

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DE CORRELAÇÃO ENTRE  
COMPORTAMENTO DINÂMICO DO VEÍCULO FERROVIÁRIO E  
INDICADORES DE SEGURANÇA

Rodrigo de Castro Baker Botelho

São Paulo

2011

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS DE CORRELAÇÃO ENTRE  
COMPORTAMENTO DINÂMICO DO VEÍCULO FERROVIÁRIO E  
INDICADORES DE SEGURANÇA

Trabalho de formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Graduação em Engenharia

Rodrigo de Castro Baker Botelho

Orientador: Prof. Dr. Roberto S. Barbosa

Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica

São Paulo

2011

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

**Botelho, Rodrigo de Castro Baker**

**Identificação de parâmetros de correlação entre o comportamento dinâmico do veículo ferroviário e indicadores de segurança / R.C.B. Botelho. – São Paulo, 2011.**

**76 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1. Dinâmica I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t.**

## **RESUMO**

O presente trabalho apresenta uma análise do comportamento dinâmico de um vagão quando sujeito a um percurso em curva.

É atualmente motivo de estudo de diversas companhias e governos a fim de prever e evitar possíveis acidentes. Tais são responsáveis anualmente por um grande número de perdas em termos financeiros e de alto impacto social, ocasionando mortes e contaminação do meio ambiente devido ao tipo de carga transportada.

Para identificação de possíveis correlações, o estudo será baseado em modelos dinâmicos do veículo e as respostas destes à entrada quando em situação de curva. Uma vez obtidas as respostas, se iniciará a análise das mesmas para identificação de eventuais sinais que possam indicar a presença de uma relação e eventuais variações das entradas para determinar a validade do modelo.

Ao final é identificado um parâmetro de correlação e o posicionamento do sensor no veículo.

## **ABSTRACT**

This work presents an analysis of the dynamic behavior of a train wagon when subjected to a curve trajectory.

Several companies and governments in order to prevent and avoid possible accidents have currently studied it. These are annually responsible for a major number of losses, financial and social with deaths and environment contamination.

The study is based on dynamic linear models, resulting in a 14 degrees-of-freedom model. The outputs from this model are analyzed to identify the correlations between vehicle parameters and the tendency to derail. It also considers changes in the input parameters, such as longitudinal velocity and curvature to determine the validity of the identification.

It concludes with the identification of the co-related parameter and an ideal position of the desired sensor.

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	10
1.1	Veículo ferroviário .....	10
1.1.1	História do veículo ferroviário .....	10
1.1.2	O trem .....	13
1.1.3	Trilho.....	15
1.2	O descarrilamento .....	15
1.3	Critérios de Segurança .....	17
1.3.1	Critério de Nadal .....	18
1.3.2	Critério de Weinstock .....	19
1.3.3	Critério da força de contato 3D .....	20
1.4	Estado da Arte.....	23
2	MODELAGEM.....	25
2.1	Hipóteses.....	25
2.2	Modelo do veículo .....	26
3	SOLUÇÃO.....	38
4	RESULTADOS.....	43
5	ANÁLISE .....	52
6	CONCLUSÃO .....	58
7	REFERÊNCIA .....	60
	ANEXO A - Rotina em Matlab do sistema do rodeiro .....	62
	ANEXO B – Rotina em Matlab do sistema do truque .....	65
	ANEXO C – Rotina em Matlab do sistema completo .....	68
	ANEXO D – Rotina em Matlab e blocos no Simulink .....	72

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 Locomotiva de Richard Trevithick .....	10
Figura 1-2 Malha ferroviária brasileira .....	12
Figura 1-3 Trem de passageiro.....	13
Figura 1-4 Ilustração contendo componentes do truque ferroviário .....	14
Figura 1-5 Fenômeno de <i>hunting</i> .....	15
Figura 1-6 Desenvolvimento da situação de descarrilamento. Deslocamento lateral da roda.....	17
Figura 1-7 Equilíbrio de forças num ponto ideal de contato entre trilho e roda. ....	18
Figura 1-8 Comparação entre os critérios de Nadal e Weinstock.....	20
Figura 1-9. Detalhe do ponto de contato e equilíbrio das forças. (Barbosa, 2004)....	21
Figura 1-10 Gráfico comparativo de alguns fatores de segurança e atrito limite. (Barbosa, 2004) .....	22
Figura 1-11 Esquema de algoritmo proposto por C. Hung et al. (2010).....	24
Figura 1-12 Algoritmo proposto por C. Hung et al. (2010) .....	24
Figura 2-1 Vista de topo do modelo do veículo ferroviário.....	27
Figura 2-2 Vista frontal do modelo de rodeiro (Barbosa, 1996).....	31
Figura 2-3 Vista de topo do modelo de rodeiro (Barbosa, 1996).....	32
Figura 3-1 Ilustração do trecho de curva de raio constante (Barbosa, 1996).....	39
Figura 3-2 Descrição matemática da curva a ser percorrida. (Barbosa, 1996) .....	40
Figura 3-3 Gráfico das entradas do sistema para forças .....	41
Figura 3-4 Entrada devida ao binário de forças no contato roda trilho.....	41
Figura 4-1 Pólos do sistema para $v_0=10$ m/s .....	43
Figura 4-2 Aceleração lateral dos rodeiros .....	45
Figura 4-3 Velocidade angular dos rodeiros .....	45
Figura 4-4 Deslocamento angular dos rodeiros .....	45
Figura 4-5 Velocidade lateral dos rodeiros .....	46
Figura 4-6 Deslocamento lateral dos rodeiros .....	46
Figura 4-7 Aceleração lateral dos truques.....	47
Figura 4-8 Velocidade angular dos truques .....	47
Figura 4-9 Deslocamento angular dos truques.....	48
Figura 4-10 Velocidade lateral dos truques .....	48
Figura 4-11 Deslocamento lateral dos truques.....	49
Figura 4-12 Aceleração do baú .....	50
Figura 4-13 Velocidade angular do baú .....	50
Figura 4-14 Deslocamento angular do baú .....	51
Figura 4-15 Velocidade lateral do baú .....	51
Figura 4-16 Deslocamento lateral do baú .....	52
Figura 5-1 Comparação da fase da velocidade angular com a relação $L/V$ dos rodeiros 1 e 2 .....	53
Figura 5-2 $L/V$ para velocidade longitudinal de 5 m/s .....	54

Figura 5-3 L/V para velocidade longitudinal de 10 m/s .....	54
Figura 5-4 L/V para velocidade longitudinal de 15 m/s .....	55
Figura 5-5 L/V para velocidade longitudinal de 20 m/s .....	55
Figura 5-6 L/V para velocidade longitudinal de 25 m/s .....	56
Figura 5-7 L/V para R=250m.....	56
Figura 5-8 L/V para R=2500m.....	57
Figura 5-9 L/V para R=5000m.....	57
Figura 1 Diagrama Simulink do sistema completo .....	73
Figura 2 Diagrama Simulink do rodeiro .....	74
Figura 3 Diagrama Simulink do truque.....	75
Figura 4 Diagrama em Simulink do baú .....	76



## **LISTA DE TABELA**

Tabela 1 Dimensões do baú. ....	27
Tabela 3 Dimensões do truque .....	29
Tabela 4 Dimensões do rodeiro.....	32
Tabela 5 Pólos do sistema de 14 graus de liberdade .....	44

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 Veículo ferroviário

#### 1.1.1 História do veículo ferroviário

Entre as formas mais conhecidas e difundidas de transporte de grande porte está o veículo ferroviário. Presente em diversos países e transportando diariamente milhões de pessoas e grande quantidade de mercadorias pelo mundo, o trem se apresenta como uma solução alternativa aos transportes rodoviário, aéreo e naval.

Seu início se deu por volta do século 600 A.C. quando carros eram puxados através de trilhos rústicos cavados em pedras utilizando-se a tração animal ou até mesmo humana. Há ainda indícios de que durante a idade Média outras formas de transporte sobre trilhos, estes já mais próximos aos surgidos no século XIX, foi utilizado para levar pessoas.

Mas foi somente em 1804 que uma locomotiva a vapor foi efetivamente construída. Desenvolvida por Richard Trevithick, a locomotiva contava com um motor a vapor e atingiu a velocidade máxima de 14 km/h, percorrendo um percurso de 8 km.

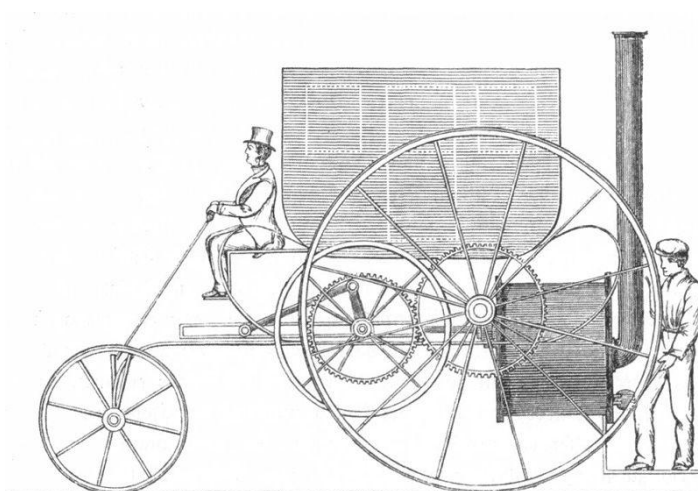


Figura 1-1 Locomotiva de Richard Trevithick

O alto preço de desenvolvimento e implantação de ferrovias foi superado pela situação política e econômica na Europa no século XIX. Muitas foram as invenções de locomotivas durante este século, e em 1814, George Stephenson propôs uma locomotiva baseada num motor a vapor e com rodas com flanges, baseada apenas na adesão ao trilho. Muitas foram as tentativas de desenvolver um sistema que pudesse ser efetivamente utilizado, e em 1825 deu-se tal fato, quando a primeira viagem foi feita na Inglaterra.

No Brasil, a primeira viagem de trem remonta à metade do século XIX, quando em 1854, um trem percorreu uma estrada de 14 km, ligando a Baía de Guanabara à Raiz da Serra, em Petrópolis. A partir de então outras ferrovias foram construídas como a que ligava a cidade de Recife à São Francisco e a Estrada de Ferro Central do Brasil. Em 1877 terminou-se a construção da estrada de ferro entre o Rio de Janeiro e São Paulo. Essa é dada como uma das grandes estradas de ferro do Brasil pois ligava os três estados mais importantes na época, Rio de Janeiro, Minas Gerais e São Paulo, escoando o ferro extraído.

A malha ferroviária foi expandindo-se até que em 1960, após privatização e uma série de concessões por partes das estradas de ferro, o interesse nas estradas findou as expansões e deu-se início a um processo de retração. Dos 38.000 km, apenas 30.000 km estão ativos atualmente.

Sua concentração se dá no litoral do país onde ainda utilizam-se as estradas para escoamento da produção interna para atender às demandas do mercado exterior. Transportando basicamente mercadorias de baixo valor agregado e grande quantidade, como minérios.



Figura 1-2 Malha ferroviária brasileira

Segundo dados da Agência Nacional de Transportes Terrestres (ANTT), em 2008 cerca de 130 milhões de passageiros foram transportados e 266 bilhões de toneladas-quilômetros. Ainda, segundo dados da UIC (International Union of Railways), em 2010 o volume de transporte no mundo foi cerca de 2.700 bilhões de passageiros-quilômetros e 9.000 bilhões de toneladas-quilômetros.

Tais dados demonstram a importância do transporte ferroviário para o país bem como para o mundo. Algumas de suas características explicam o motivo do grande interesse em tal sistema, podendo ser de caráter social ou financeiro. Entre elas podem ser citadas a capacidade de transporte de grande quantidade de carga, elevada eficiência energética bem como baixo custo de manutenção e condizente com novos valores sociais como o baixo impacto ambiental. No entanto a utilização do trem incorre em alguns problemas intrínsecos ao seu funcionamento como baixa flexibilidade com pequena extensão da malha ferroviária, maior lentidão de transporte e alto custo de implantação. Embora o número de acidentes totais envolvendo trens seja baixo, a quantidade de mercadoria e passageiros transportados

por viagem são muito maiores quando comparadas a outros meios como avião ou ônibus. Este fato torna o estudo da dinâmica e dos fenômenos que levam a acidentes de interesse a companhias de trem e governos.

### 1.1.2 O trem

Um trem é um complexo sistema de vagões conectados e puxados por uma locomotiva. Formado por carros que podem ser entendidos como uma parte superior onde há espaço para o transporte de cargas ou pessoas e conectado através dum conjunto de suspensão secundária aos truques ou *bogies*. Estes estão conectados utilizando amortecedores e molas helicoidais ou pneumáticas às rodas. Esta é chamada de suspensão primária.

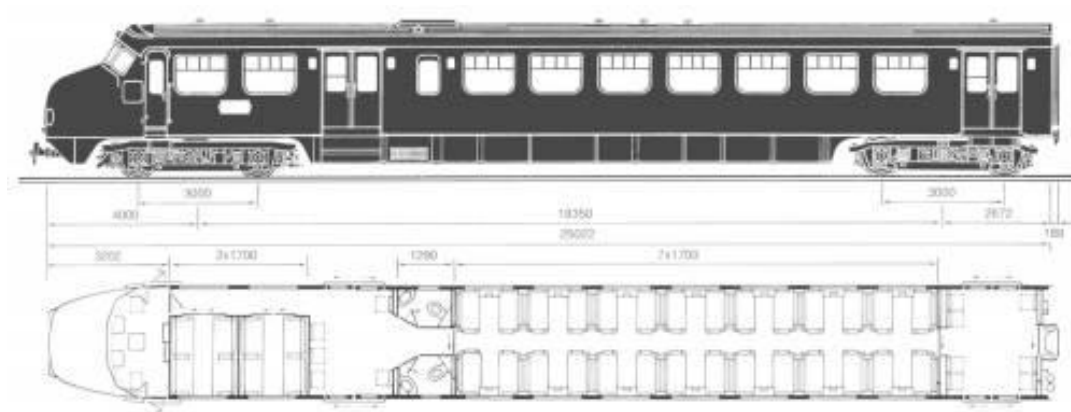


Figura 1-3 Trem de passageiro

Um truque ou *bogie* é uma estrutura metálica onde os eixos girantes são conectados. Suas funções são: suportar o carro; estabilização quando em movimento, seja ele retilíneo ou curvilíneo; promover maior conforto através do uso de amortecedores; minimizar efeitos das irregularidades presentes nos trilhos. Como pode ser visto acima, em geral um vagão ou locomotiva possui dois truques em cada extremidade do veículo, mas outros arranjos podem ser encontrados.

Em geral, possuem dois eixos por truque e estes são conectados por amortecedores chamados primários. Novamente, outras configurações podem ser vistas, como por exemplo no caso de carros de cargas elevadas onde até cinco eixos podem estar presentes.

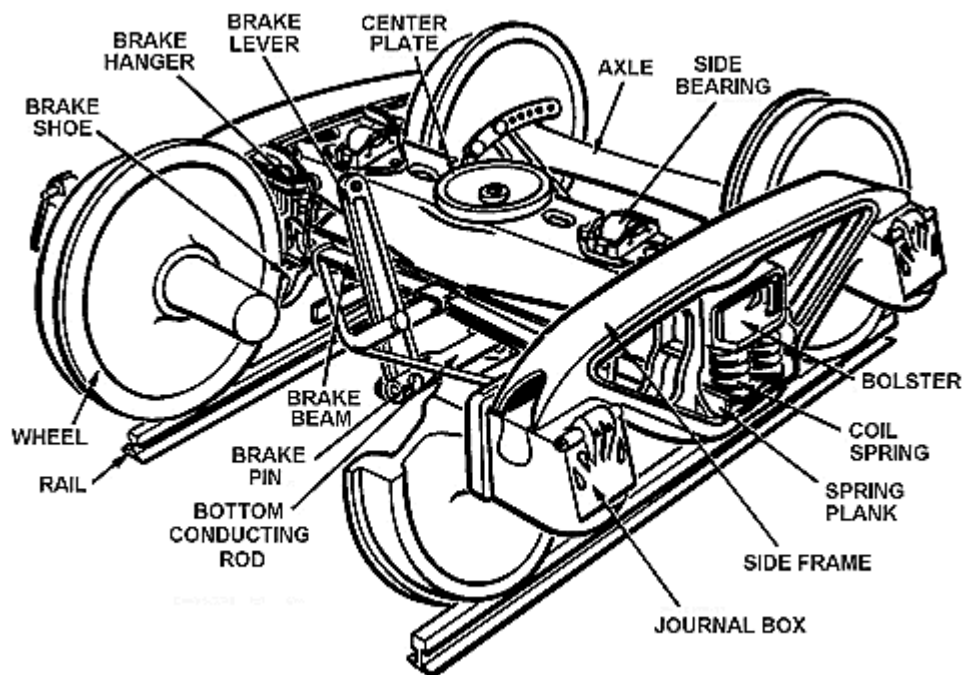


Figura 1-4 Ilustração contendo componentes do truque ferroviário

A roda de um trem merece atenção especial pois é ela que, através das características geométricas, define o contato e o comportamento dinâmico do trem perante imperfeições e manobras.

A roda é feita de uma liga de aço e manganês capaz de fornecer resistência aos esforços impostos sobre elas e a sua baixa deformabilidade quando expostas ao mesmo. O peso do trem é tamanho que caso as rodas fossem de outro material, como por exemplo a borracha, uma deformação considerável nas rodas causaria perdas muito altas por rolagem.

Sua geometria cônica garante ao veículo uma das características mais interessantes de um trem e não presente em automóveis. Elas provocam o auto-alinhamento do veículo quando trafega em trilhos. A conicidade nas rodas foi introduzida para reduzir a fricção entre o trilho e a flange e facilitar o movimento do carro em curvas.

De acordo com George Stephenson, o efeito da conicidade pode ser entendido por:

“Precisa ser entendido que a forma das rodas de um trem são cônicas onde o diâmetro externo é menor em cerca de  $\frac{3}{16}$ ” do diâmetro interno. A partir de uma pequena irregularidade no trilho, as rodas podem ser deslocadas um pouco à direita ou um pouco à esquerda, e quando estas são deslocadas à direita, a roda à direita utilizará um diâmetro maior enquanto a da esquerda terá seu diâmetro efetivo reduzido. Enquanto o veículo se desloca para frente há uma compensação deste deslocamento e dá-se início ao movimento contrário, deslocando a roda direita para um diâmetro menor e a esquerda para um maior e o processo se repete de forma oscilatória mas de forma suave.”

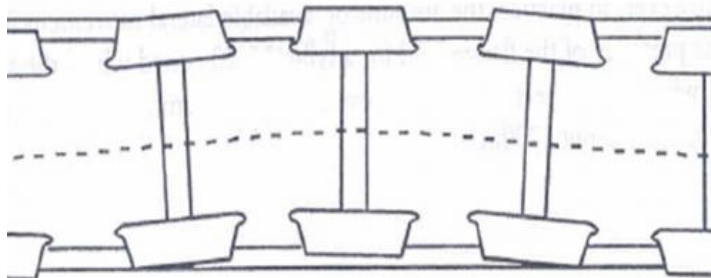


Figura 1-5 Fenômeno de *hunting*

### 1.1.3 Trilho

Um último item a ser descrito é o trilho. Assim como as rodas, o trilho é de vital importância para o trem. É constituído de perfis de aço laminados com o topo em forma plana dispostos de forma paralela e suportados por vigas horizontais em concreto, chamados de dormentes. Utilizam para fixação aos dormentes, grampos ou parafusos tirafundos. São colocados sobre rochas trituradas com granulometria definida, conhecidas por brita. Seu uso se deve ao fato de que permitem certa acomodação do trilho e possibilitam o escoamento de água.

Diversos são os perfis dos trilhos. Entre eles figuram os do tipo flange, *Barlow*, *Double-headed*, *Bullhead* entre outros.

## 1.2 O descarrilamento

Como já dito, acidentes com trens são de grande interesse geral. Dentre os fenômenos relacionados a acidentes com trem, figura um de extrema importância e que é tema do presente trabalho, o descarrilamento.

O descarrilamento pode ser de diversas origens. O fenômeno em si é descrito como a perda de guia lateral do veículo na interface roda-trilho. Assim, ele pode ter origem quando a roda sobe e passa por cima do trilho, mudança da bitola do trilho, capotamento do veículo ou num desalinhamento dos trilhos.

O trabalho enfoca o o primeiro citado, que pode ser descrito como a situação na qual a roda do veículo atinge uma altura maior que a linha férrea e ultrassa a mesma ficando assim, fora do trilho. Em geral, essa situação ocorre quando a roda está sujeita a grandes forças laterais e combinada com a diminuição das forças verticais sobre as rodas, ocasiona o descarrilamento. Podem ser apontados como fatores para sua ocorrência a presença de trilhos com consideráveis imperfeições, curvas associadas a velocidades elevadas ou presença de uma torsão na ferrovia.

O fenômeno de *wheel flange climb* está relacionado com:

- Raio da curva efetuada pelo veículo;
- Geometria das rodas;
- Geometria dos trilhos;
- Características das suspensões do truque;
- Velocidade do veículo quando em curva.

Esses fatores combinados contribuem para um incremento na relação entre força lateral e força vertical levando, conjuntamente a uma situação de risco e caso ultrapase o limite, à ocorrência do descarrilamento.



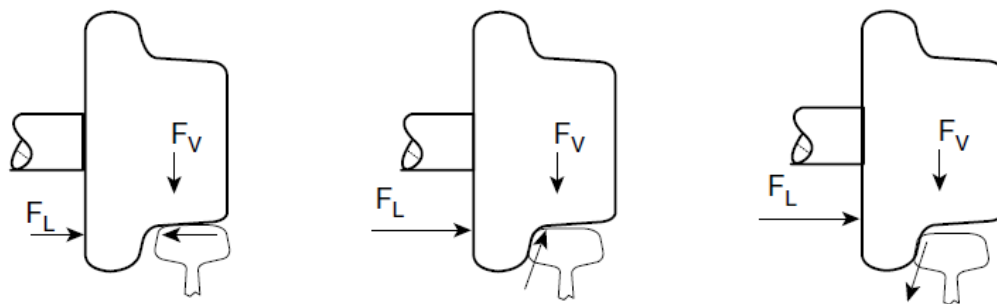


Figura 1-6 Desenvolvimento da situação de descarrilamento. Deslocamento lateral da roda.

A figura acima demonstra o processo de descarrilamento. Num primeiro instante, o rodeiro desloca-se lateralmente devido a inserção numa curva, por exemplo. Esse deslocamento se mantém até um ponto quando há o contato entre a flange da roda e o trilho. Surge, então, uma força normal ao ponto de contato que é contraposta em parte pela força vertical do rodeiro. Caso a força não seja suficientemente grande, há um equilíbrio de forças e o rodeiro não desloca-se mais.

Porém, quando esta parcela é maior que a força vertical, o rodeiro apresenta uma subida, e que acarreta na elevação do rodeiro até o momento em que este ultrapassa o trilho levando a ocorrência do descarrilamento. Este fenômeno é conhecido como *wheel climb*.

### 1.3 Critérios de Segurança

O fenômeno de descarrilamento tem sido exaustivamente investigado. Diversos critérios de segurança para esse fenômeno podem ser encontrados em bibliografia específica.

Alguns são baseados na relação entre a força lateral e a força vertical, como os critérios de Nadal e Weinstock. Podem ainda ser baseados no tempo de duração dessa relação, como os critérios propostos pela JNR (Japanese National Railways), pela EMD (Electromotive Division of General Motors) e pela AAR (Association of American Railroads). Um terceiro tipo de critério é baseado na distância limite como

aqueles propostos pela FRA (Federal Railroad Administration) e pela TCCI (Transportation Technology Center, Inc.).

Uma vez que este trabalho utiliza apenas o critério baseado na relação entre as forças lateral e vertical para efeito de comparação, apenas estes serão brevemente descritos.

### 1.3.1 Critério de Nadal

O critério de Nadal é baseado na análise numa das rodas. Proposto por Nadal para as estradas de ferro francesas, este baseia-se num valor limite da relação entre a força lateral e a força vertical a fim de minimizar o risco de descarrilamento. O autor deste critério concluiu que o ponto de contato da roda com o trilho se movia em sentido descendente em relação àquele no trilho. Assim, ele teorizou que o movimento de subida da roda ocorre quando este movimento descendente cessa pois é quando a força de atrito encontra-se saturada no ponto de contato.

Levando-se em consideração a descrição acima de Nadal e o equilíbrio de forças entre roda e trilho, as equações podem então ser determinadas.

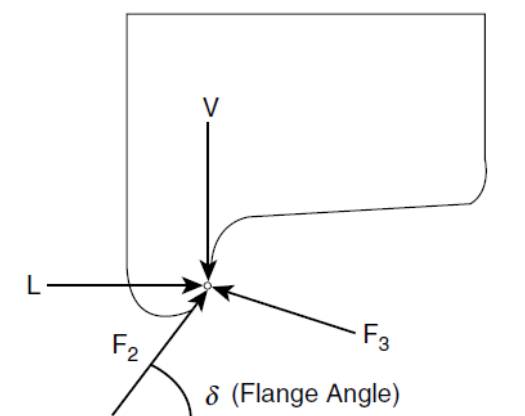


Figura 1-7 Equilíbrio de forças num ponto ideal de contato entre trilho e roda.

$$F_3 = V \cos \delta + L \sin \delta = V \left( \cos \delta + \frac{L}{V} \sin \delta \right) \quad 1.1$$

$$\begin{cases} F_2 = V \sin \delta - L \cos \delta = V \left( \sin \delta - \frac{L}{V} \cos \delta \right) & \text{para } (V \sin \delta - L \cos \delta) < \mu F_3 \\ F_2 = \mu F_3 \text{ (saturação)} & \text{para } (V \sin \delta - L \cos \delta) \geq \mu F_3 \end{cases} \quad 1.2$$

Desta forma, a expressão  $L/V$  pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{L}{V} = \frac{\tan \delta - \frac{F_2}{F_3}}{1 + \frac{F_2}{F_3} \tan \delta} \quad 1.3$$

Mas, quando se tem a situação de saturação da fricção, considera-se  $F_2 = \mu F_3$  e substituindo na equação acima, tem-se:

$$\frac{L}{V} = \frac{\tan \delta - \mu}{1 + \mu \tan \delta} \quad 1.4$$

### 1.3.2 Critério de Weinstock

Um outro critério, menos conservativo, foi proposto por Weinstock em 1984. Baseando-se na soma das relações entre forças nas duas rodas, Weinstock propôs um critério que, a partir da equação definida por Nadal, pudesse evitar o fenômeno porém de maneira menos conservativa. Para a roda onde haveria contato entre a flange e o trilho, a equação de Nadal é utilizada, e para a roda oposta, assumia-se o valor do coeficiente de atrito.

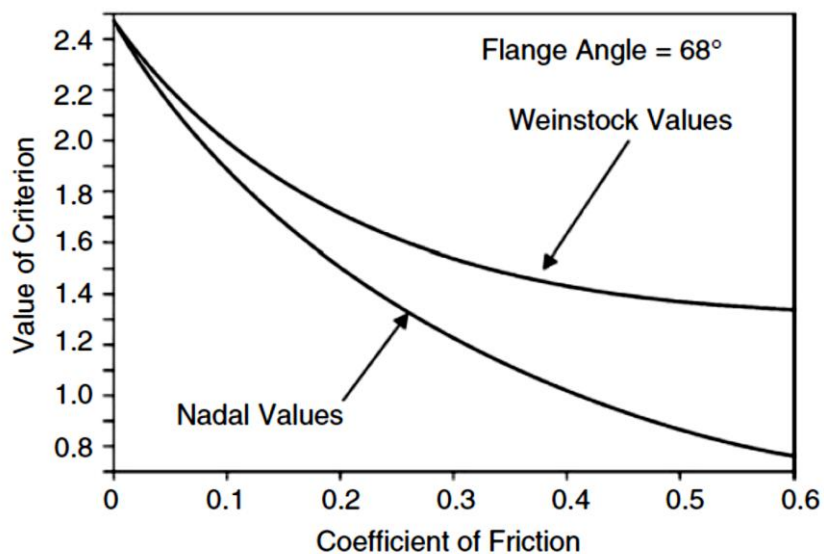


Figura 1-8 Comparação entre os critérios de Nadal e Weinstock

### 1.3.3 Critério da força de contato 3D

Devido às limitações do critério de Nadal e outros disponíveis, um outro critério foi proposto. Segundo Barbosa (2004), considerações sobre o mecanismo de rolagem deveriam ser feitas. Desta forma, uma modelagem incluindo a mecânica de contato com duas parcelas tangenciais, forças laterais e longitudinais bem como efeitos de rotação foi proposta.

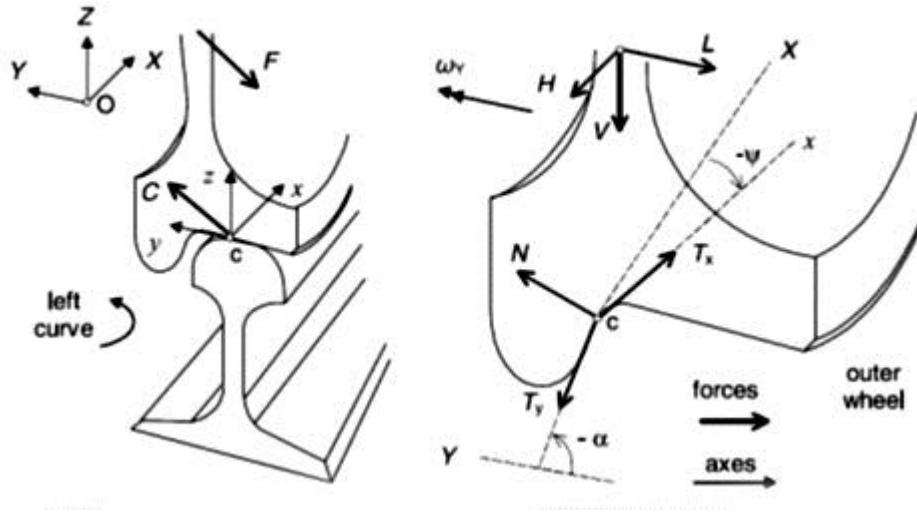


Figura 1-9. Detalhe do ponto de contato e equilíbrio das forças. (Barbosa, 2004)

Não é do escopo deste trabalho equacionar o modelo acima, então apenas o resultado final será apresentado.

$$\frac{L}{V} = \frac{A\mu - B\tan\alpha}{B + A\mu\tan\alpha} \quad 1.5$$

Onde os termos  $A$  e  $B$  estão relacionados ao ângulo de rolamento ( $yaw$ ) e a uma relação de forças.

$$A = k_x \sin\psi + (1 + k_y) \cos\psi \quad 1.6$$

$$B = \sqrt{k_x^2 + 1 + 2k_y + k_y^2} \quad 1.7$$

$$k_x = T_x / T_L \quad 1.8$$

$$k_y = T_\omega / T_L \quad 1.9$$

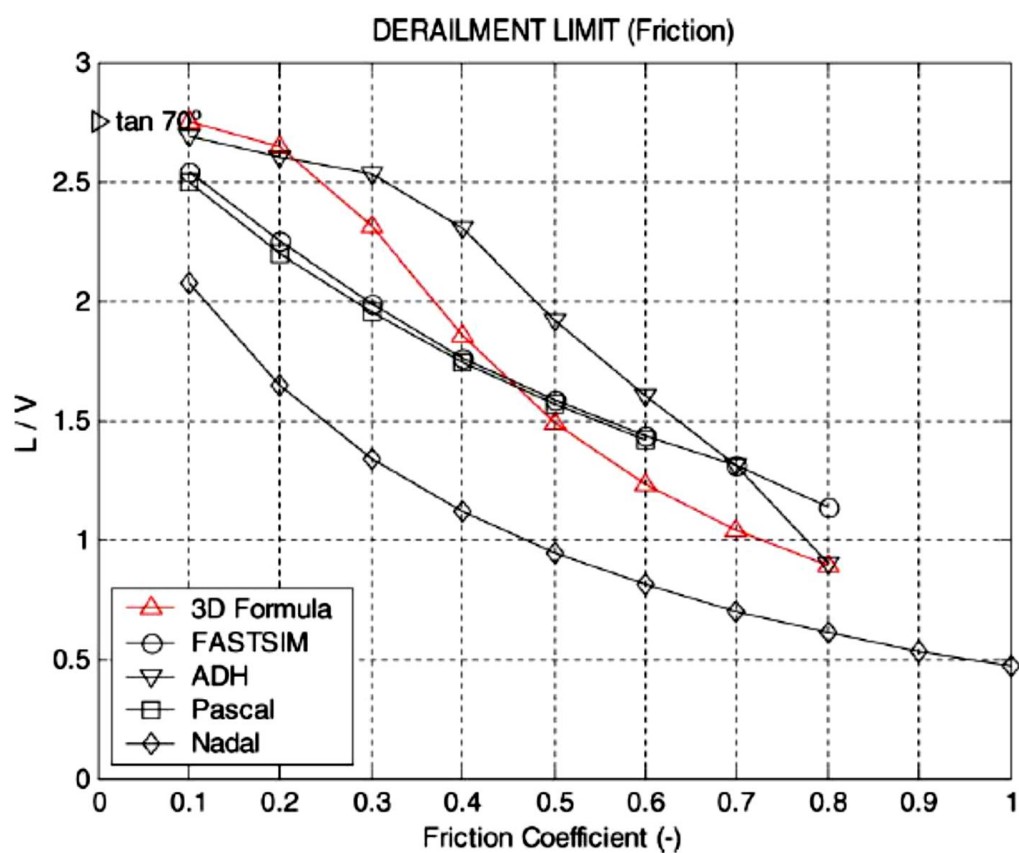


Figura 1-10 Gráfico comparativo de alguns fatores de segurança e atrito limite. (Barbosa, 2004)

## 1.4 Estado da Arte

Devido à crescente preocupação com o uso sustentável de recursos, aos avanços da tecnologia e à necessidade de um meio de transporte mais seguro e mais confiável, muito se tem estudado sobre os fenômenos que envolvem o veículo ferroviário e suas falhas.

Os custos de um acidente podem ser considerados de duas formas. Num primeiro instante, chamados de custos diretos, aqueles relacionados à perda da carga, danos ao trem e ao trilho e de vidas devido ao acidente. Num segundo momento, custos indiretos àqueles relacionados à limpeza e liberação dos trilhos, treinamento de novos profissionais e atrasos na entrega de outros carregamentos. Todos esses fatores motivam a pesquisa e o desenvolvimento de novos critérios e algoritmos de detecção de situações de risco.

Entre as recentes pesquisas feitas na área, destaca-se o estudo sobre descarrilamento a pequenas velocidades feito por C. Hung et alii (2010). Neste, propõe-se uma técnica de detecção de alguns sinais do veículo que, segundo os autores, estão correlacionados ao princípio do descarrilamento. Para isso, foi utilizado um modelo matemático de um trem composto por dois truques com duas rodas cada, e ainda um experimento com modelo em escala. Os resultados foram comparados e propõe-se, então, um algoritmo de detecção. O algoritmo leva em conta um pico máximo de *pitch* e a média da velocidade angular de rolagem (*yaw*).

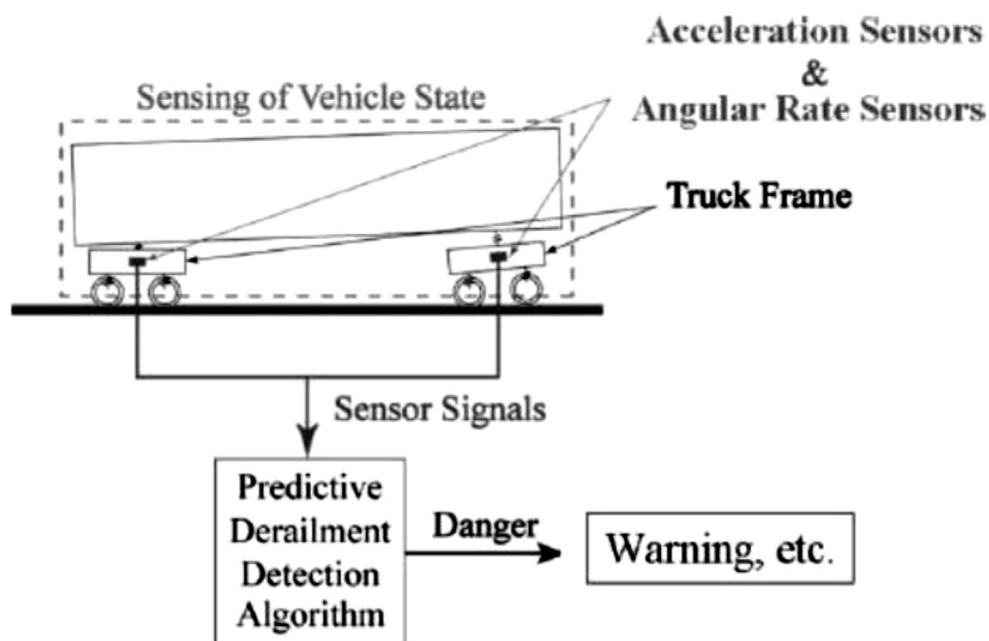


Figura 1-11 Esquema de algoritmo proposto por C. Hung et al. (2010)

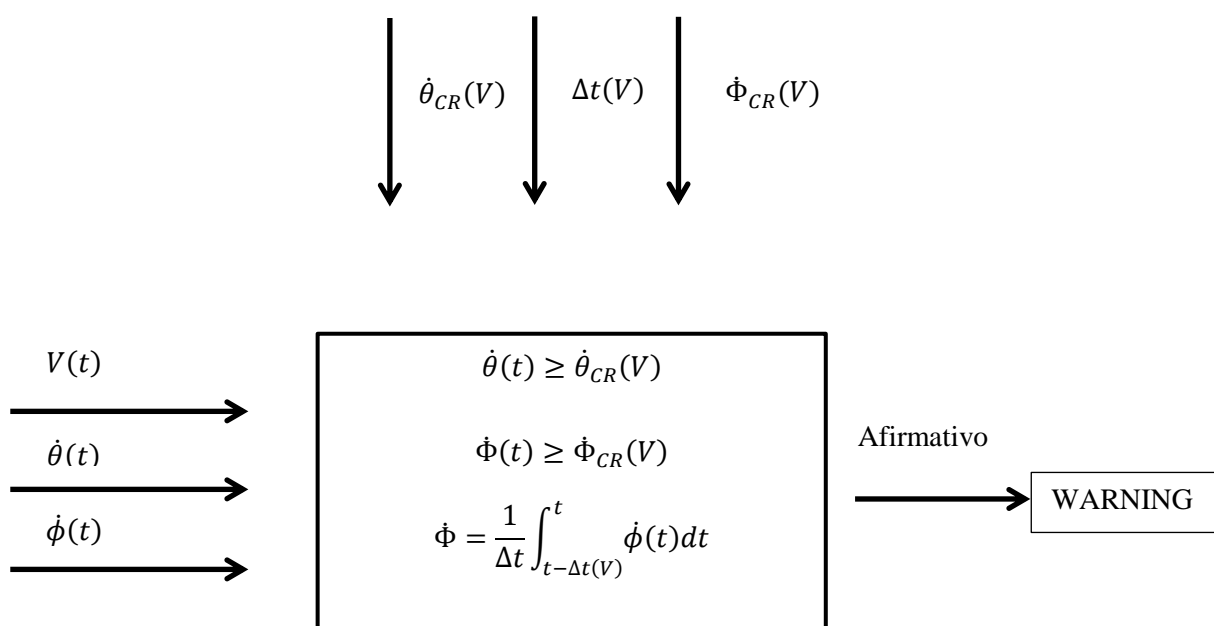


Figura 1-12 Algoritmo proposto por C. Hung et al. (2010)



## **2 MODELAGEM**

Segundo Barbosa (1999), a modelagem de sistemas dinâmicos deve ser feita em etapas a fim de garantir uma adequada representatividade do modelo físico pelo modelo matemático proposto.

Para isso, é necessário um conhecimento considerável do sistema físico e de seus pontos críticos. Além disso, a complexidade do modelo deve ser levada em consideração quando feitas as análises dos resultados, uma vez que um modelo simplificado pode gerar resultados demasiadamente diversos daqueles encontrados no sistema real.

O modelo utilizado neste trabalho é na verdade uma sobreposição de dois modelos. Para o conjunto como um todo foi utilizado modelo largamente explorado em bibliografia. Já para a parte crítica e de interesse, foi utilizado um modelo proposto por Barbosa (1996).

As hipóteses e outras considerações feitas no modelo estão descritas a seguir.

### **2.1 Hipóteses**

Para o veículo ferroviário aqui estudado, a primeira parte das considerações feitas diz respeito à dimensão e geometria do veículo.

O vagão é considerado absolutamente simétrico, com espaçamento igual entre os rodeiros e o mesmo entre os truques. Além disso, as massas foram consideradas concentradas no centro geométrico de cada componente.

Todas as partes do veículo deslocam-se longitudinalmente no mesmo sentido e direção, não existindo quaisquer deslocamentos relativos. Desta forma, o movimento longitudinal das partes foi desconsiderado. A omissão desta parte da dinâmica não afeta os resultados, dada a simetria do sistema.

O trem é ainda composto por duas suspensões divididas em primária e secundária. A primeira está presente no acoplamento entre rodeiros e truques. É composta por molas helicoidais metálicas e elásteros. Ela funciona como um

filtro das vibrações de alta frequência provenientes do contato entre rodas e trilho.

A suspensão secundária pode apresentar dois tipos de configuração. No primeiro caso, molas do tipo pneumática são utilizadas para isolar a parte superior das vibrações de baixa frequência, também conhecidas por bolsões de ar.

O segundo tipo é utilizado em vagões de frete por motivos econômicos e pela facilidade de manutenção, podendo aparecer também em trens de passageiro. Utilizam-se molas helicoidais metálicas.

No modelo aqui utilizado, o regime de trabalho considerado foi aquele onde o comportamento da suspensão é apenas linear. Desta forma, tanto a velocidade quanto o deslocamento geram forças linearmente proporcionais. Além disso, a geometria da suspensão foi desconsiderada.

Outra importante consideração feita é a de pequenos deslocamentos angulares. O sistema real pode apresentar deslocamentos maiores que aqueles onde o ângulo pode ser aproximado por funções lineares. Porém, dadas as dimensões e o tipo de análise aqui pretendidos, tais considerações são desnecessárias e tornariam a simulação mais complexa.

A deformação e rigidez dos trilhos é desconsiderada neste trabalho, considerando-se apenas as forças originadas no contato entre rodas e trilho. Além disso, imperfeições e irregularidades na via também são desconsideradas.

Assim, o sistema fica limitado a 2 graus de liberdade em cada corpo, sendo eles o deslocamento lateral do veículo e o deslocamento angular de rolagem, e assim o sistema apresenta 14 graus de liberdade.

## **2.2 Modelo do veículo**

O modelo do vagão ferroviário é composto por sete corpos vinculados através de conjuntos amortecedores e molas torcionais. Dessas sete partes, quatro

representam as partes em contato com o trilho, denominada rodeiro, duas representam componentes intermediários, conhecidos como truques, e uma parte representando o baú do vagão.

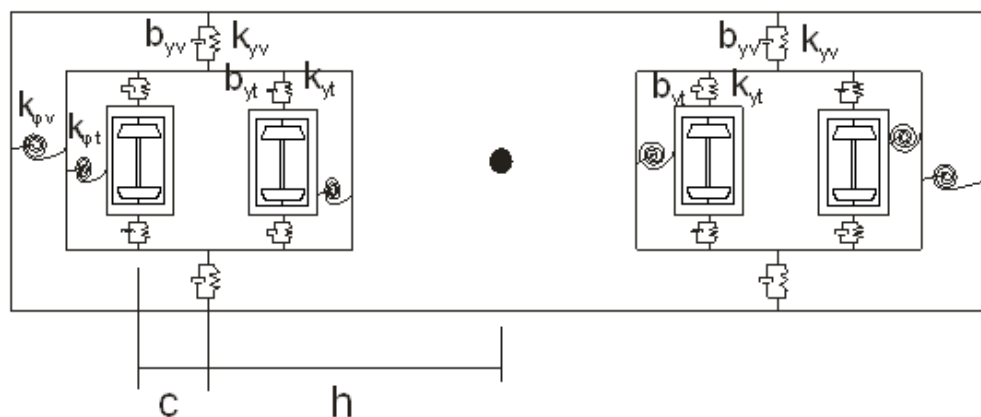


Figura 2-1 Vista de topo do modelo do veículo ferroviário

**Tabela 1 Dimensões do baú.**

Parâmetro	Símbolo	Valor
Massa (kg)	$m_v$	22000
Semi comprimento do vagão (m)	$h$	8,75
Momento de inércia ( $\text{kg.m}^2$ )	$I_v$	$10^6$
Rigidez lateral da suspensão secundária (N/m)	$k_{yv}$	$4,5 \cdot 10^7$
Amortecimento lateral da suspensão secundária (N.s/m)	$b_{yv}$	$6 \cdot 10^4$
Rigidez torcional da suspensão secundária (N/rad)	$k_{fv}$	$10^7$

Para o baú, valem as seguintes equações.

$$\begin{cases} m_v \ddot{y}_v = -k_v(z_1 + z_2) - c_v(\dot{z}_1 + \dot{z}_2) + F_{ext} \end{cases} \quad 2.1$$

$$\begin{cases} I_v \ddot{\phi}_v = -K_V(2\phi_v - \phi_{T1} - \phi_{T2}) - k_v \cdot h \cdot \cos \phi_v(z_1 + z_2) + \\ -c_v \cdot h \cdot \cos \phi_v(\dot{z}_1 + \dot{z}_2) \end{cases} \quad 2.2$$

$$z_1 = y_v - y_{T1} - h \cdot \sin(\phi_v) \quad 2.3$$

$$\dot{z}_1 = \dot{y}_v - \dot{y}_{T1} - h \cdot \dot{\phi}_v \cos(\phi_v) \quad 2.4$$

$$z_2 = y_v - y_{T2} + h \cdot \sin(\phi_v) \quad 2.5$$

$$\dot{z}_2 = \dot{y}_v - \dot{y}_{T2} + h \cdot \dot{\phi}_v \cos(\phi_v) \quad 2.6$$

$$\begin{cases} m \ddot{y}_v = -k_v(2y_v - y_{T1} - y_{T2}) - c_v(2\dot{y}_v - \dot{y}_{T1} - \dot{y}_{T2}) + F_{ext} \\ I_v \ddot{\phi}_v = -K_V(2\phi_v - \phi_{T1} - \phi_{T2}) - k_v \cdot h \cdot \cos \phi_v(2y_v - y_{T1} - y_{T2}) + \\ -c_v \cdot h \cdot \cos \phi_v(2\dot{y}_v - \dot{y}_{T1} - \dot{y}_{T2}) \end{cases} \quad 2.7$$

Linearizadas se tornam:

$$\begin{cases} m \ddot{y}_v = -k_v(2y_v - y_{T1} - y_{T2}) - c_v(2\dot{y}_v - \dot{y}_{T1} - \dot{y}_{T2}) \\ I_v \ddot{\phi}_v = -K_V(2\phi_v - \phi_{T1} - \phi_{T2}) - k_v \cdot h(2y_v - y_{T1} - y_{T2} + 2h\phi_v) \\ -c_v \cdot h(2\dot{y}_v - \dot{y}_{T1} - \dot{y}_{T2} + 2h\dot{\phi}_v) \end{cases} \quad 2.8$$

O truque corresponde à parte intermediária, composta por uma caixa com dois rodeiros, ligado ao baú pela suspensão secundária e vinculada aos rodeiros, pela suspensão primária.

Tabela 2 Dimensões do truque

Parâmetro	Símbolo	Valor
Massa do truque (kg)	$m_t$	2500
Semi comprimento do truque (m)	$c$	1,25
Momento de inércia do truque (kg.m <sup>2</sup> )	$I_t$	3500
Rigidez lateral da suspensão primária (N/m)	$k_{yt}$	$4 \cdot 10^5$
Amortecimento lateral da suspensão primária (N.s/m)	$b_{yt}$	$6 \cdot 10^4$
Rigidez torcional da suspensão primária (N/rad)	$k_{ft}$	$4 \cdot 10^7$

$$m_{T1}\ddot{y}_{T1} = k_v(-z_1) - k_T(z_3 + z_4) + c_v(-\dot{z}_1) - c_T(\dot{z}_3 + \dot{z}_4) \quad 2.9$$

$$m_{T2}\ddot{y}_{T2} = k_v(-z_2) - k_T(z_5 + z_6) + c_v(-\dot{z}_2) - c_T(\dot{z}_5 + \dot{z}_6) \quad 2.10$$

$$I_{T1}\ddot{\phi}_{T1} = K_V(\varphi_v - \varphi_{T1}) - k_T \cdot c \cdot \cos \varphi_{T1} (z_3 + z_4) - c_T \cdot c \cdot \cos \varphi_{T1} (\dot{z}_3 + \dot{z}_4) \quad 2.11$$

$$I_{T2}\ddot{\phi}_{T2} = K_V(\varphi_v - \varphi_{T2}) - k_T \cdot c \cdot \cos \varphi_{T2} (z_5 + z_6) - c_T \cdot c \cdot \cos \varphi_{T2} (\dot{z}_5 + \dot{z}_6) \quad 2.12$$

$$z_1 = y_v - y_{T1} - h \cdot \sin(\varphi_v) \quad 2.13$$

$$\dot{z}_1 = \dot{y}_v - \dot{y}_{T1} - h \cdot \dot{\varphi}_v \cos(\varphi_v) \quad 2.14$$

$$z_2 = y_v - y_{T2} + h \cdot \sin(\varphi_v) \quad 2.15$$

$$\dot{z}_2 = \dot{y}_v - \dot{y}_{T2} + h \cdot \dot{\varphi}_v \cos(\varphi_v) \quad 2.16$$

$$z_3 = y_{T1} - y_{R1} - c \cdot \sin(\varphi_{T1}) \quad 2.17$$

$$\dot{z}_3 = \dot{y}_{T1} - \dot{y}_{R1} - c \cdot \dot{\varphi}_{T1} \cos(\varphi_{T1}) \quad 2.18$$

$$z_4 = y_{T1} - y_{R2} + c \cdot \sin(\varphi_{T1}) \quad 2.19$$

$$\dot{z}_4 = \dot{y}_{T1} - \dot{y}_{R2} + c \cdot \dot{\varphi}_{T1} \cos(\varphi_{T1}) \quad 2.20$$

$$z_5 = y_{T2} - y_{R3} - c \cdot \sin(\varphi_{T2}) \quad 2.21$$

$$\dot{z}_5 = \dot{y}_{T2} - \dot{y}_{R3} - c \cdot \dot{\varphi}_{T2} \cos(\varphi_{T2}) \quad 2.22$$

$$z_6 = y_{T2} - y_{R4} + c \cdot \sin(\varphi_{T2}) \quad 2.23$$

$$\dot{z}_6 = \dot{y}_{T2} - \dot{y}_{R4} + c \cdot \dot{\varphi}_{T2} \cos(\varphi_{T2}) \quad 2.24$$

$$\begin{aligned} m_{T1} \ddot{y}_{T1} = & k_v(y_v - y_{T1} - h \cdot \sin(\varphi_v)) - k_T(2y_{T1} - y_{R1} - y_{R2}) + \\ & + c_v(\dot{y}_v - \dot{y}_{T1} - h \cdot \dot{\varphi}_v \cdot \cos(\varphi_v)) - c_T(2\dot{y}_{T1} - \dot{y}_{R1} - \dot{y}_{R2}) \end{aligned} \quad 2.25$$

$$\begin{aligned} m_{T2} \ddot{y}_{T2} = & k_v(y_v - y_{T2} - h \cdot \sin(\varphi_v)) - k_T(2y_{T2} - y_{R3} - y_{R4}) + \\ & + c_v(\dot{y}_v - \dot{y}_{T2} + h \cdot \dot{\varphi}_v \cdot \cos(\varphi_v)) - c_T(2\dot{y}_{T2} - \dot{y}_{R3} - \dot{y}_{R4}) \end{aligned} \quad 2.26$$

$$\begin{aligned} I_{T1} \ddot{\varphi}_{T1} = & K_V(\varphi_v - \varphi_{T1}) - K_T(2\varphi_{T1} - \varphi_{R1} - \varphi_{R2}) - \\ & + k_T \cdot c \cdot \cos \varphi_{T1} (2y_{T1} - y_{R1} - y_{R2} - 2 \cdot c \cdot \sin(\varphi_{T1})) - \\ & + c_T \cdot c \cdot \cos \varphi_{T1} (2\dot{y}_{T1} - \dot{y}_{R1} - \dot{y}_{R2} - 2 \cdot c \cdot \dot{\varphi}_{T1} \cdot \cos(\varphi_{T1})) \end{aligned} \quad 2.27$$

$$\begin{aligned} I_{T2} \ddot{\varphi}_{T2} = & K_V(\varphi_v - \varphi_{T2}) - K_T(2\varphi_{T2} - \varphi_{R3} - \varphi_{R4}) - \\ & + k_T \cdot c \cdot \cos \varphi_{T2} (2y_{T2} - y_{R3} - y_{R4} - 2 \cdot c \cdot \sin(\varphi_{T2})) - \\ & + c_T \cdot c \cdot \cos \varphi_{T2} (2\dot{y}_{T2} - \dot{y}_{R3} - \dot{y}_{R4} - 2 \cdot c \cdot \dot{\varphi}_{T2} \cdot \cos(\varphi_{T2})) \end{aligned} \quad 2.28$$

Após linearizadas:

$$m_{T1}\ddot{y}_{T1} = k_v(y_v - y_{T1} - h \cdot \varphi_v) - k_T(2y_{T1} - y_{R1} - y_{R2}) + \\ + c_v(\dot{y}_v - \dot{y}_{T1} - h \cdot \dot{\varphi}_v) - c_T(2\dot{y}_{T1} - \dot{y}_{R1} - \dot{y}_{R2}) \quad 2.29$$

$$m_{T2}\ddot{y}_{T2} = k_v(y_v - y_{T2} - h \cdot \varphi_v) - k_T(2y_{T2} - y_{R3} - y_{R4}) + \\ + c_v(\dot{y}_v - \dot{y}_{T2} + h \cdot \dot{\varphi}_v) - c_T(2\dot{y}_{T2} - \dot{y}_{R3} - \dot{y}_{R4}) \quad 2.30$$

$$I_{T1}\ddot{\varphi}_{T1} = K_V(\varphi_v - \varphi_{T1}) - K_T(2\varphi_{T1} - \varphi_{R1} - \varphi_{R2}) - \\ + k_T \cdot c \cdot (2y_{T1} - y_{R1} - y_{R2} - 2 \cdot c \cdot \varphi_{T1}) - \\ + c_T \cdot c \cdot (2\dot{y}_{T1} - \dot{y}_{R1} - \dot{y}_{R2} - 2 \cdot c \cdot \varphi_{T1}) \quad 2.31$$

$$I_{T2}\ddot{\varphi}_{T2} = K_V(\varphi_v - \varphi_{T2}) - K_T(2\varphi_{T2} - \varphi_{R3} - \varphi_{R4}) - \\ + k_T \cdot c \cdot (2y_{T2} - y_{R3} - y_{R4} - 2 \cdot c \cdot \varphi_{T2}) - \\ + c_T \cdot c \cdot (2\dot{y}_{T2} - \dot{y}_{R3} - \dot{y}_{R4} - 2 \cdot c \cdot \varphi_{T2}) \quad 2.32$$

Já para os rodeiros, utilizou-se um modelo proposto por Barbosa (1996). Tal modelo é abaixo ilustrado.

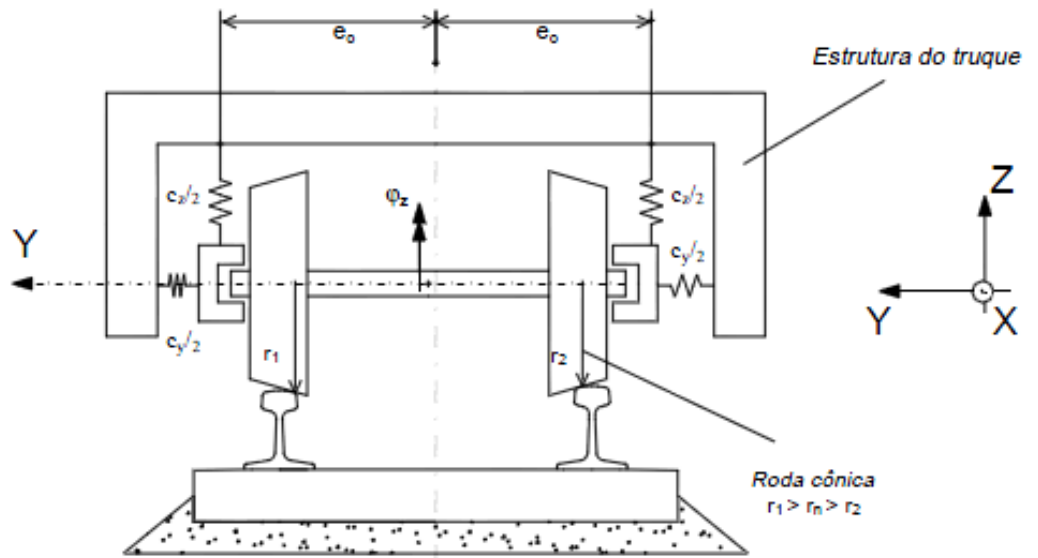


Figura 2-2 Vista frontal do modelo de rodeiro (Barbosa, 1996)

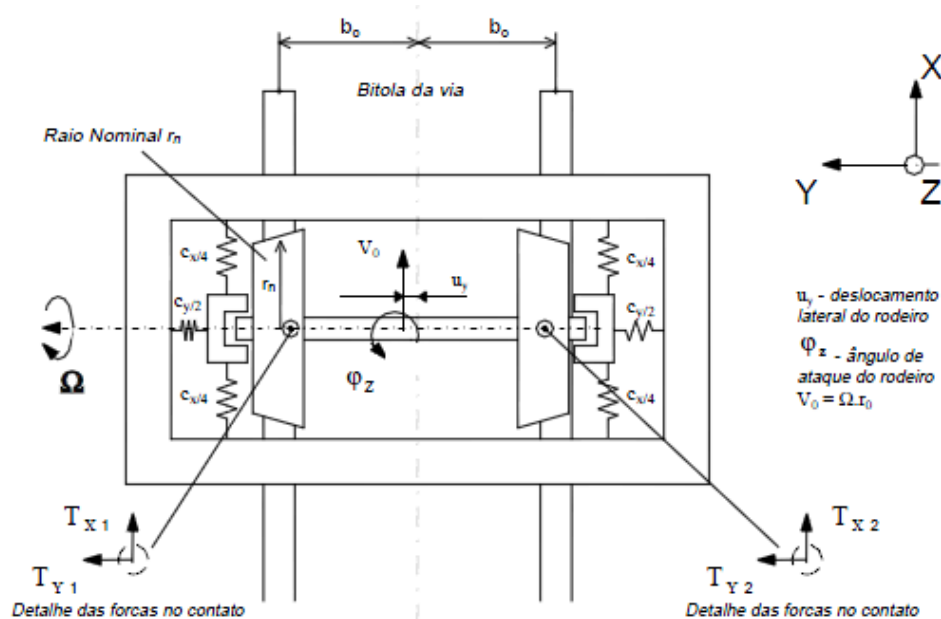


Figura 2-3 Vista de topo do modelo de rodéio (Barbosa, 1996)

**Tabela 3 Dimensões do rodéio**

Dimensões	Símbolo	Valor
Conicidade da roda	$\lambda$	0,10
Raio nominal da roda (m)	$r_0$	0,4572
Bitola da via (m)	$b_0$	0,7175
Semi-distância da suspensão primária (m)	$e_0$	0,61
Massa do rodéio (kg)	$m_r$	1715
Momento de inércia do rodéio ( $\text{kg.m}^2$ )	$I_r$	800
Rigidez longitudinal do contato (N)	$k_x$	$6,2 \cdot 10^6$
Rigidez lateral do contato (N)	$k_y$	$6,5 \cdot 10^6$
Rigidez longitudinal da suspensão do rodéio (N/m)	$c_x$	$4,5687 \cdot 10^6$
Rigidez lateral da suspensão do rodéio (N/m)	$c_y$	$10^2$



As seguintes equações podem ser encontradas pelo método de Lagrange:

$$L = T - V \quad 2.33$$

$$T = \frac{m \cdot \dot{u}_y^2}{2} + \frac{J \cdot \dot{\varphi}_z^2}{2} \quad 2.34$$

$$V = \frac{c_y \cdot u_y^2}{2} + \frac{c_x \cdot \varphi_z \cdot e_0^2}{2} \quad 2.35$$

$$Q_{ext} = T_{X1}, T_{X2}, T_{Y1}, T_{Y2}, F_y e T_\varphi \quad 2.36$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}} = Q_{ext} \quad 2.37$$

Em sua forma matricial pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_y \\ \ddot{\varphi}_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_y & 0 \\ 0 & c_x \cdot e_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ \varphi_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_y \\ T_\varphi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} T_{Y1} + T_{Y2} \\ b_0 \cdot (T_{X1} - T_{X2}) \end{Bmatrix} \quad 2.38$$

Embora anteriormente tenham sido consideradas externas as forças  $T_{Xi}$  e  $T_{Yi}$ , elas são em realidade forças originadas devido à mecânica de contato. Estas forças são proporcionais à velocidade relativa entre superfície de contato e são dependentes dos graus de liberdade do problema e suas respectivas derivadas. Com isso, tais forças devem ser deslocadas dos termos da direita para a esquerda.

A partir da mecânica de contato, as forças nas direções longitudinal e lateral, ditas proporcionais às velocidades relativas, em conjunto com constantes de proporcionalidade, estas devidas aos micro-eskorregamentos, podem ser reescritas da seguinte forma:

$$T_{X1} = k_x \frac{\vartheta_{X1}}{V_0} \quad 2.39$$

$$T_{X2} = k_x \frac{\vartheta_{X2}}{V_0} \quad 2.40$$

$$T_{Y1} = k_y \frac{\vartheta_{Y1}}{V_0} \quad 2.41$$

$$T_{Y2} = k_y \frac{\vartheta_{Y2}}{V_0} \quad 2.42$$

As velocidades relativas implicam num micro-eskorregamento entre as superfícies. Seus valores são funções das coordenadas do sistema e respectivas derivadas, da conicidade da roda, do raio nominal e da semi-distância dos pontos de contato. Para tal temos as seguintes equações:

$$T_{X1} = -k_x \cdot \left( \frac{u_y \cdot \lambda}{r_0} + \frac{\dot{\phi}_z \cdot b_0}{V_0} \right) \quad 2.43$$

$$T_{X2} = k_x \cdot \left( \frac{u_y \cdot \lambda}{r_0} + \frac{\dot{\phi}_z \cdot b_0}{V_0} \right) \quad 2.44$$

$$T_{Y1} = T_{Y2} = k_y \cdot \left( -\varphi_z + \frac{\dot{u}_y}{V_0} \right) \quad 2.45$$

Assim, levando-se em consideração o termo acima, a forma matricial da equação pode ser reescrita e apresentará novos termos na matriz de rigidez e uma matriz de amortecimento.

$$\begin{bmatrix} m0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_y \\ \ddot{\phi}_z \end{Bmatrix} + \frac{1}{V_0} \begin{bmatrix} 2 \cdot k_y & 0 \\ 0 & 2 \cdot k_x \cdot b_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_y \\ \dot{\phi}_z \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_y & -2 \cdot k_y \\ 2 \cdot k_x \cdot \lambda \cdot b_0 / r_0 & c_x \cdot e_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_y \\ \varphi_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_y \\ T_\varphi \end{Bmatrix} \quad 2.46$$

As equações acima determinadas são válidas apenas para movimentos retilíneos e para pequenos deslocamentos angulares e laterais. Torna-se de interesse incluir eventuais termos para consideração de uma trajetória curvilínea.

Quando exposto à situação acima dita, o rodeiro entra numa situação de constante mudança, variando sua posição no plano e sendo solicitado por forças presentes em tal movimento. Logo, a força centrípeta e o torque originado em sua rotação aparecerão do lado direito da equação.

Para tanto, valem as seguintes expressões:

$$F_{cp} = \frac{v_0^2}{R} \quad 2.47$$

$$\psi = \frac{v_0}{R} \quad 2.48$$



$$\begin{aligned}
& \mathcal{C} \\
= & \begin{bmatrix}
C_{11} & 0 & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
C_{31} & 0 & C_{33} & 0 & C_{35} & 0 & C_{37} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
C_{41} & 0 & 0 & C_{44} & C_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & C_{13} & C_{14} & C_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & C_{73} & 0 & 0 & 0 & C_{77} & 0 & 0 & 0 & C_{73} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & C_{83} & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{88} & 0 & 0 & C_{83} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{11} & 0 & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{37} & 0 & C_{31} & 0 & C_{33} & 0 & C_{35} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{41} & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{13} & C_{14} & C_{11} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{22}
\end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$C_{11} = 2 \frac{k_y}{v_0} + b_T$$

$$C_{13} = -b_T$$

$$C_{14} = -b_T \cdot c$$

$$C_{22} = \frac{2k_x b_0}{v_0}$$

$$C_{31} = -b_T$$

$$C_{33} = 2 b_T + b_V$$

$$C_{35} = -b_T$$

$$C_{37} = -b_V$$

$$C_{41} = b_T \cdot c$$

$$C_{44} = 2b_T \cdot c^2$$

$$C_{73} = -b_V$$

$$C_{77} = 2 b_V$$

$$C_{83} = -b_V \cdot h$$

$$C_{88} = 2b_V \cdot h^2$$

$$\begin{aligned}
 & K \\
 = & \begin{bmatrix}
 K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 K_{21} & K_{22} & 0 & K_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 K_{31} & 0 & K_{33} & 0 & K_{35} & 0 & K_{37} & K_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 K_{41} & K_{42} & 0 & K_{44} & K_{45} & K_{46} & K_{47} & K_{48} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & K_{13} & K_{14} & K_{11} & K_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & K_{24} & K_{21} & K_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & K_{73} & 0 & 0 & 0 & K_{77} & 0 & 0 & 0 & K_{73} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & K_{83} & K_{84} & 0 & 0 & 0 & K_{88} & 0 & 0 & K_{83} & K_{84} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{21} & K_{22} & 0 & K_{24} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{37} & K_{38} & K_{31} & 0 & K_{33} & 0 & K_{35} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{47} & K_{48} & K_{41} & K_{42} & 0 & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{13} & K_{14} & K_{11} & K_{12} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{24} & K_{21} & K_{22}
 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$K_{11} = c_y + k_T$$

$$K_{12} = -2k_y$$

$$K_{13} = -k_T$$

$$K_{14} = -k_T \cdot c$$

$$K_{21} = \frac{2 k_x \lambda b_0}{r_0}$$

$$K_{22} = K_T + c_x e_0^2$$

$$K_{24} = -K_T$$

$$K_{31} = -k_T$$

$$K_{33} = 2 k_T + k_V$$

$$K_{35} = -k_T$$

$$K_{37} = -k_V$$

$$K_{38} = h \cdot k_V$$

$$K_{41} = k_T \cdot c$$

$$K_{42} = -K_T$$

$$K_{44} = 2 K_T + 2k_T \cdot c^2 + K_V$$

$$K_{45} = -k_T \cdot c$$

$$K_{46} = -K_T$$

$$K_{48} = -K_V$$

$$K_{73} = -k_V$$

$$K_{77} = 2 k_V$$

$$K_{83} = -k_V \cdot h$$

$$K_{84} = -K_V$$

$$K_{88} = 2K_V + 2k_V \cdot h^2$$

### 3 SOLUÇÃO

Utilizando o modelo previamente equacionado, torna-se possível a simulação do sistema. É de interesse deste trabalho identificar parâmetros no veículo ferroviário que, quando em trajetória de curva, possam ser correlacionados com os índices de

segurança. A identificação desses parâmetros permite a previsão da tendência de descarrilamento e, assim, a evitar acidentes.

Sabe-se que uma situação crítica para um veículo ferroviário é aquela na qual o trem percorre um trecho de curva. Isto se deve ao fato de que, em curvas, as forças laterais do veículo sofrem um aumento considerável conforme as rodas se deslocam em sentido contrário à curva. Por este motivo, investigar os parâmetros do veículo em trecho de curva é de interesse pois é onde as relações de forças são mais sensíveis.

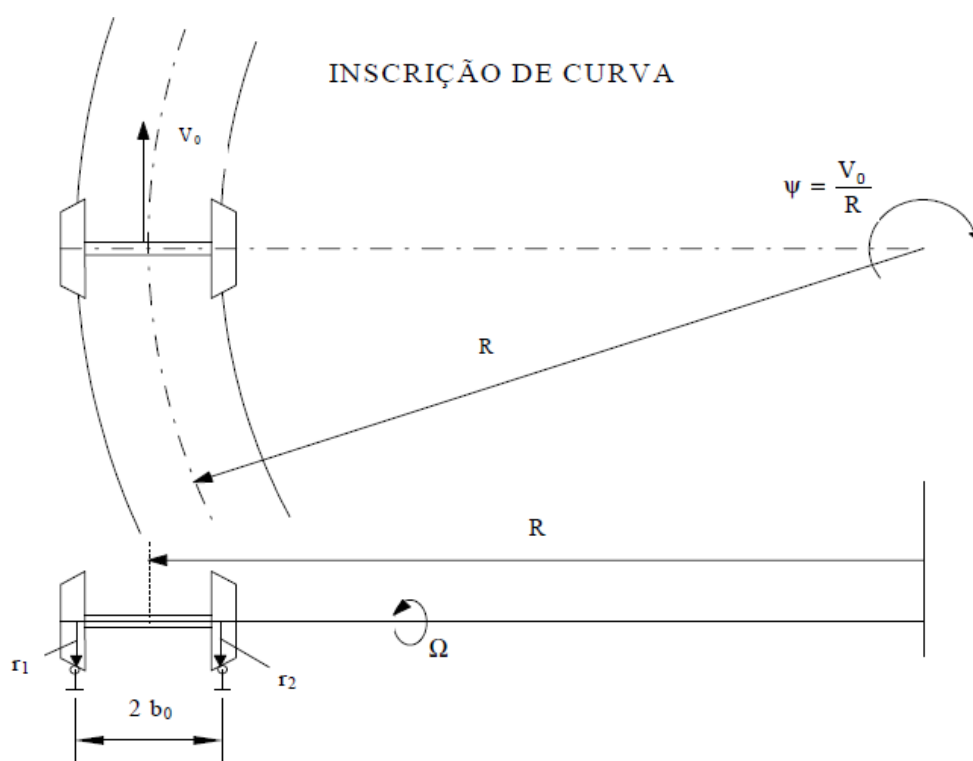


Figura 3-1 Ilustração do trecho de curva de raio constante (Barbosa, 1996)

O trajeto a ser considerado pode ser dividido em três partes. Ao início é considerado como uma reta. Nenhuma força é aplicada sobre nenhum corpo do sistema. Em seguida, o trecho varia, de forma linear, a curvatura. A terceira parte do percurso é aquela onde a curvatura atinge um valor constante, de  $1/R_0$  e o veículo entra em regime permanente.

### Inscrição em curva

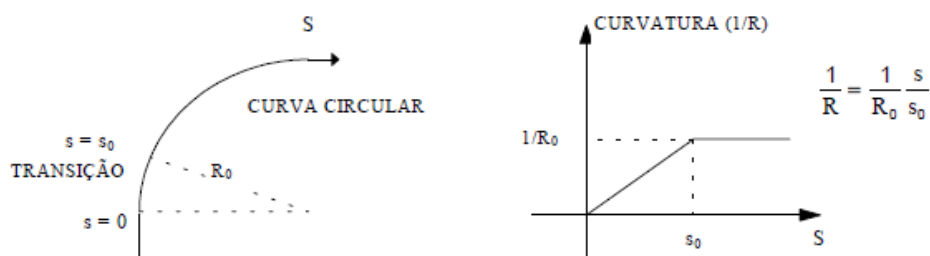


Figura 3-2 Descrição matemática da curva a ser percorrida. (Barbosa, 1996)

Assim sendo, para efeito de entrada serão consideradas as forças reativas ao movimento circular uniforme, ou seja, as forças centrípetas nos corpos. Além disso, no contato roda trilho há a presença de um binário de força originado na mecânica de contato.

Além disso, seguindo a descrição do percurso apresentada acima, todas as entradas são admitidas como entradas do tipo rampa. Cada corpo estará sujeito a uma força proporcional a massa vezes o quadrado da velocidade na direção tangencial à curva,  $v_0$ , defasadas de um tempo proporcional a distância sobre esta velocidade. Desta maneira, a contribuição de cada uma das forças centrípetas dos corpos se dá no momento em que o centro de massa, dadas as hipóteses de massa concentrada admitidas anteriormente, adentra a curva.

Como visto anteriormente na modelagem do rodeiro, a mecânica de contato é afetada pela velocidade relativa das rodas, e cabe então, fazer as considerações destas diferenças no cálculo do momento externo ali atuante.



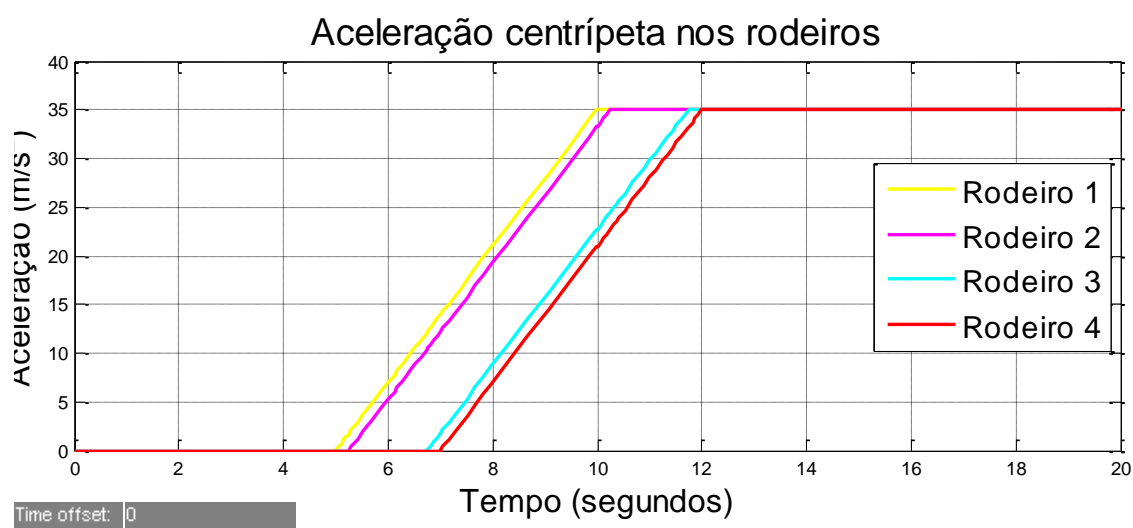


Figura 3-3 Gráfico das entradas do sistema para forças

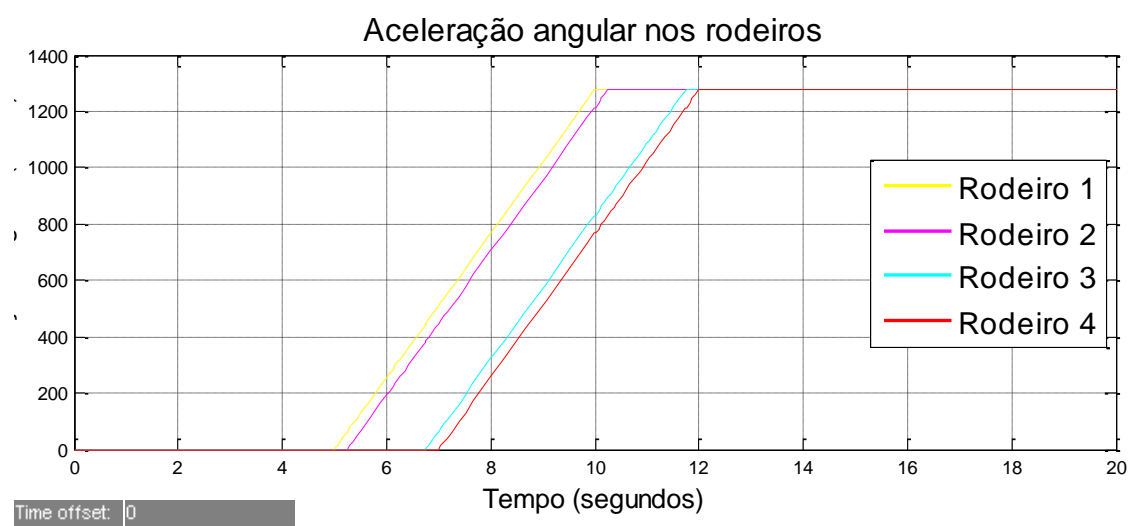


Figura 3-4 Entrada devida ao binário de forças no contato roda trilho

Além da simulação no domínio do tempo, foi também simulado o sistema no domínio da frequência para determinação da estabilidade do sistema.

Carece, portanto, a definição do espaço de estados adotado em primeiro instante na investigação presente neste trabalho.

Segundo Ogata (2002), o estado é definido como aquele com o menor número de variáveis e, sabendo das condições iniciais das mesmas e de posse das entradas do sistema para  $t \geq t_0$ , o comportamento do sistema pode ser inteiramente conhecido para qualquer instante de tempo  $t$ .

As variáveis do sistema podem então ser organizadas de forma vetorial e compondo o chamado vetor de estado onde estão as variáveis de estado. Com base nestas definições, todo estado do sistema é definido como um ponto no espaço de estado.

As equações que regem o movimento lateral do vagão ferroviário inicialmente definidas são conhecidas como equações de estado e para as próximas definições, elas precisam ser linearizadas em torno do ponto de operação. Tais linearizações foram consideradas dentro das hipóteses admitidas no sistema.

Pode-se então definir o sistema linearizado dentro do seguinte sistema linear:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ \dot{y}(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

Onde a matriz  $A$  é chamada de matriz de estados,  $B$  é a matriz de entrada,  $C$ , a matriz de saída do sistema e  $D$  a matriz de transmissão direta. E o vetor de estado é definido como:

$$\begin{aligned}x_1 &= \dot{y}_{R1} & x_6 &= \dot{\phi}_{R2} & x_{11} &= \dot{y}_{T2} & x_{16} &= \varphi_{R1} & x_{21} &= y_V & x_{26} &= \varphi_{T2} \\ x_2 &= \dot{\phi}_{R1} & x_7 &= \dot{y}_V & x_{12} &= \dot{\phi}_{T2} & x_{17} &= y_{T1} & x_{22} &= \varphi_V & x_{27} &= y_{R4} \\ x_3 &= \dot{y}_{T1} & x_8 &= \dot{\phi}_V & x_{13} &= \dot{y}_{R4} & x_{18} &= \varphi_{T1} & x_{23} &= y_{R3} & x_{28} &= \varphi_{R4} \\ x_4 &= \dot{\phi}_{T1} & x_9 &= \dot{y}_{R3} & x_{14} &= \dot{\phi}_{R4} & x_{19} &= y_{R2} & x_{24} &= \varphi_{R3} \\ x_5 &= \dot{y}_{R2} & x_{10} &= \dot{\phi}_{R3} & x_{15} &= y_{R1} & x_{20} &= \varphi_{R2} & x_{25} &= y_{T2}\end{aligned}$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} \dot{r} \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y}_{R1} & \dot{\phi}_{R1} & \dot{y}_{T1} & \dot{\phi}_{T1} & \dot{y}_{R2} & \dot{\phi}_{R2} & \dot{y}_V & \dot{\phi}_V & \dot{y}_{R3} & \dot{\phi}_{R3} & \dot{y}_{T2} & \dot{\phi}_{T2} & \dot{y}_{R4} & \dot{\phi}_{R4} \\ y_{R1} & \varphi_{R1} & y_{T1} & \varphi_{T1} & y_{R2} & \varphi_{R2} & y_V & \varphi_V & y_{R3} & \varphi_{R3} & y_{T2} & \varphi_{T2} & y_{R4} & \varphi_{R4} \end{bmatrix}$$

$$A_{(28 \times 28)} = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ I & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{(28 \times 1)} = \begin{bmatrix} B_1 & B_2 & B_1 & 0 & B_1 & B_2 & B_1 & 0 & B_1 & B_2 & B_1 & 0 & B_1 & B_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$B_1 = v_0^2/R$$

$$B_2 = \frac{2 \cdot k_x b_0^2}{I_R R}$$

$$C_{(28 \times 28)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_{(28 \times 1)} = 0$$

#### 4 RESULTADOS

Uma vez definidas todas as equações do veículo e definidas suas rotinas, esta seção apresenta os resultados obtidos no programa. Serão feitas análises a respeito dos modelos e suas estabilidade e, ao final, as simulações no domínio do tempo e suas respectivas análises.

A matriz de transição do sistema permite identificar a estabilidade do sistema, as características naturais e modos de vibração. Uma vez que o modelo do rodeiro (Barbosa 1996) apresenta uma parametrização em função da velocidade longitudinal do veículo, o estudo da estabilidade se dará em função da variação da mesma. Isso significa dizer que o sistema apresentará estabilidade dependente da velocidade.

O sistema apresenta os seguintes pólos para a velocidade de 10 m/s.

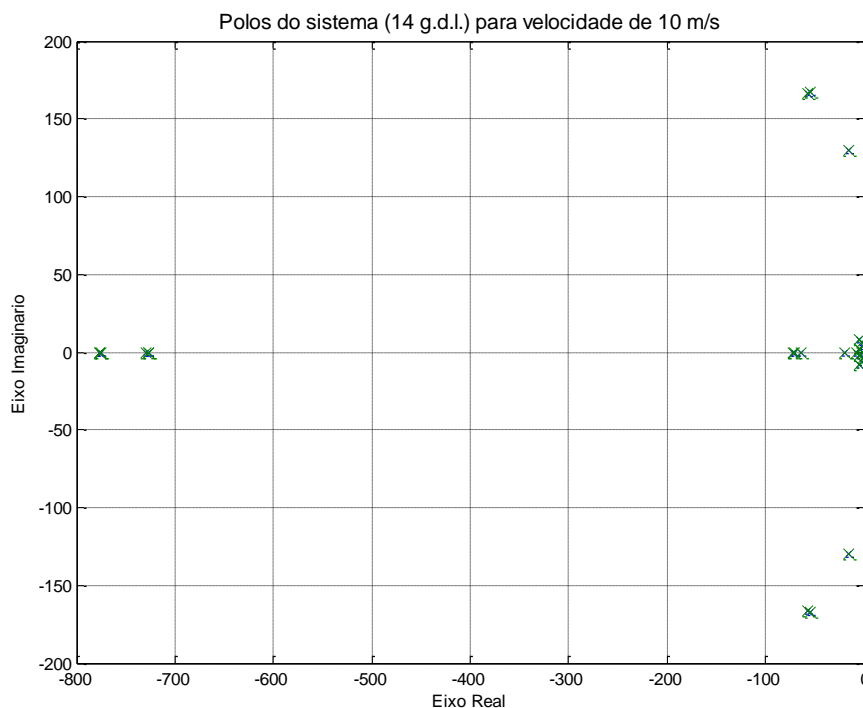


Figura 4-1 Pólos do sistema para  $v_0=10$  m/s

Todos os pólos do sistema apresentam parte real negativa, o que indica a estabilidade do sistema. Além disso, alguns pólos são pares de números complexos, o que caracteriza um comportamento oscilatório que está presente no sistema.

**Tabela 4 Pólos do sistema de 14 graus de liberdade**

Velocidade 10 m/s			
-776.37	-56.97 + 166.39i	-71.23	-7.77
-775.74	-56.97 - 166.39i	-71.32	-4.75 + 1.84i
-776.01	-54.50 + 166.94i	-19.63	-4.75 - 1.84i
-726.94	-54.50 - 166.94i	-4.73 + 8.37i	-0.56 + 3.63i
-729.36	-14.89 + 130.15i	-4.73 - 8.37i	-0.56 - 3.63i
-729.35	-14.89 - 130.15i	-2.51 + 6.46i	-0.74
-726.55	-63.31	-2.51 - 6.46i	-1.28

Uma vez obtidos os pólos do sistema, parte-se então para as respostas do sistema à entrada previamente descrita. É importante notar que a entrada pode ser entendida como dois sinais na forma de uma rampa de mesmas características mas defasadas de um tempo de 3 segundos.

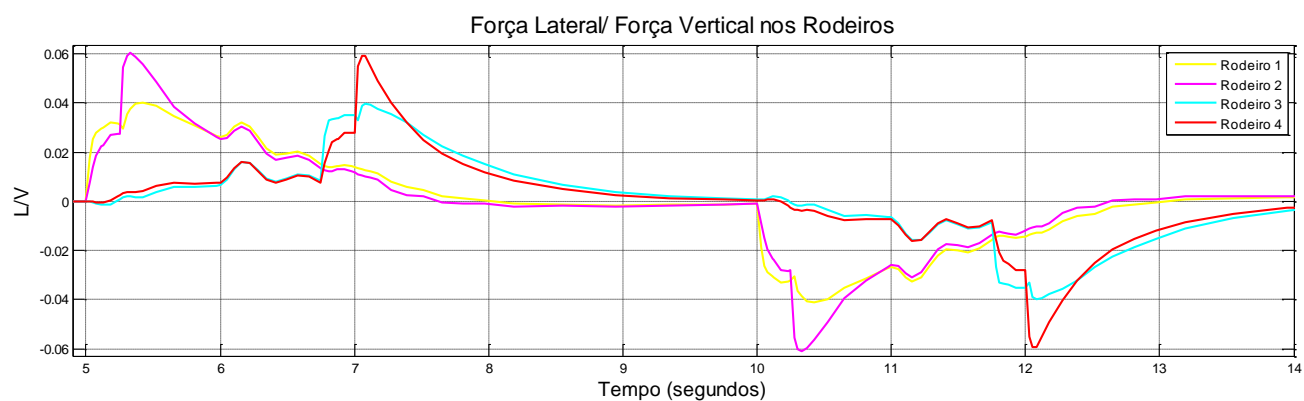


Figura 4-2 Aceleração lateral dos rodeiros

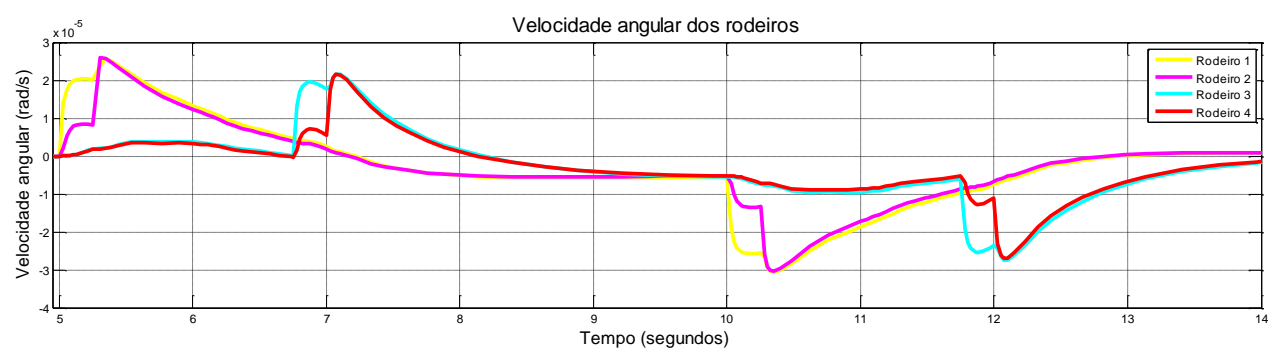


Figura 4-3 Velocidade angular dos rodeiros

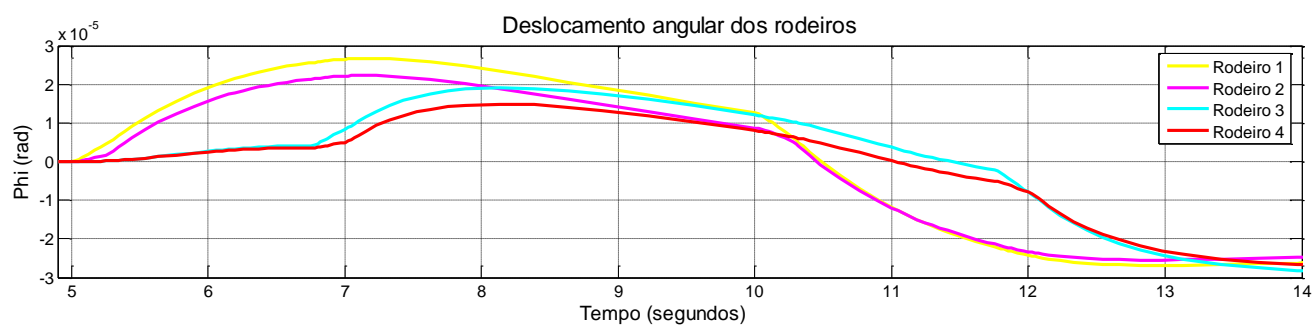


Figura 4-4 Deslocamento angular dos rodeiros

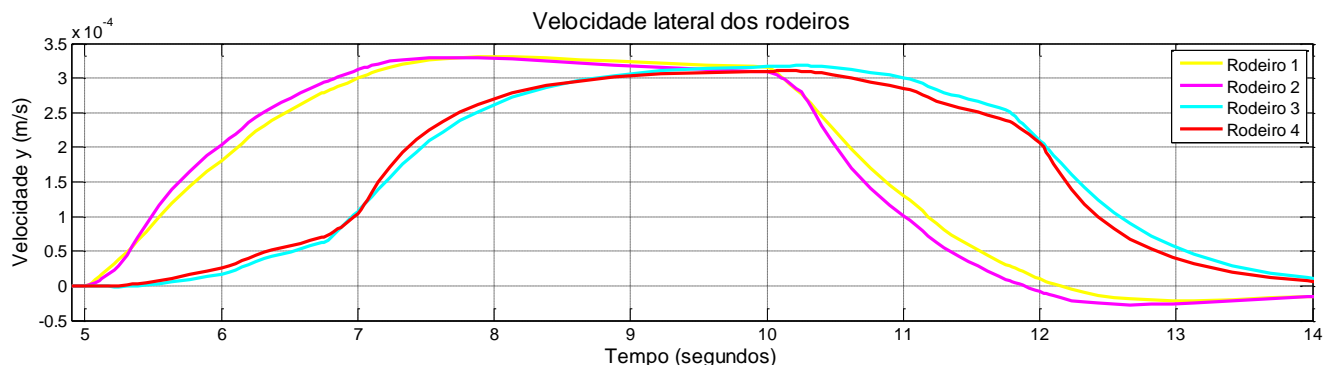


Figura 4-5 Velocidade lateral dos rodeiros

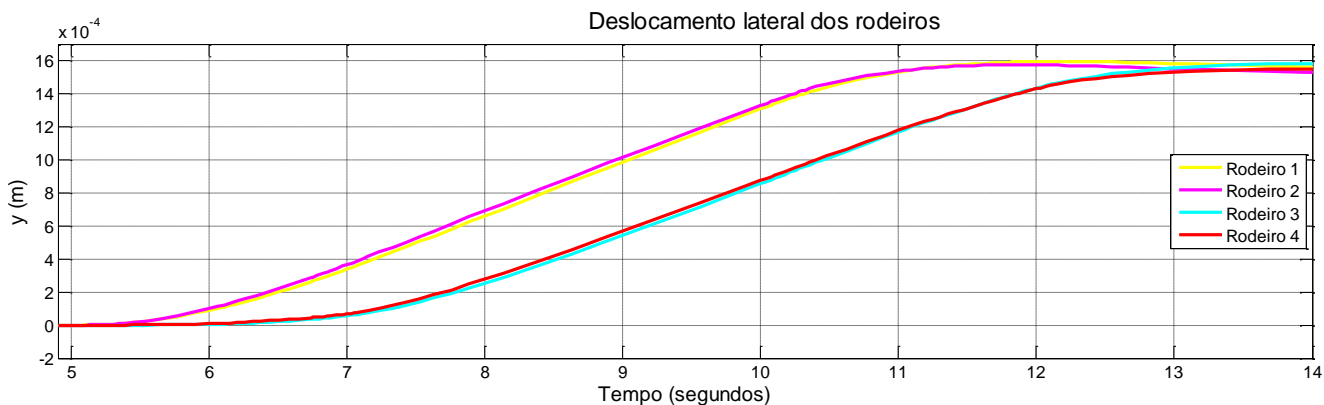


Figura 4-6 Deslocamento lateral dos rodeiros

O primeiro gráfico demonstra o comportamento da força lateral. A força vertical foi considerada como apenas a força peso, ou seja sem dinâmica. Nota-se neste gráfico a entrada de todas as forças e suas defasagens. Além disso, é possível observar como estão organizados os rodeiros por dois motivos: a proximidade das linhas e relação de causa efeito, quando oscilações num deles aparecem com atraso no outro.

O próximo apresenta as velocidades angulares dos rodeiros. Seu comportamento é muito similar àquele das forças, porém sem oscilações. É possível ver a defasagem das forças aplicadas aos corpos e o comportamento “espelhado” esperado devido a consideração dos sinais de entrada como rampas.

Os gráficos seguintes não apresentam oscilações e não demonstram efetivamente nenhum comportamento em regime transitório que possa ajudar na correlação para identificar situações de risco. Mas eles ainda sim demonstram claramente a estabilidade do sistema e a defasagem dos rodeiros.

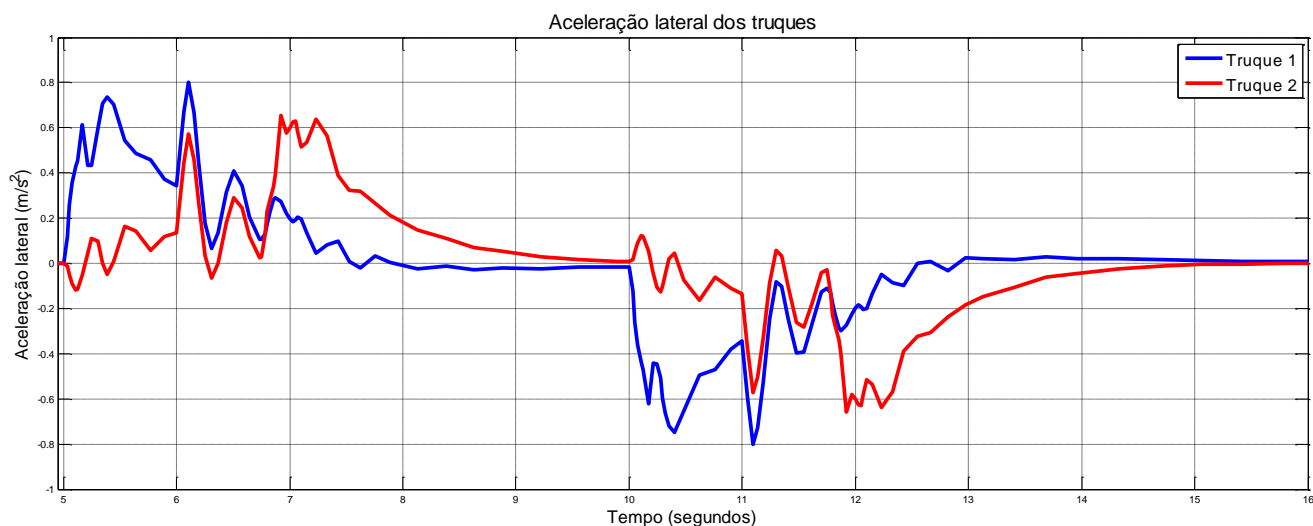


Figura 4-7 Aceleração lateral dos truques

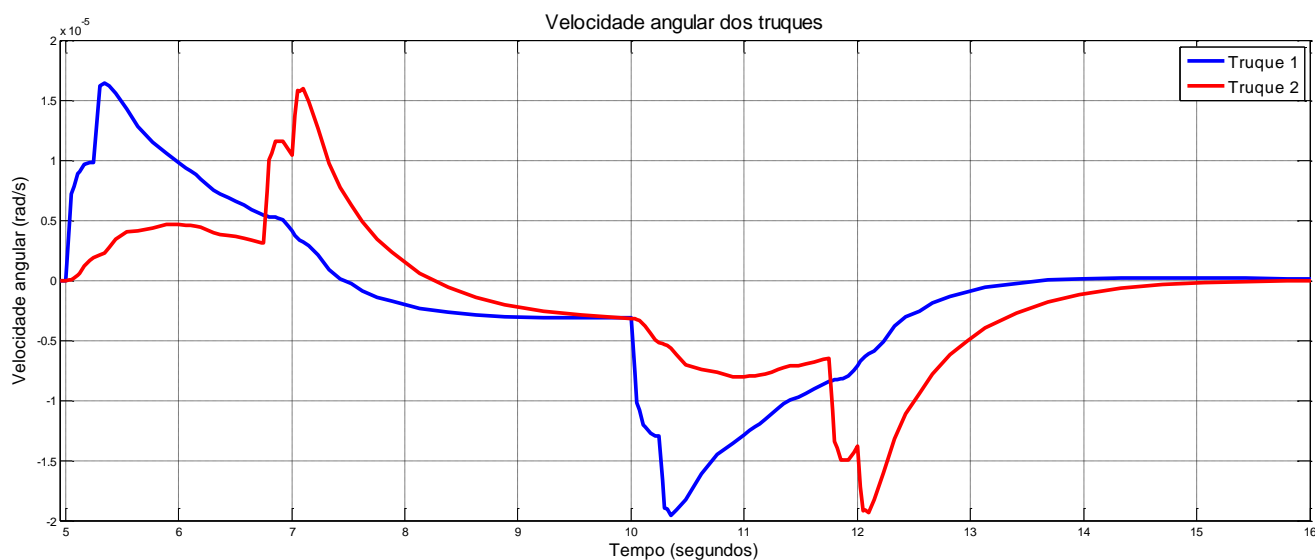


Figura 4-8 Velocidade angular dos truques

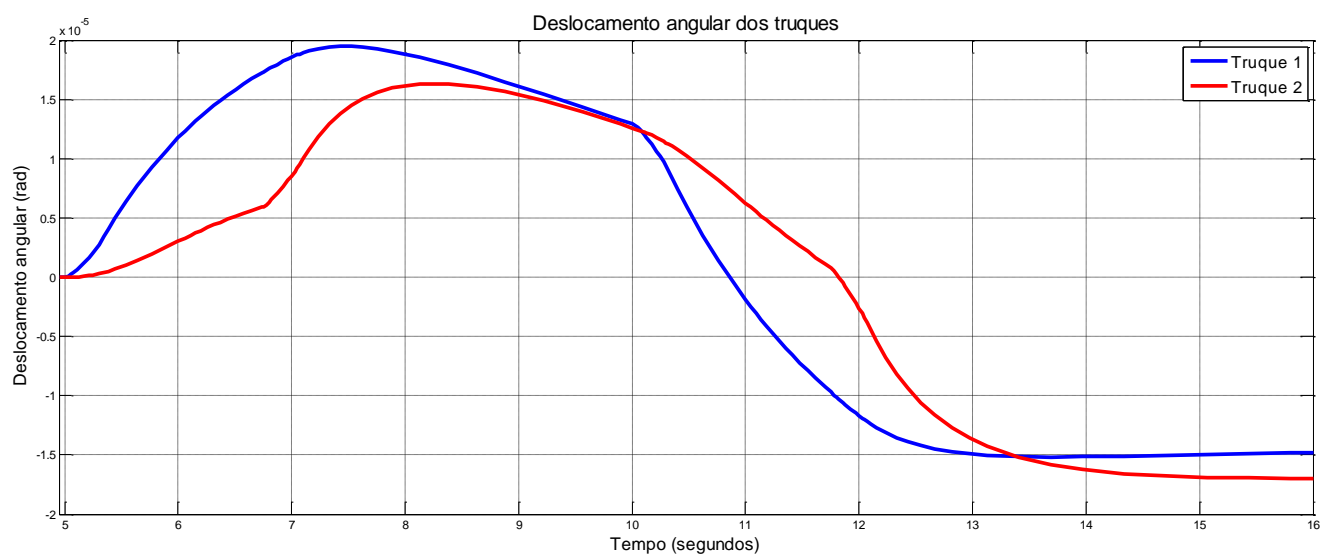


Figura 4-9 Deslocamento angular dos truques

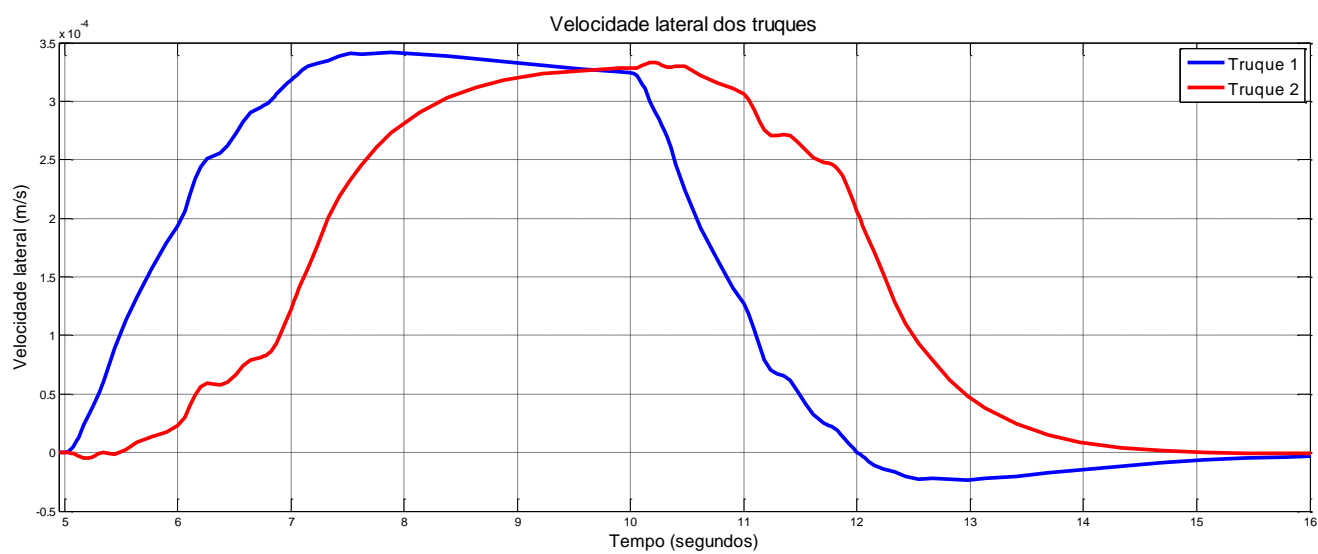


Figura 4-10 Velocidade lateral dos truques



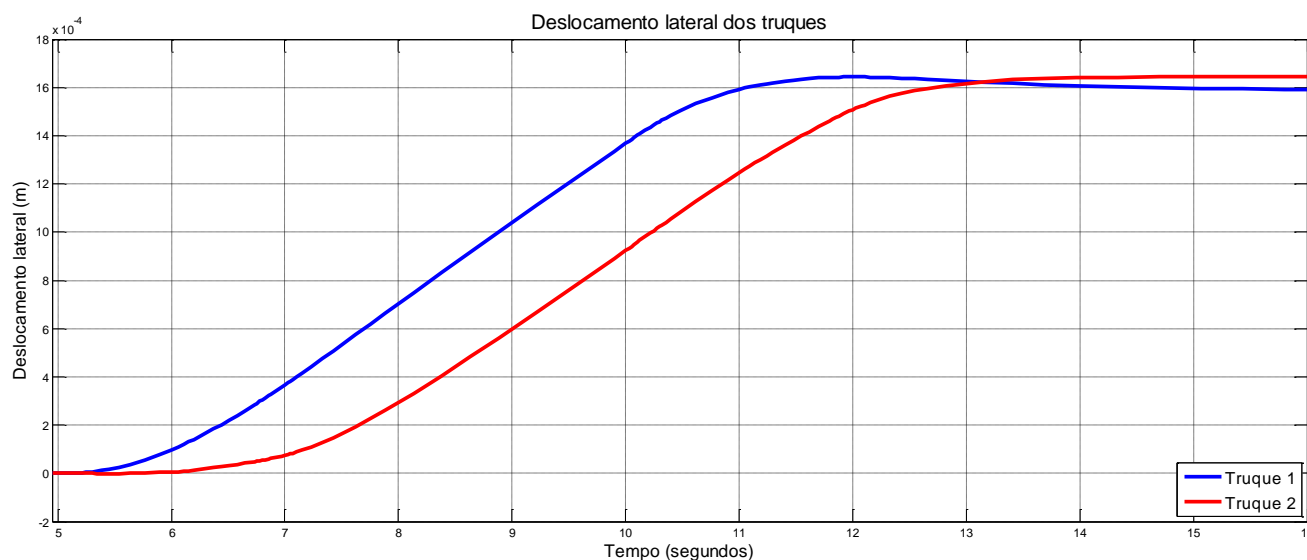


Figura 4-11 Deslocamento lateral dos truques

O primeiro gráfico apresenta o comportamento da aceleração lateral nos truques. Observa-se grande quantidade de oscilações. Uma vez que o truque é o corpo intermediário conectado às duas outras extremidades do sistema, este sofre a influência direta tanto dos rodeiros quanto do baú do vagão. Por este motivo, apresenta oscilações visíveis.

A velocidade angular dos truques tem comportamento similar àquele dos rodeiros. Nota-se claramente a defasagem entre eles e o comportamento amortecido, ou seja, sem presença de oscilações, das velocidades. Isto pode ser explicado pela presença de dois amortecedores no truque, a suspensão primária e a secundária.

Os outros gráficos não apresentam oscilações, e por este motivo seu estudo limita-se em identificar as defasagens e ao instante em que se insere no trajeto em curva.



Figura 4-12 Aceleração do baú

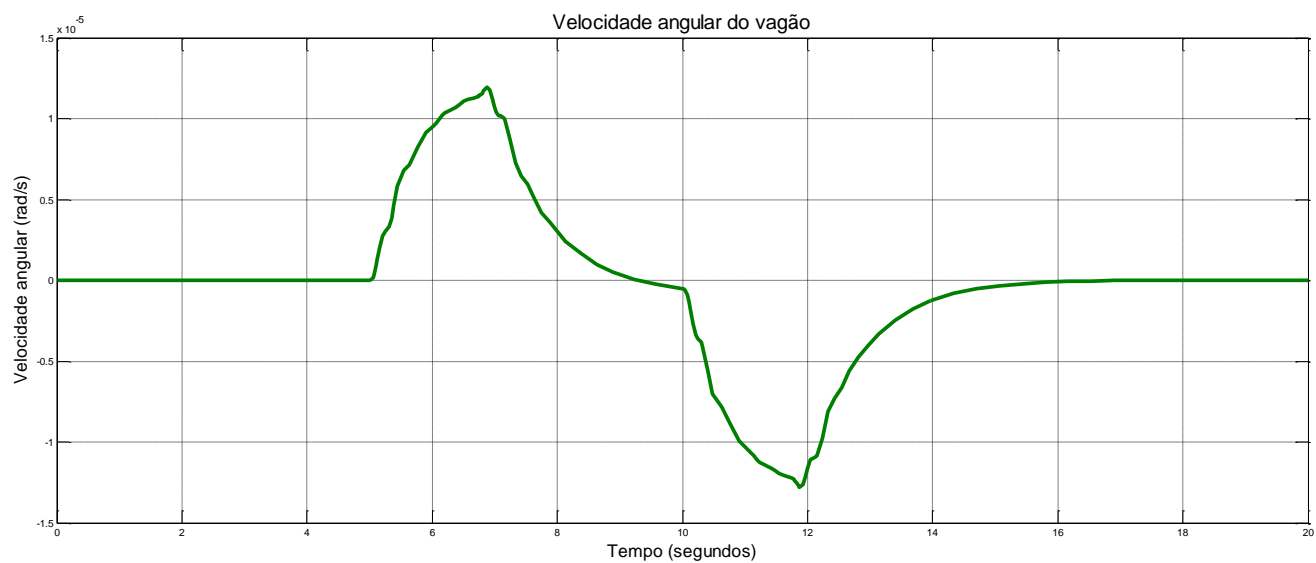


Figura 4-13 Velocidade angular do baú

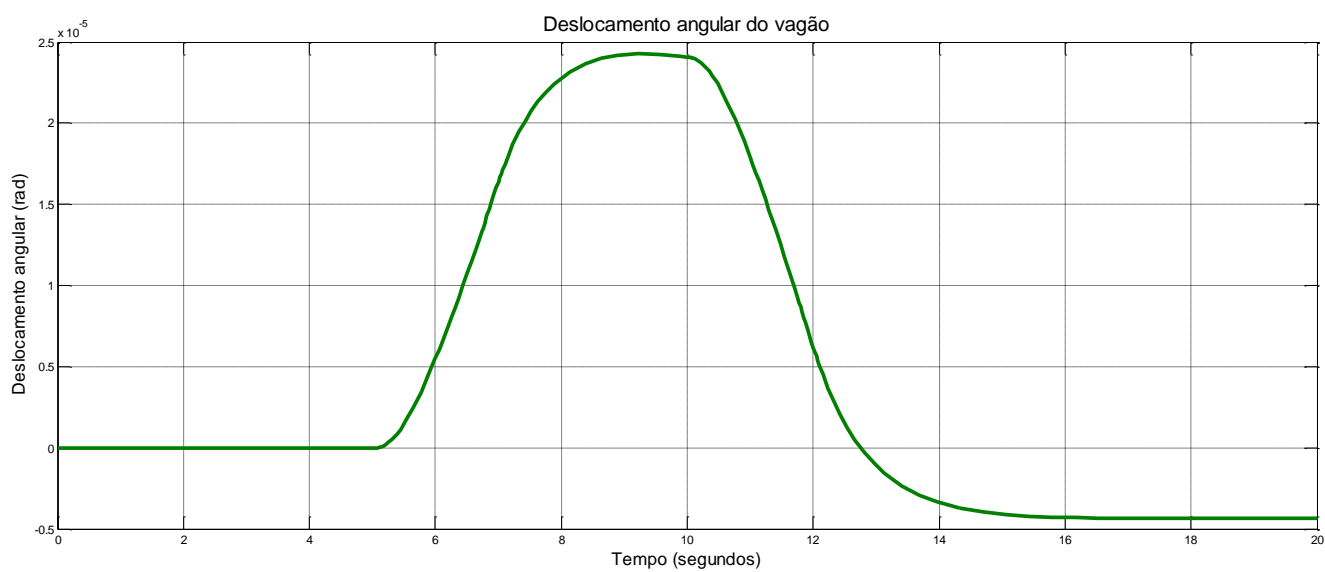


Figura 4-14 Deslocamento angular do baú

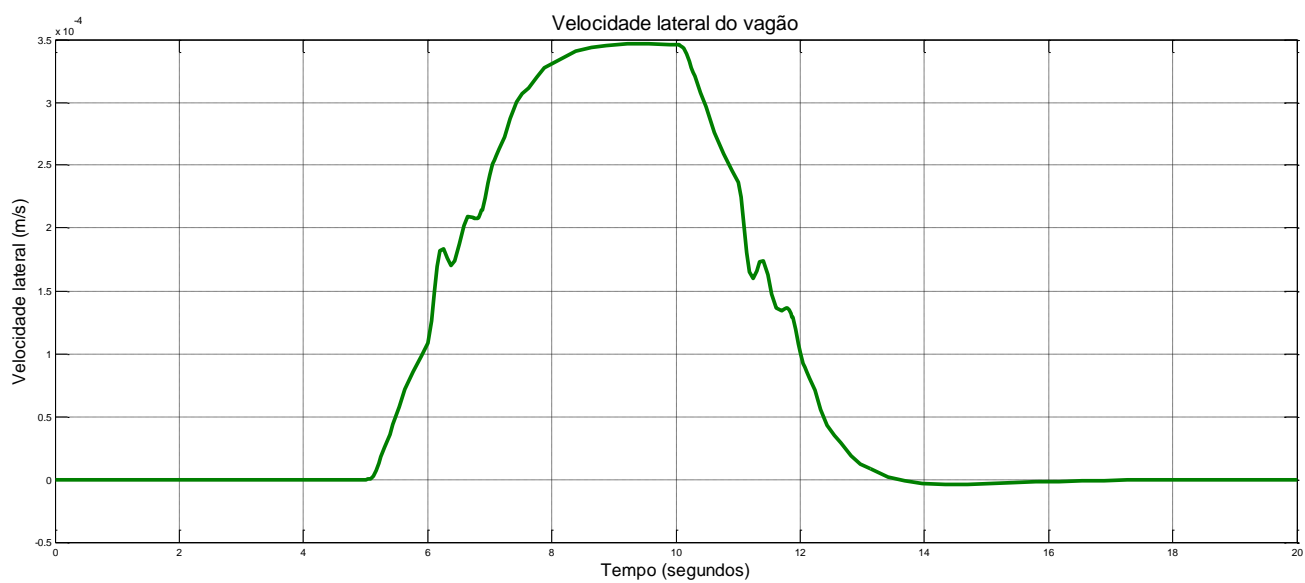


Figura 4-15 Velocidade lateral do baú

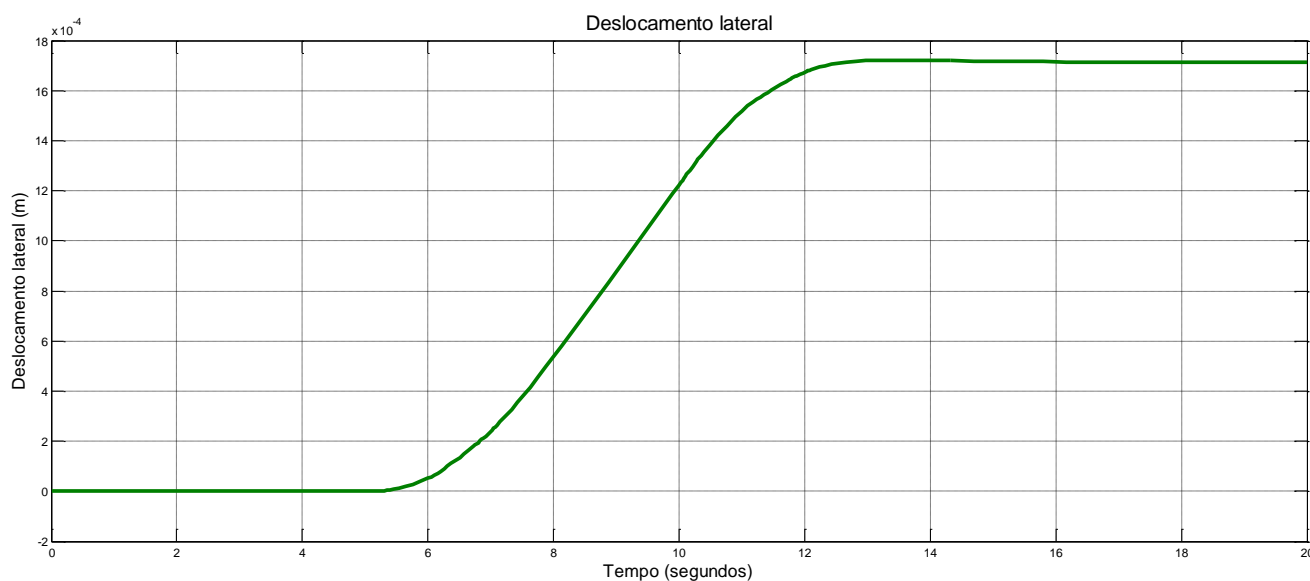


Figura 4-16 Deslocamento lateral do baú

Como o vagão é um sistema que está sob a influência apenas da suspensão secundária, o comportamento dos parâmetros apresenta menores oscilações.

## 5 ANÁLISE

Esta parte do trabalho procura analisar os gráficos e busca identificar parâmetros do veículo com índices de segurança. Aqui são apresentados os parâmetros que identificam a tendência ao descarrilamento bem como uma consideração a respeito da variação da velocidade e da curvatura.

Dos gráficos obtidos no capítulo anterior, pode-se observar similaridade entre a velocidade angular e a relação entre força lateral e vertical em cada um dos corpos.

No caso do vagão e do truque, infelizmente não há alinhamento dos picos das acelerações com os das velocidades angulares. Por este motivo, não é possível utilizar estes parâmetros para identificação do problema.

No caso dos deslocamentos e da velocidade lateral, nenhum dos corpos apresenta comportamento que identifique a tendência ao descarrilamento. Diz-se da não identificação pois os mesmos não apresentam quaisquer variações ou oscilações que estejam em fase com acelerações.

Resulta, por tanto, que apenas as velocidades angulares estão em fase.

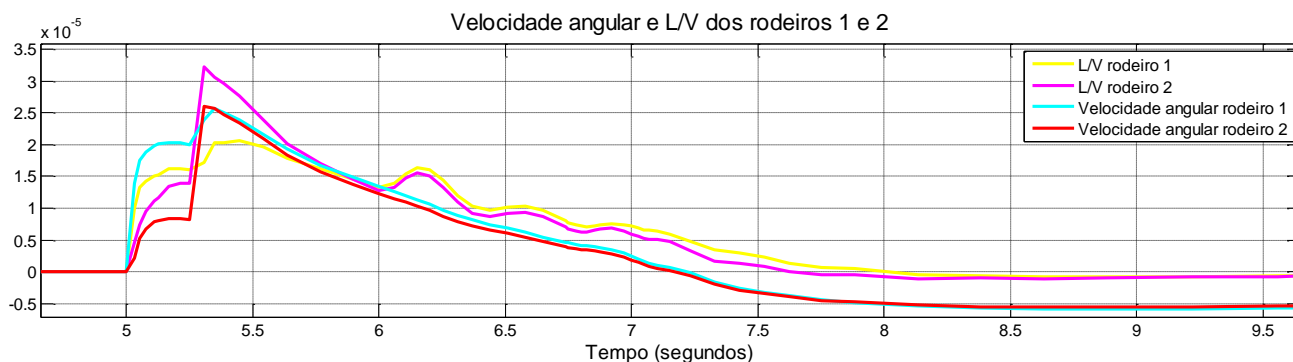


Figura 5-1 Comparação da fase da velocidade angular com a relação L/V dos rodeiros 1 e 2

Ao observar os dois gráficos sobrepostos, nota-se claramente que os picos da velocidade e da relação entre força lateral e força vertical estão em fase.

Este comportamento indica que há a possibilidade de utilizar as medidas da velocidade angular como parâmetro para identificar as forças atuantes no veículo e que caracterizam a tendência ao descarrilamento.

Numa outra análise, quando a velocidade do trem é variada, pode-se observar que aumentando-se a velocidade, aumenta um segundo pico na aceleração. Esse aumento é dependente da velocidade de tal modo que existe uma velocidade limite onde o segundo pico aumenta de forma a ultrapassar o pico em fase com a velocidade, o que impede a detecção da tendência ao fenômeno de descarrilamento através da medição da taxa de variação angular.

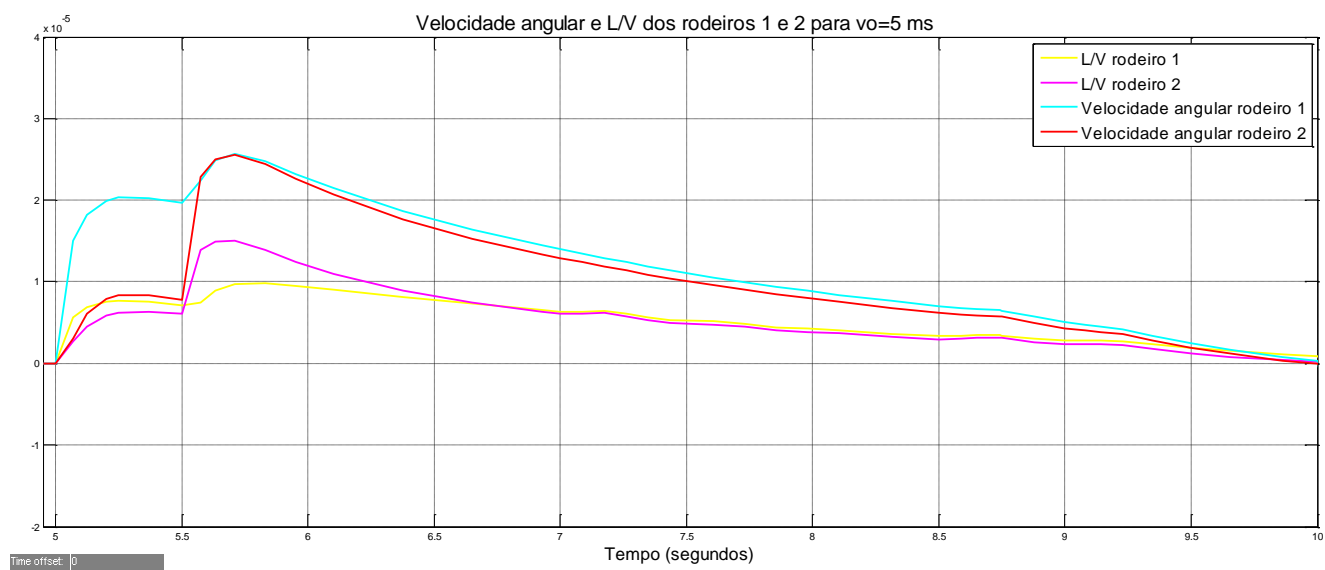


Figura 5-2 L/V para velocidade longitudinal de 5 m/s

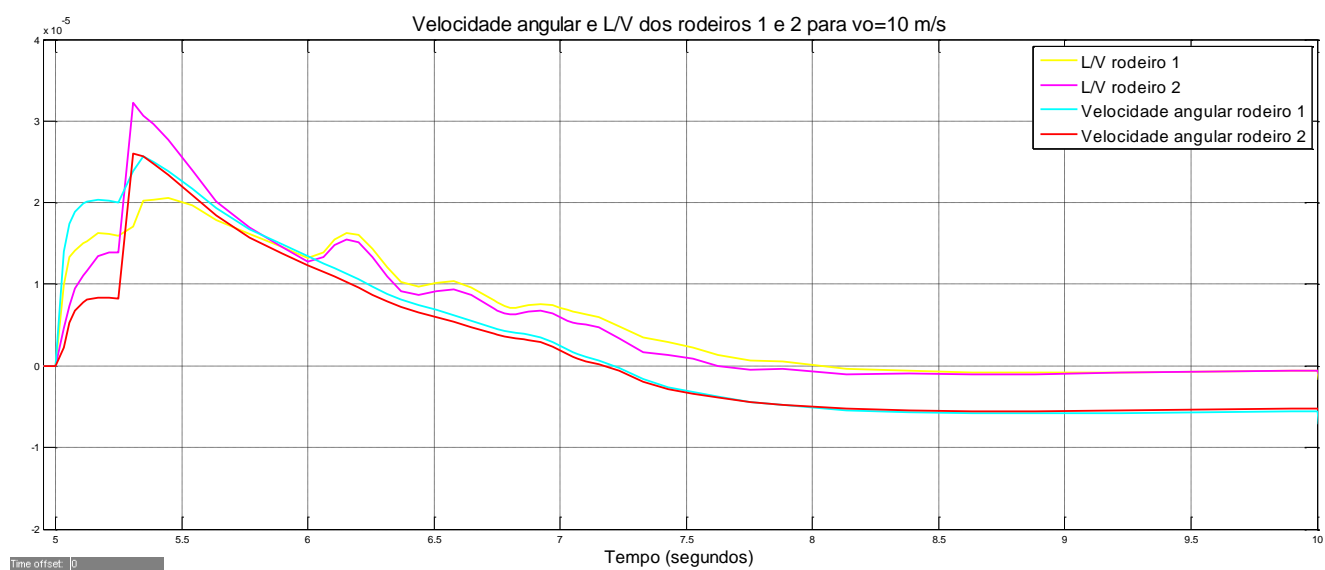


Figura 5-3 L/V para velocidade longitudinal de 10 m/s

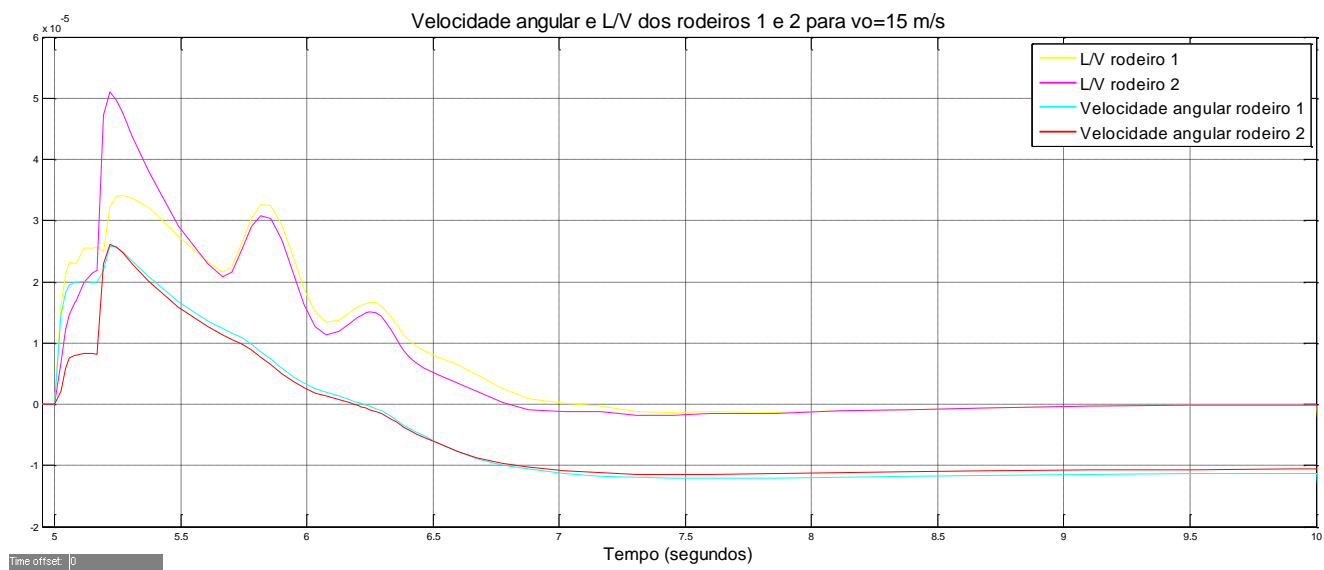


Figura 5-4 L/V para velocidade longitudinal de 15 m/s

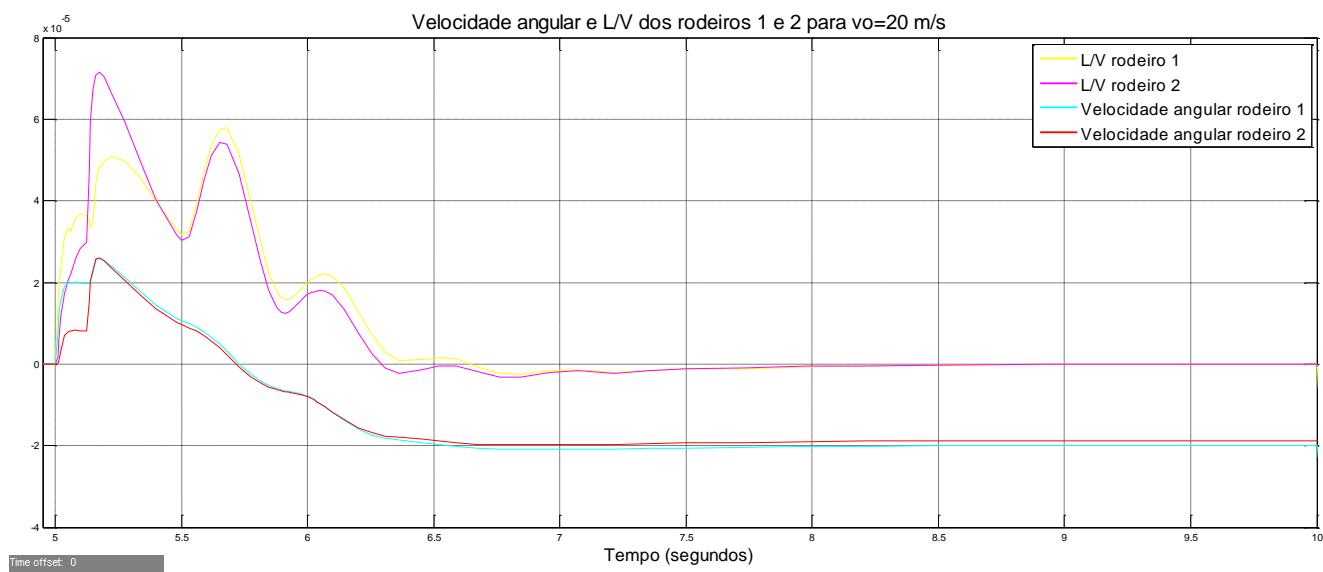


Figura 5-5 L/V para velocidade longitudinal de 20 m/s

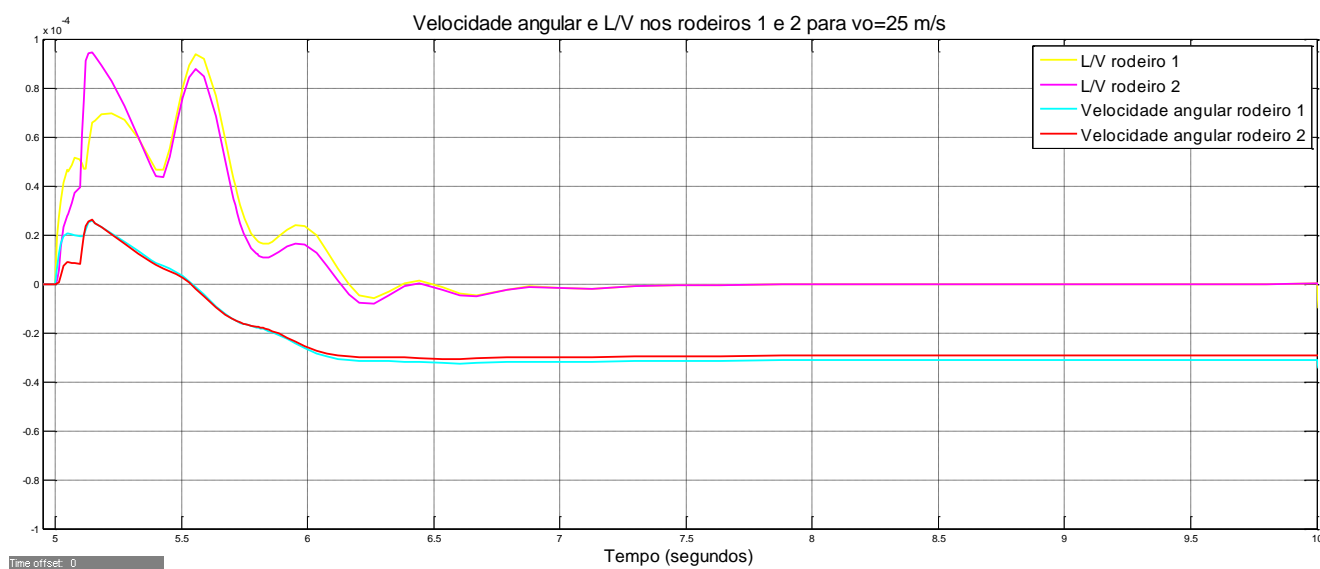


Figura 5-6 L/V para velocidade longitudinal de 25 m/s

Agora, para diferentes raios de curva, tem-se as seguintes respostas do sistema para relação de forças.

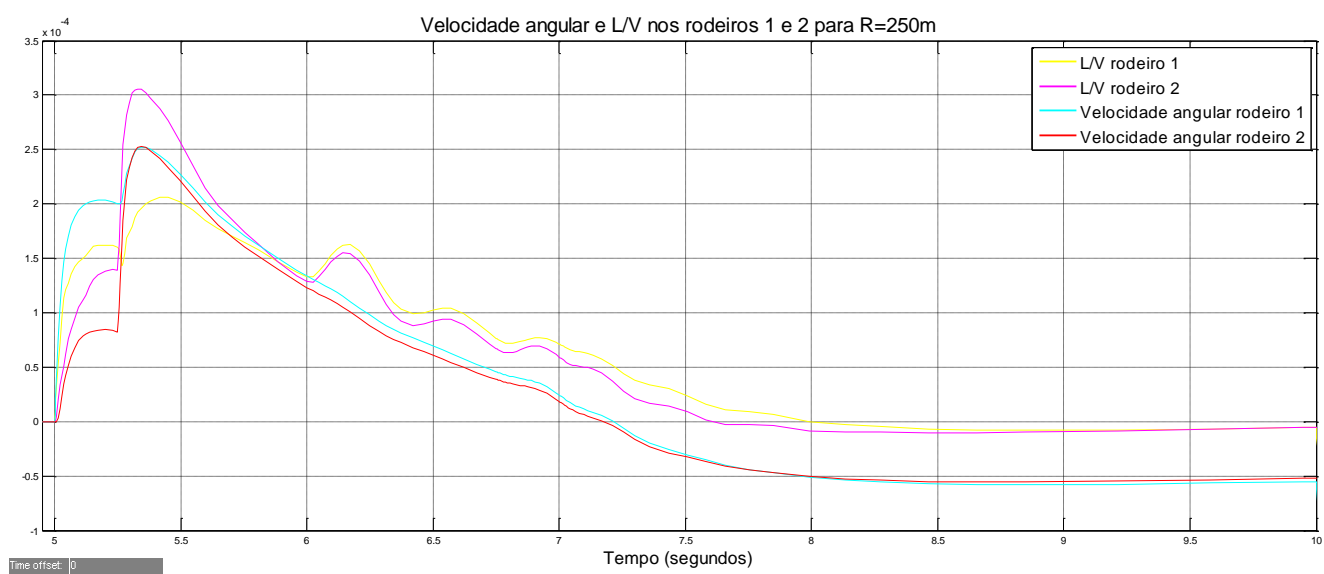


Figura 5-7 L/V para  $R=250$ m



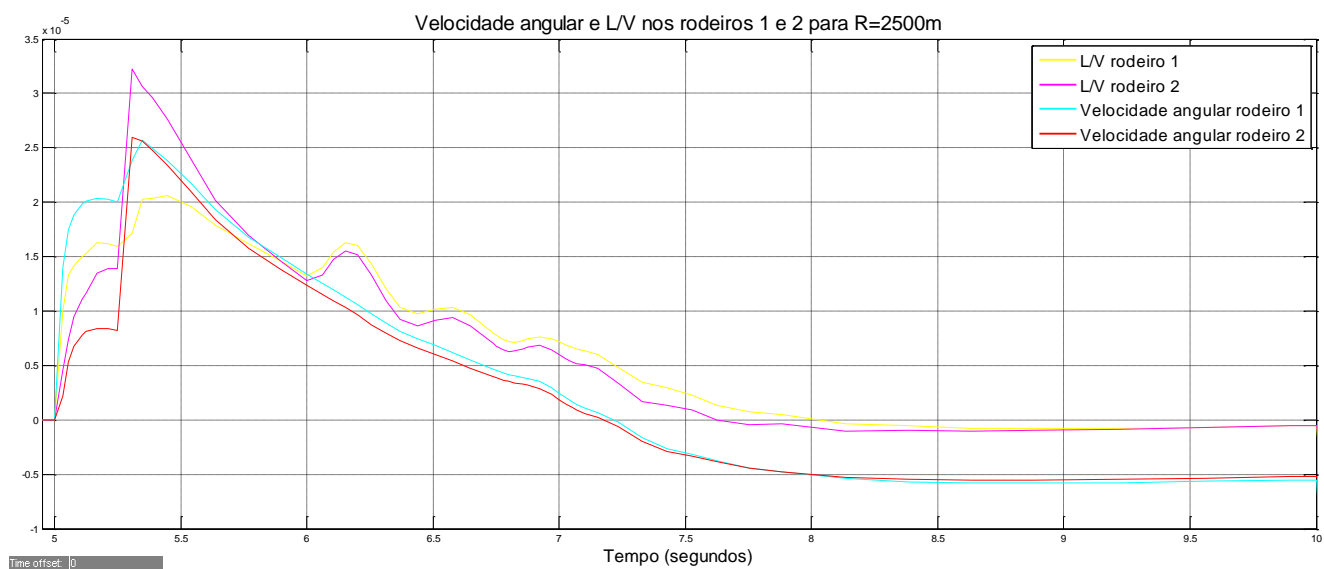


Figura 5-8 L/V para R=2500m

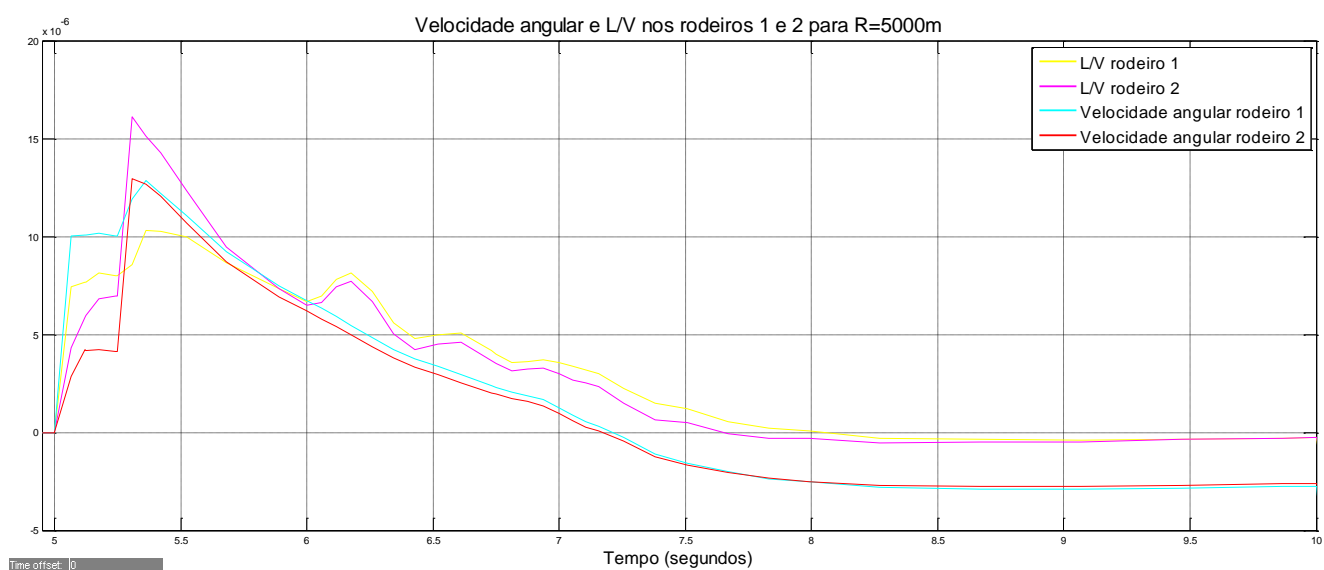


Figura 5-9 L/V para R=5000m

Os gráficos obtidos acima demonstram que a variação do raio não ocasiona mudança da posição dos picos. Isto significa que curvaturas maiores implicam em forças maiores mas picos secundários ainda menores que o pico máximo de força.

## 6 CONCLUSÃO

Partindo-se dos gráficos acima, analisou-se, entre todas as variáveis do sistema, qual poderia apresentar relação causa-efeito. Ou seja, para prever o fenômeno de descarrilamento, qual variável identifica a situação de risco simultâneo de sua ocorrência. Além disso, investigaram-se variações na curvatura e na velocidade longitudinal do veículo.

Os deslocamentos, tanto o angular quanto o lateral, apresentam comportamento semelhante e que não permite identificar nenhum tipo de variação considerável para prever a situação de risco. A velocidade lateral não apresenta picos distintos, sendo seu comportamento semelhante àquele do deslocamento lateral. Assim não pode ser utilizada para ser correlacionada com as forças.

Porém, nota-se que as velocidades angulares dos rodeiros (*yaw*) apresentam um pico em fase com o pico máximo da relação entre as forças laterais e verticais. Isso significa que se um sensor de velocidade angular for instalado no rodeiro, o seu valor pode ser usado para detectar tendência de descarrilamento.

No caso de curvaturas maiores, quando o raio da curva é menor, a força centrípeta aumenta, ocasionando em picos maiores nas forças, mas sem alterações na posição dos picos.

Já para o caso de velocidades maiores, como também apontado por Barbosa (1996), velocidades maiores tem como efeito picos secundários amplificados. Na prática, isto significa que as velocidades angulares não podem mais serem usadas como indicadores de situações de risco.

Cabe aqui considerar que esta é uma análise preliminar. O modelo em questão considera apenas a dinâmica lateral do vagão e, uma vez que os graus de liberdade relativos ao movimento vertical não foram considerados, podem incorrer em grandes variações. Isso porque a força vertical foi considerada como apenas àquela da força peso. Sabe-se que a dinâmica vertical de um veículo ferroviário é extremamente importante pois a interação presente entre a dinâmica vertical e a dinâmica lateral

pode mudar significativamente a posição e a amplitude dos picos, mudando, desta forma, a identificação de situação limite.

O resultado aqui obtido identificou um parâmetro diretamente mensurável do veículo e que pode ser correlacionado com índices de segurança. Considera-se então satisfatório o resultado deste trabalho que indica uma correlação entre a velocidade angular no rodeiro com a relação força lateral e força vertical.

A análise do modelo linear permitiu a identificação de um parâmetro de correlação. Sabe-se porém, que a força vertical possui dinâmica distinta da apresentada neste trabalho. Assim, um modelo com dinâmica completa do vagão e inclusão de não linearidades do modelo físico deve ser considerado em trabalhos futuros, grantindo assim maior precisão e possibilidade de identificação de outros parâmetros de correlação.

## 7 REFERÊNCIA

1. WICKENS, A.H. . **Fundamentals of Rail Vehicle Dynamics**. Lisse, Holanda; 2003.
2. THOMSON, W. T. . **Teoria da Vibração com aplicações**. Tradução de Cássio Sigaud. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
3. IWNICKI, Simon (Org). **Handbook of Railway Vehicle Dynamics**. Boca Raton, EUA; 2006.
4. CUNHA, Pollyana G. . **Análise dinâmica de pontes ferroviárias: Uma metodologia simplificada**. São Paulo: USP, 2011. 88 p. Tese (Mestrado) – Mestrado em Engenharia de Estruturas, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.
5. CALIL, Marcel L. . **Estudo de análise de conforto vibracional de vagão de passageiros**. São Paulo: USP, 2005. 68 p. Tese (Graduação) – Graduação em Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.
6. A 3D CONTACT FORCE SAFETY CRITERION FOR FLANGE CLIMB DREAILMENT OF A RAILWAY WHEEL. Inglaterra: Taylor&Francis, 1994 - . Volume 42.
7. SAFETY OF A RAILWAY WHEELSET - DERAILMENT SIMULATION WITH INCREASING LATERAL FORCE. VEHICLE SYSTEM DYNAMICS, p. 1-18, 2009. Inglaterra: Taylor&Francis, 1994 - . Volume 47.
8. STUDY ON DETECTION OF THE EARLY SIGNS OF DERAILMENT FOR RAILWAY VEHICLES. Inglaterra: Taylor&Francis, 1994 - . Volume 48.
9. DINÂMICA DO RODEIRO FERROVIÁRIO. São Paulo, Brasil: Revista Brasileira de Ciências Mecânicas, 1996 - .
10. STEAM TRAIN ANNIVERSARY BEGINS. Wales: BBC News, 1997- , acessado em 16 de setembro de 2011.
11. ANTT. **Transporte Ferroviário**. Disponível em: <http://www2.transportes.gov.br/Site%20BIT/02.2-Top%20Ferrovi%C3%A1rio/ferro.html> Acesso em: 17 set. 2011.

12. DNIT. **Departamento Nacional de Infraestrutura de Transporte.**  
Disponível em: <http://www.dnit.gov.br> Acesso em: 17 set. 2011.
13. OKAMOTO, Isao. **Railway technology today 5: How Bogies Work.** Japão: 1998. Disponível em: < [http://www.jrtr.net/jrtr18/pdf/f52\\_technology.pdf](http://www.jrtr.net/jrtr18/pdf/f52_technology.pdf) >  
Acesso em: 17 set. 2011.
14. T., Lewis M. J. . **Railways in the Greek and Roman World.** Hull, Inglaterra: 1997. Disponível em: <http://www.sciencenews.gr/docs/diolkos.pdf>  
Acesso em: 17 set. 2011.
15. UIC. **Activities Reports.** 2010. Paris, França: 2010 Disponível em: [http://www.uic.org/IMG/pdf/\\_uic-ra-2010a.pdf](http://www.uic.org/IMG/pdf/_uic-ra-2010a.pdf) Acesso em: 18 set. 2011.

## ANEXO A - Rotina em Matlab do sistema do rodeiro

```
%=====
%Rorigo de Castro Baker Botelho
%Tese-PoliUSP
%02/09/2011
%Prof. Dr. Roberto S. Barbosa
%=====

clear all
close all
clc

%Definicao das constantes

lambda = .10; %conicidade da roda
ro=.4572; %raio nominal da roda
bo=.7175; %bitola da linha/ metade da largura do rodeiro
eo=.61; %metade da distância da suspensão primária
m=1751; %massa do rodeiro
J=800; %momento de inércia do rodeiro
cx=4.5687e06; %rigidez longitudinal da suspensão primária
cy=1e2; %rigidez lateral da suspensão primária
kx=6.2e6; %rigidez longitudinal do contato
ky=6.5e6; %rigidez lateral do contato
kzz=1.7e6; %rigidez torcional da suspensão primária

%Parametros a serem determinados ainda.
R0=2500; %raio da curva

%=====
%Modelo do Rodeiro XY
%=====
%
% Espaço de estados => r={u.pt , phi.pt , u , phi}
% Simulacao com curvatura.
% Input = força proporcional a curvatura. Logo, e interes
% -sante definir curvatura e outros parametros.
%
% Curvatura e feita gradativamente, logo:
%
%  $1/R=1/R0*s/s0$ 
%
%=====

eA=[];
AV=[];

for vo=40:10:80
```

```

M=[m 0;0 J]; %matriz de inércia

Ca=[2*ky/vo 0;0 2*kx*bo^2/vo]; %matriz de amortecimento

K=[cy -2*ky; (2*kx*lambda*bo/ro) cx*eo^2]; %matriz de rigidez

A=[-M\Ca -M\K;eye(2) zeros(2,2)]; %Matriz de transicao

[AVt,AAt]=eigs(A); %calculo dos autovetores e autovalores

AV=[AV,AVt];

eA=[eA,eig(A)];

B=[(m*vo^2)/(M(1,1)) ; %Matriz de entrada
(2*kx*bo^2)/(M(2,2));
0;
0];

C=[1 0 0 0;0 1 0 0; %Matriz de saida
0 0 1 0; 0 0 0 1];

D=[0;0;0;0]; %Matriz de transmissao direta
end

[Vec,Val]=eig(A);
rA=real(eA);
iA=imag(eA);

%=====
%Para vo=10m/s
%=====
vo=10;
M=[m 0;0 J];

Ca=[2*ky/vo 0;0 2*kx*bo^2/vo];

K=[cy -2*ky; (2*kx*lambda*bo/ro) cx*eo^2];

A=[-M\Ca -M\K;eye(2) zeros(2,2)];

[AVt,AAt]=eigs(A);

AV=[AV,AVt];

eA=[eA,eig(A)];

B=[(m*vo^2)/(M(1,1)) ;
(2*kx*bo^2)/(M(2,2));
0;
0];

```

```

C=[1 0 0 0;0 1 0 0;
   0 0 1 0; 0 0 0 1];

D=[0;0;0;0];

%=====
%Plotes
%=====
%=====
%Root Loci Plot
%=====
figure(1)
plot(rA, iA, 'x')
title('Polos do sistema do rodeiro', 'FontSize', 12)
xlabel('Eixo Real', 'FontSize', 12)
ylabel('Eixo Imaginario', 'FontSize', 12)
grid on
%=====
%Soluiç~o no tempo
%=====
%Entrada do tipo rampa, com inclinacao 1/280
U=[0];
% loop para curva. (inicialmente em linha reta)
for s=0:1:20
    U=[U 0];
end
%Loop para aumento gradual da curva.
for s=21:1:300
    U(s)=1/(R0)*((s-20)/(300-20));
end
%Loop para curva com raio constante.

tf=5001; %tempo total da simulaiç~o

for s=301:1:tf
    U(s)=1/R0;
end

T=0:0.5:(tf-1)/2;

figure(2)
plot(T, U)
vo=10
[Y,X]=lsim(A,B,C,D,U,T);

figure(3)
plot(T,Y(:,3))
xlabel('tempo')
ylabel('deslocamento y')
grid on

```



## ANEXO B – Rotina em Matlab do sistema do truque

```

clear all
close all
clc

%=====
%Parâmetros
%=====

lambda = .10; %conicidade da roda
ro=.4572; %raio nominal da roda
bo=.7175; %bitola da linha/ metade da largura do rodeiro
eo=.61; %metade da distância da suspensão primária
m=1751; %massa do rodeiro
J=800; %momento de inércia do rodeiro
cx=45687.e2; %rigidez longitudinal da suspensão primária
cy=1.e2; %rigidez lateral da suspensão primária
kx=620.e4; %rigidez longitudinal do contato
ky=650.e4; %rigidez lateral do contato
kzz=17.e5; %rigidez torsional da suspensão primária
vo=15;

%=====
%Modelo do truque XY
%=====

lz1=J; %Momento de inercia do rodeiro 1 em torno de Z
lz2=lz1; %Momento de inercia do rodeiro 2 em torno de z
lzt=2667; %Momento de inercia do truque em torno de z
c=1.5; %Distância ...
m1=m; %Massa do rodeiro 1
m2=m1; %Massa do rodeiro 2
mt=1982; %Massa do truque
kyl=23e4; %rigidez lateral do conjunto rodeiro-truque
kft=25e5; %rigidez torsional truque-rodeiro em Z
byt=50e3; %Amortecimento viscoso truque-rodeiro

%=====
%Matrizes de inércia, amortecimento e rigidez:
%=====

M=[m1, lz1, mt, lzt, m2, lz2];
M=diag(M);

K_truque=[kyl+cy -2*ky -kyl 0 0 0;
          2*kx*lambda*bo/ro cx*eo^2+kft 0 -kft 0 0;
          -kyl 0 2*kyl 0 -kyl 0;
          kyl*c -kft 0 2*kft+2*kyl*c^2 -kyl*c -kft;
          0 0 -kyl 0 kyl+cy -2*ky;
          0 0 0 0 2*kx*lambda*bo/ro cx*eo^2+kft];

B_truque=[byt+2*ky/vo 0 -byt 0 0 0;
          0 2*kx*bo^2/vo 0 0 0 0];

```

```

    -byt 0 2*byt 0 -byt 0;
    byt*c 0 0 2*byt*c^2 -byt*c 0;
    0 0 -byt 0 byt+2*ky/vo 0;
    0 0 0 0 2*kx*bo^2/vo];

%=====
% Sistemas Linear x*=Ax+Bu
%
% q=[y.1, csi.1, y.t, fi.t, csi.t, y.2, csi.2]
%
%=====

A=[-1*M\B_truque -M\K_truque; eye(6) zeros(6)];

B=[(vo^2) ;
(2*kx*bo^2)/(M(2,2));
(vo^2);
0;
(vo^2);
(2*kx*bo^2)/(M(6,6))
zeros(6,1)];

C=[zeros(8,12); zeros(1,8) 1 zeros(1,3);zeros(3,12)];

D=zeros(12,1);

eA=eig(A);
reA=real(eA);
ieA=imag(eA);

plot(reA, ieA, 'x')
title('Root Loci plot')
xlabel(' real')
ylabel(' imag')
grid on

%=====
% Solução no tempo
%=====

R0=50;
vo;
U=[];

% loop para curva. (inicialmente em linha reta)
for s=0:1:20
    U=[U 0];
end

% Loop para aumento gradual da curva.
for s=21:1:300
    U(s)=1/(R0)*((s-20)/(300-20));
end

```

%Loop para curva com raio constante.

tf=1501; %tempo total da simulação

```
for s=301:1:tf
    U(s)=1/R0;
end
```

T=0:.25:(tf-1)/4;

```
%=====
%Plotes
%=====
%=====
%Root Loci Plot
%=====
```

```
figure(3)
plot(T, U)
```

[Y,X]=lsim(A,B,C,D,U,T);

```
figure(3)
plot(T,Y)
xlabel('tempo')
ylabel('deslocamento y')
grid on
```

## ANEXO C – Rotina em Matlab do sistema completo

```

clear all;
close all;
clc;

%=====
%Rorigo de Castro Baker Botelho
%Tese-PoliUSP
%02/09/2011
%Prof. Dr. Roberto S. Barbosa
%=====

%=====
%Parametros do rodeiro
%=====
%Valores retirados do artigo Dinâmica do rodeiro ferroviario

lambda =.10;
ro=.4572;
bo=.7175;
eo=.61;
m=1751;
J=800;
cx=45687e2;
cy=1.e2;
kx=620e4;
ky=650e4;
kzz=17e5;
vo=30;

%=====
%Parametros do truque e vagao
%=====
%Valores retirados do livro "Fundamentals of vehicle dynamics"

lz1=J;
lz2=lz1;
lzt=3500;
lzv=1e06;
h=8.75;
c=1.25;
m1=m;
m2=m1;
mt=2500;
mv=22000;
kyt=40e04;
kyv=0.45e06;
kft=40e6;
kfv=10e6;
byt=60e3;
byv=60e3;

%=====
%Matrizes de inercia, amortecimento e rigidez
%=====

```

```
M=[m1, lz1, mt, lzt, m2, lz2, mv, lzv, m1, lz1, mt, lzt, m2, lz2];
```

```
M=diag(M);
```

```
AV=[];
```

```
eA=[];
```

```
for vo=10
```

```
K_vagao=[cy+kyt -2*ky -kyt -kyt*c 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
2*kx*lambda*bo/ro kft+cx*eo^2 0 -kft 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
-kyt 0 2*kyt+kyv 0 -kyt 0 -kyv kyv*h 0 0 0 0 0 0;
kyt*c -kft 0 2*kft+2*kyt*c^2+kfv -kyt*c -kft 0 -kfv 0 0 0 0 0 0;
0 0 -kyt kyt*c cy+kyt -2*ky 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 -kft 2*kx*lambda*bo/ro kft+cx*eo^2 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 -kyv 0 0 0 2*kyv 0 0 0 -kyv 0 0 0;
0 0 -kyv*h -kfv 0 0 0 2*kfv+2*kyv*h^2 0 0 kyv*h kfv 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 cy+kyt -2*ky -kyt -kyt*c 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 2*kx*lambda*bo/ro kft+cx*eo^2 0 -kft 0 0;
0 0 0 0 0 0 -kyv 0 -kyt 0 2*kyt+kyv -kyv*h -kyt 0;
0 0 0 0 0 0 -kfv kyt*c -kft 0 2*kft+2*kyt*c^2+kfv -kyt*c -kft;
0 0 0 0 0 0 0 0 -kyt kyt*c cy+kyt -2*ky;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 -kft 2*kx*lambda*bo/ro kft+cx*eo^2];
```

```
B_vagao=[2*ky/vo+byt 0 -byt -byt*c 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 2*kx*bo^2/vo 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
-byt 0 2*byt+byv 0 -byt 0 -byv 0 0 0 0 0 0;
byt*c 0 0 2*byt*c^2 byt*c 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 -byt -byt*c 2*ky/vo+byt 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 0 0 2*kx*bo^2/vo 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 0 -byv 0 0 0 2*byv 0 0 0 -byv 0 0 0;
0 0 -byv*h 0 0 0 0 2*byv*h^2 0 0 byv*h 0 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 2*ky/vo+byt 0 -byt -byt*c 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 2*kx*bo^2/vo 0 0 0 0;
0 0 0 0 0 -byv 0 -byt 0 2*byt+byv 0 -byt 0;
0 0 0 0 0 0 0 byt*c 0 0 2*byt*c^2 -byt*c 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 2*ky/vo+byt byt*c -byt 0;
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2*kx*bo^2/vo];
```

```
%=====
% Sistema Linear x*=Ax+Bu
% y=Cx+Dy
%=====
```

```
A=[-M\B_vagao -M\K_vagao; eye(14) zeros(14)];
```

```
B=[ (vo^2);
(2*kx*bo^2)/(M(2,2));
(vo^2);
0;
```

```

(vo^2);
(2*kx*bo^2)/(M(6,6));
(vo^2);
0;
(vo^2);
(2*kx*bo^2)/(M(10,10));
(vo^2);
0;
(vo^2);
(2*kx*bo^2)/(M(14,14));
zeros(14,1)];

[AVt, AAt]=eig(A);

AV=[AV, AVt];
eA=[eA,eig(A)];

reA=real(eA);
ieA=imag(eA);

end

C_vagao=[zeros(20,28);zeros(1,20) 1 zeros(1,7);zeros(7,28)];
C_rodeiro=[zeros(14,28);zeros(1,14) 1 zeros(1,13);zeros(13,28)];
C_truque=[zeros(16,28);zeros(1,16) 1 zeros(1,11);zeros(11,28)];

D=zeros(28,1);

%=====
% Raizes
%=====

figure(1)
plot(reA, ieA, 'x')
title('Polos do sistema (14 g.d.l.) para velocidade de 40, 50 e 60 m/s', 'FontSize', 14)
xlabel('Eixo Real', 'FontSize', 12)
ylabel('Eixo Imaginario', 'FontSize', 12)
grid on

R0=2500;

U(1,:)=0;
U(2,:)=0;
U(3,:)=0;
U(4,:)=0;
U(5,:)=0;
U(6,:)=0;
U(7,:)=0;
U(8,:)=0;
U(9,:)=0;
U(10,:)=0;
U(11,:)=0;
U(12,:)=0;
U(13,:)=0;
U(14,:)=0;

```

```

ti=5;
tc=300;
tf=40;
dt=0.25;

delay(1)=2*c/v0;      %rodeiro2
delay(2)=2*h/v0;      %rodeiro3
delay(3)=(2*h+2*c)/v0; %rodeiro4
delay(4)=c/v0;        %truque1
delay(5)=(c+2*h)/v0;  %truque2
delay(6)=(c+h)/v0;    %vagao

U(1,:)=rampa(ti, tf, tc, dt, R0);

for i=2:1:14

    U(i,:)=rampa(ti+delay(i), tf+delay(i), tc, dt, R0);

end

figure(2)
plot(T, U)
[YV,X]=lsim(A,B,C_vagao,D,U,T);
[YR,X]=lsim(A,B,C_rodeiro,D,U,T);
[YT,X]=lsim(A,B,C_truque,D,U,T);

figure(3)
plot(T,YV,T,YT,T,YR)
xlabel('tempo s')
ylabel('deslocamento y vagao')
grid on

figure(4)
plot(T,YT)
xlabel('tempo s')
ylabel('deslocamento y truque')
grid on

figure(5)
plot(T,YR)
xlabel('tempo s')
ylabel('deslocamento y rodeiro')
grid on

```

## ANEXO D – Rotina em Matlab e blocos no Simulink

```

clear all;
close all;
clc;

%=====
%Rorigo de Castro Baker Botelho
%Tese-PoliUSP
%02/09/2011
%Prof. Dr. Roberto S. Barbosa
%=====

%=====
%Parametros do rodeiro
%=====
%Valores retirados do artigo Dinâmica do rodeiro ferroviario

g=9.8;
lambda =.10;
ro=.4572;
bo=.7175;
eo=.61;
m=1751;
M=m;
J=800;
cx=45687e2;
cy=1e2;
kxx=620e4;
kx=kxx;
kyy=650e4;
ky=kyy;
kzz=17e5;

%=====
%Parametros do truque e vagao
%=====
%Valores retirados do livro "Fundamentals of vehicle dynamics"

Iz1=J;
Iz2=Iz1;
Izt=3500;
Izv=1e06;
h=8.75;
c=1.25;
m1=m;
m2=m1;
mt=2500;
mv=22000;
kyt=40e05;
kyv=45e05;
kft=40e6;
kfv=40e6;
byt=60e03;
byv=60e03;

```



$R=2500;$   
 $v_o=10;$   
 $s=.2;$   
 $k_{cv}=k_{fv};$   
 $k_{ct}=k_{ft};$

completo\_rampa

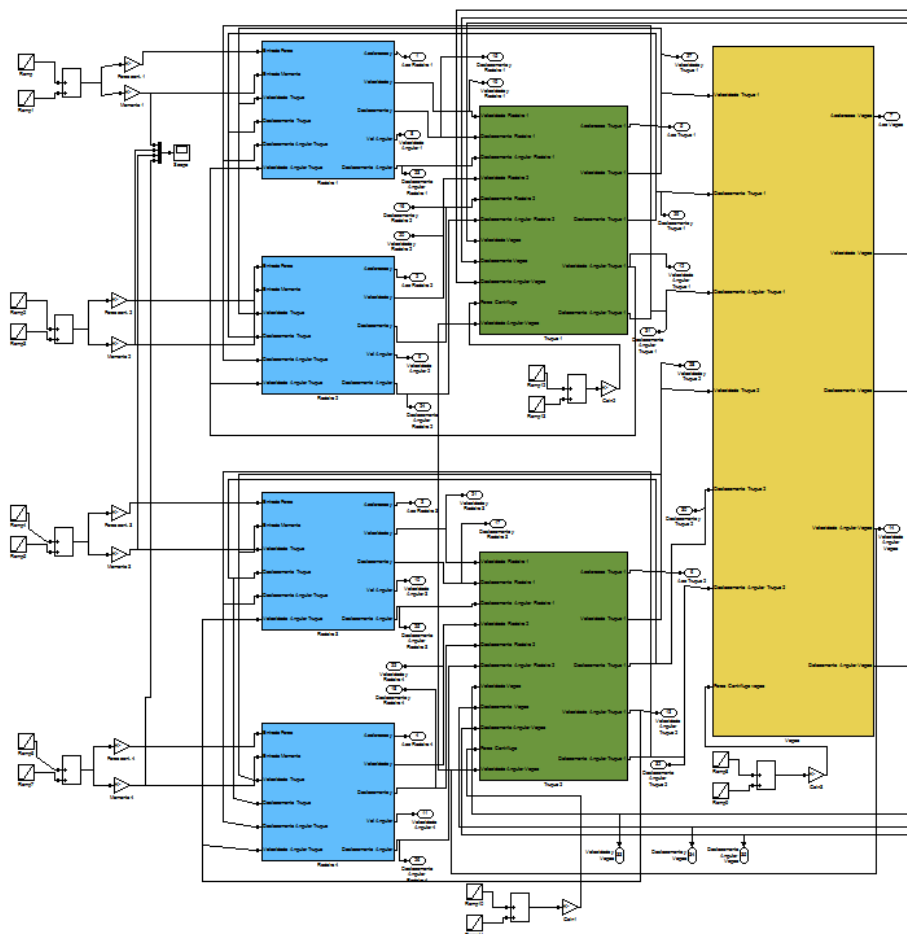


Figura 1 Diagrama Simulink do sistema completo

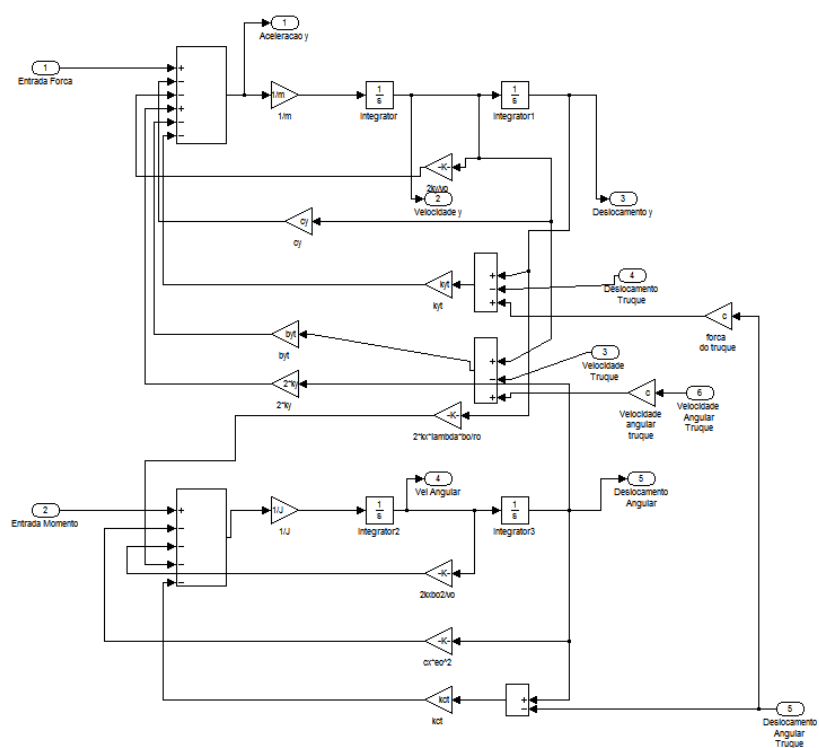


Figura 2 Diagrama Simulink do rodeiro

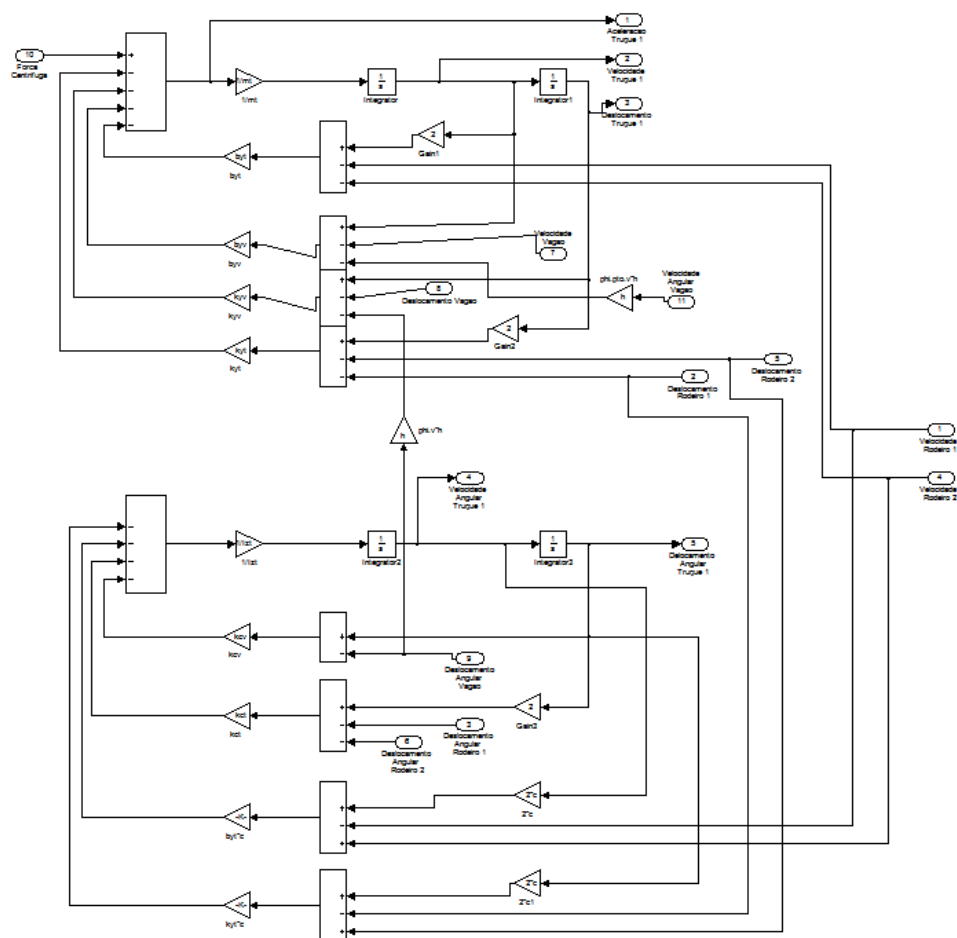


Figura 3 Diagrama Simulink do truque

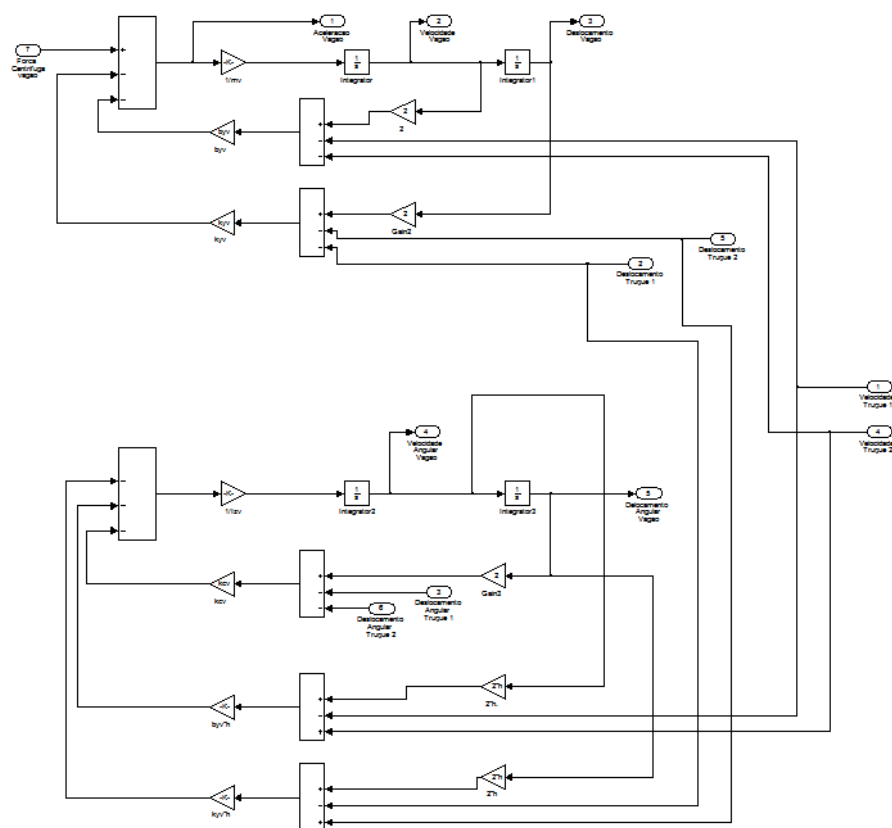


Figura 4 Diagrama em Simulink do baú