

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO–USP
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

Vinícius Albernaz Lacerda Freitas

**Simulação Transitória de Linhas de
Transmissão de Alta Tensão em
Corrente Contínua**

São Carlos
2015

Vinícius Albernaz Lacerda Freitas

**Simulação Transitória de Linhas de
Transmissão de Alta Tensão em
Corrente Contínua**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Escola de Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo.

Orientador: Prof. Tit. Denis Vinicius Coury

São Carlos
2015

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

A862s Albernaz Lacerda Freitas, Vinícius
Simulação transitória de linhas de transmissão de
alta tensão em corrente contínua / Vinícius Albernaz
Lacerda Freitas; orientador Denis Vinicius Coury. São
Carlos, 2015.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com
ênfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2015.

1. Linhas de Transmissão. 2. Sistemas HVDC. 3.
Simulação Transitória. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Vinicius Albernaz Lacerda Freitas

Título: "Simulação transitória de linhas de transmissão de alta tensão em corrente contínua"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado

em 19 / 06 / 2015,

com NOTA 10,0 (dez , zero), pela Comissão Julgadora:

Prof. Titular Denis Vinicius Coury - (Orientador - SEL/EESC/USP)

Prof. Dr. Renato Machado Monaro - (EPUSP)

Prof. Associado Rogério Andrade Flauzino - (SEL/EESC/USP)

Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:
Prof. Associado Homero Schiabel

*Este trabalho é dedicado ao meu Senhor, Jesus Cristo, como primeiro fruto de todos
aqueles que ainda virão.*

Agradecimentos

Este trabalho concluído se apresenta como resultado de um processo. E, nada seria feito sem a participação de algumas pessoas.

De fato, devo minha própria construção enquanto pessoa e estudante à influência positiva delas. Nada do que fiz, fiz por minha própria capacidade. Tudo o que sou e produzo tem participação destas e por isso lhes sou grato. Em ordem cronológica:

Ao Pai, a Jesus Cristo e ao Espírito Santo, meu amigo e conselheiro, meu pai e Senhor. Ele é o planejador e o maior incentivador de tudo o que faço e sou. DEle veio a força, a motivação, a alegria, o consolo e a direção. DEle veio a plenitude de vida e a salvação. DEle também veio o presente de poder contar com pessoas incríveis na minha história.

À minha mãe Luciana e ao meu irmão Alan, pelo incentivo, carinho e orações.

À minha noiva Mariana, por ter sido minha companheira em todas as horas; tanto na alegria como na tristeza; tanto na dor como no prazer; sempre paciente, sempre presente. Seus conselhos me ensinaram, suas orações me abençoaram, sua força me incentivou e sua dedicação me inspirou.

Ao meu sogro Carlos Pedro e à minha sogra Alessandra, por terem me mentoreado e apoiado, por terem me acolhido e amado.

Aos amigos Matheus, Ben-Hur, Leonardo, Kaique, Victor e Renê, por terem sido não somente amigos, mas irmãos em todo o tempo. Estiveram ao meu lado em todo tempo que precisei e foram grandes companheiros durante todos esses anos.

Ao professor Mário, pela minha introdução no Laboratório de Sistemas de Energia Elétrica (LSEE) e pelo meu treinamento na pesquisa. Sua paciência em corrigir meus textos e seu conhecimento ao me ensinar muito me ajudaram. A ele sou grato pelo que aprendi na pesquisa e na escrita.

Ao professor Denis e ao professor Renato Monaro pela grande oportunidade em realizar este trabalho; pela orientação e co-orientação. Sou grato pelos desafios por eles apresentados, porque através deles pude aprofundar meus conhecimentos. Agradeço ainda pela cobrança de ir além, pois ela me ensinou que sempre posso render mais.

Aos colegas do LSEE, em especial: Athila, Eduardo, Fabrício, Guacira, Rodolfo e Rui,
pelas sugestões e contribuições a esse trabalho.

*“Pois dEle, por Ele e para Ele são todas as coisas.
A Ele (Deus) seja a glória para sempre!”
(Paulo de Tarso, carta aos Romanos.)*

Resumo

Freitas, Vinícius **Simulação Transitória de Linhas de Transmissão de Alta Tensão em Corrente Contínua**. 134 p. Trabalho de Conclusão de Curso – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2015.

O presente trabalho traz uma análise da simulação transitória de linhas e cabos de transmissão empregados em sistemas *High Voltage Direct Current* (HVDC). A análise inicia com uma contextualização dos sistemas HVDC, suas características básicas e distintivas dos sistemas *High Voltage Alternating Current* (HVAC). Em seguida é realizada uma breve apresentação de eventos transitórios passíveis de ocorrência em sistemas HVDC, introduzindo assim a necessidade de uma análise transitória para esses sistemas. A análise prossegue com a apresentação do modelo de linhas de transmissão por ondas viajantes e do cálculo de seus parâmetros considerando a larga faixa de frequências em análises transitórias. Formado o arcabouço teórico sobre as linhas e cabos, prossegue-se para a apresentação tanto das técnicas empregadas para traduzir computacionalmente o modelo físico quanto das simplificações que resultam nos modelos computacionais, estes utilizados por *software* de simulação transitória. Por fim é realizada uma análise comparativa entre os modelos computacionais de linhas e cabos mais utilizados visando apresentar as possíveis diferenças e semelhanças entre eles. Os resultados conduziram para conclusão de que a simulação transitória de linhas e cabos de transmissão, diferentemente da simulação em regime permanente, requer uma análise profunda e não simplificada dos modelos físicos, dos cálculos de parâmetros e dos modelos computacionais empregados.

Palavras-chave: Linhas de Transmissão. Sistemas HVDC. Simulação Transitória.

Lista de ilustrações

Figura 1	Evolução da potência transmitida por sistemas HVDC (MW).	26
Figura 2	Diagrama unifilar genérico de um sistema HVDC.	29
Figura 3	Comparação entre a silhueta de torres de transmissão tipicamente utilizadas em sistemas CA e CC.	33
Figura 4	Comparação entre os custos da transmissão por sistemas CA e CC em função do comprimento das linhas.	33
Figura 5	Diagrama esquemático da topologia monopolar assimétrica.	34
Figura 6	Diagrama esquemático da topologia monopolar simétrica.	35
Figura 7	Diagrama esquemático da topologia bipolar.	35
Figura 8	Diagrama esquemático da topologia homopolar.	36
Figura 9	Diagrama esquemático de um conversor CSC.	37
Figura 10	Diagrama esquemático de um conversor VSC.	37
Figura 11	Diagrama esquemático de um sistema HVDC exemplo.	39
Figura 12	Exemplo de circuito para desligamento rápido de linha CC.	42
Figura 13	Curva da corrente em uma linha CC na condição de falta e posterior desligamento por um disjuntor CC.	43
Figura 14	Descarga atmosférica genérica.	44
Figura 15	Exemplo da curva de corrente de uma descarga atmosférica.	45
Figura 16	Formas de onda da tensão nos terminais de uma linha CC em uma condição de falta.	46
Figura 17	Tensões em um pólo positivo para falta no meio de um pólo negativo. .	47
Figura 18	Circuito equivalente de uma porção Δx de uma linha real.	50
Figura 19	Circuito equivalente de uma linha de transmissão curta.	58
Figura 20	Circuito equivalente de uma linha de transmissão média pelo modelo Pi nominal.	59

Figura 21	Circuito equivalente de uma linha de transmissão média pelo modelo T nominal.	59
Figura 22	Seção transversal de um condutor cilíndrico.	63
Figura 23	Seção transversal de dois condutores percorridos por correntes em sentidos opostos.	66
Figura 24	Seção transversal de dois condutores percorridos por correntes em sentidos opostos com imagem sob a terra.	67
Figura 25	Distâncias entre diversos condutores para cálculo de indutância.	68
Figura 26	Densidade de corrente, campo elétrico e campo magnético ao longo de um condutor cilíndrico, sólido e de comprimento infinito.	71
Figura 27	Variação na frequência das razões da resistência, indutância interna e raio médio geométrico com relação aos seus valores CC.	75
Figura 28	Distâncias entre diversos condutores para cálculo de indutância.	77
Figura 29	Exemplo de cabo do tipo single-core.	81
Figura 30	Seção transversal de um cabo do tipo single-core.	81
Figura 31	Exemplo de revestimentos de um cabo do tipo single-core.	82
Figura 32	Seção longitudinal de um cabo do tipo <i>single-core</i> com representação de impedâncias.	87
Figura 33	Exemplo de cabo do tipo <i>pipe</i>	90
Figura 34	Resistor.	92
Figura 35	Indutor.	93
Figura 36	Equivalente de Norton para o modelo do indutor.	93
Figura 37	Capacitor.	94
Figura 38	Circuito RL série pelo método trapezoidal	95
Figura 39	Redução do circuito RL série obtido pelo método trapezoidal.	96
Figura 40	Modelo duplo de uma linha de transmissão sem perdas obtido pelo método trapezoidal.	97
Figura 41	Exemplo de circuito a ser resolvido pelo método nodal.	98
Figura 42	Circuito traduzido em equivalentes de Norton.	99
Figura 43	Modelo duplo de linha de transmissão sem perdas com resistência concentrada.	102
Figura 44	Modelo duplo de meia linha de transmissão sem perdas com resistência concentrada.	102
Figura 45	Modelo Bergeron de uma linha de transmissão.	103
Figura 46	Equivalente de Norton para o Modelo Dependente da Frequência.	105
Figura 47	Circuito equivalente da resolução modal no domínio do tempo.	108
Figura 48	Dados geométricos do cabo utilizado.	111

Figura 49	Módulo da impedância do núcleo em função da frequência.	113
Figura 50	Ângulo da impedância do núcleo em função da frequência.	113
Figura 51	Módulo da admitância do núcleo em função da frequência.	114
Figura 52	Ângulo da admitância do núcleo em função da frequência.	114
Figura 53	Módulo da admitância característica do núcleo em função da frequência.	115
Figura 54	Ângulo da admitância característica do núcleo em função da frequência.	115
Figura 55	Módulo da função de propagação do núcleo em função da frequência. .	116
Figura 56	Ângulo da função de propagação do núcleo em função da frequência. .	116

Lista de tabelas

Tabela 1	Dados do cabo utilizado.	112
Tabela 2	Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (1Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 0	117
Tabela 3	Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (1Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 1	118
Tabela 4	Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (1Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 2	118
Tabela 5	Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (60Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 0	118
Tabela 6	Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (60Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 1	119
Tabela 7	Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (60Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 2	119

Lista de siglas

CA Corrente Alternada

CAAT Corrente Alternada em Alta Tensão

CC Corrente Contínua

CCAT Corrente Contínua em Alta Tensão

CSC *Current Source Converter*

EMTP *Electromagnetic Transients Program*

GTO *Gate Turn-off Transistor*

HVAC *High Voltage Alternating Current*

HVDC *High Voltage Direct Current*

IGBT *Insulated Gate Bipolar Transistor*

LCC *Line Comutated Converters*

PWM *Pulse-Width Modulation*

SEP Sistemas Elétricos de Potência

STATCOM Compensador Estático Síncrono, em inglês *Static Synchronous Compensator*

SVC Compensador Estático de Reativos, em inglês *Static VAR Compensator*

VSC *Voltage Source Converter*

Sumário

1	Introdução	25
2	Características Gerais dos Sistemas HVDC	29
2.1	Aplicações	29
2.2	Benefícios	30
2.3	Comparação entre Transmissão de Energia em CA e em CC	31
2.3.1	Custos da Transmissão	32
2.4	Topologias de Sistemas HVDC	34
2.5	Conversores Empregados	36
2.6	Exemplo de um Sistema HVDC	38
3	Transitórios em sistemas HVDC	41
3.1	Transitórios provocados por chaveamentos	41
3.2	Transitórios provocados por descargas atmosféricas	43
3.3	Transitórios provocados por faltas	45
4	Linhas de Transmissão pelo Modelo das Ondas Viajantes	49
4.1	Dedução Tradicional	49
4.1.1	Interpretação das Equações de Onda	53
4.1.2	Coeficientes de Reflexão	54
4.1.3	Velocidade de Propagação das Ondas pela Linha	55
4.1.4	Simplificações do Modelo em Termos do Comprimento das Linhas	56
5	Cálculo dos Parâmetros de Linhas e Cabos de Transmissão	61
5.1	Cálculo de Parâmetros de Linhas	61
5.1.1	Resistência Série	61
5.1.2	Indutância Série	62
5.1.3	Influência do solo na impedância	68
5.1.4	Capacitância em derivação	70

5.2	Efeito Pelicular	70
5.3	Transposição	75
5.4	Redução de Kron	76
5.4.1	Influência dos cabos guarda	78
5.4.2	Influência de conjuntos de condutores	79
5.5	Cálculo de Parâmetros de Cabos	80
5.5.1	Cabo single-core	80
5.5.2	Cabo pipe-type	89
6	Técnicas Computacionais Empregadas na Solução de Transitórios Eletromagnéticos	91
6.1	Discretização de Elementos Passivos	92
6.1.1	Resistor	92
6.1.2	Indutor	93
6.1.3	Capacitor	94
6.2	Redução para um Circuito Equivalente	94
6.3	Modelo de Linha de Transmissão sem perda	96
6.4	Solução do Circuito Completo	98
6.5	Erro de Truncamento do Método Trapezoidal	100
7	Modelos Computacionais de Linhas e Cabos de Transmissão	101
7.1	Modelo Bergeron	101
7.2	Modelo Dependente da Frequência	103
7.2.1	Convolução para o domínio do tempo	105
7.2.2	Resolução no Domínio Modal	106
7.2.3	Resolução no Domínio de Fases	109
8	Análise Comparativa entre os Modelos Bergeron e Dependente da Frequência no Domínio de Fases	111
8.1	Dados do cabo utilizado	111
8.2	Parâmetros Calculados	112
8.2.1	Comparação entre os modelos dependentes da frequência	112
8.2.2	Comparação entre o modelo Bergeron e o modelo Dependente da Frequência no Domínio de Fases	117
	Conclusão	121
	Referências	123

Anexos	127
ANEXO A	Código para o cálculo dos parâmetros de cabo segundo
Ametani (1980)	129

Introdução

A transmissão de energia elétrica teve seu início no fim do século XIX. Seu início foi todo desenvolvido em Corrente Contínua (CC). Porém, a medida que as distâncias entre as centrais geradoras e os centros consumidores aumentou, foram necessárias tensões mais elevadas e os sistemas CC perderam a concorrência para os sistemas em Corrente Alternada (CA), dado que os sistemas em corrente contínua não dispunham da tecnologia necessária para elevar as tensões. Assim, por um longo período, os sistemas CA foram a única alternativa viável para a transmissão de energia em longas distâncias.

Entretanto, novos fatores como o barateamento de dispositivos de eletrônica de potência; a necessidade de se interligar múltiplas centrais geradoras - supridas muitas vezes por fontes renováveis de energia -; as grandes distâncias entre as centrais geradoras e os centros de carga; a geração *offshore* e o conceito de *smartgrids* corroboraram para que a transmissão em Corrente Contínua em Alta Tensão (CCAT) ou em inglês: *HVDC* voltasse a ser utilizada.

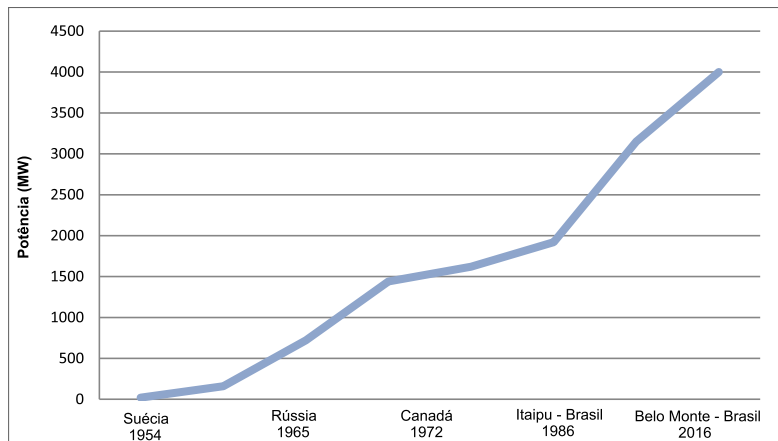
Segundo Sood (2004), o primeiro sistema comercial de transmissão em HVDC foi instalado entre a ilha de Gotland e o continente sueco, 96 km distantes. O sistema entrou em operação em 1954, com 20 MW, 200 A e 100 kV.

O maior obstáculo ao avanço dos sistemas de transmissão em corrente contínua era o desenvolvimento de válvulas para altas tensões. Em 1967 a ABB desenvolveu a primeira válvula de tiristor em alta tensão substituindo as antigas válvulas a arco de mercúrio, possibilitando assim um aumento significativo da potência transmitida. O gargalo das válvulas foi sendo ultrapassado com o desenvolvimento da eletrônica de potência, aumentando a confiabilidade, a eficiência e o controle dos sistemas HVDC.

O gráfico da Figura 1, montado a partir de dados de Sood (2004), ilustra o avanço dos sistemas HVDC em termos de potência transmitida.

Portanto, com a implementação crescente de sistemas HVDC, as questões já evidenciadas em sistemas de corrente alternada, como resposta dinâmica, fluxo de potência, transitórios eletromagnéticos decorrentes de faltas simétricas e assimétricas, estabilidade e proteção devem ser igualmente estudados em sistemas em corrente contínua. Essa aná-

Figura 1 – Evolução da potência transmitida por sistemas HVDC (MW).



Fonte: (SOOD, 2004)

lise também deve ocorrer nas linhas e cabos de transmissão no sentido de verificar os modelos mais adequados para tratar as diferentes situações nos Sistemas Elétricos de Potência (SEP), como as apresentadas acima.

Ante o exposto, o presente trabalho tem como principal objetivo estudar as técnicas de simulação transitória de linhas e cabos de transmissão empregados em sistemas HVDC.

No Capítulo 2 são apresentadas informações gerais e introdutórias a respeito dos sistemas HVDC, incluindo topologias e conversores empregados, bem como uma breve comparação entre sistemas HVDC e HVAC.

No Capítulo 3 são apresentados transitórios típicos de SEP de forma a introduzir a necessidade do uso modelos transitórios dos elementos do sistema, como as linhas de transmissão, na simulação de tais eventos.

No Capítulo 4 é exposta a modelagem tradicional de linhas de transmissão pelo modelo de ondas viajantes, bem como as simplificações do modelo em termos do comprimento das linhas.

No Capítulo 5 são detalhados os cálculos de parâmetros eletromagnéticos de linhas e cabos de transmissão, estes utilizados nos modelos apresentados nesse documento. Parâmetros como resistência, indutância e capacitância tem seus cálculos apresentados respeitando-se a análise transitória.

No Capítulo 6 são apresentadas as técnicas de tradução computacional de elementos de SEP como resistores, indutores, capacitores e linhas de transmissão, bem como o princípio de solução do circuito traduzido. A ênfase para todo o desenvolvimento é dada para a tradução pelo método trapezoidal.

No Capítulo 7 são apresentados os modelos de linha Bergeron e Dependente da Frequência.

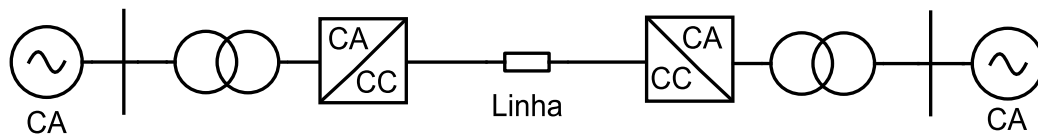
No Capítulo 8, é feita uma análise comparativa entre os modelos Bergeron e Depen-

dente da Frequência no domínio de fases. Também é feita uma comparação entre os modelos dependente da frequência no domínio de fases utilizados pelos *softwares* ATP e RSCAD e uma implementação do autor baseada no equacionamento apreentado na Subseção 5.5.1. O código em linguagem *Matlab*[®] resultante da implementação do autor é apresentado no Anexo A.

Características Gerais dos Sistemas HVDC

A Figura 2 apresenta um diagrama unifilar genérico de um sistema HVDC, com a exceção para a topologia *Back-to-Back*, que não apresenta a Linha CC.

Figura 2 – Diagrama unifilar genérico de um sistema HVDC.



Fonte: (NIQUINI, 2009)

No sistema acima podem ser identificados os sistemas CA que podem ser geradores ou linhas de transmissão CA, os transformadores de conversão que ajustam as tensões de entrada e saída do sistema, o retificador que converte as tensões e correntes alternadas para tensões e correntes contínuas, a linha CC e o inversor que realiza a conversão das tensões e correntes contínuas para tensões e correntes alternadas. Cabe ressaltar que o diagrama genérico acima não representa todos os elementos específicos e os pormenores de um sistema HVDC, porém oferece um panorama geral do que será estudado no trabalho.

2.1 Aplicações

O crescimento dos sistemas elétricos, tanto em demanda quanto em geração, resultam em novos padrões de fluxo de potência que podem sobrecarregar ou subutilizar os novos centros geradores. Na maioria dos casos de expansão desses sistemas é feito utilizando a Corrente Alternada em Alta Tensão (CAAT) ou em inglês: *HVAC*, porém, em algumas situações, soluções envolvendo sistemas HVDC vem sendo implementadas. Cigre (2013) destaca algumas:

- a) suprimento de energia para centros urbanos;

- b) interconexão de usinas de geração *offshore*;
- c) suprimento de energia para plataformas de petróleo;
- d) conexão entre geração remota e centros de carga;
- e) transmissão inter-continental de grandes pacotes de energia;
- f) rede de distribuição entre centros armazenadores de energia.

2.2 Benefícios

De acordo com Cigre (2013), é a interação entre sistemas CA e CC que determina tanto o desempenho quanto a confiabilidade geral de um sistema heterogêneo. Alguns benefícios da interação se destacam:

- a) a rede CC pode auxiliar a rede CA no controle da tensão, ajudando assim a melhorar a margem de estabilidade do lado CA;
- b) a rede CC pode auxiliar a rede CA amortecendo as oscilações de potência no lado CA, diminuindo assim o risco de instabilidade angular;
- c) a rede CC pode auxiliar a rede CA fornecendo potência adicional rapidamente em situações emergenciais, como por exemplo quando a rede CA precisa ser segmentada. Tal suprimento colabora para amortecer as oscilações de frequência no lado CA.

Outros benefícios se destacam no contexto da geração a partir de fontes renováveis de energia. De acordo com EPE (2013), a capacidade instalada usinas de geração de energia por fontes renováveis no Brasil passará de 24.2 MW em 2015 para 38.1 MW em 2022. As novas centrais geradoras não podem parar no gargalo do escoamento de energia elétrica. Nesse contexto, os sistemas HVDC podem ser utilizados para interconectar múltiplas usinas geradoras (como eólicas, eólicas *offshore*, solares e a maremotriz) independentemente da frequência de cada uma. Dado que múltiplas usinas se concentrarão em regiões eólicamente ou solarmente favoráveis, por exemplo, nesses pontos haverá alta geração de energia porém pouca capacidade de escoamento, limitado pela capacidade das linhas de transmissão existentes. De acordo com EPE (2013), em 2022 a previsão é que 21% da carga da região Sudeste/Centro-Oeste advinha de fontes provedoras como as usinas do rio Madeira e das bacias dos rios Tapajós, Juruena e Teles Pires. Estas usinas situam-se em regiões com excesso de geração, exportando energia para centros de carga distantes. Uma conexão CC pode melhorar significativamente o fluxo de energia dessas regiões potencialmente geradoras até os centros de demanda, interligando as centrais sem a necessidade de sincronismo, melhorando assim o escoamento da energia gerada e aliviando as linhas de transmissão CA já instaladas. Os sistemas HVDC também podem ser utilizados para propósitos de comércio de energia elétrica entre países e continentes, através de cabos submarinos ou linhas aéreas, mesmo que a frequência fundamental dos comercializadores não seja a mesma.

2.3 Comparação entre Transmissão de Energia em CA e em CC

De acordo com Cigre (2013), a transmissão de energia elétrica através de sistemas HVDC possui vantagens sobre os sistemas tradicionais CA. Entre os pontuais, destacam-se:

- a) os sistemas HVDC utilizam menos condutores para transmitir na mesma potência dos sistemas HVAC;
- b) os sistemas HVDC permitam fluxo de potência entre redes assíncronas;
- c) os sistemas HVDC apresentam menos perdas para transmissão em longas distâncias;
- d) as torres que sustentam as linhas áreas utilizadas nos sistemas CC são menores e mais compactas;
- e) os sistemas HVDC não influenciam o nível de curto-circuito;
- f) os sistemas HVDC melhoram o desempenho de sistemas CA, quando em operação paralela;
- g) os sistemas HVDC possuem controle de entrada e saída de energia.

Outras vantagens são apontadas por Sood (2004):

- a) o fluxo de potência em sistemas HVAC é diretamente relacionado com a diferença angular entre os fasores de tensão entre os terminais da linha, que varia com a distância entre eles. Portanto, a transferência de potência está amarrada a distância, pois com o aumento da distância a estabilidade das redes se torna crítica. Já em sistemas HVDC, a capacidade em transmitir potência não é afetada pela distância entre os terminais;
- b) em um sistema HVAC, o controle de tensão nos terminais da linha, não é simples de ser feito. A potência reativa deve ser controlada à medida que a carga varia. Com o aumento da distância, o controle se torna ainda mais difícil. Já em sistemas HVDC, mesmo que nos terminais conversores certa potência reativa seja necessária para haver transmissão, a linha por si só não requer nenhuma potência reativa para operar;
- c) em um sistema HVAC a compensação reativa nas linhas é cada vez mais crítica com o aumento da distância, sendo necessário a instalação de compensadores estáticos como o Compensador Estático de Reativos, em inglês *Static VAR Compensator* (SVC) e o Compensador Estático Síncrono, em inglês *Static Synchronous Compensator* (STATCOM). Já em um sistema HVDC, não há a necessidade de compensação reativa;

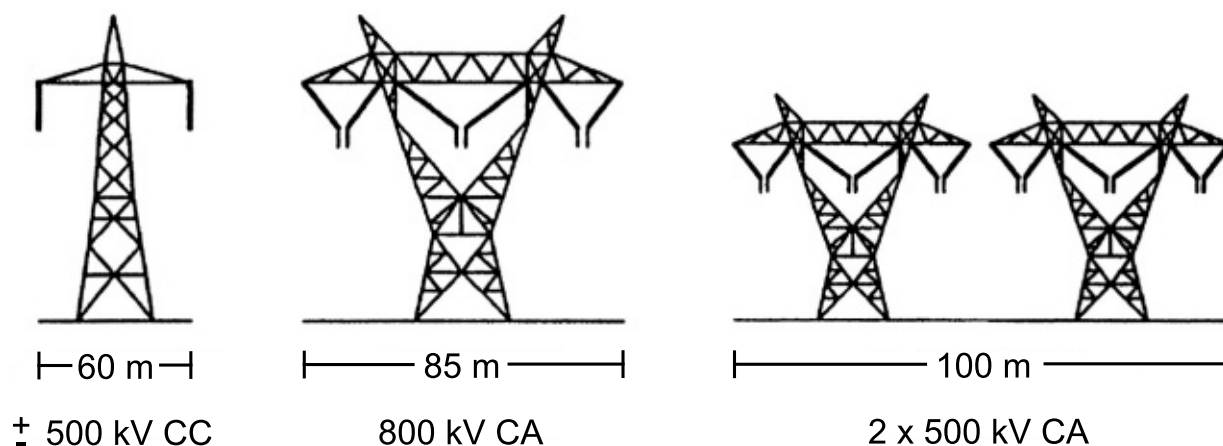
- d) a interconexão de dois sistemas HVAC requer um controle coordenado dos dois sistemas, ajustando as frequências para sincronização. Já em sistemas HVDC, esse problema não existe. Portanto, eles podem ser utilizados para interconectar dois sistemas HVAC assíncronos;
- e) em sistemas HVAC, correntes de sequência zero não devem circular pelas linhas, dada a alta magnitude das impedâncias de sequência zero. Já em sistemas HVDC, a impedância de terra são desprezíveis. Em sistemas monopolares o retorno da corrente é feito pela terra;
- f) dado que em sistemas HVDC a transmissão é geralmente realizada com apenas dois condutores, as perdas são reduzidas em aproximadamente dois terços se comparada aos sistemas HVAC. A ausência do efeito pelicular e as perdas reduzidas nos dielétricos colaboram para que os sistemas HVDC tenham menos perdas.

Tais benefícios demonstram que os sistemas HVDC tendem a colaborar com o desempenho geral de um sistema elétrico vasto, heterogêneo e complexo, como é o sistema brasileiro.

2.3.1 Custos da Transmissão

Como apontado por Sood (2004) e também supracitado, os sistemas padrões de transmissão em HVCA utilizam três condutores enquanto os sistemas de transmissão em HVDC utilizam apenas dois, sendo um para o pólo positivo e outro para o pólo negativo, ou apenas um condutor com o retorno pelo terra. Como o número de condutores é reduzido, os sistemas HVDC utilizam torres menores e mais compactas, diminuindo assim a faixa de servidão das mesmas. Faixas de servidão menores trazem benefícios ambientes em virtude do menor desmatamento necessário para a segurança do sistema. A Figura 3 ilustra as diferentes faixas de servidão das torres de sistemas HVDC e HVAC para transmissão de mesma potência (2000 MW).

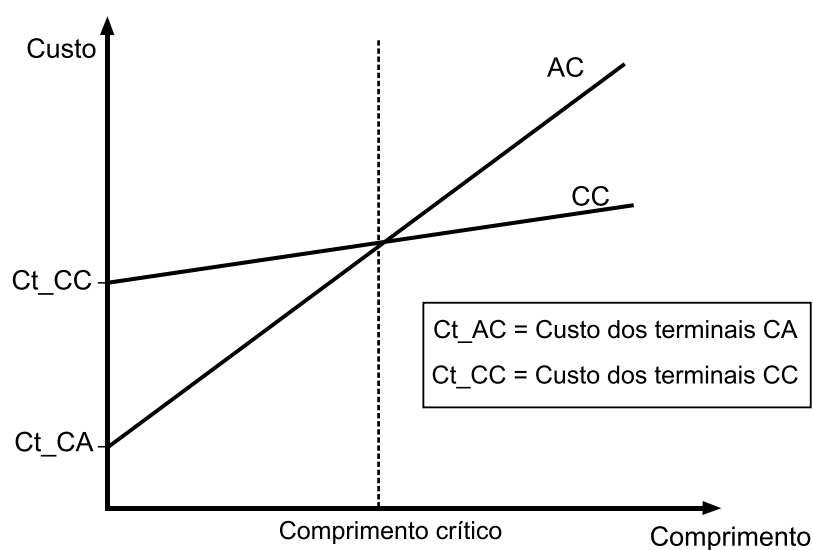
Figura 3 – Comparação entre a silhueta de torres de transmissão tipicamente utilizadas em sistemas CA e CC.



Fonte: adaptado de (SOOD, 2004).

Em sistemas HVDC, os conversores conectados nos terminais das linhas são de alto custo, imputando assim em uma análise econômica dependente do comprimento das linhas. Com condutores aéreos os sistemas HVAC tendem a ser mais baratos até uma distância limite que varia de 400 a 700 km. A partir dessa distância, os sistemas HVDC tendem a ser mais baratos. Já com condutores subterrâneos, essa distância limite cai para uma faixa entre 25 e 50 km. A Figura 4 ilustra essa relação.

Figura 4 – Comparação entre os custos da transmissão por sistemas CA e CC em função do comprimento das linhas.



Fonte: Adaptado de (SOOD, 2004)

Na figura acima o termo Custo no eixo das ordenadas compreende o custo total do

sistema (terminais e linhas). O custo dos terminais compreende todos os elementos anteriores a linha. No caso de sistemas HVDC os terminais compreendem elementos como retificadores, inversores, disjuntores, filtros e transformadores de acoplamento.

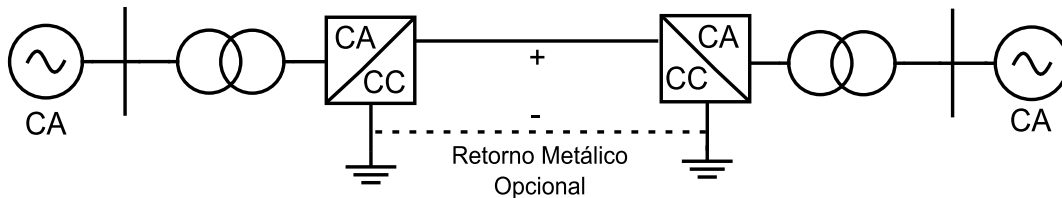
2.4 Topologias de Sistemas HVDC

De acordo com Arrillaga (1998), há quatro formas básicas de conexão de elos CC, quais sejam: *Back-to-Back*, Monopolar, Bipolar e Multiterminal. Sood (2004) ainda acrescenta uma configuração: Homopolar.

Na configuração *Back-to-Back*, a conexão do lado retificador com o lado inversor é feita de forma local, sem o uso de uma linha de transmissão. Essa configuração é especialmente útil na conexão assíncrona de sistemas CA. Um exemplo é a estação conversora de Garabi, com capacidade nominal de 2200 MW, que interliga os sistemas elétricos de Brasil e Argentina, possibilitando assim a importação de energia por parte do Brasil ((ONS), 2012). Como as linhas de transmissão não são utilizadas, não há a necessidade de elevar o nível de tensão CC. Portanto, a operação se dá com alta corrente e baixa tensão, gerando vantagens por exemplo, na redução do nível de isolamento. Outra vantagem é que, como as unidades conversoras são idênticas, a escolha de qual será a retificadora e qual será a inversora será do sistema de controle.

A configuração monopolar assimétrica utiliza apenas um condutor CC com retorno por terra, água ou retorno metálico aterrado nos terminais. A polaridade do condutor é geralmente negativa por benefícios de diminuição do efeito corona e proteção natural do lado retificador. A proteção é natural pois, na ocorrência de uma falta, os próprios conversores do lado retificador bloquearão a corrente de falta, visto que o sentido da corrente se inverterá. A Figura 5 apresenta o diagrama esquemático dessa topologia.

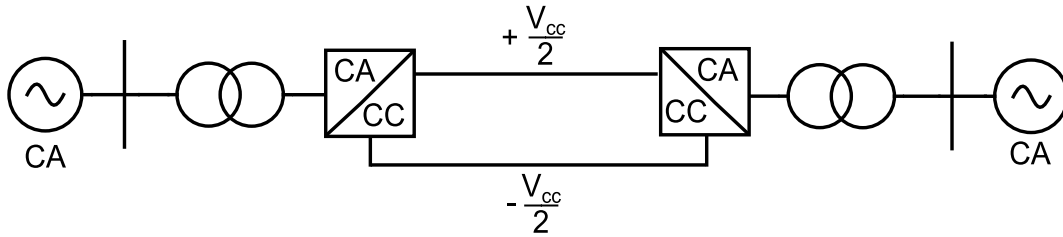
Figura 5 – Diagrama esquemático da topologia monopolar assimétrica.



Fonte: adaptado de (NIQUINI, 2009)

Já a configuração monopolar simétrica utiliza necessariamente um condutor de retorno onde o mesmo não é aterrado ou é aterrado por alta impedância. Dessa forma torna-se possível a operação com metade de tensão nominal ($V_{cc}/2$) em um condutor e metade da tensão nominal com polaridade oposta ($-V_{cc}/2$) no condutor de retorno (Figura 6).

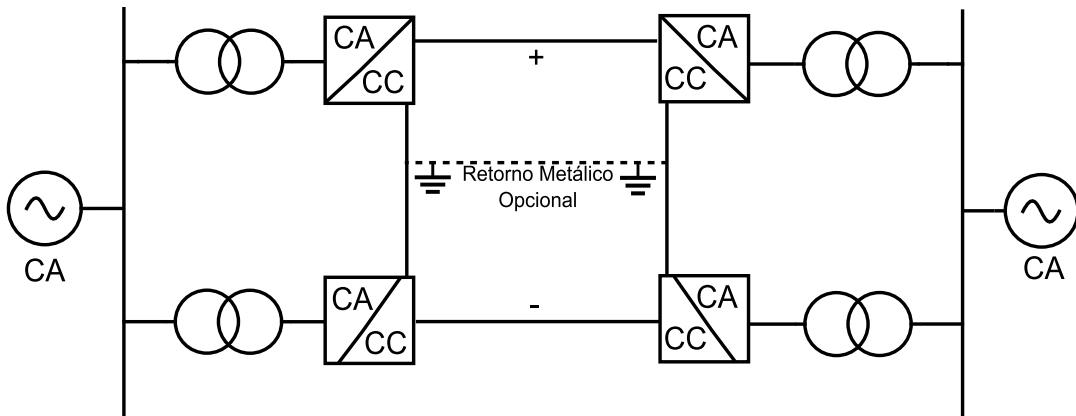
Figura 6 – Diagrama esquemático da topologia monopolar simétrica.



Fonte: o autor

A configuração bipolar utiliza dois condutores para conexão dos terminais CC. Um condutor com polaridade positiva e o outro com polaridade negativa. As estações conversores são conectadas em série e o ponto de junção é aterrado. Em operação equilibrada, não há circulação de corrente pelo terra. A vantagem da topologia bipolar sobre a monopolar está na possibilidade de operação com apenas um polo CC como se fosse um elo monopolar (em casos de falta, por exemplo). Na operação como monopolar, a corrente de terra passa a ser a própria corrente do circuito. Portanto, essa topologia apresenta maior confiabilidade a contingências se comparado à topologia monopolar. A Figura 7 apresenta a topologia.

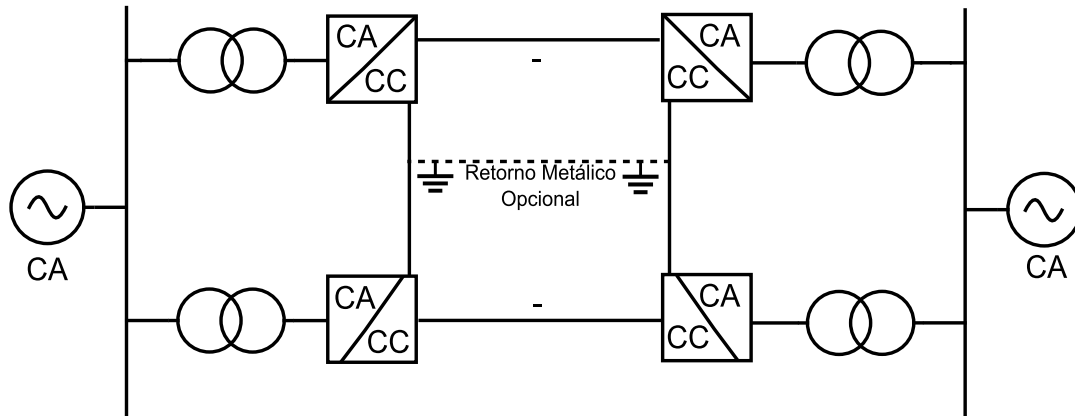
Figura 7 – Diagrama esquemático da topologia bipolar.



Fonte: (NIQUINI, 2009)

A configuração homopolar utiliza dois ou mais condutores, porém todos com a mesma polaridade. A polaridade usualmente escolhida é a negativa em virtude dos benefícios citados na topologia monopolar. Nessa topologia a conexão junção deve ser necessariamente efetuada para retorno da corrente, mesmo em operação balanceada. A corrente de retorno é a soma das correntes nos condutores nos pólos. A Figura 8 apresenta o diagrama esquemático dessa topologia.

Figura 8 – Diagrama esquemático da topologia homopolar.



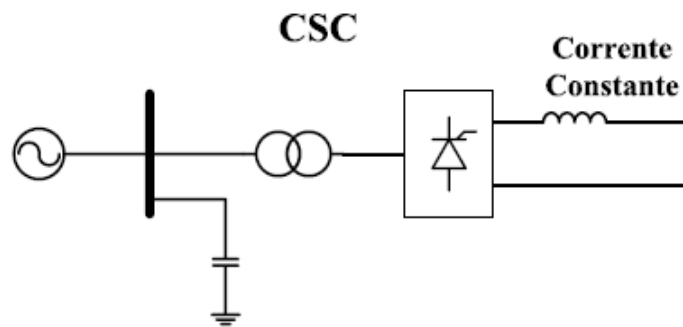
Fonte: adaptado de (NIQUINI, 2009)

Já na configuração Multiterminal há mais de duas estações conversoras presente no sistema. Nessa configuração, certas estações são utilizadas por um momento como retificadores e outras como inversoras, e por outro momento, outro arranjo pode ser escolhido, dependendo do sistema de controle. Essas possibilidades de uso conferem ao sistema uma grande flexibilidade de fluxo de potência nas linhas e abastecimento dos sistemas CA.

2.5 Conversores Empregados

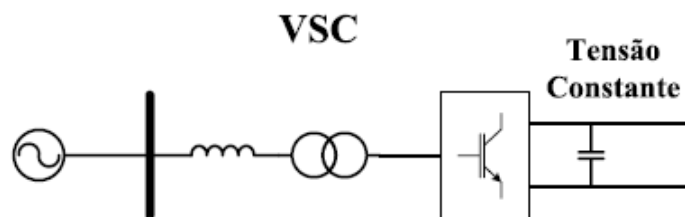
Em um panorama geral, a conversão é realizada por basicamente duas classes de conversores: os conversores auto-comutados como o *Voltage Source Converter* (VSC) e os conversores comutados pela linha ou em inglês: *Line Comutated Converters* (LCC) como o *Current Source Converter* (CSC). O VSC mantém a tensão constante na linha CC, com o auxílio de um banco de capacitores para filtrar o *ripple* de tensão resultante dos chaveamentos. Já o conversor CSC mantém a corrente constante na linha CC, com o auxílio de indutores de linha para filtrar o *ripple* de corrente resultante dos chaveamentos. Os conversores CSC são implementados com tiristores, enquanto os conversores VSC utilizam *Insulated Gate Bipolar Transistor* (IGBT) ou *Gate Turn-off Transistor* (GTO). Os dois tipos de conversores (CSC e VSC) são apresentados pela Figura 9 e pela Figura 10, respectivamente.

Figura 9 – Diagrama esquemático de um conversor CSC.



Fonte: (NIQUINI, 2009)

Figura 10 – Diagrama esquemático de um conversor VSC.



Fonte: (NIQUINI, 2009)

Esses dois tipos de conversores abrangem a grande maioria dos tipos de conversores utilizados em sistemas HVDC.

Apesar do conversor CSC já estar consolidado, o conversor VSC vem sendo cada vez mais utilizado em novas aplicações. O mesmo vem sendo alvo de constantes pesquisas por parte da comunidade técnico-científica. O motivo é que o VSC apresenta vantagens potenciais sobre o conversor CSC, dentre os quais Arrillaga, Liu e Watson (2007) destacam:

- o VSC não necessita de uma fonte CA para comutar e a comutação é praticamente instantânea, enquanto a duração da comutação do CSC depende do nível de tensão da fonte CA e da reatância equivalente anterior ao conversor.;
- mesmo quando o ângulo de disparo é 0 graus, o CSC continua consumindo potência reativa podendo chegar a 60% da potência ativa convertida;
- a potência reativa requerida depende da potência ativa transmitida. Portanto, o ajuste da compensação reativa precisa ser de acordo com as variações de carga. Já o VSC pode prover potência reativa independentemente das variações de carga;

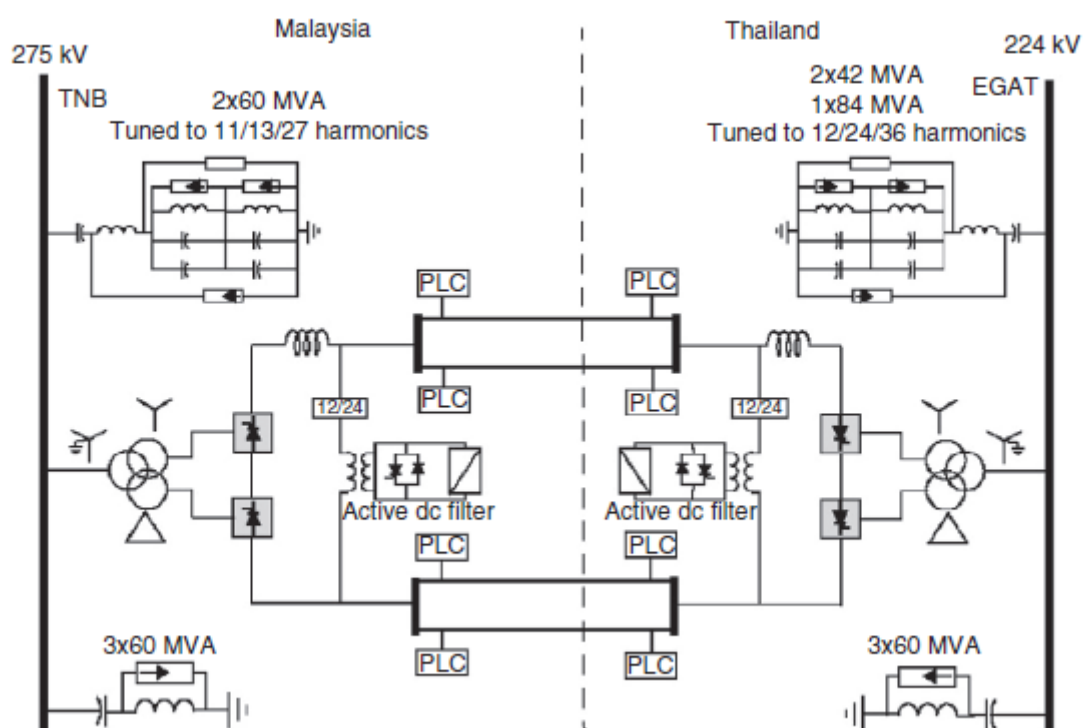
- d) por causa das comutações de cada ramo por vez, os CSC requerem grandes filtros (cerca de 20 a 30% da potência do filtro) de componentes harmônicas. Já os VSC podem ser comutados com *Pulse-Width Modulation* (PWM), reduzindo drasticamente as componentes harmônicas;
- e) faltas no lado CA conectado ao inversor causam falhas de comutação nos conversores CSC, interrompendo temporariamente o fluxo de potência. Já os conversores VSC não são afetados por falhas de comutação e podem continuar transferindo potência ativa, mesmo nos casos de falta.

2.6 Exemplo de um Sistema HVDC

Para exemplificar as informações anteriormente apresentadas, um exemplo de sistema HVDC real foi extraído de Sood (2004). O sistema situa-se entre a Malásia e a Tailândia. A Figura 11 apresenta o diagrama esquemático do sistema. O mesmo foi construído na configuração monopolar porém futuramente adaptado para operação bipolar.

A figura já apresenta o sistema na configuração bipolar. A potência do sistema é de 600MW, com extensão de 110 km. Ao invés de retorno por terra, o sistema utiliza um condutor metálico. Nas linhas de transmissão, são utilizados um par de condutores por pólo.

Figura 11 – Diagrama esquemático de um sistema HVDC exemplo.



Fonte: (SOOD, 2004)

Na figura acima é possível notar os filtros do lado CA, os transformadores de acoplamento, os retificadores, os reatores de linha, os filtros do lado CC, as linhas de transmissão, e os inversores.

Transitórios em sistemas HVDC

Segundo Greenwood (1991):

Um transitório elétrico é a manifestação externa de uma mudança repentina na condições do circuito, como quando uma chave abre ou fecha ou uma falta ocorre em um sistema (tradução livre).

Também, segundo o autor, o período transitório é geralmente muito curto. E, mesmo que esse intervalo de tempo seja ínfimo se comparado ao tempo em regime permanente, é no intervalo transitório que o circuito é submetido às suas condições mais estressantes, em termos de tensões e correntes.

Quando a análise transitória é desprezada, danos severos podem ocorrer no sistema, causando o desligamento de seus componentes ou do sistema completo.

Ainda, segundo Greenwood (1991), transitórios eletromagnéticos ocorrem em sistemas HVDC por razões parecidas as quais eles ocorrem em sistemas CA. Porém, nos sistemas CC, a maneira de se interromper a corrente contínua e a operação dos componentes conversores introduzem condições transitórias diferentes às evidenciadas em sistemas CA.

Os autores convergem em separar os transitórios de SEP em três categorias típicas: transitórios provocados por chaveamentos, transitórios provocados por faltas e transitórios provocados por descargas atmosféricas.

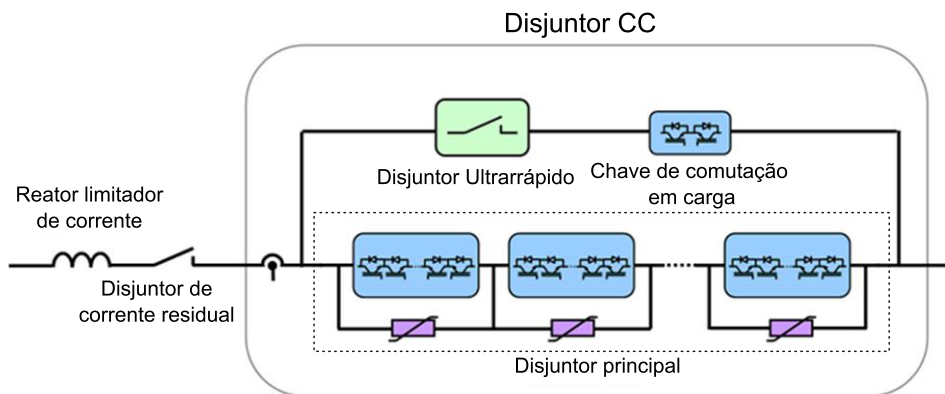
O propósito deste capítulo não é estudar profundamente todos os tipos de transitórios em SEP nem em HVDC. O propósito é apresentar as principais características de transitórios típicos, mostrando como esses transitórios requerem modelos mais específicos e precisos de linhas e cabos de transmissão.

3.1 Transitórios provocados por chaveamentos

Em circuitos CA, quando se quer ligar ou desligar uma porção do sistema, é possível esperar que a corrente passe pelo zero e aí sim o desligamento é efetuado. Nesse caso, a condição anterior do sistema (antes do chaveamento) é muito próxima da condição posterior ao chaveamento, resultando assim em um pequeno transitório, pois a acomodação entre as duas condições é quase nula.

Entretanto, no caso de sistemas HVDC, as tensões e correntes no sistema não apresentam uma passagem natural pelo zero. Portanto, qualquer chaveamento entre a condição de operação e a condição de corrente nula deverá necessariamente ocorrer através de uma grande acomodação do sistema. Essa acomodação, como antevisto na definição, resultará em um transitório. Logo, podemos concluir que, quanto maior é a diferença entre os estados final e inicial de um sistema, maior será o transitório entre os dois estados. Isto, é claro, considerando um mesmo intervalo. Logo, como em sistemas HVDC os conversores são controlados, os mesmos são energizados e desenergizados lentamente para aumentar o tempo de acomodação, através do controle do ângulo de disparo dos conversores. Porém, excluindo os casos de energização e desenergização, podem haver casos de falta nas linhas, onde a proteção adequada deve atuar para proteger a integridade das mesmas. Um exemplo de disjuntor CC é apresentado na Figura 12:

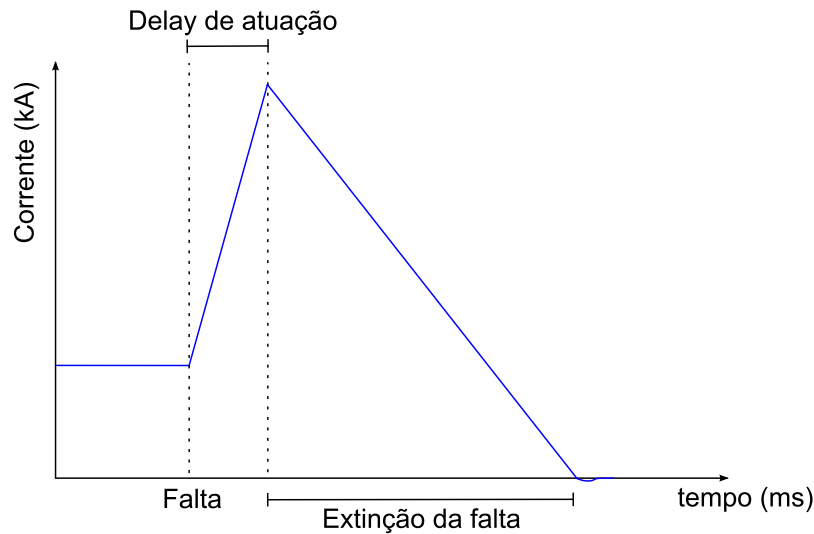
Figura 12 – Exemplo de circuito para desligamento rápido de linha CC.



Fonte: (ABB GRID SYSTEMS, 2012).

Durante a operação normal, a corrente flui apenas pelo disjuntor ultrarrápido e pela chave de comutação em carga. Quando uma falta ocorre, a chave de comutação em carga chaveia a corrente imediatamente para o ramo do disjuntor principal e o disjuntor ultrarrápido abre. Após a abertura do ramo superior, o disjuntor principal interrompe a corrente. A chave ultrarrápida não permite que a tensão da linha esteja sobre a chave de comutação em carga quando em sua abertura, reduzindo assim o estresse sobre ela. A Figura 13 apresenta a corrente no sistema durante a operação do disjuntor.

Figura 13 – Curva da corrente em uma linha CC na condição de falta e posterior desligamento por um disjuntor CC.



Fonte: (ABB GRID SYSTEMS, 2012).

Como pode ser notado da Figura 13, a característica transitória da corrente torna-se evidente no intervalo que compreende a falta e atuação dos disjuntores. Toda variação na intensidade da corrente no sistema ocorre em um intervalo de milissegundos.

3.2 Transitórios provocados por descargas atmosféricas

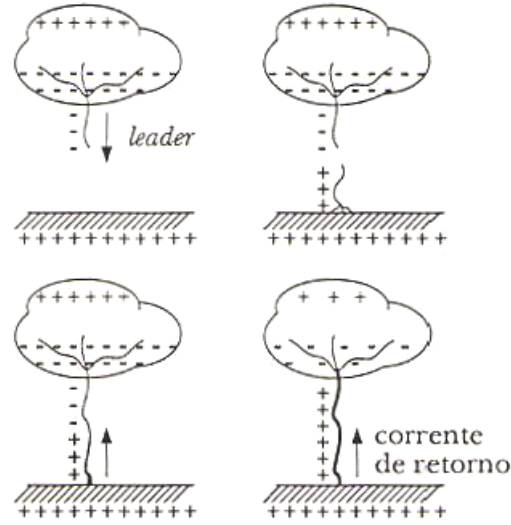
O estudo de transitórios eletromagnéticos provocados por descargas atmosféricas tem sua relevância amplamente defendida pela comunidade técnico-científica:

A participação das descargas atmosféricas nas saídas de linhas e equipamentos é significativa, sendo, portanto, justificados todos os cuidados com o desempenho de linhas e subestações diante de surtos atmosféricos (JÚNIOR, 2003).

Portanto, para complementar o estudo dos transitórios eletromagnéticos passíveis de ocorrência em SEP, faz-se uma análise do efeitos das descargas atmosféricas em um sistema com baseado nas considerações de Júnior (2003). A descargas atmosféricas que interessam o nosso estudo são as que impactam efetivamente nos sistemas. Portanto, a condição estudada a seguir é a de uma descarga com passagem de corrente entre a nuvem e a terra, desprezando-se as descargas entre nuvens.

A descarga atmosférica possui duas fases importantes. A primeira é a formação de um canal ionizado (chamado de *leader*) entre a nuvem e a terra. A segunda é a efetiva passagem de corrente pelo canal ionizado, chamada de corrente de retorno. A Figura 14 ilustra o fenômeno.

Figura 14 – Descarga atmosférica genérica.



Fonte: (JÚNIOR, 2003).

Nesse exemplo, a nuvem está com cargas negativas na parte de baixo. O canal *leader* se aproxima da terra, aumentando o campo elétrico e propiciando a ascensão de cargas com a polaridade oposta. Quando os dois canais se encontram, ocorre a efetiva passagem da corrente. Quando a corrente de retorno atinge a linha, as ondas de corrente se propagam em ambas as direções.

Em (1) é descrita a equação da curva característica de uma descarga atmosférica:

$$i(t) = I_{max} (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (1)$$

Onde:

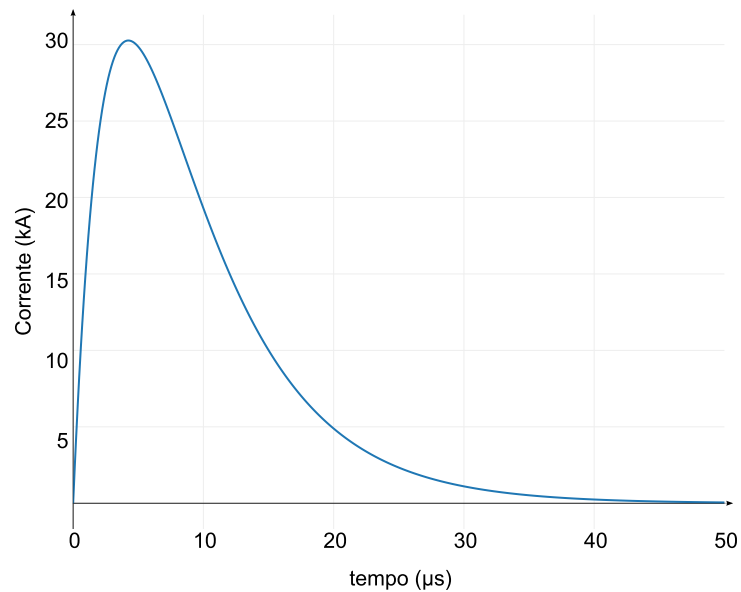
I_{max} - Amplitude máxima da corrente do impulso.

α - constante associada à frente de onda.

β - constante associada ao término do impulso.

A dupla exponencial acima tem uma curva que é ilustrada pela Figura 15.

Figura 15 – Exemplo da curva de corrente de uma descarga atmosférica.



Fonte: o autor.

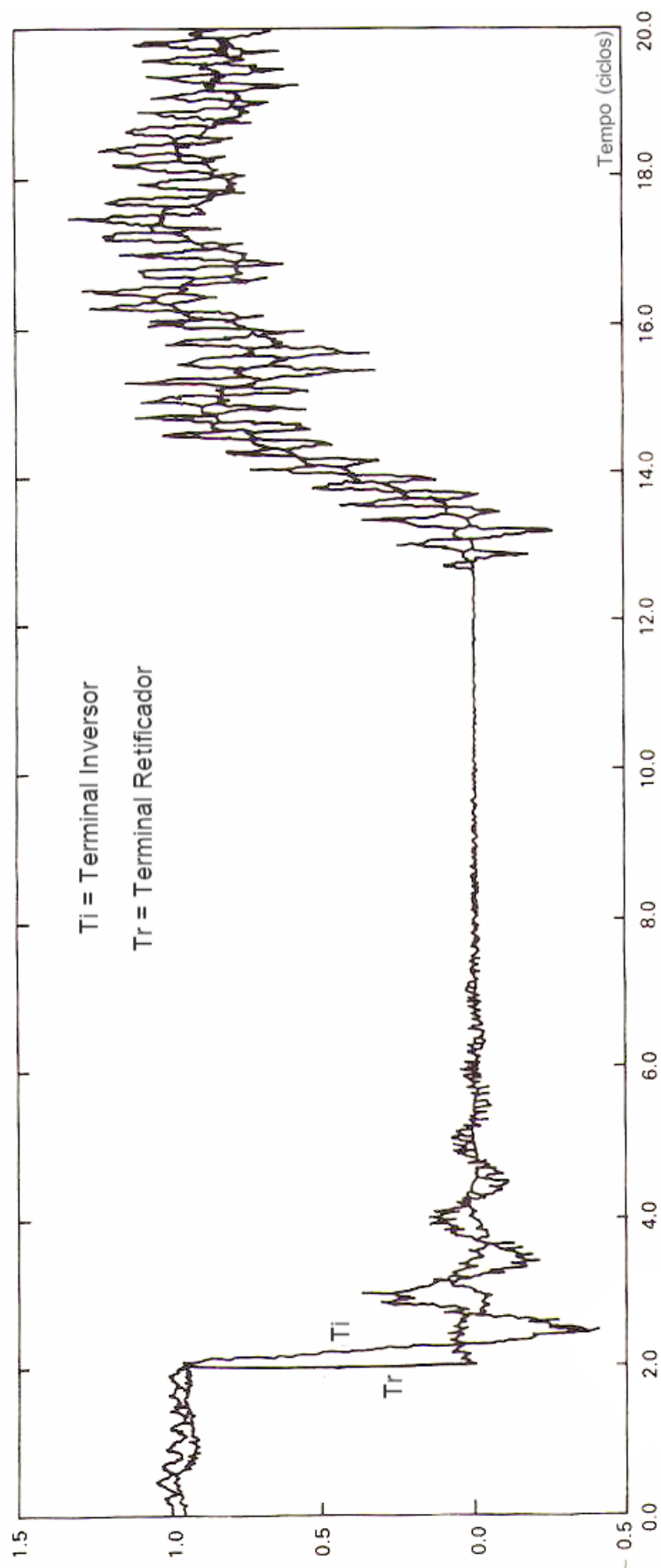
Essa descarga é composta por componentes de altas frequências, relevantes para a análise transitória. Além da descarga em si, outros fatores como a tensão induzida em outros condutores pela descarga, a estrutura da torres, a presença de cabos guarda e a presença de pára-raios precisam ser considerados além do próprio modelo da linha.

3.3 Transitórios provocados por faltas

Faltas em SEP levam o sistema de uma condição em regime permanente, com tensão usualmente em 1 p.u. até uma condição de tensão reduzida e corrente alta. Essa diferença brusca de estados, originam transitórios consideráveis.

A Figura 16 ilustra a forma de onda da tensão CC na ocorrência de uma falta:

Figura 16 – Formas de onda da tensão nos terminais de uma linha CC em uma condição de falta.



Fonte: adaptado de (ARRILLAGA, 1998).

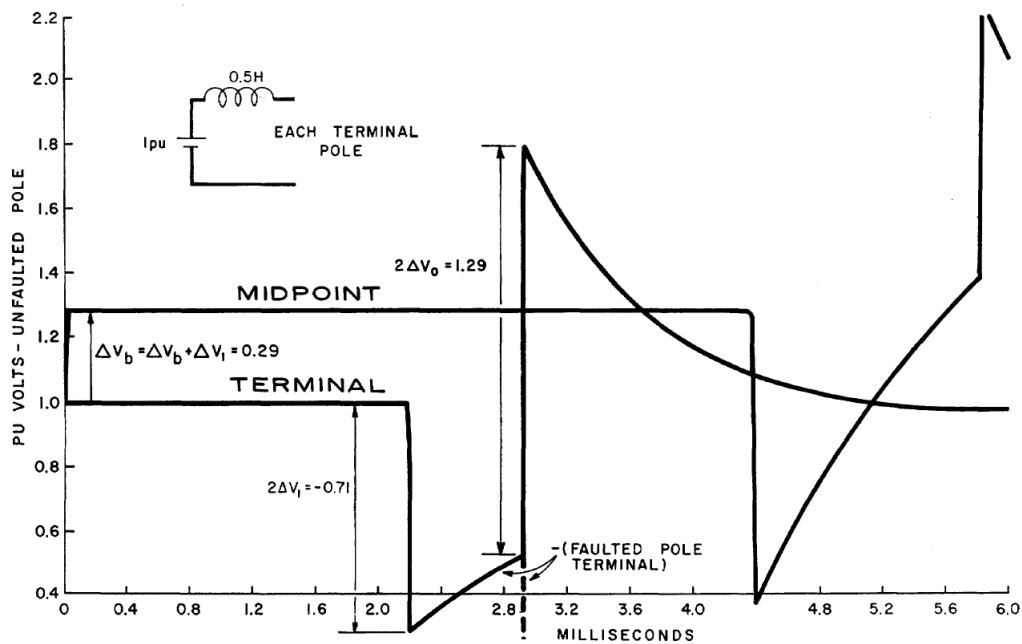
Na imagem acima, percebe-se que as tensões em ambos terminais (retificador e inversor) da linha caem a zero p.u. porém, entre o estado de tensão = 1 p.u. e de tensão ≈ 0 p.u. o transitório é manifestado.

Em Hingorani (1970), é feito um estudo de faltas linha-terra em um sistema HVDC bipolar e como a falta causa tensões induzidas no outro polo. De acordo com o autor, a preocupação com faltas em uma configuração bipolar é dupla, pois as tensões induzidas nos condutores do outro pólo podem ser tão altas que originam arcos elétricos em outro pólo, inviabilizando assim ambos os pólos.

Após a falta, ondas de tensão viajam pelos condutores, refletindo nos componentes de fim de linha, como reatores, capacitores, resistores ou filtros sintonizados. As ondas de tensão de sequência positiva viajam mais rápido pela linha do que as ondas de sequência zero.

A Figura 17 ilustra as tensões no meio e no término do pólo positivo para uma falta no meio do pólo negativo, dado que pólos possuem uma terminação com reator CC:

Figura 17 – Tensões em um pólo positivo para falta no meio de um pólo negativo.



Fonte: (HINGORANI, 1970).

Como pode ser verificado, em $t = 0$, a tensão no meio da linha salta de 1 p.u. para 1,29 p.u., (0,29 p.u. resultane da tensão induzida) no pólo não faltoso. A tensão no terminal do pólo em princípio permanece em 1 p.u. dado que as ondas de tensão ainda não o atingiram. Em $t = 2,19$ ms, a onda de tensão de sequência positiva chega ao terminal do pólo não faltoso. Como a terminação de linha é um indutor, a frente de onda é refletida com a mesma amplitude e mesmo sinal; logo a tensão terminal salta duas vezes o valor da

frente de onda = -0,71 p.u., indo para 0.29 p.u.. Esse salto de tensão decai de acordo com o coeficiente de atenuação da linha. A onda de tensão de sequência zero chega depois, em $t = 2,91$ ms, resultando também em um salto de tensão igual a duas vezes o valor da amplitude da onda, levando a tensão no terminal a aproximadamente 1,8 p.u. Em $t = 2 \times 2,19$ ms = 4,38 ms, a frente de onda de tensão de sequência positiva de cada um dos dois terminais chegam juntas no meio da linha. Nesse momento também, ocorre o mesmo na linha faltosa. Portanto, somando a contribuição das duas frentes de onda de tensão de sequência positiva na linha não faltosa mais a parcela de tensão de sequência positiva que é induzida novamente na linha não faltosa pelo mesmo fenômeno ocorrendo na linha faltosa, resulta em uma queda maior ainda de tensão (queda de: 0,71 p.u. + 0.21 p.u = queda de 0,91 p.u). O mesmo fenômeno ocorre para a onda de tensão de sequência zero, mas agora em $t = 2 \times 2,91$ ms = 5,82 ms, levando a tensão do meio da linha a mais um salto de tensão.

Diante dos fenômenos transitórios apresentados, é possível concluir que um modelo simplista de linhas e cabos de transmissão não representará com precisão as tensões e correntes no sistema. Portanto, faz-se necessário um estudo mais aprofundado dos modelos de linhas e cabos de transmissão, considerando a análise transitória.

Linhas de Transmissão pelo Modelo das Ondas Viajantes

Segundo Fuchs (1977):

(...) em problemas de Engenharia em geral, não é suficiente procurar uma fórmula que possa ser aplicada indiscriminadamente na solução de um problema particular, sem o conhecimento completo das limitações e simplificações admitidas em sua derivação. (...) É fundamental que se examine com maior rigor, sob o ponto de vista da generalidade, a aceitabilidade dos princípios fundamentais adotados como ponto de partida para a sua dedução.

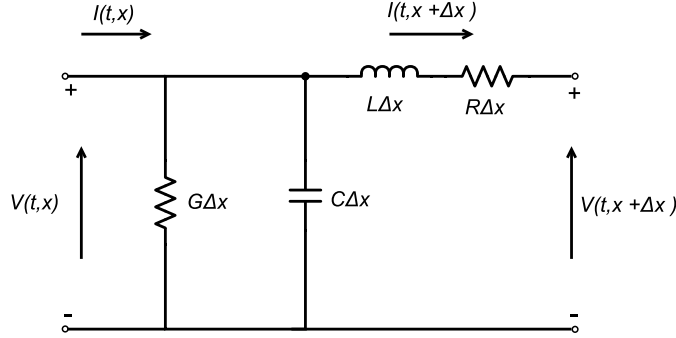
A conclusão extraída do Capítulo 3 - Transitórios em Sistemas HVDC, concorda com a afirmação do professor Fuchs.

Um modelo simplista de linhas de transmissão possui limitantes, como por exemplo a necessidade de análise em regime permanente. Quando o objetivo é realizar uma análise transitória, deve-se então buscar modelos que sejam gerais ao ponto de conter a condição de regime transitório. O modelo de linhas de transmissão por ondas viajantes satisfaz a demanda apontada (GROSS, 1986).

4.1 Dedução Tradicional

A análise matemática nessa seção foi baseada em Fuchs (1977).

Seja uma pequena porção de uma linha de transmissão real, expressa por seus elementos resistivos, condutivos, capacitivos e indutivos (Figura 18).

Figura 18 – Circuito equivalente de uma porção Δx de uma linha real.

Fonte: adaptado de (FUCHS, 1977).

Onde:

$V(t, x)$ - tensão no início do trecho;

$V(t, x + \Delta x)$ - tensão no fim do trecho;

$I(t, x)$ - corrente injetada no início do trecho;

$I(t, x + \Delta x)$ - corrente no fim do trecho;

$R\Delta x$ - resistência série da porção Δx da linha;

$L\Delta x$ - indutância série da porção Δx da linha;

$G\Delta x$ - condutância em derivação da porção Δx da linha;

$C\Delta x$ - capacitância em derivação da porção Δx da linha;

Cabe ressaltar que do início do trecho ao fim do trecho, o único parâmetro variante é o comprimento do trecho (de x para Δx). Logo, nesse pequeno trecho será considerado o sinal em um dado momento t .

Por análise de circuitos elétricos, sabe-se que a tensão entre o início e o fim do trecho Δx pode ser escrita como:

$$V(t, x) - V(t, x + \Delta x) = R\Delta x I(t, x + \Delta x) + L\Delta x \frac{\partial I(t, x + \Delta x)}{\partial t} \quad (2)$$

Semelhante análise é feita para as correntes:

$$I(t, x) - I(t, x + \Delta x) = G\Delta x V(t, x + \Delta x) + C\Delta x \frac{\partial V(t, x + \Delta x)}{\partial t} \quad (3)$$

Quando ambos termos são divididos por Δx uma ideia de como a tensão e corrente variam ao longo do trecho em análise é obtida:

$$\frac{V(t, x) - V(t, x + \Delta x)}{\Delta x} = RI(t, x + \Delta x) + L \frac{\partial I(t, x + \Delta x)}{\partial t} \quad (4)$$

$$\frac{I(t, x) - I(t, x + \Delta x)}{\Delta x} = GV(t, x + \Delta x) + C \frac{\partial V(t, x + \Delta x)}{\partial t} \quad (5)$$

Agora será considerado que esse trecho é muito curto, ou seja, $\Delta x \rightarrow 0$. As diferenças se tornam diferenciais e as expressões da tensão e corrente ficam:

$$\frac{\partial V(t, x)}{\partial x} = -RI(t, x) - L \frac{\partial I(t, x)}{\partial t} \quad (6)$$

$$\frac{\partial I(t, x)}{\partial x} = -GV(t, x) - C \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} \quad (7)$$

Os sinais se inverteram pois, por análise de circuitos, sabe-se que uma variação positiva de corrente levará a uma variação negativa de tensão no trecho.

Agora diferenciando a expressão (6) em relação a x e em relação a t , nota-se como a queda de tensão em um trecho varia com a posição no trecho e com o tempo:

$$-\frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial^2 x} = R \frac{\partial I(t, x)}{\partial x} + L \frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial x \partial t} \quad (8)$$

$$-\frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial t \partial x} = R \frac{\partial I(t, x)}{\partial t} + L \frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial^2 t} \quad (9)$$

Fazendo o mesmo para a corrente, obtém-se:

$$-\frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial^2 x} = G \frac{\partial V(t, x)}{\partial x} + C \frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial^2 t} \quad (10)$$

$$-\frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial t \partial x} = G \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} + C \frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial^2 t} \quad (11)$$

No entanto, pelo *Teorema de Clairaut-Schwarz*, se todas as derivadas parciais de segunda ordem mistas são contínuas em um ponto, as derivadas parciais podem ser trocadas. Logo:

$$\frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial t \partial x} = \frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial x \partial t} \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial t \partial x} = \frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial x \partial t} \quad (13)$$

Isso nos será útil na substituição direta a seguir. Substituindo (7) e (12) em (8) obtém-se:

$$\frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial^2 x} = R \left(GV(t, x) + C \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} \right) + L \left(G \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} + C \frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial^2 t} \right) \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial^2 x} = G \left(RI(t, x) + L \frac{\partial I(t, x)}{\partial t} \right) + C \left(R \frac{\partial I(t, x)}{\partial t} + L \frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial^2 t} \right) \quad (15)$$

Agrupando os termos semelhantes nas equações (14) e (15):

$$\frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial^2 x} = RGV(t, x) + (RC + LG) \frac{\partial V(t, x)}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 V(t, x)}{\partial^2 t} \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial^2 x} = RGI(t, x) + (RC + LG)\frac{\partial I(t, x)}{\partial t} + LC\frac{\partial^2 I(t, x)}{\partial^2 t} \quad (17)$$

As equações (16) e (17) são as chamadas *equações de onda*. Elas descrevem como as ondas de tensão e corrente viajarão através de uma linha de transmissão mediante uma excitação.

As *equações de onda* serão solucionadas para uma linha mediante uma excitação senoidal com frequência angular ω . As tensões e correntes serão representadas por meio de notações implícitas em relação a x . Ou seja:

$$V(t, x) = \text{Re} \{V_x(\cos(\omega t) + j \sin(\omega t))\} = \text{Re} \{V_x e^{j\omega t}\} = \text{Re} \{\dot{V}_x\} \quad (18)$$

$$I(t, x) = \text{Re} \{I_x(\cos(\omega t + \phi) + j \sin(\omega t + \phi))\} = \text{Re} \{I_x e^{j(\omega t + \phi)}\} = \text{Re} \{\dot{I}_x\} \quad (19)$$

Aplicando essas excitações nas *equações de onda* e executando as derivadas:

$$\frac{\partial^2 \dot{V}_x}{\partial^2 x} = \dot{V}_x(R + j\omega L)(G + j\omega C) = zy\dot{V}_x \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{I}_x}{\partial^2 x} = \dot{I}_x(R + j\omega L)(G + j\omega C) = zy\dot{I}_x \quad (21)$$

Onde os termos de impedância série (resistência e reatância indutiva) foram agrupados em uma impedância z e os termos admitância em derivação (condutância e susceptância capacitiva) foram agrupados em uma admitância y .

Sejam uma solução candidata:

$$\dot{V}_x = \dot{A}_1 e^{x\sqrt{zy}} + \dot{A}_2 e^{-x\sqrt{zy}} \quad (22)$$

$$\dot{I}_x = \frac{1}{\sqrt{z/y}} (\dot{A}_1 e^{x\sqrt{zy}} - \dot{A}_2 e^{-x\sqrt{zy}}) \quad (23)$$

Onde $\dot{A}_1$ e $\dot{A}_2$ são calculados a partir das condições de contorno. Para que as condições de contorno sejam delimitadas, será estabelecido que a carga a qual a linha está conectada (receptor) é a posição $x = 0$. Nessa posição: $\dot{V}_x = \dot{V}_2$ e $\dot{I}_x = \dot{I}_2$, onde $\dot{V}_2$ e $\dot{I}_2$ são a tensão e corrente no receptor, respectivamente.

Logo, fazendo $x = 0$ nas expressões (22) e (23) e solucionando o sistema resultante:

$$\dot{A}_1 = \frac{\dot{V}_2 + \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2} \quad (24)$$

$$\dot{A}_2 = \frac{\dot{V}_2 - \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2} \quad (25)$$

Substituindo $\dot{A}_1$ e $\dot{A}_2$ em (22) e (23) obtém-se:

$$\dot{V}_x = \frac{\dot{V}_2 + \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2} e^{x\sqrt{zy}} + \frac{\dot{V}_2 - \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2} e^{-x\sqrt{zy}} \quad (26)$$

$$\dot{I}_x = \frac{1}{\sqrt{z/y}} \left(\frac{\dot{V}_2 + \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2} e^{x\sqrt{zy}} - \frac{\dot{V}_2 - \dot{I}_2 \sqrt{z/y}}{2} e^{-x\sqrt{zy}} \right) \quad (27)$$

Essas equações apresentam os estados exatos da tensão e corrente em uma linha de transmissão mediante uma excitação senoidal em regime permanente.

Cabe ressaltar que, mesmo que a análise acima tenha sido feita para uma excitação em regime permanente e não em regime transitório, a excitação em regime permanente permite-nos calcular parâmetros significativos das linhas de transmissão e entendermos melhor o comportamento desta mediante uma excitação.

4.1.1 Interpretação das Equações de Onda

Observando as equações de onda, pode-se perceber que as exponenciais $e^{\pm x\sqrt{zy}}$ modulam os fasores de tensão e corrente. Analisando o termo $\sqrt{zy}$ nota-se que ele pode ser escrito na forma:

$$\gamma = \sqrt{zy} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (28)$$

Elevando ambos os termos da equação (28) ao quadrado e separando os termos reais e imaginários será encontrado que:

$$\alpha = \text{Re}\{\gamma\} = \sqrt{\frac{1}{2}(RG - \omega^2 LC) + \frac{1}{2}\sqrt{(RG - \omega^2 LC)^2 + \omega^2(RC + GL)^2}} \quad (29)$$

$$\beta = \text{Im}\{\gamma\} = \sqrt{\frac{1}{2}(\omega^2 LC - RG) + \frac{1}{2}\sqrt{(RG - \omega^2 LC)^2 + \omega^2(RC + GL)^2}} \quad (30)$$

Através das equações (28) e (29) pode-se verificar que o termo $e^{\pm x\alpha}$ influencia no aumento ou diminuição exponencial das amplitudes das ondas em função do distanciamento do receptor. Logo, α é chamado de *função de atenuação* ou *constante de atenuação* para análise em regime permanente e tem a unidade de $[\text{néper/quilômetro}]$. Seu valor está diretamente relacionado com as perdas na linha. Tanto que, quando R e G são iguais a zero, α também é zero.

Fazendo análise semelhante através das equações (28) e (30) pode-se verificar que o termo $e^{\pm jx\beta}$ influencia no avanço de fase das ondas em função do distanciamento do receptor. Logo, β é chamado de *função de fase* ou *constante de fase* para análise em regime permanente e tem a unidade de $[\text{radianos/quilômetro}]$. Seu valor está diretamente relacionado com as capacitâncias e indutâncias da linha. Tanto que, quando L e C são iguais a zero, β também é zero.

Percebe-se então que o expoente γ governa a forma pela qual a onda se propaga ao longo da linha. Por isso γ é chamado de *função de propagação* ou *constante de propagação* para análise em regime permanente.

É comum na modelagem de linhas e cabos de transmissão fazer referência à função de propagação na função exponencial (MORCHED; GUSTAVSEN; TARTIBI, 1999; MANITOBA HVDC RESEARCH CENTRE, 2010):

$$H = e^{-l\gamma} \quad (31)$$

A função H diferentemente de γ também é função do comprimento l da linha ou cabo.

4.1.2 Coeficientes de Reflexão

Voltando nas equações (26) e (27) e sabendo que tensões e correntes se relacionam através de impedâncias, tem-se que:

$$Z_C = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (32)$$

Onde Z_C é chamada de impedância característica da linha. E no caso particular onde as resistências e condutâncias são iguais a zero:

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0 \quad (33)$$

Onde Z_0 é chamada de impedância de surto da linha. Z_0 é especialmente útil para examinar como se dará a reflexão das ondas no fim da linha.

Para que se entenda como as ondas refletem e refratam quando encontram uma terminação é necessário analisar as ondas de tensão e corrente. Sabe-se que a impedância de surto relaciona as ondas de tensão e corrente emitidas e refletidas. Sabe-se também que a razão entre a tensão e corrente em uma terminação será igual a impedância da terminação (Z_2). Logo:

$$\frac{V_i}{I_i} = Z_0 \quad (34)$$

$$\frac{V_r}{I_r} = -Z_0 \quad (35)$$

$$\frac{V_2}{I_2} = Z_2 \quad (36)$$

Porém, como V_2 é resultado da soma da onda de tensão incidente com a onda de tensão refletida e o mesmo ocorre para I_2 :

$$\frac{V_i + V_r}{I_i + I_r} = Z_2 \quad (37)$$

Logo, substituindo (34) e (35) em (36) e isolando V_r chega-se a:

$$V_r = V_i \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0} = V_i \Gamma_v \quad (38)$$

Onde Γ_v é chamado de coeficiente de reflexão de tensão na terminação da linha com impedância Z_2 pois ele mostra a parcela de onda incidente que é refletida para o emissor.

Um desenvolvimento análogo é feito para a onda de corrente, chegando a:

$$I_r = I_i \frac{Z_0 - Z_2}{Z_2 + Z_0} = I_i \Gamma_i \quad (39)$$

Onde Γ_i é chamado de coeficiente de reflexão de corrente na terminação da linha com impedância Z_2 pois ele mostra a parcela de onda incidente que é refletida para o emissor.

4.1.3 Velocidade de Propagação das Ondas pela Linha

Para obter uma expressão que relacione a velocidade de propagação das ondas pela linha (ν) com os parâmetros da mesma é necessário voltar na equação (22) e reescrevê-la expandindo os termos $\dot{A}_1$ e $\dot{A}_2$; o que resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{V}_x &= A_1 e^{j\psi_1} e^{x\sqrt{zy}} + A_2 e^{j\psi_2} e^{-x\sqrt{zy}} \\ &= A_1 e^{j\psi_1} e^{x(\alpha+j\beta)} + A_2 e^{j\psi_2} e^{-x(\alpha+j\beta)} \\ &= A_1 e^{\alpha x} e^{j(\beta+\psi)} + A_2 e^{\alpha x} e^{-j(\beta+\psi)} \end{aligned} \quad (40)$$

E, no domínio do tempo, sabendo que a onda de tensão possui apenas termos reais:

$$v(t, x) = \sqrt{2} A_1 e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \psi_1) + \sqrt{2} A_2 e^{-\alpha x} \cos(\omega t + \beta x - \psi_2) \quad (41)$$

Considerando apenas a parcela da onda de tensão incidente:

$$v(t, x) = \sqrt{2} A_1 e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \psi_1) \quad (42)$$

Para um observador se deslocando em fase com a onda: $\omega t + \beta x + \psi_1 = \text{constante}$. Logo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\omega t + \beta x + \psi_1)}{\partial t} &= 0 \\ \omega + \beta \frac{dx}{dt} + \frac{d\psi_1}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (43)$$

$$\frac{dx}{dt} = \nu = -\frac{\omega}{\beta}$$

E, para o caso particular onde a resistência série é desprezível e a condutância em derivação tende a zero, β se reduz a:

$$\beta = \omega \sqrt{LC} \quad (44)$$

Neste caso, a velocidade de propagação pode ser expressa por:

$$\nu = -\frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (45)$$

4.1.4 Simplificações do Modelo em Termos do Comprimento das Linhas

As equações (26) e (27) os estados exatos da tensão e corrente em uma linha de transmissão mediante uma excitação senoidal em regime permanente. Porém, estas equações são pouco práticas quando deseja-se montar um modelo em circuitos elétricos. Para tanto, consideremos uma linha real de comprimento l e impedância característica Z_C . As equações (26) e (27) podem ser reescritas como:

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{V}_2 + \dot{I}_2 Z_C}{2} e^{l\gamma} + \frac{\dot{V}_2 - \dot{I}_2 Z_C}{2} e^{-l\gamma} \quad (46)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_2 + \dot{I}_2 Z_C}{2Z_C} e^{l\gamma} - \frac{\dot{V}_2 - \dot{I}_2 Z_C}{2Z_C} e^{-l\gamma} \quad (47)$$

E, manipulando as equações acima, chega-se a:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \left(\frac{e^{l\gamma} + e^{-l\gamma}}{2} \right) + \dot{I}_2 Z_C \left(\frac{e^{l\gamma} - e^{-l\gamma}}{2} \right) \quad (48)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_2}{Z_C} \left(\frac{e^{l\gamma} - e^{-l\gamma}}{2} \right) + \dot{I}_2 \left(\frac{e^{l\gamma} + e^{-l\gamma}}{2} \right) \quad (49)$$

Que quando substituído por funções hiperbólicas resulta em:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \cosh(l\gamma) + \dot{I}_2 Z_C \sinh(l\gamma) \quad (50)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_2}{Z_C} \sinh(l\gamma) + \dot{I}_2 \cosh(l\gamma) \quad (51)$$

Porém o termo $l\gamma$ pode ser escrito como $\sqrt{ZY}$ onde Z é a impedância série total da linha e Y é a admitância paralela total da linha; ambos Z e Y calculados na frequência de interesse.

Logo, torna-se possível reescrever as equações (48) e (49) em termos de impedâncias e admitâncias e na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\sqrt{ZY}) & Z_C \sinh(\sqrt{ZY}) \\ \frac{1}{Z_C} \sinh(\sqrt{ZY}) & \cosh(\sqrt{ZY}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (52)$$

Portanto é possível encontrar um modelo em termos de circuitos elétricos que resulte na mesma representação matemática vista nas equações acima. Também é desejado obter modelos que possam ser simulados com o menor esforço computacional possível dentro

dos requisitos de precisão. Portanto, quanto maior for a complexidade da linha, mais preciso deve ser o modelo; quanto menor for a complexidade da linha, mais simples pode ser o modelo.

As expansões em séries das funções hiperbólicas descritas é apresentada abaixo:

$$\cosh(l\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ZY)^n}{(2n)!} \quad (53)$$

$$\sinh(l\gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\sqrt{ZY})^{2n+1}}{(2n+1)!} \quad (54)$$

Os autores concordam em modelar as linhas de transmissão em três grupos principais, quais sejam: linhas curtas, linhas médias e linhas longas. São denominadas linhas curtas as linhas que apresentam uma resposta suficientemente precisa quando são apenas utilizados o primeiro termo da expansão em séries das funções hiperbólicas. Já as linhas médias requerem dois termos da expansão em séries. E as linhas longas requerem o uso das próprias funções hiperbólicas, sem expansão.

4.1.4.1 Linhas Curtas

Utilizando apenas o primeiro termo de cada série, equação (52) pode ser reescrita como:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + \dot{I}_2 Z_C \sqrt{ZY} \quad (55)$$

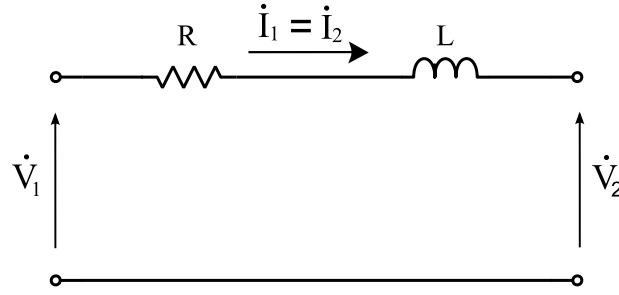
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_2}{Z_C} \sqrt{ZY} + \dot{I}_2 \quad (56)$$

Porém, segundo os autores, em linhas curtas à frequência nominal a parcela de corrente $\dot{V}_2 Y$ que flui pelos ramos em derivação é muito pequena e pode ser desprezada, resultando na relação abaixo:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (57)$$

Percebe-se que essa relação possui como significado físico um ramo série com impedância Z e nenhuma admitância paralela. A (Figura 19) ilustra o modelo de linha curta.

Figura 19 – Circuito equivalente de uma linha de transmissão curta.



Fonte: adaptado de (FUCHS, 1977).

Onde:

$\dot{V}_1$ - tensão no início da linha;

$\dot{V}_2$ - tensão no fim da linha;

$\dot{I}_1$ - corrente no ramo série da linha (injetada);

$\dot{I}_2$ - corrente no ramo série da linha (drenada);

R - resistência série da linha;

L - indutância série da linha;

4.1.4.2 Linhas Médias

Utilizando os dois primeiros termos de cada série, é possível fazer uma análise análoga ao caso de linhas curtas e reescrever a equação (52) como:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \left(1 + \frac{ZY}{6}\right) \\ Y \left(1 + \frac{ZY}{6}\right) & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (58)$$

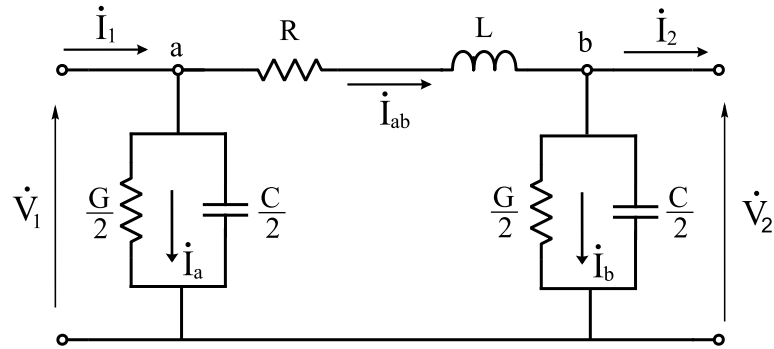
Essa relação matricial não apresenta significado físico imediato. É necessário portanto uma aproximação para que um significado físico possa ser encontrado. A aproximação pode ser feita de duas formas: a que resulta no modelo Pi Nominal e a que resulta no modelo T Nominal.

Aproximação para modelo Pi Nominal: A equação (58) pode ser aproximada para a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (59)$$

Equação esta que é resultante de um circuito Pi, como apresentado pela (Figura 20):

Figura 20 – Circuito equivalente de uma linha de transmissão média pelo modelo Pi nominal.



Fonte: adaptado de (FUCHS, 1977).

Onde os elementos adicionais em relação ao modelo de linhas curtas são:

$\dot{I}_{ab}$ - corrente no ramo série da linha;

$\dot{I}_a$ - corrente drenada na derivação do nó a ;

$\dot{I}_b$ - corrente drenada na derivação do nó b ;

G - condutância em derivação da linha;

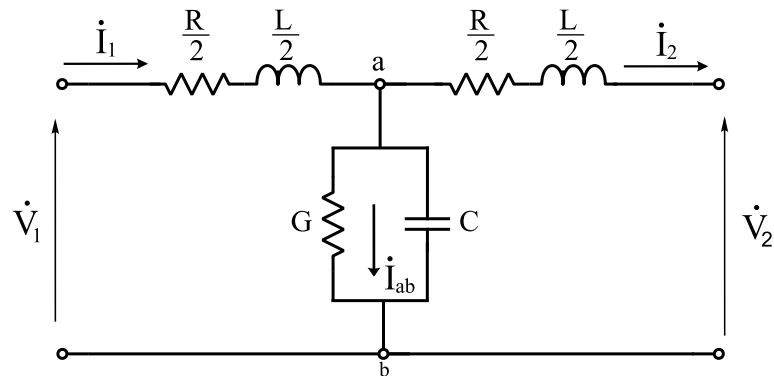
C - capacitância em derivação da linha;

Aproximação para modelo T Nominal: Aproximando a equação (58) também chega-se a:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \left(1 + \frac{ZY}{4} \right) \\ Y & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (60)$$

Que é traduzido pelo circuito da (Figura 21):

Figura 21 – Circuito equivalente de uma linha de transmissão média pelo modelo T nominal.



Fonte: adaptado de (FUCHS, 1977).

4.1.4.3 Linhas Longas

Para linhas as quais os modelos de linha média não resultam em respostas suficientemente precisas, pode-se realizar uma correção no valor das impedâncias e admitâncias alterando os modelos nominais para modelos equivalentes.

Modelo Pi Equivalente: A relação matricial abaixo apresenta o modelo Pi equivalente:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z'Y'}{2} & Z' \\ Y' \left(1 + \frac{Z'Y'}{4} \right) & 1 + \frac{Z'Y'}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} \quad (61)$$

A diferença do modelo equivalente para o nominal está na correção da impedância Z para Z' e admitância Y para Y' . A correção ocorre quando as equações (58) e (61) são comparadas e isola-se Z' e Y' resultando em:

$$Z' = Z \frac{\sinh(l\gamma)}{l\gamma} \quad (62)$$

$$Y' = Y \frac{\tanh(l\gamma/2)}{l\gamma/2} \quad (63)$$

Logo, para linhas longas pode-se utilizar o mesmo modelo porém com um fator de correção que variará de acordo com as características da linha. O mesmo desenvolvimento pode ser aplicado ao modelo T Equivalente.

Cálculo dos Parâmetros de Linhas e Cabos de Transmissão

O desenvolvimento dos modelos computacionais de linhas e cabos de transmissão apresentados no Capítulo 7 é baseado no pré-conhecimento de parâmetros elétricos tais como resistência, indutância, capacitância, impedância e admitância. Portanto, para que o modelo possa ser implementado torna-se necessário o conhecimento de como extrair tais parâmetros a partir de dados construtivos/geométricos de cabos ou linhas de transmissão. Em vista disso, o presente capítulo apresenta ferramentas para a extração de parâmetros elétricos de cabos e linhas de transmissão a partir de seus dados construtivos/geométricos. Cabe ressaltar que o desenvolvimento apresentado a seguir é válido tanto para linhas de sistemas HVAC quanto para cabos de sistemas HVDC.

5.1 Cálculo de Parâmetros de Linhas

O procedimento de cálculo apresentado nessa seção é baseado no procedimento apresentado por (STEVENSON, 1986).

5.1.1 Resistência Série

A resistência em corrente contínua de um condutor de uma linha de transmissão é calculada pela equação (64):

$$R_{cc} = \frac{\rho l}{A} \quad (64)$$

onde,

ρ é a resistividade do condutor (característica do material);

l é o comprimento do condutor (característica geométrica) e

A é a área da seção transversal do condutor (característica geométrica).

A resistência do condutor em corrente alternada é maior do que a resistência em corrente contínua por conta do efeito pelicular. Logo, a resistência em corrente alternada pode ser obtida a partir da resistência em corrente contínua pela multiplicação de um fator

de aumento dependente da frequência da corrente. Tal equacionamento é apresentado na Seção 5.2.

A resistência do condutor aumenta linearmente com o aumento da temperatura do mesmo, seguindo a relação abaixo:

$$R_2 = R_1 \frac{k + T_2}{k + T_1} \quad (65)$$

onde,

R_2 é a resistência do condutor à temperatura T_1 ;

R_1 é a resistência do condutor à temperatura T_2 e

k é uma constante do material.

5.1.2 Indutância Série

Por definição, indutância é a razão entre o fluxo concatenado por um material e a corrente elétrica que o atravessa. Quanto maior a indutância, mais linhas de fluxo são concatenadas pelo material na passagem de uma mesma intensidade de corrente. Tem-se portanto:

$$L = \frac{\lambda}{i} = N \frac{\phi}{i} \quad (66)$$

onde,

L é a indutância do condutor [H];

λ é o fluxo concatenado pelo condutor [Wb.espira];

i é a corrente que atravessa o condutor [A];

N é o número de espiras e

ϕ é o fluxo magnético [Wb]

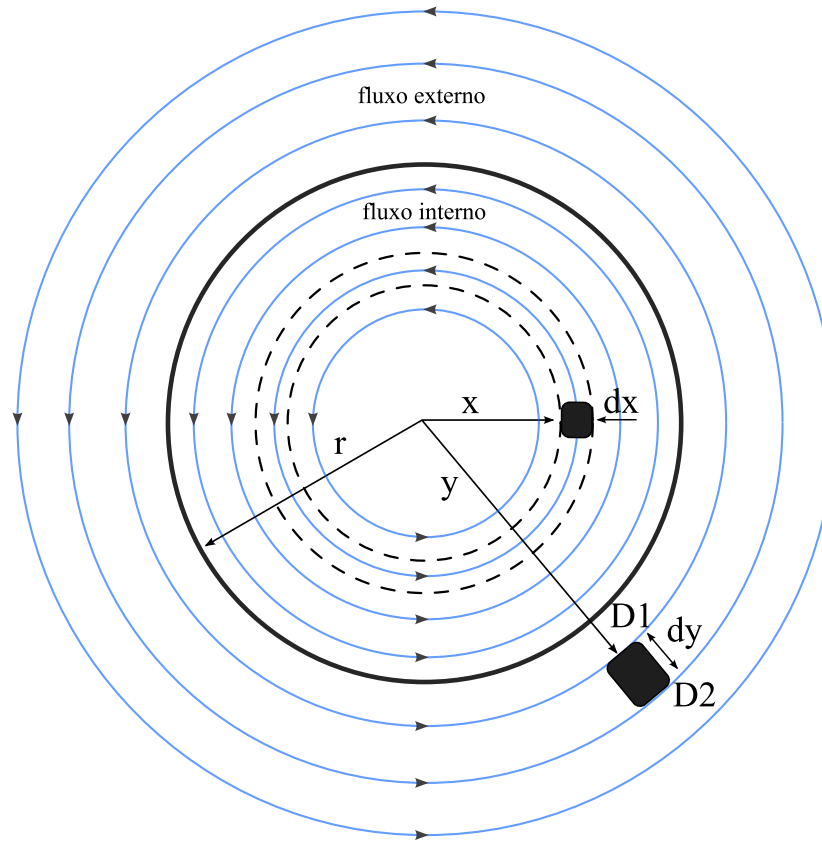
Da mesma forma, a indutância mútua entre dois condutores é a razão entre o fluxo concatenado no condutor 1 através da corrente que atravessa o condutor 2.

$$M_{12} = \frac{\phi_{12}}{i_2} \quad (67)$$

5.1.2.1 Indutância Série Interna

A Figura 22 mostra a seção transversal de um condutor cilíndrico, sólido e infinitamente longo.

Figura 22 – Seção transversal de um condutor cilíndrico.



Fonte: adaptado de (STEVENSON, 1986)

Supondo que uma corrente uniforme I atravessa o condutor da Figura 22, a fração de corrente que atravessa a área delimitada por x é dada por:

$$I_x = I \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \quad (68)$$

Pela lei circuital de Ampère:

$$\oint H_x ds = I_x \quad (69)$$

$$2\pi x H_x = I_x \quad (70)$$

onde

H_x é a intensidade de campo a uma distância x do centro do condutor [A/m].

Substituindo a equação (68) na equação (70) e isolando H_x obtém-se:

$$H_x = \frac{x}{2\pi r^2} I \quad (71)$$

e

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I \quad (72)$$

onde

B_x é a densidade de fluxo a uma distância x do centro do condutor [T] e μ é a permeabilidade do condutor [H/m].

Na seção compreendida pela espessura dx , o fluxo $d\phi$ é igual a densidade de fluxo B_x multiplicado pela área da seção. Logo:

$$d\phi = B_x dx = \frac{\mu}{2\pi} \left(\frac{Ix}{r^2} \right) dx [Wb/m] \quad (73)$$

Portanto, o fluxo concatenado $d\lambda$ será proporcional ao fluxo $d\phi$ e à parcela de área delimitada por x :

$$d\lambda = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} d\phi = \frac{\mu}{2\pi} \left(\frac{Ix^3}{r^4} \right) dx \quad (74)$$

Integrando para todo o raio interno do condutor:

$$\lambda_{int} = \int_0^r d\lambda = \frac{\mu}{8\pi} I \quad (75)$$

Portanto, voltando na definição de indutância:

$$L_{int} = \frac{\lambda_{int}}{I} = \frac{\mu}{8\pi} \quad (76)$$

onde L_{int} é a indutância interna ao condutor [H/m].

Até aqui foi apresentada a indutância interna de um condutor. Porém, a indutância total de um condutor é composta pela contribuição da indutância interna e externa do mesmo. Cabe ressaltar que a indutância interna foi calculada considerando-se uma distribuição uniforme de corrente, o que não é verdade com a consideração do efeito pelicular. O efeito pelicular é apresentado na Seção 5.2. A seguir, é apresentado o cálculo da indutância externa do condutor.

5.1.2.2 Indutância Série Externa

Referindo-se novamente à Figura 22 é possível fazer uma análise semelhante à feita para o cálculo da indutância série interna ao condutor. Ou seja, admitindo que a corrente esteja concentrada na superfície do condutor:

$$H_y = \frac{I}{2\pi y} \quad (77)$$

e

$$B_y = \mu H_y = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{y} \quad (78)$$

onde μ_0 é a permeabilidade magnética do espaço livre (aproximação para a permeabilidade magnética do meio ao redor do condutor).

De forma análoga, o fluxo $d\phi$ e o fluxo concatenado $d\lambda$ podem ser calculados, respectivamente, de forma análoga aos fluxos interiores ao condutor:

$$d\phi = B_y dy = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{I}{y} \right) dy \quad (79)$$

$$d\lambda = d\phi \quad (80)$$

O fluxo concatenado por metro, $d\lambda$, é igual ao fluxo $d\phi$ pois o fluxo externo concatena toda a corrente do condutor apenas uma vez.

O fluxo externo total é obtido integrando o fluxo concatenado entre D1 e D2:

$$\lambda_{12} = \int_{D1}^{D2} d\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \left(\frac{D1}{D2} \right) \quad (81)$$

Portanto, o fluxo externo total entre a superfície do condutor e um ponto D distante do condutor é dado por:

$$\lambda_{ext} = \int_r^D d\lambda = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \left(\frac{D}{r} \right) \quad (82)$$

onde r é o raio do condutor e D a distância até o ponto D.

Somando os fluxos concatenados interno e externo, obtem-se o fluxo concatenado total pelo condutor:

$$\lambda_{int} + \lambda_{ext} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left(\frac{\mu_{rint}}{4} + \ln \left(\frac{D}{r} \right) \right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left(\frac{D}{e^{-\mu_{rint}/4} r} \right) \quad (83)$$

onde μ_{rint} é a permeabilidade relativa do material condutor.

A indutância total de um condutor cilíndrico, sólido e infinitamente longo agora pode ser obtida dividindo-se o fluxo total concatenado pelo condutor pela corrente que o atravessa:

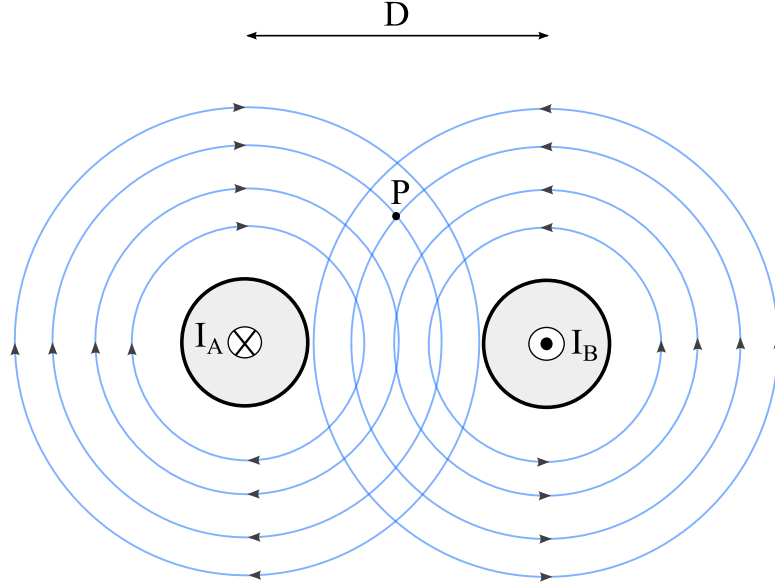
$$L_{tot} = \frac{\lambda_{int} + \lambda_{ext}}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{D}{RMG} \right) \quad (84)$$

onde $RMG = e^{-\mu_{rint}/4} r$ é o raio médio geométrico do condutor. O RMG pode ser entendido como o raio de um condutor fictício que não possui fluxo interno mas possui a mesma indutância do condutor de raio r .

5.1.2.3 Indutância de uma linha monofásica a dois condutores

A Figura 23 apresenta a seção transversal de dois condutores sólidos em paralelo, percorridos por correntes de mesma magnitude porém em sentidos opostos (um condutor é retorno de corrente para o outro).

Figura 23 – Seção transversal de dois condutores percorridos por correntes em sentidos opostos.



Fonte: adaptado de (STEVENSON, 1986)

Da Figura 23 é possível notar que o fluxo concatenado pelo condutor A em um ponto P genérico é devido a corrente que flui em A e a corrente que flui em B. O mesmo ocorre para o condutor B. Logo:

$$\lambda_{AP} = \lambda_{AAP} + \lambda_{ABP} \quad (85)$$

$$\lambda_{BP} = \lambda_{BBP} + \lambda_{BAP} \quad (86)$$

E, utilizando os conceitos apresentados anteriormente para indutância externa pode-se calcular cada parcela de fluxo concatenado:

$$\lambda_{AAP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \left(\frac{D_{AP}}{RMG_A} \right) \quad (87)$$

$$\lambda_{ABP} = -\frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \left(\frac{D_{BP}}{D} \right) \quad (88)$$

$$\lambda_{BAP} = -\frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \left(\frac{D_{AP}}{D} \right) \quad (89)$$

$$\lambda_{BBP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \left(\frac{D_{BP}}{RMG_B} \right) \quad (90)$$

Logo, o fluxo concatenado total no ponto genérico P é dado por:

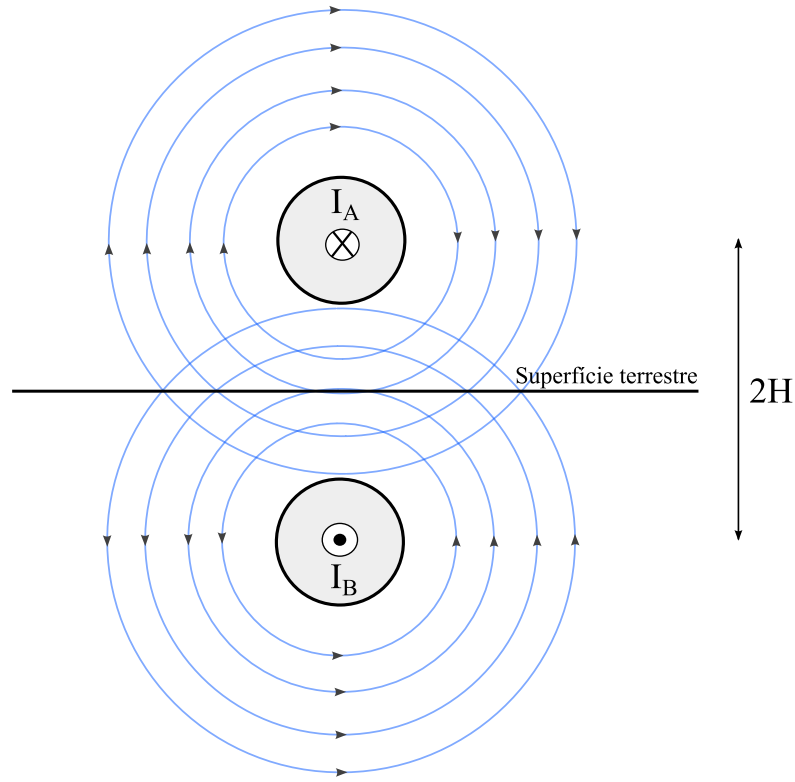
$$\lambda_P = \lambda_{AAP} + \lambda_{ABP} + \lambda_{BAP} + \lambda_{BBP} = \frac{\mu_0}{2\pi} I \ln \left(\frac{D^2}{RMG_A RMG_B} \right) \quad (91)$$

Para $RMG_A = RMG_B$ a indutância de uma fase do circuito é dada por:

$$L_1 = \frac{\lambda}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \left(\frac{D}{RMG} \right) \quad (92)$$

Esse cálculo é útil quando considera-se que o condutor de retorno é uma imagem do outro condutor sob a terra a uma altura H do solo (Figura 24).

Figura 24 – Seção transversal de dois condutores percorridos por correntes em sentidos opostos com imagem sob a terra.



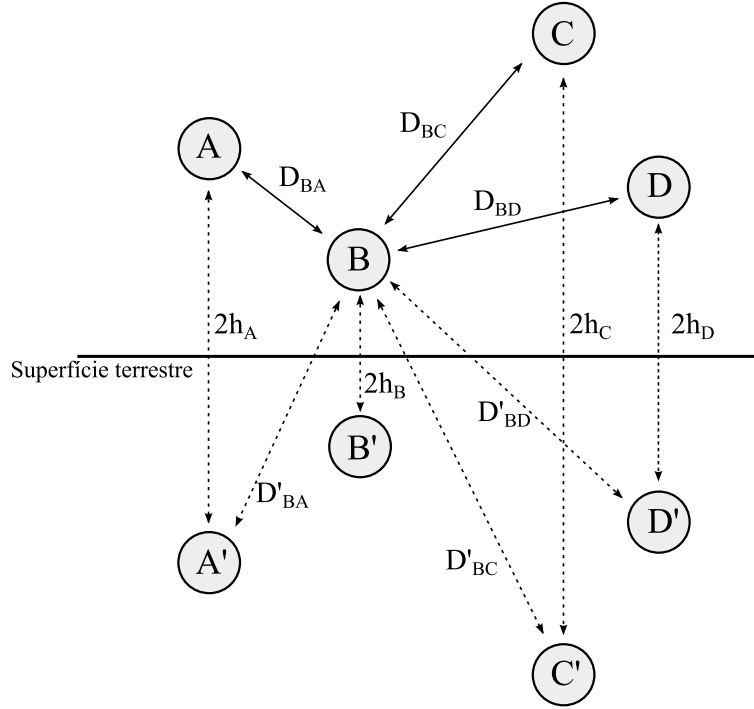
Fonte: adaptado de (STEVENSON, 1986)

Logo, a indutância própria da linha é calculada de forma análoga:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{2H}{RMG} \right) \quad (93)$$

A partir do desenvolvimento proposto, é possível generalizar o cálculo das indutâncias da linha para n condutores distantes h_i do solo, distantes D_{ij} de si mesmos e distantes D'_{ij} de suas imagens (Figura 25).

Figura 25 – Distâncias entre diversos condutores para cálculo de indutância.



Fonte: adaptado de (STEVENSON, 1986)

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{ad} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bd} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cd} \\ L_{da} & L_{db} & L_{dc} & L_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} \quad (94)$$

onde,

$$\begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{ad} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bd} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cd} \\ L_{da} & L_{db} & L_{dc} & L_{dd} \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_A}{RMG_A} & \ln \frac{D'_{AB}}{D_{AB}} & \ln \frac{D'_{AC}}{D_{AC}} & \ln \frac{D'_{AD}}{D_{AD}} \\ \ln \frac{D'_{BA}}{D_{BA}} & \ln \frac{2h_B}{RMG_B} & \ln \frac{D'_{BC}}{D_{BC}} & \ln \frac{D'_{BD}}{D_{BD}} \\ \ln \frac{D'_{CA}}{D_{CA}} & \ln \frac{D'_{CB}}{D_{CB}} & \ln \frac{2h_C}{RMG_C} & \ln \frac{D'_{CD}}{D_{CD}} \\ \ln \frac{D'_{DA}}{D_{DA}} & \ln \frac{D'_{DB}}{D_{DB}} & \ln \frac{D'_{DC}}{D_{DC}} & \ln \frac{2h_D}{RMG_D} \end{bmatrix} \quad (95)$$

5.1.3 Influência do solo na impedância

Segundo Carson (apud KERSTING; GREEN, 2011) a corrente que retorna pela terra influencia tanto na impedância própria quanto mútua de uma linha de transmissão aérea. O autor apresenta um equacionamento baseado em séries infinitas que torna mais precisa a impedância de uma linha:

impedância própria [$\Omega/milha$]:

$$Z_{ii} = (R_{ii} + \Delta R_{ii}) + j\omega(L_{ii} + \Delta L_{ii}) \quad (96)$$

$$Z_{ii} = R_{ii} + P_{ii} 4\omega + j2\omega K \left(\ln \frac{2h_i}{RMG_i} + 2Q_{ii} \right) \quad (97)$$

impedância mútua [$\Omega/milha$]:

$$Z_{ij} = \Delta R_{ij} + j\omega(L_{ij} + \Delta L_{ij}) \quad (98)$$

$$Z_{ij} = P_{ij} 4\omega + j2\omega K \left(\ln \frac{D'_{ij}}{D_{ij}} + 2Q_{ij} \right) \quad (99)$$

onde $K = 0,160934710^{-3}$

R_{ii} é a resistência série previamente calculada;

ΔR_{ii} é a correção de Carson na resistência série devido a influência da terra;

L_{ii} é a indutância própria previamente calculada;

ΔL_{ii} é a correção de Carson na indutância própria devido a influência da terra;

L_{ij} é a indutância mútua previamente calculada;

ΔL_{ij} é a correção de Carson na indutância mútua devido a influência da terra;

P é um fator de acréscimo calculado pela série de Carson e

Q é um fator de acréscimo calculado pela série de Carson.

Com as distâncias dadas em [ft]:

$$\begin{aligned} P_{ij} = & \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3\sqrt{2}} k_{ij} \cos(\theta_{ij}) + \frac{k_{ij}^2 \cos(2\theta_{ij})}{16} \left(0,6728 + \ln \frac{2}{k_{ij}} \right) \\ & + \frac{k_{ij}^2}{16} \theta_{ij} \sin(\theta_{ij}) + \frac{k_{ij}^3}{45\sqrt{2}} \cos(3\theta_{ij}) - \frac{\pi k_{ij}^4}{1536} \cos(4\theta_{ij}) \end{aligned} \quad (100)$$

$$\begin{aligned} Q_{ij} = & -0,0386 + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{k_{ij}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} k_{ij} \theta_{ij} - \frac{\pi k_{ij}^2}{64} \cos(2\theta_{ij}) + \frac{k_{ij}^3}{45\sqrt{2}} \cos(3\theta_{ij}) \\ & - \frac{k_{ij}^4}{384} \theta_{ij} \sin(4\theta_{ij}) - \frac{k_{ij}^4 \cos(4\theta_{ij})}{384} \left(\ln \frac{2}{k_{ij}} + 1,0895 \right) \end{aligned} \quad (101)$$

onde

θ_{ij} é o ângulo entre os segmentos que ligam o condutor i à sua imagem e à imagem do condutor j ;

$$k_{ij} = 8,565 \cdot 10^{-4} D'_{ij} \sqrt{\frac{f}{\rho}}$$

f é a frequência ;

ρ é a resistividade do solo [$\Omega.m$].

Para resistividade nula do solo as equações (97) e (99) tornam-se idênticas a equação (95).

Kersting e Green (2011) recomenda a utilização de poucos termos das correções de Carson. Segundo o autor, o uso dos primeiros termos já garante uma boa aproximação.

5.1.4 Capacitância em derivação

Utilizando a propriedade dual entre tensão e corrente, campo magnético e campo elétrico, indutor e capacitor, pode-se realizar o desenvolvimento do cálculo das capacitâncias em derivação da linha de forma análoga à feita para indutância série.

Assim como o fluxo concatenado se relaciona com a corrente no condutor através da indutância, a tensão V no condutor se relaciona com as cargas q nele através do inverso da capacitância C . Ou seja:

$$[V] = [P][q] \leftrightarrow [P] = [C]^{-1} \quad (102)$$

A matriz P , chamada de matriz de coeficientes de potencial, é calculada de forma dual à matriz L :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (103)$$

sendo,

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} \ln \frac{2h_1}{RMG_1} & \ln \frac{D'_{12}}{D_{12}} & \ln \frac{D'_{13}}{D_{13}} & \ln \frac{D'_{14}}{D_{14}} \\ \ln \frac{D'_{21}}{D_{21}} & \ln \frac{2h_2}{RMG_2} & \ln \frac{D'_{23}}{D_{23}} & \ln \frac{D'_{24}}{D_{24}} \\ \ln \frac{D'_{31}}{D_{31}} & \ln \frac{D'_{32}}{D_{32}} & \ln \frac{2h_3}{RMG_3} & \ln \frac{D'_{34}}{D_{34}} \\ \ln \frac{D'_{41}}{D_{41}} & \ln \frac{D'_{42}}{D_{42}} & \ln \frac{D'_{43}}{D_{43}} & \ln \frac{2h_4}{RMG_4} \end{bmatrix} \quad (104)$$

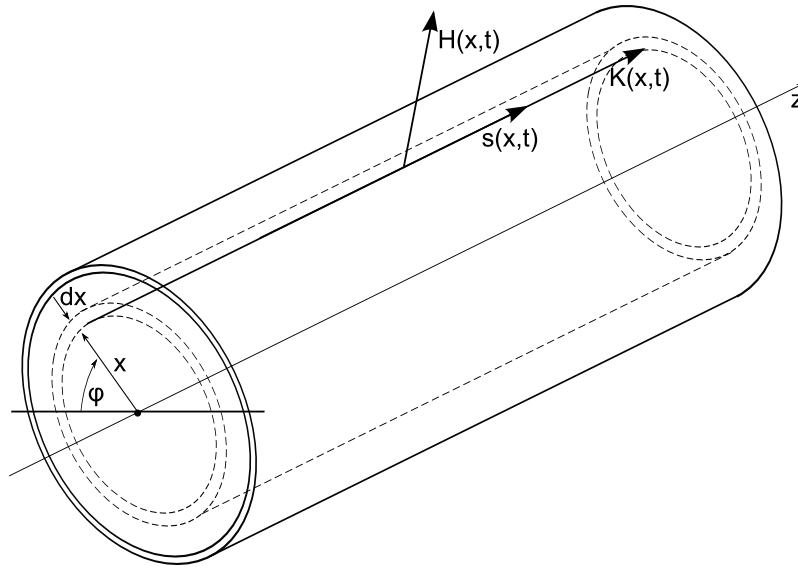
onde ϵ é a permissividade elétrica do meio.

5.2 Efeito Pelicular

Toda essa seção é baseada em (ZABORSZKY; RITTENHOUSE, 1954).

Para ilustrar o efeito pelicular em um condutor cilíndrico, sólido e de comprimento infinito, considera-se a Figura 26, em coordenadas cilíndricas (x, ϕ, z) .

Figura 26 – Densidade de corrente, campo elétrico e campo magnético ao longo de um condutor cilíndrico, sólido e de comprimento infinito.



Fonte: adaptado de (ZABORSZKY; RITTENHOUSE, 1954)

onde $H(x,t)$ é a intensidade de campo magnético $[A/m]$ em função do tempo e da distância do centro do condutor.

$K(x,t)$ é a intensidade de campo elétrico $[V/m]$ em função do tempo e da distância do centro do condutor.

$s(x,t)$ é a densidade de corrente $[A/m^2]$ em função do tempo e da distância do centro do condutor.

Pela Figura 26 é possível notar que o fluxo magnético interno ao cilindro é concêntrico ao eixo z do mesmo. Cada porção dx do cilindro concatena uma mesma parcela de fluxo. Logo, o centro do condutor, por ser mais interno ao cilindro, concatena as suas próprias linhas de fluxo mais as linhas de fluxo que cada porção cilíndrica do condutor induz. Portanto, o fluxo concatenado no centro do condutor é maior do que na superfície. Isso significa que ao longo do condutor, a tensão induzida na parte central do cilindro será maior do que a tensão induzida na superfície. Porém, a queda de tensão ao longo do cilindro deve ser a mesma, tanto próximo da superfície quanto no centro do condutor. Dessa forma, a densidade de corrente na superfície do condutor torna-se maior do que no centro de forma que a queda de tensão ohmica na superfície compense a tensão induzida no centro, restaurando assim a uniformidade da tensão na seção transversal do condutor. Como a queda de tensão por efeito ohmico e por tensão induzida estão fora de fase, espera-se que o efeito pelicular tenha influência tanto sobre a resistência do condutor quanto sobre a indutância do mesmo, já que a densidade de corrente variará em magnitude e em fase. Assumindo que o condutor é infinito e o material é não magnetizado as equações

diferenciais de Maxwell se tornam:

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \mu_0 \frac{\partial H}{\partial t} \quad (105)$$

$$\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} (xH) = s \quad (106)$$

Diferenciando a equação (106) com relação ao tempo e substituindo $\frac{\partial H}{\partial t}$ na equação (105), resulta:

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial K}{\partial x} \right) = \frac{\partial s}{\partial t} \quad (107)$$

Pela lei de Ohm:

$$K = \rho s \quad (108)$$

Sendo ρ a resistividade do material do condutor.

Substituindo (108) e (107), realizando a diferenciação e rearranjando a equação, tem-se:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial s}{\partial x} - \frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \quad (109)$$

Assumindo corrente alternada em regime permanente, $s(x, t)$ pode ser representada em notação complexa:

$$s(x, t) = \sqrt{2} Re \left| \mathbf{s}(x) e^{j\omega t} \right| \quad (110)$$

onde

$$\mathbf{s}(x) = s(x) e^{j\psi(x)} \quad (111)$$

$s(x)$ é o valor rms da densidade de corrente e $\psi(x)$ é o ângulo de fase na distância x do centro do condutor.

Reescrevendo a equação (109) com as representações das equações (110) e (111), tem-se:

$$\frac{d^2 \mathbf{s}(x)}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\mathbf{s}(x)}{dx} - j \frac{\omega \mu_0}{\rho} \mathbf{s}(x) = 0 \quad (112)$$

A equação diferencial (112) é conhecida com equação de Bessel de ordem zero. Ela determina a variação da densidade de corrente complexa entre o centro do condutor e a superfície do mesmo. Sua solução genérica é:

$$\mathbf{s}(x) = A J_0(kx) + B Y_0(kx) \quad (113)$$

onde, $k^2 = -j\frac{\omega\mu_0}{\rho}$

A e B são constantes arbitrárias e

$J_0(kx)$ e $Y_0(kx)$ são funções de Bessel de ordem zero e de primeira e segunda espécies, respectivamente.

Em $x = 0$:

$$\mathbf{s}_0 = \mathbf{s}_0, \quad J_0(0) = 1 \quad e \quad Y_0(0) = \infty \quad (114)$$

Logo,

$$B = 0 \quad e \quad A = \mathbf{s}_0 \quad (115)$$

Então,

$$\mathbf{s}(x) = \mathbf{s}_0 J_0(kx) \quad (116)$$

Logo, para encontrar a corrente total no condutor, basta integrar a densidade de corrente por todo o raio r do cilindro:

$$\mathbf{I} = 2\pi\mathbf{s}_0 \int_0^r J_0(kx) x dx = \frac{2\pi\mathbf{s}_0}{k} [xJ_1(kx)]_0^r = \frac{2\pi\mathbf{s}_0}{k} r J_1(kr) \quad (117)$$

Onde $J_1(kx)$ é a função de Bessel de primeira ordem da primeira espécie.

Portanto, $\mathbf{s}_0$ pode ser calculada como:

$$\mathbf{s}_0 = \frac{\mathbf{I}}{2\pi r} \frac{k}{J_1(kr)} = \mathbf{s}_{med} \frac{k}{J_1(kr)} \quad (118)$$

Substituindo (118) em (116), tem-se:

$$\mathbf{s}_0 = \mathbf{s}_{med} \frac{k J_0(kx)}{J_1(kr)} \quad (119)$$

Dado que as funções $J_0(kx)$ e $J_1(kx)$ retornam valores complexos com kx complexo, é útil representá-las de forma complexa:

$$\begin{aligned} J_0(kx) &= \text{ber}_0(mx) + j\text{bei}_0(mx) = M_0(mx)e^{j\theta_0(mx)} \\ J_1(kx) &= \text{ber}_1(mx) + j\text{bei}_1(mx) = M_1(mx)e^{j\theta_1(mx)} \end{aligned} \quad (120)$$

onde, $m^2 = jk^2$.

A seguir, tem-se a queda de tensão por unidade de comprimento na superfície do condutor:

$$\mathbf{V}_i = \rho\mathbf{s}(r) = \frac{\mathbf{I}}{2\pi r} \rho k \frac{J_0(kr)}{J_1(kr)} \quad (121)$$

Como descrito pela equação (64), podemos substituir a resistência CC na equação, dado que a área da condutor é πa^2 :

$$\mathbf{V}_i = \rho \mathbf{s}(r) = \frac{\mathbf{I}}{2\pi r} \rho k \frac{J_0(kr)}{J_1(kr)} \quad (122)$$

$$\mathbf{V}_i = \frac{1}{2} \mathbf{I} R_{cc} m r \frac{M_0(mr)}{M_1(mr)} \angle \left(\theta_0(mr) - \theta_1(mr) + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (123)$$

Logo,

$$\mathbf{z}_i = \frac{\mathbf{V}_i}{\mathbf{I}} = R_{cc} \frac{m r}{2} \frac{M_0(mr)}{M_1(mr)} \angle \left(\theta_0(mr) - \theta_1(mr) + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (124)$$

onde $\mathbf{z}_i$ é a impedância interna do condutor.

A parte real de $\mathbf{z}_i$ é igual a resistência interna do condutor (R_{ca}); a parte imaginária, igual a reatância indutiva interna do condutor (χ_{ca}).

Portanto,

$$R_{ca} = R_{cc} \frac{m r}{2} \frac{M_0(mr)}{M_1(mr)} \cos \left(\theta_0(mr) - \theta_1(mr) + \frac{3\pi}{4} \right) = k_c R_{cc} \quad (125)$$

e

$$\chi_{ca} = k_s \chi_{cc} = R_{cc} \frac{m r}{2} \frac{M_0(mr)}{M_1(mr)} \sin \left(\theta_0(mr) - \theta_1(mr) + \frac{3\pi}{4} \right) \quad (126)$$

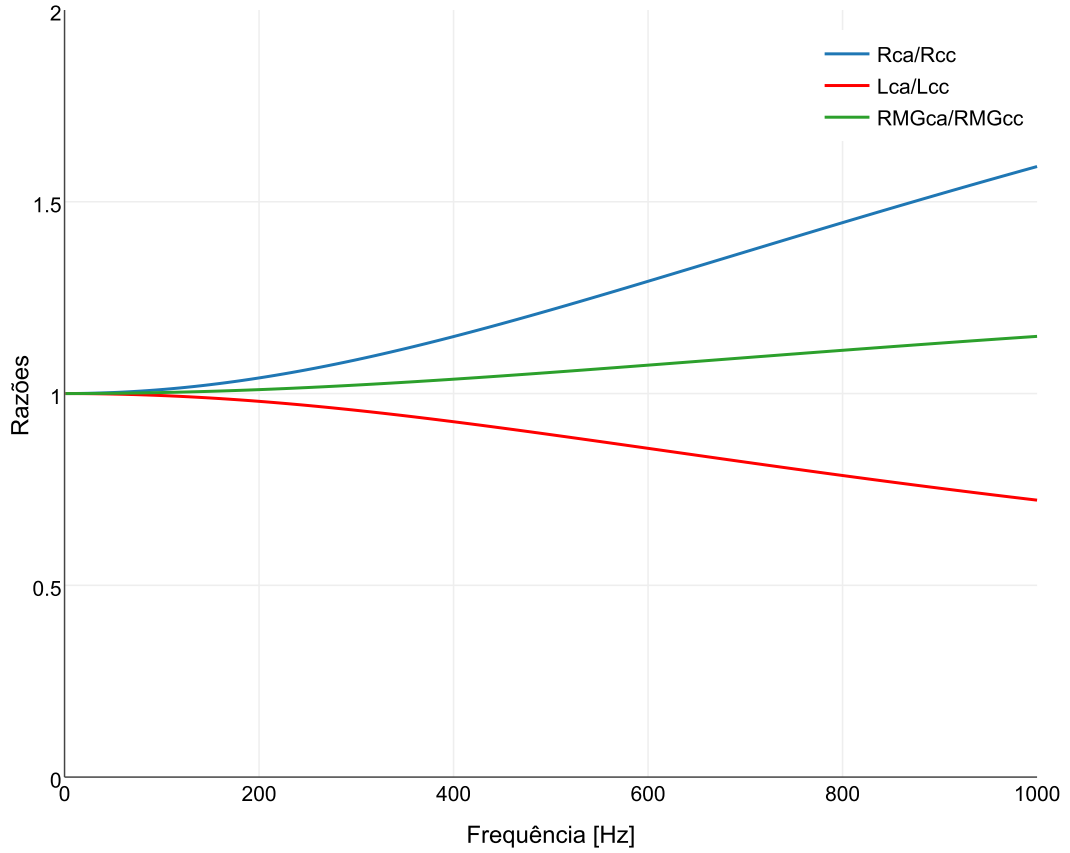
Onde χ_{cc} é a reatância indutiva interna do condutor sem consideração do efeito pelicular. Ou seja, $\chi_{cc} = \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu_{rint}}{4}$

E, voltando na equação (83), observamos que, se a indutância interna do condutor é afetada pelo efeito pelicular, o próprio RMG do condutor também será afetado na proporção k_s . Logo, o RMG deve ser recalculado considerando também o efeito pelicular:

$$RMG_{ca} = r e^{-k_s \frac{\mu_{rint}}{4}} \quad (127)$$

A Figura 27 ilustra o efeito pelicular sobre a resistência, indutância e raio médio geométrico para um dado condutor.

Figura 27 – Variação na frequência das razões da resistência, indutância interna e raio médio geométrico com relação aos seus valores CC.



Fonte: o autor

Pela Figura 27 é possível notar que o efeito pelicular aumenta a resistência e diminui a indutância.

Para condutores que não são maciços, porém possuem raio interno b e raio externo a , formando uma casca condutora (como alguns cabos), as constantes A e B das funções de Bessel da equação (113) não serão zero, resultando em uma impedância interna com formulação mais complexa. Nesse caso, a impedância interna é dada por:

$$\mathbf{z}_i = R_{cc} \frac{m(a+b)(a-b)}{2a} \frac{J_0(ka)Y_1(kb) - Y_0(ka)J_1(kb)}{J_1(kb)Y_1(ka) - J_1(ka)Y_1(kb)} \quad (128)$$

5.3 Transposição

Tanto para indutância série quanto para capacitância inversa é imediato perceber que quando as distâncias entre os condutores são diferentes, as componentes mútuas também serão diferentes. O mesmo ocorre quando as alturas entre os condutores e o solo são diferentes, alterando as indutâncias e capacitâncias próprias. Os termos mútuos distintos podem desbalancear as tensões e correntes do sistema porém a correção pode

ser feita através da transposição dos condutores. Para uma sistema com n conjunto de condutores, deve-se realizar a transposição de suas linhas ou cabos n vezes, a fim de igualar as componentes mútuas e próprias de indutâncias e capacitâncias.

Para um sistema exemplo com quatro condutores tem-se um exemplo para indutância própria:

$$\begin{aligned}\bar{L}_{11} &= \frac{1}{4}(L_{11} + L_{22} + L_{33} + L_{44}) \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h_p}{RMG}\end{aligned}\tag{129}$$

onde $h_p = \sqrt[4]{h_1 h_2 h_3 h_4}$ é a altura média geométrica.

e para indutância mútua:

$$\bar{L}_{12} = \frac{1}{4}(L_{12} + L_{23} + L_{34} + L_{41}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D'_m}{D_m}\tag{130}$$

onde

$D'_m = \sqrt[4]{D'_{12} D'_{23} D'_{34} D'_{41}}$ é a distância média geométrica entre condutor e imagem;
 $D_m = \sqrt[4]{D_{12} D_{23} D_{34} D_{41}}$ é a distância média geométrica entre condutores.

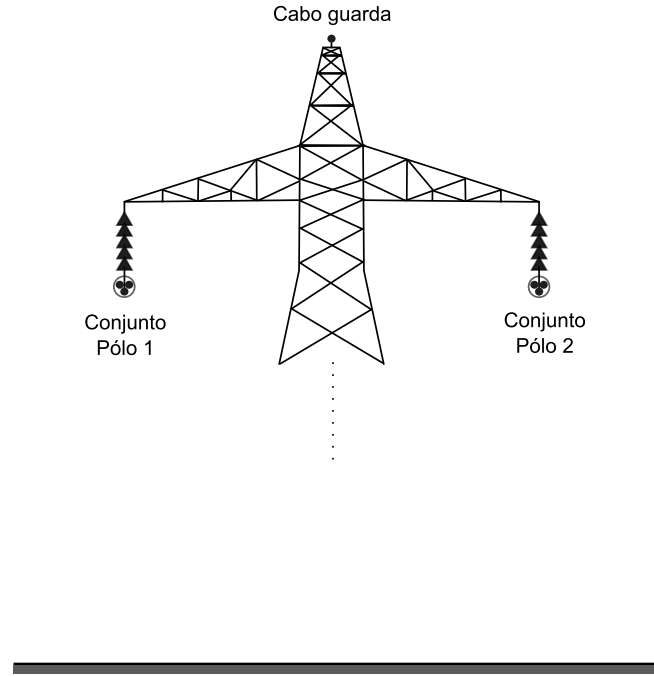
O mesmo desenvolvimento é aplicável as capacitâncias inversas.

5.4 Redução de Kron

Em cálculos de parâmetros elétricos também é necessário considerar a influência que tanto cabos guarda quanto conjuntos de condutores causam no circuito.

A Figura 28 apresenta um exemplo de torre genérica. Pode-se considerar sua utilização em sistemas HVDC.

Figura 28 – Distâncias entre diversos condutores para cálculo de indutância.



Fonte: o autor

Na Figura 28 pode-se notar que um arranjo diferente de condutores em conjunto ou a presença de cabos guarda interferirá no cálculo dos parâmetros elétricos da linha. Logo, é necessário incorporar a influência de tais elementos nas matrizes de parâmetros elétricos previamente calculados.

A redução de Kron pode ser aplicada quando deseja-se incorporar elementos de uma determinada matriz nos demais elementos dessa matriz. Ou seja, dado o sistema:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (131)$$

Efetuando o produto das matrizes:

$$b_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \quad (132)$$

$$b_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2$$

$$x_2 = A_{22}^{-1}(b_2 - A_{21}x_1) \quad (133)$$

Substituindo (133) em (132):

$$b_1 = A_{11}x_1 + A_{12}A_{22}^{-1}(b_2 - A_{21}x_1) \quad (134)$$

Rearranjando:

$$b_1 - A_{12}A_{22}^{-1}b_2 = (A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21})x_1 \quad (135)$$

Para $b_2 = 0$:

$$b_1 = (A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21})x_1 \quad (136)$$

Logo, pode-se reescrever a equação (131) na forma:

$$b_1 = Ax_1 \quad (137)$$

onde $A = A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}$

5.4.1 Influência dos cabos guarda

Sabe-se que indutância é a razão entre a tensão sobre um elemento e taxa de variação da corrente que percorre o mesmo.

Portanto, é possível escrever de forma semelhante à equação (94) a relação entre tensão e derivada de corrente nos condutores e nos cabos guarda. Ou seja:

$$\begin{bmatrix} [V_{cond}] \\ [V_0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_{cond}] & [L_{cond-0}] \\ [L_{0-cond}] & [L_0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\dot{I}_{cond}] \\ [\dot{I}_0] \end{bmatrix} \quad (138)$$

onde

$[V_{cond}]$ é o vetor de tensões nos condutores;

$[V_0]$ é o vetor de tensões nos cabos guarda;

$[L_{cond}]$ é a matriz de indutâncias nos condutores;

$[L_{cond-0}]$ e $[L_{0-cond}]$ são as matrizes de indutâncias mútuas entre os condutores e os cabos guarda e entre os cabos guarda e os condutores, respectivamente;

$[L_0]$ é a matriz de indutâncias dos cabos guarda;

$[\dot{I}_{cond}]$ é o vetor de derivadas das correntes nos condutores e

$[\dot{I}_0]$ é o vetor de derivadas das correntes nos cabos guarda.

Por simetria da matriz de parâmetros, sabe-se que $[L_{cond-0}] = [L_{0-cond}]^T$. E, como os cabos guarda são aterrados: $[V_0] = [0]$.

Dessa forma, $[V_0]$ substitui o termo b_2 na equação (131). Logo:

$$[V_{cond}] = [L_{eqv}][\dot{I}_{cond}] \quad (139)$$

onde $[L_{eqv}] = [L_{cond}] - [L_{cond-0}][L_0]^{-1}[L_{0-cond}]$

O mesmo é válido para a matriz de capacitâncias inversas:

$$[V_{cond}] = [P_{eqv}][Q_{cond}] \quad (140)$$

onde $[P_{eqv}] = [P_{cond}] - [P_{cond-0}][P_0]^{-1}[P_{0-cond}]$

O mesmo não necessita ser aplicado para a matriz de resistências pois, como $[R_{cond-0}] = [R_{0-cond}]^T = [0]$, $[R_{eqv}] = [R_{cond}]$.

5.4.2 Influência de conjuntos de condutores

A incorporação da influência de conjuntos de condutores é feita de forma análoga à incorporação da influência de cabos guarda.

Supondo pólos com um conjunto de dois condutores tem-se, para a matriz de indutâncias:

$$\begin{bmatrix} [V_{nk}] \\ [V_{nm}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_k] & [L_{k-m}] \\ [L_{m-k}] & [L_m] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\dot{I}_{nk}] \\ [\dot{I}_{nm}] \end{bmatrix} \quad (141)$$

onde

$[V_{nk}]$ é o vetor de tensões no conjunto k ;

$[V_{nm}]$ é o vetor de tensões no conjunto m ;

$[L_k]$ é a matriz de indutâncias do conjunto k . $[L_{k-m}]$ e $[L_{m-k}]$ são as matrizes de indutâncias mútuas entre os conjuntos k e n e os conjuntos n e k , respectivamente;

$[L_m]$ é a matriz de indutâncias do conjunto m ;

$[\dot{I}_{nk}]$ é o vetor de derivadas das correntes do conjunto k e

$[\dot{I}_{nm}]$ é o vetor de derivadas das correntes do conjunto m .

Por simetria da matriz de parâmetros, sabe-se que $[L_{k-m}] = [L_{m-k}]^T$. E, como as tensões em um mesmo conjunto são iguais, pode-se escrever: $[V_{nk}] - [V_{nm}] = [0]$. Fazendo a segunda linha da matriz da equação (142) como sendo a segunda subtraída da primeira linha, resulta em:

$$\begin{bmatrix} [V_{nk}] \\ [0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_k] & [L_{k-m}] \\ [L_{m-k}] - [L_k] & [L_m] - [L_{k-m}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\dot{I}_{nk}] \\ [\dot{I}_{nm} - \dot{I}_{nk}] \end{bmatrix} \quad (142)$$

Para recuperar a simetria da matriz, basta realizar a mesma operação com as colunas, fazendo a segunda coluna como sendo a segunda subtraída da primeira coluna:

$$\begin{bmatrix} [V_{nk}] \\ [0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_k] & [L_{k-m}] - [L_k] \\ [L_{m-k}] - [L_k] & [L_m] - [L_{k-m}] - [L_{m-k}] + [L_k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\dot{I}_{nk}] \\ [0] \end{bmatrix} \quad (143)$$

Dessa forma, $[V_{nk}] - [V_{nm}]$ substitui o termo b_2 na equação (131). Logo:

$$[V_n] = [L_{eqv}][\dot{I}_n] \quad (144)$$

onde $[L_{eqv}] = [L_k] - ([L_{k-m}] - [L_k])([L_m] - [L_{k-m}] - [L_{m-k}] + [L_k])^{-1}([L_{m-k}] - [L_k])$

O mesmo é válido para a matriz de capacitâncias inversas:

$$[V_n] = [P_{eqv}][Q_n] \quad (145)$$

onde

$$[P_{eqv}] = [P_k] - ([P_{k-m}] - [P_k])([P_m] - [P_{k-m}] - [P_{m-k}] + [P_k])^{-1}([P_{m-k}] - [P_k])$$

E para a matriz de resistências:

$$[R_{eqv}] = [R_k] - \left([R_{k-m}] - [R_k] \right) \left([R_m] - [R_{k-m}] - [R_{mk}] + [R_k] \right)^{-1} ([R_{m-k}] - [R_k])$$

5.5 Cálculo de Parâmetros de Cabos

O cálculo de parâmetros de cabos de transmissão possui uma formulação mais complexa do que o cálculo de parâmetros de linhas de transmissão. A formulação se torna mais complexa, entre outros, por dois principais motivos:

- a) existem diversos tipos de *layouts* de cabos;
- b) os revestimentos do condutor (blindagem, camadas de isolamento e armadura) acoplamento entre si, seja por campo elétrico ou campo magnético.

Ou seja, no cálculo de parâmetros de linhas de transmissão é apenas necessário analisar a impedância própria do condutor e a mútua entre um condutor e outro. No cálculo de parâmetros de cabos de transmissão o próprio cálculo da impedância própria do cabo já apresenta impedâncias mútuas entre as camadas que revestem o condutor. Portanto, o desenvolvimento apresentado nessa seção se concentrará em analisar os dois tipos de cabo mais citados na literatura, quais sejam: cabos *single-core* e cabos *pipe-type* (AMETANI, 1980; DOMMEL, 1996; GUSTAVSEN; SLETBAK; HENRIKSEN, 1995). Em especial, a análise será realizada sobre o cabo *single-core*, por sua maior aplicação em sistemas HVDC.

Apesar dos cálculos apresentados a seguir resultarem em impedâncias (o que não faz sentido para operação em corrente contínua) ainda sim os mesmos são válidos pois, em eventos transitórios surgem componentes de frequência diferentes de zero pelo sistema e porque das impedâncias apresentadas podem ser facilmente extraídas as indutâncias tomando-se a parte imaginária das mesmas e dividindo-se pela frequência complexa s .

Todo o desenvolvimento dessa seção é baseado em Ametani (1980) e Dommel (1996).

5.5.1 Cabo single-core

A Figura 29 apresenta um exemplo de cabo do tipo *single-core*:

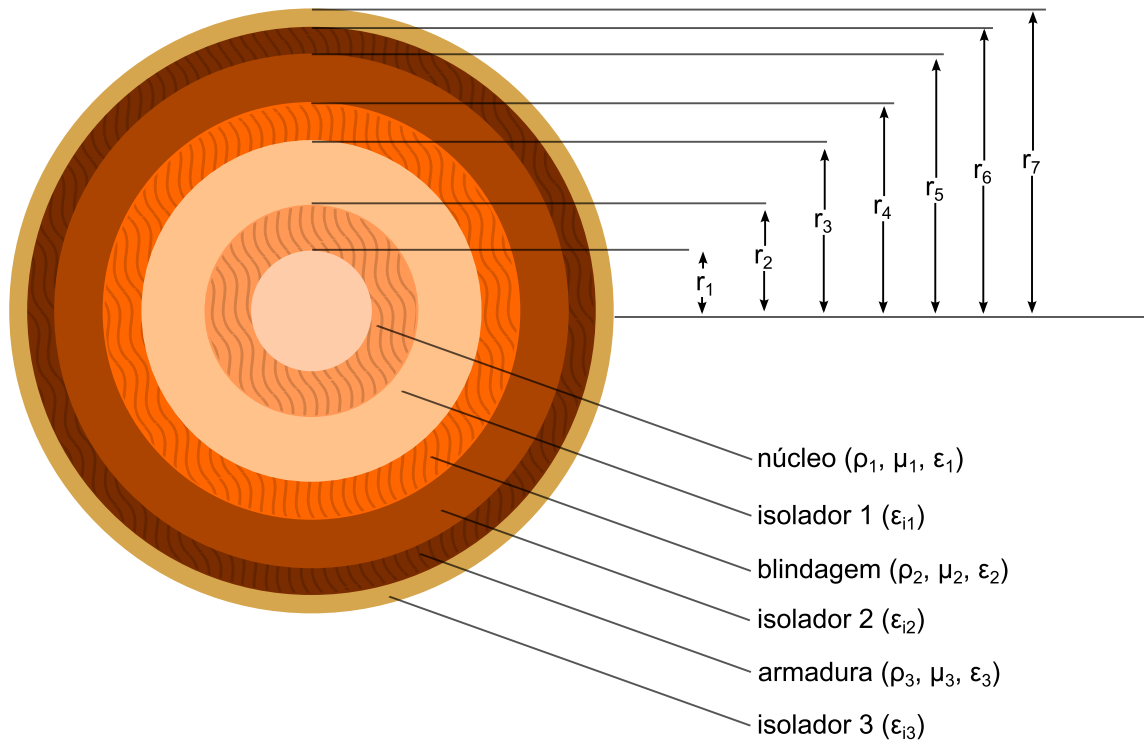
Pela Figura 29 é possível notar que o condutor é envolto por camadas isolantes, blindagens, armadura e demais invólucros. A Figura 31 descreve um exemplo de camadas de revestimento e a Figura 30 apresenta a seção transversal desse tipo de cabo:

Figura 29 – Exemplo de cabo do tipo single-core.



Fonte: (ABB, 2006)

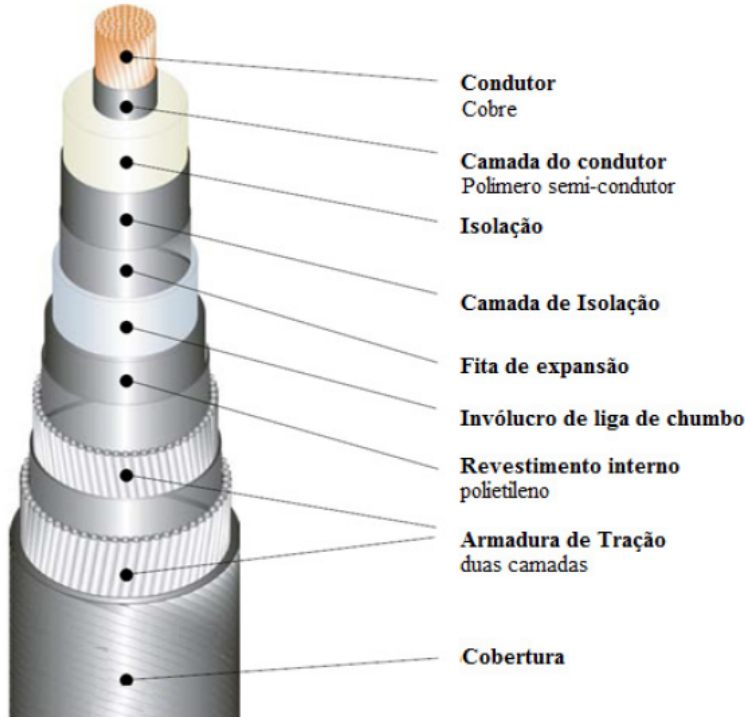
Figura 30 – Seção transversal de um cabo do tipo single-core.



Fonte: adaptado de (AMETANI, 1980)

Pela Figura 30 é possível notar que cada constituinte do cabo possui uma resistividade ρ , uma permeabilidade μ e uma permissividade ϵ específicos, tornando o cabo um elemento

Figura 31 – Exemplo de revestimentos de um cabo do tipo single-core.



Fonte: (ALMEIDA, 2011)

estratificado. A partir dos dados da Figura 30 é possível prosseguir com o equacionamento dos parâmetros do cabo *single-core*.

5.5.1.1 Impedâncias

A matriz de impedâncias $[Z]$ de um cabo de um sistema de transmissão é dada pela equação (146):

$$[Z] = [Z_i] + [Z_0] \quad (146)$$

onde $[Z_i]$ é a matriz de impedâncias próprias do cabo e $[Z_0]$ é a matriz de impedâncias do espaço entorno do cabo (ar ou superfície terrestre).

Se o cabo é composto por núcleo, blindagem e armadura, a matriz de impedâncias próprias do j -ésimo cabo é dada por:

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} Z_{nj} & Z_{nbj} & Z_{naj} \\ Z_{nbj} & Z_{bj} & Z_{baj} \\ Z_{naj} & Z_{baj} & Z_{aj} \end{bmatrix} \quad (147)$$

onde

o subíndice j se refere ao j -ésimo cabo do sistema;

o subíndice n se refere ao núcleo do cabo;

o subíndice b se refere à blindagem do cabo e

o subíndice a se refere à armadura do cabo;

Z_{nj} é a impedância própria do núcleo:

$$Z_{nj} = z_{nb} + z_{ba} + z_{a4} - 2z_{2m} - 2z_{3m} \quad (148)$$

Z_{bj} é a impedância própria da blindagem:

$$Z_{bj} = z_{ba} + z_{a4} - 2z_{3m} \quad (149)$$

Z_{aj} é a impedância própria da armadura:

$$Z_{aj} = z_{a4} \quad (150)$$

Z_{nbj} é a impedância mútua entre a o núcleo e a blindagem:

$$Z_{nbj} = z_{ba} + z_{a4} - z_{2m} - 2z_{3m} \quad (151)$$

Z_{baj} é a impedância mútua entre a blindagem e a armadura:

$$Z_{baj} = z_{naj} \quad (152)$$

Z_{naj} é a impedância mútua entre o núcleo e a armadura:

$$Z_{naj} = z_{a4} - z_{3m} \quad (153)$$

com

$$\begin{aligned} z_{nb} &= z_{11} + z_{12} + z_{2i} \\ z_{ba} &= z_{20} + z_{23} + z_{3i} \\ z_{a4} &= z_{30} + z_{34} \end{aligned} \quad (154)$$

Os termos intermediários utilizados nas equações (148) a (154) são apresentados a seguir:

z_{11} é a impedância própria da superfície externa do núcleo:

$$z_{11} = \frac{s\mu_0\mu_1}{2\pi} \frac{1}{x_2 D_1} \left(I_0(x_2)K_1(x_1) + K_0(x_2)I_1(x_1) \right) \quad (155)$$

z_{12} é a impedância do isolador externo ao núcleo:

$$z_{12} = \frac{s\mu_0\mu_{i1}}{2\pi} \ln \frac{r_3}{r_2} \quad (156)$$

z_{2i} é a impedância própria da superfície interna da blindagem:

$$z_{2i} = \frac{s\mu_0\mu_2}{2\pi} \frac{1}{x_3 D_2} \left(I_0(x_3)K_1(x_4) + K_0(x_3)I_1(x_4) \right) \quad (157)$$

z_{2m} é a impedância mútua da blindagem:

$$z_{2m} = \frac{\rho_2}{2\pi r_3 r_4 D_2} \quad (158)$$

z_{20} é a impedância própria da superfície externa da blindagem:

$$z_{20} = \frac{s\mu_0\mu_2}{2\pi} \frac{1}{x_4 D_2} \left(I_0(x_4)K_1(x_3) + K_0(x_4)I_1(x_3) \right) \quad (159)$$

z_{23} é a impedância do isolador externo à blindagem:

$$z_{23} = \frac{s\mu_0\mu_{i2}}{2\pi} \ln \frac{r_5}{r_4} \quad (160)$$

z_{3i} é a impedância própria da superfície interna da armadura:

$$z_{3i} = \frac{s\mu_0\mu_3}{2\pi} \frac{1}{x_5 D_3} \left(I_0(x_5)K_1(x_6) + K_0(x_5)I_1(x_6) \right) \quad (161)$$

z_{3m} é a impedância mútua da armadura:

$$z_{3m} = \frac{\rho_3}{2\pi r_5 r_6 D_3} \quad (162)$$

z_{30} é a impedância própria da superfície externa da armadura:

$$z_{30} = \frac{s\mu_0\mu_3}{2\pi} \frac{1}{x_6 D_3} \left(I_0(x_6)K_1(x_5) + K_0(x_6)I_1(x_5) \right) \quad (163)$$

z_{34} é a impedância do isolador externo à armadura:

$$z_{34} = \frac{s\mu_0\mu_{i3}}{2\pi} \ln \frac{r_7}{r_6} \quad (164)$$

onde

$$\begin{aligned} D_1 &= I_1(x_2)K_1(x_1) - I_1(x_1)K_1(x_2) \\ D_2 &= I_1(x_4)K_1(x_3) - I_1(x_3)K_1(x_4) \\ D_3 &= I_1(x_6)K_1(x_5) - I_1(x_5)K_1(x_6) \\ x_k &= \beta_k \sqrt{s} \\ \beta_1 &= r_1 \sqrt{\frac{\mu_0\mu_1}{\rho_1}} \\ \beta_2 &= r_2 \sqrt{\frac{\mu_0\mu_1}{\rho_1}} \\ \beta_3 &= r_3 \sqrt{\frac{\mu_0\mu_2}{\rho_2}} \\ \beta_4 &= r_4 \sqrt{\frac{\mu_0\mu_2}{\rho_2}} \\ \beta_5 &= r_5 \sqrt{\frac{\mu_0\mu_3}{\rho_3}} \\ \beta_6 &= r_6 \sqrt{\frac{\mu_0\mu_3}{\rho_3}} \end{aligned} \quad (165)$$

Os termos $I_0(x)$, $I_1(x)$, $K_0(x)$ e $K_1(x)$ referem-se a funções de Bessel calculadas sob o parâmetro x .

Quando o cabo não possui armadura, a matriz da equação (147) se reduz a:

$$[Z_{ij}] = \begin{bmatrix} Z_{nj} & Z_{nbj} \\ Z_{nbj} & Z_{bj} \end{bmatrix} \quad (166)$$

onde

$$\begin{aligned} Z_{nj} &= z_{nb} + z_{b3} - 2z_{2m} \\ Z_{bj} &= z_{s3} \\ Z_{nbj} &= z_{s3} - z_{2m} \end{aligned} \quad (167)$$

e

$$z_{s3} = z_{20} + z_{23} \quad (168)$$

Quando o cabo não possui nem armadura nem blindagem, a matriz da equação (147) se reduz a:

$$[Z_{ij}] = Z_{nj} = z_{11} + z_{12} \quad (169)$$

A impedância de retorno por terra Z_0 do j -ésimo cabo em relação ao k -ésimo cabo é dada por:

$$[Z_0] = \begin{bmatrix} [Z_{011}] & [Z_{012}] & \dots & [Z_{01n}] \\ [Z_{012}] & [Z_{022}] & \dots & [Z_{02n}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [Z_{01n}] & [Z_{02n}] & \dots & [Z_{0nn}] \end{bmatrix} \quad (170)$$

onde as submatrizes da matriz $[Z_0]$ possuem todos elementos iguais:

$$[Z_{0jk}] = \begin{bmatrix} Z_{0jk} & Z_{0jk} & Z_{0jk} \\ Z_{0jk} & Z_{0jk} & Z_{0jk} \\ Z_{0jk} & Z_{0jk} & Z_{0jk} \end{bmatrix} \quad (171)$$

$$[Z_{0jj}] = \begin{bmatrix} Z_{0jj} & Z_{0jj} & Z_{0jj} \\ Z_{0jj} & Z_{0jj} & Z_{0jj} \\ Z_{0jj} & Z_{0jj} & Z_{0jj} \end{bmatrix} \quad (172)$$

Quando o cabo não possui armadura, as matrizes $[Z_{0jk}]$ e $[Z_{0jj}]$ são reduzidas para matrizes 2x2 com todos os elementos iguais a Z_{0jk} e Z_{0jj} , respectivamente. E quando o cabo não possui nem armadura nem blindagem, a matriz $[Z_{0jk}]$ é reduzida para somente Z_{0jk} .

A impedância de retorno por terra é difícil de ser avaliada tanto numericamente quanto analiticamente como mostra Dommel (1996).

Baseando-se nas equações de Pollaczek, Dommel (1996) avalia Z_{0jk} como:

$$Z_{0jk} = \frac{\rho m^2}{2\pi} \left(K_0(md) - K_0(mD) + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-(h_j+h_k)\sqrt{\alpha^2+m^2}}}{|a| + \sqrt{\alpha^2+m^2}} e^{j\alpha x} d\alpha \right) \quad (173)$$

$$Z_{0jj} = \frac{\rho m^2}{2\pi} \left(K_0(md) - K_0(mD) + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-(2h)\sqrt{\alpha^2+m^2}}}{|a| + \sqrt{\alpha^2+m^2}} e^{j\alpha R} d\alpha \right) \quad (174)$$

onde

d é a distância entre o condutor j e o condutor k ;

D é a distância entre o condutor j e a imagem do condutor k acima da superfície;

$m = \sqrt{j\omega \frac{\mu}{\rho}}$ é um parâmetro referente a profundidade de penetração de onda no cabo e α é uma constante de integração.

Wedepohl e Wilcox (1973) traz uma aproximação:

$$Z_{0jk} = \frac{\rho m^2}{2\pi} \left(-\ln \frac{\gamma md}{2} + 0.5 - \frac{2}{3} m\xi \right) \quad (175)$$

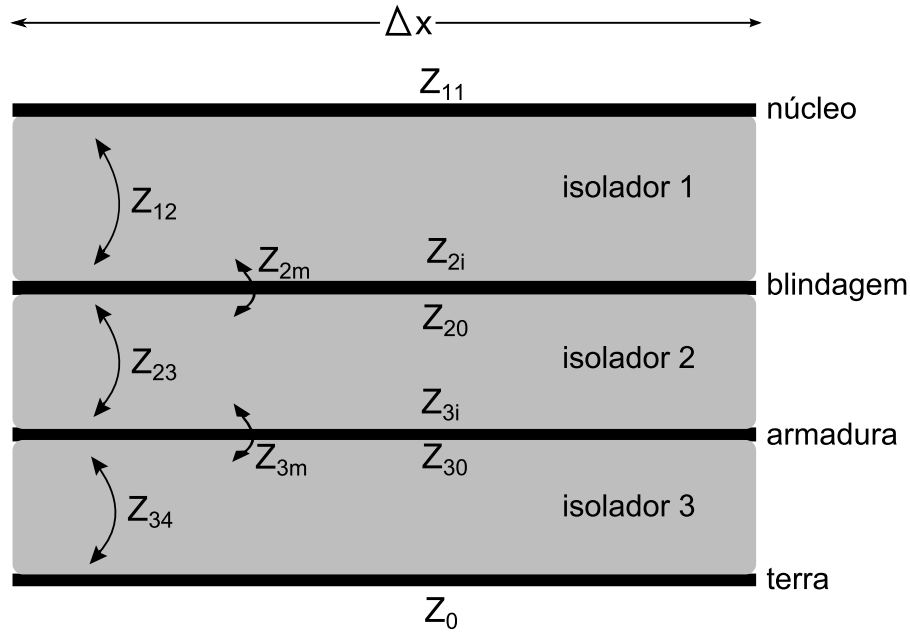
$$Z_{0jj} = \frac{\rho m^2}{2\pi} \left(-\ln \frac{\gamma mR}{2} + 0.5 - \frac{4}{3} mh \right) \quad (176)$$

onde

γ é a constante de Euler e ξ é a soma das profundidades de penetração dos dois cabos; h é a profundidade em que o cabo está enterrado; ρ é a resistividade do solo e R é o raio mais externo do cabo.

Segundo (DOMMEL, 1996) as equações (175) e (176) aproximam as equações (173) e (174) com erros menores que 1% para frequências até 100 kHz.

Um corte longitudinal no cabo tipo *single-core* reúne as impedâncias apresentadas acima (Figura 32).

Figura 32 – Seção longitudinal de um cabo do tipo *single-core* com representação de impedâncias.

Fonte: adaptado de (AMETANI, 1980)

No corte da Figura 32, foi apresentado apenas a metade do cabo no corte (centro para baixo). Sabe-se que todas as camadas estão circundando o núcleo, mas apenas as partes que estão do centro para baixo foram representadas, por simplificação.

Através do desenvolvimento apresentado nessa subseção, pôde-se notar que a consideração do efeito pelicular apresentado na Seção 5.2 influencia fortemente no desenvolvimento das equações de impedâncias próprias dos condutores dos cabos. Tal desenvolvimento confirma o seu objetivo, que é apresentar um modelo transitório do cabo.

5.5.1.2 Capacitâncias em derivação

Semelhante desenvolvimento ocorre para o cálculo das capacitâncias em derivação. Assim como no cálculo de parâmetros de linhas, ao invés de calcular diretamente as capacitâncias em derivação, será calculado o parâmetro $P = C^{-1}$; onde P é a matriz de coeficientes de potencial. Segundo Ametani (1980) a matriz de coeficientes de potencial de cabos é dada por:

Para cabos aéreos:

$$[P] = [P_i] + [P_0] \quad (177)$$

Para cabos subterrâneos:

$$[P] = [P_i] \quad (178)$$

onde $[P_i]$ é a matriz de coeficientes de potencial interna ao cabo.

$$[P_i] = \begin{bmatrix} [P_{i1}] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & [P_{i2}] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & [P_{in}] \end{bmatrix} \quad (179)$$

onde o índice i indica que a matriz é de parâmetros internos ao cabo e o índice n refere-se ao n -ésimo cabo do sistema.

Pode-se perceber que os elementos fora da diagonal da matriz $[P_i]$ são nulos. Isso ocorre pois o acoplamento entre os condutores é considerado pela matriz $[P_0]$, onde $[P_0]$ é a matriz de coeficientes de potencial do sistema no ar.

$$[P_0] = \begin{bmatrix} [P_{011}] & [P_{012}] & \dots & [P_{01n}] \\ [P_{012}] & [P_{022}] & \dots & [P_{02n}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [P_{01n}] & [P_{02n}] & \dots & [P_{0nn}] \end{bmatrix} \quad (180)$$

onde as submatrizes da matriz $[P_0]$ possuem todos elementos iguais:

$$[P_{0jj}] = \begin{bmatrix} P_{0jj} & P_{0jj} & P_{0jj} \\ P_{0jj} & P_{0jj} & P_{0jj} \\ P_{0jj} & P_{0jj} & P_{0jj} \end{bmatrix} \quad (181)$$

e

$$[P_{0jk}] = \begin{bmatrix} P_{0jk} & P_{0jk} & P_{0jk} \\ P_{0jk} & P_{0jk} & P_{0jk} \\ P_{0jk} & P_{0jk} & P_{0jk} \end{bmatrix} \quad (182)$$

com

$$\begin{aligned} P_{0jj} &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{2h_j}{r_{7j}} \right) \\ P_{0jk} &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{D_2}{D_1} \right) \end{aligned} \quad (183)$$

onde o índice j faz referência ao j -ésimo cabo do sistema; o índice k faz referência ao k -ésimo cabo do sistema; h_j é a distância do j -ésimo cabo ao solo; D_1 é a distância entre o j -ésimo cabo e o k -ésimo cabo e D_2 é a distância entre o j -ésimo cabo e a imagem do k -ésimo cabo.

Para cabos subterrâneos, basta calcular matriz de coeficientes de potencial interna a cada cabo:

$$[P_{ij}] = \begin{bmatrix} P_{cj} + P_{sj} + P_{aj} & P_{sj} + P_{aj} & P_{aj} \\ P_{sj} + P_{aj} & P_{sj} + P_{aj} & P_{aj} \\ P_{aj} & P_{aj} & P_{aj} \end{bmatrix} \quad (184)$$

onde

$$\begin{aligned} P_c &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{i1}} \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) \\ P_s &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{i2}} \ln\left(\frac{r_5}{r_4}\right) \\ P_a &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{i3}} \ln\left(\frac{r_7}{r_6}\right) \end{aligned} \quad (185)$$

com P_c , P_s e P_a calculados para o j -ésimo cabo.

E, de forma análoga à impedância, quando o cabo não possui armadura, a matriz $[P_{ij}]$ é reduzida para:

$$[P_{ij}] = \begin{bmatrix} P_{cj} + P_{sj} & P_{sj} \\ P_{sj} & P_{sj} \end{bmatrix} \quad (186)$$

e, quando o cabo não possui nem blindagem nem armadura, a matriz $[P_{ij}]$ é reduzida para:

$$[P_{ij}] = P_{cj} \quad (187)$$

5.5.2 Cabo pipe-type

Os cabos do tipo *pipe* são assim classificados por serem envoltos por um cilindro metálico, como mostra a Figura 33.

Figura 33 – Exemplo de cabo do tipo *pipe*.

Fonte: (KIRCHNER, 2006)

Os cabos do tipo *pipe* necessitam de um novo cálculo de parâmetros elétricos por terem uma disposição assimétrica dentro do cilindro metálico e por serem compostos, via de regra, por um conjunto de três cabos em um mesmo cilindro metálico. Após consulta a literatura, não foi encontrada aplicação de cabos do tipo *pipe* assimétricos com múltiplos condutores em sistemas HVDC. Portanto, o cálculo de seus parâmetros foge do escopo desse trabalho. O autor recomenda as referências Ametani (1980) e Dommel (1996) para uma análise completa.

Técnicas Computacionais Empregadas na Solução de Transitórios Eletromagnéticos

A teoria apresentada no Capítulo 4 faz uso de inúmeras equações diferenciais para modelar os elementos de uma linha de transmissão. Porém, como tais equações são analíticas, elas não podem ser resolvidas por um computador. É necessário portanto que essas funções sejam discretizadas para que um computador as resolva de forma numérica. Por isso é necessário empregar técnicas computacionais que sejam precisas e eficientes ao reatrar os elementos físicos.

Uma ferramenta constantemente usada na modelagem de elementos de sistemas elétricos é o uso de integrais. Na literatura estão presentes diversas técnicas para resolução numérica das integrais. As técnicas apresentadas a seguir foram extraídas de Watson e Arrillaga (2003):

Seja a função:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \int_t^{t+\Delta t} f(t) dt \quad (188)$$

A integral da equação (188) pode ser calculada de forma numérica, por aproximação, pelos seguintes métodos:

Método de Integração Trapezoidal:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \frac{\Delta t}{2} [f(x(t), t) + f(x(t + \Delta t), t + \Delta t)] \quad (189)$$

Método Regressivo de Euler:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t f(x(t + \Delta t), t + \Delta t) \quad (190)$$

Runge-Kutta de quarta ordem:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \left[\frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{3}k_2 + \frac{1}{3}k_3 + \frac{1}{6}k_4 \right] \quad (191)$$

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(x(t), t) \\
k_2 &= f\left(x(t) + \frac{\Delta t}{2}k_1, x(t) + \frac{\Delta t}{2}\right) \\
k_3 &= f\left(x(t) + \frac{\Delta t}{2}k_2, x(t) + \frac{\Delta t}{2}\right) \\
k_4 &= f(x(t) + \Delta t k_3, x(t) + \Delta t)
\end{aligned} \tag{192}$$

Adams-Bashforth de terceira ordem:

$$\begin{aligned}
x(t + \Delta t) = & x(t) + \Delta t \left[\frac{23}{12}f(x(t), t) - \frac{16}{12}f(x(t - \Delta t), t - \Delta t) \right. \\
& \left. + \frac{5}{12}f(x(t - 2\Delta t), t - 2\Delta t) \right]
\end{aligned} \tag{193}$$

Gear de segunda ordem:

$$x(t + \Delta t) = \frac{4}{3}x(t) - \frac{1}{3}x(t - \Delta t) \frac{2\Delta t}{3}f(x(t + \Delta t), t + \Delta t) \tag{194}$$

Como apresentado acima, não são poucas as propostas de solução numérica de integrais. Porém será dada continuidade apenas com o Método de Integração Trapezoidal por ser ele o utilizado no *software* de simulação transitória como o *Electromagnetic Transients Program* (EMTP) proposto por Dommel (1969).

6.1 Discretização de Elementos Passivos

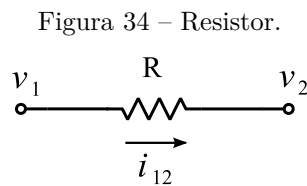
O desenvolvimento a seguir visa traduzir computacionalmente os modelos elétricos de alguns elementos passivos comumente presentes na análise de transitórios eletromagnéticos, tais como: resistor, indutor, capacitor e linha de transmissão. O termo discretização é utilizado pois um modelo físico definido no domínio do tempo, de forma analítica, é traduzido computacionalmente através de passos de simulação.

6.1.1 Resistor

A corrente que circula por um resistor R é definida pela equação:

$$i_{12}(t) = \frac{1}{R}(v_1(t) - v_2(t)) \tag{195}$$

Onde os elementos são indicados na Figura 34.



Fonte: o autor.

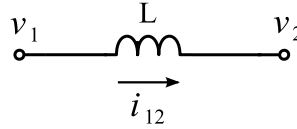
6.1.2 Indutor

A tensão v_L sobre um indutor L é dada pela equação diferencial:

$$v_L(t) = v_1(t) - v_2(t) = L \frac{di_{12}(t)}{dt} \quad (196)$$

Onde os elementos são indicados na Figura 35.

Figura 35 – Indutor.



Fonte: o autor.

Isolando a corrente e aplicando um passo de dt , tem-se:

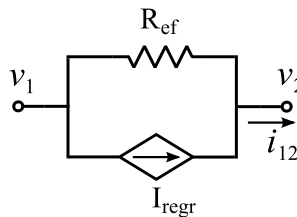
$$i_{12}(t) = i_{12}(t - \Delta t) + \frac{1}{L} \int_{t-\Delta t}^t (v_1 - v_2) dt \quad (197)$$

E, aplicando o método trapezoidal:

$$\begin{aligned} i_{12}(t) &= i_{12}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} \left((v_1(t) - v_2(t)) + (v_1(t - \Delta t) - v_2(t - \Delta t)) \right) \\ &= i_{12}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} \left(v_1(t - \Delta t) - v_2(t - \Delta t) \right) + \frac{\Delta t}{2L} (v_1(t) - v_2(t)) \\ &= I_{regr}(t - \Delta t) + \frac{1}{R_{ef}} (v_1(t) - v_2(t)) \end{aligned} \quad (198)$$

Analisando a equação (198), percebe-se que a corrente $i_{12}(t)$ é resultado de uma soma de duas correntes: $I_{regr}(t - \Delta t)$ (interpretada como uma fonte de corrente dependente de valores passados de tensão e corrente sobre o indutor) e a corrente que flui por R_{ef} . Esta última como resultado da tensão $v_1(t) - v_2(t)$ sobre este resistor. Logo, pode-se representar esse circuito por um circuito equivalente de Norton. A Figura 36 apresenta o circuito:

Figura 36 – Equivalente de Norton para o modelo do indutor.



Fonte: adaptado de (WATSON; ARRILLAGA, 2003).

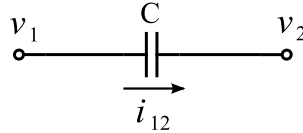
6.1.3 Capacitor

A corrente i_{12} sobre um capacitor C é dada pela equação diferencial:

$$i_{12}(t) = C \frac{d(v_1(t) - v_2(t))}{dt} \quad (199)$$

Onde os elementos são indicados na Figura 37.

Figura 37 – Capacitor.



Fonte: o autor

Isolando a tensão sobre o capacitor:

$$v_1(t) - v_2(t) = (v_1(t - \Delta t) - v_2(t - \Delta t)) + \frac{1}{C} \int_{t-\Delta t}^t i_{12}(t) dt \quad (200)$$

Aplicando o método trapezoidal:

$$v_1(t) - v_2(t) = (v_1(t - \Delta t) - v_2(t - \Delta t)) + \frac{\Delta t}{2C} (i_{12}(t) + i_{12}(t - \Delta t)) \quad (201)$$

E, isolando o termo instantâneo da corrente:

$$\begin{aligned} i_{12}(t) &= \frac{2C}{\Delta t} (v_1(t) - v_2(t)) - i_{12}(t - \Delta t) - \frac{2C}{\Delta t} (v_1(t - \Delta t) - v_2(t - \Delta t)) \\ &= I_{regr}(t - \Delta t) + \frac{1}{R_{ef}} (v_1(t) - v_2(t)) \end{aligned} \quad (202)$$

A equação (202) leva, portanto, ao mesmo circuito equivalente apresentado na Figura 36. Com a diferença que agora R_{ef} e I_{regr} são dependentes do valor da capacitância.

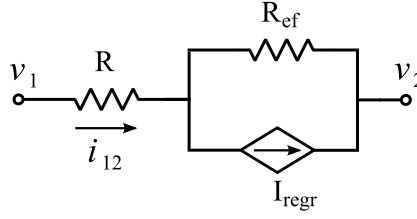
Cabe ressaltar que os valores de R_{ef} e I_{regr} para os circuitos equivalentes do indutor e do capacitor foram obtidos através do método trapezoidal. Caso outro método como os apresentados no início deste capítulo fosse aplicado, diferentes valores de R_{ef} e I_{regr} seriam obtidos.

6.2 Redução para um Circuito Equivalente

Quando um circuito é composto de vários componentes, é conveniente realizar uma redução dos componentes para um circuito equivalente, a fim de reduzir o esforço computacional para simular o circuito.

Avaliando um circuito RL série, como apresentado pela Figura 38:

Figura 38 – Circuito RL série pelo método trapezoidal .



Fonte: adaptado de (WATSON; ARRILLAGA, 2003).

No circuito da Figura 38, a corrente I_{regr} do indutor pode ser reescrita como:

$$I_{regr}(t - \Delta t) = i_{12}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} v_L(t - \Delta t) \quad (203)$$

Onde, a tensão sobre o indutor é:

$$\begin{aligned} v_L(t - \Delta t) &= v_1(t - \Delta t) - v_2(t - \Delta t) - i_{12}(t - \Delta t)R \\ &= v(t - \Delta t) - i(t - \Delta t)R \end{aligned} \quad (204)$$

Substituindo a equação (204) na equação (203):

$$\begin{aligned} I_{regr}(t - \Delta t) &= i(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} v(t - \Delta t) - \frac{\Delta t R}{2L} i(t - \Delta t) \\ &= \left(1 - \frac{\Delta t R}{2L}\right) i(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} v(t - \Delta t) \end{aligned} \quad (205)$$

Para realizar a redução a um circuito equivalente de Norton é necessário avaliar a corrente de curto-circuito (I_{cc}), calculada pelo divisor de corrente entre R e R_{ef} com a fonte I_{regr} . Lembrando que a resistência equivalente do modelo do indutor $R_{ef} = \frac{2L}{\Delta t}$, tem-se:

$$I_{cc} = \frac{2L/\Delta t}{R + 2L/\Delta t} I_{regr} \quad (206)$$

Substituindo a equação (205) na equação (206) e rearranjando o termos, obtem-se:

$$I_{cc} = \frac{1 - \Delta t R/(2L)}{1 + \Delta t R/(2L)} i(t - \Delta t) + \frac{\Delta t/(2L)}{1 + \Delta t R/(2L)} v(t - \Delta t) \quad (207)$$

A equação (207) apresenta o termo passado ($t - \Delta t$). Para calcular o termo atual (t), é necessário avaliar a corrente $i_{RL}(t)$ que flui devido a tensão $v(t)$ sobre as resistências R e R_{ef} :

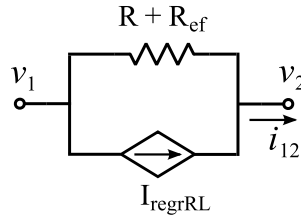
$$i_{RL}(t) = \frac{1}{R + 2L/\Delta t} v(t) = \frac{\Delta t/(2L)}{1 + \Delta t R/(2L)} v(t) \quad (208)$$

Percebe-se que o segundo termo da equação (208) é igual ao termo que multiplica a tensão na equação (207). Logo, somando as equações (207) e (208) chega-se ao modelo equivalente do circuito RL:

$$i(t) = \frac{1 - \Delta t R / (2L)}{1 + \Delta t R / (2L)} i(t - \Delta t) + \frac{\Delta t / (2L)}{1 + \Delta t R / (2L)} (v(t - \Delta t) + v(t)) \quad (209)$$

A Figura 39 apresenta o resultado da redução:

Figura 39 – Redução do circuito RL série obtido pelo método trapezoidal.



Fonte: adaptado de (WATSON; ARRILLAGA, 2003).

Onde I_{regrRL} representa todos os termos passados ($t - \Delta t$) na equação (209). A redução foi feita para um circuito RL série, mas um desenvolvimento análogo pode ser aplicado a circuitos com capacitor.

6.3 Modelo de Linha de Transmissão sem perda

Um modelo simples de linha de transmissão sem perdas pode ser obtido quando aplicamos o método trapezoidal e o método de redução de circuitos à teoria já desenvolvida no Capítulo 4. Ou seja, o que é desejado é o equivalente Norton apoiado em termos passados e presentes das correntes e tensões a fim de chegar a um modelo que consista em uma fonte de corrente em paralelo com uma impedância, sendo esta a impedância característica da linha.

No Capítulo 4 pode-se perceber que o equacionamento descrito consiste em analisar ao mesmo tempo ondas incidentes e refletidas. Resgatando essa análise e lembrando da propagação de ondas pela linha pode-se escrever que a tensão em um terminal da linha corresponde à tensão no outro terminal da linha na forma:

$$v_1(t - \tau) + Z_C i_{12}(t - \tau) = v_2(t) + Z_C (-i_{21}(t)) \quad (210)$$

Onde τ representa o tempo de propagação da onda de uma extremidade a outra da linha e Z_C é a impedância característica da linha, definida no Capítulo 4. Z_C pode ser calculado através do desenvolvimento apresentado no Capítulo 5.

Isolando $i_{21}(t)$:

$$\begin{aligned} i_{21}(t) &= \frac{1}{Z_C} v_2(t) - \frac{1}{Z_C} v_1(t - \tau) - i_{12}(t - \tau) \\ &= \frac{1}{Z_C} v_2(t) + I_2(t - \tau) \end{aligned} \quad (211)$$

onde,

$$I_2(t - \tau) = -\frac{1}{Z_C} v_1(t - \tau) - i_{12}(t - \tau) \quad (212)$$

Da mesma forma, isolando $i_{12}(t)$ na equação (210):

$$\begin{aligned} i_{12}(t) &= \frac{1}{Z_C} v_1(t) - \frac{1}{Z_C} v_2(t - \tau) - i_{21}(t - \tau) \\ &= \frac{1}{Z_C} v_1(t) + I_1(t - \tau) \end{aligned} \quad (213)$$

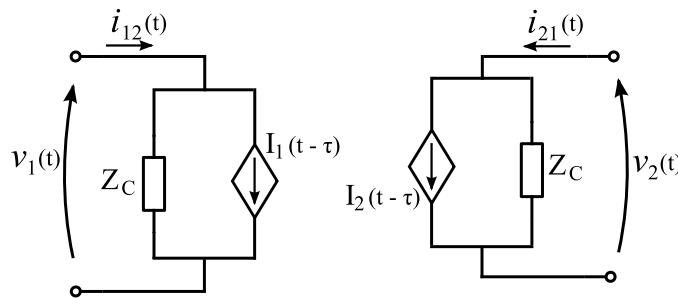
onde,

$$I_1(t - \tau) = -\frac{1}{Z_C} v_2(t - \tau) - i_{21}(t - \tau) \quad (214)$$

Onde os termos passados $I_2(t - \tau)$ e $I_1(t - \tau)$ nas equações (211) e (213), respectivamente, mostram que o estado da corrente em um terminal da linha depende do estado da corrente no outro terminal e a influência de um terminal no outro ocorre por um *delay* dado pelo tempo de propagação da onda na linha. Ou seja, as fontes de corrente do modelo é que fazem a conexão entre os dois terminais da linha.

As equações (211) e (213) levam ao modelo duplo apresentado pela Figura 40.

Figura 40 – Modelo duplo de uma linha de transmissão sem perdas obtido pelo método trapezoidal.



Fonte: adaptado de (WATSON; ARRILLAGA, 2003).

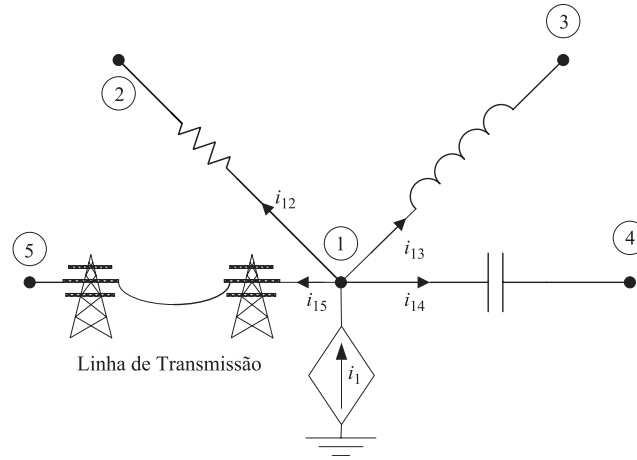
O modelo da Figura 40 mostra que a tensão e a corrente em uma extremidade da linha influencia no cálculo da tensão e corrente na outra extremidade da linha. Onde a influência é “sentida” após tempo de propagação da onda. O modelo apresentado é simples, mas não genérico. Ele ilustra o comportamento de uma linha de transmissão quando o tempo de propagação da onda na linha é significativo. Os modelos mais precisos de linhas e cabos de transmissão são abordados no Capítulo 7.

6.4 Solução do Circuito Completo

O mesmo desenvolvimento apresentado para resistores, indutores, capacitores e linhas de transmissão pode ser aplicado aos demais elementos do sistema. Após todos os elementos serem representados por equivalentes de Norton, o sistema pode ser resolvido pelo método nodal.

A Figura 41 apresenta um exemplo de parte de um circuito a ser resolvido pelo método nodal:

Figura 41 – Exemplo de circuito a ser resolvido pelo método nodal.



Fonte: adaptado de (WATSON; ARRILLAGA, 2003).

Escrevendo a lei de Kirchhoff das correntes para o circuito da Figura 41, resulta:

$$i_{12}(t) + i_{13}(t) + i_{14}(t) + i_{15}(t) = i_1(t) \quad (215)$$

Expressando cada termo de corrente em função das tensões nodais, tem-se:

$$i_{12}(t) = \frac{1}{R}(v_1(t) - v_2(t)) \quad (216)$$

$$i_{13}(t) = \frac{\Delta t}{2L}(v_1(t) - v_3(t)) + I_{13}(t - \Delta t) \quad (217)$$

$$i_{14}(t) = \frac{2C}{\Delta t}(v_1(t) - v_4(t)) + I_{14}(t - \Delta t) \quad (218)$$

$$i_{15}(t) = \frac{1}{Z}v_1(t) + I_{15}(t - \tau) \quad (219)$$

Substituindo as equações de (216) a (219) em (215), tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{R} + \frac{\Delta t}{2L} + \frac{2C}{\Delta t} + \frac{1}{Z} \right) v_1(t) - \frac{1}{R} v_2(t) - \frac{\Delta t}{2L} v_3(t) - \frac{2C}{\Delta t} v_4(t) \\ & = I_1(t - \Delta t) - I_{13}(t - \Delta t) - I_{14}(t - \Delta t) - I_{15}(t - \Delta t) \end{aligned}$$

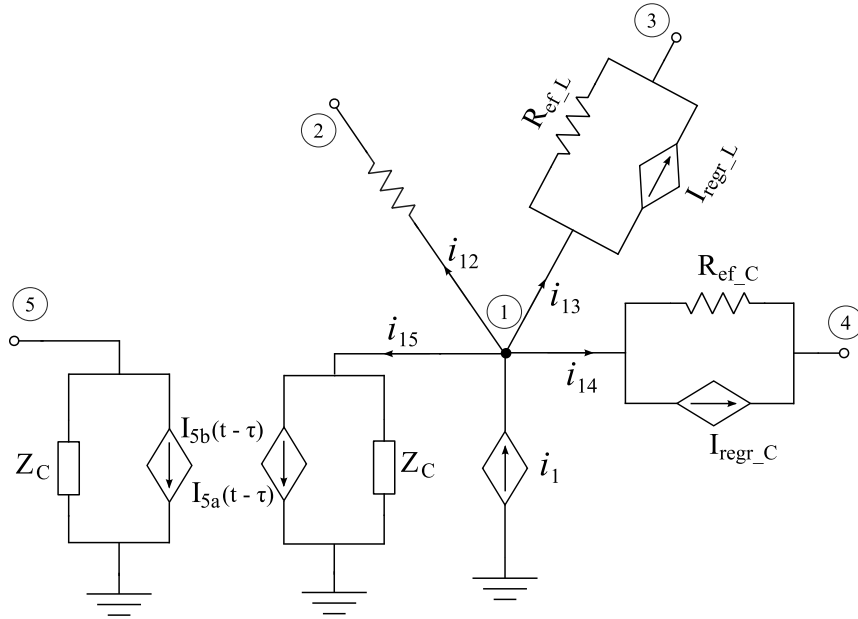
Dessa forma, prossegue-se para os demais nós do sistema, até que o sistema de equações permita expressar o sistema na forma:

$$[G]\mathbf{v}(\mathbf{t}) = \mathbf{i}(\mathbf{t}) + \mathbf{I}_{\text{regr}} \quad (220)$$

onde, $[G]$ é a matriz de condutâncias do sistema. $\mathbf{v}(\mathbf{t})$ é o vetor de tensões nodais. $\mathbf{i}(\mathbf{t})$ e $\mathbf{I}_{\text{regr}}$ são os vetores de correntes injetadas em cada nó. Sendo que $\mathbf{i}(\mathbf{t})$ é o vetor de fontes de corrente externas e $\mathbf{I}_{\text{regr}}$ é o vetor que representa termos passados do circuito (calculado pela integração trapezoidal).

Portanto, computacionalmente, o circuito da Figura 41 é representado como equivalentes de Norton, resultando no circuito da Figura 42.

Figura 42 – Circuito traduzido em equivalentes de Norton.



Fonte: adaptado de (WATSON; ARRILLAGA, 2003).

Resolvendo a equação (220) para cada passo de simulação, calcula-se as tensões em cada nó do sistema. Cabe ressaltar que, por construção, a matriz $[G]$ é simétrica desde que não haja a presença de elementos de controle. E, como muitos nós do circuito não tem conexão entre si, a matriz $[G]$ é também esparsa, cabendo portanto o uso de técnicas de otimização dos cálculos.

6.5 Erro de Truncamento do Método Trapezoidal

A série de Taylor para previsão de y_{n+1} é:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta t \frac{dy_n}{dt} + \frac{\Delta t^2}{2!} \frac{d^2 y_n}{dt^2} + \frac{\Delta t^3}{3!} \frac{d^3 y_n}{dt^3} + \dots \frac{\Delta t^k}{k!} \frac{d^k y_n}{dt^k} \quad (221)$$

Porém, como o método trapezoidal realiza um truncamento na série de Taylor, um erro está sempre associado à resolução escolhida. Segundo Watson e Arrillaga (2003), o erro associado quando o método trapezoidal é utilizado para estimar y_{n+1} é:

$$\epsilon_{n+1} = y_{n+1} - \hat{y}_{n+1} = -\frac{\Delta t^3}{12} \frac{d^3 y_\epsilon}{dt^3} \quad (222)$$

Onde $t_n \leq \epsilon \leq t_{n+1}$

Como pode ser notado na equação (222), o erro de truncamento está diretamente relacionado ao passo de integração na simulação. E, como as admitâncias em uma barra são calculadas mediante os passos de integração, é necessário que seja feita uma avaliação prévia do valor das admitâncias para que o passo de integração seja ajustado. Assim o erro de truncamento estará dentro da precisão requerida. Problema semelhante ocorre quando derivadas brutas devem ser computadas, como por exemplo, em um chaveamento de um circuito indutivo. Neste caso deve-se também ajustar o passo de integração.

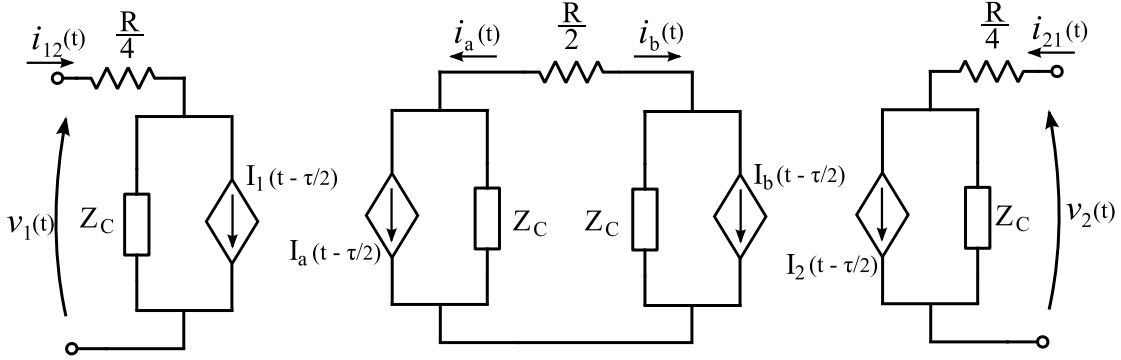
Modelos Computacionais de Linhas e Cabos de Transmissão

A modelagem de linhas e cabos de transmissão não é encerrada em apenas uma única solução, satisfatória em qualquer aplicação. Ao invés disso, cada modelo é otimizado para sua aplicação específica. Quando o tempo de viagem de onda em uma linha ou cabo de transmissão é menor do que o passo de simulação, é evidente que os modelos de ondas viajantes não são aplicados. Já nos casos de linhas longas, os modelos como o PI nominal se mostrarão pouco realísticos. Portanto, o presente capítulo apresenta os modelos computacionais mais utilizados de linhas e cabos de transmissão baseados na modelagem de ondas viajantes.

7.1 Modelo Bergeron

O modelo Bergeron consiste em modelar as linhas e cabos de transmissão através de parâmetros constantes com a frequência. Esse modelo se assemelha ao apresentado na Seção 6.3. Nele a linha continua sendo tratada como sem perdas, porém uma resistência concentrada é inserida no meio da linha para representar as perdas na mesma. A dedução do modelo foi baseada em Watson e Arrillaga (2003). A Figura 43 apresenta uma linha de transmissão com perdas. Parte do modelo usa linha sem perdas e as resistências representam as perdas por efeito Joule.

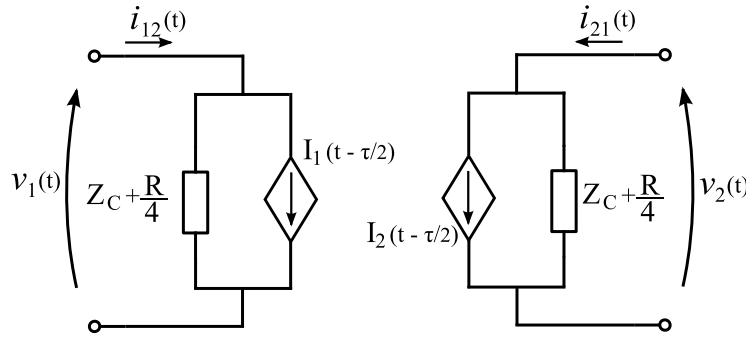
Figura 43 – Modelo duplo de linha de transmissão sem perdas com resistência concentrada.



Fonte: adaptado de (WATSON; ARRILLAGA, 2003)

Porém, considerando apenas metade da linha e separando a resistência $R/2$ pela metade chega-se o modelo de meia linha apresentado na Figura 44:

Figura 44 – Modelo duplo de meia linha de transmissão sem perdas com resistência concentrada.



Fonte: adaptado de (WATSON; ARRILLAGA, 2003)

Lembrando que as resistências foram incorporadas à impedância característica da linha pela mesma análise da Seção 6.3.

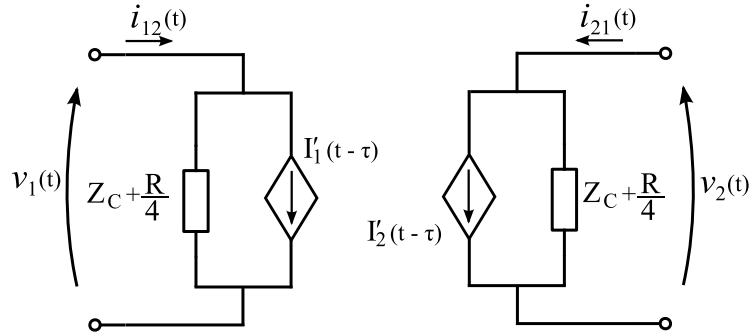
Dessa forma, o equacionamento dos termos presentes e passados são:

$$i_{12}(t) = \frac{1}{Z_C + R/4} v_1(t) + I_1(t - \tau/2) \quad (223)$$

$$I_1(t - \tau/2) = \frac{-1}{Z_C + R/4} v_2(t - \tau/2) - \left(\frac{Z_C - R/4}{Z_C + R/4} \right) i_2(t - \tau/2) \quad (224)$$

Agora pode-se considerar o efeito de toda a linha unindo os finais da linha em um modelo único. Os termos do meio da linha são considerados através da incorporação deles por parte das fontes de corrente das extremidades da linha. O modelo resultante (Figura 44) é similar ao já apresentado:

Figura 45 – Modelo Bergeron de uma linha de transmissão.



Fonte: adaptado de (WATSON; ARRILLAGA, 2003)

Onde I'_1 é:

$$\begin{aligned}
 I'_1(t - \tau) = & \frac{-Z_C}{(Z_C + R/4)^2} \left(v_2(t - \tau) + (Z_C - R/4)i_{21}(t - \tau) \right) \\
 & + \frac{-R/4}{(Z_C + R/4)^2} \left(v_1(t - \tau) + (Z_C - R/4)i_{12}(t - \tau) \right)
 \end{aligned} \tag{225}$$

Como pode-se perceber, a fonte de corrente $I'_1(t - \tau)$ considera não apenas os termos da extremidade oposta da linha, como no modelo apresentado na Seção 6.3, mas também as tensões e correntes de sua própria extremidade; fato que aumenta a complexidade do modelo.

De acordo com Watson e Arrillaga (2003), o modelo Bergeron apresenta boa precisão quando as frequências em estudo são bem estabelecidas e quando $R/4 \ll Z_C$. Porém, para estudos em altas frequências, o modelo não apresenta uma boa resposta.

Uma vantagem do modelo Bergeron é que, como ele exige parâmetros calculados para apenas uma frequência específica, seu esforço computacional requerido será proporcionalmente menor se comparado com modelos que variam com a frequência, como o Modelo Dependente da Frequência.

7.2 Modelo Dependente da Frequência

O modelo dependente da frequência tem como principal diferença em relação aos modelos vistos até aqui o cálculo dos parâmetros elétricos das linhas e cabos de transmissão no domínio da frequência, como o próprio nome sugere. Parâmetros como impedância característica e função de propagação são calculados a partir dos dados físicos, provenientes da geometria das linhas e cabos. De acordo com Watson e Arrillaga (2003), Gustavsen et al. (1999) e Manitoba HVDC Research Centre (2010) quando é necessário realizar um estudo transitório mais apurado, o Modelo Dependente da Frequência deve ser adotado. Portanto, para descrever o modelo, deve-se refazer a análise feita no Capítulo 4 porém considerando os parâmetros em função da frequência; ou seja: não mais constantes.

Reescrevendo as equações (28) e (32) como funções da frequência, tem-se:

$$\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) = \sqrt{(R(\omega) + j\omega L(\omega))(G(\omega) + j\omega C(\omega))} \quad (226)$$

$$Z_C(\omega) = \sqrt{\frac{R(\omega) + j\omega L(\omega)}{G(\omega) + j\omega C(\omega)}} = \sqrt{\frac{Z(\omega)}{Y(\omega)}} \quad (227)$$

Tanto $\gamma(\omega)$ quanto $Z_C(\omega)$ podem ser calculados pelo desenvolvimento apresentado no Capítulo 5.

Em termos de propagação de ondas, sabe-se que as ondas que avançam e retornam no início da linha podem ser escritas, respectivamente, como:

$$A_1(\omega) = V_1(\omega) + Z_C(\omega)I_1(\omega) \quad (228)$$

$$B_1(\omega) = V_1(\omega) - Z_C(\omega)I_1(\omega) \quad (229)$$

E, para o fim da linha:

$$A_2(\omega) = V_2(\omega) + Z_C(\omega)I_2(\omega) \quad (230)$$

$$B_2(\omega) = V_2(\omega) - Z_C(\omega)I_2(\omega) \quad (231)$$

As equações (229) e (231) representam o circuito duplo equivalente de Thévenin para o modelo dependente da frequência, com as fontes de Thévenin sendo $B_1(\omega)$ e $B_2(\omega)$.

A onda que está no início da linha retornando se relaciona, pela matriz de propagação, com a onda que está no fim da linha avançando. Ou seja:

$$B_1(\omega) = \Gamma(\omega)A_2(\omega) \quad (232)$$

E vice-versa,

$$B_2(\omega) = \Gamma(\omega)A_1(\omega) \quad (233)$$

Onde,

$$\Gamma(\omega) = e^{-l\gamma(\omega)} = \frac{1}{\cosh l\gamma(\omega) + \sinh(l\gamma(\omega))} \quad (234)$$

é a matriz de propagação, com $\gamma(\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega)$.

Portanto, substituindo as equações (232) e (230) na equação (229) e isolando $V_1(\omega)$ chega-se a uma expressão para a tensão no início da linha:

$$V_1(\omega) = Z_C(\omega)I_1(\omega) + \Gamma(\omega)(V_2(\omega) + Z_C(\omega)I_2(\omega)) \quad (235)$$

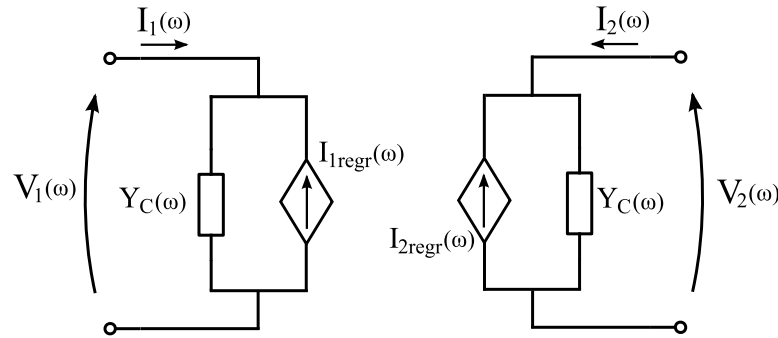
E, isolando a corrente $I_1(\omega)$ na equação (235) chega-se à equação do circuito equivalente de Norton para o modelo dependente da frequência:

$$\begin{aligned} I_1(\omega) &= Y_C(\omega)V_1(\omega) - \Gamma(\omega)(I_2(\omega) + Y_C(\omega)V_2(\omega)) \\ &= Y_C(\omega)V_1(\omega) - I_{1\text{regr}}(\omega) \end{aligned} \quad (236)$$

Onde, $Y_C = 1/Z_C$ e os elementos das equações (235) e (236) são vetores e matrizes quando a linha ou cabo de transmissão é composto por mais de um condutor

O circuito equivalente de Norton é apresentado na Figura 46 :

Figura 46 – Equivalente de Norton para o Modelo Dependente da Frequência.



Fonte: adaptado de (WATSON; ARRILLAGA, 2003)

7.2.1 Convolução para o domínio do tempo

As equações (235) e (236) expressam os estados de tensão e corrente na linha no domínio da frequência. Porém, o que é em princípio desejado em simulação de transitórios são as tensões e correntes no domínio do tempo. Para antitransformar as equações do domínio da frequência para o domínio do tempo utiliza-se a ferramenta de convolução. O princípio da convolução é expresso pela equação (237).

$$\Gamma(\omega)A_2(\omega) \Leftrightarrow \zeta(t) * a_2(t) = \int_{\tau}^t \zeta(u)a_2(t-u)du \quad (237)$$

Onde o símbolo $*$ representa uma convolução. Como pode-se perceber, uma multiplicação de duas funções no domínio da frequência representa uma convolução das funções no domínio do tempo e vice-versa.

Passando as equações (235) e (236) para o domínio do tempo:

$$v_1(t) = Z_C(t) * i_1(t) + \zeta(t) * (v_2(t) + Z_C(t) * i_2(t)) \quad (238)$$

$$i_1(t) = Y_C(t) * v_1(t) - \zeta(t) * (Y_C(t) * v_2(t - \tau) - i_2(t - \tau)) \quad (239)$$

Na literatura várias estratégias são utilizadas para calcular as integrais de convolução. De acordo com Nakanishi e Ametani (1986) é possível calcular as convoluções de

forma numérica, porém é exigido um grande esforço computacional. Logo, Marti (1982) e Gustavsen et al. (1999) utilizam métodos numéricos para um cálculo mais eficiente das integrais de convolução: o método trapezoidal e o método recursivo. Ambos necessitam de aproximações para as funções de propagação e matriz admitância do sistema. Para realizar as convoluções Marti (1988) propôs a resolução no domínio modal e Gustavsen et al. (1999) fez aprimoramentos à resolução no domínio de fases.

7.2.2 Resolução no Domínio Modal

A resolução no domínio modal foi baseada em Marti (1988). O autor reescreve as equações (228) a (233) da seguinte forma:

$$Y_C V_2 + I_2 = A_2 = \Gamma A_1 \quad (240)$$

$$Y_C V_1 - I_1 = B_1 = \Gamma B_2 \quad (241)$$

Onde os termos da equação acima são os mesmos das equações (228) a (233) porém o termo (ω) foi omitido por mera simplificação da equação.

A seguir é feito a transformação modal das equações (240) e (241). A transformação modal consiste em expressar os estados das variáveis a serem transformadas como uma combinação linear de vários *modos* do sistema. Ou seja, a decomposição modal de uma matriz $[K]$ qualquer é feita da seguinte forma (WEDEPOHL; NGUYEN; IRWIN, 1996):

$$[K] = [L][\Lambda][T] \quad (242)$$

Onde, $[\Lambda]$ é uma matriz diagonal de autovalores de $[K]$ e

$[L]$ e $[T]$ são matrizes contendo os autovetores associados aos autovalores de $[K]$, sendo que $[L] = [T]^{-1}$.

Portanto, em decorrência da combinação linear, um sistema multifásico pode ser representado por n modos de propagação que se comportam como sistemas monofásicos independentes, de mais fácil solução (CARVALHO et al., 2010).

Reescrevendo as equações (240) e (241) no domínio modal:

$$Y'_C V'_2 + I'_2 = A'_2 = \Gamma' A'_1 \quad (243)$$

$$Y'_C V'_1 - I'_1 = B'_1 = \Gamma' B'_2 \quad (244)$$

Onde Y'_C e Γ' são matrizes diagonais e:

$$\begin{aligned}
 V &= Q^{-T} V' \\
 I &= Q I' \\
 A &= Q A' \\
 B &= Q B' \\
 \Gamma' &= Q^{-1} \Gamma Q \\
 Y'_C &= Q^{-1} Y_C Q^{-T}
 \end{aligned} \tag{245}$$

Onde Q é a matriz de transformação modal que diagonaliza YZ , Q^T é a matriz transposta de Q e Q^{-T} é a matriz transposta de Q^{-1} .

Passando as equações (243) e (244) para o domínio do tempo:

$$y'_C(t) * v'_2(t) + i'_2(t) = a'_2(t) = \zeta'(t) * a'_1(t) \tag{246}$$

$$y'_C(t) * v'_1(t) - i'_1(t) = b'_1(t) = \zeta'(t) * b'_2(t) \tag{247}$$

Onde a tensões e correntes, em componentes modais, são dadas por:

$$v'(t) = q^T(t) * v(t) \tag{248}$$

$$i'(t) = q^{-1}(t) * i(t) \tag{249}$$

De acordo com o autor, se os elementos das matrizes Y'_C , Γ' e Q são aproximados por funções racionais, logo $y'_C(t)$, $\zeta'(t)$ e $q(t)$ se tornam matrizes cujos elementos são somas finitas de exponenciais.

A convolução numérica de $y'_C(t)$ com $v'_2(t)$ pode ser escrita como:

$$y'_C(t) * v'_2(t) = g'_2(t) = y'_{C0} v'_2(t) + h'_{21}(t) \tag{250}$$

Onde y'_{C0} é uma matriz diagonal real e $h'_{21}(t)$ é uma função de valores passados de $g'_2(t)$ e $v'_2(t)$.

Para obter as tensões modais:

$$\begin{aligned}
 v'_2(t) &= q^T(t) * v_2(t) \\
 v'_2(t) &= q_0^T(t) v_2(t) + h'_{22}(t)
 \end{aligned} \tag{251}$$

E, para obter as correntes de fase:

$$\begin{aligned}
 i_2(t) &= q(t) * i'_2(t) \\
 i_2(t) &= q_0(t) i'_2(t) + h'_{23}(t) \\
 i'_2(t) &= q_0^{-1} i_2(t) - q_0^{-1} h'_{23}(t)
 \end{aligned} \tag{252}$$

Onde q_0 é uma matriz $n \times n$ real; $h'_{22}(t)$ é uma função de termos passados de v_2 e v'_2 ; $h'_{23}(t)$ é uma função de termos passados de i_2 e i'_2 .

Substituindo as equações (250), (251) e (252) em (246) e rearranjando os termos, obtém-se:

$$y_{eq}v_2(t) + i_2(t) = h_2(t) \quad (253)$$

Onde,

$$y_{eq} = q_0 y'_{C0} q_0^T \quad (254)$$

$$h_2(t) = q_0(a'_2(t) - y'_{C0}h'_{22}(t) - h'_{21}(t)) + h'_{23}(t) \quad (255)$$

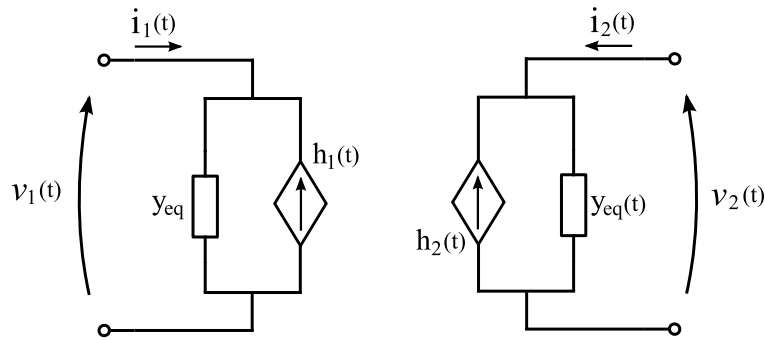
Como $a'_2(t)$ depende apenas de valores passados de a'_2 e a'_1 , $h_2(t)$ é completamente determinado no tempo t .

Analogamente, para a equação (247):

$$y_{eq}v_1(t) - i_1(t) = h_1(t) \quad (256)$$

Logo, as equações (253) e (256) representam um arranjo de n condutores de um sistema de transmissão no domínio do tempo. A Figura 47 apresenta o modelo:

Figura 47 – Circuito equivalente da resolução modal no domínio do tempo.



Fonte: adaptado de (MARTI, 1988)

7.2.2.1 Considerações sobre os autovetores

De acordo com Meyer (2000):

Para uma matriz $n \times n$ $\mathbf{A}$, escalares λ e vetores $\mathbf{x}$ ($\mathbf{x}$ não nulo) que satisfazem: $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$ são chamados de autovalores e autovetores de $\mathbf{A}$, respectivamente. Os autovalores são calculados pela equação característica, (257):

$$\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}) = 0 \quad (257)$$

O problema reside no fato de que $\{\mathbf{x} \neq \mathbf{0} \mid \mathbf{x} \in N(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})\}$ é válido para infinitos autovetores. De fato, $N(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})$ é um autoespaço para $\mathbf{A}$. Geometricamente, $\mathbf{x}$ apenas traça uma direção para $\mathbf{A}\mathbf{x}$, porém o sinal e a magnitude livres permitem que infinitos autovetores satisfaçam essa condição. Portanto, é necessário realizar uma normalização para os autovetores, para definir uma mesma base para os cálculos.

As p -normas são bem conhecidas:

Sendo $p \geq 1$, a p -norma de $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n$ é definida como:

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p} \quad (258)$$

Onde, para $p = 2$ tem-se a bem conhecida *Norma Euclidiana*:

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right)^{1/2} \quad (259)$$

Para $p \rightarrow \infty$:

$$\|\mathbf{x}\|_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}\|_p = \lim_{p \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{1/p} = \max_i |x_i| \quad (260)$$

7.2.3 Resolução no Domínio de Fases

A resolução do modelo dependente da frequência no domínio de fases é o mais indicado pela comunidade técnico-científica, (ex: (MANITOBA HVDC RESEARCH CENTRE, 2010) (GUSTAVSEN et al., 1999) (WATSON; ARRILLAGA, 2003)) podendo ser usado tanto para linhas aéreas quanto para cabos subterrâneos.

Manitoba HVDC Research Centre (2010) afirma que o modelo dependente da frequência no domínio modal é suficientemente preciso apenas para sistemas de um condutor, dois condutores horizontalmente paralelos ou condutores perfeitamente transpostos. Gustavsen et al. (1999) argumentam que o fato da matriz de transformação modal ser constante torna o modelo no domínio modal menos preciso. Os autores ainda afirmam que o modelo no domínio modal é adequado apenas para cabos subterrâneos mas não para linhas aéreas por ocasionalmente apresentar instabilidades.

Já no modelo dependente da frequência no domínio de fases a matriz de transformação também é dependente da frequência, garantindo ao modelo uma maior generalidade.

De acordo com Morched, Gustavsen e Tartibi (1999), uma linha ou cabo de transmissão pode ser caracterizado por funções de transferência matriciais: a matriz de propagação $\Gamma(\omega)$ e a admitância característica $Y_C(\omega)$. Porém, ambas matrizes são dependentes da frequência e seu cálculo exige um grande esforço computacional. Para tornar o cálculo mais ágil, as matrizes são aproximadas por funções equivalentes, que imitarão seus comportamentos. As aproximações e a dedução do modelo são baseados em Gustavsen et al. (1999).

7.2.3.1 Aproximando $\Gamma(\omega)$

$\Gamma(\omega)$ é primeiro defasada no domínio da frequência complexa ($s = \sigma + j\omega$) e depois é aproximada por funções racionais pela metodologia *Vector Fitting* (GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999):

$$e^{s\tau_i} \Gamma_i^m(s) = \sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s - a_m} \quad (261)$$

Para aplicar a metodologia *Vector Fitting* é necessário conhecer previamente tanto a magnitude quanto o ângulo de fase de cada modo de $\Gamma(s)$. Logo, as constantes de tempo τ_i precisam ser previamente calculadas; uma para cada modo. Uma forma de calcular é apresentada em Gustavsen e Semlyen (1999).

Após o cálculo dos pólos e das constantes de tempo deve-se calcular o resíduo. O cálculo pode ser feito com técnicas como o método dos mínimos quadrados. A soma de todos os modos da função aproximada é dada por:

$$\Gamma(s) = \sum_{i=1}^{N_g} \left(\sum_{m=1}^N \frac{c_{m,1}}{s - a_{m,1}} \right) e^{-s\tau_i} \quad (262)$$

Após expansão em frações parciais e transformação para o domínio do tempo, a equação (262) da função de propagação se torna uma soma de exponenciais. De acordo com Semlyen e Dabuleanu (1975), com essa expansão em soma de exponenciais, as integrais de convolução podem ser calculadas com menos esforço computacional.

7.2.3.2 Aproximando $Y_C(\omega)$

A mesma metodologia *Vector Fitting* poderia ser usada para aproximar $Y_C(\omega)$. Porém, os autores constataram que, nos sistemas com grande número de condutores, a memória computacional requerida para o cálculo foi demasiadamente grande. Porém, Y_C não necessita de atrasos por constantes de tempo. Também, Y_C é uma matriz quadrada, o que permite que apenas os termos da diagonal de Y_C sejam aproximados.

Usando *Vector Fitting* chega-se a uma aproximação semelhante ao realizado para $\Gamma(\omega)$. A aproximação é expressa por uma função do tipo:

$$f(s) = d + \sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s - a_m} \quad (263)$$

Semelhantemente ao feito para $\Gamma(\omega)$, $Y_C(\omega)$ continua sendo aproximado usando os pólos já calculados.

Logo, antitransformando $Y_C(\omega)$ e $\Gamma(\omega)$ para o domínio do tempo permitirá a solução das equações (238) e (239) do circuito equivalente de Norton.

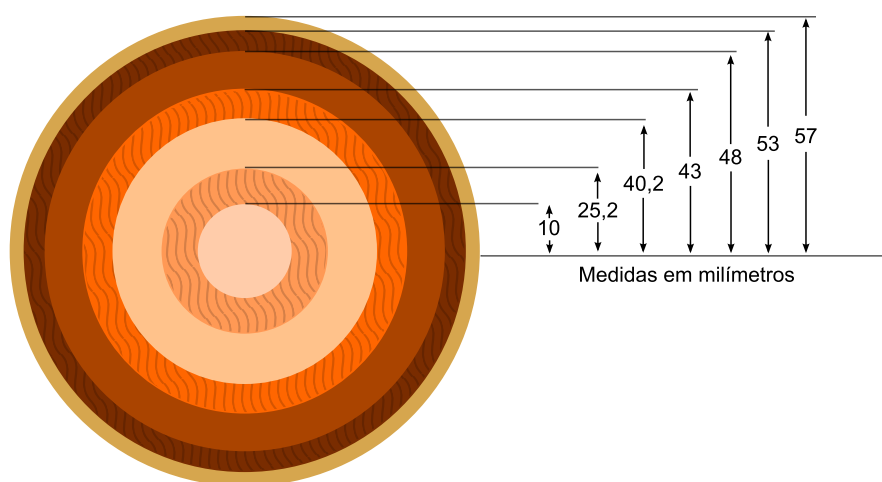
Análise Comparativa entre os Modelos Bergeron e Dependente da Frequência no Domínio de Fases

Após a descrição dos modelos de linhas e cabos de transmissão mais utilizados por *software* de simulação, faz-se uma análise comparativa entre os grupos de modelos principais, a saber, Bergeron e Dependente da Frequência. Seguindo a orientação de Manitoba HVDC Research Centre (2010) e Gustavsen et al. (1999), dentro do grupo Dependente da Frequência o modelo no domínio de fases foi escolhido.

8.1 Dados do cabo utilizado

A Figura 48 e a Tabela 1 apresentam os dados do cabo utilizado.

Figura 48 – Dados geométricos do cabo utilizado.



Fonte: adaptado de (MURA; MEYER; DONCKER, 2010)

Tabela 1 – Dados do cabo utilizado.

	Núcleo	Isolador 1	Blindagem	Isolador 2	Armadura	Isolador 3
Resistividade [$\Omega \cdot m$]	1,724e-8	-	2,2e-7	-	1,8e-7	-
Permeabilidade	1	1	1	1	10	1
Permissividade	-	2,3	-	2,3	-	2,1

Fonte: (MURA; MEYER; DONCKER, 2010)

Permeabilidade e permissividade em dados relativos (adimensionais) em relação a permeabilidade magnética ($4\pi \cdot 10^{-7} H/m$) e permissividade elétrica do vácuo ($8,8541878 \cdot 10^{-12} F/m$), respectivamente. Os campos marcados com ‘-’ não são necessários aos cálculos. O comprimento do cabo escolhido é de 100 km e a profundidade de aterramento é de 10 m.

8.2 Parâmetros Calculados

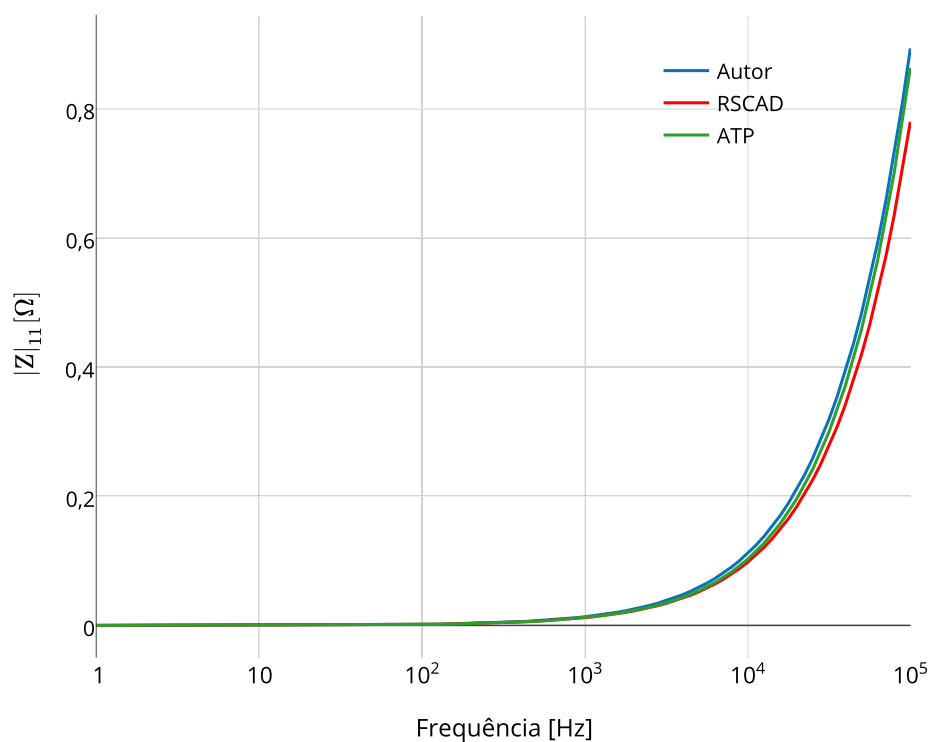
A partir da Seção 8.1, foram calculados os parâmetros do cabo escolhido para os dois tipos de modelo (Bergeron e Dependente da Frequência no Domínio de Fases). Os cálculos procederam de 3 formas distintas: inicialmente os parâmetros do cabo foram calculados segundo o equacionamento da Seção 5.5. Posteriormente os parâmetros dos 2 modelos foram calculados através da rotina *Cable Constants* do *software RSCAD* (MANITOBA HVDC RESEARCH CENTRE, 2010).

Pelo equacionamento apresentado no Capítulo 4 e no Capítulo 7 juntamente com o desenvolvimento proposto por Morched, Gustavsen e Tartibi (1999) é possível notar que para descrever uma linha ou cabo de transmissão é suficiente calcular a função de propagação e impedância ou admitância característica do mesmo.

8.2.1 Comparação entre os modelos dependentes da frequência

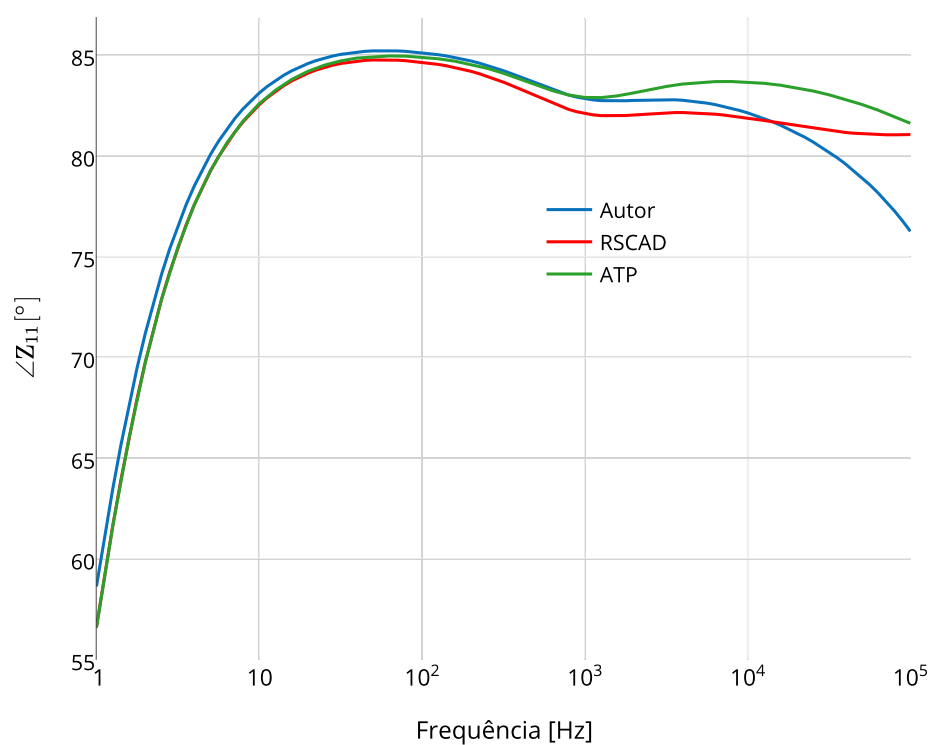
Os cálculos realizados tanto pelo autor (como base no equacionamento proposto por Ametani (1980)) quanto pelo *software RSCAD* e *ATP* resultam em matrizes 3×3 de parâmetros para cada passo de frequência. As 3 dimensões de cada matriz de parâmetros estão relacionadas com o núcleo, blindagem e armadura, assim como descrito pelas equações (146) e (147). Cabe ressaltar que apenas um cabo foi modelado, sem a presença de outro cabo nas proximidades. Para múltiplos cabos, as matrizes de parâmetros resultantes seriam 6×6 , 9×9 e assim sucessivamente. De forma a abreviar a apresentação dos dados para análise comparativa, apenas os parâmetros referentes ao núcleo serão apresentados (elemento $[1,1]$ de cada matriz).

Figura 49 – Módulo da impedância do núcleo em função da frequência.



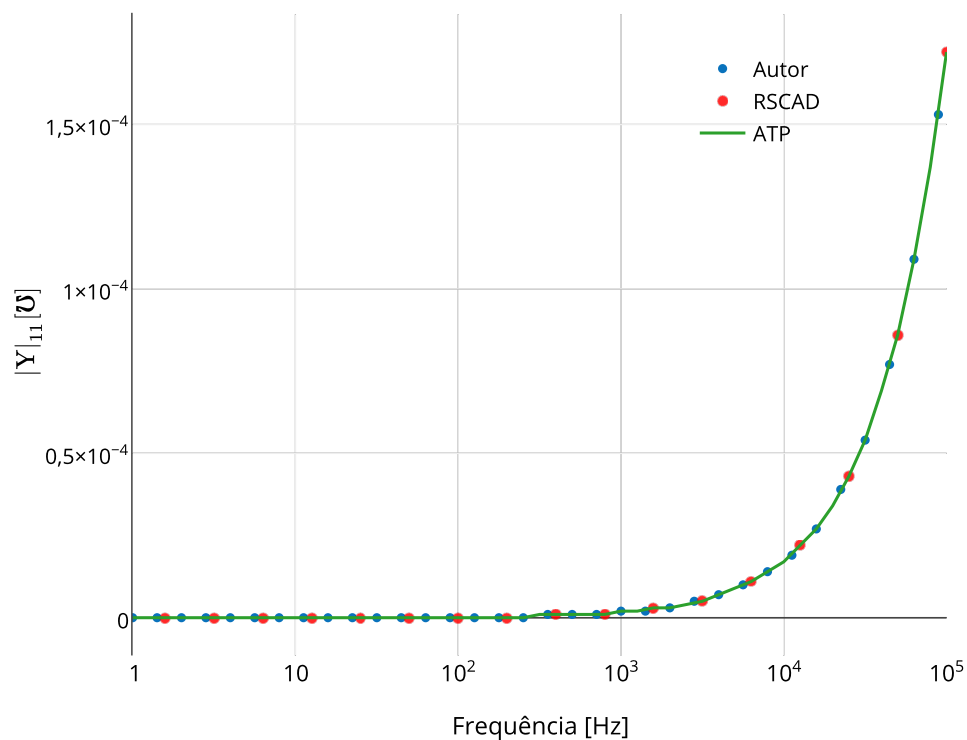
Fonte: o autor

Figura 50 – Ângulo da impedância do núcleo em função da frequência.



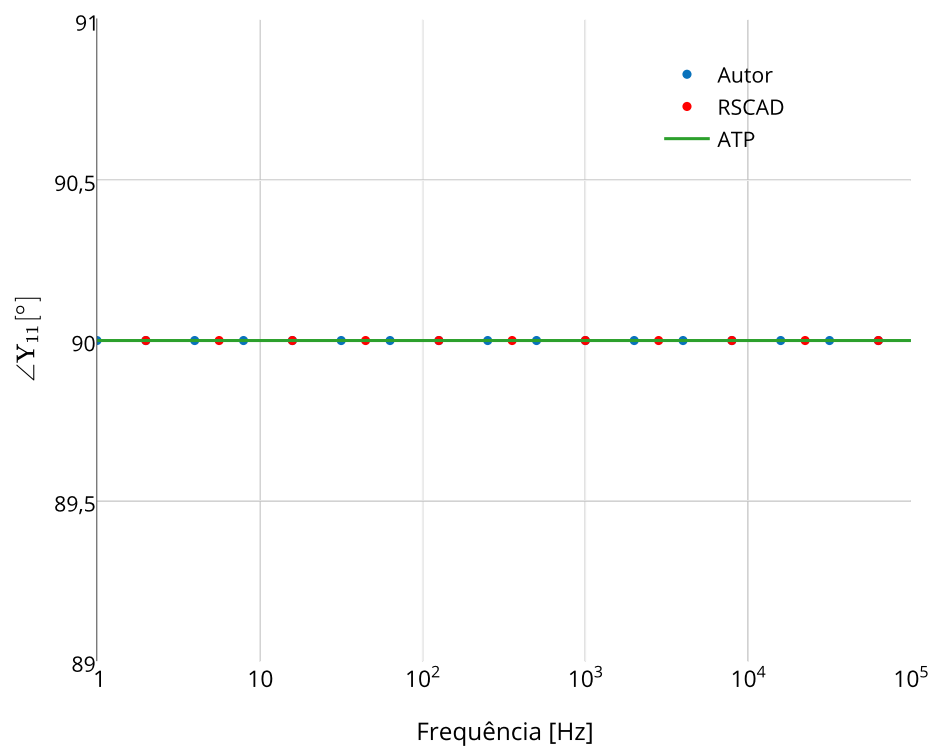
Fonte: o autor

Figura 51 – Módulo da admitância do núcleo em função da frequência.



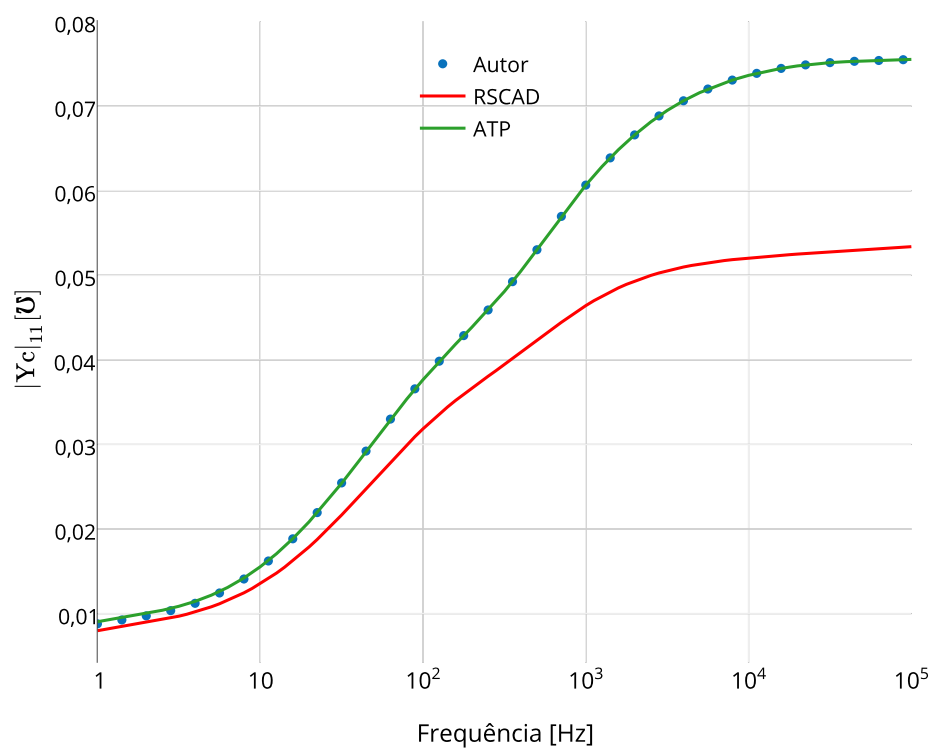
Fonte: o autor

Figura 52 – Ângulo da admitância do núcleo em função da frequência.



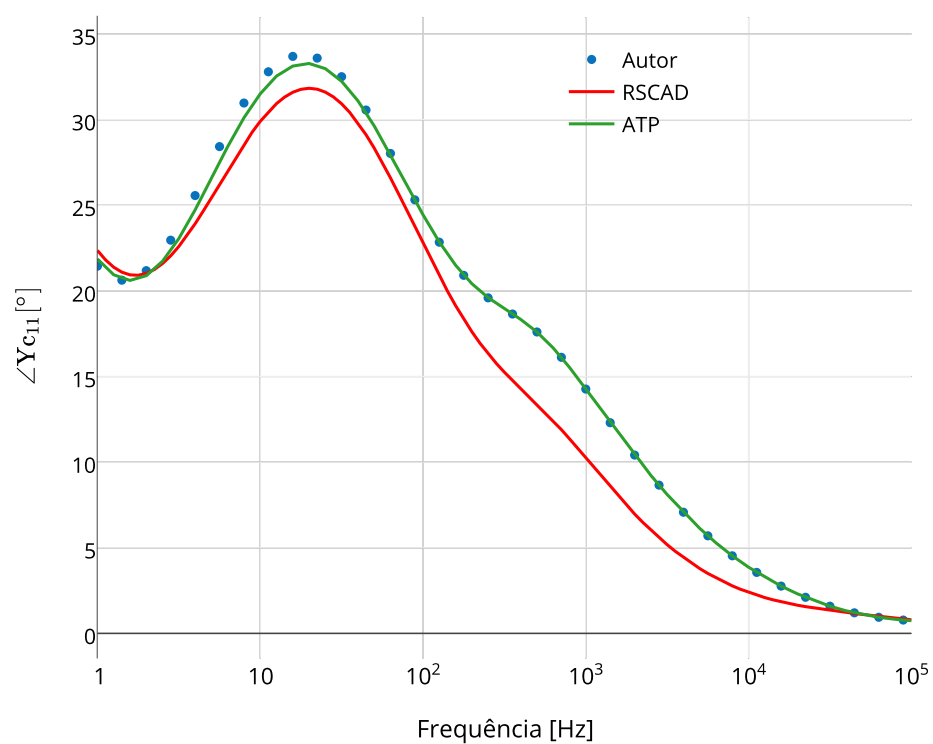
Fonte: o autor

Figura 53 – Módulo da admitância característica do núcleo em função da frequência.



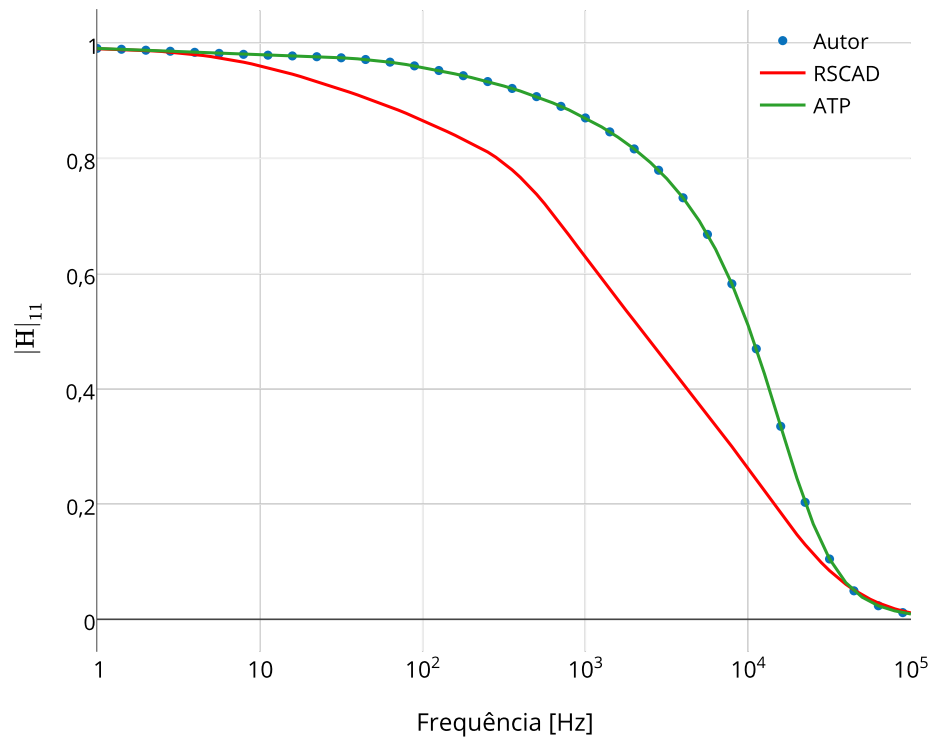
Fonte: o autor

Figura 54 – Ângulo da admitância característica do núcleo em função da frequência.



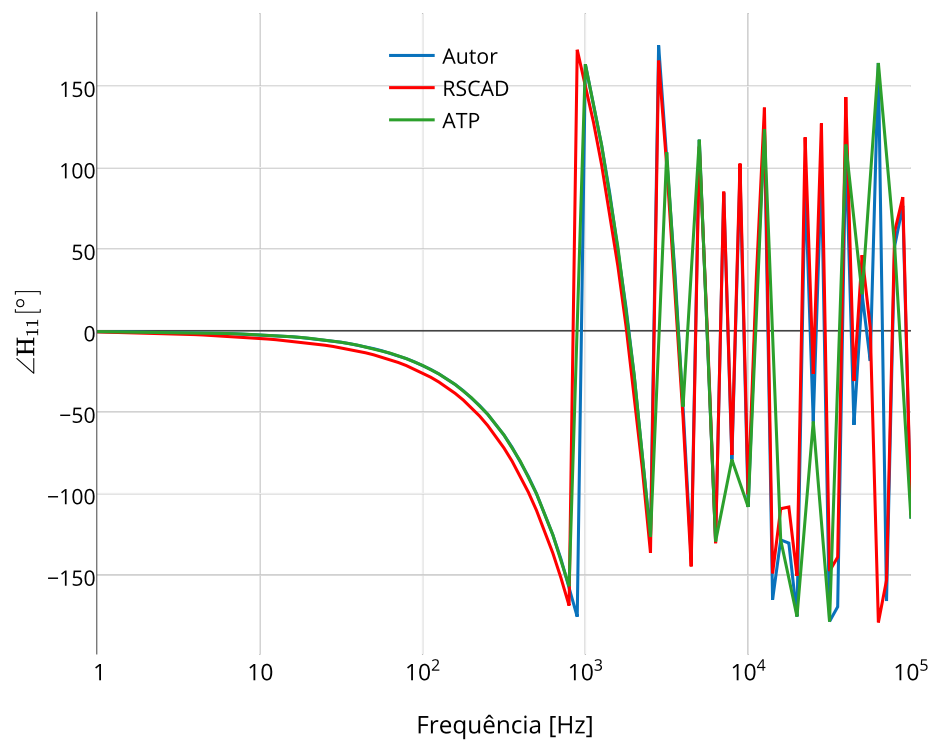
Fonte: o autor

Figura 55 – Módulo da função de propagação do núcleo em função da frequência.



Fonte: o autor

Figura 56 – Ângulo da função de propagação do núcleo em função da frequência.



Fonte: o autor

Pelas Figuras de 49 a 56, nota-se que os parâmetros calculados pelo autor estiveram próximos dos parâmetros calculados por *software* consolidados como *RSCAD* e *ATP*, confirmando a correta implementação do autor a partir do equacionamento proposto por Ametani (1980). Possíveis divergências numéricas podem explicar os erros em frequências elevadas, dado que os *software* de simulação como *RSCAD* e *ATP* possivelmente não utilizam as funções de Bessel com tamanha precisão em comparação ao *software Matlab*®.

O código *Matlab*® pode ser encontrado no Anexo A.

8.2.2 Comparação entre o modelo Bergeron e o modelo Dependente da Frequência no Domínio de Fases

Utilizando a mesma rotina *Cable Constants* do *software RSCAD*, prosseguiu-se com o cálculo de parâmetros do modelo Bergeron. Como o modelo Bergeron é invariante com a frequência, a análise gráfica traz menos informações sobre as diferenças entre os modelos (os parâmetros do modelo Bergeron são uma reta paralela ao eixo das abscissas nos gráficos em frequência). Portanto, os parâmetros do modelo Bergeron foram calculados para frequências de 1 Hz (numericamente mais próximo da operação em CC) e de 60 Hz e os valores foram comparados com parâmetros do modelo Dependente da Frequência. O parâmetro escolhido foi a velocidade de propagação de onda no cabo, dado que apenas esse parâmetro não carrega o inconveniente da decomposição modal depender da norma para autovetores adotada por cada *software*, como apresentado na subseção 7.2.2.1. Na decomposição modal, os parâmetros de fase 3×3 são decompostos em parâmetros modais em uma matriz diagonal de autovalores. Cada modo corresponde a um elemento dessa diagonal. Logo, a decomposição de uma matriz 3×3 resulta em 3 modos distintos: modo 0, modo 1 e modo 2, cada modo com seu respectivo autovalor.

As tabelas de 2 a 7 reúnem os valores de velocidade de propagação calculados para ambos os modelos e o desvio relativo do modelo Bergeron em relação ao modelo Dependente da Frequência no domínio de fases.

Tabela 2 – Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (1Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 0

Velocidade de Propagação de onda [km/s] - Modo 0 -					
Frequência	1 Hz	10 Hz	100 Hz	1000 Hz	10000 Hz
Bergeron (1 Hz)	4579	4579	4579	4579	4579
Dep. Freq. Fase	4579	14278	44651	96200	142645
Desvio (%)	0,0	67,9	89,7	95,2	96,8

Fonte: o autor

Tabela 3 – Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (1Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 1

Velocidade de Propagação de onda [km/s] - Modo 1 -					
Frequência	1 Hz	10 Hz	100 Hz	1000 Hz	10000 Hz
Bergeron (1 Hz)	8553	8553	8553	8553	8553
Dep. Freq. Fase	8553	16944	17863	19180	21076
Desvio (%)	0,0	49,5	52,1	55,4	59,4

Fonte: o autor

Tabela 4 – Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (1Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 2

Velocidade de Propagação de onda [km/s] - Modo 2 -					
Frequência	1 Hz	10 Hz	100 Hz	1000 Hz	10000 Hz
Bergeron (1 Hz)	40811	40811	40811	40811	40811
Dep. Freq. Fase	40811	61034	135850	172628	189632
Desvio (%)	0,0	33,1	70,0	76,4	78,5

Fonte: o autor

Tabela 5 – Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (60Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 0

Velocidade de Propagação de onda [km/s] - Modo 0 -					
Frequência	1 Hz	10 Hz	100 Hz	1000 Hz	10000 Hz
Bergeron (60 Hz)	17667	17667	17667	17667	17667
Dep. Freq. Fase	8553	16944	17863	19180	21076
Desvio (%)	106,6	4,3	1,1	7,9	16,2

Fonte: o autor

Tabela 6 – Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (60Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 1

Velocidade de Propagação de onda [km/s] - Modo 1 -					
Frequência	1 Hz	10 Hz	100 Hz	1000 Hz	10000 Hz
Bergeron (60 Hz)	35158	35158	35158	35158	35158
Dep. Freq. Fase	4579	14278	44651	96200	142645
Desvio (%)	667,8	146,2	21,3	63,5	75,4

Fonte: o autor

Tabela 7 – Comparativo das velocidades de propagação de onda calculada para os modelos Bergeron (60Hz) e Dependente da Frequência no domínio de Fases no Modo 2

Velocidade de Propagação de onda [km/s] - Modo 2 -					
Frequência	1 Hz	10 Hz	100 Hz	1000 Hz	10000 Hz
Bergeron (60 Hz)	121918	121918	121918	121918	121918
Dep. Freq. Fase	40811	61034	135850	172628	189632
Desvio (%)	198,7	99,8	10,3	29,4	35,7

Fonte: o autor

Analisando as tabelas de 2 a 7 é possível notar que realmente não há desvio entre o modelo Bergeron e o modelo Dependente da Frequência no Domínio de Fases quando ambos são analisados na frequência a qual os parâmetros do modelo Bergeron foram calculados. Tal constatação confirma a afirmação do Capítulo 7 de que o modelo Bergeron é uma particularização do Modelo Dependente da Frequência para uma frequência específica.

Porém, se o modelo Bergeron lidar com frequências diferentes da qual seus parâmetros foram calculados, os desvios em relação ao modelo Dependente da Frequência no Domínio de Fases tornam-se demasiados, inviabilizando por exemplo qualquer esquema de proteção que seja parametrizado com simulações utilizando o modelo Bergeron. Daí a necessidade de se utilizar modelos precisos de linhas e cabos de transmissão quando deseja-se analisar parâmetros fortemente dependentes da frequência.

Cabe ressaltar que toda a programação apresentada no Anexo A, cujos resultados foram apresentados nesse capítulo, foi proposta pelo autor, de forma a implementar o equacionamento proposto por Ametani (1980) .

Conclusão

Este trabalho consistiu na análise da simulação transitória de linhas e cabos de transmissão empregados em sistemas HVDC. A análise passou pela ambientação dos sistemas HVDC, o modelo de linhas de transmissão por ondas viajantes, o cálculo de parâmetros, as técnicas computacionais empregadas na solução de transitórios eletromagnéticos e os modelos computacionais mais utilizados na simulação transitória. Por fim foi apresentado uma breve comparação entre dois modelos computacionais distintos de linhas e cabos de transmissão, visando ressaltar possíveis semelhanças e diferenças entre os mesmos.

Foi possível notar as diferenças entre uma análise em regime permanente e uma análise transitória, principalmente no que concerne a fenômenos menos comumente estudados como o trânsito de ondas nas linhas e cabos e o variado espectro de frequência neles presentes. O próprio cálculo de parâmetros tão bem estabelecidos e conhecidos no contexto da engenharia elétrica como resistência e indutância, por exemplo, foram reanalisados de forma a compatibilizar os mesmos com os fenômenos transitórios.

Foi apresentada também a importância do uso de modelos computacionais que considerem os dados construtivos/geométricos de linhas e cabos de transmissão no cálculo dos parâmetros elétricos.

Finalmente foi possível notar os desvios que incorrem do uso de um modelo não dependente da frequência quando deseja-se analisar parâmetros fortemente dependentes da frequência como a velocidade de propagação de onda na linha. Um esquema de proteção parametrizado com base em simulações computacionais que empreguem modelos simplistas certamente não estará compatível com os dados reais, incorrendo em erros sistemáticos.

Portanto, através dos cálculos de parâmetros, modelos e resultados é possível concluir que para que a simulação transitória possa ser realizada de forma coerente com os sistemas reais é necessário reconsiderar cada simplificação realizada ao longo da modelagem, reconsiderando variáveis muitas vezes ignoradas, como a geometria, frequência, cálculo de parâmetros, disposição espacial e ambiente de instalação das linhas e cabos de transmissão.

Referências

- ABB. **HVDC Light®Cables**. 2006. Disponível em: <<https://library.e.abb.com/public/1591f139098f62e5c1257154002f9801/HVDC%20Light%20power%20cables.pdf>>.
- ABB GRID SYSTEMS. **The Hybrid HVDC Breaker - An innovation breakthrough enabling reliable HVDC grids**. November 2012.
- ALMEIDA, T. B. R. de. **Análise de um Sistema De Transmissão VSC HVDC Submarino para Alimentação de Unidades de Produção de Petróleo Offshore**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2011.
- AMETANI, A. A general formulation of impedance and admittance of cables. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, 1980. IEEE, n. 3, p. 902–910, 1980.
- ARRILLAGA, J. **High voltage direct current transmission**. [S.l.]: Iet, 1998.
- ARRILLAGA, J.; LIU, Y. H.; WATSON, N. R. **Flexible power transmission: the HVDC options**. [S.l.]: John Wiley and Sons Inc, 2007.
- CARSON, J. R. Wave propagation in overhead wires with ground return. **Bell system technical journal**, 1926. Wiley Online Library, v. 5, n. 4, p. 539–554, 1926.
- CARVALHO, C. et al. Representation of transmission lines in modal domain using analytical transformation matrices. In: IEEE. **Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America (T&D-LA), 2010 IEEE/PES**. [S.l.], 2010. p. 50–56.
- CIGRE, W. G. B. Technical brochure 533, hvdc grid feasibility study. In: **Power Electronics and Applications (EPE), 2013 15th European Conference on**. [S.l.: s.n.], 2013.
- DOMMEL, H. W. Digital computer solution of electromagnetic transients in single and multiphase. **Networks IEEE**, 1969. v. 88, n. 4, p. 388–399, 1969.
- _____. **EMTP theory book**. [S.l.]: Microtran Power System Analysis Corporation, 1996.
- EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA. **Plano Decenal de Expansão de Energia 2022**. Brasília, 2013. 410 p.

- FUCHS, R. **Transmissão de Energia Elétrica**. [S.l.]: LTC. [S.l.]: EFEI, 1977.
- GREENWOOD, A. **Electrical transients in power systems**. [S.l.]: New York, NY (USA); John Wiley and Sons Inc., 1991.
- GROSS, C. A. **Power system analysis**. [S.l.]: John Wiley and Sons Inc., 1986.
- GUSTAVSEN, B. et al. Transmission line models for the simulation of interaction phenomena between parallel ac and dc overhead lines. In: **Proc. Int. Conf. Power System Transients**. [S.l.: s.n.], 1999. p. 61–67.
- GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, 1999. IEEE, v. 14, n. 3, p. 1052–1061, 1999.
- GUSTAVSEN, B.; SLETBAK, J.; HENRIKSEN, T. Calculation of electromagnetic transients in transmission cables and lines taking frequency dependent effects accurately into account. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, 1995. IEEE, v. 10, n. 2, p. 1076–1084, 1995.
- HINGORANI, N. G. Transient overvoltage on a bipolar hvdc overhead line caused by dc line faults. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, 1970. IEEE, n. 4, p. 592–610, 1970.
- JÚNIOR, L. C. Z. **Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência Vol. 52**. [S.l.]: EdUSP, 2003.
- KERSTING, W.; GREEN, R. The application of carson's equation to the steady-state analysis of distribution feeders. In: IEEE. **Power Systems Conference and Exposition (PSCE), 2011 IEEE/PES**. [S.l.], 2011. p. 1–6.
- KIRCHNER, M. **Modern Pipe-type Cable System - New High Voltage XLPE Cable substituing Paper-insulated Cables in Steel Pipes**. 2006.
- MANITOBA HVDC RESEARCH CENTRE. **User's Guide on the use of PSCAD Version 4.2.1**. Manitoba - Canada, fev. 2010. 492 p.
- MARTI, J. R. Accuarte modelling of frequency-dependent transmission lines in electromagnetic transient simulations. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, 1982. IEEE, n. 1, p. 147–157, 1982.
- MARTI, L. Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, 1988. IEEE, v. 3, n. 3, p. 1099–1110, 1988.
- MEYER, C. D. **Matrix analysis and applied linear algebra**. [S.l.]: Siam, 2000.
- MORCHED, A.; GUSTAVSEN, B.; TARTIBI, M. A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables. **Power Delivery, IEEE Transactions on**, 1999. IEEE, v. 14, n. 3, p. 1032–1038, 1999.
- MURA, F.; MEYER, C.; DONCKER, R. W. D. Stability analysis of high-power dc grids. **Industry Applications, IEEE Transactions on**, 2010. IEEE, v. 46, n. 2, p. 584–592, 2010.

NAKANISHI, H.; AMETANI, A. Transient calculation of a transmission line using superposition law. In: IET. **Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings C**. [S.l.], 1986. v. 133, n. 5, p. 263–269.

NIQUINI, F. M. M. **Modelagem do Elo de Corrente Contínua para Análise Harmônica Utilizando o Método de Injeção de Correntes Trifásico Harmônico com Solução Iterativa**. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2009.

(ONS), O. N. do S. E. **Acompanhamento Mensal dos Intercâmbios Internacionais - Janeiro/2012**. 2012.

SEMLYEN, A.; DABULEANU, A. Fast and accurate switching transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions. **Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on**, 1975. IEEE, v. 94, n. 2, p. 561–571, 1975.

SOOD, V. K. **HVDC and FACTS controllers: applications of static converters in power systems**. [S.l.]: Springer, 2004.

STEVENSON, W. D. **Elementos de análise de sistemas de potência**. [S.l.]: McGraw-Hill do Brasil, 1986.

WATSON, N.; ARRILLAGA, J. **Power systems electromagnetic transients simulation**. [S.l.]: Iet, 2003.

WEDEPOHL, L.; NGUYEN, H.; IRWIN, D. Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using newton-raphson method. **Power Systems, IEEE Transactions on**, 1996. IEEE, v. 11, n. 3, p. 1538–1546, 1996.

WEDEPOHL, L.; WILCOX, D. Transient analysis of underground power-transmission systems. system-model and wave-propagation characteristics. **Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of**, 1973. IET, v. 120, n. 2, p. 253–260, 1973.

ZABORSZKY, J.; RITTENHOUSE, J. W. **Electric power transmission; the power system in the steady state**. [S.l.]: The Ronald Press Company, 1954.

Anexos

ANEXO **A**

**Código para o cálculo dos parâmetros
de cabo segundo Ametani (1980)**

%-----Cálculo de Parâmetros de Cabos subterrâneos-----%

%Consideração: cálculo para apenas um cabo.
%Consideração: condutância desprezível.
%Consideração: resistividade uniforme do solo.

%Definições iniciais-----

mu_0 = 4*pi*1e-7; %Permeabilidade magnética do vácuo [H/m]
epsilon_0 = 8.854187817*1e-12; %Permissividade elétrica do vácuo [F/m]
rho_solo = 100 ; %Resistividade do solo [ohm*metro]
mu_solo = mu_0; %Permeabilidade magnética do solo [H/m]
h = 10; %Profundidade em que o cabo está da superfície [m]
gamma = 0.5772156649 ; %Constante de Euler
l = 100*1e3; %Comprimento do cabo [m]

inicio = 1; %Frequência de início dos cálculos [Hz]
fparada = 100000; %Frequência de parada dos cálculos [Hz]

%Parâmetros base-----

%Núcleo
r_1 = 10e-3; %raio interno [m]
r_2 = 25.2e-3; %raio externo [m]
rho_1 = 1.724e-8; %resistividade [ohm*m]
mu_1 = 1.0; %permeabilidade relativa

%Isolador 1
r_3 = 40.2e-3; %raio externo [m]
mu_i1 = 1; %permeabilidade relativa
epsilon_i1 = 2.3; %permissividade relativa

%Blindagem
r_4 = 43.0e-3; %raio externo [m]
rho_2 = 2.2e-7; %resistividade [ohm*m]
mu_2 = 1.0; %permeabilidade relativa

%Isolador 2
r_5 = 48.0e-3; %raio externo [m]
mu_i2 = 1.0; %permeabilidade relativa
epsilon_i2 = 2.3; %permissividade relativa

%Armadura
r_6 = 53.0e-3; %raio externo [m]
rho_3 = 1.8e-7; %resistividade [ohm*m]
mu_3 = 10; %permeabilidade relativa

%Isolador 3
r_7 = 57.0e-3; %raio externo [m]
mu_i3 = 1; %permeabilidade relativa
epsilon_i3 = 2.1; %permissividade relativa

%-----

%Prealocação de memória

```

fp = 101; %Número de passos de frequência

Z = zeros(3,3,fp);
Y = zeros(3,3,fp);
R = zeros(3,3,fp);
L = zeros(3,3,fp);
C = zeros(3,3,fp);
Zc = zeros(3,3,fp);
H = zeros(3,3,fp);
Yc = zeros(3,3,fp);
%-----

km = -0.05; %Constante para o cálculo do passo de frequência

for k = 1:fp

km = km + 0.05; %Constante para o cálculo do passo de frequência
f(k) = 10^(km); % passo de frequência para calcular parâmetros

s = 2*pi*f(k)*1i; %frequência complexa sem a parte real
w = 2*pi*f(k); %Parte imaginária da frequência complexa

x_1 = r_1*sqrt(s*mu_0*mu_1/(rho_1)); % raio * profundidade de penetração de onda
x_2 = r_2*sqrt(s*mu_0*mu_1/(rho_1)); % raio * profundidade de penetração de onda
x_3 = r_3*sqrt(s*mu_0*mu_2/(rho_2)); % raio * profundidade de penetração de onda
x_4 = r_4*sqrt(s*mu_0*mu_2/(rho_2)); % raio * profundidade de penetração de onda
x_5 = r_5*sqrt(s*mu_0*mu_3/(rho_3)); % raio * profundidade de penetração de onda
x_6 = r_6*sqrt(s*mu_0*mu_3/(rho_3)); % raio * profundidade de penetração de onda

D_1 = besseli(1,x_2)*besselk(1,x_1) - besseli(1,x_1)*besselk(1,x_2);
D_2 = besseli(1,x_4)*besselk(1,x_3) - besseli(1,x_3)*besselk(1,x_4);
D_3 = besseli(1,x_6)*besselk(1,x_5) - besseli(1,x_5)*besselk(1,x_6);

%Onde
%besseli(0,z) %função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem zero, sob o
parametro z.
%besselk(0,z) %função de Bessel modificada de segunda espécie e ordem zero, sob o
parametro z.
%besseli(1,z) %função de Bessel modificada de primeira espécie e primeira ordem, sob o
parametro z.
%besselk(1,z) %função de Bessel modificada de primeira espécie e primeira ordem, sob o
parametro z.

%Cálculo das impedâncias-----

%z_11 é a impedância própria da superfície externa do núcleo:
z_11 = (s* mu_0* mu_1)/(2*pi) * 1/(x_2*D_1) * ((besseli(0,x_2)*besselk(1,x_1)) + besselk(
0,x_2)*besseli(1,x_1));

%z_12 é a impedância do isolador externo ao núcleo:
z_12 = (s*mu_0*mu_i1)/(2*pi)*log(r_3/r_2);

%z_2i é a impedância própria da superfície interna da blindagem:
z_2i = (s* mu_0* mu_2)/(2*pi) * 1/(x_3*D_2) * ((besseli(0,x_3)*besselk(1,x_4)) + besselk(
0,x_3)*besseli(1,x_4));

```

%z_2m é a impedância mútua da blindagem:

```
z_2m = rho_2/(2*pi*r_3*r_4*D_2);
```

%z_20 é a impedância própria da superfície externa da blindagem:

```
z_20 = (s* mu_0* mu_2)/(2*pi) * 1/(x_4*D_2) * ((besseli(0,x_4)*besselk(1,x_3)) + besselk(0,x_4)*besseli(1,x_3));
```

%z_23 é a impedância do isolador externo à blindagem:

```
z_23 = (s*mu_0*mu_i2)/(2*pi)*log(r_5/(r_4));
```

%z_3i é a impedância própria da superfície interna da armadura:

```
z_3i = (s* mu_0* mu_3)/(2*pi) * 1/(x_5*D_3) * ((besseli(0,x_5)*besselk(1,x_6)) + besselk(0,x_5)*besseli(1,x_6));
```

%z_3m é a impedância mútua da armadura:

```
z_3m = (rho_3)/(2*pi*r_5*r_6*D_3);
```

%z_30 é a impedância própria da superfície externa da armadura:

```
z_30 = (s* mu_0* mu_3)/(2*pi) * 1/(x_6*D_3) * ((besseli(0,x_6)*besselk(1,x_5)) + besselk(0,x_6)*besseli(1,x_5));
```

%z_34 é a impedância do isolador externo à armadura:

```
z_34 = (s*mu_0*mu_i3)/(2*pi)*log(r_7/r_6);
```

%-----

```
z_nb = z_11 + z_12 + z_2i;
```

```
z_ba = z_20 + z_23 + z_3i;
```

```
z_a4 = z_30 + z_34;
```

%Z_naj é a impedância mútua entre o núcleo e a armadura:

```
Z_naj = z_a4 - z_3m;
```

%Z_nj é a impedância própria do núcleo:

```
Z_nj = z_nb + z_ba + z_a4 - 2*z_2m - 2*z_3m;
```

%Z_bj é a impedância própria da blindagem:

```
Z_bj = z_ba + z_a4 - 2*z_3m;
```

%Z_aj é a impedância própria da armadura:

```
Z_aj = z_a4;
```

%Z_nbj é a impedância mútua entre a o núcleo e a blindagem:

```
Z_nbj = z_ba + z_a4 - z_2m - 2*z_3m;
```

%Z_baj é a impedância mútua entre a blindagem e a armadura:

```
Z_baj = Z_naj;
```

%Matriz de impedâncias próprias do j-ésimo cabo:

```
Z_i = [Z_nj Z_nbj Z_naj;  
       Z_nbj Z_bj Z_baj;
```

```

Z_naj Z_baj Z_aj];

% o subíndice j se refere ao j-ésimo cabo do sistema;
% o subíndice n se refere ao núcleo do cabo;
% o subíndice b se refere à blindagem do cabo e
% o subíndice a se refere à armadura do cabo;

%-----
%Impedância de retorno por terra (para apenas um cabo)

m = sqrt(s*mu_solo/(rho_solo));

R_tot = r_7; %raio da camada mais externa [m] (nesse caso, igual a r_7)

Z_0j = (rho_solo*m^2)/(2*pi)*(- log(gamma*m*R_tot/2) + 0.5 - 4/3 * m* h);

% m é um parâmetro referente a profundidade de penetração de onda no cabo e
%gamma é a constante de Euler

Z_0 = [Z_0j Z_0j Z_0j;
       Z_0j Z_0j Z_0j;
       Z_0j Z_0j Z_0j];

%Por fim-----

Z(:, :, k) = (Z_i + Z_0);      %Matriz Impedâncias [ohm/m]

%Z_i é a matriz de impedâncias próprias do cabo.
%Z_0 é a matriz de impedâncias do espaço entorno do cabo (ar ou
%superfície terrestre).
%Para mais de um cabo é necessário considerar as impedâncias mútuas entre cabos.

%=====
%Parâmetro P (coeficiente de potencial)

P_c = 1/(2*pi*epsilon_0*epsilon_i1)*log(r_3/r_2);

P_s = 1/(2*pi*epsilon_0*epsilon_i2)*log(r_5/r_4);

P_a = 1/(2*pi*epsilon_0*epsilon_i3)*log(r_7/r_6);

P_i = [ P_c+P_s+P_a P_s+P_a P_a;
        P_s+P_a P_s+P_a P_a;
        P_a P_a P_a];

P = P_i;      %P_i é a matriz de coeficientes de potencial interna ao cabo.
              %Cabo subterrâneo não possui P_0

Y(:, :, k) = s*inv(P);      % Matriz Admitâncias [mho/m]

%=====
%Impedância e Admitância Característica da linha

```

```

Zc(:, :, k) = sqrt(Z(:, :, k)/Y(:, :, k));

Yc(:, :, k) = sqrt(Y(:, :, k)/Z(:, :, k));

%=====
%Função de Propagação

Gama(:, :, k) = sqrt(Y(:, :, k)*Z(:, :, k));
H(:, :, k) = exp(-l*Gama(:, :, k));

%=====
R(:, :, k) = real(Z(:, :, k));           %Resistência do cabo [ohm/m]
L(:, :, k) = imag(Z(:, :, k))./w;       %Indutância do cabo [H/m]
C(:, :, k) = imag(Y(:, :, k))./w;       %Capacitância do cabo [F/m]
%G = 0;                                %Condutância do cabo desprezada
%=====
end

```