

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

LUÍS FELIPE GOMES MOLINA

Previsão de vida em fadiga de estruturas aeronáuticas: análise computacional no
domínio da frequência

São Carlos
2020

LUÍS FELIPE GOMES MOLINA

**Previsão de vida em fadiga de estruturas aeronáuticas: análise computacional no
domínio da frequência**

Monografia apresentada ao Curso de
Engenharia Aeronáutica, da Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Engenheiro Aeronáutico.

Orientador: Prof. Dr. Volnei Tita

VERSÃO CORRIGIDA

São Carlos
2020

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

G953p Gomes Molina, Luís Felipe
Previsão de vida em fadiga de estruturas
aeronáuticas: análise computacional no domínio da
frequência / Luís Felipe Gomes Molina; orientador
Volnei Tita. São Carlos, 2020.

Monografia (Graduação em Engenharia Aeronáutica)
-- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade
de São Paulo, 2020.

1. Estruturas aeronáuticas. 2. Vida em fadiga. 3.
Dominio da frequência. 4. Análise computacional. 5.
Método de Dirlik. I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Luís Felipe Gomes Molina
Título do TCC: Previsão de vida em fadiga de estruturas aeronáuticas: análise computacional no domínio da frequência
Data de defesa: 19/06/2020

Comissão Julgadora	Resultado
Professor Doutor Marcelo Leite Ribeiro	Aprovado
Instituição: EESC - SAA	
Professor Doutor Ricardo de Medeiros	Aprovado
Instituição: UDESC-Centro de Ciências Tecnológicas	

Presidente da Banca: **Professor Doutor Marcelo Leite Ribeiro**


(assinatura)

DEDICATÓRIA

*A minha família e Barbara, pela
compreensão, carinho e apoio
incansável.*

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Volnei Tita, orientador, pela atenção, apoio e dedicação, e pelos momentos de orientação e discussão sobre esse trabalho.

Aos professores do Departamento de Engenharia Aeronáutica (USP/São Carlos) pela formação e apoio ao longo de todo o curso de graduação.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Aeronáutica (USP/São Carlos) por todo suporte prestado.

Aos companheiros do curso de Engenharia Aeronáutica (USP/São Carlos) pelos momentos agradáveis.

À banca avaliadora deste projeto pela atenção, suporte e críticas, as quais engrandecem o trabalho.

À minha família e amigos pelo suporte, paciência, amor e cumplicidade durante todo este período.

RESUMO

GOMES MOLINA, L. F. **Previsão de vida em fadiga de estruturas aeronáuticas: análise computacional no domínio da frequência.** 2020. 60 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020.

Para calcular a vida em fadiga, dois tipos de abordagens podem ser usados: domínios do tempo e da frequência. No caso do domínio do tempo, a teoria principal para o cálculo é baseada na lei de acúmulo de dano linear conhecida como Palmgren-Miner e utiliza o algoritmo conhecido como "Rainflow" para obter o número de ciclos em um determinado nível de tensão. Esse processo tem limitações: cada ciclo tem um impacto linear no dano total, o dano devido às cargas é independente um do outro e a ordem de ocorrência das cargas não é levada em consideração, pois a ocorrência de cada carga causa o mesmo dano, independentemente de ser no início ou fim da vida útil do componente. É importante notar que, no caso do domínio da frequência, no caso de ser empregada a regra Palmgren-Miner essas limitações também não são eliminadas. A geração de históricos de tempo de carregamento e análise no domínio do tempo, no entanto, podem consumir tempo (custos computacionais elevados), principalmente quando se utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF). Além disso, as estruturas são geralmente sujeitas a cargas aleatórias, podendo ser definidas como um processo gaussiano completamente descrito no domínio da frequência por sua Densidade Espectral de Potência. Por outro lado, a alternativa criada para a análise baseada no espectro de carga no domínio da frequência, usando a Função de Resposta de Freqüência (FRF) da estrutura analisada, mostra ser uma alternativa para esse método tradicional. A análise de frequências possui vantagens sobre a abordagem temporal, pois economiza recursos computacionais devido à possibilidade de caracterizar o caso de carga em uma abordagem estatística, sem a necessidade de calcular todo o histórico de tensões da estrutura em análise. No presente trabalho, utilizando ferramentas como *Matlab* e *Abaqus*, foi analisado um caso de uma viga metálica em balanço e, em sequência, uma junta colada revestimento-reforçador empregando um adesivo dúctil como também um frágil. Nos casos avaliados, as estruturas estão sob carga espectral, considerando os pontos mais solicitados das mesmas para estimar sua vida à fadiga. Por fim, com base nos modelos computacionais desenvolvidos, conclui-se que a metodologia empregada apresenta resultados coerentes com a literatura. Além disso, verifica-se que há um aumento da vida em fadiga para o adesivo mais frágil, ou seja, o processo de iniciação de trinca é mais lento.

Palavras-chave: estruturas aeronáuticas, vida em fadiga, domínio da frequência, análise computacional, método de Dirlik.

ABSTRACT

GOMES MOLINA, L. F. **Fatigue life prediction of aeronautical structures: computational analysis in frequency domain.** 2020. 60 p. Undergraduate thesis – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, 2020.

To calculate fatigue life, two types of approaches can be used: time and frequency domains. In the case of the time domain, the main theory for the calculation is based on the linear damage accumulation law known as Palmgren-Miner and uses the algorithm known as "Rainflow" to obtain the number of cycles at a given stress level. This process has limitations: each cycle has a linear impact on total damage, the damage due to the loads is independent of each other and the sequence in which the loads occur is not taken into account, as the occurrence of each load causes the same damage, regardless beginning or end of the component's life. It is important to note that, in the case of frequency domain, if the Palmgren-Miner is also used, therefore, then these limitations are not eliminated. The generation of load time histories and analysis in the time domain, however, can consume time (high computational costs), especially when using the Finite Element Method (FEM). In addition, the structures are generally subjected to random loads, which can be defined as a Gaussian process completely described in the frequency domain by its Spectral Power Density. On the other hand, the alternative created for the analysis based on the load spectrum in the frequency domain using the Frequency Response Function (FRF) of the analyzed structure shows to be an alternative to this traditional method. Frequency analysis has advantages over the temporal approach, as it saves computational resources due to the possibility of characterizing the load case in a statistical sense, without the need to calculate the entire stress history of the structure under analysis. In the present work, using tools such as *Matlab* and *Abaqus*, a case of a cantilevered metal beam was analyzed and a case of bonded stringer-skin joint using ductile and fragile adhesives. In the case studies, the structures are under spectral load, considering their most requested points to estimate their fatigue life. Finally, based on the developed computational models, it is concluded that the methodology employed presents results consistent with the literature. In addition, it appears that there is an increase in fatigue life for the joint with the most fragile adhesive, i.e. the crack initiation process is slower.

Keywords: aero-structures, fatigue life, frequency domain, computational analysis, Dirluk's method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Classificação de dados determinísticos e randômicos.	28
Figura 2 – Metodologia a ser utilizada para o cálculo da vida no domínio da frequência	34
Figura 3 – Representação esquemática da viga analisada.	37
Figura 4 – Viga modelada no Abaqus: (a) condições de contorno; (b) malha	38
Figura 5 – Representação do (a) primeiro e (b) oitavo modos de vibrar da viga.....	39
Figura 6 – Representação gráfica da PSD _{Entrada} (Input) aplicada à estrutura.....	40
Figura 7 – Representação da direção de aplicação da PSD _{Entrada} na estrutura.....	41
Figura 8 – Representação do ponto crítico (marcado em vermelho) onde se obteve a FRF da estrutura analisada.	42
Figura 9 – FRF do ponto analisado.	42
Figura 10 – Representação gráfica da PSD _{Saída} do ponto analisado.	43
Figura 11 – PDF obtida através do método de Dirlík em função das tensões.....	44
Figura 12 – Modelo da junta colada reforçador-revestimento: (a) Condições de contorno e cargas aplicadas; (b) malha no <i>Abaqus</i>	46
Figura 13 – Dois primeiros modos de vibrar do modelo de junta colada reforçador-revestimento: (a) Modo de Flexão; (b) Modo de Torção.	47
Figura 14 – Curva da PSD de entrada aplicada na estrutura.	48
Figura 15 – Ponto crítico analisado (destacado em vermelho).	48
Figura 16 – FRF do ponto analisado: (a) Adesivo AF 163-2; (b) Adesivo EA 9696.....	49
Figura 17 – PSD de saída do ponto analisado: (a) Adesivo AF 163-2; (b) Adesivo EA 9696.	49
Figura 18 – PDF do ponto analisado usando método de Dirlík: (a) Adesivo AF 163-2; (b) Adesivo EA 9696.....	50
Figura 19 – PDF do ponto analisado usando método de Dirlík com 1% de amortecimento: (a) Adesivo AF 163-2; (b) Adesivo EA 9696.	50
Figura 20 – PDF do ponto analisado usando método de Dirlík com 1% de amortecimento e 10% da PSD de entrada original: (a) Adesivo AF 163-2; (b) Adesivo EA 9696.....	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades de material e geométricas da viga analisada	38
Tabela 2 – Frequências Naturais da estrutura obtidas a partir do modelo computacional.....	39
Tabela 3 – Resultados da vida em fadiga usando diferentes métodos – Estudo de Caso I.	45
Tabela 4 – Frequências naturais da estrutura – Estudo de Caso II.....	47
Tabela 5 – Resultados da vida em fadiga usando diferentes métodos: Estudo de Caso II – AF 163-2.....	51
Tabela 6 – Resultados da vida em fadiga usando diferentes métodos: Estudo de Caso II – EA 9696.	52

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FFT	–	Transformada Rápida de Fourier (<i>Fast Fourier Transform</i>)
FRF	–	Função de Resposta de Freqüência (<i>Frequency Response Function</i>)
MEF	–	Método dos Elementos Finitos (<i>Finite Element Method</i>)
PDF	–	Função de Densidade de Probabilidade (<i>Probability Density Function</i>)
PSD	–	Densidade Espectral de Potência (<i>Power Spectral Density</i>)
RMS	–	Raiz média quadrática (<i>Root Mean Square</i>)
SHM	–	Monitoramento da Integridade Estrutural (<i>Structural Health Monitoring</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

- b Expoente de Basquin
- C Coeficiente linear do material oriundo da curva S-N (tensão x números de ciclos)
- D Dano
- f Frequência
- m_i i-ésimo momento espectral
- N Número total de ciclos que a estrutura pode suportar até a falha
- S Tensão mecânica
- x_m Frequência principal
- Z Tensão normalizada
- γ Fator de irregularidade
- Γ Função Gamma

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	25
1.1 O tema e sua importância.....	25
1.2 Os objetivos do trabalho	26
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	28
3 METODOLOGIA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDA.....	34
3.1 <i>Abaqus</i>	35
3.2 <i>Matlab</i>	36
4 ESTUDOS DE CASO	37
4.1 Estudos De Caso I: Avaliação da Metodologia empregada.....	37
4.1.1 Construção do modelo.....	37
4.1.2 Obtenção das frequências naturais e modos de vibrar	38
4.1.3 Aplicação da PSD de entrada	40
4.1.4 Obtenção da FRF para um ponto crítico	41
4.1.5 Obtenção da PSD de saída	43
4.1.6 Obtenção da PDF	44
4.1.7 Cálculo da vida.....	44
4.2 Estudo de Caso II: Análise de junta colada reforçador-revestimento.....	46
5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	54
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
Apêndice A – Código em Matlab para o Caso I.....	57
Apêndice B – Código em Matlab para o Caso II.....	59

1 INTRODUÇÃO

1.1 O tema e sua importância

O fenômeno da fadiga na engenharia vem sendo estudado desde o século XIX. As primeiras observações datam de 1829, quando correntes de ferro submetidas a carregamentos cíclicos foram analisadas. De 1852 a 1869, August Wöhler se dedicou ao estudo de eixos ferroviários devido a falhas repentinas, que ocorriam em condições de carregamento estático, chegando à conclusão de que carregamentos cíclicos no tempo eram os responsáveis pela ruptura. Porém, a primeira contribuição significativa de fadiga no domínio da frequência utilizando o conceito de PSD foi publicada apenas em 1960 com Bendat (SANTOS, 2015). Dando continuidade ao tema, em 1985, Dirlik propôs um método empírico para o cálculo da PDF utilizando a resposta extraída de uma PSD. Para ressaltar o nível de relevância dos estudos em fadiga, dados de 1982 de um estudo encomendado pelo governo dos EUA demonstraram que o custo anual devido a falhas por fadiga de componentes estruturais era cerca de 4% do Produto Nacional Bruto (PNB) (TITA, 2018).

Na área aeronáutica, um dos primeiros e mais emblemáticos problemas estruturais envolvendo o fenômeno de falha por fadiga se deu com o modelo de Haviland Comet na década de 1950. A aeronave possuía a cabine pressurizada, permitindo alcançar maiores altitudes de voo. Devido ao projeto de suas janelas quadradas, trincas iniciavam em seus vértices dado o carregamento cíclico de pressurização e despressurização ao qual a fuselagem estava submetida, fazendo com que a aeronave sofresse colapso em voo repentinamente. A investigação dos acidentes, então, apontou a causa como sendo o colapso da estrutura devido à propagação de trinca por fadiga. Trinca esta iniciada nas regiões de concentração de tensão das janelas, evidenciando assim a importância do conhecimento do mecanismo de fadiga no projeto de aeronaves.

Atualmente, a indústria aeronáutica está sempre buscando novas tecnologias para melhorar o desempenho e a segurança das aeronaves, desenvolvendo novos processos de fabricação e, ao mesmo tempo, atendendo a vários requisitos regulatórios. Tem-se um ambiente com elevada demanda por durabilidade, baixo custo e eficiência somado ao aumento da complexidade das aeronaves. Por outro lado, sabe-se que grande parte das falhas de estruturas aeronáuticas ocorrem devido à fadiga, conforme já destacado, sendo que o referido processo é caracterizado basicamente por 2 etapas: a nucleação (ou iniciação) e a propagação de trincas. E, isto causa a diminuição da resistência do material levando até o seu faturamento completo. Portanto, o monitoramento adequado tanto da nucleação como da propagação de trincas é de fundamental importância para economizar tempo e recursos com inspeções, bem como aumentar a segurança e a disponibilidade de aeronaves.

Para se estimar a vida em fadiga, mais especificamente a etapa de iniciação de uma trinca, dois tipos de abordagens podem ser usados: 1) Abordagem no domínio do tempo; 2) Abordagem no domínio da frequência. No caso da abordagem no domínio do tempo, a teoria principal para o cálculo é baseada na lei de acúmulo de danos linear conhecida como Palmgren-Miner e usa o algoritmo conhecido como "Rainflow" para obter o número de ciclos em um determinado nível de tensão. Esse processo tem limitações, pois cada ciclo tem um impacto linear no dano total, o dano devido às cargas é independente um do outro e a ordem de ocorrência das cargas não é levada em consideração, pois a ocorrência de cada carga causa o mesmo dano, independentemente se a mesma ocorre no início ou no fim da vida útil da estrutura. É importante notar que no caso do domínio da frequência, a regra de Palmgren-Miner também está presente, portanto, essas limitações não são eliminadas.

Diante dos aspectos supracitados, questiona-se, então, qual seria a vantagem de se fazer a análise no domínio da frequência. Uma das motivações é que a geração de históricos de tempo de carregamento e análise computacional no domínio do tempo pode ter custos elevados, principalmente quando se utiliza o MEF. Além disso, as estruturas são geralmente sujeitas a cargas aleatórias (por exemplo, superfície da estrada, correntes marinhas, velocidades do vento etc.), que podem ser definidas como um processo gaussiano completamente descrito no domínio da frequência por sua PSD. Quando a referida PSD é combinada com a FRF dos pontos críticos da estrutura analisada e aplicando-se um método para obtenção da PDF, tem-se uma maneira alternativa para se prever a vida em fadiga.

Em sendo assim, a abordagem com base no domínio da frequência possui vantagens sobre a abordagem temporal, pois economiza recursos computacionais devido à possibilidade de caracterizar o caso de carga em um sentido estatístico, sem a necessidade de calcular todo o histórico de tensões da estrutura em análise. Portanto, diante desse contexto, justifica-se o desafio de se desenvolver metodologias para realizar a previsão de vida em fadiga para estruturas aeronáuticas, empregando ferramentas computacionais comerciais. De tal forma, que tais metodologias possam, então, ser utilizadas rotineiramente pela indústria aeronáutica.

1.2 Os objetivos do trabalho

O presente trabalho tem como objetivo geral desenvolver uma metodologia para prever a vida em fadiga para estruturas aeronáuticas. Essa metodologia será baseada no domínio da frequência, sendo desenvolvida através do emprego de ferramentas como *Matlab* e *Abaqus* e, deverá ser capaz de prever a iniciação de uma trinca numa região crítica da estrutura. Dessa forma, o presente trabalho tem os seguintes objetivos específicos:

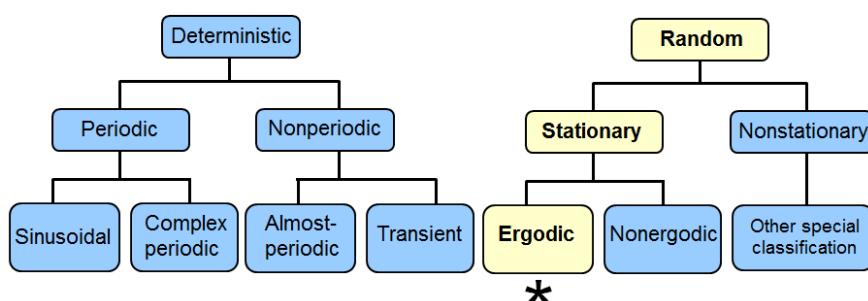
- Adotar uma metodologia para previsão de vida em fadiga no domínio da frequência;
- Implementar computacionalmente a referida metodologia empregando *Matlab* e *Abaqus*;
- Avaliar a metodologia através de um estudo de caso descrito na literatura (DOS PASSOS, 2016), verificando as potencialidades e limitações da mesma em determinar a vida em fadiga no domínio da frequência, considerando um conjunto de premissas simplificadoras adotadas;
- Empregar a metodologia para prever a iniciação de uma trinca em juntas coladas revestimento-reforçador, considerando tanto um adesivo dúctil como um frágil.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, aborda-se modelos matemáticos presentes na literatura com ênfase nos métodos de Dirlik, Banda Estreita (“Narrow Band”) e Steinberg (MRSNIK, SLAVIC, BOLTEZAR, 2013). Ademais, para que o cálculo da vida em fadiga seja realizado no domínio da frequência, obtém-se primeiramente a PSD de entrada ($\text{PSD}_{\text{Entrada}}$), que pode ser tanto uma aceleração de base quanto uma força aplicada, através de sua conversão do domínio do tempo para o domínio da frequência usando a transformada de Fourier. Vale ressaltar que no presente trabalho, já será utilizada a entrada no domínio da frequência. Para isso, as seguintes hipóteses com relação à entrada devem ser satisfeitas:

- O processo deve ser considerado estocástico, ou seja, o modelo adotado parte do princípio de que o sinal varia no tempo de maneira randômica.
- As propriedades estatísticas do processo não variam no tempo, ou seja, o processo é dito estacionário.
- Considerando as duas hipóteses supracitadas, e se as propriedades estatísticas coletadas em um determinado período de tempo são representativas do sinal completo, o processo é dito ergódico (vide Figura 1).

Figura 1 – Classificação de dados determinísticos e randômicos.



Fonte: Teixeira (2014).

Conforme mencionado anteriormente, aplica-se, então, a PSD de entrada ($\text{PSD}_{\text{Entrada}}$) na estrutura, que é uma função relacionada a um processo estocástico (probabilístico). Para a obtenção da PSD, a partir de um sinal no tempo, aplica-se a FFT obtendo um valor de amplitude ($X(f)$) para cada valor de frequência (f), como mostrado na equação 1. Assim, decompõe-se o sinal temporal em

uma somatória de senos e cossenos, cujas amplitudes e suas respectivas frequências serão representadas pela curva. A PSD representa, portanto, a excitação na qual a estrutura está submetida. Essa função simboliza a variação de energia para cada faixa de frequência. Ou seja, para cada faixa de frequência, é possível saber onde há grandes e pequenas variações de energia. Integrando esse tipo de função é possível obter a energia total removida da estrutura para uma faixa de frequência.

$$PSD_{Entrada}(f) = \frac{X(f)^2}{\Delta f} \quad (1)$$

No caso deste trabalho, utilizou-se a distribuição normal para caracterizar essa curva. Para isso, utilizou-se 3 parâmetros: a média (μ) representando onde a curva está centralizada; a variância (σ^2) representando o grau de dispersão e um fator de multiplicação de toda a curva para ajuste das amplitudes. No ramo aeronáutico, esse tipo de sinal é utilizado para a modelagem de rajadas e turbulência às quais as estruturas estão submetidas (HOBLIT, 1988).

A PSD de resposta ($PSD_{Saída}$) depende da excitação aplicada e da FRF do ponto analisado, que fornece a relação entre a resposta de saída de um determinado parâmetro (neste caso, resposta ao estado de tensão) em relação a uma determinada entrada aplicada (excitação), sendo dada por:

$$PSD_{Saída}(f) = PSD_{Entrada}(f) \cdot [FRF(f)]^2 \quad (2)$$

A partir da resposta em termos da frequência, se calcula quatro momentos espectrais (m_0, m_1, m_2 e m_4), que são características estatísticas da curva obtida no domínio da frequência, através da fórmula a seguir (MRSNIK, SLAVIC, BOLTEZAR, 2013):

$$m_i = \int_0^{\infty} f^i PSD_{Saída}(f) df \quad (3)$$

Para classificar o tipo de sinal, calcula-se o fator γ , sendo que quanto mais próximo de “1”, tem-se um sinal de banda estreita, enquanto se mais próximo de “0”, tem-se um sinal de banda larga. Isto, portanto, ajuda a classificar a PSD em termos de largura de banda e distribuição probabilística. O fator γ , portanto, é definido pela razão de distribuição do sinal entre o número de cruzamentos de nível zero e o número de cruzamentos de pico.

De posse dos momentos espectrais, pode-se calcular a PDF, que indica os intervalos mais prováveis para uma variável randômica estar. Assim, seus valores serão sempre positivos e a integral

dessa função em todo o intervalo resultará sempre em 100%. No caso de ciclos, representa a probabilidade de um determinado número de ciclos ocorrerem com certa amplitude de tensão. Assim, a integral para uma faixa de tensões representa a probabilidade dos danos causados na estrutura. Para isso, diversos modelos são encontrados na literatura (MRSNIK, SLAVIC, BOLTEZAR, 2013).

O modelo de Dirlik é um modelo semi-empírico, que é compatível tanto com sinais de banda estreita quanto sinais de banda larga, dado por:

$$PDF(S) = \frac{1}{\sqrt{m_0}} \left[\frac{G_1}{Q} e^{\frac{-Z}{Q}} + \frac{G_2 Z}{R^2} e^{\frac{-Z^2}{2R^2}} + G_3 Z e^{\frac{-Z^2}{2}} \right] \quad (4)$$

onde Z é a amplitude normalizada e x_m é a frequência média descritas por:

$$Z = \frac{S}{\sqrt{m_0}} \quad (5)$$

$$x_m = \frac{m_1}{m_0} \left(\frac{m_2}{m_4} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

e os parâmetros G_1 , G_2 , G_3 , R e Q são definidos por:

$$G_1 = \frac{2(x_m - \gamma^2)}{1 + \gamma^2} \quad (7)$$

$$G_2 = \frac{1 - \gamma - G_1 + G_1^2}{1 - R} \quad (8)$$

$$G_3 = 1 - G_1 - G_2 \quad (9)$$

$$R = \frac{\gamma - x_m - G_1^2}{1 - \gamma - G_1 + G_1^2} \quad (10)$$

$$Q = \frac{1.25(\gamma - G_3 - G_2 R)}{G_1} \quad (11)$$

De posse da PDF é, então, possível calcular o dano. No caso de cargas de amplitude variável, o dano por fadiga pode ser calculado assumindo uma regra de acúmulo linear, definida como:

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N} \quad (12)$$

onde n é o número de ciclos aplicados à estrutura em uma certa amplitude de tensão, e N é o número total de ciclos que a estrutura pode suportar na mesma amplitude de tensão. O material atinge o fim de sua vida útil quando $D = 1$ (Regra Palmgren-Miner).

Para uma faixa de tensão muito pequena ΔS , o elemento de área sob a curva da PDF de amplitude de tensão fornece a probabilidade de ocorrência dos ciclos de tensão para um determinado nível de tensão S , e o número total de ciclos nessa amplitude de tensão pode ser obtido por:

$$n(S) = PDF(S). \Delta S. N_t \quad (13)$$

onde N_t é o número total de ciclos que são aplicados à estrutura. Para isso, leva-se em consideração o número total de ciclos que a estrutura pode suportar até a falha em um determinado nível de tensão, que pode ser obtido a partir do diagrama de Wohler, sendo definido por:

$$N = C \cdot S^{-k} \quad (14)$$

onde:

$$k = -1/b \quad (15)$$

onde b é o expoente de Basquin e C é o coeficiente linear da curva S-N do material.

Combinando as equações anteriores, é possível calcular o dano por fadiga:

$$D = \sum_i \frac{n_i(S)}{N(S_i)} = \sum_i \frac{PDF(S_i) \cdot \Delta S \cdot N_t}{C \cdot S_i^{-k}} = \frac{N_t}{C} \int S^k \cdot PDF(S) \cdot dS \quad (16)$$

Conforme já comentado, na literatura, destaca-se também os modelos de Banda Estreita (“Narrow Band”) e Steinberg. Para o caso de cargas de banda estreita, existe uma solução em forma fechada para estimar o dano por fadiga também sob a regra Palmgren-Miner (MRSNIK, SLAVIC, BOLTEZAR, 2013), que é definida por:

$$D^{NB} = v_0 C^{-1} \left(\sqrt{2m_0} \right)^k \Gamma \left(1 + \frac{k}{2} \right) \quad (17)$$

onde a função $\Gamma(z)$ é conhecida como função *gamma*, sendo definida como:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (18)$$

A frequência de pico de ocorrência esperada v_p e a taxa de cruzamento zero positiva esperada v_0 são definidas por:

$$v_p = \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (19)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (20)$$

De maneira semelhante, também existe uma fórmula fechada para o método de Dirlík (Eq. (19)), que é uma outra abordagem para o cálculo do dano por fadiga:

$$D^{DK} = C^{-1} v_p m_0^{k/2} \left(G_1 Q^k \Gamma(1+k) + \left(\sqrt{(2)} \right)^k \Gamma \left(1 + \frac{k}{2} \right) (G_2 |R|^k + G_3) \right) \quad (21)$$

Também, tem-se o modelo proposto por Steinberg, onde um modelo de banda larga tem uma distribuição gaussiana, uma vez que o modelo de banda estreita tende a ser conservador quando aplicado a um modelo de banda larga. A solução, por sua vez, é baseada em múltiplos discretos do valor RMS (“Root Mean Square”) da amplitude da PSD, sendo definida por:

$$D^{STE} = v_0 \frac{T}{C} \left(0,683 (2\sqrt{m_0})^k + 0,271 (4\sqrt{m_0})^k + 0,043 (6\sqrt{m_0})^k \right) \quad (22)$$

onde T é definido como o intervalo de tempo igual a “1” segundo.

E, então, a vida é calculada como sendo o inverso do dano D:

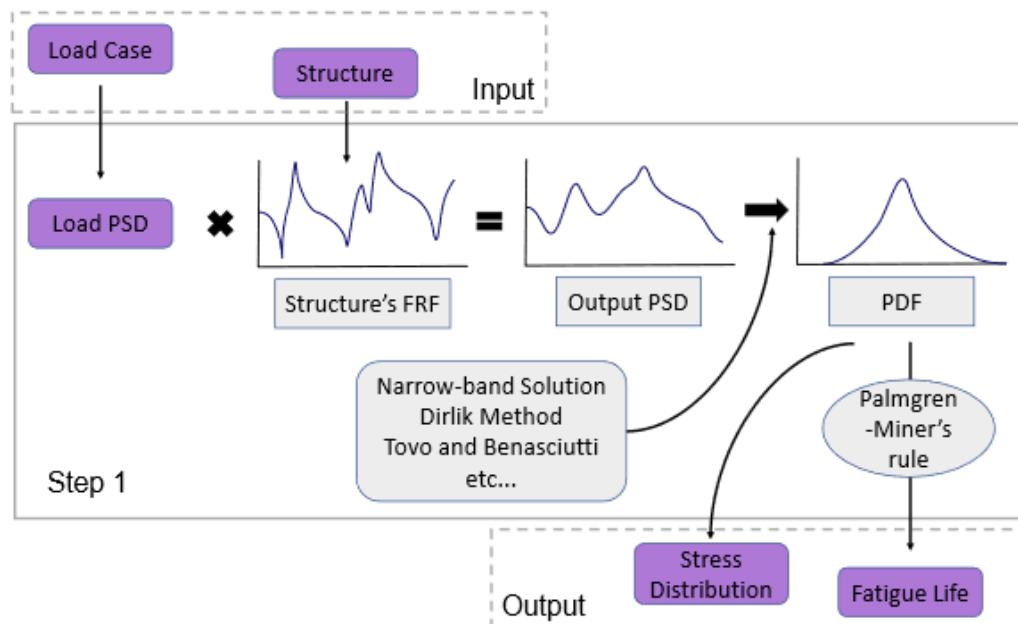
$$V = \frac{1}{D} \quad (23)$$

Por fim, tem-se que o presente trabalho irá utilizar os equacionamentos supracitados, porém no contexto de se criar uma metodologia a ser implementada em ferramentas computacionais comerciais. Isto, então, irá principalmente contribuir no sentido de se ter um ambiente para que a indústria aeronáutica possa realizar de forma rotineira a análise de fadiga no domínio da frequência. Tendo em mente que tal procedimento, nos dias de hoje, é ainda um grande desafio a ser superado. No caso da análise de fadiga no domínio da frequência para estruturas metálicas, sabe-se que é um tema que possibilita obter parâmetros de material melhor consolidados na literatura. No entanto, em relação às estruturas em materiais compósitos, o mesmo não pode ser afirmado. Dessa forma, tem-se assim, um vasto campo de estudos quando se trata destes materiais devido às suas especificidades, principalmente, em se tratando de juntas coladas como será abordado no presente trabalho.

3 METODOLOGIA COMPUTACIONAL DESENVOLVIDA

A metodologia adotada no presente trabalho está evidenciada na Figura 2, que mostra as etapas para estimar a vida em fadiga com base no domínio da frequência.

Figura 2 – Metodologia a ser utilizada para o cálculo da vida no domínio da frequência.



Fonte: Adaptado de Berhanu (2011).

Essa metodologia será inicialmente implementada empregando ferramentas computacionais comerciais, *Matlab* e *Abaqus*. E, então, será avaliada através de um estudo de caso simples, empregando uma viga metálica em balanço com a presença de um furo central. Em seguida, dentre os vários campos de pesquisa envolvidos onde se pode aplicar essa metodologia, está o desenvolvimento de juntas coladas usando materiais compósitos, uma vez que a construção de um único e grande componente às vezes se torna impraticável. Ademais, as juntas coladas apresentam diversas vantagens em relação aos rebites e parafusos, como melhor acabamento e, consequentemente, melhor desempenho aerodinâmico e redução de concentradores de tensão, como orifícios. Assim, o cálculo da vida à fadiga de tais montagens se torna um novo campo a ser explorado, pois a abordagem tradicional empregando o cálculo de concentração de tensão pode não ser a mais adequada. Dessa forma, uma junta colada reforçador-revestimento sob carga espectral será analisada através da metodologia implementada, considerando dois tipos diferentes de adesivos.

Como já foi destacado, utilizou-se dois *softwares* para a implementação da metodologia. Primeiramente, é construído o modelo da estrutura usando MEF, em seguida, aplicam-se as condições de contorno e cargas e obtém-se, assim, a PSD_{Saída} através do *Abaqus*. Sob posse da PSD de saída, aplicam-se os modelos matemáticos previamente descritos para o cálculo da vida em fadiga usando o *Matlab*. Os detalhes da implementação da metodologia são descritos a seguir.

3.1 Abaqus

Com o modelo da estrutura desenvolvido no *Abaqus*, a primeira análise a ser realizada é a obtenção das frequências naturais de vibração. Tratam-se de frequências nas quais a estrutura oscilará com grandes amplitudes ao ser perturbada e corresponde matematicamente aos autovalores da equação de movimento. A forma de vibração da estrutura corresponde, então, aos respectivos autovetores. É de suma importância a obtenção dos modos naturais da estrutura, pois excitações provocadas na estrutura em frequências próximas às frequências naturais proporcionarão uma resposta da estrutura com elevadas amplitudes e, em consequência, causarão maior dano e diminuirão a vida da mesma.

A importância de cada modo dependerá de como a estrutura será excitada. Vale ressaltar ainda que os modos em si não sofrem influência da excitação que a estrutura estará submetida, pois os modos naturais são intrínsecos a cada estrutura, dependendo das propriedades de massa, amortecimento e rigidez da estrutura, bem como das condições de contorno.

No *software Abaqus* também é possível visualizar os modos de vibrar da estrutura para cada frequência determinada. Esse fato é de fundamental importância na seleção dos modos e frequências mais relevantes da FRF da estrutura, pois torna-se possível fazer uma análise criteriosa de quais modos mais impactarão a vida da mesma a partir de uma dada excitação. Portanto, após a aplicação do sinal de entrada, obtém-se a FRF computacionalmente. Ela está relacionada com a amplitude de resposta da estrutura ao ser excitada por uma dada entrada. Vale notar que para excitações em frequências próximas às frequências naturais, a FRF da estrutura mostrará picos de amplitudes. Outro fator importante é que se obtém a FRF para pontos específicos da estrutura, sendo esta função então a responsável por fazer a “transferência” do estímulo da estrutura para a resposta de um ponto específico desejado.

Vale ressaltar que também é possível obter a PSD de saída (PSD_{Saída}) do ponto desejado diretamente através do *Abaqus*. Para comparação com modelos experimentais onde se excita a estrutura em termos de aceleração, esta opção direta do *software* torna-se bastante atrativa. Para isso, cria-se um novo *Step* no *Abaqus* com as opções *Linear Perturbation* do tipo *Random Response*. Cria-

se uma condição de contorno do tipo *Acceleration Base Motion* e, então, aplica-se a amplitude da PSD Input em *Tools – Amplitude – Create – PSD Definition – Gravity*. Insere-se a aceleração em função da frequência em termos da gravidade. Após a análise, gera-se um gráfico de um ponto específico, que é dado pela frequência em função da tensão de von-Mises no referido ponto (que neste caso terá unidades de PSD Output, ou seja, [MPa²/Hz]).

3.2 Matlab

Com o cálculo da PSD de saída (PSD_{Saída}), é possível calcular a PDF usando os modelos matemáticos descritos anteriormente. Trata-se de uma função de probabilidade que indica em que intervalos é mais provável uma variável randômica estar. Assim, seus valores serão sempre positivos e a integral dessa função em todo o intervalo resultará sempre em 100%.

Utilizando um método para o cálculo da PDF e, consequente, cálculo do dano e da vida, aplicou-se neste caso as metodologias Narrow Band, Dirlik e Steinberg, que foram descritas na Revisão Bibliográfica. Em sendo assim, torna-se possível construir um gráfico da PDF em função das tensões, ou seja, determinar quais as probabilidades do ponto em análise estar sujeito a um determinado intervalo de tensões.

Vale ressaltar que, segundo a literatura, o método de Dirlik se mostra eficaz para diferentes tipos de sinais, o que não ocorre com demais metodologias. Com o cálculo do fator de irregularidade γ , por exemplo, identifica-se que quanto mais próximo de “1” trata-se de um sinal de banda estreita, enquanto mais próximo de “0”, tem-se um sinal de banda larga.

Uma consideração importante é como definir os limites de integração no método de Dirlik. Matematicamente, o método de Dirlik define o limite superior como sendo infinito. Porém, em termos físicos, não é compatível analisar a probabilidade de tensões acima de tensão de escoamento ou ruptura, por exemplo, como capazes de causar dano à vida em fadiga, uma vez que ocorreria fratura monotônica da estrutura. Assim, fica a critério de cada usuário esse limite, que pode ser em função das propriedades do material ou até mesmo um múltiplo da tensão normalizada.

4 ESTUDOS DE CASO

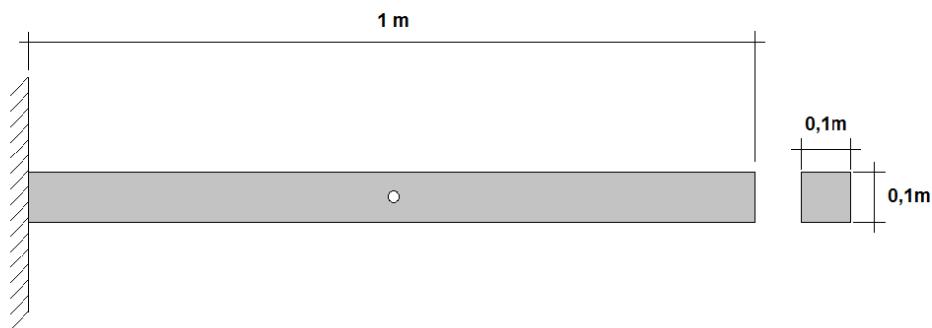
4.1 Estudo de Caso I: Avaliação da Metodologia empregada

Em um primeiro momento, buscou-se um estudo de caso para a avaliação das potencialidades e limitações da metodologia implementada. Para tal, estimou-se a vida em fadiga de uma viga metálica em balanço com um furo central, comparando os resultados obtidos com dados da literatura (DOS PASSOS, 2016).

4.1.1 Construção do modelo

O modelo construído foi uma viga engastada em uma de suas extremidades e com a outra extremidade livre utilizando o *software Abaqus*. Além disso, acrescentou-se um furo central para induzir pontos de concentração de tensão, que serão analisados no cálculo da vida.

Figura 3 – Representação esquemática da viga analisada.



Fonte: Dos Passos (2016).

Trata-se, portanto, de uma estrutura simples, porém, de grande aplicabilidade. Por exemplo, é possível simular uma longarina da asa de uma aeronave através desse modelo. A seguir, na Tabela 1, são evidenciadas as propriedades do material utilizado (Aço SAE1045) e demais características geométricas do modelo.

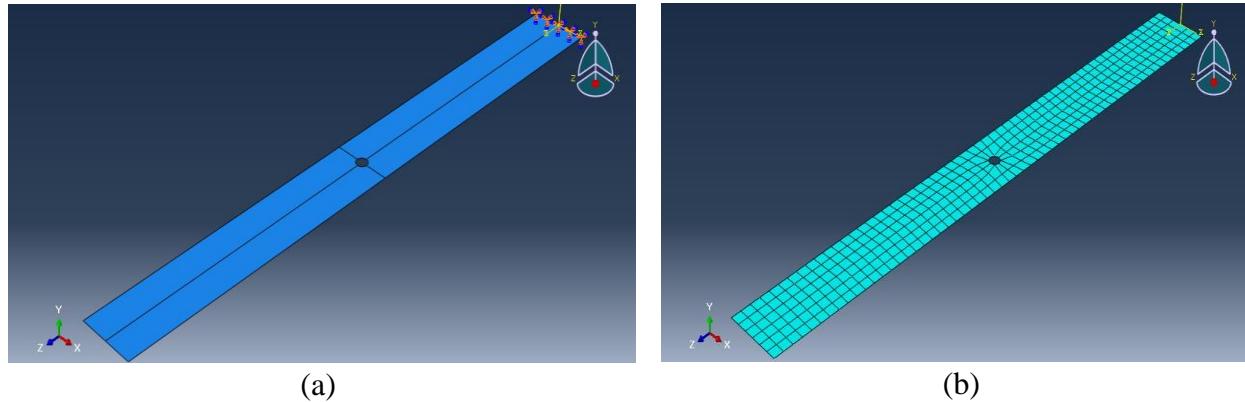
Tabela 1 – Propriedades de material e geométricas da viga analisada.

Módulo de Elasticidade	207 GPa
Coeficiente de Poisson	0,3
Densidade	7,87 g/cm ³
Seção	Quadrada (0,1 m x 0,1 m)
Comprimento	1 m
Diâmetro do furo	0,02 m
Posição do furo	Centrada

Fonte: Dos Passos (2016).

No modelo computacional, optou-se por unidades em N e mm. Portanto, o módulo de elasticidade e a densidade inseridos no Abaqus foram 207000 e 7,87e-09, respectivamente. Além disso, o elemento empregado no modelo foi do tipo *Shell*, mais especificamente o S4.

Figura 4 – Viga modelada no Abaqus: (a) condições de contorno; (b) malha.



Fonte: Autor.

4.1.2 Obtenção das frequências naturais e modos de vibrar

As frequências naturais encontradas para a estrutura são apresentadas na Tabela 2.

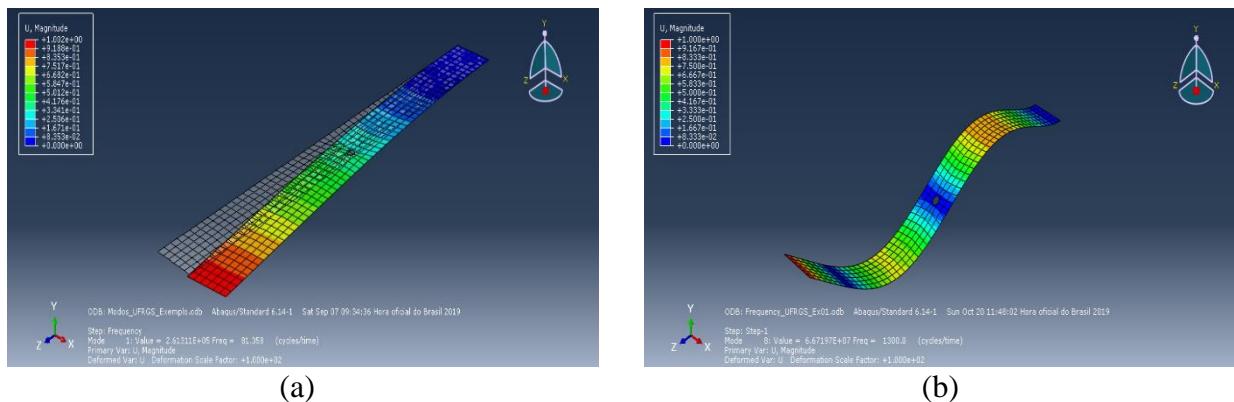
Tabela 2 – Frequências Naturais da estrutura obtidas a partir do modelo computacional.

Modos de Vibrar	Frequências Naturais [Hz]
1	81,3
2	82,3
3	489,9
4	491,8
5	725,2
6	1280,1
7	1288,0
8	1300,0
9	2176,2
10	2353,9

Fonte: Autor.

Com base no modelo, também é possível visualizar os modos de vibrar da estrutura para cada frequência natural calculada. Esse fato é de fundamental importância no cálculo da Função de Resposta em Frequência da estrutura, pois torna-se possível fazer uma análise criteriosa de quais modos mais impactarão a vida da estrutura a partir de determinada excitação.

Figura 5 – Representação do (a) primeiro e (b) oitavo modos de vibrar da viga.



Fonte: Autor.

Vale ressaltar que os modos considerados influentes no carregamento aplicado serão aqueles cuja frequência natural correspondente está mais próxima das frequências contidas na PSD_{Entrada}. Assim, deve-se considerar um ponto localizado na borda do furo podendo ser o local de iniciação de

uma trinca em Modo I (abertura). Neste caso, deslocamentos em Z (sistema de coordenadas da Fig. 5) é que de fato irão produzir, deformações e tensões normais em Z, e que, portanto, serão fundamentais para se iniciar uma trinca em Modo I em um ponto localizado na borda do furo. Evidentemente, que modos de vibrar em flexão irão produzir tensões normais em Z, principalmente, nas regiões mais afastadas do plano médio.

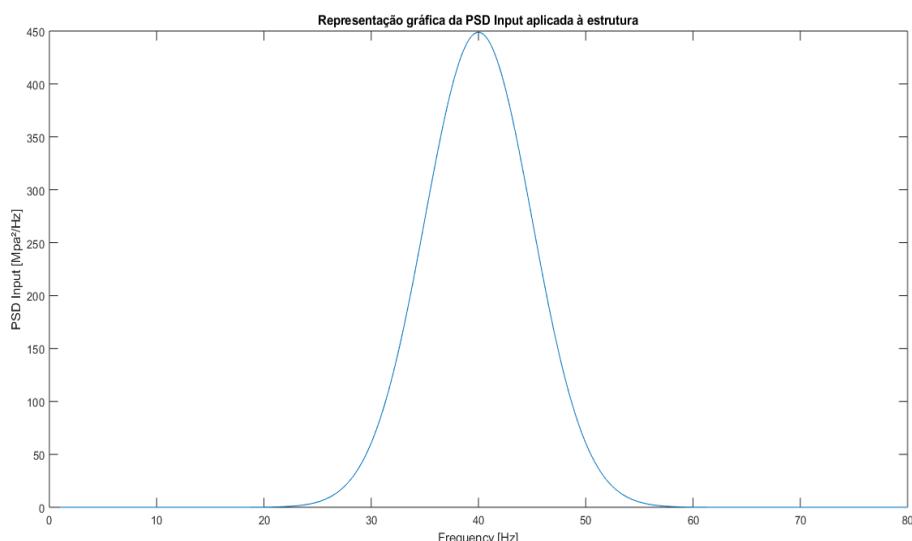
4.1.3 Aplicação da PSD de entrada

No caso desta estrutura, ela será submetida a uma $\text{PSD}_{\text{Entrada}}$ de formato gaussiano representada pelos seguintes comandos no Matlab:

```
f = linspace(1,80,1000) %Frequency
sigma = 5;
mean = 40;
PSD_Input = 5625. * (1/(sigma*sqrt(2*pi))). * exp((-0.5. *(f - mean). ^2/
sigma^2));
```

Graficamente se obtém a $\text{PSD}_{\text{Entrada}}$ como mostrado pela Figura 6. Realizando a integral da curva e extraindo a raiz quadrada, obtém-se a tensão média (RMS) equivalente a 75 MPa.

Figura 6 – Representação gráfica da $\text{PSD}_{\text{Entrada}}$ (Input) aplicada à estrutura.



Fonte: Autor.

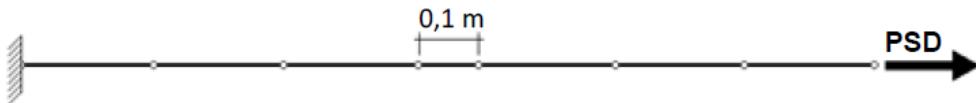
Multiplicando ponto a ponto o valor da PSD de entrada pelo módulo da FRF ao quadrado de um ponto específico para cada faixa de frequência obtém-se, então, a PSD_{Saída}. O procedimento para encontrar a FRF a ser usada será descrito a seguir.

4.1.4 Obtenção da FRF para um ponto crítico

A análise é realizada para o intervalo de 0 Hz a 100 Hz, abrangendo os dois primeiros modos da estrutura. Aplica-se, então, uma força em Z na forma de impulso que garanta uma tensão de 1 MPa na superfície de aplicação da carga. Isto é realizado a fim de se garantir coerência de unidades.

De fato, a força é aplicada na mesma direção de aplicação da PSD (eixo Z positivo) visando capturar a amplitude de resposta da estrutura nas diferentes frequências, uma vez que a FRF atua como uma função transferência, amplificando a excitação aplicada.

Figura 7 – Representação da direção de aplicação da PSD_{Entrada} na estrutura.

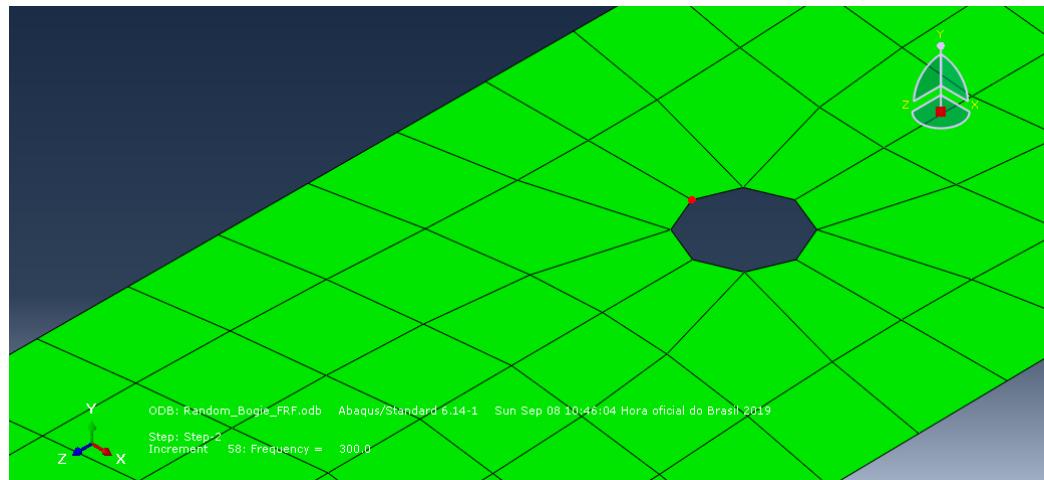


Fonte: Dos Passos (2016).

Para obter, então, uma tensão normal de 1 MPa em uma área de 0,01 m² (0,1 m x 0,1 m), pode-se aplicar uma força normal no eixo Z, na extremidade livre da estrutura, no valor de 10.000 N.

Conforme discutido anteriormente, no caso da estrutura analisada, escolheu-se um ponto na borda do furo para se calcular a FRF, uma vez que se trata de uma região de concentração de tensão e, consequentemente, crítica para a análise da vida da estrutura. Pois, no referido ponto, pode-se iniciar uma trinca em Modo I. Optou-se por um ponto na superfície do furo de forma a se ter o mesmo ponto de análise de Dos Passos (2016).

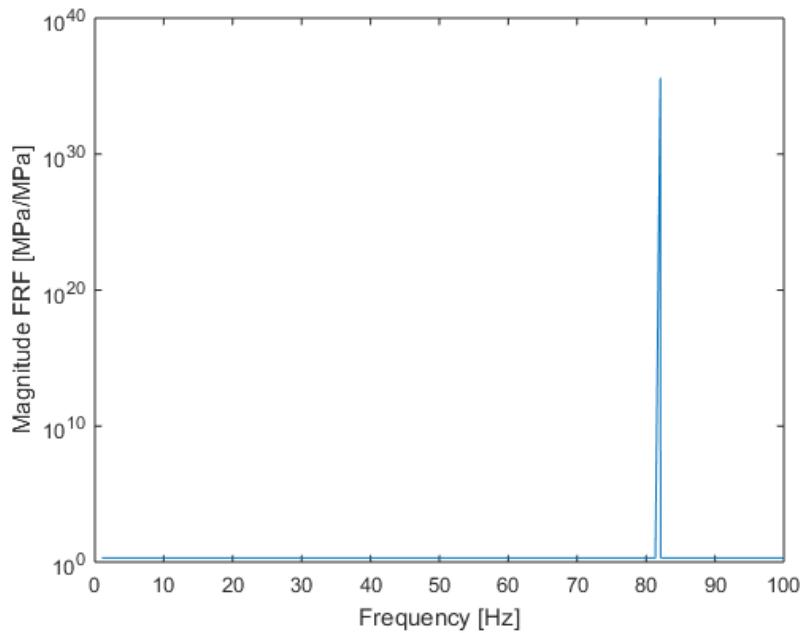
Figura 8 – Representação do ponto crítico (marcado em vermelho) onde se obteve a FRF da estrutura analisada.



Fonte: Autor.

Assim, obteve-se graficamente a FRF em termos de tensão equivalente de von Mises para o intervalo das frequências analisadas (Figura 9).

Figura 9 – FRF do ponto analisado.



Fonte: Autor.

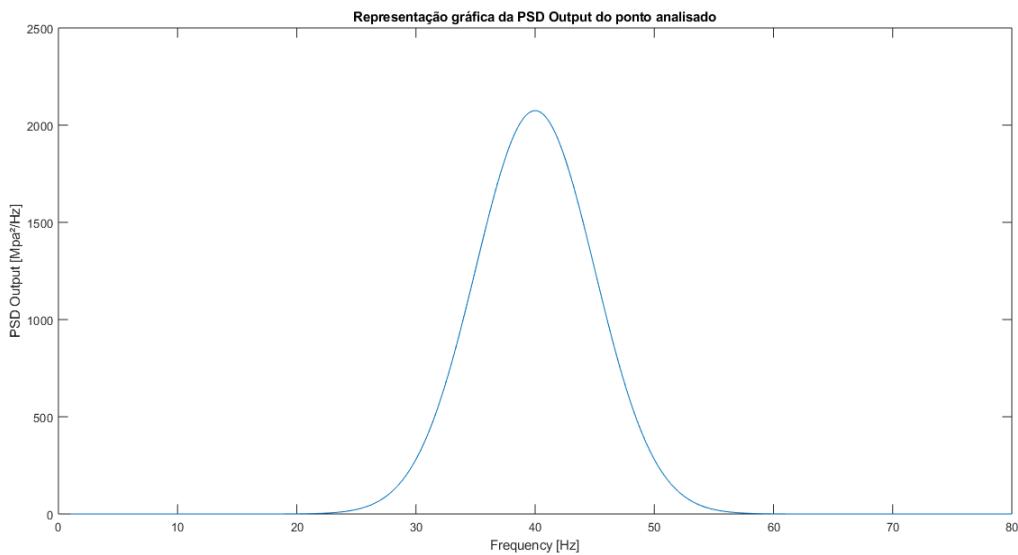
4.1.5 Obtenção da PSD de saída

A $PSD_{Saída}$ pode ser obtida através de dois métodos. Primeiramente, o *Abaqus* é capaz de realizar os cálculos sem a necessidade da FRF, recebendo apenas a PSD. Também, é possível obtê-la através da Equação (1). Ambos os métodos apresentaram respostas semelhantes. Assim, a PSD de saída passa a representar então a resposta de um ponto específico a uma dada excitação na estrutura e não mais a resposta da estrutura. Essa resposta obtida é representada pela função no *Matlab*:

```
f = linspace(1,80,1000) %Frequency
sigma = 5;
mean = 40;
PSD_Input = 26000.*((1/(sigma*sqrt(2*pi))).*exp((-0.5.*((f - mean).^2/sigma^2));
```

Assim, graficamente se obtém a curva PSD de saída ($PSD_{Saída}$) do ponto analisado como mostra a Figura 10. Neste caso, a RMS será equivalente a 161,24 MPa.

Figura 10 – Representação gráfica da $PSD_{Saída}$ do ponto analisado.



Fonte: Autor.

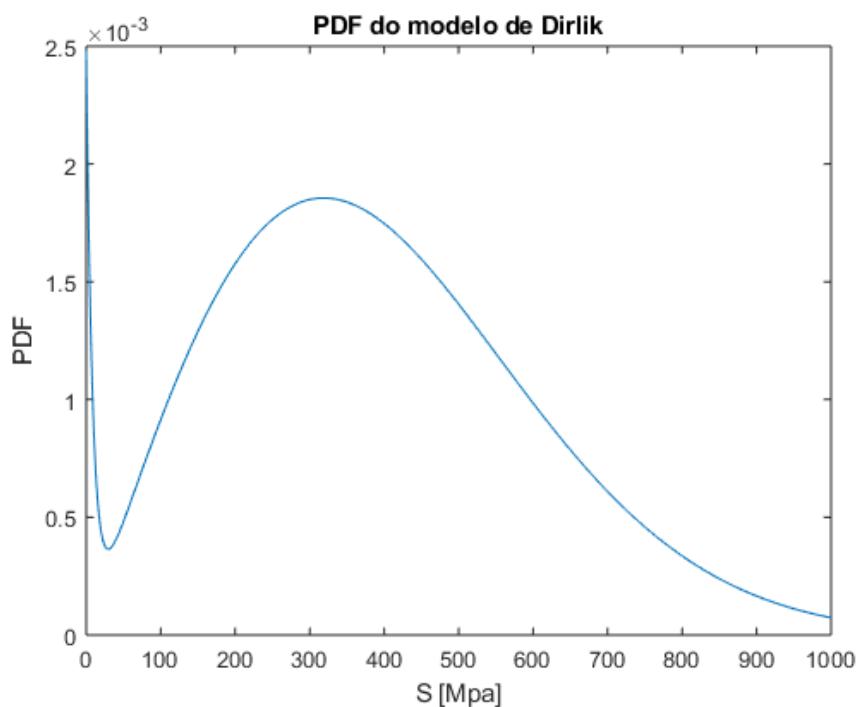
Vale novamente ressaltar que para modos de vibrar da estrutura cujas frequências naturais estão distantes das frequências de aplicação da PSD, deve-se optar por desconsiderá-los de forma

criteriosa, uma vez que os mesmos não irão contribuir para o cálculo da vida em fadiga do ponto crítico.

4.1.6 Obtenção da PDF

Com base no equacionamento apresentado na Sessão 1, e aplicando o método de Dirlik, chegou-se na PDF evidenciada na Figura 11.

Figura 11 – PDF obtida através do método de Dirlik em função das tensões.



Fonte: Autor.

4.1.7 Cálculo da vida

Com base na PDF da Figura 11, é possível calcular o dano sofrido pela estrutura através dos métodos de Narrow Band, Dirlik e Steinberg. Uma consideração importante é como definir os limites de integração no método de Dirlik. Matematicamente, o método de Dirlik define o limite superior como sendo infinito. Porém, em termos físicos, não é compatível analisar a probabilidade de tensões acima de tensão de escoamento ou ruptura, por exemplo, como capazes de causar dano à vida em fadiga, uma vez que ocorreria fratura monotônica da estrutura. E, portanto, a estrutura deveria ser re-projetada. Assim, fica a critério de cada usuário estabelecer esse limite, que pode ser em função das

propriedades do material ou até mesmo um múltiplo da tensão normalizada. No presente trabalho, truncou-se a PDF em 460 MPa, seguindo o trabalho de Dos Passos (2016) para efeitos de comparação.

Com o valor obtido de dano, encontra-se, então, a vida em fadiga do ponto crítico de acordo com os diferentes métodos (Tabela 3).

Tabela 3 – Resultados da vida em fadiga usando diferentes métodos – Estudo de Caso I.

Método	Vida em fadiga Calculada [s]	Vida em fadiga (Dos Passos, 2016) [s]	Diferença relativa entre os valores (%)
Narrow Band ($\gamma = 0.97$)	6,94e+07	6,75e+07	2,8
Dirlik com truncamento	1,39e+08	1,49e+08	6,7
Dirlik sem truncamento	3,26e+04	-	-
Dirlik (fechada)	7,23e+07	-	-
Steinberg	5,03e+04	-	-

Fonte: Autor.

Nota-se que os métodos Narrow Band, Dirlik com truncamento e Dirlik (fechada) fornecem resultados convergentes. Como γ é próximo de “1,0”, há a possibilidade de aplicação de Narrow Band. Para aplicações do modelo de Narrow Band onde γ é próximo de zero, tende-se a superestimar o dano sofrido pela estrutura, pois está se considerando um sinal de banda estreita, quando na realidade é um sinal de banda larga atuando na estrutura. Já o modelo de Dirlik não apresenta restrições quanto ao tipo de sinal, sendo um modelo versátil para esse tipo de análise e, como exemplificado pelos resultados, apresenta valores próximos ao de Narrow Band no estudo de caso em questão. Nota-se também que o truncamento impactou no resultado ao se desconsiderar danos causados por tensões acima de 460 MPa. Ainda assim, o método mais conservador é o de Steinberg, que prevê uma iniciação de trinca com um número de ciclos bem inferior aos demais.

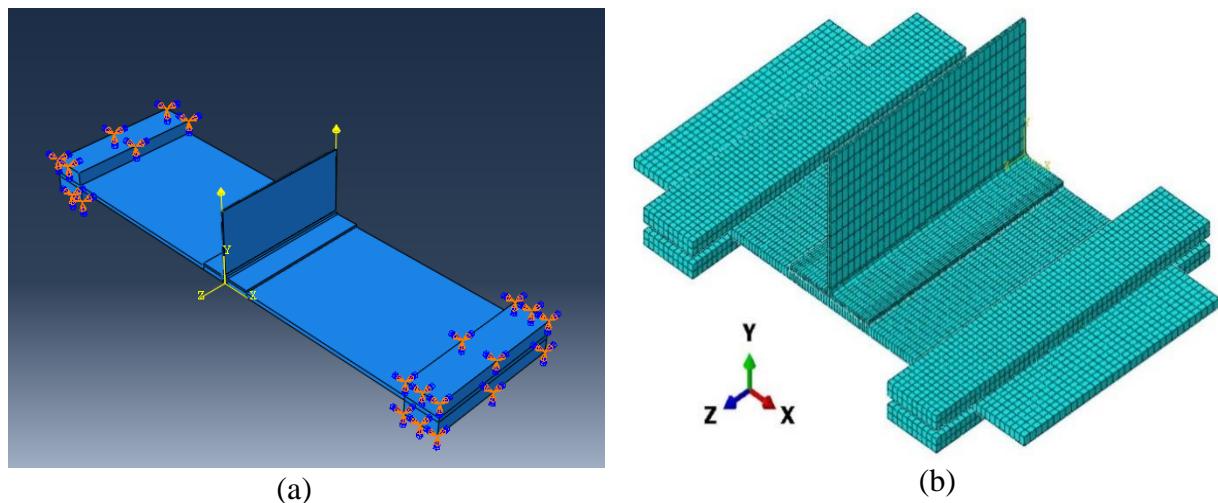
Como este estudo de caso é realizado com a finalidade de avaliar a metodologia e por ter calculado resultados próximos ao da literatura (Dos Passos, 2016), optou-se pelo não refinamento e análise de convergência de malha.

4.2 Estudo de Caso II: Análise de junta colada reforçador-revestimento

O modelo analisado foi baseado no trabalho realizado por Freitas e Sinke (2015). Trata-se de uma junta colada reforçador-revestimento empregada em estruturas aeronáuticas. Deve-se destacar que o reforçador é em alumínio e o revestimento é fabricado em “Glare”. Mais detalhes da geometria e das propriedades de material podem ser encontrados no trabalho desenvolvido por Freitas e Sinke (2015). A Figura 12 evidencia as condições de contorno aplicadas no revestimento e o carregamento aplicado no reforçador.

No presente estudo de caso, adotou-se que o modo de falha ocorrerá no adesivo da junção colada. Considera-se uma falha coesiva e, portanto, será calculado a vida em fadiga de um ponto crítico localizado na região de colagem. Quanto ao elemento utilizado no Abaqus para modelar toda a estrutura, inclusive o adesivo, trata-se do elemento sólido 3D do tipo C3D20 (*3D 20-node quadratic isoparametric element*). Inicialmente, o modelo será considerado sem amortecimento, sendo investigados dois tipos adesivos: AF-163-2 e EA-9696, cujos módulos de elasticidade são 1.110 MPa e 2.080 MPa, respectivamente. Como premissa simplificadora, também será considerada a mesma curva S-N para ambos.

Figura 12 – Modelo da junta colada reforçador-revestimento: (a) Condições de contorno e cargas aplicadas; (b) malha de elementos finitos gerada no Abaqus.



Fonte: Adaptado de Freitas e Sinke (2015).

Assim, obtém-se para estrutura, primeiramente, as duas primeiras frequências naturais e seus respectivos modos de vibrar. Na Tabela 4, tem-se os valores das frequências para os dois tipos de adesivos, e na Figura 13, verifica-se os respectivos modos de vibrar.

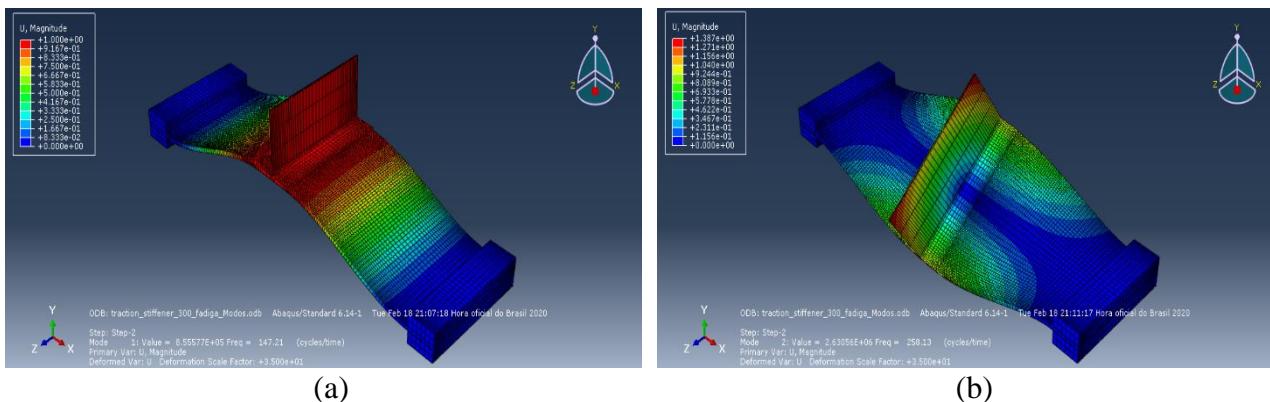
Tabela 4 – Frequências naturais da estrutura – Estudo de Caso II.

Modos de Vibrar	Frequências Naturais [Hz]	Frequências Naturais [Hz]
	AF 163-2	EA - 9696
1	147,21	148,08
2	258,13	258,70

Fonte: Autor.

Figura 13 – Dois primeiros modos de vibrar do modelo de junta colada reforçador-revestimento:

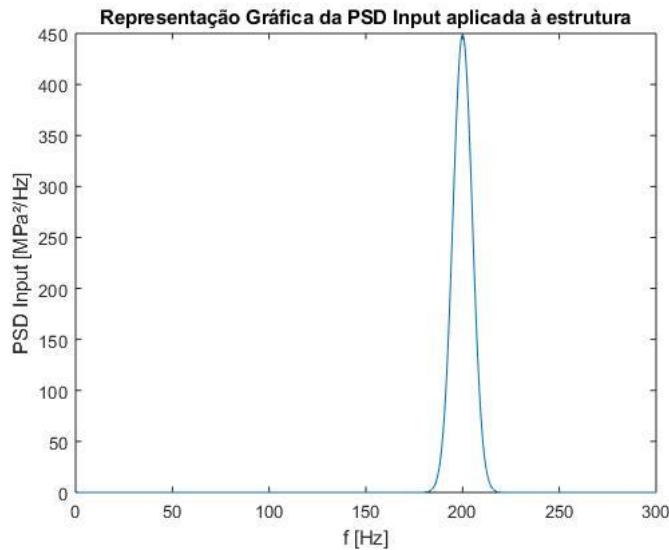
(a) Modo de Flexão; (b) Modo de Torção.



Fonte: Autor.

Para o cálculo da vida em fadiga, aplica-se uma entrada descrita em termos da PSD_{Entrada} como mostrada na Figura 14. Neste caso, empregou-se quase a mesma PSD_{Entrada} do Estudo de Caso I. Pois, houve apenas o translado da média das frequências para 200 Hz. Haja vista que o primeiro modo de vibração da estrutura neste caso é aproximadamente em 150 Hz. Assim, conservou-se também o valor de RMS equivalente em 75 MPa.

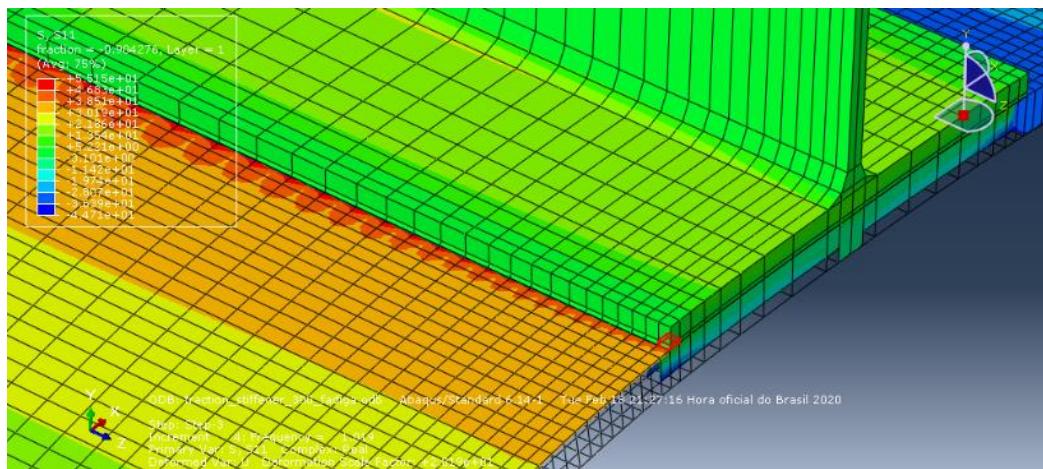
Figura 14 – Curva da PSD de entrada aplicada na estrutura.



Fonte: Autor.

Em seguida, obtém-se a FRF do ponto crítico (destacado em vermelho) que está localizado na extremidade da região de colagem (Figura 15).

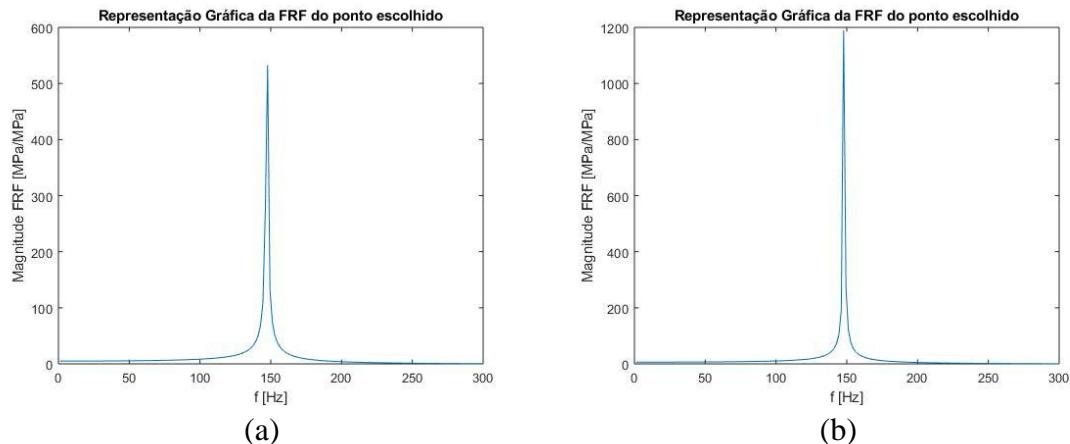
Figura 15 – Ponto crítico analisado (destacado em vermelho).



Fonte: Autor.

A FRF é obtida tanto para um adesivo mais frágil como para um adesivo mais dúctil (Figura 16). Freitas e Sinke (2015) apresentam as propriedades mecânicas para os adesivos avaliados, sendo que o AF 163-2 possui módulo de elasticidade igual a 1.110 MPa, ao passo que o EA 9696 possui módulo igual a 2.080 MPa. Dessa forma, no presente trabalho, o primeiro será designado como um adesivo dúctil, e o segundo como um adesivo frágil.

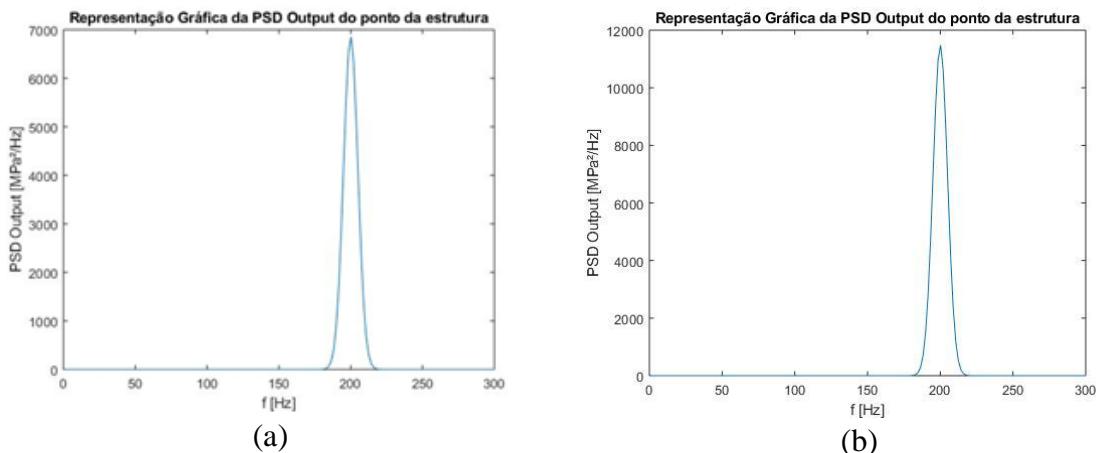
Figura 16 – FRF do ponto analisado: (a) Adesivo AF 163-2; (b) Adesivo EA 9696.



Fonte: Autor.

Usando a Eq. (2), a PSD de saída do ponto crítico foi calculada tanto para o adesivo dúctil como para o frágil (Figura 17), sendo que os valores das tensões médias RMS são 293,26 MPa e 379,47 MPa, respectivamente.

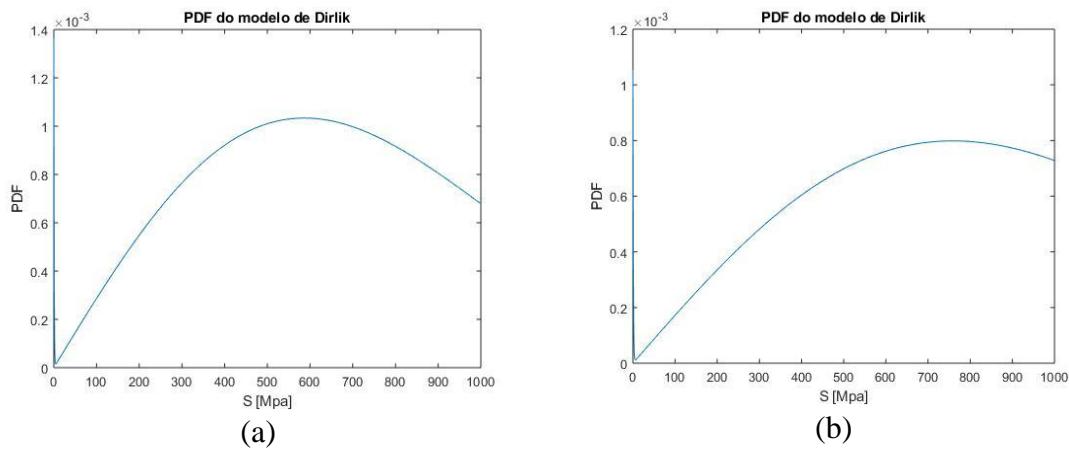
Figura 17 – PSD de saída do ponto analisado: (a) Adesivo AF 163-2; (b) Adesivo EA 9696.



Fonte: Autor.

Aplicando o modelo de Dirlik, obtém-se a PDF do ponto analisado para os dois tipos de adesivos (Figura 18).

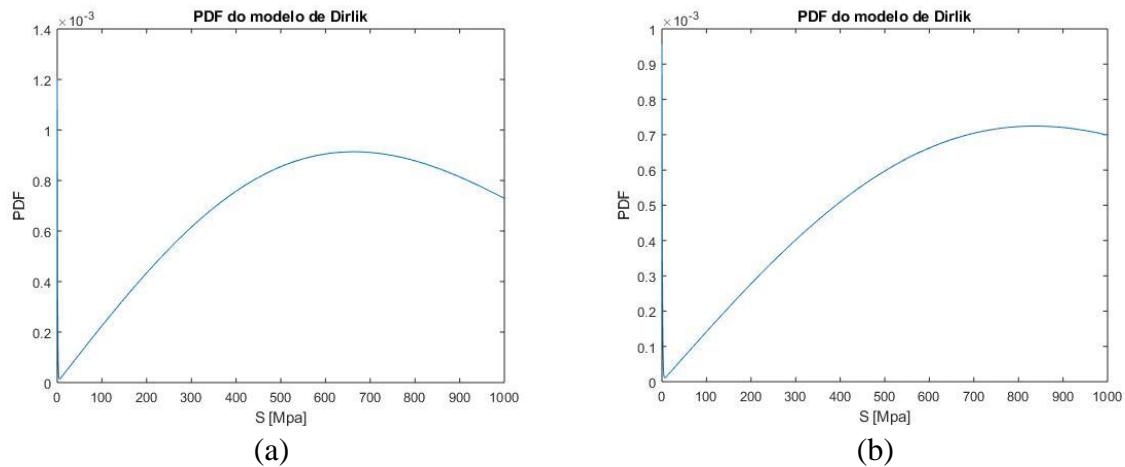
Figura 18 – PDF do ponto analisado usando método de Dirlik: (a) Adesivo AF 163-2; (b) Adesivo EA 9696.



Fonte: Autor.

Para avaliar como alguns parâmetros influenciam na PDF e consequentemente na vida em fadiga do ponto analisado, optou-se por introduzir um amortecimento de 1% na estrutura, obtendo as novas curvas para a PDF evidenciadas na Figura 19.

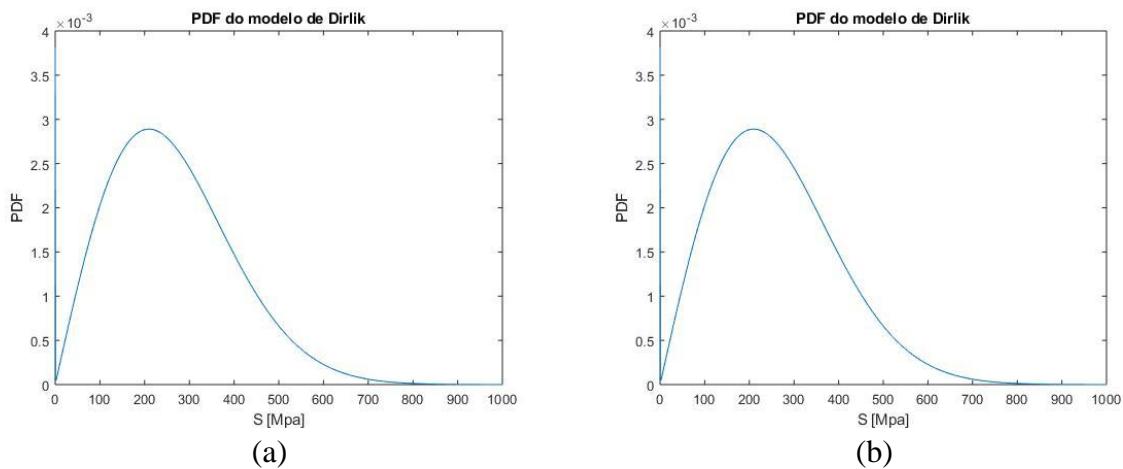
Figura 19 – PDF do ponto analisado usando método de Dirlik com 1% de amortecimento: (a) Adesivo AF 163-2; (b) Adesivo EA 9696.



Fonte: Autor.

Ademais, optou-se por reduzir a PSD de entrada para 10% do valor original no modelo amortecido, obtendo novamente as curvas para a PDF mostradas na Figura 20.

Figura 20 – PDF do ponto analisado usando método de Dirlik com 1% de amortecimento e 10% da PSD de entrada original: (a) Adesivo AF 163-2; (b) Adesivo EA 9696.



Fonte: Autor.

Finalmente, a vida em fadiga do ponto foi calculada através dos diferentes métodos conforme demostram as Tabelas 5 e 6. Para a análise com truncamento, optou-se pelo nível de tensão de 300 MPa, que corresponde à tensão de ruptura do adesivo.

Tabela 5 – Resultados da vida em fadiga usando diferentes métodos: Estudo de Caso II – AF 163-2.

Método	Vida [s]		
	sem amortecimento	com 1% de amortecimento	com 1% de amortecimento e 10% da PSD
Narrow Band $(\gamma = 0.99)$	1,29e-05	3,28e-06	1,18
Dirlik com truncamento	2,32e+03	2,90e+03	6,34e+02
Dirlik (Fechada)	1,9e-05	3,29e-06	1,18
Dirlik sem truncamento	1,17e-05	3,36e-06	0,38
Steinberg	9,34e-09	2,38e-09	8,55e-04

Fonte: Autor.

Tabela 6 – Resultados da vida em fadiga usando diferentes métodos: Estudo de Caso II – EA 9696.

Método	Vida [s]		
	sem amortecimento	com 1% de amortecimento	com 1% de amortecimento de 10% da PSD
Narrow Band $(\gamma = 0.99)$	7,35e-07	2,49e-07	0,09
Dirlik com truncamento	3,72e+03	4,47e+03	7,32e+02
Dirlik (Fechada)	7,37e-07	2,50e-07	0,09
Dirlik sem truncamento	8,62e-07	3,22e-07	0,036
Steinberg	5,33e-10	1,80e-10	6,48e-05

Fonte: Autor.

Observou-se que para o modelo analisado, o método Narrow Band, Dirlik sem truncamento e Dirlik (Fechada) fornecem resultados convergentes, pois a gama é próximo a “1,0”, o que possibilita a aplicação de Narrow Band. A fórmula aproximada para a integral do método de Dirlik prova ser uma boa aproximação sem a necessidade de se realizar a integral. Todavia, na primeira análise sem amortecimento e com a PSD de entrada original, obteve-se valores puramente numéricos e sem sentido físico.

No caso da introdução do amortecimento, praticamente não houve efeito significativo no cálculo da vida. Isso se deve ao fato de que o pico da FRF está defasado em 50 Hz aproximadamente do pico da PSD de entrada. O amortecimento tende a atenuar a FRF, porém, essa defasagem é grande o suficiente para não contabilizar esse efeito no cálculo da vida.

Por outro lado, quando se opta por aplicar uma PSD equivalente a 10% da original, nota-se que os níveis de tensão diminuem e a maior probabilidade agora se concentra em níveis de tensões menores, de forma que a vida aumenta significativamente. Com o truncamento em 300 MPa (tensão de escoamento do adesivo), encontra-se já um valor mais realista nas análises. Os valores originais de tensão média evidenciam que os níveis aplicados são muito elevados para esse tipo de material, causando a falha precoce. No entanto, deve-se ter um cuidado especial com o mapeamento das tensões nas regiões críticas onde ocorre o processo de iniciação de falha das juntas coladas. Portanto, pode

ter ocorrido uma estimativa inadequada dos valores de tensão devido à ausência de um refinamento mais apropriado da malha nestas regiões mais críticas.

É notado que o truncamento gera um impacto significativo no resultado da vida, pois tensões muito elevadas tendem a ser descartadas. Todavia, esse procedimento só se torna coerente quando as probabilidades descartadas são baixas e a curva tende à zero. Caso contrário, o truncamento estaria desconsiderando tensões com probabilidades elevadas de ocorrerem, e o correto, neste caso, seria um novo dimensionamento do projeto levando em consideração que a estrutura deva suportar esses níveis de tensões.

Analizando os resultados, verifica-se que a diferença entre os dois módulos de elasticidade nos adesivos resultou em um ligeiro aumento nas frequências naturais e na magnitude da FRF com o aumento no módulo. Por outro lado, houve uma diminuição nos valores da PDF (menores níveis de tensão) com o aumento do módulo de elasticidade. Consequentemente, há um aumento da vida em fadiga para o adesivo mais frágil, considerando as hipóteses adotadas nas análises do presente trabalho. Deve-se lembrar que uma das hipóteses consistiu em assumir uma curva S-N como sendo a mesma para os dois adesivos. Os dados para os cálculos dos parâmetros da curva S-N foram obtidos de Xu e Vikram (2020). Portanto, uma maneira mais precisa de calcular a vida em fadiga seria obter experimentalmente as curvas S-N para ambos os adesivos.

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Com relação à metodologia selecionada e implementada, empregando um modelo de uma viga em balanço, avaliou-se as potencialidades e limitações dos códigos computacionais desenvolvidos. Conclui-se que o truncamento para tensões acima da tensão de ruptura no método de Dirlík tem impacto significativo no cálculo da vida, sendo que vários critérios podem ser utilizados como limite superior desse cálculo.

Com relação à aplicação da metodologia para um modelo de junta colada reforçador-revestimento considerando dois tipos diferentes de adesivos, verificou-se que o comportamento frágil leva a estrutura a ter uma maior vida em fadiga, ou seja, demora-se mais tempo para que haja nucleação de uma trinca. No entanto, para essa análise, adota-se a hipótese de que ambos possuem a mesma curva S-N.

Como sugestões para trabalhos futuros, deve-se aprimorar o modelo da junta colada revestimento-reforçador, realizando avaliações para outros valores de amortecimento e, principalmente, realizando uma convergência de malha para assegurar o correto mapeamento de tensões nos pontos críticos de forma a se evitar distorções computacionais. Além disso, uma melhor caracterização das curvas S-N para os diferentes adesivos levará a uma maior fidelidade do modelo. Como uma forma de criar um método de SHM efetivo, sugere-se a implantação de sensores piezoelétricos em pontos para a conversão das deformações sofridas em tensões elétricas para monitoramento da estrutura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

HOBLIT, F. M. Gust Loads on Aircraft: Concepts and Applications. Washington D.C.: AIAA, 1988. 320 p. ISBN 1600860605, 9781600860607.

MRSNIK, M.; SLAVIC, J.; BOLTEZAR, M., Frequency-domain methods for a vibration-fatigue-life estimation - Application to real data. International Journal of Fatigue, Vol. 47, p. 8-17, 2013.

BERHANU, G., Vibration Durability Testing and Design Validation Based on Narrow Frequency Band. 2011. 76p. Master thesis - Blekinge Institute of Techonology, Karlskrona, Sweden, 2011.

FREITAS, S. T.; SINKE, J. Failure analysis of adhesively-bonded skin-to-stiffener joints: metal–metal vs. composite–metal. Engineering Failure Analysis, 56, p. 2-13, 2015.

DOS PASSOS, J. P. Estimação da vida em fadiga através de análise dinâmica global-local no domínio da frequência. 2016. 111p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

DIRLIK, T. Application of computer in fatigue analysis. 1985. 234p. PhD thesis - The University of Warwick, United Kingdom, 1985.

SANTOS, D.P. Um estudo de fadiga no domínio da frequência. 2015. 27 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

TEIXEIRA, G. Random Vibration Fatigue - A Study Comparing Time Domain and Frequency Domain Approaches for Automotive Applications. 2014. SAE Technical Papers. 1. 10.4271/2014-01-0923.

TITA, Volnei. Projetos de Elementos Estruturais de Aeronaves 2 – Aula 01, 2018. 68 f. Notas de Aula.

XU, L. ROY & BHAMIDIPATI, VIKRAM. (2020). An Efficient Method to Estimate the S-N Curves of Engineering Materials.

APÊNDICE A – CÓDIGO EM MATLAB PARA O CASO I

```
%-----
%Rotina de estimativa de viga em fadiga
%Autor: Luís Felipe G. Molina
%-----
clear all
close all
clc
format long
%-----
%Inputs
%-----
b = -0.09; %Propriedade do Material
A = 1.41e38; %Propriedade do Material
D_T = 0; %Dano acumulado em 1s
T = 1; % Tempo
k = -1/b;
%-----
%Cálculo no domínio do tempo
%-----
% S = zeros(length(PSDout),1); %Tensão
% N = zeros(length(PSDout),1); %Número de ciclos para 1s
% m = zeros(4,1); % Momentos
% for i = 1:length(PSDout)
%     S(i) = sqrt(2)*sqrt(f(i)*PSDout(i)); %Mpa
%     N(i) = A*(S(i)^(-k));
%     D_T = D_T + (n(i)/N(i));
% end
% V_T = 1/D_T; %Vida em fadiga [s]
%-----
%Cálculo no domínio da frequência
%-----
%Banda Estreita - Processo gaussiano estacionário de banda estreita com
%tensão média igual a zero

%Determinação dos momentos
f_0 = @(f) (f.^0).*26000.* (1/(5*sqrt(2*pi))).*exp((-0.5.* (f - 40).^2/25));
f_1 = @(f) (f.^1).*26000.* (1/(5*sqrt(2*pi))).*exp((-0.5.* (f - 40).^2/25));
f_2 = @(f) (f.^2).*26000.* (1/(5*sqrt(2*pi))).*exp((-0.5.* (f - 40).^2/25));
f_4 = @(f) (f.^4).*26000.* (1/(5*sqrt(2*pi))).*exp((-0.5.* (f - 40).^2/25));

m(1) = integral(f_0, 0, inf);
m(2) = integral(f_1, 0, inf);
m(3) = integral(f_2, 0, inf);
m(4) = integral(f_4, 0, inf);

E_0 = sqrt(m(3))/sqrt(m(1));
E_P = sqrt(m(4))/sqrt(m(3));
S_RMS = sqrt(m(1)); %Amplitude de uma onda senoidal equivalente
Gamma = E_0/E_P;
lambda = sqrt(1 - (Gamma^2));
D_NB = (E_0*T/A)*(sqrt(2*m(1))^k)*gamma(1 + 0.5*k); %Dano em fadiga para 1s
V_NB = 1/D_NB %Cálculo da vida total

%Modelo de Dirlik
X_M = (m(2)/m(1))*sqrt((m(3)/m(4)));
D_1 = (2*(X_M - Gamma^2))/(1 + Gamma^2);
R = (Gamma - X_M - D_1^2)/(1 - Gamma - D_1 + D_1^2);
```

```

D_2 = (1 - Gamma - D_1 + D_1^2)/(1 - R);
D_3 = 1 - D_1 - D_2;
Q = (1.25*(Gamma - D_3 - D_2*R)/D_1);
Z = 1/(2*sqrt(m(1))); %Normalização da tensão

%Coeficientes da PSD
%A função será da forma: PSD(S) = A1*exp(B1*S) + A2*exp(B2*S^2) + A3*exp(B3*S^2)

A1 = D_1/(2*sqrt(m(1))*Q);
B1 = -Z/Q;
A2 = (D_2*Z)/(2*sqrt(m(1))*R^2);
B2 = -(Z^2)/(2*R^2);
A3 = (D_3*Z)/(2*sqrt(m(1)));
B3 = -(Z^2)/2;

for i =1:1001
    S_D(i) = (i-1); %Tensão
    p(i) = A1*exp(B1*S_D(i)) + A2*S_D(i)*exp(B2*(S_D(i)^2)) +
A3*S_D(i)*exp(B3*(S_D(i)^2));
end

plot(S_D,p);
xlabel('S [Mpa]');
ylabel('PDF');
title('PDF do modelo de Dirlik');

%fun = @(S_D) (S_D.^k).*((D_1/(2*sqrt(m(1))*Q)).*exp(-(S_D./(2*sqrt(m(1))*Q))) +
((D_2*Z)/(2*sqrt(m(1))*R^2)).*exp(-((Z^2).*S_D.^2)./(2*R^2)) +
(D_3*Z)/(2*sqrt(m(1))).*exp((-Z^2).*S_D.^2)./.2));
fun = @(S) (S.^k).* (A1.*exp(B1.*S) + A2.*S.*exp(B2.*S.^2)) +
A3.*S.*exp(B3.*S.^2));
q = integral(fun, 0, 460);
D_DK = (((E_P*T)/A)*q);
D_DC = ((E_P*T*(m(1)^(k/2)))/A)*(D_1*(Q^k)*gamma(1 + k) + ((sqrt(2))^k)*gamma(1 +
0.5*k)*(D_2*(abs(R)^k) + D_3));
D_STE = (E_0*T/A)*((0.683*(2*sqrt(m(1)))^k) + (0.271*(4*sqrt(m(1)))^k) +
(0.0436*(6*sqrt(m(1)))^k));
V_DK = 1/D_DK
V_DC = 1/D_DC
V_STE = 1/D_STE

```

APÊNDICE B – CÓDIGO EM MATLAB PARA O CASO II

```
%-----
%Rotina de estimativa de viga em fadiga
%Autor: Luís Felipe G. Molina
%-----
clear all
close all
clc
format long
%-----
%Inputs
%-----
b = -0.09; %Propriedade do Material
A = 1.0e29; %Propriedade do Material
D_T = 0; %Dano acumulado em 1s
T = 1; % Tempo
k = -1/b;
%-----
%Cálculo no domínio do tempo
%-----
% S = zeros(length(PSDout),1); %Tensão
% N = zeros(length(PSDout),1); %Número de ciclos para 1s
% m = zeros(4,1); % Momentos
% for i = 1:length(PSDout)
%     S(i) = sqrt(2)*sqrt(f(i)*PSDout(i)); %Mpa
%     N(i) = A*(S(i)^(-k));
%     D_T = D_T + (n(i)/N(i));
% end
% V_T = 1/D_T; %Vida em fadiga [s]
%-----
%Cálculo no domínio da frequência
%-----
%Banda Estreita - Processo gaussiano estacionário de banda estreita com
%tensão média igual a zero

%Determinação dos momentos
f_0 = @(f) (f.^0).*144000.*((1/(5*sqrt(2*pi))).*exp((-0.5.*((f - 200).^2/25)));
f_1 = @(f) (f.^1).*144000.*((1/(5*sqrt(2*pi))).*exp((-0.5.*((f - 200).^2/25)));
f_2 = @(f) (f.^2).*144000.*((1/(5*sqrt(2*pi))).*exp((-0.5.*((f - 200).^2/25)));
f_4 = @(f) (f.^4).*144000.*((1/(5*sqrt(2*pi))).*exp((-0.5.*((f - 200).^2/25)));

m(1) = integral(f_0, 0, inf);
m(2) = integral(f_1, 0, inf);
m(3) = integral(f_2, 0, inf);
m(4) = integral(f_4, 0, inf);

E_0 = sqrt(m(3))/sqrt(m(1));
E_P = sqrt(m(4))/sqrt(m(3));
S_RMS = sqrt(m(1)); %Amplitude de uma onda senoidal equivalente
Gamma = E_0/E_P;
lambda = sqrt(1 - (Gamma^2));
D_NB = (E_0*T/A)*(sqrt(2*m(1))^k)*gamma(1 + 0.5*k); %Dano em fadiga para 1s
V_NB = 1/D_NB %Cálculo da vida total

%Modelo de Dirlik
X_M = (m(2)/m(1))*sqrt((m(3)/m(4)));
D_1 = (2*(X_M - Gamma^2))/(1 + Gamma^2);
R = (Gamma - X_M - D_1^2)/(1 - Gamma - D_1 + D_1^2);
```

```

D_2 = (1 - Gamma - D_1 + D_1^2)/(1 - R);
D_3 = 1 - D_1 - D_2;
Q = (1.25*(Gamma - D_3 - D_2*R)/D_1);
Z = 1/(2*sqrt(m(1))); %Normalização da tensão

%Coeficientes da PSD
%A função será da forma: PSD(S) = A1*exp(B1*S) + A2*exp(B2*S^2) + A3*exp(B3*S^2)

A1 = D_1/(2*sqrt(m(1))*Q);
B1 = -Z/Q;
A2 = (D_2*Z)/(2*sqrt(m(1))*R^2);
B2 = -(Z^2)/(2*R^2);
A3 = (D_3*Z)/(2*sqrt(m(1)));
B3 = -(Z^2)/2;

for i =1:1001
    S_D(i) = (i-1); %Tensão
    p(i) = A1*exp(B1*S_D(i)) + A2*S_D(i)*exp(B2*(S_D(i)^2)) +
A3*S_D(i)*exp(B3*(S_D(i)^2));
end

plot(S_D,p);
xlabel('S [Mpa]');
ylabel('PDF');
title('PDF do modelo de Dirlik');

%fun = @(S_D) (S_D.^k).*((D_1/(2*sqrt(m(1))*Q))*exp(-(S_D./(2*sqrt(m(1))*Q))) +
((D_2*Z)/(2*sqrt(m(1))*R^2))*exp(-((Z^2).*S_D.^2)./(2*R^2)) +
(D_3*Z)/(2*sqrt(m(1)))*exp((-Z^2).*S_D.^2)/.2));
% fun = @(S) (S.^k).* (A1*exp(B1.*S) + A2.*S.*exp(B2.* (S.^2)) +
A3.*S.*exp(B3.* (S.^2)));
fun = @(S) (S.^k).* (A1*exp(B1.*S) + A2*exp(B2.* (S.^2)) + A3*exp(B3.* (S.^2)));
q = integral(fun, 0, 300);
D_DK = (((E_P*T)/A)*q);
D_DC = ((E_P*T*(m(1)^(k/2)))/A)*(D_1*(Q^k)*gamma(1 + k) + ((sqrt(2))^k)*gamma(1 +
0.5*k)*(D_2*(abs(R)^k) + D_3));
D_STE = (E_0*T/A)*((0.683*(2*sqrt(m(1)))^k) + (0.271*(4*sqrt(m(1)))^k) +
(0.0436*(6*sqrt(m(1)))^k));
V_DK = 1/D_DK
V_DC = 1/D_DC
V_STE = 1/D_STE

```