

PEDRO HENRIQUE CARVALHO ARAUJO

**Aplicação do Método Kriging na Otimização de Portfólios de Matriz
Energética**

São Paulo

2015

PEDRO HENRIQUE CARVALHO ARAUJO

**Aplicação do Método Kriging na Otimização de Portfólios de Matriz
Energética**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do Diploma de Engenheiro de
Produção

Orientadora: Profa. Dra. Celma de Oliveira
Ribeiro

São Paulo

2015

FICHA CATALOGRÁFICA

Araujo, Pedro Henrique Carvalho

**Aplicação do Método Kriging na Otimização de Portfólios de
Matriz Energética / P.H. C. Araujo. – São Paulo, 2015. 106 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.**

**1.Método Kriging 2.Otimização de Portfólios 3. Matriz
Energética I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia de Produção II.t.**

Àqueles que merecem meu respeito e admiração: vós sabeis

Agradecimentos

Agradeço especialmente a todos aqueles que me auxiliaram no momento final, apesar das dificuldades exógenas que apareceram pelo caminho. Grande seria a luta se tais não estivessem ao meu lado.

Mais especialmente aos esforços da profa. Celma pela idealização do projeto. Sem seu auxílio e conhecimento, com certeza o trabalho não teria chegado aos níveis que chegaram. Agradeço também ao colega de trabalho Marcelo, o qual desde a época de Iniciação Científica sempre agregou muito valor e conhecimento aos meus trabalhos.

Ademais, agradeço a todos que desde o início da jornada acadêmica fizeram parte desse fortuito caminho que foi a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. E mais especialmente os anos glórios de *Politecnico di Milano*, onde a sinergia entre conhecimento teórico e prático ganhou um novo significado.

Por fim, agradeço ao núcleo familiar, aos amigos e, em especial, à Mariana, os quais sempre proporcionaram discussões de grande nível, não somente em termos acadêmicos, mas em termos de afeto e sinceridade.

“Compre’ sonhos. O valor justo de um sonho, por mais impossível que pareça, é sempre infinitamente superior ao preço de alcançá-lo.”

(Alexandre Póvoa)

RESUMO

O notável crescimento de discussões sobre matrizes energéticas nas últimas décadas e o reconhecimento da necessidade da adoção de fontes renováveis de energia levaram ao questionamento de qual seria a matriz energética ideal de um país, em termos de custos, benefícios e riscos para a população. Assim, com o objetivo de auxiliar políticos e formuladores energéticos em suas decisões, esse trabalho se propôs a criar um método para se definir um portfólio ótimo de matriz energética de um país, o qual leve em consideração não somente os custos de geração de cada tecnologia, mas também os seus respectivos riscos. Para tal, foram considerados não apenas medidas de risco de desvio (e.g. variância), mas também medidas de cauda, como o Valor em Risco (VaR) e o Valor em Risco Condicional (CVaR), as quais capturam também na sua formulação eventos extremos, importantes na análise. Portanto, dados de sete tecnologias dos Estados Unidos foram analisados, simulações de Monte Carlo foram realizadas e, com o auxílio do Método Kriging, obteve-se, finalmente, a fronteira eficiente de Pareto e a composição dos portfólios ótimos para os anos de 2030, 2035 e 2040. Os resultados, além de demonstrar que medidas de cauda realmente são mais adequadas nesse tipo de análise, apontaram também para uma maior alocação no futuro em energia renováveis, como a eólica e a biomassa, revelando, portanto, que tecnologias agressivas ao meio ambiente (e. g. carvão e gás) apresentarão papel secundário na matriz energética do país.

Palavras-chave: Método Kriging, Otimização de Portfólios, Matriz Energética

ABSTRACT

The remarkable growth of discussions about energy matrix in the last decades and the recognition of the necessity of the adoption of renewable energies led to the questioning of which would be the ideal energy matrix for a country, in terms of costs, benefits, and risks to the population. Hence, with the purpose of supporting politicians in their decisions, this study proposed to create a method to define the optimal portfolio of energy matrix, which considers not only the generation costs of each technology, but also its risks. In order to do so, not just deviation risk measures (e.g. variance) were taken into consideration: tail measures were also used, as for example the Value at Risk (VaR) and the Conditional Value at Risk (CVaR), capturing as well extreme events, which are very important to the analysis. Therefore, data on seven technologies of the United States was analyzed, Monte Carlo simulations were carried out, and with the support of the Kriging Method, the Pareto efficient frontier and the compositions of the optimal portfolio were finally obtained for the years of 2030, 2035, and 2040. The results, besides of assuring that tail risk measures are the most applicable in this kind of analysis, also pointed out a greater allocation in the future of renewable energies, such as wind and biomass technologies, revealing, hence, that environment aggressive technologies (e.g. coal and gas) should play a minimal role in future energy matrix.

Key words: Kriging Method, Portfolio Optimization, Energy Matrix

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Evolução do Índice S&P500	23
Figura 2: Evolução da Cotação do Barril de Petróleo	24
Figura 3: Efeito da diversificação na mitigação de riscos	29
Figura 4: Função Utilidade para três perfis de investidor diferentes.....	31
Figura 5: Perspectiva histórica de medidas de risco.....	39
Figura 6: Representação gráfica do VaR.....	43
Figura 7: Exemplo de aplicação do VaR em uma carteira de ativos.....	44
Figura 8: Representação gráfica do CVaR	46
Figura 9: Exemplo de aplicação do CVaR em uma carteira de ativos	48
Figura 10: Curva retorno x risco para uma carteira com três ativos.....	54
Figura 11: Exemplo de fronteira eficiente de Markowitz.....	55
Figura 12: Parâmetros aplicados no Método Kriging.....	65
Figura 13: Custo Médio e Risco (Desvio Padrão) para diferentes tecnologias.....	69
Figura 14: Fronteira Eficiente de Pareto para objetivos conflitantes	70
Figura 15: Custo variável das plantas geradoras Norte Fluminense em 2013.....	72
Figura 16: Consumo de energia per capita nos Estados Unidos.....	73
Figura 17: Participação de cada setor no consumo de energia nos Estados Unidos	74
Figura 18: Matriz energética dos Estados Unidos	74
Figura 19: Participação das tecnologias renováveis nos Estados Unidos	75
Figura 20: Estimativa do custo da tecnologia eólica até 2040	78
Figura 21: Composição do custo de cada tecnologia	79
Figura 22: Dez exemplos de simulação de Monte Carlo para a tecnologia eólica.....	81
Figura 23: LCOE médio e Risco (desvio padrão/LCOE médio) para os anos 2030, 2035 e 2040	82
Figura 24: Gráficos de dispersão para seis das tecnologias analisadas nos anos de 2030, 2035 e 2040	83
Figura 25: Exemplo de amostra aleatória e amostra determinística.....	85
Figura 26: Fronteira eficiente no ano de 2040 para os Métodos Markowitz e Kriging	88
Figura 27: Composição do portfólio ótimo para os ano de 2040, segundo os Métodos Markowitz e Kriging, respectivamente	89
Figura 28: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2030, considerando o Desvio Padrão como medida de risco	89

Figura 29: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2035, considerando o Desvio Padrão como medida de risco.....	90
Figura 30: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2030, considerando o VaR como medida de risco.....	91
Figura 31: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2035, considerando o VaR como medida de risco.....	92
Figura 32: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2040, considerando o VaR como medida de risco.....	92
Figura 33: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2030, considerando o CVaR como medida de risco	93
Figura 34: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2035, considerando o VaR como medida de risco.....	93
Figura 35: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2040, considerando o CVaR como medida de risco	94
Figura 36: Composição da carteira de mínimo risco para o ano de 2030	95
Figura 37: Composição da carteira de mínimo risco para o ano de 2035	95
Figura 38: Composição da carteira de mínimo risco para o ano de 2040	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 : Definições de risco segundo JORION (1997)	31
Tabela 2: Definições de risco segundo a CVM	32
Tabela 3: Categorização e classificação de medidas de risco	38
Tabela 4: Coerência e limitações de medidas de risco	48
Tabela 5 : Funções correlação disponíveis na aplicação do Método Kriging	62
Tabela 6: Número de dados coletados para cada tecnologia	78
Tabela 7: Erro quadrático médio para diferentes amostras no ano de 2030	87
Tabela 8: Erro quadrático médio para diferentes funções correlação no ano de 2030	88

SUMÁRIO

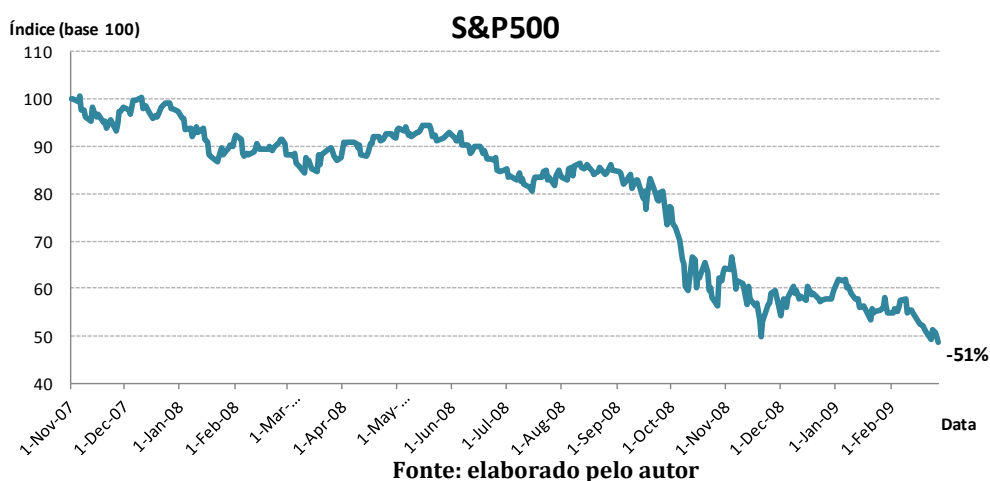
1	INTRODUÇÃO	21
1.1	OBJETIVOS	23
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	23
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	25
2.1	GESTÃO DE PORTFÓLIO.....	25
2.2	RISCO	29
2.2.1	Variância	39
2.2.2	Valor em Risco (VaR).....	40
2.2.3	Valor em Risco Condicional (CVaR).....	44
2.3	MODELOS DE SELEÇÃO DE PORTFÓLIO.....	48
2.3.1	Modelo de Markowitz	50
2.3.2	Modelo VaR	54
2.3.3	Modelo CVaR.....	56
2.3.4	Modelo Proposto: Kriging.....	60
2.4	SELEÇÃO DE PORTFÓLIO NO SETOR DE ENERGIA	66
3	METODOLOGIA	71
3.1	SETOR DE ENERGIA DOS ESTADOS UNIDOS	71
3.1.1	Motivação.....	71
3.1.2	Principais Características.....	73
3.2	LCOE.....	75
3.3	OBTENÇÃO DOS DADOS	77
3.3.1	Base de Dados Utilizada.....	77
3.3.2	Simulação de Monte Carlo	80
4	RESULTADOS.....	85
4.1	SELEÇÃO DA AMOSTRA E DA FUNÇÃO CORRELAÇÃO	85
4.2	APLICAÇÃO DO MÉTODO KRIGING	88
4.2.1	Variância	89
4.2.2	Valor em Risco (VaR).....	93
4.2.3	Valor em Risco Condicional (CVaR).....	94
4.2.4	Composição do Portfólio de Mínimo Risco	96
5	CONCLUSÕES	99
	ANEXO A.....	101
	ANEXO B.....	102
6	REFERÊNCIAS	103

1 INTRODUÇÃO

Uma importante questão que permeia as atividades de engenharia consiste em alocar recursos escassos em condições de incerteza. Do ponto de vista dos gestores pretende-se determinar alocações que garantam um retorno financeiro mínimo nos investimentos e que tenham algum grau de segurança. Assim, uma pergunta recorrente e importante nesse campo do conhecimento é como minimizar os riscos.

O tema de minimização de riscos nunca foi tão discutido como após a crise financeira global de 2008. Isso, pois a falta de regulamentação e constante indisciplina em realizar práticas voltadas à mitigação de risco levaram os mercados financeiros dos principais países desenvolvidos (com impacto, claro, nos países emergentes) a entrarem em colapso. Isso pode ser facilmente notado através de uma rápida observação na performance de índices acionários, os quais revelam indiretamente a percepção de risco dos investidores e os resultados das principais companhias abertas de um país. A Figura 1 mostra a evolução, durante esse difícil período, de um dos principais índices acionários dos Estados Unidos, o S&P 500.

Figura 1: Evolução do Índice S&P500



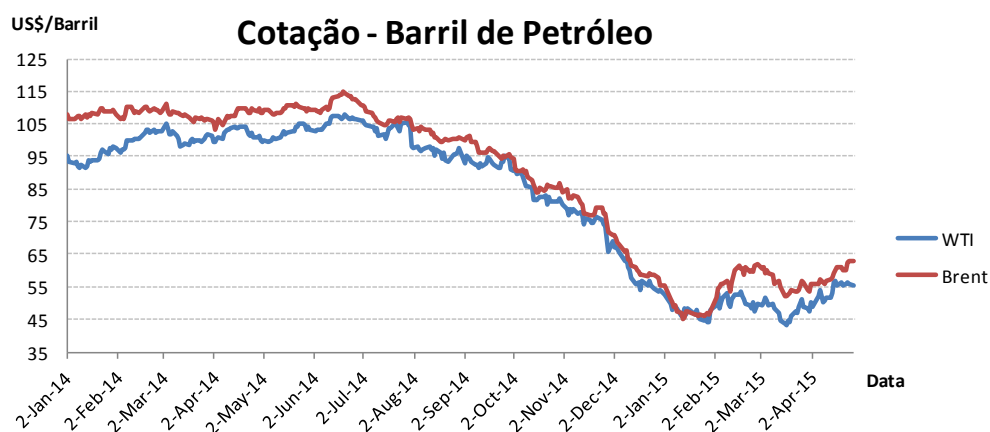
Pode-se observar que durante o ano de 2008, o índice apresentou uma queda abrupta, revelando um menor apetite de risco por parte dos investidores, ou seja, uma grande indisposição em investir recursos em ações. Essa falta de interesse em alocar capital em empresas gera um grande dano social, já que no sistema capitalista em

que vivemos, são as companhias (além de, claro, o Estado) de um país que movem a economia e, por conseguinte, geram bem estar social.

Ainda no âmbito da minimização de riscos, um tema sempre muito discutido por todos e cada vez mais presente na literatura é a questão da minimização de riscos no processo de geração de energia. Ao tentar definir uma estrutura ótima para a matriz energética de um país, políticos e estrategistas devem levar em conta, não somente os custos incorridos na geração de energia, mas também os riscos envolvidos nessa operação. Um exemplo de risco na geração de energia é a flutuação do preço do combustível, já que dependendo do tipo de tecnologia empregada para a geração de energia, esse componente pode ser parte relevante da estrutura de custos.

O petróleo, por exemplo, é utilizado como matéria prima em usinas termoeletricas. Esse insumo é comercializado nos mercados internacionais de *commodities* e apresenta uma alta volatilidade de preços, o que pode ser observado na Figura 2. Essa grande oscilação de preços pode fazer com que certa tecnologia não seja mais economicamente viável e, portanto, é um risco importante a ser levado em conta por formuladores no momento de tomar decisões em relação à matriz energética de um país.

Figura 2: Evolução da Cotação do Barril de Petróleo



Fonte: elaborado pelo autor

1.1 Objetivos

Assim, políticos e formuladores da matriz energética de um país necessitam de uma ferramenta que os auxiliem na sua tomada de decisões, de modo a criar um portfólio de matriz energética que leve em consideração não somente os custos de geração de cada tecnologia, mas também os seus respectivos riscos. Esse é justamente o objetivo desse presente trabalho: utilizar um método de seleção de carteira de investimentos, algo amplamente divulgado no âmbito de finanças, com o propósito de otimizar a relação entre risco e retorno do portfólio de matriz energética de um país.

Em relação à ferramenta a ser utilizada, propõe-se nesse trabalho, primeiramente, o uso de medidas de risco que capturem em sua formulação eventos extraordinários, já que esses, como demonstrado, são capazes de gerar grandes crises e depressões. Medidas de risco dessa natureza são conhecidas na literatura como medidas de risco de cauda ROCKAFELLAR e URYASEV (2000). Portanto, nesse trabalho, serão utilizados para medir o risco da carteira de matriz energética, além da Variância, que é considerada na medida de desvio, duas medidas de cauda, o Valor em Risco (VaR) e o Valor em Risco Condicional (CVaR).

Essas duas medidas de risco, apesar de capturarem com eficácia riscos extremos, apresentam um grande empecilho: exigem uma alta capacidade computacional. Para contornar esse problema, propõe-se o uso do Método Kriging (RIBEIRO e FERREIRA, 2004). Apesar de não ser tradicionalmente aplicado a problemas de seleção de carteiras, acredita-se que com o uso desse método seja possível, de maneira eficiente e eficaz, otimizar portfólios de matriz energética, os quais levem em consideração quaisquer medidas de risco, inclusive as de cauda.

1.2 Estrutura do Trabalho

O trabalho está dividido em cinco partes, como forma de desenvolver os conceitos necessários para posterior aplicação e análise do objetivo proposto.

No primeiro capítulo é apresentado o tema. Justifica-se a importância do seu desenvolvimento e estudo, situando-o no contexto atual da economia e explicitando seus objetivos e sua estrutura.

O segundo capítulo apresenta uma revisão bibliográfica relacionada aos conceitos necessários à compreensão deste trabalho, fundamentando e dando embasamento

teórico ao modelo que será proposto. Inicialmente é estabelecida uma base conceitual sobre gestão de portfólio, citando seu marco na literatura e descrevendo algumas definições importantes que caracterizam um portfólio. Em seguida discute-se a definição de risco e as três medidas principais que serão utilizadas nos modelos descritos posteriormente. Depois, são apresentados quatro modelos de seleção de portfólio na literatura, sendo que um deles é justamente o método Kriging, o método a ser utilizado nesse trabalho. Ainda nesse capítulo, por fim, é explicitado como esses métodos são utilizados no setor de energia. Vale lembrar que o Método Kriging ainda não foi utilizado na literatura para tal propósito, sendo, portanto, uma aplicação inovadora desse presente trabalho.

O capítulo seguinte se refere à metodologia adotada nesse presente trabalho. Para isso, primeiro é definido o mercado a ser analisado, o setor de energia dos Estados Unidos. Após tal definição, é explicitada a medida de custo a ser adotado durante a metodologia, o LCOE (Levelized Cost of Energy, do inglês). Por fim, é demonstrado como os dados foram obtidos e posteriormente tratados através da simulação de Monte Carlo.

No quarto capítulo são exibidos os resultados da aplicação do método proposto, o método Kriging. Tais resultados serão exibidos na forma de fronteira eficiente e composição ótima de portfólios, conceitos esses, detalhados durante a seção de revisão bibliográfica.

Finalmente, no capítulo cinco são apresentadas as conclusões e futuras extensões do trabalho. Os apêndices e as referências bibliográficas encerram o documento.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão apresentados itens fundamentais para o completo entendimento do presente trabalho. Primeiramente, será abordado o tema da gestão de portfólio, seus objetivos, principais características e uma análise preliminar da Teoria de Gestão de Carteiras de Investimentos. Em seguida, são apresentadas as diferentes definições de risco, conceito amplamente abordado durante todo o presente trabalho. Após, são apresentados os modelos de seleção de portfólio, os quais serão implementados posteriormente na temática da matriz energética, o qual é, alias o assunto abordado no próximo e último item da revisão bibliográfica.

2.1 Gestão de Portfólio

Cabe ao gestor de uma carteira de investimentos definir qual a melhor maneira de alocar capital de modo que o retorno desejado seja alcançado, levando em consideração o nível aceitado de risco, ou seja, qual patamar de risco o investidor está disposto a incorrer. Para tal, o gestor possui, basicamente, duas opções de investimento:

- 1) Investimentos cujo retorno esperado é conhecido;
- 2) Investimentos cujo retorno esperado é desconhecido e envolve incertezas.

A primeira forma mencionada acima trata de investimentos na assim chamada renda-fixa (*fixed-income securities*, do inglês), indicando que o ativo a ser adquirido remunera o investidor de forma fixa e pré-definida no ato do investimento, conforme normas contratuais pré-estabelecidas. Portanto, de modo geral, o gestor possui conhecimento tanto da alocação inicial dos recursos, quanto dos retornos futuros de seu investimento. Assim, pode-se dizer que as incertezas do investimento são minimizadas, remanescendo somente as incertezas relativas à probabilidade de calote por parte do emissor (essa, conhecida também como probabilidade de *default*) e de possíveis variações do *benchmark* (taxa de mercado à qual comumente os retornos de um investimento de renda fixa são atrelados, como por exemplo, a taxa DI). Exemplos incluem (LUENBERGER, 2008):

- 1) Depósitos bancários, tais quais Certificado de Depósito Bancário (CDB), Certificado de Depósito Interbancário (CDI), etc.
- 2) Títulos Públicos e Privados, sejam de curto ou longo prazos.
- 3) Créditos Imobiliários.
- 4) Anuidades, como Fundos de Pensão, etc.

Embora investimentos em renda fixa sejam vastamente utilizados em todo o mundo, não é escopo deste trabalho o aprofundamento do seu estudo, sendo sua menção e utilização meramente ilustrativas.

A segunda forma de investimento acima mencionada inclui aqueles em que a quantidade inicial de capital investido é conhecida, porém com retornos futuros incertos, podendo ser considerados aleatórios, do ponto de vista estatístico. Assim, é possível tratar o preço de um determinado ativo, em diferentes momentos, como uma variável aleatória.

Ambas formas de investimento definidas acima são avaliadas através dos retornos esperados sobre o investimento. Porém, apenas na segunda, os retornos são incertos devido às características da variável aleatória que os compõe, o preço, fazendo-se necessária a avaliação dos riscos associados ao investimento.

Nesse âmbito, Harry Markowitz, em 1952, publicou um artigo denominado “*Portfolio Selection*”, momento esse tido por muitos como o nascimento da economia financeira moderna (RUBISTEIN, 2002). A teoria publicada pelo autor nesse tão aclamado artigo o levou a ganhar o Prêmio Nobel da Economia em 1990.

Logo no primeiro parágrafo de tal artigo, MARKOWITZ (1952) afirma que o processo de investimento e seleção de ativos, consiste, na verdade, em duas partes: na primeira observam-se os ativos disponíveis e suas rentabilidades históricas, usando esses dados para fazer uma estimativa da rentabilidade futura; a segunda parte é a escolha desses e consequente composição do portfólio.

O autor se utiliza, ao longo de sua obra, frequentemente do conceito de correlação. A correlação entre dois ativos é adimensional e varia entre -1 e +1 (COSTA NETO, 2002); pode ser definida como:

$$r_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sqrt{\sigma_{ii} * \sigma_{jj}}}$$

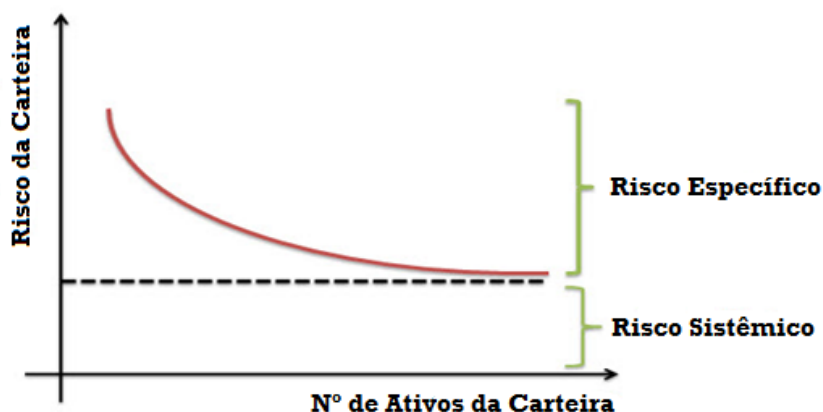
Onde σ_{ii} e σ_{jj} são os desvios padrão e σ_{ij} é a covariância entre os retornos dos ativos.

Markowitz é defensor da premissa de diversificação de investimentos. O autor demonstra que a diversificação de um investimento ,ou seja, a aplicação do capital inicial em mais de um ativo, gera composições melhores entre risco e retorno quando comparado a investimentos alocados em um único ativo (BREALEY-MEYERS, 2003).

De acordo com o autor, ativos que possuem baixa covariância entre si acabam por gerar certa proteção ao portfólio, pois diminuem o seu risco. Do modo contrário, ativos que possuem alta correlação entre si, por tenderem a responder de forma semelhante aos estímulos do mercado, podem ser destruidores de valor, já que muitas vezes o mercado não se comporta da maneira desejada pelo investidor.

A Figura 3 mostra, graficamente, a principal ideia da teoria de Markowitz, a diversificação de investimentos.

Figura 3: Efeito da diversificação na mitigação de riscos



Fonte: adaptado de <http://investimentosnapratica.com/risco-de-uma-carteira/>

Pode-se perceber que conforme o número de ativos da carteira aumenta, o risco da mesma diminui, minimizando (eliminando, possivelmente) o Risco Específico; esse é definido como sendo o risco individual de um determinado ativo. Dessa forma, o

risco do portfólio acaba por tender ao Risco Sistemico, o qual não pode ser eliminado com a diversificação. Esse último, por sua vez, é o risco relacionado ao mercado como um todo, sendo influenciado por aspectos políticos, sociais, macroeconômicos, entre outros.

Outro fator que impacta diretamente na gestão de uma carteira de investimentos é o perfil de risco do investidor. Isso se dá, pois nem todos os investidores estão dispostos a tolerar o mesmo nível de risco, o que faz com que o gestor de portfólio tenha que estar sempre atento a ponto. GIUDICI (2010) define, de acordo com seus perfis de risco, três tipos de investidores:

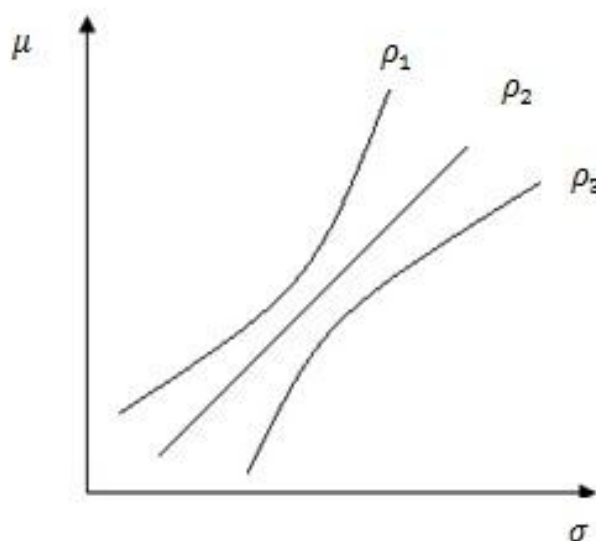
1) **Averso ao risco:** investidor que opta pelo investimento com o menor risco ao se deparar com dois investimentos com retornos similares, porém com riscos diferentes. Para esse tipo de investidor o mal-estar associado à perda de um determinado montante de rendimento é superior ao bem-estar proporcionado pelo ganho desse mesmo montante de rendimento

2) **Indiferente ao risco:** nesse caso, o investidor não possui preferência no momento em escolher entre um investimento com maior retorno e maior risco ou um investimento com menor retorno e menor risco.

3) **Propenso ao risco:** ao contrário do investidor avesso ao risco, esse prefere escolher um investimento com alto retorno e alto risco, ao invés de um investimento com baixo retorno e baixo risco.

LUENBERGER (1998) sugeriu o conceito de Função Utilidade, a qual propõe uma maneira de ordenar os investimentos de acordo com o perfil de risco do investidor. A F apresenta um gráfico Retorno (μ) *versus* Risco (σ) onde são ilustradas as curvas correspondentes à Função Utilidade para os três diferentes perfis de risco acima citados. A curva ρ_1 representa o comportamento de um investidor avesso ao risco, em que, para um incremento de risco $\Delta\sigma$, exige um aumento do retorno tal que $\Delta\mu > \Delta\sigma$. A curva ρ_2 ilustra o comportamento de um investidor indiferente ao risco o qual, para incremento de risco $\Delta\sigma$ exige apenas que $\Delta\mu = \Delta\sigma$. A curva ρ_3 representa o comportamento de um investidor propenso ao risco, que age contrariamente àquele descrito pela curva ρ_1 .

Figura 3: Função Utilidade para três perfis de investidor diferentes



Fonte: adaptado de GIUDICI, 2010

Pôde-se perceber através dessa seção que o tema risco está muito presente no processo decisório na gestão de portfólio e, portanto, será discutido em detalhes na próxima seção, onde será apresentada uma perspectiva histórica das medidas de risco presentes na literatura, bem como suas definições, vantagens e limitações.

2.2 Risco

Ao longo da história, muitas situações indesejáveis do ponto de vista financeiro influenciaram a comunidade científica e econômica a estudar e aperfeiçoar ferramentas e métricas que visem garantir um investimento mais seguro, ou seja, diminuir o risco. São exemplos desses acontecimentos: a crise financeira de 1929, a crise do petróleo de 1973 e, mais recentemente, a crise do *sub-prime* de 2008. Todas, apesar de suas particularidades, tiveram consequências catastróficas para a economia global, denegrindo, portanto, o assim chamado nível de bem estar social da população.

Como já dito, porém, ao mesmo tempo, essas crises financeiras globais tiveram efeitos positivos, pois motivaram estudos de controle de risco. Isso ocorreu ainda em maior peso após a década de setenta, período em que diversas mudanças ocorreram

no cenário global, como por exemplo, a extinção do regime fixo de taxa de câmbio e a implementação de sistemas de taxa de câmbio flutuante ao redor do globo. Além disso, a crescente globalização, a qual alterou os então vigentes parâmetros econômicos, tecnológicos e culturais da época, fez com que os países se tornassem mais dependentes uns dos outros. Por essas razões, os efeitos regionais de guerra, divergência entre inflações, mudanças políticas (como a queda do mundo socialista no início da década de noventa) e desastres naturais passaram a ser refletidos, em maior intensidade, em outras economias, inclusive de países localizados em continentes diferentes daquele que os originou. Essa tendência contribuiu ainda mais para aumentar a necessidade das instituições financeiras em minimizarem sua exposição aos efeitos externos, os quais não possuem controle, fazendo com que a mensuração e estudo de medidas de risco fossem ganhando cada vez mais relevância.

O exemplo mais recente desse movimento foi o aperfeiçoamento dos Índices de Basileia após a crise financeira de 2008. Em 2010, um comitê composto pelas principais autoridades políticas e econômicas do planeta se reuniu em Basileia, na Suíça para criar regras mais rígidas a serem aplicadas nos mercados financeiros, mais especificamente, nos bancos. Esse evento de importância global mostrou o qual importante esse tema ainda é e, vale notar que até hoje o seu resultado (ou seja, novas regras para contenção do risco) não foi totalmente implementado, enfatizando, portanto, a relevância atual da problemática.

Mas afinal, como definir risco? BARROSA (2015) afirma que risco, em sua forma geral, é o produto de um resultado indesejado, medido em valores monetários, por sua probabilidade de ocorrência. Sendo que a determinação deste evento indesejado e o conhecimento de sua probabilidade de ocorrência representam o foco da definição de diversas medidas de risco.

Mais especificamente, JORION (1997) indica que risco pode ser definido como a variabilidade de resultados inesperados, tanto de preços de ações, quanto de taxas de câmbio, taxas de juros, etc. ARTZNER (1999) enfatiza que o risco está relacionado à variabilidade dos valores futuros (não só entre duas datas determinadas), das posições de um portfólio devido às mudanças de mercado e efeitos nas variáveis

aleatórias que compõem e caracterizam os investimentos. Portanto, pode-se confirmar que todas as operações estão expostas a riscos em maior ou menor grau.

É interessante notar que JORION (1997), além de fornecer um conceito generalizado de risco, também enumera e classifica os diversos tipos de risco, apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 : Definições de risco segundo JORION (1997)

Tipo de Risco	Definição segundo JORION (1997)
Risco Operacional	Está ligado à probabilidade de perda resultante de falha ou ineficiência dos processos internos ou mesmo falha humana.
Risco de Liquidez	Relativo à capacidade das instituições de captação e disponibilização de recursos para obedecer ao fluxo de caixa e cobrir ativos sem liquidez.
Risco de Mercado	Relacionado à volatilidade dos preços dos ativos; pode ser direcional – quando relacionado à exposição do portfólio a determinados tipos de investimento - ou não direcional.
Risco de Crédito	Decorrente da possibilidade das contrapartes não honrarem seus compromissos de dívida.

Fonte: JORION, 1997

Para o bom funcionamento do mercado financeiro de um país, é de vital importância que os investidores tenham consciência dos riscos que estão tomando e também, tenham conhecimento de seus diversos tipos. Com isso, o investidor, na teoria, consegue tomar decisões corretas ao alocar capital nos diferentes segmentos do mercado financeiro, tornando o sistema como um todo mais eficiente. Assim sendo, os principais órgãos reguladores de mercados de capitais de um país se dispõem a fornecer a sua própria classificação de risco, visando um melhor entendimento por parte do investidor. No Brasil, é a Comissão de Valores Mobiliários (CVM) a responsável (entre outras atribuições) por “Assegurar o funcionamento eficiente e regular dos mercados de bolsa e de balcão”. Desse modo, um dos requisitos básicos para cumprir esse objetivo é

orientar o investidor no âmbito dos riscos incorridos e, a CVM o faz fornecendo a sua própria classificação de risco, a qual é exibida na Tabela 2.

Tabela 2: Definições de risco segundo a CVM

Tipo de Risco	Definição segundo a CVM
Risco de Mercado	Decorre das oscilações nos preços dos títulos que compõem uma carteira de ativos. Uma vez que esses ativos são contabilizados por seu valor de mercado, quanto maior a oscilação nos preços, maior a oscilação no valor das cotas (de um fundo, por exemplo) e também, mais difícil de estimar o valor de resgate ou de venda de cotas.
Risco de Crédito	Refere-se à certeza sobre a liquidação do título na data de vencimento. Quando um gestor de uma carteira adquire um título, esta emprestando para alguém ou aplicando sua quantia em determinado empreendimento e, certamente, correndo o risco de que o tomador dos recursos não honre a obrigação ou o empreendimento não renda o esperado.
Risco de Liquidez	Consiste na eventual dificuldade que o administrador da carteira possa encontrar para vender os ativos que compõem o portfólio, ficando impossibilitado de atender aos pedidos de resgate do investimento. No caso das cotas, o risco de liquidez decorre da dificuldade, no fundo fechado, do investidor encontrar um comprador para as suas cotas, forçando-o a vender por um valor mais baixo que o esperado, caso sua necessidade de recursos seja imediata.

Fonte: Comissão de Valores Mobiliários, 2014.

Apesar de nos últimos anos ter havido uma intensificação dos estudos sobre métricas de risco mais robustas, motivados pela crise financeira do *subprime* de 2008, ao observar a literatura, fica claro que esse tema não é recente. O primeiro autor que se propôs a criar uma métrica de risco foi Bernoulli em 1738. O autor define a chamada Função de Utilidade, a qual pode ser definida como uma medida de satisfação relativa de um agente da economia (BERNOULLI, 1738). Essa medida foi utilizada

anos depois para caracterizar os diferentes perfis de investidor (LUENBERGER,1998), conforme já mencionado nesse trabalho. Segundo Bernoulli, a partir da análise de sua variação é possível explicar o comportamento desse tal agente, que por sua vez, resulta em opções tomadas pelo mesmo de modo a aumentar seu grau de satisfação. É, alias, uma medida frequentemente utilizada em Economia para investigar decisões de consumo de bens e serviços. Em termos econômicos, pode ser considerada uma medida revolucionaria, já que foi a primeira a quantificar, de fato, anseios e desejos dos agentes econômicos. Porém, a sua aplicação para medir riscos de investimento apresenta uma grade dificuldade: o seu grau de subjetividade. Isso, pois funções utilidades podem assumir forma quadrática, logarítmica, exponencial, potencial, etc., variando de acordo com as preferências do agente econômico.

A dificuldade da subjetividade foi parcialmente superada na metade do século XX com, o já mencionado, Harry Markowitz. Em 1952, o autor criou a tão famosa Teoria Moderna de Carteiras de Investimento (do inglês: MPT – Modern Portfolio Theory). Em trabalho considerado um marco na área de Finanças e que serviu como ponto de partida para muitos outros estudos modernos de métricas de mensuração de risco, MARKOWITZ (1952) criou o modelo de Média- Variância (o qual será explicitado com mais profundidade mais a frente nesse trabalho) para avaliação de portfólios (outro modo se referir a carteiras) de investimento.

Além de introduzir o conceito de variância (também conhecida como volatilidade), a qual possibilitou uma padronização e alinhamento conceitual da mensuração de risco, o autor também difundiu a ideia de que a covariância dos retornos de dois ativos influencia no retorno geral da carteira. Ele demonstra que carteiras compostas por ativos de covariância negativa apresentam menor risco, a um dado nível de retorno, quando comparadas a carteiras que apresentem ativos de covariância positiva.

Simultaneamente ao trabalho elaborado por Markowitz, ROY (1952) desenvolveu o *Safety First Criterion*, no qual o risco é mensurado como a probabilidade do retorno de uma dada carteira estar abaixo de um nível pré-determinado, considerado calamitoso. Esse trabalho é interessante por ser o primeiro a mencionar a mencionar

o conceitos de medidas de risco denominadas *Below-Target Models*, ou Modelos Abaixo da Meta, sendo uma introdução ao estudo do conceito de avaliação de caudas de distribuição dos retornos como forma de medir o risco (ROMAN, 2008).

No modelo de Roy, R é considerado o retorno de um dado investimento e τ o nível de retorno definido como desastroso. Assim, o *Safety First Criterion* é formalmente representado por:

$$SFC = P(R \leq \tau),$$

sendo, portanto, considerado uma medida de probabilidade. Porém, sua aplicação se limitou a arbitrariedade da definição de qual seria o nível de retorno tido como referência. Assim, acabou por não ser amplamente utilizado na prática.

Apesar do *Safety First Criterion* não ter tido o seu desenvolvimento prático ampliado, ele introduziu novos conceitos que foram fundamentais para a criação de novas medidas de risco, principalmente no aspecto da observação de distribuições assimétricas de probabilidades de retornos, com ênfase em um dos lados da distribuição, aquele que representa uma perda para o investidor, chamado em inglês de *downside risk*. Então, dando continuidade ao tema, MARKOWITZ (1970) desenvolveu o modelo denominado Momentos Parciais (Partial Moments), em que a semi-variância é considerada medida de risco.

A semi-variância amostral pode ser definida como (ANDRADE, 2006):

$$\varsigma_i = \int \text{Max}[0, (E(R_i) - R_t)]^2 dt$$

Em que:

ς_i é a semi-variância do ativo i ,

R_{it} é o retorno do ativo i no instante t ,

$E(R_i)$ a esperança dos retornos do ativo i .

Esta definição faz com que seja considerado apenas o lado indesejado da distribuição de probabilidade de retornos, como definido por Markowitz.

Simultaneamente, FISHBURN (1977) e BAWA (1978) aprofundavam a pesquisa através da criação do modelo (α, τ) , utilizando, dessa vez, o menor momento parcial (*Lower Partial Moment*) como métrica de risco, em um projeto que sintetiza e agrupa os conceitos das medidas de risco desenvolvidos anteriormente.

Diferente dos dias atuais, durante as décadas de 1970 e 1980, não existiam métodos e ferramentas computacionais sofisticados para obter soluções de problemas de otimização quadrática (ou não lineares) de grande porte (PEROLD, 1984). Isso serviu como incentivo para acadêmicos desenvolverem métricas de risco lineares. Tendo isso em mente, KONNO e YAMAZAKI (1991) propuseram a utilização do primeiro momento absoluto da distribuição de retornos como métrica de risco (RIBEIRO, 2004), através de um modelo chamado *Mean Absolute Deviation* (MAD), aperfeiçoando o trabalho inovador de SHARPE (1971). A medida de risco é definida como:

$$MAD(R_i) = E[|R_i - \mu|],$$

o que torna o problema de otimização de carteiras de investimento um problema de programação linear, representando uma alternativa ao modelo da Média-Variância. Entretanto, a sua otimização também não é simples, já que ela é uma função absoluta e, portanto apresenta descontinuidades na sua derivada. Assim, tanto métodos analíticos como numéricos acabam por se tornar não práticos, dada a quantidade de restrições inerentes ao problema de otimização.

Dando sequência ao desenvolvimento de medidas de risco que considerem eventos extremamente indesejáveis (como é o caso de uma crise financeira) causados na cauda de distribuição de probabilidade de perdas, o G-30 propôs, em 1994, uma medida de risco que tinha o objetivo de responder uma única pergunta: “Quão grande pode ser a perda em um dado horizonte de tempo e a uma dada probabilidade?” (ROMAN, 2008). Essa medida de risco é chamada de Valor em Risco (*Value at Risk - VaR*), sendo definida como:

$$VaR_{\alpha}(R_i) = -q_{\alpha}(R_i) = q_{1-\alpha}(R_i)$$

Em que:

R_i é o retorno de um dado ativo i

$q\alpha$ é o percentil definido a um nível de confiança α (G-30, 1994).

O Valor em Risco, além de ser atualmente aplicado como ferramenta de gestão em modelos de decisão de composição ótima de portfólios, também é utilizado, ao redor de todo o planeta, como medida regulatória. Isso se deu, especialmente, após a notória primeira publicação do texto *Risk Metrics: Technical Report*, a serviço público pelo banco norte-americano JP Morgan, em 1994 (ROMAN, 2008).

Mesmo sendo muito aplicado na prática em inúmeras instituições financeiras, o Valor em Risco (VaR), de acordo com critérios definidos por ARTZNER (1999), não é considerado uma métrica coerente de risco. Isso se deve, principalmente, ao fato de que ele não atende a seguinte propriedade:

$$VaR(R_1+R_2) \leq VaR(R_1) + VaR(R_2)$$

Ou seja, ele não possui a propriedade de subaditividade, fazendo com que a diversificação não seja necessariamente premiada. Em outras palavras, não é possível garantir que o risco de uma carteira composta por dois ativos com risco VaR_1 e VaR_2 , respectivamente, seja igual ou menor a $VaR_1 + VaR_2$. Ademais, o Valor em Risco (VaR), em sua forma não paramétrica, apresenta uma grande quantidade de mínimos locais, dificultando a sua otimização (QUARANTA e ZAFFARONI, 2008). Ainda assim, a vasta disseminação do Valor em Risco como medida de risco e sua facilidade de compreensão conceitual fazem com que esta medida seja selecionada para aprofundamento neste trabalho.

Pelo Valor em Risco apresentar pontos controversos como medida de risco, propôs-se em 2000 a criação de uma nova medida, chamada de Valor em Risco Condicional, do inglês, *Conditional Value at Risk* (CVAR). ROCKAFELLAR e URYASEV (2000) definiram o CVaR como sendo:

$$CVaR(R_i) = E\{(R_i) | R_i \leq v\}$$

Em que:

R_i representa o retorno de um dado ativo i ,

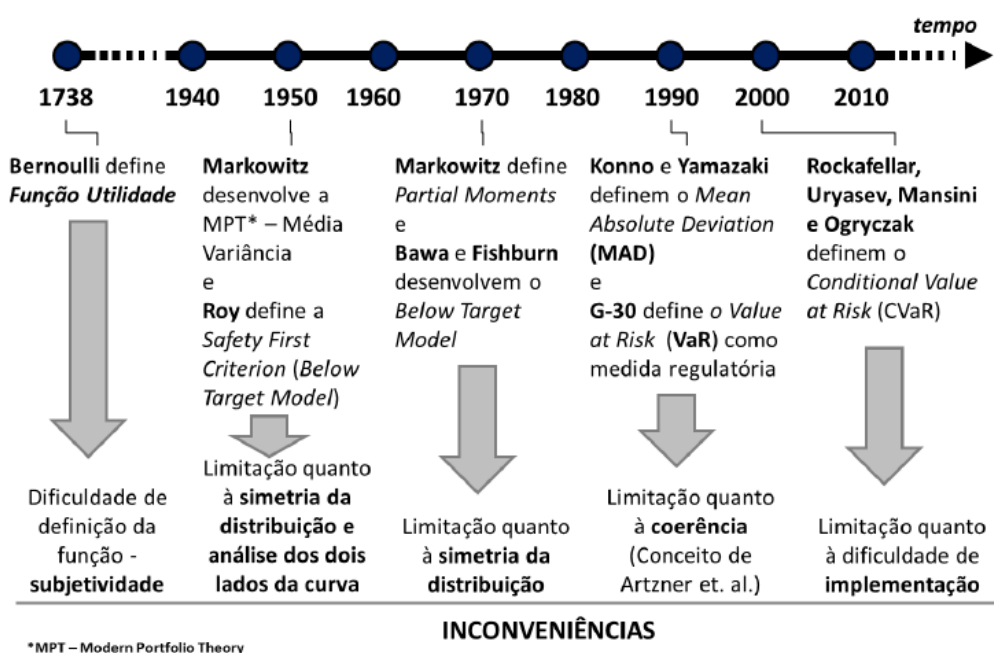
v representa o Valor em Risco (VaR) da distribuição de probabilidade dos retornos deste mesmo ativo.

Em outras palavras, o CVaR é a média dos valores que excedem o Valor em Risco. Esta medida de risco, por sua vez, atende às propriedades definidas por ARTZNER (1999), sendo, portanto, coerente (LIM, 2011). Porém, por sua função ser representativa da modelagem da cauda de distribuição de probabilidade dos retornos, ela apresenta grande complexidade, tornando sua otimização difícil e nada trivial (RIBEIRO, 2004).

ROCKAFELLAR e URYASEV (2000) propuseram, além da medida de risco em si, também sofisticadas técnicas de otimização desta função. Portanto, por esse motivo e por ser alvo de pesquisas atuais por todo o globo, o CVaR, além da Variância e do VaR, também é selecionado para análise mais profunda neste trabalho.

A Figura 4 fornece uma perspectiva histórica das medidas de risco de investimentos financeiros disponíveis na literatura até os dias atuais, as quais foram descritas nessa etapa do trabalho.

Figura 4: Perspectiva histórica de medidas de risco



Fonte: adaptado de BARROSA, 2015

Do que já foi revelado nesse trabalho, é possível classificar as principais medidas de risco propostas na literatura em duas categorias:

1) **Medidas de Desvio** (do inglês, Deviation from Target)

2) **Medidas de Cauda** (Seriedade de Perda Potencial)

Sendo que a primeira categoria pode ser subdividida em duas outras categorias:

1.1) **Simétricas**: consideram ambos os lados da distribuição de probabilidade dos retornos.

1.2) **Assimétricas**: consideram apenas o lado das perdas da distribuição de probabilidade dos retornos.

A Tabela 3 classifica cada uma das medidas de risco descritas durante essa seção de acordo com essa classificação. Sendo que as que se encontram em destaque são aquelas que serão descritas mais detalhadamente nas seções seguintes.

Tabela 3: Categorização e classificação de medidas de risco

Categoria	Descrição	Exemplos
<i>Deviation from Target</i> (Desvio)	Simétricas	Variância MAD
	Assimétricas	<i>Central Semideviation</i> <i>Lower Partial Moments</i>
<i>Tail Risk Measures</i> (Seriedade de Perda Potencial)	Consideração do pior cenário com nível de confiança α	<i>Safety First Criterion</i> <i>Below Target Model</i> VaR CVaR

Fonte: adaptado de BARROSA, 2015

2.2.1 Variância

Proposta por MARKOWITZ (1952), a variância indica a média do desvio quadrático entre uma variável aleatória e a media da distribuição. No tema gestão de carteiras de investimento, é comum dizer que a variância mensura o grau de desvio entre os retornos atingidos e o retorno esperado dos ativos.

Para uma variável aleatória, a variância é definida como:

$$\text{var}(x) = \sigma^2(x) = E[(x - \bar{x})^2]$$

Em que:

$$E(x) = \text{Valor esperado de } x$$

De acordo com COSTA NETO (2002), dependendo da natureza da variável aleatória, ou seja, se ela é discreta ou contínua, calcula-se a variância da seguinte forma:

$$\sigma^2 = \sum (x - E(x))^2 \times p(x) , \text{ para variáveis aleatórias discretas}$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(x))^2 \times f(x) d(x) , \text{ para variáveis aleatórias contínuas}$$

Em que:

$$p(x) = \text{probabilidade de } x$$

$$f(x) = \text{função densidade de probabilidade de } x$$

Essa medida estatística é amplamente utilizada para a mensuração do risco e, no caso específico de uma carteira composta por diferentes ativos pode também ser aplicada, mas neste caso, com o auxílio da matriz de covariância. Porém, a variância possui algumas restrições em relação ao seu uso e só pode ser utilizada em distribuições de probabilidade assimétricas (SZEGÖ, 2002). Assim, é possível usar o modelo da variancia apenas para efetuar a análise de distribuições elípticas, como, por exemplo, as distribuições normais e t de Student, as quais não representam a maior parte das distribuições existentes.

Existem duas características principais da variância que dificultam sua utilização como medida de risco eficiente na gestão de portfólio:

- a. A variância não considera a diferença existente entre desvios negativos e positivos em relação ao retorno esperado, os quais possuem impactos opostos na rentabilidade dos investimentos e na percepção dos investidores, que dão prioridade àqueles ativos que apresentam retorno acima do valor esperado;
- b. Essa medida de risco também não analisa a cauda da distribuição de probabilidade (RIBEIRO e FERREIRA, 2004), o que pode representar grandes perdas em cenários de estresse, pois uma distribuição pode ter uma cauda menos pesada que outra e ser melhor para o investidor em cenários como o que ocorreu com a crise dos *subprime* que atingiu seu auge no final de 2008;

Conforme tais falhas foram sendo evidenciadas, surgiram na literatura outros estudos a respeito de medidas de risco mais robustas que solucionassem os problemas apresentados pela variância. Assim, em 1994, surgiu o conceito de Valor em Risco (VaR) (SZEGÖ, 2002).

2.2.2 Valor em Risco (VaR)

É uma medida de risco utilizada por diversos agentes econômicos: órgãos reguladores, instituições financeiras, gestores de carteiras de investimento e bancos centrais (HULL, 1999). De acordo com esse autor, o Valor em Risco foi criado como uma tentativa de resumir, em um só número, o risco envolvido em uma determinada carteira de ativos financeiros.

Essa métrica envolve a definição de nível de confiabilidade, horizonte de tempo e percentis. O VaR pode ser definido como o valor que representa a maior perda que poderá ocorrer com $\alpha\%$ de probabilidade em um determinado horizonte de tempo.

Dependendo do setor que a empresa está inserida e da carteira de investimentos a ser analisada, o horizonte de tempo determinado para análise do VaR deverá variar. Para uma empresa que possui um alto giro de seus ativos, o horizonte de tempo deve ser curto, por exemplo, um mês. Já em companhias em que os ativos possuem

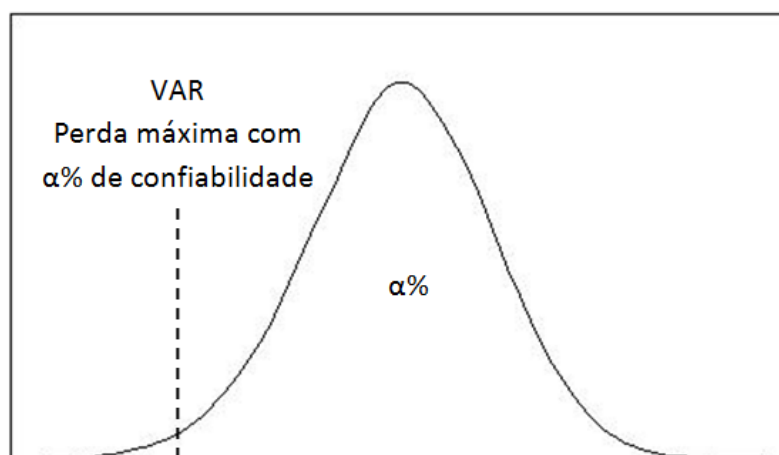
negociação mais lenta, pode ser assumido um horizonte de tempo mais dilatado, como um ano (RIBEIRO e FERREIRA, 2004).

De acordo com Quaranta e Zaffaroni (2008), considerando K uma variável aleatória e F sua função de distribuição, $F(h) = P\{K \leq h\}$ e $F^{-1}(w) = \min\{h: F(h) \geq w\}$, para um valor fixo de confiabilidade (α), temos que:

$$VaR_{\alpha}(K) = F^{-1}(\alpha)$$

A Figura 5 apresenta a definição gráfica do Valor em Risco.

Figura 5: Representação gráfica do VaR



Fonte: adaptado de BARROSA, 2015

JORION (1997) demonstra dois métodos para calcular o Valor em Risco:

- 1) **Paramétrico:** considera que o retorno do portfólio em questão apresenta distribuição normal, o que simplifica o seu cálculo. Chama-se dessa forma pois estima parâmetros ao invés de identificar os percentis; nele o VAR deriva diretamente do desvio padrão, usando um fator de multiplicação que depende do nível de confiança

$$VaR = \mu - Z_{\alpha} * \sigma$$

Em que:

μ é a média dos retornos

σ é o desvio padrão dos retornos

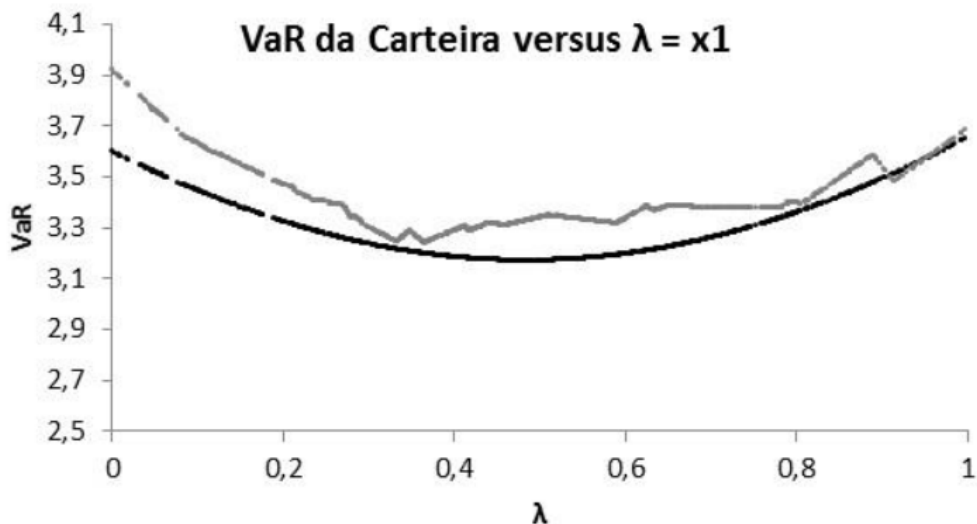
Z_α é o valor que representa o inverso da distribuição cumulativa normal

- 2) **Não paramétrico:** também conhecido como método da série histórica, considera os N retornos da carteira ordenados, sendo que o VaR consiste no $((1-\alpha)-N)$ ésimo pior valor da série. Esse método assume como premissa que a rentabilidade futura está atrelada à passada.

Além dos métodos proposto por Jorion, pode-se calcular essa medida por simulação Monte Carlo. Esse método utiliza a simulação Monte Carlo para construir, se baseando no histórico de rentabilidade de passado da carteira, uma gama de cenários para gerar uma previsão dos resultados futuros para cada um deles (RIBEIRO, 2004).

BARROSA (2015) realizou, a título de exemplo, um estudo para demonstrar o comportamento do Valor em Risco (VaR), tanto o calculado pelo método paramétrico, quanto o calculado pelo método não paramétrico. O autor se utilizou de uma carteira composta por dois ativos, Itaú-Unibanco (ITUB4) e Petrobrás (PETR4), ambos negociados na BOVESPA e com amostra da série histórica entre 27 Maio 2009 e 11 Maio 2012, totalizando 718 observações. Para facilitar a visualização da representação dos resultados, o autor toma $\lambda=x_1$ e $x_2=1-\lambda$, com λ representando a carteira, em abordagem similar a RIBEIRO (2004). O resultado de tal estudo é demonstrado na **Error! Reference source not found..**

Figura 6: Exemplo de aplicação do VaR em uma carteira de ativos



Fonte: adaptado de BARROSA, 2015

Ao analisar a **Error! Reference source not found.**, é possível perceber que a hipótese de normalidade dos retornos assumida na aplicação do método paramétrico não é necessariamente verdadeira, de forma que os estimadores obtidos através das amostras de séries históricas de retornos dos ativos, assumindo normalidade, apresentam erro. É nesse sentido que COSTA e BAIDYA (2001) verificaram empiricamente a não conformidade de diversos ativos brasileiros com a hipótese de simetria na distribuição de probabilidade dos retornos. A avaliação da superfície $VaR(x)$ através do seu método mais amplo de cálculo, o não paramétrico, relaxa esta hipótese, porém sua otimização se torna significativamente mais complexa, principalmente devido à existência de diversos mínimos locais.

Apesar de o VaR fornecer informações sobre a cauda da distribuição dos retornos, SEIGÖ (2002) apresenta diversos problemas relacionados ao uso da medida em questão. Dentre eles, podemos citar os principais:

- a. não mede as perdas que excedem o VaR, ou seja, essa medida não consegue passar informações sobre a dispersão da cauda da distribuição além do seu valor a um determinado nível de confiança;
- b. pode gerar resultados conflitantes para diferentes níveis de confiança;

c. não é considerada uma medida de risco coerente.

ARTZNER (1999) define as propriedades para uma medida de risco ser considerada coerente, são elas:

- a) Invariância sobre translações: $\rho(x + \alpha \cdot r') = \rho(x) - \alpha, \forall \alpha \in R, \forall X \in G$
- b) Subaditividade: $\rho(x_1 + x_2) = \rho(x_1) + \rho(x_2), \forall x_1 e x_2 \in G$
- c) Homogeneidade positiva: $\rho(\lambda x) = \lambda \rho(x), \forall \lambda \geq 0, \forall x \in G$
- d) Monotonicidade: $\rho(y) \leq \rho(x), \forall y, x \in G, y \leq x$

O VaR não apresenta a propriedade da subaditividade, ou seja, não se pode garantir que o risco de um portfólio composto por dois ativos com VaR_1 e VaR_2 seja igual a $VaR_1 + VaR_2$, ou menor. O risco desse portfólio não pode ser previsto, e isso dificulta a sua otimização (QUARANTA e ZAFFARONI, 2008).

2.2.3 Valor em Risco Condicional (CVaR)

As medidas de risco apresentadas até agora não são convexas, ou seja, se aplicadas a distribuições não elípticas, fornecem resultados incoerentes. Além disso, essas medidas não analisam a cauda da distribuição para cenários extremos.

Com o objetivo de sanar esses problemas, a literatura tem dado na última década importância ao *Condition Value-at-Risk* (CVaR), uma medida de risco coerente que pode ser definida como a média dos valores que excedem o VaR, para um determinado nível de confiança. Em outras palavras, considerando que o pior cenário ocorreu, ele fornece o valor médio da cauda. Essa definição garante que o VaR nunca seja maior que o CVaR em valor absoluto (ROCKAFELLAR e URYASEV, 2000).

Sendo $\mathbf{x} \in X \subset R^N$ um vetor de decisão representando um portfólio e $\mathbf{y} \in Y \subset R^N$ os valores futuros das rentabilidades dos ativos que compõe essa carteira, $z = f(X, Y)$ a função de perdas do portfólio; o CVAR será dado por (QUARANTA e ZAFFARONI, 2008):

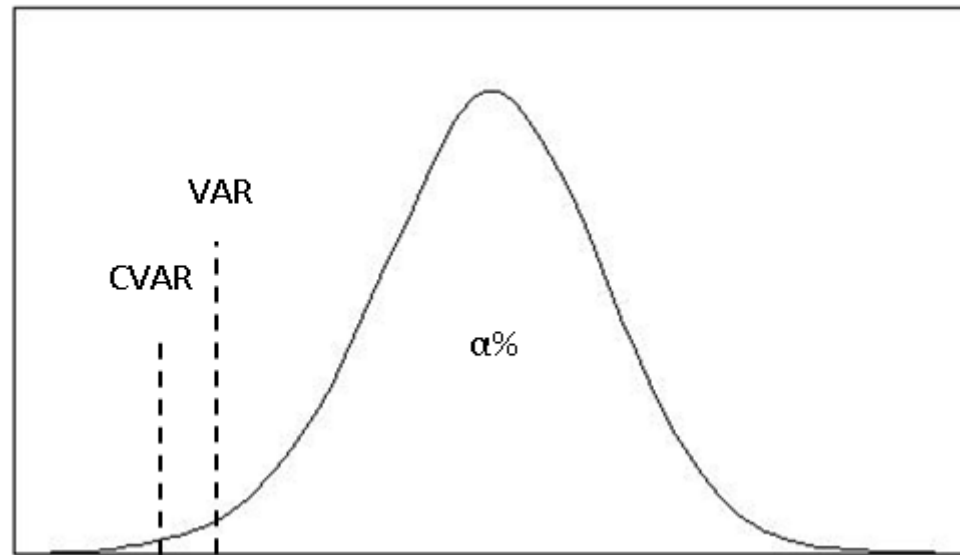
$$\Psi(x, a) = P\{y | f(x, y) \leq a\}$$

Em que:

a é o VaR do portfólio.

A Figura 7 apresenta a definição gráfica do Valor em Risco Condicional.

Figura 7: Representação gráfica do CVaR



Fonte: adaptado de BARROSA, 2015

Observa-se que o Valor em Risco e o Valor em Risco Condicional medem propriedades diferentes da distribuição, pois o primeiro refere-se a percentil e o segundo à média da cauda (PFLUG, 2000). O CVaR apresenta consistência com o VaR apenas para distribuições normais (ou elípticas) (ROCKAFELLAR e URYASEV, 2002).

Apesar de o CVaR depender da determinação do VaR, é possível definir simultaneamente essas duas medidas de risco através da seguinte função (ROCKAFELLAR e URYASEV, 2002):

$$F_{\alpha}(x,a) = a + \frac{1}{1-\alpha} E\{[f(x,y) - a]^+\}$$

Em que:

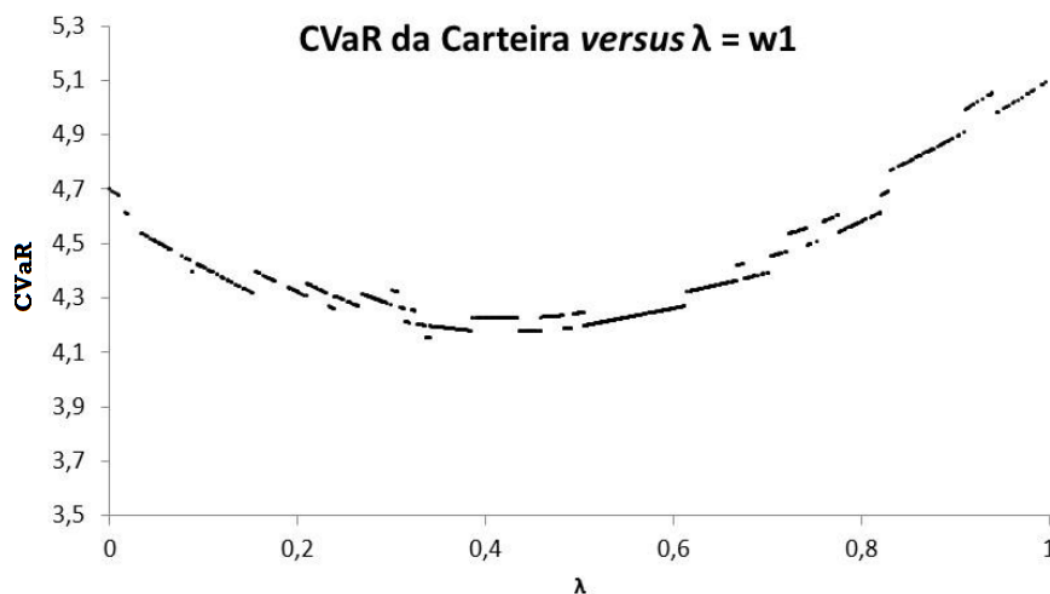
$$[t]^+ = \max\{0, t\}.$$

Assim, pode-se afirmar que o CVaR apresenta certas vantagens em relação ao VaR:

- É uma medida coerente, obedecendo a todos os axiomas propostos por ARTZNER (1999);
- Fornece informações sobre a cauda das distribuições, analisando cenários de estresse;
- Pode ser expresso matematicamente por uma formulação que busca transformar o problema de composição de portfólio em um problema de programação linear, o qual será apresentado na seção a seguir.

Novamente, BARROSA (2015), a título de ilustração, realiza estudo semelhante: considera o mesmo exemplo da seção anterior (i.e. uma carteira de dois ativos composta por Itaú-Unibanco (ITUB4) e Petrobrás (PETR4), ambos negociados na BOVESPA e com séries históricas entre 27 Maio 2009 e 11 Maio 2012, totalizando 718 observações) para calcular o CVaR da carteira. Toma-se $\lambda = x_1$ e $x_2 = 1 - \lambda$, com λ representando a carteira. Os resultados estão apresentados na Figura 8.

Figura 8: Exemplo de aplicação do CVaR em uma carteira de ativos



Fonte: adaptado de BARROSA, 2015

O autor (BARROSA, 2015) nota que o comportamento da curva apresentada na Figura 8, incluindo novamente a existência de diversos mínimos locais e

descontinuidades, dificulta substancialmente sua otimização através de métodos convencionais, fazendo com que sua aplicação prática em larga escala seja desfavorecida.

Atualmente, não existe consenso na literatura acerca de qual é a medida de risco de investimentos financeiros mais adequada para aplicação prática, já que o CVaR, apesar de coerente, não é de fácil aplicação (como demonstrado por Barrosa), demandando um grande esforço computacional.

Assim, os acadêmicos concentram suas atenções em dois principais tópicos:

- 1) Definição de novas medidas de risco, de modo a melhor caracterizar a distribuição de probabilidade dos retornos;
- 2) Aprofundamento dos estudos de medidas de risco já existentes, com um foco maior tanto naquelas que são mais utilizadas em termos práticos, como a Variância e o Valor em Risco (VaR), quanto nas medidas coerentes e ainda consideradas inovadoras, como o Valor em Risco Condicional (CVaR). Isso, com objetivo de analisar seu comportamento e, finalmente, possibilitar sua utilização como função objetivo em processos decisórios.

A Tabela 4 apresenta as três medidas de risco que são apresentadas na literatura e que serão utilizadas como objeto de aprofundamento deste trabalho. Nela, são demonstradas as categorias as quais pertencem, e suas limitações.

Tabela 4: Coerência e limitações de medidas de risco

Medida de Risco	Categoria	Coerência*	Limitações
Variância (σ^2)	Desvio	Sim	- Aplicação a Distribuições Simétricas de Probabilidade; - Não diferenciação entre retornos negativos (não desejáveis) e positivos (desejáveis); - Desconsideração da Cauda de Distribuição (fragilidade para cenários de estresse - i.e. perdas significativas).
Valor em Risco (VaR)	Cauda	Não (Subaditividade)	- Não oferecimento de informações acerca de perdas que excedam o percentil (VaR) definido a um dado nível de confiança; - Não Coerência.
Valor em Risco Condicional (CVaR)	Cauda	Sim	- Dificuldade de aplicação prática.

* Segundo critérios definidos por ARTZER (1999).

Fonte: adaptado de BARROSA, 2015

2.3 Modelos de Seleção de Portfólio

A determinação da composição de um portfólio está diretamente ligada ao risco associado àquela carteira e ao retorno gerado. O objetivo de um gestor de portfólio é, para um determinado nível de risco, maximizar o retorno, ou analogamente, para um dado retorno, minimizar o risco.

No entanto, essa não é uma questão trivial, pois os ativos financeiros estão expostos a diversos tipos de riscos, como riscos de mercado, de liquidez, de crédito ou operacional. Por exemplo, uma única ação está sujeita a riscos relacionados à imagem da empresa, à reputação de seus dirigentes além de riscos de mercado e de liquidez. Essa separação de acordo com a sua fonte geradora e consequente ação de diversos tipos de risco em um mesmo ativo torna sua mensuração não trivial e difícil. No caso da composição de carteiras, o problema é agravado pelas correlações existentes entre os diversos ativos que a compõe (MARKOWITZ, 1952).

Seja A_0 um montante fixo disponível para alocação de investimentos, medido em valores monetários, e n uma quantidade de diferentes ativos financeiros pré-

selecionados, uma carteira (ou portfólio) de investimentos é definida como um ativo obtido através da alocação de A_0 a n . Ou seja:

$$A_{0i} = x_i A_0$$

$$\text{Com:} \quad \sum_{i=1}^n x_i = 1$$

O vetor $x = x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n$ representa a alocação do montante A_0 em cada ativo i que compõe a carteira, ou o peso de cada ativo na carteira, e, mais importante, representa as variáveis do problema de otimização para composição de carteiras de investimentos.

O retorno de uma carteira de investimentos é calculado pela média ponderada dos retornos individuais de cada ativo que compõe a carteira, podendo ser facilmente expresso por:

$$R_c = \frac{\sum_{i=1}^n R_i x_i A_0}{A_0} = \sum_{i=1}^n R_i x_i$$

Assim, o problema de gestão de carteiras de investimentos tem como objetivo minimizar uma certa função $Risco(x)$, a qual representa o risco da carteira em função de sua composição, sujeito a restrições acerca do retorno R_c esperado e determinado pelo investidor. Para definição mais precisa do problema, são necessárias duas premissas elementares representativas do comportamento racional humano (LUENBERGER, 2008):

- (1) **Não saciedade:** o investidor prefere mais riqueza a menos riqueza;
- (2) **Aversão a risco:** dadas duas carteiras com mesmo retorno e diferentes riscos, o investidor opta pelo menor risco. Conceito esse diferente (mas não contraditório) daquele definido por GIUDICI (2010).

Portanto, o problema de otimização de portfólios de investimentos, em sua forma geral, é definido como (BARROSA, 2015):

$$\text{Minimizar: } f(X) = Risco(x)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n E(R_i)x_i \geq G$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0; i = 1, \dots, n$$

A primeira restrição se refere à parametrização do modelo em relação ao retorno médio esperado da carteira, o qual necessariamente é maior ou igual ao valor mínimo estipulado pelo investidor, G .

A segunda restrição garante que será investida exatamente a quantidade de recursos financeiros fixada e pré-definida pelo investidor, $A0$, uma vez que a soma dos pesos de todos os ativos que compõem a carteira é unitária.

Por fim, a terceira restrição garante alocação não negativa dos recursos nos ativos que constituem a carteira. Ou seja, esta restrição garante que nenhum ativo tenha alocação inferior a zero, o que representaria uma venda a descoberto (*short selling*, do inglês).

Apresentado o problema em sua forma geral, segue-se, nas próximas seções, com a sua aplicação específica das medidas de risco selecionadas para aprofundamento neste trabalho: a Variância (Modelo de Markowitz), o Valor em Risco (VaR), o Valor em Risco Condicional (CVaR) e, por fim, o modelo aqui proposto, o Método Kriging.

2.3.1 Modelo de Markowitz

Harry Markowitz, através de sua famosa publicação em 1952, chamada de Teoria Moderna da Gestão de Carteiras, procurou desenvolver uma métrica universal de

risco de mercado para um dado investimento. A medida de risco utilizada no modelo é a Variância, já detalhada nesse trabalho.

Agora, seja Σ a matriz de covariância entre os ativos que compõem um determinado portfólio de investimentos, em que:

$$\Sigma_{ij} = cov(R_i, R_j) = \sigma_{R_i R_j} = E[(R_i - \mu_{R_i})(R_j - \mu_{R_j})] ,$$

Ou:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix},$$

Representa uma matriz simétrica com as variâncias individuais das séries históricas de cada ativo que compõe a carteira na diagonal principal, e com as covariâncias entre esses ativos, dois a dois, para todo $i \neq j$, tem-se que o risco deste portfólio de investimentos é:

$$Risco(x) = \sigma_c^2 = x' \Sigma x ,$$

a qual é uma função quadrática que representa a variância da carteira em função da sua composição (MARKOWITZ, 1952).

A partir dessa definição, surgiu originalmente o conceito de diversificação de Markowitz, um marco de sua época e permanece até hoje como sendo considerado um dogma entre os gestores de carteira. Esse conceito diz que a composição de uma carteira contendo ativos com covariância negativa pode apresentar uma melhor relação entre risco e retorno quando comparada ao investimento em um único ativo ou em ativos com correlação positiva (LUENBERGER, 2008).

Assim sendo, o problema de composição de carteiras de investimentos utilizando a variância como medida de risco pode ser expresso da seguinte maneira:

$$\textbf{Minimizar: } Risco(X) = x' \Sigma x$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n E(R_i)x_i \geq G$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

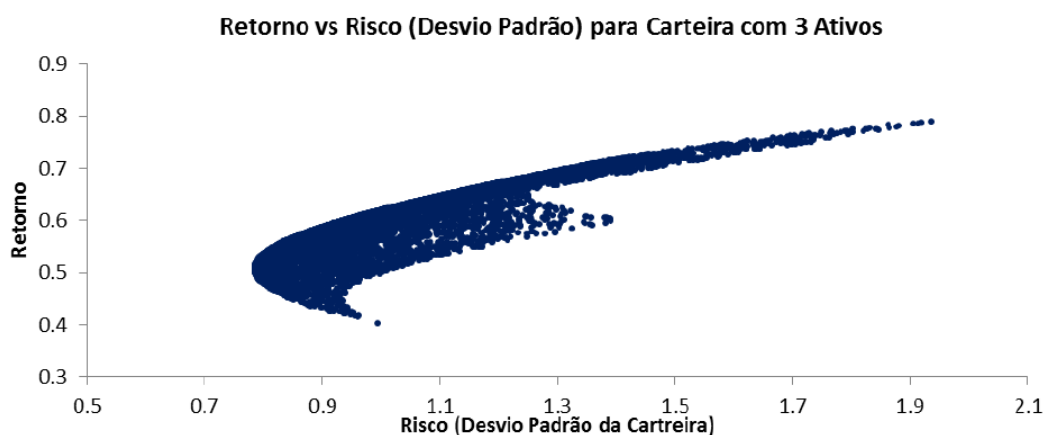
$$x_i \geq 0; i = 1, \dots, n$$

Sendo que as três restrições apresentadas são iguais àsquelas descritas na seção anterior desse trabalho e a função objetivo, a qual representa o risco da carteira é a variância da mesma.

Na prática, os parâmetros da função $x' \Sigma x$ são estimados através de um estudo amostral das séries históricas dos retornos de cada um dos ativos que compõem um determinado portfólio.

BARROSA (2015) cria um exemplo para esclarecer os conceitos acima descritos. Na Figura 9, é possível ver a curva Retorno x Risco para uma simulação de carteira composta por três ativos, delimitando diferentes composições para cada um deles.

Figura 9: Curva retorno x risco para uma carteira com três ativos



Fonte: adaptado de BARROSA, 2015

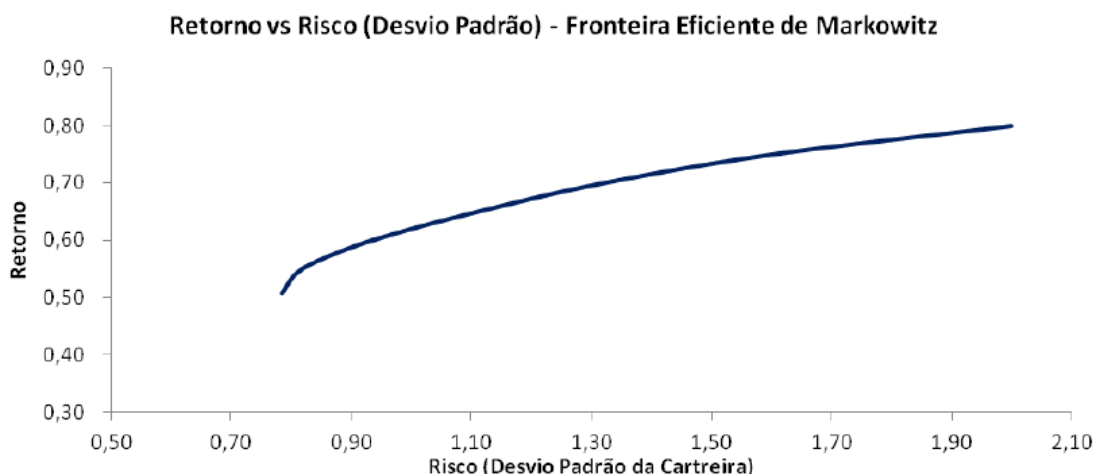
Fica claro a partir do gráfico que a função Risco (x) assumida no exemplo (no caso, a Variância) é uma função quadrática. Valem notar também os três pontos limítrofes

do gráfico. Esses representam as três carteiras de ativos com peso um, ou seja, carteiras compostas por apenas um ativo, sendo que cada uma possui um ativo diferente.

Considerando que um problema de otimização de portfólios de investimentos apresenta premissas de não saciedade, maximizando o retorno, e aversão ao risco, minimizando as potenciais perdas, as quais possuem objetivos conflitantes, fica claro, com o auxílio da Figura 9, que apenas uma pequena parcela dos diferentes portfólios com diferentes composições gerados satisfaria ambas as premissas.

A região do gráfico que, justamente, é capaz de satisfazer as duas simultaneamente, é obtida através de algum método de otimização (e.g. o método de Kuhn-Tucker), minimizando assim a função $Risco(x) = x' \Sigma x$ e parametrizando o retorno mínimo desejado pelo investidor através da restrição $R_c \geq G$. Os resultados destes problemas de otimização assumindo diferentes valores de G estão apresentados na Figura 10. Essa curva é denominada Fronteira Eficiente de Markowitz, um famoso exemplo de Fronteira de Otimalidade de Pareto para objetivos conflitantes (PAPALAMBROS, 2000).

Figura 10: Exemplo de fronteira eficiente de Markowitz



Fonte: adaptado de BARROSA, 2015

É importante perceber que quaisquer composições de carteira que não residam nessa curva apresentam, obrigatoriamente, uma relação Risco – Retorno inferior aos pontos

sobre a mesma. Ou seja, os pontos que foram gerados pela simulação apresentada na Figura 10 representam carteiras com um maior nível de risco para um dado retorno, ou menor retorno para um dado retorno, não sendo considerados, portanto, composições ótimas.

Nesse ponto do trabalho é importante se utilizar dos conceitos de Função Utilidade e dos diferentes perfis de investidores em relação ao risco, conceitos esses previamente detalhados. Isso se dá, pois é essa função que ordena os investimentos de acordo com o perfil de risco do investidor (LUENBERGER, 2008) e, portanto, é ela que, considerando a ideia básica que maiores riscos implicam em maiores retornos, e vice-versa, definirá qual ponto da curva da Fronteira Eficiente o investidor vai escolher.

Por apresentar um problema de otimização de uma função quadrática, sujeita a restrições lineares, o modelo de Markowitz não é perfeito, já que se baseia na hipótese de simetria das distribuições de probabilidade dos retornos dos ativos que compõem a carteira. Além disso, esse modelo também conta com a fragilidade para representação de cenários de estresse (risco de cauda), o qual tentará ser contornado pelos modelos VaR e CVaR.

2.3.2 Modelo VaR

Dada a fragilidade do modelo Média – Variância em não considerar a análise da cauda de distribuição, ou seja, deixar de levar em consideração cenários de estresse (i.e. com perdas significativas, como por exemplo, perdas em momentos de crise financeira), faz-se necessárias a utilização de outras medidas de risco na resolução do problema de otimização de portfólios de investimentos. Esta foi, portanto, uma das motivações para o desenvolvimento do Valor em Risco (VaR) como medida de risco utilizada em modelos de otimização de portfólio.

Esse modelo gera a mesma fronteira eficiente que o anterior quando a distribuição em questão é normal. A diferença aparece no caso de distribuições não normais e não

simétricas, que representam o comportamento de muitas variáveis aleatórias. Outra grande diferença entre esse modelo e o de Markowitz consiste no fato de que esse último considera os desvios da média, tanto os mais positivos quanto os mais negativos, da mesma forma, o que não condiz com o comportamento do investidor, que tem percepção diferente quanto aos lados da cauda. No modelo VaR, considera-se apenas a cauda da distribuição que constitui perda para análise do risco.

Similarmente ao caso do modelo de Markowitz, para resolver esse tipo de problema utilizando o Valor em Risco como medida de risco é comum realizar a amostragem de séries históricas de retornos como forma de obter estimadores dos principais parâmetros que caracterizam sua distribuição de probabilidade, e logo os parâmetros da função Valor em Risco. Analogamente ao método de cálculo paramétrico da variância para uma carteira, pode-se calcular o Valor em Risco de uma carteira em função de sua composição através da relação (JANABI, 2012):

$$VaR(x) = VaR_c = [v^T \Gamma v]^{1/2}$$

Onde v representa o vetor dos VaR individuais de cada ativo, em função de seus pesos individuais, x , e Γ representa a matriz de correlação entre os ativos que compõem a carteira, sendo:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & \rho_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz Γ é simétrica com diagonal principal unitária, indicando a correlação entre a série histórica dos retornos do ativo i com ele mesmo. Os outros valores da matriz de correlação representam o Coeficiente de Correlação de Pearson, obtido através da amostra dos retornos da série histórica entre cada ativo i e j , dois a dois.

Agora, no caso do cálculo do Valor em Risco pelo método não-paramétrico, ou seja, utilizando a série histórica dos retornos dos ativos que compõem a carteira, a metodologia é simples: substitui-se a ordenação dos Valores em Risco do ativo pela ordenação dos diferentes valores do VaR da carteira, e assim aplica-se a técnica conforme apresentada anteriormente.

Desse modo, o problema de composição ótima de portfólio de investimento considerando o Valor em Risco (VaR) como medida de risco pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\textbf{Minimizar: } Risco(x) = VaR(x) = [v^T \Gamma v]^{1/2}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n E(R_i)x_i \geq G$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0; i = 1, \dots, n$$

Novamente as restrições desse problema de otimização são as mesmas do modelo base, porém desta vez a função objetivo a ser minimizada é a função que calcula o Valor em Risco da carteira de investimentos.

Contudo, como já observado, o Valor em Risco possui algumas limitações. Entre elas estão: não oferece informações sobre a dispersão da cauda da distribuição além do seu valor a um determinado nível de confiança; depende do nível de confiança a ser adotado; e não é considerada uma medida de risco coerente (ARTZNER, 1999). Com o objetivo de superar essas limitações, ROCKAFELLAR e URYASEV (2000) desenvolveram e aplicaram o Valor em Risco Condicional (CVaR) em problemas de otimização de portfólios de investimentos.

2.3.3 Modelo CVaR

As críticas ao modelo Média-Variância (modelo de Markowitz) somadas à busca por uma medida de risco coerente (tentando superar uma limitação do VaR) fizeram com que o modelo que será denominado de CVaR ganhasse destaque na literatura. Esse modelo é baseado no Valor em Risco Condicional da carteira e leva a resultados

mais confiáveis sobre o risco associado a um portfólio, já que considera o risco de cauda e, mais ainda, valores que ultrapassam o VaR.

Como apresentado anteriormente, o cálculo do CVaR depende da determinação do VaR da carteira, o que pode ser complicado na prática. No entanto, ROCKAFELLAR E URYASEV (2000) propuseram uma abordagem mais simples para o CVAR, em que o VaR é calculado e ao mesmo tempo o CVaR é minimizado.

Ainda segundo os mesmos autores, sendo $f(X, Y)$ a função perda associada a um vetor de decisão $X \in R^n$ e a um vetor aleatório $Y \in R^m$, para cada vetor X , a perda $f(X, Y)$ é uma variável aleatória de distribuição em R induzida pelo vetor Y , o qual possui densidade $p(Y)$.

O retorno de um portfólio é calculado através do somatório do produto entre o peso dos ativos e seus retornos individuais. A função perda é o negativo desse retorno

$$f(X, Y) = -[x_1 y_1 + \dots + x_n y_n] = -X^T Y$$

e quando negativa, representa um ganho.

Portanto, pode-se definir a média e a variância da função perda associado ao portfólio X em termos da média m e da matriz de covariância Σ dos retornos:

$$\mu = -X^T m$$

$$\sigma^2 = X^T \Sigma X$$

A probabilidade de que $f(X, Y)$ não exceda um nível $a = VaR$ é:

$$\Psi(X, a) = \int_{f(X, Y) \leq a} p(Y) dy$$

Assume-se que $\Psi(X, a)$ é não decrescente e contínua em relação ao VaR, para simplificar a formulação matemática que segue para o cálculo do CVaR. Essa função determina o comportamento da variável aleatória e é fundamental para determinação do risco.

A um nível de probabilidade α entre (0,1), em que α pode assumir valores como $\alpha = 0.90$ ou $\alpha = 0.99$, por exemplo, o VaR e o CVaR podem ser definidos como:

$$a = VaR(X, \alpha) = \min\{a \in R: \Psi(X, a) \geq \alpha\}$$

$$F_\alpha(X, a) = CVaR(X, a) = a + \frac{1}{(1 - \alpha)} \int_{Y \in R^m} [f(X, Y) - a]^+ p(Y) dy$$

Em que:

$$[f(X, Y) - a]^+ = [t]^+ = \max\{0, t\}.$$

ROCKAFELLAR E URYASEV (2002) propuseram uma formulação matemática que transforma o problema do cálculo do CVaR em um problema de programação linear. O que o modelo propõe é uma maneira de discretizar a integral para facilitar uma aproximação do CVaR. Para isso, os autores sugerem o uso de amostras da distribuição de probabilidade de Y , de acordo com sua densidade $p(Y)$, que gerem vários vetores y_1, y_2, \dots, y_q . Além disso, associado à criação de cenários base, pode-se aplicá-lo para analisar e otimizar o risco de um portfólio com um grande número de ativos, tanto financeiros quanto não financeiros, sem muitos recursos computacionais. Portanto, levando em consideração a quantidade de cenários gerados (q) uma aproximação para a função $F_\alpha(X, a)$, é dada por:

$$F_\alpha(X, a) = CVaR(X, a) = a + \frac{1}{q(1 - \alpha)} \sum_{k=1}^q [f(X, Y_k) - a]^+$$

Substituindo o termo $[f(X, Y_k) - a]^+$ por variáveis auxiliares μ_k que obedece restrições que garantem que seu valor também seja igual a $\max\{0, t\}$, transforma-se a resolução do modelo em um problema de programação linear.

Pode ser descrito da seguinte forma:

$$\text{Min} \quad \tilde{F}_\alpha(X, a) = a + \frac{1}{q(1 - \alpha)} \sum_{k=1}^q \mu_k$$

Sujeito a:

$$x_j \geq 0 \text{ para } j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1$$

$$X^T Y \geq G$$

$$\mu_k + X^T Y_k + a \geq 0$$

$$\mu_k \geq 0, \quad k \in \{1, 2, \dots, q\}$$

Em que:

q é o número de cenários gerados

G é o retorno mínimo admitido

μ_k são as variáveis auxiliares que substituem $[X^T Y_k - a]^+$

A primeira restrição refere-se à exigência de que a alocação dos recursos nos ativos seja positiva, ou seja, não são consideradas posições vendidas.

A segunda garante que todo capital disponível será investido.

A terceira restrição impõe que só serão considerados portfólios que tenham um retorno mínimo R .

Por fim, a quarta e quinta restrições tratam da variável μ_k que deve ser positiva, obedecendo a relação descrita na quarta restrição.

A solução para o problema é a aproximação de $F_\alpha(X, a)$ por $\tilde{F}_\alpha(X, a)$ e posterior minimização dessa, que é uma função convexa, linear e diferenciável em relação a X e ao VaR e pode ser minimizada com métodos usuais de programação linear, o que torna sua implementação atrativa.

Apesar de não voltar atenção para o VaR diretamente, como o $CVaR \geq VaR$, o portfólio que minimiza esse primeiro tende a ser uma boa solução para o problema de minimização do último.

A transformação para uma programação linear do problema de minimização do CVaR não depende de que Y tenha uma distribuição normal previamente conhecida, o que torna o modelo vantajoso frente ao de Markowitz. Além disso, também é considerado um modelo mais robusto que o modelo VaR, já que o CVaR analisa melhor a cauda da distribuição de probabilidade dos retornos e, adicionalmente, inclui o cálculo do próprio VaR implícito nele próprio.

2.3.4 Modelo Proposto: Kriging

O modelo apresentado acima, o modelo CVaR, apresenta uma desvantagem: a sua dificuldade para aplicação prática. Isso acontece, pois para tornar o modelo em um problema de programação linear é necessária a inclusão de mais variáveis e restrições de acordo com o número de cenários, número esse que aumentam à medida que o tamanho da amostra gerada por simulação de Monte Carlo também cresce.

O presente trabalho tem como objetivo propor um modelo de otimização que visa diminuir o número de variáveis e o trabalho computacional para obter a composição da carteira ótima. Esse método busca a criação de uma superfície aproximada da função a ser minimizada.

Nos modelos apresentados nos itens anteriores utiliza-se o comportamento passado dos retornos dos ativos para representar o que acontecerá no futuro, considerando a matriz de covariância constante na geração e análise de cenários. Esse princípio também é utilizado nesse modelo, pois ele modela a cauda da distribuição, propondo uma aproximação da função da superfície, baseado nos dados históricos que servem de variável de entrada para a solução do problema.

Sabe-se que, para aproximar uma função, deve-se fazer uma escolha apropriada dos pontos da malha, ou seja, dos pontos que irão representar os dados no espaço. Existem diversas técnicas para aproximar a função de interesse, mas nesse trabalho será proposto o uso do Modelo Kriging, também conhecido como ajuste DACE (Design and Analysis of Computer Experiments). Essa técnica teve origem no estudo de problemas oriundos da geologia e é conhecida como Kriging (RIBEIRO e FERREIRA, 2004), que é um método de regressão usado em geoestatística para

aproximar ou interpolar dados (YIN, J e NG, 2011), também conhecido como “Processo Gaussiano de Regressão”.

Apesar desse método não ser tradicionalmente aplicado para problemas financeiros e inicialmente ter sido usado em problemas de concentração de minerais no solo, acredita-se que existem semelhanças nas duas aplicações que justificam o seu uso nesse trabalho. No caso da composição do solo há dificuldade de obtenção dos valores reais de composição em toda a região pesquisada. No problema do cálculo do CVaR, apesar de ser possível determinar seu valor para grande parte das configurações de carteira, o comportamento da função teórica dificulta sua otimização, sendo muitas vezes necessário um grande trabalho computacional de acordo com os modelos hoje existentes na literatura.

O Modelo Kriging propõe o ajuste da superfície de resposta dos dados coletados avaliando a função objetivo e as restrições do problema em alguns pontos determinados. Essa superfície de resposta é usada para análise das relações entre as variáveis de entrada e saída do problema bem como para a estimação do seu ótimo (JONES, SCHONLAU e WELCH, 1998).

Essa técnica tem sua função objetivo tratada como o resultado de um processo estocástico previamente definido, caracterizado por uma função de correlação entre os valores calculados em diferentes pares de pontos (JONES, SCHONLAU e WELCH, 1998). Costuma ser usada em casos em que o custo do cálculo da função objetivo é alto, não sendo esse, necessariamente, o caso do CVaR.

Considerando o vetor $X^i \in R^n$ ($i = 1, 2, \dots, n$) e o vetor $Y = \{y^1, y^2, \dots, y^q\} \in R^q$, em que n representa o número de ativos que compõe a carteira e q o número de pontos observados na malha, o ajuste DACE fornece uma aproximação polinomial da função $y^i = f(X^i)$ interpolando-a nos pontos observados através da equação:

$$y(X^i) = \mu + e(X^i)$$

Onde $e(X)$ são os erros aleatórios, correlacionados, normalmente distribuídos, com média zero e variância constante, σ^2 .

A correlação entre $e(X^i)$ e $e(X^j)$, citada acima, depende da distância entre os pontos. Ela será maior quando X^i e X^j forem próximos, ou seja, tenderá a um quando a distância for pequena e a zero se esses pontos da malha forem muito distantes. A covariância entre os erros é da forma:

$$\text{cov}\left(e(X^i), e(X^j)\right) = \sigma^2 \Sigma_{ij}$$

Em que Σ_{ij} é a correlação entre dois erros ($\Sigma_{ij} = R(\theta, d_h) = \text{corr}(X^i, X^j)$).

Consideram-se as seguintes funções de correlação (LOPHAVEN, NIELSEN e SONDERGAARD, 2002):

Tabela 5 : Funções correlação disponíveis na aplicação do Método Kriging

Correlação	Função
Exponencial	$R(\theta, d_h) = \exp(-\theta_h d_h)$
Gaussiana	$R(\theta, d_h) = \exp(-\theta_h d_h^2)$
Linear	$R(\theta, d_h) = \max\{0, 1 - \theta_h d_h \}$
Esférica	$R(\theta, d_h) = 1 - 1,5\xi_h + 0,5\xi_h^3,$ $\xi_h = \min\{1, \theta_h d_h \}$
Spline	$R(\theta, d_h) = \varsigma(\xi_h),$ $\xi_h = \theta_h d_h $

Fonte: elaborado pelo autor

O termo $d(X^i, X^j)$ refere-se à distância entre os pontos e não é baseado no modelo Euclidiano ($\sqrt{\sum_1^n (x_h^i - x_h^j)^2}$), como forma de tratar todos os pontos com o mesmo peso.

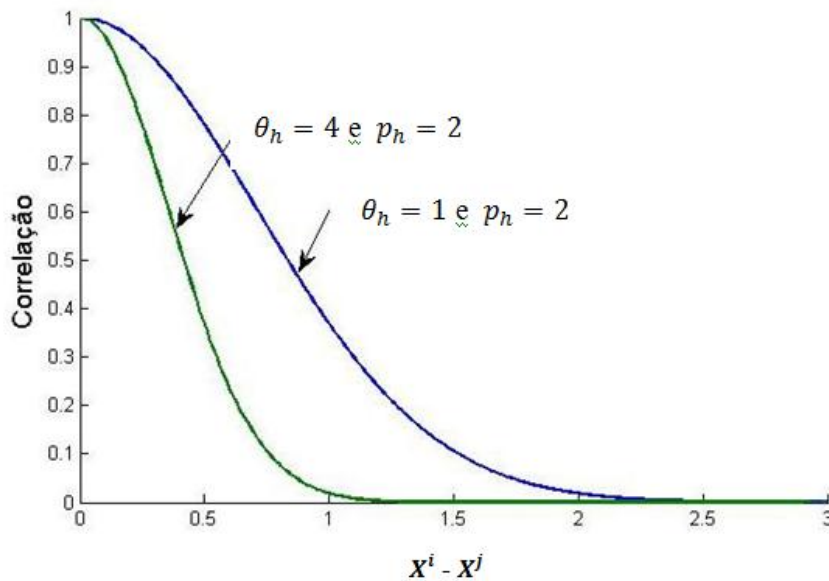
A medida dessa distância entre os dois pontos é uma função de parâmetros θ_h e p_h .

$$d(X_i, X_j) = \sum_{h=1}^n \theta_h |x_h^i - x_h^j|^{p_h}$$

Segundo JONES et al (1998), o parâmetro θ_h mede a influência ou “atividade” da variável x_h , ou seja, se a variável é “ativa”, isso significa que mesmo valores pequenos de $|x_h^i - x_h^j|$ podem influenciar em grandes diferenças nos valores das funções em X^i e X^j . Estatisticamente, quer dizer que mesmo valores pequenos de $|x_h^i - x_h^j|$ devem implicar em uma menor correlação entre os pontos X^i e X^j quanto maior o valor de θ_h .

Ainda segundo o mesmo autor, o expoente p_h está relacionado à suavidade da função em relação aos pontos h . Valores de $p_h = 1$ correspondem a funções menos suaves e $p_h = 2$ a funções mais suaves.

Figura 11: Parâmetros aplicados no Método Kriging



Fonte: adaptado de QUEIPO, 2002

Em uma abordagem similar a QUEIPO et al. (2002), adota-se $\theta_h = 1$ e $p_h = 2$. E, portanto, o estimador não viesado de mínimos quadrados para $\hat{f}(X^*)$ é dado por (RIBEIRO e FERREIRA, 2004), (LOPHAVEN, NIELSEN e SONDERGAARD, 2002).

$$\hat{f}(X^*) = \sum_{j=1}^m \beta_j^* f^j(X^*) + r' \Sigma^{-1} (y - F\beta^*)$$

Em que:

$$\beta = (F^T \Sigma^{-1} F)^{-1} F^T \Sigma^{-1} y$$

r é o vetor de correlações entre erros em relação ao ponto X^* e os demais pontos da amostra

Σ é a matriz de correlação entre os pontos da amostra

y é o vetor dos valores observados para o CVaR

F é a matriz com os valores das funções calculados nos pontos da amostra

O primeiro passo para a aplicação do modelo proposto relaciona-se a obtenção de uma amostra apropriada para o experimento. Como o objetivo do trabalho é analisar

o problema de composição de portfólio, os pontos da malha representam a porcentagem de alocação do capital investido em cada ativo. Por isso, esses assumem valores tal que $x_j \in [0,1]$.

A decisão do modo de geração dos pontos que serão utilizados para análise é importante como forma de aumentar a eficiência do método e reduzir a incerteza estatística desse. Pode-se citar três métodos principais para geração da amostra:

- 1) **Geração aleatória:** os pontos gerados são normalmente distribuídos no intervalo $[0; 1]$, tendo a sequência média zero e variância unitária;
- 2) **Geração determinística:** cada face do hipercubo $[0; 1]^n$ é subdividida em um determinado número de intervalos que dão origem a outros cubos cujos vértices são o pontos da amostra (RIBEIRO e FERREIRA, 2004);
- 3) **Geração por hipercubo latino:** garante que todas as porções do espaço estão sendo representadas. Primeiro determinam-se m intervalos não sobrepostos e com mesma probabilidade, depois é gerada uma amostra aleatória, uniformemente distribuída, em cada intervalo e em todas as dimensões para posterior seleção aleatória destes para compor o grupo de pontos para análise.

LOPHAVEN, NIELSEN e SONDEGAARD (2002) apresentam três modelos de regressão que podem ser utilizados para aproximar a superfície de resposta do problema. No primeiro aproxima-se a superfície ao valor de uma constante através de um polinômio de grau zero, a segunda opção é aproximá-la por um polinômio de grau um, representando uma regressão linear, ou, por último, uma regressão quadrática, utilizando um polinômio de grau dois. A abordagem proposta nesse trabalho irá utilizar a regressão linear, de forma a diminuir a complexidade do problema e facilitar a sua representação gráfica, portanto:

$$f_1(x) = 1, \quad f_2(x) = x_1, \dots, \quad f_{n+1}(x) = x_n$$

Definida a metodologia de geração da amostra, de correlação e regressão que serão utilizadas, o modelo segue com os seguintes passos:

- a) Um conjunto de pontos $\{X^i\}_{i=1}^q$ é gerado, de acordo com um dos métodos apresentados acima, obedecendo as seguintes restrições:

$$X^i \in \mathcal{R}^n \text{ e } 0 \leq x_j^i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n$$

- b) Para cada vetor X^i calcula-se $y^i = \text{CVaR}$;
- c) Para o conjunto de pontos X^i e y^i , determina-se a função aproximadora através do modelo Kriging, de acordo com o modelo de regressão e correlação escolhidos e também dos parâmetros θ_h, p_h e σ^2 ;
- d) Gera-se um novo conjunto de pontos $\{X^i\}_{i=1}^q$ obedecendo às mesmas restrições de forma a analisar o erro de estimação entre o valor dado pela função aproximada \hat{f} e o valor do CVaR de cada carteira.

De acordo com QUEIPO et al (2002), os benefícios de utilizar essa abordagem probabilística para modelar funções determinísticas consistem no fato de o modelo utilizar um estimador imparcial para a representação do problema e por fornecer o erro estimado da aproximação.

2.4 Seleção de Portfólio no Setor de Energia

Os fundamentos da Teoria Moderna da Gestão de Portfólio (i.e. uma carteira composta por ativos os quais possuam retornos negativamente correlacionados oferece uma melhor relação retorno – risco que uma carteira formada por apenas um ativo), introduzida por Harry Markowitz em 1952, também passaram a ser utilizados no setor de energia.

Essa utilização da teoria de Markowitz em um campo totalmente diverso daquele do mercado financeiro não é recente: foi introduzida pela primeira vez por BAR-LEV e KATZ (1976). Porém, resultados mais concretos foram obtidos por AWERBUCH e BERGER (2003), AWERBUCH (2006) e KREY e ZWEIFEL (2006) e acabaram por virar referência na literatura. De acordo com tais autores, o objetivo do estudo é selecionar a composição ótima da matriz energética de um país (ou continente, no caso da Europa), formada por diferentes tecnologias de produção, como por exemplo, a produção de energia eólica, a gás, nuclear, entre outras. Nesse contexto, o custo unitário de produção energética [kWh/\$] é considerado como o retorno do portfólio de energia e o desvio padrão deste retorno é tido como a medida de risco a ser mensurada.

LOSEKANN et al (2013) e DELARUE et al (2011) realizam uma abordagem similar: esses consideram como função objetiva do problema de otimização o custo unitário de produção energética [\$/kWh] e, o desvio padrão de tal custo, expressado como porcentagem do custo médio, como o risco associado a cada tecnologia, sendo que cada uma simboliza um ativo. A forma geral do problema pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & CUSTO(x) = \sum_1^n x_i UTCO_i \\
 \text{Subject to} \quad & (1) [x^t \Sigma x]^{1/2} \leq R \\
 & (2) \sum_1^n x_i = 1 \\
 & (3) x_n \geq 0, i = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

A função objetivo $CUSTO(x)$ representa o custo unitário total da produção energética em termos de vetor de decisão x , o qual representa a alocação em cada tecnologia na carteira de matriz energética. Notavelmente, o custo unitário total é expresso como a soma do custo unitário médio de cada tecnologia, simbolizado como $UTC Oi$ (*unit total cost*, do inglês) (DELARUE ET AL, 2011).

A *primeira restrição* do problema representa o desvio padrão (medida de risco utilizada) da carteira em função de x (alocação em cada tecnologia), sendo que Σ se refere à matriz de covariância entre os valores históricos do custo unitário. Essa restrição é parametrizada em R , o qual é o maior risco aceitável da carteira.

A *segunda restrição* garante a alocação total da oferta de energia provida pelas diferentes tecnologias estudadas.

Por fim, a *terceira restrição* assegura que não exista alocação negativa na carteira, já que existe uma restrição física para tal.

A fim de tornar o problema apresentado uma razoável representação da realidade, o $UTC O$ (custo unitário total) é decomposto em diversos componentes (DELARUE et al, 2011):

$$UTC O_i = \sum_k C_{i,k} = INVe_i + FU_i + FOMe_i + VOM_i$$

Sendo que:

$C_{i,k}$ representa o custo do componente k da tecnologia i [\$/kWh]

$INVe_i$ representa o custo de investimento da tecnologia i [\$/kWh]

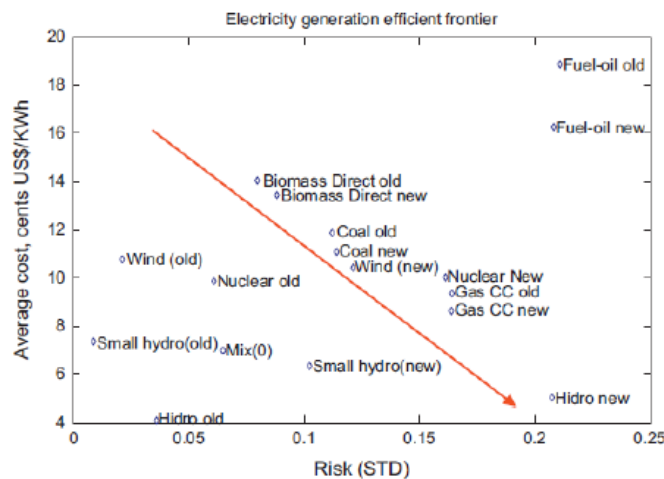
FU_i representa o custo de combustível da tecnologia i [\$/kWh]

$FOMe_i$ representa o custo fixo de Operação e Manutenção da tecnologia i [\$/kWh]

VOM_i representa o custo variável de Operação e Manutenção da tecnologia i [\$/kWh]

LOSEKANN et al. (2013) apresenta em seu estudo um gráfico de dispersão relacionando o custo unitário médio de produção energética com o desvio padrão desse custo, expresso como porcentagem da médio do custo, para múltiplas tecnologias disponíveis no mercado brasileiro. Tais resultados são apresentados na Figura 12.

Figura 12: Custo Médio e Risco (Desvio Padrão) para diferentes tecnologias

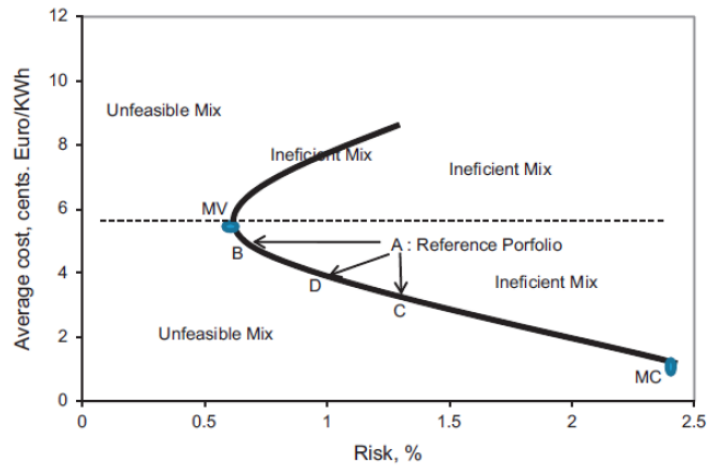


Fonte: adaptado de LOSEKANN, 2013

É possível perceber que existe uma correlação negativa entre o custo unitário médio com o desvio padrão desse custo. Essa correlação é análoga à relação clássica entre risco versus retorno, a qual diz que quanto maior o risco incorrido pelo investidor, maior também é o retorno exigido pelo mesmo. No caso do setor de energia, porém, como o objetivo é minimizar a variável custo (e não maximizar o retorno), essa relação se inverte, ou seja, para um risco maior (desvio padrão, no caso) é exigido um custo de produção energética menor.

Ainda nesse âmbito, vale dizer que o conflito entre minimizar ambos o custo unitário médio de produção energética de uma carteira com múltiplas tecnologias e seu respectivo risco (desvio padrão, por exemplo) pode ser representado pela Fronteira Eficiente de Pareto para conflitos objetivos (PAPALAMBROS, 2000), exibido na Figura 13.

Figura 13: Fronteira Eficiente de Pareto para objetivos conflitantes



Fonte: adaptado de PAPALAMBROS, 2000

Alternativamente ao problema de otimização apresentado acima, é equivalente apresentá-lo de outra forma (BARROSA, 2015). Segundo o autor, é conveniente reescrever a função objetivo do problema como sendo função do risco da carteira de matriz energética, sujeito a uma restrição parametrizada que represente o maior custo unitário médio aceitável. Assim, o problema é formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 &\text{Min} && \text{RISCO} \\
 &\text{Subject to} && (1) \sum_1^n UTCO_i \leq C \\
 & && (2) \sum_1^n x_i = 1 \\
 & && (3) x_n \geq 0, i = 1, \dots, n
 \end{aligned}$$

Essa nova forma de representar o problema de otimização da matriz energética possibilita o uso de diferentes medidas de risco e, portanto, será implementado nesse presente trabalho, já que serão utilizados, além do desvio padrão, outras medidas de risco, como o Valor em Risco (VaR) e o Valor em Risco Condicional (CVaR).

3 METODOLOGIA

Neste capítulo é apresentado, primeiramente, a motivação da escolha do setor de energia analisado nesse presente trabalho e suas principais características. Em seguida, é detalhada a medida de custo utilizada, o LCOE (Levelized Cost of Energy, do inglês). É apresentada também a base de dados escolhida para a aplicação do método proposto (Método Kriging). Finalmente, é demonstrado como simulações de Monte Carlo foram utilizadas de modo a auxiliar na preparação desses dados.

3.1 Setor de Energia dos Estados Unidos

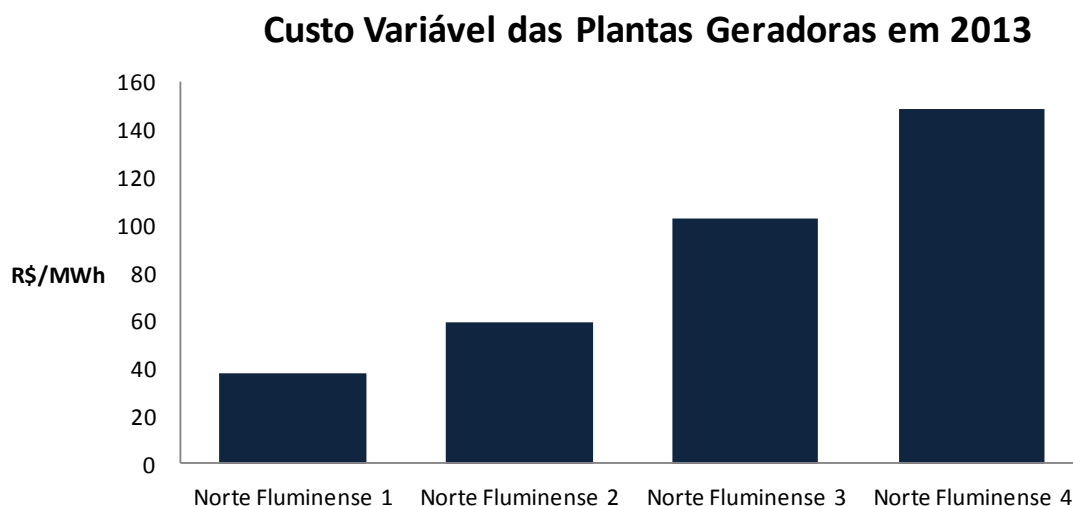
3.1.1 Motivação

A ideia original desse presente trabalho era analisar o mercado de energia do país de origem do autor, ou seja, o Brasil. Porém, algumas limitações e percalços surgiram durante a etapa de coleta de dados:

- 1) Existe no Brasil uma grande falta de dados públicos referente aos custos de geração de energia. Vale dizer que o principal órgão regulador do setor de energia do país, a ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica), não fornece dados das plantas geradoras de energia, já que a maior parte delas pertence à iniciativa privada, a qual não é obrigada por lei a disponibilizar tais dados.
- 2) Ainda em relação às empresas privadas responsáveis pela administração de plantas geradoras de energia, sejam elas provenientes de concessões governamentais, ou até mesmo de propriedade das próprias empresas, procurou-se entrar em contato com as mesmas para obter dados, como, por exemplo, de custos de operação e manutenção, fator importante do custo total de uma planta geradora. Infelizmente, muitas delas optam por não divulgar tais dados, alegando que preferem manter sigilo em relação a tais números, o que dificulta enormemente a realização de uma pesquisa acadêmica.
- 3) Políticas governamentais, tanto federais, quanto estaduais, de subsídios e incentivos são muito frequentes no Brasil. Um dos motivos pelo qual isso acontece é porque o Estado, por motivos políticos, tem o interesse de possuir forte influência no setor energético do país. O governo o faz, por exemplo, através de um controle de preços de combustíveis, o que, consequentemente,

impacta diretamente nos custos de uma planta geradora de energia. Esse intervencionismo estatal prejudica lógicas de mercado, ou seja, “leis” básicas da economia, como as da oferta e demanda são deixadas no segundo plano: empresas passam a priorizar ações que se beneficiem de incentivos governamentais. Isso tudo acaba por prejudicar a implementação do modelo proposto nesse presente trabalho, o Método Kriging, já que esse modelo não se baseia em ações governamentais arbitrárias e sim, se utiliza de lógicas de mercado, como a relação custo – retorno. A título de exemplo desse tipo de ação por parte do Estado, é possível verificar na F o custo variável médio de geração de energia de quatro usinas localizadas no estado do Rio de Janeiro. Apesar de possuírem exatamente a mesma tecnologia geradora, apresentam custos de geração muito diferentes. Isso pode ser explicado pelo fato que as usinas foram construídas em datas diversas e em cada data em que seu contrato foi assinado o governo possuía uma política de subsídios diferentes, causando evidentemente uma disparidade nos custos de geração.

Figura 14: Custo variável das plantas geradoras Norte Fluminense em 2013



Fonte: adaptado de www.aneel.gov.br

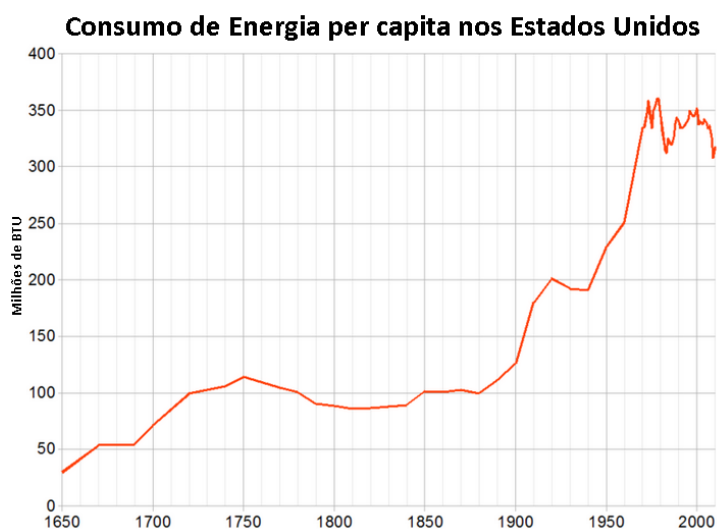
Assim sendo, o presente trabalho tem como objetivo analisar o mercado de energia dos Estados Unidos. Isso, pois existe uma grande disponibilidade de dados desse mercado, principalmente por órgãos governamentais que consolidam informação,

como o Departamento de Energia dos Estados Unidos (DOE) e a Agência de Informação de Energia dos Estados Unidos (EIA). Além disso, esse mercado também possui como característica um forte liberalismo econômico, em que forças de mercado influenciam custos e preços de geração. Portanto, o modelo proposto nesse trabalho se torna válido e, conseqüentemente, uma potencial ferramenta no auxílio da formulação de políticas energéticas.

3.1.2 Principais Características

Os Estados Unidos são o segundo maior produtor e consumidor de energia do mundo, atrás apenas da China. O país consome aproximadamente 20% da produção mundial de energia do mundo e, notavelmente, possui papel relevante no setor energético global. Fica evidente a partir da Figura 15 que nos últimos séculos o consumo de energia per capita aumentou expressivamente. Porém, é importante perceber também que nas últimas décadas houve uma diminuição do consumo per capita, a qual pode ser explicada por tecnologias mais eficientes no quesito energético, um grande aumento da população e políticas ambientais em prol da diminuição do consumo de energia.

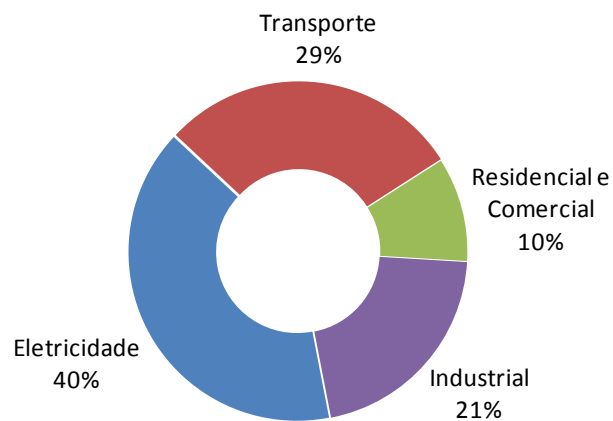
Figura 15: Consumo de energia per capita nos Estados Unidos



Fonte: adaptado de Electric Power Annual, 2015

É possível verificar na Figura 16 que o setor responsável pelo maior consumo de energia do país é justamente o elétrico, o qual é, aliás, o setor a ser analisado nesse presente trabalho.

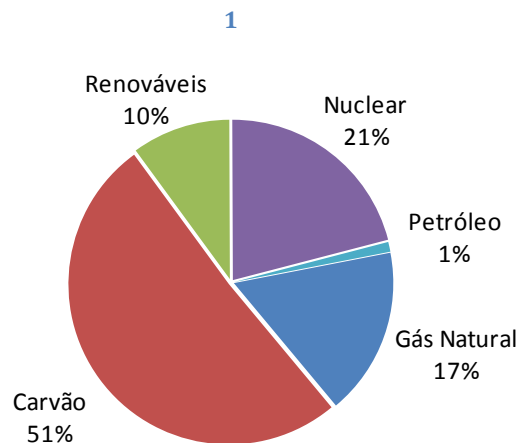
Figura 16: Participação de cada setor no consumo de energia nos Estados Unidos



Fonte: adaptado de Electric Power Annual, 2015

É importante também definir quais são as principais fontes geradoras de energia do setor elétrico dos Estados Unidos, o que é exibido na Figura 17. Percebe-se que aproximadamente metade da energia elétrica é proveniente de tecnologias que se utilizam do carvão como fonte geradora.

Figura 17: Matriz energética dos Estados Unidos

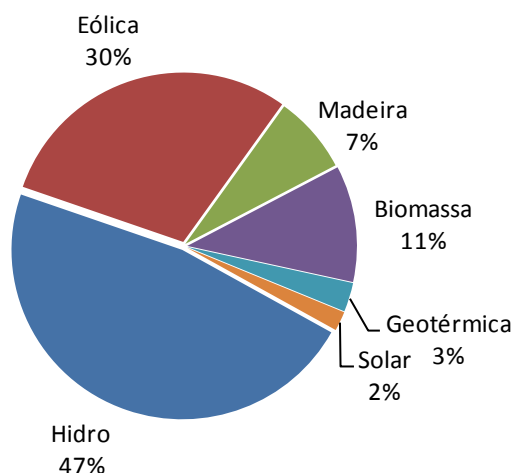


Fonte: adaptado de Electric Power Annual, 2015

Vale ressaltar também a maior importância de tecnologias renováveis: segundo a Agência de Informação de Energia dos Estados Unidos (EIA), em 2003 as fontes renováveis de energia representavam 6% da matriz energética do país e em 2015, por sua vez, respondem por 10% da produção total de energia elétrica do país.

Dado o aumento da importância das fontes renováveis no país, é importante também detalhar quais são as principais tecnologias renováveis utilizadas, o que pode ser verificado na **Error! Reference source not found.**

Figura 18: Participação das tecnologias renováveis nos Estados Unidos



Fonte: adaptado de Electric Power Annual, 2015

Destacam-se as tecnologias hidro, eólica e biomassa, as quais representam quase 90% da produção total renovável do país. Pela sua relevância, essas três tecnologias, juntamente com a tecnologia solar (essa, cada vez mais presente em estudos acadêmicos), foram as tecnologias renováveis escolhidas para serem analisadas nesse presente trabalho.

3.2 LCOE

A medida de custo a ser utilizada nesse presente trabalho é o LCOE (*Levelized Cost of Energy*, do inglês). O LCOE é uma medida conveniente para comparar a competitividade geral de diferentes tecnologias de geração energética. Ele representa o custo por megawatt hora (em termos reais) de construção e operação de uma planta geradora em um ciclo financeiro e um ciclo de operação previamente definidos.

Os principais parâmetros necessários para se calcular o LCOE são o custo de capital, custo de combustível, custos fixos e variáveis de manutenção e operação, custo de financiamento, e uma assumida taxa de utilização da tecnologia geradora. Assim sendo, de maneira geral, é possível notar que:

$$LCOE = f(\text{Custo de Capital}, O\&Mf, O\&Mv, \text{Combustível}) \left[\frac{R\$}{MWh} \right]$$

Antes de demonstrar a sua formulação geral, é importante primeiro definir o CRF (*Capital Recovery Factor*, do inglês), que é um fator utilizado para tornar anual o custo de capital, ou seja, os custos incorridos durante o investimento em capital fixo de uma planta. Esse, dependendo da tecnologia adotada, pode representar uma parte importante do custo total da geração energética. O CRF é calculado da seguinte forma:

$$CRF = \frac{D * (1 + D)^N}{((1 + D)^N - 1)}$$

Em que:

D é igual a taxa de desconto em que os fluxos de receita são descontados a Valor Presente. Essa taxa é diferente para cada tecnologia.

N representa o tempo de atividade de uma planta geradora.

Assim sendo, podemos agora definir a cálculo do LCOE:

$$LCOE = \frac{CC * CRF * (1 - I * DPV)}{FC * (1 - I)} + \frac{O\&Mf}{FC} + O\&Mv + \text{Combustível} \\ * TA \left[\frac{R\$}{MWh} \right]$$

Em que:

CC representa o custo de capital para se construir uma planta geradora de energia. Em outras palavras, é o investimento em capital fixo necessário na construção de uma planta.

I é o imposto (em %) aplicado pelo governo.

DPV representa o valor presente da depreciação da planta.

FC representa o fator capacidade, o qual é definido como a proporção entre a produção efetiva da planta geradora e a capacidade total máxima neste mesmo período.

O&Mf representa os custos fixos de operação e manutenção.

O&Mv representa os custos variáveis de operação e manutenção.

Combustível representa o custo incorrido com a aquisição de combustível.

TA representa a taxa de aquecimento, ou seja, a eficiência da usina na conversão de combustível em energia elétrica.

É importante salientar que o peso de cada parâmetro varia entre cada tecnologia. Por exemplo, no caso das gerações solar e eólica, o custo de combustível é igual a zero e os custos com operação e manutenção são relativamente pequenos. Ainda, nesses casos, o custo com capital é o que representa a maior parcela do LCOE, já que essas plantas requerem altos investimentos para serem concluídas. Por sua vez, no caso de tecnologias como gás, isso se inverte: o fator que possui o maior peso do custo total é o combustível.

3.3 Obtenção dos Dados

3.3.1 Base de Dados Utilizada

Os dados utilizados na análise desse trabalho foram coletados no “*Transparent Cost Database*”, a qual é uma base de dados pública que reúne dados provenientes de diversas fontes, tanto acadêmicas, quanto de órgãos governamentais, como o Departamento de Energia dos Estados Unidos (DOE), a Agência de Informação de Energia dos Estados Unidos (EIA), a Agência de Proteção Ambiental dos Estados Unidos (EPA), entre outros.

Os dados coletados são estimativas para o LCOE de diversas tecnologias nos Estados Unidos nos próximos vinte e cinco anos, ou seja, de 2016 a 2040. Nesse presente trabalho, serão analisadas as principais tecnologias utilizadas na geração de energia

no mercado dos Estados Unidos. São elas: solar, eólica, hidro, biomassa, nuclear, gás e carvão. A Tabela 6 apresenta o número de dados coletados para cada tecnologia.

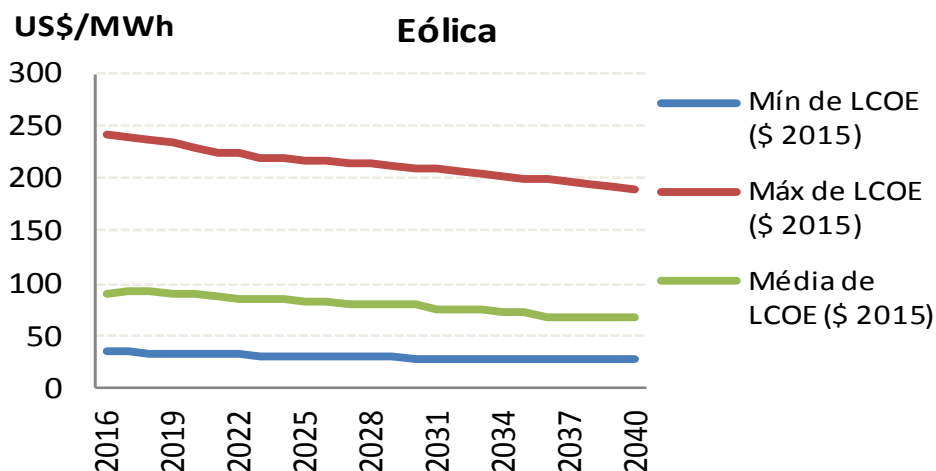
Tabela 6: Número de dados coletados para cada tecnologia

Tecnologia	Número de Dados Coletados
Solar	692
Eólica	795
Hidro	114
Biomassa	350
Nuclear	131
Gás	207
Carvão	524
Total	2813

Fonte: elaborado pelo autor

Com o intuito de comparar de modo correto as estimativas das diversas fontes apresentadas na base de dados, as quais foram realizadas em anos diversos, procurou-se ajusta-las ao valor atual da moeda dos Estados Unidos (país em que é realizado o estudo). Isso foi feito através do ajuste pela inflação incorrida nesse país desde a data em que foi realizada a estimativa até a data atual (i.e. 2015). Os valores das estimativas para o LCOE já ajustado pela inflação da tecnologia eólica são apresentados na **Error! Reference source not found.** Por conveniência de exibição, as estimativas para o LCOE das outras seis tecnologias estudadas são apresentadas no Anexo A.

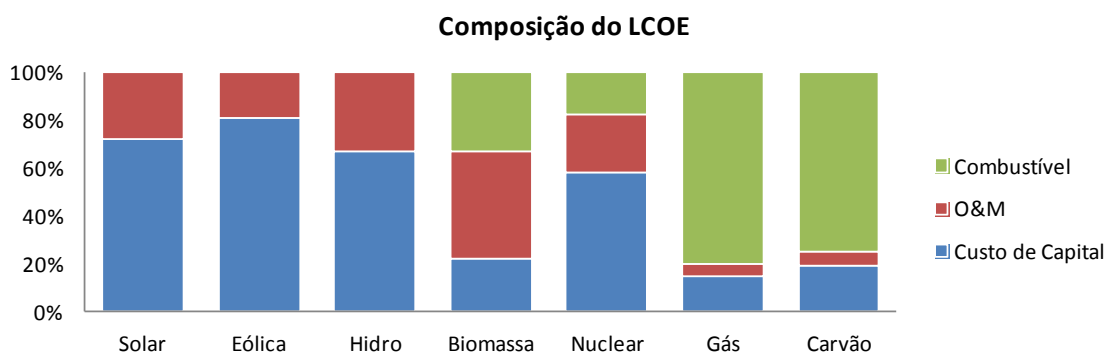
Figura 19: Estimativa do custo da tecnologia eólica até 2040



Fonte: elaborado pelo autor

Além dos valores totais do LCOE, foram extraídos também da base de dados os fatores que o compõe, ou seja, o custo capital, o custo com operação e manutenção e o custo de combustível. É possível observar na Figura 20 a composição do LCOE para cada tecnologia estudada.

Figura 20: Composição do custo de cada tecnologia



Fonte: elaborado pelo autor

A Figura 20 comprova o que foi explicitado no capítulo anterior, já que é possível observar que, no caso das tecnologias eólica e solar, o parâmetro com maior peso no custo total é justamente o custo de capital. Já no caso de tecnologias como o gás e o carvão, pelo contrário, o fator de custo mais relevante é o combustível. Vale dizer também que a geração de energia a partir da biomassa é um caso especial, em que o maior peso de custo é o fator Operação e Manutenção.

3.3.2 Simulação de Monte Carlo

É importante lembrar que na aplicação do método proposto, o Método Kriging, como dados de entrada do modelo, são necessários diferentes cenários para a variável escolhida (o LCOE, no caso). Isso faz com que o modelo seja mais preciso e, portanto, seja válido. Como os pontos obtidos a partir da base de dados não foram muitos (em média 16 pontos para cada ano), considerou-se importante gerar mais pontos para cada analisado. Assim sendo, a solução encontrada foi realizar simulações de Monte Carlo, de modo a gerar mais pontos baseados nas características dos já existentes.

GLASSERMAN (2003) define o Método de Monte Carlo como sendo um método estatístico que se baseia em uma amostragem aleatória e utiliza-se de probabilidades heurísticas, com o objetivo de obter resultados numéricos. O autor define também uma classe particular desse tipo de método, chamada de Movimento Browniano. A ideia dessa classe de métodos é gerar caminhos aleatórios a partir de parâmetros estatísticos previamente conhecidos. Na sua forma mais simples, a partir de um dado ponto, gera-se um novo ponto com o auxílio de uma variável aleatória. A formulação genérica do Movimento Browniano é:

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + \sqrt{t_{i+1} - t_i} Z_{i+1} \quad , \quad i = 0, \dots, n - 1$$

Em que:

$X(t)$ representa o valor simulado no ponto t .

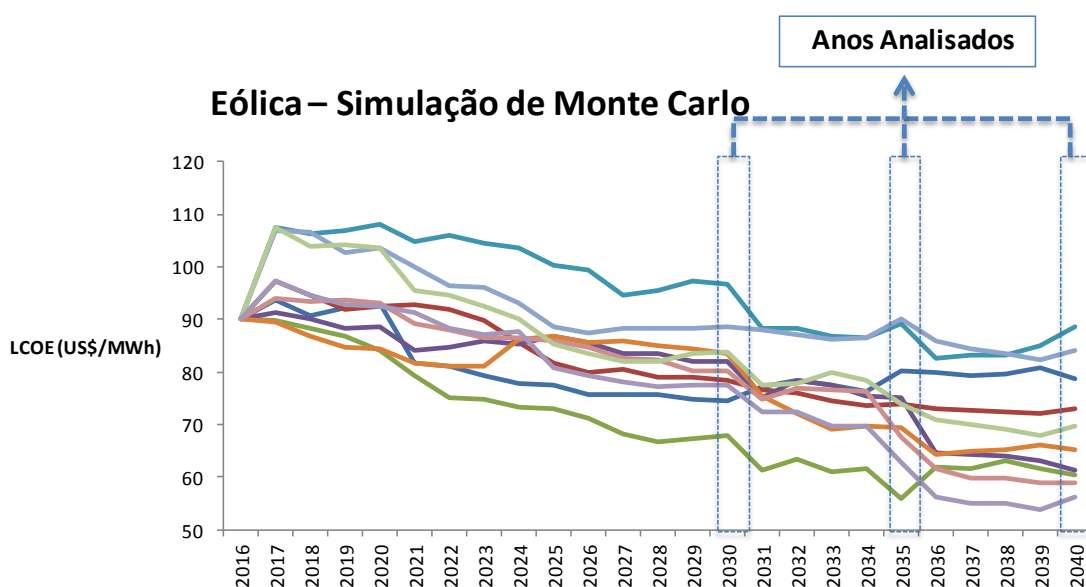
Z_i representa uma variável aleatória independente com distribuição normal padronizada, ou seja, média igual a 0 e desvio padrão igual a 1.

No caso de uma amostra com média μ para cada ponto t e com desvio padrão σ para cada ponto t , o qual é o caso exato do presente trabalho (o ponto t representa o ano e a média e o desvio padrão do LCOE são calculados a partir da base de dados, para cada ano), pode-se formular (GLASSERMAN, 2003):

$$X(t_{i+1}) = X(t_i) + \mu(t_i)(t_{i+1} - t_i) + \sigma(t_i)\sqrt{t_{i+1} - t_i} Z_{i+1} \quad , \quad i = 0, \dots, n - 1$$

A partir dessa equação e da simulação de Monte Carlo são gerados caminhos aleatórios para o LCOE entre 2016 e 2040 para cada uma das sete tecnologias estudadas. Foram obtidos mil cenários, sendo que cada cenário representa um caminho aleatório. A título de exemplo, são demonstrados na Figura 21 dez caminhos aleatórios para a tecnologia eólica. Por conveniência de exibição, as simulações de Monte Carlo para as outras seis tecnologias estudadas são apresentadas no Anexo B.

Figura 21: Dez exemplos de simulação de Monte Carlo para a tecnologia eólica

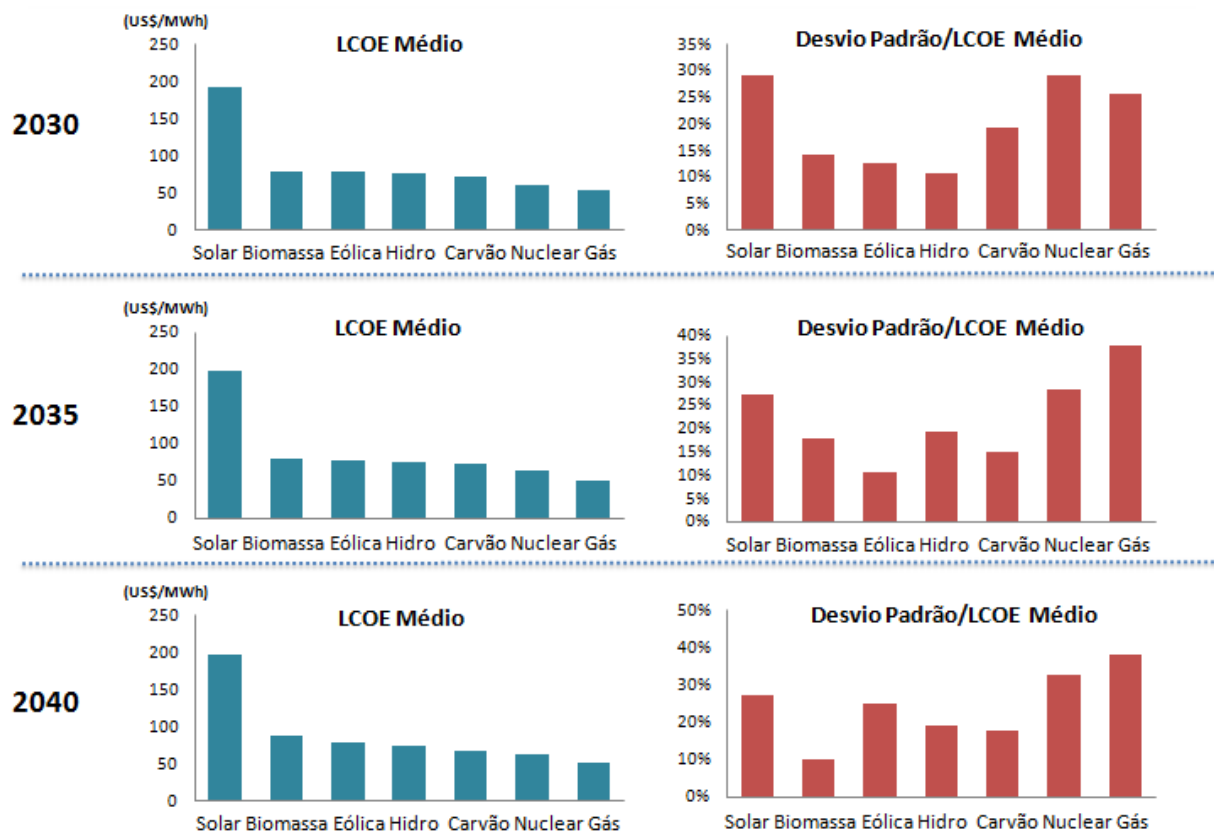


Fonte: elaborado pelo autor

Vale dizer que nesse presente trabalho serão analisadas a composição da matriz energética e seu respectivo custo para três anos específicos: 2030, 2035 e 2040. O ano de 2030 foi escolhido como sendo o primeiro ano analisado, pois uma das motivações desse trabalho é criar um método que auxilie na tomada de decisões de políticas voltadas a otimização da matriz energética de um país e, para isso, seus formuladores precisam possuir uma visão de longo prazo a respeito do tema e também, claro, devem possuir um espaço de manobra para realizar eventuais projetos e planejamentos. Considera-se, portanto, quinze anos um intervalo de tempo justo para tais tomadas de decisão serem realizadas.

Os resultados das simulações de Monte Carlo realizadas são resumidos na Figura 22

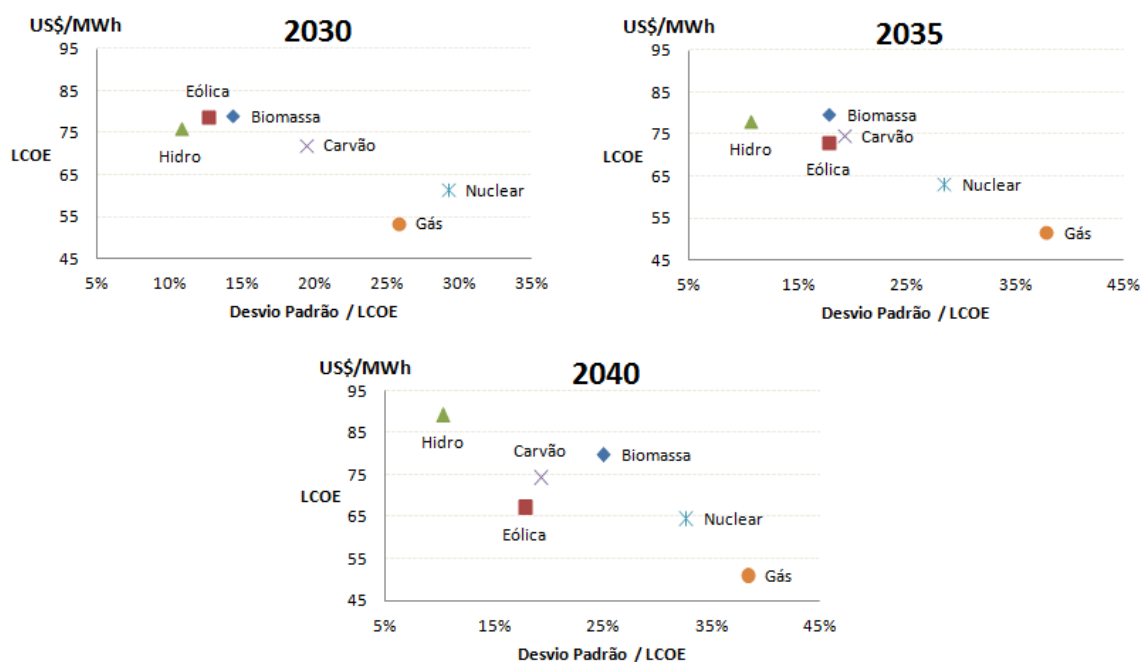
Figura 22: LCOE médio e Risco (desvio padrão/LCOE médio) para os anos 2030, 2035 e 2040



Fonte: elaborado pelo autor

Além disso, a partir das simulações de Monte Carlo é possível obter também um gráfico de dispersão para cada ano relacionando o custo (LCOE) médio com o desvio padrão de cada tecnologia, o que fornece uma ideia geral da situação de cada ano. Esses gráficos são demonstrados na Figura 30. Vale notar que a tecnologia solar foi omitida, de modo a facilitar a compreensão do gráfico, já que seu custo é muito maior que o custo das demais tecnologias.

Figura 23: Gráficos de dispersão para seis das tecnologias analisadas nos anos de 2030, 2035 e 2040



Fonte: elaborado pelo autor

A partir das Figuras 22 e 23, é possível perceber que a tecnologia geradora de energia que utiliza o gás como insumo é a que apresenta, em todos os anos, o menor custo (menor LCOE). Por outro lado, a tecnologia com maior custo (excluindo a solar) difere de ano pra ano, sendo em 2030 a eólica, em 2035 a biomassa e, finalmente, em 2040 novamente a eólica. Aliás, observando a Figura 22 fica claro que a tecnologia solar apresenta um custo muito maior que as demais. Uma conclusão preliminar desse fato é que esta tecnologia não será considerada no modelo, já que não apresenta uma boa relação risco versus retorno.

É interessante notar que, como já dito em um capítulo anterior, o LCOE apresenta uma correlação negativa com o desvio padrão (risco). Por exemplo, a tecnologia gás apresenta sempre o menor custo total, porém é uma das tecnologias com maior risco (desvio padrão). O fato de não existir uma tecnologia dominante (i.e. com menor custo e menor risco) em relação às outras (excluindo a tecnologia solar), ou seja, não existir uma escolha óbvia, acaba por tornar o modelo proposto de grande utilidade no auxílio de tomada de decisões na formulação de políticas voltadas à otimização da matriz energética.

4 RESULTADOS

Esse trabalho se propõe a aplicar uma nova metodologia para aproximar a solução do problema de composição ótima de portfólios de matriz energética de um país através (i) da simulação para obtenção de valores conhecidos de uma dada função $Risco(x)$, e (ii) da interpolação destes dados conhecidos através do Método Kriging, para posterior otimização.

Nesta seção, ilustra-se primeiramente a seleção da amostra e da função correlação a serem utilizadas durante as simulações. Em seguida, é realizada a aplicação proposta a um portfólio de matriz energética, composto por sete tecnologias (solar, eólica, nuclear, gás, carvão, biomassa e hidro), utilizando três medidas de risco como função objetivo do problema: (i) Variância (σ^2), (ii) Valor em Risco (VaR) e (iii) Valor em Risco Condicional (CVaR).

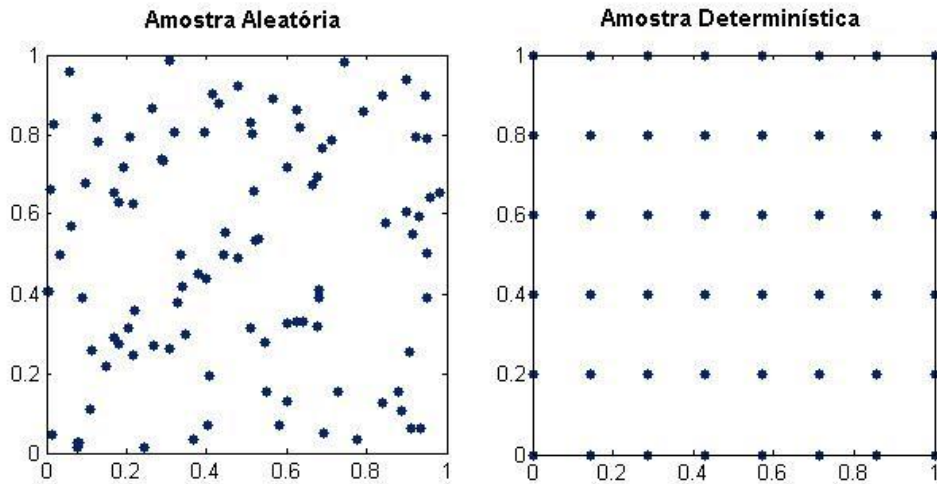
4.1 Seleção da Amostra e da Função Correlação

Foram descritos no item 2.3.4 três métodos principais para geração da amostra de pontos necessários para aplicação do experimento: aleatória, determinística e por hipercubo latino. Devido à semelhança dos dois últimos, será feita uma análise entre o ajuste fornecido por uma amostra aleatória e uma determinística. Essa análise visa determinar a influência da seleção de pontos do *grid* na eficiência da solução do Método Kriging.

No caso da amostra aleatória, os pesos de cada uma das sete tecnologias são gerados de maneira aleatória, tal que $0 \leq x_j^{(i)} \leq 1$ e $\sum_{i=1}^7 x_i = 1$. Já no caso da amostra determinística, os valores de $x_j^{(i)}$ são obtidos de forma que estivessem igualmente espaçados no domínio da função, formando hipercubos de igual dimensão restringindo o domínio da função $Risco(x)$.

A Figura 24 representa as duas técnicas de amostragem previamente descritas e utilizadas para simulação, relaxando-se a condição $\sum_{i=1}^7 x_i = 1$ e aplicadas a dois ativos obtidos arbitrariamente, a fim de facilitar sua representação em \mathcal{R}^2 .

Figura 24: Exemplo de amostra aleatória e amostra determinística



Fonte: adaptado de BARROSA, 2015

Outro parâmetro importante para a aplicação do Método Kriging é a quantidade de cenários utilizados no processo de simulação. No caso da amostra aleatória, o número de pontos é definido arbitrariamente. Na amostra determinística, por sua vez, o tamanho da amostra varia tanto com a quantidade de ativos (tecnologias no caso do presente trabalho), quanto com o espaçamento definido entre os pontos do grid de simulação. Assim, dados n ativos que compõem o portfólio, uma distância d entre os pontos simulados para um dado ativo, e definindo-se $k = d^{-1}$, o tamanho da amostra, respeitando a restrição $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ determinística será dado por (BARROSA, 2015):

$$q = \binom{k+n-1}{k} = \frac{(k+n-1)!}{k!(n-1)!}$$

Com o intuito de se verificar qual será o tipo de amostra utilizado no trabalho, o modelo proposto foi aplicado para o ano de 2030 com diferentes tipos de amostra, tanto aleatório, quanto determinístico e seus respectivos Erros Quadráticos Médios (i.e. $MSE = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q [f(x) - \hat{f}(x)]^2$; isso para as três medidas de risco a serem estudadas. Os resultados são exibidos na Tabela 7: Erro quadrático médio para diferentes amostras no ano de 2030. Vale notar que no caso da amostra determinística, um espaçamento igual a 0,2 (i.e. $d = 0,2$) gera 669 pontos, um

espaçamento igual a 0,2 gera 3.003 pontos e, finalmente, um espaçamento igual a 0,05 gera um total de 53.130 pontos.

Tabela 7: Erro quadrático médio para diferentes amostras no ano de 2030

	Erro Quadrático Médio (MSE) - 2030					
	Amostra Aleatória			Amostra Determinística		
	669 pontos	3.003 pontos	53.130 pontos	d=0,2	d=0,1	d=0,05
Desvio Padrão	8,4E-02	2,7E-02	3,1E-03	1,1E-02	7,8E-04	8,2E-05
VaR	4,3E-02	1,2E-02	8,6E-04	2,3E-03	5,3E-05	1,1E-05
CVaR	3,1E-02	9,2E-03	6,3E-04	4,9E-03	8,0E-05	7,8E-06

Fonte: elaborado pelo autor

Percebe-se que o Método Kriging é sensível ao critério de seleção da amostra utilizada para o ajuste. A Tabela 7 mostra que quando aplicado a uma amostra de pontos aleatórios, o método apresenta erros maiores se comparados à sua aplicação a um conjunto de pontos equidistantes que têm o intuito de abranger todo o espaço da malha. Fica claro também que conforme o número de pontos simulados aumenta, o erro quadrático médio diminui.

Nesse trabalho, portanto, será utilizada a amostra determinística com espaçamento igual a 0,1. Esse espaçamento foi escolhido, pois nota-se que o ganho de precisão com o espaçamento de 0,05 não é tão grande e, vale lembrar, que existe um *trade-off* entre o ganho de precisão e eficiência computacional, o que justifica a escolha do espaçamento de 0,1.

Na etapa anterior (i.e. escolha do tipo de amostra) foi utilizada a função de correlação Gaussiana para aplicar o Método Kriging. No entanto, dentre os métodos de correlação possíveis, apresentados por LOPHAVEN, NIELSEN E SONDEGAARD (2002) e citados no item 2.3.4, faz-se necessária uma análise de qual função de correlação melhor se ajusta aos dados obtidos.

Para tal análise, se utiliza do mesmo método anterior, ou seja, aplica-se o modelo proposto para o ano de 2030 com amostra determinística (espaçamento de 0,1) com todos os tipos de funções de correlação existentes e calcula-se o Erro Quadrático Médio de cada simulação. Os resultados são exibidos na Tabela 8.

Tabela 8: Erro quadrático médio para diferentes funções correlação no ano de 2030

Função de Correlação	Erro Quadrático Médio (MSE) - 2030				
	Exponencial	Gaussiana	Linear	Esférica	Spline
Desvio Padrão	1,3E-04	7,8E-04	1,7E-03	3,3E-02	7,1E-04
VaR	5,9E-06	5,3E-05	7,2E-05	8,2E-03	1,1E-04
CVaR	1,1E-06	8,0E-05	2,6E-04	5,9E-03	9,6E-05

Fonte: elaborado pelo autor

Pode-se perceber na Tabela 8 que a simulação que apresentou o menor MSE para as três medidas de risco foi aquela que se utilizou da função de correlação Exponencial e, portanto, é considerada a mais adequada a ser aplicada nesse trabalho.

4.2 Aplicação do Método Kriging

No item anterior foi realizado um estudo para definir os melhores parâmetros de entrada para a aplicação do método em questão (i.e. seleção da amostra e da função correlação).

Sabe-se que esse modelo que interpola os dados é função da amostra de pontos da malha que serão utilizados e respectivos valores de resposta (Risco(x)), do tipo de regressão e correlação escolhida e do valor de θ . Definimos os parâmetros de entrada tais que:

- A amostra composta pela combinação das sete tecnologias foi gerada por um processo determinístico o qual divide o *grid* em k intervalos equidistantes, definindo o que é chamado de passo, ou seja, a distância d entre dois valores consecutivos para $x_j^{(i)}$;
- O método de regressão escolhido foi o linear, o qual utiliza um polinômio de grau um para aproximar a função;
- O modelo de correlação escolhido foi o Exponencial, pois esse fornece uma melhor aproximação da função, baseado na análise do valor do Erro Quadrático Médio;
- A definição do modelo de correlação implica na determinação do valor de p_h , que no caso da correlação exponencial equivale a 2;

- Numa abordagem similar a QUEIPO (2002), será utilizado $\theta = 1$.

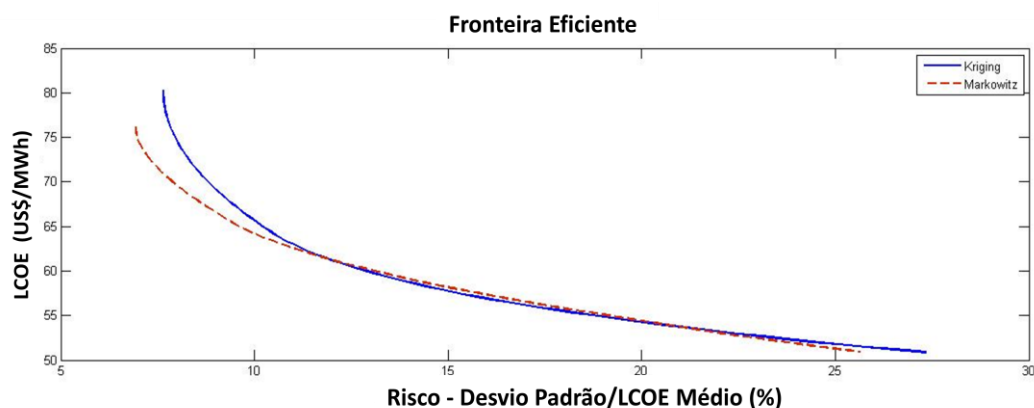
O próximo passo é aplicar o modelo proposto com os dados de entradas definidos acima para as três medidas de risco citadas anteriormente, a Variância, o VaR e o CVaR. Vale notar que no caso da Variância, será realizado um controle do experimento, de modo a validar o método proposto. Isso será feito aplicando o Modelo de Markowitz, descrito no item 2.3.1, e comparando o resultado com aquele fornecido pelo Método Kriging.

4.2.1 Variância

Nesta e nas próximas duas seções (i.e. seções 4.2.2 e 4.2.3) os resultados obtidos através de simulação no software MATLAB serão exibidos na forma de fronteira eficiente (i.e. Fronteira de Otimalidade de Pareto) e como composição da matriz energética ótima para diferentes níveis de risco.

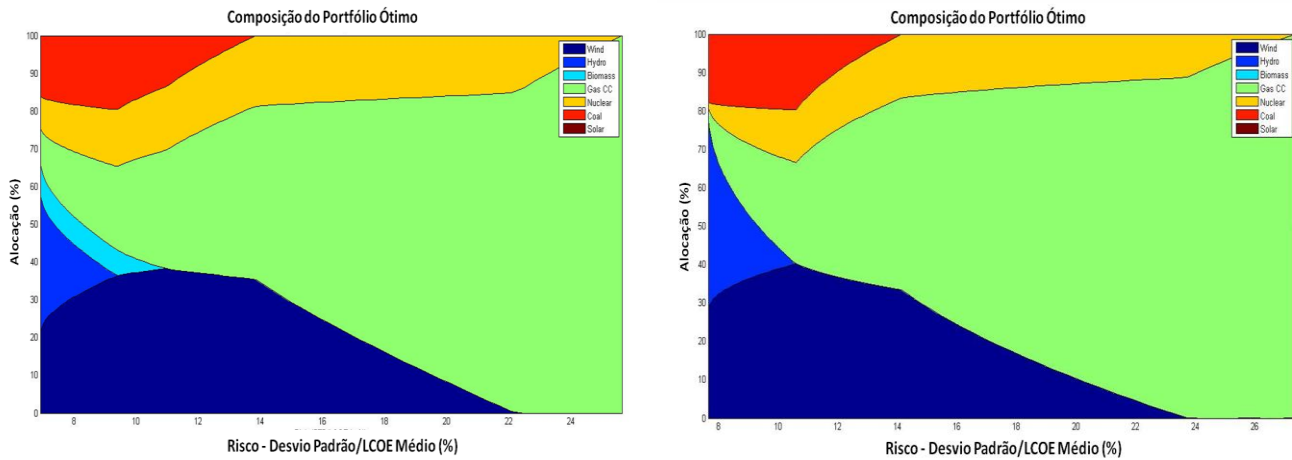
Primeiro, o Método de Markowitz e o Método Kriging são aplicados com os mesmos dados de entrada para o ano de 2040, de modo a validar o método proposto. Vale lembrar que o Método de Markowitz utiliza como medida de risco a variância (aqui exibido na forma de desvio padrão). A Figura 25 exhibe as duas fronteiras eficientes obtidas e a Figura 26 demonstra as composições do portfólio ótimo para o Método de Markowitz e o proposto, respectivamente.

Figura 25: Fronteira eficiente no ano de 2040 para os Métodos Markowitz e Kriging



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 26: Composição do portfólio ótimo para o ano de 2040, segundo os Métodos Markowitz e Kriging, respectivamente

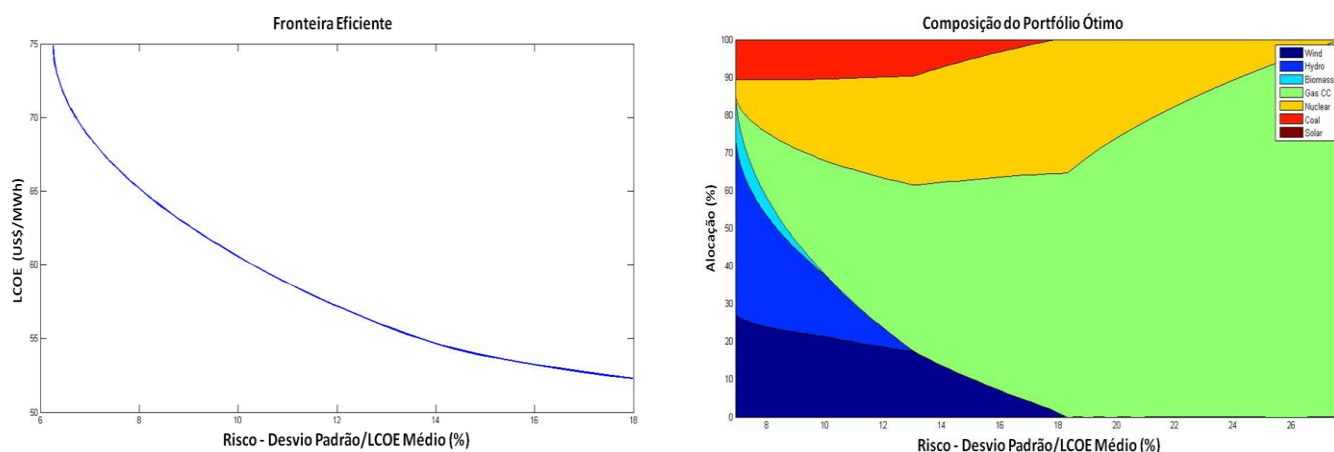


Fonte: elaborado pelo autor

Como pode ser observado, o modelo proposto se mostrou muito semelhante ao modelo original de Harry Markowitz, tanto na fronteira eficiente, quanto na composição de portfólio ótimo. Vale lembrar, nessa etapa do trabalho, que o Método Kriging é um método robusto, no sentido de que ele permite considerar diferentes medidas de risco e quando aplicado a medidas de risco de cauda, como é o caso do VaR e do CVaR, fornece uma eficiência computacional maior se comparado às técnicas tradicionais de seleção de portfólio (i.e. Modelo VaR e Modelo CVaR).

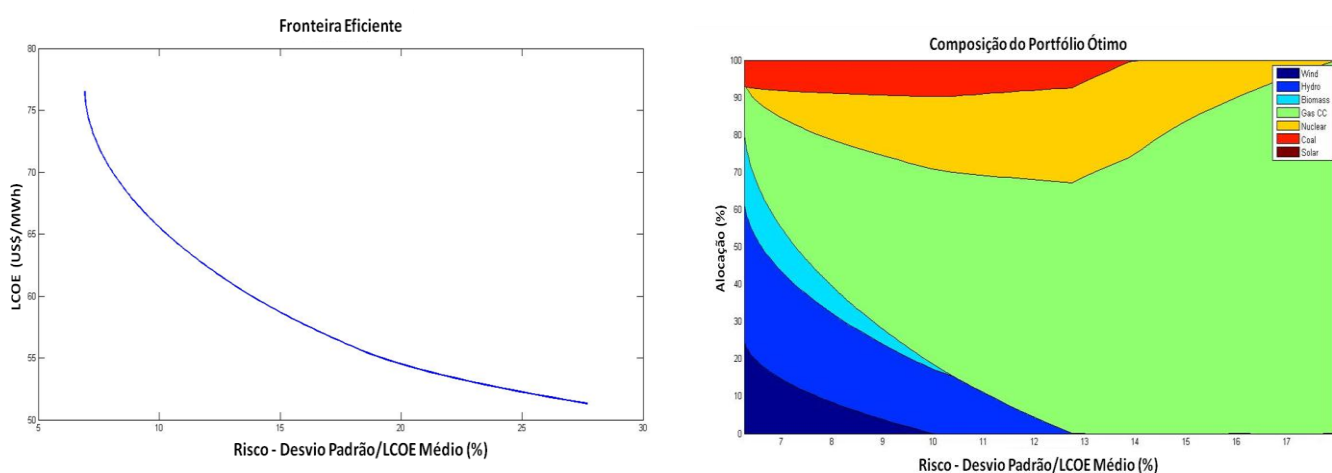
Segue-se com a aplicação do Método Kriging para os anos de 2030 e 2035, sempre com os parâmetros de entrada descritos no início desta seção, se utilizando do desvio padrão como medida de risco e para um portfólio de matriz energética composto por sete tecnologias (solar, eólica, biomassa, nuclear, hidro, carvão e gás).

Figura 27: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2030, considerando o Desvio Padrão como medida de risco



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 28: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2035, considerando o Desvio Padrão como medida de risco



Fonte: elaborado pelo autor

Como pode ser observado, os resultados para os três anos (i.e. 2030, 2035 e 2040) se mostraram semelhantes, porém não iguais, como era esperado, já que ao longo de dez anos é praticamente impossível que surjam tecnologias tão inovadoras a ponto de mudar totalmente a estrutura de custo de uma tecnologia.

Em relação às semelhanças, nota-se nos gráficos relativos à fronteira eficiente que, como observado no item 2.4, o custo (i.e. LCOE) ótimo é correlacionado negativamente com o desvio padrão da carteira. Isso é explicado pelo fato de que é

exigido (pelo formulador de política monetária, no caso) um custo menor para um dado nível de risco mais acentuado. Agora, no caso dos gráficos das composições ótimas de portfólio, observa-se uma alocação total nas carteiras de alto risco na tecnologia gás. Isso se dá, pois essa tecnologia apresenta um custo menor que as demais, porém com um risco (desvio padrão, no caso) maior, impedindo que haja grande alocação em uma carteira de baixo risco. Também, como previsto, a tecnologia solar não foi alocada em nenhum dos portfólios, já que não apresenta uma relação risco-retorno adequada (i.e. maior custo e maior risco).

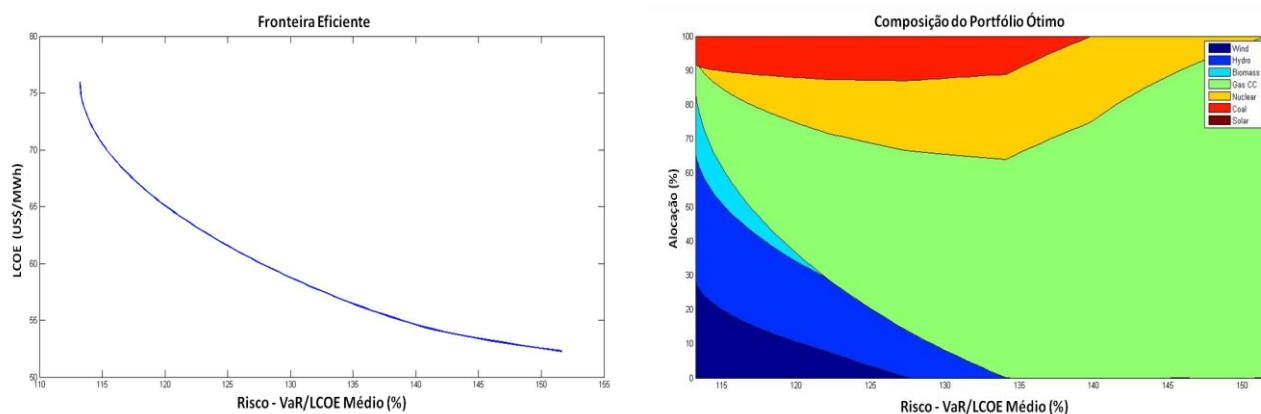
É importante notar que a teoria da diversificação de carteiras pode ser observada nos três anos em que foi realizada a simulação. Em outras palavras, a teoria de MARKOWITZ (1952) é válida para esse conjunto de dados: é possível minimizar o risco de uma carteira (minimizando o risco específico da mesma) através de uma diversificação de ativos.

Agora, em relação às diferenças das simulações dos três anos analisados, pode ser visto que há uma maior alocação da tecnologia hidro em carteiras de baixo risco ao longo dos anos. Isso pode ser explicado pelo fato que essa tecnologia se manteve num patamar de risco baixo, apesar de um alto custo, diferentemente de outras tecnologias, como a eólica que possui um custo total elevado (altos custos de capital) e apresentou um aumento no seu risco ao longo dos anos. Outro argumento para explicar tal fato é que a tecnologia hidro apresenta maiores riscos durante a sua fase de construção (riscos esses, ambientais e trabalhistas), fazendo com que a mesma seja mais alocada em portfólios de períodos mais distantes temporalmente. Além disso, observa-se também um maior peso da tecnologia nuclear no portfólio, o que pode ser dado por: (i) menores custos com aquisição do minério de urânio e (ii) menores riscos ambientais e/ou regulatórios, diminuindo o risco de se gerar energia através dessa tecnologia.

4.2.2 Valor em Risco (VaR)

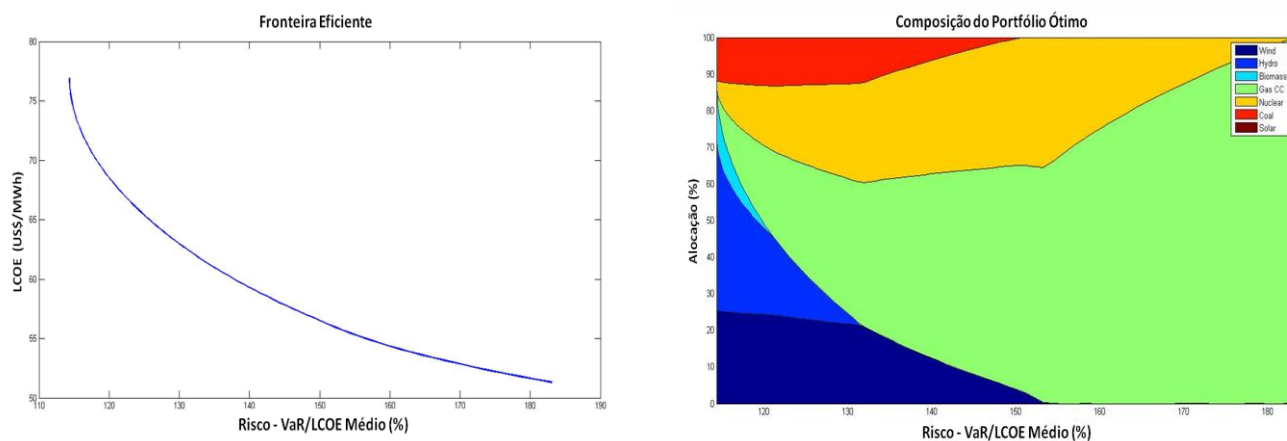
Nessa etapa do trabalho, segue-se com a aplicação do Método Kriging com os mesmos dados de entrada utilizados na etapa anterior, mas agora utilizando o Valor em Risco (VaR) como medida de risco. Novamente, os resultados serão exibidos na forma de fronteira eficiente e composição de portfólio ótimo.

Figura 29: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2030, considerando o VaR como medida de risco



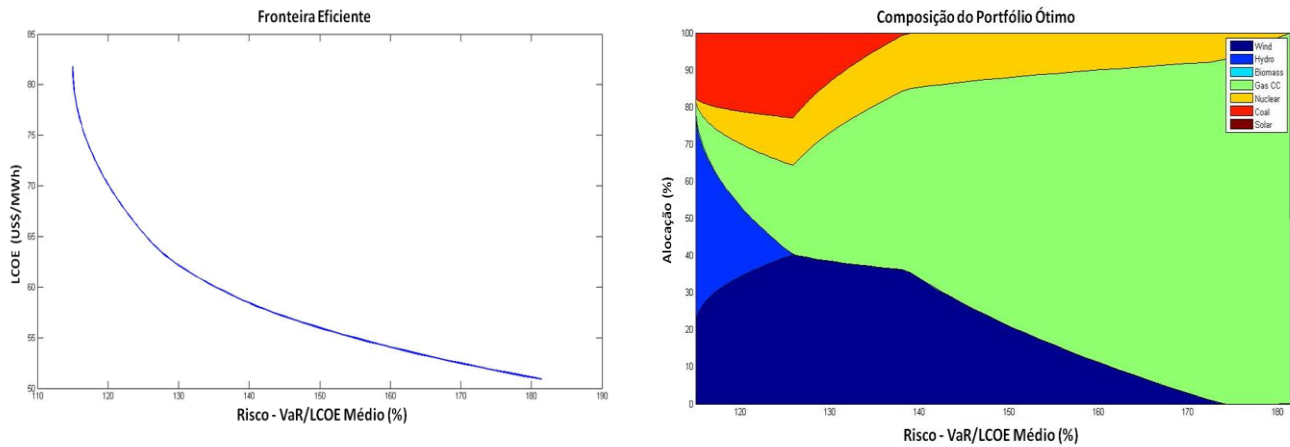
Fonte: elaborado pelo autor

Figura 30: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2035, considerando o VaR como medida de risco



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 31: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2040, considerando o VaR como medida de risco



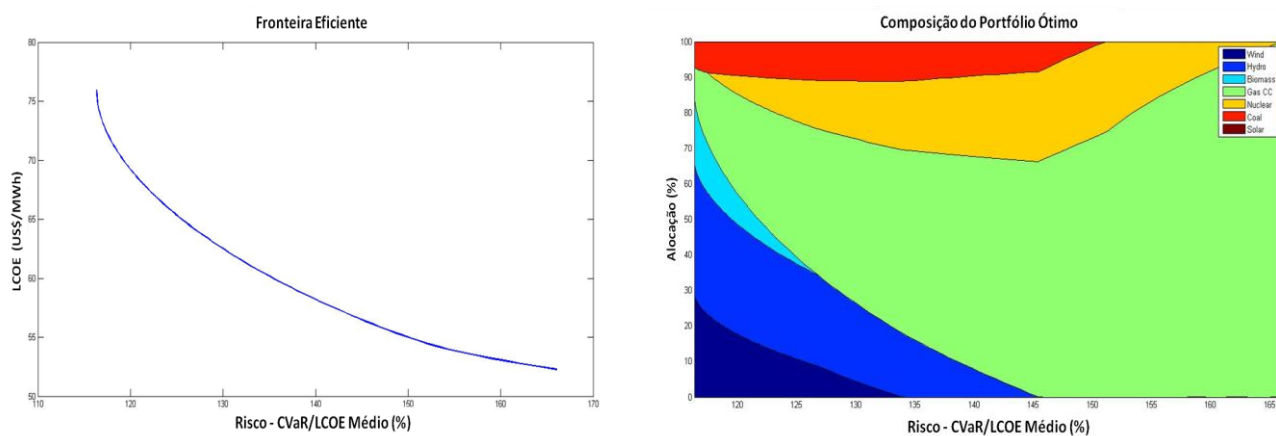
Fonte: elaborado pelo autor

É possível perceber que apesar da forma geral dos gráficos serem os mesmos, existem algumas diferenças entre a aplicação do método com o uso do Valor em Risco (VaR) e a Variância como medidas de risco. Primeiramente, vale destacar que o risco demonstrado na fronteira eficiente, para um dado custo (i.e. LCOE) é maior, já que o VaR é uma medida de cauda de risco e, captura, portanto, eventos esporádicos (mas não irrelevantes) e de rara ocorrência. Agora, no caso dos gráficos que demonstram as composições ótimas de portfólio, carteiras ideais de baixo risco do ano de 2030 apresentaram uma maior alocação em tecnologia eólica em detrimento da biomassa. Isso pode ser explicado pelo fato de que o VaR, por ser uma medida de risco, captura eventos esporádicos. Vale dizer que no uso da tecnologia de biomassa, greves e reivindicações de trabalhadores são relativamente comuns de ocorrerem, pois é necessário o uso de mão de obra intensiva. Além disso, questões ambientais também se realizam com maior frequência com o uso da biomassa, já que com a tecnologia eólica não é utilizado nenhum combustível.

4.2.3 Valor em Risco Condicional (CVaR)

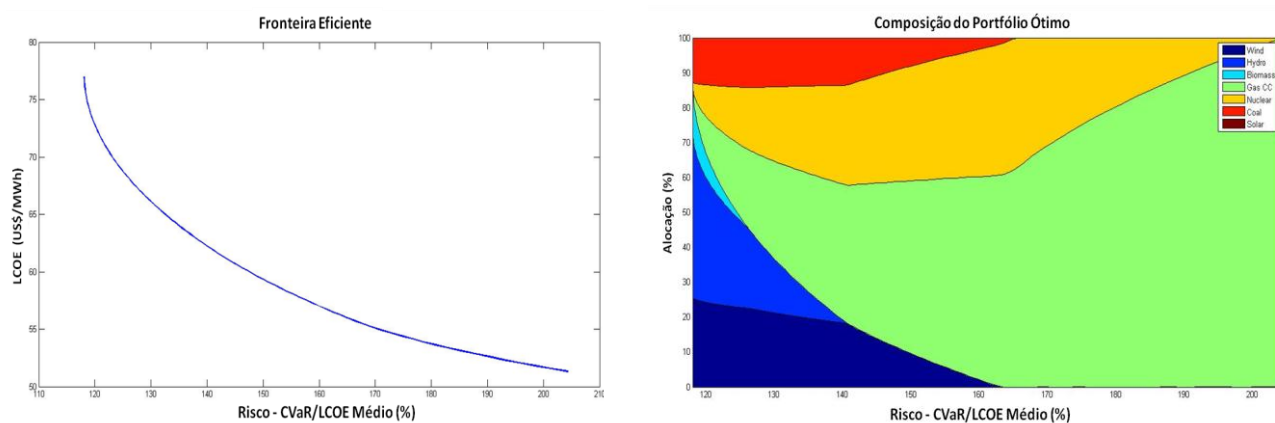
Por fim, o Método Kriging é aplicado com o Valor em Risco Condicional (CVaR) sendo utilizado como medida de risco. Novamente, os mesmos parâmetros de entrada são utilizados.

Figura 32: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2030, considerando o CVaR como medida de risco



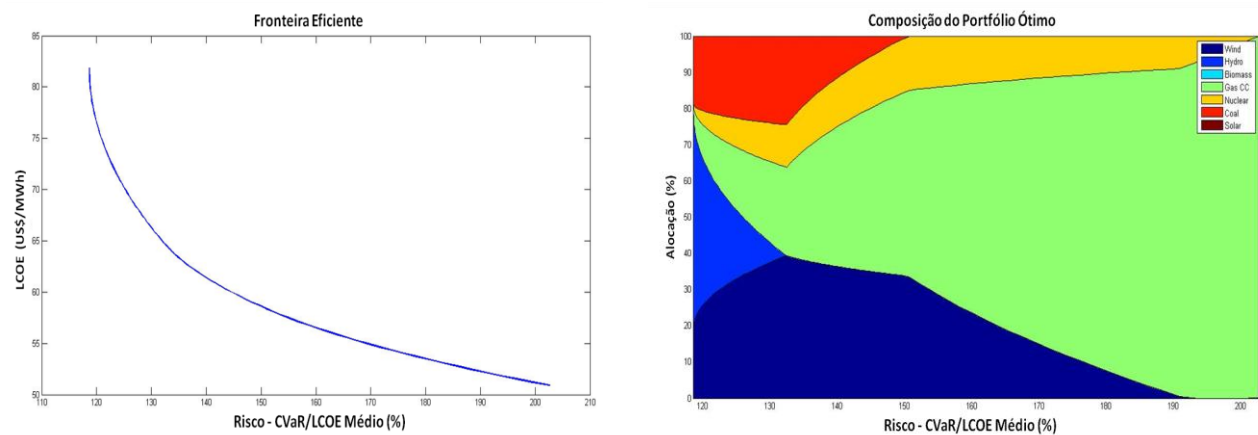
Fonte: elaborado pelo autor

Figura 33: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2035, considerando o VaR como medida de risco



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 34: Fronteira eficiente e composição do portfólio ótimo para o ano de 2040, considerando o CVaR como medida de risco



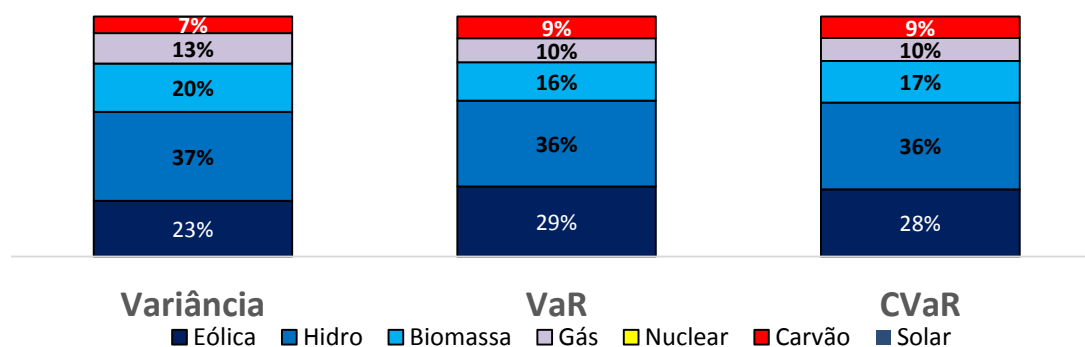
Fonte: elaborado pelo autor

É interessante notar que os resultados obtidos nessa etapa (i.e. uso do CVaR como medida de risco) são muito semelhantes com os obtidos quando o VaR foi utilizado, já que os dois são medidas de risco de cauda e, portanto, ambos capturam eventos esporádicos. Vale notar que no caso da fronteira eficiente, para um mesmo nível de custo (i.e. LCOE), o CVaR apresenta um risco maior que o VaR. Isso se dá pelo fato que, por definição, o CVaR é a média dos valores que excedem o VaR, o que explica tal constatação. Finalmente, é importante salientar que as leves alterações nos gráficos das composições de carteiras ótimas (comparando as carteiras que utilizam o CVaR com aquelas que utilizam o VaR como medida de risco) são explicadas pelo fato que o CVaR captura eventos mais drásticos, os quais o VaR não consegue capturar. Nesse sentido, o CVaR se mostra eficiente, já que os formuladores de políticas energéticas devem levar em consideração tais eventos no momento de montar o portfólio de matriz energética de um país.

4.2.4 Composição do Portfólio de Mínimo Risco

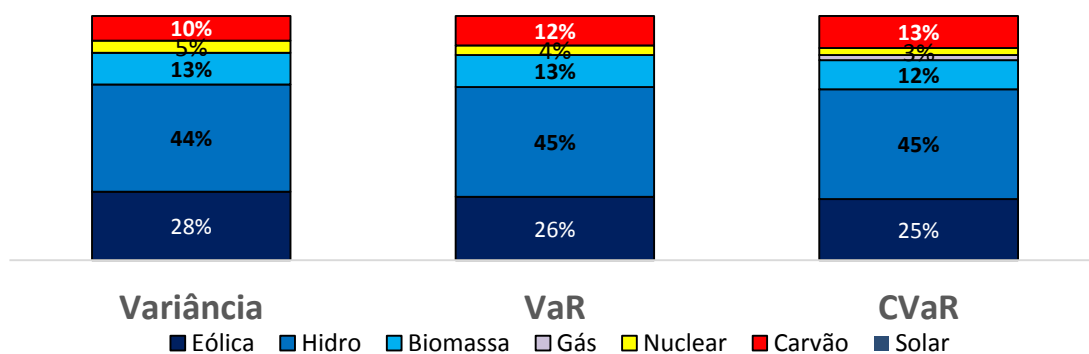
Nesse item do trabalho são exibidas as carteiras ótimas de cada ano referentes ao mínimo risco passível de ser alcançado por tal carteira. Esse portfólio se mostra importante, pois, muitas vezes, é justamente ele que se pretende atingir ao se utilizar da diversificação de ativos.

Figura 35: Composição da carteira de mínimo risco para o ano de 2030



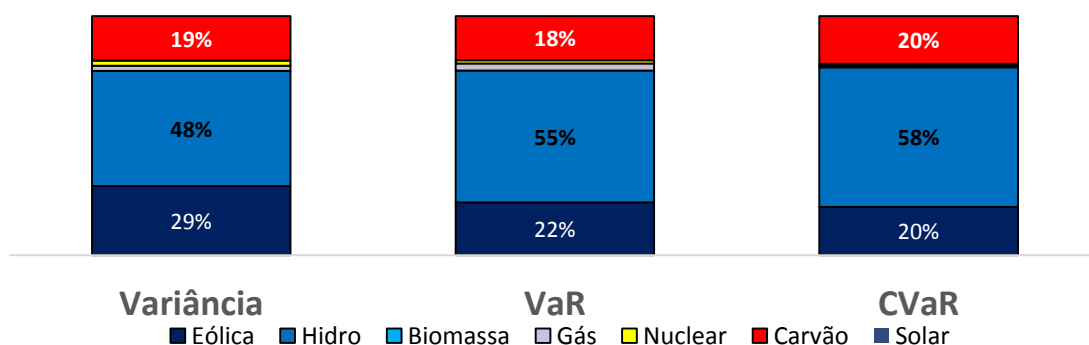
Fonte: elaborado pelo autor

Figura 36: Composição da carteira de mínimo risco para o ano de 2035



Fonte: elaborado pelo autor

Figura 37: Composição da carteira de mínimo risco para o ano de 2040



Fonte: elaborado pelo autor

Novamente, constata-se que as carteiras possuem alocações similares, com leves alterações. Primeiro, é possível perceber que existe uma tendência ao longo dos anos, para as três medidas de risco utilizadas: uma maior alocação em tecnologia hidro em detrimento da tecnologia eólica. Como já explicado, essa tendência se deve ao fato de que é estimado que ocorra uma redução dos riscos associados à implementação da tecnologia hidro, já que os maiores riscos ocorrem no período inicial do projeto, podendo ser tanto ambientais, quanto trabalhistas. Segundo, uma diminuição da alocação em tecnologia que se utiliza do gás natural como fonte geradora de energia,

pois é estimado que o risco atrelado à essa tecnologia aumente. Por fim, vale salientar que as diferenças observáveis entre a carteira da variância e a do VaR e do CVaR existem, pois as duas últimas conseguem capturar efeitos adversos que impactam no custo de uma tecnologia geradora energética.

5 Conclusões

Esse trabalho buscou utilizar um método de seleção de portfólio capaz de otimizar a relação entre risco e retorno do portfólio de matriz energética de um país. Foram escolhidas sete tecnologias de geração energética para compor a carteira, sendo que os dados analisados se referem aos Estados Unidos.

Primeiramente apresentou-se a Teoria Moderna de Gestão de Carteiras, criada por Markowitz em 1952, que figura como a primeira formulação apresentada na literatura considerada eficiente para a maximização da função utilidade de um portfólio. A partir disso foi possível aprofundar a análise e apresentar outros modelos, que surgiram posteriormente e que utilizam outras medidas de risco, diferente da variância utilizada pelo modelo de Markowitz.

O VaR e o CVaR surgiram na literatura como medidas de risco que suprem as deficiências indicadas para a variância, sendo o CVaR considerado uma medida de risco mais completa por ser coerente, de acordo com Artzner et al (1999), e também por analisar a cauda da distribuição de probabilidade (ROCKAFELLAR e URYASEV, 2002).

Portanto, foram estudados a Variância, o VaR e o CVaR como medidas de risco utilizadas para avaliar a relação risco e retorno nos problemas de otimização de matriz energética. No caso do VaR e do CVaR, ao explicitar seus modelos tradicionais, observou-se que é exigida uma alta complexidade para otimizá-los, decorrente do grande número de variáveis e restrições exigidas, o que acaba por torna-los pouco convenientes da ótica computacional.

Para contornar essas dificuldades, foi proposta a aplicação do método Kriging, também conhecido como ajuste DACE, muito usado para resolução de problemas da engenharia (QUEIPO, et al., 2002). Esse método cria uma superfície de resposta suavizada a partir de amostra previamente definida. Isso faz com que o problema seja simplificado, sem perder a validade, o que acarreta na grande diminuição da necessidade de capacidade computacional para resolução do problema.

Assim sendo, baseado em estimativas realizadas por órgãos públicos norte-americanos, simulações de Monte Carlo foram geradas e o Método Kriging foi

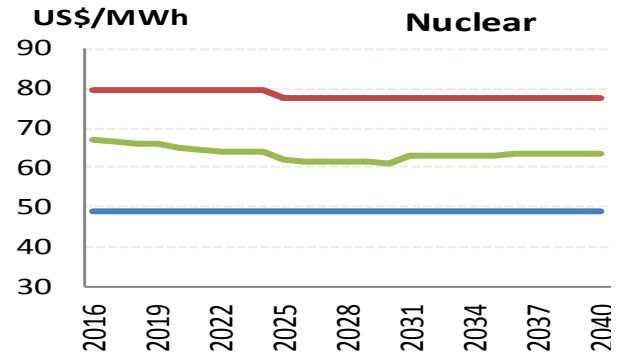
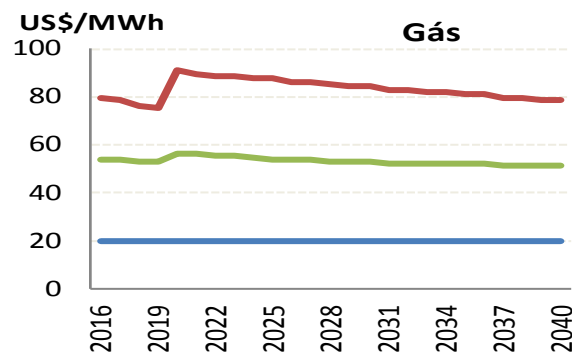
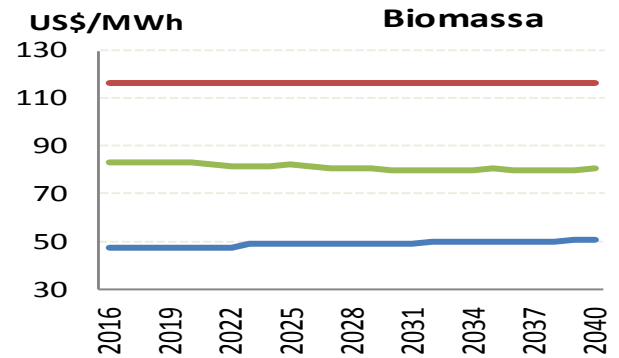
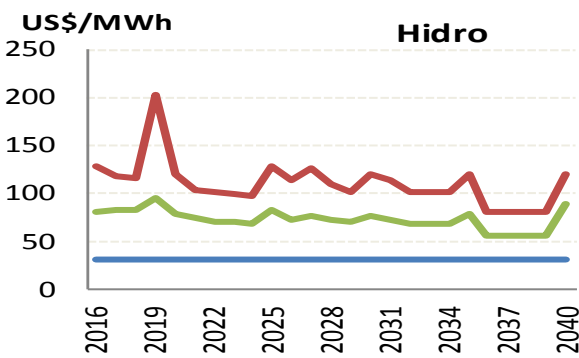
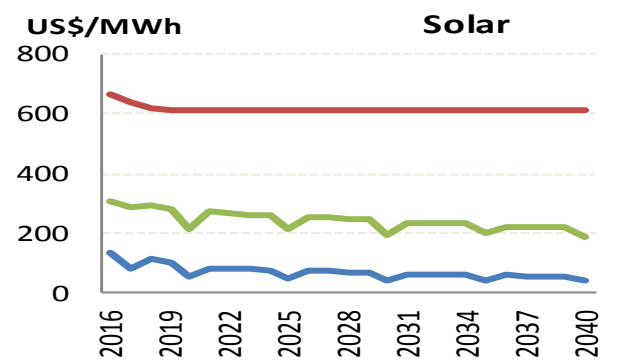
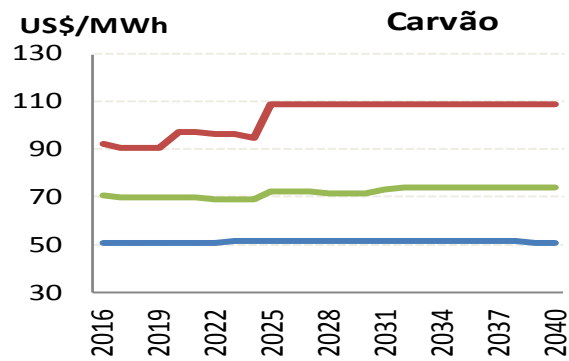
aplicado através do uso do software Matlab para os anos de 2030, 2035, 2040, utilizando como medidas de risco a Variância, o VaR e o CVaR. Em uma primeira análise dos resultados já se observa que a tecnologia solar não foi alocada em nenhum dos portfólios gerados, indicando que essa tecnologia ainda necessita de melhorias tecnológicas de forma a reduzir e estabilizar seus custos.

Os resultados sugerem que exista, no futuro, uma maior concentração em energias renováveis, se comparado ao portfólio atual do país, principalmente as tecnologias hidro e eólica. Além disso, o modelo também sugere que a tecnologia que se utiliza da biomassa como fonte energética também apresentará uma maior participação na matriz energética do país, sendo que hoje ela representa apenas 1% do total. Assim, é considerável concluir que tecnologias agressivas ao meio ambiente (i.e. carvão e gás), apresentarão papel secundário na matriz energética do país.

É importante salientar que o modelo utilizado no presente trabalho é uma representação simplificada da realidade, o qual pode ser mais robusto conforme novas restrições são adicionadas ao problema. Uma possível restrição adicional ao problema seria uma que considere políticas governamentais restritivas dadas certas questões ambientais, como no caso do uso em excesso de energia nuclear. Outra extensão futura para o problema aqui abordado seria estudar e analisar as distribuições de probabilidade do custo de cada tecnologia e incorporá-las no processo de simulação.

Finalmente, mesmo havendo possíveis extensões, pode-se considerar que o objetivo inicialmente proposto no presente trabalho foi satisfeito: criou-se um modelo de otimização de portfólio de matriz energética que permitiu (i) considerar riscos de cauda, com o uso de medidas de risco como o VaR e o CVaR; (ii) aumentar a eficiência computacional da ferramenta, através da utilização do método proposto, o Método Kriging.

Anexo A



— Mín de LCOE
(\$ 2015)

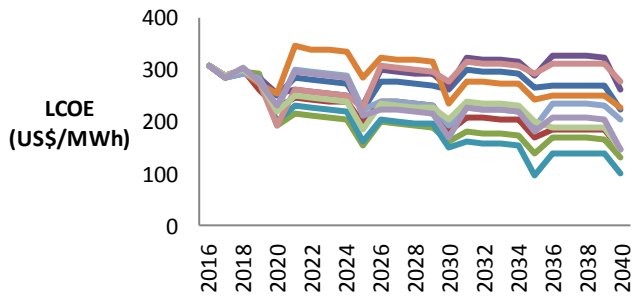
— Máx de LCOE
(\$ 2015)

— Média de LCOE
(\$ 2015)

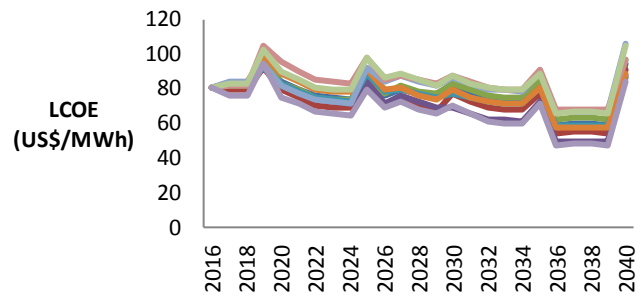
Fonte: elaborado pelo autor

Anexo B

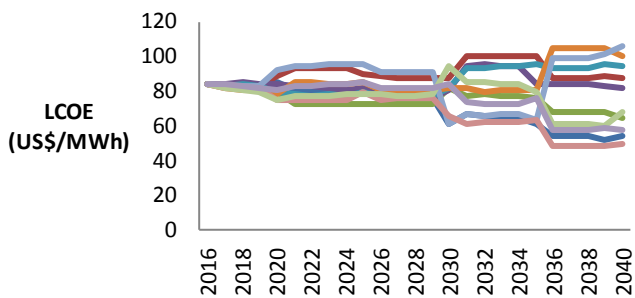
Solar - Simulação de Monte Carlo



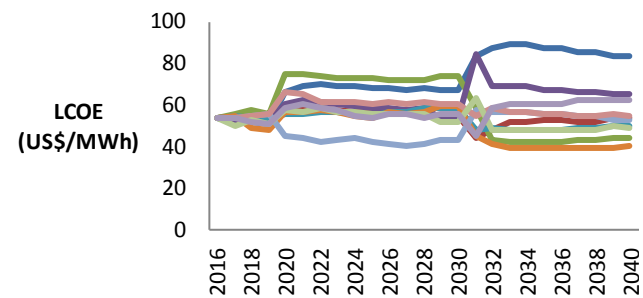
Hidro - Simulação de Monte Carlo



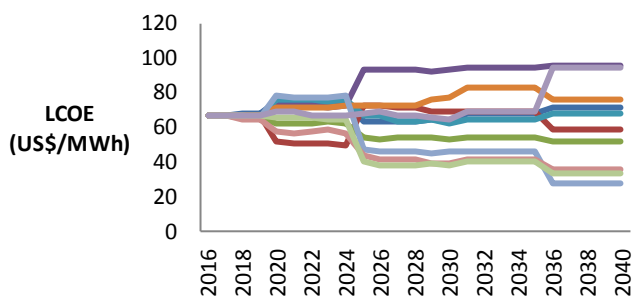
Biomassa - Simulação de Monte Carlo



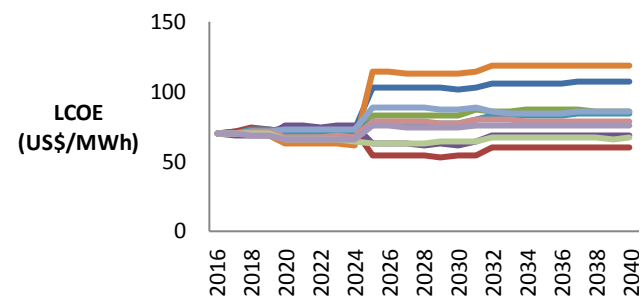
Gás - Simulação de Monte Carlo



Nuclear - Simulação de Monte Carlo



Carvão - Simulação de Monte Carlo



Fonte: elaborado pelo autor

6 Referências

- ANDRADE, F.W.M., Alocação de Ativos no Mercado Acionário Brasileiro Segundo o Conceito de Downside Risk. *Revista de Gestão USP*, v.13.,n.2, p.27-36, 2006.
- ARTZNER, P. et al. Coherent mesures of risk. **Mathematical Finance**, v. 9, p. 203-228, July 1999.
- AWERBUCH, S., BERGER, M. (2003). Applying portfolio theory to EU Electricity planning and policy making. IEA/EET Working Paper, EET/2003/03.
- AWERBUCH, S. (2006). Portfolio-Based Electricity Generation Planning: Policy Implications for Renewables and Energy Security, Mitigation and Adaptation Strategies for Global Change, Vol. 11, n. 3, 2006.
- BARROSA, M. R. da, Aplicação de métodos computacionais multidisciplinares de engenharia para otimização de carteiras de investimentos / M.R.. da Barrosa -- São Paulo, 2015.
- BAR-LEV, D., KATZ, S. (1976). A Portfolio Approach to fossil fuel procurement in the Electric Utility Industry, *The Journal of Finance*, vo. 31, Issue 3, p. 933-947, 1976.
- BERNOULLI, D., Exposition of a new theory on the measurement of risk. *Econometrica* 22, p. 23-36. Tradução de artigo original publicado em Latim em São Petersburgo em 1738.
- BREALEY, R. and S. MEYERS, Principles of Corporate Finance, Seventh Edition, McGraw Hills, 2003.
- COSTA, P. e T. BAIDYA, Propriedades Estatísticas das Séries de Retornos das Principais Ações Brasileiras. *Pesquisa Operacional*, v. 21, n.1, p. 61-88, 2001.
- COSTA NETO, P. L. O. **Estatística**. 2ª. ed. São Paulo: Editora Blücher, 2002.

DELARUE, E., DE JONGHE, E., BELMANS, R., D'HAESELEER, W., (2011). Applying portfolio theory to the electricity sector: Energy versus power. *Energy Economics*, v.33, p.12–23, 2011.

FISHBURN, P.C., Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns, *American Economic Review* 67, no 2, p. 116-126, 1977.

GIUDICI, G., *Finanziare le Risorse dell'Impresa*, Edizioni CLUP (quarta edizione), 2010.

GLASSERMAN, P., *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer, New York, 2003

HULL, J. C. **Options, Futures and Other Derivatives**. Fourth. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999.

JONES, D. R.; SCHONLAU, M.; WELCH, W. J. Efficient global optimization of expensive black-box functions. **Journal of Global Optimization**, v.13, n.4, 1998. p.455-492.

JORION, P. **Value at Risk: the new benchmark of managing financial risk**. 3th. ed. New York: McGraw-Hill, 1997.

KONNO, H. and H. YAMAZAKI, Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market, *Management Science* 37, p. 519-531, 1991.

KREY, B., ZWEIFEL, P. (2006), Efficient Electricity Portfolios for Switzerland and the United States. *Socioeconomic Institute of the University of Zurich*, 2006.

LIM, A., SHANTHIKUMAR G. and GAH-YI VAHN, Conditional Value at Risk in portfolio optimization: coherent but fragile. *Operations Research Letters*, Volume 39, Issue 3. p. 163-171, 2011.

LOPHAVEN, S. N.; NIELSEN, H. B.; SONDERGAARD, J. **DACE: a matlab kriging tollbox**. Denmark: Informatics and Mathematical Modelling. Technical University of Denmark, p. 28 (Technical Report, IMM-TR-2002-12). 2002.

LOSEKANN, L., MARRERO, G. A., RAMOS-REAL, F. J., ALMEIDA, E. L. F. (2013). Efficient power generating portfolio in Brazil: Conciliating cost, emissions and risk. *Energy Policy*, v.62, p.301–314, 2013.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v.7, 1952. p.77-91.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, Yale University Press, New Haven, 1970.

O mercado de valores mobiliários brasileiro / Comissão de Valores Mobiliários. 3. ed. Rio de Janeiro: Comissão de Valores Mobiliários, 2014.

PAPALAMBROS (2000), P.Y. e D.J. WILDE, Principles of Optimal Design, *Cambridge University Press*, 2000.

PEROLD, A. F., Large scale portfolio optimization, *Management Science* 30, p. 1143-1160, 1984.

PFLUG, G. C. Some remarks on the Value-at-Risk and Conditional Value-at-Risk. In: LUENBERGER, D. G. **Investment Science**. New York: Oxford University Press, 1998.

QUARANTA, A. G.; ZAFFARONI, A. Robust optimization of condition value at risk and portfolio selection. **Journal of Banking and Finance**, v.32, 2008. 2046-2056.

QUEIPO, V. N. et al. Surrogate Modeling-based optimization for the integration of statistic and dynamic data into a reservoir description. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v.37, n.3-4, 2002. p.167-181.

RIBEIRO, C. O.; FERREIRA, L. A. S. Uma contribuição ao problema de composição de carteiras de mínimo valor em risco. **Gestão e Produção**, v.12, 2004. p.295-304.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Conditional Value-at-Risk for general loss distributions. **Journal of Banking and Finance**, v.26, 2002. 1443-1471.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Optimization of Conditional Value-at-Risk. **Journal of Risk**, v. 2, 2000. 21-41.

ROY, A. D., Safety First and the Holding of Assets, *Econometrica* 20, p. 431-449, 1952.

RUBINSTEIN, M. Markowitz's "Portfolio Selection": A Fifty-Year Retrospective. **The Journal of Finance**, v.57, 2002. p.1041-1045.

SZEGÖ, G. Measures of risk. **Journal of Banking & Finance**, v. 26, p. 1253-1272, June 2002.

YIN, J.; NG, S. H.; NG, K. M. Kriging metamodel with modified nugget-effect: The heteroscedastic variance case. **Computers & Industrial Engineering**, Singapore, 61, 2011. 760–777.