

**ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS -  
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**ALEXANDRE SILVA DE GENOVA**

**CERTIFICAÇÃO DE CONTROLADORES DE FORÇA E DE  
IMPEDÂNCIA APLICADOS EM UM ATUADOR  
HIDRÁULICO**

São Carlos

2024

**Alexandre Silva de Genova**

**CERTIFICAÇÃO DE CONTROLADORES DE FORÇA E DE  
IMPEDÂNCIA APLICADOS EM UM ATUADOR  
HIDRÁULICO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Escola de Engenharia de  
São Carlos, da Universidade de São Paulo  
Curso de Engenharia Elétrica com ênfase em Sistemas de Energia e  
Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. Thiago Boaventura Cunha

São Carlos

2024

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da  
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

S335c      Silva de Genova, Alexandre  
                 Certificação de Controladores de Força e de  
                 Impedância Aplicados em um Atuador Hidráulico /  
                 Alexandre Silva de Genova; orientador Thiago Boaventura  
                 Cunha. São Carlos, 2024.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com  
ênfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de  
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,  
2024.

1. Certificação. 2. Estabilidade . 3. Sistema  
Dinâmico. 4. v-gap metric. 5. Margem de Estabilidade  
Generalizada. 6. Performance. I. Título.

# **FOLHA DE APROVAÇÃO**

**Nome: Alexandre Silva de Genova**

**Título: “Certificação de controladores de força e de impedância”**

**Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado  
em 04 / 12 / 2024,**

**com NOTA 9,3 ( nove , três ), pela Comissão Julgadora:**

**Prof. Dr. Thiago Boaventura Cunha - Orientador SEM/EESC/USP**

**Mestre Lucas Jony Ribeiro Silva - Doutorando EESC/USP**

**Dr. Hélio Jacinto da Cruz Neto - Pós-doutorando USP**

**Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:  
Professor Associado José Carlos de Melo Vieira Júnior**

Dedicatória: Aos meus pais, que com tanto empenho me deram as melhores oportunidades  
e me ensinaram um valor pra vida: profissionais bons sempre vão existir, busque ser o  
melhor!

## Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, meu companheiro diário. Junto a ele, agradeço aos meus pais, Gilson e Elisa, que me proporcionaram as melhores condições para eu chegar nesse lugar, que honra poder levar o legado de vocês adiante.

Agradeço à minha irmã, Anelise, que acompanhou toda minha evolução com seu apoio e amor. Também agradeço à minha namorada, Ana Julia, que deixou mais leve e feliz minha passagem na faculdade.

Agradeço aos meus amigos de 111A, as noites de estudos e convivência tornaram meus dias muito melhores.

Agradeço aos meus amigos de Futebol CAASO, o 'time do amor' fez história. Por fim, agradeço ao meu professor orientador, Thiago, pela oportunidade, pelas ideias, e, principalmente, por acreditar em mim.

# Sumário

<b>Lista de ilustrações</b>	<b>5</b>	
1	Introdução	9
2	Revisão Bibliográfica	10
3	Atuador Hidráulico	12
3.1	Malha de Controle em Cascata	12
4	Certificação de Controle	15
4.1	<i>Gap Metric</i> e Margem de Estabilidade Generalizada	15
4.2	Passividade e <i>Z-Width</i>	19
5	Manipulação e Definição da Malha de Controle	21
5.1	Controle de Força	22
5.2	Controle de Impedância	25
6	Certificação - Controle de Força	27
6.1	Definição de parâmetros	27
6.2	Certificação pela <i>gap metric</i> e margem de estabilidade generealizada na frequência	30
6.2.1	Variação em $P_n(s)$	30
6.2.2	Variação em $T_l(s)$	31
6.3	Mapa de Certificação	33
7	Certificação - Controle de Impedância	35
7.1	Definição do controlador	36
7.1.1	Performance	38
7.2	Mapa de Certificação	41

7.2.1	Melhoria na faixa de certificação	43
8	Conclusões	48
<b>Referências</b>		<b>50</b>
<b>A Parâmetros IC2D</b>		<b>52</b>
<b>B Técnicas de Decomposição de Diagrama de Blocos</b>		<b>52</b>
<b>C Definições</b>		<b>55</b>

## Lista de ilustrações

Figura 1 – Esquemático simplificado de um atuador hidráulico. Destacam-se a válvula de acionamento do pistão hidráulico, que se movimenta de acordo com os fluxos das câmaras, indicados por $q_a$ e $q_b$ . O movimento do pistão gera uma força $f$ de atuação no ambiente, configurado com uma massa $M_l$ e um amortecimento $B_l$ . [1] . . . . .	13
Figura 2 – Diagrama de blocos do modelo linearizado do atuador hidráulico. O bloco em amarelo é relacionado com a dinâmica da válvula, enquanto que os brancos com o modelo do atuador linearizado, e o bloco azul com a dinâmica do ambiente de interação. [1] . . . . .	13
Figura 3 – Malha de controle em cascata para o atuador hidráulico. . . . .	14
Figura 4 – Estrutura em feedback para a Margem de Estabilidade Generalizada. . . . .	17
Figura 5 – Conservatismo com o método do pior dos casos. . . . .	20
Figura 6 – Decomposição do diagrama de blocos da malha de controle de força. . . . .	23
Figura 7 – Controle de impedância aplicado ao diagrama de blocos decomposto do controle de força. . . . .	26
Figura 8 – Decomposição do diagrama de blocos da malha de controle de impedância. . . . .	26
Figura 9 – Diagrama de Nyquist de $P_n(s)$ . . . . .	28
Figura 10 – Resposta ao degrau para o sistema $T_l(s)$ . . . . .	30
Figura 11 – Certificação utilizando a MEG e a <i>gap metric</i> na frequência para a variação de massa na planta nominal . . . . .	31
Figura 12 – Certificação utilizando a MEG e a <i>gap metric</i> na frequência para a variação da viscosidade do óleo hidráulico $B$ e do ganho $K_{uv}$ . . . . .	33

Figura 13 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de força. . . . .	35
Figura 14 – Semelhança entre o sistema controlado $P_l(s)$ e o controlador de impedância $I(s)$ para diferentes configurações de $I(s)$ . . . . .	37
Figura 15 – Recorte do gráfico para a semelhança entre o sistema controlado $P_l(s)$ e o controlador de impedância $I(s)$ para diferentes configurações de $I(s)$ . . . . .	38
Figura 16 – Esquemático para simulação em <i>Simulink</i> . . . . .	39
Figura 17 – Gráfico FxV da dinâmica de uma mola-amortecida ideal e do sistema $P_b(s)$ . . . . .	40
Figura 18 – Diagrama de Bode dos sistemas $I(s)$ e $P_b(s)$ com informações sobre margem de ganho e fase para ambos. . . . .	40
Figura 19 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de impedância. . . .	42
Figura 20 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de impedância com alteração no controlador de força para promover aumento da faixa de estabilidade. . . . .	44
Figura 21 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de força com o controlador $C_{f2}(s)$ . . . . .	45
Figura 22 – Resposta ao degrau para o sistema $T_{l2}(s)$ , em destaque está indicado o <i>rise time</i> - 0.000943s. . . . .	46
Figura 23 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de força com faixa de frequência reduzida. . . . .	47
Figura 24 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de impedância com faixa de frequência reduzida. . . . .	48

## Resumo

Muitas vezes os projetos de controladores não levam em conta a variação dos parâmetros que o sistema está sujeito. Tal variação, advinda de mudanças de temperatura, viscosidade, e atrito, criam novas dinâmicas para a malha de controle, que, em determinados casos, podem instabilizar um sistema previamente controlado. Então, nesse trabalho de conclusão de curso espera-se construir um procedimento ótimo de certificação de controladores de força e de impedância aplicados em um atuador hidráulico. Buscando simplificar a análise, uma manipulação adequada do diagrama de blocos é realizada para que métricas da teoria de controle não tradicionais, tais como a  $\nu$ -gap metric e a margem de estabilidade generalizada [2], sejam empregadas na metodologia proposta de certificação.

Ainda, é feita uma comparação quando se empregam conceitos clássicos na certificação, a exemplo da passividade [3],[4], visando avaliar a estabilidade do sistema dinâmico e, dentro de limitações, sua performance para ambos os critérios. Com isso, a metodologia a ser desenvolvida visa mapear e cobrir variações no sistema que causam instabilidade, prevenindo essa dinâmica indesejada já no projeto da malha de controle.

Por fim, vale destacar que o projeto traz como resultados a comparação entre tais métodos de certificação para ambas malhas de controle, sumarizando-as em "mapas de certificação", gráficos visuais para a devida análise da faixa de estabilidade produzida para cada método de acordo com a variação de parâmetros definida.

**Palavras-chave:** Certificação, Estabilidade, Sistema Dinâmico,  $\nu$ -gap metric, Margem de Estabilidade Generalizada, Performance.

## Abstract

The design of controllers often neglects parameter variations in the system. Changes in temperature, damping, and friction during operation can lead to varying dynamics, potentially causing a system that is theoretically stable to become unstable. This undergraduate thesis aims to develop an optimal procedure for certifying force and impedance controllers applied to hydraulic actuators. In order to simplify the analysis, a proper manipulation of the block diagram is required to the stability certification of the system using non-traditional control theory metrics, such as the  $\nu$ -gap metric and generalized stability margin [2].

Still, a comparison with the application of classic concepts in the certification, like the passivity theory [3],[4], is expected to be done, seeking to assess the stability of the system dynamics and its performance. Therefore, the methodology to be developed aims to map and cover the variations in the system that can lead it to the instability, predicting which range of parameters lead the system to a unstable condition and how to overcome it.

Finally, it is worth highlighting that the project presents a comparison between these certification methods for both control loops, summarizing them in "certification maps", which are visual graphs for the proper analysis of the stability range produced by each method according to the defined parameter variation.

**Keywords:** Certification, Stability, Dynamic System,  $\nu$ -gap metric, Generalized Stability Margin, Performance

# 1 Introdução

A expansão de aplicações de atuadores na robótica e automação traz à tona questões sobre segurança e performance dos dispositivos que utilizam dos atuadores para realizar movimentos e interações com o ambiente. Então, é interessante que uma análise sobre a estabilidade do controle seja explorada visando garantir a devida operação de tais equipamentos, uma vez que podem danificar a estrutura de interação ou a si próprio.

Para conduzir essa análise, métricas da teoria de controle e sua aplicação devem ser avaliadas para de fato garantir informação suficiente sobre a estabilidade e ainda balancear a performance do sistema. Esse trabalho de conclusão de curso propõe um comparativo entre métricas clássicas e não tradicionais para o devido fim, trazendo seus resultados em simulações para um atuador hidráulico previamente modelado e com parâmetros também fornecidos. A pesquisa e desenvolvimento se deu com o apoio do Grupo *Legged Robotics* do Laboratório de Robótica.

A seção 2 apresenta uma motivação histórica para o desenvolvimento e a bibliografia utilizada como base. Entrando no escopo do trabalho, a seção 3 traz a referenciada modelagem linearizada de um atuador hidráulico para ser o sistema dinâmico de interesse, com o qual se dá a construção da malha de controle de força e de impedância em cascata. Em seguida, na seção 4 são apresentadas as métricas e definições que serão utilizadas para certificação do controle.

Com as métricas e suas condições apresentadas, na seção 5, a malha de controle é decomposta para atender tais requisitos. Então, na seção 6, a malha decomposta é utilizada para realizar a certificação na frequência e para a criação de um mapa de certificação, posteriormente utilizado na seção 7.

Por fim, na seção 7, a *gap metric* é utilizada como balizador para a escolha do

controlador de impedância visando melhorar a performance do sistema, e a análise é então conduzida com o mapa de certificação.

## 2 Revisão Bibliográfica

No tocante ao desenvolvimento de procedimentos que garantam a estabilidade e performance dos mais variados sistemas, a certificação de controladores surge inerente ao processo de assegurar o desempenho de tais controles quando aplicados a plantas de interesse, estabelecendo faixas de operação com estabilidade garantida, fazendo isso com a aplicação das mais diversas métricas e conceitos de controle atrelados ao estudo da estabilidade, dentro dos quais podemos citar: diagrama de Nyquist, margens de ganho e de fase, passividade, *gap metric*, margem de estabilidade generalizada...

Hodiernamente, com a expansão da robótica em diversas áreas da sociedade, como exemplos: na assistência médica, no acesso a áreas de risco e contaminadas e no transporte de suprimentos, a preocupação com tal procedimento de certificação veio à tona visto que é desejável e necessária a interação estável do robô ou prótese com o ambiente (solo, humano), tanto para alta performance quanto para uma segura atuação, evitando danos à integridade humana e ao próprio sistema do robô. A avaliação deste problema de garantia de estabilidade é amplamente realizada com a utilização do conceito de passividade e sua relação forte com estabilidade, descrita detalhadamente em [5]. Porém, este conceito é conservador em suas condições e pode acarretar em uma necessidade de ponderação entre estabilidade e performance ao projetar o controle de força do sistema [3].

Então, como uma alternativa a este procedimento de certificação, as métricas de controle *nugap* e margem de estabilidade generalizada, explicitadas individualmente em [2], foram associadas para aplicação em certificação de controladores conforme observado

em [6], onde é feita uma abordagem do assunto voltada para a indústria aeronáutica, uma vez que é necessário um número elevado de controladores no sistema do avião, e a garantia de estabilidade de cada um deles é fator primordial para a segurança da operação. E, posteriormente, trazendo esta análise para a robótica, observou-se [7].

Em face disso, e tendo em vista que sistemas de atuadores hidráulicos são largamente comumente utilizados em robôs quadrúpedes [8], o estudo para que tais atuadores sejam robustos e ainda garantam performance aos movimentos do robô em interação mecânica com o ambiente se faz necessário. Para tanto, a modelagem e, consequentemente, a linearização de um atuador hidráulico são exploradas para que se projete um controle desejado, conforme realizado em [1].

Consoante sob a mesma perspectiva, também vale destacar o controle de impedância, conceito muito utilizado para a finalidade aqui pretendida, ele é um tipo de controle utilizado para lidar com interações mecânicas de um atuador com um ambiente incerto. A impedância, em seu sentido mais popular, relaciona tensão e corrente, mas também pode expressar uma relação dinâmica entre variáveis de movimento (posição e velocidade) e força, que é o de interesse aqui. Dessa forma, o controle de impedância busca tratar uma entrada de posição/velocidade para atingir uma variação desejável de força na saída. Apontamentos sobre a origem desse controle e uma definição mais detalhada foi encontrada em [9].

Por fim, é lícito comentar que a literatura escolhida e estudada apresenta caráter primordial para o entendimento e aprofundamento no assunto, sendo de suma importância para o posterior desenvolvimento da proposta do projeto em si. Ainda, vale ressaltar que no decorrer do projeto serão introduzidos novos materiais e maior imersão nos tópicos.

### 3 Atuador Hidráulico

Atuadores hidráulicos consistem em elementos mecânicos que utilizam a pressão de um líquido, geralmente um óleo hidráulico, para exercer uma força capaz de gerar movimento, seja ele linear ou rotativo, tendo seu funcionamento atrelado ao deslizamento de um pistão inserido em um cilindro e se valendo do Princípio de Pascal [10]. Tais dispositivos são amplamente utilizados em indústrias e para fins gerais por sua capacidade de precisão, controle e imposição de grandes forças mecânicas quando solicitado.

Essas características conferem a esse tipo de atuador grande confiabilidade e versatilidade em suas aplicações. Para tanto, são também utilizados em robôs com pernas já que possuem a capacidade de gerar força mecânia alta em um espaço reduzido, são componentes precisos, compactos e leves, o que os tornam preferíveis para tal aplicação, além disso, sua robustez faz com que o emprego de robôs em ambientes acidentados e irregulares seja possível e mais seguro.

Nessa seção são apresentadas a dinâmica linearizada do atuador representada por uma descrição ilustrativa em diagrama de blocos, bem como o controle de força em uma malha interna e o controle de impedância em cascata com o anterior.

#### 3.1 Malha de Controle em Cascata

O funcionamento de tais atuadores hidráulicos aplicados a robôs com pernas se dá por meio de uma válvula que aciona e controla o pistão do atuador, a partir disso é possível controlar o fluxo e consequentemente a pressão aplicada no pistão, para, desse modo, exercer uma força desejada na carga. Tal configuração está ilustrada de maneira simplificada na Figura 1.

Uma linearização no sistema dinâmico que compreende o atuador hidráulico é

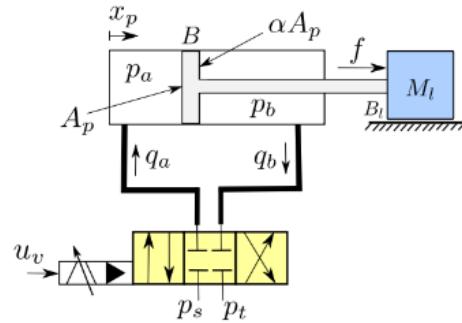


Figura 1 – Esquemático simplificado de um atuador hidráulico. Destacam-se a válvula de acionamento do pistão hidráulico, que se movimenta de acordo com os fluxos das câmaras, indicados por  $q_a$  e  $q_b$ . O movimento do pistão gera uma força  $f$  de atuação no ambiente, configurado com uma massa  $M_l$  e um amortecimento  $B_l$ . [1]

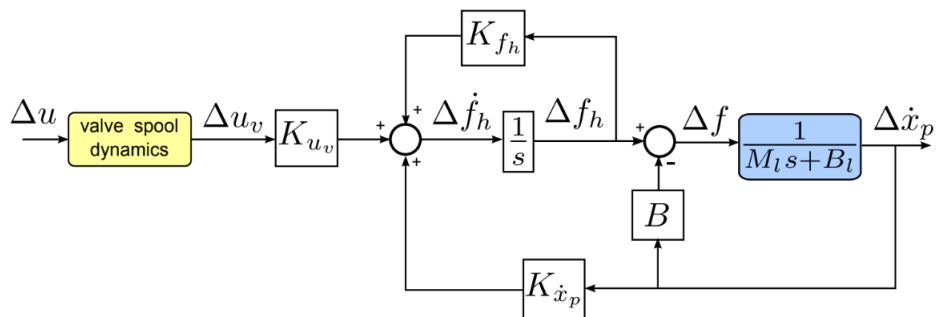


Figura 2 – Diagrama de blocos do modelo linearizado do atuador hidráulico. O bloco em amarelo é relacionado com a dinâmica da válvula, enquanto que os brancos com o modelo do atuador linearizado, e o bloco azul com a dinâmica do ambiente de interação. [1]

necessária visando simplificar a análise do trabalho, já que características do fluido, atrito e função de ativação da válvula inserem dinâmicas não lineares ao sistema. A modelagem matemática da dinâmica e ganhos da válvula, das forças de atrito e de carga, assim como uma linearização do sistema são realizadas detalhadamente em [1]. Então, se valendo do diagrama de blocos construído por esse desenvolvimento matemático apresentado na Figura 2, podemos construir a malha de controle em cascata conforme realizado na Figura 3.

Aqui vale comentar algumas simplificações realizadas já no diagrama da Figura 2: O bloco que representa a dinâmica da válvula, em amarelo, e o ganho  $K_{uv}$  foram agregados em um único bloco  $A_a(s)$ ,

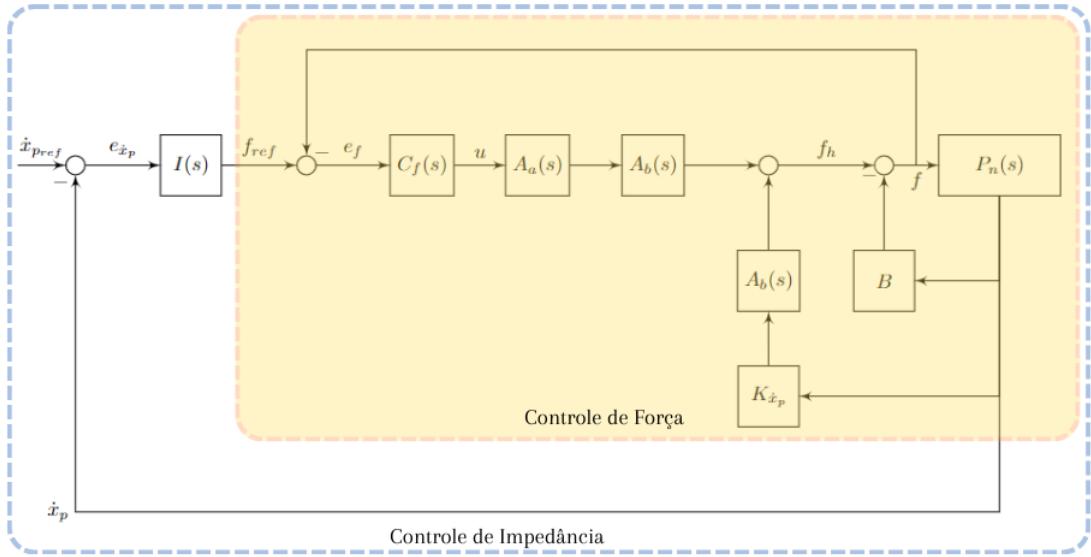


Figura 3 – Malha de controle em cascata para o atuador hidráulico. A malha é um controle explícito de impedância, tendo um controle interno de força e um externo de impedância, com controladores indicados por  $C_f(s)$  e  $I(s)$ , respectivamente.

$$A_a(s) = (\text{din. válvula}) \cdot K_{uv} = \left( \frac{1}{\frac{1}{\omega_v^2} s^2 + \frac{2D_v}{\omega_v} s + 1} \right) \cdot K_{uv}$$

Onde  $\omega_v$  [rad/s] é a *bandwidth* da válvula,  $D_v$  é o amortecimento do *spool* da válvula. E, também, o feedback com o ganho  $K_{fh}$  no bloco integrativo foi manipulado para construir o bloco  $A_b(s)$ , que por sua vez, foi colocado antes do bloco somador (razão pela qual ele aparece em dois ramos do diagrama resultante).

$$A_b(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 - \frac{K_{fh}}{s}}$$

Ainda,  $P_n(s)$  representa a planta (nominal), e é dada por:

$$P_n(s) = \frac{1}{M_l s + B_l}$$

$C_f(s)$  é o controlador de força e  $I(s)$  o controlador de impedância.

Além disso, também temos  $B$  [ $Ns/m^2$ ] como o coeficiente de atrito viscoso do pistão. Outros parâmetros constantes da malha de controle que serão identificados são:

$K_{uv}$ ,  $K_{fh}$  e  $K_{\dot{x}_p}$ , tais constantes são ganhos que relacionam, de maneira distinta, a área do pistão ( $A_p$ ), módulo de Bulk ( $\beta_e$ ), volume das câmaras do pistão no ponto de operação ( $v_{aop}$  e  $v_{bop}$ ), ganhos de vazão ( $K_{qa}$  e  $K_{qb}$ ) e coeficientes de pressão de vazão ( $K_{ca}$  e  $K_{cb}$ ).

As relações são explicitadas abaixo:

$$\begin{aligned} K_{uv} &= A_p \beta_e \left( \frac{K_{qa}}{v_{aop}} + \frac{\alpha K_{qb}}{v_{bop}} \right) \\ K_{fh} &= \frac{-\beta_e}{1 + \alpha^3} \left( \frac{K_{ca}}{v_{aop}} - \frac{\alpha^3 K_{cb}}{v_{bop}} \right) \\ K_{\dot{x}_p} &= -A_p^2 \beta_e \left( \frac{1}{v_{aop}} + \frac{\alpha^2}{v_{bop}} \right) \end{aligned}$$

Onde  $\alpha$  é a razão entre as áreas do pistão.

Uma melhor descrição dos símbolos aqui apresentados pode ser encontrada no Apêndice A.

## 4 Certificação de Controle

Nesta seção são apresentados métodos de certificação de controle, ou seja, procedimentos que permitem avaliar a estabilidade robusta de um sistema dinâmico para posterior comparação dos resultados e dos métodos, buscando avaliar o conservatismo e performance.

### 4.1 *Gap Metric* e Margem de Estabilidade Generalizada

A *gap metric* é uma métrica normalizada, ou seja, varia de 0 a 1, e expressa o quanto dois sistemas linearmente invariantes no tempo (LIT) são diferentes em termos de malha fechada, sem a necessidade de serem estáveis [11]. Uma *gap* próxima de 0 indica a semelhança entre os dois sistemas dinâmicos, enquanto que valores próximos ou igual a

1 indicam muita discrepância entre os sistemas ou mesmo violação da *winding number condition (WNC)*.

A *gap* aqui utilizada é chamada de *nugap*, introduzida em [2]. Mais especificamente, sua aplicação no caso escalar para viabilização de implementação em simulação.

**Definição 1 ( $\nu$ -gap metric)** Sejam dois sistemas,  $P_1$  e  $P_2$ , SISO (*single-input-single-output*), a  $\nu$ -gap na frequência e o pior dos casos (máximo na frequência) são dados por (1) e (2),

$$\kappa(P_1, P_2)(j\omega) = (1 + |P_2(j\omega)|^2)^{-\frac{1}{2}} |P_1(j\omega) - P_2(j\omega)| (1 + |P_1(j\omega)|^2)^{-\frac{1}{2}}, \quad (1)$$

$$\delta_\nu = \begin{cases} \|\kappa(P_1, P_2)\|_\infty, & \text{se a WNC for satisfeita} \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2)$$

Sendo que a WNC é expressa por

$$\eta[P_2, -P_1^*] = \eta[P_1, -P_1^*] \quad (3)$$

Onde  $\eta[P, C]$  denota o número de pólos no semi plano direito aberto do sistema realimentado (positivo) entre P e C, e a notação (\*) indica o conjugado transposto (conjugado Hermitiano).

A Margem de Estabilidade Generalizada (*MEG*), por sua vez, expressa, também em uma escala normalizada, o quanto um par planta-controlador em feedback é estável. Tal estrutura de realimentação é conforme mostrado na Figura 4 seguindo [6].

Segundo [2],

**Definição 2 (Margem de Estabilidade Generalizada)** Dado um par planta-controlador em feedback unitário, a *MEG* pode ser calculada em duas formas: na frequência

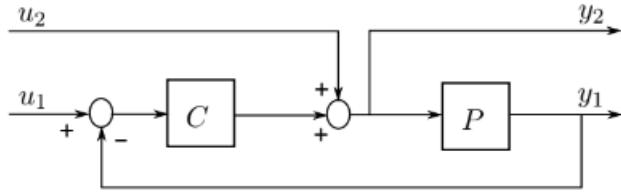


Figura 4 – Estrutura em feedback para a Margem de Estabilidade Generalizada.

(ponto a ponto) e para o pior dos casos (mínimo na frequência), onde essas formas são dadas por (4) e (5), respectivamente,

$$\tilde{\rho}(P, C)(j\omega) = \frac{1}{\tilde{\sigma}(T(j\omega))}, \quad \text{onde} \quad T(P, C) = \begin{pmatrix} P \\ I \end{pmatrix} \left( I + CP \right)^{-1} \begin{pmatrix} -C & I \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$b_{P,C} = \begin{cases} \|T\|_{\infty}^{-1}, & \text{se } T(P, C) \text{ for estável} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5)$$

A função de sensitividade  $T$  mostra o quanto o sistema reage a distúrbios nas entradas, e conforme foi expressa em (4), ela resulta em uma matriz 2x2 de funções, e se todas forem estáveis, então  $T$  é estável.

Aqui, é interessante comentar que o cálculo da *MEG* pode ser restrito a uma faixa de frequências utilizando-a de modo ponto a ponto, o que flebiliza sua aplicação, visando uma específica faixa de operação na frequência. Para todo caso, se o cálculo da *MEG* resultar em 0 para qualquer uma das formas, o sistema em feedback é internamente instável, para frequências específicas no caso ponto a ponto, ou de forma generalizada, quando todo o espectro é considerado para avaliar o sistema.

Um primeiro resultado de estabilidade vem pela definição dessa métrica, de acordo com [7]:

$$\text{sistema em malha fechada estável} \Leftrightarrow \rho(P, C)(j\omega) > 0$$

Onde  $\rho(j\omega) = \tilde{\rho}(j\omega)$  se  $T(P, C)$  é estável.

Ainda, a margem de estabilidade alta (próxima de 1) também é um indicador de boa performance.

A certificação de controle para essas métricas vem ao alia-las, tanto no caso de um *range* na frequência, como para o pior dos casos [2].

**Margem de estabilidade garantida** Considerando uma planta nominal  $P$  e um controlador  $C$  em feedback conforme a Figura 4, e sendo  $P'$  uma planta perturbada. O sistema ainda terá uma margem de estabilidade se no lugar da planta nominal estivesse a perturbada se a seguinte desigualdade for satisfeita:

$$\rho(P', C)(j\omega) \geq \rho(P, C)(j\omega) - \kappa(P, P')(j\omega) \quad (6)$$

Ou, para o pior dos casos:

$$b_{P', C} \geq b_{P, C} - \delta_\nu(P, P') \quad (7)$$

**Estabilidade garantida** Sob as mesmas hipóteses para a margem de estabilidade garantida, aqui, o sistema perturbado terá estabilidade robusta garantida se:

$$\kappa(P, P')(j\omega) < \rho(P, C)(j\omega) \quad (8)$$

Ou, para o pior dos casos:

$$\delta_\nu(P, P') < b_{P, C} \quad (9)$$

Ou seja, se garantidas, o controlador  $C$  garante estabilidade para  $P$  e  $P'$ , o que é de grande interesse neste estudo, já que isso permite a criação de variações de parâmetros e o estabelecimento de faixas que ainda mantém o sistema estável.

Alguns comentários são necessários para essa certificação. Ambos os procedimentos acima são condições suficientes para estabilidade, ou seja, se elas não forem atendidas, pode ser que ainda o sistema seja estável.

Segundo, o método baseado no pior dos casos (equações (7) e (9)) é conservativo, pois como mostra o exemplo na Figura 5, há casos em que (9) não é satisfeita, mas se olharmos para a variação na frequência, em todo o momento (8) é verdade, e portanto, o mesmo controlador  $C$  estabiliza as plantas  $P$  e  $P'$ . Com isso, para este trabalho, a certificação na frequência será de maior destaque, pois se mostra um método menos conservativo e que permite analisar apenas a faixa de operação do sistema dinâmico, visto que, em sistemas mecânicos, não existem dinâmicas associadas a altas frequências senão ruídos (descartáveis em nossa análise).

Por fim, vale comentar que tal certificação possui um dual [12], ou seja, ao invés de calcular a *gap* entre uma planta perturbada e a nominal, pode-se também calcular entre dois controladores e aplicar o procedimento, nesse caso, se a estabilidade for garantida de acordo com o método, ambos os controladores são capazes de fornecer estabilidade ao sistema realimentado com a planta escolhida.

Note, na Figura 5, um exemplo prático do conservatismo presente ao se analisar a estabilidade de um sistema perturbado utilizando o pior dos casos. Onde temos  $b_{P,C} < \delta_\nu(P, P')$ , porém, para todo  $\omega$  analisado,  $\rho(P, C) > \kappa(P, P')$ , o que garante a estabilidade.

## 4.2 Passividade e *Z-Width*

Um sistema SISO ser chamado de passivo, em termos de energia, quer dizer que para uma entrada limitada, será produzida uma saída limitada, ou seja, o sistema não introduz energia no processo [13]. Aqui, focaremos na análise da passividade de sistemas

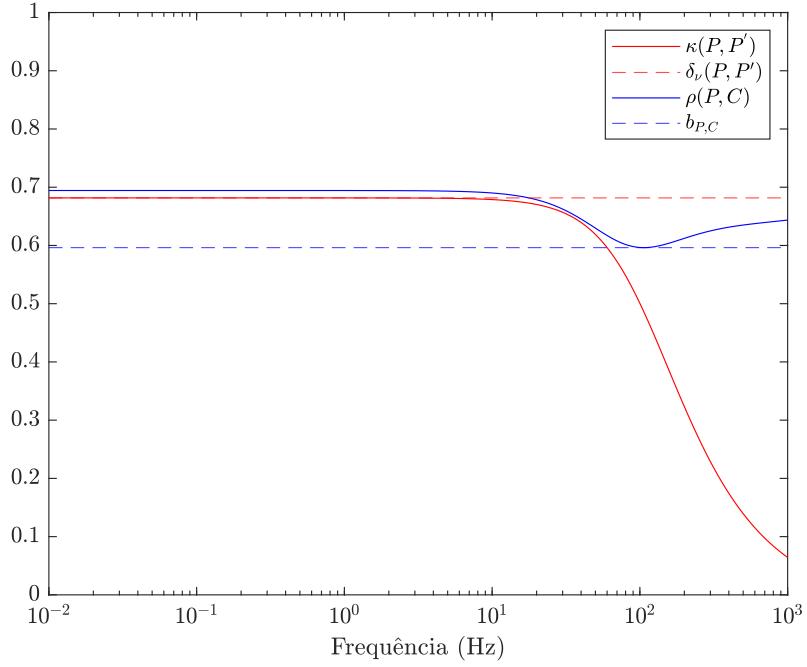


Figura 5 – Conservatismo com o método do pior dos casos. Note que pelo método do pior dos casos a planta  $P'$  não é estável com o controlador  $C$  pois  $\delta_\nu(P, P') > b_{P,C}$ , mas tendo em face a análise na frequência, o gráfico mostra o oposto ( $\kappa(P, P')(j\omega) < \rho(P, C)(j\omega)$ ).

de acordo com sua definição para funções na frequência, bem conhecida na literatura [5].

**Definição 3 (Passividade)** Seja  $F(s)$  uma função de transferência própria,  $F(s)$  é semi-positiva real (passiva) se todas as condições abaixo forem atendidas

- A função  $F(s)$  possuir todos os polos no semiplano esquerdo
- $F(j\omega) + F^*(-j\omega) \geq 0$  para todo  $\omega$  real, tal que  $(j\omega)$  não é polo de  $F(s)$ .
- Para os polos imaginários  $(j\omega)$  de  $F(s)$ , devem ser únicos e que  $\lim_{s \rightarrow j\omega} (s - j\omega)F(s)$  é semidefinida positiva.

Em suma, graficamente, a função deve estar toda no semiplano direito aberto do Diagrama de Nyquist (pelas duas últimas condições) [3].

A certificação vem da consequência da teoria de passividade, pela qual a interconexão de dois sistemas passivos, ainda é passiva [14]. Isso é muito aplicável em interações

mecânicas, já que o ambiente (planta) do sistema geralmente é passivo, ou seja, basta apenas garantir a passividade do atuador para que a conexão entre ele e o sistema seja passiva e, consequentemente, estável.

Especificamente para o controle de impedância, a *Z-Width* é uma ferramenta gráfica que indica passividade para uma variação de impedâncias virtuais utilizadas no controle da malha [4]. Tal visualização permite concluir sobre a influência na passividade que a mudança de parâmetros no design do controlador de impedância exerce. Importante também, que para a malha de controle de interesse nesse projeto (Figura 3), o design do controle de força também tem influência sobre a *Z-Width* conforme será discutido posteriormente.

## 5 Manipulação e Definição da Malha de Controle

De acordo com [15], a malha de controle construída na Figura 3 representa um controle explícito de impedância, já que possui em seu *loop* interno um controle de força e o controle de impedância na malha externa, ainda, tendo o ambiente configurado como uma admitância conforme definido por  $P_n(s)$ . Tendo essas definições em vista, nesta seção será abordada de maneira mais aprofundada cada um dos *loops* presentes na malha em cascata.

Ainda, uma decomposição do diagrama de blocos se faz necessária para cada um dos controles, de modo que a análise de estabilidade a ser feita seja possível. A transformação é derivada analiticamente, utilizando regras de manipulação de diagramas de blocos, técnica básica da teoria de controle clássico.

## 5.1 Controle de Força

O controle de força, aplicado conforme a malha interna do diagrama de blocos da Figura 3, foi tunado como um PID:

$$C_f(s) = K_g \cdot \left( K_d \cdot s + \frac{K_i}{s} + K_p \right) \quad (10)$$

Onde, os ganhos do controlador ( $K_d$  - derivativo,  $K_i$  - integrativo,  $K_p$  - proporcional e  $K_g$  - ganho) foram estabelecidos de modo a produzir uma resposta satisfatória de tal modo que a malha de controle interna (força) seja rápida o suficiente para que sua dinâmica possa ser desconsiderada em face do controle de impedância [15], e também, visando maximizar a *MEG* produzida.

Note que a malha de controle possui duas entradas, o que interfere em uma análise ao utilizarmos as métricas de certificação que exigem um sistema SISO, conforme citado na seção anterior. Por isso surge a necessidade de decompormos o diagrama de blocos [16], primeiro para o controle de força e, em seguida, para a malha de controle de impedância, de modo que o diagrama de bloco equivalente para o de força tenha configuração da Figura 6. Nesta topologia, o bloco que recebe a referência não tem influência na dinâmica de estabilidade do sistema, restando apenas a análise do bloco que recebe a realimentação de velocidade da planta nominal para concluir sobre a estabilidade da malha de controle. A decomposição é feita de modo a obter um diagrama de blocos como o ilustrado na Figura 6, obtendo os blocos  $T_b$  e  $T_l$ , no qual  $T_b$  é relacionado com a referência de força e  $T_l$  com a velocidade realimentada do ambiente.

Essa configuração simplifica a análise de maneira substancial e permite uma análise direta dos conceitos de estabilidade e performance para a malha de controle. Essa estratégia pode ser aplicada para sistemas de controle de força de forma analítica e simples, seguindo

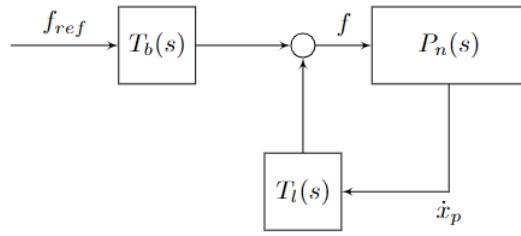


Figura 6 – Decomposição do diagrama de blocos da malha de controle de força. O modelo se mostra interessante para a condução da análise de estabilidade pois somente o bloco  $T_l(s)$  influencia em tal quesito, já que  $T_b(s)$  recebe o sinal de referência.

uma metodologia a ser desenvolvida nesse trabalho:

**Generalização da decomposição** - Dado um diagrama de blocos genérico de um controle de força, para reescrevê-lo conforme Figura 6, é necessário utilizar técnicas de decomposição (veja mais informações no Apêndice B) para que o diagrama de blocos tenha como as únicas entradas do sistema o sinal de referência, e as realimentações do sinal de força produzido pelo sistema (sinal que atua no ambiente) e do sinal de velocidade/posição (saída do bloco que representa a dinâmica do ambiente).

Com isso, é possível escrever a força resultante no ambiente ( $f$ ), considerando sinal de velocidade do ambiente utilizado como entrada (o análogo vale para posição):

$$f = f \cdot (B_f) + f_{ref} \cdot (B_{fref}) + v \cdot (B_v) \quad (11)$$

$$f \cdot (1 - B_f) = f_{ref} \cdot (B_{fref}) + v \cdot (B_v)$$

$$f = f_{ref} \cdot \left( \frac{B_{fref}}{1 - B_f} \right) + v \cdot \left( \frac{B_v}{1 - B_f} \right) \quad (12)$$

Sendo os termos que multiplicam  $f$ ,  $f_{ref}$  e  $v$  os blocos que tem como entrada direta ou indireta tais sinais. Ou seja  $B_f$  representa a dinâmica dos blocos que são influenciados pelo sinal de força  $f$ ,  $B_{fref}$  a dos blocos que são influenciados pelo sinal da

força de referência  $f_{ref}$ , e, por fim,  $B_v$  a dinâmica dos blocos influenciados pela entrada de velocidade  $v$ .

Assim,

$$T_b(s) = \left( \frac{B_{fref}(s)}{1 - B_f(s)} \right)$$

$$T_l(s) = \left( \frac{B_v(s)}{1 - B_f(s)} \right)$$

Ou seja, a manipulação analítica e posteriormente uma análise visual do diagrama permite a simplificação do mesmo de maneira a viabilizar estudos sobre estabilidade e dinâmica do controle de modo conciso e direto. Importante, também, destacar a estrutura simples dos blocos  $T_b(s)$  e  $T_l(s)$ , possuindo a mesma dinâmica no denominador e blocos diretamente relacionados à atuação dos sinais de referência e velocidade, respectivamente.

Note que o primeiro passo para aplicar tal metodologia na malha interna do controle de força já foi realizado na seção anterior e teve como resultado o diagrama de blocos interno da malha em cascata da Figura 3. Veja que somente restaram como entradas a força e velocidade de realimentação e o sinal de força de referência, conforme requisito da metodologia. Então, os próximos passos se resumem ao equacionamento para derivar os blocos  $T_b(s)$  e  $T_l(s)$  de interesse.

Escrevendo  $f$  conforme a equação 11:

$$f = -f \cdot (C_f A_a A_b) + f_{ref} \cdot (C_f A_a A_b) + \dot{x}_p \cdot (A_b K_{\dot{x}_p} - B)$$

$$f \cdot (1 + C_f A_a A_b) = f_{ref} \cdot (C_f A_a A_b) + \dot{x}_p \cdot (A_b K_{\dot{x}_p} - B)$$

Chega-se então na forma da equação 12:

$$f = f_{ref} \cdot \left( \frac{C_f A_a A_b}{1 + C_f A_a A_b} \right) + \dot{x}_p \cdot \left( \frac{A_b K_{\dot{x}_p} - B}{1 + C_f A_a A_b} \right)$$

Os blocos  $T_b(s)$  e  $T_l(s)$  são, portanto, (13) e (14):

$$T_b(s) = \frac{C_f A_a A_b}{1 + C_f A_a A_b} \quad (13)$$

$$T_l(s) = \frac{A_b K_{\dot{x}_p} - B}{1 + C_f A_a A_b} \quad (14)$$

Note que, a configuração encontrada na Figura 6 ainda precisa de uma adaptação para chegarmos aos requisitos da Definição da MEG, que é a realimentação negativa, por essa razão, ao calcularmos a margem de estabilidade, será utilizado  $-T_l(s)$ .

## 5.2 Controle de Impedância

Para a construção da malha externa de controle, uma impedância virtual (bloco  $I(s)$  na Figura 3) foi configurado conforme [4] e [9]. Aqui neste projeto, foi escolhida uma impedância apenas com rigidez ( $K_I$ ) e amortecimento ( $B_I$ ), sendo a velocidade como entrada e força como saída, tomando a seguinte configuração:

$$I(s) = \frac{K_I}{s} + B_I \quad (15)$$

De modo que a malha de controle, já aproveitando a decomposição feita na Figura 6, tome a forma da Figura 7.

Ainda, para que o diagrama tome a forma decomposta já apresentada, novamente derivou-se analiticamente os blocos para que se chegasse à forma padrão da Figura 6, o que está representado na Figura 8, onde se encontra o resultado da decomposição do

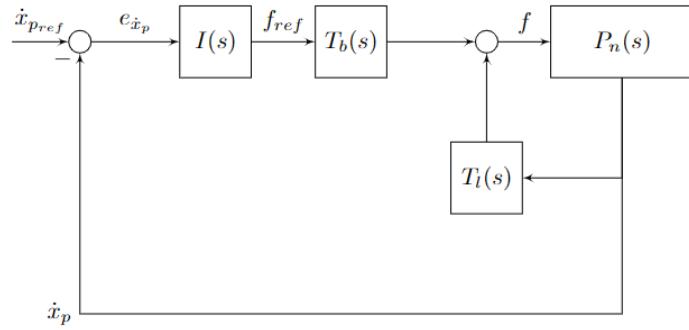


Figura 7 – Controle de impedância aplicado ao diagrama de blocos decomposto do controle de força.

diagrama de blocos da malha de controle de impedância de modo a obter os blocos  $P_b$  e  $P_l$ , no qual  $P_b$  é relacionado com a referência de velocidade, ou seja, não tem influência sobre o controle em si, restando apenas a análise da realimentação com  $P_l$  atendendo às condições e configuração das métricas de certificação.

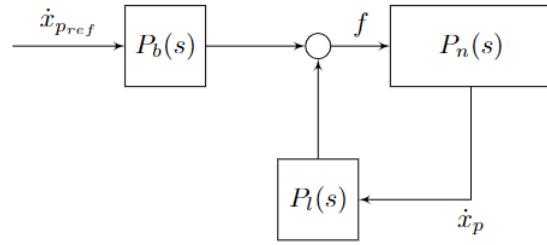


Figura 8 – Decomposição do diagrama de blocos da malha de controle de impedância. Analogamente para o controle de força, o modelo se mostra interessante para a condução da análise de estabilidade pois somente o bloco  $P_l(s)$  influencia em tal quesito, já que  $P_b(s)$  recebe o sinal de referência.

Então, os blocos  $P_b(s)$  e  $P_l(s)$  tem como expressão, se valendo de (13), (21) e (22):

$$P_b(s) = I \cdot T_b \quad (16)$$

$$P_l(s) = T_l - I \cdot T_b \quad (17)$$

Do mesmo modo que foi feito para o controle de força, a análise para calcular a MEG leva em conta  $-P_l(s)$ .

## 6 Certificação - Controle de Força

A malha de controle de força decomposta, de acordo com [16], da Figura 6, é utilizada para realizar a certificação de estabilidade segundo a *nugap* e a Margem de Estabilidade Generalizada. Além disso, com a hipótese de que a planta  $P_n(s)$  é um ambiente passivo (será mostrado posteriormente), podemos concluir sobre a estabilidade do sistema observando apenas a passividade em  $T_l(s)$  [14], tal abordagem também será feita, de maneira análoga, para o controle de impedância.

Ainda, nesta seção serão abordadas outras métricas clássicas da teoria de controle de modo a comparar os resultados com a metodologia proposta em termos de conservatismo.

### 6.1 Definição de parâmetros

Para realizar a simulação da certificação, definiu-se a planta nominal  $P_n(s)$  como uma admitância, já visando atender às características do controle explícito de impedância [15] que será abordado ainda neste trabalho.

$$P_n(s) = \frac{1}{M_c s + B_c} \quad (18)$$

A massa da carga  $M_c$  é a resultante da soma da massa do pistão, do óleo hidráulico e da massa adicionada ao ambiente. Desprezando a variação da massa do óleo hidráulico que integra a planta, bem como a variação da massa do pistão, visto que essa é medida precisamente como 445,7 g, será adotado 25 kg como a carga nominal para  $M_c(s)$ . A viscosidade  $B_c$  da carga será assumida como 20 N/(m/s).

Desse modo, a hipótese levantada desta seção, de que a planta  $P_n(s)$  é um ambiente passivo, pode ser confirmada pela sua dinâmica constar inteiramente no semi-plano direito do Diagrama de Nyquist, vide Figura 9. Portanto, a análise de estabilidade para o controle

de força e o de impedância levando em conta a passividade se restringe à análise do sistema  $T_l(s)$  (controle de força) e de  $P_l(s)$  (controle de impedância).

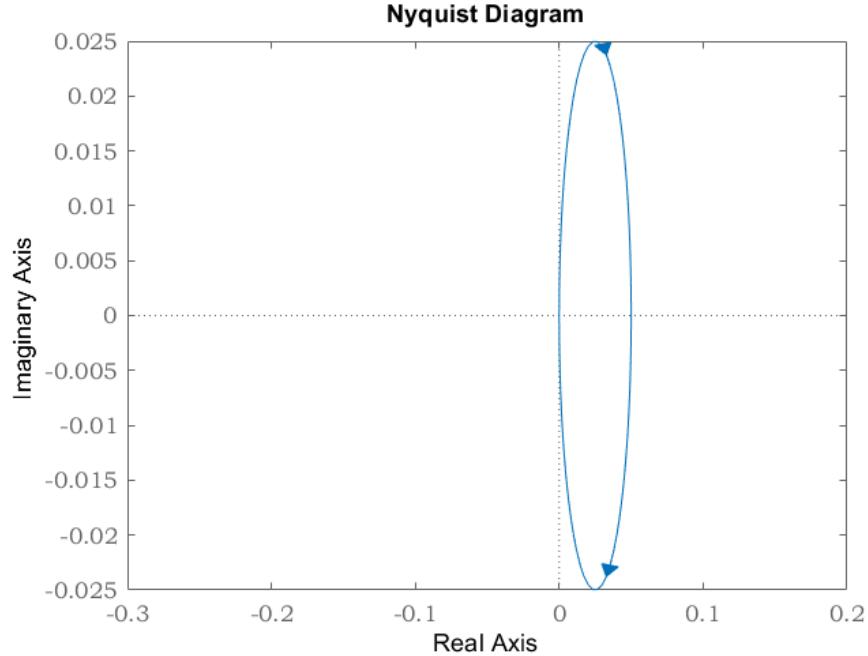


Figura 9 – Diagrama de Nyquist de  $P_n(s)$ . Vale destacar que o traço se situa no semiplano direito do diagrama, conferindo passividade a  $P_n(s)$ .

Para o controlador de força, conforme já indicado na Definição da Malha de Controle, foi tunado um PID com o formato:

$$C_f(s) = K_g \cdot \left( K_d \cdot s + \frac{K_i}{s} + K_p \right) \quad (19)$$

Os ganhos foram escolhidos como:

$$K_g = 20$$

$$K_d = 0.1251 \cdot 10^{-6}$$

$$K_i = 0.9823 \cdot 10^{-4}$$

$$K_p = 9.0918 \cdot 10^{-5}$$

Então, substituindo os valores dos ganhos na equação 19, o controlador  $C_f(s)$ , já com as devidas simplificações, é:

$$C_f(s) = \frac{2.502 \cdot 10^{-6} \cdot s^2 + 0.001818 \cdot s + 0.001965}{s} \quad (20)$$

Este controlador foi configurado com tais ganhos visando proporcionar uma resposta rápida e estável do sistema  $T_l(s)$  para atender à característica do controle explícito de impedância [15], de modo que esse tempo fique desapercebido pela dinâmica do controle de impedância. Essa característica pode ser observada na resposta ao *step* para o sistema  $T_l(s)$ , conforme mostra a Figura 10. Nela estão indicados o *rise time* - 0.000392s, que é o tempo que a resposta de um sistema leva para passar de um valor inicial até uma porcentagem do valor final (o exemplo da Figura traz o tempo para a resposta ir de 10% a 90% do valor final) e o *settling time* - 0.0079s da resposta, ou seja, quanto tempo o sistema leva para acomodar a resposta dentro de uma faixa entre 2% a 5%. Note que ambos estão na casa dos milisegundos, o que caracteriza uma resposta muito rápida do sistema ao controlador e a uma entrada, atendendo ao seu requisito.

Demais parâmetros inerentes ao sistema e apresentados logo nas primeiras seções do presente trabalho foram coletados de experimentos prévios feitos pelo grupo de pesquisa Legged Robotics na plataforma IC2D (*Impedance Control 2 Dimensions*) disponível para o projeto. A lista destes parâmetros com os devidos valores utilizados na simulação podem ser encontrados no Apêndice A

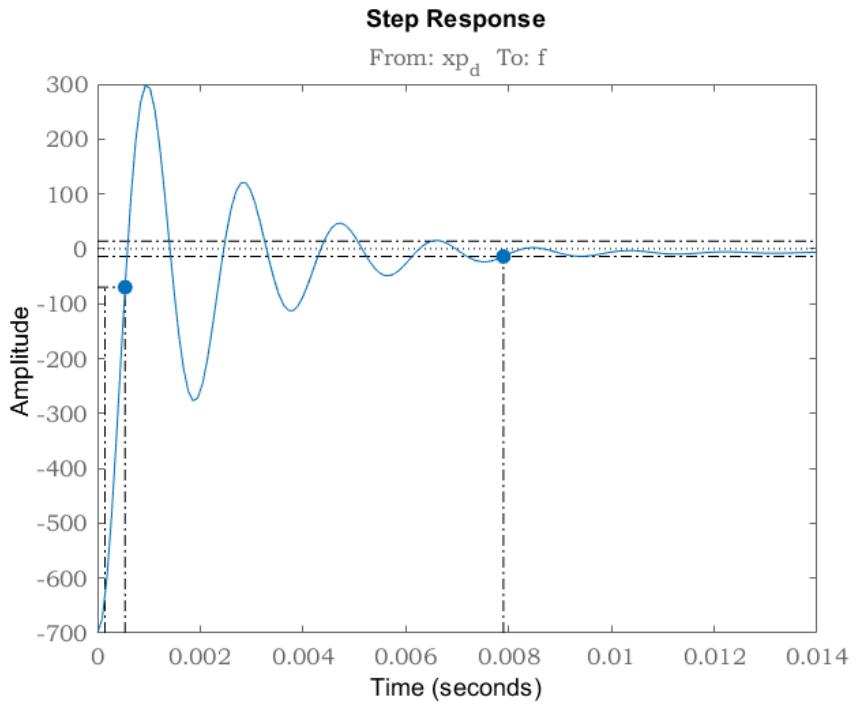


Figura 10 – Resposta ao degrau para o sistema  $T_l(s)$ . Em destaque estão o *rise time* e o *settling time*, ambos na casa dos milisegundos, atendendo ao requisito da malha de controle explícito de impedância

## 6.2 Certificação pela *gap metric* e margem de estabilidade generealizada na frequência

### 6.2.1 Variação em $P_n(s)$

Como se trata de um sistema dinâmico mecânico, e visando diminuir o conservativismo da análise pela metodologia aqui apresentada, a análise da certificação foi realizada na frequência (*gap* e *MEG* calculadas ponto a ponto no intervalo determinado), assumindo uma faixa de  $10^{-2}$  a  $10^4$  Hz. Já que sistemas mecânicos não apresentam dinâmica considerável em elevadas frequências, sendo, na maioria dos casos, tratadas como ruído, que pode ser devidamente controlado com filtros em um ambiente prático de implementação.

Com tal observação, primeiro foi feita a variação de massa da planta nominal  $P_n(s)$  simulando mudanças de carga que podem ocorrer com o ambiente em que o atuador está interagindo, observando a *gap metric* entre cada variação na frequência, incluindo uma

massa rígida, simulando que o atuador faça força junto a uma parte fixa. Então, novas plantas  $P_{var}$  foram configuradas com valores de massa:  $0 < M_c < 70$  kg. O resultado está apresentado na Figura 11.

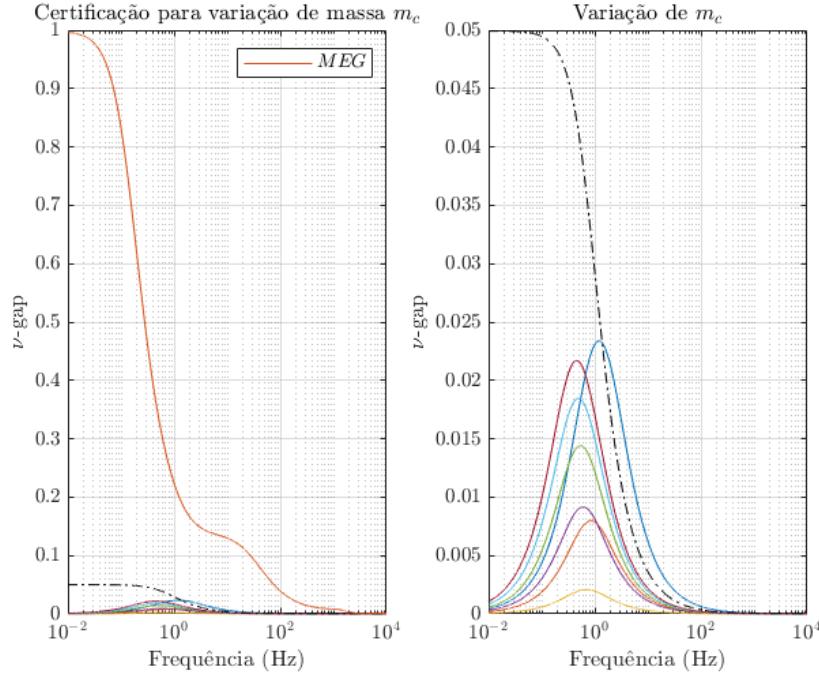


Figura 11 – Certificação utilizando a MEG e a *gap metric* na frequência para a variação de massa na planta nominal. A MEG aparece indicada em destaque no gráfico à esquerda, enquanto os demais traços - ampliados no gráfico à direita - indicam a *gap metric* entre  $P_n(s)$  e cada uma das variações. A massa rígida está destacada pela linha pontilhada.

Note que  $\rho(P_n, -T_l) > \kappa(P_n, P_{var})$  para todo  $\omega$ , o que garante a estabilidade do sistema para todas as variações de massa, inclusive para uma massa rígida (destacada em pontilhado na imagem à direita). Ainda, podemos avaliar que, devido à baixa *nu-gap* apresentada na Figura 11 entre a planta nominal e as variadas, na próxima análise, foi desconsiderada tal alteração de massa.

### 6.2.2 Variação em $T_l(s)$

A garantia de estabilidade pela junção dos conceitos de *gap metric* e margem de estabilidade generalizada é dual, ou seja, serve para variação tanto da planta, conforme

feito na seção anterior, quanto para variações no sistema realimentado, neste caso o  $T_l(s)$ , que inclui a dinâmica do controlador. Conforme derivado previamente,  $T_l(s)$  tem expressão dada por:

$$T_l(s) = \frac{A_b K_{\dot{x}_p} - B}{1 + C_f A_a A_b} \quad (21)$$

Sendo,

$$A_a(s) = \left( \frac{1}{\frac{1}{\omega_v^2} s^2 + \frac{2D_v}{\omega_v} s + 1} \right) \cdot K_{uv}$$

$$A_b(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 - \frac{K_{fh}}{s}}$$

Buscando então, simular variações reais destes parâmetros no sistema, foram criados novos sistemas  $T_{lvar}$  para atender possíveis mudanças de temperatura, que alteram a viscosidade do óleo hidráulico ( $B$ ), e de atritos mecânicos que alterem os ganhos na dinâmica da válvula (alterações em  $K_{uv}$ ). Deste modo, foi escolhida uma variação de  $B$  entre 300 e 1100 (N/(m/s)) e de  $\pm 50\%$  de  $K_{uv}$ . Assim, combinando todas as variações para montar uma série de sistemas variados, foi possível montar a certificação na frequência conforme mostra a Figura 12.

Analizando a Figura 12, podemos identificar pela linha pontilhada a MEG entre a planta  $P_n(s)$  nominal e  $T_l(s)$  também nominal com os parâmetros definidos previamente. Já as linhas sólidas representam a  $\nu$ -gap entre  $T_l(s)$  e os sistemas variados. Note ainda, que pelo zoom dado no primeiro dos gráficos, alguns  $\kappa(-T_l, -T_{lvar})$  superam  $\rho(P_n, -T_l)$ , o que traz inconclusão sobre a estabilidade de algumas dessas variações, limitando a análise nesse sentido, já não podendo concluir diretamente pela estabilidade de tais sistemas variados.

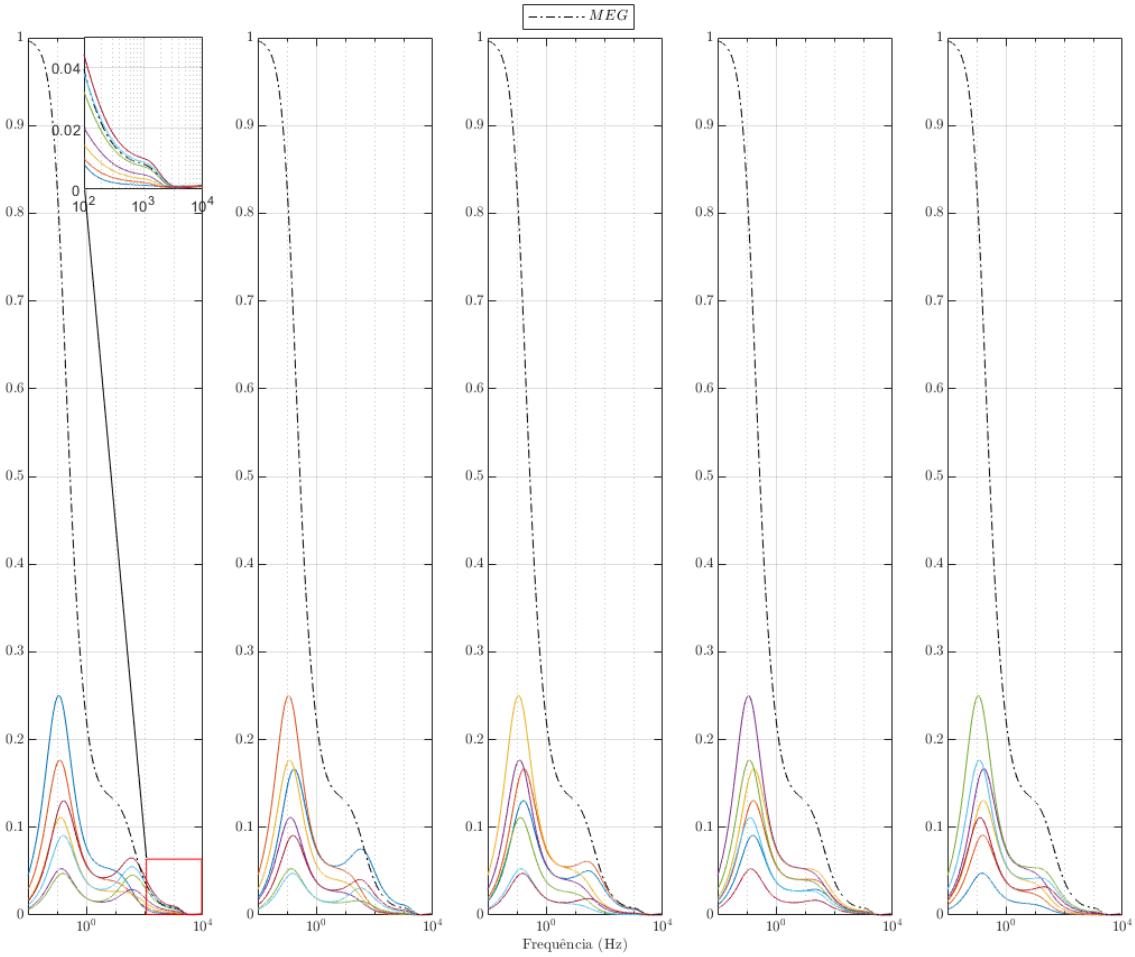


Figura 12 – Certificação utilizando a MEG e a *gap metric* na frequência para a variação da viscosidade do óleo hidráulico  $B$  e do ganho  $K_{uv}$ . A linha pontilhada representa a MEG na frequência entre  $P_n$  e  $T_l$ , já as linhas coloridas representam a gap entre  $T_l$  e os sistemas variados ( $T_{lvar}$ ) conforme alterações em  $B$  e  $K_{uv}$ . Note que esta análise é por muitas vezes inconclusiva pelo desempenho em altas frequências, impossibilitando uma conclusão prévia sobre a estabilidade para todas as variações.

### 6.3 Mapa de Certificação

Para solucionar o impasse encontrado na seção anterior, foi feito um *heatmap* (Figura 13) para todas as possíveis combinações de variação dos parâmetros mencionados, permitindo maior discretização. Esta abordagem permitiu concluir sobre a certificação do sistema pela metodologia abordada, pela passividade e também obter informação sobre a estabilidade do sistema fora da zona de certificação utilizando a função *isstable* [17] do Matlab e informação sobre margem de fase (*margin* [18] no Matlab, o apêndice C traz definições mais detalhadas sobre estabilidade de um sistema dinâmico e margens de ganho

e de fase).

O gráfico foi construído da seguinte maneira: para cada quadrado exibido foi confeccionado um novo sistema  $T_{lvar}$  com os parâmetros variados conforme os eixos da Figura. Para cada um deles foram extraídas três informações: 1) de antemão foi calculada a MEG na frequência entre  $T_l(s)$  e  $P_n(s)$  ambos nominais, e então, foi calculado  $\kappa(-T_l, -T_{lvar})$  sendo o sistema variado o do quadrado em questão, caso  $\rho(P_n, -T_l) > \kappa(-T_l, -T_{lvar})$ , o sistema atende à certificação por essa metodologia e o quadrado assume a coloração vermelha. 2) O sistema  $T_{lvar}$  criado no quadrado em questão tem sua passividade avaliada pela função *isPassive* [19] do Matlab, caso seja passivo, o sistema resultante entre  $T_{lvar}$  e  $P_n$  (passivo) também é passivo e, consequentemente, estável. 3) O sistema em feedback entre  $P_n$  e  $T_{lvar}$  tem a estabilidade verificada segundo a função *isstable* e *margin* do Matlab, quando somente esta condição é atendida, o gráfico assume coloração azul.

Na Figura 13 o sistema nominal está destacado em amarelo, enquanto que cada quadrado representa um sistema com variação dos parâmetros conforme indicado nos eixos. A cor vermelha indica estabilidade e certificação pela MEG e *gap metric*, enquanto a azul só indica estabilidade do sistema conferida pela função *isstable*.

A Figura 13 deixa mais claro a zona em que o controle é certificado, mas também mostra que, embora a certificação não tenha sido observada, o sistema ainda permaneceu estável. Desse modo, obteve-se a comprovação da metodologia ser critério suficiente mas não necessário para a estabilidade. Ademais, para este controle nenhum sistema variado foi identificado como passivo, por isso a ausência de uma zona constando como certificação por passividade na Figura em questão.

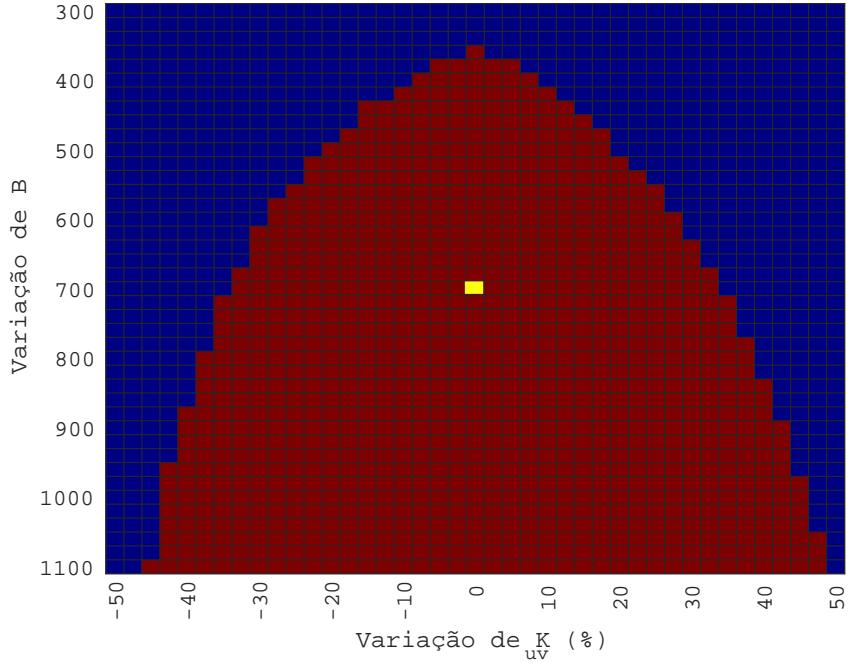


Figura 13 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de força. Previamente foi calculada a MEG entre  $P_n$  e  $-T_l$  (sistema nominal indicado em amarelo). Cada retângulo representa um sistema variado  $T_{lvar}$  conforme a composição dos eixos do gráfico, para cada um deles foi calculada a *gap metric* em comparação com  $T_l$ . Para termos de certificação: a região vermelha compreende os sistemas com estabilidade certificada pela estabilidade garantida, definida na seção 4.1, enquanto que a região azul indica que o sistema também é estável, mas essa conferida pelas funções *isstable* e *margin* do Matlab, vide Apêndice C. Ainda vale comentar que nenhum sistema  $T_{lvar}$  é passivo, portanto, tal meio de certificação de estabilidade não possui uma coloração atrelada no gráfico.

## 7 Certificação - Controle de Impedância

Para implementar o controle de impedância, utilizando o diagrama de blocos já decomposto do controle de força (Figura 6), é adicionado o controlador  $I(s)$  conforme mostra o sistema da Figura 7.

Como já abordado, o controle explícito de impedância, aqui aplicado com entrada de velocidade e saída de força, tem por controlador um sistema da forma:

$$I(s) = \frac{K_I}{s} + B_I \quad (22)$$

Sendo  $K_I$  e  $B_I$  a rigidez e amortecimento virtuais do controlador, respectivamente.

Como o controle da malha é feito em cascata com o de força, a influência das variações dos parâmetros realizada na seção anterior também afetaria a malha externa.

Porém, visando simplificar a análise e considerando que toda a variação observada se manteve ao menos estável segundo a Figura 13, foi considerado o sistema nominal como fixo, ou seja, os blocos  $T_b(s)$  e  $T_l(s)$  permaneceram inalterados durante o design do controle e para a certificação do mesmo.

## 7.1 Definição do controlador

Para então definir o melhor controlador para o sistema do atuador hidráulico foram confeccionadas várias combinações de controladores. Para isso, variou-se os valores de  $K_I$  entre 0 e 20000, e os de  $B_I$  entre 0 e 4000. Gerando sistemas  $P_b(s)$  e  $P_l(s)$  distintos a cada combinação de impedância virtual criada.

Visto que a *gap metric* quantifica a ”distância” entre dois sistemas SISO (*single input single output*), sendo que estes podem ser instáveis, podemos inferir que esta métrica também indica o quanto dois sistemas são parecidos em sua dinâmica, sendo que quanto mais próximo de 0, maior é essa semelhança.

Dado que o controle de impedância visa que o sistema controlado atue com dinâmica em conformidade ao controlador  $I(s)$ , ou seja, que ele tenha uma rigidez e amortecimento, neste caso, semelhante a sua impedância virtual desejada. Deste modo, o critério para a escolha do controlador de impedância para o sistema controlado será a configuração que produzir uma menor *gap metric* entre  $I(s)$  e  $P_l(s)$ , já que  $P_l(s)$  representa a impedância real do sistema controlado. Assim, ficaria garantida a performance e o objetivo do controle de impedância como será mostrado posteriormente.

A Figura 14 mostra a  $\nu$ -gap no pior dos casos, ou seja, o máximo na frequência, entre os sistemas  $I(s)$  e  $P_l(s)$ , servindo como indicativo para a escolha do controlador.

A partir do gráfico da Figura 14 podemos concluir pelo descarte de um controlador

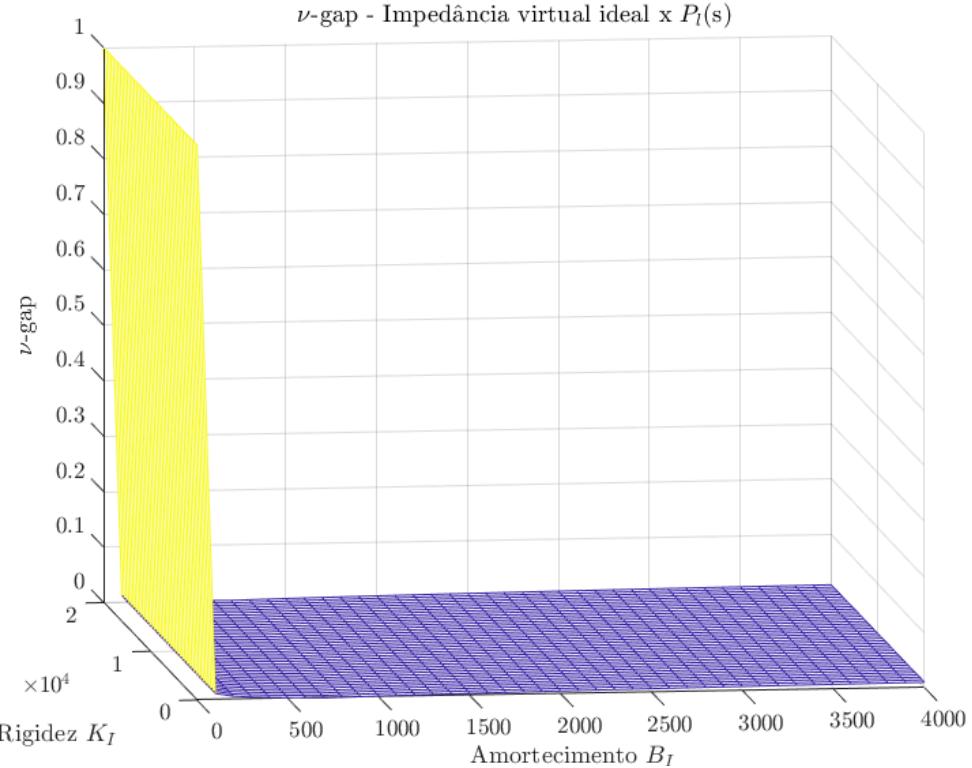


Figura 14 – Semelhança entre o sistema controlado  $P_l(s)$  e o controlador de impedância  $I(s)$  para diferentes configurações de  $I(s)$ , formados pela variação dos parâmetros nos eixos  $x$  e  $y$ . Quanto mais próximo de 0 na  $\nu$ -gap, mais semelhante é a dinâmica entre  $P_l(s)$  e  $I(s)$ .

com amortecimento  $B_I$  nulo, pois os sistemas apresentaram valor máximo na  $\nu$ -gap. E, finalmente, para escolher o melhor, os limites em  $z$  foram redefinidos para se observar melhor os resultados (Figura 15).

A Figura 15 mostra que todas as demais configurações de impedâncias virtuais que não possuem amortecimento nulo apresentam uma similaridade forte com o sistema controlado ( $\nu$ -gap na casa de 0.01 ou menor). Além disso, note que a variação da rigidez não tem muita influência no valor da métrica para um mesmo valor de amortecimento. Portanto, apenas o valor de  $B_I$  apresenta uma influência significativa para o valor da  $\nu$ -gap, enquanto que, observando o gráfico, um controlador com amortecimento  $B_I$  de valor 700 seria o que faria com que a dinâmica do sistema mais se assemelhasse com a dele, o que tem significado lógico, uma vez que o amortecimento  $B$  nominal do óleo hidráulico está inalterado e com valor de 700 ( $N/(m/s)$ ). Ou seja, o sistema tem maior facilidade em

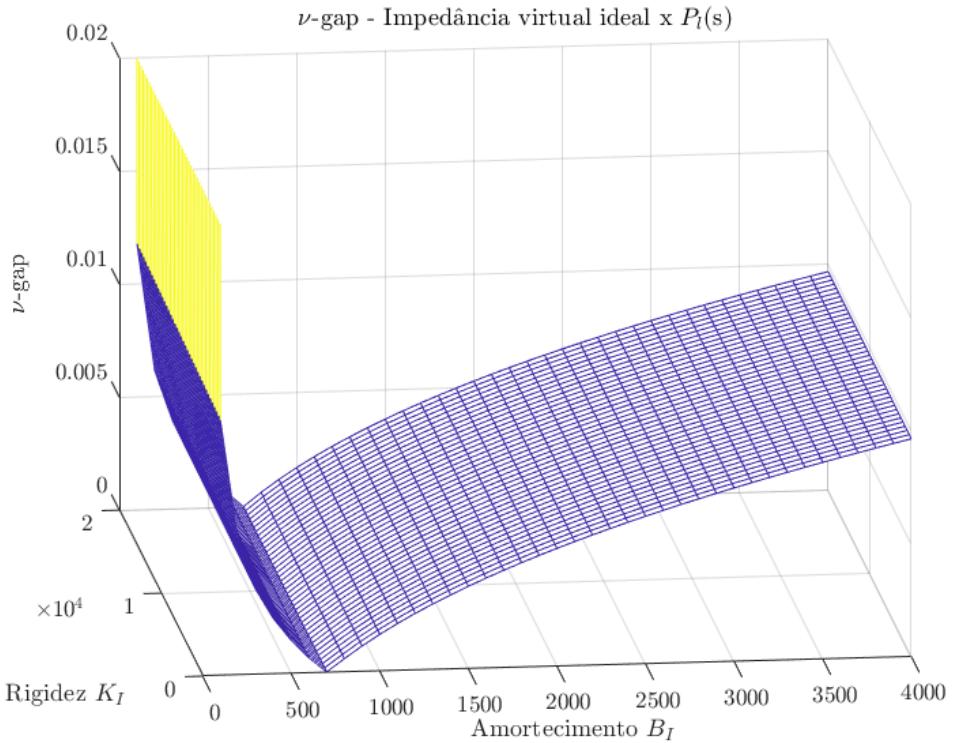


Figura 15 – Recorte do gráfico para a semelhança entre o sistema controlado  $P_l(s)$  e o controlador de impedância  $I(s)$  para diferentes configurações de  $I(s)$ .

operar em sua condição nominal.

Então, foi escolhido o seguinte controlador como nominal:

$$I_n(s) = \frac{10000}{s} + 700 \quad (23)$$

Este controlador faz com que a  $\nu$ -gap entre o sistema controlado  $P_l(s)$  e a impedância virtual  $I(s)$  seja de  $2.013 \cdot 10^{-5}$ , indicando forte semelhança entre as duas dinâmicas, e atendendo ao objetivo do controle.

### 7.1.1 Performance

Para então, comprovar a eficácia do controlador e demonstrar sua performance para o sistema, nesta seção se apresentará e se avaliará o comportamento do sistema que recebe a referência de velocidade ( $P_b(s)$ ) em comparação com o comportamento da impedância virtual configurada conforme a Equação 23.

O comportamento de ambos os sistemas será avaliado segundo um gráfico de força *versus* velocidade para uma entrada de referência senoidal. Desse modo, foi montado em ambiente *Simulink* os sistemas em diagramas de blocos para que fosse feita a simulação - vide Figura 16, os blocos de ganho  $b$  e  $k$  são referentes ao amortecimento  $B_I$  e à rigidez  $K_I$  já determinados. A referência de velocidade senoidal foi a padrão dada pelo bloco.

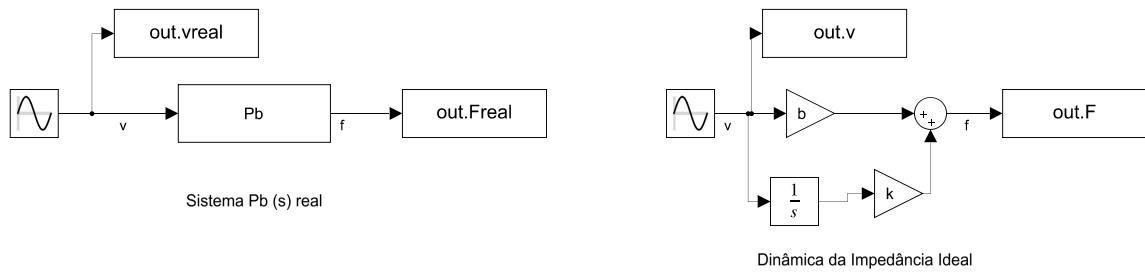


Figura 16 – Esquemático para simulação em *Simulink*. À esquerda está o sistema  $P_b(s)$ , de interesse para avaliação da dinâmica resultante, e à direita temos a composição de um sistema mola-amortecedor ideal. Ambos possuem entrada de velocidade senoidal.

Realizando a simulação, foi possível obter o gráfico referido acima para os dois sistemas conforme está ilustrado na Figura 17. Percebe-se a ótima performance do sistema com o controlador selecionado, mantendo uma dinâmica quase que idêntica no gráfico FxV.

Outro indicativo para comprovar tal constatação é o diagrama de Bode para ambos os sistemas (Figura 18).

Nota-se, por inspeção, a semelhança das respostas tanto em magnitude quanto em fase, elas são coincidentes em boa parte do intervalo de frequência observado, se separando apenas em frequências mais elevadas. Por consequência, percebe-se a mesma margem de ganho para ambos, e apesar da margem de fase ser distinta, a frequência de corte da margem de fase de  $P_b(s)$  é muito elevada.

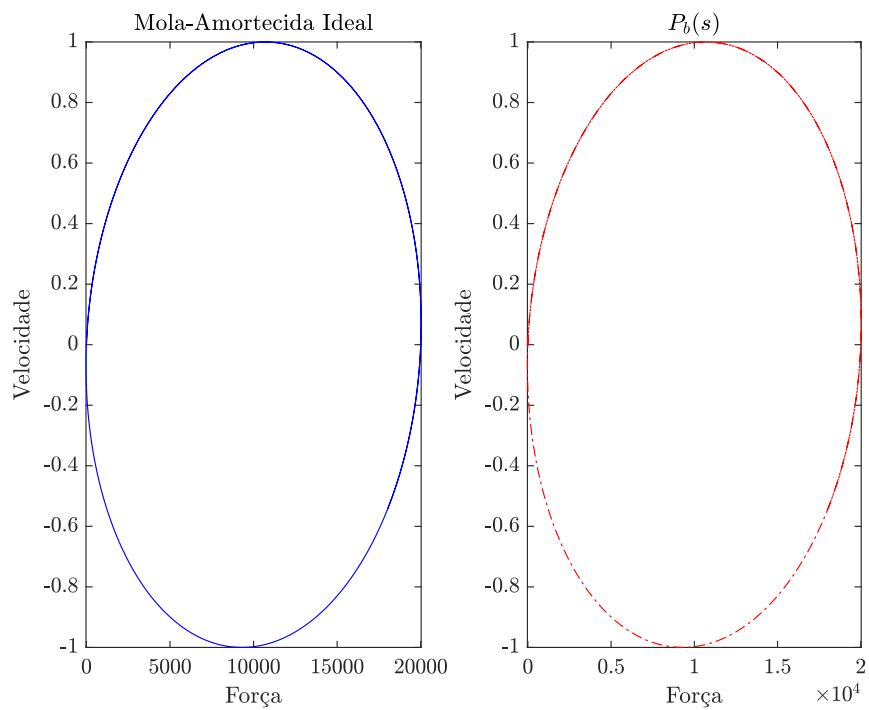


Figura 17 – Gráfico FxV da dinâmica de uma mola-amortecida ideal e do sistema  $P_b(s)$ . O sistema  $P_b(s)$  teve dinâmica quase idêntica à apresentada pela mola-amortecida ideal, aspecto já esperado pela escolha criteriosa do controlador.

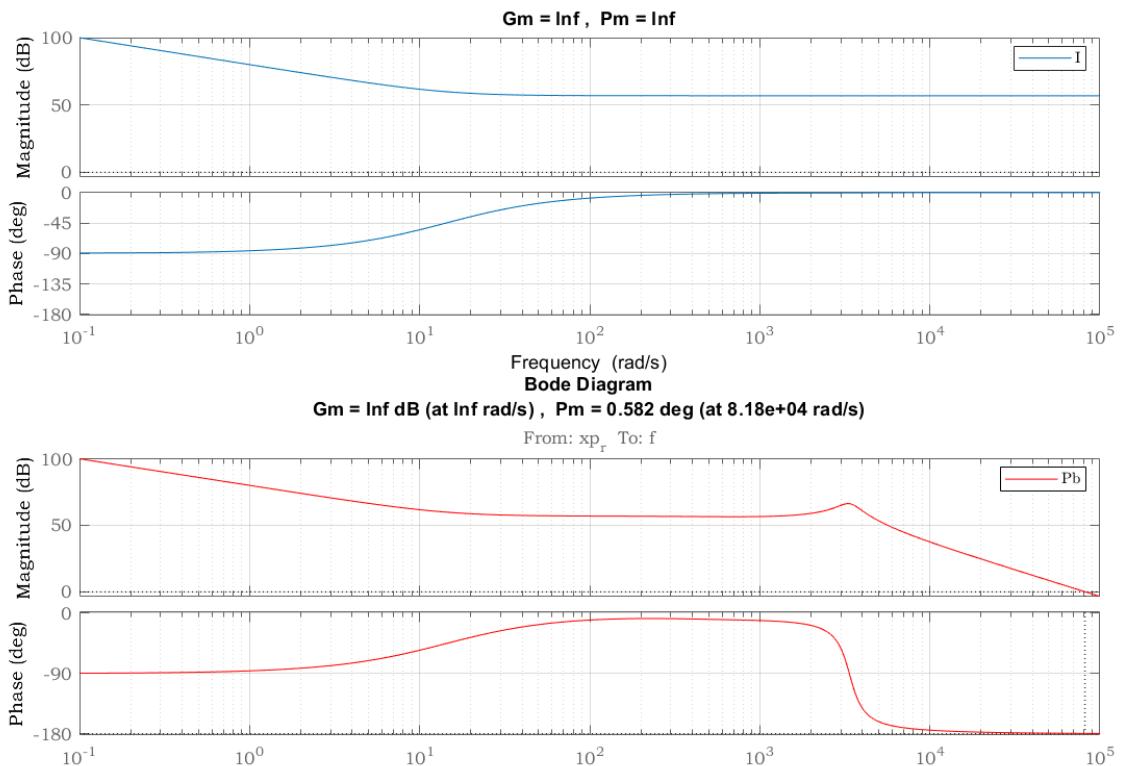


Figura 18 – Diagrama de Bode dos sistemas  $I(s)$  e  $P_b(s)$  com informações sobre margem de ganho e fase para ambos.

## 7.2 Mapa de Certificação

Avaliada a performance do controlador para o sistema, agora é desejável simular variações no controle de impedância para avaliar a estabilidade do sistema quando o controlador muda (ou seja, avaliar a capacidade do sistema desempenhar a impedância desejada mantendo-se estável), utilizando para isso a certificação segundo a *gap metric* e a margem de estabilidade generalizada, como também a que utiliza a junção de dois sistemas passivos ser um sistema passivo. Como já mostrado na seção de Parâmetros, o sistema  $P_n(s)$  é passivo, portanto, basta avaliar a passividade de  $P_l(s)$  para concluir pela estabilidade do sistema.

Para realizar a certificação, considerou-se o mesmo *range* de variação dos valores de  $K_I$  e  $B_I$  considerado para realizar a definição do controlador, permitindo que o sistema atinja diferentes dinâmicas desejadas de mola-amortecedor.

O gráfico foi construído da seguinte maneira: para cada quadrado exibido foi confecionado um novo sistema  $P_{lvar}$  com um controlador de impedância com seus parâmetros de confecção variados conforme os eixos da Figura. Para cada um deles foram extraídas três informações: 1) de antemão foi calculada a MEG na frequência entre  $P_l(s)$  e  $P_n(s)$  ambos nominais, e então, foi calculado  $\kappa(-P_l, -P_{lvar})$  sendo o sistema variado o do quadrado em questão, caso  $\rho(P_n, -P_l) > \kappa(-P_l, -P_{lvar})$ , o sistema atende à certificação por essa metodologia. 2) O sistema  $P_{lvar}$  criado no quadrado em questão tem sua passividade avaliada pela função *isPassive* do Matlab, caso seja passivo, o sistema resultante entre  $P_{lvar}$  e  $P_n$  (passivo) também é passivo e, consequentemente, estável. 3) O sistema em feedback entre  $P_n$  e  $P_{lvar}$  tem a estabilidade verificada segundo a função *isstable* e *margin* do Matlab. Assim foi possível construir um *heatmap* para a certificação do controle de impedância conforme mostra a Figura 19, o sistema nominal está destacado em amarelo,

enquanto que cada quadrado representa um sistema com variação dos parâmetros que compõem os ganhos do controlador conforme indicado nos eixos. A cor vermelha indica estabilidade, certificação pela MEG e *gap metric* e pela passividade, enquanto que a cor verde indica estabilidade e certificação apenas pela passividade e, por fim, a cor azul indica a instabilidade.

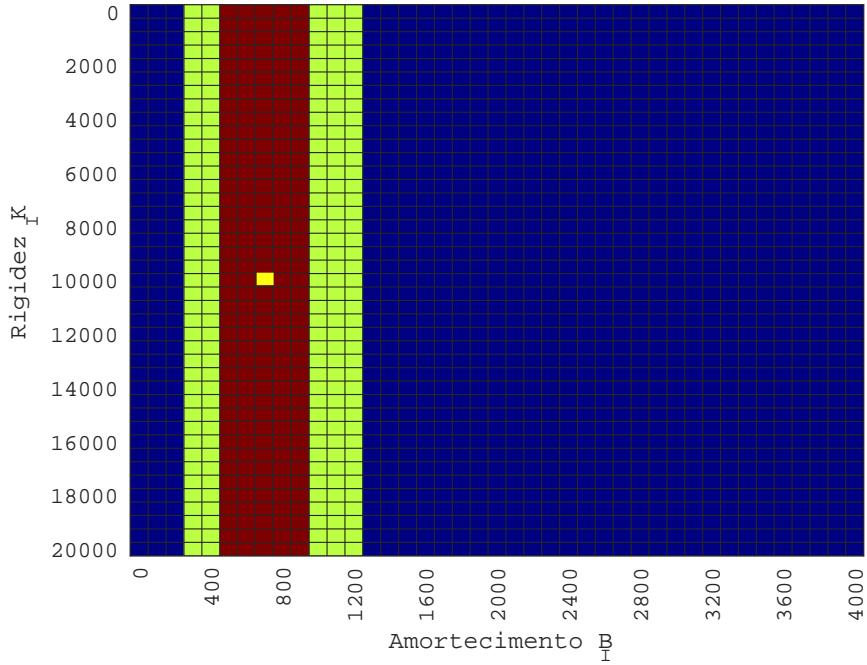


Figura 19 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de impedância. Previamente foi calculada a MEG entre  $P_n$  e  $-P_l$  (sistema nominal indicado em amarelo). Cada retângulo representa um sistema variado  $P_{lvar}$  conforme a composição dos eixos do gráfico, para cada um deles foi calculada a *gap metric* em comparação com  $P_l$ . Para termos de certificação: a região vermelha compreende os sistemas com estabilidade certificada pela estabilidade garantida, definida na seção 4.1, e pela passividade, apresentada na seção 4.2, a região verde indica estabilidade somente pela passividade, e, por fim, a região azul indica a instabilidade da malha.

Podemos concluir, analisando a Figura 19, que a variação da rigidez  $K_I$  do controlador de impedância não tem relevância significativa para a estabilidade do sistema, fato já esperado devido ao que também foi observado para a escolha do controlador nominal. Desse modo, apenas a variação do amortecimento  $B_I$  produziu discrepância quanto à estabilidade do sistema, nota-se que para  $B_I$  dentro da faixa de 500 a 900 o sistema é certificado tanto pela passividade quanto pela associação da *gap metric* com a margem de estabilidade generalizada (vermelho). Já, estendendo a faixa de 300 a 1200, o sistema tem

estabilidade certificada apenas pela passividade observada no sistema  $P_l(s)$  variado (verde). E, por fim, valores muito baixos e acima de 1300 causaram instabilidade no sistema (azul).

### 7.2.1 Melhoria na faixa de certificação

Essa seção se dedica a analisar o efeito ao melhorar a faixa de certificação para o sistema, tanto na malha interna do controle de força quanto na malha externa do controle de impedância. Quais os impactos em termos de estabilidade e performance.

#### Mudança nos ganhos do controlador

Então, visando aumentar a faixa de certificação do Mapa, foram alterados alguns dos ganhos do controlador de força:

$$K_g = 5.9824$$

$$K_i = 0.4823 \cdot 10^{-4}$$

Com isso, o controlador toma a forma:

$$C_{f2}(s) = \frac{7.484 \cdot 10^{-7} \cdot s^2 + 0.0005439 \cdot s + 0.0002885}{s} \quad (24)$$

Seguindo as mesmas especificações para a construção do mapa de certificação conforme seção relacionada, obteve-se a Figura 20, o sistema nominal está destacado em amarelo, enquanto que cada quadrado representa um sistema com variação dos parâmetros que compõem os ganhos do controlador conforme indicado nos eixos. A cor vermelha indica estabilidade, certificação pela MEG e *gap metric* e pela passividade, enquanto que a cor verde indica estabilidade e certificação apenas pela passividade e, por fim, a cor azul indica a instabilidade.

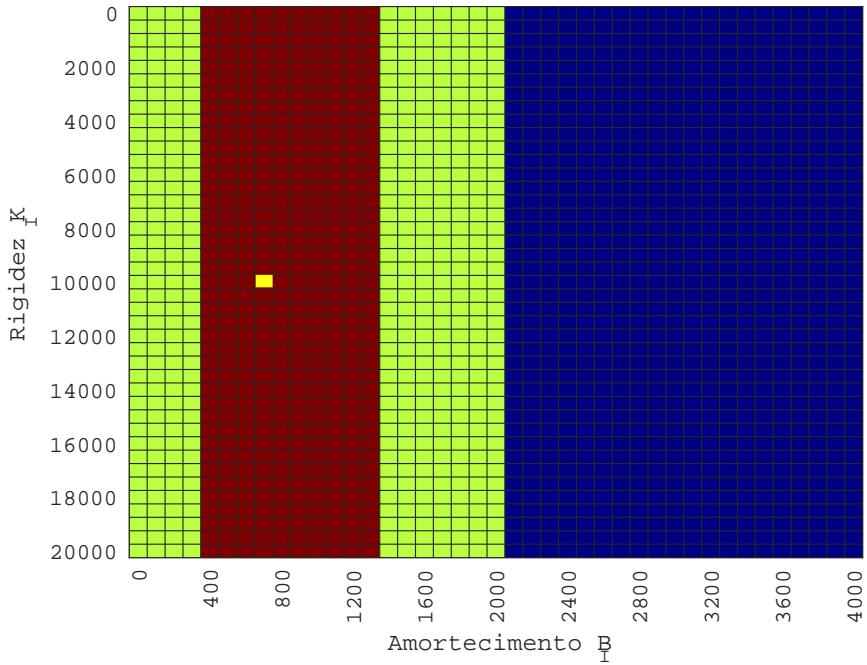


Figura 20 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de impedância com alteração no controlador de força para promover aumento da faixa de estabilidade. Previamente foi calculada a MEG entre  $P_n$  e  $-P_l$  (sistema nominal indicado em amarelo). Cada retângulo representa um sistema variado  $P_{lvar}$  conforme a composição dos eixos do gráfico, para cada um deles foi calculada a *gap metric* em comparação com  $P_l$ . Para termos de certificação: a região vermelha compreende os sistemas com estabilidade certificada pela estabilidade garantida, definida na seção 4.1, e pela passividade, apresentada na seção 4.2, a região verde indica estabilidade somente pela passividade, e, por fim, a região azul indica a instabilidade da malha.

Note o aumento da faixa de certificação pela passividade, que agora englobou todos os controladores de impedância confeccionados com baixo amortecimento, garantindo estabilidade até 2000 (N/(m/s)), já a certificação de estabilidade garantida ( $\nu$ -gap + MEG) também teve sua faixa de abrangência aumentada conforme pôde ser diretamente inspecionado na Figura 20. Novamente a alteração na rigidez do controlador de impedância não mostrou influência para a estabilidade do sistema.

Visando, agora, avaliar o efeito dessa mudança do controlador de força no Mapa de certificação do controle interno de força, conforme feito na seção anterior, foi obtido *heatmap* da Figura 21, o sistema nominal está destacado em amarelo, enquanto que cada quadrado representa um sistema com variação dos parâmetros conforme indicado nos eixos. A cor vermelha indica estabilidade e certificação pela MEG e *gap metric*, enquanto a azul só indica estabilidade do sistema conferida pela função *isstable..*

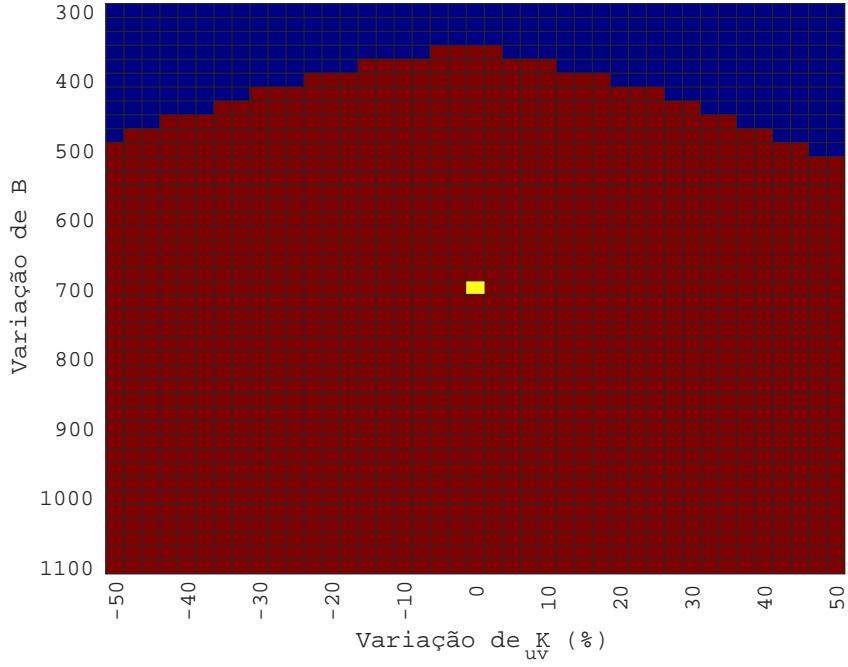


Figura 21 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de força com o controlador  $C_{f2}(s)$ . Previamente foi calculada a MEG entre  $P_n$  e  $-T_l$  (sistema nominal indicado em amarelo). Cada retângulo representa um sistema variado  $T_{lvar}$  conforme a composição dos eixos do gráfico, para cada um deles foi calculada a *gap metric* em comparação com  $T_l$ . Para termos de certificação: a região vermelha compreende os sistemas com estabilidade certificada pela estabilidade garantida, definida na seção 4.1, enquanto que a região azul indica que o sistema também é estável, mas essa conferida pelas funções *isstable* e *margin* do Matlab, vide Apêndice C. Ainda vale comentar que nenhum sistema  $T_{lvar}$  é passivo, portanto, tal meio de certificação de estabilidade não possui uma coloração atrelada no gráfico.

Comparando com a Figura 13, pode-se concluir que tal mudança do controlador aumentou a faixa de certificação para as malhas interna e externa do controle em cascata.

Porém, esta mudança não traz somente vantagens para o sistema. Como apontado nos requisitos para a construção do controle explícito de impedância, é desejável que a malha interna seja rápida a ponto de não ser notada pela dinâmica da malha em cascata, por isso, se analisa aqui a resposta ao degrau para o sistema  $T_{l2}(s)$ , o qual é composto pelo controlador  $C_{f2}(s)$ , vide Figura 22.

Diante disso, vale apontar que o *rise time* da resposta ao *step*, mesmo que ainda muito baixo, aumentou relativamente ao  $T_l(s)$  construído com o primeiro controlador de força  $C_f(s)$ , diminuindo, assim, a velocidade da dinâmica do sistema da malha interna.

Ainda, apesar da resposta não atingir o valor nulo e nem se acomodar numa variação

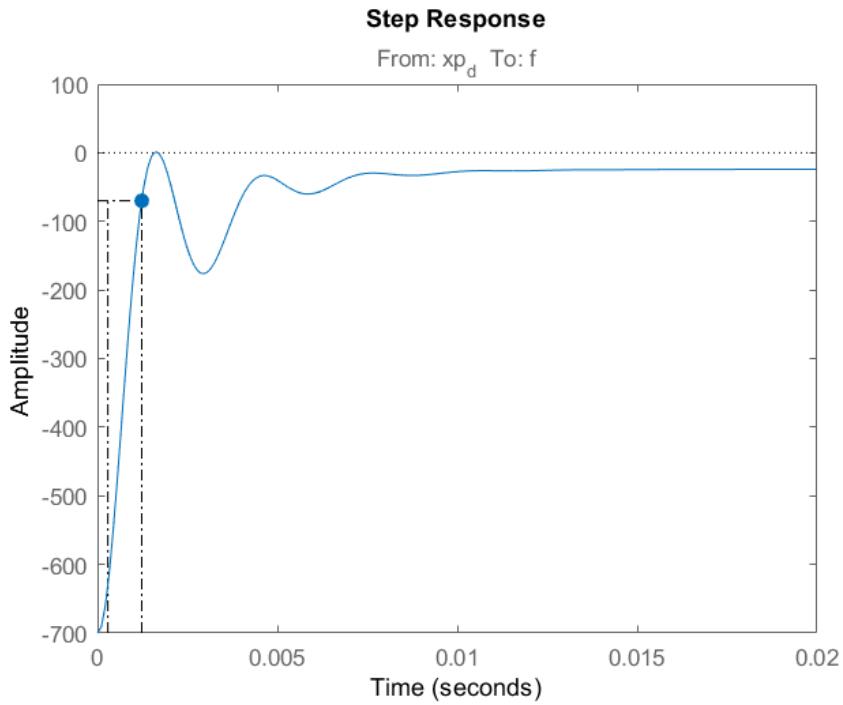


Figura 22 – Resposta ao degrau para o sistema  $T_{l2}(s)$ , em destaque está indicado o *rise time* - 0.000943s.

pequena em torno dele, o sistema é classificado como estável no sentido de Lyapunov [20] por sua resposta ser constante e limitada. Dadas essas informações, além de que a configuração dessa malha exige uma dinâmica rápida e precisa, e que o sistema não atingiu o valor desejado, a malha interna perde em performance com o novo controlador de força.

### Mudança da faixa de frequência analisada

Voltando para o sistema analisado nesta seção, antes da alteração dos ganhos do controlador de força, outra abordagem será explorada. Como vimos durante o desenvolvimento, a certificação pela estabilidade garantida leva em conta uma faixa de frequências onde a *gap* e a *MEG* são calculadas. De início, foi assumida a faixa entre  $10^{-2}$  e  $10^4$  Hz, porém, se tratando de um sistema mecânico, podemos estreitar essa faixa, encurtando o limite superior de tal intervalo, desprezando, assim, dinâmicas de mais alta frequência para o sistema.

Desta forma, alterando a faixa de frequências para  $10^{-2}$  a  $10^2$  Hz, é possível plotar

os gráficos de mapa de certificação para o controle de força - Figura 23 e para o controle de impedância - Figura 24.

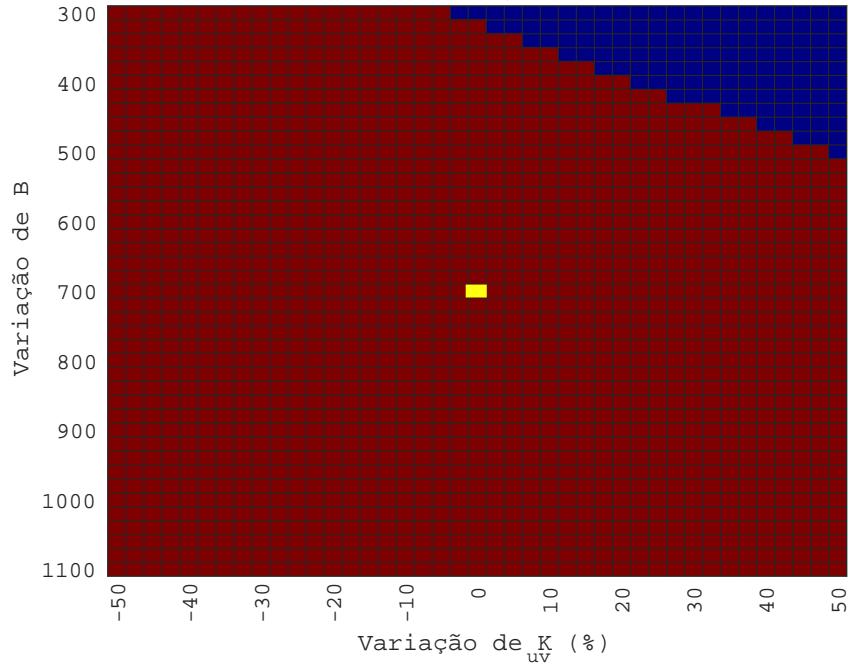


Figura 23 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de força. Previamente foi calculada a MEG entre  $P_n$  e  $-T_l$  (sistema nominal indicado em amarelo). Cada retângulo representa um sistema variado  $T_{lvar}$  conforme a composição dos eixos do gráfico, para cada um deles foi calculada a *gap metric* em comparação com  $T_l$ . Para termos de certificação: a região vermelha compreende os sistemas com estabilidade certificada pela estabilidade garantida, definida na seção 4.1, enquanto que a região azul indica que o sistema também é estável, mas essa conferida pelas funções *isstable* e *margin* do Matlab, vide Apêndice C. Ainda vale comentar que nenhum sistema  $T_{lvar}$  é passivo, portanto, tal meio de certificação de estabilidade não possui uma coloração atrelada no gráfico.

Note que, pela Figura 23, a malha interna do controle de força teve área certificada pela estabilidade garantida (vermelha) aumentada em relação à análise prévia exibida na Figura 13. O que vai de acordo com o esperado, visto que, partindo de uma análise discreta na frequência, conforme apresentado na Figura 12, para mais baixas frequências, a MEG de fato se mostrou superior à *gap* calculadas para os sistemas variados de modo mais explícito.

Aqui, temos um resultado interessante, todas as regiões do mapa de certificação apresentaram certificação por algum dos métodos, o que a princípio vai de encontro ao interesse prévio. Mas note que a passividade continuou restrita a baixos valores para

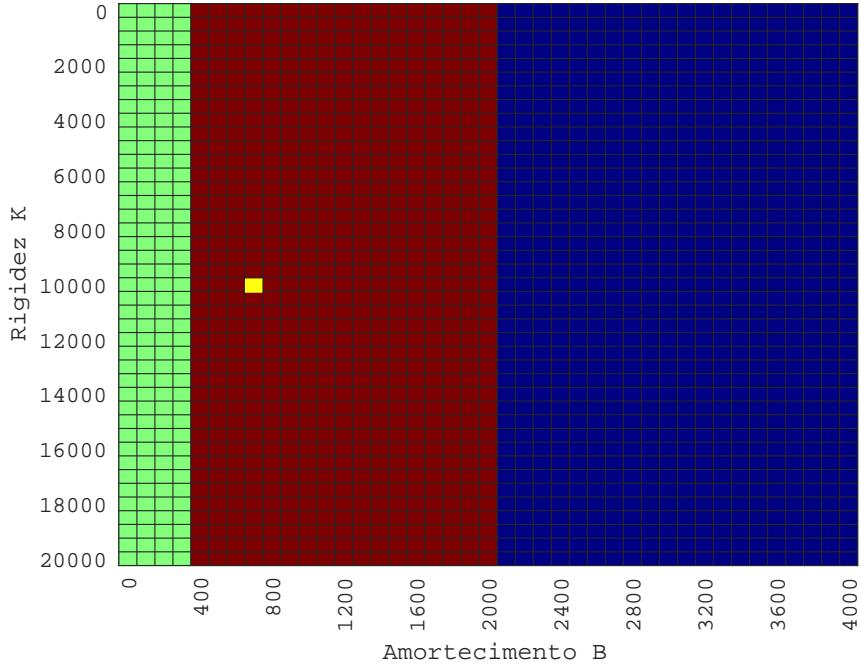


Figura 24 – Mapa de certificação e estabilidade para o controle de impedância com diminuição da faixa de frequência analisada visando aumento da faixa de estabilidade. Previamente foi calculada a MEG entre  $P_n$  e  $-P_l$  (sistema nominal indicado em amarelo). Cada retângulo representa um sistema variado  $P_{lvar}$  conforme a composição dos eixos do gráfico, para cada um deles foi calculada a *gap metric* em comparação com  $P_l$ . Para termos de certificação: a região vermelha compreende os sistemas com estabilidade certificada pela estabilidade garantida, definida na seção 4.1, e pela passividade, apresentada na seção 4.2, a região verde indica estabilidade somente pela passividade, e, por fim, a região azul, agora, indica a certificação somente pela estabilidade garantida.

emulação da impedância virtual utilizada no controle, fato condizente com a literatura correlata [3]. Além disso, destaca-se a quase totalidade na região certificada pela estabilidade garantida, mas com ressalvas: o intervalo de frequência, apesar de tentar propor de maneira mais fidedigna a faixa de operação do sistema, também pode acabar desprezando alguma dinâmica em elevadas frequências que de fato produzam efeito na estabilidade do sistema. Por isso, a não presença da passividade, que leva em conta todo o espectro, como certificação para essa região fica justificado.

## 8 Conclusões

Neste trabalho, realizou-se primeiramente uma revisão bibliográfica extensa, estabelecendo uma base teórica robusta para o projeto e permitindo o desenvolvimento claro e

fundamentado das etapas subsequentes. Em seguida, efetuou-se a modelagem do sistema dinâmico de interesse e a construção de uma malha de controle de força e de impedância, avaliando a aplicação desses controles em uma configuração de cascata em malha fechada. Após a modelagem e o controle, validou-se o sistema por meio de simulações no ambiente *Matlab/Simulink*, com base em métricas obtidas da literatura para garantir a conformidade dos resultados. Ainda, analisaram-se criticamente os resultados obtidos, consolidando as informações em uma escrita que reflete a revisão do trabalho.

Por fim, destacam-se os resultados obtidos com o desenvolvimento do trabalho: formulação de um ”mapa de certificação” para cada uma das malhas de controle, o que permitiu uma maior discretização dos sistemas variados e uma percepção mais clara das faixas onde o sistema teve certificação aplicável. Também vale comentar a abordagem para certificação dentro de uma faixa de frequência, conferindo maior fidedignidade à operação do sistema e mitigando o conservatismo da análise da estabilidade garantida.

## Referências

- 1 BOAVENTURA, T. Hydraulic compliance control of the quadruped robot hyq. *Doctor of philosophy, PhD thesis, Advanced Robotics Department, University of Genova, Genova, 2013.* 5, 11, 13
- 2 VINNICOMBE, G. *Uncertainty and Feedback: H [infinity] Loop-shaping and the [nu]-gap Metric*. Imperial College Press, 2001. (G - Reference,Information and Interdisciplinary Subjects Series). ISBN 9781860941634. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=-70hhMjxHXgC>><https://books.google.com.br/books?id=-70hhMjxHXgC>. 7, 8, 10, 16, 18
- 3 HIGA, F. Y. G. et al. Joint kinematic configuration influence on the passivity of an impedance-controlled robotic leg. In: *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 9516–9522. 7, 8, 10, 20, 48
- 4 WEIR, D. W.; COLGATE, J. E.; PESHKIN, M. A. Measuring and increasing z-width with active electrical damping. In: *2008 Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 169–175. 7, 8, 21, 25
- 5 KHALIL, H. *Nonlinear Control*. Pearson, 2015. (Always Learning). ISBN 9780133499261. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=OfHhnQEACAAJ>><https://books.google.com.br/books?id=OfHhnQEACAAJ>. 10, 20
- 6 PARK, J.; BITMEAD, R. Controller certification. In: . [S.l.: s.n.], 2006. v. 44, p. 6442 – 6447. 11, 16
- 7 OKLE, J.; NOPPENEY, V. T.; CUNHA, T. B. Certification of linear closed-loop controllers using the v-gap metric and the generalized stability margin. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 43, p. 1–10, 2021. Tradução. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s40430-021-03079-1>><https://doi.org/10.1007/s40430-021-03079-1>. 11, 17
- 8 SEMINI, C. Hyq - design and development of a hydraulically actuated quadruped robot. In: . [s.n.], 2010. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:7466719>><https://api.semanticscholar.org/CorpusID:7466719>. 11
- 9 SONG, P.; YU, Y.; ZHANG, X. Impedance control of robots: An overview. In: *2017 2nd International Conference on Cybernetics, Robotics and Control (CRC)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 51–55. 11, 25
- 10 HOLDMEYER, D. Fundamentals of hydraulics: Pascal's principle and pump desings. In: . Society of Tribologists and Lubrification Engineers, 2023. Disponível em: <[https://www.stle.org/files/TLTArchives/2023/05\\_May/Lubrication\\_Fundamentals.aspx](https://www.stle.org/files/TLTArchives/2023/05_May/Lubrication_Fundamentals.aspx)>[https://www.stle.org/files/TLTArchives/2023/05\\_May/Lubrication\\_Fundamentals.aspx](https://www.stle.org/files/TLTArchives/2023/05_May/Lubrication_Fundamentals.aspx). 12
- 11 FIELDING, C. et al. *Advanced Techniques for Clearance of Flight Control Laws*. Springer Berlin Heidelberg, 2002. (Lecture Notes in Control and Information

Sciences). ISBN 9783540440543. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=bd3EheNGFs0C>><https://books.google.com.br/books?id=bd3EheNGFs0C>. 15

- 12 VINNICOMBE, G. Frequency domain uncertainty and the graph topology. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 38, n. 9, p. 1371–1383, 1993. 19
- 13 LORÍA, A.; NIJMEIJER, H. Passivity-based control. *Hybrid Feedback Control*, 2021. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:13987446>><https://api.semanticscholar.org/CorpusID:13987446>. 19
- 14 COLGATE, J. E. Coupled stability of multiport systems—theory and experiments. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-transactions of The Asme*, v. 116, p. 419–428, 1994. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:122794803>><https://api.semanticscholar.org/CorpusID:122794803>. 20, 27
- 15 CALANCA, A.; MURADORE, R.; FIORINI, P. A review of algorithms for compliant control of stiff and fixed-compliance robots. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 21, n. 2, p. 613–624, 2016. 21, 22, 27, 29
- 16 SHIME, V.; NETO, J. L. M.; BOAVENTURA, T. Force control benchmarking in the gap metric. In: *20th IEEE Latin American Robotics Symposium (LARS)*. [S.l.: s.n.], 2023. 22, 27
- 17 MATHWORKS. Matlab isstable function. 2012. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.isstable.html>><https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.isstable.html>. 33, 55
- 18 MATHWORKS. Matlab margin function. 2006. Disponível em: <[https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.margin.html?searchHighlight=margin&s\\_tid=srchtitle\\_support\\_results\\_1\\_margin](https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.margin.html?searchHighlight=margin&s_tid=srchtitle_support_results_1_margin)>[https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.margin.html?searchHighlight=margin&s\\_tid=srchtitle\\_support\\_results\\_1\\_margin](https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.margin.html?searchHighlight=margin&s_tid=srchtitle_support_results_1_margin). 33, 55
- 19 MATHWORKS. Matlab ispassive function. 2016. Disponível em: <[https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.ispassive.html?searchHighlight=isPassive&s\\_tid=srchtitle\\_support\\_results\\_1\\_isPassive](https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.ispassive.html?searchHighlight=isPassive&s_tid=srchtitle_support_results_1_isPassive)>[https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.ispassive.html?searchHighlight=isPassive&s\\_tid=srchtitle\\_support\\_results\\_1\\_isPassive](https://www.mathworks.com/help/control/ref/dynamicsystem.ispassive.html?searchHighlight=isPassive&s_tid=srchtitle_support_results_1_isPassive). 34
- 20 SASTRY, S. *Lyapunov Stability Theory*. In: *Nonlinear Systems. Interdisciplinary Applied Mathematics, vol 10*. [S.l.]: Springer, New York, NY, 1999. 46

## A Parâmetros IC2D

Os valores dos parâmetros aqui exibidos foram coletados em experimentos prévios com a plataforma IC2D e a partir de desenvolvimentos teóricos, tendo como objetivo nortear as simulações realizadas neste trabalho. Note que alguns parâmetros não possuem valor definido, pois são parâmetros de interesse para a malha de controle.

Tabela 1 – Símbolos dos parâmetros, descrições e valores para simulação

Símbolo	Descrição	Valor para simulação
$\beta$	Módulo de <i>Bulk</i>	$1.3e + 09$
$\omega_v$	<i>Bandwidth</i> da válvula	$1.5708e + 03 [rad/s]$
$A_p$	Área do pistão	$2.8353e - 04 [m^2]$
$\alpha$	Fator de relação entre as áreas do pistão	0.75
$D_v$	Amortecimento do <i>spool</i> da válvula	0.5
$p_s$	Pressão da bomba	$20e + 06 [Pa]$
$p_t$	Pressão do tanque	0 [Pa]
$v_{aop}$	Volume da câmara a no ponto de operação	$0.0012 [m^3]$
$v_{bop}$	Volume da câmara b no ponto de operação	$0.0012 [m^3]$
$K_{ca}$	Coeficiente de vazão de pressão na câmara a	$-2.7729e - 14 [psi]$
$K_{cb}$	Coeficiente de vazão de pressão na câmara b	$2.7729e - 14 [psi]$
$K_{qa}$	Ganho de vazão na câmara a	0.0211
$K_{qb}$	Ganho de vazão na câmara b	0.0211
$q_a$	Vazão na câmara a do cilindro	-
$q_b$	Vazão na câmara b do cilindro	-
$f_h$	Força hidráulica	-
$f$	Força de carga	-
$\Delta x_p$	Velocidade do pistão	-
$\Delta u_v$	Posição do spool da válvula em Amperes	-

## B Técnicas de Decomposição de Diagrama de Blocos

A transformação de um diagrama de blocos permite a simplificação do mesmo para uma função de transferência equivalente para os blocos que sofreram a decomposição. Tal aplicação permite analisar com muito mais facilidade um diagrama complexo. Abaixo serão apresentadas algumas técnicas de manipulação de diagramas de blocos que foram

utilizadas nesse trabalho de conclusão de curso, as mais usuais para o caso aqui presente possuem um exemplo ilustrativo.

**1. Movimento de blocos em série:** Quando dois ou mais blocos estão conectados em série (um após o outro), é possível combiná-los em um único bloco, multiplicando suas funções de transferência. Ou seja, se  $H1(s)$  e  $H2(s)$  estão em série, a função resultante é:

$$H(s) = H1(s) \cdot H2(s)$$

Veja exemplo prático abaixo:



**2. Movimento de blocos em paralelo:** Blocos em paralelo podem ser combinados somando suas funções de transferência. Ou seja, se  $H1(s)$  e  $H2(s)$  estão em paralelo, a função resultante é:

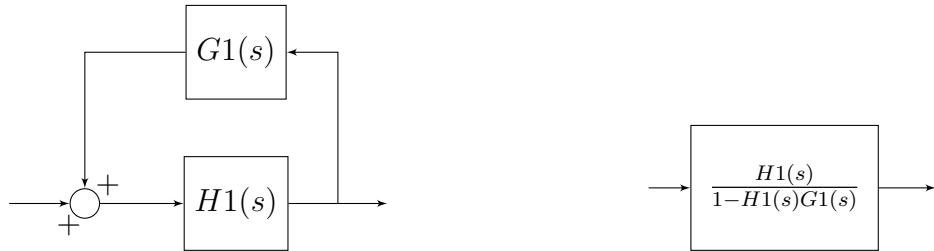
$$H(s) = H1(s) + H2(s)$$

**3. Eliminação de malhas de realimentação:** Quando há uma malha de realimentação negativa, o bloco de controle pode ser reduzido usando a fórmula:

$$H(s) = \frac{H1(s)}{1 + H1(s)G1(s)}$$

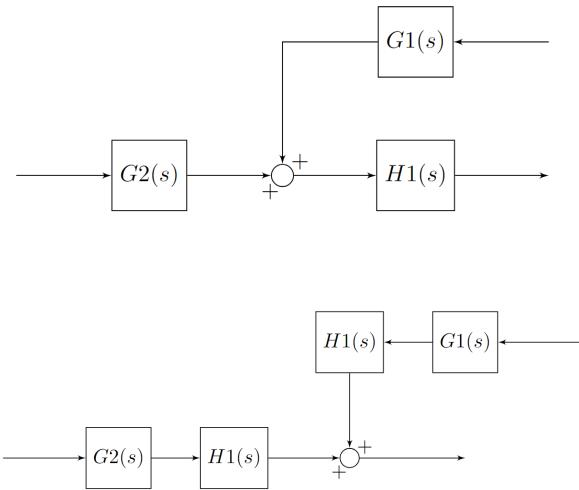
onde  $H1(s)$  é a função de transferência direta e  $G1(s)$  é a função de transferência da malha de realimentação.

Veja exemplo abaixo para o caso onde a realimentação é positiva:



4. **Movimento de somadores/blocos:** Somadores ou blocos podem ser movidos para reorganizar o diagrama, desde que as entradas e saídas relativas dos blocos permaneçam consistentes. Isso ajuda a simplificar a análise.

Veja exemplo abaixo:



5. **Movimento de pontos de ramificação:** Pontos de ramificação (onde um sinal se divide em dois caminhos) também podem ser movidos sem alterar a relação de entrada/saída, facilitando a organização e simplificação do sistema.

6. **Redesenho de laços de controle:** Sistemas com múltiplas malhas podem ser redesenhados aplicando as técnicas de combinação e redução de malhas e feedbacks internos, simplificando o sistema antes de derivar a função de transferência.

7. **Transformação de diagramas complexos:** Em sistemas grandes e complexos, é comum usar uma combinação dessas técnicas para reduzir o número de blocos

e somadores. Diagrama após diagrama pode ser simplificado até que a função de transferência global possa ser extraída.

Ainda, vale comentar que todas as técnicas são duais.

## C Definições

**Definição 1 (Estabilidade de um sistema dinâmico [17])** Dado um sistema dinâmico contínuo no tempo e com número limitado de polos, tal sistema tem dinâmica estável se todos os polos estão no semiplano esquerdo aberto do plano complexo.

**Definição 2 (Margem de Ganho e Margem de Fase [18])** A margem de ganho quantifica a variação do ganho requerido para fazer com que o ganho do *loop* seja unitário na frequência onde o ângulo de fase é  $-180^\circ$ . Em outras palavras, a margem de ganho é  $1/g$  se  $g$  for o ganho em  $-180^\circ$  (ângulo de fase). Similarmente, a margem de fase é a diferença entre a fase da resposta e  $-180^\circ$  quando o ganho do *loop* é unitário.