

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**APLICAÇÃO DE MODELO MATEMÁTICO PARA  
FLUXO DE ÁGUA SUBTERRÂNEA**

Tatiana Luiz dos Santos Tavares

Orientador: Prof. Dr. Uriel Duarte

Co-orientador: Mário de Brito Marcelino

MONOGRAFIA DE TRABALHO DE FORMATURA  
(TF-37/2002)

SÃO PAULO  
2002

TF  
T231  
TLS.a



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

APLICAÇÃO DE MODELO MATEMÁTICO PARA  
FLUXO DE ÁGUA SUBTERRÂNEA

Tatiana Luiz dos Santos Tavares

Orientador: Prof. Dr. Uriel Duarte

Co-Orientador: Mário de Brito Marcelino



DEDALUS - Acervo - IGC



30900011658

MONOGRAFIA DE TRABALHO DE FORMATURA  
(TF-2002/37)

SÃO PAULO  
2002

TF  
T231  
TLS. a

APLICAÇÃO DE MODELO MATEMÁTICO PARA  
FLUXO DE ÁGUA SUBTERRÂNEA

Trabalho de Conclusão de Curso

Disciplina: Física de Fluidos

Curso: Engenharia de Minas



DOAÇÃO	IGC - USP
Data:	20/03/03

SÃO PAULO  
2003



## AGRADECIMENTOS

Essa seção é muito válida para gratificar todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desse trabalho.

Gostaria de registrar meus agradecimentos especiais:

- ao Professor Dr. Uriel Duarte, pela sua orientação;
- ao Mário Marcelino, pela sua co-orientação, sugestões e apoio;
- à empresa A&SA – Assessoria e Serviços Ambientais, pelo fundamental apoio e disponibilização do aplicativo matemático utilizado neste estudo;
- à Lídia A. Senf Fernandez e Sérgio Ogihara, pelo apoio, incentivo e sugestões;
- ao Laboratório de Física do Solo e Irrigação do IPT e seus componentes Samuel, Reginaldo e Vera, pela possibilidade de realização dos ensaios de laboratório;
- ao Laboratório de Preparação de Amostras do GSA, em nome do técnico responsável Silvio Luiz;
- ao meu nenengos Claudionor, pela compreensão, incentivo, sugestões e apoio incondicional;
- aos meus amigos e familiares que sempre me incentivaram, apoiaram e me agüentaram nas situações mais difíceis;
- ao geólogo Itamar (*Lafon*) e colega de trabalho, pelo apoio e paciência durante a fase de modelagem matemática final;
- a todos os professores que colaboraram para a consolidação do meu conhecimento geológico;
- aos colegas de curso e de estágios pelas discussões e baladas geológicas.



## RESUMO

O assunto tratado nesse trabalho refere-se a uma ferramenta que vem sendo muito utilizada para o planejamento e gestão dos recursos hídricos subterrâneos e para a proteção e remediação de águas subterrâneas contaminadas, denominada de modelagem matemática hidrogeológica.

O presente trabalho visou a confecção de um modelo matemático de fluxo tridimensional, a partir de um modelo físico constituído por uma caixa de areia, construída para simular fluxos subterrâneos. O aplicativo utilizado para a modelagem matemática foi o *Visual MODFLOW*®, versão 2.8.

A construção do modelo físico (caixa de areia) baseou-se em um modelo numérico preliminar, visando a construção de um modelo físico viável. Após sua construção e posterior funcionamento, o modelo físico foi simulado em novo modelo matemático, obtendo-se como resultado o mapa potenciométrico da caixa simulada, com suas respectivas linhas de fluxo.

Após sua simulação, o modelo matemático foi calibrado, utilizando-se as cargas hidráulicas medidas em poços de monitoramento instalados na caixa de areia.

Todas as etapas realizadas nesse trabalho, contribuíram para a consolidação dos conhecimentos hidrogeológicos da autora e seu aprimoramento nas técnicas de modelação matemática.



## **ABSTRACT**

The subject of this work refer to a tool denominated mathematical groundwater modeling, that became useful for groundwater resource's planning and management, also to protection and remediation contaminated groundwater.

The main propose of the present work is to make a three-dimensional mathematical flow model, from a physical model formed by a sand's box, that simulate groundwater flow. The software used to mathematical modeling was the Visual MODFLOW®, 2.8 version.

The construction of physical model (sand's box), was based in a preliminary numerical model, aiming a viable result. After its construction and subsequent working, the physical model was simulated in a new mathematical model, getting as a result, the potentiometric surface map of the simulated box, with your respective flow lines.

After the simulation, the final mathematical model was calibrated, using the hydraulic head, measured in a monitoring wells installed in the sand box.

All the stages achieved on this work, deeply contributed to consolidate author's hydrogeologicals knowledge, and your improvement in the technical of mathematical modeling.



# ÍNDICE

AGRADECIMENTOS .....	1
RESUMO.....	1
ABSTRACT.....	1
ÍNDICE .....	1
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. METAS E OBJETIVOS .....	2
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	2
3.1. CONCEITOS BÁSICOS EM HIDROGEOLOGIA.....	2
<u>3.1.1. Propriedades Físicas dos Aquíferos (Parâmetros Hidráulicos).....</u>	<u>2</u>
3.1.1.1. Porosidade Total ( $\eta$ ) .....	2
3.1.1.2. Porosidade Efetiva ( $\eta_e$ ) .....	4
3.1.1.3. Coeficiente de Armazenamento ( $S_y$ ) .....	6
3.1.1.4. Condutividade Hidráulica (K) .....	8
<u>3.1.2. Escala de Observação e Continuidade das Grandezas Físicas.....</u>	<u>11</u>
3.2. APLICAÇÃO DE MODELOS EM HIDROGEOLOGIA .....	11
<u>3.2.1. Modelagem Matemática .....</u>	<u>14</u>
3.2.1.1. Conceitos Básicos .....	14
3.2.1.2. Condições Iniciais.....	17
3.2.1.3. Condições de Contorno.....	18
<u>3.2.2. Procedimentos da Modelação Matemática.....</u>	<u>20</u>
3.2.2.1. Modelo Conceitual .....	20
3.2.2.2. Escolha do Modelo Matemático .....	21
3.2.2.3. Construção do Modelo Matemático .....	22
- Área de interesse .....	22
- Malha do modelo.....	22
- Condições de contorno .....	23
- Poços de bombeamento/injeção .....	28
- Condição inicial .....	29
- Solução Numérica.....	29
3.2.2.4. Calibração.....	30
3.2.2.5. Validação .....	32
3.2.2.6. Análise de Sensibilidade .....	32
4. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO.....	32
4.1. MODELO CONCEITUAL PRELIMINAR .....	33
4.2. CONFECÇÃO DO MODELO NUMÉRICO PRELIMINAR.....	33
<u>4.2.1. Entrada de Dados no Modelo Matemático Preliminar.....</u>	<u>34</u>



4.2.1.1.	Malha ou Grid .....	34
4.2.1.2.	Unidades Hidrogeológicas .....	35
4.2.1.3.	Condições de Contorno.....	36
-	Carga Constante .....	36
4.3.	CONSTRUÇÃO DO MODELO FÍSICO (CAIXA DE AREIA) E MODELO CONCEITUAL FINAL	37
4.3.1.	<u>Materiais de Preenchimento da Caixa .....</u>	<u>37</u>
4.3.2.	<u>Preenchimento da Caixa.....</u>	<u>38</u>
4.3.3.	<u>Funcionamento da Caixa .....</u>	<u>39</u>
4.4.	CONFEÇÃO DO MODELO NUMÉRICO FINAL .....	40
4.4.1.	<u>Modelo Conceitual Final .....</u>	<u>40</u>
4.4.2.	<u>Entrada de Dados no Modelo Matemático Final.....</u>	<u>41</u>
4.4.2.1.	Malha ou Grid .....	41
4.4.2.2.	Unidades Hidrogeológicas .....	41
-	Ensaio de Laboratório .....	43
-	Cálculo das unidades equivalentes à tensão de ensaio (IPT, 1999).....	44
4.4.2.3.	Condições de Contorno.....	44
-	Carga Constante .....	44
-	Célula RIO .....	45
4.4.3.	<u>Calibração do Modelo Matemático Final.....</u>	<u>46</u>
4.4.4.	<u>Validação .....</u>	<u>48</u>
4.4.5.	<u>Análise de Sensibilidade .....</u>	<u>49</u>
5.	RESULTADOS OBTIDOS.....	49
6.	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	49
6.1.	MODELO FÍSICO .....	49
6.1.1.	<u>Construção do Modelo Físico .....</u>	<u>50</u>
6.2.	MODELO MATEMÁTICO .....	50
6.2.1.	<u>Entrada de Dados.....</u>	<u>50</u>
6.2.1.1.	Malha/Grid .....	50
6.2.1.2.	Unidades Hidrogeológicas .....	51
6.2.1.3.	Condições de Contorno.....	51
6.2.1.4.	Calibração.....	52
7.	CONCLUSÕES .....	52
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	52
9.	ANEXOS .....	1
9.1.	ANEXO 1: ARQUIVO FOTOGRÁFICO.....	1
9.2.	ANEXO II: TABELAS DOS ENSAIOS DE LABORATÓRIO .....	1



## 1. INTRODUÇÃO

Tendo em vista a crescente utilização dos recursos hídricos subterrâneos e sua exploração descontrolada, assim como o reconhecimento de que as águas subterrâneas constituem uma reserva estratégica e vital para o abastecimento público e privado, há uma crescente preocupação com a proteção dos aquíferos.

Diversos são os fatores que afetam a água subterrânea tanto em sua quantidade, quanto em sua qualidade, tais como a superexploração devido à falta de planejamento e gestão dos recursos hídricos; a exploração errônea de aquíferos costeiros, causando sua conseqüente poluição por intrusões salinas; a poluição direta dos aquíferos através da má disposição de resíduos e de efluentes; entre outros fatores relacionados à falta de consciência de que uma vez poluído um aquífero, sua recuperação, quando não inviável, é difícil e muito onerosa.

Atualmente existem várias formas de evitar ou mesmo remediar tais situações, utilizando-se o conhecimento dos fenômenos de fluxo subterrâneo e suas interações com as águas superficiais, bem como do comportamento de contaminantes em subsuperfície. A compreensão de ambos os aspectos em um determinado local, depende da experiência do profissional, da determinação de vários parâmetros físico-químicos que regem o fluxo da água subterrânea e o transporte de contaminantes, e da respectiva visualização tridimensional e temporal entre os dois componentes.

A modelagem matemática vem sendo muito utilizada por hidrogeólogos em todo o mundo, como uma ferramenta poderosa para organizar os diversos dados que envolvem a compreensão de um contexto hidrogeológico, representando a realidade natural de forma simplista e possibilitando a análise, em curto espaço de tempo, da ampla quantidade de informações obtidas em campo. Outra grande utilidade da modelagem matemática hidrogeológica, senão a principal, é a confecção de prognósticos do comportamento da água subterrânea perante ações antrópicas, tais como bombeamentos para abastecimento e rebaixamentos do lençol freático em obras civis ou minerações, imprescindíveis para a otimização do planejamento e gestão de tais recursos, como também para a avaliação de possíveis ações de remediação em áreas contaminadas.

Tendo em vista o supracitado e a crescente utilização de modelos matemáticos para ajudar a solucionar diversos problemas relacionados à gestão e utilização de recursos hídricos subterrâneos, o conhecimento específico em modelagens faz-se necessário para a autora dessa monografia, vislumbrando a crescente demanda na área de hidrogeologia,

A construção de uma caixa de areia (modelo físico), na primeira etapa desse trabalho, tem grande efeito para a visualização e melhor compreensão do comportamento da água subterrânea, assim como sua posterior simulação em modelo numérico tridimensional de fluxo.



## **2. METAS E OBJETIVOS**

O objetivo do presente trabalho é a elaboração de um modelo físico experimental em uma caixa de areia e sua simulação em modelo numérico de fluxo tridimensional, proporcionando a familiarização da autora do projeto com a modelagem numérica hidrogeológica para futura aplicação em um problema real.

## **3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **3.1. CONCEITOS BÁSICOS EM HIDROGEOLOGIA**

Para a elaboração de um modelo hidrogeológico conceitual consistente, é preciso compreender como a água subterrânea se comporta dentro de um aquífero. Esse comportamento depende diretamente das propriedades físicas do mesmo, dadas por uma série de parâmetros hidráulicos que serão discutidos a seguir.

#### **3.1.1. Propriedades Físicas dos Aquíferos (Parâmetros Hidráulicos)**

Os meios rochosos ou terrosos contêm descontinuidades em quase todo seu interior, com forma, dimensões e frequência de ocorrência muito variáveis. Tais descontinuidades recebem a denominação de vazios ou poros. Esses vazios possuem duas importantes propriedades para a água subterrânea, uma é a de armazenamento e a outra é de condutividade, propriedade esta que depende da interconexão entre esses espaços vazios.

##### **3.1.1.1. Porosidade Total ( $\eta$ )**

Existem diversos tipos de meios porosos, considerando a dimensão, forma e distribuição dos vazios, bem como, o teor de água retida. Esses meios podem ser classificados em (FRANCISS, 1980):

- Meios porosos impermeáveis: são os que contêm porosidade interrompida, por exemplo os basaltos vesiculares não fraturados;
- Meios com porosidade intersticial praticamente impermeáveis: têm percentual elevado de água retida, por exemplo as argilas litorâneas;
- Meios com porosidade intersticial permeáveis: têm percentual reduzido de água retida não capilar e podem ser subdivididos em: capilar – com dimensão de vazios de  $10^{-4}$  a  $10^{-2}$  mm, por exemplo os siltes eólicos; normal – com dimensões de vazios de  $10^{-2}$  a  $10^2$  mm, como por exemplo os cascalhos fluviais;
- Meios com porosidade de fraturas permeáveis: possuem fraturas interseccionadas, por exemplo os quartzitos fraturados;



- Meios com porosidade de canais permeáveis: possuem canais e canalículos anastomosados, por exemplo os calcários cársticos.

Nesse estudo levaremos em consideração os meios com porosidade intersticial praticamente impermeáveis e permeáveis.

Essa propriedade de armazenamento é expressa pela relação percentual do volume de espaços vazios em uma unidade de volume do material ( $V_v$ ) pela unidade de volume ( $V_t$ ) do material (espaços vazios + sólidos), indicando quanta água subterrânea pode ser armazenada em um dado volume de material.

$$\eta = 100 (V_v/V_t)$$

A porosidade total também pode ser determinada através da densidade do material da amostra e da densidade das partículas que compõe esse material:

$$\eta = 100 [1 - (\rho_b/\rho_d)]$$

onde:

$\eta$  = porosidade total [%];

$\rho_b$  = densidade do material da amostra [ $M/L^3$ ];

$\rho_d$  = densidade das partículas do material [ $M/L^3$ ]

A porosidade total obtida à partir da densidade do material e da densidade de partícula tem um valor maior do que aquela calculada pela razão entre o volume de vazios e o volume total da amostra, pois a primeira leva em consideração a microporosidade não interconectada.

Os valores de porosidade total em sedimentos variam conforme sua composição e estão diretamente relacionados com o tamanho dos grãos. Na **figura 3.1**, pode-se observar a classificação de sedimentos baseada no tamanho (diâmetro) dos grãos individuais, adotada neste trabalho.

A porosidade total para cascalhos e areias variam entre 25 - 60%, enquanto para siltes e argilas variam entre 40 - 70% (REBOUÇAS, 1994). Segundo CABRAL & ALVES (1997), as argilas têm porosidade total em torno de 30 a 45% e uma mistura de areia com cascalho apresenta valores médios entre 20 a 35%. Na **tabela 3.1**, apresentam-se intervalos de porosidade total de alguns sedimentos.

É válido lembrar que materiais bem selecionados têm maior porosidade total que materiais mal selecionados, cujos grãos menores preenchem os vazios entre grãos maiores.



Limiting particle diameter (mm)	( $\phi$ units)	Size	Class	
2048	-11	V. Large	Boulders	1 m
1024	-10	Large		
512	-9	Medium		
256	-8	Small		
128	-7	Large	Cobbles	10 <sup>-1</sup>
64	-6	Small		
32	-5	V. Coarse	Pebbles	10 <sup>-2</sup>
16	-4	Coarse		
8	-3	Medium		
4	-2	Fine		
2	-1	V. Fine	Sand	10 <sup>-3</sup>
1	0 (Microns $\mu$ )	V. Coarse		
1/2	+1	Coarse		
1/4	+2	Medium		
1/8	+3	Fine		10 <sup>-4</sup>
1/16	+4	V. Fine		
1/32	+5	V. Coarse		
1/64	+6	Coarse		
1/128	+7	Medium	Silt	10 <sup>-5</sup>
1/256	+8	Fine		
1/512	+9	V. Fine		
			Clay	

**Figura 3.1:** Padrão de tamanhos das partículas de sedimento. *Fonte:* FETTER, 1994.

**Tabela 3.1 - Porosidade total de sedimentos.**

Material	Porosidade Total (%)
Areia ou cascalho muito bem selecionados	25-50
Areia misturada com cascalho	20-35
Silte	35-50
Argila	33-60

*Fonte:* FETTER, 1994.

### 3.1.1.2. Porosidade Efetiva ( $\eta_e$ )

Enquanto a porosidade total representa o volume de água que um aquífero pode reter, ela não indica a quantidade de água que o aquífero pode fornecer. Quando a água é escoada pela força da gravidade, este material libera somente parte do volume total armazenado em seus poros.

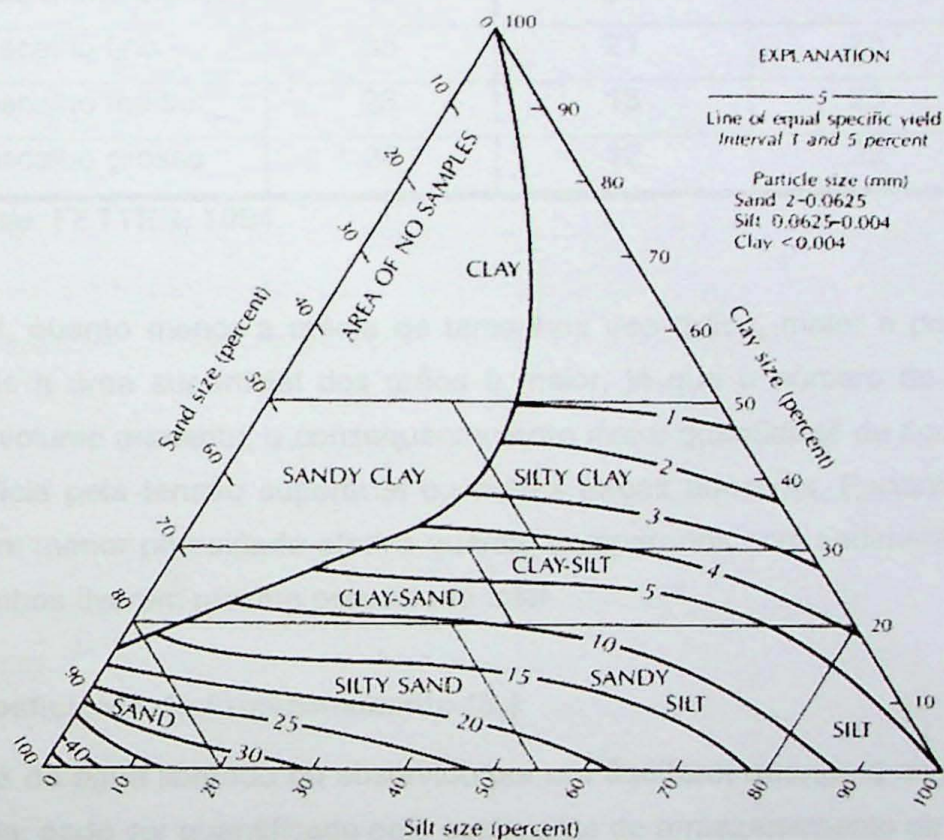
A porosidade efetiva ( $\eta_e$ ), considerada igual à vazão específica ( $S_y$ ) para materiais arenosos e conglomeráticos, ou seja, aqueles que não possuem quantidade apreciável de água imóvel (CLEARY, 1989), demonstra a razão entre o volume de água efetivamente



drenado por gravidade de uma amostra saturada de um aquífero não confinado e o volume total da amostra (CABRAL & ALVES, 1997).

$$\eta_e = 100(V_D / V_t)$$

As argilas, apesar de apresentarem grande porosidade total (em torno de 35 a 45%), têm porosidade efetiva em torno de 3%. Já sedimentos areno-conglomeráticos que têm porosidades totais menores (entre 20-35%), apresentam porosidade efetiva com valores médios em torno de 29% (CABRAL & ALVES, 1997). Na **figura 3.2**, observa-se um gráfico que mostra a relação entre tamanho de partícula e porosidade efetiva (vazão específica), assim como a **tabela 3.2** apresenta valores de porosidade efetiva para alguns sedimentos.



**Figura 3.2:** Triângulo de classificação para materiais inconsolidados, mostrando a relação entre tamanho de partícula e vazão específica. Fonte: FETTER, 1994.

A quantidade de água retida por unidade de volume da amostra é denominada de retenção específica ( $R_e$ ), também conhecida como capacidade de campo (CABRAL & ALVES, 1997). A soma da porosidade efetiva e da retenção específica é igual à porosidade total. A retenção específica é baixa para materiais com poros altamente interconectados, tais como areia, cascalho e calcário (tipicamente menor que 4%) e alta para materiais com baixo grau de poros interconectados, tais como as argilas (mais de 40%) (CLEARY, 1989).



**Tabela 3.2 - Vazão Específica ou Porosidade Efetiva de sedimentos.**

Material	Porosidade Efetiva (Vazão Específica)		
	MÁX. (%)	MÍN. (%)	MÉDIA (%)
Argila	5	0	2
Argila Arenosa	12	3	7
Silte	19	3	18
Areia fina	28	10	21
Areia média	32	15	26
Areia grossa	35	20	27
Areia muito grossa	35	20	25
Cascalho fino	35	21	25
Cascalho médio	26	13	23
Cascalho grosso	26	12	22

*Fonte: FETTER, 1994.*

Em geral, quanto menor a média de tamanhos dos grãos, maior a porcentagem de retenção, pois a área superficial dos grãos é maior, já que o número de grãos em um determinado volume aumenta, e conseqüentemente maior quantidade de água ficará retida nessa superfície pela tensão superficial ou outras forças adesivas. Portanto, sedimentos mais finos têm menor porosidade efetiva quando comparados com sedimentos grosseiros, mesmo se ambos tiverem mesma porosidade total.

#### **3.1.1.3. Coeficiente de Armazenamento ( $S_y$ )**

O volume de água liberado ou absorvido por um aquífero, quando a carga é diminuída ou aumentada, pode ser quantificado pelo coeficiente de armazenamento de um aquífero.

Nos aquíferos freáticos o coeficiente de armazenamento é chamado de vazão específica ( $S_y$ ). Nos aquíferos confinados, usa-se o coeficiente de armazenamento específico ( $S_s$ ), quando a carga varia em três dimensões. Nesses aquíferos, quando a abordagem hidráulica bidimensional é válida, usa-se o coeficiente de armazenamento ( $S$ ) (CLEARY, 1989).

O coeficiente de armazenamento específico ( $S_s$ ) é definido como o volume de água liberado ou acondicionado por um volume unitário do aquífero, por descida ou subida unitária de carga hidráulica média do volume unitário citado. As argilas plásticas possuem um valor médio de 0,01/m (CLEARY, 1989).



Como o mecanismo de liberação da água nos aquíferos confinados é bem diferente do mecanismo em aquíferos livres, esse parâmetro passa a ser dependente da compressibilidade do meio poroso ( $\alpha$ ) e da compressibilidade da água ( $\beta$ ) nos aquíferos confinados (CABRAL & ALVES, 1997).

$$S_s = \rho g (\alpha + \eta \beta), [L^{-1}]$$

onde:

$\rho$  = massa específica do fluido

$g$  = aceleração da gravidade

$\alpha$  = compressibilidade do meio poroso

$\beta$  = compressibilidade da água

$\eta$  = porosidade total

O coeficiente de armazenamento específico é principalmente usado em análises de aquíferos confinados de estado não estacionário e seu valor normalmente é muito pequeno (CLEARY, 1989).

O coeficiente de armazenamento ( $S$ ) é definido como sendo o volume de água que um aquífero libera ou armazena, por unidade de área superficial do aquífero, por unidade de variação no componente da carga normal à superfície (TODD, 1980):

$$S = \frac{\text{Volume de água liberada/Armazenada}}{(\text{Área Superficial}) \times (\text{Diferença em carga})}$$

Esse coeficiente é uma quantidade adimensional relacionada ao coeficiente de armazenamento específico através da espessura saturada ( $b$ ):  $S = S_s \times b$ . É usado principalmente nas análises bidimensionais de aquíferos de fluxo horizontal, em que as variações verticais de carga são desprezíveis. Não apresenta aplicação em análises tridimensionais ou problemas bidimensionais em seção transversal vertical (CLEARY, 1989).

A vazão específica ( $S_y$ ) é definida como a razão do volume de água que um material fornecerá sob influência da gravidade sobre seu próprio volume. Ao contrário dos coeficientes de armazenamento para aquíferos confinados (em que o aquífero permanece saturado), a vazão específica quantifica a drenagem dos poros para se obter a água. É utilizada principalmente nas análises de aquíferos freáticos e varia entre 0,2 a 0,35 para areias e cascalho (CLEARY, 1989).

O coeficiente de armazenamento para um aquífero freático ( $S_w$ ) é normalmente considerado equivalente à vazão específica, já que o coeficiente de armazenamento específico ( $S_s$ ) é muito pequeno para aquíferos não confinados (CLEARY, 1989).



$$S_w = S_y + H_o S_s,$$

onde  $H_o$  é a espessura saturada do aquífero freático, acima da base do aquífero.

Para unidades de granulometria fina, a vazão específica pode ser muito pequena, aproximando-se da mesma ordem de magnitude de  $H_o S_s$ . O coeficiente de armazenamento para aquíferos não confinados encontra valores entre 0.02 a 0.30 (FETTER, 1994).

#### 3.1.1.4. Condutividade Hidráulica (K)

Até então foram citadas importantes propriedades de armazenamento, a condutividade hidráulica, a vazão e o gradiente hidráulico são grandezas físicas que influenciam no escoamento da água em meios permeáveis.

A constante de proporcionalidade denominada originariamente de *coeficiente de permeabilidade*, reflete o grau de facilidade oferecido pelo meio permeável ao escoamento de água através de seus vazios (FRANCISS, 1980). Esse coeficiente é dependente das características do meio poroso, como porosidade, tamanho e distribuição das partículas, forma e arranjo das partículas, bem como as propriedades do fluido escoado (viscosidade e massa específica).

$$K = k\rho g / \mu,$$

onde:

$K$  = condutividade hidráulica  $[L/T]$ ;

$k$  = permeabilidade intrínseca do meio poroso  $[L^2]$ ;

$\rho$  e  $\mu$  = características do fluido, respectivamente massa específica e viscosidade absoluta, ou viscosidade cinemática  $\nu = \mu/\rho$   $[L^2/T]$ ;

$g$  = aceleração da gravidade.

Sendo a condutividade hidráulica dependente da viscosidade e da densidade do fluido, propriedades estas funções da temperatura do fluido, conseqüentemente varia com a temperatura. Na maioria dos estudos a água é o fluido de interesse e os valores de condutividade hidráulica são geralmente tabulados para água pura a temperaturas na faixa de 15,6° a 20°C, sendo 15,6°C a temperatura padrão. Em temperaturas maiores ou menores, a viscosidade pode ser apreciavelmente diferente. Felizmente, a água subterrânea varia tipicamente 1 ou 2°C em torno de sua temperatura média (CLEARY, 1989).

A permeabilidade intrínseca ( $k$ ) do material representa as características do meio poroso, sendo função basicamente do tamanho das aberturas pelas quais o fluido se desloca. Quanto maiores os diâmetros médios dos poros ( $d$ ), menor a resistência ao fluxo. A área do poro é função também da forma da abertura e a constante  $C$  é utilizada para



descrever o efeito total da forma dos espaços vazios. Assim, a permeabilidade intrínseca do material é dada por (FETTER, 1994):

$$k = Cd^2$$

onde:

$k$  = permeabilidade intrínseca do material [ $L^2$ ];

$C$  = *shape factor* [adimensional];

$d$  = diâmetros médios dos poros [ $L$ ]

Através da teoria exposta até então, observa-se que:

- quando o tamanho médio do grão aumenta, a permeabilidade também aumenta, devido à maior abertura dos poros;
- a permeabilidade decresce quando o material é mal selecionado, ou seja, possui grãos de diversos diâmetros, pois o material mais fino pode preencher os poros entre os grãos maiores;
- materiais grosseiros mostram um maior decréscimo na permeabilidade quando é mal selecionado, em comparação com materiais finos.

A condutividade hidráulica pode ser determinada pelo experimento de Darcy, onde a vazão ( $Q$ ) que atravessa um meio poroso é diretamente proporcional à diferença de altura da água entre o início e o fim do tubo (cargas hidráulicas entre A e B,  $h_a - h_b$ ), proporcional à seção ( $A$ ) atravessada pelo fluxo e inversamente proporcional ao comprimento do percurso do fluxo no tubo ( $L$ ) (figura 3.3). A unidade mais usual de  $K$  no meio técnico é cm/s e no SI é m/dia (REBOUÇAS, 1994).

$$Q = KA \times (h_a - h_b) / L$$

onde:

$Q$  = vazão constante que passa pelo cilindro [ $L^3T^{-1}$ ]

$K$  = coeficiente de proporcionalidade, denominado de condutividade hidráulica [ $L/T$ ]

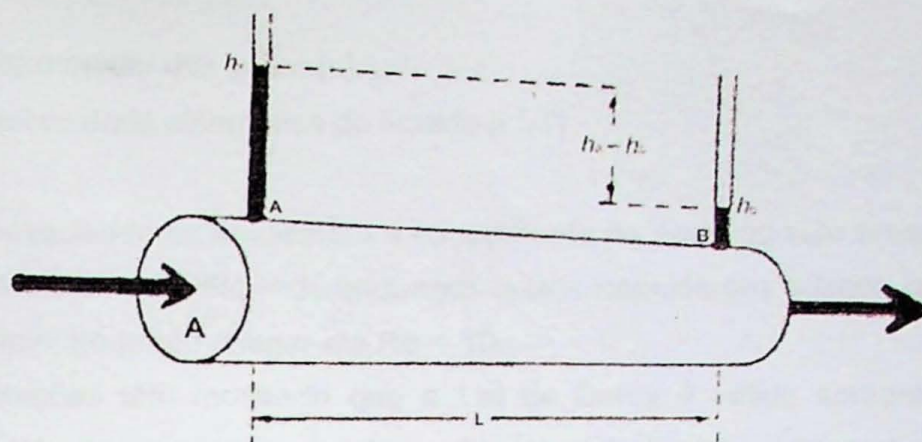
$A$  = área da seção transversal do cilindro [ $L^2$ ]

$h_a$  = carga hidráulica no piezômetro A [ $L$ ]

$h_b$  = carga hidráulica no piezômetro B [ $L$ ]

$L$  = distância entre A e B [ $L$ ]





**Figura 3.3:** Esquema da experiência de Darcy. Modificado de FETTER (1994).

A **tabela 3.3** apresenta valores de permeabilidade e condutividade hidráulica (coeficiente de permeabilidade) de alguns sedimentos.

**Tabela 3.3 - Permeabilidade e condutividade hidráulica de sedimentos.**

Sedimento	Permeabilidade Intrínseca (darcys*)	Condutividade Hidráulica (cm/s)
Argila	$10^{-6} - 10^{-3}$	$10^{-9} - 10^{-6}$
Silte, silte arenoso, areias argilosas	$10^{-3} - 10^{-1}$	$10^{-6} - 10^{-4}$
Areia siltosa, areia fina	$10^{-2} - 1$	$10^{-5} - 10^{-3}$
Areias bem selecionadas	$1 - 10^2$	$10^{-3} - 10^{-1}$
Cascalhos bem selecionados	$10 - 10^3$	$10^{-2} - 1$

Fonte: FETTER, 1994. \*1 darcy =  $9.87 \times 10^{-9} \text{ cm}^2 \approx 10^{-8} \text{ cm}^2$

A Lei de Darcy é válida somente para escoamentos laminares. Neste tipo de escoamento as velocidades são relativamente pequenas e a água percola suavemente pelos poros do aquífero. O escoamento é dominado pelas forças viscosas do líquido e a perda de carga varia linearmente com a velocidade. Para velocidades maiores, o escoamento passa a ser dominado pelas forças de inércia, deixando de ser laminar e passando a turbulento. Ocorre a formação de turbilhonamento, as moléculas de água movem-se de maneira irregular, a perda de carga não varia mais linearmente com a velocidade e a lei de Darcy não pode mais ser aplicada (CABRAL & ALVES, 1997).

O número de Reynolds é um parâmetro adimensional, usado para determinar se o escoamento é laminar ou turbulento. Define-se para os meios porosos um número de Reynolds dado por (CABRAL & ALVES, 1997):

$$Re = qd_{50} / \nu$$

onde:

$q$  = velocidade de Darcy ou velocidade aparente do fluxo [L/T];



$d_{50}$  = diâmetro médio dos grãos [L];

$\nu = \mu/\rho$  = viscosidade cinemática do líquido [ $L^2/T$ ].

Diversos pesquisadores analisaram o escoamento da água no solo e verificaram que a Lei de Darcy é válida para  $Re < 1$ , enquanto outros consideram o limite de validade um pouco mais amplo, podendo chegar até  $Re < 10$ .

Experimentações têm mostrado que a Lei de Darcy é válida somente quando as condições são tais, que as forças resistivas da viscosidade predominam. Essas condições prevalecem quando o número de Reynolds é menor que 1 a 10 (FETTER, 1994).

Em geral as velocidades da água subterrânea são pequenas e o número de Reynolds fica abaixo do limite indicado. Existem algumas exceções como escoamentos em fraturas com grande abertura, caminhos preferenciais formados por dissolução em rochas carbonáticas e vizinhança dos filtros de poços com grande vazão (CABRAL & ALVES, 1997).

### **3.1.2. Escala de Observação e Continuidade das Grandezas Físicas**

As variações muito irregulares das dimensões, forma e distribuição dos vazios dos meios permeáveis não favorecem formulações teóricas da percolação em microescala (escala de observação atingindo no máximo, a dimensão média dos vazios). Para controlar tais dificuldades, os princípios físicos e matemáticos são aplicáveis em macroescala (escala de observação atingindo, no mínimo, 10 vezes a dimensão média dos vazios). As conseqüências da análise em macroescala são as seguintes (FRANCISS, 1980):

- as grandezas físicas consideradas constituem médias de seus valores em microescala (por exemplo, a velocidade de escoamento constitui um valor médio, no espaço e no tempo, das velocidades de cada partícula líquida);
- o meio permeável, descontínuo, é substituído por um meio fictício contínuo, cujas propriedades e grandezas físicas são descritas em termos de valores médios, sujeitos a uma variação contínua, no espaço e no tempo;
- os intervalos de tempo variam de alguns minutos a alguns dias em função da velocidade de variação das grandezas observadas.

## **3.2. APLICAÇÃO DE MODELOS EM HIDROGEOLOGIA**

O planejamento e a gestão dos recursos de água subterrânea, bem como a proteção e a descontaminação de aquíferos, dependem fundamentalmente de sua completa caracterização físico-geométrica e da quantificação dos fenômenos de fluxo e de transporte



de contaminantes. Essa quantificação pode ser feita à partir de medidas de campo e de modelagens matemáticas.

As medidas de campo são mais diretas e possuem uma margem de erro menor do que as modelagens, porém requerem mais tempo para a coleta de dados e consequentemente acarretam maiores custos, além de, em certos casos, não poderem ser efetuadas, caso seja necessária a avaliação e previsão de um projeto futuro (impacto de lixão, mineração, construção civil etc.).

Atualmente, a representação artificial dos sistemas aquíferos realizada por modelos matemáticos é feita utilizando-se equações de conservação de massa, simulando fluxo e transporte de contaminantes, baseadas nas propriedades físico-químicas medidas e inferidas no local em estudo. Esses modelos estão sendo amplamente utilizados, haja visto o grande desenvolvimento da informática e a facilidade com que podem ser utilizados, sendo desnecessários o conhecimento de programação e o domínio dos cálculos matemáticos envolvidos na modelagem para sua utilização. Entretanto, o conhecimento dos conceitos matemáticos e hidrogeológicos são de extrema importância.

A aplicação de modelos matemáticos objetiva representar o cenário hidrogeológico em questão, geralmente de maneira simplista, visando oferecer subsídios quantitativos em conjunto com os dados de campo e a experiência do profissional que o aplica para a tomada de decisões técnicas. Assim, os modelos possibilitam a análise de uma gama muito grande de informações em curto espaço de tempo, possibilitando a tomada de decisões com melhor embasamento técnico-científico, apesar de não representarem fielmente a complexidade da natureza.

São várias as aplicações de modelos matemáticos de água subterrânea, dentre eles, pode-se citar:

- Compreender e prever tridimensionalmente os fenômenos de fluxo e de transporte em sistemas de aquíferos heterogêneos, anisotrópicos e estratificados;
- Investigar alternativas de localização de poços para planejamento e otimização do abastecimento de água;
- Avaliar alternativas de contenção e remediação de águas subterrâneas contaminadas;
- Delimitar zonas de proteção e interferência entre poços sob condições geológicas de heterogeneidade e anisotropia;
- Prever o destino e o transporte de contaminantes dentro do aquífero;
- Otimizar sistemas de rebaixamento do lençol freático em construções civis e minerações;
- Otimizar o gerenciamento dos recursos de água subterrânea.



A modelagem matemática é considerada uma poderosa ferramenta para hidrogeólogos, porém não deve ser utilizada por si só, mas sim, em conjunto com todos os dados existentes e avaliada por profissional experiente. Além disso, para substantiar os prognósticos efetuados através de modelamentos matemáticos, melhor seria que fossem averiguados em campo, conforme sua predição.

## Tipos de Modelos

Os modelos podem ser classificados como físicos e matemáticos. Os modelos físicos já foram muito usados, mas tornaram-se ultrapassados à medida que os modelos numéricos se desenvolveram. No entanto, ainda existem muitas aplicações em laboratórios de pesquisa, para análise de fenômenos e processos que ainda não puderam ser descritos de uma forma matemática adequada. Simulações de fluxo podem ser plenamente visualizadas nesses modelos físicos, constituindo um ótimo material didático para cursos de hidrogeologia.

Como exemplos de modelos físicos, pode-se citar as importantes caixas de areia, onde o movimento da água subterrânea é visível devido aos traçadores injetados que realçam as trajetórias de fluxo; as placas paralelas de vidro ("Hele-Shaw"), entre as quais fluidos viscosos simulam o fluxo de água subterrânea; e também os modelos analógicos elétricos, que baseiam-se na analogia entre a Lei de Darcy para fluxo de água em meios porosos e a Lei de Ohm para fluxo elétrico (CLEARY, 1989).

## Tipos de Modelos Matemáticos

Os modelos matemáticos dividem-se em analíticos e numéricos, quanto à forma de resolução das equações que regem o fluxo de água subterrânea. A grande diferença entre eles é que o modelo numérico é mais flexível e mais poderoso, ou seja, pode resolver um problema com diversos dados e variáveis, em aquíferos anisotrópicos e heterogêneos, onde as equações são aproximadas numericamente, resultando em um valor estimativo aproximado. Já o modelo analítico é aplicável para casos simples, em aquíferos iso ou anisotrópicos, porém homogêneos, o que resulta na simplificação das equações, de modo que a solução é obtida por métodos analíticos em uma única resposta.

Em relação ao tempo, os modelos podem ser divididos em estacionários, nos quais as cargas hidráulicas não variam com o tempo e em transientes, nos quais as cargas hidráulicas variam com tempo. Um exemplo de aplicação de modelo transiente é o transporte de contaminantes, os quais sofrem atenuação do meio enquanto caminham.

Quanto à estrutura, os modelos determinísticos são aqueles que relacionam causa e efeito, geralmente envolvem os parâmetros físicos dos aquíferos (por exemplo,



condutividade hidráulica e coeficiente de armazenamento) e em suas previsões não existe elemento de incerteza, ou seja, todos os erros são normais e distribuídos independentemente com uma média zero. Em contrapartida, os modelos estocásticos consideram elementos de incerteza, envolvendo parâmetros estatísticos dificilmente reconhecidos como características físicas de um aquífero (por exemplo, variância de um parâmetro), dificultando sua utilização por requererem bases de dados extensas e completas (CLEARY, 1989).

### **3.2.1. Modelagem Matemática**

#### **3.2.1.1. Conceitos Básicos**

O aplicativo MODFLOW®, utilizado nesse trabalho, constitui-se em uma poderosa interface gráfica para modelagem tridimensional de fluxo subterrâneo, que possibilita trabalhar com propriedades heterogêneas, múltiplos bombeamentos de poços em condições de contorno definidas e tempo variado, propiciando uma visão no plano e em corte transversal (3D).

Este aplicativo baseia-se na derivação de uma equação diferencial parcial tridimensional, conhecida como equação fundamental de fluxo de água subterrânea, obtida através da aplicação do princípio de conservação de massa (Equação da Continuidade) e da Lei de Darcy a um volume representativo do aquífero (célula), em meio poroso saturado heterogêneo, anisotrópico e em estado transiente (CLEARY, 1989 e 1991, ANDERSON & WOESSNER, 1992).

A equação admite um paralelismo entre as direções principais do tensor da condutividade hidráulica e os eixos cartesianos considerados, sendo os elementos não pertencentes à diagonal principal nulos, restando somente as três componentes diagonais ( $k_{xx}$ ,  $k_{yy}$  e  $k_{zz}$ ) do tensor principal composto por nove componentes. Assim, nas equações, os eixos são descritos  $xx$ ,  $yy$  e  $zz$ .

$$\frac{\partial}{\partial X} [k_{xx} \partial H / \partial X] + \frac{\partial}{\partial Y} [k_{yy} \partial H / \partial Y] + \frac{\partial}{\partial Z} [k_{zz} \partial H / \partial Z] \pm W(X, Y, Z, t) = S_s \frac{\partial H}{\partial t}$$

Onde:

$H$  = carga hidráulica total (L);

$X, Y, Z$  = coordenadas cartesianas (L, L, L);

$k_{xx}, k_{yy}$  e  $k_{zz}$  = componentes principais do tensor da condutividade hidráulica ( $L^2 T^{-1}$ );

$S_s$  = coeficiente de armazenamento específico ( $L^2 T^{-1}$ );

$t$  = tempo [T];

$W(X, Y, Z, t)$  = volume de fluxo introduzido ou extraído por unidade de área do aquífero, podendo representar poço de injeção ou bombeamento, sumidouros ( $LT^{-1}$ ).



Para tanto, assume-se o fluxo em meio poroso saturado, com temperatura e densidade constantes, desconsiderando então fluxos dependentes da densidade (intrusão salina), fases imiscíveis (água + DNAPL), meios fraturados (ao menos que se assuma que são equivalentes a meios porosos) e sistemas onde a anisotropia varia ao longo de uma direção.

Em três dimensões, os poços são fontes pontuais, descritas pelas funções delta de Dirac (CLEARY, 1989 e 1991), neste caso  $W$  poderia equivaler a:

$$W = \sum_{i=1}^N Q_i \delta(X - X_i) \delta(Y - Y_i) \delta(Z - Z_i)$$

Onde:

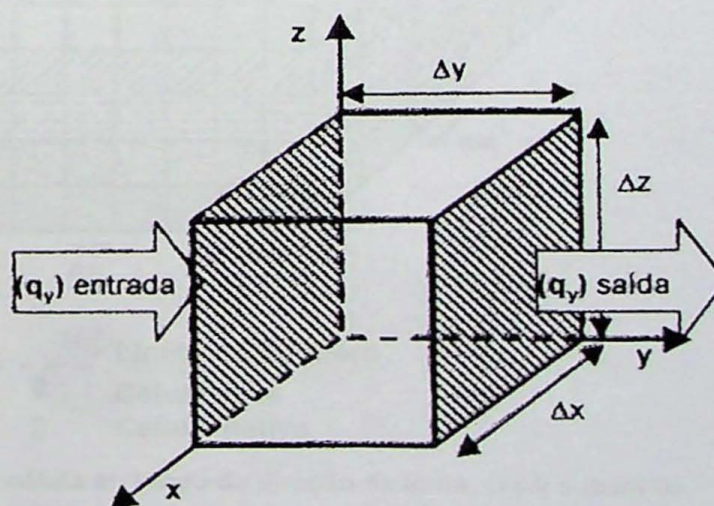
$Q_i$  = taxa de bombeamento / injeção [saída (-) / entrada (+)] ( $L^3/T$ );

$X_i, Y_i, Z_i$  = coordenadas tridimensionais do poço ( $L, L, L$ ).

$N$  = número de poços.

Como foi citado anteriormente, a equação fundamental de fluxo de água subterrânea foi derivada a partir da combinação do balanço de água (equação de conservação de massa) e da Lei de Darcy, considerando-se um volume elementar representativo (VER) do aquífero igual a  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$  (**figura 3.4**), grande o bastante para representar as propriedades do meio poroso e pequeno o bastante, para que não ocorra variações significativas na carga hidráulica.

O balanço de água, também conhecido como 1ª Lei da Termodinâmica ou Equação da Continuidade, significa que a água não pode ser criada nem destruída, pode apenas ser transportada de um ponto a outro e armazenada em algum lugar (CABRAL & ALVES, 1997) portanto, a equação do balanço de água indica que a soma das parcelas de água que chegam no determinado VER em cada uma das três direções dos eixos cartesianos deve ser igual à variação do armazenamento no local.



**Figura 3.4:** Representação do volume elementar de um aquífero (VER) usado na derivação da equação fundamental de fluxo. Traduzido de ANDERSON & WOESSNER (1992).



Como o fluxo não é diretamente obtido através da equação transiente de fluxo, utiliza-se a Lei de Darcy para definir a relação entre “ $q$ ” e “ $h$ ”, sendo assim descrita (CLEARY, 1989 e 1991, ANDERSON & WOESSNER, 1992):

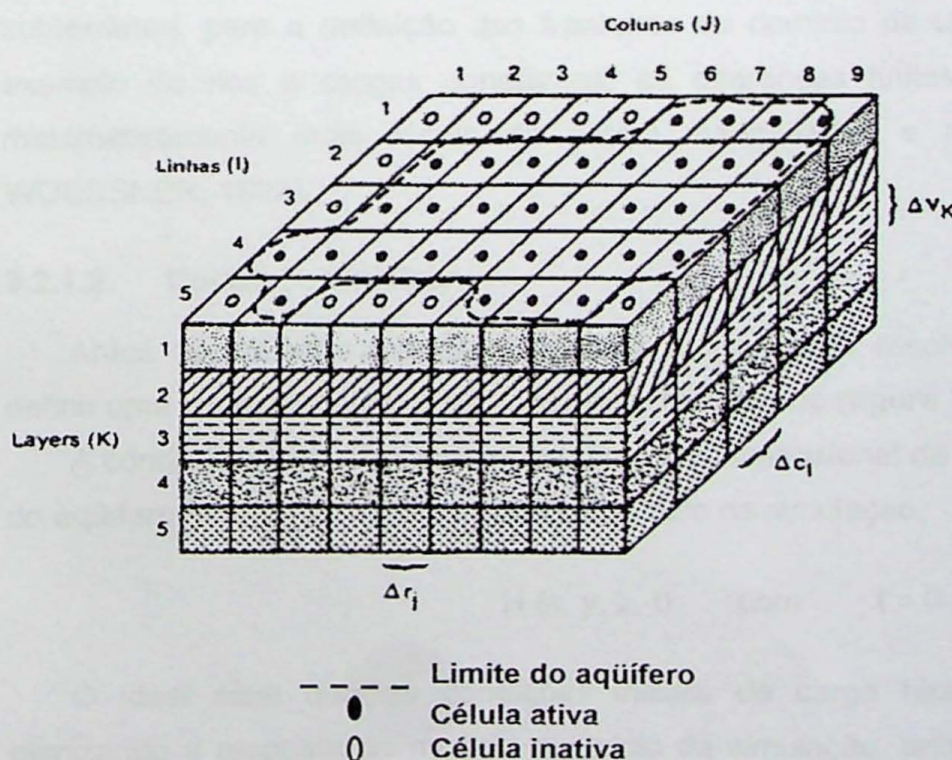
$$q_{xx} = -k_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \quad q_{yy} = -k_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \quad q_{zz} = -k_{zz} \frac{\partial h}{\partial z}$$

onde:

$q_{xx}$ ,  $q_{yy}$ ,  $q_{zz}$  = componentes de fluxo de Darcy em  $x$ ,  $y$  e  $z$  ( $LT^{-1}$ ).

A resolução da equação fundamental de fluxo pode ser realizada analiticamente ou numericamente, como foi visto anteriormente. Em situações simplificadas, quando ocorre homogeneidade e isotropia, em uma ou mais dimensões, é possível resolver a equação de fluxo de forma analítica. Entretanto, os métodos numéricos permitem maior amplitude de cenários a serem simulados e maior versatilidade na representação do sistema real, dado que permitem discretizar a equação nas três variáveis de espaço ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) (CLEARY, 1989). As variáveis de espaço  $x$ ,  $y$  e  $z$ , equivalem respectivamente às variáveis matemáticas  $j$ ,  $i$  e  $k$  (figura 3.5).

Os métodos numéricos mais utilizados são o de diferenças finitas (MDF), utilizado neste trabalho, e o método de elementos finitos (MEF). Em ambos os métodos a equação diferencial é discretizada nas variáveis de espaço  $x$ ,  $y$  e  $z$ .



**Figura 3.5:**  
Hipotética  
discretização de um  
aquífero. Traduzido  
de McDONALD &  
HARBAUGH (1988).

$\Delta r_j$  – Dimensão da célula ao longo da direção da linha. O (J) subscrito indica o número da coluna.

$\Delta c_i$  – Dimensão da célula ao longo da direção da coluna. O (I) subscrito indica o número da linha.

$\Delta v_k$  – Dimensão da célula ao longo da direção vertical. O (K) subscrito indica o número do layer.



A discretização no método de diferenças finitas é feita em um ponto, ou seja, as funções são definidas para determinados pontos do modelo, sendo cada ponto escolhido denominado de nó, o qual representa uma porção limitada do aquífero a ser modelado. Os parâmetros atribuídos a este nó (carga hidráulica, por exemplo) são extrapolados para toda a célula que o envolve, sendo considerados constantes para a região que ele representa (célula). Sua malha é definida por linhas e colunas, apresentando um ajuste mais grosseiro ao formato da área modelada, mas a facilidade de entrada de dados e análise dos resultados do modelo matemático faz com que este método seja mais empregado no momento para a simulação de fluxo de água subterrânea (CABRAL & ALVES, 1997). Quando as direções principais da condutividade hidráulica variam em todo o aquífero, não podendo ser ajustadas aos eixos das coordenadas, deve utilizar-se o método de elementos finitos, assim como quando os contornos físicos irregulares do problema devem ser considerados com detalhe (CLEARY, 1989).

O programa MODFLOW<sup>®</sup> (McDONALD & HARBAUGH, 1988) utiliza uma grade de diferenças finitas, onde o nó da célula, isto é, o ponto onde o valor de um dado ou informação é posicionado, está localizado no centro da célula ou bloco, sendo por isso, chamado de diferenças finitas centrado no bloco. Quando o dado é colocado na interseção das linhas e colunas da malha que define a grade do modelo, tem-se uma abordagem de diferenças finitas com nós centrados na malha (**figura 3.6**). No caso do estudo de água subterrânea, para a definição das fronteiras do domínio de um modelo matemático, por exemplo de rios e cargas constantes, as diferenças finitas centradas na célula são matematicamente mais fáceis de serem manipuladas e resolvidas (ANDERSON & WOESSNER, 1992).

#### 3.2.1.2. Condições Iniciais

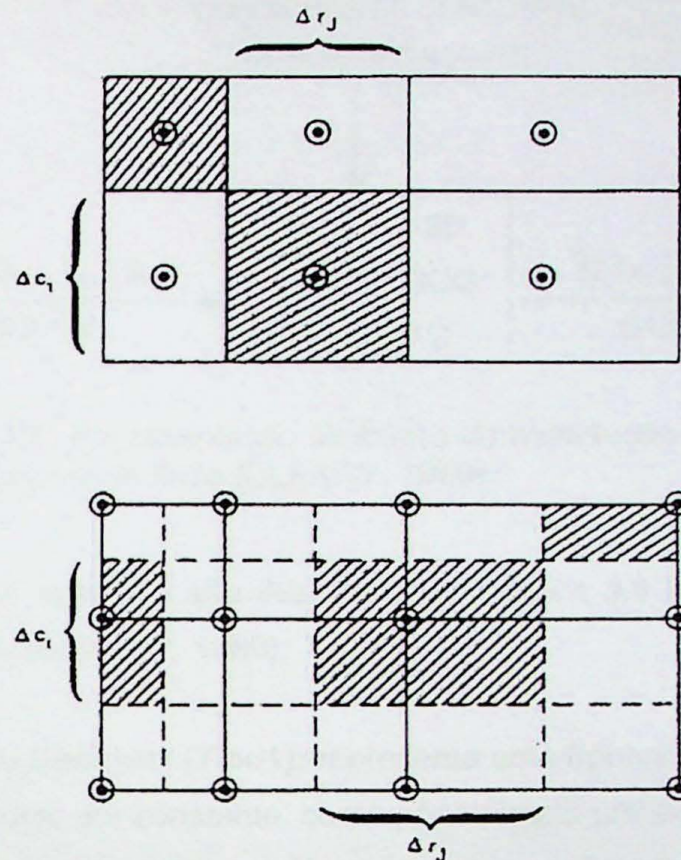
Antes da equação fundamental de fluxo poder ser resolvida para a carga, deve-se definir uma condição inicial e as condições de contorno (**figura 3.7**).

A condição inicial descreve a distribuição tridimensional da carga hidráulica no domínio do aquífero modelado, com tempo igual a zero na simulação.

$$H(x, y, z, t), \quad \text{com} \quad t = 0$$

O ideal seria que as condições iniciais de carga hidráulica fossem conhecidas, otimizando a resposta do modelo no início da simulação, entretanto, essa informação na maioria das vezes é desconhecida e na prática, muitos modeladores utilizam uma carga hidráulica média e constante para todo o domínio do modelo (CLEARY, 1989).





$\Delta c_i$  – Dimensão da célula ao longo da direção da coluna.

$\Delta r_j$  – Dimensão da célula ao longo da direção da linha.

⊙ Nós

— Linhas do *grid*

--- Limites da célula para nós centrados na malha

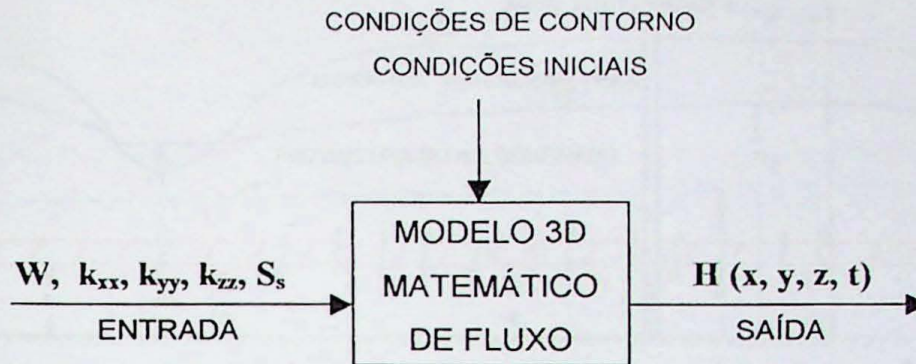
/// Células associadas aos nós seleccionados

**Figura 3.6:** *Grid* (malha) mostrando a diferença entre nós centrados na célula e nós centrados na malha. Traduzido de McDONALD & HARBAUGH (1988).

### 3.2.1.3. Condições de Contorno

As condições de contorno são utilizadas para definir, com base no sistema hidrogeológico real, as fronteiras hidráulicas que delimitam o domínio do modelo. Os contornos físicos podem ser exemplificados através de drenagens ou presença de rochas impermeáveis e contornos hidráulicos não são visíveis mas controlam o fluxo de água subterrânea no sistema, sendo exemplificadas por divisores de água ou mesmo as linhas de fluxo (IRITANI, 1998).





**Figura 3.7:** Representação simbólica de modelação matemática tridimensional de fluxo (CLEARY, 1989).

As condições de contorno são ilustradas pela figura 3.8 e podem ser classificadas matematicamente em (CLEARY, 1989):

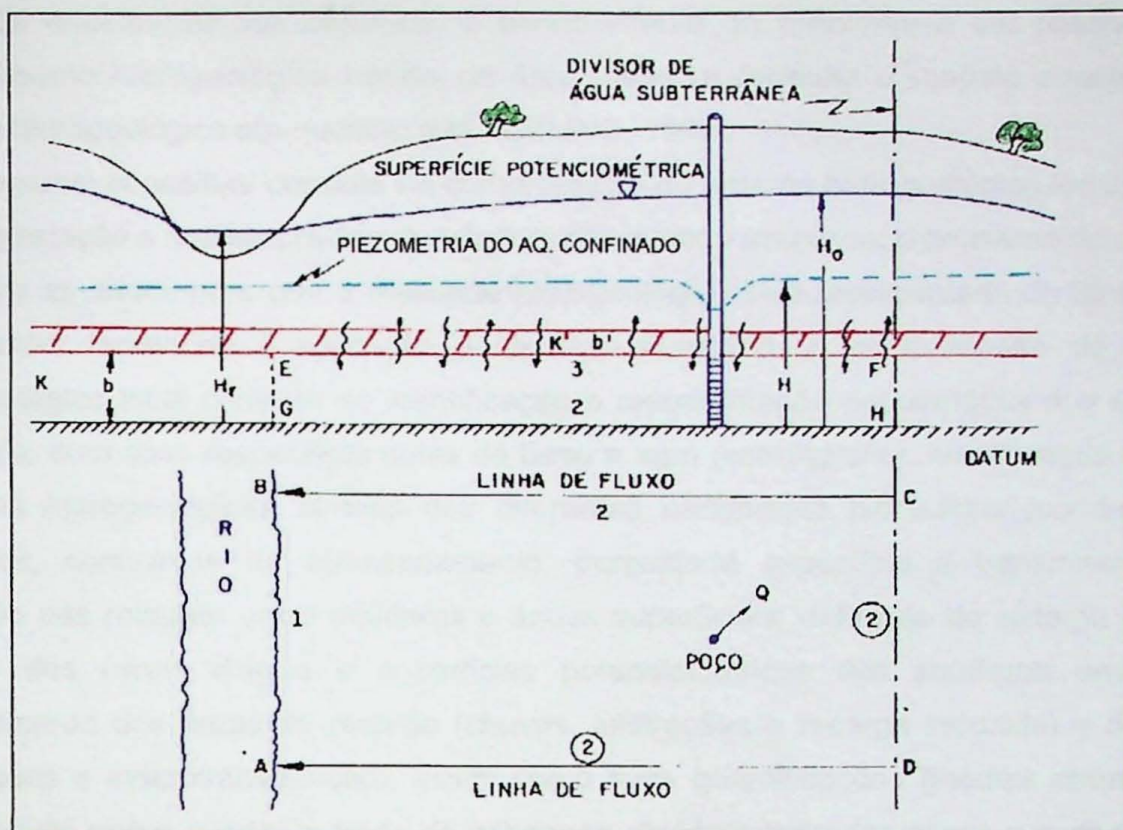
**a-) Carga ou Dirichlet (Tipo 1):** representa uma fronteira onde a carga hidráulica é conhecida, podendo ser constante, como por exemplo um lago, ou variar em função do tempo e/ou espaço, como rios ou até mesmo uma seção conhecida através de poços.

**b-) Fluxo ou Neumann (Tipo 2):** fronteira onde o fluxo ( $q$ ) é conhecido, podendo ser nulo ou não. Exemplo natural: embasamento cristalino não fraturado, onde não existe fluxo ou este é mínimo.

**c-) Mista ou Cauchy (Tipo 3):** é uma combinação dos dois tipos anteriores, usada para modelar drenança através de contornos semi-permeáveis, onde o fluxo é dependente da carga hidráulica. Exemplo natural: aquíferos semi-confinados, drenança de um rio para o aquífero.

As condições de contorno também podem ser utilizadas como condições internas para simular qualquer feição hidrogeológica local que afete o sistema, tais como lagos, drenos, córregos ou rios internos, divisor de águas etc.





**Figura 3.8:** Exemplos de condições de contorno. 1º Tipo: AB – carga constante para o aquífero freático; 2º Tipo: BC, CD, AD – fluxo nulo para ambos os aquíferos; 2º Tipo: GH – fluxo nulo para o aquífero confinado; 3º Tipo: EF – drenança entre os aquíferos (Modificado de CLEARY, 1989).

### 3.2.2. Procedimentos da Modelação Matemática

A modelação matemática é uma tentativa de representação do que realmente ocorre na natureza a partir de um modelo conceitual bem elaborado, baseado nas observações (coleta de dados) e interpretações do sistema real.

A construção de um modelo matemático que represente o fluxo de água subterrânea em um sistema real envolve diversas etapas, dentro das quais a simulação computacional é apenas um dos passos. Os procedimentos básicos para tal simulação devem ser realizados de acordo com uma seqüência, iniciando-se com o desenvolvimento do modelo conceitual, que envolve todo o levantamento e interpretação dos dados e observação do sistema real, a escolha do programa a ser utilizado segundo as necessidades e os dados obtidos, a tradução do modelo conceitual para a linguagem matemática através de bancos de dados para a entrada das informações no programa selecionado, finalizando-se com a calibração do modelo matemático construído, afim de diminuir as incertezas da representação simplificada de um sistema complexo.

#### 3.2.2.1. Modelo Conceitual



Após a definição dos objetivos, o conhecimento do problema a ser resolvido e o conhecimento hidrogeológico básico da área, deve-se formular o modelo conceitual do sistema hidrogeológico em questão (MARCELINO, 1999).

O modelo conceitual consiste na compreensão do sistema hidrogeológico local, a partir da interpretação e análise prévias dos dados, objetivando simplificar o problema de campo e organizar os dados para que a realidade hidrogeológica seja representada de forma fiel e consistente, facilitando a aplicação do modelo numérico. A compreensão do sistema hidrogeológico local consiste na identificação e representação esquemática dos sistemas aquíferos, com suas respectivas cotas de base e topo (estratigrafia); identificação de suas unidades hidrogeológicas através dos diferentes parâmetros hidráulicos (condutividade hidráulica, coeficiente de armazenamento, porosidade específica e transmissividade); definição das relações entre aquíferos e águas superficiais; definição do sistema de fluxo através dos níveis d'água e superfícies potenciométricas dos aquíferos envolvidos; conhecimento das áreas de recarga (chuvas, infiltrações e recarga induzida) e descarga (drenagens e evapotranspiração), assim como suas quantificações (médias anuais e em estações de pico e queda) e áreas de influência; discriminação dos poços e suas taxas de bombeamento/injeção, bem como dos poços de monitoramento existentes na área delimitada do modelo.

As unidades hidroestratigráficas são definidas em sua extensão, continuidade lateral e espessura através de interpretações de mapas e perfis litológicos e perfis geofísicos, combinadas com a análise de suas propriedades hidráulicas que podem ser feitas utilizando-se referências bibliográficas, ensaios de laboratório e ensaios de campo.

A compreensão do sistema de fluxo da água subterrânea é obtida pela avaliação de mapas potenciométricos, podendo-se identificar as áreas de recarga e descarga da região de interesse e as feições que afetam hidraulicamente o sistema avaliado, inclusive pela ação antrópica, tais como poços de bombeamento e/ou injeção, drenos, etc.

#### **3.2.2.2. Escolha do Modelo Matemático**

Existem vários modelos hidrogeológicos matemáticos disponíveis atualmente no mercado, podendo ser analítico ou numérico, diferenças finitas ou elementos finitos, em duas ou três dimensões, para estado estacionário ou transitório, aquífero confinado ou não confinado, de fluxo ou transporte de massa. Para a escolha do modelo, deverão ser considerados os seguintes fatores (CLEARY, 1989; MARCELINO 1997 e 1998):

- Atenda os objetivos pré-definidos.
- Utilize os dados existentes ou possíveis de serem coletados.
- Considere os dados existentes (anisotropias e/ou heterogeneidades).
- Ser acessível, técnica e economicamente.



Usualmente são aplicados modelos determinísticos, os quais relacionam causa e efeito, sem elementos de incerteza e a grande maioria dos modelos atuais utilizam uma abordagem numérica por diferenças finitas. Para simulações de fluxo regionais, normalmente são aplicados modelos bidimensionais, considerando que regionalmente o fluxo subterrâneo ocorre preferencialmente em duas dimensões (x, y) horizontais. Em estudos de transporte de poluentes que envolvem avaliações pontuais de um aquífero, onde o fluxo vertical é importante, deve-se aplicar modelos tridimensionais.

### **3.2.2.3. Construção do Modelo Matemático**

A construção de um modelo matemático é feita a partir da tradução do modelo conceitual da área para a linguagem do programa escolhido. Para isso, deve-se definir as fronteiras do modelo, ou seja, a área de interesse onde está inserido o problema, a malha que será utilizada, as condições iniciais e as condições de contorno, de forma que o programa escolhido represente as condições reais do sistema hidrogeológico.

#### **- Área de interesse**

Em um caso real, a área a ser escolhida deve pertencer à menor microbacia existente na região do problema, para minimizar as possíveis interferências de drenagens desconhecidas ou não admitidas no modelo. Ao mesmo tempo, não deve ser muito restrita, pois interferências como altas taxas de bombeamento e/ou infiltrações dentro da área de estudo, podem simular uma situação inexistente ou até mesmo inviabilizar a execução do modelo matemático, dependendo dos tipos de condições de contorno admitidas nos limites da área. Neste caso, é importante ressaltar que as condições de contorno devem obedecer os limites de contorno naturais.

#### **- Malha do modelo**

No método das diferenças finitas, a área de domínio do modelo é discretizada por uma malha ou grade, desenhada por linhas, colunas e camadas que definem o conjunto de células onde serão colocadas as condições de contorno, os parâmetros hidráulicos das unidades hidrogeológicas (condutividade hidráulica e parâmetros de armazenamento) e onde serão calculadas as cargas hidráulicas, bem como as velocidades de fluxo.

A malha escolhida depende do espaçamento entre as informações obtidas diretamente de poços monitoramento e/ou bombeamento e também de bibliografias específicas existentes da área. Em locais onde o gradiente hidráulico é acentuado, próximo ao poços de bombeamento, por exemplo, a malha inicial requer um refinamento, para aumentar a definição e precisão no cálculo.



Quanto menor a célula mais acurados serão os resultados, porém maior a quantidade de equações a serem resolvidas e portanto, maior o tempo de processamento e maior a necessidade de espaço na memória.

No MODFLOW<sup>®</sup> é possível definir malhas irregulares nos três eixos (x, y, z), aceitando condições heterogêneas e anisotrópicas. Em malhas irregulares, cada célula não deve ser maior que 1,5 vezes a célula vizinha e em cada célula, o comprimento não deve ser maior que 10 vezes a largura (CABRAL & ALVES, 1997). Quando inserida a geometria do terreno ou *layer*, a cota entre uma célula e outra deve ser tal que, evite um deslocamento maior que 50% entre as células consecutivas.

#### - Condições de contorno

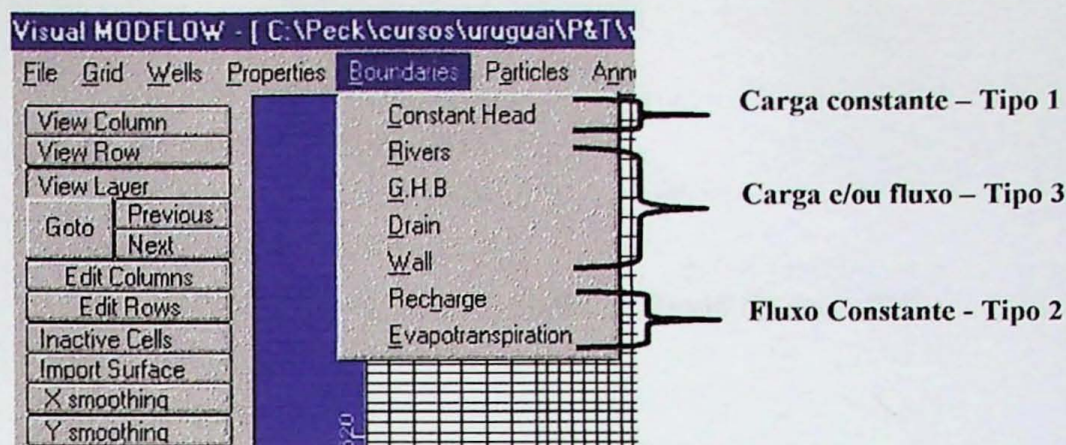
Existem diversas condições de contorno que podem ser inseridas diretamente na malha adotada no aplicativo Visual MODFLOW<sup>®</sup>, dentre elas pode-se citar: fluxo nulo, carga hidráulica constante, carga hidráulica genérica, dreno, recarga e evapotranspiração (figura 3.9). Essas condições, com exceção da fronteira fluxo nulo, podem ser variáveis no tempo.

Para a determinação mais aproximada dessas condições de contorno, faz-se necessário o conhecimento do sistema de fluxo local e a identificação de feições físicas ou hidrogeológicas que deverão influenciar como fronteiras do modelo.

As condições de contorno, quando possível, devem coincidir com os limites hidrogeológicos naturais (rios, lagos, divisor de águas, etc.). Tais limites serão identificados quando da concepção do modelo conceitual, independentemente da utilização ou não como condição de contorno no modelo matemático. Deve-se também simular grandes sistemas, ou seja, as condições de contorno não devem estar muito próximas da área de interesse. A verificação de que alguma alteração no modelo em estado de equilíbrio interfere no balanço hídrico do sistema faz-se necessária, pois aumentando o fluxo nas fronteiras do modelo, necessita-se nesse caso, aumentá-las.

A condição de contorno **Tipo 1** ou carga constante pode ser aplicada no modelo, especificando-se um valor de carga hidráulica, célula a célula, para cada tempo simulado. A utilização dessa fronteira implicará na representação de uma feição física ou hidrogeológica que permanecerá com carga constante durante o intervalo de tempo determinado, não apresentando nenhuma resistência para fornecimento ou retirada de água do sistema para que dada feição permaneça com a carga hidráulica constante. Usualmente é utilizada para simular corpos d'água que sofrem insignificantes variações ao longo do tempo como rios e lagos.





**Figura 3.9:** Condições de contorno admitidas pelo VISUAL MODFLOW® (MARCELINO, 1999).

A condição de contorno **Tipo 2** ou fluxo constante é utilizada para simular fronteiras onde existe uma taxa de fluxo constante que entra ou sai do sistema. A recarga e a evapotranspiração são consideradas condições de contorno de fluxo, podendo ser especificada célula a célula para cada intervalo de tempo. A condição de fluxo nulo também pode ser simulada, assinalando-se células onde o fluxo de água subterrânea é inexistente ou desprezável, sendo utilizada para simular divisores de água e barreiras impermeáveis, bem como os limites da malha do modelo. A condição de fluxo nulo é definida nas células através de ferramenta específica do Visual MODFLOW® que possibilita a inserção de células inativas.

A condição de contorno **Tipo 3** ou fluxo dependente da carga hidráulica pode ser usada para simular rios, drenos, carga hidráulica genérica (GHB) e evapotranspiração. Nesse tipo de condição, o fluxo depende da carga hidráulica especificada e da carga hidráulica calculada pelo modelo.

### RIOS E DRENOS

A célula rio, definida por McDONALD & HARBAUGH (1988), simula a interação do sistema aquífero com os corpos de água superficiais. Quando o rio é influente, ou seja, cede água para o aquífero, o fluxo de água entre o rio e o aquífero será positivo (situação de campo B da **figura 3.10**) e quando o rio for afluente, ou seja, retira água do aquífero, o fluxo de água entre eles será negativo (situação de campo A da **figura 3.10**). Assim, as equações de fluxo entre rio e aquífero são dadas por:

$$Q_{\text{rio}} = C_{\text{rio}}(H_{\text{rio}} - H_{\text{aq}}), \text{ para } H_{\text{aq}} > H_{\text{Brio}}; \quad \text{e} \quad Q_{\text{rio}} = C_{\text{rio}}(H_{\text{rio}} - H_{\text{aq}}), \text{ para } H_{\text{aq}} \leq H_{\text{Brio}},$$

onde  $C_{\text{rio}}$  é denominado de condutância, propriedade que representa a resistência do material na base do rio que dificulta ou facilita a entrada/saída de água para o modelo, dada pela equação

$$C_{\text{rio}} = (K_s \cdot W \cdot L) / M,$$



Onde:

$C_{rio}$  = condutância ( $L^2/T$ );

$H_{rio}$  = cota da água no rio (L);

$H_{aq}$  = cota da água na célula (L);

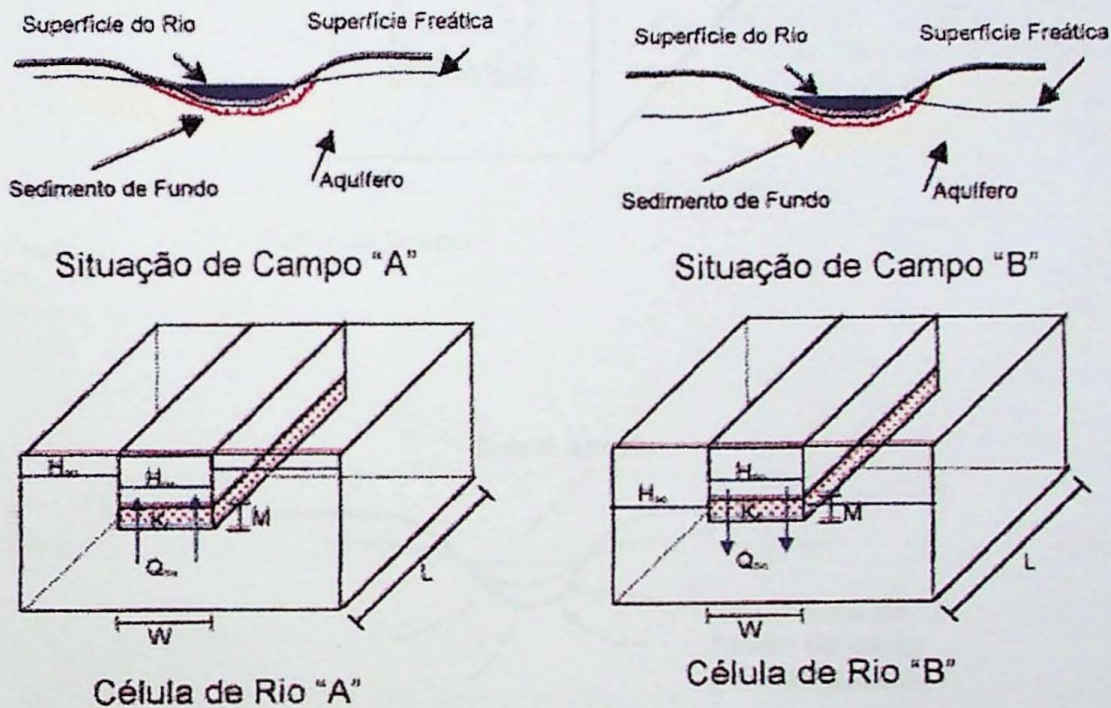
$H_{Brio}$  = cota da base do rio (L);

$K_s$  = permeabilidade do sedimento de fundo de rio ( $L/T$ );

$L$  = comprimento da célula (L);

$W$  = largura do rio (L);

$M$  = espessura média do sedimento de fundo do rio (L).



**Figura 3.10:** Representação esquemática da célula de rio. Modificado de McDONALD & HARBAUGH (1988) por MARCELINO (1999).

A célula dreno apresenta comportamento semelhante ao rio, porém como o próprio nome já diz, aceita somente saída de água, não havendo contribuição de carga para o sistema aquífero, quando o nível freático calculado pelo modelo estiver abaixo da base do dreno. Pode ser utilizado para simular drenagens intermitentes ou interferências de poços em drenagem local.

Os drenos podem ser abertos ou fechados, como mostra a **figura 3.11**, sendo a facilidade de saída de água do modelo calculada pela condutância, da mesma forma que a calculada para o rio:

$$Q_{dreno} = C_{dreno} (H_{Bdreno} - H_{aq}), \text{ para } H_{aq} > H_{Bdreno}; \text{ e } Q_{rio} = 0, \text{ para } H_{aq} \leq H_{Brio}$$

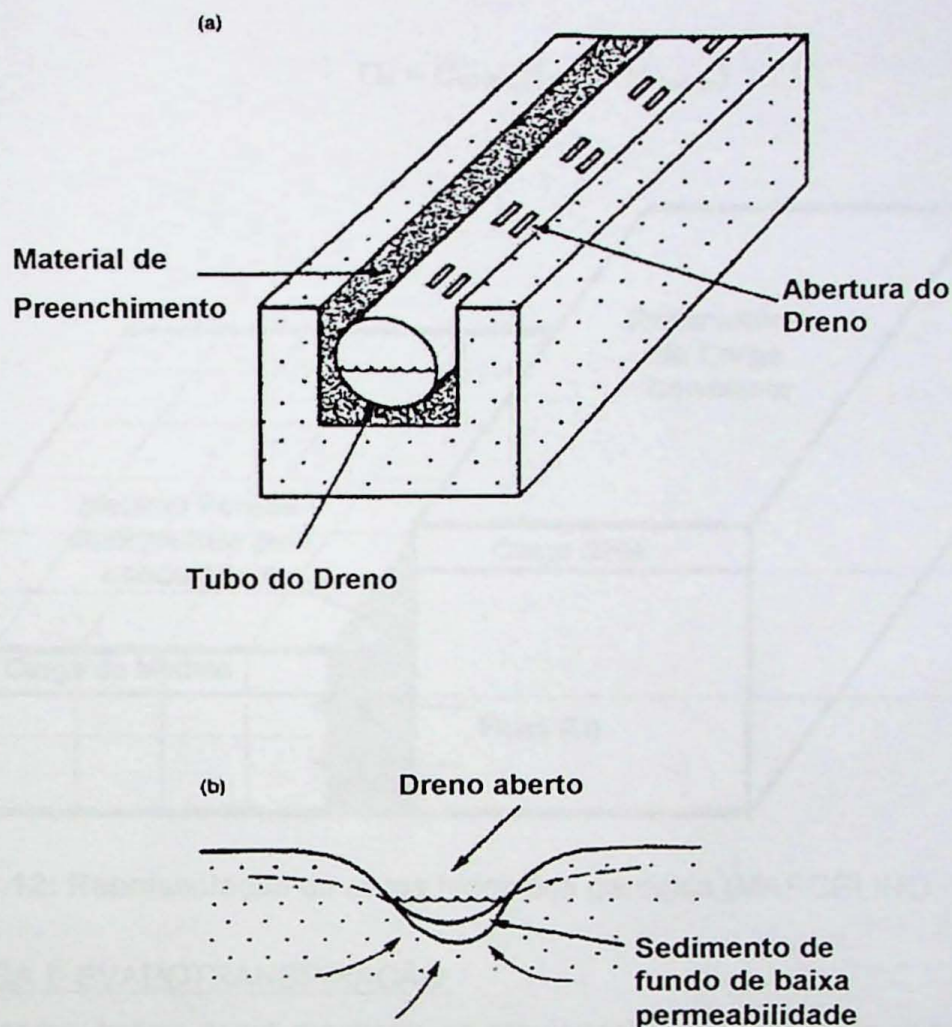
onde:

$C_{dreno}$  = condutância do dreno ( $L^2/T$ );



$H_{\text{Bdreno}} = \text{cota da base do dreno (L)}$ ;

$H_{\text{aq}} = \text{cota da base da água na célula (L)}$ .



**Figura 3.11:** Condição de contorno do tipo “dreno” simulada no MODFLOW. (a) dreno fechado e (b) dreno aberto (McDONALD & HARBAUGH, 1988).

### CARGA HIDRÁULICA GENÉRICA (GHB)

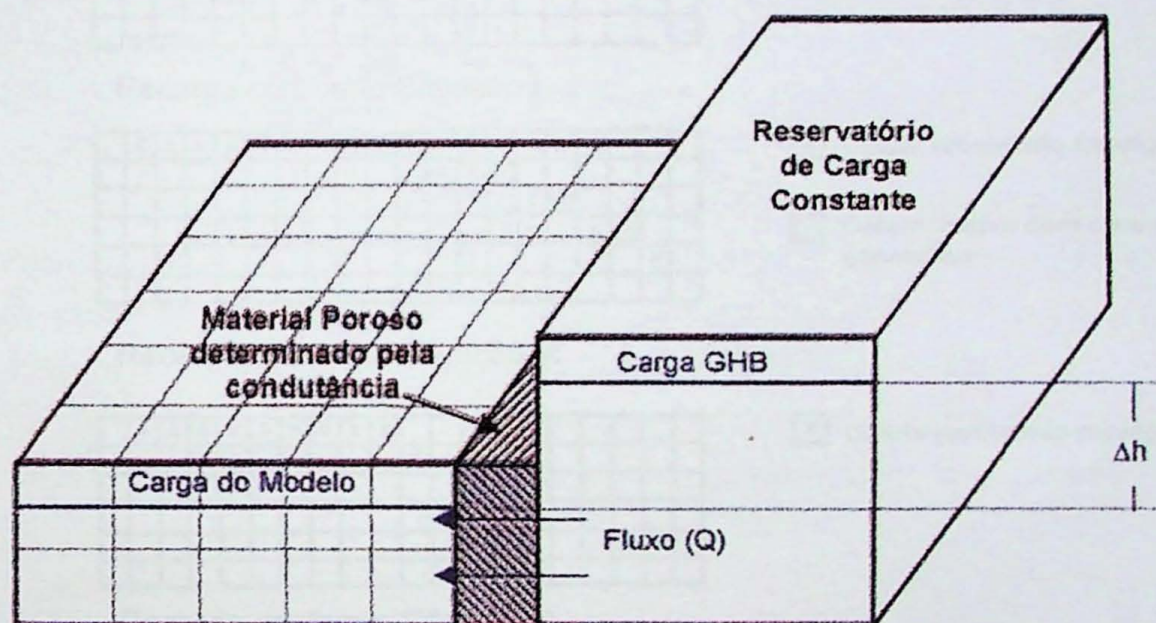
A carga hidráulica genérica é utilizada para representar uma fronteira de fluxo (tipo 2), simulando um fluxo constante de entrada ou saída, o qual é dependente da diferença entre a carga hidráulica do aquífero calculada pelo modelo ao longo do tempo especificado e a carga hidráulica genérica.

A fronteira de carga hidráulica genérica é ilustrada na **figura 3.12** e funciona como uma fonte infinita de água, com carga constante ao longo do tempo especificado. Sua simulação representa o fluxo existente entre a fonte externa de água (fronteira do modelo) e a célula representada (carga hidráulica genérica), através de um material poroso, com uma condutância específica. A condutância é determinada pelo produto da



condutividade hidráulica do material poroso e da área atravessada pelo fluxo, dividido pela distância entre a fronteira e a carga genérica. Sendo assim, o fluxo dado por uma fronteira especificada ( $Q_b$ ) é calculado pelo produto da condutância e da diferença de cargas ( $GHB$  e do modelo), conforme equação abaixo (McDONALD & HARBAUGH, 1988):

$$Q_b = C_{GHB} (H_{GHB} - H_{\text{modelo}})$$



**Figura 3.12:** Representação de carga hidráulica genérica (MARCELINO, 1999).

### RECARGA E EVAPOTRANSPIRAÇÃO

A recarga ocorre como resultado da precipitação que infiltra no subsolo e percola até o sistema de água subterrânea. Sua aplicação no modelo é definida como (McDONALD & HARBAUGH, 1988):

$$Q_{Rij} = I_{ij} \times A_{ij},$$

onde:

$$Q_{Rij} = \text{volume (L}^3/\text{T);}$$

$$I_{ij} = \text{fluxo (L/T);}$$

$$A_{ij} = \text{área da célula (L}^2\text{).}$$

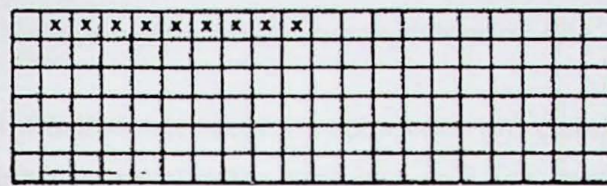
A recarga ocorre na célula onde se verifica a superfície freática, que é móvel, apresentando uma variação vertical temporal.

O MODFLOW pode simular três condições distintas de recarga, como mostra a **figura 3.13**:


- 1- Recarga ocorrendo só na célula superficial que contenha o nível freático;

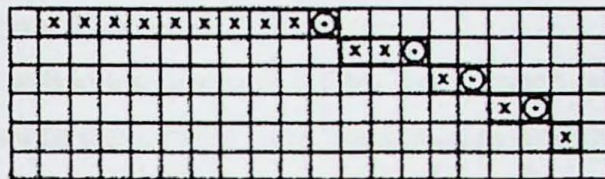


- 2- Recarga ocorrendo em toda a superfície freática, na profundidade de acordo com a variação do nível freático;
- 3- A recarga também pode ser induzida artificialmente em células pré-determinadas fixas, denominada de recarga específica em célula pré-determinada.





Recarga conforme Situação I

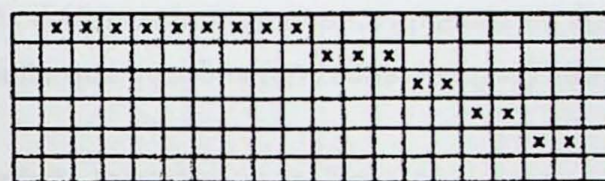
 Célula recebendo recarga




Recarga conforme Situação III

 Célula recebendo recarga

 Célula inativa com recarga específica



Recarga conforme Situação II

 Célula recebendo recarga

**Figura 3.13:** Ilustração das possíveis simulações de condições de recarga admitidas pelo MODFLOW. Traduzido de McDONALD & HARBAUGH (1988).

A evapotranspiração é observada até uma certa profundidade em função das características do local. Ela é simulada quando o nível de água calibrado pelo modelo estiver acima do nível de água especificado, denominada "profundidade de extinção" ( $P_e$ ) (McDONALD & HARBAUGH, 1988). Assim tem-se a taxa de evapotranspiração máxima ( $R_{evm}$ ) na superfície do terreno que diminui linearmente até a profundidade de extinção.

#### - Poços de bombeamento/injeção

A água pode entrar ou sair do sistema modelado através das fronteiras e também pelos poços de injeção ou bombeamento.

No programa MODFLOW os poços são considerados como fontes pontuais em três dimensões, descritas pelas funções de Dirac, como foi visto anteriormente. A vazão bombeada desses poços é proporcional à transmissividade de cada camada atravessada pelos filtros, considerando que o filtro se estende por toda a camada. Para



$$Q_1/Q_w = T_1/\Sigma T,$$

onde,

$Q_1$  = descarga da camada;

$Q_w$  = descarga do poço;

$T_1$  = transmissividade da camada;

$\Sigma T$  = somatória das transmissividades das camadas atravessadas pelos filtros.

O modelo não aceita poços com um determinado filtro em mais de uma camada, entretanto, para simular esse tipo de poço, basta considerar um poço simples em cada *layer* (representante de uma camada) e a somatória desses poços simples simulará um poço com filtro em multicamadas.

É válido lembrar que o filtro de um poço uma vez inserido em uma camada, estará totalmente penetrante nela, mesmo que esse não represente as condições específicas da seção filtrante, portanto, para evitar esse erro, deve-se detalhar as camadas de modo que cada seção filtrante inicie no topo e termine na base dos filtros.

Os dados de bombeamentos (saídas de água) são inseridos com valores negativos, enquanto que injeções (entradas de água) são representadas com valores positivos.

#### - Condição inicial

Após a tradução das características reais do sistema hidrogeológico para a linguagem matemática através da definição da malha, das condições de contorno externas e internas e da discriminação de fontes e sumidouros de água, faz-se necessário a definição de uma condição inicial ( $h = h_{x,y,z,0}$ ) para que a equação de fluxo possa ser resolvida.

A condição inicial normalmente utilizada é uma carga hidráulica constante média, estimada para a área adotada. A fim de minimizar interferências de possíveis definições de cargas constantes errôneas, é recomendável que a definição desta, seja o mais distante possível da área de interesse (MARCELINO, 1997). Para agilizar o tempo de processamento pode-se utilizar uma carga média na primeira simulação e nas demais, utilizar as cargas da simulação inicial como condição inicial.

#### - Solução Numérica

O aplicativo Visual MODFLOW apresenta quatro pacotes diferentes para soluções numéricas analíticas, sendo, contudo, recomendável a utilização do WHS Solver (MARCELINO, comunicação verbal), pois apesar ser um solver mais pesado, que necessita de mais memória, apresenta resposta para diversas situações. Na **tabela 3.4**



são apresentadas as principais características das soluções numéricas existentes no aplicativo.

**Tabela 3.4** - Principais características das soluções numéricas contidas no aplicativo Visual MODFLOW (WHB, 1998).

SOLUÇÃO	CARACTERÍSTICAS
<b>SSOR</b> Sucessive Slice Overrelation	Solução demorada Demanda muita memória Grandes vantagens para cálculo de seções
<b>SIP</b> Strongly Implicit Method	Solução demorada Demanda pouca memória Robusto e converge qualquer coisa, devendo ser sempre checado o balanço de massa
<b>PCG2</b> Preconditioned-Conjugate Gradiente	Requer um pouco mais de memória que SIP Mais rápido que SIP e SSOR Robusto, mas ocasiona algumas falhas em sistemas complexos
<b>WHS Solver</b> Preconditioned-Conjugate Gradiente Stabilized Method	Extremamente robusto Requer mais memória que o PCG Mais rápido

#### 3.2.2.4. Calibração

A calibração objetiva checar a representatividade do modelo em relação ao sistema hidrogeológico natural, detectando e eliminando erros, verificando assim, a confiabilidade dos resultados (prognósticos) por ele apresentado (MARCELINO, 1999).

O processo de calibração consiste no ajuste dos parâmetros hidrogeológicos e nas condições de contorno, de modo que as cargas hidráulicas calculadas estejam bem próximas das cargas hidráulicas reais. O procedimento normalmente utilizado para tal calibração é o de "tentativa e erro", onde os parâmetros são ajustados manualmente através de simulações sucessivas e comparação entre as cargas hidráulicas calculadas e observadas (ANDERSON & WOESSNER, 1992). Os parâmetros hidrogeológicos variáveis mais utilizados para calibração de fluxo são: condutividade hidráulica, taxa de recarga e condições de contorno.

Um modelo bem calibrado é aquele verificado em pelo menos duas situações, como por exemplo, na situação de equilíbrio anterior ao bombeamento e em outra situação durante o bombeamento. Deve-se ressaltar que, um modelo calibrado, não significa necessariamente



que é representativo do sistema natural, pois a solução de calibração não é única. Assim, devem ser utilizados critérios qualitativos e quantitativos de calibração.

Os critérios qualitativos de calibração de fluxo são, por exemplo, a comparação entre mapas potenciométricos, considerando a forma dos contornos da superfície potenciométrica, as direções de fluxo e a avaliação de quão razoável é a representação das propriedades hidrológicas entradas no modelo, entre outros (WHB, 1998).

Os critérios quantitativos de calibração de fluxo comumente utilizados são a comparação entre as recargas esperada e calculada, e a correlação dos resíduos de carga (média normalizada - RN), que deve ser inferior a 10% em um modelo calibrado.

O erro de balanço de massa, advindo do balanço hidrogeológico, é um critério que serve para confirmar se a resolução matemática do modelo foi feita com sucesso, devendo ser menor que 5%.

Os programas normalmente apresentam correlação dos resíduos de carga automática, calculando de três maneiras a média das diferenças entre as cargas hidráulicas observadas e calculadas no domínio do modelo (ANDERSON & WOESSNER, 1992):

- a) Média dos resíduos, denominada de ME (*mean error*), sendo a média da diferença entre as cargas hidráulicas calculadas pelo modelo ( $h_{calc}$ ) e as observadas ( $h_{obs}$ ) :

$$ME = 1/n \sum_{i=1}^n (h_{obs} - h_{calc})_i,$$

onde n é o número de valores de calibração.

- b) Média absoluta dos resíduos, denominada de MAE (*mean absolute error*), que é a média do valor absoluto da diferença entre as cargas hidráulicas observadas e calculadas:

$$MAE = 1/n \sum_{i=1}^n |(h_{obs} - h_{calc})_i|$$

- c) Desvio padrão do resíduo, denominado de RMS (*root mean squared*), ou raiz quadrada da média dos quadrados dos resíduos, é um dos critérios de calibração mais utilizados:

$$RMS = 1/n \sum_{i=1}^n [(h_{obs} - h_{calc})_i]^2)^{0.5}$$

- d) Média normalizada, denominada de RN, é a porcentagem do resíduo relativa à diferença de carga hidráulica total no domínio do modelo:

$$RN = \frac{RMS}{(h_{calc. \text{ máx.}} - h_{obs. \text{ mín.}})}$$

### 3.2.2.5. Validação



Com o intuito de verificar se o modelo calibrado foi eficiente, ou seja, condizente com a realidade hidrogeológica simulada em um determinado intervalo de tempo, é recomendável que se faça a validação do modelo.

A validade do modelo é usualmente verificada quando os prognósticos do modelo são comparados com os dados de campo, como por exemplo, a previsão da distribuição da carga hidráulica em um tempo futuro sem ajustar os parâmetros do aquífero (CLEARY, 1989). O modelo também pode ser validado através da comparação da simulação de um ensaio de vazão com os resultados obtidos em campo, ou qualquer outra forma de checagem dos prognósticos, tais como a medição das cargas hidráulicas em poços de monitoramento e/ou bombeamento no tempo de prognóstico e conseqüente comparação com as cargas hidráulicas simuladas.

#### **3.2.2.6. Análise de Sensibilidade**

Os resultados apresentados por um modelo matemático contêm incertezas advindas das estimativas de distribuição espacial e temporal dos valores dos parâmetros considerados, como por exemplo, uma possível variação da condutividade hidráulica entre os pontos ensaiados ou a variação da recarga ao longo do tempo modelado.

A análise da sensibilidade é uma maneira de avaliar as incertezas do modelo (ANDERSON & WOESSNER, 1992). Essa análise consiste na variação sistemática dos valores dos parâmetros hidráulicos e das condições de contorno para verificar seus efeitos na cargas hidráulicas simuladas, identificando os parâmetros mais sensíveis, ou seja, que ao serem modificados causam grande variação nas cargas hidráulicas calculadas, em comparação com as observadas.

### **4. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO**

A metodologia utilizada na realização do presente trabalho foi subdividida nas seguintes etapas:

- Idealização do modelo conceitual preliminar.
- Confecção do modelo numérico preliminar, baseando-se no modelo conceitual preliminar.
- Construção do modelo físico (caixa de areia), baseando-se nos modelos conceitual e numérico preliminares.
- Confecção do modelo numérico final a partir da caixa de areia construída, ou seja, modelo conceitual final.

Cada etapa citada foi realizada obedecendo o cronograma de atividades disposto na **tabela 4.1** e são descritas a seguir.



**Tabela 4.1 – Cronograma de atividades proposto e efetivamente realizado.**

Mês	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV
Atividade											
1-Revisão Bibliográfica			—	—	—	—	—	—			
2- Modelo Numérico Preliminar			—	—	—						
3- Construção da caixa			—	—	—	—	—	—	—	—	
4-Modelo Numérico Final							—	—	—	—	

— Cronograma proposto

— Cronograma efetivamente realizado

#### 4.1. MODELO CONCEITUAL PRELIMINAR

O modelo conceitual preliminar foi idealizado e desenhado em papel milimetrado, determinando a distribuição e a geometria interna de diferentes camadas sedimentares que foram dispostas na caixa física. A composição e granulometria dos diferentes materiais sedimentares também foi pré-determinada, de modo a simular diferentes condicionantes hidráulicos, como mostra a **figura 4.1**. Dentre eles pode-se citar a argila e areias de diversas granulometrias.

A superfície do terreno também foi desenhada, apresentando um alto topográfico e zonas de descarga caracterizadas por um rio e um lago. As cotas (eixo Z) das camadas e da superfície do terreno foram delimitadas entre 0 e 0,5m, as posições no eixo X, entre 0 e 1,0m e no eixo Y, entre 0 e 0,03m. As cotas e as posições no eixo X das camadas e da superfície do terreno foram retiradas ponto a ponto do papel milimetrado em escala 1:4, sendo que no eixo Y não houve variação das camadas.

#### 4.2. CONFECÇÃO DO MODELO NUMÉRICO PRELIMINAR

A elaboração do modelo matemático preliminar foi realizada seguindo as etapas citadas abaixo, descritas e detalhadas no item levantamento bibliográfico:

- a-) formulação de um modelo conceitual, no caso o preliminar;
- b-) seleção de um modelo matemático;
- c-) construção do modelo numérico.



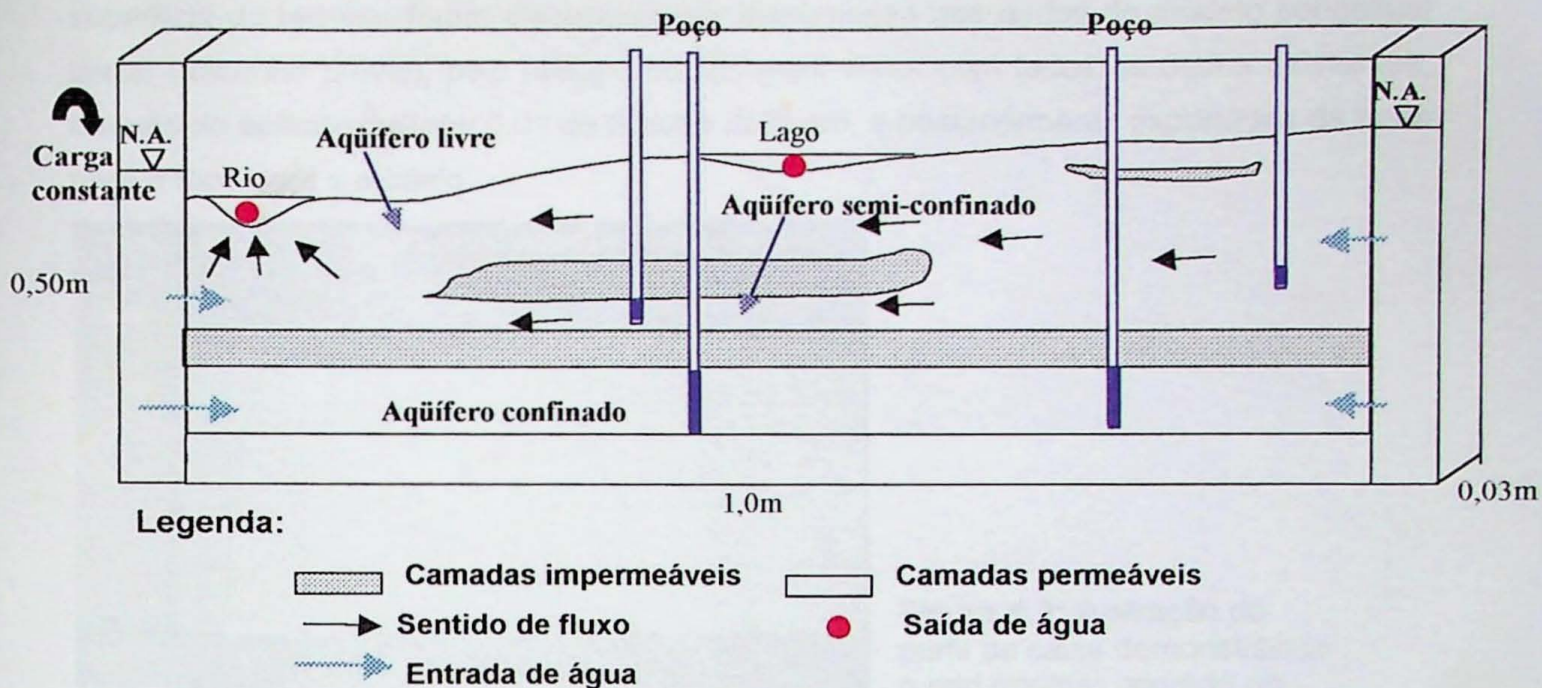


Figura 4.1: Croqui inicial da caixa de areia.

O modelo numérico de fluxo tridimensional preliminar foi confeccionado a partir dos dados do modelo conceitual preliminar, objetivando determinar a distribuição das camadas, a topografia e os locais de entrada e saída de água na caixa, evitando um modelo físico inviável e minimizando a possibilidade da ocorrência de erros durante a construção da caixa.

Para a execução dos modelos numéricos preliminar e posteriormente final, foi utilizado o aplicativo Visual MODFLOW®, *software* desenvolvido pela *Waterloo Hydrogeologic Software* do Canadá, composto por um pacote integrado que combina as mais recentes versões de diversos aplicativos, dentre os quais foi utilizado o USGS MODFLOW® (McDONALD & HARBAUGH, 1988), para cálculo do fluxo e balanço hídrico geral das águas subterrâneas. Esse programa foi escolhido, pois é acessível à autora e atende às necessidades do trabalho, sendo um dos mais eficientes para simulação de fluxo. O modelo numérico foi executado em uma cópia licenciada da ASA – Assessoria e Serviços Ambientais Ltda., nas instalações da empresa.

#### 4.2.1. Entrada de Dados no Modelo Matemático Preliminar

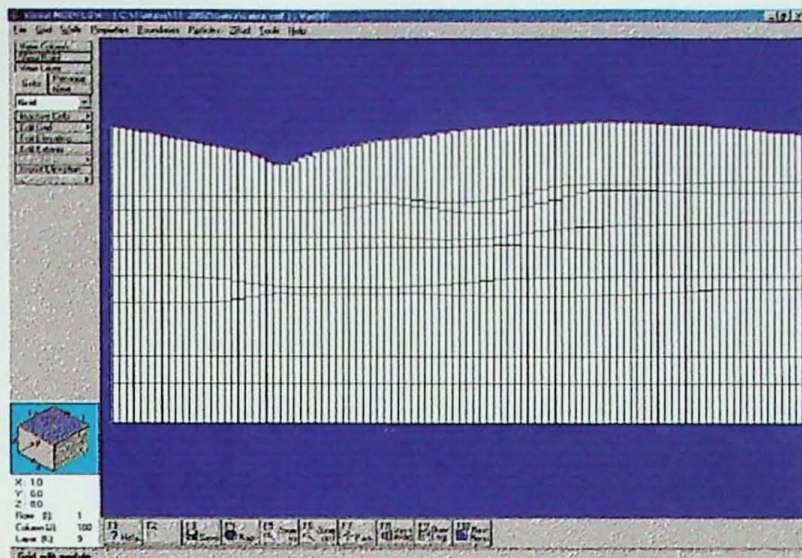
O modelo numérico preliminar foi executado em regime de equilíbrio com o objetivo de fornecer subsídios à construção da caixa, com os seguintes dados:

##### 4.2.1.1. Malha ou Grid

O grid do modelo é representativo de uma área de  $0,5m^2$ , compreendido por uma malha regular, composta por 100 colunas, 1 linha e 9 *layers* (figura 4.2). A superfície basal horizontal plana foi inserida manualmente, enquanto os *layers* consecutivos, incluindo a



superfície do terreno, foram elaboradas por interpolação dos dados do modelo conceitual inicial (desenho prévio), pelo método da krigagem linear com todos os dados existentes, através do aplicativo *Surfer 6.01* da *Golden Software*, e posteriormente exportadas da base para o topo para o modelo.



**Figura 4.2:** Ilustração do perfil da caixa demonstrando o grid (malha) adotado no modelo preliminar.

Pode-se observar que o lago proposto no modelo conceitual preliminar não foi inserido no modelo matemático, visando facilitar a construção da caixa de areia.

#### 4.2.1.2. Unidades Hidrogeológicas

Segundo o modelo conceitual, foram diferenciadas 4 (quatro) unidades hidrogeológicas, através da introdução no modelo dos parâmetros de armazenamento e condutividade hidráulica apresentados na **tabela 4.2**. Essas unidades foram dispostas em 13 (treze) camadas sedimentares, que compõem aquíferos porosos dos tipos confinado, semi-confinado e livre (vide **figura 4.3**).

Os parâmetros hidráulicos utilizados foram retirados de tabelas da bibliografia, que relacionam o diâmetro das frações granulométricas, aos parâmetros hidráulicos. As bibliografias adotadas foram aquelas que continham a maior quantidade de parâmetros dos diversos tipos de materiais e daquelas consideradas mais coerentes.

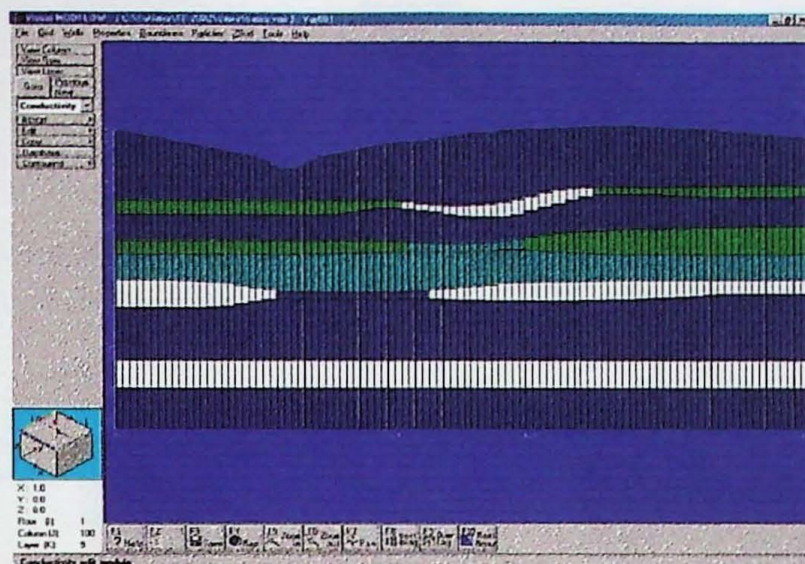
**Tabela 4.2 – Unidades hidrogeológicas consideradas – Parâmetros hidráulicos adotados.**

UNIDADE	CONDUTIVIDADE (cm/s)	ARMAZENAMENTO	
Unidade 1 Sedimento arenoso fino	$K_x = K_y = K_z = 8,18 \times 10^{-3}$ (DALY, 1982)	$S_s = 0,33$ $\phi_{ef} = 0,25$	$S_y = 0,02$ $\phi_{total} = 0,32$
Unidade 2 Sedimento arenoso médio	$K_x = K_y = K_z = 3,3 \times 10^{-2}$ (DALY, 1982)	$S_s = 0,66$ $\phi_{ef} = 0,25$	$S_y = 0,02$ $\phi_{total} = 0,37$
Unidade 3 Sedimento arenoso grosso	$K_x = K_y = K_z = 4,2 \times 10^{-1}$ (DALY, 1982)	$S_s = 0,4$ $\phi_{ef} = 0,25$	$S_y = 0,02$ $\phi_{total} = 0,38$
Unidade 4 Sedimento argiloso	$K_x = K_y = K_z = 1,0 \times 10^{-10}$ (DAVIS & De WIEST, 1966)	$S_s = 0,226$ $\phi_{ef} = 0,05$	$S_y = 0,0113$ $\phi_{total} = 0,45$

onde:



$K_x, K_y, K_z$  = condutividade hidráulica nos tensores x, y, z (cm/s);  
 $S_s$  = coeficiente de armazenamento pela espessura aquífera (1/m);  
 $S_y$  = coeficiente de armazenamento;  
 $\phi_{ef}$  = porosidade efetiva;  
 $\phi_{total}$  = porosidade total



**Figura 4.3:** Ilustração da disposição das unidades hidrogeológicas do modelo preliminar em perfil.

#### 4.2.1.3. Condições de Contorno

Como foi citado no item levantamento bibliográfico, o modelo matemático utilizado admite os três tipos de condições, a saber: de **carga** ou de **Direchlet (Tipo 1)**, de **fluxo** ou de **Neumann (Tipo 2)** e **mista** ou de **Cauchy (Tipo 3)**, conforme apresentado na **figura 3.8**. Nos limites físicos da caixa, com exceção das laterais, determinou-se condição de contorno do tipo fluxo nulo (**Tipo 2**), pois o fluxo existente nessas porções deve ser mínimo ou inexistente. As condições de contorno que foram inseridas diretamente na malha são descritas a seguir:

##### - Carga Constante

Uma carga constante representa a condição de contorno do **Tipo 1**. Esta pode ser inserida no modelo individualmente ou em grupo, em quaisquer dos níveis da malha.

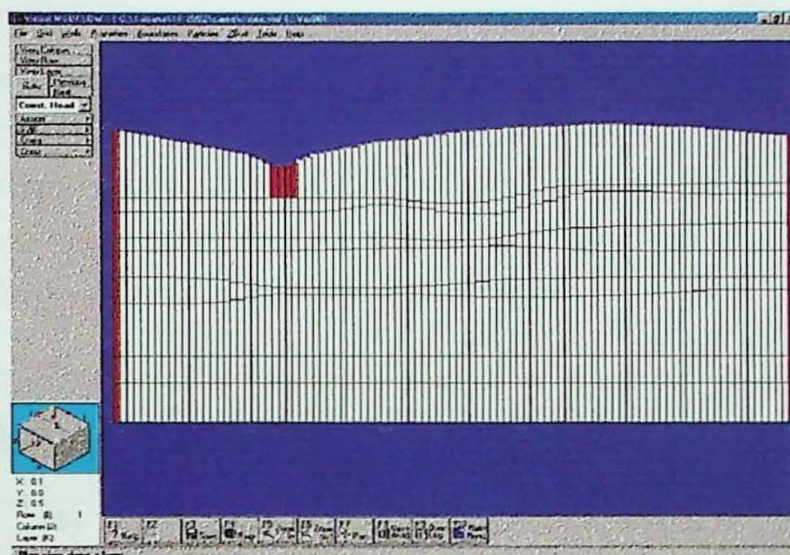
Esta carga é definida por sua cota, nos diversos tempos considerados, representando uma entrada de água quando sua cota estiver acima das cargas calculadas em torno da mesma, ou como saída de água, quando da situação inversa. Para os fluxos considerados, não é considerada nenhuma resistência entre a célula da carga especificada e a vizinha.

No modelo preliminar, considerou-se as duas laterais da caixa como carga constante, pois a água será mantida com carga constante através de bombas de aquário em circuito fechado nas laterais, não apresentando variações significativas ao longo do tempo. No local onde será simulado um rio, a água sairá da caixa por gravidade através de uma abertura na caixa e portanto, o nível do rio será constante (**figura 4.4**). As



cargas utilizadas em ambas as laterais, em um tempo de 86.400 segundos, foi de 0,42m e a carga constante utilizada no rio foi de 0,38m.

Entretanto, essa condição de contorno apresenta limitação, pois como já foi citado, no caso de o nível de água do aquífero for mais baixo que o do rio, o modelo matemático com tal condição de contorno fornecerá água do rio para o aquífero, o que não estará representado na realidade, pois na caixa, o rio será apenas uma abertura para saída de água.



Condição de Contorno do Tipo 1 (carga constante)

**Figura 4.4:** Ilustração demonstrando a utilização da condição de contorno do tipo carga constante no modelo matemático preliminar.

### 4.3. CONSTRUÇÃO DO MODELO FÍSICO (CAIXA DE AREIA) E MODELO CONCEITUAL FINAL

A caixa de areia foi construída com material acrílico, tendo extensões totais de 1,00m de comprimento, 0,50m de altura e 0,03m de espessura. As folhas de acrílico utilizadas têm espessuras de 4 a 5mm. Em cada lateral da caixa, há uma divisória perfurada com furos de 1mm de diâmetro distribuídos homogeneamente da base para o topo, disposta a 3cm da lateral para dentro da caixa. A água será bombeada através dessas células de 3x3cm<sup>2</sup>, com o intuito de homogeneizar o fluxo penetrante na caixa.

#### 4.3.1. Materiais de Preenchimento da Caixa

Conforme modelo conceitual idealizado, os materiais de preenchimento da caixa foram escolhidos com o intuito de simular diversos tipos de aquíferos através de seus condicionantes hidrogeológicos. Esses materiais, sedimentos arenosos e argilosos, foram obtidos respectivamente à partir de areia para construção, peneirada em distintas granulometrias e de uma argila expansiva pouco reativa, denominada bentonita.

A areia de construção foi lavada, seca em estufa a uma temperatura de aproximadamente 100°C e posteriormente peneirada em granulometrias variadas, em um peneirador vibratório, no Laboratório de Preparação de Amostras do GSA.



As peneiras utilizadas foram aquelas existentes no laboratório, que separassem a areia em granulometrias próximas à classificação dos sedimentos de Udden-Wentworth (**figura 3.1**), baseada no diâmetro ( $\phi$ ) dos grãos. Tais peneiras possuíam aberturas de 1,68mm, 1,41mm, 0,59mm, 0,50mm, 0,42mm e 0,150mm, e as diversas frações granulométricas ( $f$ ) peneiradas estão dispostas na **tabela 4.3**. A separação das areias em granulometrias distintas foi realizada com o objetivo de obter os parâmetros hidráulicos referentes a cada granulometria.

Dentre essas frações, foram escolhidas as que continham maior proporção: fração areia média a fina (6) que compõe a maior porcentagem da caixa e areia grossa a muito grossa (3), compondo dois estratos. Além desse material, cascalho fino (pré-filtro pérola) também foi utilizado para constituir um estrato mais permeável, facilitando o fluxo de água e três estratos de argila (bentonita) foram dispostos em posições estratégicas, simulando um aquífero confinado e outro semi-confinado.

**Tabela 4.3** – Relação entre as frações peneiradas e a classificação granulométrica de Udden – Wentworth.

	Frações ( $f$ )	Granulometria
(1)	$\geq 1,68\text{mm}$	Cascalho fino (2,0 – 4,0mm) a Areia muito grossa
(2)	$1,68 > f \geq 1,41\text{mm}$	Areia muito grossa (2,0 – 1,0mm)
(3)	$1,41 > f \geq 0,59\text{mm}$	Areia muito grossa a Areia grossa (1,0 – 0,5mm)
(4)	$0,59 > f \geq 0,50\text{mm}$	Areia grossa (1,0 – 0,5mm)
(5)	$0,50 > f \geq 0,42\text{mm}$	Areia média (0,5 – 0,25mm)
(6)	$0,42 > f \geq 0,150\text{mm}$	Areia média a Areia fina (0,25 – 0,125mm)
(7)	$f < 0,150\text{mm}$	Areia fina a Areia muito fina (0,125 – 0,062mm)

#### 4.3.2. Preenchimento da Caixa

A construção da caixa, como já citado anteriormente, foi baseada nos modelos conceitual e numérico preliminares.

Inicialmente foi feito um *grid* (eixos  $x$  e  $z$ ) em escala centimétrica, na parte posterior da caixa, com o objetivo de transpassar fielmente a geometria das camadas obtida no modelo numérico preliminar (**figura 4.3**) para a caixa (**foto 01**, anexo I).

Após o desenho da geometria das camadas na caixa, foram preparados oito poços de monitoramento em tubos de acrílico de 4mm de diâmetro interno, com comprimentos e filtros de tamanhos variados estrategicamente, visando atingir diferentes camadas. Os filtros foram furados no próprio acrílico, com broca de aproximadamente 1mm de diâmetro (**foto 02**, anexo I).



Após a confecção dos poços, iniciou-se o processo de preenchimento da caixa. Preencheu-se primeiramente a camada inferior com areia média a fina (AMF), lembrando-se que antes de seu preenchimento, foram colocados os poços de monitoramento P-01 e P-08, sem a adição de pré-filtro em torno do filtro, o que causou entupimento desses poços quando foi feito um “teste de bombeamento”. A camada de areia média a fina, assim como as demais, foram compactadas manualmente com um pedaço de madeira.

As camadas foram dispostas uma a uma, obedecendo a seqüência pré-determinada pelo desenho. Antes de preencher a terceira camada composta por areia média a fina (AMF), o poço P-04 e P-07 foram colocados, com um esquema que permitiu a inserção do pré-filtro, demonstrada na **foto 03**, no anexo I. Para tal, utilizou-se um tubo com diâmetro maior que o do poço e dentro deste tubo foi colocado o pré-filtro, como é feito normalmente em poços tubulares.

Em seguida, a quarta camada foi preenchida primeiramente pelas lentes argilosas e nos limites dessas lentes, foram colocadas faixas de papel, para permitir o preenchimento com areia média a fina entre elas, procedimento este utilizado em outras camadas, ilustrado na **foto 05**, no anexo I.

A quinta camada, composta por areia muito grossa a grossa (AMG), foi preenchida após a inserção do poço de monitoramento P-03 e do pré-filtro. Neste caso, o tubo utilizado para a introdução do pré-filtro foi fixado com fita crepe até o preenchimento da oitava camada.

Na seqüência, foram dispostas as camadas posteriores (sexta, sétima, oitava e nona) utilizando-se os procedimentos descritos anteriormente. Essas etapas são ilustradas pelas **fotos 04, 06, 07, 08 e 09**, no anexo I.

Com a caixa totalmente preenchida, a camada superior (nona camada) foi coberta com resina, para que a topografia desenhada na areia não se desfizesse, no caso de transporte da caixa (**foto 10**, anexo I).

#### **4.3.3. Funcionamento da Caixa**

O funcionamento da caixa foi projetado para que as condições estabelecidas no modelo numérico preliminar fossem alcançadas, visando entradas de água nas laterais da caixa (células de entrada de água) com carga constante e saída através do rio simulado, de forma que houvesse fluxo de água dentro do material de preenchimento.

Para tal funcionamento, as porções superiores de ambas as laterais, locais de entrada de água, foram furadas com o objetivo de manter as cargas constantes, ou seja, a água que ultrapassar determinada cota, sairá por esses furos, onde foram colocados engates rápidos, ligando-os à mangueiras. Essas mangueiras deságuam em uma pequena caixa com água, da qual a água é bombeada através de mangueiras para as laterais de entrada d'água, constituindo um ciclo fechado.



No local onde a topografia é mais baixa e foi simulado um rio, o furo realizado objetivou a saída de água, ligado através de engate rápido e mangueira, a qual também deságua na pequena caixa (fotos 10 e 11, anexo I). Para evitar a desconexão da topografia local e a saída de material com a saída de água, foi colocada uma célula física composta de acrílico, furada com uma broca de aproximadamente 1mm, no local do rio.

Além das saídas de água descritas acima, foram realizados furos nas porções inferiores de ambas as laterais da caixa, ligados através de mangueiras, que estão conectadas a um sistema hidráulico que permite ou não a drenagem da água contida na caixa após seu enchimento, quando necessário (foto 10, anexo I).

Após todos esses cuidados, a caixa foi finalmente saturada com colunas de água de 0,45m, em cada célula de entrada de água. A entrada de água pela lateral direita primeiramente, fez com que um pouco de material argiloso saísse pelos pequenos furos presentes na célula da lateral esquerda, fato que foi solucionado com o preenchimento das células com pré-filtro, visando vedar a possível saída de material.

Ao saturar a caixa, os materiais componentes das camadas se acomodou, ficando um espaço vazio entre este e a resina. Esse problema foi resolvido através da inserção do material constituinte da nona camada (areia grossa a muito grossa) em três furos feitos na resina, preenchendo os espaços vazios.

Após alguns dias de saturação, a argila expandiu, alargando a espessura da caixa em certos pontos e como medida preventiva para a caixa não ceder, foram inseridos alguns parafusos atravessando o acrílico.

#### **4.4. CONFECÇÃO DO MODELO NUMÉRICO FINAL**

Seguindo a seqüência da metodologia proposta, o modelo conceitual final composto pela nova disposição das camadas estabelecida após a saturação da caixa, pelos parâmetros hidráulicos obtidos através de ensaios de laboratório e/ou bibliografia e pelas condições de contorno atualizadas, foi simulado em novo modelo matemático e consequentemente calibrado, procedimentos de modelação matemática já descritos e detalhados no item 3.1.2.

##### **4.4.1. Modelo Conceitual Final**

A área de interesse modelada, compõe-se pela extensão do modelo físico, limitado em ambas as laterais pelas células de entrada de água, pelos limites físicos da caixa e pela resina superficialmente. Na porção esquerda, vista à partir da parte frontal da caixa, foi simulado um alto topográfico e na porção direita foi simulado um rio.

As unidades hidroestratigráficas simuladas no modelo físico por aquíferos sedimentares, compõe-se, pela água armazenada nos interstícios granulares de sedimentos arenosos



grossos a muito grossos e médios a finos, intercalados com lentes e camada de argila, simulando aquíferos semi-confinado e confinado; e intercalações de camadas compostas por cascalho fino (foto 09, anexo I). Todos os materiais apresentam características homogêneas e isotrópicas.

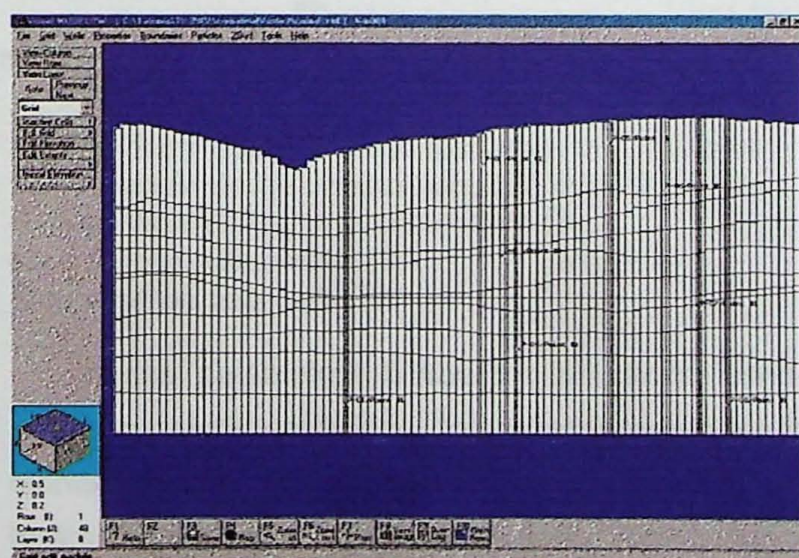
O fluxo preferencial na parte superior do modelo físico faz-se das laterais para o rio, considerando que há fluxo mínimo na porção inferior da caixa, devido ao confinamento e aos materiais mais finos presentes.

Existem oito poços de monitoramento instalados na área de interesse, sendo que os poços P-01 e P-08 apresentam problemas construtivos, pois não contêm pré-filtro e ao bombeá-los, a areia média-fina da primeira camada os entupiu.

#### 4.4.2. Entrada de Dados no Modelo Matemático Final

##### 4.4.2.1. Malha ou Grid

O novo *grid* do modelo é representativo de uma área de  $0,46\text{m}^2$ , compreendido por uma malha regular, composta por 93 colunas, 1 linha e 11 *layers* (figura 4.5). As superfícies dos *layers*, incluindo a superfície do terreno, foram elaboradas por interpolação de suas respectivas cotas, pelo método da krigagem linear, com todos os dados existentes através do aplicativo *Surfer 6.01* da *Golden Software*, posteriormente exportadas da topo para a base para o modelo e reeditadas na planilha do próprio modelo numérico. As cotas das superfícies dos *layers* foram medidas centímetro a centímetro no *grid* (eixos *x* e *y*), feito na etapa de confecção do modelo físico.



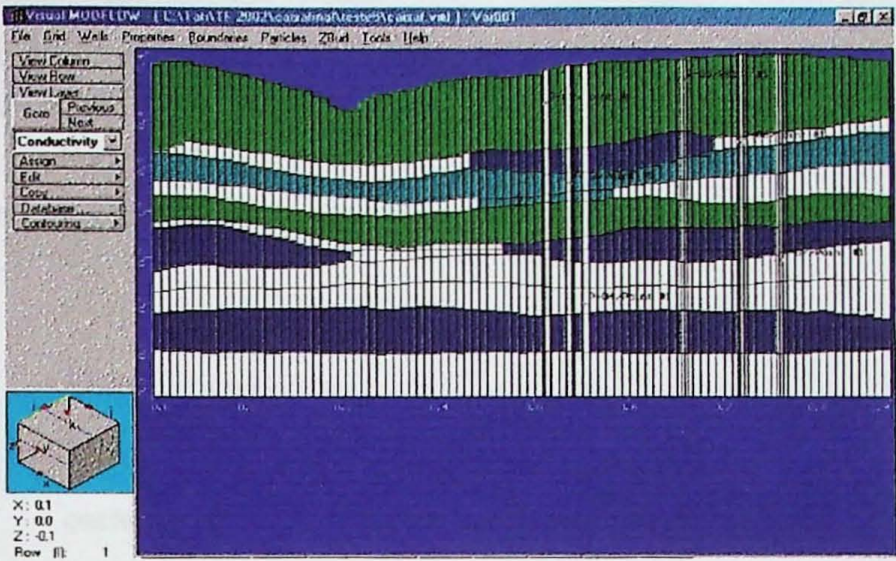
**Figura 4.5:** Ilustração do perfil da caixa demonstrando o grid (malha) do modelo final.

##### 4.4.2.2. Unidades Hidrogeológicas

Segundo o modelo conceitual, foram diferenciadas 4 (quatro) unidades hidroestratigráficas, através da introdução no modelo dos parâmetros de armazenamento e



condutividade hidráulica apresentados na **tabela 4.4**. Essas unidades foram dispostas em 14 (quatorze) camadas sedimentares, que compõem aquíferos porosos dos tipos confinado, semi-confinado e livre (vide **figura 4.6**).



**Figura 4.6:** Ilustração do perfil da caixa demonstrando as unidades hidroestratigráficas do modelo final.

**Tabela 4.4 – Unidades hidroestratigráficas consideradas – Parâmetros hidráulicos adotados.**

UNIDADE	CONDUTIVIDADE (cm/s)	ARMAZENAMENTO	
Unidade 1 Areia média a fina <input type="checkbox"/>	$K_x = K_y = K_z = 1,16 \times 10^{-2}$ (DALY, 1982)	$S_s = 0,0001^{(1)}$ $\phi_{ef} = 0,34$	$S_y = 0,34$ $\phi_{total} = 0,39$
Unidade 2 Areia grossa a muito grossa <input checked="" type="checkbox"/>	$K_x = K_y = K_z = 1,4 \times 10^{-1}$ (DALY, 1982)	$S_s = 0,0001^{(1)}$ $\phi_{ef} = 0,38$	$S_y = 0,38$ $\phi_{total} = 0,42$
Unidade 3 Cascalho fino <input checked="" type="checkbox"/>	$K_x = K_y = K_z = 9 \times 10^{-1}$ (DALY, 1982)	$S_s = 7 \times 10^{-5}^{(1)}$ $\phi_{ef} = 0,3$	$S_y = 0,3$ $\phi_{total} = 0,33$
Unidade 4 Argila (bentonita) <input checked="" type="checkbox"/>	$K_x = K_y = K_z = 1 \times 10^{-10}$ (DALY, 1982)	$S_s = 0,0113^{(1)}$ $\phi_{ef} = 0,05$	$S_y = 0,05$ $\phi_{total} = 0,45$

<sup>(1)</sup> Valores retirados de DOMENICO (1972).

Onde:

$K_x, K_y, K_z$  = condutividade hidráulica nos tensores x, y, z (cm/s);

$S_s$  = coeficiente de armazenamento específico (1/m);

$S_y$  = coeficiente de armazenamento (%);

$\phi_{ef}$  = porosidade efetiva (%);

$\phi_{total}$  = porosidade total (%).

Alguns parâmetros hidráulicos utilizados, condutividade hidráulica e coeficiente de armazenamento específico, foram retirados de tabelas da bibliografia, que relacionam o diâmetro das frações granulométricas, aos parâmetros hidráulicos. As bibliografias adotadas foram aquelas que continham a maior quantidade de parâmetros dos diversos tipos de materiais e daquelas consideradas mais coerentes.

O coeficiente de armazenamento adotado no modelo numérico final é semelhante à porosidade efetiva ou vazão específica, pois o modelo foi simulado em estado estacionário e nesse caso, o coeficiente de armazenamento não tem muita influência no sistema. Além



disso, baseando-se na comparação com valores da bibliografia, os valores adotados estão dentro dos intervalos considerados pela bibliografia.

Os outros parâmetros hidráulicos dos materiais contidos na caixa, tais como porosidade total e porosidade efetiva, foram obtidos através do ensaio de retenção de água no solo (Método do Funil), realizado no Laboratório de Física e Irrigação de Solos do IPT (Instituto de Pesquisas Tecnológicas).

O procedimento do ensaio de retenção de água no solo (IPT, 1999) é descrito abaixo e as tabelas de resultados estão apresentadas no Anexo II.

#### **- Ensaio de Laboratório**

##### **EQUIPAMENTO E MATERIAL**

- Funil de Placa Porosa: equipamento composto por vidraria (funil) com uma placa de cerâmica porosa acoplada na parte interna;
- placas porosas;
- bureta graduada;
- balança eletrônica; e
- estufa.

##### **PREPARAÇÃO DA AMOSTRA**

O procedimento de preparação de amostra (IPT-DIGEO-LFSI-PE-102) descreve o método para preparação de amostras com estrutura preservada, ou seja, indeformadas, que são utilizadas para ensaios de retenção de água no solo. Nesse caso, o procedimento foi um pouco diferenciado, pois o material utilizado não é um solo com estruturas, e sim um sedimento peneirado. Para a preparação de três amostras de cada tipo de material (areia média a fina, areia muito grossa a grossa e cascalho fino):

- 1) foram acoplados pedaços de papel filtro e fixados com elástico na base de cilindros, compostos por tubos de alumínio, com 7,3cm de diâmetro interno, 7cm de comprimento e 300ml de volume interno, lembrando-se que cada pedaço de papel filtro, cada elástico e cada cilindro foram pesados e suas leituras anotadas em planilha;
- 2) cada amostra foi colocada em um cilindro distinto, de modo a preenchê-los totalmente e sob cada cilindro de amostra, colocou-se uma placa de Petri;
- 3) o material excedente às bordas do cilindro foi aparado com uma faca até se nivelarem com as bordas do cilindro.

##### **PROCEDIMENTO DO ENSAIO A BAIXAS PRESSÕES (<0,1BAR) (IPT-DIGEO-LFSI-PE-001)**



- 1) os cilindros de amostras, preparados segundo procedimento descrito acima, foram saturados por 48h;
- 2) as amostras saturadas foram pesadas e as leituras anotadas na planilha de resultados;
- 3) transferiu-se as amostras para o funil de placa porosa;
- 4) aplicou-se uma tensão de 80cm de coluna d'água por 48h, através do tubo nivelador acoplado ao funil de placa porosa;
- 5) as amostras foram retiradas e pesadas após essas 48h e suas leituras foram anotadas em planilhas;
- 6) secou-se as amostras em estufa a uma temperatura de 105°C por 48h;
- 7) após a secagem, as amostras foram pesadas e suas leituras novamente anotadas em planilha.

## APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

### - Cálculo das umidades equivalentes à tensão de ensaio (IPT, 1999)

As seguintes equações devem ser utilizadas para obter as umidades relacionadas com as tensões aplicadas nas amostras durante o ensaio:

$$U = \frac{\text{peso da amostra úmida} - \text{peso da amostra seca a } 105^{\circ}\text{C}}{\text{peso da amostra seca a } 105^{\circ}\text{C}}$$

em que U é a umidade com base na massa, relativa a tensão aplicada na amostra durante o ensaio.

$$\theta = U \times D_s,$$

em que  $\theta$  é a umidade com base no volume relativo a uma determinada tensão de ensaio e  $D_s$  é a densidade do solo determinada através de parte do procedimento descrito acima, após secagem final da amostra na estufa.

$$D_s = \frac{\text{peso do conjunto cilindro/amostra} - \text{peso do cilindro (g/cm}^3\text{)}}{300 \text{ (volume do cilindro)}}$$

### 4.4.2.3. Condições de Contorno

Entre os três tipos de condições de contorno, já citadas anteriormente e aceitas pelo modelo matemático utilizado (Visual MODFLOW®), as inseridas diretamente na malha deste modelo numérico final, são descritas a seguir. As condições de contorno representadas pela recarga e evapotranspiração foram consideradas nulas.

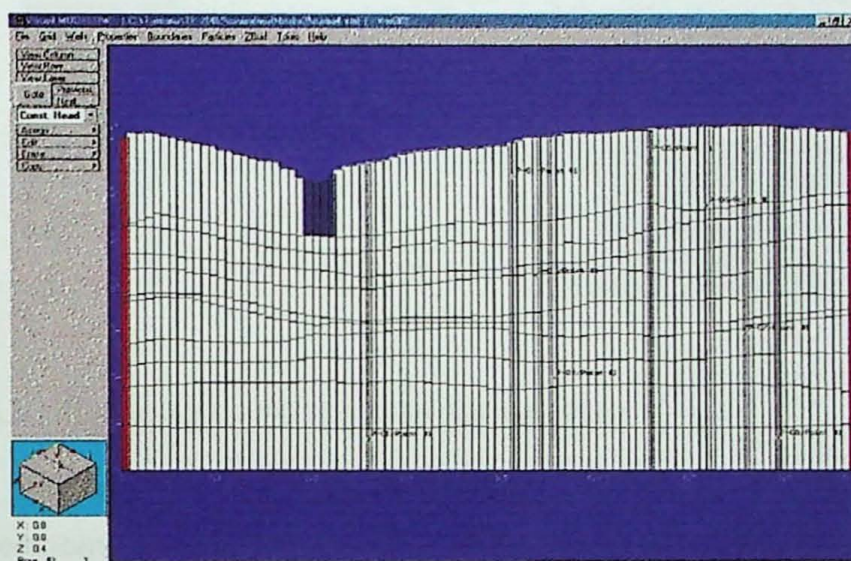
### - Carga Constante



Uma carga constante representa a condição de contorno do **Tipo 1** e pode ser inserida no modelo individualmente ou em grupo, em quaisquer dos níveis da malha. A carga constante fornece ou tira água do seu sistema constantemente, desconsiderando qualquer resistência entre a célula da carga e as células do modelo.

Como a água é mantida na caixa em um circuito fechado, as cargas nas laterais da caixa (células de entrada de água) são constantes e portanto, essa condição de contorno foi utilizada (**figura 4.7**).

Na lateral esquerda, vista da parte frontal da caixa, a carga é mais alta, tendo um valor igual a 0,446m. E a lateral direita tem uma carga mais baixa, devido provavelmente à proximidade do rio, igual a 0,442.



Condição de Contorno do **Tipo 1** (carga hidráulica conhecida)

**Figura 4.7:** Ilustração da condição de contorno do tipo carga constante no modelo matemático final.

#### - Célula RIO

A interação das águas superficiais (rios e lagos) e subterrâneas pode ser simulada no modelo matemático através da célula rio. Para tanto, são necessárias as cotas da base do rio, bem como do nível do rio, ou seja, do topo da lâmina d'água e da condutância ( $L^2/t$ ) do sedimento de fundo do rio.

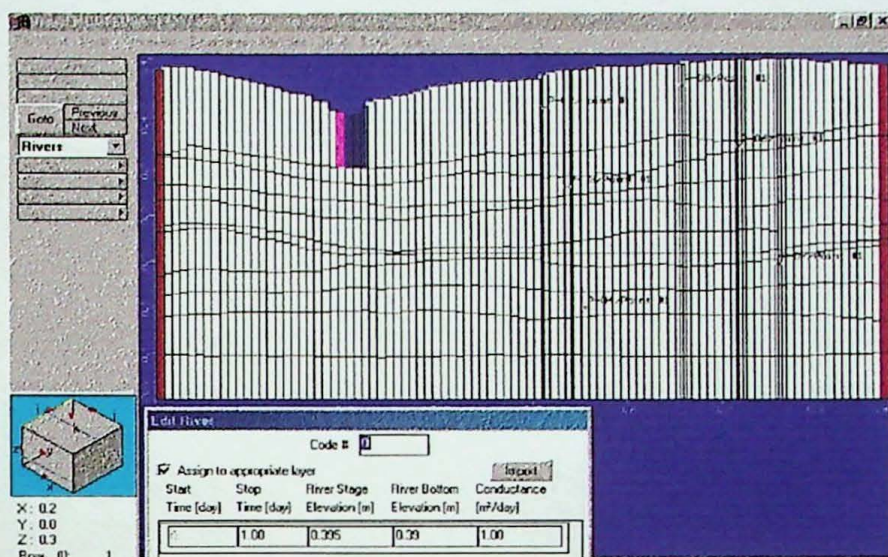
A condutância é dada pelo produto da permeabilidade do material de fundo, pelo comprimento e largura da célula rio, dividido pela espessura média do sedimento de fundo do rio.

No presente modelo final, o rio simulado no modelo físico, poderia ser considerado como carga constante, já que sua pequena espessura de nível d'água não varia muito. Entretanto, a utilização de carga constante no rio simulado, implicaria em uma menor vazão.

Portanto, a célula rio foi considerada (**figura 4.8**), com respectiva cota da base do rio medida na caixa de 0,39m e com nível de água a 0,5cm da base do rio (cota 0,395m). A condutância do rio simulado foi calculada aproximadamente, já que no local



do rio, como foi citado anteriormente, há uma célula de acrílico com furos de aproximadamente 1mm de diâmetro, para permitir a saída de água. A permeabilidade do acrílico furado foi inferida uma casa decimal abaixo da permeabilidade do material abaixo do rio ( $3 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ ), a largura e comprimento da célula de acrílico ( $0,04 \times 0,04 \text{ m}$ ) foram considerados, assim como espessura da folha de acrílico furada ( $0,004 \text{ m}$ ), dando uma condutância de  $1,036 \text{ m}^2/\text{dia}$ .



Condição de Contorno do Tipo 2 (fluxo conhecido)

Figura 4.8: Ilustração da condição de contorno do tipo rio no modelo matemático final.

#### 4.4.3. Calibração do Modelo Matemático Final

Como critério qualitativo de calibração, foi utilizada a comparação do mapa potenciométrico resultante, que ficou bem parecido com o previsto, com as curvas equipotenciais ao redor da saída de água e maiores fluxos na porção superior do modelo (figura 4.9).

O principal critério de calibração quantitativa foi a verificação dos resíduos das cargas medidas na caixa e as cargas calculadas pelo modelo.

As cargas utilizadas para calibração foram medidas nos poços de monitoramento da caixa (tabela 4.5), sendo que as cargas dos poços P-01 e P-08 foram desconsideradas por problemas construtivos desses poços (entupimento), ficando assim o modelo, sem nenhum controle dos níveis no aquífero confinado.

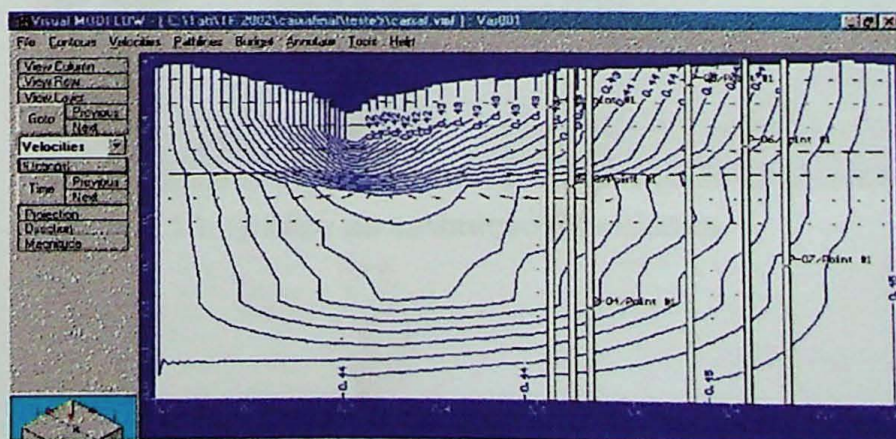


Figura 4.9: Ilustração do mapa potenciométrico após a calibração do modelo matemático final.



O modelo matemático foi considerado calibrado, baseando-se nos resíduos de carga verificados e obtendo-se uma média normalizada inferior a 10%. Os erros apresentados na calibração final estão demonstrados no gráfico da figura 4.10 e na tabela 4.6.

Tabela 4.5 – Cargas utilizadas na calibração.

POÇO	Cota do terreno (m)	Cota do N. A.(m)
P-02	0,425	0,428
P-03	0,431	0,44
P-04	0,433	0,44
P-05	0,44	0,439
P-06	0,445	0,443
P-07	0,4465	0,4458

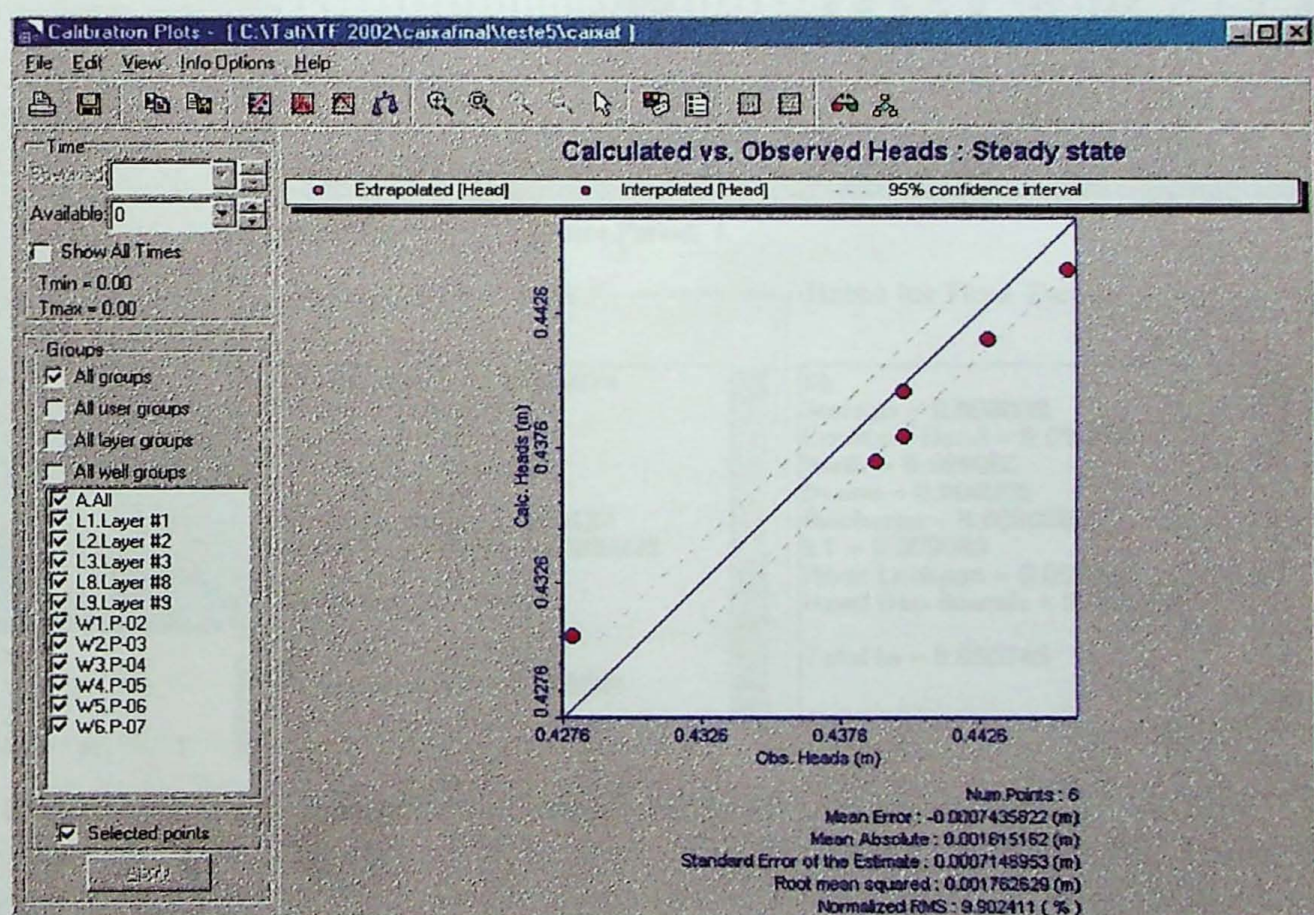


Figura 4.10: Gráfico de calibração quantitativa.

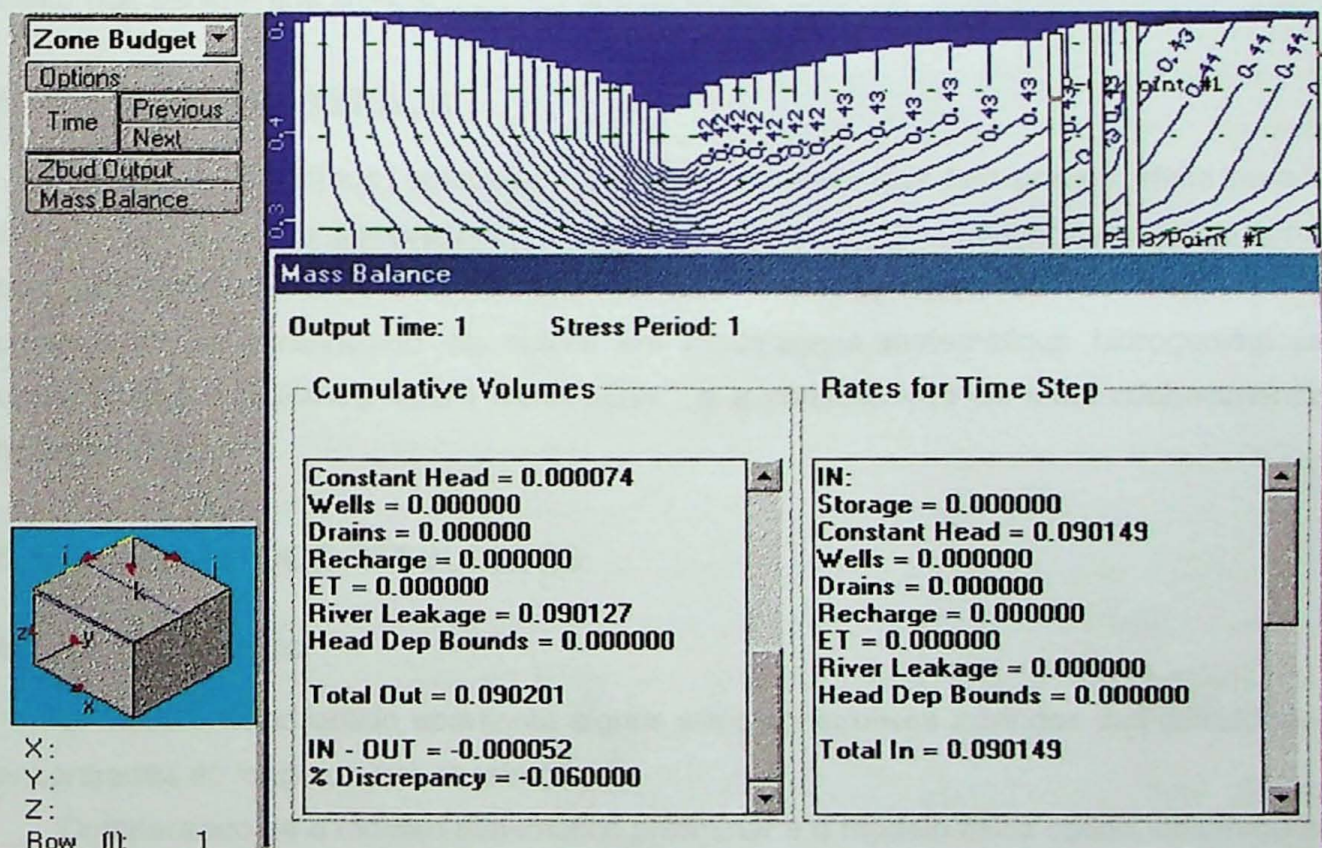


**Tabela 4.6** – Erros da calibração quantitativa obtidos com o modelo calibrado.

ERRO MÉDIO	ERRO MÉDIO ABSOLUTO	RMS	RMS NORMALIZADO
-0,00074m	0,0016m	0,0018m	9,9%

A calibração foi obtida principalmente através da variação do parâmetro de condutividade hidráulica dos quatro materiais presentes na caixa, dentro dos intervalos pré-determinados retirados da bibliografia e da variação da posição dos filtros em poços que atravessam diversas camadas, como o poço P-03.

O modelo calibrado apresentou um balanço hídrico com erro final de 0,06% (figura 4.11), indicando que as equações parciais de fluxo foram solucionadas corretamente (ANDERSON & WOESSNER, 1992).



**Figura 4.11:** Balanço de massa do modelo matemático final.

#### 4.4.4. Validação

A validação de um modelo matemático é realizada quando há a possibilidade de comparação entre os valores prognosticados e os dados medidos em campo, após o tempo de prognóstico. No caso da caixa de areia (modelo físico), a validação seria feita através de uma simulação de bombeamento nos poços de monitoramento e comparação entre os



dados de vazão medidos e prognosticados. Devido a dificuldades de bombeamento dos poços de monitoramento, basicamente pela ausência de uma bomba a vácuo de baixa vazão, não foi possível validar o modelo.

#### **4.4.5. Análise de Sensibilidade**

Essa etapa visa a checagem da sensibilidade de alguns parâmetros hidrogeológicos inseridos no modelo, através da variação desses parâmetros e conseqüente verificação dos resíduos. Os parâmetros verificados foram a condutividade hidráulica, coeficiente de armazenamento, porosidade total e efetiva e condutância do material de fundo do rio.

Notou-se que o modelo tem uma maior sensibilidade para a condutividade hidráulica e secundariamente para a condutância do material de fundo do rio, enquanto que a variação dos parâmetros de armazenamento não influenciam o modelo matemático, possivelmente devido ao fato de o modelo ter sido executado em regime de equilíbrio (MARCELINO, comunicação verbal). Notou-se também que a sensibilidade à condutividade hidráulica é maior nos sedimentos arenosos do que nos argilosos.

### **5. RESULTADOS OBTIDOS**

Dentre os resultados, obteve-se uma caixa de areia que tem grande efeito para a visualização e melhor compreensão do comportamento da água subterrânea, assim como sua simulação numérica tridimensional de fluxo calibrada. Além desses resultados, o principal foi o aprendizado da autora em modelagens matemáticas hidrogeológicas, utilizando-se o aplicativo Visual MODFLOW®, e a consolidação de seus conhecimentos hidrogeológicos.

### **6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

#### **6.1. MODELO FÍSICO**

O modelo físico obtido apresenta alguns erros construtivos advindos das dificuldades encontradas ao longo de sua construção.

Comparando-se o modelo matemático preliminar e o modelo físico obtido, observou-se que as cargas constantes de entrada de água efetivamente utilizadas, 0,446m na lateral esquerda e 0,442m na lateral direita, foram maiores que as cargas utilizadas no modelo preliminar, 0,42m nas duas laterais e que a saída de água simulada no modelo prévio tinha uma carga constante de 0,38m, enquanto que a saída de água do modelo físico encontra-se a 0,39m.

Esses fatores causaram uma maior quantidade de água no modelo físico e conseqüentemente, o nível de água ficou acima do terreno ou bem próximo dele, não



observável devido à presença da camada de resina com espessura média de 1cm, acima da superfície do terreno.

O fato de o nível de água estar acima do terreno no modelo físico implica em um escoamento superficial preferencial entre o terreno e a resina, influenciando as condições de fluxo dentro do material.

### **6.1.1. Construção do Modelo Físico**

Além dos fatores citados acima, alguns erros construtivos observados após a construção da caixa, também influenciaram o seu funcionamento e devem ser comentados. Dentre eles pode-se citar:

- o comprimento (1,00m) da caixa deveria ter sido menor em relação a sua espessura (0,05m), pois após sua saturação, observou-se que o acrílico não resistiu a pressão advinda principalmente da expansão das camadas de argila, causando um abaulamento na espessura da caixa;

- os materiais mais finos concentrados na parte inferior da caixa deveriam ter sido dispostos na parte superior, pois o contrário fez com que o fluxo na parte inferior fosse mínimo, devido à menor condutividade hidráulica desses materiais e à pressão causada pelos materiais grosseiros superiores;

- a caixa deveria ter sido saturada após seu preenchimento com pequenas colunas de água, ou seja, de baixo para cima, pois o contrário fez com que grande quantidade de ar ficasse retida no material de menor condutividade, não permitindo sua completa saturação;

- todos os poços deveriam ter sido "construídos" com pré-filtro, pois a tentativa de bombear os poços com uma bomba de aquário com fluxo invertido, fez com que alguns poços entupissem, como por exemplo os poços P-01 e P-08.

Apesar de todos esse fatores, o modelo físico (caixa de areia) tem grande efeito para a visualização e melhor compreensão do comportamento da água subterrânea, sem a pretensão de comparar a caixa de areia com aquíferos reais. Futuramente pretende-se inserir traçadores para determinar melhor as condições de fluxo, ou mesmo alguma substância colorida para melhor visualização.

## **6.2. MODELO MATEMÁTICO**

### **6.2.1. Entrada de Dados**

#### **6.2.1.1. Malha/Grid**

A importação das superfícies dos *layers*, incluindo a superfície do terreno, através do aplicativo *Surfer 6.01* da *Golden Software*, causou uma desconfiguração das camadas, que foram reeditadas na planilha do próprio modelo numérico.



A entrada das cotas dos *layers* dispostos na caixa, no modelo numérico final, contém imprecisões relacionadas com a medição através de régua milimetrada. Deve-se lembrar que em uma área de estudo real essa imprecisão é relativamente maior, pois geralmente a malha de sondagens pontuais realizadas, não abrange a totalidade do substrato. Dependendo do caso, faz-se necessária a realização de sondagens geofísicas para a obtenção da continuidade lateral e vertical das camadas.

As imprecisões de medições são relativas à escala de trabalho adota e portanto, nas situações reais, onde a escala de trabalho normalmente utilizada varia entre métrica e quilométrica, permite imprecisões de ordens de grandezas maiores que no modelo físico simulado, onde a escala de trabalho utilizada foi centimétrica.

#### 6.2.1.2. Unidades Hidrogeológicas

As unidades hidrogeológicas definidas através de seus parâmetros hidráulicos também contém imprecisões, pois não foram feitos ensaios de laboratório para todos os parâmetros e nesse caso, utilizou-se dados da bibliografia que apresentava pequeno intervalo entre valores máximos e mínimos. Mesmo os ensaios realizados em laboratório, resultaram em valores aproximados, devido ao tipo de ensaio que requeria amostras indeformadas do material ensaiado, condição impossível de atender, pois seria necessária a destruição da caixa após preenchida e saturada, para a retirada do material.

Entretanto, os valores estimados nos ensaios e utilizados para a calibração do modelo podem ser comparados com os apresentados na bibliografia.

#### 6.2.1.3. Condições de Contorno

A condição de contorno **carga constante** contém imprecisão milimétrica, pois foi medida diretamente na caixa com régua milimetrada e a condição de contorno do tipo rio contém imprecisão advinda da inferência da permeabilidade da célula de acrílico de saída do rio, utilizada para o cálculo da condutância do rio. Apesar dessa inferência, o modelo foi calibrado com esse valor.

Se o nível de água da caixa não estivesse acima do terreno, não haveria fluxo superficial e a vazão de saída do rio poderia ser utilizada para calcular a condutância do material.

Poderiam ter sido utilizadas outras condições de contorno. No lugar da carga constante, seria favorável a utilização da carga genérica (GHB), devido à presença de pré-filtro nas células de entrada de água das laterais, porém sem a condutância do material, não foi possível chegar a uma calibração. No local da célula rio, poderia ter sido utilizada uma condição de carga constante, porém a tentativa foi feita e houve uma restrição muito grande da saída de água da caixa.



#### 6.2.1.4. Calibração

A calibração quantitativa foi baseada principalmente nos níveis dos poços medidos ou cargas hidráulicas observadas, que apresentam imprecisões milimétricas, devido à metodologia de medição adotada.

Os valores de cargas hidráulicas demonstradas no gráfico de calibração apresentam valores com aproximação centimétrica e portanto os valores medidos foram arredondados pelo modelo numérico.

### 7. CONCLUSÕES

O modelo físico atende as expectativas de simular um fluxo horizontal dentro do material, apesar de conter alguns erros construtivos que interferem no funcionamento do "sistema hidrogeológico". É um ótimo material didático para demonstrar diversos condicionantes hidráulicos, compreender o comportamento das linhas de fluxo, observar efeitos hidrogeológicos como o artesianismo, entre outros.

A importação de superfícies formadas no aplicativo *Surfer 6.01* da *Golden Software*, não traduz as superfícies reais, e portanto essa ferramenta deve ser utilizada com cautela.

O aplicativo adotado para a modelagem matemática modela sistemas hidrogeológicos de pequena escala, tendo uma precisão de até sete casas decimais (GUIGUER, informação verbal), porém na saída gráfica do modelo matemático, a escala não é compatível com a escala real, devido possivelmente a arredondamentos.

Além da saída gráfica do modelo, foi detectado arredondamento no gráfico final de calibração para a casa centimétrica, fato que dificultou a calibração, pois algumas cargas medidas no modelo físico continham diferenças milimétricas.

Quanto menor a escala de trabalho, mais precisos devem ser os dados, porém o aplicativo utilizado apresenta restrições a valores precisos, com mais duas casas decimais.

### 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDERSON, M. P. & WOESSNER, W. W. 1992. *Applied Groundwater Modeling: Simulation of Flow and Advective Transport*. San Diego, California, Academic Press Inc. 381p.
- CABRAL, J. & ALVES, J. 1997. Aplicação de Modelos em Hidrogeologia. In: FEITOSA, F. & MANOEL FILHO, J. *Hidrogeologia: Conceitos e Aplicações*. Recife, CPRM e LABHID-UFPe. p.367-389.
- CLEARY, R. W. 1989. Águas Subterrâneas: Engenharia Hidrológica. Rio de Janeiro, Coleção ABRH de Recursos Hídricos, Ed. UFRJ. p.293-404.

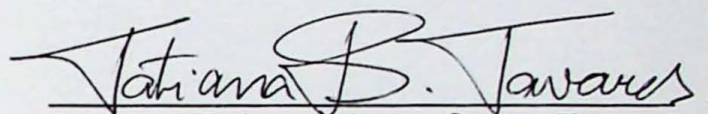


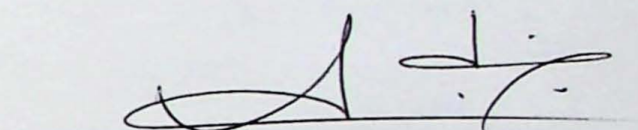
- CLEARY, R. W. 1991. Qualidade da Água Subterrânea: Hidrologia Ambiental. São Paulo, Coleção ABRH de Recursos Hídricos, Ed. EDUSP. p.211-296.
- DALY, C. 1982. Evaluation of Procedures for Determining Selected Aquifer Parameters. Prepared U.S. Army Toxic Hazardous Materials Agency, CR REL Report. p. 41 – 82.
- DAVIS, S. & DE Wiest, J. M. 1966. Hydrogeology. New York, Wiley. 463 p.
- DOMENICO, P. A. 1972. Concepts and Models in Groundwater Hydrology. New York, McGraw-Hill. 405 p.
- FETTER, C.W. 1994. Applied Hydrogeology. Upper Saddle River, New Jersey, Prentice-Hall, 4ª Edição. 598p.
- FRANCISS, F. O. 1980. Hidráulica de meios permeáveis: escoamento em meios porosos. Rio de Janeiro, Interciência/São Paulo, EDUSP. 169 p.
- IPT, 1999. Manual de Procedimentos. AGAMA/DIGEO/LFSI, São Paulo/SP. 3: 29.
- IRITANI, M. A. 1998. Modelação Matemática Tridimensional - Uma ferramenta para a proteção das águas subterrâneas. São Paulo. 139 p. (Dissertação de Doutorado, Universidade de São Paulo).
- MARCELINO, M. B. 1997. Modelagem Matemática Aplicada à Hidrogeologia. Santa Fé de Bogotá, Colômbia. (Apostila de Curso).
- MARCELINO, M. B. 1998. Curso "Modelos Matemáticos Aplicados à Hidrogeologia". Montevideo, Uruguai. (Apostila de Curso).
- MARCELINO, M. B. 1999. Delimitação de perímetros de proteção dos poços tubulares (PPP) empregando a técnica de modelagem numérica tridimensional. São Paulo. 135p. (Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo).
- MCDONALD, M. G. & HARBAUGH, A. W. 1988. A Modular Three Dimensional Finite-Difference Ground-Water Flow Model. Techniques of Water-Resources Investigations of US Geological Survey. USGS 06-A1, Washington, EUA. 576p.
- MORRIS, D. A. & JOHNSON, A. I. 1967. Summary of hydrological and physical properties of rock and soil materials as analyzed by the hydrologic laboratory of the U. S. Geological Survey 1948-60. U. S. Geological Survey, Water Supply Paper, 1839 - D. 42 p.



- REBOUÇAS, A.C. 1994. Metodologia de Evaluacion de Sistemas Aquíferos. In: II Cong. Lat. Amer. de Hidrologia Subterrânea. Santiago, Chile. (Curso Pré-Congresso).
- TODD, D. K. 1980. Groundwater Hydrology. New York, John Wiley and Sons Inc. 535 p.
- WHB - WATERLOO HYDROGEOLOGIC BRASIL. 1998. Modelagem Matemática de Fluxo e Transporte em Águas Subterrâneas. São Paulo. (Apostila de curso).

De acordo,

  
Tatiana Luiz dos Santos Tavares

  
Prof. Dr. Uriel Duarte



## 9. ANEXOS

### 9.1 Anexo 1: Anexo 1: Anexo 1: Anexo 1: Anexo 1



Figura 1. Anexo 1: Anexo 1: Anexo 1: Anexo 1: Anexo 1



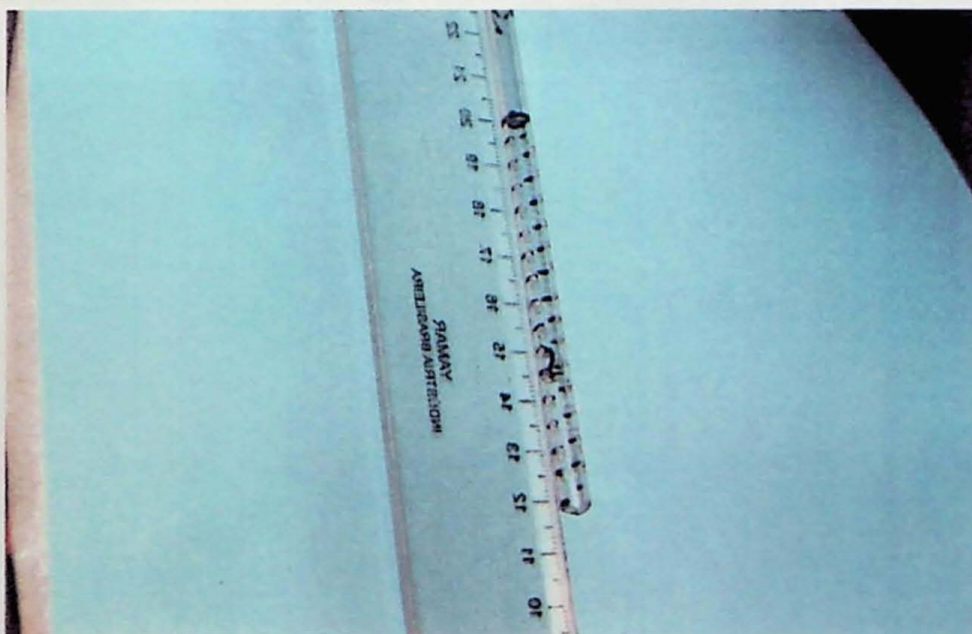
Figura 2. Anexo 2: Anexo 2: Anexo 2: Anexo 2: Anexo 2



## 9.1. ANEXO 1: ARQUIVO FOTOGRÁFICO

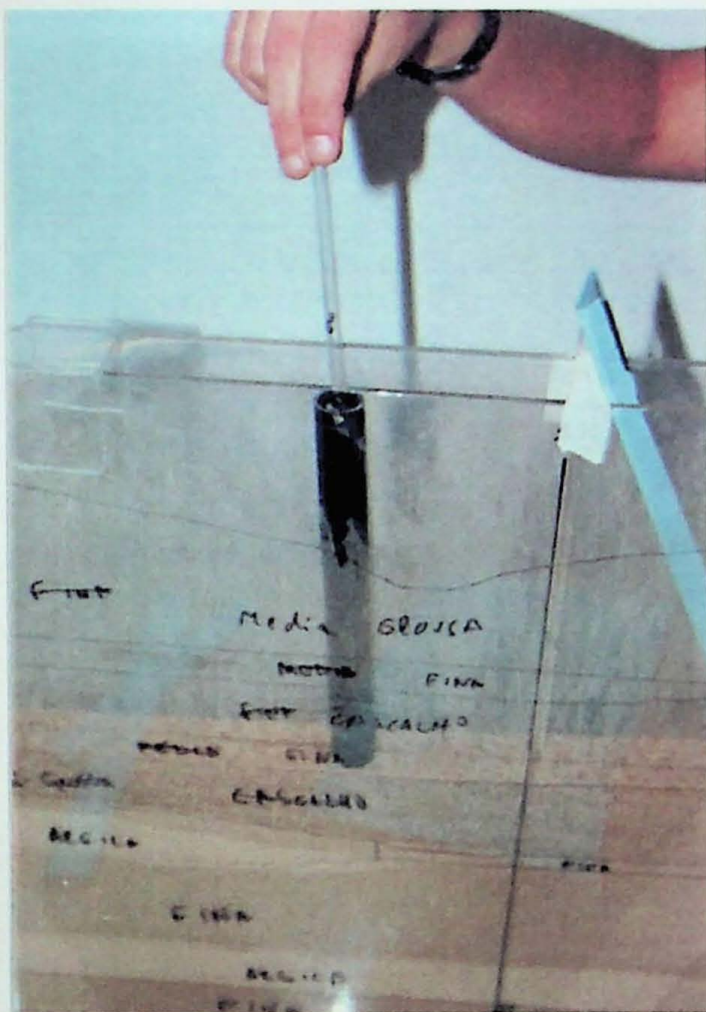


**Foto 01:** Caixa de acrílico com as camadas desenhadas segundo o modelo numérico preliminar e os materiais de preenchimento da caixa já peneirados.

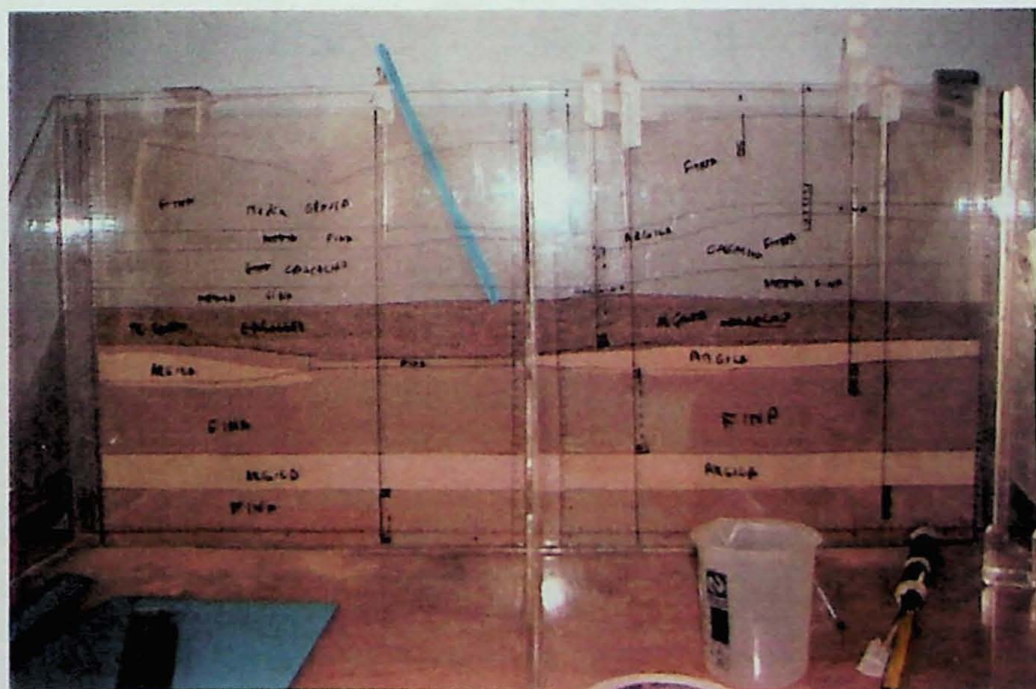


**Foto 02:** Filtro de um dos poços de monitoramento.





**Foto 03:**  
Demonstração da  
inserção do pré-filtro  
ao redor do poço.

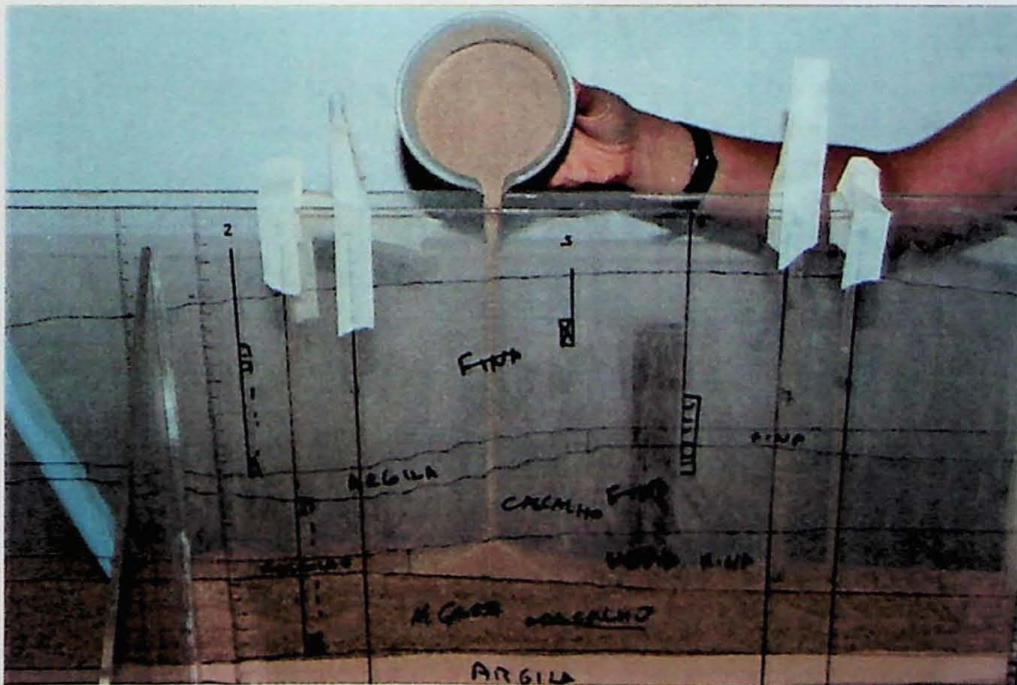


**Foto 04:** Ilustração do preenchimento da caixa até a quinta camada.



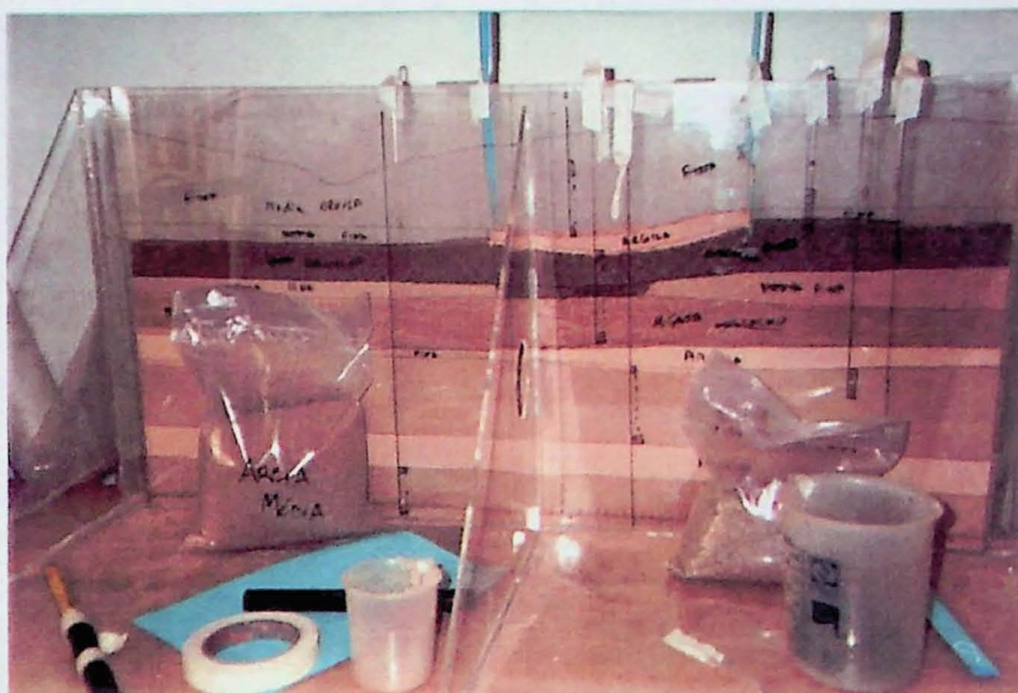


**Foto 05:** Ilustração do procedimento utilizado para preenchimento de uma camada por dois materiais distintos, no caso, a sexta camada.

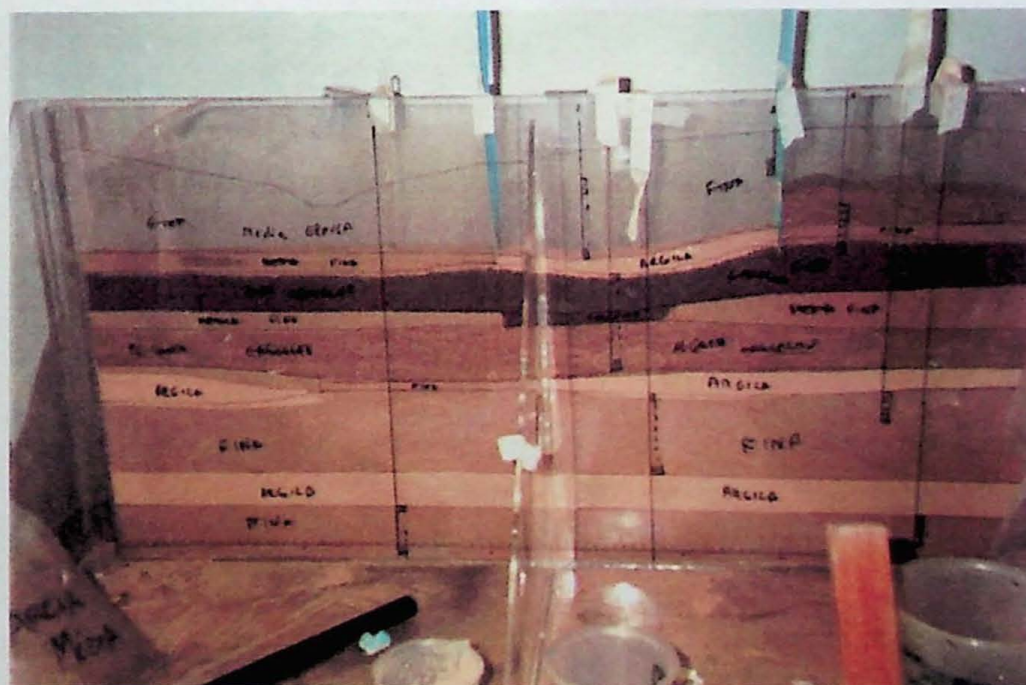


**Foto 06:** Ilustração do preenchimento da sexta camada.



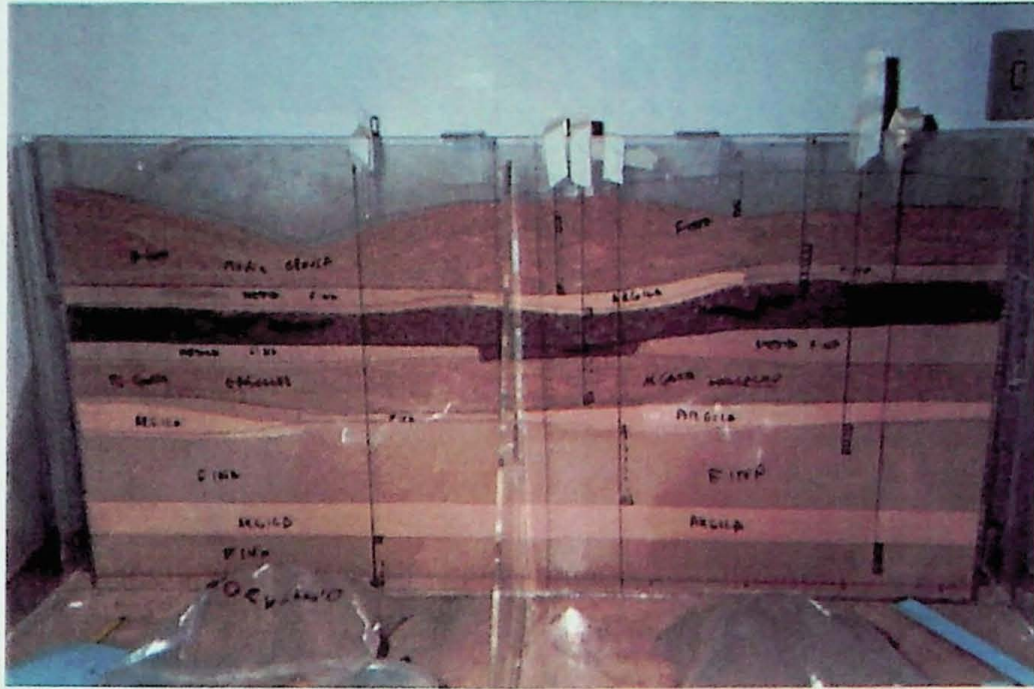


**Foto 07:** Ilustração do preenchimento da oitava camada, composta por diferentes materiais.

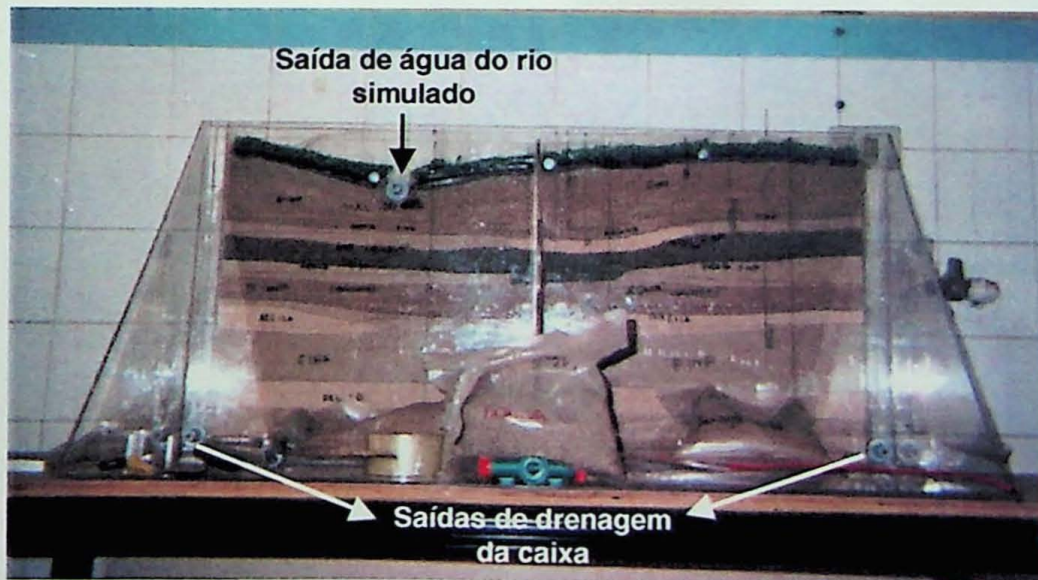


**Foto 08:** Ilustração do preenchimento da nona e última camada.



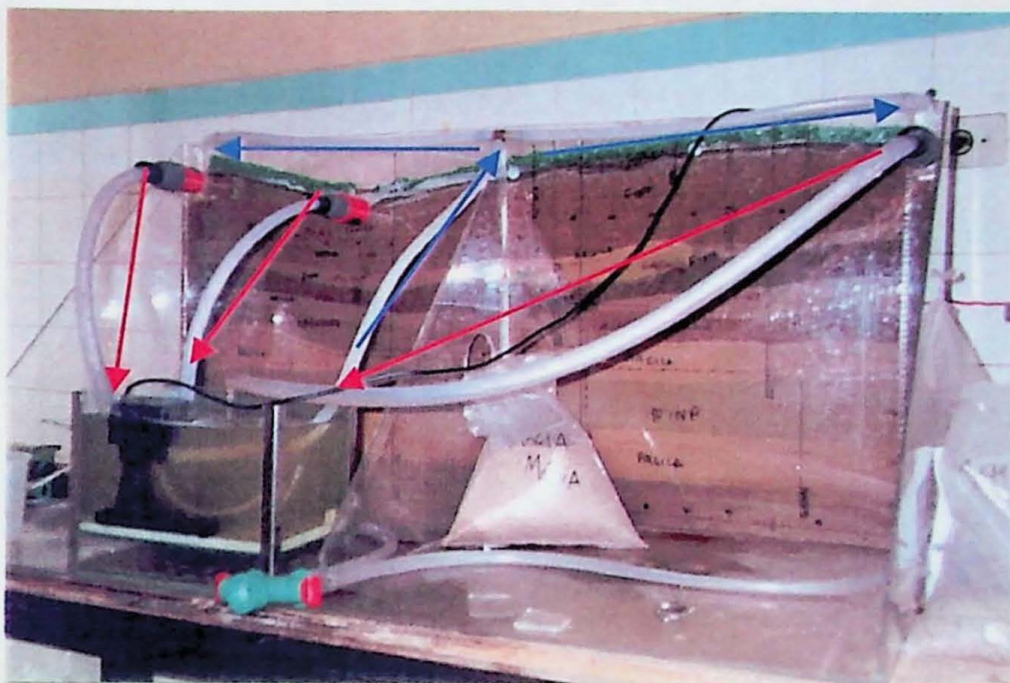


**Foto 09:** Ilustração da caixa quase totalmente preenchida.



**Foto 10:** Ilustração da parte posterior da caixa totalmente preenchida, coberta por resina e apresentando algumas saídas de água.





**Foto 11:** Ilustração dos componentes de funcionamento da caixa.

- Entradas de água
- Saídas de água



## 9.2. ANEXO II: TABELAS DOS ENSAIOS DE LABORATÓRIO

**Tabela 1:** Tabela de compilação dos dados dos ensaios de retenção de água no solo.

Número de Registro	Identificação da Amostra	Peso Umidade Natural + Anel (g)	Peso Saturado + Anel (g)	Peso Seco + Anel (g)	Tensão (centímetro de coluna d'água)		Peso Filtro (g)	Peso Elástico (g)	Número do Cilindro	Peso Cilindro (g)
					20cca	80cca				
01	0,42>A>0,15	629,89	747,52	628,84		643,11	0,61	0,53	142	135,88
02	0,42>A>0,15	618,18	741,12	617,07		631,50	0,60	0,61	95	134,58
03	0,42>A>0,15	629,35	752,83	628,30		642,70	0,64	0,54	114	135,15
04	A>0,59	602,91	728,48	601,93		612,53	0,52	0,50	35	138,32
05	A>0,59	602,42	729,95	601,45		612,06	0,47	0,51	21	135,94
06	A>0,59	594,13	720,53	593,14		604,46	0,49	0,52	143	143,08
07	AMG	667,10	762,26	666,10		675,33	0,50	0,57	33	137,6
08	AMG	672,35	762,28	671,35		680,79	0,61	0,54	171	138,66
09	AMG	675,18	772,17	674,00		683,73	0,51	0,59	136	137,93



**Tabela 2:** Resultados dos ensaios de retenção de água no solo.

Porosidade Efetiva							
Número de Registro	Identificação da Amostra	Profundidade (cm)	Tensão (cm de coluna d'água)	Peso Saturado (g)	Umidade à Massa (g/g)	Umidade à Volume (cm <sup>3</sup> /cm <sup>3</sup> )	Umidade à Volume (%)
01	0,42>A>0,15	0	0cca	610,50	0,24	0,39	39%
			20cca	-137,02	-1,28	-2,10	-210%
			50cca	-137,02	-1,28	-2,10	-210%
			80cca	506,09	0,03	0,05	5%
02	0,42>A>0,15	0	0cca	605,33	0,26	0,41	41%
			20cca	-135,79	-1,28	-2,06	-206%
			50cca	-135,79	-1,28	-2,06	-206%
			80cca	495,71	0,03	0,05	5%
03	0,42>A>0,15	0	0cca	616,50	0,25	0,41	41%
			20cca	-136,33	-1,28	-2,10	-210%
			50cca	-136,33	-1,28	-2,10	-210%
			80cca	506,37	0,03	0,05	5%
04	A>0,59	0	0cca	589,14	0,27	0,42	42%
			20cca	-139,34	-1,30	-2,01	-201%
			50cca	-139,34	-1,30	-2,01	-201%
			80cca	473,19	0,02	0,03	3%
05	A>0,59	0	0cca	593,03	0,28	0,43	43%
			20cca	-136,92	-1,29	-2,01	-201%
			50cca	-136,92	-1,29	-2,01	-201%
			80cca	475,14	0,02	0,03	3%
06	A>0,59	0	0cca	576,44	0,28	0,42	42%
			20cca	-144,09	-1,32	-1,98	-198%
			50cca	-144,09	-1,32	-1,98	-198%
			80cca	460,37	0,02	0,04	4%
07	AMG	0	0cca	623,59	0,18	0,32	32%
			20cca	-138,67	-1,26	-2,22	-222%
			50cca	-138,67	-1,26	-2,22	-222%
			80cca	536,66	0,02	0,03	3%
08	AMG	0	0cca	622,47	0,17	0,30	30%
			20cca	-139,81	-1,26	-2,24	-224%
			50cca	-139,81	-1,26	-2,24	-224%
			80cca	540,98	0,02	0,03	3%
09	AMG	0	0cca	633,14	0,18	0,33	33%
			20cca	-139,03	-1,26	-2,25	-225%
			50cca	-139,03	-1,26	-2,25	-225%
			80cca	544,70	0,02	0,03	3%



