

EDSON APARECIDO ROZAS THEODORO

*ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE MODELOS DE
CARGA EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA
UTILIZANDO A METODOLOGIA DE SENSIBILIDADE DE
TRAJETÓRIA*

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Escola de Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia Elétrica com ênfase em
Sistemas de Energia e Automação

ORIENTADOR: Luis Fernando Costa Alberto

São Carlos
2007

Com muito amor dedico este trabalho
aos meus pais Aparecido Theodoro e
Maria Del Pilar Rozas Rozados Theodoro,
e a todos os meus familiares.

O amor não é o que ele é, é o que ele faz.
James C. Hunter - *O Monge e o Executivo.*

Agradecimentos

Em primeiro lugar a Deus por estar sempre ao meu lado e nunca tardar em me mostrar o caminho da luz, da verdade e da vida.

- Ao Professor Luis Fernando Costa Alberto por sua orientação, confiança e amizade durante o desenvolvimento deste trabalho o meu muito obrigado.
- Ao Professor Newton Geraldo Bretas por sua amizade e por me ensinar a nunca ter medo de pensar.
- Ao Doutorando Elmer Pablo Tito Cari por sua co-orientação neste trabalho, por sua amizade e por sua infinável paciência e disponibilidade em sempre discutir e sanar minhas dúvidas.
- Ao Professor Diógenes Pereira Gonzaga por sua amizade, dedicação, confiança e orientação em meus primeiros anos de iniciação científica.
- Ao Professor Luís Alberto Colnago por sua orientação, confiança e dedicação durante o meu período de estágio na Embrapa - Instrumentação Agropecuária.
- Ao Professor Ruy Barboza pela amizade e ensinamentos compartilhados, e por sua inestimável ajuda na implementação do circuito caótico de Chua.
- Aos Professores João Bosco e Rodrigo Ramos, pela amizade e orientação compartilhadas.
- Aos meus amigos do Laboratório de Análise Computacional de Sistemas Elétricos de Potência (LACO): Raphael Augusto, Saulo Piereti, Eduardo Marmo, Marcelo Nanni, Moussa, Ana Paula, Carol, Carlisson, Antônio Carlos (Maranhão), Rafael (Banqueiro), Amós, Augusto, Pedro, Fabíolo, Marcos, Madeleine e Ricardo, pela amizade e bons momentos que compartilhamos.
- Aos meus amigos da Schweitzer Engineering Laboratories do Brasil:

Fernando Ayello, Ricardo, Paulo (Paulinho), Eduardo, Fernando Magrin, Fernanda, Rafael, Gallenger, Rúbia e Minoro, pelas grandes lições aprendidas e pela amizade compartilhada.

Aos meus amigos da Embrapa - Instrumentação Agropecuária: Rafael Albieri, Rodrigo (Batatinha), Poliana, Larissa, Gabriela, Kátia, Fabiana, Daniela, Lucinéia, Lúcio, Mattêo, Godoy, Renê e Gilmar entre outros, pelos ensinamentos e bom humor compartilhados.

- Aos meus companheiros no curso de Engenharia Elétrica - Ênfase em Sistemas de Energia e Automação: Gerson Rodrigues (Tostines), Vinicius Crema (Nho-Nho), Renato Monaro, Leandro Pires (Desloca), Paulo Roberto (Zé Colmeia), Leonardo Tomassetti (Peninha), Bruno Gabriel (Brunão), Anderson Concon, Felipe Ivan (Borguete), André Cunha (Frango), Luis Henrique (Verô) e Luis Serafim (Pamonha), entre outros, o meu mais sincero obrigado pela amizade compartilhada durante os anos de graduação.

- Aos meus amigos do curso de Engenharia Elétrica - Ênfase em Eletrônica: Marcio Fleury (Goiano), Fernando Pereira, Ingrid Esteves, Marlon Figueiroa, Ronir Heidy e Vitor Chiamente.

- Aos meus amigos do Alojamento da USP - São Carlos: Arã Cunha, Bárbara Pontes (Babi), Bruno Batocchio (Samurai), Camila Cintra, Danira Silva, Adriana Marques(Dri), Fernanda Akazawa(Fe), Andréa Pedro (Déia), Carlos Chagas (Carlão), Bruno Andreani (Zinho), Daniel (Aperto), Evandro (Matraca), Natiele, Ana Paula(Tati), Natália, Renato, Ulisses (Kami) Gildson, Sílvio (Presunto), Ana Paula, Daniela, Bruno Cesar, Henrique (Mineiro), Raul, Clóvis (Crovão), Larissa (Lari), Cláudio (Claudião), Aline, Fábio Kanizawa (Doug), Marcos (Poodle), Daniel (Kung-fu) e Regiane, entre outros, por me ajudarem a compreender que existem muitas outras coisas importantes a aprender e pela grande amizade que compartilhamos.

- Aos meus colegas de quarto no Alojamento USP - São Carlos: Airton, Vlademir (Vlad), Cristian Fialho (Catunda), Érik Andrade (Pincel), Leandro Neto (Job), Fábio Zamoner (B1) e Fábio Pereira (Benegripe), entre outros, pela amizade compartilhada e pelos momentos vividos.

- À minha amiga e madrinha de Crisma Luciana Rigotti Li Puma pela grande amizade e confiança.

- À minha catequista Marta Perez por sua amizade e por me ensinar o caminho de Deus.

- Aos meus irmãos da Legião de Maria do Praesidium Mãe Puríssima da Paróquia Nossa Senhora de Fátima: Wilson, Karen, Eduardo (Du), Flávio (Gatão), Daniele, Luciano (Tarzan), Maria Rita, Camila, João Pedro, Enzo, Andréa, Márcio e a todos os legionários da Praesidia de São Carlos e do mundo, o meu muito obrigado por fazerem parte dessa corrente de amor, trabalho e fé.

- Aos meus amigos do curso de verão 2007 do ICMC: Anderson, Emerson, Ramilo, José (Zé), Reginaldo (Birigui), Carlos (Jataí), Maria Teodora (Dora), Silvestre, Pedro (Ceará), Prysilla e Daniel (Cagão), entre outros.

- Aos meus amigos e amigas em São José dos Campos: Dayse Lima, Joyce Ribeiro, Diana Lima e Samantha, entre outros.

- À todos os meus Professores cujos ensinamentos me permitiram realizar muitos dos meus sonhos o meu muito obrigado.

- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de estudos concedida.

Resumo

Theodoro, Edson Aparecido Rozas (2007). *Estimação dos Parâmetros de Modelos de Carga em Sistemas Elétricos de Potência utilizando a Metodologia de Sensibilidade de Trajetória*. Trabalho de Conclusão de Curso - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

Neste trabalho propõe-se uma metodologia de estimação dos parâmetros de modelos de carga em sistemas elétricos de potência baseada na técnica de sensibilidade de trajetória e em conceitos de sincronização. Dentre as diversas metodologias existentes para realizar a estimação de parâmetros, a técnica de sensibilidade de trajetória é uma das poucas adequada à estimação dos parâmetros com o sistema em operação normal, através da aquisição de medidas de perturbações reais, permitindo uma completa representação das não linearidades presentes na carga dos sistemas elétricos de potência. Foram utilizadas algumas alternativas visando a melhoria desta técnica, dentre as quais destaca-se o uso da teoria de sincronização de sistemas no processo de estimação de parâmetros. A metodologia proposta é inicialmente estudada e aplicada a um modelo massa-mola, com o objetivo de explorar suas peculiaridades básicas, e em seguida a um sistema caótico, o circuito de Chua, visando detectar as suas potencialidades e limitações frente a um sistema cuja dinâmica é altamente complexa, sendo por fim aplicada à estimação de parâmetros num modelo estático de carga, representado por um modelo ZIP.

Palavras-Chave: estimação de parâmetros, sensibilidade de trajetória, sincronização de sistemas, sistemas caóticos, modelos de carga.

Abstract

Theodoro, Edson Aparecido Rozas (2007). *Estimation of Parameters of Load Models in Electric Power Systems*. Monograph (Undergraduate study) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

This work proposes a methodology to estimate the parameters of load models in electric power systems based on trajectory sensitivity analysis and synchronization concepts. Among the existing methodologies, sensitivity trajectory technique is one of the few methods that can treat parameter estimation based on data acquired during normal operation. Some alternatives to improve the parameter estimation technique were used. In particular, special treatment was given to system synchronization theory. The proposed methodology was initially applied to a simple system to illustrate the characteristics of the method, and it was also applied to a chaotic system, the Chua's circuit, to detect potentials and limitations when exposed to a complex dynamic system. Finally it was applied to parameter estimation of static load models, represented by a ZIP model.

Key-Words: parameter estimation, sensitivity trajectory, system synchronization, chaotic systems, load models.

Listas de Figuras

3.1	Diagrama da técnica de sensibilidade de trajetória para estimação de parâmetros.	15
3.2	Comparação do comportamento das saídas do <i>sistema real</i> e do <i>modelo matemático</i>	16
3.3	Fluxograma da técnica de sensibilidade de trajetória.	19
3.4	Representação do sistema massa-mola.	20
3.5	Diagrama da metodologia de sensibilidade de trajetória aplicada ao sistema massa-mola.	21
3.6	Saídas inicial e final do processo de estimação de 1 parâmetro no sistema massa-mola, considerando um desvio inicial de -80% no valor correto do parâmetro.	22
3.7	Saídas inicial e final do processo de estimação de 2 parâmetros no sistema massa-mola, considerando um desvio inicial de -99% no valor correto do parâmetro.	25
4.1	Continuidade da solução com relação aos parâmetros	29
4.2	Diagrama da metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando conceitos de sincronização de sistemas aplicada ao sistema massa-mola.	31
5.1	O circuito de Chua e a característica VxI do diodo de Chua.	34
5.2	Técnica de sensibilidade de trajetória aplicada à estimação de parâmetros no circuito de Chua.	36
5.3	Comportamento das variáveis de estado do circuito de Chua.	37

5.4	Saídas inicial e final do processo de estimação de 1 parâmetro no circuito de Chua, considerando um desvio inicial de +1,7% no valor correto do parâmetro.	38
5.5	Metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando o acoplamento de variáveis de entrada na estimação de parâmetros no circuito de Chua.	39
5.6	Comportamento das saídas antes e depois da estimação de 1 parâmetro do circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e acoplamento da variável de entrada), considerando um desvio inicial de +80% no valor correto do parâmetro.	40
5.7	Comportamento das saídas antes e depois da estimação de 2 parâmetros do circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e o acoplamento da variável de entrada), considerando um desvio inicial de -70% nos valores corretos dos parâmetros.	41
5.8	Diagrama da metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando conceitos de sincronização de sistemas aplicada ao circuito de Chua.	42
5.9	Saídas antes e depois da estimação de 3 parâmetros do circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização), considerando um desvio inicial de -65% nos valores corretos dos parâmetros.	43
5.10	Saídas antes e depois da estimação de 5 parâmetros do circuito de Chua (sensibilidade de trajetória e sincronização), considerando um desvio inicial de -70% nos valores corretos dos parâmetros.	45
5.11	Determinação da condição inicial da função de sensibilidade de trajetória em relação a uma condição inicial desconhecida.	46
5.12	Saídas antes e depois da estimação de 8 parâmetros do circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização), considerando um desvio inicial de -70% nos valores corretos dos parâmetros.	48
5.13	Saídas antes e depois da estimação de 8 parâmetros do circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização com termo forçante), considerando um desvio inicial de -65% nos valores corretos dos parâmetros.	51
6.1	Sistema elétrico de potência sob estudo.	56
6.2	Sistema de Excitação ST1A.	58
6.3	Simulação do SEP.	61

Lista de Tabelas

3.1	Estimação de 1 parâmetro no sistema massa-mola.	22
3.2	Estimação de 2 parâmetros no sistema massa-mola.	25
4.1	Resultados para a técnica de sensibilidade de trajetória convencional.	32
4.2	Resultados para a técnica de sensibilidade de trajetória utilizando conceitos de sincronização de sistemas.	32
5.1	Estimação de 1 parâmetro no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória).	38
5.2	Estimação de 1 parâmetro no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e o acoplamento da variável de entrada).	40
5.3	Estimação de 2 parâmetros no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e o acoplamento da variável de entrada).	41
5.4	Estimação de 3 parâmetros no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização).	44
5.5	Estimação de 5 parâmetros no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização).	45
5.6	Estimação de 8 parâmetros no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização).	47
5.7	Estimação de 8 parâmetros no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização com termo forçante).	50
6.1	Estimação de 6 parâmetros na carga ZIP (utilizando sensibilidade de trajetória e acoplamento da variável de entrada).	63

Lista de Abreviaturas e Siglas

IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers
LTI	Linear Time Invariant Systems
MIT	Motor de Indução Trifásico
RNA	Redes Neurais Artificiais
SEP	Sistemas Elétricos de Potência
SEPOPE	Simpósio de Especialistas em Planejamento da Operação e Expansão Elétrica
ZIP	Modelo Polinomial de Carga Estática para SEP´s

Lista de Símbolos

δ_r	Desvio do ângulo do rotor
ω_r	Desvio da velocidade do rotor
E_{fd}	Tensão de campo da máquina síncrona
E'_d	Força eletromotriz equivalente de eixo direto da armadura
E'_q	Força eletromotriz equivalente de eixo em quadratura da armadura
x_d	Reatância de eixo direto da armadura
x'_d	Reatância transitória de eixo direto da armadura
x_q	Reatância de eixo em quadratura da armadura
x'_q	Reatância transitória de eixo em quadratura da armadura
r	Resistência de armadura
K_A	Ganho de tensão do sistema de excitação ST1A
V_{ref}	Tensão de referência do sistema de excitação ST1A

Sumário

Dedicatória	i
Epígrafe	iii
Agradecimentos	v
Resumo	ix
Abstract	xi
Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xvii
Lista de Abreviaturas e Siglas	xix
Lista de Símbolos	xxi
1 Introdução	1
1.1 Importância da estimação dos parâmetros de modelos de carga em sistemas elétricos de potência	1
1.2 Características desejáveis no processo de estimação de parâmetros da carga	3
1.3 Objetivos do trabalho	3
1.3.1 Objetivo geral	3
1.3.2 Objetivos específicos	4
1.4 Estrutura metodológica do trabalho	4

1.5	Organização do trabalho	5
2	Uma breve revisão bibliográfica	7
2.1	Introdução	7
2.2	Técnicas de estimativa de parâmetros “on-line”	8
3	Estimação de parâmetros utilizando a técnica de sensibilidade de trajetória	11
3.1	Introdução	11
3.2	Funções de sensibilidade de trajetória	12
3.2.1	Funções de sensibilidade de trajetória para sistemas lineares invariantes no tempo	13
3.2.2	Funções de sensibilidade de trajetória para modelos não lineares	14
3.3	A técnica de sensibilidade de trajetória aplicada à estimativa de parâmetros	15
3.3.1	Processo de minimização de erro	16
3.3.2	Testes preliminares: estimativa de parâmetros no modelo massa-mola	19
4	Conceitos de sincronização de sistemas aplicados à estimativa de parâmetros	27
4.1	Introdução	27
4.2	Sincronização de Sistemas	29
4.2.1	Aplicação dos conceitos de sincronização de sistemas à técnica de sensibilidade de trajetória	30
5	Aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória na estimativa de parâmetros em sistemas caóticos	33
5.1	Introdução	33
5.2	O circuito caótico de Chua	34
5.2.1	Aplicação da técnica de sensibilidade de trajetória na estimativa de parâmetros	36

5.2.2	Aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando o acoplamento de variáveis de entrada na estimação de parâmetros	39
5.2.3	Aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando conceitos de sincronização de sistemas na estimação de parâmetros	42
6	Aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória na estimação de parâmetros em modelos de carga de SEP's	53
6.1	Introdução	53
6.2	Dificuldades na determinação da carga de SEP's	54
6.3	Modelagem de cargas em SEP's	55
6.4	Modelagem do SEP	56
6.4.1	Modelagem da máquina síncrona	57
6.4.2	Modelagem do sistema de excitação da máquina síncrona	58
6.4.3	Modelagem do transformador e das linhas de transmissão	59
6.4.4	Modelagem do barramento infinito	59
6.4.5	Modelagem da carga do SEP	59
6.5	Aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória na estimação de parâmetros da carga ZIP	60
7	Conclusões	65
Referências Bibliográficas		67
A Publicações relacionadas à esta pesquisa		75

Capítulo 1

Introdução

1.1 Importância da estimação dos parâmetros de modelos de carga em sistemas elétricos de potência

Com a crescente complexidade dos sistemas elétricos de potência (SEP's), estudos de análise de contingência, proteção e estabilidade requerem cada vez mais o uso de simulações numéricas para prever o comportamento do SEP em regime transitório, e é com base em tais resultados que os engenheiros tomam decisões, tais como a imposição de limites de operação, ajuste dos esquemas de proteção e alívio de carga.

Logo, para que os SEP's cumpram sua função de fornecimento de energia elétrica com confiabilidade e economia, é necessário que tais simulações descrevam satisfatoriamente o comportamento do *sistema real*. Para tanto, os parâmetros utilizados nos modelos matemáticos que descrevem o SEP devem estar identificados corretamente.

A modelagem da carga de um SEP é uma tarefa árdua, pois, é impossível obter um total conhecimento sobre sua composição, uma vez que a carga do sistema é composta por diferentes tipos de consumidores: residenciais, comerciais e industriais, cada um com diferentes características de equipamentos e utilização.

Na literatura, existem modelos estáticos e dinâmicos de carga padronizados para a simulação dinâmica de SEP's considerando diferentes tipos de estudos, como a modelagem estática para estudo de estabilidade de tensão, baseada na composição de cargas, apresentada em [Morison et al., 2003] e [IEEE Task Force, 1995], e a modelagem dinâmica de motores de indução trifásicos em [Lesieutre et al, 1995].

Entretanto, verificam-se diversas incertezas em relação ao conhecimento desses parâmetros, na medida em que as cargas são compostas pela agregação de um grande número de elementos distintos, sobre as quais o operador do SEP não tem nenhum tipo de controle.

Muitos são os relatos onde a incerteza nos parâmetros da carga fizeram com que as simulações não previssem a condição de instabilidade do SEP. Um caso, relatado em [Henriques et al., 2002], foram os blecautes parciais ocorridos no estado do Rio de Janeiro, na região sudeste do Brasil, em 24 e 25 de abril de 1997, como resultado de um colapso de tensão causado pelo grande número de equipamentos de ar-condicionado conectados à rede elétrica durante os dias de verão, o que revelou uma inadequação na modelagem da carga utilizada durante os estudos de estabilidade do SEP.

Dessa forma, observa-se que o uso de parâmetros inadequados na modelagem das cargas durante as simulações, pode levar à inúmeras conclusões erradas na operação do SEP, fazendo até mesmo com que opere além das margens de segurança, como citado em [Hiskens, 2006] e [Hiskens e Akke, 1999], onde a influência dos parâmetros do SEP sobre o seu comportamento transitório, durante distúrbios, foi analisada.

Por outro lado, um conhecimento mais exato dos parâmetros utilizados nos modelos provê diversos benefícios tais como a possibilidade de aumento nos limites de transferência de potência, respeitando as margens de estabilidade, prevenção de contingências e precisão no planejamento da expansão assim como na operação ótima do SEP, resultando em enormes benefícios econômicos ao sistema.

1.2 Características desejáveis no processo de estimação de parâmetros da carga

Diversas são as metodologias de estimação de parâmetros aplicáveis aos modelos dinâmicos de carga em SEP's propostas na literatura, porém poucas são realizáveis com o sistema em operação normal, ou seja, sem a necessidade do isolamento da carga do resto do sistema. Desta forma, com a utilização desse tipo de técnica, é possível aproveitar as informações do comportamento dinâmico do SEP (séries temporais) no processo de estimação e evitar a realização de testes específicos na carga do sistema.

Desta maneira, são desejáveis as seguintes características no processo de estimação de parâmetros de modelos dinâmicos de carga em SEP's:

1. Realização de testes com o sistema em operação normal, ou seja, que não requeiram o desligamento da carga do resto do sistema.
2. Seleção de variáveis para medidas de fácil acesso, ou seja, os parâmetros devem ser estimados com medidas disponíveis nas barras do SEP.
3. Robustez em relação as incertezas presentes no processo de aquisição de dados do *sistema real*. A metodologia deve ser capaz de aproximar os parâmetros estimados aos valores corretos utilizando medidas que contenham incertezas.
4. Tratamento adequado das não linearidades presentes no *sistema real*, ou seja, o processo de estimação deve ser capaz de representar as não linearidades presentes na modelagem da carga.

1.3 Objetivos do trabalho

1.3.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem por objetivo principal elaborar uma metodologia para a estimação de parâmetros da carga de SEP's baseada na técnica de sensibilidade de trajetória e em conceitos de sincronização de sistemas.

1.3.2 Objetivos específicos

Espera-se atingir o objetivo principal deste trabalho através do alcance dos seguintes objetivos preliminares:

1. Verificar quais parâmetros poderão ser estimados a partir das medidas disponíveis nas barras do SEP;
2. Estimar os parâmetros da carga perante incertezas nas medidas do *sistema real*;
3. Obter um conhecimento mais exato do comportamento transitório do SEP, após a estimação dos parâmetros da carga.

1.4 Estrutura metodológica do trabalho

Este trabalho consiste na elaboração de uma metodologia de estimação de parâmetros de modelos dinâmicos de carga em SEP's. Com este objetivo diferentes técnicas relatadas na literatura foram estudadas, dentre as quais, a técnica de sensibilidade de trajetória foi selecionada para o desenvolvimento do mesmo.

A técnica de sensibilidade de trajetória permite um adequado tratamento das não linearidades presentes nos modelos dinâmicos da carga e não requer a realização de testes específicos, tais como os testes “em vazio” e de “rotor bloqueado”, baseando todo o processo de ajuste dos parâmetros na diferença existente entre o comportamento dinâmico das respostas do *sistema real* e do *modelo matemático*.

Ressalta-se também que a metodologia aqui desenvolvida não se presta apenas à aplicações em SEP's, mas pode ser utilizada na estimação de parâmetros de qualquer sistema dinâmico nas mais diversas áreas da ciência. Em princípio, os parâmetros de qualquer sistema dinâmico, modelado por equações diferenciais ordinárias conhecidas, podem ser estimados pela metodologia proposta.

Por fim, uma vez identificados os parâmetros presentes nos modelos da carga do SEP, realiza-se uma análise comparativa da influência do processo

de estimação de parâmetros na operação do sistema, com o objetivo de determinar quais destes parâmetros possuem uma maior ou menor importância no comportamento dinâmico do mesmo.

1.5 Organização do trabalho

Este trabalho está estruturado em sete capítulos, sendo o capítulo 1 dedicado à introdução e a discussão da importância da estimação dos parâmetros dos modelos dinâmicos da carga em SEP's.

No capítulo 2, apresenta-se uma breve revisão bibliográfica sobre as diferentes metodologias de estimação de parâmetros de modelos dinâmicos de carga relatadas na literatura.

No capítulo 3, discute-se a base teórica da técnica de sensibilidade de trajetória para a aplicação em sistemas não lineares. Uma primeira aplicação da técnica é realizada sobre um modelo massa-mola, visando a estimação de seus parâmetros.

No capítulo 4, apresenta-se a base teórica de alguns dos conceitos básicos sobre sincronização de sistemas, e propõe-se uma forma de melhorar a metodologia de estimação de parâmetros utilizando-se de tais conceitos.

No capítulo 5, aplica-se a metodologia de estimação de parâmetros, baseada na técnica de sensibilidade de trajetória e conceitos de sincronização, em sistemas caóticos. O circuito de Chua é tomado como exemplo para o estudo da metodologia proposta.

No capítulo 6, são apresentados os resultados da metodologia de estimação de parâmetros para modelos de carga em SEP's. Um modelo estático de carga, representado por uma carga ZIP, é escolhido como objeto de estudo para a aplicação da metodologia.

Por fim, no capítulo 7, discutem-se os resultados obtidos ao longo do trabalho, assim como as conclusões traçadas sobre o mesmo.

Capítulo 2

Uma breve revisão bibliográfica

2.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se as principais características das diferentes metodologias de estimação de parâmetros, encontradas na literatura, aplicadas a determinação dos parâmetro de modelos de cargas dinâmicas conectadas aos SEP's.

Cargas dinâmicas são modeladas por duas componentes, sendo uma dinâmica (modelada por equações diferenciais) e outra estática (modelada por equações algébricas). Neste trabalho a parte estática da carga será representada por uma carga ZIP (impedância-corrente-potência constante) e a parte dinâmica por um motor de indução trifásico (MIT).

Tradicionalmente os testes de “rotor bloqueado”, “em vazio” e “de corrente contínua” são utilizados na identificação de parâmetros de MIT's. Porém tais testes não satisfazem o requisito de identificação *on-line*, ou seja, não podem ser realizados com a máquina conectada ao sistema.

Na seção seguinte, apresentam-se alguns dos métodos utilizados para estimação *on-line* de parâmetros de cargas dinâmicas em SEP's, ou seja, com a carga conectada ao sistema.

2.2 Técnicas de estimação de parâmetros “on-line”

Os métodos de estimação de parâmetros *on-line*, possuem a grande vantagem de realizar a estimativa dos parâmetros da carga do SEP sob análise sem a necessidade de sua desconexão do sistema.

Existem diversas técnicas de estimação *on-line*, porém as mais comuns para a estimativa dos parâmetros de MIT’s são baseadas na análise do circuito equivalente da máquina em regime permanente e em métodos de minimização de erros.

Em [Ju et al., 1996] um método seqüencial para a estimativa dos parâmetros de um modelo simplificado de carga composto por uma parcela estática (modelo exponencial) e outra dinâmica (MIT) é proposto, uma vez que a estimativa simultânea de todos os parâmetros do modelo é verificada como sendo uma tarefa de difícil realização.

Os parâmetros mecânicos do MIT e os parâmetros do modelo exponencial de carga estática são estimados utilizando um processo de otimização baseado no método dos mínimos quadrados, a partir de uma série temporal de medidas das potências elétricas ativa e reativa, obtidas para o modelo de carga sob estudo.

Na referência [Junior et al., 2006] uma estimativa seqüencial dos parâmetros elétricos do MIT é realizada, utilizando o modelo discreto da máquina homopolar no referencial estacionário e modelo discreto do sistema linear existente entre o fluxo estatórico e a corrente estatórica no referencial que gira com o rotor.

Os parâmetros elétricos do MIT são estimados a partir da discretização exata do modelo dinâmico da máquina, obtida ao se considerar sistemas contínuos excitados por sinais senoidais, e da aplicação do método de máxima verossimilhança na minimização do erro de estimativa. No processo de estimativa são utilizadas séries temporais de medidas das tensões e correntes trifásicas do estator da máquina.

No artigo [Akbaba et al., 1995] alguns dos parâmetros elétricos do MIT são estimados como funções do escorregamento da máquina, a partir de séries

temporais de medidas da tensão de alimentação, da corrente de alimentação, da potência de entrada, da velocidade do rotor e do toque mecânico de saída. O método de Levenberg-Marquardt é utilizado para minimizar a norma do erro de estimativa.

Em [Netto et al., 2005], através de um processo seqüencial, todos os parâmetros elétricos do MIT são estimados a partir do modelo homopolar da máquina no referencial estatórico e do modelo dq da mesma, utilizando o método de mínimos quadrados recursivo em tempo-real para minimizar a norma do erro de estimativa, num sistema em malha fechada com um controlador PI (proporcional-integrativo).

As estimativas são realizadas a partir de séries temporais de medidas das correntes trifásicas do estator e da velocidade do rotor.

Na referência [Choi et al., 2006-i] todos os parâmetros de modelos compostos de carga, sendo estes modelados por uma parcela estática e outra dinâmica, são estimados simultaneamente utilizando a metodologia de sensibilidade de trajetória e métodos de minimização “quase-Newton” (métodos de mínimos quadrados não lineares).

Os parâmetros elétricos e mecânicos do MIT (parcela dinâmica), bem como os parâmetros da parcela estática que modelam a carga do SEP, são estimados simultaneamente a partir da medição de séries temporais das tensões e correntes trifásicas do sistema, na barra de carga, obtidas durante a ocorrência de distúrbios no mesmo.

Neste trabalho será utilizada a técnica de sensibilidade de trajetória (discutida em detalhes no próximo capítulo), na estimativa dos parâmetros de modelos de carga de SEP's, uma vez que esta apresenta vantagens como a representação do modelo completo dos sistemas não lineares sob análise, possibilidade de estimativa dos parâmetros em tempo-real e facilidade de seleção e adaptação das variáveis de minimização disponíveis para medição no *sistema real*.

Capítulo 3

Estimação de parâmetros utilizando a técnica de sensibilidade de trajetória

3.1 Introdução

Neste capítulo, apresenta-se a metodologia de estimação de parâmetros baseada na técnica de sensibilidade de trajetória para sistemas lineares invariantes no tempo (LTI do inglês Linear Time Invariant system) e para sistemas não-lineares. Com o intuito de introduzir a metodologia, analisa-se a estimação de parâmetros em um pequeno sistema massa-mola.

As funções de sensibilidade de trajetória quantificam a variação das soluções das equações diferenciais pela variação de seus parâmetros. Dessa forma seu estudo relaciona-se com a necessidade de conhecer a dependência da solução de equações diferenciais em relação a seus parâmetros.

Existem poucos relatos na literatura relacionados a técnica sensibilidade de trajetória para sistemas dinâmicos não lineares. Os artigos [Hiskens,2000], [Hiskens e Pai, 2000], [Benchluch e Chow, 1993] e [Gasca et al., 1988] apresentam o desenvolvimento dessa teoria, bem como algumas de suas aplicações na estimação de parâmetros em SEP's.

É importante observar que a técnica de sensibilidade de trajetória apre-

senta uma vasta gama de aplicações, e não somente na estimativa de parâmetros em SEP's, como verifica-se em [Hiskens, 2006] e [Hiskens e Pai, 2002], onde o cálculo de sensibilidades é utilizado para avaliar a influência dos diversos parâmetros do SEP sobre seu comportamento dinâmico durante o regime transitório, bem como para a resolução de problemas de controle ótimo e estudos de estabilidade.

3.2 Funções de sensibilidade de trajetória

Sendo $y(t, p)$ o vetor solução de uma equação diferencial ordinária dependente do parâmetro p , a variação desta solução com relação a variação do parâmetro pode ser aproximada por:

$$\delta y(t, p) \simeq \sum_i \left(\frac{\partial y}{\partial p_i} \right)_{p=p_0} \cdot \delta p_i \quad (3.1)$$

Define-se então as funções de sensibilidade de trajetória como sendo as derivadas parciais do vetor solução da equação diferencial em relação aos parâmetros sob análise:

$$\frac{\delta y}{\delta p_i} = \lambda_y^{p_i} \quad (3.2)$$

Dessa forma, tais funções descrevem os efeitos da variação dos parâmetros na solução da equação diferencial, possibilitando a análise quantitativa das mesmas e a identificação dos parâmetros que tem maior influência sobre o comportamento dinâmico da equação diferencial.

Como se observará adiante neste trabalho, a estimativa de parâmetros é sensivelmente afetada pelas equações de sensibilidade descritas em (3.2), pois quanto maior a sensibilidade da resposta à variação de um determinado parâmetro, mais rapidamente se dará a convergência deste parâmetro durante o processo de estimativa, ou seja, mais fácil será identificá-lo.

As funções de sensibilidade para sistemas lineares invariantes no tempo (LTI) podem ser obtidas, em princípio, resolvendo-se as equações lineares com parâmetros literais e diferenciando o resultado em relação à estes mesmos

parâmetros.

Tal procedimento é complexo para sistemas LTI de baixa ordem e quase sempre impossível para sistemas variantes no tempo e sistemas não lineares, pois nem sempre é possível expressar a solução das equações diferenciais para as funções de sensibilidade em termos de funções analíticas. Logo, recorre-se a aproximações numéricas.

Uma breve discussão sobre as funções de sensibilidade de trajetória para sistemas LTI e para sistema não lineares será apresentada na seção seguinte, baseada na teoria desenvolvida em [Cruz, 1972].

3.2.1 Funções de sensibilidade de trajetória para sistemas lineares invariantes no tempo

Seja o sistema LTI descrito por:

$$\frac{d}{dt}x(t, p) = A(p).x(t, p) + B(p).u(t) \quad (3.3)$$

$$y(t, p) = C(p).x(t, p) \quad (3.4)$$

sendo $x(t_0, p) = x_0$ a condição inicial do sistema, x o vetor de variáveis de estado, y o vetor de saídas, u o vetor de entradas, p o vetor de parâmetros a serem estimados, $A(p)$, $B(p)$ e $C(p)$ as matrizes que descrevem o sistema no espaço de estados em função dos parâmetros.

As equações diferenciais que descrevem as funções de sensibilidade de trajetória para as variáveis de estado, $\frac{\partial x(t)}{\partial p_i}$, podem ser determinadas derivando (3.3) em relação aos parâmetros p_i ‘s:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x(t, p)}{\partial p_i} = \frac{\partial A(p)}{\partial p_i}.x(t, p) + A(p).\frac{\partial x(t, p)}{\partial p_i} + \frac{\partial B(p)}{\partial p_i}u(t) \quad (3.5)$$

As funções de sensibilidade de trajetória da saída, $\frac{\partial y(t)}{\partial p_i}$, podem ser obtidas derivando (3.4) em relação aos parâmetros p_i ‘s:

$$\frac{\partial y(t, p)}{\partial p_i} = \frac{\partial C(p)}{\partial p_i}.x(t, p) + C(p).\frac{\partial x(t, p)}{\partial p_i} \quad (3.6)$$

As condições iniciais do modelo de sensibilidade descrito por (3.5) e (3.6) podem ser calculadas por:

$$\begin{aligned}\frac{\partial x(t, p)}{\partial p_i} \Big|_{t=t_0} &= \lambda_x^{p_i} \Big|_{t=t_0} \\ \frac{\partial y(t, p)}{\partial p_i} \Big|_{t=t_0} &= \lambda_y^{p_i} \Big|_{t=t_0}\end{aligned}\quad (3.7)$$

3.2.2 Funções de sensibilidade de trajetória para modelos não lineares

Seja o sistema não linear dado por:

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x(t), p, u(t)) \quad (3.8)$$

$$y(t) = g(x(t), p, u(t)) \quad (3.9)$$

onde x é o vetor de variáveis de estado, y é o vetor de saídas, u é o vetor de entradas e p é o vetor de parâmetros a serem estimados, sendo f e g funções não lineares contínuas e lipschitzianas [Vidyasagar, 1993] de x , p e u , podendo ou não ser diferenciáveis.

Considere p_i a i -ésima componente de p e que as funções f e g sejam diferenciáveis em relação ao parâmetro p_i .

As equações diferenciais que descrevem as funções de sensibilidade de trajetória para as variáveis de estado, $\frac{\partial x(t)}{\partial p_i}$, são calculadas derivando-se (3.8) em relação aos parâmetros p_i 's:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial x(t)}{\partial p_i} = \frac{\partial f(x(t), p, u(t))}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial p_i} + \frac{\partial f(x(t), p, u(t))}{\partial p_i} \quad (3.10)$$

As funções de sensibilidade de trajetória da saída, $\frac{\partial y(t)}{\partial p_i}$, são calculadas derivando-se (3.9) em relação aos parâmetros p_i 's:

$$\frac{\partial y(t)}{\partial p_i} = \frac{\partial g(x(t), p, u(t))}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial p_i} + \frac{\partial g(x(t), p, u(t))}{\partial p_i} \quad (3.11)$$

Sendo f ou g não diferenciáveis com relação ao parâmetro p_i , obtém-se

os valores aproximados para as funções de sensibilidade descritas por (3.10) e (3.11) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\frac{\partial x(t)}{\partial p_i} &\approx \frac{x_1(t) - x_0(t)}{\Delta p_i} \\ \frac{\partial y(t)}{\partial p_i} &\approx \frac{y_1(t) - y_0(t)}{\Delta p_i}\end{aligned}\quad (3.12)$$

onde $x_0(t)$ e $y_0(t)$ são as respostas, no tempo, do modelo descrito pelas equações (3.8) e (3.9) obtidas utilizando p^0 e $x_1(t)$ e $y_1(t)$ são as respostas, no tempo, obtidas utilizando p^1 , sendo p^0 o vetor de parâmetros nominais e p^1 o vetor de parâmetros cuja i -ésima componente é $p_i^1 = p_i^0 + \Delta p_i$, onde Δp_i é uma pequena perturbação sobre os parâmetros.

3.3 A técnica de sensibilidade de trajetória aplicada à estimativa de parâmetros

A aplicação da técnica de sensibilidade de trajetória para a estimativa de parâmetros em um sistema dinâmico qualquer pode ser resumida no diagrama apresentado na figura 3.1.

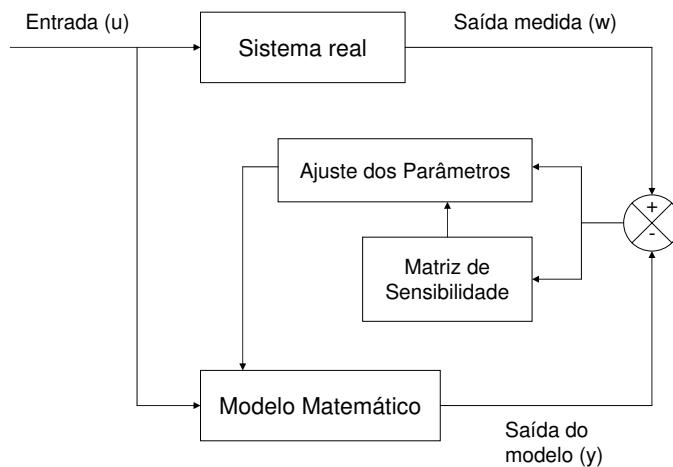


Figura 3.1: Diagrama da técnica de sensibilidade de trajetória para estimativa de parâmetros.

3.3.1 Processo de minimização de erro

Este processo tem por finalidade minimizar a diferença entre as saídas do *sistema real* e do *modelo matemático*, ou seja, quanto mais próximo dos valores corretos estiverem os parâmetros estimados pela técnica de sensibilidade de trajetória mais próximos serão os comportamentos das saídas citadas e menor será o erro associado a essa diferença.

Suponha que se queira minimizar a diferença E , que varia no tempo, entre os comportamentos de saída do *sistema real* e do *modelo matemático*, como na figura 3.2.

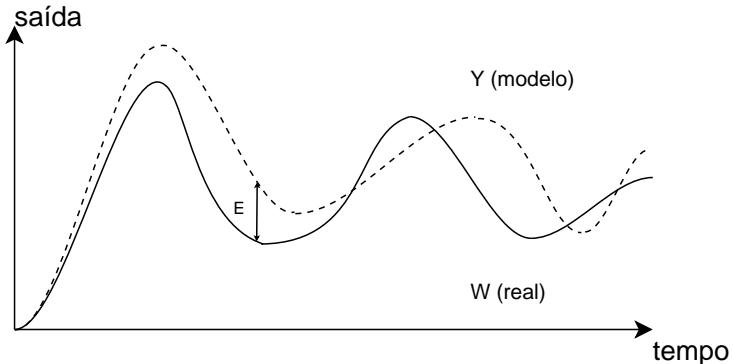


Figura 3.2: Comparação do comportamento das saídas do *sistema real* e do *modelo matemático*.

Inicia-se o processo de minimização estabelecendo a norma desejada para o erro, ou seja, minimizar o valor absoluto da diferença entre as saídas equivale a minimizar a norma 1:

$$E(p) = \int_0^T |w(t) - y(t)| dt \quad (3.13)$$

Minimizar a raiz quadrada da diferença entre as saídas equivale a minimizar a norma 2:

$$E(p) = \int_0^T \sum_{i=0}^n (w_i(t) - y_i(t))^{1/2} dt \quad (3.14)$$

Minimizar diferença das saídas durante todo o intervalo de tempo equivale

a minimizar a norma infinito:

$$E(p) = \sup_{t \in [0, T]} |w(t) - y(t)| \quad (3.15)$$

Nota-se que diferentes normas conduzem o processo de minimização a diferentes soluções. No presente trabalho utiliza-se a norma 2, por sua facilidade de representação e por ser diferenciável.

O processo de minimização através da norma 2, também conhecido como método dos mínimos quadrados, é expresso por:

$$J(p) = \frac{1}{2} \int_0^{T_0} (w(t) - y(t))^t (w(t) - y(t)) dt \quad (3.16)$$

onde $J(p)$ é o funcional de erro a ser minimizado, w é a saída do *sistema real* e y é a saída do *modelo matemático*.

Neste caso, não se minimiza a raiz quadrada da integral mas simplesmente a integral. O fator $\frac{1}{2}$ na equação (3.16) é uma constante utilizada apenas para simplificar os cálculos.

Para realizar as estimativas iniciais do vetor de parâmetros $p = p_0$, o problema de minimização pode ser resolvido através do cálculo da derivada parcial de $J(p)$ em relação aos parâmetros e igualando-se a expressão resultante a zero:

$$\frac{\partial J(p)}{\partial p} = \frac{-1}{2} \int_0^{T_0} \left[\left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)^t (w(t) - y(t)) + (w(t) - y(t))^t \left(\frac{\partial y}{\partial p} \right) \right] dt |_{p=p_0} \quad (3.17)$$

Observa-se que os dois termos componentes da integral são escalares e iguais, por tanto simplifica-se a equação escrevendo:

$$\frac{\partial J(p)}{\partial p} = - \int_0^{T_0} \left[\left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)^t (w(t) - y(t)) \right] dt |_{p=p_0} \quad (3.18)$$

A equação (3.18) está em função do parâmetro p . Logo, fazendo $G(p) = \frac{\partial J(p)}{\partial p}$ e expandindo em série de Taylor, em torno do ponto $p = p_i$, e tomando

apenas o termo de primeira ordem tem-se:

$$G(p) = G(p_i) + \frac{\partial G(p_i)}{\partial p} \Delta p + \dots = 0 \quad (3.19)$$

$$G(p) \approx G(p_i) + \frac{\partial G(p_i)}{\partial p} \Delta p = 0 \quad (3.20)$$

Substituindo $\frac{\partial G(p)}{\partial p}$ por Γ em (3.20) tem-se:

$$\Gamma \Delta p = -G(p_i) \quad (3.21)$$

Isolando Δp da equação (3.21) em função de $\frac{\partial J(p)}{\partial p}$, tem-se:

$$\Delta p = -\Gamma^{-1} \frac{\partial J(p_i)}{\partial p} \quad (3.22)$$

Realiza-se a atualização dos parâmetros para a i -ésima iteração por:

$$p_{i+1} = p_i + \Delta p_{i+1} \quad (3.23)$$

A matriz Γ pode ser calculada derivando-se a equação (3.18) em relação ao parâmetro p , obtendo-se:

$$\Gamma = -\frac{\partial}{\partial p} \int_0^{T_0} \left[\left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)^t (w(t) - y(t)) \right] dt \Big|_{p=p_0} \quad (3.24)$$

$$\Gamma = \int_0^{T_0} \left[- \left(\frac{\partial^2 y}{\partial p^2} \right)^t (w(t) - y(t)) + \left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)^t \left(\frac{\partial y}{\partial p} \right) \right] dt \Big|_{p=p_0} \quad (3.25)$$

Desprezando o termo de segunda ordem, de acordo com a linearização realizada na série de Taylor anteriormente, tem-se:

$$\Gamma \approx \int_0^{T_0} \left[\left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)^t \left(\frac{\partial y}{\partial p} \right) \right] dt \Big|_{p=p_0} \quad (3.26)$$

Considerando o processo em intervalos discretos de tempo, as integrais acima transformam-se em somatórios, e sendo as funções de sensibilidade $\frac{\partial y}{\partial p}$ calculadas pela equação (3.11), atualizam-se os valores dos parâmetros sob

análise.

Desta forma o processo é realizado de forma iterativa até que a convergência seja alcançada, como mostra a figura 3.3, ou seja, até que os parâmetros do *modelo matemático* se aproximem dos valores corretos dos parâmetros do *sistema real*.

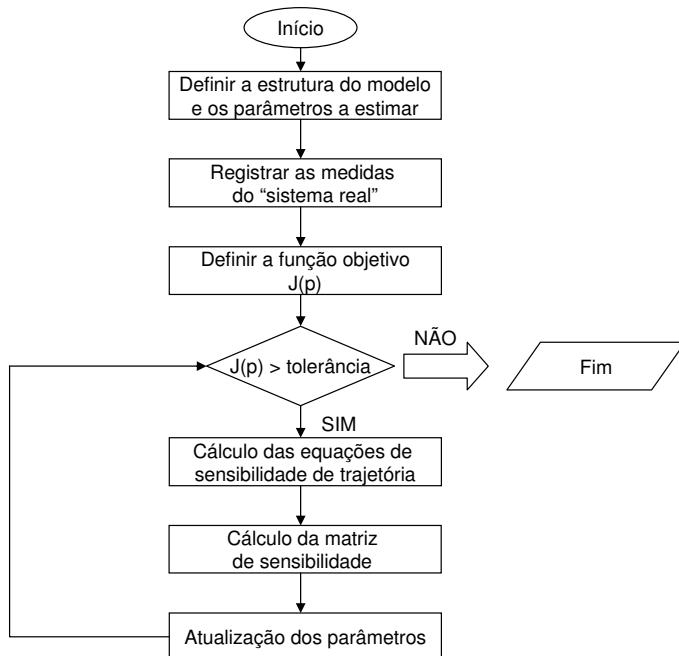


Figura 3.3: Fluxograma da técnica de sensibilidade de trajetória.

3.3.2 Testes preliminares: estimação de parâmetros no modelo massa-mola

Com o intuito de estudar e implementar a metodologia de sensibilidade de trajetória, são realizados testes para a estimação de 1 e 2 parâmetros de um pequeno sistema massa-mola, como em [Cari, 2005]. Estes testes são utilizados como base para a aplicação da metodologia em sistemas mais complexos.

a) Estimação de 1 parâmetro

Seja o sistema massa-mola mostrado na figura 3.4:

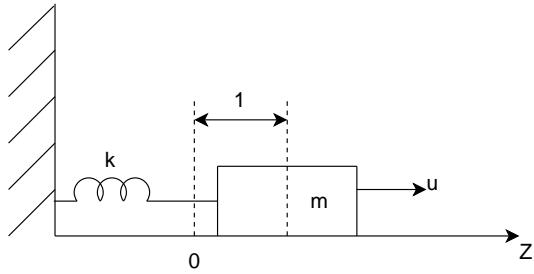


Figura 3.4: Representação do sistema massa-mola.

Considerando a mola ideal, a não existência de resistência do ar e de atrito entre a massa e o piso sobre o qual se movimenta, e supondo que a mesma possa ser tratada como uma partícula, a equação diferencial que descreve a dinâmica do sistema é a seguinte:

$$m.\ddot{z} = u - k.z \quad (3.27)$$

onde m é a massa do corpo, u é a força aplicada na direção do movimento sobre o mesmo, k é a constante de elasticidade da mola e z é a posição do corpo de massa m num determinado instante de tempo. Representando a equação (3.27) no espaço de estados tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{u}{m} - \frac{k}{m}x_1 \end{aligned} \quad (3.28)$$

onde $x_1 = z$ e $x_2 = \dot{z}$ representam as variáveis de estado do sistema massa-mola.

Neste primeiro teste, fazendo $p = \frac{k}{m}$ o parâmetro a ser estimado e admitindo ser possível a medição da posição do corpo de massa m , a equação de saída do sistema será $\tilde{y} = x_1$.

Na figura 3.5, mostra-se a metodologia de sensibilidade de trajetória aplicada ao sistema massa-mola, considerando \hat{p} o parâmetro correto do *sistema real* e p o parâmetro do *modelo matemático* a ser estimado.

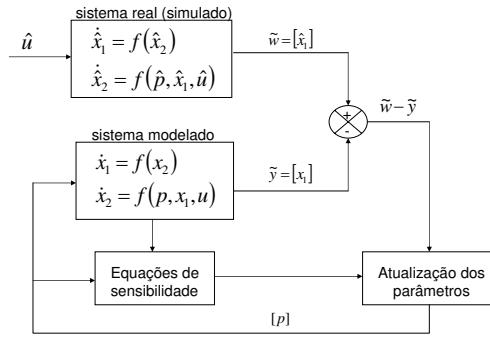


Figura 3.5: Diagrama da metodologia de sensibilidade de trajetória aplicada ao sistema massa-mola.

Existem duas maneiras de obter a resposta dinâmica do sistema representado na figura 3.4: por meio de uma condição inicial ou uma entrada diferente de zero.

Neste primeiro teste considera-se que a posição inicial do *sistema real* e do *modelo matemático* são diferentes de zero, $\hat{x}_1(0) = x_1(0) = 1$, a velocidade inicial de ambos são iguais a zero, $\hat{x}_2(0) = x_2(0) = 0$, a entrada u é igual a zero e o parâmetro correto do *sistema real* é $\hat{p} = 2$.

A saída do *modelo matemático* foi obtida explicitamente através da integração analítica da equação (3.27), obtendo-se:

$$y(t) = \cos(\sqrt{p} \cdot t) \quad (3.29)$$

Aplicando a metodologia de sensibilidade de trajetória, descrita na figura 3.3, tem-se:

- Cálculo do Funcional do erro $J(p)$:

$$J(p) = \int_0^T (w - y)^t (w - y) dt$$

$$J(p) = \int_0^T [\cos(\sqrt{p} \cdot t) - \cos(\sqrt{p} \cdot t)]^2 dt$$

- Cálculo da Função de Sensibilidade $\frac{\partial y}{\partial p}$:

$$\frac{\partial y}{\partial p} = -\frac{t \cdot \operatorname{sen}(\sqrt{p} \cdot t)}{2\sqrt{p}}$$

- Cálculo de Γ :

$$\Gamma = \int_0^T \left[\left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)^t \left(\frac{\partial y}{\partial p} \right) \right] dt |_p$$

$$\Gamma = \int_0^T \left[\frac{t^2 \cdot \operatorname{sen}^2(\sqrt{p} \cdot t)}{4p} \right] dt |_p$$

- Cálculo de $\frac{\partial J(p)}{\partial p}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(p)}{\partial p} &= \int_0^T \left[\left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)^t (w - y) \right] dt \\ \frac{\partial J(p)}{\partial p} &= \int_0^T \frac{-t \cdot \operatorname{sen}(\sqrt{p} \cdot t)}{2\sqrt{p}} (\cos(\sqrt{p} \cdot t) - \cos(\sqrt{p} \cdot t)) dt \end{aligned}$$

- Cálculo de Δp_{i+1} :

$$\Delta p_{i+1} = \Gamma^{-1} \cdot \frac{\partial J(p)}{\partial p}$$

Utilizando o método de Runge-Kutta de 4^a ordem no cálculo da função de sensibilidade de trajetória, obteve-se a convergência da metodologia, após 9 iterações, para parâmetros iniciais com desvios de até $\pm 80\%$ do valor correto, considerando uma tolerância de 0,001 para o funcional do erro.

Na figura 3.6 mostram-se as saídas antes e depois da estimativa do parâmetro.

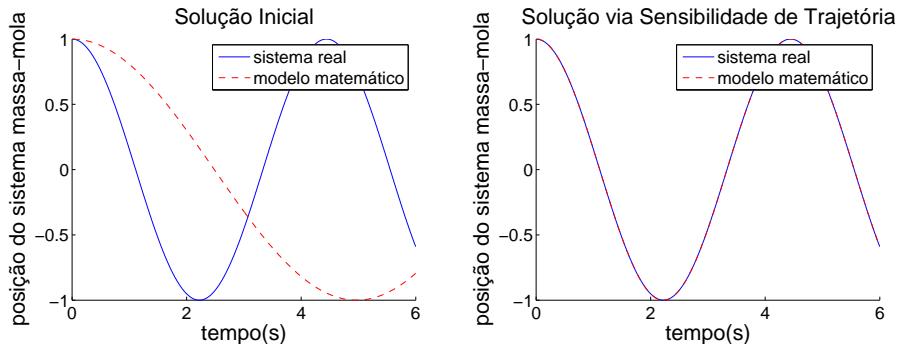


Figura 3.6: Saídas inicial e final do processo de estimativa de 1 parâmetro no sistema massa-mola, considerando um desvio inicial de -80% no valor correto do parâmetro.

O resumo dos resultados da estimativa de 1 parâmetro no sistema massa-mola está mostrado na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Estimativa de 1 parâmetro no sistema massa-mola.

Parâmetro	V. inicial	V. final	V. real	Erro (%)
$p = \frac{k}{m}$	0,4	1,9996	2	0,02

b) Estimação de 2 parâmetros

Realizando um segundo teste, tentou-se estimar os parâmetros k e m simultaneamente, utilizando as mesmas condições anteriores. Porém não foi possível realizar a identificação de ambos os parâmetros, uma vez que suas funções de sensibilidade de trajetória são linearmente dependentes, o que torna a matriz Γ singular, ou seja, não inversível, impossibilitando a utilização da técnica de sensibilidade de trajetória, como pode ser verificado na explanação abaixo.

Sendo o vetor de parâmetros $p = [k \ m]^t$ e a saída do *modelo matemático* descrita por $y(t) = \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$, como no caso anterior.

A matriz de sensibilidade Γ pode ser calculada conforme a equação (3.26), sendo $\frac{\partial y}{\partial p}$ calculado como a seguir:

$$\frac{\partial y}{\partial p} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial k} & \frac{\partial y}{\partial m} \end{bmatrix} = \left[-\frac{t}{2\sqrt{\frac{k}{m}}} \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right) \quad \frac{t\sqrt{k}}{2m^{\frac{3}{2}}} \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t\right) \right]$$

Fazendo $H = \frac{t}{2} \operatorname{sen}\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)$ tem-se:

$$\frac{\partial y}{\partial p} = \begin{bmatrix} -\frac{H}{\sqrt{\frac{k}{m}}} & \frac{H\sqrt{k}}{m^{\frac{3}{2}}} \end{bmatrix}$$

Desta forma, calculando a matriz de sensibilidade Γ :

$$\Gamma \approx \left(\frac{\partial y}{\partial p} \right)^t \left(\frac{\partial y}{\partial p} \right) = H^2 \begin{pmatrix} \frac{1}{m \cdot k} & \frac{1}{m^2} \\ \frac{1}{m^2} & \frac{k}{m^3} \end{pmatrix}$$

Calculando o determinante de Γ tem-se:

$$|\Gamma| = \frac{H^2}{m^4} - \frac{H^2}{m^4} = 0$$

Assim observa-se que é impossível realizar a estimação dos parâmetros k e m simultaneamente. Entretanto tal conclusão não exclui a existência de um outro teste, sob outras condições, que permita a identificação de tais

parâmetros.

Com o objetivo de contornar o problema anterior, realiza-se um novo teste, considerando a resposta dinâmica do sistema sendo obtida através de uma entrada diferente de zero, $u = 4$, e considerando as condições iniciais do sistema iguais a zero, $\hat{x}_1(0) = x_1(0) = 0$ e $\hat{x}_2(0) = x_2(0) = 0$.

A saída do *modelo matemático*, $y(t)$, pode ser obtida analiticamente, a partir da equação (3.27), através da fórmula da variação das constantes, descrita em [Brauer e Nohel, 1969], exibida nas equações (3.30) e (3.31):

$$x(t) = e^{A \cdot t} \cdot x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)} \cdot B \cdot u(\tau) d\tau \quad (3.30)$$

$$y(t) = C \int_0^t e^{A(t-\tau)} \cdot B \cdot u(\tau) d\tau \quad (3.31)$$

onde $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{k}{m} & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ são as matrizes correspondentes à representação do sistema massa-mola na forma de variáveis de estado.

Tem-se portanto a saída do *modelo matemático* sendo descrita pela equação (3.32):

$$y(t) = \frac{u}{k} \left[1 - \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right) \right] \quad (3.32)$$

Calculando as funções de sensibilidade de trajetória, na forma matricial, tem-se:

$$\begin{pmatrix} \dot{\lambda}_{x_1}^k \\ \dot{\lambda}_{x_2}^k \\ \dot{\lambda}_{x_1}^m \\ \dot{\lambda}_{x_2}^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k}{m} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_{x_1}^k \\ \lambda_{x_2}^k \\ \lambda_{x_1}^m \\ \lambda_{x_2}^m \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k}{m^2} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{m^2} \end{pmatrix} \cdot u$$

(3.33)

onde $\lambda_{x_1}^k = \frac{\partial x_1}{\partial k}$, $\lambda_{x_2}^k = \frac{\partial x_2}{\partial k}$, $\lambda_{x_1}^m = \frac{\partial x_1}{\partial m}$ e $\lambda_{x_2}^m = \frac{\partial x_2}{\partial m}$ são as funções de sensibilidade de trajetória.

Fazendo uso do método de Runge-Kutta de 4^a ordem no cálculo das funções de sensibilidade de trajetória, obteve-se a convergência da metodologia, após 9 iterações, para parâmetros iniciais com desvios de até $\pm 99\%$ do valor correto dos mesmos, sendo este desvio dado numa mesma direção em ambos os parâmetros e considerando uma tolerância de 0,001 para o funcional do erro, conforme pode ser verificado na figura 3.7.

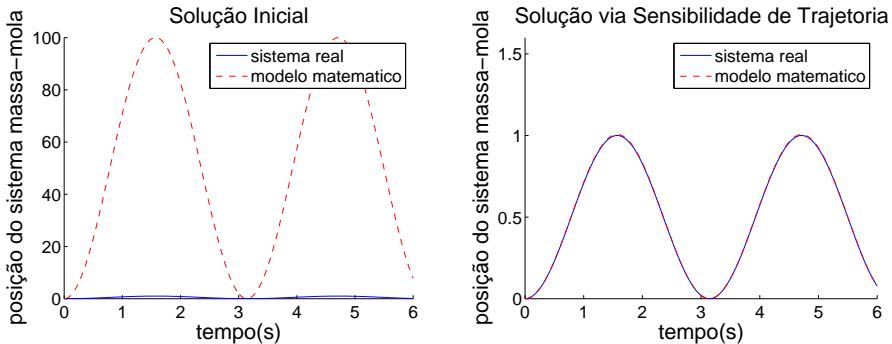


Figura 3.7: Saídas inicial e final do processo de estimativa de 2 parâmetros no sistema massa-mola, considerando um desvio inicial de -99% no valor correto do parâmetro.

A tabela 3.2 apresenta os resultados para a estimativa simultânea de 2 parâmetros do sistema massa-mola.

Tabela 3.2: Estimativa de 2 parâmetros no sistema massa-mola.

Parâmetro	V. inicial	V. final	V. real	Erro (%)
k	0,0800	7,9534	8	0,58
m	0,0200	1,9884	2	0,58

Observa-se um aumento representativo no desvio máximo inicial dos parâmetros, quando da estimativa simultânea de dois parâmetros em relação à estimativa de um único parâmetro, decorrente do aumento do número de equações de sensibilidade, o que traz uma quantidade maior de informação,

a respeito da dinâmica do sistema, ao processo de estimação fornecendo um melhor condicionamento numérico.

Capítulo 4

Conceitos de sincronização de sistemas aplicados à estimação de parâmetros

4.1 Introdução

Neste trabalho o processo de estimação de parâmetros a ser desenvolvido, basicamente considera a diferença entre as saídas do *sistema real* e do *modelo matemático* como medida da distância entre os parâmetros de tais sistemas, atualizando, iterativamente, os parâmetros do *modelo matemático* até que as saídas de ambos se tornem próximas.

Porém existe uma condição mínima de proximidade exigida entre os parâmetros iniciais do *modelo matemático* e do *sistema real*, uma vez que se estes forem muito distantes o processo de estimação poderá não convergir.

Um resultado clássico da teoria qualitativa de Equações Diferenciais Ordinárias [Brauer e Nohel, 1969] fornece subsídios ao processo de estimação de parâmetros, na forma como descrito a seguir .

Teorema 4.1.1. *Suponha $f(t,x,\lambda)$ contínua para $(t,x) \in D$ e $\lambda \in V$, onde t é o vetor de tempo, x é o vetor de variáveis de estado, λ é o vetor de parâmetros, D é um conjunto aberto em \mathbb{R}^{n+1} , sendo n a dimensão do vetor de variáveis de estado, e V é uma vizinhança de λ_0 em \mathbb{R}^k , sendo k a dimensão do vetor*

de parâmetros. Considere o sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(t, x, \lambda_0) \\ x(t_0) &= x_0\end{aligned}\tag{4.1}$$

onde t é o tempo, x é a variável de estado e λ_0 é o parâmetro correto.

Se o sistema 4.1 tem uma única solução não continuável $x(t, t_0, x_0, \lambda)$ definida em (ω_-, ω_+) , então para todo vetor (s, η, λ) próximo a (t_0, x_0, λ_0) o problema de valor inicial:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(t, x, \lambda) \\ x(s) &= \eta\end{aligned}\tag{4.2}$$

tem solução (t, s, η, λ) definida em um intervalo $[a, b]$ que é contínua em (t, t_0, x_0, λ_0) . Para a demonstração do teorema veja [Brauer e Nohel, 1969].

Assim, o teorema anterior afirma que, se dois sistemas de equações diferenciais, que descrevem o mesmo fenômeno, possuem condições iniciais próximas e parâmetros próximos então suas saídas também serão próximas.

Tal resultado apresenta grande utilidade prática, uma vez que as condições iniciais e os parâmetros de um sistema físico são adquiridos, via de regra, por um processo de medição o que implica em pequenos erros.

Estendendo um pouco o resultado anterior, considerando a continuidade em relação ao parâmetro λ , pode-se enunciar o seguinte teorema:

Teorema 4.1.2. *Dado $\epsilon > 0$ tão pequeno quanto se queira e sendo $t_1 > t_0$, $\exists \delta > 0$ tal que se $\|\lambda - \lambda_0\| < \delta$ então $\|(x(t, t_0, x_0, \lambda) - x(t, t_0, x_0, \lambda_0))\| < \epsilon$ para todo $t_0 \leq t < t_1$ [Brauer e Nohel, 1969].*

Desta maneira, o teorema anterior afirma que dada duas soluções, $x(t, t_0, x_0, \lambda)$ e $x(t, t_0, x_0, \lambda_0)$, estas ficarão próximas, dentro de um tubo de raio ϵ , se os parâmetros λ e λ_0 tem valores próximos, dentro de uma bola de raio δ , como apresentado na figura 4.1.

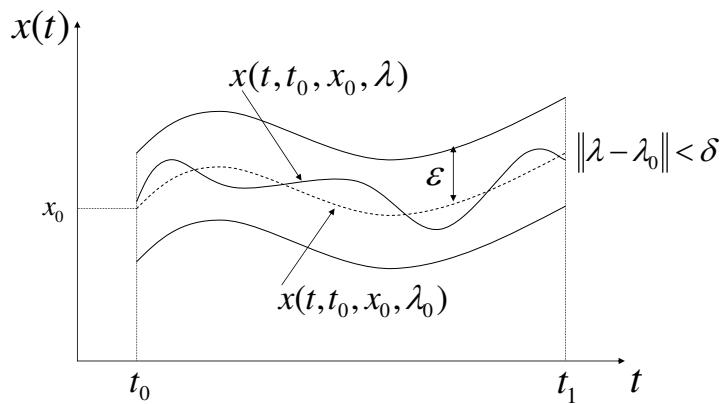


Figura 4.1: Continuidade da solução com relação aos parâmetros .

4.2 Sincronização de Sistemas

A estimativa correta dos parâmetros de um sistema dinâmico está intimamente dependente de quanto bem o *modelo matemático* representa a dinâmica do mesmo, caso contrário o processo de estimativa pode não convergir ou mesmo convergir para valores diferentes dos corretos, resultando em uma representação não fidedigna do *sistema real*.

Considerando que o *modelo matemático* represente de maneira satisfatória o *sistema real* sob análise, propõe-se uma alternativa para aumentar a robustez do processo de estimativa de parâmetros, baseada em técnicas de sincronização de sistemas.

Na literatura, diversas são as técnicas de sincronização existentes, bem como diversas são as suas aplicações, como em [Gameiro e Rodrigues, 2001], onde foram desenvolvidos métodos matemáticos para a sincronização de sistemas caóticos aplicados a codificação e decodificação de mensagens, em [Rodrigues, 1996] onde foram desenvolvidos métodos de sincronização para aplicação em lasers acoplados, e em [Huang e Guo, 2004], onde as técnicas de sincronização, baseadas em uma função de Lyapunov envolvendo o erro de sincronização, foram utilizadas para estimar parâmetros em sistemas caóticos.

Os conceitos de sincronização aqui estudados garantem que as trajetórias de dois sistemas de equações diferenciais, dependentes dos parâmetros, serão

próximas, ou seja, a diferença entre suas respectivas soluções tende à zero a medida que o tempo tende à infinito, uma vez que estes estejam acoplados de forma apropriada.

Neste trabalho faz-se uso de um tipo de acoplamento unilateral de forma que o *modelo matemático* seja acoplado ao *sistema real*, enquanto este permanece independente do primeiro. Este tipo de acoplamento é conhecido na literatura como sincronização *mestre-escravo*, tendo sido utilizado em [Cari et al., 2006-i], na estimação dos parâmetros da máquina síncrona, e em [Pecora e Carroll, 1990], na sincronização de sistemas caóticos.

Com tal intuito, uma das saídas medidas, \hat{y} , do *sistema real* é realimentada como entrada do *modelo matemático*, assim espera-se melhorar a robustez do processo de estimação de parâmetros, fazendo com que as saídas de ambos os sistemas possam se aproximar, mesmo que suas condições iniciais estejam distantes.

Dessa forma, o processo de estimação de parâmetros pode ser considerado um problema de sincronização de sistemas.

4.2.1 Aplicação dos conceitos de sincronização de sistemas à técnica de sensibilidade de trajetória

Nesta seção apresenta-se o estudo da técnica de sensibilidade de trajetória aliada aos conceitos de sincronização estudados aplicada à estimação de parâmetros no sistema “massa-mola”.

Sendo o modelo massa-mola o mesmo apresentado no capítulo anterior deste trabalho, aplica-se a metodologia de sensibilidade de trajetória agregada de uma entrada de sincronização medida do *sistema real*, \hat{x}_1 , ao *modelo matemático*, ou seja, realiza-se uma sincronização *mestre-escravo* do mesmo.

Sob as mesmas condições anteriormente discutidas, se realizará a estimativa simultânea dos parâmetros k e m do sistema.

Com o objetivo de ilustrar as modificações provindas da agregação da entrada de sincronização à metodologia de sensibilidade de trajetória, o sistema

de equações (4.3) descreve a dinâmica do sistema com sincronização:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{u}{m} - \frac{k}{m} \cdot \hat{x}_1\end{aligned}\quad (4.3)$$

As equações (4.4)-(4.7) apresentam as funções de sensibilidade de trajetória para o sistema com sincronização:

$$\dot{\lambda}_{x_1}^k = \lambda_{x_2}^k \quad (4.4)$$

$$\dot{\lambda}_{x_2}^k = -\frac{\dot{\hat{x}}_1}{m} \quad (4.5)$$

$$\dot{\lambda}_{x_1}^m = \lambda_{x_2}^m \quad (4.6)$$

$$\dot{\lambda}_{x_2}^m = \frac{k}{m^2} \cdot \dot{\hat{x}}_1 - \frac{u}{m^2} \quad (4.7)$$

onde $\lambda_{x_1}^k = \frac{\partial x_1}{\partial k}$, $\lambda_{x_2}^k = \frac{\partial x_2}{\partial k}$, $\lambda_{x_1}^m = \frac{\partial x_1}{\partial m}$ e $\lambda_{x_2}^m = \frac{\partial x_2}{\partial m}$ são as funções de sensibilidade de trajetória.

A figura 4.2 mostra a aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando conceitos de sincronização de sistemas no processo de estimação de parâmetros do modelo massa-mola.

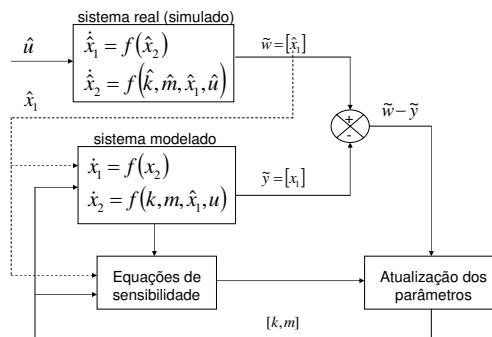


Figura 4.2: Diagrama da metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando conceitos de sincronização de sistemas aplicada ao sistema massa-mola.

Sendo então $\hat{k} = 8$ e $\hat{m} = 2$ os parâmetros corretos do sistema e considerando um desvio de $+50\%$ para o parâmetro inicial m e -50% para o parâmetro inicial k do modelo matemático, tem-se nas tabelas 4.1 e 4.2 os

resultados para a estimação simultânea dos parâmetros k e m , utilizando a técnica de sensibilidade de trajetória tradicional e agregando uma entrada de sincronização ao *modelo matemático* respectivamente.

Tabela 4.1: Resultados para a técnica de sensibilidade de trajetória convencional.

Iteração	k	m	$J(\%)$
0	4	3	2,6581
1	6,8021	5,3404	1,0516
2	10,2123	8,9908	0,7289
3	12,8784	14,6490	0,6060
4	12,8953	20,1661	0,5361
5	12,0460	21,2769	0,5277
:	:	:	:
12	12,0221	21,3088	0,5277

Tabela 4.2: Resultados para a técnica de sensibilidade de trajetória utilizando conceitos de sincronização de sistemas.

Iteração	k	m	$J(\%)$
0	4	3	78,5038
1	10,0002	1,4999	78,5352
2	8,5002	1,8749	3,1424
3	8,0313	1,9921	0,0109
4	8,0001	1,9999	$1,65 \cdot 10^{-7}$

Assim, verificou-se que a metodologia de sensibilidade de trajetória tradicional fez com que os parâmetros do modelo matemático convergissem para valores errados, o que não ocorreu com a agregação dos conceitos de sincronização ao processo de estimação convencional, resultando numa estimativa correta dos parâmetros do sistema.

Capítulo 5

Aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória na estimação de parâmetros em sistemas caóticos

5.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se, como caso de estudo, a aplicação da técnica de sensibilidade de trajetória para a estimação de parâmetros de um sistema caótico, o circuito de Chua, onde serão analisadas as diferentes dificuldades encontradas durante o processo de estimação.

Os sistemas caóticos apresentam uma dinâmica extremamente complexa e altamente dependente das condições iniciais, com isso espera-se verificar as potencialidades e deficiências da metodologia sob estudo.

Na literatura, existem relatos da aplicação da técnica de sensibilidade de trajetória, utilizando conceitos de sincronização, aplicada à estimação de parâmetros do sistema caótico de Lorenz, como no artigo [Cari et al., 2006-ii]. Porém, matematicamente, o circuito de Chua mostra-se mais complexo que o anterior, como discutido em [Shil'nikov, 1993], sendo a estimação de seus parâmetros um desafio.

O circuito de Chua, proposto pelo Professor Leon O. Chua, durante sua visita à Universidade de Waseda no Japão em 1983, como citado em [Matsumoto, 1984], constitui-se de três elementos armazenadores de energia, um resistor não linear ativo local, como descrito em [Chua et al., 1993-i], possuindo assim as condições mínimas necessárias para que um circuito eletrônico exiba um fenômeno caótico como foi comprovado em [Kennedy, 1993-i] e [Kennedy, 1993-ii], sendo este o sistema caótico mais simples de ser realizado fisicamente em laboratório, tal como mencionado nos artigos [Madan, 1992] e [Cruz e Chua, 1993].

5.2 O circuito caótico de Chua

O circuito de Chua tem sido amplamente estudado como uma fonte geradora de caos, tanto por suas complexidades e peculiaridades matemáticas, como descrito em [Shil'nikov, 1993], como por ser o único sistema, até então conhecido, a exibir caos: (i) observado em laboratório, (ii) confirmado por simulações computacionais e (iii) provado matematicamente, como apresentado em [Matsumoto et al., 1988] e [Chua, 1992].

Este circuito é composto por dois capacitores, um indutor real, um resistor e um elemento (resistor) não linear ativo, que recebe o nome de diodo de Chua, conforme apresentado na figura 5.1.

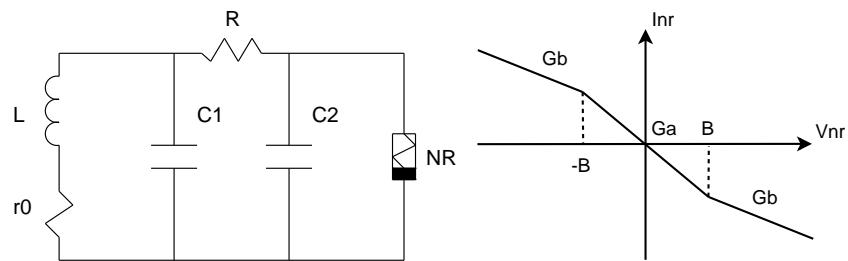


Figura 5.1: O circuito de Chua e a característica VxI do diodo de Chua.

O diodo de Chua, composto por uma malha de resistores e amplificadores operacionais como apresentado em [Kennedy, 1993-ii] e [Madan, 1992], é o elemento ativo responsável por alimentar o comportamento caótico do sistema,

sendo sua característica tensão-corrente elétrica composta por três diferentes regiões de resposta, conforme a figura 5.1.

O circuito de Chua tem sido utilizado, desde sua criação, como uma fonte de estudos para comportamentos caóticos, tendo uma importante aplicação na aproximação e descrição do comportamento caótico de diversos outros sistemas caóticos, como apresentado em [Chua et al., 1993-ii] e [Chua, 1992].

A dinâmica do circuito de Chua, obtida através da aplicação das leis de Kirchhoff ao sistema, é descrita pelo seguinte conjunto de equações diferenciais:

$$C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = \frac{1}{R} (v_{C2} - v_{C1}) - I_{NR}(v_{C1}) \quad (5.1)$$

$$C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{1}{R} (v_{C1} - v_{C2}) - i_L \quad (5.2)$$

$$L \frac{di_L}{dt} = -v_{C2} - r_0 \cdot i_L \quad (5.3)$$

$$I_{NR}(v_{C1}) = G_b \cdot v_{C1} + \frac{1}{2} (G_a - G_b) \cdot \{|v_{C1} + B| - |v_{C1} - B|\} \quad (5.4)$$

onde v_{C1} e v_{C2} , são as tensões sobre os capacitores com capacitâncias C_1 e C_2 , i_L é a corrente que atravessa o indutor com indutância L , r_0 é a resistência associada a este indutor, R é a resistência acoplada entre os capacitores, G_a , G_b e B são as inclinações e o ponto de transição da curva de resposta tensão-corrente do diodo de Chua, sendo a resposta dinâmica do mesmo descrita pela equação (5.4).

Fazendo então, a seguinte mudança de variáveis $x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{v_{C1}}{B}$, $y \stackrel{\text{def}}{=} \frac{v_{C2}}{B}$, $z \stackrel{\text{def}}{=} \frac{i_L}{B}$, $\alpha \stackrel{\text{def}}{=} \frac{C_2}{C_1}$, $\beta \stackrel{\text{def}}{=} \frac{R^2 \cdot C_2}{L} =$, $\gamma \stackrel{\text{def}}{=} \frac{R \cdot r_0 \cdot C_2}{L}$, $a \stackrel{\text{def}}{=} R \cdot G_a$, $b \stackrel{\text{def}}{=} R \cdot G_b$ e $\tau \stackrel{\text{def}}{=} \frac{t}{|R \cdot C_2|}$, terem-se o seguinte sistema de equações diferenciais adimensionais:

$$\frac{dx}{d\tau} = \alpha(y - x - f(x)) \quad (5.5)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = x - y + z \quad (5.6)$$

$$\frac{dz}{d\tau} = -\beta \cdot y - \gamma \cdot z \quad (5.7)$$

$$f(x) = b \cdot x + \frac{1}{2} (a - b) \{ |x + 1| - |x - 1| \} \quad (5.8)$$

5.2.1 Aplicação da técnica de sensibilidade de trajetória na estimativa de parâmetros

Seja o circuito de Chua, descrito pelas equações (5.5)-(5.8), com parâmetros corretos iguais a: $\hat{C}_1 = 1 \text{ nF}$, $\hat{C}_2 = 6,5792 \text{ nF}$, $\hat{L} = 100,8 \text{ mH}$, $\hat{R} = 0,4087 \Omega$, $\hat{r}_0 = -0,00167 \Omega$, $\hat{G}_a = -2,8922 \text{ mho}$, $\hat{G}_b = -1,5962 \text{ mho}$ e $B = 1 \text{ V}$, ou seja, $\hat{\alpha} = 6,5792$, $\hat{\beta} = 10,9024$, $\hat{\gamma} = -0,0445$, $\hat{a} = -1,1820$ e $\hat{b} = -0,6524$.

Neste primeiro teste, utiliza-se a técnica de sensibilidade de trajetória tradicional para estimar o parâmetro β , do modelo adimensional do circuito de Chua, conforme apresentado na figura 5.2, onde o vetor de saída, $\tilde{w} = [\hat{x} \ \hat{y} \ \hat{z}]$, é composto por todas as variáveis do estado do sistema, ou seja, as tensões sobre os capacitores e a corrente que flui pelo indutor do circuito.

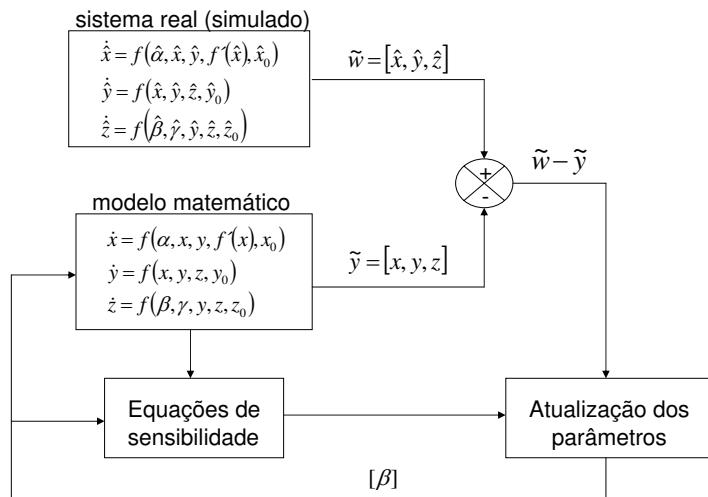


Figura 5.2: Técnica de sensibilidade de trajetória aplicada à estimativa de parâmetros no circuito de Chua.

Utilizando as seguintes condições iniciais $[x_0 \ y_0 \ z_0]^t = [0, 15 \ 0, 9 \ 0, 8]^t$ e aplicando o método de Runge-Kutta de 4^a ordem para integrar o sistema de equações diferenciais (5.5)-(5.8), obtém-se os comportamentos das variáveis de estado x , y e z como apresentado na figura 5.3.

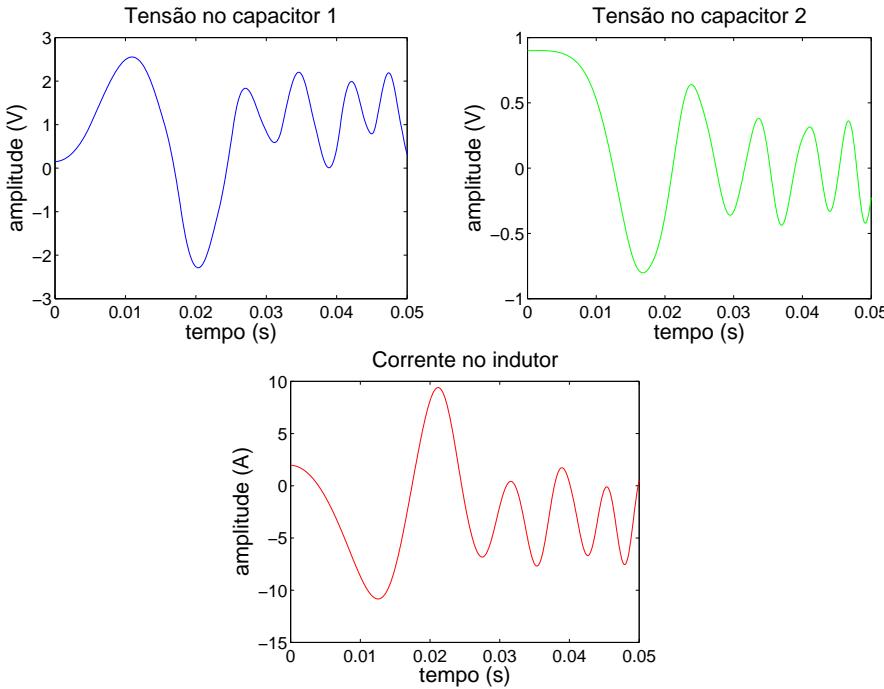


Figura 5.3: Comportamento das variáveis de estado do circuito de Chua.

Derivando as equações de sensibilidade de trajetória em relação ao parâmetro β tem-se:

$$\dot{\lambda}_x^\beta = \alpha(\lambda_y^\beta - \lambda_x^\beta) - \left\{ b \cdot \lambda_x^\beta + \left[\left(\frac{a-b}{2} \right) \cdot g(\lambda_x^\beta, x) \right] \right\} \quad (5.9)$$

$$g(\lambda_x^\beta, x) = |\lambda_x^\beta| \cdot \text{sign}(x+1) - |\lambda_x^\beta| \cdot \text{sign}(x-1) \quad (5.10)$$

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{se } \sigma \geq 0 \\ -1 & \text{se } \sigma < 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

$$\dot{\lambda}_y^\beta = \lambda_x^\beta - \lambda_y^\beta + \lambda_z^\beta \quad (5.12)$$

$$\dot{\lambda}_z^\beta = -y - \beta \cdot \lambda_y^\beta - \gamma \cdot \lambda_z^\beta \quad (5.13)$$

onde $\lambda_x^\beta = \frac{\partial x}{\partial \beta}$, $\lambda_y^\beta = \frac{\partial y}{\partial \beta}$ e $\lambda_z^\beta = \frac{\partial z}{\partial \beta}$ são as funções de sensibilidade de trajetória do sistema em relação ao parâmetro β .

Aplicando a técnica de sensibilidade de trajetória tradicional, verifica-se que a metodologia converge para um desvio máximo de $\pm 1,7\%$ no parâmetro, utilizando o método de Runge-Kutta de 4^a ordem para realizar o cálculo das

funções de sensibilidade de trajetória, após 23 iterações, considerando uma tolerância de 0,0001 para o funcional do erro.

Na figura 5.4 mostra-se a tensão sobre o capacitor 2 antes e depois da estimação do parâmetro β .

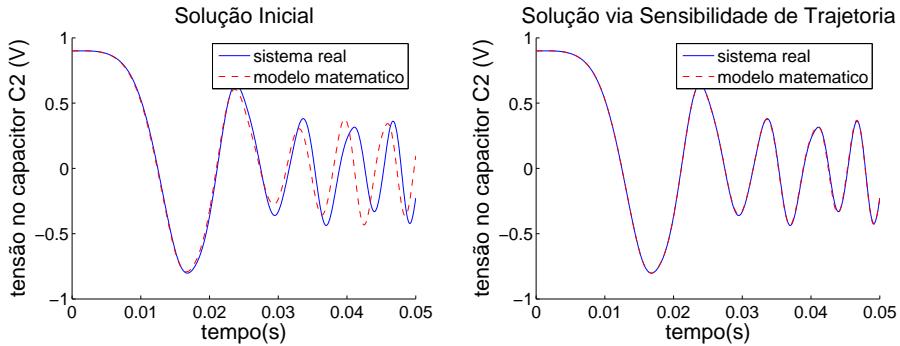


Figura 5.4: Saídas inicial e final do processo de estimação de 1 parâmetro no circuito de Chua, considerando um desvio inicial de $+1,7\%$ no valor correto do parâmetro.

Verifica-se então, que a metodologia de sensibilidade de trajetória apresenta algumas deficiências: (i) é uma análise local fazendo o algoritmo muito sensível as condições iniciais dos parâmetros sob análise e (ii) parâmetros com baixa sensibilidade, em relação aos demais, não são numericamente identificáveis, como citado em [Hiskens, 2001]. Dessa forma, não é possível estimar 1 parâmetro, no circuito de Chua, a menos que tenha conhecimento de seu valor correto acrescido de uma pequena imprecisão.

A tabela 5.1 apresenta os resultados obtidos para a estimação de 1 parâmetro no circuito caótico de Chua.

Tabela 5.1: Estimação de 1 parâmetro no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória).

Parâmetro	V. inicial	V. final	V. real	Erro (%)
β	11,0877	10,9123	10,9024	0,09

Ao se tentar estimar 2 parâmetros, ao mesmo tempo, utilizando a técnica de sensibilidade de trajetória convencional, a metodologia diverge mesmo para desvios iniciais de 0,1% nos parâmetros, revelando sua inadequação à estimação de parâmetros em sistemas caóticos.

5.2.2 Aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando o acoplamento de variáveis de entrada na estimação de parâmetros

Neste segundo teste, agraga-se à técnica de sensibilidade de trajetória o acoplamento de uma variável de entrada para estimar o parâmetro β isoladamente, e os parâmetros β e γ simultaneamente. Para tanto, uma das variáveis de estado medida no sistema real é utilizada como entrada do *modelo matemático*, eliminando do mesmo a equação diferencial que a representa, promovendo desta forma um melhor condicionamento do processo de estimação de parâmetros, como descrito em [Cari et al., 2006-i].

A variável escolhida para realizar o acoplamento de entrada do modelo matemático é a tensão sobre o capacitor 2, \hat{x} , uma vez que com isso elimina-se a equação (5.5) do *modelo matemático*, eliminando simultaneamente a não linearidade, $f(x)$, contida na mesma, conforme apresentado na figura 5.5.

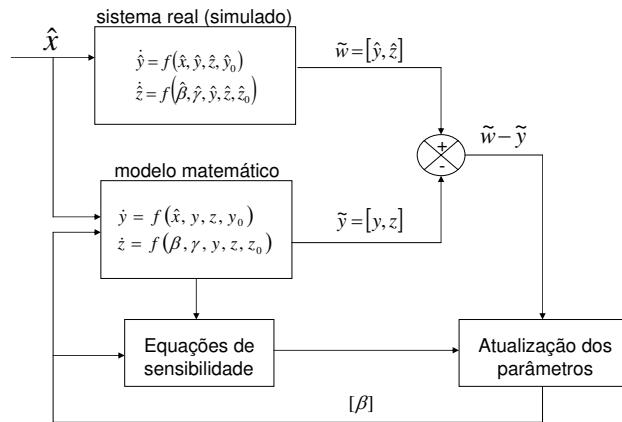


Figura 5.5: Metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando o acoplamento de variáveis de entrada na estimação de parâmetros no circuito de Chua.

As equações de sensibilidade de trajetória em relação ao parâmetro β , agora, resumem-se apenas as equações (5.12) e (5.13).

Utilizando como vetor de saída $\tilde{y} = [y \ z]$, sob as mesmas condições iniciais anteriores, e o método de Runge-Kutta de 4^a ordem para realizar o cálculo da função de sensibilidade de trajetória, após 13 iterações, considerando uma

tolerância de 0,0001 para o funcional do erro, verifica-se que a metodologia converge para parâmetros iniciais com desvios de até $\pm 80\%$, como pode ser observado na tabela 5.2.

Tabela 5.2: Estimação de 1 parâmetro no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e o acoplamento da variável de entrada).

Parâmetro	V. inicial	V. final	V. real	Erro (%)
β	21,8048	10,7860	10,9024	1,07

A figura 5.6 apresenta o comportamento da tensão sobre o capacitor 2, antes e depois do processo de estimação de parâmetros.

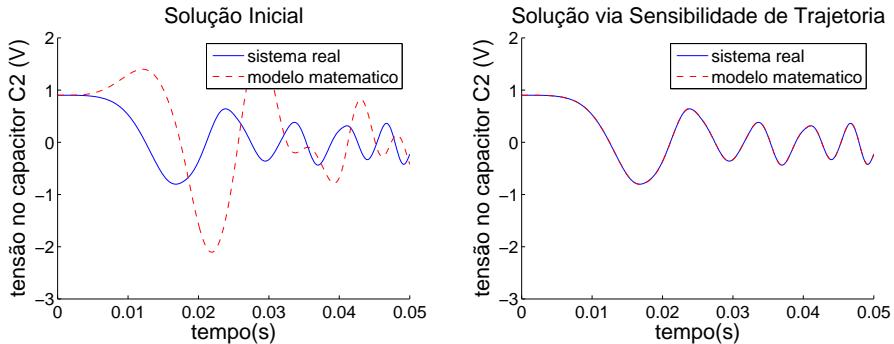


Figura 5.6: Comportamento das saídas antes e depois da estimação de 1 parâmetro do circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e acoplamento da variável de entrada), considerando um desvio inicial de $+80\%$ no valor correto do parâmetro.

Estimando-se simultaneamente os parâmetros β e γ , utilizando as equações de sensibilidade de trajetória em relação ao parâmetro β , como sendo (5.12) e (5.13), e em relação ao parâmetro γ como a seguir:

$$\dot{\lambda}_y^\gamma = -\lambda_y^\gamma + \lambda_z^\gamma \quad (5.14)$$

$$\dot{\lambda}_z^\gamma = -\beta \cdot \lambda_y^\gamma - z - \gamma \cdot \lambda_z^\gamma \quad (5.15)$$

onde $\lambda_y^\gamma = \frac{\partial y}{\partial \gamma}$ e $\lambda_z^\gamma = \frac{\partial z}{\partial \gamma}$ são as funções de sensibilidade de trajetória do sistema em relação ao parâmetro λ .

Utilizando o método de Runge-Kutta de 4^a ordem para avaliar as funções de sensibilidade de trajetória, após 34 iterações, considerando uma tolerância

de 0,0001 para o funcional do erro, verifica-se que a metodologia converge para parâmetros iniciais com desvios de até $\pm 70\%$, sendo este desvio dado numa mesma direção para todos os parâmetros sob análise, conforme verifica-se na figura 5.7.

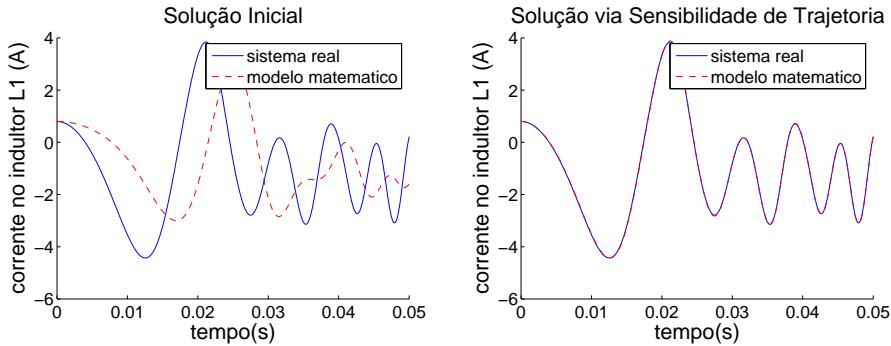


Figura 5.7: Comportamento das saídas antes e depois da estimação de 2 parâmetros do circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e o acoplamento da variável de entrada), considerando um desvio inicial de -70% nos valores corretos dos parâmetros.

A tabela 5.3, apresenta os resultados para a estimação simultânea de 2 parâmetros, utilizando a técnica de sensibilidade de trajetória agregada do acoplamento de uma variável de entrada.

Tabela 5.3: Estimação de 2 parâmetros no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e o acoplamento da variável de entrada).

Parâmetro	V. inicial	V. final	V. real	Erro (%)
β	2,7256	10,7644	10,9024	1,27
γ	-0,0111	-0,0424	-0,0445	4,86

Com a utilização do acoplamento da variável de entrada à técnica de sensibilidade de trajetória, observa-se um ganho significativo no condicionamento do processo de estimação de parâmetros, porém existe uma grande desvantagem na necessidade de realizar vários tipos diferentes de acoplamentos de entrada para estimar todos os parâmetros do sistema, uma vez que se perde a informação da equação diferencial associada a variável de acoplamento, como observa-se no teste realizado, onde ao realizar o acoplamento da variável de entrada \hat{x} , perde-se as informações a respeito dos parâmetros α , a e b .

5.2.3 Aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando conceitos de sincronização de sistemas na estimação de parâmetros

Neste terceiro teste, os parâmetros α , β e γ serão estimados simultaneamente. Com esse intuito agraga-se à técnica de sensibilidade de trajetória tradicional conceitos de sincronização, ou seja, realiza-se um tipo de sincronização *mestre-escravo*, onde uma variável se saída do *sistema real* é implementada como entrada do *modelo matemático*, porém conservando-se todas as equações diferenciais do mesmo, como realizado em [Cari et al., 2006-i] e [Cari et al., 2006-ii] na estimação dos parâmetros da máquina síncrona.

Escolhendo como variável de sincronização a tensão medida sobre o capacitor 1 do *sistema real*, \hat{x} , aplica-se a metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando um acoplamento *mestre-escravo*, como na figura 5.8

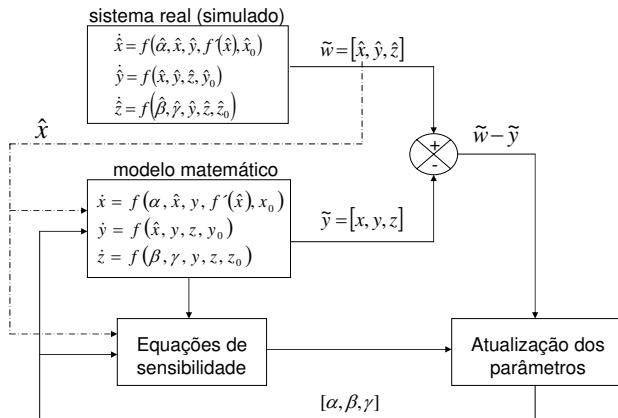


Figura 5.8: Diagrama da metodologia de sensibilidade de trajetória utilizando conceitos de sincronização de sistemas aplicada ao circuito de Chua.

Derivando as equações de sensibilidade de trajetória, considerando \hat{x} a variável de sincronização, para o circuito de Chua, tem-se:

$$\dot{\lambda}_x^\alpha = y - \hat{x} - b \cdot \hat{x} + \left[\left(\frac{a-b}{2} \right) \cdot h(\hat{x}) \right] + \alpha \cdot \lambda_x^\alpha \quad (5.16)$$

$$h(\hat{x}) = |\hat{x} + 1| - |\hat{x} - 1| \quad (5.17)$$

$$\dot{\lambda}_y^\alpha = -\lambda_y^\alpha + \lambda_z^\alpha \quad (5.18)$$

$$\dot{\lambda}_z^\alpha = -\beta \cdot \lambda_y^\alpha - \gamma \cdot \lambda_z^\alpha \quad (5.19)$$

$$\dot{\lambda}_x^\beta = \alpha \cdot \lambda_x^\beta \quad (5.20)$$

$$\dot{\lambda}_y^\beta = -\lambda_y^\beta + \lambda_z^\beta \quad (5.21)$$

$$\dot{\lambda}_z^\beta = -y - \beta \cdot \lambda_y^\alpha - \gamma \cdot \lambda_z^\alpha \quad (5.22)$$

$$\dot{\lambda}_x^\gamma = \alpha \cdot \lambda_x^\gamma \quad (5.23)$$

$$\dot{\lambda}_y^\gamma = -\lambda_y^\gamma + \lambda_z^\beta \quad (5.24)$$

$$\dot{\lambda}_z^\gamma = -\beta \cdot \lambda_y^\gamma - z - \gamma \cdot \lambda_z^\gamma \quad (5.25)$$

Avaliando as equações de sensibilidade de trajetória, utilizando o método de Runge-Kutta de 4^a ordem, após 32 iterações, considerando uma tolerância de 0,00001 para o funcional do erro, verifica-se que a metodologia converge para parâmetros iniciais com desvios de até $\pm 65\%$, considerando o desvio dado numa mesma direção para todos os parâmetros sob análise, conforme verifica-se na figura 5.9.

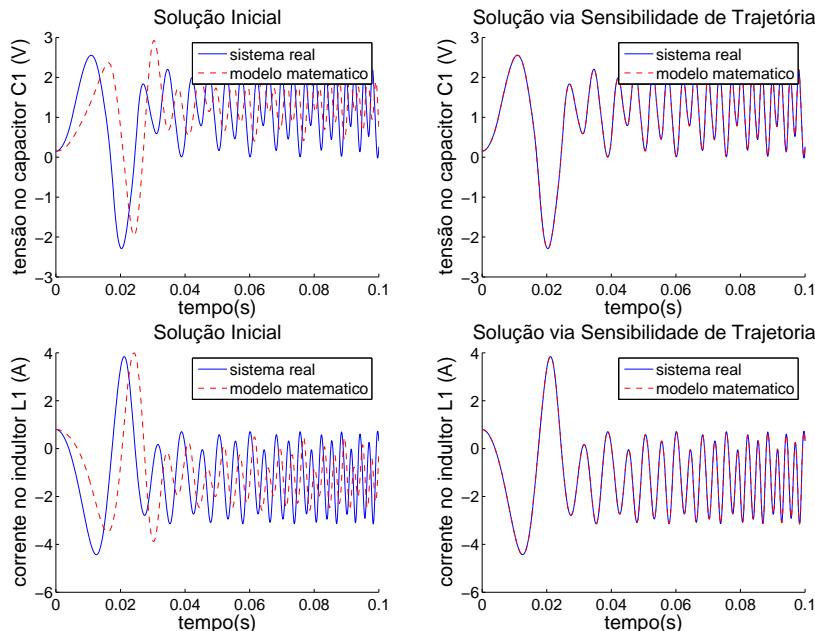


Figura 5.9: Saídas antes e depois da estimação de 3 parâmetros do circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização), considerando um desvio inicial de -65% nos valores corretos dos parâmetros.

A tabela 5.4 apresenta os resultados do processo de estimação para a metodologia de sensibilidade de trajetória agregada de sincronização aplicada à estimação simultânea de 3 parâmetros do circuito de Chua.

Tabela 5.4: Estimação de 3 parâmetros no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização).

Parâmetro	V. inicial	V. final	V. real	Erro (%)
α	2,3027	6,5878	6,5792	0,13
β	3,8158	10,8947	10,9024	0,07
γ	-0,0156	-0,0465	-0,0445	4,36

Estimando-se os parâmetros a e b simultaneamente aos três parâmetros já estimados anteriormente, fazendo uso da variável medida \hat{x} como variável de sincronização e utilizando as funções de sensibilidade de trajetória em relação aos parâmetros α , β e γ , como descritas nas equações (5.16)-(5.25), e em relação aos parâmetros a e b como a seguir:

$$\dot{\lambda}_x^a = \alpha \left(\lambda_y^a - \frac{1}{2} \{ |\hat{x} + 1| - |\hat{x} - 1| \} \right) \quad (5.26)$$

$$\dot{\lambda}_y^a = -\lambda_y^a + \lambda_z^a \quad (5.27)$$

$$\dot{\lambda}_z^a = -\beta \cdot \lambda_y^a - \gamma \cdot \lambda_z^a \quad (5.28)$$

$$\dot{\lambda}_x^b = \alpha \cdot \left(\lambda_y^b + \frac{1}{2} \{ |\hat{x} + 1| - |\hat{x} - 1| \} \right) \quad (5.29)$$

$$\dot{\lambda}_y^b = -\lambda_y^b + \lambda_z^b \quad (5.30)$$

$$\dot{\lambda}_z^b = -\beta \cdot \lambda_y^b - \gamma \cdot \lambda_z^b \quad (5.31)$$

Utilizando o método de Runge-Kutta de 4^a ordem para solucionar as funções de sensibilidade de trajetória, após 9 iterações, considerando uma tolerância de 0,00001 para o funcional do erro, verifica-se que a metodologia converge para parâmetros iniciais com desvios de até $\pm 70\%$, sendo este desvio dado numa mesma direção pra todos os parâmetros sob análise, conforme observa-se na tabela 5.5.

Tabela 5.5: Estimação de 5 parâmetros no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização).

Parâmetro	V. inicial	V. final	V. real	Erro (%)
α	1,9738	6,5993	6,5792	0,30
β	3,2707	10,8959	10,9024	0,06
γ	-0,0134	-0,0428	-0,0445	3,92
a	-0,3546	-1,1813	-1,1820	0,06
b	-0,1957	-0,6527	-0,6524	0,05

A figura 5.10 apresenta o comportamento da tensão sobre o capacitor 1, antes e depois do processo de estimação de parâmetros.

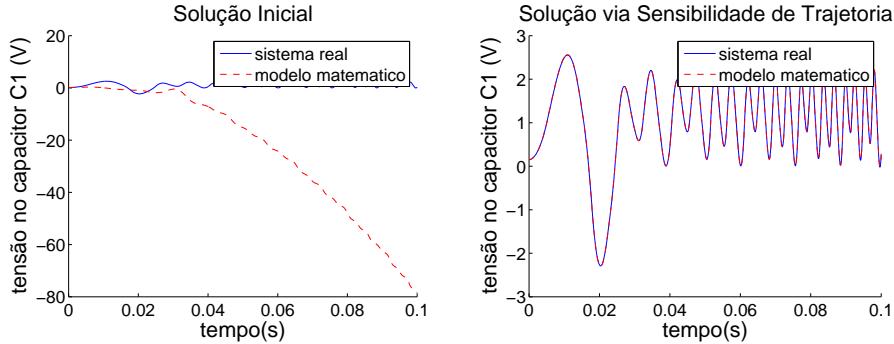


Figura 5.10: Saídas antes e depois da estimação de 5 parâmetros do circuito de Chua (sensibilidade de trajetória e sincronização), considerando um desvio inicial de -70% nos valores corretos dos parâmetros.

Considerando agora as condições iniciais do circuito de Chua, x_0 , y_0 e z_0 , como parâmetros, uma vez que sua dinâmica caótica o faz altamente sensível à variações nas mesmas, e estimando-as conjuntamente aos cinco parâmetros anteriormente identificados, utilizando como variável de sincronização a tensão medida sobre o capacitor 1, \hat{x} , e utilizando as funções de sensibilidade de trajetória em relação ao parâmetros α , β , γ , a e b como descritas nas equações (5.16)-(5.31), e em relação as condições iniciais na forma em que estão apresentadas a seguir:

$$\lambda_x^{x_0} = \alpha \cdot \lambda_y^{x_0} \quad (5.32)$$

$$\lambda_y^{x_0} = -\lambda_y^{x_0} + \lambda_z^{x_0} \quad (5.33)$$

$$\dot{\lambda}_z^{x_0} = -\beta \cdot \lambda_y^{x_0} - \gamma \cdot \lambda_z^{x_0} \quad (5.34)$$

$$\dot{\lambda}_x^{y_0} = \alpha \cdot \lambda_y^{y_0} \quad (5.35)$$

$$\dot{\lambda}_y^{y_0} = -\lambda_y^{y_0} + \lambda_z^{y_0} \quad (5.36)$$

$$\dot{\lambda}_z^{y_0} = -\beta \cdot \lambda_y^{y_0} - \gamma \cdot \lambda_z^{y_0} \quad (5.37)$$

$$\dot{\lambda}_x^{z_0} = \alpha \cdot \lambda_y^{z_0} \quad (5.38)$$

$$\dot{\lambda}_y^{z_0} = -\lambda_y^{z_0} + \lambda_z^{z_0} \quad (5.39)$$

$$\dot{\lambda}_z^{z_0} = -\beta \cdot \lambda_y^{z_0} - \gamma \cdot \lambda_z^{z_0} \quad (5.40)$$

Ressalta-se uma informação muito importante, na estimativa das condições iniciais, que é o valor das condições iniciais das funções de sensibilidade $\lambda_x^{x_0}(t_0)$, $\lambda_y^{y_0}(t_0)$ e $\lambda_z^{z_0}(t_0)$.

No ponto inicial (t_0) dada uma variável k e sua condição inicial (k_0), tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial k_0}(t_0) &\approx \frac{\Delta k}{\Delta k_0}(t_0) \\ \frac{\Delta k}{\Delta k_0}(t_0) &= \frac{\Delta k_0}{\Delta k_0} = 1 \end{aligned} \quad (5.41)$$

Desta forma determinam-se os valores das condições iniciais das funções de sensibilidade de trajetória de interesse como sendo $\lambda_x^{x_0}(t_0) = \lambda_y^{y_0}(t_0) = \lambda_z^{z_0}(t_0) = 1$.

A figura 5.11 exemplifica a formulação matemática apresentada acima.

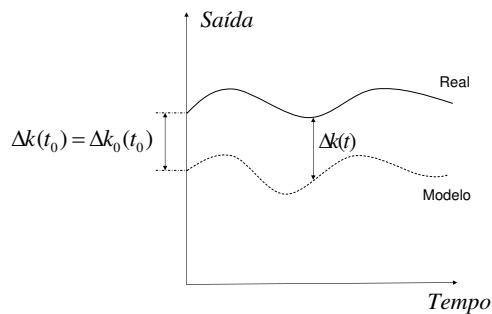


Figura 5.11: Determinação da condição inicial da função de sensibilidade de trajetória em relação a uma condição inicial desconhecida.

Com o intuito de aproximar a resposta dinâmica do *sistema real simulado por computador* através da resolução das equações diferenciais (5.5)-(5.8) das medições realizadas em um *sistema real*, introduz-se um ruído gaussiano branco de valor igual a 5% do máximo valor da variável sob medida.

Desta forma, uma vez que o *modelo matemático* do sistema não descreve o ruído nas medidas, a metodologia de sensibilidade de trajetória apresenta-se robusta a introdução de ruídos nas medições das saídas do *sistema real*. Porém, a condição de convergência do processo de estimação de parâmetros deve ser modificada neste caso, uma vez que o funcional do erro sempre irá ser maior que a tolerância especificada devido à presença de erros nas medições, toma-se então a máxima variação dos parâmetros entre sucessivas iterações como condição para a convergência, como em [Benchluch e Chow, 1993].

Avaliando então, as funções de sensibilidade de trajetória utilizando o método de Runge-Kutta de 4^a ordem obteve-se a convergência, após 19 iterações, considerando uma tolerância de 0,0001 para a variação dos parâmetros, verifica-se que a metodologia converge para parâmetros iniciais com desvios de até $\pm 70\%$, considerando um desvio dado numa mesma direção para todos os parâmetros, conforme observa-se na tabela 5.6.

Tabela 5.6: Estimação de 8 parâmetros no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização).

Parâmetro	V. inicial	V. final	V. real	Erro (%)
α	1,9738	6,5286	6,5792	0,77
β	3,2707	10,8911	10,9024	0,10
γ	-0,0134	-0,0512	-0,0445	14,83
a	-0,3546	-1,1811	-1,1820	0,08
b	-0,1957	-0,6565	-0,6524	0,63
x_0	0,0450	0,1227	0,1500	18,23
y_0	0,2700	0,9032	0,9000	0,35
z_0	0,2400	0,8020	0,8000	0,25

A figura 5.12 apresenta os comportamentos da tensão sobre o capacitor 1 e da corrente no indutor no início e no fim do processo de estimação dos 8 parâmetros no circuito de Chua.

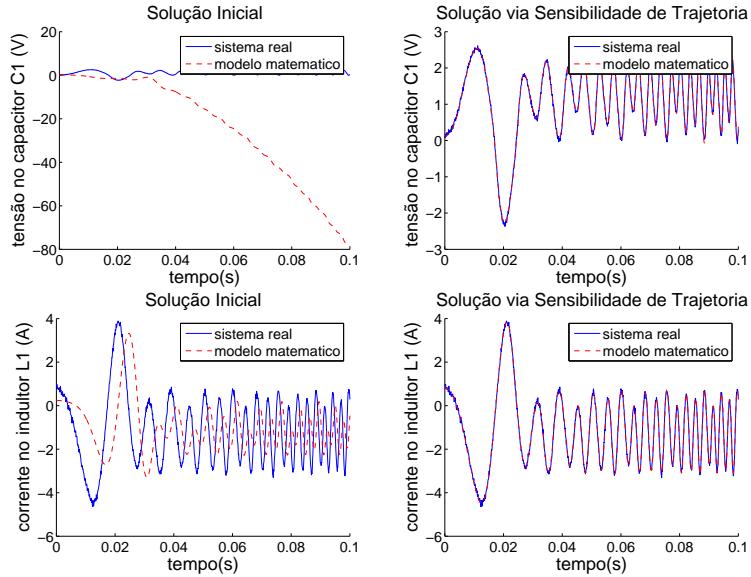


Figura 5.12: Saídas antes e depois da estimação de 8 parâmetros do circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização), considerando um desvio inicial de -70% nos valores corretos dos parâmetros.

Observa-se, no entanto, uma grande disparidade entre os valores estimados e os corretos para o parâmetro γ e para a condição inicial x_0 , revelando a ineficiência da metodologia em atingir a sincronização, uma vez que o processo de sincronização implica na igualdade entre os parâmetros estimados e os parâmetros corretos do *sistema real*.

Desta forma, pode-se concluir que um algoritmo de estimação de parâmetros conduz a uma estimativa correta dos mesmos se este satisfaz a duas condições:

1. A sincronização entre as saídas do *sistema real* e do *modelo matemático* implica na proximidade entre os parâmetros de ambos os modelos
2. O algoritmo de ajuste dos parâmetros provê a sincronização entre as saídas do *sistema real* e do *modelo matemático*.

Utilizando a metodologia de sensibilidade de trajetória agregada dos conceitos de sincronização de sistemas, constata-se que a primeira hipótese pode ser satisfeita a partir de uma nova concepção de sincronização, conforme apresentado na definição 5.42 dada a seguir:

Definição 5.2.1. As saídas do sistema real, $\tilde{w}(t)$, e do modelo matemático, $\tilde{y}(t)$, \mathcal{C}^1 -sincronizam, num dado intervalo de tempo $[T_a, T_b]$, com precisão ε se:

$$\sup_{T_a \leq t \leq T_b} |\tilde{w}(t) - \tilde{y}(t)| + \sup_{T_a \leq t \leq T_b} |\dot{\tilde{w}}(t) - \dot{\tilde{y}}(t)| < \varepsilon \quad (5.42)$$

Verifica-se deste modo que ocorrendo a diminuição da diferença entre as saídas do *sistema real* e do *modelo matemático*, bem como da diferença entre as derivadas de suas saídas, pode-se concluir que ambos os sistemas sincronizam, segundo a definição 5.42.

Tomando como exemplo o circuito de Chua, descrito pelas equações (5.5)-(5.7), uma vez que o *sistema real* e o *modelo matemático* \mathcal{C}^1 -sincronizem, ou seja, $x - \hat{x} = y - \hat{y} = z - \hat{z} = 0$ e $\dot{x} - \dot{\hat{x}} = \dot{y} - \dot{\hat{y}} = \dot{z} - \dot{\hat{z}} = 0$, obtém-se as seguintes equações diferença:

$$\begin{aligned} \dot{x} - \dot{\hat{x}} &= (\alpha - \hat{\alpha}).y - (\alpha - \hat{\alpha}).x - (\alpha.\beta - \hat{\alpha}.\hat{\beta}).x + \\ &\quad - \frac{1}{2}[\alpha.a - \hat{\alpha}.\hat{a} + \hat{\alpha}.\hat{b} - \alpha.b][|x + 1| - |x - 1|] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.43)$$

$$\dot{y} - \dot{\hat{y}} = 0 \quad (5.44)$$

$$\dot{z} - \dot{\hat{z}} = -(\beta - \hat{\beta}).y - (\gamma - \hat{\gamma}).z = 0 \quad (5.45)$$

Conclui-se portanto que: $\alpha = \hat{\alpha}$, $\beta = \hat{\beta}$, $\gamma = \hat{\gamma}$, $a = \hat{a}$ e $b = \hat{b}$, provando a primeira hipótese de que a sincronização implica na correta estimação dos parâmetros.

Analizando a segunda hipótese, para a metodologia de sensibilidade de trajetória agregada dos conceitos de sincronização de sistemas, conclui-se que, embora esta não possa ser facilmente provada pode ser facilmente verificada através dos resultados obtidos ao final dos diversos testes de estimação de parâmetros realizados.

Logo, como intuito de melhorar o processo de estimação de parâmetros introduz-se um termo forçante de sincronização, $-k(x - \hat{x})$, com o intuito de obter a sincronização entre o modelo matemático modificado, agora denominado *sistema auxiliar*, e o *sistema real*, na equação (5.5) da seguinte

forma:

$$\frac{dx}{d\tau} = \alpha(y - \hat{x} - f(\hat{x})) - k(x - \hat{x}) \quad (5.46)$$

onde x é a variável do *sistema auxiliar* e \hat{x} é a variável de sincronização medida do *sistema real*.

Assim, todas as funções de sensibilidade de trajetória derivadas da equação (5.46) em relação aos parâmetros e as condições iniciais terão o acréscimo do termo $-k \cdot \lambda_x^p$, onde λ_x^p é a função de sensibilidade de trajetória em relação ao parâmetro ou a condição inicial, p , de interesse.

Utilizando um valor de k suficientemente grande obtém-se a sincronização do *sistema auxiliar* e do *sistema real*, o que implica na igualdade dos parâmetros de ambos.

Sendo $k = 10$ e solucionando as funções de sensibilidade de trajetória utilizando o método de Runge-Kutta de 4^a ordem obteve-se a convergência, após 9 iterações, considerando uma tolerância de 0,0001 para a variação dos parâmetros, verifica-se que a metodologia converge e ocorre a sincronização entre o sistema auxiliar e o sistema real, para parâmetros iniciais com desvios de até $\pm 65\%$, sendo este desvio dados numa mesma direção para todos os parâmetros, conforme observa-se na tabela 5.7.

Tabela 5.7: Estimação de 8 parâmetros no circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização com termo forçante).

Parâmetro	V. inicial	V. final	V. real	Erro (%)
α	2,3027	6,5435	6,5792	0,54
β	3,8158	10,8906	10,9024	0,11
γ	-0,0156	-0,0444	-0,0445	0,27
a	-0,4137	-1,1807	-1,1820	0,12
b	-0,2283	-0,6539	-0,6524	0,24
x_0	0,0525	0,1542	0,1500	2,83
y_0	0,3150	0,9009	0,9000	0,10
z_0	0,2800	0,8185	0,8000	2,31

A figura 5.13 apresenta o comportamento da corrente sobre o indutor, antes e depois do processo de estimação de parâmetros.

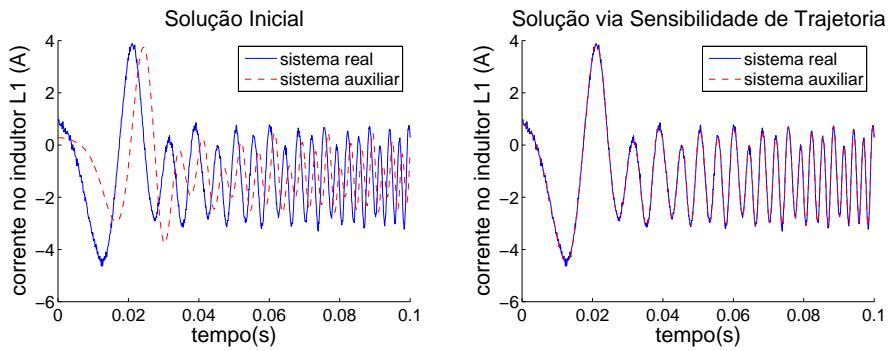


Figura 5.13: Saídas antes e depois da estimação de 8 parâmetros do circuito de Chua (utilizando sensibilidade de trajetória e sincronização com termo forçante), considerando um desvio inicial de -65% nos valores corretos dos parâmetros.

Por fim, pôde-se verificar que aliando os conceitos de sincronização à técnica convencional de sensibilidade de trajetória, obteve-se um melhor condicionamento no processo de estimação dos parâmetros do circuito caótico de Chua, desta forma conclui-se ser esta a melhor metodologia, dentre as apresentadas neste trabalho, para realizar a estimação de parâmetros em sistemas cuja dinâmica é altamente complexa, como no caso dos sistemas caóticos.

Capítulo 6

A aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória na estimação de parâmetros em modelos de carga de SEP's

6.1 Introdução

Neste capítulo, será realizada a estimativa dos parâmetros de um modelo estático de carga em um SEP, composto por um modelo de carga ZIP. Para tanto serão discutidas as principais dificuldades encontradas na determinação de tais parâmetros, bem como a modelagem dos diversos componentes do SEP utilizados neste estudo para realizar sua simulação dinâmica.

O conhecimento preciso dos parâmetros da carga do SEP sempre foi um desafio devido a sua característica dinâmica de composição e utilização. Mas tal conhecimento torna-se imprescindível a medida que o comportamento transitório do SEP é fundamentalmente determinado pelas características das cargas do mesmo, como provado em [Marakov et al., 1996] e [Hiskens e Milanovic, 1995], onde verificou-se que o amortecimento de pequenas perturbações do SEP é prioritariamente ditado pelas características dinâmicas de sua carga.

6.2 Dificuldades na determinação da carga de SEP's

Em um SEP diversas são as definições do termo “*carga*”, tal como apresentado em [IEEE Task Force, 1993]:

1. Um equipamento conectado ao SEP que consome potências ativa e reativa;
2. A potência total ativa e/ou reativa consumida por todos os equipamentos conectados ao SEP;
3. Uma porção do sistema que não é explicitamente representado por um modelo de sistema, mas é tratado como um simples equipamento consumidor de potência conectado a uma barra do sistema;
4. A potência de saída de um gerador ou planta geradora.

Neste trabalho o termo “*carga*” será utilizado no sentido da definição 3 acima exposta, sendo portanto uma representação simplificada de uma parte do SEP.

Muitos são os entraves para a correta determinação da carga de um SEP, uma vez que suas características tendem a variar com o dia da semana, a estação do ano, os acontecimentos locais, as falhas não previstas, etc. Tais variáveis tornam um verdadeiro desafio sua modelagem.

As principais dificuldades na determinação da carga de um SEP encontram-se relacionados aos seguintes fatos:

1. O grande número de equipamentos que compõe a mesma;
2. A diversidade dos fatores de utilização de seus diversos componentes;
3. A localização das cargas pode ser inacessível pela concessionária;
4. Os parâmetros fornecidos pelos clientes possuem pouca exatidão;
5. A incerteza dos parâmetros das cargas cresce com o tempo uma vez que o estresse degrada a operação das mesmas.

6.3 Modelagem de cargas em SEP's

Na literatura existem quatro principais metodologias para a modelagem de cargas em SEP's:

1. **Modelagem baseada em medidas:** baseia-se na aquisição de medidas do comportamento transitório do SEP, utilizando algoritmos numéricos para realizar o ajuste dos parâmetros de um modelo de carga previamente estabelecido. Este tipo de modelagem está apresentada nos artigos [Morison et al., 2003] e [IEEE Task Force, 1993].
2. **Modelagem baseada em componentes:** baseia-se na pesquisa estatística da composição das cargas do SEP, utilizando modelos genéricos para representar cada porção da carga. Esta modelagem está exposta em [Morison et al., 2003] e [IEEE Task Force, 1993], e foi aplicada em [IEEE Task Force, 1995] para realizar a modelagem de cargas em programas de fluxo de potência.
3. **Modelagem baseada em redes neurais artificiais (RNA's):** utiliza técnicas bio-inspiradas de inteligência computacional para aproximar o comportamento dinâmico das carga do sistema. Esta técnica foi utilizada em [Hiyama et al., 1997] para realizar a modelagem de cargas dinâmicas.
4. **Modelagem híbrida:** utiliza uma combinação dos métodos discutidos acima para realizar a modelagem da carga. Esta abordagem foi aplicada em [Lee et al., 1999] para modelar cargas estáticas e dinâmicas em SEP's

Neste trabalho será utilizada a modelagem de carga baseada em medidas do SEP, fazendo uso da metodologia de sensibilidade de trajetória para realizar a estimação dos parâmetros presentes nesta modelagem, da mesma forma como realizado em [Choi et al., 2006-i] e [Choi et al., 2006-ii], porém nestes trabalhos havia o conhecimento prévio de medidas reais do sistema, sendo desnecessário a realização da simulação do SEP, com isso não foi

possível avaliar o real erro cometido na estimação dos parâmetros em tais modelos, já que a única informação disponível do sistema real são as suas saídas. No presente trabalho optou-se realizar a simulação completa do SEP, uma vez que com isso será possível observar o real erro cometido no processo de estimação.

6.4 Modelagem do SEP

Na figura 6.1 está apresentado o SEP que será utilizado como objeto de estudos neste trabalho.

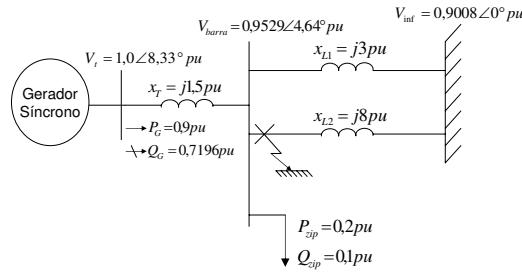


Figura 6.1: Sistema elétrico de potência sob estudo.

No caso sob estudo, o SEP é composto por uma máquina síncrona conectada a um barramento infinito através de um transformador e uma linha de transmissão dupla em paralelo, tendo uma carga ZIP conectada ao primeiro barramento do sistema.

Com o objetivo de provocar um distúrbio de proporções suficientes para excitar as sensibilidades dos parâmetros da carga do sistema, aplica-se um curto-circuito trifásico franco na segunda linha de transmissão, de forma que este esteja muito próximo da barra de carga, desconectando-se a linha sob falta num tempo de 0,09 segundos após a ocorrência da falta e registrando-se a resposta transitória do sistema.

Na figura 6.1 estão mostradas as condições de operação em regime permanente do SEP, obtidas a partir da resolução numérica do fluxo de potência do mesmo através do *software NEPLAN™* versão demonstrativa 5.3.

Com o objetivo de aprofundar o entendimento do funcionamento do SEP e simular de forma mais exata seu comportamento transitório, discute-se nas próximas seções a modelagem de todos os componentes do SEP sob estudo.

6.4.1 Modelagem da máquina síncrona

Neste trabalho utiliza-se o modelo de dois eixos para representar a máquina síncrona. Este modelo refere-se a uma máquina de rotor cilíndrico e despreza o efeito dos enrolamentos amortecedores, desprezando também os fenômenos ocorridos durante o período subtransitório, levando em conta apenas os efeitos transitórios.

Esta modelagem despreza as tensões transformatórias e considera $\omega_m = 1,0 p.u.$ nas equações do estator, resultando no seguinte modelo algébrico-diferencial:

$$\dot{\delta}_r = \omega_r \quad (6.1)$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{\omega_0}{2.H} \left[P_m - E'_q \cdot I_q - E'_d \cdot I_d - (x'_d - x'_q) I_d \cdot I_q - \frac{D}{\omega_0} \cdot \omega_r \right] \quad (6.2)$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{\tau'_{do}} [E_{fd} - E'_q + (x_d - x'_d) \cdot I_d] \quad (6.3)$$

$$\dot{E}'_d = \frac{-1}{\tau'_{qo}} [E'_d + (x_q - x'_q) \cdot I_q] \quad (6.4)$$

$$V_q = E'_q - r \cdot I_q + x'_d \cdot I_d \quad (6.5)$$

$$V_d = E'_d - r \cdot I_d - x'_q \cdot I_q \quad (6.6)$$

onde δ_r e ω_r são os desvios do ângulo e da velocidade do rotor, ω_0 é a velocidade síncrona, H e D são as constantes de inércia e de amortecimento da máquina, P_m é a potência mecânica aplicada ao eixo da máquina, E_{fd} é a tensão de campo, E'_d e E'_q são as forças eletromotrizes equivalentes na armadura, I_d e I_q são as correntes na armadura, x_d e x_q são as reatâncias da armadura, x'_d e x'_q são as reatâncias transitórias da armadura, τ'_{do} e τ'_{qo} são as constantes de tempo transitórias da armadura, r é a resistência dos enrolamentos de armadura, V_d e V_q são as tensões do estator, lembrando que os sub-índices d e q referem-se aos circuitos de eixo direto e em quadratura

respectivamente, obtidos a partir da Transformação de Park.

Maiores detalhes sobre as transformações e hipóteses que sustentam esta modelagem, bem como as deduções das equações que compõem o modelo descrito podem ser encontradas em [Ramos et al., 2000] e [Kundur, 1993].

6.4.2 Modelagem do sistema de excitação da máquina síncrona

Existem na literatura diversos modelos padronizados para sistemas de excitação de máquinas síncronas, como apresentado em [IEEE Std, 2005]. Neste trabalho vamos utilizar o modelo de uma excitatriz estática do tipo ST1A, conforme vê-se na figura 6.2.

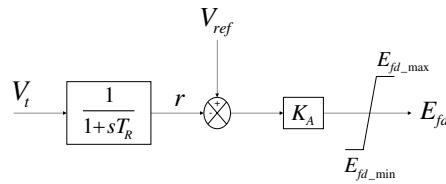


Figura 6.2: Sistema de Excitação ST1A.

A equação diferencial que rege o comportamento da tensão do circuito de campo, obtida a partir do diagrama de blocos exposto na figura 6.2, pode ser expressa por:

$$\frac{dE_{fd}}{dt} = \frac{1}{T_R} [K_A \cdot (V_{ref} - V_t) - E_{fd}] \quad (6.7)$$

onde E_{fd} é a tensão de campo fornecida à máquina síncrona, T_R e K_A são a constante de tempo e o ganho de tensão do sistema de excitação, V_{ref} e V_t são a tensão de referência do sistema de excitação e a tensão terminal da máquina respectivamente.

Maiores informações sobre o modelo ST1A e a dedução de suas equações podem ser encontradas em [Cari, 2005] e [Kundur, 1993].

6.4.3 Modelagem do transformador e das linhas de transmissão

Neste trabalho o transformador e as linhas de transmissão são modelados por reatâncias puras, uma vez que a corrente de magnetização do transformador é desprezada e as linhas de transmissão são supostas curtas, e considerando que as reatâncias indutivas destes componentes são muito maiores que suas resistências.

Maiores detalhes a respeito das hipóteses que sustentam a modelagem aqui apresentada podem ser obtidos em [Stevenson, 1986].

6.4.4 Modelagem do barramento infinito

O barramento infinito é modelado como uma máquina de capacidade de geração e absorção de potência infinita, sendo todo o desbalanço de potência originado no SEP absorvido por este, tendo também um momento de inércia infinito, o que garante que a sua tensão terminal e a sua freqüência não variem mesmo durante a ocorrência de perturbações no sistema.

Um barramento infinito não existe na realidade, porém ao tratarmos um pequeno subsistema do SEP podemos fazer a suposição de que a sua fronteira de conexão com o resto do sistema é um barramento infinito, uma vez que a capacidade de geração do SEP, como um todo, é muito maior que a do subsistema.

6.4.5 Modelagem da carga do SEP

Na literatura, existem diversos modelos dinâmicos e estáticos padronizados para realizar a simulação dinâmica de SEP's, como apresentado em [IEEE Task Force, 1995] e [IEEE Task Force, 1993].

Neste trabalho será adotado um modelo estático de carga ZIP para modelar a carga do SEP sob estudo, sendo sua descrição algébrica dada por:

$$P_e = P_{zip} \cdot \left[a_1 \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 + a_2 \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right) + a_3 \right] \quad (6.8)$$

$$Q_e = Q_{zip} \cdot \left[b_1 \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 + b_2 \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right) + b_3 \right] \quad (6.9)$$

onde P_{zip} , Q_{zip} são as potências ativa e reativa medidas na barra de carga em regime permanente, e V , V_0 são os valores instantâneo e em regime permanente da tensão na barra de carga, respectivamente.

O modelo estático descrito por (6.8)-(6.9) é composto pela soma de três parcelas distintas: uma dependente do quadrado da tensão, conhecida como impedância constante (Z), uma dependente da tensão, denominada corrente constante (I), e uma independente da tensão, chamada de potência constante (P), sendo então denominado de carga ZIP.

6.5 Aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória na estimação de parâmetros da carga ZIP

Para realizar a estimação dos parâmetros da carga ZIP do SEP sob estudo, realizou-se primeiramente a simulação do sistema utilizando os seguintes parâmetros em p.u.: $H = 3,5$, $D = 0,00328$, $\omega_0 = 376,99$, $r = 0$, $x_d = 1,81$, $x_q = 1,76$, $x_d' = 0,3$, $x_q' = 0,65$, $\tau_{do}' = 8$, $\tau_{qo}' = 1$, $K_A = 200$, $T_R = 0,025$, $E_{fd_min} = -6,4$, $E_{fd_max} = 7$, $P_{zip} = 0,2$, $Q_{zip} = 0,1$, $a_1 = 0,3631$, $a_2 = 0,4963$, $a_3 = 0,1406$, $b_1 = 0,4313$, $b_2 = 0,7082$, $b_3 = -0,1395$, $x_T = 0,06818$, $x_{L1} = 0,1364$ e $x_{L2} = 0,3636$. Sendo as bases para os cálculos dos valores em p.u. dadas por: $S_b = 2200 \text{ MVA}$, $V_b = 220 \text{ kV}$ e $X_b = 22 \Omega$.

Considerando a ocorrência de uma falta na linha de transmissão 2, muito próxima a barra de carga do SEP conforme mostrado na figura 6.1, com um tempo de desligamento da linha de transmissão sob falta de 0,09 segundos, utilizando o método de Runge-Kutta de 4^a ordem para realizar a integração das equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico do SEP, com um passo de integração de 0,001 segundo, tem-se como resultado o comportamento apresentado na figura 6.3.

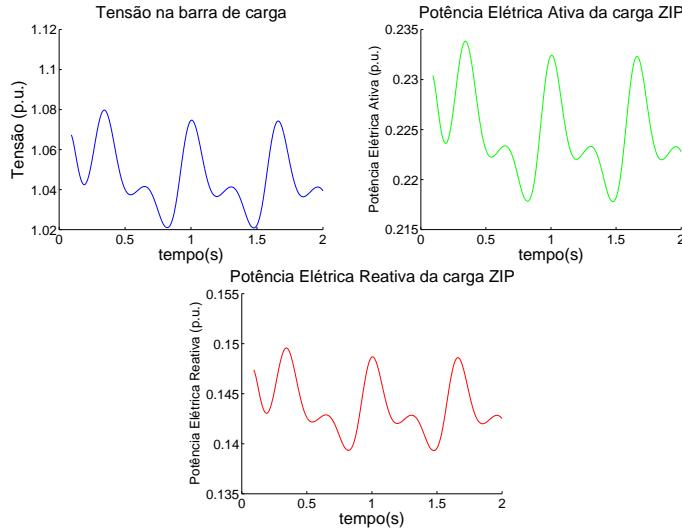


Figura 6.3: Simulação do SEP.

Com o objetivo de estimar os parâmetros a_1, a_2, a_3, b_1, b_2 e b_3 das equações algébricas (6.8)-(6.9) que representam a carga ZIP, vamos utilizar a técnica de sensibilidade de trajetória dotada de um acoplamento de entrada, tomando como variável de acoplamento a tensão medida na barra de carga \hat{V}_{barra} , e como saída o vetor formado pelas respostas das potências ativa e reativa da carga ZIP, $\tilde{w} = [\hat{P}_e \hat{Q}_e]$.

A figura 6.4 mostra a aplicação da metodologia de sensibilidade de trajetória à estimação de parâmetros na carga ZIP.

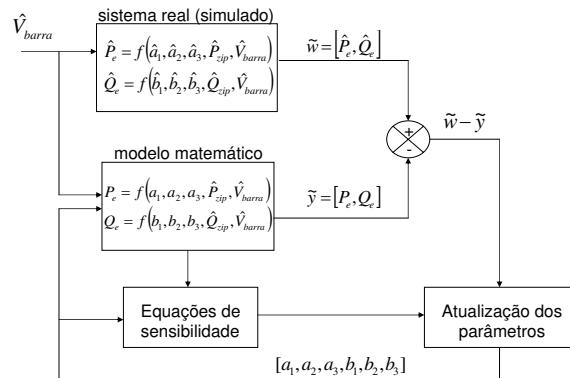


Figura 6.4: Estimação dos parâmetros da carga ZIP utilizando a metodologia de sensibilidade de trajetória com acoplamento da variável de entrada.

Derivando as funções de sensibilidade em relação aos parâmetros de interesse a partir das equações (6.8)-(6.9), obtém-se:

$$\lambda_{P_e}^{a_1} = P_{zip} \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 \quad (6.10)$$

$$\lambda_{P_e}^{a_2} = P_{zip} \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad (6.11)$$

$$\lambda_{P_e}^{a_3} = P_{zip} \quad (6.12)$$

$$\lambda_{P_e}^{b_1} = \lambda_{P_e}^{b_2} = \lambda_{P_e}^{b_3} = 0 \quad (6.13)$$

$$\lambda_{Q_e}^{a_1} = \lambda_{Q_e}^{a_2} = \lambda_{Q_e}^{a_3} = 0 \quad (6.14)$$

$$\lambda_{Q_e}^{b_1} = Q_{zip} \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 \quad (6.15)$$

$$\lambda_{Q_e}^{b_2} = Q_{zip} \cdot \left(\frac{V}{V_0} \right) \quad (6.16)$$

$$\lambda_{Q_e}^{b_3} = Q_{zip} \quad (6.17)$$

onde $\lambda_{P_e}^{a_1} = \frac{\partial P_e}{\partial a_1}$, $\lambda_{P_e}^{a_2} = \frac{\partial P_e}{\partial a_2}$, $\lambda_{P_e}^{a_3} = \frac{\partial P_e}{\partial a_3}$, $\lambda_{Q_e}^{b_1} = \frac{\partial Q_e}{\partial b_1}$, $\lambda_{Q_e}^{b_2} = \frac{\partial Q_e}{\partial b_2}$, $\lambda_{Q_e}^{b_3} = \frac{\partial Q_e}{\partial b_3}$ são as funções de sensibilidade de trajetória.

Verifica-se que, no caso da carga ZIP, as equações que compõe o modelo de sensibilidade descrito pelas equações (6.10)-(6.17) são algébricas, o que dispensa o uso de algoritmos de integração em sua resolução.

Na figura 6.5 estão apresentados os comportamentos das funções de sensibilidade de trajetória para a carga ZIP.

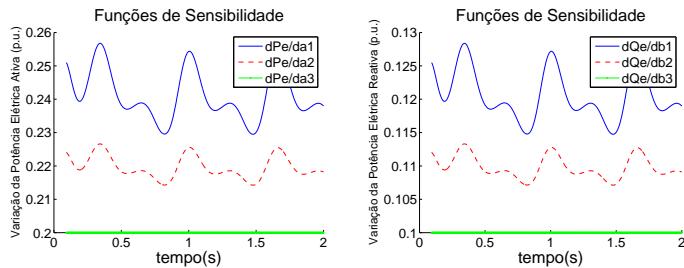


Figura 6.5: Sensibilidades dos parâmetros da carga ZIP.

Aplicando então a metodologia de sensibilidade de trajetória com acoplamento da variável de entrada, \hat{V}_{barra} , verifica-se que para uma tolerância de

1.10^{-8} para o funcional do erro, a metodologia converge para parâmetros iniciais com desvios de até 100%, considerando este desvio dado numa mesma direção para todos os parâmetros sob análise, após uma única iteração.

A figura 6.6 exibe o comportamento das potências ativa e reativa da carga ZIP antes e depois do processo de estimação de parâmetros.

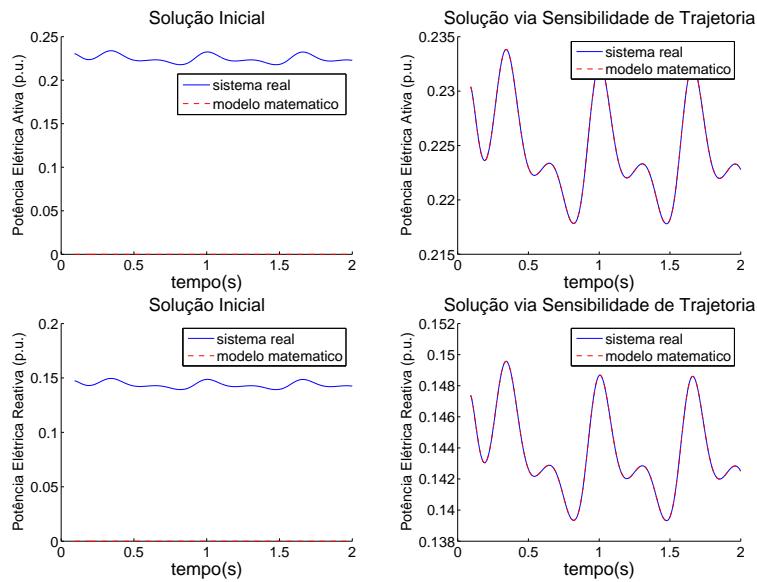


Figura 6.6: Saídas antes e depois da estimação de 6 parâmetros na carga ZIP (utilizando sensibilidade de trajetória e acoplamento da variável de entrada), considerando um desvio de -100% no valores corretos dos parâmetros.

A tabela 6.1 resume os resultados obtidos para a estimação dos parâmetros da carga ZIP.

Tabela 6.1: Estimação de 6 parâmetros na carga ZIP (utilizando sensibilidade de trajetória e acoplamento da variável de entrada).

Parâmetro	V. inicial	V. final	V. real	Erro (%)
a_1	0,0	0,3631	0,3631	0,0
a_2	0,0	0,4963	0,4963	0,0
a_3	0,0	0,1406	0,1406	0,0
b_1	0,0	0,4313	0,4313	0,0
b_2	0,0	0,7082	0,7082	0,0
b_3	0,0	-0,1395	-0,1395	0,0

Por fim, verificamos a possibilidade de se estimar corretamente os parâmetros da carga ZIP utilizando a metodologia de sensibilidade de trajetória, concluindo o objetivo principal deste trabalho

Capítulo 7

Conclusões

No presente trabalho foi apresentada a metodologia de sensibilidade de trajetória aplicada à estimação de parâmetros em sistemas dinâmicos.

A técnica de sensibilidade de trajetória aplicada à estimação de parâmetros foi apresentada e aplicada à um pequeno sistema massa-mola onde suas peculiaridades foram estudadas frente a uma dinâmica simples.

Observou-se no caso da estimação simultânea de dois parâmetros do sistema, que um determinado tipo de teste pode não ser adequado à aplicação da metodologia, uma vez que as funções e sensibilidade desse sistema podem não ser excitadas, porém ao se aplicar um outro tipo de teste ao sistema, foi possível realizar a estimação dos parâmetros desejada.

Posteriormente a metodologia de estimação de parâmetros foi aplicada a um sistema caótico, o circuito de Chua, onde suas principais deficiências foram verificadas frente a uma dinâmica altamente complexa.

Agregou-se à metodologia tradicional o acoplamento de uma variável de entrada, resultando em uma melhora significativa do condicionamento do processo de estimação, porém tal melhora exigiu uma perda na quantidade de informações obtida pela metodologia inviabilizando a estimação simultânea de todos os parâmetros do sistema.

Com esse objetivo aliou-se à metodologia de estimação o conceito de variável de sincronização, obtendo assim uma melhora expressiva no condicionamento do processo de estimação, agora, mantendo as informações ne-

cessárias à estimação simultânea de todos os parâmetros do sistema caótico.

No desenvolvimento final deste trabalho, aplicou-se a metodologia desenvolvida à estimação de parâmetros na carga de um SEP, representada por uma carga estática ZIP. Não foram encontradas dificuldades nesta tarefa, uma vez que o modelo estático que descreve a carga é composto por equações algébricas e constituí-se num problema de estimação linear dos parâmetros, o que garantiu a sua convergência em apenas uma iteração.

Como perspectivas futuras aplicar-se-á a metodologia de sensibilidade de trajetória na estimação de parâmetros de um modelo dinâmico de carga composto por uma parcela estática, representada por uma carga ZIP, e outra dinâmica, representada por um motor de indução trifásico, onde espera-se aplicar os conceitos de sincronização de sistemas, discutidos neste trabalho, para melhorar o condicionamento numérico do processo de estimação.

Referências Bibliográficas

- [Akbaba et al., 1995] Akbaba, M., Taleb, M., e Rumeli, A. (1995), *Improved estimation of induction machine parameters*, Elsevier - Electric Power Systems Research, Vol. 34, pp 65-73, Fevereiro de 1995
- [Benchluch e Chow, 1993] Benchluch, S. M. e Chow, J. H. (1993), *A Trajectory Sensitivity Method for the Identification of Nonlinear Excitation Systems Models*, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 8, No. 2, Junho de 1993.
- [Brauer e Nohel, 1969] Brauer, F. e Nohel, J. A. (1969), *The Qualitative Theory of Ordinary Differential Equations - An Introduction*, Dover Publications, New York, 1969.
- [Cari, 2005] Cari, E. P. T. (2005), *Estimação dos parâmetros da máquina síncrona e seu sistema de excitação*, Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005.
- [Cari et al., 2006-i] Cari, E. P. T., Alberto, L. F. C. e Bretas N. G. (2006), *A Methodology for Parameter Estimation of Synchronous Generators based on Trajectory Sensitivity and Synchronization Technique*, IEEE Power Engineering Society General Meeting, Quebec, Canada, 18-22 de Junho de 2006.
- [Cari et al., 2006-ii] Cari, E. P. T., Alberto, L. F. C. e Bretas N. G. (2006), *Metodologia para a Estimação de Parâmetros baseada na Técnica de Sensibilidade de Trajetória e Conceitos de Sincronização*, CBA - Con-

gresso Brasileiro de Automática, Salvador (BA), Brazil, 3-6 de Outubro de 2006.

[Choi et al., 2006-i] Choi, B-K., Chiang H-D., Li Y., Chen Y-T., Huang D-H. e Lauby M. G. (2006), *Development of Composite Load Models of Power Systems using On-line Measurement Data*, IEEE Transactions on Power Systems, Quebec, Canada, 18-22 de Junho de 2006.

[Choi et al., 2006-ii] Choi, B-K., Chiang H-D., Li Y., Li H., Chen Y-T., Huang D-H. e Lauby M. G. (2006), *Measurement-Based Dynamic Load Models: Derivation, Comparison and Validation*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 21, No. 3, Agosto de 2006.

[Chua, 1992] Chua, L. O. (1992), *A Zoo of Strange Attractors from the Canonical Chua's Circuit*, IEEE Proceedings of the 35th Midwest Symposium on Circuit and Systems, 9-12 de Agosto de 1992.

[Chua et al., 1993-i] Chua, L. O., Wu, C. W., Huang, A. e Zhong G. (1993), *A Universal Circuit for Studing and Generating Chaos - Part I: Routes to Chaos*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 40, No. 10, Outubro de 1993.

[Chua et al., 1993-ii] Chua, L. O., Wu, C. W., Huang, A. e Zhong G. (1993), *A Universal Circuit for Studing and Generating Chaos - Part II: Strange Atractors*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 40, No. 10, Outubro de 1993.

[Cruz, 1972] Cruz, J. B. com contribuições de Kokotovic, P. V., Kreindler, E., Perkins, W. R., Sandberg, I. W. e Sarachik, P. E. (1972), *Feedback Systems*, McGraw-Hill, New York, 1972.

[Cruz e Chua, 1993] Cruz, J. M. e Chua, L. O. (1993), *A IC Chip of Chua's Circuit*, IEEE Transactions on Circuit and Systems, Vol. 40, No. 10, pp 614-625, Outubro de 1993.

- [Gameiro e Rodrigues, 2001] Gameiro, F. M. e Rodrigues, H. M. (2001), *Applications of Robust Synchronization to Communication Systems*, *Applicable Analysis*, Vol. 79, pp 21-45, 2001.
- [Henriques et al., 2002] Henriques, R. M., Martins, A. C. B., Martins, N., Pinto, H. J. C. P., Ferraz, J. C. R. e Junior, S. C.(2002), *Impact of Induction Motor Loads into Voltage Stability Margins of Large Systems - Rio Area Analysis*, VIII SEPOPE, Brasília (DF), Brazil, 19-23 de Maio de 2002.
- [Hiskens,2000] Hiskens, I. A. (2000), *Identifiability of Hybrid Systems Models*, Proceedings of 2000 IEEE International Conference on Control Applications, Alaska, USA, 25-27 de Setembro de 2000.
- [Hiskens, 2001] Hiskens, I. A. (2001), *Nonlinear Dynamic Model Evaluation from Disturbance Measurements*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 16, No. 4, Novembro de 2001.
- [Hiskens, 2006] Hiskens, I. A. (2006), *Significance of Load Modelling in Power Systems Dynamics*, X SEPOPE, Florianópolis (SC), Brazil, 21-25 de Maio de 2006.
- [Hiskens e Akke, 1999] Hiskens, I. A. e Akke M. (1999), *Analysis of the Nordel Power Grid Disturbance of January 1, 1997 using Trajectory Sensitivities*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 3, Agosto de 1999.
- [Hiskens e Milanovic, 1995] Hiskens, I. A. e Milanovic, J. V. (1995), *Load Modelling in Studies of Power System Damping*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No.4, Novembro de 1995.
- [Hiskens e Pai, 2000] Hiskens, I. A. e Pai M. A.(2000), *Trajectory Sensitivity Analysis of Hybrid Systems*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 47, No. 2, pp 204-220, Fevereiro de 2000.

- [Hiskens e Pai, 2002] Hiskens, I. A. e Pai M. A.(2002), *Power System Applications of Trajectory Sensitivities*, IEEE Power Engineering Society Meeting, Vol.2, pp 1200-1205 , 27-31 de Janeiro de 2002.
- [Hiyama et al., 1997] Hiyama, T., Tokieda M. e Hubbi w., *Artificial Neural Network Based Dynamic Load Modelling*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No.4, Novembro de 1997.
- [Huang e Guo, 2004] Huang, D e Guo, R. (2004), *Identifying parameter by identical synchronization between differnt systems*, Chaos, Vol. 14, No. 1, pp 152-159, Março de 2004.
- [IEEE Std, 2005] IEEE Power Engineering Society (2005), *IEEE Recomended Practice fos Excitation System Models for Power System Stability Studies*, Technical Report, IEEE Std 421.1TM – 2005.
- [IEEE Task Force, 1993] IEEE Task Force for Load Representation for Dynamic Performance (1993), *Load Representation for Dynamic Performance Analysis*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 2, Maio de 1993.
- [IEEE Task Force, 1995] IEEE Task Force for Load Representation for Dynamic Performance (1995), *Standard Load Models for Power Flow and Dynamic Performance Simulation*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 3, Agosto de 1995.
- [Ju et al., 1996] Ju, P., Handschin, E., Wei, Z. N. e Schlucking, U. (1996), *Sequential Parameter Estimation of a Simplified Induction Motor Load Model*, IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 11, No. 1, Fevereiro de 1992.
- [Junior et al., 2006] Junior, A. P. e Ferrari, S. M. (2006), *Identificação On-line de Motores de Indução usando Modelagem Discreta*, CBA-2006, pp 524-529, 2006.

- [Kennedy, 1993-i] Kennedy, M. P. (1993), *Three Steps to Chaos - Part I: Evolution*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 40, No. 10, pp 640-656, Outubro de 1993.
- [Kennedy, 1993-ii] Kennedy, M. P. (1993), *Three Steps to Chaos - Part II: A Chua´s Circuit Primer*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 40, No. 10, pp 657-674, Outubro de 1993.
- [Kundur, 1993] Kundur, P. S. (1993), *Power System Stability and Control*, McGraw-Hill, New York, 1993.
- [Lee et al., 1999] Lee, J-P., Ji P-S., Lim J-Y., Kim K-D., Park S-W. e Kim J-H. (1999), *A Load Modelling using ANN for Power System Analysis*, TENCON IEEE, Vol. 2, 15-17 de Setembro de 1999.
- [Lesieutre et al, 1995] Lesieutre, B. C., Sauer, P. W. e Pai M. A.(1995), *Development and Comparative Study od Induction Machine based Dynamic P, Q Load Models*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 1, Fevereiro de 1995.
- [Liaw et al., 1992] Liaw, C. M., Liu, T. S., Chen, Y. T. e Lin, C. J. (1992), *Parameter Estimation of Excitation Systems from Sampled Data*, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 37, No. 5, pp 663-666, Maio de 1992.
- [Madan, 1992] Madan, R. N. (1992), *Observing and Learning Chaotic Phenomena from Chua´s Circuit*, IEEE Proceedings of the 35th Midwest Symposium on Circuit and Systems, 9-12 de Agosto de 1992.
- [Marakov et al., 1996] Marakov, Y. V., Maslennikov, V. A. e Hill D. J. (1996), *Revealing Loads Having the Biggest Influence on Power System Small Disturbance Stability*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 4, Novembro de 1996.
- [Matsumoto, 1984] Matsumoto, T. (1984), *A Chaotic Attractor from Chua´s Circuit*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 31, No. 12, pp 1055-1058, Dezembro de 1984.

- [Matsumoto et al., 1988] Matsumoto, T. Chua, L. O. e Ayaki K. (1984), *Reality of Chaos in the Double Scroll Circuit: A Computer-Assisted Proof*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 35, No. 7, pp 909-925, Julho de 1988.
- [Morison et al., 2003] Morison, K., Hamadani, H. e Wang, L. (2003), *Practical Issues in Load Modeling for Voltage Stability Studies*, IEEE Power Engineering Society General Meeting, Vol. 3, pp 1392-1397, 13-17 de Julho de 2003.
- [Netto et al., 2005] Netto, A. J., Barros, P. R., Jacobina, C. B. e Lima, A. M. N. (2005), *Estimação dos Parâmetros Elétricos de um Motor de Indução em Malha Fechada*, Revista Controle e Automação, pp 495-502, Outubro de 2005.
- [Pecora e Carroll, 1990] Pecora, L. M. e Carroll, T. L. (1990), *Synchronization in Chaotic Systems*, Physical Review Letters, Vol. 64, No. 8, pp 821-825, 19 de Fevereiro de 1990.
- [Ramos et al., 2000] Ramos, R. A., Alberto, L. F. C., Bretas, N. G. (2000), *Modelagem de Máquinas Síncronas aplicada ao Estudo de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência*, Technical Report, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2000.
- [Rodrigues, 1996] Rodrigues, H. M. (1996), *Abstract Methods for Synchronization and Applications*, Applicable Analysis, Vol. 62, pp 262-296, 1996.
- [Gasca et al., 1988] Gasca, J. J. S., Bridenbaugh, C. J., Bowler, C. e Edmonds, J., *Trajectory sensitivity based identification of synchronous generator and excitation systems parameters*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.3, No. 4, pp 1814-1822, Novembro de 1988.
- [Shil'nikov, 1993] Shil'nikov, L. P. (1993), *Chua's Circuit: Results and Future Problems*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 40, No. 10, Outubro de 1993.

[Stevenson, 1986] Stevenson, W. D. (1986), *Elementos de Análise de Sistemas de Potência*, 2^a edição em português, McGraw-Hill, São Paulo, 1986.

[Vidyasagar, 1993] Vidyasagar, M. (1993), *Nonlinear System Analysis*, 2^a edição em inglês, Prentice Hall, New Jersey, 1993.

Apêndice A

Publicações relacionadas à esta pesquisa

- Theodoro, E. A. R., Cari, E. P. T. e Alberto, L. F. C. (2006), *Estimação de Parâmetros de Sistemas Caóticos*, 14^º SIICUSP - Simpósio Internacional de Iniciação Científica da Universidade de São Paulo (Resumo), São Paulo, 2006.
- Cari, E. P. T., Theodoro, E. A. R., Bretas, N. G. e Alberto, L. F. C. (2007), *Master-Slave Synchronization as a Tool for Parameter Estimation of Chaotic Systems*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, artigo submetido para possível publicação em abril de 2007.
- Theodoro, E. A. R., Cari, E. P. T. e Alberto, L. F. C. (2007), *Estimação de Parâmetros de Modelos de Carga de Sistemas Elétricos de Potência*, 15^º SIICUSP - Simpósio Internacional de Iniciação Científica da Universidade de São Paulo (Resumo), São Carlos, 2007.