ( $F_x$ ) - Deslocamento Normalizado - Força de compressão ( $-10^8 \text{ N}$ ) aplicada no último nó da viga

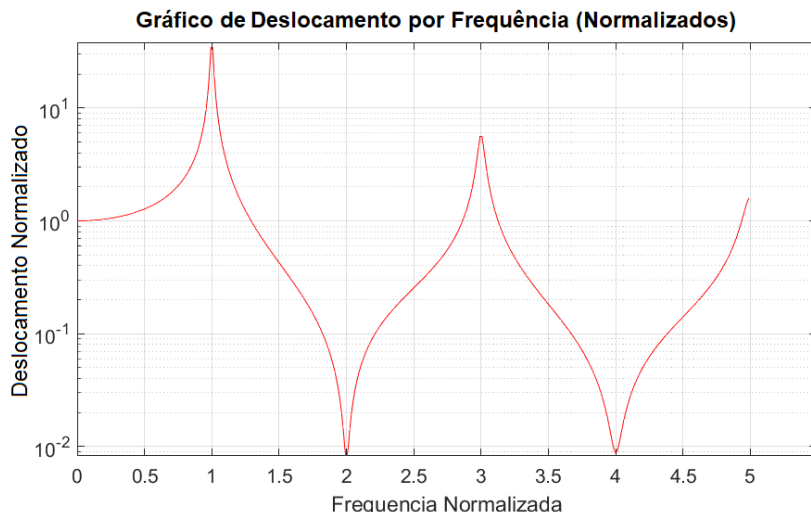


Figura 2 - Deslocamento Axial Normalizado por Frequência Normalizada – Força no último nó.

O gráfico de Deslocamento Normalizado por Frequência Normalizada (Figura 2) mostra como a estrutura responde a diferentes frequências em relação à frequência de referência (primeiro modo de vibração). Esse gráfico permite identificar picos de resposta, ressonâncias, antirressonâncias e amortecimento. O simulador demonstrou bom comportamento, com alternância entre picos de ressonância e antirressonância, indicando uma resposta adequada do sistema às frequências normais específicas, deslocamentos e forças internas.

### 3.1.3. Validação Dinâmica - Tempo

Nesta seção, os resultados das análises dinâmicas no domínio do tempo pelo método de Newmark considera uma viga de 10 metros, dividida em 100 elementos de 0,1 metros. A análise investigou como os segmentos da viga interagem e respondem às cargas, considerando a influência da frequência natural, modos de vibração e amortecimento. Foi aplicado uma Força Axial em X ( $10^8 \text{ N}$ ).

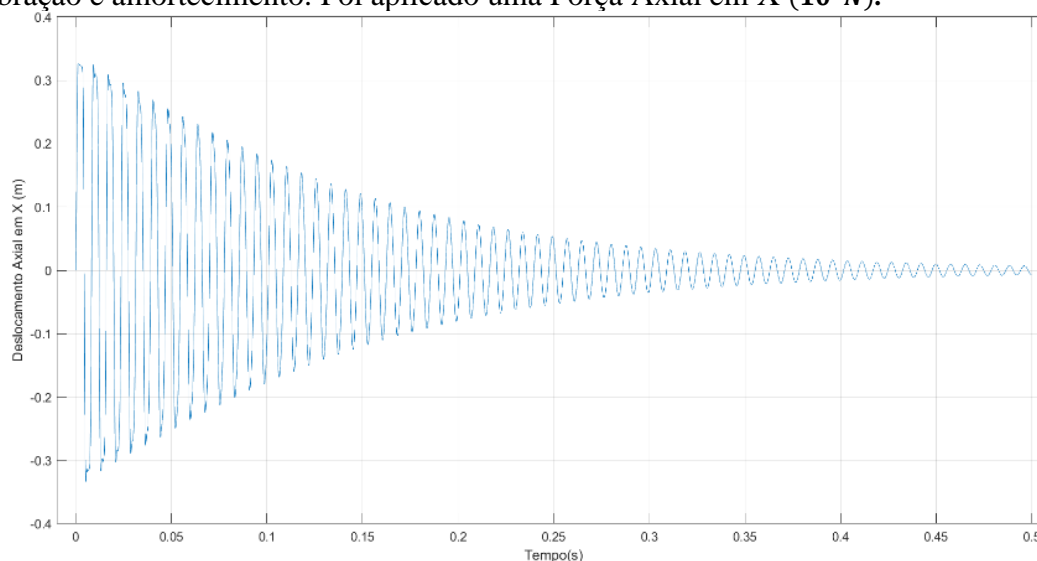


Figura 3 - Deslocamento Axial em Função do Tempo com amortecimento -- Força no último nó.

Para validação desta implementação no tempo devemos considerar duas coisas, primeiro se a frequência natural calculada tem proximidade com a frequência calculada no gráfico.

Podemos primeiro transformar a frequência natural calculada em período:

$$w_m^{Axial} = 815,0461 \text{ rad/s}$$

$$T_m = \frac{2\pi}{w_m^{Axial}} = \frac{2\pi}{815,0461} = 0,0077s$$

Agora através do gráfico, Figura 28, do deslocamento em função do tempo podemos contar quantos picos de ondas há em um  $\Delta_t$  de 0,05 s e assim encontrar o período:

$$T_{\text{gráfico}} = \frac{\Delta_t}{N^{\circ} \text{ picos}} = \frac{0,05}{6,5} = 0,007692s$$

Logo podemos inferir que os períodos são os mesmos e que as frequências estão de acordo com as calculadas analiticamente e assim implementadas corretamente.

## 3.2. Estudo de Caso - Linha Neutra

No estudo de caso, analisaremos o deslocamento da linha neutra sob cargas axiais (peso e tração) em uma coluna de perfuração offshore com 1260 metros, composta de 90% de *Drill Pipes* e 10% de *Drill Collars*. Modelada como um cilindro oco, a coluna será discretizada em 420 elementos e 421 nós, representando condições comuns em poços pós-sal. O modelo desconsidera interações entre a broca e a coluna, parede do poço e fluido de perfuração, efeitos de correntes marítimas e flambagem da coluna. Detalhe que 0 m representa a base, e 1260 m representa o topo da coluna.

### 3.2.1. Análise Estática

Para a análise estática da coluna de perfuração, o peso total da coluna é calculado somando a massa e multiplicando pela gravidade, sendo distribuído uniformemente ao longo da coluna. A força compressiva resultante é aplicada em cada nó da malha, exceto no primeiro nó (base da coluna) pois representa o fundo do poço engastado. Para simular a tração, aplicamos uma força no último nó (topo da coluna), de magnitude proporcional ao peso total, controlando a posição da linha neutra e evitando compressões ou tensões excessivas, facilitando a análise do equilíbrio estático. Para haver a perfuração precisamos que exista a força de compressão e que a linha neutra fique na seção dos *Drill Collars*, cujos estão posicionados até 126 metros da base da coluna, para isso podemos ajustar quanto de tração aplicamos, na Figura 1 podemos observar a que a linha neutra está numa posição ideal ( $< 126m$ ) quando regulamos a força de tração para 70% do peso, e a compressão é menor que a WOBmax permitida (linha azul).

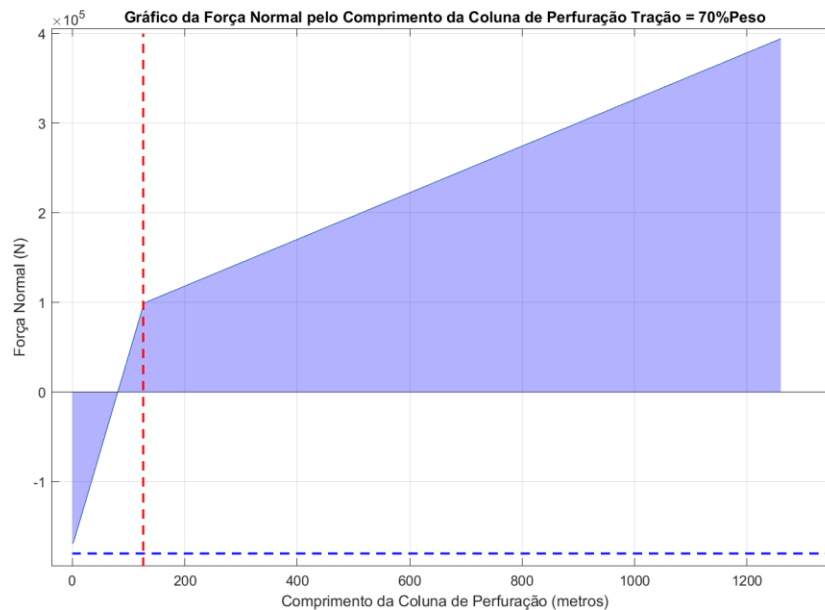


Figura 4 “Representação da linha neutra quando aplicado uma força de tração 70% da força peso”.

### 3.2.2. Análise Dinâmica – Domínio do Tempo

Para a análise dinâmica, analisaremos o comportamento da linha neutra sob influência da força peso e tração, considerando o domínio do tempo com amortecimento. Foi realizada a implementação de uma força harmônica aplicada ao último nó da coluna de perfuração, localizado no topo. Esta força é projetada para simular o movimento de heave típico em operações offshore, que resulta do deslocamento vertical da plataforma devido às ondas do mar. A análise busca investigar como esse carregamento dinâmico afeta a posição da linha neutra ao longo da coluna.

Para a simulação, visualizada na Figura 3, utilizamos os parâmetros ( $\delta = 1/2$  e  $\gamma = 1/4$ ) para a simulação se tornar incondicionalmente estável, com tempo de simulação de 22 segundos. Em todos os instantes de tempo foram aplicadas a força peso, a força de tração (70% da força peso a fim de manter a linha neutra na seção de Drill Collars), e uma força de apenas 0,1% (da força de tração) simulando o movimento de Heave numa frequência de 3 rad/s (abaixo da frequência limite calculada anteriormente)

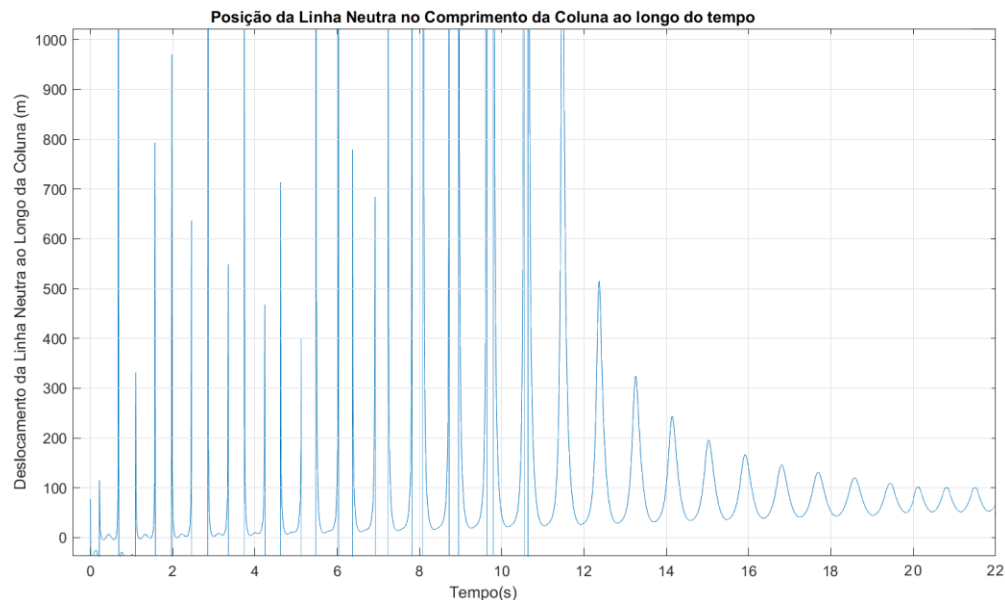


Figura 5 - “Posição da linha Neutra em função do Tempo”.

A Figura 5 mostra o comportamento transitório da linha neutra, com oscilações iniciais devido à falta de equilíbrio no modelo. Esse comportamento é esperado, pois o sistema foi iniciado sem considerar a deformação estática prévia. Quando a linha neutra é negativa ( $z < 0$ ), indica que a coluna está tracionada, o que pode representar uma falha operacional, como a perda de contato da broca com o fundo do poço.

Se a linha neutra ultrapassar o comprimento da coluna, isso representa uma coluna comprimida, o que pode comprometer a perfuração, reduzindo o WOB e o ROP. Se a linha neutra se posicionar abaixo da broca, pode afetar os drill collars, prejudicando a estabilidade e a perfuração.

Caso a linha neutra se desloque acima do limite entre drill collars e drill pipes, pode ocorrer flambagem, resultando em desgaste, aumento do torque e falhas nos tubos. Um compensador de heave pode ajudar a manter WOB e ROP constantes, melhorando a eficiência da operação.

Iniciar a simulação com a deformação estática de equilíbrio evitaria oscilações não realistas. Após o período transitório, o sistema entra em regime estacionário, e a linha neutra se estabiliza em sua posição inicial de 79 metros, com oscilações suaves em resposta à força harmônica aplicada.

## 4. Conclusão

Este trabalho apresentou o desenvolvimento e implementação de um simulador numérico para a análise estática e dinâmica de colunas de perfuração em condições realistas. O simulador foi projetado para operar em seis graus de liberdade em 3D, permitindo análises tanto no domínio da frequência quanto no tempo, e apresentou resultados confiáveis ao longo das validações realizadas. Um dos principais objetivos alcançados foi a possibilidade de observar o comportamento da linha neutra (ponto de tensão zero) em diferentes cenários de carregamento, o que oferece uma representação mais realista do comportamento vibratório da coluna de perfuração. Esse enfoque permite prever de maneira mais precisa como a coluna reage a condições operacionais diversas, contribuindo para a segurança e eficiência das operações offshore.

## 5. Referências

BATHE, K.-J. (ED.). **Finite element procedures**. Watertown, MA: K.J. Bathe, 1ª ed, 2007. ISBN: 9780979004902.

BAUCCIO, Michael et al. (ED.). **ASM metals reference book**. ASM international, 3ª ed, 1993. ISBN: 9780871704788.

CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Materials Science and Engineering: An Introduction**. John Wiley & Sons, 9ª ed, 2013. ISBN: 9781118477700.

CAYRES, B. et al. Analysis of Dry Friction-Induced Stick-Slip in an Experimental Test Rig Modeling a Drill String. Em: PENNACCHI, P. (Ed.). **Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics**. Mechanisms and Machine Science. Cham: Springer International Publishing, 2015. v. 21p. 195–204. ISBN: 978-3-319-06590-8.

DONG, G.; CHEN, P. A Review of the Evaluation, Control, and Application Technologies for Drill String Vibrations and Shocks in Oil and Gas Well. **Shock and Vibration**, v. 2016, p. 1–34, 2016. 10.1155/2016/7418635.

GHASEMLOONIA, A.; GEOFF RIDEOUT, D.; BUTT, S. D. Vibration Analysis of a Drillstring in Vibration-Assisted Rotary Drilling: Finite Element Modeling With Analytical Validation. **Journal of Energy Resources Technology**, v. 135, n. 032902, 25 mar. 2013. 10.1115/1.4023333.

KHULIEF, Y. A.; AL-SULAIMAN, F. A.; BASHMAL, S. Vibration analysis of drillstrings with string—borehole interaction. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, v. 222, n. 11, p. 2099–2110, 1 nov. 2008. 10.1243/09544062JMES968

PARREIRAS, E. A. **Modeling and Simulation of 3D Frame Structures**. Trabalho de Conclusão de Curso. 2019. <<http://monografias.ice.ufrj.br/tcc-web/tcc?id=462>>. Acesso em: 21/01/2025.

RAO, S. S. **The finite element method in engineering**. Kidlington, Oxford, United Kingdom: Butterworth-Heinemann, an imprint of Elsevier, 6ª ed, 2017. ISBN: 978-0-12-811768-2.

REAL, F. F. **Modeling and Experimental Identification of Drill String Torsional Dynamics Under Uncertainties**. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica—Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, nov. 2018. <<https://pantheon.ufrj.br/bitstream/11422/12119/1/FabioFerreiraReal.pdf>>. Acesso em: 21/01/2025.

SANTOS, Nicolau Oyhenard dos. **Study of the Influence of Offshore Drilling Rigs Heave Motions in Drillstrings Dynamic Behavior**. Tese de Mestrado. Universidade de São Paulo, 2018. 10.11606/D.3.2019.tde-12122018-074029.