

---

**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**Trabalho de Formatura**

**MODELOS DE OTIMIZAÇÃO PARA GESTÃO DA  
CARTEIRA DE ATIVOS DE UM FUNDO DE PENSÃO**

**AUTOR: NICOLAS SOUDKI SAAD**

**ORIENTADORA: PROFa. DRa. CELMA DE OLIVEIRA RIBEIRO**

**2000**

---

TF 2000  
Sa 11/1 m.

---

A Caroline

---

---

## **Agradecimentos**

À professora Celma, pela orientação dada a este trabalho e por todo o conhecimento transmitido.

A Marcos De Callis, não somente pela enorme colaboração dada a esse trabalho, mas também por todo o apoio, orientação e confiança depositados nesses quatro anos em que temos trabalhado juntos.

A Caroline, pelo carinho, ajuda e companheirismo que recebi, mesmo nos momentos mais difíceis, e pelo tempo que sacrificou revisando esse trabalho.

Aos meus pais, que me propiciaram a base necessária para chegar até aqui.

---

---

## Sumário

Este trabalho consiste no estudo, aplicação e refinamento dos modelos de otimização do tipo Gestão Ativo/Passivo (*Asset/Liability Management*). Inicialmente, é feito um levantamento bibliográfico de alguns modelos importantes, que são aplicados à determinação da carteira de ativos ótima para o caso de um plano de aposentadoria complementar de um fundo de pensão. Após isso, são estudados dois refinamentos importantes, um voltado à inclusão, nas metodologias apresentadas, de restrições associadas ao risco de cada ativo e outra ligada à introdução, nesses modelos, de ativos de Renda Variável. Por fim, estuda-se a implementação do modelo para a gestão de caixa de uma empresa industrial do setor de fertilizantes, dadas as projeções de Fluxos de Caixa e a restrição de recursos a serem aplicados.

---

---

# Índice

<b>SÍNTESE.....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO .....</b>	<b>4</b>
I.1. APRESENTAÇÃO INICIAL .....	4
I.2. DESCRIÇÃO DA EMPRESA.....	4
I.3. OBJETIVOS DO TRABALHO.....	5
<b>CAPÍTULO II: A INDÚSTRIA DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR .....</b>	<b>7</b>
II.1. CARACTERIZAÇÃO INICIAL .....	7
II.2. PREVIDÊNCIA PRIVADA NO BRASIL.....	8
II.3. FORMAS DE PATROCÍNIO DOS PLANOS DE PREVIDÊNCIA .....	9
II.4. PLANOS DE PREVIDÊNCIA E MODELOS DE ADMINISTRAÇÃO .....	10
<b>CAPÍTULO III: OS MODELOS DE ASSET/LIABILITY MANAGEMENT .....</b>	<b>12</b>
III.1. TIPOS DE PLANO DE PREVIDÊNCIA E MODELOS DE GESTÃO DOS ATIVOS .....	12
III.2. MODELOS MÉDIA-VARIÂNCIA.....	12
III.3. MODELOS DE META ATUARIAL.....	14
III.4. MODELOS DE IMUNIZAÇÃO .....	15
III.5. MODELOS DE <i>CASH FLOW MATCHING</i> E DEDICAÇÃO .....	21
III.6. MODELOS MISTOS.....	22
III.7. COLETA DE DADOS .....	23
III.8. RESULTADOS OBTIDOS .....	26
III.9. ANÁLISE DOS RESULTADOS E REFINAMENTO .....	28
III.10. CONCLUSÕES.....	37
<b>CAPÍTULO IV: ESTUDO DE ADAPTAÇÕES PARA GESTÃO DOS RISCOS .....</b>	<b>39</b>
IV.1. INTRODUÇÃO .....	39
IV.2. ANÁLISE DAS INCERTEZAS LIGADAS AOS FLUXOS DE CAIXA DO PASSIVO .....	39
IV.3. ANÁLISE DAS INCERTEZAS LIGADAS AOS FLUXOS DE CAIXA DOS ATIVOS .....	41
IV.4. MODELAGEM DO RISCO DA CARTEIRA.....	42
IV.5. CÁLCULO DO FLUXO DE CAIXA AJUSTADO .....	45
IV.6. SOLUÇÕES OBTIDAS .....	52
IV.7. CONCLUSÕES .....	63

---

<b>CAPÍTULO V: ESTUDO DE ADAPTAÇÕES PARA INCLUSÃO DE ATIVOS DE RENDA VARIÁVEL .....</b>	<b>64</b>
V.1. INTRODUÇÃO .....	64
V.2. SUBSTITUIÇÃO DA CARTEIRA DE <i>BRADIES/GLOBALS</i> POR AÇÕES.....	65
V.3. MODELAGEM DO <i>DURATION</i> DO ÍNDICE DE AÇÕES .....	68
V.4. <i>DURATION</i> DOS ATIVOS DE RENDA VARIÁVEL E ESTILOS DE INVESTIMENTO. ....	68
V.5. ESTIMATIVA DO <i>DURATION</i> SEM PROJEÇÃO DOS FLUXOS DE CAIXA .....	77
V.6. SOLUÇÃO FINAL PARA O MODELO DE <i>ASSET/LIABILITY MANAGEMENT</i> .....	82
<b>CAPÍTULO VI: APLICAÇÃO DOS MODELOS À GESTÃO DO FLUXO DE CAIXA: UM ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>84</b>
VI.1. INTRODUÇÃO .....	84
VI.2. FORMAS DE CONTROLE DO RISCO DAS ATIVIDADES ECONÔMICAS.....	85
VI.3. DIFERENÇAS ENTRE EMPRESAS E FUNDAÇÕES.....	85
VI.4. MODELAGEM DOS FLUXOS DE CAIXA DE UMA EMPRESA .....	86
VI.5. ADAPTAÇÃO DO MODELO DE <i>ASSET/LIABILITY MANAGEMENT</i> .....	89
VI.6. ESTUDO DE CASO: APLICAÇÃO A UMA EMPRESA DO SETOR DE FERTILIZANTES .....	93
VI.7. CONCLUSÕES .....	100
<b>CAPÍTULO VII: CONCLUSÃO.....</b>	<b>101</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>103</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>105</b>

---

## Síntese

Este trabalho consiste em uma aplicação pioneira dos modelos de otimização do tipo Gestão Ativo/Passivo (*Asset/Liability Management* ou *ALM*)<sup>1</sup> no Brasil. Esses modelos de gestão de ativos, ao contrário dos modelos tradicionais de maximização de ganhos sujeito a limitações de risco, buscam otimizar a aplicação de recursos de uma entidade, dadas as características de seus passivos.

De forma mais genérica, os modelos de *Asset/Liability Management* podem ser aplicados à gestão dos fluxos de caixa de empresas, pois consistem em uma forma de se maximizar a utilidade dos recursos financeiros, dadas as projeções empresariais de entradas e saídas de caixa.

O presente estudo está dividido em sete capítulos, cujo conteúdo está brevemente descrito a seguir.

### Capítulo I - Introdução

No primeiro capítulo, é apresentada a empresa em que o trabalho foi desenvolvido, uma das maiores administradoras de recursos do Brasil, que faz parte de um grupo financeiro internacional presente no país desde o início dos anos 80. Uma das mais importantes unidades de negócio da administradora é a área de previdência privada, que é responsável pela administração do maior fundo de pensão multipatrocinado do mercado.

No capítulo inicial, são também detalhados o tema e os objetivos do trabalho. Descreve-se, em maior detalhe, o que são os modelos de *Asset/Liability Management*, e se propõe a aplicação das metodologias existentes ao caso de um fundo de pensão de uma empresa brasileira, bem como a adaptação dessas

---

<sup>1</sup> Apesar de termos apresentado o tema como Gestão Ativo/Passivo, o termo *Asset/Liability Management* é comumente empregado no mercado brasileiro, e optamos por utilizar, ao longo do texto, essa denominação.

---

metodologias às necessidades locais. Outro importante objetivo proposto é o de apresentar a aplicação desses modelos à administração industrial, mais especificamente à gestão de fluxos de caixa das empresas.

## **Capítulo II - A Indústria de Previdência Complementar**

A seguir, apresenta-se uma breve análise da indústria de administração de recursos, com enfoque na área de previdência privada. Apresentam-se os princípios gerais da previdência complementar, bem como as perspectivas e os riscos do negócio. Dá-se enfoque à descrição dos principais tipos de planos de previdência complementar, apresentando-se suas características e as tendências do mercado.

## **Capítulo III - Os Modelos de *Asset/Liability Management***

Iniciando-se o desenvolvimento do tema do trabalho propriamente dito, são mostrados alguns dos principais modelos de *Asset/Liability Management*. Tomam-se as projeções para os fluxos de caixa do passivo do fundo de pensão em análise, elaboradas pela área de previdência complementar da administradora. A partir deles, os modelos apresentados são implementados, talvez pela primeira vez no Brasil, e suas respostas são analisadas. Revelam-se duas limitações para a aplicação dos mesmos: a desconsideração dos riscos associados aos ativos utilizados na otimização (riscos de mercado e riscos de crédito) e a dificuldade de inclusão de ativos de Renda Variável nos modelos. Cada uma dessas limitações é tratada em separado nos dois capítulos seguintes.

## **Capítulo IV - Estudo de Adaptações para Gestão dos Riscos**

Neste tópico do trabalho, são estudados os riscos inerentes às soluções apresentadas no Capítulo III, sejam eles advindos das incertezas a respeito da projeção dos passivos, sejam eles oriundos das próprias características dos ativos. Através do estudo do comportamento histórico dos retornos de determinadas variáveis (inflação, taxas de juros e câmbio), propõe-se uma metodologia inovadora de se aplicarem correções aos modelos de forma a incorporar-lhes os riscos



---

associados a cada classe de ativos e a aversão ao risco do investidor. Com isso, é possível traçar uma fronteira de eficiência de carteiras otimizadas.

## **Capítulo V - Estudo de Adaptações para Inclusão de Ativos de Renda Variável**

A outra limitação dos modelos tradicionais de *Asset/Liability Management* é tratada nesta parte do trabalho. Formas alternativas de inclusão dos ativos de Renda Variável nas otimizações são analisadas. Primeiramente, é estudada a substituição direta dos ativos de longo prazo da carteira por ações. Apresenta-se, também, um modelo de *Tracking* para substituição dos papéis de longo prazo por ativos de Renda Variável<sup>2</sup>, que também consiste em uma inovação. Analisam-se, também, formas de inclusão de tais ativos nos modelos apresentados no Capítulo III, chegando-se a um quadro de referência final para a resolução do problema de *Asset/Liability Management* para fundos de pensão.

## **Capítulo VI - Aplicação dos Modelos à Gestão do Fluxo de Caixa: um Estudo de Caso**

Como consequência do desenvolvimento dos modelos anteriormente descritos, apresenta-se uma aplicação direta à administração industrial, que vem a ser na área de gestão de fluxos de caixa. São mostradas as adaptações necessárias para viabilizar essa aplicação, elaborando-se um estudo de caso baseado nos dados de uma empresa de capital aberto, fornecidos pela área de pesquisa de mercado da administradora. Os resultados desse estudo são bastante interessantes, mostrando que há muito ainda a se desenvolver em termos de pesquisa para sua aplicação a empresas, que normalmente não é abordada na bibliografia.

## **Capítulo VII – Conclusões**

Por fim, são apresentadas as conclusões do trabalho, indicando possíveis áreas de continuidade de pesquisa sobre o tema.

---

<sup>2</sup> Tal estudo é o resultado de um trabalho de graduação orientado pela Profa. Dra. Celma de Oliveira Ribeiro e co-orientado pelo autor.

---

## **Capítulo I: Introdução**

### ***1.1. Apresentação Inicial***

A gestão de fluxos de caixa é um dos mais importantes problemas da gestão do dia-a-dia das empresas. Uma adequada gestão de caixa propicia ganhos de capital e reduz as necessidades de financiamento. Porém, são escassos os modelos quantitativos que se propõem a otimizar as decisões de gestão de fluxos de caixa das empresas.

Por outro lado, um ramo bem desenvolvido na área de pesquisa de finanças é a gestão ativo/passivo (*Asset/Liability Management*). O *Asset/Liability Management* é uma forma de gestão de recursos que considera, para tomar as decisões de investimentos, os fluxos de caixa projetados para o passivo. Apesar desse desenvolvimento, esses modelos ainda são pouco empregados no Brasil, o que cria uma oportunidade para que se desenvolvam produtos novos e sofisticados nessa área de conhecimento.

### ***1.2. Descrição da Empresa***

O mercado de administração de recursos de terceiros tem, nos últimos anos, crescido de forma muito importante no Brasil. A empresa na qual este trabalho foi desenvolvido é uma das mais importantes administradoras de recursos do país, tendo iniciado suas atividades como empresa de gestão independente no início da década de 90.

Uma das principais atividades da administradora é a gestão de recursos de entidades de previdência complementar (principalmente ligadas a empresas privadas). A Indústria de Previdência Complementar será analisada em maiores detalhes no Capítulo II, mas uma breve descrição será apresentada neste ponto.

Há duas classes de clientes que nos interessam nessa área: um deles são as fundações propriamente ditas, ou seja, organizações com a finalidade de

---

administrar os fundos de pensão das empresas patrocinadoras. Além delas, há as empresas que, para não arcarem com os custos de manter uma fundação, aderiram ao Fundo de Pensão Multipatrocinado administrado pela empresa onde esse trabalho foi desenvolvido.

Tanto as fundações quanto o Fundo de Pensão Multipatrocinado (FPM) visam garantir aos funcionários das empresas patrocinadoras **planos de aposentadoria complementar**, que se traduzem em uma renda extra que começa a ser paga a partir da data de aposentadoria do beneficiário. Deve-se destacar a importância potencial da previdência complementar num país em que a previdência pública se mostra insuficiente para garantir a manutenção do nível de vida dos trabalhadores ao final de suas carreiras.

A fim de garantir o pagamento dos benefícios, os planos de previdência recebem contribuições das empresas *patrocinadoras* e/ou dos *participantes* (funcionários das patrocinadoras, que receberão a aposentadoria complementar). Esses recursos (**ativo**) são aplicados ao longo do tempo, de forma a cobrir os benefícios futuros.

A obrigação já estabelecida desses planos de previdência, associada à expectativa de benefícios a serem pagos no futuro, caracteriza o **passivo** dos mesmos.

### ***1.3. Objetivos do Trabalho***

A idéia central deste trabalho é a de aplicar e adaptar alguns dos modelos existentes de otimização de carteiras do tipo *Asset/Liability Management*, apresentados na literatura, à realidade brasileira.

Tomaremos o caso real de um plano de aposentadoria complementar pertencente ao Fundo Multipatrocinado e analisaremos a aplicabilidade dos modelos e as adaptações necessárias para a geração de respostas interessantes do ponto de vista prático.

---

Além disso, estenderemos os conceitos dos modelos desenvolvidos para o caso de gestão de fluxos de caixa de empresas, mostrando como é possível otimizar a carteira de ativos de uma tesouraria de empresa de forma a garantir melhor configuração de fluxos de caixa futuros, minimizando-se as necessidades de financiamento e melhorando a rentabilidade da empresa como um todo.

As etapas do trabalho serão, em linhas gerais, as seguintes:

- Levantamento bibliográfico dos modelos de otimização do tipo *Asset/Liability Management*;
- Coleta de dados: levantamento de dados a respeito dos ativos disponíveis no mercado e do passivo a ser analisado;
- Aplicação dos modelos;
- Refinamento dos modelos;
- Aplicação à Gestão de fluxos de caixa de uma empresa industrial.

Desenvolvido o modelo, ele poderá ser aplicado à carteira do FPM e oferecido como um produto diferenciado às fundações clientes da administradora recursos. Além disso, ter-se-á um estudo pioneiro e de bastante útil para a aplicação na administração industrial.

---

## Capítulo II: A Indústria de Previdência Complementar

### II.1. Caracterização Inicial

Entidades de previdência são instituições que possuem como atividade principal a captação de recursos para o pagamento de aposentadorias dos indivíduos participantes do sistema.

Há dois regimes em que as entidades de previdência podem trabalhar, o regime de repartição (também chamado de "*pay as you go*") e o regime de capitalização. No primeiro caso, a instituição capta recursos dos participantes ativos, pagando benefícios aos participantes já aposentados. Nessas condições, podem surgir *déficits*, que deverão ser financiados pela entidade que patrocina o plano de previdência. No regime de capitalização, a instituição de previdência capta os recursos e forma uma poupança, que é administrada de forma a garantir o pagamento dos benefícios quando da aposentadoria dos participantes.

No Brasil, a previdência pública, atualmente gerida pelo INSS (Instituto Nacional de Seguridade Social), representou, por um longo período de tempo, a principal entidade que prestava esse tipo de serviço. O instituto de previdência pública no Brasil trabalha em regime de repartição, e, durante o período de elevadas taxas de inflação, nem fazia sentido a discussão de migração para um regime de capitalização, pois havia um elevado risco de que a rentabilidade dos ativos fosse menor que a inflação.

Com a redução das taxas de inflação ocorrida na década de 90, começou a ganhar força a preocupação com o desenvolvimento de um sistema de previdência baseado na capitalização. A previdência é um setor estratégico em qualquer economia moderna (Tendências, 1999), pois garante a formação de poupança para sustentar o crescimento econômico.

Nos Estados Unidos, por exemplo, o volume de recursos administrados por entidades de previdência complementar era da ordem de US\$7,7 trilhões em

---

1996 (Tendências, 1999). No Brasil, onde o volume de recursos administrados por entidades fechadas de previdência privada era de apenas R\$75 bilhões em 1998 (Tendências, 1999), o desenvolvimento da previdência representaria a possibilidade de se acumular uma poupança interna, que reduziria a dependência do país em relação ao capital externo para sustentar o crescimento econômico.

Esse quadro mostra a importância estratégica do desenvolvimento da indústria de previdência complementar no Brasil, país em que a previdência pública não só presta um serviço muito aquém do demandado pela sociedade, mas também gera déficits (da ordem de R\$47 bilhões em 1998, segundo dados do IPEA/Ministério do Planejamento) que agravam a já complicada situação financeira do Tesouro Nacional.

## ***II.2. Previdência Privada no Brasil***

As instituições de previdência privada estão regulamentadas desde meados da década de 70 no Brasil. Porém seu desenvolvimento mais acentuado se deu a partir da década de 90 (Tendências, 1999), quando as taxas de inflação passaram a patamares aceitáveis.

Isso ocorreu porque, com a estabilidade econômica, muitas empresas se sentiram estimuladas a oferecer a seus funcionários o benefício de previdência complementar. Para o funcionário, a previdência complementar é uma forma de garantir a manutenção do padrão de vida após a aposentadoria, uma vez que, para uma parcela cada vez mais importante da população, o benefício pago pela previdência pública (limitado ao teto de R\$1328,25 em outubro de 2000, ou cerca de US\$700) é insuficiente para esse fim. Finalmente, para a sociedade, a previdência complementar representará o acúmulo de poupança interna necessário ao desenvolvimento econômico.

O mercado de previdência complementar no Brasil se apresenta, portanto, com um elevado potencial de crescimento. Se compararmos a parcela da população que participa de programas voluntários de previdência nos Estados

---

Unidos (47%) e no Brasil (9,5%), veremos que, mesmo considerando-se os problemas de distribuição de renda no país, há espaço para crescimento desse setor.

### ***II.3. Formas de Patrocínio dos Planos de Previdência***

Quanto à forma de patrocínio, pode-se distinguir três tipos básicos de planos de previdência complementar no Brasil: fechados, multipatrocinados e abertos.

Os planos fechados são aqueles nos quais uma empresa (a patrocinadora) cria uma instituição independente (uma fundação) responsável pela gestão das contribuições e do pagamento do benefício aos participantes. Assim, o participante e a patrocinadora contribuem mensalmente com uma parcela do salário do funcionário, e a fundação pode fazer a gestão dos ativos e dos passivos, podendo terceirizar parcial ou totalmente essas atividades. Nesse caso, o vínculo do participante com o plano está atrelado ao seu vínculo com a empresa, sendo que em situações de desligamento, deve ser dado um tratamento específico.

Os fundos de pensão multipatrocinados são planos de aposentadoria complementar nos quais há mais de uma empresa patrocinadora. Nessa situação, as empresas evitam os custos de manutenção de uma fundação independente, se aproveitando do ganho de escala propiciado. Em outras palavras, ao optar pela adesão a um fundo multipatrocinado, a patrocinadora divide com todos os outros patrocinadores os custos fixos associados à gestão do plano, como despesas administrativas, despesas com instalações etc. Normalmente, assim como nos planos fechados, o vínculo do participante com o fundo multipatrocinado está atrelado ao seu vínculo com a empresa.

Por fim, existem os planos abertos, que são fundos voltados para a adesão individual, e que independem do vínculo com a empresa. Nessa situação, as contribuições são, em geral, feitas integralmente pelo participante, que tem liberdade maior na administração de sua poupança. Uma classe de produtos que

---

tem apresentado taxas de crescimento significativas nessa área é a dos PGBLs (Planos Geradores de Benefícios Livres).

Basicamente esses são os principais produtos de previdência complementar. A seguir faz-se uma diferenciação entre os dois tipos importantes de planos de previdência complementar, que determina as metodologias de administração dos ativos a serem empregadas.

#### ***II.4. Planos de Previdência e Modelos de Administração***

É possível dividir os planos de previdência complementar em dois grandes grupos de características bastante distintas: os planos do tipo **Benefício Definido (BD)** e os planos do tipo **Contribuição Definida (CD)**. A seguir, descrevemos as principais características de cada um.

Nos planos CD, o participante e a empresa contribuem com uma parcela mensal, e o benefício recebido após a aposentadoria depende exclusivamente da massa de recursos acumulada ao longo do período, bem como dos rendimentos associados à administração desses recursos. Nesse caso, no ato da aposentadoria, calcula-se, a partir do saldo do participante e de sua expectativa de vida, o valor do benefício que ele receberá<sup>3</sup>. Assim, não há risco para a patrocinadora, pois não existe compromisso de proporcionar uma renda predeterminada ao participante após a aposentadoria.

Nesse tipo de plano, a metodologia ideal de administração do ativo seria a **segmentação de perfis**, que permitiria ao participante selecionar um *portfolio* com características que atendessem seus objetivos de rentabilidade e que fossem compatíveis com sua tolerância ao risco. Dessa forma, um participante que estivesse próximo da aposentadoria apresentaria uma aversão ao risco significativamente superior a um outro no início de sua carreira.

---

<sup>3</sup> Normalmente, o participante opta por receber o saldo que possui no fundo em um determinado número de parcelas, podendo, inclusive, resgatá-lo integralmente e estabelecer, com uma seguradora, um contrato de renda vitalícia.



---

A outra modalidade de planos de previdência complementar existente é a dos planos Benefício Definido, nos quais o complemento de aposentadoria a ser recebido pelo participante é função de seu salário ao longo do período de contribuição. Dessa forma, o passivo, ou seja, o compromisso indiretamente assumido pela patrocinadora, é independente das oscilações do ativo. O principal risco para esse tipo de plano é o de que haja uma falta de recursos para financiar os benefícios futuros, ou seja, um **déficit**, que deverá ser financiado pela patrocinadora.

Os planos CD podem ser considerados, portanto, mais vantajosos para a patrocinadora, sob o ponto de vista de que ofertam um benefício extra para seus funcionários sem o risco da necessidade futura de injeção de recursos no plano. No entanto, esse tipo de plano ainda não é predominante no país, e existe uma certa dificuldade de se fazer a migração de planos BD para planos CD, devido à resistência natural dos participantes.

Para administração dos planos BD, os métodos de *Asset/Liability Management* apresentam boa aderência às necessidades da patrocinadora, que possui o objetivo primordial de evitar o surgimento de déficits futuros.

Assim, as metodologias a serem estudadas em maior profundidade se aplicam principalmente à gestão dos recursos dos planos de previdência do tipo benefício definido, e os dados coletados para realização do estudo referem-se a um plano que opera nesse regime.

---

## Capítulo III: Os Modelos de *Asset/Liability Management*

### **III.1. Tipos de Plano de Previdência e Modelos de Gestão dos Ativos**

Para introduzir a análise dos modelos de *Asset/Liability Management*, serão apresentados os modelos de otimização adequados a cada um dos planos de aposentadoria complementar (Benefício Definido e Contribuição Definida).

Conforme já foi mencionado, para planos do tipo CD, deve-se preferir um modelo que estabeleça a segmentação de perfis, ou seja, deve-se permitir que cada participante possua uma carteira adequada aos seus objetivos de retorno e ao seu perfil de aversão ao risco. Isso se justifica porque os benefícios recebidos pelo participante após a aposentadoria dependem diretamente dos rendimentos obtidos.

Já no caso de um plano BD, a gestão dos ativos deve ser voltada para o completo financiamento do passivo que surgirá como decorrência das aposentadorias dos participantes. Nesse caso, não é necessário que haja a segmentação, pois o benefício recebido pelo participante independe da rentabilidade obtida.

Passemos, então, à análise detalhada dos modelos de programação matemática que podem ser utilizados nas otimizações das carteiras de cada tipo de plano.

### **III.2. Modelos Média-Variância**

No caso dos planos CD, como se deve dar preferência à segmentação de perfis, um modelo de administração de ativos adequado ao problema seria do tipo Média-Variância (conforme apresentado por Dahl, Meeraus e Zenios(1993A)). Mais especificamente o modelo [MEAN], que otimiza a configuração de risco-retorno do *portfolio* a partir de um coeficiente que indica a

aversão ao risco do investidor. É exatamente esse coeficiente que distinguirá o perfil de cada investidor do plano, ou, de forma agregada, o perfil total do plano, que é devido à soma das características individuais de cada participante. Matematicamente, temos o seguinte modelo:

**Modelo [MEAN]:**

$$\min \sum_i \sum_j \sigma_{ij} x_i x_j - \lambda \sum_i \mu_i x_i$$

s.a.

$$Ax = b$$

$$\max \left\{ 0, \sum_i \left( |x_i - x_i^0| \right) \right\} \leq \tau$$

No modelo acima, temos:

$x_i, x_j$  são as exposições percentuais do *portfolio* aos ativos  $i$  e  $j$ ;

$\sigma_{ij}$  é a covariância projetada entre os ativos  $i$  e  $j$ ;

$\mu_i$  é o retorno esperado do ativo  $i$ ;

$\lambda$  é o coeficiente de aversão ao risco (quanto menor, maior a aversão);

$Ax = b$  é um conjunto genérico de restrições lineares, como restrições de alavancagem ( $\sum x_i \leq 1$ ) ou liquidez;

$x_i^0$  é a exposição da carteira atual (ainda não otimizada) ao ativo  $i$ ;

$\max \left\{ 0, \sum_i \left( |x_i - x_i^0| \right) \right\} \leq \tau$  é uma restrição de *turnover*, ou seja, de quanto

o administrador está disposto a alterar seu *portfolio*, o que incorre em custos de transação;

$\tau$  é o parâmetro que especifica a restrição de *turnover*, ou seja, quanto menor for  $\tau$ , menor será o desejo de o investidor alterar sua carteira, em função dos custos de transação.

Cabe destacar que esse modelo é uma sofisticação do famoso modelo de Markowitz (1952). Markowitz mostrou que, para uma carteira de ativos diversificada, a variância dos retornos poderia ser calculada pela expressão  $\sum_i \sum_j \sigma_{ij} x_i x_j$ . O modelo [MEAN] parametriza as soluções ótimas em função da

---

aversão ao risco do investidor  $\lambda$ , ao estabelecer uma função objetivo que implicitamente compara o retorno esperado  $\sum_i \mu_i x_i$  com o risco projetado calculado pela expressão de Markowitz. Portanto, a função objetivo desse modelo qualitativamente poderia ser entendida como  $\text{Risco} - \lambda \times \text{Retorno Esperado}$ , e que deverá ser minimizada.

Sabe-se, no entanto, que esse tipo de otimização já é utilizado no Brasil por alguns administradores de recursos para a gestão das carteiras, não representando um avanço prático em termos de resposta para os clientes cujos planos são do tipo Benefício Definido.

### ***III.3. Modelos de Meta Atuarial***

Para planos BD, inicialmente devemos considerar a existência de um **passivo atuarial** ao qual, normalmente, a empresa administradora de recursos não tem acesso. Em função disso, a administração dos ativos é feita com base no estabelecimento de uma **meta atuarial**, uma taxa de retorno anual presumida pela fundação para seu ativo que garantiria a manutenção do superávit presente dados o ativo total e a projeção do passivo. Dessa forma, na maioria dos casos, o modelo de otimização empregado seria um modelo tático, conforme apresentado por Zagottis (1996), que buscaria maximizar o retorno esperado do portfólio sujeito à restrição de que a probabilidade de perda da meta atuarial não seja maior que um certo valor  $P$  (vide Anexo I).

Este modelo, no entanto, não é o mais adequado para garantir a redução de risco de descasamento entre ativos e passivos. Uma alternativa melhor seria a de a administradora de recursos ter acesso ao passivo da fundação, para que se pudesse aplicar modelos mais sofisticados. A cultura de abertura do passivo atuarial à administradora dos ativos, no entanto, não é difundida no Brasil, em parte devido ao comodismo dos administradores com as formas atuais de gestão e em parte devido aos fundos de pensão, que não exigem dos gestores de seus fundos metodologias mais sofisticadas de administração de recursos.

---

Porém, alguns fatores têm contribuído para um crescente interesse dos fundos de pensão nas metodologias de *Asset/Liability Management*. O primeiro deles vem a ser a estabilização da economia promovida pelo Plano Real, que permitiu que as projeções atuariais ganhassem confiabilidade. Além disso, com as quedas sistemáticas nas taxas de juros reais que vêm ocorrendo desde a desvalorização cambial em janeiro de 1999, a dificuldade em se cumprirem as metas atuariais tem aumentado. Por fim, a nova regulamentação sobre fundos de pensão (Resolução 2720 do Banco Central do Brasil) alerta para a importância de se administrarem os ativos tendo em vista as necessidades do passivo, criando ainda a responsabilidade legal dos gestores de fundos de pensão por eventuais desequilíbrios.

### **III.4. Modelos de Imunização**

Um modelo usualmente utilizado para se fazer a administração conjunta de ativos e passivos é o de *duration matching*, denominado [IMMUNIZATION1] por Zenios et al. (1993). A idéia central desse modelo é maximizar a rentabilidade dos ativos da carteira sujeito às restrições de Patrimônio (Valor Presente dos ativos igual ao Valor Presente do passivo) e de *duration*. O *duration* é uma medida da sensibilidade do preço da carteira em questão em relação à variação da taxa de juros. É sabido que, quando há um aumento nas taxas de juros, por exemplo, os valores presentes dos fluxos de caixa caem, conforme podemos observar pela relação a seguir:

$$VP = \frac{FCx}{(1+i)^n} \quad \text{(III.01)}$$

Onde:

VP: valor presente do fluxo de caixa;

FCx: valor financeiro do fluxo de caixa na data;

i: taxa de juros por período até a data do vencimento;

n: número de períodos até o vencimento.

Dessa forma, quando a taxa de juros  $i$  sofre um aumento, o denominador da Equação (III.01) aumenta, reduzindo o valor presente. Porém, em função da

configuração dos fluxos de caixa, os ativos apresentarão diferentes sensibilidades em relação às variações nas taxas de juros. A medida dessa sensibilidade é denominada de *duration* do ativo. Uma medida de *duration* do ativo é simplesmente a derivada do seu valor presente em relação à taxa de juros, ou o seu *dollar duration*, pois possui a unidade do valor presente (unidade monetária) dividida pela unidade da taxa de juros (1/período), ou seja, é medido em unidades monetárias x período. Uma forma mais utilizada de determinação do *duration* é o quociente entre o *dollar duration* e o valor presente, que é conhecida simplesmente como *duration* e é medido em períodos.

Sendo assim, a forma de se equiparar a sensibilidade dos valores presentes de ativos e passivos em relação à taxa de juros é igualarem-se os *dollar durations* de ambos, obrigando a composição do *portfolio* a ser tal que, se houver aumento da taxa de juros, os valores do ativo e do passivo cairão na mesma proporção e, se houver redução da taxa, haverá aumento dos Valores Presentes de ativos e passivos na mesma magnitude. A forma matemática do modelo [IMMUNIZATION1] é:

**Modelo [IMMUNIZATION1]:**

$$\max \sum_i k_i \cdot r_i \cdot x_i$$

s.a.:

$$\sum_i P_i \cdot x_i = P_L$$

$$\sum_i k_i \cdot x_i = k_L$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

No modelo anterior, tem-se:

$P_i$  é o valor presente do ativo  $i$ ;

$P_L$  é o valor presente do passivo;

$r_i$  é a taxa interna de retorno do ativo  $i$ ;

$k_i$  é o *dollar duration* do ativo  $i$ ; (vide Observação 2 a seguir)

$k_L$  é o *dollar duration* do passivo;

---

$x_i$  é a quantidade do ativo  $i$ , ou seja, o valor financeiro a ser investido no ativo  $i$  dividido pelo seu valor presente.

Observações:

1) O valor presente é calculado somando-se os fluxos de caixa de cada período ( $FCx_t$ ) trazidos a valor presente:

$$P = \sum_i \frac{FCx_t}{(1+i)^t} \quad (\text{III.02})$$

2) O *dollar duration*, conforme definido anteriormente, é dado por:

$$k = -\sum_i \left( t \times \frac{FCx_t}{(1+i)^{(t+1)}} \right) \quad (\text{III.03})$$

O *dollar duration*, conforme mencionado, é uma medida da sensibilidade do valor presente a variações na taxa de juros. Igualando-se os *durations* do ativo e do passivo, estamos igualando a variação nos valores presentes em relação às variações das taxas de juros.

3) As taxas de juros não precisam necessariamente ser constantes ao longo do tempo, podendo ser extraídas a partir de uma estimativa da **curva de juros**. Nesse caso, o *dollar duration* ainda pode ser utilizado se supusermos que as variações das taxas de juros serão iguais independentemente do prazo, ou, em outras palavras, que as derivadas parciais do valor presente em relação à taxa de cada prazo serão iguais.

Uma observação importante a respeito do [IMMUNIZATION1] é que estamos obrigando ativos e passivos a terem uma mesma variabilidade em relação à taxa de juros. No entanto, isso pode não ser suficiente para garantir que o valor presente do passivo não supere o valor presente do ativo. As Figuras 1 e 2 a seguir mostram o esboço dos gráficos do valor presente de ativos e passivos em duas situações em que eles possuem o mesmo *dollar duration*:

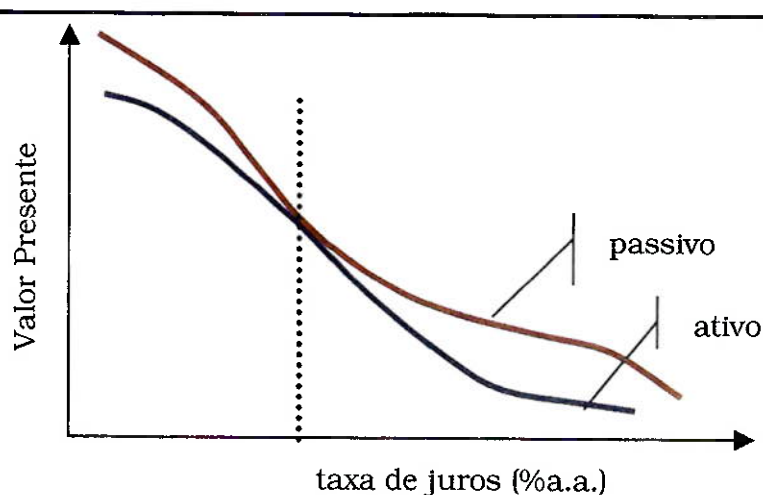


Figura 1: Valor presente de ativos e passivos em função da taxa de juros (situação 1)

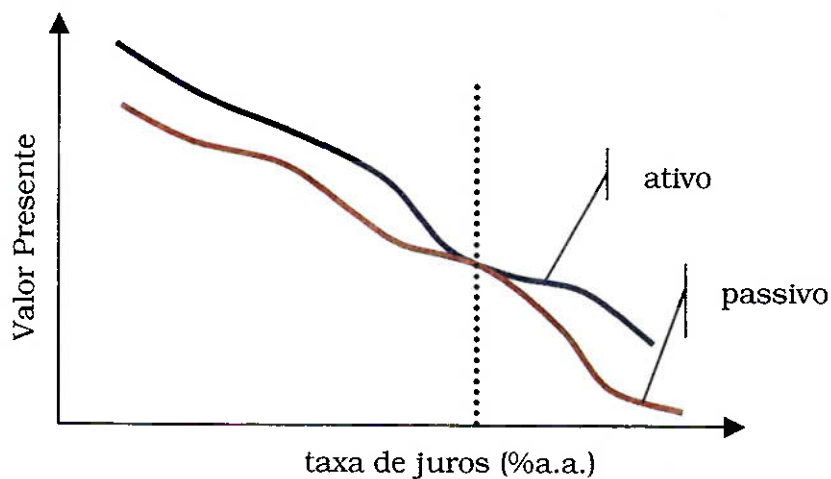


Figura 2: Valor presente de ativos e passivos em função da taxa de juros (situação 2)

Se compararmos as situações apresentadas nos pontos indicados com a linha tracejada, veremos que as condições impostas pelo modelo [IMMUNIZATION1] estão satisfeitas, ou seja, os valores presentes e as primeiras derivadas dos valores presentes de ativo e passivo se igualam. No entanto, a situação da Figura 1 é evidentemente menos vantajosa, pois o passivo tende a aumentar seu valor mais que o ativo, gerando déficit. Para solucionar esse problema, não resolvido no modelo [IMMUNIZATION1], podemos impor mais uma restrição: a de que a segunda derivada do valor presente do ativo em relação à taxa de juros seja maior que a segunda derivada do valor do passivo em relação a tal taxa. Essa segunda derivada do valor presente em relação à taxa é denominada *dollar convexity*, ou convexidade, e é calculada da forma indicada abaixo:



---


$$Q = \sum_i \left( t \times (t+1) \frac{FCx_i}{(1+i)^{(t+2)}} \right) \quad (\text{III.04})$$

Ou seja, se pudermos obrigar a carteira da solução a possuir uma convexidade maior ou igual à do passivo, teremos um *portfolio* que tenderá, quando houver variações na taxa de juros, a ganhar mais valor (ou perder menos valor) que o passivo. Esse modelo [IMMUNIZATION2] pode ser escrito matematicamente como segue:

Modelo [IMMUNIZATION2]:

$$\max \sum_i k_i \cdot r_i \cdot x_i$$

s.a.:

$$\sum_i P_i \cdot x_i = P_L$$

$$\sum_i k_i \cdot x_i = k_L$$

$$\sum_i Q_i \cdot x_i \geq Q_L$$

$$x_i \geq 0, \forall i$$

Onde:

$P_i$  é o valor presente do ativo  $i$ ;

$P_L$  é o valor presente do passivo;

$r_i$  é a taxa interna de retorno do ativo  $i$ ;

$k_i$  é o *dollar duration* do ativo  $i$ ;

$k_L$  é o *dollar duration* do passivo;

$Q_i$  é o *dollar convexity* do ativo  $i$ ;

$Q_L$  é o *dollar convexity* do passivo;

$x_i$  é a quantidade do ativo  $i$ , ou seja, o valor a ser investido no ativo  $i$  dividido pelo seu valor presente.

A resposta desses modelos, no entanto, não costuma ser muito interessante do ponto de vista prático. Normalmente, a solução dada é um *portfolio* composto por dois ativos (ou alguns poucos), um com elevada taxa de retorno e outro para ajustar o *duration*. Além disso, quando impomos a restrição de *duration*

analisada acima, estamos supondo que, caso haja uma variação nas taxas de juros, conforme foi mencionado, ela será igual para todos os prazos.

Dessa forma, a carteira gerada estará imunizada em relação a mudanças paralelas na curva de juros, como indicado em **A** na Figura 3. No entanto, se houver um deslocamento com alteração na forma da curva, conforme indicado em **B**, os valores de ativos e passivos poderão não variar de forma homogênea.

Suponhamos, por exemplo, que as taxas para os períodos mais longos subam mais que as taxas de curto prazo, e que, além disso, o passivo seja uniformemente distribuído ao longo do tempo e o ativo concentrado no longo prazo. Como as taxas de juros de longo prazo subiram mais, o valor presente do ativo cairá muito, enquanto o valor presente do passivo não sofrerá tanto, o que gerará um déficit.

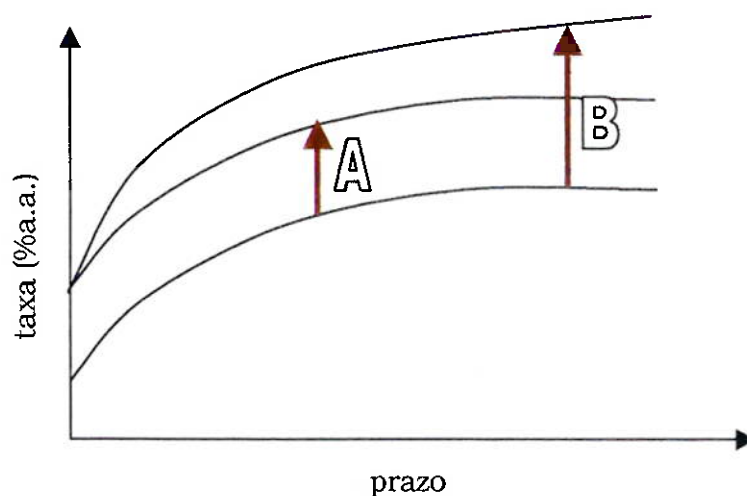


Figura 3: Curva de Juros e seus Possíveis Deslocamentos

Uma forma interessante de minimizarmos esse risco de formato da curva (*"shape risk"*) é a de se dividir o passivo em diversos subgrupos com vencimentos concentrados em datas diferentes e de se realizar a otimização [IMMUNIZATION1] ou [IMMUNIZATION2] para cada subgrupo separadamente.

---

### III.5. Modelos de Cash Flow Matching e Dedicção

Um outro modelo, mais sofisticado, para tratar o risco de descasamento entre ativos e passivos dos planos BD seria o *cash flow matching*. Esse modelo consiste na tentativa de se construir um *portfolio* cujo fluxo de caixa tenha adesão perfeita ao fluxo de caixa do passivo. No entanto, “o problema de se obter casamento exato entre fluxos de caixa é provavelmente inviável dados os instrumentos disponíveis no mercado” (Dahl, Meeraus e Zenios(1993)), ainda mais no mercado brasileiro, que é limitado em ativos. Assim, é necessário relaxar a restrição de *cash flow matching*, utilizando um modelo como o [DEDICATION], que consiste em minimizar o preço de um *portfolio* que imponha uma precedência dos fluxos de caixa dos ativos em relação aos do passivo. Seja a notação:

$\tau$  : índice que representa as datas com vencimentos do passivo

$\Delta \tau$  : período transcorrido entre as datas de vencimento  $\tau$  e  $\tau - 1$

$L_\tau$  : pagamento do passivo na data  $\tau$

$s_\tau$  : superávit na data  $\tau$

$\rho$  : taxa de reinvestimento

$C_{it}$  : Fluxo de caixa do ativo  $i$  na data  $t$

$D_{i\tau}$  : valor do fluxo de caixa do ativo reinvestido à taxa  $\rho$  entre as datas  $\tau$  e  $\tau - 1$

Para uma data  $\tau$ , o valor do fluxo de caixa reinvestido do ativo  $i$  é obtido através da capitalização dos vencimentos ocorridos entre  $\tau$  e  $\tau - 1$  aplicados à taxa  $\rho$ :

$$D_{i\tau} = \sum_{t \in [\tau-1, \tau]} C_{it} \times (1 + \rho)^{\tau-t} \quad (\text{III.05})$$

O caixa gerado por cada componente do *portfolio*, adicionado ao superávit existente anteriormente corrigido pela taxa  $\rho$ , deverá ser igual à soma do vencimento do passivo na data  $\tau$  com o novo superávit:

$$\sum_i D_{i\tau} + s_{\tau-1} \times (1 + \rho)^{\Delta \tau} = L_\tau + s_\tau \quad (\text{III.06})$$

Um aspecto importante é que o risco de reinvestimento, ou seja, o risco do gestor não conseguir aplicar os fluxos de caixa intermediários à taxa  $\rho$  pode ser suprimido ao se adotar um valor conservador para a mesma (por exemplo, zero). Dessa maneira, se a taxa de reinvestimento verificada vier a ser superior, a estratégia gerará gradualmente superávit.

Além disso, cabe ressaltar que é necessário impor não negatividade aos superávits  $s$ , de forma a garantir a precedência dos fluxos de caixa do ativo em relação aos do passivo, e portanto garantindo o “*dedication*”. O modelo fica, então:

**Modelo [DEDICATION]:**

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_i P_i x_i + s_0 \\ \text{s.a.:} \quad & \\ & \sum_i D_{i\tau} x_i + s_{\tau-1} \times (1 + \rho)^{\Delta\tau} = L_\tau + s_\tau, \forall \tau \\ & s_\tau \geq 0, \forall \tau \\ & x_i \geq 0, \forall i \end{aligned}$$

Onde  $P_i$  é o preço do ativo  $i$  e  $x_i$  é a quantidade do ativo  $i$ .

### **III.6. Modelos mistos**

Uma última abordagem do problema, também apresentada por Zenios, consiste em um modelo híbrido entre [IMMUNIZATION] e [DEDICATION], interessante quando há grandes incertezas para o passivo no longo prazo mas há uma boa estimativa do *duration* do mesmo. Trata-se do modelo [COMBINATION], indicado a seguir:

---

**Modelo [COMBINATION]:**

$$\begin{aligned} \min & \sum_i P_i \cdot x_i + s_0 \\ \text{s.a.:} & \\ & \sum_i D_{i\tau} x_i + s_{\tau-1} \times (1 + \rho)^{\Delta\tau} = L_\tau + s_\tau, \forall \tau \\ & \frac{\sum_i P_i \cdot x_i + s_0}{\sum_i k_i x_i} = \frac{P_L}{k_L} \\ & s_\tau \geq 0, \forall \tau \\ & x_i \geq 0, \forall i \end{aligned}$$

Por fim, cabe destacar uma importante limitação de todos os modelos citados anteriormente: nenhum deles se mostra adequado para trabalhar com ativos cujo fluxo de caixa seja incerto, como por exemplo títulos de dívida de maior risco de crédito, papéis pós fixados, papéis com variação cambial e ações.

Há, no entanto, modelos como os apresentados por Klaassen (1998), que são uma abordagem estocástica do problema de *Asset/Liability Management*, e podem embutir as restrições de risco de cada papel. Porém, esse problema apresenta uma grande demanda computacional, em função do elevado número de variáveis e da forte necessidade de processamento, o que tornaria inviável sua implementação nesse trabalho. Nossa abordagem, portanto, será diferente, e buscará refinar os modelos apresentados para permitir a consideração dessas classes diferenciadas de ativos, sem, no entanto, recorrer a modelos de otimização estocástica.

### **III.7. Coleta de Dados**

Com a finalidade de aplicarmos os modelos anteriormente apresentados ao caso brasileiro, levantamos alguns dados importantes que cabem ser destacados brevemente.

---

Primeiramente, levantamos os fluxos de caixa de 237 ativos existentes no mercado no dia 18/08/2000, sendo 79 LFTs (ativos pós fixados), 47 LTNs (ativos pré fixados), 67 NBC-Es (papéis atrelados à variação cambial), 26 NTN-Ds (idem), 6 títulos da dívida externa brasileira renegociada (*C-BOND*, *DCB*, *Discount*, *Exit*, *Par* e *EI*, denominados genericamente de *Brady Bonds*) e 9 *Global Bonds* de emissão da República Federativa do Brasil (*Global 01*, *Global 04*, *Global 07*, *Global 08*, *Global 09*, *Global 20*, *Global 27*, *Global 30*, *Global 40*). Para uma descrição mais detalhada desses instrumentos do mercado de renda fixa, vide o Anexo VII.

Com exceção dos *Bradies* e *Globals*, os preços dos ativos não puderam ser obtidos diretamente do mercado, pois não há registros facilmente tratáveis de preços no Brasil. Assim, foi necessário presumir-se um preço calculado a partir dos fluxos de caixa trazidos a valor presente.

Para se calcular tais preços, bem como para se determinar as taxas internas de retorno, os *dollar durations* e *dollar convexities* dos ativos, foi necessário utilizarmos uma estimativa da **curva de juros** e da **curva cambial**. No Anexo VIII, temos as tabelas de taxas utilizadas, obtidas através de um estudo da *Bloomberg* e extrapoladas de forma simples (linearmente) para os prazos mais longos. Além disso, temos, no Anexo II, um resumo dos ativos utilizados nas otimizações, com suas taxas de retorno, *dollar durations* e *dollar convexities*.

Os dados do passivo utilizados foram obtidos através de um estudo desenvolvido pela área de cálculo atuarial da administradora. Tivemos acesso, assim, ao caso real de um passivo de uma fundação que possuía um plano do tipo Benefício Definido.

O estudo mencionado foi realizado projetando-se, através da utilização de um *software* especializado<sup>4</sup>, os valores dos desembolsos a serem realizados pela patrocinadora para cobrir os benefícios ano a ano até 2032. Além disso, o

---

<sup>4</sup> Trata-se de um *software* desenvolvido para uso interno na Administradora, denominado "Sistema de Avaliação Atuarial para Entidades Fechadas".

---

*software* projeta os valores presentes dos benefícios concedidos e a conceder para cada período, com base na taxa de desconto de 6% a.a. A partir disso, a planilha calcula o superávit ou déficit do plano em cada ponto do tempo, definindo um valor de contribuição da patrocinadora necessário para sanear o plano em um determinado período.

No Anexo III, temos a solução de saneamento proposta pela área de cálculo atuarial ao plano em questão, juntamente com os demais dados do passivo. Cabe ressaltar, no entanto, algumas premissas utilizadas no cálculo:

- Massa fechada de contribuintes, ou seja, o número de pessoas que entra e sai do plano está equilibrado;
- Taxa de juros de 10% a.a. para rentabilidade do ativo<sup>5</sup>;
- Taxa de desconto do passivo: 6% a.a.;
- Inflação zero (ou seja, trata-se de um fluxo de caixa em moeda constante);

Passemos agora à análise dos resultados obtidos para as aplicações diretas dos modelos apresentados anteriormente.

---

<sup>5</sup> Embora tenha sido presumida essa taxa, ela não será uma premissa de nenhuma das otimizações a serem realizadas, pois seria uma fonte desnecessária de incertezas, e, uma vez estabelecida, já define o plano de saneamento do plano a ser implementado.

---

### III.8. Resultados Obtidos

#### Dados:

Os preços e curvas de juros utilizados para os ativos referem-se ao dia 18/08/2000. O fluxo de caixa considerado para o passivo refere-se aos benefícios pagos (como se eles fossem desembolsados no fim de cada ano) subtraídos das contribuições realizadas pela patrocinadora e pelos participantes. As características do passivo assim determinado são:

- *Dollar Duration* =  $k_L$  = -R\$42.840.429
- *Dollar Convexity* =  $Q_L$  = R\$741.258.275

#### Ajustes dos Modelos:

Os modelos que utilizaremos para calcularmos a primeira solução para o problema são os modelos [IMMUNIZATION1], [IMMUNIZATION2] e [DEDICATION]. Faremos, no entanto, algumas alterações nas estruturas deles para que a análise seja mais robusta.

A alteração mais importante refere-se à imposição de uma restrição para o valor do *portfolio*. Como o patrimônio da fundação deve ser aplicado integralmente, impusemos que o valor da carteira fosse igual ao patrimônio da fundação. Para garantir a consistência do modelo, desse patrimônio foi subtraído o valor presente da reserva restante no último ano do período estudado, pois ela não foi considerada para o cálculo dos fluxos de caixa nem para a determinação do *dollar duration* e *dollar convexity* do passivo. Esse valor presente, no entanto, é necessário para cobrir os desembolsos após 2032.

Para o caso do modelo [DEDICATION], no qual a função objetivo é o próprio preço da carteira, a introdução dessa restrição implica a mudança da variável a ser minimizada. A nova função objetivo definida foi a soma dos superávits ao longo do tempo. Como se sabe que os superávits são positivos, por imposição das



restrições do modelo, quando minimizamos a soma dos mesmos estamos impondo que haja a máxima coincidência possível entre os fluxos de caixa de ativos e passivos, que é o objetivo do modelo [DEDICATION]. O novo modelo, [DEDICATION1], pode ser reescrito como:

**Modelo [DEDICATION1]:**

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{\tau} s_{\tau} \\
 & s.a.: \\
 & \sum_i D_{i\tau} x_i + s_{\tau-1} \times (1 + \rho)^{\Delta\tau} = L_{\tau} + s_{\tau}, \forall \tau \\
 & D_{i\tau} = \sum_{t \in [\tau-1, \tau]} C_{it} \times (1 + \rho)^{\tau-t}, \forall \tau \\
 & \sum_i P_i \times x_i = PL \\
 & s_{\tau} \geq 0, \forall \tau \\
 & x_i \geq 0, \forall i
 \end{aligned}$$

Onde:

$P_i$  é o preço do ativo  $i$ ;

$x_i$  é a quantidade do ativo  $i$ , ou seja, o valor a ser investido no ativo dividido pelo seu preço;

$PL$  é o patrimônio líquido da fundação, ou o valor total a ser aplicado;

$\tau$  é o índice que representa as datas com vencimento do passivo;

$\Delta\tau$  é o período transcorrido entre as datas de vencimento  $\tau$  e  $\tau-1$ ;

$L_{\tau}$  é o pagamento do passivo na data  $\tau$ ;

$s_{\tau}$  é o superávit na data  $\tau$ ;

$\rho$  é a taxa de reinvestimento;

$C_{it}$  é o fluxo de caixa do ativo  $i$  na data  $t$ ;

$D_{i\tau}$  é o valor do fluxo de caixa do ativo  $i$  reinvestido à taxa  $\rho$  entre as datas  $\tau$  e  $\tau-1$ .

## Resultados:

Os modelos acima descritos foram resolvidos com a utilização de uma cópia de demonstração do *software* GAMS que, por ser de uso livre, permite a

---

otimização com um número limitado de variáveis e equações. O problema em questão é composto por 38 equações, 272 variáveis e 1137 parâmetros não nulos. A seguir, temos a descrição das respostas obtidas.

A resposta do modelo [IMMUNIZATION1] indicou aplicação de 96% do patrimônio na NTN-D de taxa interna de retorno igual a 20,2%a.a. (máxima), e os demais 4% no *C-BOND*, que é um ativo de mais longo prazo, apresentando vencimento apenas em 2014. Em outras palavras, o modelo investe o máximo possível do capital no ativo de maior rentabilidade, porém de reduzido *dollar duration*, compensando a diferença de *duration* entre esse ativo e o passivo através de uma alocação no ativo de longo prazo, o *C-BOND*.

Para o modelo [IMMUNIZATION2], a solução indicou aplicação de 82% do capital em LFTs, 1% no *C-BOND* e 17% no *Global 40*.

Para o modelo [DEDICATION], utilizando-se a taxa de reinvestimento de 3% a.a., ou seja, assumindo que as taxas pós fixadas garantem rentabilidade 3% a.a. superior aos aumentos de salários, a resposta do modelo indicou a aplicação de 64% num ativo de curto prazo (NTN-D de vencimento em 01/09/2000) e os demais 36% no *GLOBAL 30*, outro ativo de elevado *dollar duration*, pois possui vencimento em 2030.

### **III.9. Análise dos Resultados e Refinamento**

Tendo em mãos os resultados anteriores, podemos tirar algumas conclusões que nos levarão a aprimorar o modelo a ser empregado na otimização. Primeiramente, podemos fazer algumas considerações a respeito dos modelos [IMMUNIZATION1] e [IMMUNIZATION2]. Os resultados que foram obtidos são exatamente os esperados segundo a literatura, ou seja, no caso do [IMMUNIZATION1], a resposta é uma carteira composta pelo ativo de maior taxa interna de retorno juntamente com um ativo de alto *dollar duration*, para balancear o *duration* da carteira. A resposta do [IMMUNIZATION2], por outro lado, dispersa o fluxo de caixa da carteira investindo uma parcela significativa de recursos (18%) em *Bradies*, e o restante em títulos pós fixados. Cabe destacar, no entanto, que, para se desenvolver uma análise do tipo [IMMUNIZATION], é necessário se ter uma

estimativa das **taxas de juros futuras**, o que consiste, por si só, em tarefa razoavelmente complexa, e que tem forte influência sobre o resultado. Além disso, há uma cultura entre os atuários de se utilizar a taxa arbitrária de 6% a.a. (de ganho real) para descontar o passivo a valor presente, decorrente do fato de que esta é a taxa máxima fixada em lei para se calcular o superávit/déficit corrente da fundação. Se os parâmetros do passivo (*duration* e *convexity*) fossem calculados com base nessa taxa arbitrária, as soluções também seriam completamente diferentes.

A resposta dos modelos [IMMUNIZATION] pode também receber uma outra interpretação. É sabido que, para certos planos de aposentadoria complementar, há restrições para se investir nos títulos de dívida brasileiros emitidos no exterior, conforme discutiremos melhor no Capítulo V. Portanto, os *portfolios* sugeridos pelos modelos em análise apresentarão outros custos de implementação, se de fato fossem implementados.

No entanto, podemos dar uma outra interpretação para a solução apresentada, se analisarmos a correlação entre os retornos do C-BOND, do Discount (*bradies* que fazem parte da solução do modelo [IMMUNIZATION]) e do IBOVESPA. O gráfico a seguir mostra os retornos acumulados do IBOVESPA, C-BOND e Discount deflacionados pelo IGP-M desde janeiro de 1995.

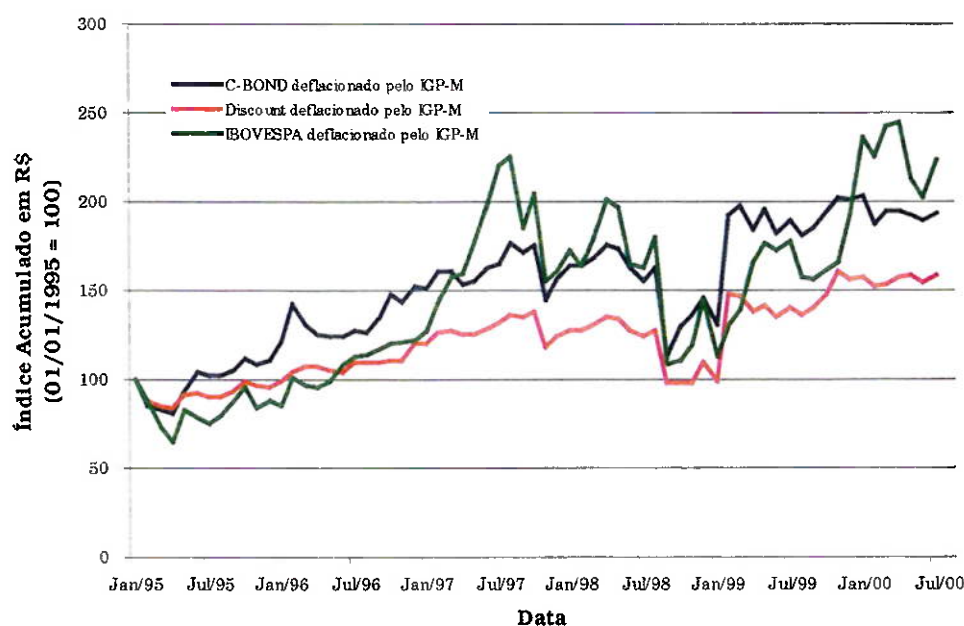


Gráfico 1: Retornos Acumulados do IBOVESPA, C-Bond e Discount, Deflacionados pelo IGP-M

Fonte: *Econômica e Bloomberg*

---

O coeficiente de Pearson (Costa Neto, 1977), que mede a relação linear entre duas variáveis, nos dá uma boa idéia da variação conjunta de preços entre o IBOVESPA e os *Bradies*. Esse coeficiente varia de  $-1$  a  $+1$ , sendo que, quando ele se distancia de zero, indica que as variáveis em questão são correlacionadas. Se calcularmos esse coeficiente para as séries de retornos mensais do *C-BOND* e do IBOVESPA deflacionadas pelo IGP-M, obtemos o valor de 0,63. Para o IBOVESPA comparado com o *Discount*, temos o valor de 0,56. Ambos esses valores são relativamente altos, confirmando que existe uma importante relação entre os retornos dos *Bradies* e do IBOVESPA.

Portanto, uma forma alternativa de se implementar a solução do modelo seria montar uma carteira cuja distribuição dos ativos fosse dada em função da resposta do modelo, ou seja, investir 82% da carteira nos ativos de renda fixa indicados (LFTs) e os demais 18% em ativos de renda variável, por exemplo, um fundo de ações que busque replicar a performance do IBOVESPA.

Vale lembrar, no entanto, que, como os fluxos de caixa do IBOVESPA são incertos, o risco do novo *portfolio* montado é maior do que o risco da solução inicial do problema. Logo, para sermos mais precisos, poderíamos ajustar a exposição em IBOVESPA da carteira em função das volatilidades dos retornos do IBOVESPA e dos *Bradies*.

A volatilidade nada mais é do que o desvio-padrão dos retornos de cada ativo. A volatilidade mensal do IBOVESPA, para o período considerado, foi de 11,7% a.m., enquanto a volatilidade do *C-BOND* foi de 9,4% a.m. Como a volatilidade dos retornos dos ativos pós fixados (LFT) é muito baixa comparada à do IBOVESPA, podemos concluir que uma carteira composta por 20% em LFTs e 80% em IBOVESPA possui volatilidade igual à do *C-BOND* (pois  $20\% \times 0 + 80\% \times 11,7 = 9,4$ ). Portanto, dos 18% em *C-BOND* que se tinha na resposta inicial, teríamos que investir 20% em LFTs (que representam  $20\% \times 18\% = 3,6\%$  da carteira total) e 80% em bolsa (que representam  $80\% \times 18\% = 14,4\%$  da carteira). Assim, para a carteira modificada, teríamos um total de 14,4% aplicado em IBOVESPA e 85,6% em LFTs, de forma que se mantivesse a volatilidade global constante.

---

Essa resposta apresenta aplicação prática imediata, pois admite implicitamente que podemos construir uma carteira com características de *duration* e convexidade adequadas às características do passivo aplicando em ativos de renda fixa e renda variável, ou seja, apresenta uma resposta semelhante à do modelo de Zagottis (1996) do Anexo I, mas adaptada ao passivo do plano e não a uma meta atuarial arbitrariamente fixada. Uma análise mais profunda da introdução de ativos de Renda Variável será feita no Capítulo V.

Passemos para a análise da resposta do modelo [DEDICATION]. Para esse modelo, utilizando-se a taxa de reinvestimento de 3%a.a., temos uma resposta semelhante à do modelo [IMMUNIZATION2], com uma parcela da carteira sendo investida em um ativo de elevado prazo de vencimento (*GLOBAL 30*), e a maior parte ficando investida em ativos de curto prazo (vencimento em 01/09/2000), de maior rentabilidade.

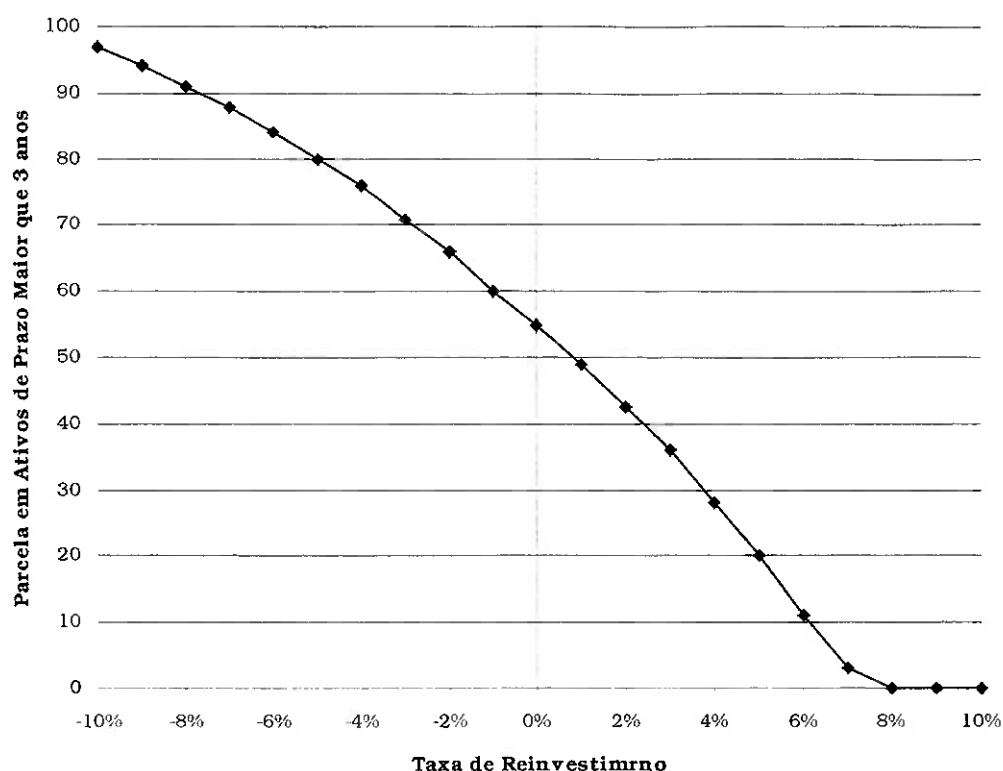
Porém, especialmente no caso do modelo [DEDICATION], a resposta obtida varia conforme as taxas de reinvestimento assumidas, ou seja, seria mais adequado que se estudasse o problema variando-se essa taxa, realizando-se uma análise de sensibilidade em relação a esse fator.

Para isso, calculamos os resultados utilizando taxas de reinvestimento variando de 12% a.a. a -10%a.a., de 1% em 1%. A taxa de -10% a.a. é a mínima taxa que ainda permite a existência de soluções viáveis. As soluções estão resumidas na Tabela 1 a seguir.

Taxa de Reinvestimento	NTN-D (01/09/2000) (%)	NTN-D (01/01/2001) (%)	Discount (%)	GLOBAL 27 (%)	GLOBAL 30 (%)
10%	100	0	0	0	0
9%	100	0	0	0	0
8%	100	0	0	0	0
7%	0	97	3	0	0
6%	0	89	0	0	11
5%	0	80	0	0	20
4%	72	0	0	0	28
3%	64	0	0	0	36
2%	57	0	0	0	43
1%	51	0	0	0	49
0%	0	45	0	0	54
-1%	0	40	0	5	55
-2%	0	34	0	10	56
-3%	0	29	0	14	57
-4%	0	24	0	17	58
-5%	0	20	0	21	59
-6%	0	16	0	23	60
-7%	0	12	0	26	62
-8%	0	9	0	28	63
-9%	0	6	0	30	64
-10%	0	3	0	32	66

**Tabela 1: Análise de Sensibilidade do Modelo [DEDICATION] em Relação à Taxa de Reinvestimento**

Como se pode perceber, quando as taxas de reinvestimento esperadas são altas, o modelo tende a aplicar os recursos em ativos com vencimento no curto prazo, para se aproveitar dos rendimentos do mercado de juros. No entanto, quando essas taxas vão sendo reduzidas, ou seja, conforme o modelo se torna conservador em relação às taxas de reinvestimento, os fluxos de caixa tendem a se dispersar e o modelo passa a investir nos títulos de longo prazo, no caso, *Discount*, *Global 27* e *Global 30*. O Gráfico 2 mostra a exposição da carteira em ativos de longo prazo (*Bradies* e *Globals*) em função da taxa de juros real esperada no longo prazo.



**Gráfico 2: Participação de Ativos de Longo Prazo na Solução do Modelo [DEDICATION] em Função da Taxa de Reinvestimento**

Cabe destacar que as taxas negativas utilizadas corresponderiam a situações em que os juros pós fixados rendessem menos que a variação dos pagamentos de benefícios. Quando essas taxas são muito negativas, o problema acaba se tornando inviável, como ocorre quando a taxa de reinvestimento é suposta inferior a -10%.

Devemos lembrar, no entanto, que a taxa de reinvestimento deve ser tomada como a taxa a que se poderão investir os ativos descontada da taxa de variação esperada para o passivo, que é a variação salarial. A variação salarial é composta por uma expectativa de inflação adicionada de uma projeção de variação real. Portanto, a taxa de reinvestimento é equivalente à taxa de juros reais esperada subtraída da expectativa de variação real de salários. Dessa forma, se projetamos taxas de juros reais de 7% a.a. e crescimento de salários real por volta de 3% a.a., teríamos uma taxa de reinvestimento de aproximadamente 4% a.a., e portanto uma alocação sugerida em ativos de longo prazo de cerca de 30%.

---

Um outro refinamento para o modelo [DEDICATION] foi feito dividindo-se os fluxos de caixa projetados para o passivo numa base mensal, a partir dos dados calculados anualmente. No entanto, para esse problema, a versão de demonstração do GAMS não apresentava capacidade suficiente, o que nos forçou a dividir o modelo em três subproblemas. Dividiu-se, assim, o passivo em questão em três partes, que não excedessem o limite de 300 variáveis lineares imposta pela versão do GAMS que foi utilizada. A primeira parte em que se dividiu o problema inclui os vencimentos do passivo até 2004, em base mensal. A segunda parte corresponde aos vencimentos entre 2005 e 2009, também em base mensal, e a terceira parte engloba os vencimentos de 2010 em diante, porém em base trimestral até 2008 e em base anual daí em diante. Os subproblemas estão indicados na Tabela 2, a seguir. A taxa de reinvestimento utilizada foi zero.



<b>Período</b>	<b>Base</b>	<b>Função Objetivo</b>	<b>Restrições</b>	<b>Número de Variáveis</b>
Até 2004	Mensal	Mínimo preço	Superávits positivos	291
De 2002 até 2009	Mensal	Mínimo preço	Superávits positivos	298
De 2010 até 2032	Trimestral até 2028, inclusive	Mínimos superávits intermediários	Superávits positivos	299
	Anual daí em diante		Preço igual à diferença entre o patrimônio disponível e os preços dos subproblemas 1 e 2.	

**Tabela 2: Subdivisão do Modelo [DEDICATION]**

As soluções de cada um dos subproblemas estão listadas na Tabela 3.

---

<b>Período</b>	<b>Composição</b>	<b>Valor da Carteira</b>
Até 2004	92,5% em LFTs de 20 vencimentos diferentes 1,8% em LTNs 5,6% no GLOBAL 01	R\$375.618
Até 2009	15% em C-BOND 69% em GLOBAL 08 16% em GLOBAL 09	R\$751.656
Até 2032	38% NTN-D (vencimento set/00) 58% GLOBAL 30 4% GLOBAL 27	R\$25.704.161

---

**Tabela 3: Soluções dos Três Subproblemas do Modelo [DEDICATION]**

A solução acima é bastante semelhante ao que obtivemos anteriormente, mas traz mais uma informação interessante: para se cobrir os fluxos de passivo no curto prazo, basta uma parcela de 1,4% do patrimônio total do plano (que é o valor da função objetivo, de R\$375.618), deixando o restante livre para se cobrir os fluxos de longo prazo.

Vale destacar, porém, que, ao dividirmos o problema em três partes, a soma das soluções individuais não será a solução do problema global. Porém, a divisão em três problemas de menos de 300 variáveis, possíveis de se resolver na versão de demonstração do GAMS, pôde nos dar uma indicação de como seria a resposta do modelo global.

---

### **III.10. Conclusões**

Evidentemente, os resultados apresentados são interessantes como aplicação dos modelos de *Asset/Liability Management* no Brasil. No entanto, eles apresentam algumas limitações que podem ser trabalhadas e podem gerar sofisticções dos modelos.

Uma das limitações é o fato de que todos os modelos descritos não consideram um aspecto muito importante dos fluxos de caixa tanto dos ativos quanto dos passivos: a incerteza. No caso do passivo, existe incerteza nos fluxos de caixa porque é necessário, na sua estimativa, considerar-se uma série de variáveis aleatórias, como por exemplo idades de aposentadoria dos participantes, vida restante, salário no momento da aposentadoria etc. A maioria desses riscos não pode ser compensada com a montagem da carteira; no entanto, pelo menos um deles pode ser levado em consideração pelos administradores, que é a sua atualização com base na inflação.

Isso pode ser feito se acrescentarmos à função objetivo do modelo [DEDICATION] uma penalidade em função do risco de cada ativo. O risco dos fluxos de caixa dos ativos existe porque eles não necessariamente serão corrigidos pelos índices de inflação. Sendo assim, precisamos considerar o descolamento provável entre esses fluxos de caixa e os fluxos de caixa do passivo causados pela correção dos benefícios pagos com base no IGP-M. Além disso, muitos dos ativos utilizados têm o fluxo de caixa atrelado também à variação cambial, o que representa um risco adicional.

Uma forma de se incluir esses fatores na otimização é analisar, com base em dados históricos, as diferenças entre, por exemplo, a variação cambial e a variação do IGP-M. Isso pode ser feito considerando-se o desvio-padrão das diferenças entre a variação do dólar e do IGP-M. Mais especificamente, para cada classe de ativo, dever-se-ia desenvolver a análise histórica de retornos relativos ao IGP-M, conforme esquematizado na Tabela 4 a seguir:

---

<b>Ativo</b>	<b>Risco</b>
Pré fixado (LTN)	0 - IGP
Pós fixado (LFT)	CDI <sup>6</sup> - IGP
Cambial (NTN-D)	US\$ - IGP
Atrelado ao IGP-M (NTN-D)	0
Brady Bonds (C-BOND, IDU)	US\$ - IGP

**Tabela 4: Riscos Associados a Cada uma das Classes de Ativos**

Podemos notar que esse tipo de abordagem nos permite dar um tratamento muito mais adequado aos títulos pós fixados, cujos fluxos de caixa seriam diferenciados dos fluxos dos ativos pré fixados pela incerteza, se aplicássemos um modelo [DEDICATION] modificado.

Conforme mencionado, há também outra abordagem para tratamento do risco dos ativos, que é a otimização estocástica, que não analisaremos em função da limitação computacional.

Para concluir, devemos ressaltar que é muito importante que um modelo de otimização inclua no seu universo ativos de renda variável. Algumas considerações a respeito disso foram apresentadas, mas serão melhor desenvolvidas no Capítulo V.

---

<sup>6</sup> A taxa do CDI (Certificado de Depósito Interbancário) é a taxa mais comumente utilizada como referência para os rendimentos pós fixados. Trata-se da taxa de crédito nas operações entre bancos.

---

## **Capítulo IV: Estudo de Adaptações para Gestão dos Riscos**

### ***IV.1. Introdução***

As soluções encontradas no capítulo anterior, conforme já foi mencionado, são satisfatórias apenas de forma limitada. Isso porque elas consideram que todos os fluxos de caixa, tanto do ativo quanto do passivo, sejam determinísticos, e, na realidade, isso não ocorre.

Neste capítulo, analisaremos as principais fontes de risco inerentes a essas soluções e proporemos alterações na estrutura dos modelos para que obtenhamos respostas ajustadas a esses riscos.

### ***IV.2. Análise das Incertezas Ligadas aos Fluxos de Caixa do Passivo***

Como primeiro fator importante de risco para a carteira, devemos lembrar das incertezas inerentes à projeção do passivo do plano. Os dados obtidos para a otimização foram resultado de uma projeção realizada por um Sistema de Informações especializado, cujo algoritmo pode ser resumido como segue:

- Determinar, a partir da idade média dos participantes ainda não aposentados, a expectativa restante de contribuições;
- Considerar-se a idade média dos participantes aposentados e, juntamente com a expectativa de vida dos mesmos, apurar os valores dos desembolsos necessários para cobrir os gastos com benefícios. O mesmo é válido para os participantes ainda não aposentados, com a diferença de que se deve levar em conta a idade média remanescente para aposentadoria;

- 
- Assumir uma taxa de crescimento dos participantes novos e dos participantes que se aposentam. No caso do plano em estudo, assumiu-se taxa de crescimento nula, ou seja, as contratações na empresa patrocinadora são feitas exclusivamente para repor as pessoas que saem da empresa e que se aposentam.
  - Projetar a rotatividade dos funcionários na empresa, pois isso representa entradas e saídas de participantes do plano;
  - Projetar a folha salarial, pois, num plano Benefício Definido, o benefício a ser pago ao participante é uma parcela do seu salário médio ou do seu salário final;
  - Projetar o crescimento da folha salarial (normalmente, faz-se a projeção indexada a um índice de inflação adicionado de um componente de ganho real, como, por exemplo, IGP-M + 6% a.a.);
  - Determinar uma taxa de desconto para o passivo, como forma de calcular os valores presentes do mesmo ao longo do tempo.

Evidentemente, cada uma dessas premissas adotadas pode ser considerada como uma fonte de incertezas para os desembolsos futuros estimados. Devido a esse fato, as restrições do modelo [DEDICATION] de que os fluxos de caixa dos ativos precedam os fluxos de caixa dos passivos poderão ser infringidas *ex-post*, embora o modelo tenha indicado a solução como sendo viável *ex-ante*. Por exemplo, suponhamos que o passivo do modelo fosse de apenas um desembolso no final do período 1, no valor de R\$1.000. Suponhamos também que a solução ótima (e viável *ex-ante*) encontrada fosse a de se comprar um ativo pré fixado que garantisse um fluxo de caixa de R\$1.000 exatamente na data de vencimento do passivo. Poderia ocorrer uma correção nos benefícios pagos aos contribuintes, em função da inflação no período (por exemplo, de 9%). Nesse caso, o desembolso *ex-post* seria de  $R\$1.000 \times 1,09 = R\$1.090$ , gerando um déficit de R\$90 e, portanto, tornando a solução inviável.

---

O estudo da maioria das fontes de incerteza citadas, porém, foge do escopo desse trabalho, devendo ser mais detalhadamente desenvolvido com o auxílio do cálculo atuarial. Porém, podemos melhorar as soluções obtidas se considerarmos pelo menos um aspecto do passivo: a não correção dos desembolsos pela inflação, que faz com que os mesmos tendam a ser nominalmente superiores à projeção.

### ***IV.3. Análise das Incertezas Ligadas aos Fluxos de Caixa dos Ativos***

Da mesma forma que o passivo, os ativos também apresentam incertezas no que diz respeito aos fluxos de caixa futuros. Essas incertezas podem ser oriundas da própria característica dos ativos, como por exemplo para os papéis pós fixados, para os quais os fluxos de caixa efetivos só podem ser determinados na data do vencimento, através da variação dos índices de referência (CDI, Selic, IGP-M, IGP-DI, INPC, Dólar etc.). Porém, a aleatoriedade dos fluxos de caixa pode ser decorrente também do próprio risco de crédito do emissor do papel, sendo que essa abordagem é, inclusive, uma forma de se diferenciarem títulos de renda fixa com o mesmo fluxo de caixa e emissores diferentes.

De uma forma geral, podemos destacar as principais fontes de risco para os ativos de renda fixa como sendo:

- Risco de variações nas taxas de juros, que afetam os fluxos de caixa dos ativos pós fixados corrigidos por taxas referenciais de juros (Selic, CDI);
- Risco de variações cambiais para ativos corrigidos por ou denominados em moeda estrangeira;
- Risco de variações inflacionárias, que afetam os ativos pós fixados corrigidos por índices de inflação;
- Risco de crédito, ou seja, risco de o emissor do ativo não ser capaz de honrar os compromissos;

- 
- Risco de liquidez, ou risco de não ser possível (a um preço razoável) transacionar um ativo quando se deseja.

Para o modelo [DEDICATION] (com o qual trabalharemos nesse refinamento), se estivermos trabalhando com otimização sem rebalanceamento periódico da carteira, esse último fator de risco não deve ser considerado, uma vez que não são necessárias transações com os ativos, a não ser no momento da montagem do *portfolio*.

#### ***IV.4. Modelagem do Risco da Carteira***

Partiremos do princípio de que uma forma adequada de se incluir, nas soluções apresentadas pelo modelo [DEDICATION], restrições de risco da carteira, será aplicarmos uma “correção” aos fluxos de caixa de cada ativo considerando as características de risco do mesmo.

A seguir, descrevemos em maior detalhe os riscos que levaremos em consideração para aprimorar o modelo que temos.

##### **Risco de Correção dos Desembolsos do Passivo**

Os desembolsos do passivo são corrigidos, ano a ano, pela variação do salário médio dos participantes não aposentados. Embora a correção dos salários, a rigor, possa ser independente da inflação, assumiremos que eles apresentarão uma taxa de variação acima da inflação, ou seja, ganhos reais no longo prazo.

No modelo a ser proposto, portanto, consideraremos a componente inflacionária da variação salarial adicionada a uma parcela constante de ganho real presumido admitindo portanto que o passivo obtido na verdade possui fluxos de caixa pós fixados, determinados em função da variação de um índice de inflação no período.

Utilizaremos o IGP-M (Índice Geral de Preços ao Mercado), cuja variação é calculada mensalmente segundo a metodologia da Fundação Getúlio Vargas, e



---

que é utilizado por muitas fundações e fundos de pensão como referência para correção do passivo. Assumiremos que a taxa de ganho real de salários é de 6% a.a., que, embora também seja utilizada por muitos planos de aposentadoria complementar como referência de correção real dos salários, não deixa de se apresentar arbitrária.

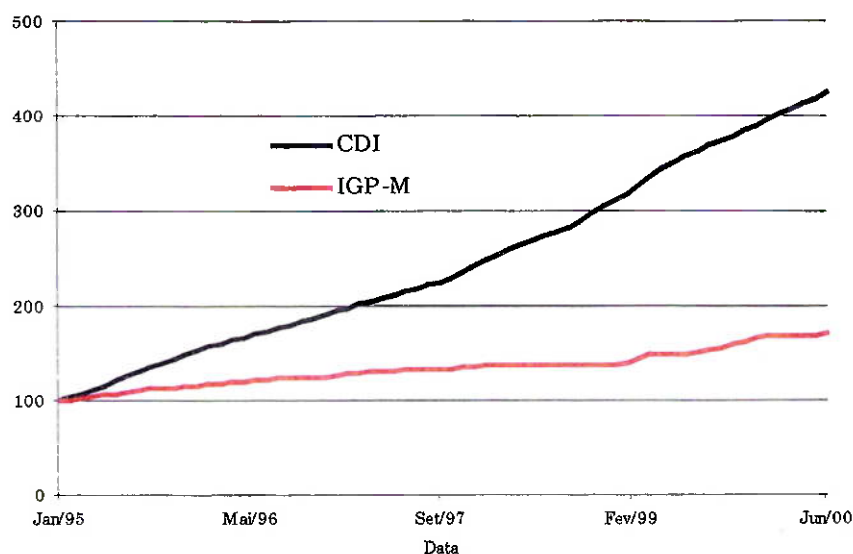
### **Risco do Fluxo de Caixa de um Ativo Pré Fixado**

Para um ativo pré fixado, o valor dos pagamentos pode ser considerado determinístico, excetuando-se pelo risco de crédito. No entanto, pelo exemplo dado anteriormente, podemos deduzir que o ativo pré fixado carrega consigo risco porque, enquanto o valor do desembolso desse tipo de ativo é fixo, o valor do passivo correspondente a ele sofre correção, o que potencialmente gera déficits.

Assim, consideramos que a perda potencial gerada por um ativo pré fixado pode ser medida pela expectativa de correção do passivo, que, conforme já foi mencionado, pode ser considerada como sendo igual à taxa de inflação adicionada de uma taxa de ganho real de salários.

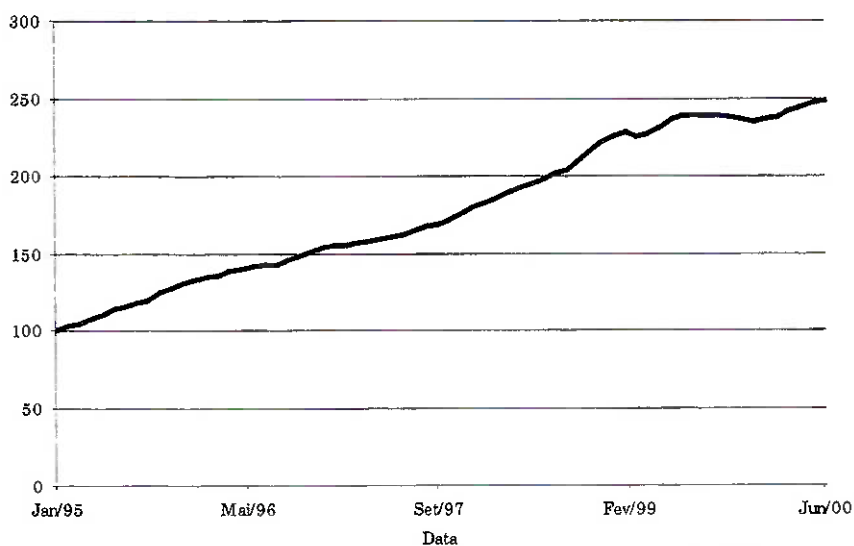
### **Risco do Fluxo de Caixa de um Ativo Pós Fixado**

Nesse caso, além da correção inerente ao passivo, o ativo apresenta correção atrelada à variação de um índice, como, por exemplo, o CDI. Portanto, o risco de descolamento dos fluxos de caixa ao final do período pode ser medido pela diferença potencial entre o índice que corrige o ativo e o índice de correção do passivo. O Gráfico 3 a seguir mostra as variações acumuladas do CDI e do IGP-M desde janeiro de 1995. Como se pode ver, existe uma correlação importante entre as rentabilidades dos índices mencionados ( $R^2$  quadrado de 0,52 entre os retornos), sendo que o CDI tende a propiciar um retorno sistematicamente superior ao IGP-M.



**Gráfico 3: Rentabilidades Acumuladas do CDI e do IGP-M**  
Fonte: *Economática*

Se analisarmos o Gráfico 4, que mostra o CDI deflacionado pelo IGP-M, podemos notar que, de fato, há uma tendência de o ativo pós fixado acumular um ganho em relação à inflação, que corresponde à taxa de juros real da economia.



**Gráfico 4: Rentabilidade Acumulada do CDI acima do IGP-M**  
Fonte: *Economática*

Vale notar que a taxa de juros reais pode mudar ao longo do tempo, como se pode perceber observando-se em maior detalhe o gráfico anterior, que apresenta constantes mudanças na inclinação da curva, em particular a partir de janeiro de 1999.

---

## Risco do Fluxo de Caixa de um Ativo Arelado à Variação Cambial

De maneira análoga ao caso do ativo pós fixado, deve-se calcular o risco de descolamento entre a variação cambial e o índice de inflação considerado. No longo prazo, no entanto, é possível admitir que a tendência de que o ganho da variação cambial em relação à inflação seja aproximadamente nulo, e, portanto, a penalização deve ser dada principalmente em função da variabilidade dessas diferenças ao longo do tempo.

## Risco do Fluxo de Caixa dos *Bradies* e *Globals*

Os fluxos de caixa desses ativos podem ser pré ou pós fixados, mas são denominados em dólar. No caso dos ativos pós fixados, os fluxos de caixa utilizados foram obtidos através das taxas do mercado futuro da *Libor*<sup>7</sup>, sendo que essa seria uma fonte de incerteza a ser considerada. No entanto, admitiremos que as flutuações da *Libor* são relativamente pequenas em relação às variabilidades das demais variáveis do problema. Portanto, o perfil de risco desses ativos é semelhante ao dos papéis indexados ao dólar, mencionados anteriormente.

## IV.5. Cálculo do Fluxo de Caixa Ajustado

Para aplicarmos as correções aos fluxos de caixa, faremos um levantamento dos retornos dos três índices em questão, a saber, IGP-M, CDI e dólar. Os retornos serão calculados como:

$$R_{t,t+1} = \ln \left( \frac{I_{t+1}}{I_t} \right) \quad (\text{IV.01})$$

onde :

$R_{t,t+1}$  = retorno em capitalização contínua entre os instantes  $t$  e  $t + 1$ ;

$I_t$  = índice acumulado no instante  $t$ .

---

<sup>7</sup> *Libor* (*London Inter Bank Offered Rate*) é a taxa de juros interbancária do mercado londrino.

É fácil perceber que, para obtermos o retorno entre dois instantes  $T_A$  e  $T_B$ , basta fazer:

$$\begin{aligned} R_{T_A, T_B} &= \ln\left(\frac{I_{T_A}}{I_{T_B}}\right) = \ln\left(\frac{I_{T_B}}{I_{T_B-1}} \times \frac{I_{T_B-1}}{I_{T_B-2}} \times \frac{I_{T_B-2}}{I_{T_B-3}} \times \dots \times \frac{I_{T_A-1}}{I_{T_A}}\right) = \\ &= \sum_{T_B}^{T_A} \ln\left(\frac{I_{t+1}}{I_t}\right) = \sum_{T_B}^{T_A} R_{t, t+1} \end{aligned} \quad (\text{IV.02})$$

Portanto, trabalhando-se com os retornos em capitalização contínua, temos a vantagem de obtermos relações lineares entre os retornos ao longo dos diversos períodos. Dessa forma, suponhamos que a distribuição de probabilidade dos retornos mensais de um dos índices possua média e desvio-padrão conhecidos, que ela seja estacionária e que os retornos de períodos posteriores sejam independentes dos retornos de períodos antecedentes. Poderemos calcular a média e o desvio-padrão do retorno acumulado em  $n$  meses aplicando as propriedades da média e do desvio-padrão:

$$\begin{aligned} E(R_{n \text{ meses}}) &= n \times E(R_{1 \text{ mês}}) \\ \sigma(R_{n \text{ meses}}) &= \sqrt{n} \times \sigma(R_{1 \text{ mês}}) \end{aligned} \quad (\text{IV.03})$$

Essa é uma abordagem discreta do problema da variação dos preços dos ativos ao longo do tempo, ou seja, é válida para valores inteiros de  $n$ . Porém, a relação acima continua válida para valores não inteiros de  $n$  (Merton, 1992) e por isso, será utilizada na análise dos retornos dos ativos em questão (CDI, IGP-M, Dólar).

Para desenvolver tal análise, fizemos um levantamento do histórico de retornos mensais das três variáveis relevantes desde janeiro de 1995 até julho de 2000, e obtivemos as seguintes estatísticas:

	0 - IGP-M (Pré)	CDI - IGP-M (Pós)	Dólar - IGP-M (Cambial)
Média (% a.m.)	(0,83)	1,35	(0,15)
Desvio Padrão (% a.m.)	0,81	0,98	1,85
Mínimo (% a.m.)	(3,55)	(1,22)	(9,00)
Máximo (% a.m.)	0,71	3,91	5,29
Mediana (% a.m.)	(0,68)	1,48	(0,03)

**Tabela 5: Estatísticas dos Retornos Mensais das Variáveis em Análise**

Por fim, chegamos à forma de corrigir cada fluxo de caixa, em função das seguintes variáveis:

- Tipo do ativo;
- Média histórica para o retorno;
- Desvio-padrão do retorno;
- Prazo remanescente até a data do fluxo de caixa;
- Aversão ao risco do investidor.

A equação que dá a correção do fluxo de caixa em função das variáveis acima é:

$$FC_{i,t}^{corrigido} = FC_{i,t} \times \exp(\bar{R}_K \times t - \lambda \times s_K \times \sqrt{t}) \quad (\text{IV.04})$$

onde:

$FC_{i,t}^{corrigido}$  é o fluxo de caixa corrigido do ativo  $i$  na data  $t$ ;

$FC_{i,t}$  é o fluxo de caixa não corrigido do ativo  $i$  na data  $t$ ;

$\bar{R}_K$  é a estimativa do retorno médio mensal para o tipo de ativo  $K$ ;

$s_K$  é a estimativa do desvio-padrão do retorno mensal para o tipo de ativo  $K$ . A partir de um conjunto de  $n$  observações, o desvio-padrão

da população é estimado por  $s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \times c$ , onde  $x_i$  são as

---

observações individuais,  $\bar{x}$  é a média de  $x_i$  e  $c$  é um parâmetro de correção do viés de  $s$  como estimador do desvio-padrão<sup>8</sup>.

$K$  é o tipo de ativo (pré fixado, pós fixado ou cambial);

$t$  é o prazo, em meses, até a data do fluxo de caixa;

$\lambda \geq 0$  é o parâmetro de aversão ao risco.

Analisemos em maior detalhe como foi construída essa expressão. Trata-se de uma correção do fluxo de caixa esperado para a data  $t$  em função do retorno esperado do ativo e do desvio-padrão do mesmo.

Primeiramente, podemos reescrever a expressão na seguinte forma:

$$FC_{i,t}^{corrigido} = FC_{i,t} \times \frac{e^{\bar{R}_K \cdot t}}{e^{\lambda \cdot s_K \cdot \sqrt{t}}} \quad (\text{IV.05})$$

Como se pode ver, a correção aplicada ao retorno esperado encontra-se no numerador da expressão, enquanto a correção referente ao desvio-padrão está no denominador.

O numerador aplica uma correção em função da rentabilidade esperada do ativo até a data, que corresponde ao retorno médio mensal ( $\bar{R}_K$ ) corrigido para o período correspondente segundo a expressão (IV.03). Portanto, se o retorno esperado é positivo, o expoente do numerador será positivo, e estaremos multiplicando o fluxo de caixa por um número maior que 1, logo beneficiando-o. Se, por outro lado, o retorno esperado for negativo, o expoente do numerador será negativo e estaremos multiplicando o fluxo de caixa por um número menor que 1, penalizando-o.

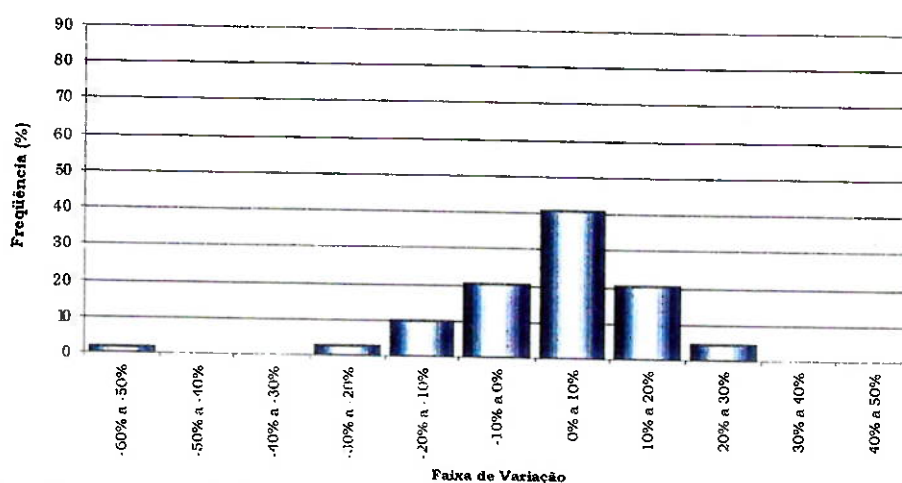
É no denominador, no entanto, que se encontra a correção mais importante que estamos aplicando, a saber, a correção devido ao risco carregado pelo fluxo de caixa. No caso, estamos utilizando o desvio-padrão dos retornos em

---

<sup>8</sup> Para uma análise mais completa, vide Costa Neto (1977).

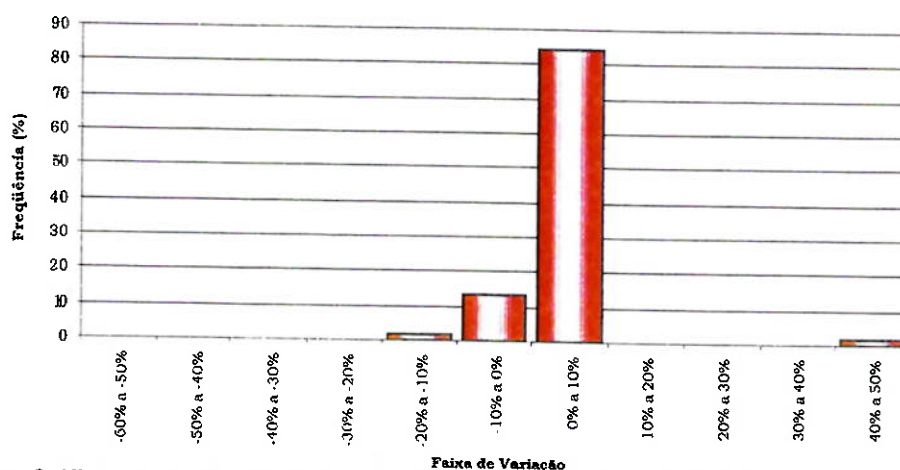
capitalização continua como medida do risco. Isso é largamente empregado em finanças (Dimson, 1999), uma vez que a incerteza nos retornos é medida de forma bastante razoável pelo desvio-padrão dos mesmos.

Um exemplo disso pode ser obtido comparando-se os histogramas de retornos de dois diferentes ativos: o IBOVESPA e o Dólar (Gráficos 5 e 6). Como se pode ver, a dispersão dos retornos do IBOVESPA é bem maior que a do Dólar, o que se reflete em seu maior desvio-padrão (12,3% a.m. contra 6,6% a.m. do Dólar).



**Gráfico 5: Histograma dos Retornos Mensais do IBOVESPA de Janeiro de 1995 a Setembro de 2000**

Fonte: *Econômica*



**Gráfico 6: Histograma dos Retornos Mensais do Dólar de Janeiro de 1995 a Setembro de 2000**

Fonte: *Econômica*

---

Portanto, retomando a análise da Equação (IV.05), utilizamos o desvio-padrão<sup>9</sup> do fator de risco correspondente para corrigir o fluxo de caixa. No entanto, como os desvios-padrão medidos se referem a retornos em base mensal, aplicamos novamente as equações (IV.03) para ajustá-lo ao prazo de vencimento do fluxo de caixa, chegando ao valor  $s_K \cdot \sqrt{t}$ .

O fator  $\lambda$ , ou coeficiente de aversão ao risco, mede a indisposição do investidor em aplicar seu capital num ativo que está sujeito à perda de seu valor (relativamente ao IGP-M).

Como todos os termos anteriormente mencionados são positivos, o expoente do denominador será também positivo e, portanto, o denominador será sempre um número maior que 1. Portanto, estaremos sempre penalizando o fluxo de caixa em função do nível de risco e da aversão ao mesmo.

Para termos uma interpretação mais palpável do coeficiente de aversão ao risco e da penalização sendo aplicada, suponhamos os seguintes valores:

$$FC_{i,t} = 100$$

$$\bar{R}_K = 1\% \text{ a.m.}$$

$$s_K = 0,4\% \text{ a.m.}$$

$$t = 4 \text{ meses}$$

$$\lambda = 1$$

Os valores corrigidos para retorno esperado e desvio-padrão são dados por:

$$\bar{R}_K = 1\% \times 4 = 4\%$$

$$s_K = 0,4\% \times \sqrt{4} = 0,8\%$$

Portanto, a fórmula do fluxo de caixa corrigido seria:

---

<sup>9</sup> Conforme já foi mencionado, o desvio-padrão dos retornos de um ativo é comumente chamado, em finanças, de volatilidade do mesmo.



$$\begin{aligned}
 FC_{i,t}^{corrigido} &= FC_{i,t} \times \frac{e^{4\%}}{e^{0,8\%}} = FC_{i,t} \times e^{(4\% - 0,8\%)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{FC_{i,t}^{corrigido}}{FC_{i,t}} &= e^{(4\% - 0,8\%)} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \ln\left(\frac{FC_{i,t}^{corrigido}}{FC_{i,t}}\right) &= (4\% - 0,8\%)
 \end{aligned}$$

Se interpretarmos a correção aplicada como sendo a taxa de retorno propiciada pelo fluxo de caixa, como indicado no desenvolvimento acima, podemos dizer que estamos assumindo que o retorno advindo da aplicação naquele fluxo de caixa será igual ao **retorno esperado menos um desvio-padrão**. Ou seja, por conservadorismo, estamos supondo que o retorno que será obtido na prática estará na posição indicada no Gráfico 7 com relação à distribuição de probabilidades dos retornos do mesmo (que supusemos normal para esse exemplo).

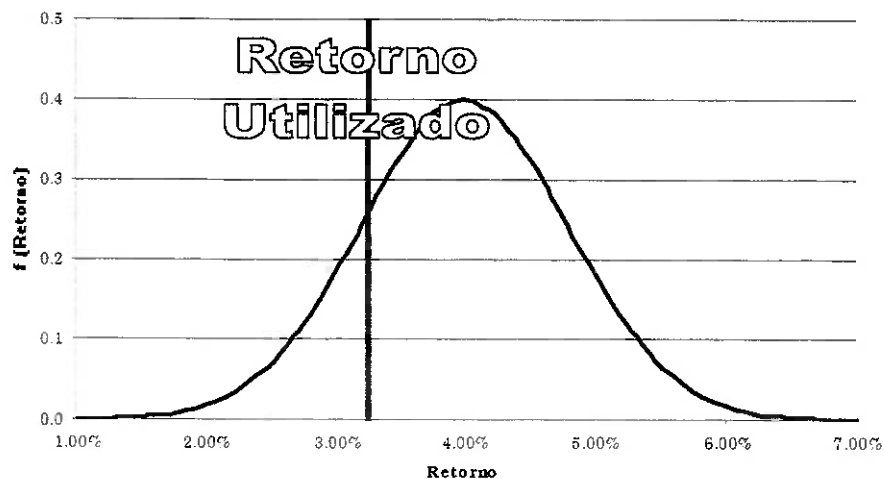


Gráfico 7: Posição do Retorno Utilizado em Relação à Distribuição de Probabilidade

---

Portanto, uma outra interpretação para o coeficiente  $\lambda$  é o número de desvios-padrão que utilizaremos para deduzir do retorno esperado e, portanto, para penalizar o fluxo de caixa.

Quando  $\lambda$  é zero, não aplicamos nenhuma penalização, e o modelo volta a ser o modelo [DEDICATION] anteriormente apresentado. Quando  $\lambda$  tende a infinito, todos os fluxos de caixa sujeitos a algum tipo de risco são zerados, restando apenas aqueles com características determinísticas (atrelados ao IGP-M). Além disso, podemos utilizar o  $\lambda$  como instrumento para acrescentarmos à otimização, ativos com diferentes riscos de crédito, tomando o cuidado de não aplicar essa correção a ativos atrelados ao IGP-M (desvio-padrão nulo).

Com essa expressão de correção dos fluxos de caixa, podemos também refinar a estimativa das taxas de reinvestimento, que eram consideradas constantes ao longo do tempo no capítulo anterior. Podemos, agora, impor que as mesmas tenham a mesma correção aplicada aos ativos pós fixados.

#### ***IV.6. Soluções Obtidas***

Com esse novo referencial, podemos resolver o modelo [DEDICATION] para diversos valores de aversão ao risco, obtendo diferentes soluções, para os diferentes níveis de  $\lambda$ .

No entanto, ao executarmos a otimização para os valores históricos de retornos esperados, estaríamos desconsiderando as projeções futuras para as variáveis em questão. Assim, coletamos projeções de longo prazo para as variações anuais médias das três variáveis, indicadas a seguir:

- Taxa Real de Juros: 7,5% a.a.
- Taxa de Inflação de Longo Prazo: 3,0% a.a.
- Variação Cambial no Longo Prazo: 1,0% a.a.

---

Além disso, vale lembrar que é possível fazer adaptações dos retornos esperados para assumir uma taxa de crescimento real dos salários.

No que diz respeito às estimativas dos desvios-padrão, ou volatilidades dos retornos dos ativos, é necessário se fazer um ajuste, pois, caso contrário, o problema de otimização se tornará inviável, dado que haverá uma penalização excessiva dos fluxos de caixa. O ajuste foi feito através de uma suavização exponencial das séries de desvio-padrão calculadas com base nos retornos acima da inflação nos seis meses antecedentes<sup>10</sup>.

A suavização exponencial consiste em se utilizar, como estimativa para o desvio-padrão do período seguinte, uma média ponderada entre a estimativa anterior e a última observação:

$$\hat{s}_{t+1} = \hat{s}_t \times (1 - \alpha) + \hat{s}_{ult} \times \alpha \quad \text{(IV.06)}$$

onde:

$\hat{s}_{t+1}$  é a estimativa para o próximo período;

$\hat{s}_t$  é a estimativa do período anterior;

$\hat{s}_{ult}$  é a última observação, no caso, o desvio-padrão dos retornos dos últimos 6 meses corrigido.

$\alpha$  é uma constante de suavização ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ), que normalmente se situa entre 0,1 e 0,3. No caso, utilizamos  $\alpha = 0,25$ .

---

<sup>10</sup> Como a amostra utilizada era pequena, foi necessário aplicar uma correção ao desvio-padrão da amostra como estimador do desvio-padrão populacional. Para  $n = 6$ , o coeficiente de correção vale 1,126, ou seja,  $\hat{\sigma} = 1,126 \times s$  (Costa Neto, 1977).

A estimativa inicial para se calcular a série foi tomada como sendo a própria observação inicial. Os gráficos a seguir apresentam as séries calculadas por suavização, comparadas com as séries originais.

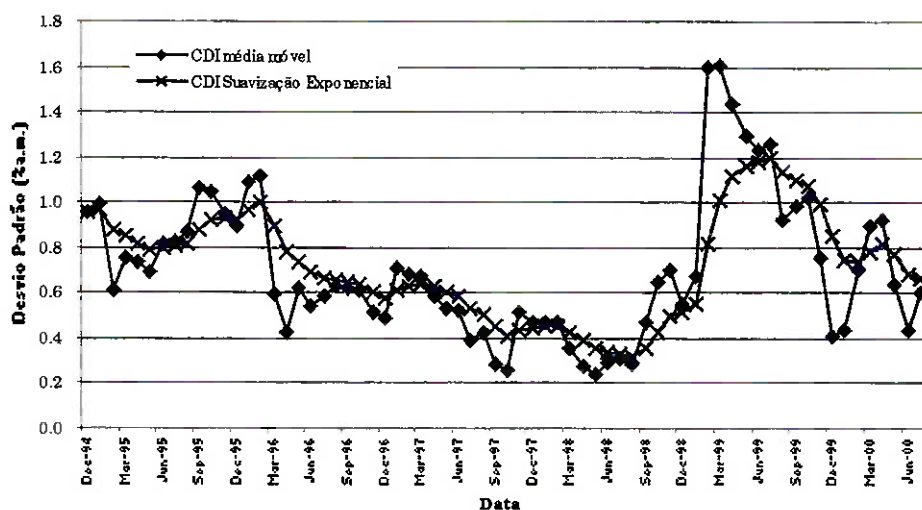


Gráfico 8: Medidas de Volatilidade - CDI

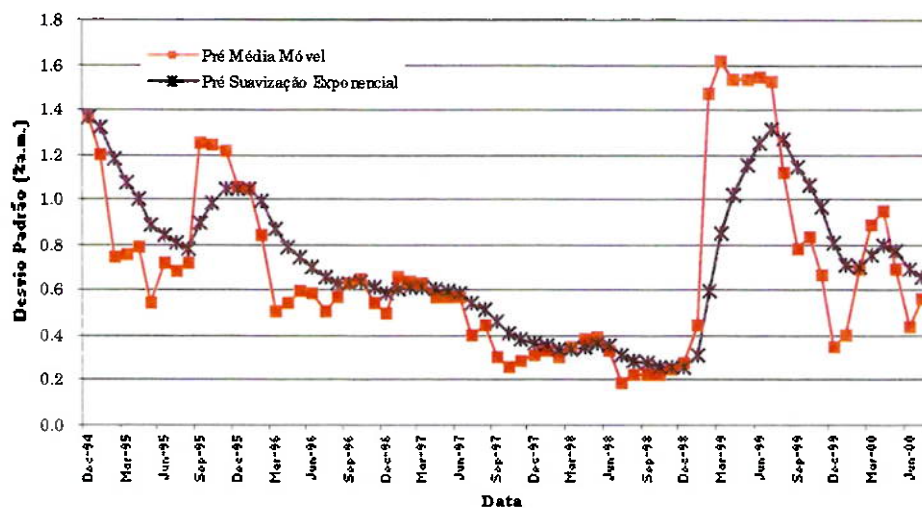


Gráfico 9: Medidas de Volatilidade - Pré

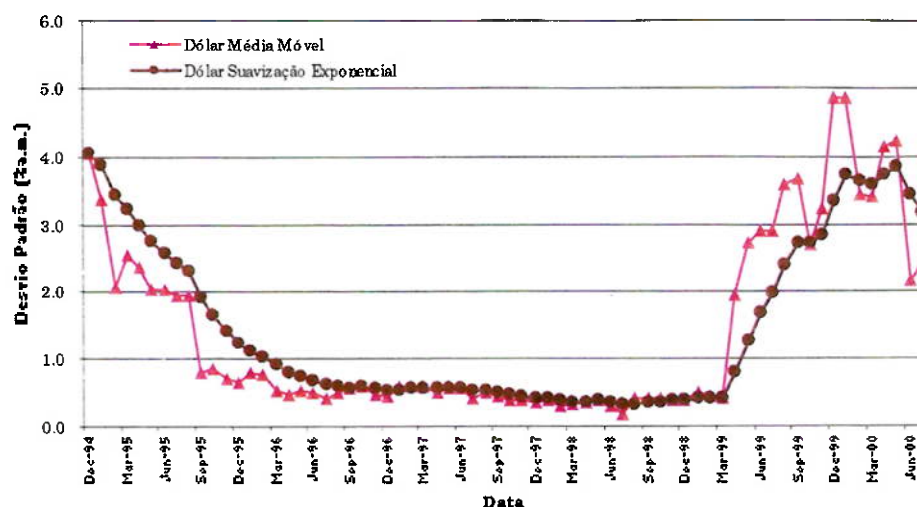


Gráfico 10: Medidas de Volatilidade - Dólar

Porém, as carteiras geradas utilizando-se os desvios-padrão acima calculados ainda se apresentam insatisfatórias, primeiramente por serem **insensíveis** à aversão ao risco e, além disso, por serem inviáveis para um grande espectro de valores de  $\lambda$ . Isso se deve ao elevado desvio-padrão imposto aos ativos atrelados ao câmbio, que faz com que os únicos ativos de longo prazo disponíveis tenham seus fluxos de caixa muito penalizados.

No entanto, devemos destacar que essa elevada volatilidade do câmbio em relação à inflação, embora faça sentido no curto prazo, não ocorre em prazos mais longos, uma vez que, segundo a teoria da Paridade do Poder de Compra (Salnik, 1996), a variação do real em relação ao dólar deverá ser igual à inflação brasileira menos a inflação americana. Porém, historicamente, as taxas de inflação brasileiras são superiores às americanas, de forma que a desvalorização cambial acaba sendo uma proteção contra a inflação no longo prazo. Portanto, o *Tracking Error* anualizado (desvio-padrão das diferenças de retorno) entre variação cambial e inflação deve cair quando utilizamos, para a análise, prazos maiores.

Para comprovar tal fenômeno, levantou-se a variação cambial e a inflação (IGP-DI<sup>11</sup>) mês a mês desde dezembro de 1968. Calculou-se, então, a diferença entre essas variações (Variação Cambial – Variação do IGP-DI), obtendo-se uma série de 382 retornos mensais. Agrupamos os dados de tal forma a obter as séries de variação mensal, anual, quinquenal e decenal.

Dessa forma, a primeira observação para os dados decenais refere-se à Variação Cambial acumulada de 12/1968 até 11/1978 descontada da inflação acumulada no mesmo período. A segunda observação refere-se ao período de 1/1969 a 12/1978, e assim por diante. Para se ter uma base de comparação, **todos os desvios-padrão foram anualizados**, segundo a Equação (IV.03). Os desvios-padrão anualizados calculados com base nessas amostras foram os seguintes:

	Variação Cambial - Variação do IGP-DI			
	Mensal	Anual	Quinquenal	Decenal
<b>Desvio-Padrão (% a.a.):</b>	52,8	15,0	5,7	3,3
<b>Observações:</b>	382	371	323	263

**Tabela 6: Desvios-padrão da Variação Cambial Menos Variação do IGP-DI Calculados com Base nos Retornos Mensais, Anuais, Quinquenais e Decenais**

Observe que, como o número de elementos da amostra é elevado, não é necessário corrigir o viés existente no desvio-padrão amostral como estimador do desvio-padrão populacional (pois o coeficiente de correção tende a 1).

Com esses dados, já podemos observar que, de fato, há uma redução no desvio-padrão anualizado conforme cresce o período em análise. Ou seja, conforme se supôs, o descolamento entre câmbio e inflação é menor quando se fala em períodos mais longos.

<sup>11</sup> Embora estivéssemos utilizando o IGP-M como medida de inflação até aqui, optamos pelo IGP-DI pois o primeiro começou a ser calculado a partir de 1989, não havendo uma série histórica anterior. A diferença entre os dois índices se refere unicamente ao período de coleta, sendo que, no longo prazo, as disparidades tenderiam a zero.

Porém, pode-se alegar que, ao tomarmos os dados de amostras que englobam períodos diferentes, poderíamos ter resultados distorcidos. Para que não houvesse influência do período escolhido, confirmamos as observações anteriores utilizando a técnica do *bootstrapping*<sup>12</sup>. Essa técnica consiste em se obter sub-amostras da amostra principal através de sorteio. Para cada sub-amostra sorteada (no caso, de 20 elementos) calcula-se a variável de interesse, ou seja, o desvio-padrão (ajustado pelo coeficiente de 1,040 em função do tamanho da amostra). Repetindo-se o sorteio 100 vezes, obtêm-se histogramas para o desvio-padrão. Os Gráficos 11, 12, 13 e 14 apresentam as distribuições encontradas para os desvios-padrão em cada caso.

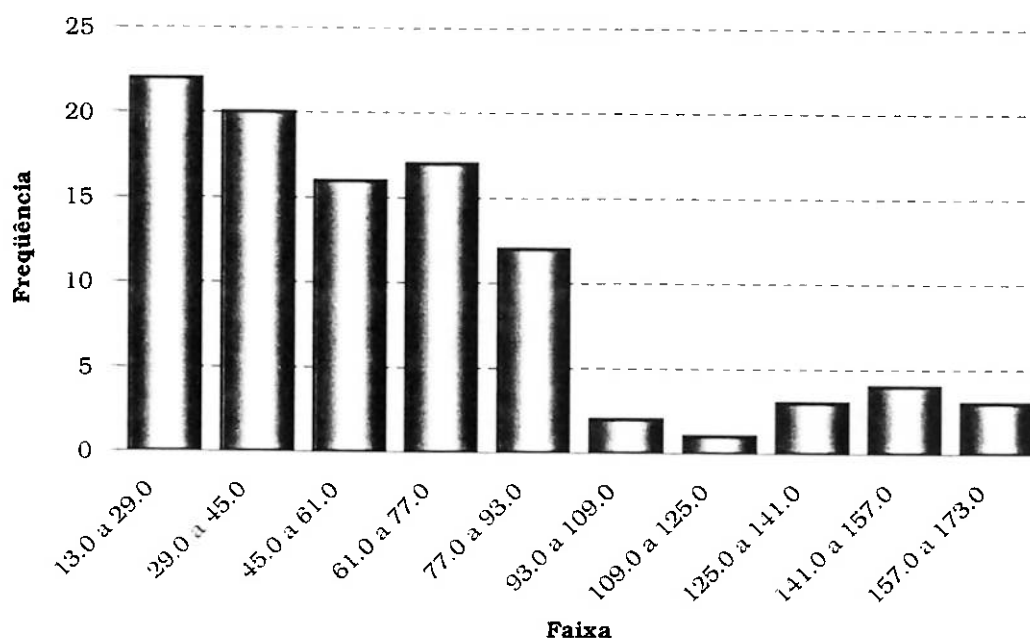
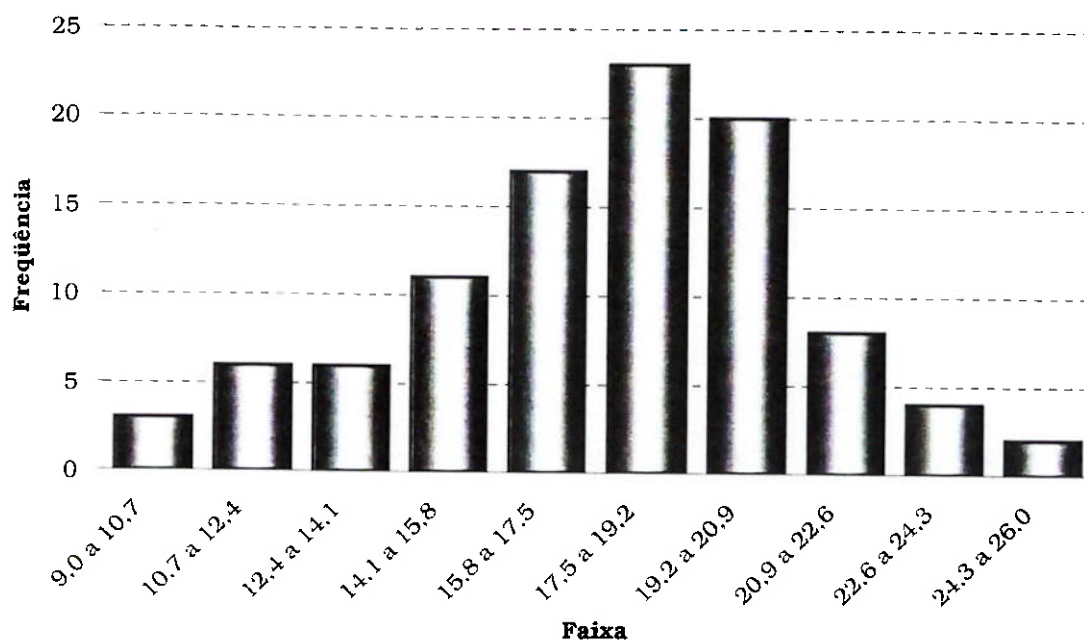
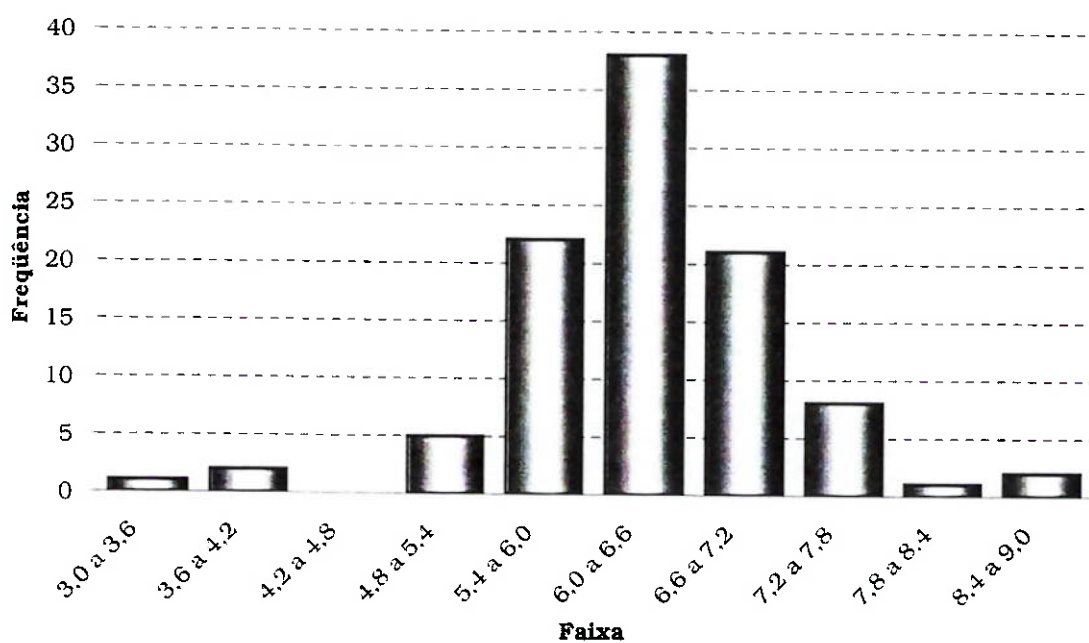


Gráfico 11: Histograma dos Desvios-Padrão Anualizados Calculados em Base Mensal

<sup>12</sup> Ramos (1999) apresenta o conceito do bootstrapping em sua tese "Uma contribuição aos estudos de capacidade de máquina."

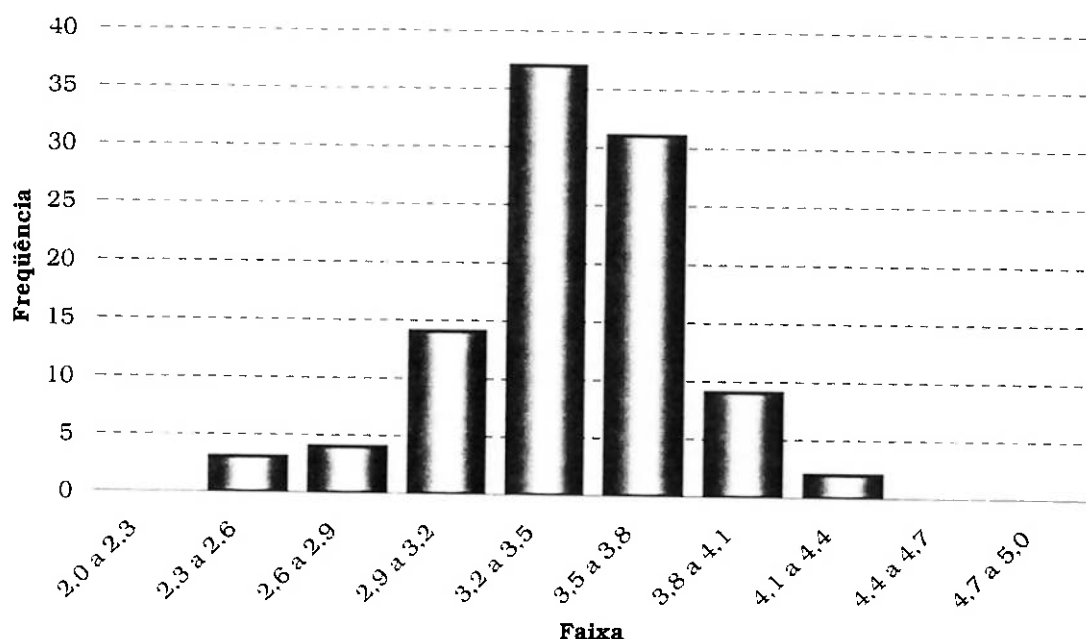


**Gráfico 12: Histograma dos Desvios-Padrão Anualizados Calculados em Base Anual**



**Gráfico 13: Histograma dos Desvios-Padrão Anualizados Calculados em Base Quinquenal**





**Gráfico 14: Histograma dos Desvios-Padrão Anualizados Calculados em Base Decenal**

Nota-se que, de fato, a incerteza dos retornos cambiais relativos à inflação no curto prazo é muito maior que a incerteza no longo prazo, inclusive distorcendo a medida de desvio-padrão no curto prazo, muito alta comparada com aquela determinada por suavização exponencial.

As médias de cada distribuição apresentada acima, em comparação com os dados obtidos anteriormente, são:

	Variação Cambial - Variação do IGP-DI			
	Mensal	Anual	Quinquenal	Decenal
<b>Desvio-Padrão - Bootstrap (% a.a.):</b>	60,0	17,3	6,2	3,4
<b>Desvio-Padrão - Convencional (% a.a.):</b>	52,8	15,0	5,7	3,3

**Tabela 7: Comparação dos Desvios-padrão Calculados por *Bootstrapping* e pelo Método Convencional**

Assumimos portanto que, ao contrário das outras variáveis, o desvio-padrão anualizado dos retornos do Câmbio acima da inflação cai conforme se analisam prazos maiores. Modelamos, assim, uma função exponencial que se ajustasse a esses valores de desvio-padrão calculados pelo método de *bootstrapping*. A função foi definida como:

---

$$s(t) - C = \alpha \times e^{\beta t} \quad (\text{IV.07})$$

onde:

$s(t)$  é o desvio-padrão anualizado mensal da diferença entre o retorno do dólar e a inflação;

$t$  é o prazo em meses;

$\alpha$  e  $\beta$  são constantes determinadas pela regressão entre  $t$  e  $LN(s(t) - C)$ .

Escolhemos a constante  $C$  de tal forma que a regressão linear entre  $t$  e  $LN(s(t) - C)$  apresentasse nível de explicação máximo. Através da utilização do módulo *Solver* do *Excel*, determinou-se a constante  $C$  que maximizava o quadrado do coeficiente de Pearson entre essas variáveis, também chamado de  $r$ -quadrado da regressão linear entre as mesmas. Os demais coeficientes foram obtidos através dessa própria regressão linear. A equação obtida foi:

$$s(t) = 42,4 \times e^{-0,59 \frac{t}{12}} + 3,31 \quad (\text{IV.08})$$

Com esses valores como estimativas dos desvios-padrão, a otimização foi refeita, apresentando os seguintes resultados:

Aversão ao Risco	Participação (%)			
	NTN-D (jan/2000)	NTN-D (fev/2000)	Discount	GLOBAL 30
0.0	77	0	23	0
0.1	77	0	23	0
0.2	71	0	29	0
0.3	65	0	35	0
0.4	59	0	41	0
0.5	53	0	47	0
0.6	47	0	53	0
0.7	41	0	59	0
0.8	36	0	64	0
0.9	30	0	70	0
1.0	25	0	75	0
1.1	20	0	80	0
1.2	14	0	86	0
1.3	8	0	92	0
1.4	3	0	97	0
1.5	0	22	0	78
1.6	0	18	0	82
1.7	0	13	0	87
1.8	0	9	0	91
1.9	0	4	0	96
2.0	INVIÁVEL			

**Tabela 8: Resultados do Modelo [DEDICATION] Modificado**

Como se pode perceber, a otimização apresenta um resultado tal que, conforme se aumenta a aversão ao risco, há uma tendência em se desfazer dos ativos de curto prazo (que representam aplicações em ativos pós fixados, representados pelas taxas de reinvestimento) em favor dos ativos de longo prazo indexados à variação cambial.

Isso faz sentido, à medida que, quando se aumenta a aversão ao risco, diminui a disposição do investidor em assumir o risco de reinvestimento, preferindo ele optar por um fluxo de caixa mais disperso (GLOBAL 30) ou de maior *duration* (Discount).

As soluções obtidas podem ser apresentadas na forma de uma **fronteira de eficiência**, ou seja, podemos elaborar um gráfico que relacione a aversão ao risco do investidor com a utilidade obtida com a carteira gerada. A forma que se empregou para medir essa utilidade foi a relação entre o total de desembolsos do passivo e o fluxo de caixa total obtido com o *portfolio*. Quando essa relação é alta, foi possível construir uma carteira cujos recebimentos de caixa foram melhor aproveitados para a cobertura do passivo. O Gráfico 15 apresenta essa fronteira.

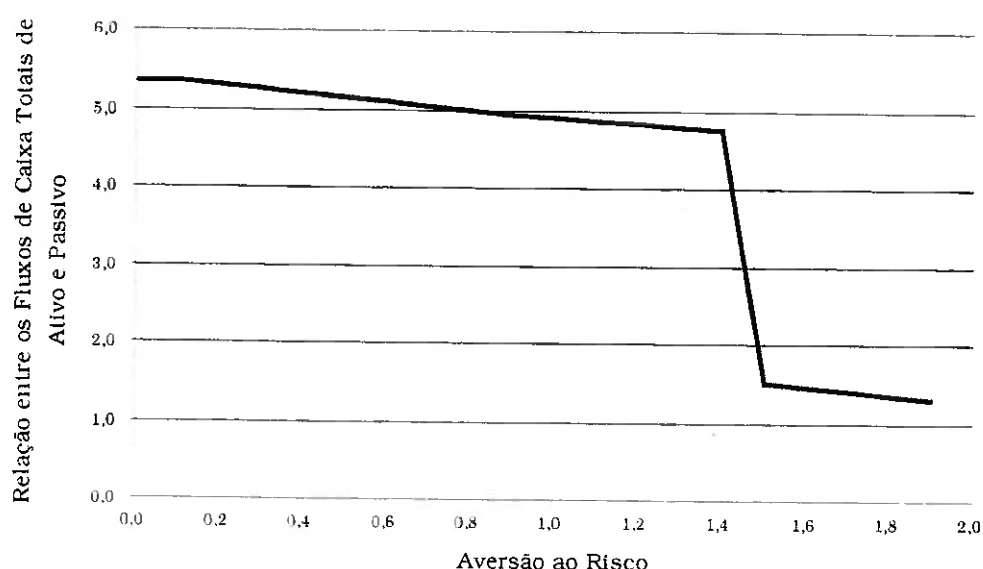


Gráfico 15: Fronteira de Eficiência

---

## **IV.7. Conclusões**

Neste capítulo, pôde-se desenvolver um quadro de referência inovador para solução dos problemas de *Asset/Liability Management* que levasse em conta as variabilidades inerentes a cada fluxo de caixa dos ativos.

Basicamente, a adaptação proposta consiste em se aplicar penalidades aos fluxos de caixa que dependem de três fatores: a expectativas de valorização daquele fluxo de caixa, o risco de descasamento do fluxo de caixa em relação ao indexador do passivo e um parâmetro de aversão ao risco do investidor. Quando se faz a análise de sensibilidade do modelo em relação a este último parâmetro, pode-se construir uma fronteira de eficiência de possíveis carteiras a serem adquiridas.

Cabe destacar, no entanto, alguns problemas do modelo apresentado, em contraponto às qualidades já descritas.

Primeiramente, vale ressaltar que a complexidade numérica do modelo pode causar uma perda de sensibilidade do usuário final em relação às soluções apresentadas. Isso se traduz numa dificuldade de se determinar o grau de aversão ao risco do investidor que, por outro lado, sempre tem a alternativa de comparar todas as carteiras sugeridas pelo modelo para determinar qual é a mais adequada para o seu caso especificamente.

Além disso, há o problema de não se poder utilizar ativos de Renda Variável na otimização do modelo [DEDICATION], devido à dificuldade de se determinar os seus fluxos de caixa. No capítulo a seguir, são analisadas algumas formas de tratamento dos ativos de Renda Variável, e de como colocá-los no modelo.

---

## Capítulo V: Estudo de Adaptações para Inclusão de Ativos de Renda Variável

### V.1. Introdução

As análises anteriormente desenvolvidas levaram em consideração apenas superficialmente a questão dos ativos de Renda Variável. Essa classe de investimentos é, no entanto, de fundamental importância para a montagem das carteiras das instituições de previdência privada, uma vez que representa um grupo de ativos adequados ao investimento no longo prazo e com pouca restrição legal.

Vale lembrar que, por outro lado, os ativos de longo prazo utilizados nas otimizações anteriormente apresentadas (*Bradies* e *Globals*) têm sua aplicação restrita às carteiras das fundações e dos fundos de pensão que não possuam restrição jurídica. Tal restrição é resultante de um pleito de algumas dessas instituições por imunidade fiscal. Como a legislação brasileira proíbe as instituições de previdência complementar com imunidade fiscal de realizar investimentos fora do país (mesmo que em papéis de emissão do governo brasileiro), a reivindicação seria invalidada caso houvesse transgressão a essa restrição.

Portanto, para grande parte das fundações, a bolsa é o único conjunto de ativos que de fato apresenta características de longo prazo, assim como o passivo. Dessa forma, é fundamental que o modelo de *Asset/Liability Management* contemple essas restrições, adaptando as soluções apresentadas pelos modelos à situação real.

A seguir, alguns modelos que levam em conta os ativos de renda variável são apresentados e analisados para a adaptação das soluções anteriormente apresentadas.

## V.2. Substituição da Carteira de Bradies/Globals por Ações

Esta seria a solução mais simples e consistiria numa adaptação direta das respostas dos modelos apresentados anteriormente. Há, no entanto, diversos níveis de sofisticação com que se poderia determinar qual seria a composição ideal dos ativos que substituiriam a parcela da carteira aplicada em ativos no exterior.

A primeira forma, portanto, de se realizar o ajuste seria simplesmente substituir a carteira de *Globals/Bradies* por uma composição de ativos de renda fixa e IBOVESPA que possuisse a mesma volatilidade histórica tomada como projeção para a volatilidade futura, conforme já indicado no Capítulo III. Essa metodologia, que já foi aplicada à resposta do modelo [IMMUNIZATION], indica as alocações em renda variável do Gráfico 16, quando aplicada às respostas do modelo

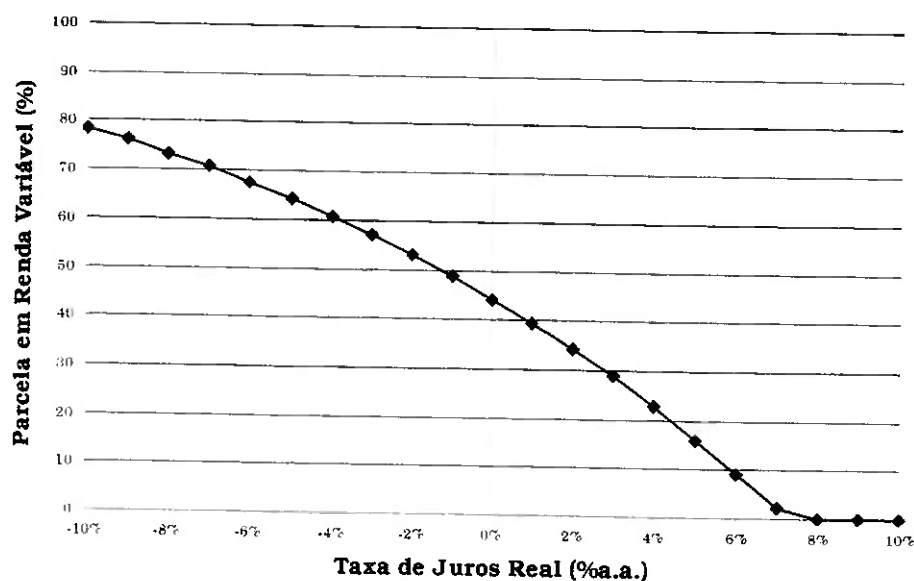


Gráfico 16: Parcela em Renda Variável Ajustada em Função da Taxa de Juros Real Esperada

Como se pode perceber, quanto maior a taxa de juros real esperada, menor é a disposição do modelo para investir em ativos cujo preço apresenta maior

volatilidade. Portanto, se esperamos uma taxa de juros reais de 7% a.a. e crescimento real dos salários ao redor de 3% a.a., o modelo sugere a aplicação de cerca de 20% da carteira em Renda Variável (ajustando-se a taxa de juros pela expectativa de aumento de salários: 7% a.a. - 3% a.a. = 4% a.a.).

Porém, uma forma mais elaborada de se implementar o ajuste acima mencionado seria construir uma carteira composta por ativos de renda fixa e ações que apresentasse mínimo descasamento em relação ao *portfolio* de *bonds* sugerido pelo modelo. Uma metodologia eficaz para tal seria a apresentada no Anexo V. O modelo proposto (modelo de *Tracking Error*) decompõe os retornos dos ativos de renda variável em duas componentes, variação cambial e variação de preço do C-BOND, e gera uma carteira de mínimo descasamento de retornos<sup>13</sup>. Os retornos de cada ativos são modelados como segue:

$$r_{i,t} = \beta_{i,C-BOND} \times r_{C-BOND,t} + \beta_{i,US\$} \times r_{US\$,t} + \alpha_i + \varepsilon_{i,t} \quad (\text{V.01})$$

onde:

$r_{i,t}$  é o retorno do ativo i o período t

$r_{C-BOND,t}$  é o retorno do C-BOND no período t

$r_{US\$,t}$  é a variação cambial no período t

$\beta_{i,C-BOND}, \beta_{i,US\$}, \alpha_i$  são parâmetros determinados por regressão múltipla dos retornos históricos

$\varepsilon_{i,t}$  é o resíduo associado à regressão, denominado Retorno Específico do ativo i no período t.

Através dessa modelagem, pode-se calcular o *Tracking error* de uma carteira de ações em relação ao C-BOND, ou, genericamente, a um *portfolio* de *Bonds/Globals*. O *tracking error* é definido como o desvio-padrão da diferença entre os retornos do *portfolio* possuído e do ativo ou carteira de referência, no

---

<sup>13</sup> O modelo apresentado nesse Anexo foi desenvolvido em um trabalho acadêmico orientado pela Profa. Dra. Celma de Oliveira Ribeiro e co-orientado pelo autor.



---

caso, a carteira de títulos do governo brasileiro. Portanto, quando o *tracking error* é baixo, a carteira flutua de forma semelhante ao *benchmark* utilizado.

Para calcular o *Tracking error* e minimizá-lo, faz-se necessária a determinação da **Matriz de Covariâncias** dos retornos dos ativos, que é uma função dos coeficientes (betas) calculados conforme a regressão dada por (V.01) e das covariâncias entre os retornos dos fatores em questão: C-BOND e Dólar.

No mesmo Anexo V temos a carteira de ativos que minimiza o *tracking error* em relação ao C-BOND, segundo os parâmetros determinados historicamente.

Para concluir este tópico, vale lembrar que as soluções que buscam replicar o retorno dos *Bradies* e *Globals* através de uma carteira de Renda Variável não são totalmente eficientes à medida que, diferentemente da situação do modelo [DEDICATION], pode ser necessário que haja venda de ativos para se administrar o fluxo de caixa do plano de previdência.

No caso do modelo [DEDICATION], os próprios pagamentos intermediários de cupom e principal dos ativos eram suficientes para se cobrirem os gastos com o passivo, a não ser pelo risco de crédito e por incertezas nas taxas de juros pós fixadas. Nesse caso, corre-se também risco de mercado, pois poderia ser necessário se desfazer dos ativos em situações desfavoráveis, como por exemplo após uma forte queda nos preços das ações, que causaria uma dilapidação do patrimônio.

---

### V.3. Modelagem do Duration do índice de ações

Uma outra forma de se acrescentar ao modelo os ativos de Renda Variável seria introduzir um novo ativo que representasse um agregado pré definido de ações<sup>14</sup>. Há alguns índices de ações que podem ser utilizados como réplica para uma carteira de ativos, sendo o IBOVESPA (Índice da Bolsa de Valores de São Paulo) e o IBX (Índice Brasil) os dois mais conhecidos.

Para a implementação da carteira seria então necessária a aplicação de parte do capital em *portfolios* que fossem réplicas exatas destes índices (cuja composição e alterações são divulgadas diariamente pela Bovespa) ou em fundos denominados **passivos**, cujo objetivo é exatamente o de replicar a performance dos índices. Ainda se poderia fazer uma otimização para se determinar a carteira de Renda Variável que minimizasse o *Tracking Error* em relação a um índice, de forma semelhante ao modelo de *Tracking* do C-BOND.

No entanto, em função da dificuldade de se projetar, com confiabilidade, os fluxos de caixa associados a uma carteira de ações, não será possível utilizar os modelos [DEDICATION] para a otimização, restando a opção dos modelos [IMMUNIZATION]. A seguir, são apresentadas as metodologias propostas por Bernstein (1995) para determinação do *duration* dos ativos de Renda Variável. Após isso, a análise é aprofundada, para que possamos calcular o *dollar duration* com base em um número menor de variáveis a serem projetadas.

### V.4. Duration dos Ativos de Renda Variável e Estilos de Investimento.

Bernstein (1995) apresenta um quadro de referência interessante a respeito da seleção de ativos de Renda Variável de acordo com seu *duration*.

---

<sup>14</sup> A discussão a seguir é baseada no trabalho de Bernstein (1995) que trata da questão do *duration* dos ativos de Renda Variável. Não se pretende chegar ao nível de implementação, mas indicar os caminhos a serem seguidos para introdução de ativos de Renda Variável nos modelos apresentados.

Primeiramente, esse autor discute a respeito da existência ou não da **segmentação de mercado**, ou seja, a existência ou não de subgrupos de ações que, em função da conjuntura econômica prevalente, tenham uma performance sistematicamente melhor ou pior que a de outro subgrupo complementar.

Um exemplo dado pelo próprio autor refere-se à performance relativa de carteiras de ações formadas por ativos de baixa e elevada alavancagem financeira. A Figura 4 a seguir mostra que há períodos em que claramente as ações de empresas de maior alavancagem (medida pela relação dívida/patrimônio líquido) obtiveram performance melhor que o subgrupo de menor alavancagem. Existiram períodos, no entanto, em que a performance das empresas de menor alavancagem foi melhor.

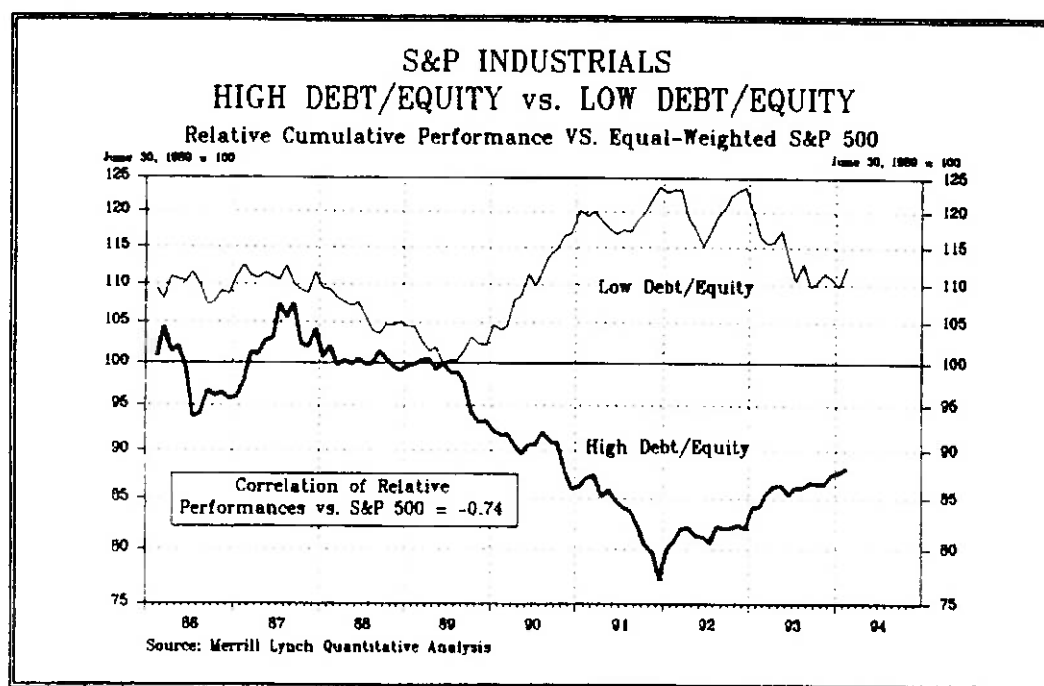


Figura 4: Performance de Dois Diferentes Estilos de Investimento  
Extraído de Bernstein (1995)

A explicação para essa diferença de performance está ligada à percepção dos investidores em relação à razão risco/retorno propiciada por cada um dos grupos de ações. No período entre 1989 e 1991, quando houve recessão na economia americana, os investidores preferiram ações de companhias com pouco endividamento relativo, que teriam mais chances de resistir à recessão. Já no período 1991/1993, a recuperação econômica favoreceu as empresas com maior

---

alavancagem financeira, que apresentavam maiores taxas de recuperação de lucros.

Das várias segmentações apresentadas por Bernstein, a que nos interessa especificamente é a divisão das ações de mercado em ações do segmento *Value* e ações do segmento *Growth*. Tal divisão é largamente conhecida no mercado financeiro, porém sua aplicação no Brasil é bastante limitada, diferentemente do que ocorre nos Estados Unidos.

A segmentação das ações em *Value/Growth* tem por objetivo dividir o universo de ações em grupos cuja principal diferença é o ***duration***. Vários indicadores são utilizados, na prática, para se dividir as ações nestes dois grupos, mas a idéia comum entre todas elas é a de que os ativos do grupo *Value* apresentam fluxos de caixa mais concentrados nos prazos mais curtos, enquanto os ativos do grupo *Growth* possuem fluxos de caixa concentrados em prazos maiores.

Em outras palavras, os ativos *Value* são aqueles associados a empresas maduras, com fluxos de caixa estáveis ou até declinantes, e que, por isso, apresentam indicadores de precificação favoráveis, como baixo índice preço/lucro (*P/L*), baixo Preço/Valor Patrimonial, elevado pagamento de dividendos (*Dividend Yield*) etc. Os ativos *Growth*, por sua vez, apresentam elevadas taxas esperadas de crescimento de lucros (elevado crescimento projetado, constantes revisões de projeção de lucro para cima, constantes surpresas positivas de resultados, constante crescimento de lucro por ação).

Podemos aplicar essa tipologia a dois setores econômicos distintos, como forma de ilustrar o fenômeno. No mercado americano, por exemplo, pode-se considerar o setor de Energia Elétrica como um típico setor *Value*, pois o crescimento de receitas e lucros é bastante reduzido, quase limitado pelo crescimento vegetativo. Apesar disso, os fluxos de caixa desse setor são elevados e pouco sujeitos a oscilações, garantindo rentabilidade em tempos de restrição monetária. Já as empresas da chamada "Nova Economia", ou seja, as empresas com atividades ligadas à Internet, apresentam baixas taxas de lucro ou, às vezes,

---

prejuízos. No entanto, em função das elevadas taxas de crescimento de lucros esperadas, seus múltiplos (como, por exemplo, preço/lucro) se mostram elevados quando comparados a um setor como o de Energia Elétrica, sendo portanto classificados como setores *Growth*.

Dessa forma, a sensibilidade dos retornos de cada grupo de ativos em relação a variações nas taxas de juros será diferente. As empresas do grupo *Value* tenderão a apresentar performance melhor quando houver aumentos nas taxas de juros (pois seu *duration* é menor), enquanto as empresas do grupo *Growth* obterão melhor performance em situações de taxas de juros declinantes (maior *duration*).

Uma forma de entender melhor esse fenômeno é analisar a bolsa de valores como um mercado onde o produto em transação é o crescimento de lucros<sup>15</sup>. A situação de taxas de juros crescentes é associada a um aquecimento econômico forte que, para não causar inflação, é freado por aumentos de juros. Nessa situação, a oferta de crescimento de lucros é elevada, pois com facilidade as empresas conseguem aumentar seus lucros através de aumentos de preços, o que faz com que o preço do crescimento de lucros caia, favorecendo ações *Value* em detrimento de ações *Growth*. Na situação contrária, quando o Banco Central reduz as taxas de juros, a economia está passando por uma fase de desaquecimento, que o agente monetário procura contornar com reduções de juros. Nesse caso, a oferta de crescimento de lucros é escassa, o que provoca o aumento do preço do crescimento, favorecendo as ações *Growth*.

Portanto, da mesma forma que os ativos de renda fixa, as ações também podem ser classificadas conforme o *duration*. As ações de maior *duration* (*Growth*) tendem a ganhar valor (relativamente ao mercado) quando há reduções nas taxas de juros, e as ações de menor *duration* (*Value*) obtêm melhor performance relativa quando há aumentos nas taxas de juros.

---

<sup>15</sup> Essa análise é válida para uma economia na qual a política monetária tem a função de controle da inflação, como ocorre nos EUA e no Brasil a partir da desvalorização cambial em janeiro de 1999.

Três formas são apresentadas por Bernstein para o cálculo do *duration* dos ativos de Renda Variável. A primeira consiste em se considerar que o fluxo de caixa associado a um ativo de Renda Variável é constante e igual ao pagamento anual de dividendos, conforme indicado na Figura 5.

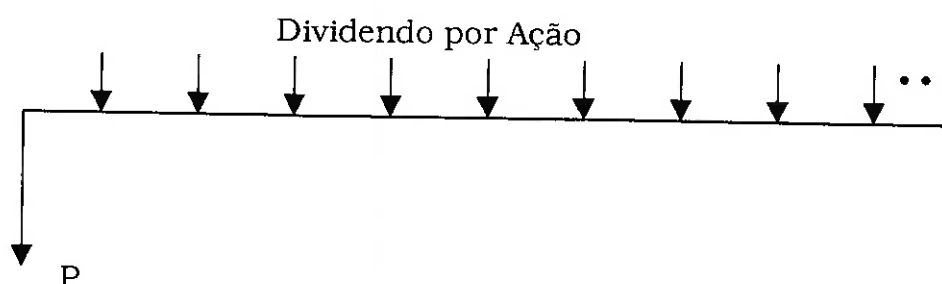


Figura 5: Fluxo de Caixa Simplificado para Cálculo do *Duration* (caso 1)

No esquema anterior, a seta abaixo da linha horizontal representa a saída inicial de caixa associada à compra da ação por um preço  $P$ , e as setas acima da linha horizontal indicam os “recebimentos” anuais do lucro por ação para o ativo em questão.

O *dollar duration* para este fluxo de caixa é facilmente calculado (sob a hipótese que os dividendos pagos são independentes das taxas de juros) e vale:

$$K = -P \times \frac{1}{\text{Dividend Yield}} \quad (\text{V.02})$$

onde o *Dividend Yield* é a razão entre o dividendo esperado por ação e o preço da ação. O *dollar convexity* seria calculado, segundo o desenvolvimento da Equação (III.04) do Capítulo III, por:

$$Q = -P \times \frac{2}{(\text{Dividend Yield})^2} \quad (\text{V.03})$$

Essa metodologia possui duas limitações importantes. A primeira é que ela assume um fluxo de caixa constante ao longo do tempo. Além disso, existe a hipótese implícita de que o nível das taxas de juros não afeta a rentabilidade

$(\frac{\partial}{\partial i}(Fluxos\ de\ Caixa)=0)$ , o que não necessariamente é verdade. Por exemplo, enquanto alguns setores são fortemente prejudicados com elevações nas taxas de juros (como o setor de Transporte Aéreo, que recorre a pesados financiamentos para a aquisição de aeronaves), outros setores, como o setor de Bancos, são beneficiados (pois aumenta a rentabilidade das carteiras de títulos públicos e de crédito).

A segunda metodologia apresentada é a do Modelo de Desconto de Dividendos. Nesse modelo, a hipótese de que os fluxos de caixa de cada ação são constantes ao longo do tempo é descartada, e assume-se que as taxas de crescimento de lucros se comportam em três etapas: apresentam crescimento no curto prazo, declinam num período de transição até a maturidade até que atingem a estabilidade. As taxas de desconto utilizadas são, normalmente, iguais ao custo do capital de cada empresa. O Gráfico 17 é um exemplo das taxas de crescimento que podem ser assumidas.

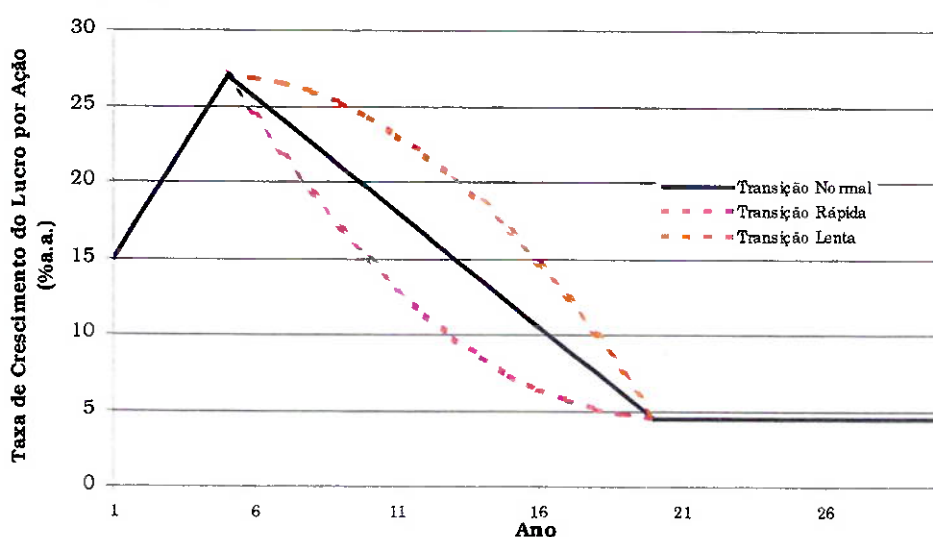


Gráfico 17: Crescimento de Lucros num Modelo de Desconto de Dividendos  
Extraído de Bernstein (1995)

Com isso, é possível determinar, para cada ativo, uma projeção do fluxo de caixa, que permite calcular o *duration*, *convexity* e taxa interna de retorno para cada ativo de Renda Variável, permitindo sua introdução no modelo [IMMUNIZATION], ou, de forma mais arrojada, no modelo [DEDICATION]. Apesar disso, ainda existe a hipótese de que os fluxos de caixa independem dos níveis das taxas de juros.

---

Por fim, o autor apresenta o modelo mais complexo, que ele denomina *Leibowitz Equity Duration*:

$$dP = -D_{MDD} \left\{ \left( 1 - \gamma + \frac{dh}{dr} \right) \cdot dr + \left( 1 - \lambda + \frac{dh}{dI} \right) \cdot dI \right\} \quad (\text{V.04})$$

onde:

$dP$  é a variação do preço da ação;

$D_{MDD}$  é o módulo do *duration* calculado pelo método de desconto de dividendos;

$\gamma$  é a sensibilidade da taxa de crescimento de lucros em relação às taxas de juros reais;

$h$  é o prêmio de risco do mercado de ações, ou seja, o retorno acima da taxa de juros demandado pelo investidor para assumir o risco da Renda Variável;

$r$  são as taxas de juros reais;

$\lambda$  é um parâmetro que indica o quanto a empresa é capaz de repassar as taxas de inflação aos seus preços;

$I$  é a componente inflacionária das taxas de juros.

Não cabe nos limites desse trabalho apresentar a dedução da relação anterior<sup>16</sup>, mas podemos dar uma interpretação de o que a Equação (V.04) indica a respeito do *duration*. Primeiramente, pode-se observar que a taxa de juros é decomposta em suas duas componentes: a componente inflacionária e as taxas de juros reais.

Além disso, o preço de um ativo de Renda Variável é afetado não só pela taxa de juros, mas também pelo **prêmio de risco**, que é o retorno acima da Renda Fixa demandado pelos investidores para aplicar recursos em ativos de Renda Variável. Portanto, as taxas de desconto dos fluxos de caixa de ações,

---

<sup>16</sup> Bernstein referencia Leibowitz et al. (1978, 1986, 1989, 1993) quando apresenta essa terceira metodologia de cálculo de *duration* de ações.



---

segundo esse modelo, possuem três componentes: inflação, taxas de juros reais e prêmio de risco.

Quando ocorre variação nas taxas de juros, esta pode ser devida a um aumento/redução nas taxas de juros reais, a um aumento/redução nas taxas de inflação ou a ambos.

Se há uma variação nas taxas de juros reais, as empresas cujas taxas de crescimento sofrem decréscimo apresentarão uma maior redução de preço, que é medida pelo fator  $\gamma$ . Portanto, se as taxas de crescimento forem muito prejudicadas por aumentos nas taxas de juros reais, o fator gama será fortemente negativo e haverá grandes variações de preço (elevado *duration*). Além disso, é possível que o prêmio de risco demandado, quando há variação nas taxas de juros reais, sofra alteração e, portanto, com prêmio de risco maior/menor demandado, o preço diminuirá/aumentará. Por isso, soma-se a sensibilidade do prêmio de risco às taxas reais de juros  $\frac{dh}{dr}$ .

Por outro lado, pode haver variação na componente inflacionária nas taxas de juros, situação em que contará a capacidade da empresa em repassar a inflação aos preços. Quando uma empresa possui maior facilidade de repassar a inflação, ou seja, quando ela possui facilidade para repor o fluxo de caixa, o parâmetro  $\lambda$  é maior e, portanto, há um impacto positivo sobre a variação de preço. Soma-se, a esse impacto, a variação do prêmio de risco em relação às taxas de inflação,  $\frac{dh}{dl}$ .

Exemplifiquemos analisando uma situação de alteração na composição das taxas de juros e como ela afeta o comportamento de ações de diferentes setores econômicos. Vamos assumir que:

- As variações do prêmio de risco em relação às componentes das taxas de juros são nulas ( $\frac{dh}{dr} = \frac{dh}{dl} = 0$ );

- O setor de Energia Elétrica apresenta elevado índice de repasse de inflação ( $\lambda \gg 0$ ) e reduzido índice de sensibilidade de crescimento ( $\gamma \cong 0$ );
- O setor de Telefonia Celular apresenta reduzido índice de repasse de inflação ( $\lambda \cong 0$ ) e índice de sensibilidade de crescimento fortemente negativo ( $\gamma \ll 0$ ).

A Equação (V.04) é simplificada para:

$$dP = -D_{MDD} \{(1-\gamma) \cdot dr + (1-\lambda) \cdot dI\} = -D_{MDD}(dr + dI) + D_{MDD}(\gamma \cdot dr + \lambda \cdot dI) \quad (\text{V.05})$$

Suponhamos, agora, que haja um aumento nas taxas esperadas de inflação, sem que o Banco Central aumente as taxas de juros, ou seja, suponhamos que  $I$  aumente, mas que a soma  $r + I$  permaneça constante. Sob essa hipótese, tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} dI > 0 \\ dI + dr = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow dr < 0 \quad (\text{V.06})$$

Para o setor de Energia Elétrica, teríamos:

$$dP_{EE} = -D_{EE} \overbrace{(dr + dI)}^{=0} + D_{EE} \left( \underbrace{\gamma \cdot dr}_{\rightarrow 0} + \underbrace{\lambda \cdot dI}_{\gg 0} \right) > 0 \quad (\text{V.07})$$

Para o setor de Telefonia Celular, teríamos:

$$dP_{TC} = -D_{TC} \overbrace{(dr + dI)}^{=0} + D_{TC} \left( \underbrace{\gamma \cdot dr}_{\ll 0} + \underbrace{\lambda \cdot dI}_{\rightarrow 0} \right) > 0 \quad (\text{V.08})$$

Portanto, vê-se que ambos os setores seriam beneficiados por esse tipo de alteração na composição das taxas de juros, o que mostra que, segundo o modelo de Leibowitz, não somente as variações nas taxas de juros são importantes, mas também o seu impacto sobre os fluxos de caixa.

Se, por outro lado, o Banco Central promovesse um aumento de taxas de juros para manter o nível de juros reais, a análise deveria ser refeita, e a análise da variação de preço deveria incluir o termo  $(dr + dl)$  da Equação (V.05).

### V.5. Estimativa do Duration sem Projeção dos Fluxos de Caixa

Por fim, será desenvolvido um modelo de determinação de *duration* de ativos de Renda Variável que, embora menos elaborado que os modelos de desconto de dividendos e de Leibowitz, é mais elaborado que a primeira metodologia apresentada por Bernstein. A vantagem desse método é que ele dispensa a projeção dos fluxos de caixa da empresa, embora não considere sua variação com a taxa de juros, como o modelo de Leibowitz.

Retomando a equação (III.2) do Capítulo III, e considerando-se os modelos mais comuns de *valuation*, pode-se escrever que o preço de um ativo de Renda Variável pode ser calculado, em função dos fluxos de caixa esperados para ele, da seguinte forma:

$$P = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCx_t}{(1+i^*)^t} \quad (\text{V.09})$$

Nessa equação,  $FCx_t$  é o fluxo de caixa esperado para o período  $t$ , e  $i^*$  é o custo de capital da empresa, que será melhor analisado adiante. O *dollar duration* pode, portanto, ser calculado derivando-se  $P$  em relação à taxa de juros  $i$ , que resulta em:

$$\frac{\partial P}{\partial i} = K = -\frac{\partial i^*}{\partial i} \times \sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCx \times t}{(1+i^*)^{(t+1)}} \quad (\text{V.10})$$

Primeiramente, vamos calcular o termo  $\frac{\partial i^*}{\partial i}$  da expressão (V.10). Para isso, podemos partir do próprio modelo de desconto de dividendos, que, para determinar o valor justo da empresa, traz seus fluxos de caixa a valor presente

por uma taxa igual ao custo de capital da empresa. Portanto, a taxa de desconto  $i^*$  será dada por:

$$i^* = \text{Custo de Crédito} \times \text{Parcela da Dívida Sobre o Valor de Empresa} + \text{Custo de Capital} \times \text{Parcela do Valor de Mercado Sobre o Valor de Empresa} \quad (\text{V.11})$$

Para o acionista, a parcela de capital deve ser considerada como o próprio Valor de Mercado, uma vez que o Valor Patrimonial não reflete o valor pago por ele para investir na empresa. A Equação (V.11) fica, então:

$$i^* = (i + \Delta) \times \frac{DPA}{P + DPA} + (i + \beta \times h) \times \frac{P}{P + DPA} \quad (\text{V.12})$$

onde:

$i^*$  é o custo de capital da empresa;

$i$  são as taxas de juros de mercado;

$\Delta$  é o prêmio pago pela empresa pelo seu risco de crédito;

$h$  é o prêmio de risco do mercado de ações;

$\beta$  é o coeficiente da regressão linear entre os retornos da ação e os retornos do mercado, conforme o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) – vide Anexo IV;

$DPA$  é a dívida líquida por ação;

$P$  é o preço da ação.

Se derivarmos a equação acima em relação à taxa de juros  $i$ , assumindo que  $\Delta$ ,  $h$ ,  $\beta$  e  $DPA$  não variam com  $i$ , temos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial i^*}{\partial i} &= 1 - \left( \frac{i}{P + DPA} - \frac{\Delta \times DPA + \beta \times h}{(P + DPA)^2} \right) \times \frac{\partial P}{\partial i} = \\ &= 1 - \left( \frac{i}{P + DPA} - \frac{\Delta \times DPA + \beta \times h}{(P + DPA)^2} \right) \times K \end{aligned} \quad (\text{V.13})$$

Observemos agora o segundo termo da Equação (V.10). Esse termo é um somatório que representa exatamente o *duration* calculado a partir do modelo de desconto de dividendos, que demanda as projeções de todos os fluxos de caixa

---

futuros. Como queremos evitar essa projeção, por sua complexidade, simplificaremos o cálculo dessa soma.

Primeiramente, consideremos, como no primeiro modelo de Bernstein, que os fluxos de caixa provenientes das ações são exatamente os lucros líquidos anuais obtidos pela empresa. Utilizaremos o Lucro Líquido em lugar do dividendo pago porque, apesar de nem todo o lucro líquido da empresa se transformar em fluxo de caixa para o investidor, mesmo a parcela que é retida pela empresa se reflete como ganho de capital para o acionista. Ou seja, quando uma empresa não distribui todo o lucro líquido, seja por desejar fazer uma ampliação de capacidade, seja por restrições legais, seja para mudar sua estrutura de capital, este valor acaba sendo acrescido ao valor das ações, e da mesma forma beneficia o investidor. Por isso foi utilizado o lucro líquido como estimativa para o fluxo de caixa anual propiciado por uma ação, e não o valor de dividendos pagos. Portanto, faz-se necessária uma projeção do lucro líquido de cada uma das empresas pertencente ao universo de ações em análise, mas para o próximo período apenas.

Além disso, é necessário se fazer considerações a respeito de como esse lucro líquido se comportará no futuro. Como não é interesse fazer projeções do lucro líquido no longo prazo, que é a restrição apontada para o modelo de desconto de dividendos, temos que supor que seu comportamento futuro siga um padrão. Pode-se partir da hipótese de que a melhor estimativa para os lucros líquidos no futuro seja o lucro líquido projetado para o próximo período, expurgado dos valores não recorrentes. Em outras palavras, teremos um fluxo de caixa como o indicado na Figura 6:

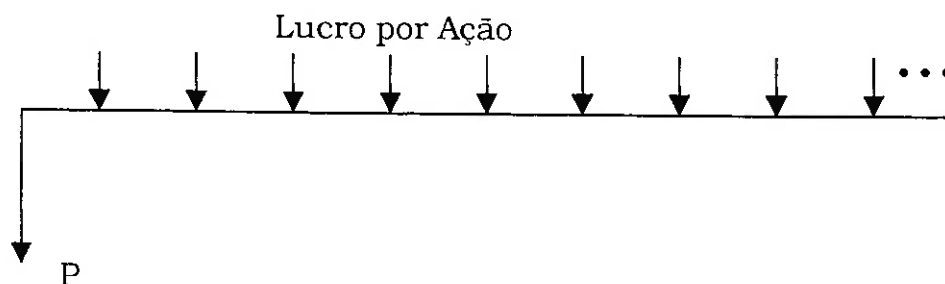


Figura 6: Fluxo de Caixa Simplificado para Cálculo do *Duration* (caso 2)

Sob essas hipóteses, a soma  $\sum_{t=1}^{\infty} \frac{FCx \times t}{(1+i^*)^{(t+1)}}$  é simplificada, conforme no modelo de Bernstein, para  $P \times \frac{1}{LPA/P}$ , e a equação (V.10) fica:

$$K = -P \times \frac{\partial i^*}{\partial i} \times \frac{1}{LPA/P} \quad (\text{V.14})$$

Portanto, para uma determinada posição em um ativo de Renda Variável, o *dollar duration* será dado pela expressão acima, bastando-se substituir o preço da ação  $P$  pelo valor total aplicado na mesma. A relação  $LPA/P$  é o inverso da razão preço/lucro, ou  $P/L$ , muito utilizada no mercado financeiro como indicador de precificação.

O *duration* modificado da ação poderá ser calculado, portanto, resolvendo-se a equação a seguir, obtida levando-se (V.13) em (V.14):

$$K = -P \times \left( 1 - \left( \frac{i}{P + DPA} - \frac{\Delta \times DPA + \beta \times h}{(P + DPA)^2} \right) \times K \right) \times \frac{1}{LPA/P} \quad (\text{V.15})$$

o que nos leva a:

$$K = - \frac{P}{\left\{ \frac{P}{LPA} - P \times \left( \frac{i}{P + DPA} - \frac{\Delta \times DPA + \beta \times h}{(P + DPA)^2} \right) \right\}} \quad (\text{V.16})$$

Para calcularmos o *dollar duration* modificado de uma carteira teórica de ações como o IBOVESPA, deve-se, portanto, utilizar a seguinte relação:

$$K_{IBOVESPA} = -V \times \sum_i \left( w_i \times \frac{K_i}{P_i} \right) \quad (\text{V.17})$$

onde:

$K_{IBOVESPA}$  é o *dollar duration* modificado da carteira de ações de perfil IBOVESPA;

$V$  é o valor total da carteira de ações a ser implementada;

$i$  é um determinado ativo da carteira IBOVESPA;

$w_i$  é o peso do ativo  $i$  na carteira teórica do IBOVESPA;

$K_i/P_i$  é a relação entre *duration* modificado e preço para a ação  $i$ .

Tomando-se as estimativas dos analistas setoriais da administradora para  $\Delta$ , assumindo-se um prêmio de risco  $h = 8\%$  a.a. (contra  $6\%$  a.a. nos Estados Unidos), tomando-se os betas projetados pela BARRA<sup>17</sup> para as ações, os dados de balanço para cálculo da *DPA* e as projeções de lucros dadas pelas medianas das projeções fornecidas pelo I/B/E/S<sup>18</sup>, calculou-se, a título de ilustração, os *durations* modificados de algumas ações, com base no fechamento de 18/08/2000. A seguir, tem-se os *durations* dos ativos utilizados nas otimizações anteriores, para comparação.

Ação	Participação no IBOVESPA (%)	Duration (anos)
PETROBRAS PN	9,4	6,6
TELEMAR PN	9,3	0,8
ELETROBRAS PNE	6,5	3,5
EMBRATEL PAR PN	4,5	1,7
BRASIL T PAR PN	4,4	0,9
CEMIG PN	4,4	3,7
TELESP CL PAR PN	3,9	0,5
VALE R DOCE PNA	3,9	5,3
ELETROBRAS ON	3,2	3,5
EMBRAER ON	2,4	1,1
TELEMAR ON	2,4	0,8
PETROBRAS ON	2,2	6,6
EMBRATEL PAR ON	1,8	1,4
USIMINAS PNA	1,6	1,2
ITAUSA PN	1,6	0,3

Tabela 9: *Duration* de Alguns Ativos de Renda Variável

<sup>17</sup> A BARRA é uma empresa de consultoria que desenvolve modelos quantitativos para o mercado financeiro. Ela possui um modelo para o mercado brasileiro denominado *Brazilian Equity Model*.

<sup>18</sup> I/B/E/S é um sistema de informações que compila projeções de lucros de diversas instituições para as empresas de capital aberto.

Ativo	Vencimento	Duration (anos)
Discount	15-Abr-24	10,4
Par	15-Out-13	9,1
GLOBAL 40	17-Ago-40	9,0
GLOBAL 27	15-Mai-27	8,9
GLOBAL 30	6-Mar-30	8,3
GLOBAL 20	15-Jan-20	8,2
GLOBAL 08	7-Abr-08	6,0
GLOBAL 09	15-Out-09	5,9
DCB	15-Abr-12	5,8
GLOBAL 07	26-Jul-07	5,7
C-BOND	15-Out-13	5,5
Exit	15-Set-13	5,0

Tabela 10: *Duration* dos Ativos de Renda Fixa Utilizados nas Otimizações

É interessante notarmos como essa metodologia é capaz de diferenciar bem os *durations* das diferentes empresas. Assim, empresas que apresentam elevado nível de caixa, ou seja, baixo endividamento, apresentam *durations* extremamente reduzidos, como é o caso de Telemar PN, que, além de possuir uma dívida baixa, é bastante defensiva no sentido de que seus fluxos de caixa são elevados. Porém, o elevado nível de preços da bolsa de valores como um todo na data em questão (17.313 pontos contra um máximo de 19.000 no ano), fez com que os *durations* dos ativos ficassem razoavelmente menores que o dos ativos de dívida brasileiros, indicando que, nesses níveis de preço, a bolsa de valores poderia não ser um adequado substituto para os *Globals/Bradies*.

Portanto, a medida de *duration* modificada que apresentamos se mostra bastante interessante, uma vez que considera variáveis importantes como risco de crédito, custo de capital e estrutura de capital da empresa, diferentemente das outras medidas.

Para cálculo do *dollar convexity*, dever-se-ia analisar a derivada do *duration* em relação à taxa de juros  $i$ , mas, conforme foi indicado anteriormente, não é intenção analisar a questão até o nível de implementação, ficando nossa análise terminada neste ponto.

## V.6. Solução Final para o Modelo de Asset/Liability Management

Por fim, propomos um modelo completo para a otimização da carteira de ativos a ser montada por uma fundação que seja compatível com as necessidades



---

impostas pelas características de seu passivo. A solução consiste em dividirmos o passivo em até três partes, realizando otimizações diferenciadas para cada uma das subdivisões do problema.

A primeira subdivisão estará relacionada aos prazos mais curtos (por exemplo, 3 anos), nos quais há abundância de ativos de renda fixa no mercado interno. Essa parte do problema pode ser resolvida utilizando-se o modelo [DEDICATION] modificado (apresentado no Capítulo IV), com um elevado coeficiente de aversão ao risco. A função objetivo pode ser o preço do *portfolio* a ser montado, que deve ser mínimo.

A segunda divisão compreenderá a parte restante do passivo projetado, e deverá incluir na amostra de ativos os de Renda Variável, cujos parâmetros deverão ser estimados através de uma das metodologias apresentadas anteriormente. Um modelo [IMMUNIZATION] ou [DEDICATION] poderá ser utilizado, mas desta vez o valor da carteira entrará como restrição e não como função objetivo.

A última parte corresponde à fração não projetada do passivo, que se inicia no último período em análise e vai até a perpetuidade. Essa parte do passivo não foi e não será tratada em muito detalhe, mas a parcela do patrimônio que servirá para cobrir estes desembolsos (e cujo valor presente já foi descontado do patrimônio) deverá ficar investida em ativos de longo prazo, sejam eles *GLOBALS/BRADIES* ou ações. A inclusão ou não de *GLOBALS/BRADIES* nas otimizações dependerá da possibilidade ou não de a fundação investir em tais ativos.

Com isso, cremos ter apresentado um modelo completo para a otimização da carteira de um fundo de pensão através da aplicação do *Asset/Liability Management*. Passaremos agora ao estudo da aplicação dos modelos ao caso da gestão dos fluxos de caixa de uma empresa.

---

## Capítulo VI: Aplicação dos Modelos à Gestão do Fluxo de Caixa: um Estudo de Caso

### VI.1. Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar uma aplicação direta dos modelos estudados neste trabalho à administração industrial. Mais especificamente, trataremos de como o modelo [DEDICATION] modificado, apresentado no Capítulo IV, pode ser utilizado para gestão do caixa e *hedge*<sup>19</sup> de fluxos de caixa descasados oriundos das operações de uma empresa. Primeiramente, vamos explicitar como se caracteriza o problema acima descrito.

Toda atividade produtiva envolve um certo nível de risco. Esses riscos podem advir de diversos fatores, como setor de atuação, carteira de clientes, estrutura de capital etc., podendo ou não ser inerentes à atividade.

Alguns riscos inerentes à atividade podem ser oscilações na demanda e na oferta do produto vendido ou das matérias-primas, alavancagem operacional (estrutura de custos com grande participação de custos fixos em relação a custos variáveis), influência da variação cambial sobre custos ou receitas (como ocorre em empresas exportadoras e importadoras) etc.

Há também os riscos financeiros, que são os riscos decorrentes da estrutura utilizada para financiamento das operações. A alavancagem financeira, por exemplo, mede a proporção de capital de terceiros em comparação com capital próprio para financiamento das atividades da empresa. Quando uma empresa é muito alavancada, ou seja, quando a participação de capital de terceiros em relação ao capital próprio é elevada, ocorrem maiores dispêndios

---

<sup>19</sup> Fazer *hedge* significa reduzir os riscos da atividade econômica através de instrumentos específicos, conforme será melhor discutido a seguir.

---

com pagamento de juros, e uma parcela menor do resultado operacional pode ser distribuída aos acionistas na forma de dividendos.

As alterações que produzem os riscos acima podem ter caráter conjuntural, ou podem ser duradouras, exigindo modificações mais profundas na organização e administração das empresas.

## **VI.2. Formas de Controle do Risco das Atividades Econômicas**

Existem, no entanto, alternativas que serviriam para reduzir os riscos do empreendedor. Imagine-se, por exemplo, que uma empresa possui custos atrelados à variação cambial. Se fosse possível para ela investir seu caixa em ativos com rentabilidade ligada à variação cambial, a cobertura de seus custos estaria melhor garantida, o que reduziria o risco do empreendimento.

Uma forma comumente utilizada pelas empresas para reduzir o risco de suas atividades (ou fazer *hedge*) é o emprego de instrumentos derivativos. Porém, os derivativos não serão abordados neste trabalho, sendo que será proposta uma metodologia de *hedge* exclusivamente com a utilização de ativos.

A proposta de aplicação dos modelos apresentados para *hedge* vem do fato de que, quando a empresa está trabalhando com excesso de caixa, e deseja investi-lo, poderia fazê-lo de forma tal a minimizar os riscos (por exemplo cambiais) a que está sujeita no curto prazo, e, eventualmente, em prazos mais longos. Isso reduziria os custos com *hedge*, propiciando uma melhora de resultados. Analisemos, então a implantação desse tipo de metodologia para a gestão do fluxo de caixa das empresas.

## **VI.3. Diferenças entre Empresas e Fundações**

Naturalmente, é preciso ter em mente que o modelo sugerido para fundações não pode ser aplicado diretamente para as empresas sem as adequadas modificações. Há alguns pontos importantes nos quais a gestão dos ativos financeiros das fundações se diferencia da gestão dos ativos financeiros das empresas.

---

Primeiramente, tem-se a diferença fundamental de que, enquanto nas fundações a maior parcela do ativo é destinada à aplicação para futura cobertura do passivo, uma empresa não poderá fazer *hedge* de todos os seus custos com seu ativo, uma vez que a maior parte dele estará aplicada no financiamento das próprias atividades da empresa.

Por outro lado, as atividades da empresa servirão como os geradores de caixa que proporcionarão o pagamento dos custos em que ela incorre, e, em situações de equilíbrio, ainda produzirão adequadas margens de lucro. Dessa forma, diferentemente do que ocorre nas fundações, os desembolsos esperados para compra de matérias-primas, por exemplo, estarão mais do que cobertos pelas receitas de vendas esperadas. Sendo assim, enquanto as fundações possuem um passivo projetado com elevado patrimônio a investir, as empresas tendem a possuir um ativo projetado (rentabilidades futuras positivas) com um valor relativamente pequeno disponível para investir (caixa).

Portanto, apesar da menor disponibilidade de recursos, mantém-se uma coerência entre a capacidade de investir e as necessidades de *hedge*. No caso da aplicação do modelo para as empresas, utilizar-se-á o modelo [DEDICATON] com correção dos fluxos de caixa, e a função objetivo será o caixa no final do período em estudo (o equivalente ao superávit final no caso anterior), que deverá ser maximizado. Passemos à análise detalhada do modelo em questão.

#### ***VI.4. Modelagem dos Fluxos de Caixa de uma Empresa***

Para que se possa aplicar os modelos apresentados neste trabalho à gestão de caixa da empresa é necessário, primeiramente, a definição de quais fluxos de caixa deverão ser protegidos. Assim, não se deve supor que será viável economicamente o *hedge* de todas as dívidas e de todos os descasamentos inerentes à atividade, o que implica uma definição prévia de que exposições deverão ser protegidas.

Nossa proposta é que se escolha, dentro das atividades da empresa, fluxos de caixa que sejam importantes para a definição do resultado e que se façam as

---

projeções para os mesmos para um determinado prazo no futuro. Com isso, teremos uma projeção das entradas e saídas de caixa e seus indexadores. Alguns dos principais fluxos de caixa que podem ser considerados na análise, para uma empresa de manufatura, são os seguintes:

### **Receita Operacional Líquida**

É a receita oriunda das atividades produtivas da empresa, descontados os impostos que incidem diretamente sobre ela. A receita operacional é formada pela composição das quantidades comercializadas e do preço médio dos produtos vendidos. Caberá à empresa projetar as quantidades e preços esperados, porém, em alguns casos, essas projeções poderão estar sujeitas a incertezas.

Uma empresa cujo produto é uma *commodity*, como por exemplo a celulose, poderá ter dificuldades em projetar os preços do seu produto, porém, dada uma estimativa média, é possível determinar as correlações das variações dos preços do produto com os custos, analisando-se suas componentes, como preço internacional e variação cambial.

É possível inclusive que a receita tenha que ser decomposta em mais de um fluxo de caixa, pois uma parte poderá estar atrelada a variações de algum tipo e outra parte não. Por exemplo, uma empresa como a Vale do Rio Doce tem operações de mineração, cuja receita, em reais, depende dos preços internacionais e da taxa cambial. Ao mesmo tempo, ela possui atividades de serviços, como transporte através de suas ferrovias, cuja receita é muito mais estável, e denominada em reais. Assim, a modelagem da receita deve dividir os fluxos de caixa oriundos de cada uma das atividades, pois os riscos associados a cada uma delas são diferentes.

### **Compras de Insumos**

Como se está tratando de fluxos de caixa, deve-se dar preferência pela modelagem dos desembolsos ao invés dos custos. Portanto, deve-se projetar os

---

desembolsos com compras de matérias primas, gasto com água, energia, gás etc., modelando-se inclusive a variabilidade desses itens.

Os gastos com energia elétrica, por exemplo, são atrelados à inflação, pois há datas fixadas pela ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) para cada empresa de energia realizar seu reajuste, com base na inflação passada. Os desembolsos com matérias-primas, por outro lado, podem ser atrelados à variação cambial ou ao preço de *commodities*.

### **Custos de Mão-de-Obra**

Outro importante item de desembolso para a empresa são os custos com mão-de-obra. Naturalmente, há uma maior facilidade para projeção desse tipo de gasto, uma vez que a política de contratação e demissões é determinada pela empresa.

Além disso, normalmente as empresas tem conhecimento sobre os reajustes que serão negociados com os sindicatos e representantes de trabalhadores. Porém, sempre existe uma incerteza associada aos aumentos de salários, que vem a ser a inflação no período anterior, que justifica maiores ou menores aumentos de salário. Assim, a inflação pode ser um bom indexador para se analisar a variação salarial.

### **Depreciação**

Embora a depreciação, conforme calculada contabilmente, não represente saídas de caixa, quando se faz um planejamento de longo prazo, é necessário se incluir projeções para os gastos gerados com a reposição de equipamentos. A depreciação é uma tentativa de cálculo dos valores de investimentos que serão necessários para a reposição dos ativos fixos para manter a produção da empresa, e como tal deve ser considerada. Em alguns casos, seria também de interesse incluir valores associados a futuras expansões de capacidade esperadas.

---

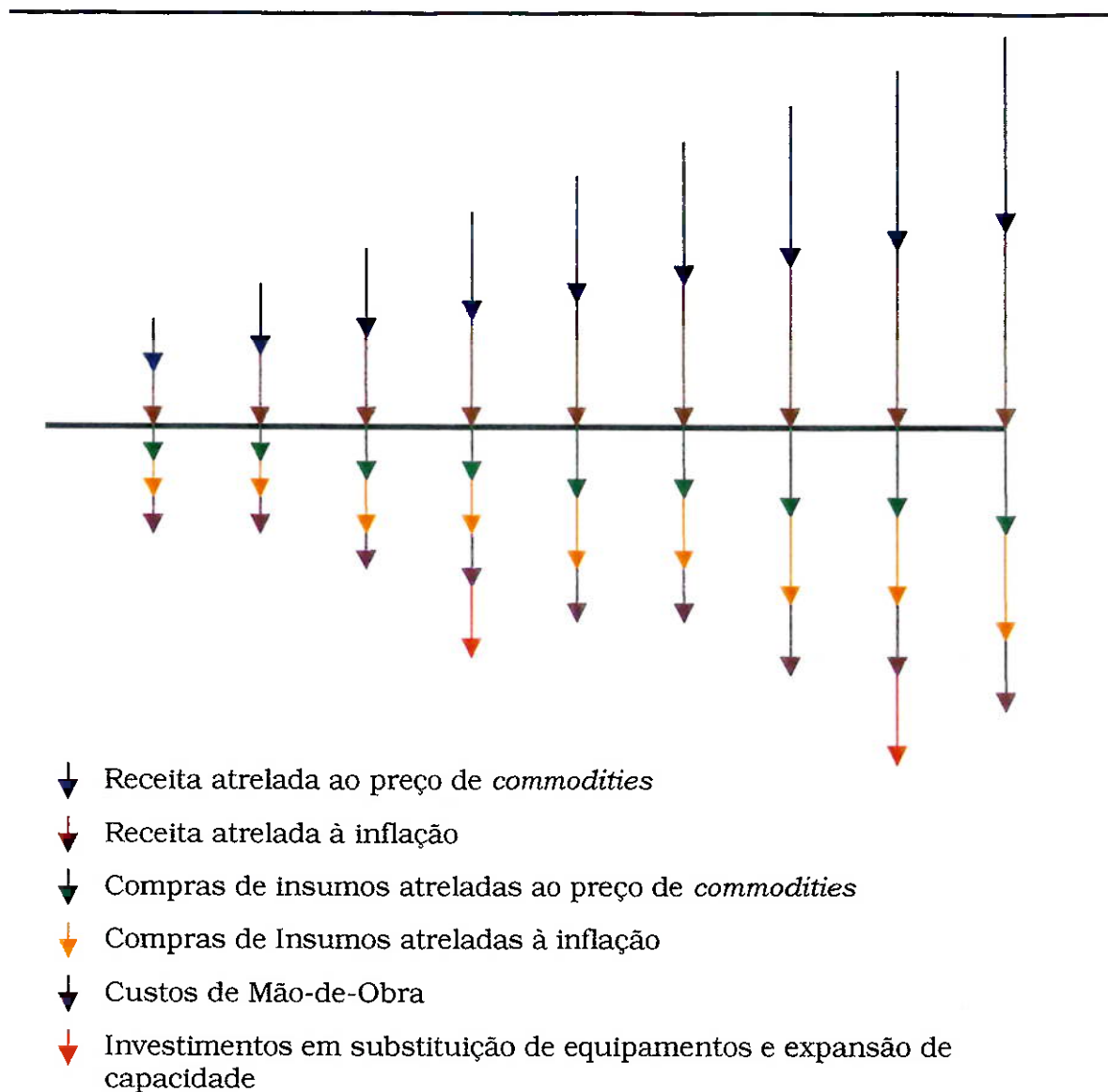
Os riscos associados a esses fluxos de caixa podem estar atrelados, também, à variação cambial, como ocorre em muitos casos em que os equipamentos não estão disponíveis no mercado interno.

### **Outros Fluxos de Caixa**

Pagamentos de juros, amortizações de dívidas, pagamentos esperados de dividendos, dentre outros, também poderiam ser incluídos nas projeções de fluxos de caixa futuros. Assim, embora não tenham sido abordados, esses desembolsos também podem ser englobados nos modelos.

### ***VI.5. Adaptação do Modelo de Asset/Liability Management***

Para se utilizar os modelos de otimização dos fluxos de caixa anteriormente apresentados, é necessário modelar os desembolsos e receitas anteriormente mencionados. Cada uma das projeções deverá ser entendida como um grupo de fluxos de caixa, conforme indicado no esquema a seguir:



**Figura 7: Modelagem dos Fluxos de Caixa de uma Empresa**

Cada um dos grupos pode ser interpretado como um ativo/passivo da empresa, que devem ser adequadamente ajustados segundo as equações (IV.05) do Capítulo IV.

O modelo que será utilizado para otimização nesse caso, é uma modificação do [DEDICATION], indicada a seguir:



---

**Modelo [DEDICATION2]:**

$$\begin{aligned} & \max s_T \\ & s.a.: \\ & \sum_i D_{it} x_i + s_{\tau-1} \times (1 + \rho)^{\Delta\tau} = s_\tau \\ & \sum_i P_i \cdot x_i \leq \hat{P} \\ & s_\tau \geq 0, \forall \tau \\ & x_i \geq 0, \forall i \end{aligned}$$

Onde:

$s_T$  : superávit final;

$D_{it}$  : valor do fluxo de caixa do ativo/passivo  $i$  reinvestido à taxa  $\rho$  entre as datas  $\tau$  e  $\tau - 1$ ;

$x_i$  : quantidade do ativo  $i$ ;

$P_i$  : preço do ativo  $i$ ;

$s_\tau$  : superávit na data  $\tau$ ;

$\rho$  : taxa de reinvestimento;

$\Delta\tau$  : período transcorrido entre as datas de vencimento  $\tau$  e  $\tau - 1$ ;

$P_i$  : preço do ativo  $i$ ;

$\tau$  : índice que representa datas pré determinadas em relação às quais se fará as análises;

$\hat{P}$  : valor máximo que a empresa deseja aplicar no *hedge*

Os valores de  $D_{it}$  são calculados pela relação já apresentada:

$$D_{it} = \sum_{t \in [\tau-1, \tau]} C_{it} \times (1 + \rho)^{\tau-t} \quad \text{(VI.01)}$$

sendo  $C_{it}$  o fluxo de caixa do ativo  $i$  na data  $t$ . Esses fluxos de caixa devem ser corrigidos segundo a relação analisada no Capítulo IV:

$$FC_{i,t}^{corrigido} = FC_{i,t} \times \exp(\bar{R}_K \times t - \lambda \times s_K \times \sqrt{t}) \quad \text{(VI.02)}$$

na qual:

---

$FC_{i,t}^{corrigido}$  = fluxo de caixa corrigido do ativo  $i$  na data  $t$ ;

$FC_{i,t}$  = fluxo de caixa não corrigido do ativo  $i$  na data  $t$ ;

$\bar{R}_K$  = retorno médio mensal para o tipo de ativo  $K$ ;

$s_K$  = desvio padrão do retorno mensal do tipo de ativo  $K$ ;

$K$  = tipo de ativo (pré fixado, pós fixado, cambial, privado, commodity, etc);

$t$  = prazo, em meses, até a data do fluxo de caixa.

$\lambda \geq 0$ : parâmetro de aversão ao risco

No modelo apresentado, a primeira restrição obriga que nunca haja falta de caixa, o que demandaria a tomada de recursos no mercado. Evidentemente, dependendo da política de financiamento da empresa, essa restrição possa ser flexibilizada, e, mais do que isso, analisando-se qual período representa uma restrição ativa no modelo, poder-se-ia trabalhar uma política de financiamento de longo prazo.

A segunda restrição no [DEDICATION2] limita a parcela de caixa que será gasta com as operações de *hedge*, podendo ser modificada caso seja uma restrição ativa. Portanto, segundo esse modelo, a empresa estudará, dado um valor máximo fixado para *hedge*, qual o *portfolio* ótimo a ser adquirido. Os ativos que podem ser utilizados na otimização seriam:

- Títulos governamentais pré fixados;
- Títulos governamentais pós fixados;
- Títulos governamentais cambiais;
- Títulos governamentais atrelados ao IGP-M;
- Títulos privados de Renda Fixa;
- *Bradies/Globals*;
- *Commodities*.

---

Note que, ao contrário das fundações, que têm o problema de perda de isenção fiscal se aplicarem em determinados ativos, as empresas não apresentam restrições legais para investirem em qualquer dos ativos mencionados, permitindo a adequada proteção em prazos mais longos.

Algumas modificações no modelo podem ser feitas dependendo do caso. Assim, pode-se desejar minimizar o caixa a ser aplicado no *hedge*, fixando-se um valor esperado para o superávit final.

### ***VI.6. Estudo de Caso: Aplicação a uma Empresa do Setor de Fertilizantes***

Para demonstrar como pode ser aplicado o modelo de gestão de fluxos de caixa baseado em *Asset/Liability Management*, foi selecionado um caso prático que permite a projeção dos fluxos de caixa de uma empresa e a aplicação do modelo.

Tomaram-se os dados disponíveis publicamente de uma grande empresa do setor de fertilizantes, e, juntamente com as premissas e projeções macroeconômicas da administradora de recursos, elaborou-se uma projeção para os resultados da empresa. Além dos resultados, foram projetados também as contas de balanço e os fluxos de caixa trimestralmente até o 4º. trimestre de 2005 (vide Anexo VI).

O modelo utilizado para elaboração das projeções parte dos resultados contábeis e reconstitui o balanço e os fluxos de caixa. Tal modelo está resumido nos esquemas a seguir, e está em, parte baseado nas análises financeiras apresentadas por Davidson (1988).

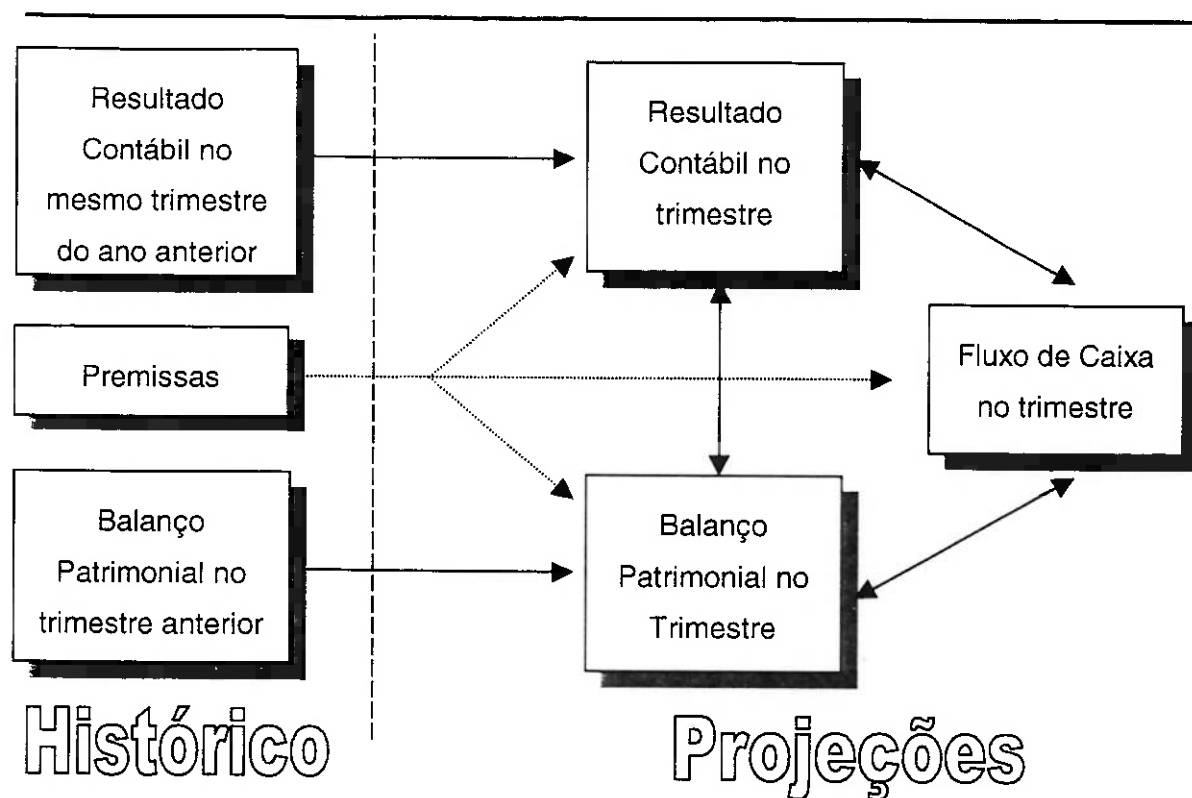


Figura 8: Metodologia de Projeção

### Modelos de Projeção das Principais Variáveis

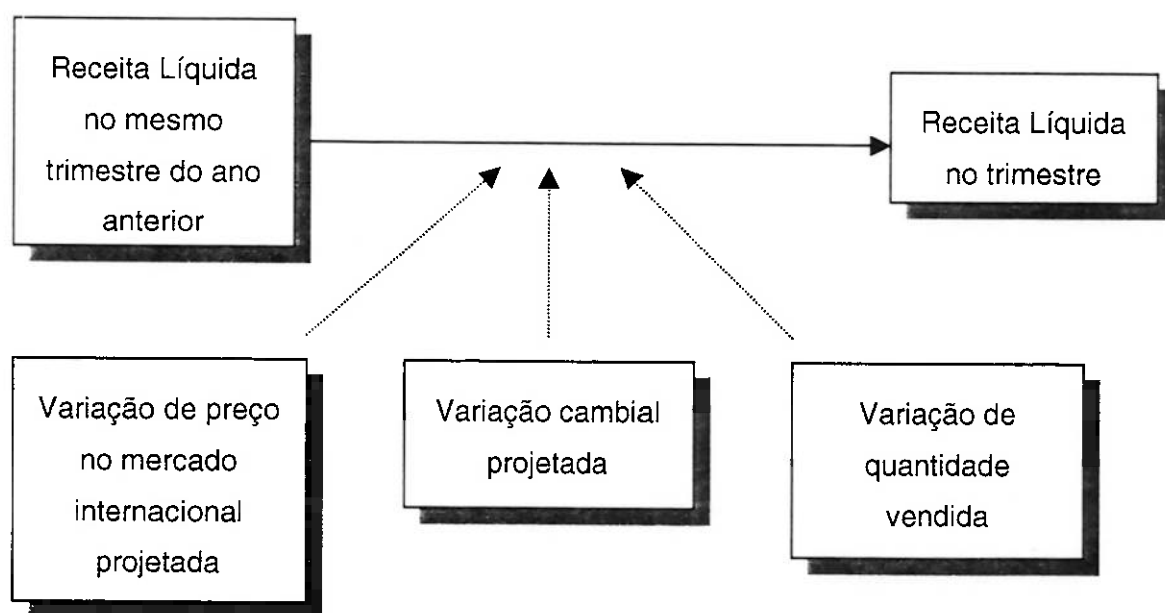


Figura 9: Metodologia de Projeção da Receita Líquida

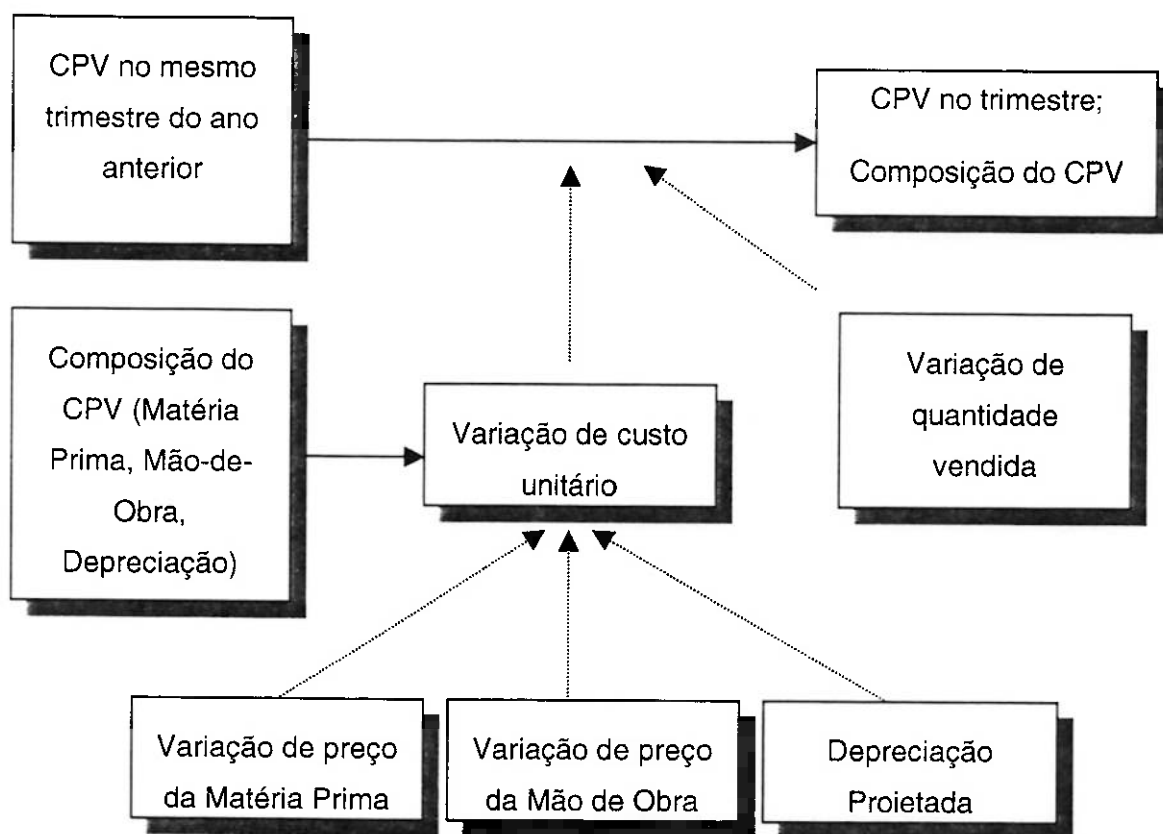


Figura 10: Metodologia de Projeção dos Custos dos Produtos Vendidos (CPV)

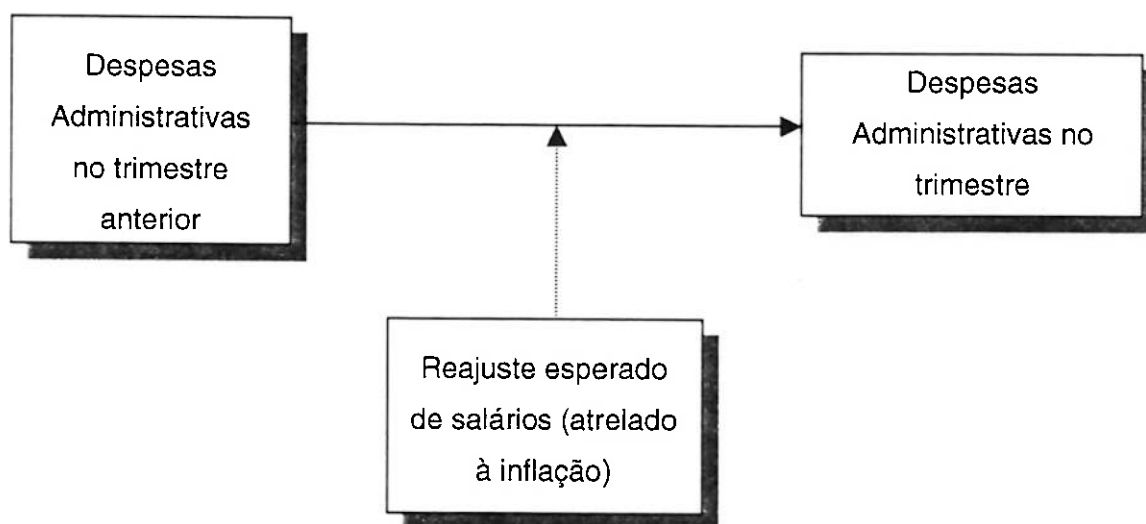


Figura 11: Metodologia de Projeção das Despesas Administrativas

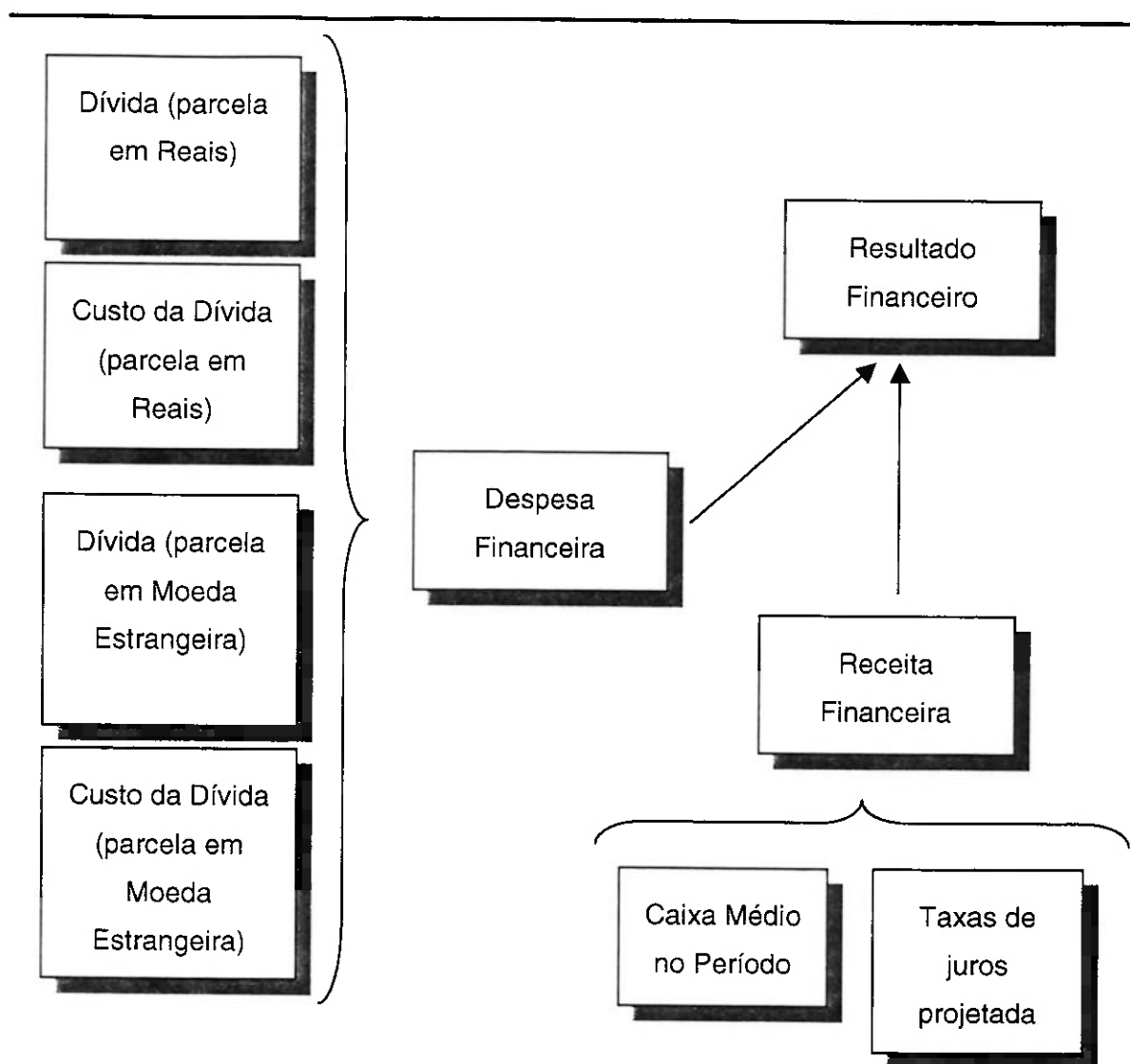


Figura 12: Metodologia de Projeção do Resultado Financeiro

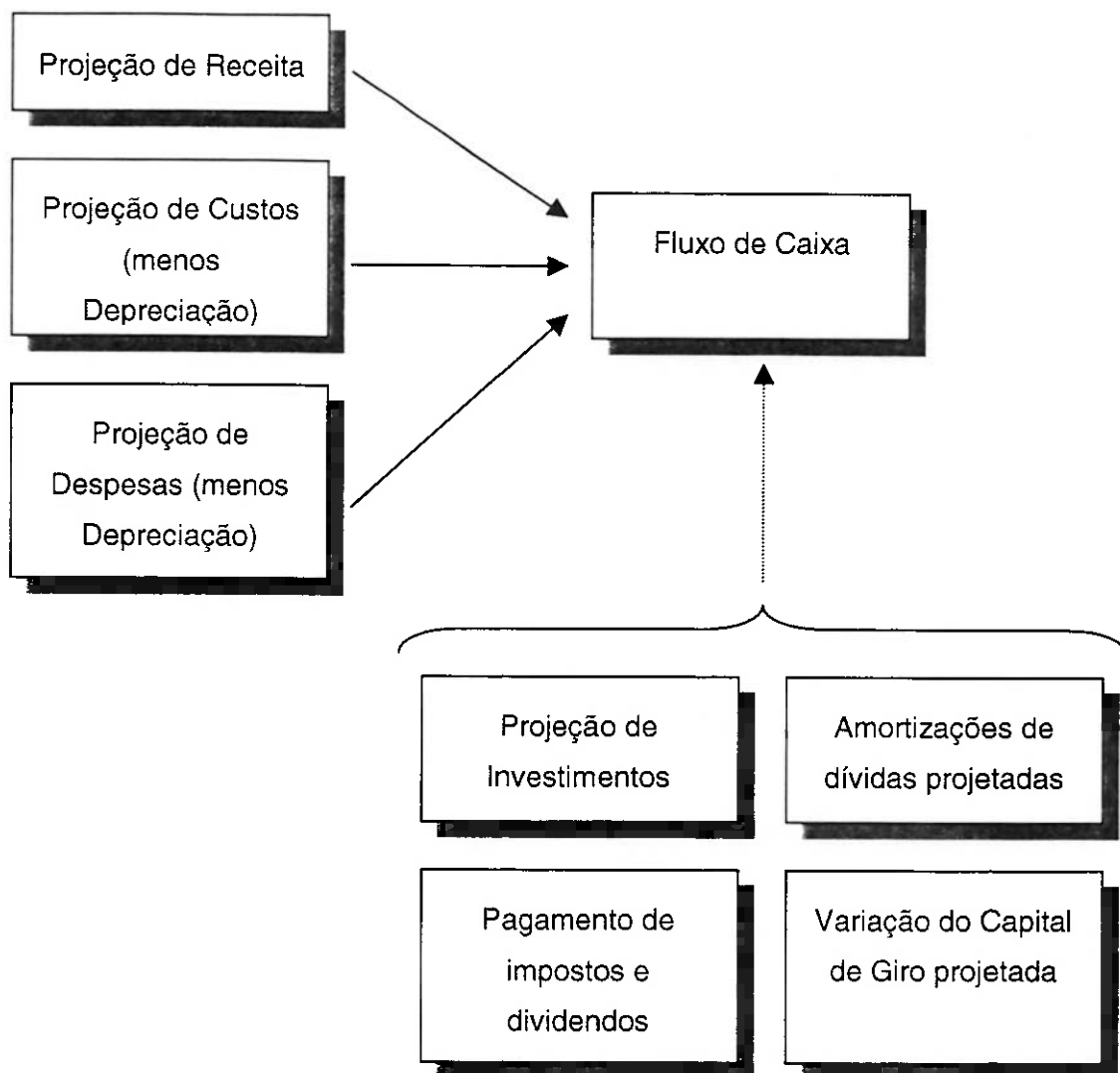


Figura 13: Metodologia de Projeção do Fluxo de Caixa

Vale destacar que as projeções são feitas preferencialmente com base no mesmo trimestre do ano anterior, devido à forte sazonalidade intrínseca ao negócio da empresa. O mercado de fertilizantes concentra mais de 70% do seu faturamento no segundo semestre, quando ocorre a plantação da safra, notadamente, das safras de soja, cana-de-açúcar e milho, culturas de elevado consumo por hectare (LAFIS, 1999).

Aplicando-se o modelo [DEDICATION] modificado apresentado no Capítulo IV aos dados assim determinados, obtiveram-se os resultados a seguir, em função do parâmetro de aversão ao risco.

Aversão ao Risco	Participação (%)					C-BOND
	LFT (24/01 /2001)	LFT (10/04 /2002)	LFT (25/06/ 2003)	LFT (27/06/ 2001)	LFT (17/09/ 2003)	
0.0	100	0	0	0	0	0
0.1	100	0	0	0	0	0
0.2	100	0	0	0	0	0
0.3	100	0	0	0	0	0
0.4	100	0	0	0	0	0
0.5	0	0	0	0	0	100
0.6	0	0	0	0	0	100
0.7	0	0	0	0	0	100
0.8	0	0	0	0	0	100
0.9	0	0	0	0	0	100
1.0	0	0	0	0	0	100
1.1	0	0	0	0	0	100
1.2	0	0	0	0	0	100
1.3	0	0	0	0	0	100
1.4	0	0	0	0	0	100
1.5	0	0	0	0	0	100
1.6	0	0	0	0	0	100
1.7	0	0	0	0	0	100
1.8	0	1	0	0	0	99
1.9	1	8	0	0	0	91
2.0	5	13	0	0	0	82
2.1	9	18	0	1	0	72
2.2	12	23	0	1	4	60
2.3	16	28	0	3	13	40
2.4	20	32	2	4	21	21
2.5	24	37	6	5	27	1
2.6	INVIÁVEL					

Tabela 11: Resultados do Modelo [DEDICATION2] Aplicado ao Estudo de Caso

Cabe destacar apenas alguns aspectos referentes à metodologia empregada. Os retornos esperados para os fluxos de caixa projetados devem ser tomados



como nulos, uma vez que já estão embutidos nas projeções. Por outro lado, a modelagem dos desvios-padrão, embora tenha sido tomada igual à do caso anteriormente estudado, poderia ser refinada, incluindo-se um estudo das volatilidades dos preços internacionais das *commodities* em análise. Nesse estudo, porém, optamos por não chegar a tal nível de detalhe.

Uma outra diferença metodológica em relação aos modelos anteriores é que, em função da abundância de ativos nesse prazo, assumiu-se uma taxa de reinvestimento com maior risco associado, ou seja, assumimos que há um risco de reinvestimento. Por fim, como os prazos dos ativos eram maiores que o prazo dos passivos, foi necessário considerar, no saldo final, o valor dos fluxos de caixa remanescentes dos ativos.

O resultado obtido faz bastante sentido, uma vez que a receita da empresa é basicamente atrelada à variação cambial, ou seja, os fluxos de caixa estão razoavelmente bem protegidos contra a inflação em prazos maiores. Porém, quando se considera um maior coeficiente de aversão ao risco o modelo rapidamente protege a carteira contra o risco de reinvestimento, ou seja, contra a incerteza a respeito dos juros pós fixados no longo prazo. Para parâmetros de aversão ao risco mais altos, há uma interessante tendência de diversificação do *portfolio*, visando distribuir os fluxos de caixa e evitar os riscos de reinvestimento. O Gráfico 18 apresenta a fronteira de eficiência para o caso em questão.

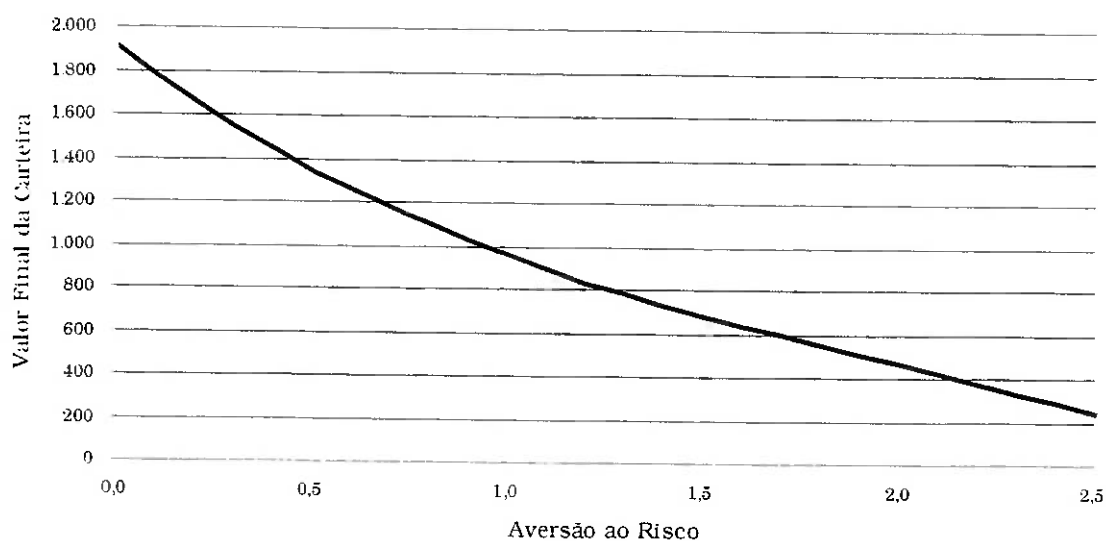


Gráfico 18: Fronteira de Eficiência para o Caso em Análise

---

## VI.7. Conclusões

O modelo que implementamos para o caso da gestão da administração dos fluxos de caixa da empresa foi inteiramente baseado em dados disponíveis publicamente. Sendo assim, quando forem utilizadas as projeções feitas com base em informações internas da empresa, as respostas do modelo apresentarão maior confiabilidade. No caso da aplicação prática desse modelo, evidentemente, teríamos acesso a esses dados mais confiáveis.

Os resultados obtidos para essa aplicação do modelo são, portanto, bastante animadores, abrindo caminho para diversos refinamentos que poderiam ser implementados.

O primeiro deles consistiria em se analisar, em maior nível de detalhe, as variações de alguns componentes do fluxo de caixa, como por exemplo, a variação de preços de *commodities*. Esses valores, no caso apresentado, têm impacto não só sobre a receita mas também sobre a composição dos custos da empresa.

Além disso, poder-se-ia considerar, na otimização, não somente o caixa atual da empresa, mas também as contas de estoques, duplicatas a receber e duplicatas a pagar, cujas variações também poderiam ter impacto sobre os resultados da empresa.

Por fim, seria possível acrescentar às otimizações realizadas derivativos associados aos riscos dos fluxos de caixa, como, por exemplo, contratos futuros e opções sobre as *commodities* em questão ou contratos de dólar futuro.

Dessa forma, acreditamos que este estudo abre caminhos para continuidade da pesquisa a respeito da aplicação de modelos de *Asset/Liability Management* na área de gestão empresarial.

---

## Capítulo VII: Conclusão

Ao longo deste trabalho, foram estudadas, implementadas e aprimoradas algumas importantes metodologias de *Asset/Liability Management*.

Primeiramente, foi realizada uma aplicação pioneira dos modelos de imunização e dedicação ao caso de um fundo de pensão brasileiro. As respostas obtidas, embora tenham sido refinadas ao longo do trabalho, podem ser consideradas bastante satisfatórias. Em especial, a análise de sensibilidade do modelo de dedicação em relação à taxa de juros real esperada traz bastante informação ao gestor dos ativos para escolher a carteira a ser implementada.

Após essa análise inicial, foi apresentada uma importante inovação para tratamento dos riscos associados aos fluxos de caixa dos ativos e passivos. Essa metodologia nova consiste na correção dos fluxos de caixa esperados dos papéis de acordo com as estimativas de retorno e risco de cada classe de ativos, bem como da aversão ao risco do investidor. Os modelos de dedicação assim modificados também apresentaram respostas adequadas, compatíveis com a aversão ao risco imposta em cada caso, sem envolver as dificuldades que seriam trazidas pela utilização de modelos mais sofisticados como otimização estocástica.

Porém, nenhuma dessas abordagens permitia que as otimizações realizadas incluíssem ativos de Renda Variável, que são uma alternativa fundamental aos ativos de longo prazo, num país em que estes últimos são escassos, sendo representados quase que exclusivamente pelos títulos de dívida externa do governo brasileiro. Por isso, foram desenvolvidas duas metodologias para inclusão de ações nas carteiras otimizadas. Uma delas consiste em se substituírem os ativos de longo prazo por uma carteira de ações gerada por um modelo de *Tracking* que constrói uma carteira de Renda Variável que busca replicar os retornos da carteira de títulos de longo prazo. A outra metodologia proposta seria utilizar-se o modelo de imunização, e, para isso, seria necessária a determinação de um *duration* modificado das ações. Além das metodologias encontradas na bibliografia, estudamos as componentes do *dollar*

---

*duration* para apresentar uma medida razoavelmente robusta mas de determinação relativamente simples do *duration*.

Por fim, desenvolveu-se uma aplicação, também inovadora, dos modelos desenvolvidos para a gestão do caixa de uma empresa do setor de fertilizantes. Em especial, a resposta obtida para esse caso é bastante interessante, indicando uma fronteira de eficiência para o valor final de caixa em função do coeficiente de aversão ao risco.

Cabe destacar também a importância do trabalho para a administradora na qual ele foi desenvolvido. Desde a publicação da Resolução 2.720 do Banco Central do Brasil, têm havido uma crescente pressão dos clientes pela utilização de modelos de *Asset/Liability Management* na determinação das alocações de suas carteiras em Renda Fixa e Renda Variável. Nesse contexto, há uma tendência de os administradores de recursos perderem o mandato da gestão da alocação de ativos para empresas especializadas, ficando restritos à administração dos segmentos e, portanto, passando a oferecer um produto de menor valor agregado. Dessa forma, esses modelos representam uma vantagem competitiva importante, pois são de uma sofisticação muito maior que os produtos hoje oferecidos no mercado, que muitas vezes se resumem a simulações ou análises de cenários que se limitam a estudar os valores presentes de ativos e passivos, sem olhar sua distribuição temporal.

Enfim, vale destacar que os modelos apresentados ainda podem ser aprimorados, basicamente, por dois diferentes caminhos. A otimização/imunização em cenários proposta por Dembo (1991, 1993), que otimiza a solução numa condição em que diversos cenários, cada um com sua probabilidade, são possíveis, é uma das linhas de pesquisa que pode ser seguida. A outra opção seria desenvolver os modelos utilizando-se a otimização estocástica, apresentada por Klaassen (1998), que, embora resulte em uma resposta bastante refinada, demanda elevada capacidade computacional.

---

## Referências Bibliográficas

ANDIMA. **Séries históricas – dívida pública**. Rio de Janeiro : ANDIMA, 1993.

BERNSTEIN, Richard. **Style investing: unique insight into equity management**. New York : John Wiley & Sons, 1995.

COSTA NETO, Pedro Luiz de Oliveira. **Estatística**. São Paulo : Edgard Blücher, 1977.

DAHL, Henrik, MEERAUS, Alexander, ZENIOS, Stavros A. "Some financial optimization models: I Risk management". IN: ZENIOS, Stavros A. (org.). **Financial optimization**. Cambridge : Cambridge University, 1993.

———. "Some financial optimization models: II Financial engineering". IN: ZENIOS, Stavros A. (org.). **Financial optimization**. Cambridge : Cambridge University, 1993.

DAVIDSON, Sidney, STICKNEY, Clyde P., WEIL, Roman L. **Financial accounting: an introduction to concepts, methods, and uses**. 5ª ed. New York : The Dryden, 1988.

DEMBO, R. "Scenario optimization". **Annals of Operations Research**, v. 30, 1991.

———. "Scenario immunization". IN: ZENIOS, Stavros A. (org.). **Financial optimization**. Cambridge : Cambridge University, 1993.

DIMSON, Elroy, MUSSAVIAN, Massoud. "Three centuries of asset pricing". **Journal of Banking and Finance**, 23 (1999) 1745-1769.

GRINOLD, Richard C., KAHN, Ronald N. **Active portfolio management**. New York : McGraw-Hill, 1995.

---

HAUGEN, Robert A. **Modern investment theory**. 2ª ed. New Jersey : Prentice Hall, 1989.

KLAASSEN, Pieter. "Financial asset pricing theory and stochastic program models for asset/liability management: a synthesis". **Management Science**, v. 44, n. 1, Janeiro de 1998, p. 31-48.

LAFIS. **Brasil - Insumos agrícolas: Fertilizantes**. 1999.

MARKOWITZ, Harry M. "Portfolio selection". **Journal of Finance**, v. 7, n. 1 1952.

———. **Mean-variance analysis in portfolio choice and capital markets**. Oxford, UK : Blackwell, 1987.

MERTON, Robert C. **Continuous-time finance**. 2.ª ed. Cambridge, Mass. : Blackwell, 1992.

RAMOS, Alberto W. **Uma contribuição aos estudos de capacidade de máquina**. Tese de Doutorado. São Paulo, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1999.

SALNIK, Bruno. **International investments**. 3ª ed. Addison, 1996.

TENDÊNCIAS. **Previdência privada no Brasil: Princípios gerais, perspectivas e riscos**. 1999.

ZAGOTTIS, Alexandre de. **Sistema para gestão de recursos de fundos de pensão**. Trabalho de formatura. São Paulo, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 1996.

---

## **Anexos**

---

### **Anexo I: Modelo de Otimização Proposto por Zagottis(1996):**

O modelo tático de meta atuarial mencionado no Capítulo III, e que constituiu um prosseguimento do trabalho de Zagottis (1996), é uma metodologia de análise de carteiras formadas por duas classes de ativos (renda fixa e renda variável). A seguir, temos a descrição completa do modelo.

Suponhamos os seguintes cenários para rentabilidades, em 12 meses, dos seguintes ativos:

<b>Cenário</b>	<b>IGP-M</b>	<b>Probabilidade</b>
<b>1</b>	<b>2%a.a.</b>	<b>25%</b>
<b>2</b>	<b>4%a.a.</b>	<b>50%</b>
<b>3</b>	<b>9%a.a.</b>	<b>25%</b>

Média: 4,8%a.a.

Desvio-Padrão: 2,6%a.a.

<b>Cenário</b>	<b>CDI</b>	<b>Probabilidade</b>
<b>1</b>	<b>17%a.a.</b>	<b>25%</b>
<b>2</b>	<b>18%a.a.</b>	<b>50%</b>
<b>3</b>	<b>19%a.a.</b>	<b>25%</b>

Média: 18,0%a.a.

Desvio-Padrão: 0,7%a.a.

<b>Cenário</b>	<b>IBOVESPA</b>	<b>Probabilidade</b>
<b>1</b>	<b>10%a.a.</b>	<b>25%</b>
<b>2</b>	<b>30%a.a.</b>	<b>50%</b>
<b>3</b>	<b>50%a.a.</b>	<b>25%</b>

Média: 30,0%a.a.

Desvio-Padrão: 43,1%a.a.

---

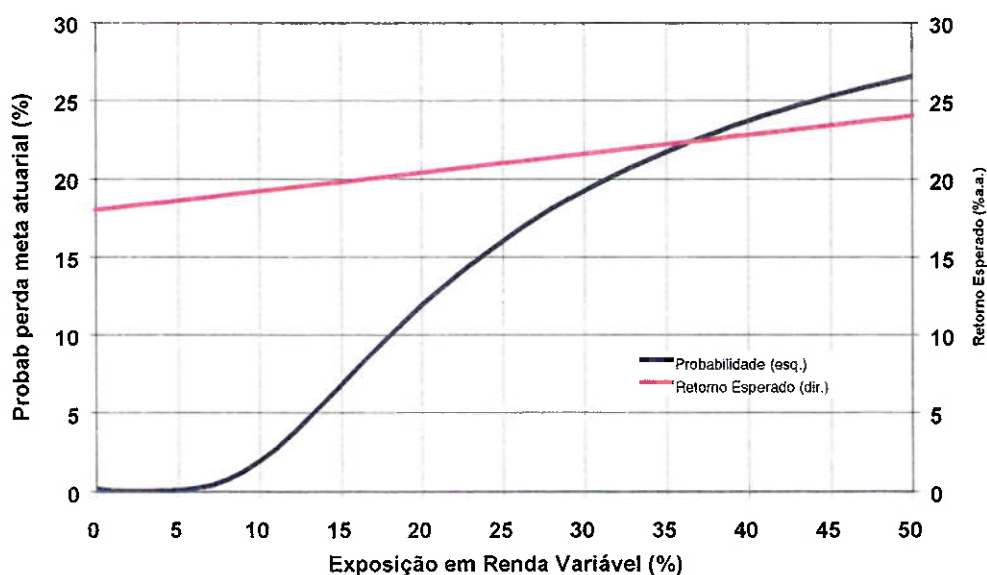


---

Dadas as correlações históricas entre as classes de ativos:

Ativos	Correlação
IBOV/CDI	-0.30
IBOV/IGP	0.30
CDI/IGP	0.60

Podemos calcular a probabilidade de uma carteira com uma participação  $x\%$  em IBOVESPA e  $100\%-x\%$  em CDI cumprir uma meta atuarial de  $IGP+6\%a.a.$ , se supusermos que todos os ativos têm distribuição normal. Traça-se, então, um gráfico dessa probabilidade em função de  $x$ , juntamente com o retorno esperado:



A partir do gráfico acima, pode-se tomar a decisão de investimento.

---

---

## **Anexo II: Características dos Ativos**

---

ID	Tipo	Vencimento	Taxa Interna de Retorno (%a.a.)	Preço	Dollar Duration	Dollar Convexity
1	LFT	06-Dec-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
2	LFT	13-Dec-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
3	LFT	10-Jan-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
4	LFT	17-Jan-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
5	LFT	24-Jan-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
6	LFT	03-Jan-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
7	LFT	03-Jan-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
8	LFT	11-Oct-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
9	LFT	18-Oct-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
10	LFT	25-Oct-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
11	LFT	25-Oct-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
12	LFT	04-Oct-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
13	LFT	01-Nov-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
14	LFT	15-Nov-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
15	LFT	22-Nov-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
16	LFT	29-Nov-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
17	LFT	08-Nov-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
18	LFT	13-Dec-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
19	LFT	13-Dec-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
20	LFT	06-Dec-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
21	LFT	20-Feb-02	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
22	LFT	13-Mar-02	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
23	LFT	20-Mar-02	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
24	LFT	27-Mar-02	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
25	LFT	10-Apr-02	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
26	LFT	16-Apr-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
27	LFT	23-Apr-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
28	LFT	09-Apr-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
29	LFT	14-May-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
30	LFT	16-May-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
31	LFT	16-May-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
32	LFT	21-May-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
33	LFT	23-May-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
34	LFT	23-May-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
35	LFT	30-May-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
36	LFT	30-May-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
37	LFT	07-May-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
38	LFT	09-May-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
39	LFT	09-May-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
40	LFT	11-Jun-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
41	LFT	13-Jun-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
42	LFT	18-Jun-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
43	LFT	20-Jun-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
44	LFT	20-Jun-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
45	LFT	25-Jun-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
46	LFT	27-Jun-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
47	LFT	27-Jun-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
48	LFT	06-Jun-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
49	LFT	06-Jun-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
50	LFT	11-Jul-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
51	LFT	11-Jul-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
52	LFT	11-Jul-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
53	LFT	16-Jul-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
54	LFT	18-Jul-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
55	LFT	18-Jul-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2

ID	Tipo	Vencimento	Taxa Interna de Retorno (%a.a.)	Preço	Dollar Duration	Dollar Convexity
56	LFT	23-Jul-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
57	LFT	25-Jul-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
58	LFT	25-Jul-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
59	LFT	25-Jul-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
60	LFT	04-Jul-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
61	LFT	04-Jul-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
62	LFT	09-Jul-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
63	LFT	13-Aug-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
64	LFT	15-Aug-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
65	LFT	20-Aug-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
66	LFT	22-Aug-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
67	LFT	23-Aug-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
68	LFT	27-Aug-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
69	LFT	30-Aug-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
70	LFT	30-Aug-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
71	LFT	06-Aug-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
72	LFT	08-Aug-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
73	LFT	10-Sep-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
74	LFT	12-Sep-01	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
75	LFT	13-Sep-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
76	LFT	17-Sep-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
77	LFT	17-Sep-03	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
78	LFT	27-Sep-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
79	LFT	06-Sep-00	7.5%	R\$999	(R\$3)	R\$2
80	LTN	03-Jan-01	16.0%	R\$946	(R\$308)	R\$366
81	LTN	03-Jan-01	16.0%	R\$946	(R\$308)	R\$366
82	LTN	03-Jan-01	16.0%	R\$946	(R\$308)	R\$366
83	LTN	03-Jan-01	16.0%	R\$946	(R\$308)	R\$366
84	LTN	31-Jan-01	16.0%	R\$935	(R\$366)	R\$459
85	LTN	31-Jan-01	16.0%	R\$935	(R\$366)	R\$459
86	LTN	31-Jan-01	16.0%	R\$935	(R\$366)	R\$459
87	LTN	31-Jan-01	16.0%	R\$935	(R\$366)	R\$459
88	LTN	31-Jan-01	16.0%	R\$935	(R\$366)	R\$459
89	LTN	31-Jan-01	16.0%	R\$935	(R\$366)	R\$459
90	LTN	31-Jan-01	16.0%	R\$935	(R\$366)	R\$459
91	LTN	31-Jan-01	16.0%	R\$935	(R\$366)	R\$459
92	LTN	04-Oct-00	15.7%	R\$981	(R\$109)	R\$107
93	LTN	04-Oct-00	15.7%	R\$981	(R\$109)	R\$107
94	LTN	04-Oct-00	15.7%	R\$981	(R\$109)	R\$107
95	LTN	01-Nov-00	15.6%	R\$971	(R\$172)	R\$180
96	LTN	01-Nov-00	15.6%	R\$971	(R\$172)	R\$180
97	LTN	01-Nov-00	15.6%	R\$971	(R\$172)	R\$180
98	LTN	29-Nov-00	15.6%	R\$960	(R\$234)	R\$260
99	LTN	29-Nov-00	15.6%	R\$960	(R\$234)	R\$260
100	LTN	29-Nov-00	15.6%	R\$960	(R\$234)	R\$260
101	LTN	06-Dec-00	15.7%	R\$957	(R\$249)	R\$280
102	LTN	06-Dec-00	15.7%	R\$957	(R\$249)	R\$280
103	LTN	06-Dec-00	15.7%	R\$957	(R\$249)	R\$280
104	LTN	28-Feb-01	16.1%	R\$924	(R\$423)	R\$558
105	LTN	28-Feb-01	16.1%	R\$924	(R\$423)	R\$558
106	LTN	28-Feb-01	16.1%	R\$924	(R\$423)	R\$558
107	LTN	04-Apr-01	16.2%	R\$910	(R\$492)	R\$689
108	LTN	04-Apr-01	16.2%	R\$910	(R\$492)	R\$689
109	LTN	04-Apr-01	16.2%	R\$910	(R\$492)	R\$689
110	LTN	04-Apr-01	16.2%	R\$910	(R\$492)	R\$689

ID	Tipo	Vencimento	Taxa Interna de Retorno (%a.a.)	Preço	Dollar Duration	Dollar Convexity
111	LTN	04-Apr-01	16.2%	R\$910	(R\$492)	R\$689
112	LTN	04-Apr-01	16.2%	R\$910	(R\$492)	R\$689
113	LTN	04-Apr-01	16.2%	R\$910	(R\$492)	R\$689
114	LTN	04-Apr-01	16.2%	R\$910	(R\$492)	R\$689
115	LTN	02-May-01	16.2%	R\$900	(R\$545)	R\$799
116	LTN	02-May-01	16.2%	R\$900	(R\$545)	R\$799
117	LTN	02-May-01	16.2%	R\$900	(R\$545)	R\$799
118	LTN	02-May-01	16.2%	R\$900	(R\$545)	R\$799
119	LTN	01-Aug-01	16.6%	R\$864	(R\$707)	R\$1,184
120	LTN	01-Aug-01	16.6%	R\$864	(R\$707)	R\$1,184
121	LTN	01-Aug-01	16.6%	R\$864	(R\$707)	R\$1,184
122	LTN	01-Aug-01	16.6%	R\$864	(R\$707)	R\$1,184
123	LTN	01-Aug-01	16.6%	R\$864	(R\$707)	R\$1,184
124	LTN	01-Aug-01	16.6%	R\$864	(R\$707)	R\$1,184
125	LTN	30-Aug-00	16.7%	R\$995	(R\$28)	R\$25
126	LTN	30-Aug-00	16.7%	R\$995	(R\$28)	R\$25
127	NBC-E	16-Jan-03	20.0%	R\$1,840	(R\$1,859)	R\$5,252
128	NBC-E	16-Jan-03	20.0%	R\$1,840	(R\$1,859)	R\$5,252
129	NBC-E	25-Jan-01	14.9%	R\$1,763	(R\$367)	R\$455
130	NBC-E	18-Oct-01	18.2%	R\$1,752	(R\$927)	R\$1,712
131	NBC-E	18-Oct-01	18.2%	R\$1,752	(R\$927)	R\$1,712
132	NBC-E	18-Oct-01	18.2%	R\$1,752	(R\$927)	R\$1,712
133	NBC-E	25-Oct-00	12.2%	R\$1,798	(R\$159)	R\$163
134	NBC-E	25-Oct-00	12.2%	R\$1,798	(R\$159)	R\$163
135	NBC-E	15-Nov-01	18.3%	R\$1,840	(R\$1,007)	R\$1,910
136	NBC-E	27-Nov-00	13.2%	R\$1,786	(R\$235)	R\$260
137	NBC-E	13-Dec-01	18.5%	R\$1,827	(R\$1,065)	R\$2,088
138	NBC-E	23-Dec-00	14.3%	R\$1,776	(R\$293)	R\$341
139	NBC-E	23-Dec-00	14.3%	R\$1,776	(R\$293)	R\$341
140	NBC-E	13-Feb-03	20.1%	R\$1,826	(R\$1,911)	R\$5,516
141	NBC-E	13-Feb-03	20.1%	R\$1,826	(R\$1,911)	R\$5,516
142	NBC-E	13-Mar-03	20.1%	R\$1,919	(R\$1,966)	R\$5,789
143	NBC-E	13-Mar-03	20.1%	R\$1,919	(R\$1,966)	R\$5,789
144	NBC-E	13-Mar-03	20.1%	R\$1,919	(R\$1,966)	R\$5,789
145	NBC-E	15-Mar-01	16.0%	R\$1,795	(R\$474)	R\$641
146	NBC-E	18-Mar-04	20.2%	R\$1,951	(R\$2,652)	R\$9,841
147	NBC-E	18-Mar-04	20.2%	R\$1,951	(R\$2,652)	R\$9,841
148	NBC-E	08-Mar-01	15.9%	R\$1,798	(R\$459)	R\$613
149	NBC-E	15-Apr-04	20.2%	R\$1,937	(R\$2,703)	R\$10,179
150	NBC-E	15-Apr-04	20.2%	R\$1,937	(R\$2,703)	R\$10,179
151	NBC-E	15-Apr-04	20.2%	R\$1,937	(R\$2,703)	R\$10,179
152	NBC-E	19-Apr-01	16.4%	R\$1,780	(R\$551)	R\$789
153	NBC-E	19-Apr-01	16.4%	R\$1,780	(R\$551)	R\$789
154	NBC-E	13-May-04	20.2%	R\$1,923	(R\$2,753)	R\$10,521
155	NBC-E	16-May-02	19.4%	R\$1,855	(R\$1,380)	R\$3,170
156	NBC-E	17-May-01	16.7%	R\$1,768	(R\$611)	R\$915
157	NBC-E	13-Jun-02	19.5%	R\$1,841	(R\$1,435)	R\$3,385
158	NBC-E	14-Jun-01	17.1%	R\$1,756	(R\$670)	R\$1,045
159	NBC-E	14-Jun-01	17.1%	R\$1,756	(R\$670)	R\$1,045
160	NBC-E	17-Jun-04	20.2%	R\$1,906	(R\$2,814)	R\$10,953
161	NBC-E	17-Jun-04	20.2%	R\$1,906	(R\$2,814)	R\$10,953
162	NBC-E	23-Jun-01	17.2%	R\$1,752	(R\$689)	R\$1,089
163	NBC-E	23-Jun-01	17.2%	R\$1,752	(R\$689)	R\$1,089
164	NBC-E	23-Jun-01	17.2%	R\$1,752	(R\$689)	R\$1,089
165	NBC-E	23-Jun-01	17.2%	R\$1,752	(R\$689)	R\$1,089

ID	Tipo	Vencimento	Taxa Interna de Retorno (%a.a.)	Preço	Dollar Duration	Dollar Convexity
166	NBC-E	16-Jul-01	17.4%	R\$1,741	(R\$736)	R\$1,202
167	NBC-E	16-Jul-01	17.4%	R\$1,741	(R\$736)	R\$1,202
168	NBC-E	16-Jul-01	17.4%	R\$1,741	(R\$736)	R\$1,202
169	NBC-E	17-Jul-03	20.1%	R\$1,858	(R\$2,205)	R\$7,074
170	NBC-E	17-Jul-03	20.1%	R\$1,858	(R\$2,205)	R\$7,074
171	NBC-E	18-Jul-02	19.7%	R\$1,822	(R\$1,502)	R\$3,659
172	NBC-E	18-Jul-02	19.7%	R\$1,822	(R\$1,502)	R\$3,659
173	NBC-E	16-Aug-01	17.8%	R\$1,727	(R\$798)	R\$1,360
174	NBC-E	16-Aug-01	17.8%	R\$1,727	(R\$798)	R\$1,360
175	NBC-E	16-Aug-01	17.8%	R\$1,727	(R\$798)	R\$1,360
176	NBC-E	17-Sep-01	18.0%	R\$1,766	(R\$864)	R\$1,534
177	NBC-E	17-Sep-01	18.0%	R\$1,766	(R\$864)	R\$1,534
178	NBC-E	25-Sep-00	10.4%	R\$1,808	(R\$90)	R\$87
179	NBC-E	30-Oct-00	12.3%	R\$1,796	(R\$171)	R\$177
180	NBC-E	06-Nov-00	12.5%	R\$1,794	(R\$187)	R\$197
181	NBC-E	13-Dec-00	13.9%	R\$1,780	(R\$271)	R\$309
182	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
183	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
184	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
185	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
186	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
187	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
188	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
189	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
190	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
191	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
192	NBC-E	20-Feb-01	15.6%	R\$1,805	(R\$423)	R\$550
193	NBC-E	23-Sep-00	10.3%	R\$1,809	(R\$85)	R\$82
197	NTN-D	01-Jan-01	14.5%	R\$1,772	(R\$313)	R\$371
198	NTN-D	01-Jan-01	14.5%	R\$1,772	(R\$313)	R\$371
199	NTN-D	01-Jan-04	20.2%	R\$1,610	(R\$2,316)	R\$8,422
200	NTN-D	01-Oct-00	10.8%	R\$1,806	(R\$104)	R\$101
201	NTN-D	01-Oct-02	20.1%	R\$1,696	(R\$1,572)	R\$4,136
202	NTN-D	01-Oct-03	20.2%	R\$1,649	(R\$2,176)	R\$7,478
203	NTN-D	15-Oct-00	11.8%	R\$1,801	(R\$136)	R\$136
204	NTN-D	01-Nov-00	12.4%	R\$1,796	(R\$176)	R\$183
205	NTN-D	01-Nov-00	12.4%	R\$1,796	(R\$176)	R\$183
206	NTN-D	01-Nov-01	18.3%	R\$1,746	(R\$955)	R\$1,794
207	NTN-D	15-Nov-00	12.8%	R\$1,791	(R\$208)	R\$224
208	NTN-D	01-Dec-00	13.4%	R\$1,785	(R\$244)	R\$272
209	NTN-D	01-Dec-01	18.5%	R\$1,732	(R\$1,015)	R\$1,975
210	NTN-D	15-Dec-00	14.0%	R\$1,779	(R\$275)	R\$315
211	NTN-D	01-Feb-01	15.1%	R\$1,760	(R\$382)	R\$480
212	NTN-D	01-Feb-02	18.8%	R\$1,704	(R\$1,134)	R\$2,368
213	NTN-D	01-Mar-01	15.8%	R\$1,801	(R\$443)	R\$585
214	NTN-D	01-Apr-03	20.1%	R\$1,672	(R\$1,883)	R\$5,716
215	NTN-D	01-May-01	16.6%	R\$1,775	(R\$577)	R\$842
216	NTN-D	01-Jun-01	16.9%	R\$1,762	(R\$643)	R\$984
217	NTN-D	01-Jul-03	20.2%	R\$1,634	(R\$2,031)	R\$6,573
218	NTN-D	01-Aug-01	17.6%	R\$1,734	(R\$768)	R\$1,282
219	NTN-D	01-Sep-00	10.5%	R\$1,814	(R\$33)	R\$30
220	NTN-D	01-Sep-01	17.9%	R\$1,773	(R\$831)	R\$1,446
221	NTN-D	01-Sep-02	20.1%	R\$1,709	(R\$1,518)	R\$3,894
222	NTN-D	15-Sep-00	10.9%	R\$1,810	(R\$66)	R\$62
223	C-BOND	15-Oct-13	20.2%	R\$1,379	(R\$7,627)	R\$71,071

ID	Tipo	Vencimento	Taxa Interna de Retorno (%a.a.)	Preço	Dollar Duration	Dollar Convexity
224	DCB	15-Apr-12	15.8%	R\$1,381	(R\$8,038)	R\$73,562
225	Discount	15-Apr-24	11.5%	R\$1,458	(R\$15,170)	R\$287,676
226	Exit	15-Sep-13	13.0%	R\$1,343	(R\$6,697)	R\$63,356
227	Par	15-Oct-13	12.3%	R\$1,224	(R\$11,171)	R\$155,753
228	EI	15-Apr-06	11.3%	R\$1,716	(R\$4,995)	R\$26,815
229	GLOBAL 01	05-Nov-01	18.5%	R\$1,818	(R\$2,436)	R\$6,237
230	GLOBAL 04	15-Apr-04	11.8%	R\$2,026	(R\$6,383)	R\$34,317
231	GLOBAL 40	17-Aug-40	14.1%	R\$249,924	(R\$14,087)	R\$4,339
232	GLOBAL 30	06-Mar-30	14.5%	R\$255,128	(R\$14,909)	R\$3,985
233	GLOBAL 27	15-May-27	13.8%	R\$242,473	(R\$13,752)	R\$3,648
234	GLOBAL 20	15-Jan-20	14.9%	R\$214,860	(R\$14,307)	R\$4,745
235	GLOBAL 09	15-Oct-09	15.4%	R\$114,389	(R\$11,850)	R\$4,820
236	GLOBAL 08	07-Apr-08	13.9%	R\$88,262	(R\$9,860)	R\$3,222
237	GLOBAL 07	26-Jul-07	13.3%	R\$85,210	(R\$10,345)	R\$4,455



### Anexo III: Proposta de Saneamento do Fundo de Pensão Analisado

	Entradas	Saídas	Fluxo de Caixa	VP das Reservas	Patrimônio - Reservas
2000	R\$2,666,702	R\$2,757,326	R\$90,624	R\$36,911,731	(R\$9,932,878.72)
2001	R\$2,666,702	R\$2,758,062	R\$91,359	R\$32,702,931	(R\$5,724,079)
2002	R\$2,666,702	R\$2,768,106	R\$101,404	R\$29,853,480	(R\$2,874,628)
2003	R\$2,666,702	R\$2,788,892	R\$122,190	R\$26,522,151	R\$456,701
2004	R\$2,666,702	R\$2,825,682	R\$158,979	R\$23,618,254	R\$3,360,598
2005	R\$2,666,702	R\$2,853,434	R\$186,732	R\$20,471,626	R\$6,507,226
2006	R\$2,666,702	R\$2,877,770	R\$211,068	R\$17,953,075	R\$9,025,777
2007	R\$2,666,702	R\$2,912,540	R\$245,838	R\$15,798,335	R\$11,180,517
2008	R\$2,666,702	R\$3,059,733	R\$393,031	R\$13,069,796	R\$13,909,056
2009	R\$2,666,702	R\$3,217,742	R\$551,040	R\$11,658,692	R\$15,320,160
2010	R\$2,666,702	R\$3,389,782	R\$723,079	R\$10,039,043	R\$16,939,809
2011	R\$2,666,702	R\$3,581,628	R\$914,925	R\$8,276,428	R\$18,702,424
2012	R\$2,666,702	R\$3,795,378	R\$1,128,676	R\$6,681,203	R\$20,297,649
2013	R\$2,666,702	R\$4,034,437	R\$1,367,735	R\$5,688,468	R\$21,290,384
2014	R\$2,666,702	R\$4,403,854	R\$1,737,151	R\$4,356,836	R\$22,622,016
2015	R\$2,666,702	R\$4,763,367	R\$2,096,665	R\$3,477,132	R\$23,501,719
2016	R\$2,666,702	R\$5,112,114	R\$2,445,412	R\$2,824,260	R\$24,154,591
2017	R\$2,666,702	R\$5,576,949	R\$2,910,247	R\$2,266,807	R\$24,712,045
2018	R\$2,666,702	R\$5,897,149	R\$3,230,446	R\$1,804,574	R\$25,174,277
2019	R\$2,666,702	R\$6,205,684	R\$3,538,981	R\$1,413,089	R\$25,565,763
2020	R\$2,666,702	R\$6,369,804	R\$3,703,102	R\$1,087,618	R\$25,891,234
2021	R\$2,666,702	R\$6,689,050	R\$4,022,348	R\$800,826	R\$26,178,026
2022	R\$2,666,702	R\$6,922,760	R\$4,256,057	R\$742,306	R\$26,236,545
2023	R\$2,666,702	R\$7,299,532	R\$4,632,829	R\$644,082	R\$26,334,770
2024	R\$2,666,702	R\$7,565,727	R\$4,899,024	R\$554,539	R\$26,424,313
2025	R\$2,666,702	R\$7,645,352	R\$4,978,649	R\$486,197	R\$26,492,654
2026	R\$2,666,702	R\$7,850,855	R\$5,184,153	R\$404,608	R\$26,574,244
2027	R\$2,666,702	R\$7,944,267	R\$5,277,564	R\$349,669	R\$26,629,182
2028	R\$2,666,702	R\$8,085,442	R\$5,418,740	R\$295,866	R\$26,682,986
2029	R\$2,666,702	R\$8,172,081	R\$5,505,379	R\$251,836	R\$26,727,016
2030	R\$2,666,702	R\$8,232,343	R\$5,565,641	R\$211,205	R\$26,767,647
2031	R\$2,666,702	R\$8,243,896	R\$5,577,194	R\$176,596	R\$26,802,256
2032	R\$2,666,702	R\$8,247,115	R\$5,580,412	R\$147,418	R\$26,831,434



---

#### Anexo IV: *Capital Asset Pricing Model (CAPM)*<sup>1</sup>

O *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* é um modelo de precificação de ativos que parte da hipótese de que os retornos das ações podem ser explicados por duas componentes, uma sistemática (que é decorrente do retorno do mercado de ações) e uma específica, diferente para cada ação:

$$r_{i,t} = \beta_i \times r_{M,t} + \alpha_i + \varepsilon_{i,t} \quad (\text{A. 01})$$

onde:

$r_{i,t}$  é o retorno do ativo  $i$  no período  $t$ ;

$r_{M,t}$  é o retorno do mercado no período  $t$ ;

$\beta_i$  e  $\alpha_i$  são os parâmetros da regressão entre  $r_{i,t}$  e  $r_{M,t}$ ;

$\varepsilon_{i,t}$  é o resíduo associado à regressão.

O risco de uma carteira de ações pode ser determinado a partir da equação (A. 02) (Markowitz, 1952):

$$\sigma_C^2 = W^T \cdot \Sigma \cdot W \quad (\text{A. 02})$$

onde:

$\sigma_C^2$  é a variância dos retornos da carteira  $C$ ;

$W$  é o vetor coluna de exposições da carteira  $C$  em relação a cada ação;

$\Sigma$  é a **matriz de covariâncias** dos ativos.

---

<sup>1</sup> Vide Haugen (1989)

---

---

A matriz de covariâncias  $\Sigma$  é determinada por:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{1,1} & \sigma_{1,2} & \cdots & \sigma_{1,j} & \cdots & \sigma_{1,n} \\ \sigma_{2,1} & \sigma_{2,2} & \cdots & \sigma_{2,j} & \cdots & \sigma_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{i,1} & \sigma_{i,2} & \cdots & \sigma_{i,j} & \cdots & \sigma_{i,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n,1} & \sigma_{n,2} & \cdots & \sigma_{n,j} & \cdots & \sigma_{n,n} \end{pmatrix} \quad (\text{A. 03})$$

As estimativas dos elementos dessa matriz são:

$$\hat{\sigma}_{i,j} = \sum_{t=1}^T \frac{(r_{i,t} - \bar{r}_i) \times (r_{j,t} - \bar{r}_j)}{T-1} \quad (\text{A. 04})$$

onde:

$\hat{\sigma}_{i,j}$  é a estimativa da covariância entre os retornos dos ativos  $i$  e  $j$ ;

$r_{i,t}$  é o retorno do ativo  $i$  no período  $t$ ;

$r_{j,t}$  é o retorno do ativo  $j$  no período  $t$ .

A maior dificuldade desse tipo de modelo constitui-se na determinação das covariâncias entre os diversos ativos, pois o número de elementos da matriz (A.03) aumenta muito com o número de ativos.

Porém, utilizando-se as propriedades da covariância (Haugen, 1989) e admitindo que a correlação entre os resíduos  $\varepsilon$  de dois ativos diferentes é nula, bem como que esses resíduos também não têm correlação com os retornos do mercado, podemos calcular a covariância entre os retornos de dois ativos  $i$  e  $j$  como sendo:

$$\sigma_{ij} = \beta_i \times \beta_j \times \sigma^2(r_M) \quad (\text{A. 05})$$

$\forall i \neq j$

onde  $\sigma^2(r_M)$  é a variância dos retornos do mercado.

---

---

Para  $i = j$ , temos que a variância do ativo  $i$  será:

$$\sigma_{ii} = \beta_i^2 \times \sigma^2(r_M) + \sigma^2(\varepsilon_i) \quad (\text{A. 06})$$

Na equação (A. 06), o termo  $\sigma^2(\varepsilon_i)$  é denominado risco específico do ativo  $i$ .

A matriz de covariâncias  $\Sigma$  é, portanto, resumida a (A. 07) (Haugen, 1989):

$$\Sigma = B \cdot (\sigma^2(r_M)) \cdot B^T + E \quad (\text{A. 07})$$

onde:

$\Sigma$  é a matriz de covariâncias dos ativos;

$B$  é a matriz de betas, conforme indicado em (A. 08);

$\sigma^2(r_M)$  é a variância dos retornos do mercado;

$E$  é uma matriz quadrada de ordem igual ao número de ativos  $n$ .

Trata-se de uma matriz diagonal na qual  $a_{ii} = \sigma^2(\varepsilon_i)$  se  $i = j$  e  $a_{ij} =$

0 se  $i \neq j$ .

As matrizes  $B$  e  $\Sigma_F$  são calculadas como:

$$B = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_i \\ \vdots \\ \beta_n \end{pmatrix} \quad (\text{A. 08})$$

Assumindo que os riscos específicos  $\sigma^2(\varepsilon_i)$  são iguais, pode-se determinar o risco de uma carteira a partir da equação (A. 09), e teremos:

---

---


$$\sigma_C^2 = \left( \sum_{i=1}^n w_i \cdot \beta_i \right)^2 \times \sigma^2(r_M) + \frac{\sigma^2(\varepsilon)}{n} \quad (\text{A. 09})$$

onde:

$\sigma_C^2$  é a variância da carteira;

$\sum_{i=1}^n w_i \cdot \beta_i$  é a média ponderada dos betas das ações da carteira, ou o beta da carteira;

$\sigma^2(r_M)$  é a variância do retorno de mercado;

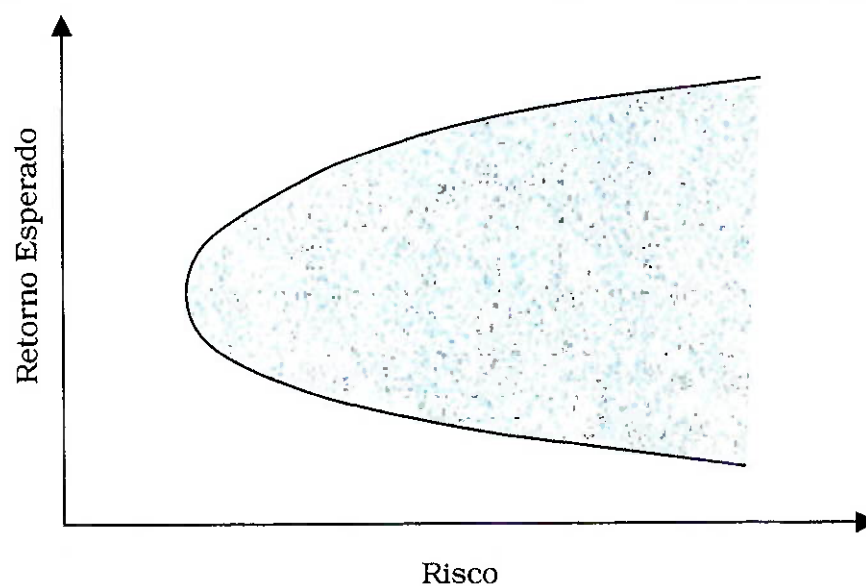
$\sigma^2(\varepsilon)$  é o risco específico das ações;

$n$  é o número de ativos na carteira.

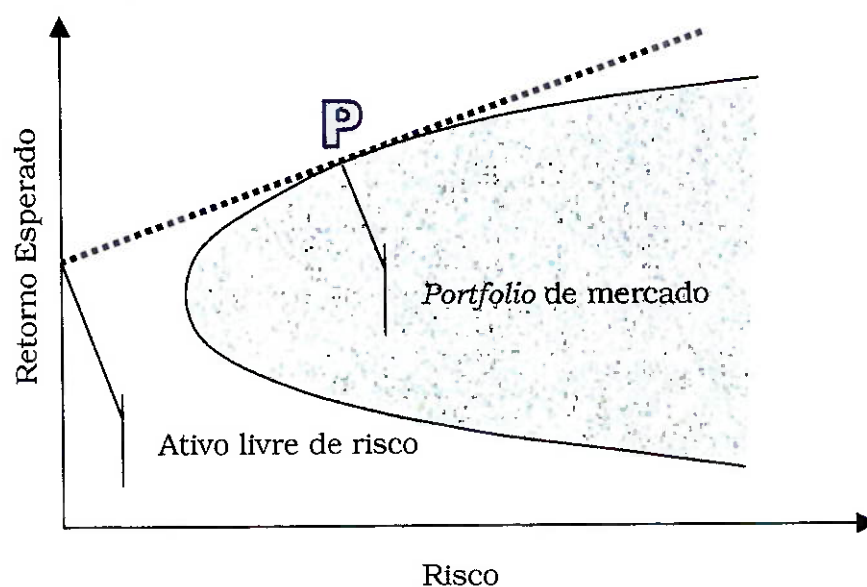
Observa-se, portanto, que o risco de uma carteira é formado por duas componentes, uma sistemática, dada em função da média ponderada dos betas das ações da carteira e do risco de mercado, e uma diversificável, pois cai rapidamente conforme se aumenta o número de ativos na carteira.

Além disso, a partir da análise de Markovitz (1952), sabe-se que os *portfolios* se distribuem numa região conforme a indicada na figura a seguir, no plano risco x retorno esperado.

---



Se existir um ativo livre de risco, ou seja, um ativo cuja variância seja nula, e por conseqüência sua covariância com os outros ativos também seja nula, poderemos construir carteiras que serão combinações lineares entre o ativo livre de risco e os *portfolios* da região sombreada, sendo que as carteiras da linha tracejada indicada na figura a seguir serão sempre superiores às demais, no sentido de que, para um certo nível de risco, apresentarão o máximo retorno.



Portanto, segundo essa teoria, todos os investidores, independentemente de sua aversão ao risco, estariam dispostos a montar uma carteira que seria a composição do ativo livre de risco com a carteira *P* e, portanto, esta teria que ser

---

exatamente o *portfolio* de mercado, ou seja, uma carteira com os pesos proporcionais aos valores de mercado das empresas.

Interpretando-se de uma outra forma, o investidor, montando uma carteira que pertença à linha azul, está diversificando totalmente os riscos específicos e, portanto, está em um nível de retorno que o remunera adequadamente pelo risco sistemático que está correndo. Para a reta azul, temos que o risco de uma carteira composta por  $w\%$  no *portfolio* de mercado e  $(1-w)\%$  no ativo livre de risco, teremos que o retorno esperado será:

$$r_C = w \times r_P + (1 - w) \times r_{LR} \quad (\text{A. 10})$$

onde:

$r_C$  é o retorno esperado da carteira;

$r_P$  é o retorno esperado do *portfolio* de mercado;

$r_{LR}$  é o retorno esperado do ativo livre de risco.

Como o beta da carteira é também uma média ponderada do beta do ativo livre de risco (que vale zero) e do beta do *portfolio*  $P$  (que vale 1), temos:

$$\beta_C = w \times \beta_P + (1 - w) \times \beta_{LR} = w \quad (\text{A. 11})$$

onde:

$\beta_C$  é o beta da carteira;

$\beta_P$  é o beta do *portfolio* de mercado e vale 1;

$\beta_{LR}$  é o beta do retorno livre de risco e vale 0;

Levando (A. 11) em (A. 10) chegamos, finalmente, a:

$$r_C = r_{LR} + \beta_C \times (r_P - r_{LR}) \quad (\text{A. 12})$$

---

---

A equação (A. 12) mostra que o retorno demandado pelo investidor de uma carteira e, por consequência, de uma ação (cujo risco específico pode ser diversificado) é igual à taxa livre de risco acrescida de beta vezes o prêmio de risco do mercado de ações. É dessa relação que extraímos o custo do capital utilizado na equação (V.12) do Capítulo V, que faz referência a esse Anexo.

---

---

## Anexo V: Modelo de *Tracking Error* do C-BOND

Neste Anexo apresentaremos um modelo de *Tracking* para gerar uma carteira de ações que replique o retorno de uma carteira de *Bradies*. Conforme indicado, este estudo é o resultado de um trabalho de graduação orientado pela Profa. Dra. Celma de Oliveira Ribeiro e co-orientado pelo autor. Os autores do referido estudo são os alunos Daniel Machado de Campos, Guilherme Lancia e Rodrigo Jolig, atualmente cursando o 3º ano do curso de Engenharia de Produção da Escola Politécnica da USP.

A análise apresentada é realizada para uma carteira de *Bradies* composta por 100% em C-BOND (o ativo de dívida brasileiro de maior liquidez), mas ela é facilmente expansível para um número maior de papéis.

Os modelos de *Tracking* (Grinold, 1995) utilizam o chamado *Tracking Error* como medida da similaridade dos retornos de duas carteiras. O *Tracking Error* nada mais é do que o desvio-padrão das diferenças de retornos entre a carteira em análise e o *benchmark* que se deseja seguir.

$$TE = \sqrt{\sum_{t=1}^T \frac{(r_{C,t} - r_{B,t})^2}{T-1}} \quad (\text{A.13})$$

Nessa igualdade, tem-se:

*TE*: *Tracking Error* da carteira em relação ao *benchmark*;

$r_{C,t}$ : retorno da carteira no período  $t$ ;

$r_{B,t}$ : retorno do *benchmark* no período  $t$ .

Demonstra-se (Grinold, 1995) que o *Tracking Error* pode ser calculado por:

$$TE^2 = X^T \cdot \Sigma \cdot X \quad (\text{A.14})$$

onde:

---



---

$X$  é o vetor coluna de exposições ativas da carteira em relação ao *benchmark*;

$\Sigma$  é a **matriz de covariâncias** dos retornos dos ativos.

O vetor  $X$  é determinado calculando-se as diferenças de exposições a cada ativo entre a carteira e o *benchmark*:

$$X = W_C - W_B = \begin{pmatrix} w_{C,1} \\ w_{C,2} \\ w_{C,3} \\ \vdots \\ w_{C,i} \\ \vdots \\ w_{C,n} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} w_{B,1} \\ w_{B,2} \\ w_{B,3} \\ \vdots \\ w_{B,i} \\ \vdots \\ w_{B,n} \end{pmatrix} \quad (\text{A. 15})$$

onde:

$w_{C,i}$  é o peso do ativo  $i$  na carteira;

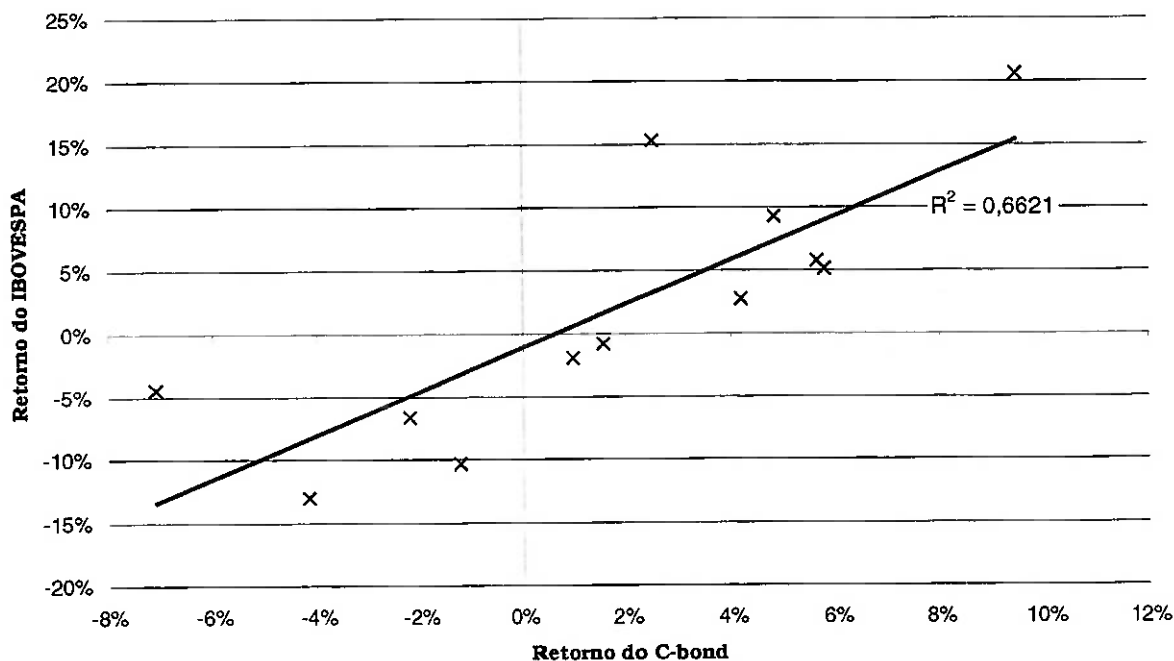
$w_{B,i}$  é o peso do ativo  $i$  no *benchmark*.

A matriz de covariâncias  $\Sigma$  é determinada conforme as equações (A. 03) e (A. 04) do Anexo IV.

Para permitir a simplificação do cálculo dessa matriz, que, conforme mencionado no Anexo IV, é bastante complexo, recorre-se a um modelo que decompõe os retornos dos ativos em função de fatores comuns que afetam suas rentabilidades (um *multi index model*). Trata-se, portanto, de um modelo que busca explicar os retornos dos ativos através de uma regressão linear contra determinados fatores. Para o modelo em questão, os fatores utilizados foram a variação do C-BOND e a variação cambial. A escolha dessas variáveis foi feita observando-se a elevada correlação entre os retornos do C-BOND e os retornos do IBOVESPA (ambos em dólares, o que obriga a inclusão da variação cambial no modelo). O gráfico a seguir reforça a observação dessa alta correlação.

---

**Correlação entre Retornos Mensais do IBOVESPA do C-Bond  
de Junho de 1999 até Setembro de 2000**



Mostraremos, agora, como essa modelagem simplifica o cálculo da matriz de covariâncias. A modelagem dos retornos a partir dos fatores indicados acima é formalizada como:

$$r_{i,t} = \beta_{i,C-BOND} \times r_{C-BOND,t} + \beta_{i,US\$} \times r_{US\$,t} + \alpha_i + \varepsilon_{i,t} \quad (\text{A. 16})$$

onde:

$r_{i,t}$  é o retorno do ativo  $i$  no período  $t$ ;

$r_{C-BOND,t}$  é o retorno do C-BOND no período  $t$ ;

$r_{US\$,t}$  é a variação cambial no período  $t$ ;

$\beta_{i,C-BOND}, \beta_{i,US\$}, \alpha_i$  são parâmetros determinados por regressão múltipla dos retornos históricos;

$\varepsilon_{i,t}$  é o resíduo associado à regressão, denominado Retorno Específico do ativo  $i$  no período  $t$ . Assume-se que as correlações desses

---

resíduos entre si são nulas, bem como suas correlações com os retornos dos fatores explicativos.

Utilizando-se as propriedades da covariância (Haugen, 1989) e admitindo que a correlação entre os resíduos  $\varepsilon$  de dois ativos diferentes é nula, bem como que esses resíduos também não têm correlação com os retornos cambial e do *C-Bond*, podemos calcular a covariância entre os retornos de dois ativos  $i$  e  $j$  como sendo:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \beta_{i,C-BOND} \times \beta_{j,C-BOND} \times \sigma^2(r_{C-BOND}) + \beta_{i,US\$} \times \beta_{j,US\$} \times \sigma^2(r_{US\$}) + \\ &+ (\beta_{i,C-BOND} \beta_{j,US\$} + \beta_{i,US\$} \beta_{j,C-BOND}) \times \sigma(r_{C-BOND}, r_{C-BOND}) \Rightarrow \\ \Rightarrow \sigma_{ij} &= (\beta_{i,C-BOND} \quad \beta_{i,US\$}) \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{C-BOND}^2 & \sigma_{C-BOND,US\$} \\ \sigma_{US\$,C-BOND} & \sigma_{US\$}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta_{j,C-BOND} \\ \beta_{j,US\$} \end{pmatrix} \quad (A. 17) \end{aligned}$$

$\forall i \neq j$

onde:

$\sigma_{C-BOND}^2$  é a variância dos retornos do *C-Bond*;

$\sigma_{US\$}^2$  é a variância dos retornos do dólar;

$\sigma_{US\$,C-BOND}$  é a covariância entre os retornos cambial e do *C-Bond*.

Observe que as covariâncias não dependem dos resíduos  $\varepsilon$ , devido às propriedades citadas anteriormente.

Para  $i = j$ , temos que a variância do ativo  $i$  será:

$$\begin{aligned} \sigma_{ii} &= \beta_{i,C-BOND}^2 \times \sigma^2(r_{C-BOND}) + \beta_{i,US\$}^2 \times \sigma^2(r_{US\$}) + \\ &+ 2 \times \beta_{i,C-BOND} \beta_{i,US\$} \times \sigma(r_{C-BOND}, r_{C-BOND}) + \sigma^2(\varepsilon_i) \Rightarrow \\ \Rightarrow \sigma_{ii} &= (\beta_{i,C-BOND} \quad \beta_{i,US\$}) \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{C-BOND}^2 & \sigma_{C-BOND,US\$} \\ \sigma_{US\$,C-BOND} & \sigma_{US\$}^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \beta_{i,C-BOND} \\ \beta_{i,US\$} \end{pmatrix} + (\sigma^2(\varepsilon_i)) \quad (A. 18) \end{aligned}$$


---

---

Na equação (A. 18), o termo  $\sigma^2(\varepsilon_i)$  é denominado risco específico do ativo  $i$ .

Podemos expandir (Grinold, 1995) as relações acima para calcular a matriz de covariância a partir da matriz de betas (indicada a seguir em (A.20)), da matriz de covariância entre os fatores (C-BOND/US\$) e dos riscos específicos:

$$\Sigma = B \cdot \Sigma_F \cdot B^T + E \quad (\text{A.19})$$

onde:

$\Sigma$  é a matriz de covariâncias dos ativos;

$B$  é a matriz de betas, conforme indicado em (A. 20);

$\Sigma_F$  é a matriz de covariâncias dos fatores, conforme indicado em (A. 12);

$E$  é uma matriz quadrada de ordem igual ao número de ativos  $n$ .  
Trata-se de uma matriz diagonal na forma:  $a_{i,j} = \sigma^2(\varepsilon_i)$  se  $i = j$  e  $a_{i,j} = 0$  se  $i \neq j$ .

As matrizes  $B$  e  $\Sigma_F$  são calculadas como:

$$B = \begin{pmatrix} \beta_{1,C-BOND} & \beta_{1,US\$} \\ \beta_{1,C-BOND} & \beta_{1,US\$} \\ \vdots & \vdots \\ \beta_{1,C-BOND} & \beta_{1,US\$} \\ \vdots & \vdots \\ \beta_{1,C-BOND} & \beta_{1,US\$} \end{pmatrix} \quad (\text{A. 20})$$

$$\Sigma_F = \begin{pmatrix} \text{cov}(r_{C-BOND}, r_{C-BOND}) & \text{cov}(r_{C-BOND}, r_{US\$}) \\ \text{cov}(r_{US\$}, r_{C-BOND}) & \text{cov}(r_{US\$}, r_{US\$}) \end{pmatrix} \quad (\text{A. 21})$$

Portanto, o problema de determinação de  $n^2$  elementos da matriz de covariâncias entre os ativos (onde  $n$  é o número de ativos) é reduzido ao problema

---

---

de determinação de  $K^2$  (da matriz  $\Sigma_F$ ) +  $K \cdot n$  (da matriz de betas) +  $n$  (da matriz  $E$ ) elementos, onde  $K$  é o número de fatores.

Foram determinados, então, os betas dos principais ativos de Renda Variável através de regressão múltipla dos retornos mensais de cada ativo contra os retornos mensais do *C-Bond* e do dólar, desde dezembro de 1998. Os ativos escolhidos para a otimização foram as 90 ações de maior volume negociado nos 90 dias anteriores à data de realização do estudo, e estão listadas na tabela a seguir.

Os riscos específicos foram obtidos calculando-se as médias dos resíduos observados num período, dados os alfas e betas determinados no período anterior.

---

<b>Número</b>	<b>Ativo</b>	<b>Número</b>	<b>Ativo</b>
1	Petrobras PN	46	Celesc PNB
2	Telemar PN	47	Comgas PN
3	Petrobras ON	48	Brasil PN
4	<b>Globo Cabo PN</b>	49	<b>Souza Cruz ON</b>
5	<b>Embratel Part PN</b>	50	<b>Tele Leste Celular PN</b>
6	<b>Vale Rio Doce PNA</b>	51	<b>Unipar PNB</b>
7	Brasil T Par PN	52	Copene PNA
8	Eletrobras PNB	53	Coelce PNA
9	Bradesco PN	54	Gerdau Met PN
10	<b>Telesp Cel Part PN</b>	55	<b>Tele Celular Sul ON</b>
11	<b>Eletrobras ON</b>	56	<b>Sadia SA PN</b>
12	<b>Cemig PN</b>	57	<b>Cim Itau PN</b>
13	Itaubanco PN	58	Transmiss. Paulist PN
14	Banespa PN	59	Klabin PN
15	Brasil Telec PN	60	Copel ON
16	<b>Embraer PN</b>	61	<b>Loj Americanas PN</b>
17	<b>Itausa PN</b>	62	<b>Vale Rio Doce ON</b>
18	<b>Sid Nacional ON</b>	63	<b>Telemig Celul Part ON</b>
19	Embratel Part ON	64	Gerasul ON
20	Telemar ON	65	Telesp Operac ON
21	Ambev PN	66	Inepar PN
22	<b>Brasil T Par ON</b>	67	<b>Geradora Tiete PN</b>
23	<b>Cesp PN</b>	68	<b>Ipiranga Pet PN</b>
24	<b>Usiminas PNA</b>	69	<b>Bradesco ON</b>
25	Sabesp ON	70	Paranapanema PN
26	Copel PNB	71	EPTE PN
27	Tele Celular Sul PN	72	Belgo Mineira PN
28	<b>Telesp Operac PN</b>	73	<b>Caemi Metal PN</b>
29	<b>Pao de Acucar PN</b>	74	<b>Telemig PNB</b>
30	<b>Tele Centroeste Cel PN</b>	75	<b>Cesp ON</b>
31	CRT Celular PNA	76	Ripasa PN
32	Aracruz PNB	77	Telepar Celular PNB
33	Gerdau PN	78	Perdigao PN
34	<b>Sid Tubarao PN</b>	79	<b>Telesp Cel Part ON</b>
35	<b>Eletropaulo Metropo PN</b>	80	<b>Ambev ON</b>
36	<b>CRT Cia RG de Telec PNA</b>	81	<b>Confab PN</b>
37	Embraer ON	82	Suzano PN
38	Votorantim C P PN	83	Gradiente PNA
39	Telemig Celul Part PN	84	Tele Centroeste Cel ON
40	<b>Tele Nordeste Celul PN</b>	85	<b>Fosfertil PN</b>
41	<b>Light ON</b>	86	<b>Cemig ON</b>
42	<b>Acesita PN</b>	87	<b>Telebras - RCTB PN</b>
43	Telerj PN	88	Bahia Sul PNA
44	Telebras - RCTB	89	Cosipa PN
45	Petrobras Distrib PN	90	Tele Norte Celular PN

Vale destacar que, como o *benchmark* é um *portfolio* constituído por 100% da carteira em *C-Bond*, este ativo também deve entrar na otimização, para que se possa calcular as exposições ativas conforme indicado em (A.04). Porém, como ele não pode estar presente na resposta final (pois o objetivo é exatamente substituí-lo), obriga-se a exposição da carteira ao *C-Bond* a ser igual a zero.

O modelo de *Tracking* desenvolvido, portanto, minimizou a função *TE* definida em (A. 02), dado um *benchmark* com exposição de 100% no *C-Bond* (todo o capital nesse ativo) e 0% nos demais ativos. As restrições aplicadas foram a de que os pesos dos ativos na carteira fossem todos positivos e que sua soma fosse igual a 1. Foram também acrescentadas ao modelo restrições para adequar o perfil de liquidez da carteira e para limitar o número de papéis, que fogem ao escopo dessa análise. A título de ilustração, apresentou-se, a seguir, a carteira de ativos gerada.

Ativo	Peso
Petrobras PN	21,01%
Telemar PN	14,26%
Petrobras ON	6,57%
Embratel Part PN	5,65%
Vale Rio Doce PNA	4,83%
Brasil T Par PN	4,81%
Globo Cabo PN	4,71%
Eletrobras PNB	4,51%
Bradesco PN	4,27%
Telesp Cel Part PN	4,27%
Eletrobras ON	3,32%
Cemig PN	3,19%
Itaubanco PN	2,57%
Banespa PN	2,36%
Brasil Telec PN	2,12%
Embraer PN	2,06%
Itausa PN	1,99%
Embratel Part ON	1,88%
Telemar ON	1,65%
Ambev PN	1,63%
Sid Nacional ON	1,31%
Telesp Operac PN	1,04%

---

**Anexo VI: Fluxos de Caixa Projetados de uma Empresa do Setor  
de Fertilizantes**

---



Último mês do trimestre:		Sep-00	Dec-00	Mar-01	Jun-01
Atrelado a:					
<b>Geração Operacional:</b>					
Receitas	US\$	290,513	325,762	194,988	245,604
Pagamentos/Financ. de Clientes	CDI	(13,142)	10,578	(8,541)	8,534
Custo - MP	US\$	(138,254)	(165,231)	(108,703)	(135,978)
Pagamentos/Financ. de Forneced.	US\$	(20,342)	66,582	(9,289)	(17,254)
Utilização / Formação de Estoques					
Parcela de depreciação (10%)*	-	10,498	(1,157)	(8,639)	1,068
MP (70%)	US\$	73,489	(8,102)	(60,475)	7,475
MOD (20%)	IGP-M	20,997	(2,315)	(17,279)	2,136
Custo MOD	IGP-M	(44,632)	(51,605)	(21,965)	(29,609)
Despesas Administrativas	IGP-M	(8,732)	(8,732)	(8,732)	(9,081)
Despesas Com Vendas	IGP-M	(2,034)	(2,280)	(1,365)	(1,719)
Variação de Provisões para Salários	IGP-M	(5,329)	(12,071)	6,899	2,859
Investimentos:	US\$	(48,708)	(49,565)	(41,486)	(41,884)
Amortização de Dívidas US\$:	US\$	(4,704)	(11,026)	(7,376)	(18,386)
Amortização de Dívidas R\$:	CDI	(11,760)	(32,287)	(24,307)	(25,630)
Pagamento de Impostos:	CDI	(7,189)	(14,711)	(7,122)	(10,568)
Dividendos Pagos:	0	(3)	(17,318)	(34,034)	0
Total Pré	0	(3)	(17,318)	(34,034)	0
Total Pós	CDI	(32,091)	(36,419)	(39,970)	(27,663)
Total US\$	US\$	151,994	158,421	(32,343)	39,578
Total IGP-M	IGP-M	(39,729)	(77,003)	(42,442)	(35,415)

\* não entra no fluxo de caixa  
Valores em R\$ milhares

**Caixa em 6/30/2000:** 174,624

	Sep-01	Dec-01	Mar-02	Jun-02	Sep-02	Dec-02
<b>Geração Operacional:</b>						
Receitas	360,806	399,058	229,638	268,712	390,669	427,617
Pagamentos/Financ. de Clientes	(21,598)	13,731	(8,404)	(83,085)	73,073	15,348
Custo - MP	(175,113)	(209,002)	(127,469)	(148,150)	(188,814)	(223,392)
Pagamentos/Financ. de Forneced.	(4,279)	46,530	(37,802)	(705)	(4,002)	53,576
Utilização / Formação de Estoques						
Parcela de depreciação (1.0%)*	7,002	0	(3,382)	1,860	7,972	(534)
MP (70%)	49,015	0	(23,672)	13,021	55,807	(3,879)
MOD (20%)	14,004	0	(6,763)	3,720	15,945	(1,108)
Custo MOD	(52,446)	(61,399)	(25,200)	(31,278)	(55,404)	(64,967)
Despesas Administrativas	(9,081)	(9,081)	(9,081)	(9,081)	(9,081)	(9,081)
Despesas Com Vendas	(2,526)	(2,793)	(1,607)	(1,881)	(2,735)	(2,993)
Variação de Provisões para Salários	(3,141)	(8,380)	10,494	845	(3,403)	(9,638)
<b>Investimentos:</b>						
Amortização de Dívidas US\$:	(20,936)	(20,936)	(21,066)	(21,092)	(21,118)	(21,143)
Amortização de Dívidas R\$:	(2,781)	(2,736)	(2,531)	(2,605)	(2,678)	(2,751)
Pagamento de Impostos:	(4,197)	(4,233)	(4,389)	(4,328)	(4,269)	(4,212)
Dividendos Pagos:	(18,070)	(25,892)	(10,413)	(13,303)	(21,058)	(29,348)
Total Pré	(41,978)	0	(55,268)	(56,041)	(47,462)	(42,980)
Total Pós	(43,864)	(16,394)	(23,206)	(100,716)	47,746	(18,211)
Total US\$	206,711	212,915	17,099	109,181	229,858	230,028
Total IGP-M	(53,190)	(81,654)	(32,158)	(37,675)	(54,679)	(87,788)

\* não entra no fluxo de caixa  
Valores em R\$ milhares

	Mar-03	Jun-03	Sep-03	Dec-03	Mar-04	Jun-04
<b>Geração Operacional:</b>						
Receitas	241,241	282,282	410,388	449,189	248,337	290,578
Pagamentos/Financ. de Clientes	(7,927)	(87,280)	76,765	16,124	(7,191)	(89,844)
Custo - MP	(133,550)	(155,438)	(198,323)	(234,634)	(137,159)	(159,987)
Pagamentos/Financ. de Forneced.	(40,475)	(1,283)	5,591	42,526	(50,398)	7,958
Utilização / Formação de Estoques						
Parcela de depreciação (10%)*	(4,417)	1,307	5,605	(390)	(2,980)	905
MP (70%)	(30,921)	9,150	39,232	(2,730)	(20,857)	6,332
MOD (20%)	(8,834)	2,614	11,209	(780)	(5,959)	1,809
Custo MOD	(26,661)	(33,139)	(58,765)	(68,909)	(28,278)	(35,149)
Despesas Administrativas	(9,081)	(9,081)	(9,081)	(9,081)	(9,081)	(9,081)
Despesas Com Vendas	(1,689)	(1,976)	(2,873)	(3,144)	(1,738)	(2,034)
Variação de Provisões para Salários	11,049	993	(5,351)	(7,952)	12,459	(120)
<b>Investimentos:</b>						
Amortização de Dívidas US\$:	(21,169)	(21,195)	(21,221)	(21,246)	(21,272)	(21,298)
Amortização de Dívidas R\$:	(2,833)	(2,914)	(2,994)	(3,073)	(3,151)	(3,227)
Pagamento de Impostos:	(4,145)	(4,080)	(4,017)	(3,955)	(3,894)	(3,835)
Dividendos Pagos:	(12,172)	(14,039)	(22,268)	(30,895)	(12,400)	(14,389)
Total Pré	(50,936)	(55,304)	(47,413)	(43,552)	(52,442)	(133,759)
Total Pós	(50,936)	(55,304)	(47,413)	(43,552)	(52,442)	(133,759)
Total US\$	(24,244)	(105,399)	50,480	(18,726)	(23,488)	(108,068)
Total IGP-M	12,294	110,602	232,674	230,032	15,200	120,355
	(35,216)	(40,588)	(64,860)	(89,867)	(32,597)	(44,575)

\* não entra no fluxo de caixa  
Valores em R\$ milhares

	Sep-04	Dec-04	Mar-05	Jun-05	Sep-05	Dec-05
<b>Geração Operacional:</b>						
Receitas	422,438	462,367	260,833	305,192	443,673	485,598
Pagamentos/Financ. de Clientes	79,023	16,599	(8,568)	(94,361)	82,999	17,434
Custo - MP	(204,127)	(241,499)	(144,345)	(168,004)	(214,360)	(253,604)
Pagamentos/Financ. de Forneced.	12,706	34,454	(54,677)	14,325	18,180	29,513
Utilização / Formação de Estoques						
Parcela de depreciação (10%)*	3,878	(270)	(2,142)	635	2,725	(190)
MP (70%)	27,144	(1,890)	(14,996)	4,446	19,073	(1,330)
MOD (20%)	7,755	(540)	(4,285)	1,270	5,450	(380)
Custo MOD	(62,332)	(73,093)	(29,991)	(37,280)	(66,113)	(77,528)
Despesas Administrativas	(9,081)	(9,081)	(9,081)	(9,081)	(9,081)	(9,081)
Despesas Com Vendas	(2,957)	(3,237)	(1,826)	(2,136)	(3,106)	(3,399)
Variação de Provisões para Salários	(6,913)	(6,825)	13,701	(887)	(8,204)	(6,099)
Investimentos:						
Amortização de Dívidas US\$:	(21,324)	(21,349)	(21,375)	(21,401)	(21,427)	(21,452)
Amortização de Dívidas R\$:	(3,303)	(3,377)	(3,450)	(3,522)	(3,594)	(3,664)
Pagamento de Impostos:	(3,778)	(3,721)	(3,666)	(3,612)	(3,560)	(3,509)
Dividendos Pagos:	(22,820)	(31,221)	(12,371)	(14,995)	(24,041)	(33,050)
Total Pré	(60,911)	(42,980)	(64,573)	(67,509)	(41,868)	(38,643)
Total Pós	(60,911)	(42,980)	(64,573)	(67,509)	(41,868)	(38,643)
Total US\$	52,425	(18,344)	(24,605)	(112,968)	55,399	(19,124)
Total IGP-M	233,534	228,706	21,989	131,036	241,546	235,061
	(73,528)	(92,776)	(31,481)	(48,114)	(81,054)	(96,488)

\* não entra no fluxo de caixa  
Valores em R\$ milhares

---

## **Anexo VII: Descrição dos Títulos de Dívida Brasileiros**

No decorrer deste trabalho, foram feitas diversas referências a títulos da dívida pública brasileira.

Neste Anexo, temos uma breve descrição de algumas classes de títulos utilizadas no trabalho. As descrições foram extraídas de uma publicação da ANDIMA (Associação Nacional das Instituições de Mercado Aberto) sobre a Dívida Pública (ANDIMA, 1993). Atente-se, em especial, para descrição das rentabilidades associadas a cada classe de títulos.

Há, por fim, um breve comentário a respeito do plano *Brady* e dos *Global Bonds*, também empregados nas otimizações apresentadas.

### **LTN – Letra do Tesouro Nacional**

Base Legal/Regulamentar: Lei nº 4.595 de 31/12/1964, Decreto-lei nº 1.079 de 29/01/1970, Decreto-lei nº 2.376 de 25/11/1987 e Resolução nº564 de 20/09/1979.

Definição: título emitido pelo Tesouro Nacional, para cobertura de déficit orçamentário, bem como para realização de operações de crédito por antecipação da receita, observados os limites fixados pelo Poder Legislativo. O Decreto-lei nº 1.079 de 29/01/1970 autorizou a emissão de Letras do Tesouro Nacional para operações de “mercado aberto”, com fins monetários, pelo Banco Central do Brasil. O Decreto-lei nº 2.376, de 25/11/1987, entretanto, limitou a emissão de títulos pela União, que somente poderia emití-los para cobrir déficit no Orçamento Geral da União, mediante autorização legislativa e para atender a parcela da dívida não incluída no Orçamento Geral da União.

Prazo: mínimo de 28 dias, de acordo com a Portaria nº 568 de 28/10/1994.

Rentabilidade: sob a forma de desconto, representado pela diferença, em moeda corrente, entre o preço de colocação pelo Banco Central e o valor nominal de Resgate. Ou seja, trata-se de um título cuja rentabilidade é pré-fixada.

---

---

Resgate: pelo valor nominal, no vencimento.

Forma de Colocação: através de ofertas públicas, com realização de leilões pelo Banco Central, divulgados através de Portaria da Secretaria do Tesouro Nacional.

### **LFT – Letra Financeira do Tesouro**

Base Legal/Regulamentar: Decreto-lei nº 2.376 de 25/11/1987.

Definição: Título criado pelo Governo Federal com o objetivo de prover recursos necessários à cobertura de déficit orçamentário, ou para a realização de operações de crédito por antecipação da receita orçamentária, observados os limites fixados pelo Poder Legislativo.

Prazo: determinado em comunicados da Secretaria do Tesouro Nacional, tendo em vista que não consta do texto oficial citação específica.

Rentabilidade: rendimento definido pela taxa média ajustada dos financiamentos apurados no SELIC para títulos federais, divulgada pelo Banco Central, calculado sobre o valor nominal e pago no resgate do título.

Forma de Colocação: por intermédio de ofertas públicas feitas pelo Tesouro Nacional, com acesso direto exclusivo para as instituições financeiras integrantes do SELIC e o respectivo crédito à conta do Tesouro Nacional.

### **NTN – Nota do Tesouro Nacional**

Base Legal/Regulamentar: Lei nº 8.177 de 01/03/1991, art. 30; Lei 8.249 de 24/10/1991; Decreto nº 317 de 30/10/1991; Decreto nº 334 de 06/11/1991.

Definição: título da dívida pública federal destinado a prover o Tesouro Nacional de recursos necessários para cobertura de seus déficits explicitados nos orçamentos ou para realização de operações de crédito por antecipação de receita.

---

---

Prazo: até 30 anos

Taxa de Juros: até 12%a.a., calculados sobre o valor nominal atualizado.

Atualização do valor nominal: em função da série (vide séries C e D a seguir)

Formas de colocação: oferta pública, com a realização de leilões, podendo ser colocada ao par, com ágio ou deságio.

#### **NTN-C – Nota do Tesouro Nacional – Série C**

Prazo: mínimo de 12 meses.

Taxa de juros: 6% a.a., calculada sobre o valor nominal atualizado.

Modalidade: nominativa e negociável.

Atualização do valor nominal: pelo IGP-M do mês anterior.

Pagamento de juros: semestralmente, de acordo com o mês de resgate, com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber.

Resgate do principal: em parcela única, na data do seu vencimento.

#### **NTN-D – Nota do Tesouro Nacional – Série D**

Prazo: mínimo de 3 meses.

Taxa de juros: 6% a.a., calculada sobre o valor nominal atualizado.

Modalidade: nominativa e negociável.

Atualização do valor nominal: pela variação da cotação de venda do dólar divulgada pelo Banco Central. Serão consideradas as taxas médias do dia útil imediatamente anterior às datas de emissão e de vencimento do título.

---

---

Pagamento de juros: segundo o prazo do título: 1) até 6 meses: no resgate, 2) superior a 6 meses: semestralmente, de acordo com o mês de resgate, com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber.

Resgate do principal: em parcela única, na data do seu vencimento.

### **NBC-E - Nota do Banco Central do Brasil - Série Especial**

Base Legal/Regulamentar: Artigo 9º e inciso V do art. 2º da Lei nº 4.595 de 31/12/1964/ art. 1º, parágrafo 2º da Lei nº 8.646 de 7/4/1993 e Resolução nº 2.043 do Banco Central, de 13/01/1994.

Definição: título emitido pelo Banco Central, criado para fins de política monetária.

Prazo: mínimo de 3 meses.

Atualização do valor nominal: pela variação da cotação de venda do dólar dos Estados Unidos no mercado de câmbio de taxas livres, sendo consideradas as taxas médias do dia útil imediatamente anterior às datas de emissão e de resgate do título.

Taxa de Juros: 6% a.a., calculada sobre o valor nominal atualizado.

Pagamento de juros: segundo o prazo do título: 1) até 6 meses: no resgate, 2) superior a 6 meses: semestralmente, de acordo com o mês de resgate, com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber.

Forma de colocação: ofertas públicas, cujas condições são divulgadas pelo Banco Central

### **Títulos do Plano *Brady* e *Global Bonds***

Os títulos denominados *Brady Bonds*, negociados no mercado internacional, são fruto da reestruturação da dívida externa brasileira, ocorrida a partir de um plano apresentado em 1989. A denominação *Brady* provém do

---



---

nome do secretário do tesouro americano Nicholas Brady, que propôs o modelo de reestruturação adotado por diversos países que necessitaram de repactuação da dívida. Alguns dos países que aderiram ao plano *Brady* além do Brasil foram Argentina, Bulgária, México, Nigéria, Polônia e Uruguai.

Mais recentemente, quando o Brasil recorreu aos mercados internacionais, houve a emissão dos títulos *Globals*, denominados a partir de seu vencimento (GLOBAL 01 em 2001, GLOBAL 27 em 2027, GLOBAL 40 em 2040 etc.).

Em função de serem negociados no mercado internacional, todos esses títulos são intrinsecamente atrelados à variação cambial.

---

---

## **Anexo VIII: Tabelas das Curvas de Juros**

<b>Dias</b>	<b>Taxa Pré (%a.a.)</b>
3	7.5%
7	16.7%
14	16.7%
24	14.5%
32	15.2%
46	15.6%
62	15.8%
95	15.5%
124	15.9%
186	16.1%
276	16.3%
369	16.7%
738	16.9%
1,107	16.9%
1,476	17.0%
1,845	17.0%
2,214	17.1%
2,583	17.1%
2,952	17.2%
3,321	17.2%
3,690	17.3%
4,059	17.3%
4,428	17.4%
4,797	17.4%
5,166	17.5%
5,535	17.5%
5,904	17.6%
6,273	17.6%
6,642	17.7%
7,011	17.7%
7,380	17.8%
7,749	17.8%
8,118	17.9%
8,487	17.9%
8,856	18.0%
9,225	18.0%
9,594	18.1%
9,963	18.1%
10,332	18.2%
10,701	18.2%
11,070	18.3%
11,439	18.3%
11,808	18.4%
12,177	18.4%
12,546	18.5%
12,915	18.5%
13,284	18.6%
13,653	18.6%
14,022	18.7%
14,391	18.7%
14,760	18.8%
15,129	18.8%

<b>Dias</b>	<b>Taxa (%a.a.) Cupom Cambial</b>
33	4.9%
46	5.5%
62	5.8%
95	6.3%
124	6.9%
158	7.2%
186	7.5%
217	7.8%
249	7.9%
276	8.1%
369	8.6%
738	9.6%
1,107	9.7%
1,476	9.7%
1,845	9.8%
2,214	9.8%
2,583	9.9%
2,952	9.9%
3,321	10.0%
3,690	10.0%
4,059	10.1%
4,428	10.1%
4,797	10.2%
5,166	10.2%
5,535	10.3%
5,904	10.3%
6,273	10.4%
6,642	10.5%
7,011	10.5%
7,380	10.6%
7,749	10.6%
8,118	10.7%
8,487	10.7%
8,856	10.8%
9,225	10.8%
9,594	10.9%
9,963	10.9%
10,332	11.0%
10,701	11.0%
11,070	11.1%
11,439	11.1%
11,808	11.2%
12,177	11.2%
12,546	11.3%
12,915	11.3%
13,284	11.4%
13,653	11.4%
14,022	11.5%
14,391	11.5%
14,760	11.6%
15,129	11.6%