

**MATEUS HENRIQUE TREVENSOLI TRAVAGIN**

**UMA ABORDAGEM MIP HEURÍSTICA PARA O  
PROBLEMA DE AGENDAMENTO DE CURSOS  
NO CICLO BÁSICO DA ESCOLA POLITÉCNICA  
DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

São Paulo  
2024

**MATEUS HENRIQUE TREVENSOLI TRAVAGIN**

**UMA ABORDAGEM MIP HEURÍSTICA PARA O  
PROBLEMA DE AGENDAMENTO DE CURSOS  
NO CICLO BÁSICO DA ESCOLA POLITÉCNICA  
DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para obtenção  
do Título de Engenheiro de Produção.

São Paulo  
2024

**MATEUS HENRIQUE TREVENSOLI TRAVAGIN**

**UMA ABORDAGEM MIP HEURÍSTICA PARA O  
PROBLEMA DE AGENDAMENTO DE CURSOS  
NO CICLO BÁSICO DA ESCOLA POLITÉCNICA  
DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para obtenção  
do Título de Engenheiro de Produção.

Área de Concentração:  
Engenharia de Produção

Orientador:  
Leonardo Junqueira

São Paulo  
2024

À minha família e amigos que fizeram parte desse processo.

# AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, sobretudo ao meu pai e à minha mãe, que fizeram tudo isso ser possível desde o momento que fui aprovado na Universidade e sempre estiveram ao meu lado durante esse período.

Agradeço também aos meus amigos, por todo apoio, companhia e ajuda fornecidos ao longo desses anos.

Agradeço ao Programa Unificado de Bolsas da Universidade de São Paulo (PUB-USP), pelas duas bolsas de Iniciação Científica fornecidas que me permitiram dar início ao desenvolvimento deste projeto.

E, por fim, agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Leonardo Junqueira por todo o apoio fornecido durante este projeto e em demais momentos da faculdade, sempre muito presente e solícito nos momentos em que mais precisei.

*“A verdadeira sabedoria é reconhecer o valor da própria ignorância.”*

- Lee Sin

# RESUMO

Problemas de agendamento existem nos mais diversos ambientes, sejam eles profissionais, educacionais ou até mesmo em situações de lazer. A necessidade de conciliar os recursos existentes com a realização das atividades consideradas vitais faz com que um planejamento seja necessário para garantir a satisfação dos envolvidos. No âmbito educacional, mais especificamente no contexto das universidades, a alocação de grupos de alunos a turmas de disciplinas, horários, dias e salas de aula nem sempre mostra-se uma tarefa simples de se realizar, dadas as restrições de recursos existentes e a magnitude dos problemas encontrados na realidade. Assim, neste trabalho, é abordado o Problema de Agendamento de Cursos em Universidades (PACU), que consiste na elaboração de uma grade horária para os cursos da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, realizando-se a alocação dos alunos e professores aos horários disponíveis e disciplinas requeridas por cada um dos cursos. Mais especificamente, este trabalho aborda o PACU aplicado no Ciclo Básico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, com o intuito de fornecer uma alternativa ao método atual empregado na elaboração das grades, que é totalmente manual. O presente trabalho estende trabalhos anteriores deste mesmo escopo, com o intuito de deixar um modelo matemático anteriormente proposto ainda mais realista. Porém, por tratar-se de um problema *NP-Hard* e de grande porte, abordagens alternativas mostram-se necessárias para a obtenção de soluções factíveis em um tempo de execução mais satisfatório. Neste contexto, propõe-se, também, uma MIP heurística (abordagem ainda pouco explorada para o PACU) composta por outros dois algoritmos já conhecidos na literatura: *relax-and-fix* e *fix-and-optimize*. Em linhas gerais, o algoritmo proposto consiste na obtenção de uma solução factível pelo *relax-and-fix* e sua posterior melhoria pelo *fix-and-optimize*, utilizando-se do modelo estendido em seu funcionamento. As grades horárias obtidas apresentam alta qualidade considerando-se as preferências previamente discutidas com os atuais responsáveis pela elaboração das grades. Com isso, espera-se elevar a aplicabilidade das soluções geradas à realidade da Escola Politécnica, permitindo a utilização do algoritmo como ferramenta de decisão ou de apoio à elaboração das grades horárias.

**Palavras-Chave** – Grades Horárias, Pesquisa Operacional, Otimização, Agendamento, Universidades.

# ABSTRACT

Timetabling problems exist in the most diverse environments, whether professional, educational or even in recreational situations. The need to conciliate existing resources with the realization of activities considered vital makes planning necessary to guarantee the satisfaction of those involved. In the educational sphere, more specifically in the context of universities, allocating groups of students to classes, time slots, days and classrooms is not always a simple task, given the restrictions on existing resources and the magnitude of the problems encountered in reality. Therefore, this study addresses the University Course Timetabling Problem (UCTP), which consists of formulating a timetable for the courses at the Polytechnic School of the University of São Paulo, allocating students and teachers to the available timetables and subjects required by each of the courses. More specifically, this work deals with the UCTP applied to the Basic Cycle of the Polytechnic School of the University of São Paulo, with the purpose of providing an alternative to the current method used to produce the timetables, which is entirely manual. This work extends previous work of the same scope, with the aim of making a previously proposed mathematical model even more realistic. Nevertheless, as this is a large NP-Hard problem, alternative approaches are necessary to obtain feasible solutions in a more satisfactory computational time. In this context, a MIP-heuristic is also proposed (approach that has not yet been explored for the UCTP) made up of two other algorithms already known in the literature: relax-and-fix and fix-and-optimize. In essence, it consists of obtaining a feasible solution by relax-and-fix and then improving it by fix-and-optimize, using the extended model in its operation. The timetables obtained are of high quality, taking into account the preferences previously discussed with those currently responsible for drawing up the timetables. With this, it is expected to increase the applicability of the solutions generated to the reality of the Polytechnic School, allowing the algorithm to be used as a decision-making tool or to support the development of timetables.

**Keywords** – Timetabling, Operations Research, Optimization, Scheduling, Universities.

## LISTA DE FIGURAS

|   |                                                                          |    |
|---|--------------------------------------------------------------------------|----|
| 1 | Estrutura do Capítulo de Fundamentação Teórica. . . . .                  | 16 |
| 2 | Inicialização de uma <i>relax-and-fix</i> . . . . .                      | 33 |
| 3 | Funcionamento de uma <i>relax-and-fix</i> . . . . .                      | 34 |
| 4 | Funcionamento de uma <i>fix-and-optimize</i> . . . . .                   | 35 |
| 5 | Ilustração das variáveis de decisão do modelo. . . . .                   | 48 |
| 6 | Funcionamento da MIP heurística proposta. . . . .                        | 54 |
| 7 | Exemplo de grade horária gerada pela ferramenta de visualização. . . . . | 72 |

## LISTA DE TABELAS

|    |                                                                               |    |
|----|-------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1  | Índices e conjuntos do modelo - Parte 1. . . . .                              | 44 |
| 2  | Índices e conjuntos do modelo - Parte 2. . . . .                              | 45 |
| 3  | Parâmetros do modelo. . . . .                                                 | 46 |
| 4  | Variáveis de decisão do modelo. . . . .                                       | 47 |
| 5  | Particionamentos testados. . . . .                                            | 55 |
| 6  | Número de alunos em cada um dos cursos de Engenharia contemplados. . .        | 59 |
| 7  | Número de blocos com base no novo critério. . . . .                           | 60 |
| 8  | Número de variáveis e restrições em cada uma das instâncias elaboradas. .     | 62 |
| 9  | Resultados da <i>relax-and-fix</i> para os particionamentos testados. . . . . | 63 |
| 10 | Resultados do modelo monolítico. . . . .                                      | 65 |
| 11 | Análise do <i>GAP</i> de relaxação linear do modelo. . . . .                  | 66 |
| 12 | Resultados finais obtidos. . . . .                                            | 67 |
| 13 | Análise da função objetivo. . . . .                                           | 69 |
| 14 | Comparação <i>relax-and-fix</i> X <i>fix-and-optimize</i> . . . . .           | 70 |
| 15 | Relação de disciplinas para o 1º período estudado. . . . .                    | 80 |
| 16 | Dados das disciplinas para o 1º período estudado. . . . .                     | 81 |
| 17 | Dados dos currículos para o 1º período estudado. . . . .                      | 82 |
| 18 | Relação de disciplinas para o 2º período estudado. . . . .                    | 84 |
| 19 | Dados das disciplinas para o 2º período estudado. . . . .                     | 85 |
| 20 | Dados dos currículos para o 2º período estudado. . . . .                      | 86 |
| 21 | Relação de disciplinas para o 3º período estudado. . . . .                    | 89 |
| 22 | Dados das disciplinas para o 3º período estudado. . . . .                     | 90 |
| 23 | Dados dos currículos para o 3º período estudado. . . . .                      | 91 |

|    |                                                                        |    |
|----|------------------------------------------------------------------------|----|
| 24 | Relação de disciplinas para o 4 <sup>o</sup> período estudado. . . . . | 93 |
| 25 | Dados das disciplinas para o 4 <sup>o</sup> período estudado. . . . .  | 94 |
| 26 | Dados dos currículos para o 4 <sup>o</sup> período estudado. . . . .   | 95 |

# SUMÁRIO

|          |                                                                                         |           |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>                                                                       | <b>12</b> |
| 1.1      | Motivação . . . . .                                                                     | 13        |
| 1.2      | Objetivos do Trabalho . . . . .                                                         | 14        |
| 1.3      | Estrutura do Trabalho . . . . .                                                         | 14        |
| <b>2</b> | <b>Fundamentação Teórica</b>                                                            | <b>16</b> |
| 2.1      | Definição dos Problemas de Agendamento . . . . .                                        | 16        |
| 2.2      | Problemas de Agendamento na Educação . . . . .                                          | 17        |
| 2.2.1    | Problema de Agendamento de Exames . . . . .                                             | 19        |
| 2.2.2    | Problemas de Agendamento em Instituições de Ensino Médio . . . . .                      | 20        |
| 2.2.3    | Problema de Agendamento de Cursos em Universidades . . . . .                            | 23        |
| 2.3      | Métodos Exatos para o Problema de Agendamento de Cursos em Universidades . . . . .      | 24        |
| 2.4      | Métodos Heurísticos para o Problema de Agendamento de Cursos em Universidades . . . . . | 26        |
| 2.4.1    | Heurísticas Construtivas e de Melhoria . . . . .                                        | 26        |
| 2.4.2    | Meta-heurísticas . . . . .                                                              | 29        |
| 2.4.3    | Múltiplas Heurísticas/Meta-heurísticas . . . . .                                        | 30        |
| 2.4.4    | Matheurísticas e MIP heurísticas . . . . .                                              | 31        |
| 2.4.4.1  | Relax-and-fix . . . . .                                                                 | 32        |
| 2.4.4.2  | Fix-and-optimize . . . . .                                                              | 34        |
| <b>3</b> | <b>Descrição do Problema</b>                                                            | <b>36</b> |
| 3.1      | Instituição Estudada . . . . .                                                          | 36        |
| 3.2      | Delimitação do Estudo . . . . .                                                         | 36        |

|          |                                                                    |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.3      | Problema Estudado . . . . .                                        | 37        |
| <b>4</b> | <b>Modelagem Matemática</b>                                        | <b>42</b> |
| 4.1      | Modelo Proposto para o Caso da Escola Politécnica da USP . . . . . | 42        |
| <b>5</b> | <b>Método de Solução</b>                                           | <b>54</b> |
| 5.1      | Abordagem MIP heurística proposta . . . . .                        | 54        |
| 5.1.1    | Parametrização da <i>relax-and-fix</i> . . . . .                   | 55        |
| 5.1.2    | Parametrização da <i>fix-and-optimize</i> . . . . .                | 56        |
| <b>6</b> | <b>Experimentos Computacionais e Resultados</b>                    | <b>58</b> |
| 6.1      | Instâncias Elaboradas . . . . .                                    | 58        |
| 6.2      | Testes preliminares com a <i>relax-and-fix</i> . . . . .           | 63        |
| 6.3      | Planejamento dos Experimentos Computacionais Finais . . . . .      | 64        |
| 6.4      | Resultados Obtidos . . . . .                                       | 65        |
| 6.5      | Extração dos Resultados de Forma Visual . . . . .                  | 71        |
| <b>7</b> | <b>Conclusões e Perspectivas Futuras</b>                           | <b>73</b> |
|          | <b>Referências</b>                                                 | <b>75</b> |
|          | <b>Anexo A – Informações 1º Período</b>                            | <b>79</b> |
|          | <b>Anexo B – Informações 2º Período</b>                            | <b>83</b> |
|          | <b>Anexo C – Informações 3º Período</b>                            | <b>87</b> |
|          | <b>Anexo D – Informações 4º Período</b>                            | <b>92</b> |

# 1 INTRODUÇÃO

Problemas de agendamento encontram-se nos mais diversos ambientes, sejam eles profissionais, educacionais ou até mesmo em situações de lazer. A existência de recursos limitados que devem atender a uma ampla gama de tarefas e/ou pessoas faz com que seja necessário, em muitos casos, estruturar de maneira adequada a distribuição destes recursos através de, por exemplo, grades horárias.

Considerando-se as universidades, a situação não é diferente. Dentro destas organizações, existem diversas atividades e eventos que utilizam recursos em comum, de forma que torna-se necessário alocar de forma eficiente as entidades existentes nos chamados *time-slots* (KOSTUCH, 2004), que são nada mais do que janelas de tempo. O objetivo, de maneira geral, é obter grades factíveis (i.e., livres de conflitos e respeitando a quantidade de recursos disponíveis), de forma a fazer um bom uso dos recursos disponíveis ao mesmo tempo em que as principais preferências de alunos e professores são atendidas.

No âmbito da educação, existem três principais problemas de agendamento abordados na literatura (KOMIJAN; KOUPAEI, 2012), sendo eles:

- *Examination Timetabling Problem*: consiste na elaboração de uma grade horária de avaliações para a instituição ou curso específicos.
- *Highschool Timetabling Problem*: consiste na alocação de professores, alunos, salas de aula e janelas de tempo, considerando instituições de ensino médio.
- *University Course Timetabling Problem*: parecido com o problema anterior, porém contempla uma maior variedade de cursos com diferentes currículos.

Neste trabalho, aborda-se o *University Course Timetabling Problem* (Problema de Agendamento de Cursos em Universidades) aplicado no Ciclo Básico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Por tratarem-se de 12 cursos de engenharia na instituição, torna-se difícil a tarefa de alocar todos os alunos existentes considerando-se a disponibilidade de professores, turmas, salas e demais recursos, tentando-se evitar os conflitos de

horário que podem vir a acontecer. Tal problema é intensificado pela grande quantidade de disciplinas em comum entre os cursos durante o Ciclo Básico, que compreende os 2 primeiros anos (totalizando 4 períodos, i.e., semestres neste caso). Atualmente as grades horárias utilizadas são feitas manualmente pelos responsáveis do Ciclo Básico, de forma que são exigidos dias de esforço e dedicação para a confecção (AMATUZZI, 2021).

Neste contexto, a Pesquisa Operacional surge como forma de não só automatizar a elaboração das grades, mas também de realizá-la de acordo com as preferências dos corpos docente e discente da universidade. Isso é realizado através da utilização de dois tipos de restrição na estruturação do problema: as restrições *hard*, que devem ser respeitadas a todo custo, e as restrições *soft*, que podem ser violadas mas carregam uma penalização neste caso (DORNELES; ARAÚJO; BURIOL, 2014). Pode-se enxergar o primeiro grupo de restrições como sendo a garantia da utilização dos recursos existentes, de forma que não esteja-se ultrapassando as capacidades existentes, ao passo que o segundo grupo corresponde ao atendimento das preferências de alunos e professores que devem ser atendidas sempre que possível.

## 1.1 Motivação

Este trabalho foi realizado dentro do contexto da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo com o intuito de aprofundar o estudo iniciado por AmatuZZi (2021), motivado pela dificuldade enfrentada pelos coordenadores do Ciclo Básico para a elaboração das grades horárias dos quatro períodos para os cursos de engenharia da instituição. Nele, um modelo matemático que descreve o problema foi proposto, porém os resultados obtidos ainda mostram-se preliminares e com boa oportunidade de melhoria. A utilização de algoritmos alternativos ao modelo matemático mostram-se uma oportunidade de não só encontrar grades horárias cada vez melhores, mas também de desenvolver-se uma nova abordagem para resolução do Problema de Agendamento de Cursos em Universidades.

Além disso, notou-se que o trabalho desenvolvido não foi utilizado pelos coordenadores do Ciclo Básico para o desenvolvimento das grades horárias em anos posteriores (i.e., 2022 - 2024). Assim, busca-se encontrar um formato de solução que permita uma maior possibilidade de adesão dos responsáveis pela definição das agendas à ferramenta proposta, fornecendo instruções de utilização do algoritmo, uma visualização clara das grades geradas e as principais vantagens frente ao método manual empregado atualmente.

## 1.2 Objetivos do Trabalho

O principal objetivo deste Trabalho de Formatura consiste no refinamento do modelo matemático proposto por Amatuzzi (2021), que descreve o problema de agendamento na Escola Politécnica da USP, incorporando-se a questão da capacidade e disponibilidade de salas de aula ainda não abordada, juntamente com a proposição de um algoritmo MIP heurístico como forma de resolver o problema. Tanto o modelo quanto o algoritmo serão implementados através da linguagem *Python* e utilizando o resolvidor de propósito geral Gurobi, realizando-se uma série de experimentos computacionais com as instâncias criadas utilizando os dados de 2022. Os resultados obtidos consistirão em grades horárias otimizadas geradas para cada um dos blocos de alunos de cada um dos cursos, dispostos de maneira visual em uma planilha gerada automaticamente a partir da solução encontrada pelo algoritmo. Ao final, terá-se uma agenda para cada um dos quatro períodos estudados.

## 1.3 Estrutura do Trabalho

Este Trabalho de Formatura tem como principal objetivo o desenvolvimento de uma abordagem alternativa para resolução do problema, de forma que foi realizada uma revisão da literatura observando-se os principais métodos utilizados. Em seguida, selecionou-se a abordagem para implementação e posterior geração das grades horárias otimizadas para cada um dos quatro períodos estudados. O estudo encontra-se distribuído ao longo de sete capítulos.

- I Introdução: Contextualização do tema estudado, apresentando os principais objetivos e motivações para o estudo realizado, bem como um detalhamento inicial do trabalho.
- II Fundamentação Teórica: Apresentação e discussão dos temas e problemas relacionados ao Problema de Agendamento de Cursos em Universidades, apresentando-se os principais algoritmos e abordagens utilizadas para resolução.
- III Descrição do Problema: Apresentação das características do problema de agendamento estudado no Ciclo Básico da Escola Politécnica, indicando-se as principais entidades e recursos existentes para sua posterior tradução em variáveis e restrições na etapa de modelagem matemática.
- IV Modelagem Matemática: Detalha o Modelo Matemático utilizado na abordagem do

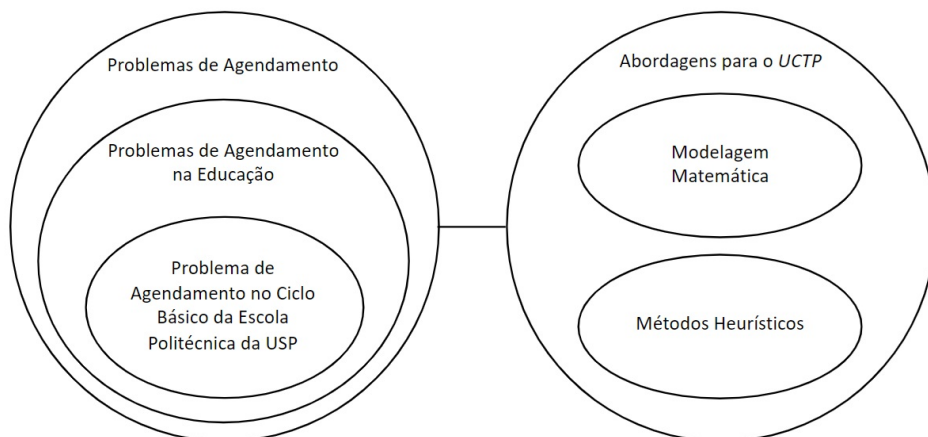
problema, apresentando-se seus parâmetros, conjuntos, índices, variáveis de decisão, restrições e função objetivo.

- V Método de Solução: Apresenta o algoritmo proposto e sua devida parametrização.
- VI Experimentos Computacionais e Resultados: Apresenta a estruturação dos experimentos computacionais realizados com o algoritmo proposto e as instâncias utilizadas, bem como uma análise dos resultados obtidos.
- VII Conclusões e Perspectivas Futuras: Apresenta uma análise dos resultados obtidos e as possibilidades de desdobramento do tema em estudos futuros.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo tem como objetivo apresentar a fundamentação teórica do Trabalho de Formatura, pautada no estudo dos principais problemas de agendamento existentes no âmbito da educação, com foco em universidades. Inicialmente, serão apresentados os principais problemas de agendamento existentes no contexto educacional, enfatizando o *University Course Timetabling Problem (UCTP)* como foco do trabalho. Em seguida, os principais trabalhos existentes na literatura acerca deste problema são apresentados, de forma a identificar as principais estratégias empregadas para resolução do problema. Tais abordagens serão divididas de acordo com sua natureza, podendo ser associada à modelagem matemática ou implementação de métodos heurísticos de solução e, neste segundo caso, são exploradas as categorias existentes. A seguir, na Figura 1, está apresentada a estruturação deste capítulo.

Figura 1: Estrutura do Capítulo de Fundamentação Teórica.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 2.1 Definição dos Problemas de Agendamento

Os Problemas de Agendamento, conhecidos como *Timetabling Problems*, estão nos mais diversos ambientes e contextos, encontrando-se nas áreas médica, educacional, es-

portiva e até mesmo de transporte, ganhando muito espaço entre os pesquisadores da Pesquisa Operacional desde a década de 60 (QU et al., 2009). Um problema de agendamento é composto, basicamente, por quatro parâmetros principais: um conjunto de tempos discretizados, um conjunto de recursos finitos, um conjunto finito de eventos e, por fim, uma série de restrições. O objetivo de tal problema é alocar cada um dos eventos aos *slots* de tempo e recursos disponíveis enquanto satisfaz as restrições existentes (TAN et al., 2021). Em outras palavras, um *Timetabling Problem* consiste na obtenção de uma grade (horária) que gerencie os recursos disponíveis de tal forma que os eventos sejam realizados respeitando-se as limitações do problema estudado. Aliado a isso, geralmente busca-se a satisfação de determinadas preferências que constituem uma boa grade horária (BADONI; GUPTA; MISHRA, 2014), introduzindo-se a maximização das mesmas ou a minimização das penalidades sofridas por não atendê-las.

Neste trabalho, o foco será em Problemas de Agendamento no âmbito da educação, que se dividem em três categorias principais descritas a seguir.

## 2.2 Problemas de Agendamento na Educação

Considerando-se Problemas de Agendamento no contexto da educação, pode-se afirmar que existem quatro *stakeholders* principais (afetados) pela elaboração das grades horárias (KRISTIANSEN; STIDSEN, 2013):

- A administração: define as restrições gerais que as grades horárias devem respeitar de forma a se tornarem utilizáveis, isto é, define capacidade das salas, estrutura dos exames, quantidade de professores disponíveis, entre outros. Em outras palavras, está interessada na definição dos recursos disponíveis que permitem ou não a implementação daquela grade.
- Os alunos: os mais numerosos, esse conjunto de *stakeholders* compõe grande parte da instituição e possui as mais variadas preferências de gostos, de forma que atendê-los de forma absoluta torna-se uma tarefa difícil de realizar.
- Os professores: possuem um pouco mais de poder acerca do resultado das grades, já que externalizam restrições de horários e dias em que podem ministrar aulas ou aplicar exames, por exemplo.
- Os departamentos: em menor grau em instituições de ensino básico, essas seções apresentam maior relevância em universidades e podem contribuir com algumas

restrições de aulas e exames.

Neste contexto, nota-se a grande abertura existente para a definição das restrições, de forma que é difícil descrever um modelo genérico capaz de ser aplicado em todas instituições. As universidades apresentam demandas e necessidades diferentes entre elas, de forma que diferentes restrições devem ser incorporadas à construção das grades horárias em cada uma delas (BADONI; GUPTA; MISHRA, 2014). No entanto, tais restrições giram em torno de alguns tipos principais (KRISTIANSEN; STIDSEN, 2013):

- Alocação de recursos: fazem parte do problema de decisão, envolvendo a capacidade das salas, tipo de sala em que determinada disciplina deve ser ministrada, entre outros.
- Continuidade: repetição dos eventos alocados ao longo do horizonte de tempo existente, p.e., garantindo que as aulas semanais de uma determinada disciplina serão ministradas no mesmo dia e horário.
- Compacidade: a busca por compactar a grade horária, de forma a evitar espaços vazios entre as aulas ou até mesmo reduzir-se o número de dias em que são ministradas algumas aulas.
- Espalhamento: estratégia oposta à descrita acima, que almeja espaçar o máximo possível as aulas ou exames de uma disciplina, por exemplo.
- Alocação do tempo: consiste na alocação de cada um dos eventos, sejam eles aulas ou exames, em períodos de tempo considerados dentro do horizonte disponível pelas normas da instituição.

Considerando-se estas restrições, três tipos principais de problemas educacionais são frequentemente abordados na literatura (KOMIJAN; KOUPAEI, 2012), que são:

- Problema de Agendamento de Exames (*Examination Timetabling Problem*): pode ser descrito como a alocação de exames em um número limitado de janelas de tempo e salas de aula respeitando-se uma série de restrições (QU et al., 2009). Em suma, consiste na elaboração de uma grade horária de avaliações para a instituição ou curso específicos, definindo-se em qual horário e sala cada uma delas será realizada.
- Problema de Agendamento em Instituições de Ensino Médio (*Highschool Timetabling Problem*): pode ser definido em termos da disponibilidade de professores e

salas de aula, número de aulas a serem ministradas pelos professores a cada uma das turmas, demandas de cada disciplina e de um conjunto de restrições (TAN et al., 2021). Em outras palavras, busca alocar as aulas das disciplinas em janelas de tempo e salas de aula disponíveis de forma que os professores ministrem todas as aulas necessárias e a grade curricular dos alunos seja respeitada.

- Problema de Agendamento de Cursos em Universidades (*University Course Timetabling Problem*): similar ao *Highschool Timetabling Problem*, consiste na atividade, realizada geralmente no início de cada semestre nas faculdades, de alocação de cursos, aulas, professores e estudantes às janelas de tempo de salas de aula, de forma a respeitar os recursos disponíveis e as preferências dos corpos docente e discente da instituição (BABAEI; KARIMPOUR; HADIDI, 2015).

Neste trabalho, é estudado o Problema de Agendamento de Cursos em Universidades no Ciclo Básico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, que é mais bem descrito mais à frente.

### 2.2.1 Problema de Agendamento de Exames

A estrutura básica de um Problema de Agendamento de Exames consiste na necessidade de alocar um período e uma sala para cada um dos exames a serem realizados, de forma a satisfazer um dado conjunto de restrições. O resultado é uma grade horária de exames factível. Assim como as outras categorias do problema de agendamento na educação, cada instituição apresenta uma combinação única de restrições de acordo com a política educacional vigente. Além disso, as instituições podem apresentar visões diferentes acerca do que constitui a qualidade de uma determinada agenda, de forma que pode-se desejar apenas uma grade horária factível assim como pode-se buscar grades com determinadas características específicas (MERLOT et al., 2003).

Com isso, é difícil construir uma definição universal para este problema, porém é possível definir categorias principais das restrições comumente existentes nas instituições. A seguir, encontram-se os 10 tipos mais comuns de restrições de acordo com Merlot et al. (2003).

- Conflitos: nenhum estudante deve realizar dois ou mais exames em um mesmo período;
- Capacidade: o número total de estudantes de um determinado exame em um dado

período deve respeitar a capacidade da sala de aula em que está sendo realizado o exame;

- Capacidade do período: o número total de estudantes de um determinado exame em um dado período deve respeitar a capacidade daquele período;
- Capacidade de exames: o número total de exames em um mesmo período deve respeitar um determinado valor;
- Disponibilidade do exame: requisições existentes para alguns exames, como por exemplo a necessidade de serem ministrados em determinados períodos;
- Disponibilidade de salas: indicam se uma determinada sala está disponível ou não em cada um dos períodos;
- Compatibilidade entre exame e sala: alguns exames podem requerer que sejam aplicados em determinadas salas;
- Restrições de estudantes: podem existir, ainda, restrições para cada um dos estudantes em relação aos exames requeridos, como por exemplo um limite de exames por dia que determinado estudante pode realizar;
- Exames de grande porte: definem as características de alocação específicas para cada exame que concentra uma quantidade muito elevada de alunos.

As instituições podem implementar todas ou apenas algumas dessas restrições, de acordo com suas necessidades, modelando-as conforme suas características e/ou preferências. Este tipo de problema não será foco do presente Trabalho de Formatura, de forma que não serão apresentadas as principais abordagens utilizadas.

A seguir, encontra-se a definição do Problema de Agendamento em Instituições de Ensino Médio, a segunda categoria de problemas de agendamento na educação.

### **2.2.2 Problemas de Agendamento em Instituições de Ensino Médio**

Uma definição para esta categoria de problemas de agendamentos educacionais é apresentada em Pillay (2014). Inicialmente, deve-se definir a terminologia utilizada para a descrição, como forma de esclarecer as palavras e respectivas definições utilizadas.

- Classe: grupo de alunos que devem aprender determinada disciplina;

- Série: corresponde ao ano escolar em questão, contendo uma ou mais classes;
- Disciplina: corresponde ao conteúdo que será ministrado, sendo que cada série possui um currículo a ser seguido, geralmente definido pelo órgão educacional vigente;
- Aula: consiste em uma determinada disciplina sendo ministrada por um professor para uma determinada classe, sendo que cada disciplina possui um número determinado de aulas necessárias;
- Período: consiste em uma janela de tempo em que uma aula pode ser inserida. Sua duração varia de acordo com a instituição em questão que é tratada;
- Período livre: consiste em um período no qual um professor não possui aulas para serem ministradas (considerando-se os professores) ou um período no qual uma determinada classe não possui aulas a serem assistidas (considerando-se os alunos);
- Tupla: composição de classe, professor e sala que deve ser alocada em algum período da agenda;
- Recurso: trata de qualquer entidade envolvida em uma aula, sendo que mais comuns são a classe, professor e sala de aula associados à aula em questão.

Sabe-se que cada Problema de Agendamento em Instituições de Ensino Médio pode ser definido com base em um número de séries, professores disponíveis e salas de aula, número de aulas a serem ministradas pelos professores para classes específicas e um conjunto de restrições. Resolver o problema de agendamento envolve, essencialmente, alocar as tuplas de classe, professor e sala de aula no períodos disponíveis satisfazendo-se as restrições *hard* e *soft* do problema (PILLAY, 2014). Porém, as características específicas do problema podem variar de acordo com o país em que a escola se localiza, devido a regulações específicas do sistema de educação vigente.

Assim, em alguns casos, a sala de aula não faz parte da tupla, de forma que apenas as tuplas de classe-professor devem ser alocadas em um período (WILKE; OSTLER, 2008). Em outras versões do problema, têm-se salas de aula fixas e os professores devem se mover de uma classe para outra, de forma que as classes apenas terão que se deslocar em caso de separações da mesma em sub-classes ou no caso de junções das sub-classes de aulas anteriores novamente em apenas uma classe (isso dependerá da natureza da aula, tamanho da classe, capacidade da sala, entre outros fatores). Existem ainda os casos em que os professores são pré-alocados para ministrar aulas para determinadas classes, da

mesma forma que também existem cenários em que essa alocação deve ser feita durante a resolução do problema (ALVAREZ-VALDÉS; PARREÑO; TAMARIT, 2002).

Outra questão que muda drasticamente de uma variação do problema para outra é acerca das restrições, tanto *hard* quanto *soft*. Porém, em geral, pode-se classificar as restrições existentes em 7 categorias principais, descritas a seguir (PILLAY, 2014).

1. Restrições de requisitos do problema: resultantes das regras da escola e/ou sistema educacional vigente, como por exemplo número de aulas que devem ser ministradas por cada professor;
2. Restrições de conflitos: requerem que determinados recursos não sejam utilizados ao mesmo tempo, como por exemplo uma mesma sala de aula sendo utilizada simultaneamente por duas aulas diferentes;
3. Restrições de utilização de recursos: têm como objetivo prevenir os recursos de serem utilizados de maneira incorreta, como por exemplo acerca da capacidade das salas de aula;
4. Restrições de carga horária: definem os limites superiores e inferiores de utilização de determinados recursos, como por exemplo número mínimo/máximo de aulas que uma determinada classe pode ter por dia;
5. Restrições de distribuição dos períodos: definem o *layout* desejado para a agenda elaborada, compactando-se as aulas em menos dias da semana para as classes ou deixando períodos livres para os professores, por exemplo;
6. Restrições de preferências: representam as preferências para cada um dos diferentes recursos, como por exemplo a preferência por determinados períodos de um dado professor para ministrar suas aulas;
7. Restrições de aulas: definem os requisitos que uma determinada aula deve seguir, como por exemplo se ela deve ou não ser ministrada logo após outra determinada aula ou se existe um período específico em que deve ser dada.

Existem ainda sub-categorias dentro de cada uma das categorias citadas anteriormente, porém não serão escopo deste Trabalho de Formatura. A seguir, na próxima seção, apresenta-se a definição do Problema de Agendamento de Cursos em Universidades, bem como um breve levantamento das estratégias de solução utilizadas para resolução desse tipo de problema.

### 2.2.3 Problema de Agendamento de Cursos em Universidades

O Problema de Agendamento de Cursos em Universidades (PACU), consiste na construção eficiente de uma grade horária levando em consideração as principais restrições e requisitos da instituição em questão (ZABIDEE; ADNAN, 2024). O PACU é classificado como *NP-Hard* (DASKALAKI; BIRBAS; HOUSOS, 2004), o que indica que seu grau de complexidade é não-polinomial, isto é, tal problema não pode ser resolvido em um tempo polinomial. Dessa forma, trata-se de um problema de difícil solução exata e que, adicionalmente, é de grande interesse por parte das instituições de ensino.

Com isso, diversos estudos têm sido realizados nesse campo, desenvolvendo-se diversos modelos matemáticos e demais abordagens, tanto para casos genéricos quanto para problemas mais específicos dentro de uma determinada universidade. Neste contexto, trabalhos de revisão de literatura apresentam valor significativo como forma de concentrar os principais trabalhos da área de forma resumida. Através deles, pode-se ter uma melhor visualização do andamento dos trabalhos no campo e encontrar oportunidades de melhoria e/ou novas perspectivas a serem estudadas.

De acordo com a revisão desenvolvida em Zabidee e Adnan (2024), um total de 58 trabalhos foram analisados e classificados em sete métodos de solução diferentes, porém ressaltam-se quatro deles: métodos exatos, heurísticas, meta-heurísticas e hibridizações, que totalizam 53 trabalhos. No estudo, identificou-se que a grande maioria das estratégias implementadas baseia-se em abordagens híbridas, com 31 trabalhos apresentando esse método de solução. As meta-heurísticas, por sua vez, totalizaram 12 trabalhos, ao passo que métodos exatos somaram 6 e, por fim, apenas 4 apresentaram técnicas heurísticas como seu alicerce principal. Ressalta-se que os principais métodos de hibridização apresentados consistem no aprimoramento de meta-heurísticas existentes, combinação de meta-heurísticas com outras heurísticas de perturbação ou até mesmo junções entre dois tipos diferentes de meta-heurísticas.

Nota-se a grande ênfase dada aos algoritmos meta-heurísticos para resolução do PACU, observando-se uma baixa participação dos métodos exatos, explicada pela alta complexidade do problema. No presente trabalho, um caso particular do PACU é estudado, associado ao Ciclo Básico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, uma escola de engenharia que conta com 12 cursos em sua grade curricular e mais de 5000 alunos em seu domínio. Assim, realizar a alocação de todos os alunos aos horários de aula e turmas de disciplinas disponíveis se torna uma tarefa cansativa e que demanda dias de esforço por parte dos responsáveis (AMATUZZI, 2021).

É nesta categoria em que se enquadra o problema abordado por este trabalho, considerando o caso da Escola Politécnica. Na seção a seguir, modelos e abordagens para este problema são apresentados.

## 2.3 Métodos Exatos para o Problema de Agendamento de Cursos em Universidades

Como forma de descrever inicialmente o problema estudado e com o intuito de aproveitar a estrutura que a modelagem matemática proporciona, os modelos matemáticos apresentam-se como uma boa forma de abordar o problema. Um modelo genérico é apresentado por Daskalaki, Birbas e Housos (2004) usando como justificativa os avanços em *hardwares* e *softwares* que impactaram os resolvidores de propósito geral. O modelo reúne as principais restrições e regras encontradas na maioria das instituições de ensino, mas conta com a inserção de novos recursos que dão maior flexibilidade ao modelo proposto. O formato para o problema apresentado consiste na alocação de tuplas que possuem a aula, professor e grupo de estudantes a tuplas que possuem o período e o dia disponíveis para as aulas serem ministradas. As restrições, por sua vez, foram divididas em 5 categorias principais, que estão detalhadas a seguir.

1. Restrições de unicidade: garantem que não existirão conflitos nas grades horárias, contemplando-se os alunos (que não podem ter mais de uma aula ao mesmo tempo), professores (que podem ministrar apenas uma aula por período) e as salas de aulas (que só podem receber uma aula por vez);
2. Restrições de completude: garantem que a grade horária formulada está completa, garantindo que o currículo de disciplinas está sendo respeitado e que a carga horária dos professores está de acordo com o número de aulas que eles devem ministrar;
3. Restrições de consecutividade: garantem que a grade horária gerada respeite os requisitos de cada uma das disciplinas, como a quantidade de períodos consecutivos necessários para cada aula da disciplina;
4. Restrições de repetitividade: garantem que as características de uma aula sejam respeitadas, como número de aulas necessárias por semana, garantindo-se que o agendamento seja feito em quantos dias forem necessários para atender as especificações;

5. Restrições de pré-alocação: especificam determinadas aulas que precisam ser ministradas em um período ou dia específicos, ou até mesmo por um professor a um grupo de estudantes já especificado.

Além disso, o modelo proposto contou com uma função objetivo que busca minimizar dois principais custos incorridos das grades horárias geradas: o primeiro de se alocar a aula de uma disciplina no período de um determinado dia, ao passo que o segundo está associado ao custo de se alocar as aulas que demandam mais de um período no período de um determinado dia. As variáveis do modelo são binárias e contam com um total de 6 índices, associados à aula da disciplina, professor, grupo de estudantes, período, dia e sala de aula. Nota-se que o modelo contempla a alocação das aulas juntamente com as salas de aula, porém por se tratar de um número elevado de índices, dependendo do tamanho do problema o modelo pode apresentar um grau de complexidade muito elevado devido à quantidade excessiva de variáveis.

Phillips et al. (2015) também propuseram um modelo genérico que apresenta boa flexibilidade e boas adaptações para grandes instâncias, porém consiste em uma formulação para o problema de alocação de salas de aula dentro do PACU. Nesta ramificação do problema, a grade horária já está definida, de forma que é necessário apenas realizar-se a alocação de cada uma das aulas em uma determinada sala de aula, buscando-se maximizar o número de aulas alocadas. Nota-se que, de acordo com essa formulação, existem aulas que podem ficar sem uma sala de aula associada, o que pode ser um problema dependendo da instituição estudada e requerendo-se um esforço adicional para alocação das disciplinas faltantes.

Neste contexto, um problema de agendamento da Universidade de Ibadan, na Nigéria, foi formulado matematicamente com o intuito de realizar a alocação dos grupos de alunos e professores aos horários e salas de aula disponíveis (OLADOKUN; BADMUS, 2008). O modelo foi executado posteriormente utilizando-se uma heurística construtiva de *Knock-Out*, de forma que não foram utilizados resolvidores de propósito geral.

Essa abordagem, apesar de interessante, acaba por não aproveitar de fato as vantagens por trás dos resolvidores e os avanços nos mesmos citados anteriormente. Um estudo realizado no *Industrial Engineering Department (IED)* da *Islamic Azad University Najafabad (IAUN)* foi desenvolvido para a realização do agendamento das aulas da instituição, na qual o departamento de pós-graduação encontrava dificuldade na elaboração das grades devido à preferência dos estudantes por ter aulas nos últimos dois dias da semana. Um modelo matemático foi elaborado e executado através do resolvidor CPLEX, cujos resul-

tados foram implementados posteriormente (MOKHTARI et al., 2021). Um outro modelo genérico de Phillips et al. (2015) também já citado foi posteriormente executado através do resolvidor *Gurobi*, como forma de avaliar o desempenho do modelo na obtenção de grades horárias factíveis.

Em Schimmelpfeng e Helber (2007) um modelo de programação inteira foi utilizado para descrever o problema de agendamento de cursos na Universidade de Hannover, na Alemanha. O estudo de caso foi realizado na Escola de Economia da instituição, que contava com cerca de 2800 alunos e 9 institutos na época e realizava a alocação das aulas através de um sistema intranet, em que cada um dos institutos enviava requisições de quais horários, dias e salas pretendiam usar para que os professores ministrassem suas aulas. Apesar da alta complexidade do problema, foi possível atingir a otimalidade em tempos de execução reduzidos através dos resolvidores CPLEX e *Coin-Cbc* (*open source*), obtendo-se grades horárias de alta qualidade.

Porém, com grande frequência, métodos exatos de resolução do problema se mostram incapazes de alcançar uma solução factível dentro de um período de tempo considerado aceitável (GRÖBNER; WILKE; BÜTTCHER, 2003). Neste contexto, abordagens heurísticas acabam por ganhar força devido ao seu balanço aceitável entre tempo computacional e qualidade da solução, apesar de perder-se a garantia de otimalidade.

## 2.4 Métodos Heurísticos para o Problema de Agendamento de Cursos em Universidades

Como apresentado na Seção 2.2.3, os modelos matemáticos totalizam muito pouco em relação às demais estratégias. Isso se deve à alta complexidade do problema estudado, considerado *NP-Hard* (DASKALAKI; BIRBAS; HOUSOS, 2004), o que torna os problemas reais de difícil resolução. Com isso, estratégias como heurísticas e meta-heurísticas entram em destaque, devido a sua grande flexibilidade e vantagem computacional quando comparadas aos resolvidores de propósito geral.

### 2.4.1 Heurísticas Construtivas e de Melhoria

Heurísticas são técnicas que baseiam-se na experiência do pesquisador para resolução de problemas, servindo como uma forma de acelerar o processo de obtenção das soluções pautando-se em intuições e palpites fundamentados (DESALE et al., 2015). A necessidade de utilização de heurísticas emerge do fato de que nem sempre métodos exatos são

práticos para resolução de alguns problemas (SALHI, 2017), devido ao esforço computacional excessivo para obtenção de uma solução factível para o problema, ou ao risco de permanecer-se preso a um ponto de ótimo local.

Neste contexto, as heurísticas surgem como a única forma de ajudar o pesquisador a encontrar solução razoáveis e factíveis para o problema. Dentre as razões para se afirmar isso, temos algumas listadas a seguir, de acordo com Salhi (2017).

1. Heurísticas podem ser o único meio de obter-se soluções concretas para problemas de otimização que apresentam um porte muito elevado;
2. São facilmente adaptáveis de acordo com a inserção de novas restrições ou outras variações de um dado problema;
3. Em geral são métodos de fácil implementação e validação;
4. Podem gerar mais de uma solução para dado problema de forma flexível e fácil, o que possibilita o pesquisador escolher a solução de sua preferência ou até mesmo trabalhar com várias ao mesmo tempo.

Dentre as principais heurísticas utilizadas, têm-se as heurísticas construtivas e as heurísticas de melhoria (conhecidas também como de busca local), que são mais bem descritas a seguir.

- Heurísticas construtivas: consistem em algoritmos responsáveis pela obtenção de uma solução inicial factível para o problema, geralmente realizada de maneira incremental com a inserção, no caso dos problemas de agendamento, dos eventos considerados (BUDIONO; WONG, 2012);
- Heurísticas de melhoria: métodos que partem de uma solução inicial e realizam processos (conhecidos como movimentos) nessa solução, gerando-se um conjunto (conhecido como vizinhança) composto por outras soluções ligeiramente diferentes da solução inicial. Então, verifica-se se há alguma solução melhor do que a solução atual e, com base em algum critério, seleciona-se a melhor candidata. O processo se repete até que nenhuma das soluções da vizinhança proporcione uma melhoria (DESALE et al., 2015).

Abordagens construtivas geralmente são utilizadas como estágio inicial para posterior melhoria da solução encontrada através de buscas locais (WAHID et al., 2019), podendo

até mesmo servir de base para a geração da população de algoritmos populacionais. Em Gunawan, Ng e Poh (2007), um algoritmo heurístico de 3 etapas para o PACU é proposto, que consiste em um pré-processamento, construção e melhoria da solução. No primeiro estágio, as preferências dos cursos por determinados professores são ordenadas de maneira não-crescente, bem como as preferências dos professores em relação aos dias e horários para ministrarem suas aulas. Em seguida, na etapa de construção, busca-se alocar o maior número possível de cursos e professores de acordo com as preferências listadas na etapa anterior, iniciando-se a alocação dos professores aos cursos e, em seguida, realizando-se a alocação dos cursos aos horários disponíveis com base nas preferências do professor que ministra a aula em questão. Por fim, a etapa de aprimoramento baseia-se na mudança de alocação dos professores aos cursos, gerando-se uma vizinhança e selecionando-se a melhor solução encontrada.

Outro trabalho que apresenta um algoritmo heurístico como alicerce para resolução do PACU pautou-se em uma primeira fase construtiva seguida de uma busca em vizinhança para melhoria da solução (BUDIONO; WONG, 2012). A heurística proposta se aproveita da possibilidade de representar o problema de agendamento através de um *Graph Vertex Coloring*. Essa estrutura serve como um modelo geral para resolução de conflitos associados aos horários de alunos e professores. Com base nos conflitos, um *graph coloring* derivado da grade horária é gerado, de forma que colorir este grafo consiste em encontrar a quantidade de janelas de tempo necessária para alocar as aulas sem que haja conflito. Por fim, uma busca local é realizada, de forma a reduzir-se a violação das restrições *soft* e melhorar a qualidade da solução obtida.

Por outro lado, estratégias de busca local costumam ser implementadas juntamente com outros tipos de algoritmos (p.e., com as meta-heurísticas que serão descritas adiante), como com o Algoritmo Genético (YANG; JAT, 2010) ou com o *Iterated Local Search* (SONG et al., 2018). Em Malik, Khan e Sadiq (2012), uma abordagem construtiva seguida de uma busca local é proposta para o PACU, de forma que a grade horária gerada inicialmente é construída de maneira incremental e, em seguida, uma heurística de melhoria é aplicada à grade horária gerada.

Nota-se que as heurísticas apresentam grande flexibilidade e adaptação às necessidades de cada problema particular estudado, sendo também de fácil implementação e utilização. Porém, em muitos casos, um ponto de ótimo local é alcançado através de tais métodos, de forma que a solução não consegue ser aprimorada. Neste contexto, surgem as meta-heurísticas, como forma de tentar escapar desses ótimos locais e alcançar a otimalidade global, que são apresentadas a seguir.

## 2.4.2 Meta-heurísticas

As meta-heurísticas, atualmente, são as estratégias que dominam o campo de estudo do PACU (LINDAHL; SØRENSEN; STIDSEN, 2018). Tais algoritmos consistem na tentativa de melhoria de uma solução de forma iterativa considerando alguma medida de avaliação da solução (DESALE et al., 2015), podendo ser algoritmos de trajetória, como o *Simulated Annealing*, ou populacionais, como o Algoritmo Genético. Adicionalmente, nota-se uma grande preferência dos pesquisadores na utilização desta segunda classe, dentre eles o Algoritmo Genético (AG), a Colônia de Formigas (CF) e a Colônia Artificial de Abelhas (CAA).

O Algoritmo Genético, em específico, mostra-se uma opção frequentemente utilizada, tanto de forma exclusiva quanto combinada com demais algoritmos (hibridizações). Sua ideia básica consiste na geração inicial aleatória de um conjunto de soluções, conhecido como população, seguida da evolução desta população através das gerações (DESALE et al., 2015). Cada solução pode ser expressa através de uma estrutura conhecida como cromossomo e, a cada geração e para cada cromossomo existente, um novo cromossomo é gerado a partir de sua mutação (alteração no cromossomo em questão) ou do *crossover* (cruzamento) com outro cromossomo. Os melhores indivíduos são, então, selecionados para permanecer na população com base no valor de sua solução e o processo se repete iterativamente, convergindo-se para o melhor indivíduo encontrado (sem garantia de otimalidade).

No contexto de universidades que apresentam o conceito de *modular degree* (no qual ocorre a criação de grades personalizadas pelos próprios alunos com base em um conjunto de módulos a serem escolhidos), que é o caso de muitas universidades britânicas, a estratégia convencional de utilização das grades horárias do ano anterior para estruturação da nova mostra-se inviável, de forma que o AG mostra-se uma boa opção para realização do agendamento (BURKE; ELLIMAN; WEARE, 1994). Casos mais genéricos também são considerados, como a utilização de um AG em duas etapas (UEDA et al., 2000), no qual duas populações evoluem de maneira independente e, ao final, são unidas, formando-se as grades horárias com alocação tanto das aulas quanto das salas utilizadas.

Abordagens de *Simulated Annealing* também são utilizadas, como em um algoritmo de três fases (KOSTUCH, 2004) e em um algoritmo híbrido como forma de aprimorar as restrições *soft* do problema (CHIARANDINI et al., 2006). Neste último, o algoritmo proposto apresenta duas etapas: a primeira responsável por resolver as restrições *hard* e a segunda encarregada de minimizar as violações das restrições *soft*. Esta é uma estratégia

muito utilizada em problemas que envolvem penalizações, mostrando-se uma maneira eficiente de reduzir o escopo do problema e facilitar sua resolução, dado que os resultados atingidos por Chiarandini et al. (2006) mostraram-se bastante promissores.

Outra abordagem evolucionária/populacional interessante é a Colônia de Formigas, proposta inicialmente por Colorni et al. (1996), que consiste em uma simulação do funcionamento por trás dos feromônios utilizados pelas formigas, de forma a proporcionar a construção de soluções de maneira probabilística e que demonstre efetividade na resolução do PACU (SOCHA; SAMPELS; MANFRIN, 2003).

Porém, não pode-se afirmar categoricamente a existência de uma meta-heurística superior que apresente sempre um desempenho mais elevado em relação às demais. De acordo com um estudo de comparação dos desempenhos realizado por Rossi-Doria et al. (2003), o algoritmo que apresenta melhor resultado varia de acordo com a natureza da instância testada, principalmente o seu tamanho. Assim, cabe ao pesquisador analisar qual estratégia mais combina com sua maneira de pensar e estruturar o problema em questão, de forma que existe um portfólio bastante extenso de tais algoritmos, sejam eles evolucionários ou de trajetória.

Como já mencionado, apesar da força das meta-heurísticas, as abordagens mais recorrentes baseiam-se na combinação entre dois ou mais algoritmos, como forma de aproveitar a força por trás de cada um deles. Esta categoria de estratégias é comumente conhecida como hibridizações. Dentre as formas de hibridização existentes, podemos pontuar mais especificamente duas delas: a combinação entre duas ou mais heurísticas/meta-heurísticas (YANG; JAT, 2010; CHIARANDINI et al., 2006; FONG; ASMUNI; MCCOLLUM, 2015; THEPPHAKORN; PONGCHAROEN, 2023) ou a combinação entre heurísticas e métodos exatos (matheurísticas e MIP heurísticas) (RAPPOS et al., 2022; LINDAHL; SØRENSEN; STIDSEN, 2018). A primeira categoria é a que mais se destaca, atualmente, no campo de estudo, porém as matheurísticas/MIP heurísticas estão ganhando força nos últimos anos devido aos avanços existentes no poder computacional tanto das máquinas quando dos resolvedores de propósito geral (LINDAHL; SØRENSEN; STIDSEN, 2018). Estas duas classes de algoritmos híbridos são mais bem discutidas a seguir.

### 2.4.3 Múltiplas Heurísticas/Meta-heurísticas

A combinação entre múltiplas heurísticas construtivas, heurísticas de melhoria e meta-heurísticas consiste em uma estratégia de otimização amplamente utilizada e apresenta as

mais variadas combinações existentes. Dentre as possibilidades existentes para o PACU temos algoritmos *Firefly* bi-objetivos (THEPPHAKORN; PONGCHAROEN, 2023), uma combinação de heurísticas construtivas, Busca Tabu e *Simulated Annealing* (CHIARANDINI et al., 2006), união entre Algoritmo Genético com Colônia de Formigas (PALEMBANG, 2018), entre muitos outros.

Nota-se a grande variedade existente neste campo, que busca aproveitar as diferentes vantagens de cada uma das abordagens existentes. Por exemplo, no caso de um algoritmo de Colônia de Abelhas combinado com uma busca local, a utilização da meta-heurística permite a exploração de um grande espaço de soluções, ao passo que as buscas locais aperfeiçoam a solução em uma vizinhança mais próxima, atingindo um balanço eficaz entre exploração e aprimoramento (FONG; ASMUNI; MCCOLLUM, 2015).

Em Ilyas e Iqbal (2015), foi realizado um estudo de diversas abordagens híbridas utilizadas para resolução do PACU, no qual destacou-se a preferência dos pesquisadores pela utilização de meta-heurísticas populacionais (como Algoritmo Genético, Otimização por Enxame de Partículas e Colônia Artificial de Abelhas) em combinação com métodos de busca local. Dentre os algoritmos analisados, uma combinação entre Enxame de Partículas e procedimentos de busca local proporcionou uma melhoria da qualidade das grades horárias geradas para o PACU quando comparadas à utilização exclusiva da meta-heurística.

Outra proposta pauta-se na inicialização *greedy* do Algoritmo Genético (AG), de forma que o AG é executado em duas partes: a primeira conta com a utilização dos procedimentos de mutação e *crossover* padrão do algoritmo de forma a aumentar a diversidade da população, ao passo que a segunda, recebendo os *outputs* da primeira fase, executa apenas mutações dos indivíduos até que não se encontrem melhores soluções, configurando-se um processo de busca local.

#### 2.4.4 Matheurísticas e MIP heurísticas

Com a dominação das meta-heurísticas, poucos trabalhos na literatura apresentam abordagens matheurísticas ou MIP heurísticas para o PACU. Estes algoritmos consistem na adaptação de métodos exatos e sua inter-operação com outros algoritmos heurísticos (BOSCHETTI et al., 2009), ou seja, aproveita-se de técnicas de programação matemática, como a utilização de resolvidores de propósito geral, mas as utiliza de uma maneira diferente.

Apesar da baixa procura por esta categoria de estratégias, estas mostram-se interessantes ao passo que o poder computacional vêm aumentando nos últimos anos, o que reflete no desempenho dos resolvidores de propósito geral utilizados. Neste contexto, Lindahl, Sørensen e Stidsen (2018) apresentam uma matheurística composta pela divisão do modelo matemático em duas etapas realizadas sequencialmente, sendo a primeira responsável pela alocação das aulas aos horários e a segunda encarregada de realizar a alocação das salas. Estratégias associadas a um pré-processamento do modelo e realização de busca local atrelada também foram exploradas (RAPPOS et al., 2022). Neste caso, a formulação matemática é explorada, de forma a realizarem-se simplificações nas variáveis de decisão e restrições do problema, descritas a seguir.

1. Dedução dos valores das variáveis de decisão: com base nas restrições existentes, localizam-se as variáveis que podem ser definidas como 0 ou 1, fixando-se seus valores e eliminando-as da resolução;
2. Verificação das restrições já satisfeitas: com base nas variáveis de decisão fixadas na etapa anterior, verifica-se quais restrições já foram satisfeitas para o problema e são, portanto, redundantes;
3. Redução do número de restrições através da agregação: como forma de reduzir-se ainda mais a quantidade de restrições do problema, um conjunto de restrições pode ser transformado em uma única restrição equivalente.

Trata-se de uma área ainda pouco explorada para o PACU, mas que apresenta grande potencial e diversas possibilidades.

Duas famosas MIP heurísticas já consolidadas na literatura e que serão utilizadas neste trabalho são a *relax-and-fix* (RAF) (POCHET; WOLSEY, 2006) e a *fix-and-optimize* (FAO) (HELBER; SAHLING, 2010). Ambas estão mais bem descritas a seguir.

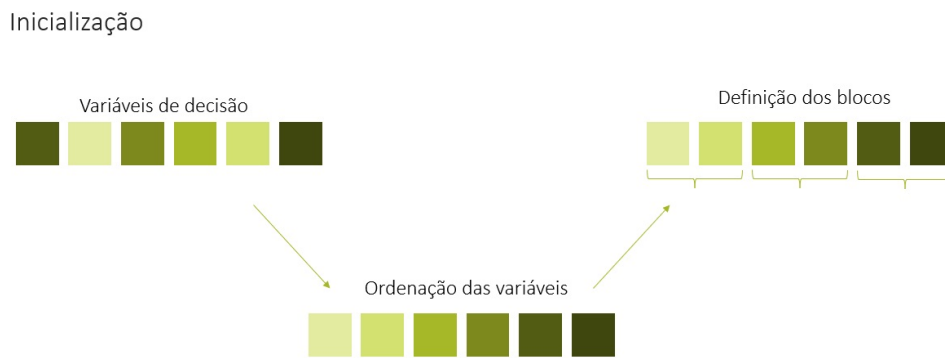
#### 2.4.4.1 Relax-and-fix

A seguir encontra-se uma descrição detalhada do funcionamento da MIP heurística *relax-and-fix*, com base na definição apresentada em Wolsey (1998). Neste contexto, a *relax-and-fix* consiste no relaxamento e fixação das variáveis discretas do modelo ao longo de uma série de execuções. O relaxamento consiste em definir parte das variáveis inteiras ou binárias como contínuas, de forma a desconsiderar as restrições de integralidade das

mesmas, ao passo que a fixação consiste em atribuir um valor específico à variável. Trata-se de um algoritmo construtivo.

Primeiramente, deve-se definir de que forma as variáveis de decisão serão particionadas, isto é, divididas em grupos. No problema geral de agendamento de cursos em universidades, podemos, por exemplo, particionar as variáveis por disciplina, por curso ou até mesmo pelos blocos de estudantes. Outros critérios podem ser sugeridos, como mesclagens entre curso e disciplina ou até mesmo através das próprias variáveis de decisão (neste caso, as partições consistem nos próprios tipos de variáveis de decisão existentes, de forma que cada partição possui todas as variáveis de decisão de um determinado tipo), que será o caminho escolhido no presente trabalho e é mais bem discutido posteriormente. Este processo está ilustrado na Figura 2 a seguir.

Figura 2: Inicialização de uma *relax-and-fix*.

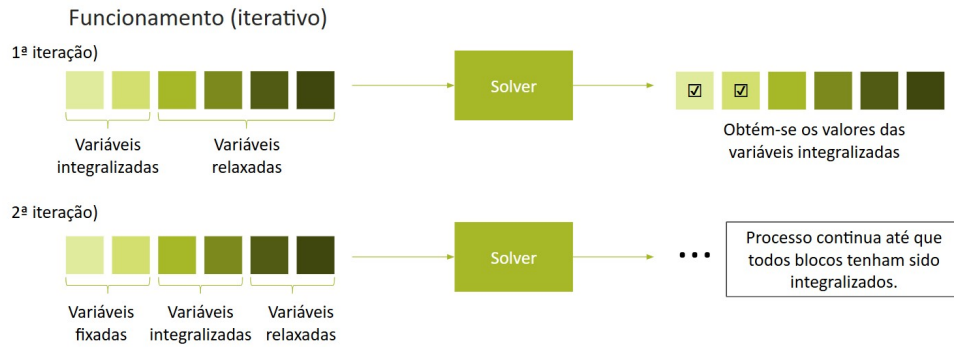


Fonte: Elaborado pelo autor.

Definidas as partições, é realizado um número de iterações igual ao número de partições definido. Em cada uma das execuções, as variáveis de uma dada partição deverão ser relaxadas, integralizadas (isto é, deve-se retomar as restrições de integralidade para estas variáveis) ou fixadas como explicado anteriormente. Na primeira iteração, a primeira partição é integralizada e as demais (contendo as demais variáveis) relaxadas. Ao final dessa execução, os valores obtidos para as variáveis da partição 1 são armazenados e fixados. Na segunda iteração, a partição 2 é integralizada e as demais partições permanecem relaxadas. Esse processo se repete até que todas as partições tenham sido integralizadas e a solução esteja completa, como ilustrado na Figura 3 a seguir. Vale a pena ressaltar, entretanto, que a solução pode se tornar infactível durante este processo, sendo necessário definir de forma consistente as partições utilizadas.

O algoritmo apresenta estrutura simples, porém 3 parâmetros são extremamente importantes para garantir uma solução boa e também factível: o critério de particionamento a ser adotado, a ordem na qual as partições são executadas e o critério de parada das

Figura 3: Funcionamento de uma *relax-and-fix*.



iterações.

#### 2.4.4.2 Fix-and-optimize

Uma definição para a MIP heurística *fix-and-optimize* pode ser encontrada em Helber e Sahling (2010), de forma que será apresentado a seguir um detalhamento do algoritmo de acordo com a mesma. Vale ressaltar que trata-se de um algoritmo de melhoria e, por isso, necessita de uma solução inicial.

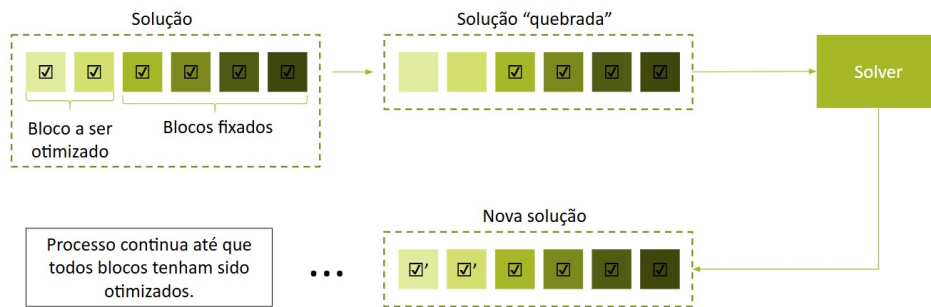
A *fix-and-optimize* apresenta um funcionamento semelhante ao da *relax-and-fix*, mas neste caso as variáveis serão somente fixadas/desfixadas ou reiniciadas (i.e., os valores para as variáveis daquela partição são removidos).

Primeiramente, deve-se definir as partições das variáveis de decisão com base em algum critério, podendo ser o mesmo empregado na *relax-and-fix* ou outro. Na primeira iteração, os valores das variáveis da primeira partição são desfixados, enquanto as demais permanecem fixadas. Em outras palavras, a solução é "quebrada" para ser reotimizada em seguida. A nova solução obtida pode ser melhor ou pior do que a melhor solução encontrada até o momento e, no primeiro caso, ela se torna a nova solução global.

Nas demais iterações, a próxima partição sofre o mesmo processo de desfixação enquanto as demais permanecem fixadas. Este processo se repete até que todas partições tenham sido contempladas ou até que algum outro critério tenha sido satisfeito, como número de iterações, tempo de execução, entre outros. O processo encontra-se ilustrado na Figura 4 a seguir.

Figura 4: Funcionamento de uma *fix-and-optimize*.

Inicialização análoga ao relax-and-fix. Funcionamento também iterativo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste algoritmo, a definição das partições, a sequência a ser seguida e o critério de parada das iterações também se mostram extremamente importantes para a obtenção de melhores soluções.

## 3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo é apresentada com mais detalhes a definição do problema estudado por este Trabalho de Formatura. Inicia-se com a apresentação da instituição estudada e suas demandas, seguida da descrição do problema na Escola Politécnica e, por fim, a definição do objeto de estudo deste trabalho.

### 3.1 Instituição Estudada

A instituição foco do estudo consiste na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, uma escola de engenharia com mais de um século de história e que atualmente conta com 12 cursos de graduação, divididos em quatro grandes áreas: civil, elétrica, mecânica e química. Por se tratar de um grande número de cursos, com cada um apresentando entre 30 e 170 alunos ingressantes por ano, constata-se a grande proporção do corpo discente da universidade.

A abordagem neste trabalho será realizada para o chamado Ciclo Básico, que consiste nos dois primeiros anos (quatro períodos/semestres) de todos os cursos, nos quais estes apresentam diversas disciplinas em comum consideradas básicas à formação em engenharia, como Cálculo, Física e Álgebra. Tais matérias são semestrais e realizadas até o 4º período (i.e., semestre), de forma que o alvo do estudo consiste na alocação dos alunos nestas disciplinas iniciais.

### 3.2 Delimitação do Estudo

Atualmente, todos os 12 cursos de graduação em engenharia são oferecidos no campus da cidade de São Paulo, apresentando apenas disciplinas semestrais em suas grades curriculares até o final do segundo ano de curso. Esses 2 primeiros anos (ou 4 primeiros semestres) compõem o chamado Ciclo Básico, em que as disciplinas fundamentais e comuns a todos os cursos são ministradas.

Em outras palavras, durante esse período as grades horárias a serem elaboradas são de responsabilidade dos coordenadores do Ciclo Básico, que devem realizar a alocação dos alunos (divididos em blocos para facilitar o processo) e das turmas das disciplinas contemplando todos os 12 cursos. Apesar de existirem diversas disciplinas em comum, cada curso apresenta um conjunto específico de disciplinas mandatórias, de forma que a tarefa demanda grande esforço por parte dos envolvidos (AMATUZZI, 2021). Além disso, não existe uma métrica para verificar a qualidade da grade horária construída, de forma que não é possível garantir que as preferências dos alunos e professores estão sendo atendidas. Tais preferências são mais bem apresentadas no próximo capítulo.

Assim, este Trabalho de Formatura tem como objetivo dar continuidade ao trabalho desenvolvido por AmatuZZi (2021), primeiramente estendendo o modelo matemático proposto para considerar características adicionais do problema e, em seguida, utilizando-o para o desenvolvimento de uma abordagem MIP heurística para geração otimizada das grades horárias no Ciclo Básico da Escola Politécnica. Para isso, serão utilizadas informações da universidade do ano de 2022, que melhor se aproximam da atual situação da instituição, gerando-se agendas para cada um dos 4 períodos estudados. A seguir, o problema abordado é detalhado, apresentando-se a atual estrutura de aulas do Ciclo Básico da Escola Politécnica, os objetivos buscados pelos coordenadores durante a elaboração das grades e as principais restrições existentes.

### 3.3 Problema Estudado

O presente Trabalho de Formatura retrata a geração de grades horárias para os 4 períodos do Ciclo Básico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo por meio da extensão do modelo matemático proposto por AmatuZZi (2021). Esta seção trata do detalhamento do problema com base na revisão de literatura realizada no Capítulo 2.

O modelo proposto por AmatuZZi (2021) retrata de forma significativa a atual estrutura encontrada na Escola Politécnica. Nela, temos a segmentação de cada uma das disciplinas ministradas em um número específico e pré-definido de turmas. Tais disciplinas podem apresentar encontros semanais, podendo ser mais de um na mesma semana de acordo com sua carga horária, ou quinzenais. Existem 4 horários disponíveis em que as disciplinas podem ser inseridas: 7h30-9h10; 9h20-11h00; 13h10-14h50; e 15h00-16h40. Uma disciplina pode ocupar 1 ou 2 desses *slots* de forma sequencial, a depender de seu caráter simples ou duplo.

O horizonte de planejamento considerado totaliza 2 semanas úteis, ou seja, 10 dias, como forma de contemplar as disciplinas quinzenais. As disciplinas semanais são ministradas nos mesmos horários nas duas semanas de planejamento, ao passo que as disciplinas quinzenais apenas devem aparecer em uma das semanas consideradas.

Tratando-se agora dos cursos, cada um deles é segmentado em blocos de alunos, cujo número e tamanho também são definidos *a priori*. Assim, na elaboração das grades, os alunos dos cursos são agrupados dentro desses blocos e tais blocos são devidamente alocados nas turmas das disciplinas.

Nota-se que existem duas segmentações a serem consideradas durante a geração das agendas: as turmas das disciplinas e os blocos de alunos. Com isso, deve-se realizar de maneira simultânea a alocação das turmas das disciplinas nos horários e dias disponíveis e a designação de cada um dos blocos de alunos para uma determinada turma.

Dentre as principais restrições que devem ser levadas em consideração durante a elaboração das grades horárias, têm-se:

- As aulas devem ser alocadas em 4 horários descritos anteriormente e em um dos 5 dias da semana (segunda à sexta-feira);
- Os alunos só podem estar alocados em uma única turma em um mesmo dia e horário;
- Os alunos devem estar alocados em todas as disciplinas que compõem sua grade curricular;
- Existe uma quantidade limitada de professores para cada disciplina, de forma que limita-se a quantidade de turmas daquela disciplina em paralelo (i.e., em um mesmo dia e horário);
- Existe um número de aulas semanais de cada disciplina que devem ser alocadas na semana, de forma a atender a carga horária das disciplinas;
- Cada turma de uma disciplina pode ter apenas um encontro por dia;
- Existe uma quantidade disponível de salas de aula, de forma que limitam-se a quantidade de aulas em paralelo que utilizam o mesmo tipo de sala;
- As salas de aula possuem capacidade, de forma que existe um número limitado de blocos de alunos que podem estar na mesma turma.

Como forma de estender o problema, foi considerada tanto a capacidade quanto a disponibilidade das salas de aula em que as disciplinas são ministradas, questão ainda não abordada por Amatuzzi (2021). A ideia principal é garantir que todas as disciplinas possuam algum espaço disponível para serem ministradas, considerando-se a quantidade de salas disponíveis existentes atualmente na Escola Politécnica. Ressalta-se que não será realizada a alocação das salas, e sim apenas garantido que existam salas de aula disponíveis.

Para obtenção das capacidades das salas de aula utilizadas, bem como a quantidade das mesmas disponíveis, foi realizada uma pesquisa com a secretaria do Ciclo Básico. Vale ressaltar que, por se tratar de um estudo do Ciclo Básico, apenas as salas de aula do prédio do Biênio foram consideradas, pois são aquelas de responsabilidade dos organizadores das agendas e as que representam o maior gargalo no processo. Isso se deve ao fato de que grande parte das matérias básicas em todos os cursos de Engenharia (como Cálculo, Física e Álgebra) são ministradas nestas salas, o que representa uma alta demanda e, consequentemente, requerem uma maior atenção durante a alocação. Além disso, salas de aula nos demais institutos são utilizadas para ministrarem-se aulas de 3º, 4º e 5º ano, além de aulas da Pós-Graduação. Com isso, a inclusão da disponibilidade para estas salas não apresentaria uma factibilidade considerável, já que não estaria-se levando em consideração outras disciplinas que também seriam alocadas naquele espaço.

Foram levantados dois tipos de salas principais:

- **Salas do tipo A:** apresentam capacidade para 96 alunos e totalizam 6 salas de aula;
- **Salas do tipo C:** apresentam capacidade para 80 alunos e totalizam 16 salas.

Para este estudo, as disciplinas que não possuem aulas nas salas de aula dos tipos A ou C não foram incluídas na restrição de disponibilidade de salas.

Considerando agora as preferências das grades horárias levantadas por Amatuzzi (2021), têm-se:

- Evita-se a alocação de aulas de uma mesma turma de uma dada disciplina em dias consecutivos do horizonte de planejamento;
- Evita-se a criação de janelas nas grades horárias, isto é, momentos de ociosidade dos alunos em que estes devem permanecer na universidade entre aulas. Por exemplo: o

caso em que um aluno possui aulas apenas no 1<sup>o</sup> e 4<sup>o</sup> horários, de forma que precisa permanecer ocioso no 2<sup>o</sup> e 3<sup>o</sup> aguardando sua próxima aula;

- Busca-se concentrar as aulas para um determinado bloco de alunos no menor número de dias possível, reduzindo a necessidade de deslocamento dos alunos até a universidade;
- Busca-se concentrar as aulas para uma determinada disciplina no menor número de dias possível, reduzindo-se a locomoção dos professores de outros institutos.

Todas estas restrições e preferências foram contempladas no modelo matemático proposto por Amatuzzi (2021), de forma que descreve bem o problema estudado. Porém, uma restrição considerada importante que ainda não foi apresentada consiste na disponibilidade de salas de aulas para as disciplinas. A alocação de salas, atualmente, é considerada um problema de segunda ordem, de forma que é realizada apenas após a definição das grades horárias dos cursos. No entanto, a quantidade de salas disponíveis pode afetar diretamente a factibilidade das agendas, impossibilitando sua implementação e gerando retrabalho para os coordenadores responsáveis. Assim, neste trabalho será elaborada uma restrição que contemple os tipos de sala utilizados por cada uma das disciplinas e a quantidade de tais salas disponíveis de maneira simultânea, que é mais bem apresentado no Capítulo 4.

O modelo proposto por Amatuzzi (2021), apesar de descrever bem o problema estudado e possibilitar a geração de agendas para o Ciclo Básico através de resolvedores de propósito geral, ainda apresenta limitações. Uma delas consiste nos elevados tempos de execução para obtenção de uma solução, de forma que a ferramenta proposta perde força e potencial. Além disso, não existe uma comparação objetiva (através de uma métrica, por exemplo) com as atuais grades horárias elaboradas manualmente pelos coordenadores do Ciclo Básico, de forma que se torna ainda mais difícil provar a qualidade das novas agendas geradas e as vantagens apresentadas por elas frente às atuais.

Assim, este Trabalho de Formatura busca complementar o modelo matemático proposto por Amatuzzi (2021), com a implementação da restrição de disponibilidade de salas, realizar a inserção das atuais grades do Ciclo Básico no modelo, de forma a obter uma métrica de comparação, e, por fim, propor e implementar uma abordagem MIP heurística para o problema, com o objetivo de encontrar soluções ainda melhores em um período reduzido de execução. Adicionalmente, busca-se também elaborar uma ferramenta que extraia a solução obtida e a disponibilize de maneira visual em uma planilha, como forma

de encorajar a adoção do método na elaboração das grades horárias do Ciclo Básico da Escola Politécnica por parte dos atuais coordenadores.

## 4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é apresentado o modelo matemático para Problema de Agendamento de Cursos em Universidades no Ciclo Básico da Escola Politécnica abordado neste Trabalho de Formatura. O modelo, inicialmente proposto por Amatuzzi (2021), descreve em detalhes as principais decisões enfrentadas pelos Coordenadores do Ciclo Básico (responsáveis pela elaboração das grades horárias) e as restrições existentes durante esse processo. Tal modelo foi revisitado pelo presente trabalho, de forma que a função objetivo e algumas restrições sofreram alterações, juntamente com a inserção de um novo conjunto de restrições que contempla a questão da disponibilidade de salas na instituição. O modelo estendido é apresentado em detalhes, com todos seus índices, parâmetros, conjuntos, variáveis de decisão, função objetivo e restrições.

### 4.1 Modelo Proposto para o Caso da Escola Politécnica da USP

O primeiro trabalho a abordar o PACU na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo foi Amatuzzi (2021), de forma que foram levantadas as principais restrições do problema e efetuada a modelagem do mesmo. As restrições dividiram-se em dois tipos:

- *Hard*: associadas às limitações de professores, horários e dias de aula disponíveis, além de outras questões como alocação de turmas, respeito às grades curriculares de cada um dos cursos, entre outros.
- *Soft*: consistem nas preferências da grade apontada por alunos e professores, considerando-se minimizar os principais problemas apontados, dentre eles as janelas entre aulas das disciplinas, número de dias com aulas tanto para os professores quanto para os alunos e a existência de aulas de uma mesma matéria em dias consecutivos.

O modelo busca realizar a alocação simultânea dos blocos de alunos de cada um dos cursos nas disciplinas mandatórias daquela formação e das turmas das disciplinas nos

horários disponíveis (quatro possibilidades por dia). Em outras palavras, deve-se definir em que dias e horários as aulas de uma determinada turma serão ministradas e quais são os blocos de alunos associados à elas.

O modelo previamente proposto em Amatuzzi (2021) foi revisado e refinado, de forma que foram alteradas algumas restrições e componentes da função objetivo, além da inserção de alguns novos parâmetros. As modificações realizadas encontram-se de maneira mais detalhada na próxima seção. A seguir, nas Tabelas 1 e 2, encontram-se os principais conjuntos e índices do modelo revisado.

Tabela 1: Índices e conjuntos do modelo - Parte 1.

| Elemento        | Descrição                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $c \in C$       | Em que $c$ é o índice de cada curso e $C$ é o conjunto de todos os cursos                                                                                                                                                                                                                     |
| $b \in B_c$     | Em que $b$ é o índice de cada bloco de alunos e $B_c$ é o conjunto de todos os blocos do curso $c$                                                                                                                                                                                            |
| $d \in D$       | Em que $d$ é o índice de cada disciplina e $D$ é o conjunto de todas as disciplinas                                                                                                                                                                                                           |
| $t \in T_d$     | Em que $t$ é o índice de cada turma e $T_d$ é o conjunto de todas as turmas da disciplina $d$                                                                                                                                                                                                 |
| $e \in E$       | Em que $e$ é o índice de cada dia do horizonte de planejamento e $E$ é o conjunto de todos os dias do horizonte de planejamento (10 dias, no caso do problema estudado na Escola Politécnica)                                                                                                 |
| $h \in H$       | Em que $h$ é o índice de cada horário de aula (100 min, no caso do problema estudado na Escola Politécnica) e $H$ é o conjunto de todos os horários de aula (no caso do problema estudado na Escola Politécnica: 7h30 às 9h10 (1); 9h20 às 11h00 (2); 13h10 às 14h50 (3); 15h00 às 16h40 (4)) |
| $s \in S$       | Em que $s$ é o índice de cada tipo de sala de aula existente e $S$ é o conjunto de todos os tipos de sala de aula                                                                                                                                                                             |
| $C_d \subset C$ | Em que $C_d$ é o conjunto de cursos que possuem a disciplina $d$ em sua grade curricular, tal que $C_d \subset C$                                                                                                                                                                             |
| $D_c \subset D$ | Em que $D_c$ é o conjunto de disciplinas do curso $c$ , tal que $D_c \subset D$                                                                                                                                                                                                               |
| $D_s \subset D$ | Em que $D_s$ é o conjunto de disciplinas que possuem aulas em salas do tipo $s$ , tal que $D_s \subset D$                                                                                                                                                                                     |
| $D^S \subset D$ | Em que $D^S$ é o conjunto de disciplinas com aulas semanais, tal que $D^S \subset D$                                                                                                                                                                                                          |
| $D^Q \subset D$ | Em que $D^Q$ é o conjunto de disciplinas com aulas quinzenais, tal que $D^Q \subset D$                                                                                                                                                                                                        |

Fonte: Adaptado de Amatuzzi (2021).

Tabela 2: Índices e conjuntos do modelo - Parte 2.

| Elemento        | Descrição                                                                                                                                                                                          |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $D^1 \subset D$ | Em que $D^1$ é o conjunto de disciplinas que devem ter apenas um horário de duração (100 minutos, no caso do problema estudado na Escola Politécnica), tal que $D^1$ é subconjunto de $D$          |
| $D^2 \subset D$ | Em que $D^2$ é o conjunto de disciplinas que devem ter dois horários consecutivos de duração (200 minutos, no caso do problema estudado na Escola Politécnica), tal que $D^2$ é subconjunto de $D$ |
| $E^1 \subset E$ | Em que $E^1$ é o conjunto de dias na primeira semana do horizonte de planejamento ( $1 \leq e \leq 5$ , no caso do problema estudado na Escola Politécnica), tal que $E^1$ é subconjunto de $E$    |
| $E^2 \subset E$ | Em que $E^2$ é o conjunto de dias na segunda semana do horizonte de planejamento ( $6 \leq e \leq 10$ , no caso do problema estudado na Escola Politécnica), tal que $E^2$ é subconjunto de $E$    |

Fonte: AmatuZZi (2021).

Além dos conjuntos e índices, foi definida uma série de parâmetros que devem ser considerados pelo modelo, que se encontram na Tabela 3 a seguir.

Tabela 3: Parâmetros do modelo.

| Elemento                   | Descrição                                                                                                                                                     |
|----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $A_{b,c} \in \mathbb{Z}_+$ | Número de alunos contidos no bloco $b$ do curso $c$                                                                                                           |
| $I_d \in \mathbb{Z}_+$     | Número de horários necessários para atender à demanda quinzenal de cada turma da disciplina $d$                                                               |
| $L_s \in \mathbb{Z}_+$     | Número máximo de alunos permitido nas disciplinas ministradas em salas do tipo $s$                                                                            |
| $P_d \in \mathbb{Z}_+$     | Número de professores disponíveis para ministrar a disciplina $d$                                                                                             |
| $N_s \in \mathbb{Z}_+$     | Número de salas de aula disponíveis do tipo $s$                                                                                                               |
| $\alpha \in \mathbb{N}_+$  | Penalidade associada ao objetivo de minimização de turmas de disciplinas com aulas alocadas em dois dias consecutivos do horizonte de planejamento            |
| $\beta \in \mathbb{N}_+$   | Penalidade associada ao objetivo de minimização de janelas nas grades horárias dos blocos de alunos                                                           |
| $\gamma \in \mathbb{N}_+$  | Penalidade associada ao objetivo de minimização do número de dias do horizonte de planejamento nos quais um bloco de alunos possui aulas                      |
| $\delta \in \mathbb{N}_+$  | Penalidade associada ao objetivo de minimização do número de dias do horizonte de planejamento nos quais aulas das turmas de uma dada disciplina são alocadas |

Fonte: Adaptado de AmatuZZi (2021).

Por fim, na Tabela 4, são apresentadas as variáveis de decisão do modelo, que carregam consigo a grade horária elaborada.

Tabela 4: Variáveis de decisão do modelo.

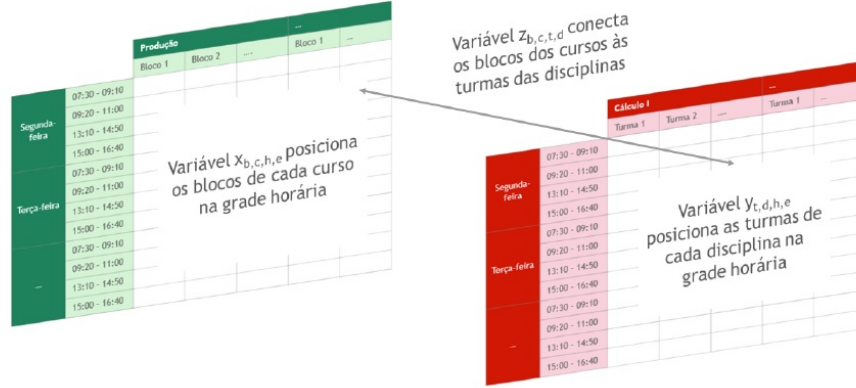
| Elemento                     | Descrição                                                                                                                                                                      |
|------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x_{b,c,h,e} \in \{0, 1\}$   | Assume valor unitário se o bloco $b$ do curso $c$ está alocado no horário $h$ do dia $e$ , e valor nulo caso contrário                                                         |
| $y_{t,d,h,e} \in \{0, 1\}$   | Assume valor unitário se a turma $t$ da disciplina $d$ está alocada no horário $h$ do dia $e$ , e valor nulo caso contrário                                                    |
| $z_{b,c,t,d} \in \{0, 1\}$   | Assume valor unitário se o bloco $b$ do curso $c$ está alocado na turma $t$ da disciplina $d$ , e valor nulo caso contrário                                                    |
| $f_{b,c,e} \in \{0, 1\}$     | Assume valor unitário se o bloco $b$ do curso $c$ está alocado em algum horário do dia $e$ , e valor nulo caso contrário                                                       |
| $g_{d,e} \in \{0, 1\}$       | Assume valor unitário se alguma turma da disciplina $d$ está alocada em algum horário do dia $e$ , e valor nulo caso contrário                                                 |
| $j_{b,c,e}^2 \in \{0, 1\}$   | Assume valor unitário se o bloco $b$ do curso $c$ possui janela no segundo horário do dia $e$                                                                                  |
| $j_{b,c,e}^3 \in \{0, 1\}$   | Assume valor unitário se o bloco $b$ do curso $c$ possui janela no terceiro horário do dia $e$                                                                                 |
| $k_{t,d,e,e+1} \in \{0, 1\}$ | Assume valor unitário se a turma $t$ da disciplina $d$ possui aula no dia $e$ e no dia $e+1$ do horizonte de planejamento (considerando-se apenas os dias de uma mesma semana) |
| $m_{b,c} \in \mathbb{Z}_+$   | Número de dias do horizonte de planejamento em que o bloco $b$ do curso $c$ está alocado                                                                                       |
| $n_d \in \mathbb{Z}_+$       | Número de dias do horizonte de planejamento em que turmas da disciplina $d$ estão alocadas                                                                                     |

Fonte: Adaptado de Amatuzzi (2021).

Dessa forma, ao passo que as variáveis  $x_{b,c,h,e}$  são responsáveis por montar a grade de cada um dos blocos de alunos, as variáveis  $y_{t,d,h,e}$  elaboram a grade das turmas das disciplinas existentes naquele período. Por fim, as variáveis  $z_{b,c,t,d}$  ficam responsáveis por

realizar o vínculo entre os dois tipos de grade geradas, alocando os blocos de alunos em turmas específicas de cada disciplina (AMATUZZI, 2021). A Figura 5 a seguir ilustra essa dinâmica.

Figura 5: Ilustração das variáveis de decisão do modelo.



Fonte: AmatuZZi (2021).

Por fim, a função objetivo do modelo e as restrições elaboradas são apresentadas a seguir, considerando-se os parâmetros, índices, conjuntos e variáveis de decisão já apresentados neste tópico.

Função objetivo:

$$\begin{aligned} \min \alpha \times & \left( \frac{\sum_{d \in D} \sum_{t \in T_d} \sum_{e \in E^1 \setminus |E^1|} k_{t,d,e,e+1}}{\sum_{d \in D} |T_d|} \right) + \beta \times \left( \frac{\sum_{c \in C} \sum_{b \in B_c} \left( \frac{\sum_{e \in E} (j_{b,c,e}^2 + j_{b,c,e}^3)}{|E| \times |H| - \sum_{d \in D_c} |T_d|} \right)}{\sum_{c \in C} |B_c|} \right) + \\ & \gamma \times \left( \frac{\sum_{c \in C} \sum_{b \in B_c} m_{b,c}}{|E| \times \sum_{c \in C} |B_c|} \right) + \delta \times \left( \frac{\sum_{d \in D} n_d}{|E| \times |D|} \right) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Restrições:

$$x_{b,c,h,e} \leq \sum_{d \in D_c} \sum_{t \in T_d} y_{t,d,h,e}, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E, h \in H \quad (4.2)$$

$$y_{t,d,h,e} \leq \sum_{c \in C_d} \sum_{b \in B_c} x_{b,c,h,e}, \quad \forall d \in D, t \in T_d, e \in E, h \in H \quad (4.3)$$

$$x_{b,c,h,e} \geq z_{b,c,t,d} + y_{t,d,h,e} - 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, d \in D_c, t \in T_d, e \in E, h \in H \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} z_{b,c,t_1,d_1} + z_{b,c,t_2,d_2} \leq 3 - y_{t_1,d_1,h,e} - y_{t_2,d_2,h,e}, \quad \forall c \in C, b \in B_c, d_1 \in D_c, d_2 \in D_c, d_2 > d_1, \\ t_1 \in T_{d_1}, t_2 \in T_{d_2}, e \in E, h \in H \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\sum_{t \in T_d} z_{b,c,t,d} = 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, d \in D_c \quad (4.6)$$

$$\sum_{t \in T_d} z_{b,c,t,d} = 0, \quad \forall c \in C, b \in B_c, d \notin D_c \quad (4.7)$$

$$\sum_{c \in C_d} \sum_{b \in B_c} z_{b,c,t,d} \geq 1, \quad \forall d \in D, t \in T_d \quad (4.8)$$

$$y_{t,d,h,e} = y_{t,d,h,e+|E^1|}, \quad \forall d \in D^S, t \in T_d, e \in E^1, h \in H \quad (4.9)$$

$$y_{t,d,1,e} = y_{t,d,2,e}, \quad \forall d \in D^2, t \in T_d, e \in E^1 \quad (4.10)$$

$$y_{t,d,3,e} = y_{t,d,4,e}, \quad \forall d \in D^2, t \in T_d, e \in E^1 \quad (4.11)$$

$$\sum_{e \in E} \sum_{h \in H} y_{t,d,h,e} = I_d, \quad \forall d \in D, t \in T_d \quad (4.12)$$

$$\sum_{e \in E} \sum_{h \in H} x_{b,c,h,e} = \sum_{d \in D_c} I_d, \quad \forall c \in C, b \in B_c \quad (4.13)$$

$$\sum_{h \in H} y_{t,d,h,e} \leq 1, \quad \forall d \in D^1, t \in T_d, e \in E \quad (4.14)$$

$$\sum_{h \in H} y_{t,d,h,e} \leq 2, \quad \forall d \in D^2, t \in T_d, e \in E \quad (4.15)$$

$$\sum_{t \in T_d} y_{t,d,h,e} \leq P_d, \quad \forall d \in D, e \in E, h \in H \quad (4.16)$$

$$\sum_{c \in C_d} \sum_{b \in B_c} A_{b,c} \times z_{b,c,t,d} \leq L_s, \quad \forall t \in T_d, d \in D_s, s \in S \quad (4.17)$$

$$\sum_{d \in D_s} \sum_{t \in T_d} y_{t,d,h,e} \leq N_s, \quad \forall h \in H, e \in E, s \in S \quad (4.18)$$

$$k_{t,d,e,e+1} \geq \sum_{h \in H} y_{t,d,h,e} + \sum_{h \in H} y_{t,d,h,e+1} - 1, \quad \forall d \in D^1, t \in T_d, e \in E^1 \setminus |E^1| \quad (4.19)$$

$$k_{t,d,e,e+1} \geq \sum_{h \in H} y_{t,d,h,e} + \sum_{h \in H} y_{t,d,h,e+1} - 3, \quad \forall d \in D^2, t \in T_d, e \in E^1 \setminus |E^1| \quad (4.20)$$

$$x_{b,c,2,e} + j_{b,c,e}^2 \geq x_{b,c,1,e} + x_{b,c,3,e} - 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E \quad (4.21)$$

$$x_{b,c,2,e} + j_{b,c,e}^2 \geq x_{b,c,1,e} + x_{b,c,4,e} - 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E \quad (4.22)$$

$$x_{b,c,3,e} + j_{b,c,e}^3 \geq x_{b,c,2,e} + x_{b,c,4,e} - 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E \quad (4.23)$$

$$x_{b,c,3,e} + j_{b,c,e}^3 \geq x_{b,c,1,e} + x_{b,c,4,e} - 1, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E \quad (4.24)$$

$$x_{b,c,h,e} \leq f_{b,c,e}, \quad \forall c \in C, b \in B_c, e \in E, h \in H \quad (4.25)$$

$$\sum_{e \in E} f_{b,c,e} \leq m_{b,c}, \quad \forall c \in C, b \in B_c \quad (4.26)$$

$$t_{t,d,h,e} \leq g_{d,e}, \quad \forall d \in D, t \in T_d, e \in E, h \in H \quad (4.27)$$

$$\sum_{e \in E} g_{d,e} \leq n_d, \quad \forall d \in D \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} x_{b,c,h,e}, y_{t,d,h,e}, z_{b,c,t,d}, f_{b,c,e}, g_{d,e}, j_{b,c,e}^2, j_{b,c,e}^3, k_{t,d,e,e+1} \in \{0, 1\}, \quad \forall c \in C, b \in B, d \in D, \\ t \in T, e \in E, h \in H \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$m_{b,c}, n_d \in \mathbb{Z}_+, \quad \forall c \in C, b \in B, d \in D \quad (4.30)$$

A função objetivo (4.1) têm como objetivo minimizar um total de 4 preferências de minimização, que encontram-se listadas a seguir. No modelo original, havia uma 5ª preferênciã que buscava equilibrar o número de alunos entre as turmas de uma disciplina. Porém, com o modelo agora contemplando as capacidades das salas de aula, optou-se por remover essa preferênciã e as variáveis/restrições associadas.

- I. Número de aulas em dias consecutivos para uma mesma turma de uma disciplina;
- II. Número de janelas nas grades horárias dos blocos de alunos;
- III. Número de dias em que um bloco de alunos possui aulas ao longo do horizonte de planejamento;
- IV. Número de dias em que as turmas de uma disciplina estão alocadas ao longo do horizonte de planejamento.

A expressão (4.2) garante que um bloco de alunos só possua aulas em dias e horários em que haja uma turma de uma disciplina que pertença à grade curricular do curso daquele bloco. A garantia de que uma turma de uma disciplina esteja alocada em um dia e horário somente se há algum bloco de alunos (que possua aquela disciplina em sua grade) também alocado naquele horário é feita por (4.3). A expressão (4.4) realiza a associação entre as variáveis de decisão  $x$ ,  $y$  e  $z$ , considerando que, se um bloco de alunos está alocado em uma turma de uma disciplina e que essa turma está alocada em determinado dia e horário, então aquele bloco de alunos está alocado naquele dia e horário. Por sua vez, (4.5) evita conflitos de horário nas grades dos alunos, garantindo que o bloco de alunos só esteja alocado em duas turmas caso tais turmas não possuam aulas no mesmo dia e horário.

A alocação dos blocos de alunos à exatamente uma turma de cada uma das disciplinas demandadas pelo curso é feita por (4.6). A garantia de que os alunos de um curso não serão alocados em turmas de disciplinas que não pertençam à grade curricular daquele curso é feita por (4.7). A expressão (4.8) é responsável por garantir que todas as turmas sejam utilizadas, isto é, pelo menos um bloco de alunos deve estar associado a cada uma das turmas. No caso de disciplinas semanais, garante-se que as suas turmas terão aulas daquela disciplina no mesmo dia e horário em ambas semanas do horizonte de planejamento através de (4.9). As expressões (4.10) e (4.11) garantem que as disciplinas com aulas duplas estejam alocadas em dois horários consecutivos, ou no período da manhã ou no período da tarde obrigatoriamente.

A expressão (4.12) garante que cada turma de uma dada disciplina possua o número de aulas necessárias por aquela disciplina no horizonte de planejamento. Por sua vez, (4.13) garante que os blocos de alunos estejam alocados no número exato de horários necessários para atender a demanda pelas disciplinas que compõem a grade curricular de tal curso. Com o intuito de não possuir mais de uma aula de uma mesma disciplina no mesmo dia, são usadas (4.14) e (4.15). Quanto ao número de professores disponíveis, (4.16) garante que o número de turmas de uma disciplina em um mesmo dia e horário não exceda a quantidade de professores. A expressão (4.17) foi adaptada do modelo original para garantir que a capacidade da sala no qual dada disciplina será ministrada seja respeitada. Considerando a disponibilidade de salas de aula, a nova expressão (4.18) garante que só existam turmas em paralelo de forma a respeitar o número de salas existentes.

As expressões (4.19) e (4.20) servem para computar se uma turma possui aulas de uma dada disciplina em dias consecutivos de uma semana. No modelo original, havia apenas um conjunto de restrições para realizar a ativação de tais variáveis  $k$ . A restrição, da forma pela qual havia sido estruturada, apenas funcionava adequadamente para as disciplinas simples, isto é, disciplinas que ocupam (no máximo) 1 horário por dia. Assim, foi necessário alterar o domínio da restrição para as disciplinas simples (4.19) e adicionar um conjunto de restrições análogo para o caso das disciplinas duplas (4.20), já que estas ocupam dois horários seguidos no dia em que são alocadas.

Quanto ao número de janelas nas grades horárias, este é computado através de (4.21) a (4.24). A expressão (4.25) computa se o bloco de alunos está alocado em algum horário daquele dia do horizonte de planejamento, para que possa-se obter o número de dias em que aquele bloco de alunos está alocado através de (4.26) (valor minimizado na função objetivo). O análogo é realizado para as turmas das disciplinas, no qual (4.27) fica responsável por computar se dada disciplina possui aulas em algum horário daquele dia do

horizonte de planejamento para que, então, (4.28) possa determinar o número de dias em que as turmas daquela disciplina estão alocadas (valor também minimizado na função objetivo). Por fim, (4.29) e (4.30) definem os domínios das variáveis de decisão do modelo.

## 5 MÉTODO DE SOLUÇÃO

Este capítulo tem como objetivo apresentar a abordagem de solução escolhida para resolver o Problema de Agendamento de Cursos em Universidades no Ciclo Básico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Tal estratégia consiste na elaboração de um algoritmo composto por duas MIP heurísticas já amplamente conhecidas pela literatura, sendo elas a *relax-and-fix* (Seção 2.4.4.1) e a *fix-and-optimize* (Seção 2.4.4.2).

### 5.1 Abordagem MIP heurística proposta

Ao executar-se o modelo matemático em um resolvidor de propósito geral, nota-se que o tempo de execução é muito elevado até encontrar-se uma solução factível, conforme testes computacionais preliminares realizados e de acordo com AmatuZZi (2021). Dessa forma, outras abordagens podem ser exploradas, a fim de reduzir-se o tempo computacional empregado para encontrar boas soluções.

Assim, a abordagem proposta consiste em um algoritmo MIP heurístico composto de outras duas MIP heurísticas, sendo elas o *relax-and-fix* (*RAF*) e o *fix-and-optimize* (*FAO*) já apresentadas no Capítulo 2. De forma geral, o *RAF* é responsável por encontrar uma solução inicial factível para o problema, que deve, em seguida, ser aprimorada pelo *FAO*. A ilustração da abordagem está apresentada na Figura 6.

Figura 6: Funcionamento da MIP heurística proposta.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como mencionado no Capítulo 2, a definição dos parâmetros do algoritmo, como o tamanho dos blocos de variáveis a serem integralizados, relaxados e fixados, a ordem

de execução dos blocos, os tempos de cada iteração e critérios de parada são aspectos extremamente importantes para garantia de obtenção de soluções factíveis. Assim, nas seções a seguir estão apresentadas as parametrizações definidas para a *relax-and-fix* e para a *fix-and-optimize*.

### 5.1.1 Parametrização da *relax-and-fix*

A infactibilidade da solução obtida pela *relax-and-fix* (*RAF*) muitas vezes é causada devido ao excesso de partições adotadas, o que faz com que o problema fique mais fácil no começo da execução, mas que pode impossibilitar a obtenção de soluções factíveis ao final da mesma.

Assim, com base em testes realizados empiricamente com as instâncias elaboradas, propõe-se uma nova forma de particionar-se os blocos a serem iterados. Ao invés de considerar-se um dos índices existentes (como blocos de alunos, cursos, turmas ou disciplinas) propõe-se um particionamento baseado nos 3 tipos principais de variáveis de decisão existentes ( $x$ ,  $y$  e  $z$ ). Para escolha do melhor particionamento, primeiramente listou-se todas as combinações possíveis para particionamento das variáveis de decisão existentes, resultando-se em 9 possibilidades. Os particionamentos definidos encontram-se na Tabela 5 a seguir. A variável apresentada em cada coluna de partição indica a variável de decisão a ser integralizada na iteração em questão (p.e., para o particionamento 1, primeiramente a variável  $z$  será integralizada, seguida da variável  $x$  e, por fim, da variável  $y$ ).

| Particionamento | Partição 1 | Partição 2 | Partição 3 |
|-----------------|------------|------------|------------|
| 1               | $z$        | $x$        | $y$        |
| 2               | $z$        | $y$        | $x$        |
| 3               | $z$        | $x \& y$   | -          |
| 4               | $y$        | $x$        | $z$        |
| 5               | $y$        | $z$        | $x$        |
| 6               | $y$        | $x \& z$   | -          |
| 7               | $x$        | $y$        | $z$        |
| 8               | $x$        | $z$        | $y$        |
| 9               | $x$        | $y \& z$   | -          |

Tabela 5: Particionamentos testados.

Para ilustrar o funcionamento, considere, por exemplo, o particionamento 1. O processo é realizado da seguinte forma:

1. Iteração 1 - Variáveis  $z$  integralizadas (indicam se o bloco  $b$  de alunos do curso  $c$  está alocado na turma  $t$  da disciplina  $d$ ): inicialmente, todos blocos de alunos são alocados em turmas das disciplinas que devem cursar. As demais variáveis  $x$  e  $y$  permanecem relaxadas entre 0 e 1;
2. Iteração 2 - Variáveis  $x$  integralizadas (indicam se o bloco  $b$  de alunos do curso  $c$  possui aula no horário  $h$  do dia  $e$ ): em seguida, as variáveis  $z$  obtidas da iteração anterior são fixadas e os blocos de alunos são alocados em horários ao longo da semana. As variáveis  $y$  permanecem relaxadas entre 0 e 1;
3. Iteração 3 - Variáveis  $y$  integralizadas (indicam se a turma  $t$  da disciplina  $d$  possui aula no horário  $h$  do dia  $e$ ): por fim, as variáveis  $z$  permanecem fixadas, as variáveis  $x$  são (agora) fixadas e as turmas das disciplinas são alocadas em horários ao longo da semana.

Então, experimentos computacionais preliminares com algumas instâncias de teste permitiram concluir que os particionamentos 2 e 3 se mostraram promissores, conseguindo obter soluções factíveis, ao passo que os demais não foram capazes de apresentar uma solução ao final da execução da *relax-and-fix*. Na Seção 6.2, os resultados para tais particionamentos são apresentados e discutidos. De forma geral, ambos os particionamentos se mostraram boas opções para o algoritmo. Neste trabalho, optou-se por utilizar o particionamento 3 para os experimentos computacionais com o algoritmo completo.

Em outras palavras, as partições serão apenas duas: a primeira contendo todas as variáveis de decisão  $z$  e a segunda contendo todas as demais variáveis de decisão  $x$  e  $y$ . Além disso, para cada iteração, o algoritmo possui o critério de parada com base no número de soluções encontradas, no caso finalizando a execução ao encontrar a segunda solução factível. Como forma de limitar o tempo de cada iteração sem interromper o processo de obtenção da solução pela *relax-and-fix*, definiu-se um tempo limite de 10 minutos caso pelo menos uma solução factível tenha sido encontrada. Caso contrário, a execução da iteração continua até que se encontre alguma. Com isso, espera-se que a *relax-and-fix* apresente maior chance de obter soluções de qualidade razoável em um tempo menor devido ao número reduzido de partições.

### 5.1.2 Parametrização da *fix-and-optimize*

Quanto à *fix-and-optimize*, alguns outros critérios de particionamento foram testados, considerando os diferentes índices existentes no problema: horários, dias, cursos e disci-  
pli-

nas. Diversos testes foram realizados, porém o particionamento por disciplinas foi o que se mostrou mais eficiente no processo de melhoria da solução inicial fornecida pela *relax-and-fix*. Os demais índices eram muito abrangentes, de forma que cada partição continha um número muito elevado de variáveis, dificultando a obtenção de soluções melhores e factíveis dentro de um período de tempo aceitável.

Assim, o critério de particionamento adotado foi através das disciplinas, que foram ordenadas de acordo com o seu valor de  $Carga\ horária \times n^o\ de\ turmas$ , de forma a organizar as disciplinas com base em sua demanda por espaço na grade horária de forma crescente. Assim, as disciplinas mais “fáceis” (i.e., disciplinas que precisam de pouco espaço na grade) são rearranjadas primeiro, progredindo para as mais difíceis, processo que é repetido duas vezes (i.e., a lista de disciplinas é percorrida duas vezes). Vale ressaltar que cada iteração possui um tempo limite de 5 minutos e é responsável por rearranjar somente uma disciplina por vez.

## 6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS E RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os experimentos computacionais realizados com o modelo matemático estendido e com o algoritmo MIP heurístico proposto. O modelo foi resolvido através do resolvedor de propósito geral *Gurobi* 9.5.2, utilizando-se a linguagem de programação *Python* em um ambiente de desenvolvimento integrado, no caso o *Visual Studio Code*. Todos os testes foram executados em um *notebook Acer Intel Core i7-7500U 2.7 GHz 7th Gen* com memória RAM de 16GB.

Além disso, os pesos utilizados para cada um dos critérios de minimização foram definidos com base no levantamento feito por Amatuzzi (2021), já que foi feito em conjunto com os coordenadores do Ciclo Básico, de forma a tornar as grades horárias no formato esperado por eles. O peso da última preferência de minimização, que foi eliminada neste trabalho durante a revisão do modelo, foi incorporado no peso da preferência IV. Os valores são apresentados a seguir:

- $\alpha$ : 0,40;
- $\beta$ : 0,30;
- $\gamma$ : 0,15;
- $\delta$ : 0,15.

### 6.1 Instâncias Elaboradas

Com o intuito de aproximar o problema ainda mais do caso encontrado no Ciclo Básico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 20 novas instâncias foram elaboradas, combinando-se o levantamento feito por Amatuzzi (2021) com as alterações realizadas na instituição no ano de 2022. As informações utilizadas encontram-se nos Anexos A, B, C e D. Em tal ano, houve a adição de 1 novo curso (Engenharia de Petróleo) e houve, também,

uma mudança no número de vagas de cada curso (p.e., Engenharia de Computação foi de 40 para 73 vagas), conforme indicado na Tabela 6.

| <b>Curso</b>                  | <b>Alunos</b> |
|-------------------------------|---------------|
| Elétrica                      | 170           |
| Computação                    | 73            |
| Civil                         | 136           |
| Ambiental                     | 60            |
| Mecânica                      | 70            |
| Naval                         | 43            |
| Mecatrônica                   | 61            |
| Produção                      | 76            |
| Química                       | 61            |
| Materiais/Metalúrgica/Nuclear | 55            |
| Minas                         | 30            |
| Petróleo                      | 35            |

Tabela 6: Número de alunos em cada um dos cursos de Engenharia contemplados.

Para definição do número de blocos de alunos de cada um dos cursos em cada um dos quatro períodos estudados, foi realizado um estudo minucioso da atual solução desenvolvida pela Coordenação do Ciclo Básico para entender o critério por trás da definição dos blocos de alunos. Notou-se que não existe um critério bem definido para a estipulação de tal parâmetro, de forma que foi elaborada uma regra para quantificar esse número para cada curso em cada um dos 4 períodos estudados. Para isso, primeiramente obteve-se o número mínimo de blocos exigidos por cada uma das disciplinas daquele curso com base na capacidade das salas, isto é, pegou-se o número de alunos daquele curso e dividiu-o pela capacidade da sala de determinada disciplina. Isso foi realizado com a ideia de permitir a alocação de um bloco de alunos inteiro em um determinado horário, respeitando-se a capacidade da sala de aula da disciplina.

Feito isso, tenta-se tirar o mínimo múltiplo comum (MMC) de todos esses valores para que seja possível encaixar os blocos de alunos de maneira uniforme nas turmas de todas as disciplinas contempladas por aquele curso. Por exemplo: suponha que existe um curso com 40 alunos que curse um total de duas disciplinas, ministradas em salas de aula de capacidade 20 e 10. A primeira disciplina exige a divisão em 2 blocos de alunos para respeitar a capacidade, ao passo que a segunda exige a existência de 4 blocos, conforme a lógica explicada anteriormente. Dessa forma, o número de blocos necessários para atender

ambas as disciplinas consiste no MMC entre 2 e 4, de forma a satisfazer ambas as divisões, resultando em um total de 4 blocos neste caso.

Porém, muitas vezes esse MMC se torna um número extremamente elevado, o que dificulta a resolução do problema. Assim, foi definido um teto do qual o MMC não pode passar e, caso ultrapasse, o número de blocos fica definido como este teto. Tal valor é definido como o dobro do maior número de blocos mínimos calculados anteriormente. Por exemplo, considerando o exemplo anterior em que obteve-se 2 e 4 blocos necessários, o número de blocos final consiste em:

$$n^{\circ} \text{ de blocos} = \min\{MMC(2, 4), 2 \cdot \max\{2, 4\}\} = \min\{8, 8\} = 8 \quad (6.1)$$

Nota-se que, caso houvesse uma disciplina adicional para o curso que necessitasse de 3 blocos, o MMC subiria para 12 e, portanto, o número de blocos final permaneceria em 8. O número de blocos de cada curso para cada um dos 4 períodos estudados obtidos com base no critério descrito anteriormente encontra-se na Tabela 7 a seguir. Vale ressaltar que a quantidade de alunos em cada bloco está distribuída da maneira mais uniforme possível.

| Curso                         | Número de blocos |    |    |   |
|-------------------------------|------------------|----|----|---|
|                               | Períodos         |    |    |   |
|                               | 1                | 2  | 3  | 4 |
| Elétrica                      | 10               | 16 | 6  | 6 |
| Computação                    | 2                | 2  | 2  | 1 |
| Civil                         | 8                | 6  | 12 | 8 |
| Ambiental                     | 2                | 2  | 1  | 1 |
| Mecânica                      | 6                | 4  | 2  | 8 |
| Naval                         | 2                | 4  | 3  | 2 |
| Mecatrônica                   | 4                | 4  | 10 | 8 |
| Produção                      | 2                | 2  | 2  | 6 |
| Química                       | 6                | 2  | 1  | 2 |
| Materiais/Metalúrgica/Nuclear | 2                | 1  | 2  | 1 |
| Minas                         | 2                | 1  | 1  | 1 |
| Petróleo                      | 2                | 1  | 1  | 1 |

Tabela 7: Número de blocos com base no novo critério.

As instâncias principais são 4, cada uma contemplando 1 período específico do Ciclo

Básico e todos os 12 cursos existentes, consideradas de grande porte. A fim de avaliar o modelo e o algoritmo em fase de parametrização, foram criadas também instâncias de médio porte, considerando as quatro grandes áreas existentes (civil, elétrica, mecânica e química) em cada um dos 4 períodos estudados, totalizando 16 instâncias de menor porte. Cada uma delas contempla os seguintes cursos:

- Civil: engenharias civil e ambiental;
- Elétrica: engenharias de computação e elétrica;
- Mecânica: engenharias mecânica, mecatrônica, de produção e naval;
- Química: engenharias química, de materiais/metalúrgica/nuclear, de minas e de petróleo.

As instâncias apresentam a nomenclatura do tipo P\_N\_A, na qual P indica o período do qual se trata (1, 2, 3 ou 4), N indica a quantidade de cursos presentes naquela instância (2, 4 ou 12) e A indica a grande área em questão (elétrica, civil, química, mecânica, todos). Com isso, temos as seguintes 20 instâncias.

- |                |                |
|----------------|----------------|
| • 1_2_elétrica | • 3_2_elétrica |
| • 1_2_civil    | • 3_2_civil    |
| • 1_4_química  | • 3_4_química  |
| • 1_4_mecânica | • 3_4_mecânica |
| • 1_12_todos   | • 3_12_todos   |
| • 2_2_elétrica | • 4_2_elétrica |
| • 2_2_civil    | • 4_2_civil    |
| • 2_4_química  | • 4_4_química  |
| • 2_4_mecânica | • 4_4_mecânica |
| • 2_12_todos   | • 4_12_todos   |

Para melhor visualização da complexidade de cada uma das instâncias, na Tabela 8 a seguir está reportado o número de variáveis discretas (inteiras e binárias) e o número de restrições computados pelo modelo para cada uma delas. Nota-se que apenas o número de

cursos é insuficiente para determinar a complexidade da instância, já que outros fatores influenciam no número de variáveis e restrições, como o número de blocos e turmas.

| <b>Instância</b> | <b>Número de Variáveis</b> | <b>Número de Restrições</b> |
|------------------|----------------------------|-----------------------------|
| 1_2_civil        | 2588                       | 193681                      |
| 1_2_elétrica     | 2962                       | 274574                      |
| 1_4_mecânica     | 3643                       | 313757                      |
| 1_4_química      | 3122                       | 203698                      |
| 2_2_civil        | 1841                       | 83750                       |
| 2_2_elétrica     | 3396                       | 273550                      |
| 2_4_mecânica     | 3581                       | 177127                      |
| 2_4_química      | 1774                       | 50920                       |
| 3_2_civil        | 3312                       | 345051                      |
| 3_2_elétrica     | 2559                       | 143022                      |
| 3_4_mecânica     | 4645                       | 475217                      |
| 3_4_química      | 1856                       | 46845                       |
| 4_2_civil        | 2210                       | 95257                       |
| 4_2_elétrica     | 2215                       | 113023                      |
| 4_4_mecânica     | 5110                       | 649236                      |
| 4_4_química      | 1684                       | 40948                       |
| 1_12_todos       | 13985                      | 5753328                     |
| 2_12_todos       | 11821                      | 2984887                     |
| 3_12_todos       | 12864                      | 3287571                     |
| 4_12_todos       | 11871                      | 2806243                     |

Tabela 8: Número de variáveis e restrições em cada uma das instâncias elaboradas.

Adicionalmente, conforme apresentado anteriormente, apenas as salas de aula do prédio do Biênio foram consideradas neste problema, contemplando as salas do tipo A e do tipo C. Desta forma, para disciplinas que não possuem aulas em nenhum destes dois tipos de sala, sua capacidade foi estimada com base no tamanho de sua maior turma segundo os dados de 2022. Em outras palavras, foi considerado o número de alunos da maior turma (daquela disciplina) com base na solução fornecida pelos Coordenadores do Ciclo Básico. Por fim, o valor da capacidade da sala foi multiplicado por um fator  $f = 1.2$  para garantir factibilidade, já que o modelo não é capaz de realizar ajustes “manuais” nos tamanhos dos blocos da forma que é realizada atualmente pelos responsáveis do Ciclo Básico.

## 6.2 Testes preliminares com a *relax-and-fix*

Conforme já citado na seção anterior, para parametrização da etapa da *relax-and-fix* do algoritmo proposto, foram realizados testes com as 20 instâncias criadas considerando-se as 9 possibilidades de particionamento listadas na Seção 5.1.1. Dentre elas, apenas dois particionamentos foram capazes de obter soluções factíveis ao final do processo. Os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 9 a seguir, na qual a melhor solução entre os dois particionamentos foi destacada.

| Instância    | z y x         |           | z x+y         |               |
|--------------|---------------|-----------|---------------|---------------|
|              | Solução RAF   | Tempo (s) | Solução RAF   | Tempo (s)     |
| 1_2_civil    | 0,2050        | 8,50      | <b>0,2017</b> | 10,93         |
| 1_2_elétrica | <b>0,2749</b> | 17,50     | 0,2833        | 14,71         |
| 1_4_mecânica | 0,1843        | 15,92     | <b>0,1638</b> | 321,10        |
| 1_4_química  | <b>0,1732</b> | 20,69     | 0,1789        | 32,40         |
| 2_2_civil    | <b>0,1671</b> | 4,69      | <b>0,1671</b> | 5,18          |
| 2_2_elétrica | 0,2435        | 15,08     | <b>0,1833</b> | 117,94        |
| 2_4_mecânica | <b>0,1753</b> | 64,37     | 0,1757        | 36,97         |
| 2_4_química  | 0,2228        | 1,40      | <b>0,1636</b> | 1,29          |
| 3_2_civil    | <b>0,2426</b> | 22,01     | 0,3344        | 19,67         |
| 3_2_elétrica | 0,3157        | 8,05      | <b>0,1524</b> | 14,10         |
| 3_4_mecânica | 0,3175        | 220,50    | <b>0,1808</b> | 279,77        |
| 3_4_química  | <b>0,1540</b> | 1,74      | 0,3097        | 2,57          |
| 4_2_civil    | <b>0,2487</b> | 5,20      | 0,3390        | 7,37          |
| 4_2_elétrica | <b>0,3362</b> | 5,36      | 0,3908        | 8,35          |
| 4_4_mecânica | <b>0,1741</b> | 603,92    | 0,1975        | 578,02        |
| 4_4_química  | 0,1930        | 1,76      | <b>0,1913</b> | 2,08          |
| 1_12_todos   | <b>0,2987</b> | 6870,90   | 0,4118        | 8056,79       |
| 2_12_todos   | 0,1805        | 1833,44   | <b>0,1783</b> | 1587,44       |
| 3_12_todos   | 0,2213        | 2607,96   | <b>0,1778</b> | 1887,45       |
| 4_12_todos   | <b>0,2013</b> | 4553,20   | 0,2438        | 2387,81       |
| <b>Média</b> | <b>0,2265</b> | 844,11    | 0,2313        | <b>768,60</b> |

Tabela 9: Resultados da *relax-and-fix* para os particionamentos testados.

Com base nos resultados, notou-se que, tanto nas instâncias de médio porte quanto nas de grande porte, ambos os particionamentos mostraram-se bons e com o desempenho parecido. Das 16 instâncias de médio porte, o particionamento 2 obteve melhores soluções em 8 das mesmas, ao passo que o particionamento 3 atingiu melhores resultados nas demais

7 delas. A instância restante apresentou um empate entre os particionamentos. Já no que tange às instâncias de grande porte, cada um dos particionamentos atingiu melhores resultados em 2 das 4 instâncias existentes. Apesar do particionamento 3 ( $z, x + y$ ) ter apresentado uma média de valor de solução um pouco maior quando comparado ao outro, a média do tempo computacional foi menor quando se comparada à do particionamento 2.

Assim, os resultados não apontam a existência de um particionamento melhor entre os dois considerados, de forma que ambos poderiam ser utilizados no algoritmo MIP heurístico final proposto. Neste trabalho em específico optou-se pela utilização do particionamento 3.

### 6.3 Planejamento dos Experimentos Computacionais Finais

Inicialmente, todas as 20 instâncias foram executadas no modelo monolítico como base de comparação para os resultados posteriores. Para as instâncias de médio porte foi imposto um limite de tempo de 2 horas de execução, ao passo que para as grandes instâncias limitou-se esse valor a 8 horas. Para as grandes instâncias, porém, notou-se que o modelo foi incapaz de atingir uma solução factível dentro do período estipulado. Assim, como forma de ter soluções de comparação para os resultados obtidos pela abordagem proposta, as soluções elaboradas pelos próprios responsáveis do Ciclo Básico e utilizadas na Escola Politécnica no ano de 2022 foram inseridas dentro do modelo, a fim de obter-se seu valor de penalidade. Vale ressaltar que o valor de penalidade mostra-se um critério coerente para comparação, dado que os critérios de minimização foram previamente discutidos com os próprios responsáveis pela elaboração das grades em AmatuZZi (2021), de forma que são critérios relevantes para eles e considerados durante este processo.

Em seguida, com o intuito de entender melhor os limitantes do modelo para cada uma das instâncias analisadas, foi realizada uma análise do *GAP* de relaxação linear do modelo, que consiste na execução do modelo com todas as variáveis relaxadas, isto é, definidas como contínuas entre 0 e 1. Esse valor aponta o menor valor possível que a solução pode atingir para aquela instância (no caso de problemas de minimização), porém não indica que aquele é o ótimo do problema original/inteiro (e provavelmente não é). Assim, com ele é possível verificar o quão longe ainda se está da melhor solução possível do problema, servindo como ferramenta para auxiliar as análises e desenvolvimento dos experimentos computacionais.

Por fim, como forma de avaliar a abordagem MIP heurística proposta, todas 20 instâncias foram novamente executadas, conforme as parametrizações indicadas no Capítulo 5.

## 6.4 Resultados Obtidos

Conforme descrito na seção anterior, primeiramente as instâncias de médio porte foram executadas no modelo monolítico, ao passo que as soluções de grande porte foram obtidas diretamente com os responsáveis pela elaboração das grades horárias e inseridas no modelo. A seguir, na Tabela 10, encontram-se as soluções obtidas, o *GAP* de otimalidade no caso das instâncias de médio porte e o tempo computacional para cada uma das instâncias testadas. As soluções ótimas encontradas foram sinalizadas.

| Instância    |              | Modelo Monolítico/Ciclo Básico |                |                       |
|--------------|--------------|--------------------------------|----------------|-----------------------|
|              |              | Solução                        | <i>GAP</i> (%) | Tempo de Execução (s) |
| Médio Porte  | 1_2_civil    | 0,1680                         | 0,89%          | 7.200,00              |
|              | 1_2_elétrica | 0,2424                         | 30,71%         | 7.200,00              |
|              | 1_4_mecânica | 0,1779                         | 8,57%          | 7.200,00              |
|              | 1_4_química  | 0,1607*                        | 0,00%          | 318,69                |
|              | 2_2_civil    | 0,1734                         | 7,85%          | 7.200,00              |
|              | 2_2_elétrica | 0,1770                         | 3,39%          | 7.200,00              |
|              | 2_4_mecânica | 0,1640                         | 4,54%          | 7.200,00              |
|              | 2_4_química  | 0,1636                         | 1,83%          | 7.200,00              |
|              | 3_2_civil    | 0,1734                         | 1,90%          | 7.200,00              |
|              | 3_2_elétrica | 0,1510                         | 1,86%          | 7.200,00              |
|              | 3_4_mecânica | 0,1964                         | 24,91%         | 7.200,00              |
|              | 3_4_química  | 0,1510                         | 1,99%          | 7.200,00              |
|              | 4_2_civil    | 0,1688                         | 8,98%          | 7.200,00              |
|              | 4_2_elétrica | 0,2050*                        | 0,00%          | 3.666,75              |
|              | 4_4_mecânica | -                              | -%             | 7.200,00              |
|              | 4_4_química  | 0,1573                         | 1,59%          | 7.200,00              |
| Grande porte | 1_12_todos   | 0,2633                         | -              | -                     |
|              | 2_12_todos   | 0,2366                         | -              | -                     |
|              | 3_12_todos   | 0,2309                         | -              | -                     |
|              | 4_12_todos   | 0,2409                         | -              | -                     |

Tabela 10: Resultados do modelo monolítico.

Nota-se que em duas instâncias de médio porte atingiu-se a solução ótima, o que indica o potencial do *solver* ao lidar com instâncias de menor porte. Além disso, verifica-se que grande parte dos *GAPs* foram valores bem reduzidos, o que indica a proximidade com a

melhor solução possível. Apesar disso, em 14 das 16 instâncias de médio porte o resultado apresentado foi obtido em um período de 2 horas, o que é uma quantidade de tempo um pouco elevada dada a complexidade das instâncias. Para as instâncias de grande porte, conforme já mencionado anteriormente, não foi possível obter uma única solução factível dentro do período de 8 horas, o que reforça essa limitação do resolvidor em relação ao tempo de execução e abre espaço para a utilização de outras abordagens mais rápidas do ponto de vista computacional.

Em seguida, foi realizada uma análise do *GAP* de relaxação linear do modelo, avaliando-se o limitante inferior do problema. Os resultados obtidos bem como os tempos de execução encontram-se na Tabela 11 a seguir, na qual também foram computadas as diferenças percentuais entre a solução obtida pelo Modelo Monolítico/Ciclo Básico e a solução relaxada ( $GAP_{RL}$ ).

| Instância    |              | Modelo Monolítico/Biênio | Modelo Relaxado |                       |                |
|--------------|--------------|--------------------------|-----------------|-----------------------|----------------|
|              |              |                          | Solução         | Tempo de Execução (s) | $GAP_{RL}$ (%) |
| Médio Porte  | 1.2.civil    | 0,1680                   | 0,1665          | 6,71                  | -0,89%         |
|              | 1.2.elétrica | 0,2424                   | 0,1695          | 9,03                  | -30,07%        |
|              | 1.4.mecânica | 0,1779                   | 0,1638          | 16,30                 | -7,93%         |
|              | 1.4.química  | 0,1607                   | 0,1607          | 6,94                  | 0,00%          |
|              | 2.2.civil    | 0,1734                   | 0,1521          | 2,74                  | -12,28%        |
|              | 2.2.elétrica | 0,1770                   | 0,1710          | 10,42                 | -3,39%         |
|              | 2.4.mecânica | 0,1640                   | 0,1565          | 11,12                 | -4,57%         |
|              | 2.4.química  | 0,1636                   | 0,1576          | 2,54                  | -3,67%         |
|              | 3.2.civil    | 0,1734                   | 0,1701          | 7,56                  | -1,90%         |
|              | 3.2.elétrica | 0,1510                   | 0,1473          | 3,33                  | -2,45%         |
|              | 3.4.mecânica | 0,1964                   | 0,1490          | 17,58                 | -24,13%        |
|              | 3.4.química  | 0,1510                   | 0,1480          | 1,31                  | -1,99%         |
|              | 4.2.civil    | 0,1688                   | 0,1537          | 14,19                 | -8,95%         |
|              | 4.2.elétrica | 0,2050                   | 0,2050          | 12,58                 | 0,00%          |
|              | 4.4.mecânica | -                        | 0,1550          | 91,38                 | -              |
|              | 4.4.química  | 0,1573                   | 0,1547          | 4,51                  | -1,65%         |
| Grande porte | 1.12.todos   | 0,2633                   | 0,1603          | 2800,69               | -39,12%        |
|              | 2.12.todos   | 0,2366                   | 0,1496          | 720,41                | -36,77%        |
|              | 3.12.todos   | 0,2309                   | 0,1558          | 1678,41               | -32,52%        |
|              | 4.12.todos   | 0,2409                   | 0,1549          | 617,95                | -35,70%        |

Tabela 11: Análise do *GAP* de relaxação linear do modelo.

Verifica-se que os tempos de execução para o problema relaxado são extremamente baixos, não atingindo 2 minutos para as instâncias de médio porte, o que reforça que a dificuldade do modelo realmente está pautada nas variáveis de decisão inteiras (binárias). Além disso, nota-se que as soluções obtidas pelo modelo monolítico no período de 2 horas se aproximam consideravelmente da solução relaxada para as instâncias de médio porte, sinal de que o modelo monolítico apresenta boa capacidade para resolver problemas de porte mais reduzido e se aproximar consideravelmente do ótimo. Porém, tratando das

instâncias de maior porte, os desvios em relação às soluções de 2022 utilizadas no Ciclo Básico mostram-se um pouco mais elevados do que nas demais, o que indica possível espaço para melhoria.

Em seguida, a fim de avaliar-se a MIP heurística proposta (RAF-FAO), todas as 20 instâncias foram novamente executadas para verificação da qualidade das soluções em comparação ao modelo matemático e soluções do Ciclo Básico. Os resultados encontram-se na Tabela 12 a seguir. A primeira coluna indica a instância em questão, a segunda apresenta a solução obtida pelo modelo monolítico para as instâncias de médio porte e a solução do Ciclo Básico para as de grande porte, a terceira indica a solução final obtida após execução da *fix-and-optimize* e a quarta apresenta o tempo de execução total da RAF-FAO. Por fim, a última coluna apresenta o desvio da solução obtida pela MIP heurística em relação à solução do modelo/Ciclo Básico. A melhor solução entre as duas abordagens foi destacada.

| Instância    |              | Modelo Monolítico/Biênio | RAF-FAO       |                 |                |
|--------------|--------------|--------------------------|---------------|-----------------|----------------|
|              |              |                          | Solução Final | Tempo Total (s) | Desvio (%)     |
| Médio Porte  | 1.2_civil    | <b>0,1680</b>            | 0,1755        | 17,72           | 4,46%          |
|              | 1.2_elétrica | 0,2424                   | <b>0,2209</b> | 31,69           | <b>-8,87%</b>  |
|              | 1.4_mecânica | <b>0,1779</b>            | 0,1811        | 33,11           | 1,80%          |
|              | 1.4_química  | <b>0,1607</b>            | 0,1707        | 32,65           | 6,22%          |
|              | 2.2_civil    | 0,1734                   | <b>0,1671</b> | 8,04            | <b>-3,63%</b>  |
|              | 2.2_elétrica | <b>0,1770</b>            | <b>0,1770</b> | 30,08           | 0,00%          |
|              | 2.4_mecânica | <b>0,1640</b>            | 0,1643        | 77,23           | 0,18%          |
|              | 2.4_química  | <b>0,1636</b>            | 0,1664        | 3,36            | 1,71%          |
|              | 3.2_civil    | <b>0,1734</b>            | 0,1905        | 42,67           | 9,86%          |
|              | 3.2_elétrica | <b>0,1510</b>            | 0,1950        | 17,12           | 29,14%         |
|              | 3.4_mecânica | <b>0,1964</b>            | 0,1987        | 280,17          | 1,17%          |
|              | 3.4_química  | <b>0,1510</b>            | 0,1540        | 4,09            | 1,99%          |
|              | 4.2_civil    | <b>0,1688</b>            | 0,1763        | 20,68           | 4,44%          |
|              | 4.2_elétrica | <b>0,2050</b>            | 0,2329        | 11,75           | 13,61%         |
|              | 4.4_mecânica | -                        | <b>0,1703</b> | 784,31          | -%             |
|              | 4.4_química  | <b>0,1573</b>            | 0,1830        | 3,88            | 16,34%         |
| Grande porte | 1.12_todos   | 0,2633                   | <b>0,2385</b> | 10796,47        | <b>-9,42%</b>  |
|              | 2.12_todos   | 0,2366                   | <b>0,1752</b> | 2577,74         | <b>-25,95%</b> |
|              | 3.12_todos   | 0,2309                   | <b>0,1753</b> | 4322,57         | <b>-24,08%</b> |
|              | 4.12_todos   | 0,2409                   | <b>0,1867</b> | 6857,89         | <b>-23,20%</b> |

Tabela 12: Resultados finais obtidos.

Tratando-se das instâncias de médio porte, nota-se que a MIP heurística, apesar de não ter atingido melhores soluções do que modelo monolítico na maioria dos casos, se aproximou consideravelmente dos resultados obtidos, com *GAPs* bastante satisfatórios. Além disso, nota-se que a MIP heurística foi capaz de encontrar uma solução para uma instância que o modelo monolítico não conseguiu resolver no período de 2 horas (4.4\_mecânica).

Com base nos testes realizados com o modelo, constatou-se que para grande parte das instâncias o *GAP* de otimalidade ao final das 2 horas de execução se encontrava bastante baixo, o que indica a proximidade da solução ao ótimo global do problema. Dessa forma, pode-se afirmar que o algoritmo proposto chegou consideravelmente próximo ao ótimo em grande parte das instâncias e em tempos computacionais extremamente baixos, com instâncias apresentando pouquíssimos segundos de execução.

Considerando agora as instâncias de grande porte, os resultados são bastante animadores. O algoritmo proposto atingiu soluções melhores em todas as instâncias testadas, com desvios bastante altos, em torno dos  $\sim 20\%$ . Vale ressaltar que essas soluções são as atuais soluções empregadas pelo Ciclo Básico e geradas de forma manual, o que significa que foi possível obter soluções melhores que as do ano de 2022 com, no máximo, 3 horas de execução. Isso indica o potencial da abordagem proposta como uma ferramenta de auxílio à elaboração de grades horárias na Escola Politécnica, poupando tempo e esforços.

Aprofundando-se a análise, foi observado o impacto de cada preferência de minimização no valor de função objetivo obtido pela MIP heurística proposta em cada uma das instâncias, de forma que:

- I: corresponde à existência de turmas de uma dada disciplina que possuem aulas em dias consecutivos no horizonte de planejamento;
- II: indica a existência de janelas nas grades horárias geradas, ou seja, *time slots* ociosos entre aulas;
- III: penalidade associada à distribuição das aulas dos blocos dos alunos ao longo dos dias (quanto menor, menos dias são necessários para alocar todas as aulas);
- IV: penalidade análoga à anterior, porém considerando a distribuição das aulas das turmas de uma determinada disciplina.

A seguir, na Tabela 13, encontra-se o valor de cada uma das 4 preferências de minimização obtidas com a MIP heurística proposta listadas para cada uma das instâncias de estudo.

| Instância    |              | Penalidades |        |        |        |        |
|--------------|--------------|-------------|--------|--------|--------|--------|
|              |              | I           | II     | III    | IV     | Total  |
| Médio Porte  | 1_2_civil    | 0,0000      | 0,0000 | 0,1245 | 0,0510 | 0,1755 |
|              | 1_2_elétrica | 0,0111      | 0,0056 | 0,1412 | 0,0630 | 0,2209 |
|              | 1_4_mecânica | 0,0000      | 0,0095 | 0,1243 | 0,0473 | 0,1811 |
|              | 1_4_química  | 0,0000      | 0,0000 | 0,1225 | 0,0482 | 0,1707 |
|              | 2_2_civil    | 0,0000      | 0,0000 | 0,1200 | 0,0471 | 0,1671 |
|              | 2_2_elétrica | 0,0000      | 0,0000 | 0,1200 | 0,0570 | 0,1770 |
|              | 2_4_mecânica | 0,0000      | 0,0000 | 0,1232 | 0,0411 | 0,1643 |
|              | 2_4_química  | 0,0000      | 0,0000 | 0,1200 | 0,0464 | 0,1664 |
|              | 3_2_civil    | 0,0000      | 0,0000 | 0,1465 | 0,0439 | 0,1904 |
|              | 3_2_elétrica | 0,0000      | 0,0000 | 0,1200 | 0,0750 | 0,1950 |
|              | 3_4_mecânica | 0,0000      | 0,0000 | 0,1350 | 0,0638 | 0,1988 |
|              | 3_4_química  | 0,0000      | 0,0000 | 0,1110 | 0,0430 | 0,1540 |
|              | 4_2_civil    | 0,0000      | 0,0000 | 0,1200 | 0,0562 | 0,1762 |
|              | 4_2_elétrica | 0,0250      | 0,0000 | 0,1329 | 0,0750 | 0,2329 |
|              | 4_4_mecânica | 0,0000      | 0,0000 | 0,1225 | 0,0478 | 0,1703 |
|              | 4_4_química  | 0,0000      | 0,0000 | 0,1380 | 0,0450 | 0,1830 |
| Grande porte | 1_12_todos   | 0,0196      | 0,0093 | 0,1459 | 0,0636 | 0,2384 |
|              | 2_12_todos   | 0,0000      | 0,0000 | 0,1260 | 0,0492 | 0,1752 |
|              | 3_12_todos   | 0,0027      | 0,0000 | 0,1242 | 0,0484 | 0,1753 |
|              | 4_12_todos   | 0,0063      | 0,0000 | 0,1273 | 0,0531 | 0,1867 |
| Média        |              | 0,0032      | 0,0012 | 0,1273 | 0,0533 | 0,1850 |

Tabela 13: Análise da função objetivo.

É possível observar que, em todas as 20 instâncias, a preferência de minimização III é a que compõe a maior parcela da função objetivo, o que indica que as grades geradas não foram capazes de concentrar as aulas dos blocos de alunos em uma quantidade reduzida de dias. Porém, vale ressaltar a grande quantidade de matérias e de carga horária existentes nas grades curriculares dos cursos, de forma que são necessários vários dias do horizonte de planejamento para alocar todas as disciplinas necessárias. Além disso, as duas principais preferências de minimização (i.e., as que possuem maior peso no modelo) são a I e a II, cujos valores ficaram extremamente reduzidos ou nulos na grande maioria das instâncias. Isso indica que as grades horárias geradas estão com pouquíssimas turmas apresentando aulas em dias consecutivos e também com uma reduzida quantidade de janelas nas grades horárias dos estudantes. Tomando como exemplo as instâncias de grande porte, nota-se que em 3 delas as janelas foram totalmente eliminadas, ao passo que os valores da preferência I não atingiram  $10^{-2}$ , o que representa menos de 10% da função objetivo nos 3 casos. Isso reforça a qualidade das grades horárias obtidas em relação às preferências de minimização seguidas pelos próprios responsáveis do Ciclo Básico.

Adicionalmente, como forma de avaliar a performance de ambos os algoritmos utilizados (*relax-and-fix* e *fix-and-optimize*), a Tabela 14 a seguir fornece uma visão mais específica da contribuição de cada uma das MIP heurísticas utilizadas. Nela, é possível observar o valor da solução obtida pela *relax-and-fix* (RAF) e pela *fix-and-optimize* (FAO), bem como seus respectivos tempos de execução.

| Instância    |              | RAF-FAO     |               |                     |               |
|--------------|--------------|-------------|---------------|---------------------|---------------|
|              |              | Solução RAF | Tempo RAF (s) | Solução Final (FAO) | Tempo FAO (s) |
| Médio Porte  | 1_2_civil    | 0,2050      | 8,50          | 0,1755              | 9,22          |
|              | 1_2_elétrica | 0,2749      | 17,50         | 0,2209              | 14,19         |
|              | 1_4_mecânica | 0,1843      | 15,92         | 0,1811              | 17,19         |
|              | 1_4_química  | 0,1732      | 20,69         | 0,1707              | 11,96         |
|              | 2_2_civil    | 0,1671      | 4,69          | 0,1671              | 3,35          |
|              | 2_2_elétrica | 0,2435      | 15,08         | 0,1770              | 15,00         |
|              | 2_4_mecânica | 0,1753      | 64,37         | 0,1643              | 12,86         |
|              | 2_4_química  | 0,2228      | 1,40          | 0,1664              | 1,96          |
|              | 3_2_civil    | 0,2426      | 22,01         | 0,1905              | 20,66         |
|              | 3_2_elétrica | 0,3157      | 8,05          | 0,1950              | 9,07          |
|              | 3_4_mecânica | 0,3175      | 220,50        | 0,1987              | 59,67         |
|              | 3_4_química  | 0,1540      | 1,74          | 0,1540              | 2,35          |
|              | 4_2_civil    | 0,2487      | 5,20          | 0,1763              | 15,48         |
|              | 4_2_elétrica | 0,3362      | 5,36          | 0,2329              | 6,39          |
|              | 4_4_mecânica | 0,1741      | 603,92        | 0,1703              | 180,39        |
|              | 4_4_química  | 0,1930      | 1,76          | 0,1830              | 2,12          |
| Grande porte | 1_12_todos   | 0,2987      | 6870,90       | 0,2385              | 3925,57       |
|              | 2_12_todos   | 0,1805      | 1833,44       | 0,1752              | 744,30        |
|              | 3_12_todos   | 0,2213      | 2607,96       | 0,1753              | 1714,61       |
|              | 4_12_todos   | 0,2013      | 4553,20       | 0,1850              | 2304,69       |

Tabela 14: Comparação *relax-and-fix* X *fix-and-optimize*.

Nota-se que, para as instâncias de médio porte, os tempos de execução entre ambas as etapas da abordagem proposta foram bastante similares, de forma que não é possível afirmar categoricamente qual dos passos demanda um maior esforço computacional. Porém, considerando as instâncias de maior porte, nota-se claramente que a *relax-and-fix* demandou um maior tempo computacional até que se fosse possível obter uma solução. Isso evidencia que uma das grandes dificuldades na resolução deste problema pauta-se na obtenção de uma solução inicial factível, dada a quantidade de restrições e variáveis de decisão que estruturam o problema.

Quanto às soluções obtidas, nota-se que a *fix-and-optimize* foi capaz de melhorar a solução inicial fornecida em 18 das 20 instâncias testadas, mostrando-se uma heurística de melhoria consistente e eficiente. Porém, resultados ainda melhores podem ser alcançados explorando-se a parametrização do método, que permite outras possibilidades.

## 6.5 Extração dos Resultados de Forma Visual

Sabe-se que a utilização do algoritmo proposto como ferramenta para auxiliar na elaboração das grades horárias apresenta algumas dificuldades. Dentre elas, temos o fato de que a solução obtida encontra-se estruturada em milhares de variáveis de decisão, que assumem valores 0 ou 1. Esse formato não é nem um pouco prático e não permite uma visualização de forma clara da grade horária obtida.

Neste contexto, juntamente com a MIP heurística, foi desenvolvido um código também em linguagem de programação *Python* que realiza a extração das variáveis de decisão e a estruturação dos resultados dentro de uma pasta de trabalho do *Excel*. Assim, para cada um dos cursos é criada uma planilha separada, que apresenta as aulas de cada um dos blocos de alunos, indicando inclusive a turma em que estão alocados.

A seguir, na Figura 7, temos o exemplo para o curso de Engenharia de Produção no 1º Período estudado.

Figura 7: Exemplo de grade horária gerada pela ferramenta de visualização.

|    | A                      | B           | C          | D           |
|----|------------------------|-------------|------------|-------------|
| 1  | Engenharia_de_Producao |             |            |             |
| 2  | Blocos                 |             | 1          | 2           |
| 3  | Semana 1               |             |            |             |
| 4  | Segunda                | 7h30-9h10   | MAT2453-T9 | MAT3457-T12 |
| 5  |                        | 9h20-11h00  | PRO3160-T1 | PRO3160-T1  |
| 6  |                        | 13h10-14h50 | 4323101-T9 | PCC3100-T8  |
| 7  |                        | 15h00-16h40 | MAT3457-T1 | PCC3100-T8  |
| 8  | Terça                  | 7h30-9h10   |            |             |
| 9  |                        | 9h20-11h00  |            | MAT2453-T3  |
| 10 |                        | 13h10-14h50 |            |             |
| 11 |                        | 15h00-16h40 |            |             |
| 12 | Quarta                 | 7h30-9h10   | 4323101-T9 | 4323101-T7  |
| 13 |                        | 9h20-11h00  | MAT3457-T1 | MAT3457-T12 |
| 14 |                        | 13h10-14h50 | MAC2166-T9 | MAC2166-T9  |
| 15 |                        | 15h00-16h40 | MAT2453-T9 |             |
| 16 | Quinta                 | 7h30-9h10   |            | MAT2453-T3  |
| 17 |                        | 9h20-11h00  | PRO3160-T1 | PRO3160-T1  |
| 18 |                        | 13h10-14h50 | PCC3100-T6 | PNV3100-T7  |
| 19 |                        | 15h00-16h40 | PCC3100-T6 | PNV3100-T7  |
| 20 | Sexta                  | 7h30-9h10   | MAT2453-T9 |             |
| 21 |                        | 9h20-11h00  | MAC2166-T9 | MAC2166-T9  |
| 22 |                        | 13h10-14h50 | PNV3100-T2 | 4323101-T7  |
| 23 |                        | 15h00-16h40 | PNV3100-T2 | MAT2453-T3  |

Fonte: elaborado pelo autor.

Espera-se que com essa facilidade o algoritmo proposto apresente ainda mais potencial de ser adotado como ferramenta de auxílio na elaboração das grades horárias por parte dos responsáveis.

## 7 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

O presente Trabalho de Formatura teve como objetivo dar continuidade ao estudo do Problema de Agendamento de Cursos em Universidades, mais especificamente no Ciclo Básico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. A geração das grades horárias mostra-se uma tarefa essencial dentro da instituição, porém apresenta uma grande complexidade devido ao grande número de cursos e disciplinas que devem ser devidamente alocados.

Assim, como forma de solucionar o problema, foram propostos inicialmente uma revisão e refino do modelo matemático existente proposto por Amatuzzi (2021) que descreve o problema. Nele, foram incorporadas restrições de capacidade e disponibilidade de salas de aula físicas, questão que não era contemplada previamente pelo modelo, de forma a aumentar a factibilidade das grades horárias geradas e garantir uma maior aproximação do problema enfrentado na Escola Politécnica.

Apesar disso, conforme já mencionado, o problema apresenta alta complexidade, contando com milhares de variáveis e milhões de restrições, o que dificulta a obtenção de uma solução dentro de um tempo aceitável por parte do modelo monolítico executado em um resolvidor de propósito geral. Dessa forma, foi proposta uma abordagem MIP heurística para resolução do problema, que consiste na combinação entre dois algoritmos já bastante conhecidos na literatura: a *relax-and-fix* e a *fix-and-optimize*. A ideia do algoritmo proposto consiste na obtenção de uma solução inicial factível pela *relax-and-fix* através do particionamento com base no três principais tipos de variáveis de decisão do problema e posterior melhoria da solução obtida pela *fix-and-optimize*, responsável por rearranjar as disciplinas uma a uma.

Para realização dos testes, foram criadas 20 novas instâncias com base nos dados do ano de 2022 da Escola Politécnica e nas informações previamente levantadas por Amatuzzi (2021). Assim, para cada um dos quatro períodos estudados, um total de 5 instâncias foram elaboradas, considerando as grandes áreas existentes (civil, elétrica, mecânica e química) e o período completo (incluindo todos os 12 cursos). Com isso, trabalhos futuros

contam agora com um conjunto de instâncias de teste prontas para aplicação e comparação com os resultados apresentados.

Após a execução do modelo monolítico e do algoritmo MIP heurístico proposto, notou-se que para problemas de menor porte o modelo matemático e os *solvers* mostram-se ferramentas eficientes para resolução do problema. Porém, considerando a obtenção das grades para cada um dos quatro períodos completos, a abordagem proposta mostrou-se muito mais viável em questão de resultado e tempo computacional, obtendo soluções até 20% melhores do que as empregadas em 2022 no Ciclo Básico em, no máximo, 3 horas de execução. Isso corrobora o potencial da proposta em ser utilizada como uma ferramenta de auxílio à geração de grades horárias na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Adicionalmente, como forma de facilitar a utilização dos resultados obtidos pelo algoritmo, foi desenvolvida a geração automática de uma planilha contendo as grades horárias elaboradas. Isso permite uma melhor visualização e utilização da solução, fortalecendo ainda mais a possibilidade de se tornar uma ferramenta institucional futuramente.

Entretanto, muitas melhorias ainda podem ser realizadas em cima do presente estudo, tanto em relação à abordagem de solução quanto em relação à ferramenta de visualização. Assim, como forma de continuação do estudo, propõem-se a melhoria da parametrização do algoritmo, utilizando, por exemplo, *softwares* de teste de parâmetros como o *iRace*, a fim de obter-se soluções ainda melhores em um tempo ainda mais reduzido de tempo. Notou-se também que a grande dificuldade do problema está pautada na obtenção de uma solução inicial factível, de forma que heurísticas construtivas mostram-se alternativas interessantes para redução do tempo computacional total da solução. Por fim, em relação à viabilização da utilização dos algoritmos de otimização propostos como ferramentas de auxílio à decisão, propõe-se a elaboração de uma interface integrada ao algoritmo que permitisse uma maior personalização dos dados do problema e das preferências do usuário em relação à grade horária desejada.

Com as melhorias realizadas neste trabalho e propostas para estudos futuros, espera-se que cada vez mais que algoritmos de otimização se tornem ferramentas de apoio à decisão dentro das instituições, não só dentro da Escola Politécnica mas como também em outros institutos da Universidade de São Paulo. Isso permitirá a obtenção de grades horárias cada vez melhores e condizente com as preferências dos alunos e professores, contribuindo para a melhoria da vida acadêmica de todos os membros da comunidade universitária.

## REFERÊNCIAS

- ALVAREZ-VALDÉS, R.; PARREÑO, F.; TAMARIT, J. M. A tabu search algorithm for assigning teachers to courses. **Top**, Springer, v. 10, p. 239–259, 2002.
- AMATUZZI, I. G. Geração otimizada de grades horárias em universidades: Estudo de caso no ciclo básico da escola politécnica da usp. 2021.
- BABAEI, H.; KARIMPOUR, J.; HADIDI, A. A survey of approaches for university course timetabling problem. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 86, p. 43–59, 2015.
- BADONI, R. P.; GUPTA, D. K.; MISHRA, P. A new hybrid algorithm for university course timetabling problem using events based on groupings of students. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 78, p. 12–25, 2014.
- BOSCHETTI, M. A.; MANIEZZO, V.; ROFFILLI, M.; RÖHLER, A. B. Matheuristics: Optimization, simulation and control. In: SPRINGER. **International workshop on hybrid metaheuristics**. [S.l.], 2009. p. 171–177.
- BUDIONO, T. A.; WONG, K. W. A pure graph coloring constructive heuristic in timetabling. In: IEEE. **2012 International Conference on Computer & Information Science (ICCIS)**. [S.l.], 2012. v. 1, p. 307–312.
- BURKE, E. K.; ELLIMAN, D.; WEARE, R. A genetic algorithm based university timetabling system. In: CITESEER. **Proceedings of the 2nd East-West International Conference on Computer Technologies in Education**. [S.l.], 1994. v. 1, p. 35–40.
- CHIARANDINI, M.; BIRATTARI, M.; SOCHA, K.; ROSSI-DORIA, O. An effective hybrid algorithm for university course timetabling. **Journal of Scheduling**, Springer, v. 9, p. 403–432, 2006.
- COLORNI, A.; DORIGO, M.; MAFFIOLI, F.; MANIEZZO, V.; RIGHINI, G.; TRUBIAN, M. Heuristics from nature for hard combinatorial optimization problems. **International Transactions in Operational Research**, Elsevier, v. 3, n. 1, p. 1–21, 1996.
- DASKALAKI, S.; BIRBAS, T.; HOUSOS, E. An integer programming formulation for a case study in university timetabling. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 153, n. 1, p. 117–135, 2004.
- DESALE, S.; RASOOL, A.; ANDHALE, S.; RANE, P. Heuristic and meta-heuristic algorithms and their relevance to the real world: A survey. **International Journal of Computer Engineering in Research Trends**, Citeseer, v. 351, n. 5, p. 2349–7084, 2015.

- DORNELES, P.; ARAÚJO, O. C. D.; BURIOL, L. S. A fix-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 52, p. 29–38, 2014.
- FONG, C. W.; ASMUNI, H.; MCCOLLUM, B. A hybrid swarm-based approach to university timetabling. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, IEEE, v. 19, n. 6, p. 870–884, 2015.
- GRÖBNER, M.; WILKE, P.; BÜTTCHER, S. A standard framework for timetabling problems. In: SPRINGER. **Practice and Theory of Automated Timetabling IV: 4th International Conference, PATAT 2002, Gent, Belgium, August 21-23, 2002. Selected Revised Papers 4**. [S.l.], 2003. p. 24–38.
- GUNAWAN, A.; NG, K. M.; POH, K. L. An improvement heuristic for the timetabling problem. **International Journal Computational Science**, v. 1, n. 2, p. 162, 2007.
- HELBER, S.; SAHLING, F. A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. **International Journal of Production Economics**, Elsevier, v. 123, n. 2, p. 247–256, 2010.
- ILYAS, R.; IQBAL, Z. Study of hybrid approaches used for university course timetable problem (uctp). In: IEEE. **2015 IEEE 10th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)**. [S.l.], 2015. p. 696–701.
- KOMIJAN, A. R.; KOUPAEI, M. N. A new binary model for university examination timetabling: a case study. **Journal of Industrial Engineering International**, Springer, v. 8, n. 1, p. 28, 2012.
- KOSTUCH, P. The university course timetabling problem with a three-phase approach. In: SPRINGER. **International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling**. [S.l.], 2004. p. 109–125.
- KRISTIANSEN, S.; STIDSEN, T. R. A comprehensive study of educational timetabling - a survey. DTU Management Engineering, 2013.
- LINDAHL, M.; SØRENSEN, M.; STIDSEN, T. R. A fix-and-optimize matheuristic for university timetabling. **Journal of Heuristics**, Springer, v. 24, p. 645–665, 2018.
- MALIK, T. A.; KHAN, H. U.; SADIQ, S. Dynamic time table generation conforming constraints a novel approach. In: **International Conference on Computing and Information Technology (ICCIT 2012) 1st Taibah University International Conference held in Al-Madinah Al-Munawwarah, Saudi Arabia on**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 12–14.
- MERLOT, L. T.; BOLAND, N.; HUGHES, B. D.; STUCKEY, P. J. A hybrid algorithm for the examination timetabling problem. In: SPRINGER. **Practice and Theory of Automated Timetabling IV: 4th International Conference, PATAT 2002, Gent, Belgium, August 21-23, 2002. Selected Revised Papers 4**. [S.l.], 2003. p. 207–231.
- MOKHTARI, M.; SARASHK, M. V.; ASADPOUR, M.; SAEIDI, N.; BOYER, O. Developing a model for the university course timetabling problem: A case study. **Complexity**, Hindawi Limited, v. 2021, p. 1–12, 2021.

OLADOKUN, V.; BADMUS, S. An integer linear programming model of a university course timetabling problem. Akamai University, Hilo, HI, USA, 2008.

PALEMBANG, C. F. Design of rescheduling of lecturing, using genetics-ant colony optimization algorithm. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, IOP Publishing, v. 407, n. 1, p. 012111, aug 2018. Disponível em: <https://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/407/1/012111>.

PHILLIPS, A. E.; WATERER, H.; EHRGOTT, M.; RYAN, D. M. Integer programming methods for large-scale practical classroom assignment problems. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 53, p. 42–53, 2015.

PILLAY, N. A survey of school timetabling research. **Annals of Operations Research**, Springer, v. 218, p. 261–293, 2014.

POCHET, Y.; WOLSEY, L. A. **Production planning by mixed integer programming**. [S.l.]: Springer, 2006. v. 149.

QU, R.; BURKE, E. K.; MCCOLLUM, B.; MERLOT, L. T.; LEE, S. Y. A survey of search methodologies and automated system development for examination timetabling. **Journal of Scheduling**, Springer, v. 12, p. 55–89, 2009.

RAPPOS, E.; THIÉMARD, E.; ROBERT, S.; HÊCHE, J.-F. A mixed-integer programming approach for solving university course timetabling problems. **Journal of Scheduling**, Springer, v. 25, n. 4, p. 391–404, 2022.

ROSSI-DORIA, O.; SAMPELS, M.; BIRATTARI, M.; CHIARANDINI, M.; DORIGO, M.; GAMBARDELLA, L. M.; KNOWLES, J.; MANFRIN, M.; MASTROLILLI, M.; PAECHTER, B. et al. A comparison of the performance of different metaheuristics on the timetabling problem. In: SPRINGER. **Practice and Theory of Automated Timetabling IV: 4th International Conference, PATAT 2002, Gent, Belgium, August 21-23, 2002. Selected Revised Papers 4**. [S.l.], 2003. p. 329–351.

SALHI, S. Heuristic search: The emerging science of problem solving. Springer, 2017.

SCHIMMELPFENG, K.; HELBER, S. Application of a real-world university-course timetabling model solved by integer programming. **Or Spectrum**, Springer, v. 29, p. 783–803, 2007.

SOCHA, K.; SAMPELS, M.; MANFRIN, M. Ant algorithms for the university course timetabling problem with regard to the state-of-the-art. In: SPRINGER. **Applications of Evolutionary Computing: EvoWorkshops 2003: EvoBIO, EvoCOP, EvoIASP, EvoMUSART, EvoROB, and EvoSTIM** Essex, UK, April 14–16, 2003 **Proceedings**. [S.l.], 2003. p. 334–345.

SONG, T.; LIU, S.; TANG, X.; PENG, X.; CHEN, M. An iterated local search algorithm for the university course timetabling problem. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 68, p. 597–608, 2018.

TAN, J. S.; GOH, S. L.; KENDALL, G.; SABAR, N. R. A survey of the state-of-the-art of optimisation methodologies in school timetabling problems. **Expert Systems with Applications**, Elsevier, v. 165, p. 113943, 2021.

THEPPHAKORN, T.; PONGCHAROEN, P. Modified and hybridised bi-objective firefly algorithms for university course scheduling. **Soft Computing**, Springer, v. 27, n. 14, p. 9735–9772, 2023.

UEDA, H.; OUCHI, D.; TAKAHASHI, K.; MIYAHARA, T. A co-evolving timeslot/room assignment genetic algorithm technique for university timetabling. In: SPRINGER. **International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling**. [S.l.], 2000. p. 48–63.

WAHID, J.; ABDUL-RAHMAN, S.; DIN, A. M.; MOHD-HUSSIN, N. Constructing population of initial university timetable: Design and analysis. **Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science**, v. 15, n. 2, p. 1109–1118, 2019.

WILKE, P.; OSTLER, J. Solving the school time tabling problem using tabu search, simulated annealing, genetic and branch & bound algorithms. In: **The Proceedings of the 7th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT 2008)**, Montreal. [S.l.: s.n.], 2008.

WOLSEY, L. A. **Integer Programming**. [S.l.]: John Wiley Sons, 1998. v. 52.

YANG, S.; JAT, S. N. Genetic algorithms with guided and local search strategies for university course timetabling. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)**, IEEE, v. 41, n. 1, p. 93–106, 2010.

ZABIDEE, F.; ADNAN, M. H. M. Optimization in university student timetables: A comprehensive literature review. **Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology**, v. 41, n. 1, p. 14–43, 2024.

## ANEXO A – INFORMAÇÕES 1º PERÍODO

Neste anexo são apresentadas as informações utilizadas para elaboração das instâncias relativas ao 1º período estudado, considerando os dados do ano de 2022 disponibilizados juntamente com o levantamento realizado por Amatuzzi (2021) acerca das características das disciplinas.

Na Tabela 15 estão apresentados os códigos das disciplinas e seus respectivos nomes.

Na Tabela 16 encontra-se a relação das disciplinas do 1º Período e todas suas informações associadas, que inclui o número de turmas, frequência de realização da disciplina, tipo de aula, carga horária, professores disponíveis, capacidade da sala de aula física e tipo de sala em que a disciplina é ministrada.

Na Tabela 17 encontra-se a grade curricular de cada um dos 12 cursos considerando o 1º período estudado.

| <b>Código</b> | <b>Disciplina</b>                                                                   |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| 313101        | Introdução à Engenharia Civil                                                       |
| 4323101       | Física I                                                                            |
| MAC2166       | Introdução à Computação                                                             |
| MAT2453       | Cálculo Diferencial e Integral I                                                    |
| MAT3457       | Álgebra Linear I                                                                    |
| PCC3100       | Representação Gráfica para Projeto                                                  |
| PCS3100       | Introdução à Engenharia de Computação                                               |
| PEA3100       | Energia, Meio Ambiente e Sustentabilidade                                           |
| PHA3101       | Introdução à Engenharia Ambiental                                                   |
| PMI3101       | Introdução à Engenharia Aplicada à Indústria Mineral                                |
| PMI3103       | Matérias Primas Minerais                                                            |
| PMR3100       | Introdução à Engenharia Mecatrônica                                                 |
| PMT3100       | Fundamentos de Ciência e Engenharia dos Materiais                                   |
| PMT3130       | Química dos Materiais Aplicada às Engenharias Civil e Ambiental                     |
| PMT3130_PV    | Química dos Materiais Aplicada às Engenharias Civil e Ambiental - Prática Vinculada |
| PMT3131       | Química dos Materiais Aplicada à Engenharia Elétrica                                |
| PMT3131_PV    | Química dos Materiais Aplicada à Engenharia Elétrica - Prática Vinculada            |
| PMT3150       | Introdução à Engenharia Metalúrgica                                                 |
| PMT3151       | Introdução à Engenharia de Materiais                                                |
| PNV3100       | Introdução à Engenharia                                                             |
| PQI3101       | Fundamentos das Transformações Químicas                                             |
| PQI3101_PV    | Fundamentos das Transformações Químicas - Prática Vinculada                         |
| PQI3102       | Introdução à Engenharia Química                                                     |
| PQI3102_PV    | Introdução à Engenharia Química - Prática Vinculada                                 |
| PQI3103       | Química Tecnológica                                                                 |
| PQI3103_PV    | Química Tecnológica - Prática Vinculada                                             |
| PRO3100       | Introdução à Economia                                                               |
| PTR3111       | Geomática I                                                                         |
| QFL2129       | Química Inorgânica                                                                  |

Tabela 15: Relação de disciplinas para o 1º período estudado.

| Código     | Turmas | Frequência | Tipo de aula | Carga Horária | Professores Disponíveis | Capacidade da Sala | Tipo de Sala |
|------------|--------|------------|--------------|---------------|-------------------------|--------------------|--------------|
| 313101     | 3      | Semanal    | Simples      | 2             | 3                       | 46                 | -            |
| 4323101    | 12     | Semanal    | Simples      | 4             | 5                       | 96                 | A            |
| MAC2166    | 12     | Semanal    | Simples      | 4             | 9                       | 80                 | C            |
| MAT2453    | 12     | Semanal    | Simples      | 6             | 7                       | 80                 | C            |
| MAT3457    | 12     | Semanal    | Simples      | 4             | 6                       | 80                 | C            |
| PCC3100    | 20     | Semanal    | Dupla        | 4             | 8                       | 46                 | -            |
| PCS3100    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 73                 | -            |
| PEA3100    | 3      | Semanal    | Simples      | 4             | 3                       | 80                 | C            |
| PHA3101    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 60                 | -            |
| PMI3102    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 60                 | -            |
| PMI3103    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 35                 | -            |
| PMI3302    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 35                 | -            |
| PMR3100    | 4      | Semanal    | Simples      | 4             | 4                       | 16                 | -            |
| PMT3100    | 5      | Semanal    | Simples      | 2             | 6                       | 80                 | C            |
| PMT3101    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 80                 | C            |
| PMT3130    | 3      | Quinzenal  | Simples      | 1             | 1                       | 80                 | C            |
| PMT3130'PV | 6      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 2                       | 35                 | -            |
| PMT3131    | 4      | Quinzenal  | Simples      | 1             | 1                       | 96                 | A            |
| PMT3131'PV | 9      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 3                       | 40                 | -            |
| PNV3100    | 7      | Semanal    | Dupla        | 4             | 7                       | 43                 | -            |
| PQI3101    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 80                 | C            |
| PQI3101'PV | 5      | Semanal    | Dupla        | 4             | 3                       | 28                 | -            |
| PQI3102    | 1      | Quinzenal  | Simples      | 1             | 1                       | 80                 | C            |
| PQI3102'PV | 3      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 2                       | 21                 | -            |
| PQI3120    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 70                 | -            |
| PQI3120'PV | 5      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 2                       | 26                 | -            |
| PRO3160    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 76                 | -            |
| PTR3111    | 3      | Semanal    | Dupla        | 4             | 1                       | 69                 | -            |
| QFL2129    | 2      | Semanal    | Dupla        | 4             | 2                       | 31                 | -            |

Tabela 16: Dados das disciplinas para o 1º período estudado.

| Disciplina/Curso | Computação | Elétrica | Civil | Ambiental | Minas | Metais | Naval | Mecânica | Química | Mecatrônica | Produção | Petróleo |
|------------------|------------|----------|-------|-----------|-------|--------|-------|----------|---------|-------------|----------|----------|
| 313101           |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| 4323101          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| MAC2166          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| MAT2453          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| MAT3457          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| PCC3100          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| PCS3100          | X          |          |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PEA3100          |            | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PHA3101          |            |          |       | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PMI3102          |            |          |       |           | X     |        |       |          |         |             |          |          |
| PMI3103          |            |          |       |           | X     |        |       |          |         |             |          | X        |
| PMI3302          |            |          |       |           |       |        |       |          |         |             |          | X        |
| PMR3100          |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PMT3100          | X          | X        |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PMT3101          |            |          |       |           |       | X      |       |          |         |             |          |          |
| PMT3130          |            |          | X     | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PMT3130_PV       |            |          | X     | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PMT3131          | X          | X        |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PMT3131_PV       | X          | X        |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PNV3100          |            |          |       |           |       |        | X     | X        |         |             | X        |          |
| PQI3101          |            |          |       |           | X     | X      |       |          |         |             |          | X        |
| PQI3101_PV       |            |          |       |           | X     | X      |       |          |         |             |          | X        |
| PQI3102          |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |
| PQI3102_PV       |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |
| PQI3120          |            |          |       |           |       |        | X     | X        |         |             |          |          |
| PQI3120_PV       |            |          |       |           |       |        | X     | X        |         |             |          |          |
| PRO3160          |            |          |       |           |       |        |       |          |         |             | X        |          |
| PTR3111          |            |          | X     | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| QFL2129          |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |

Tabela 17: Dados dos currículos para o 1º período estudado.

## ANEXO B – INFORMAÇÕES 2º PERÍODO

Neste anexo são apresentadas as informações utilizadas para elaboração das instâncias relativas ao 2º período estudado, considerando os dados do ano de 2022 disponibilizados juntamente com o levantamento realizado por Amatuzzi (2021) acerca das características das disciplinas.

Na Tabela 18 estão apresentados os códigos das disciplinas e seus respectivos nomes.

Na Tabela 19 encontra-se a relação das disciplinas do 2º Período e todas suas informações associadas, que inclui o número de turmas, frequência de realização da disciplina, tipo de aula, carga horária, professores disponíveis, capacidade da sala de aula física e tipo de sala em que a disciplina é ministrada.

Na Tabela 20 encontra-se a grade curricular de cada um dos 12 cursos considerando o 2º período estudado.

| <b>Código</b> | <b>Disciplina</b>                                                       |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------|
| 313102        | Introdução ao Projeto na Engenharia                                     |
| 323100        | Introdução à Engenharia Elétrica                                        |
| 2100106       | Sistema Oceano                                                          |
| 4323102       | Física II                                                               |
| MAC0122       | Princípios de Desenvolvimento de Algoritmos                             |
| MAT2454       | Cálculo Diferencial e Integral II                                       |
| MAT3458       | Álgebra Linear II                                                       |
| PCC3101       | Geometria Gráfica para Engenharia                                       |
| PCS3110       | Algoritmos e Estruturas de Dados para Engenharia Elétrica               |
| PCS3111       | Laboratório de Programação Orientada a Objetos para Engenharia Elétrica |
| PCS3115       | Sistemas Digitais I                                                     |
| PEA3100       | Energia, Meio Ambiente e Sustentabilidade                               |
| PHA3001       | Engenharia e Meio Ambiente                                              |
| PME3100       | Mecânica I                                                              |
| PME3110       | Práticas de Oficina para Engenharia Mecânica                            |
| PME3120       | Expressão Gráfica em Engenharia Mecânica                                |
| PME3120_PV    | Expressão Gráfica em Engenharia Mecânica - Prática Vinculada            |
| PMR3101       | Introdução à Manufatura Mecânica                                        |
| PMR3101_PV    | Introdução à Manufatura Mecânica - Prática Vinculada                    |
| PMR3103       | Introdução ao Projeto de Máquinas                                       |
| PMR3103_PV    | Introdução ao Projeto de Máquinas - Prática Vinculada                   |
| PMT3100       | Fundamentos de Ciência e Engenharia dos Materiais                       |
| PMT3110       | Introdução à Ciência dos Materiais para Engenharia                      |
| PMT3200       | Ciência dos Materiais                                                   |
| PQI3103       | Conservação de Massa e Energia                                          |
| PQI3103_PV    | Conservação de Massa e Energia - Prática Vinculada                      |
| PQI3104       | Laboratório de Fundamentos das Transformações Químicas                  |
| PRO3206       | Introdução à Economia                                                   |
| PRO3208       | Introdução à Economia                                                   |
| PRO3220       | Princípios de Administração de Empresas                                 |
| PRO3330       | Engenharia e Sociedade                                                  |
| QFL2426       | Físico Química XVII                                                     |

Tabela 18: Relação de disciplinas para o 2º período estudado.

| Código     | Turmas | Frequência | Tipo de Aula | Carga Horária | Professores Disponíveis | Capacidade da Sala | Tipo de Sala |
|------------|--------|------------|--------------|---------------|-------------------------|--------------------|--------------|
| 313102     | 4      | Semanal    | Dupla        | 4             | 4                       | 49                 | -            |
| 323100     | 8      | Semanal    | Simples      | 2             | 5                       | 23                 | -            |
| 2100106    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 43                 | -            |
| 4323102    | 12     | Semanal    | Simples      | 2             | 4                       | 80                 | C            |
| MAC0122    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 73                 | -            |
| MAT2454    | 12     | Semanal    | Simples      | 4             | 6                       | 80                 | C            |
| MAT3458    | 12     | Semanal    | Simples      | 4             | 6                       | 96                 | A            |
| PCC3101    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 65                 | -            |
| PCS3110    | 3      | Semanal    | Simples      | 4             | 4                       | 62                 | -            |
| PCS3111    | 7      | Semanal    | Dupla        | 4             | 7                       | 29                 | -            |
| PCS3115    | 2      | Semanal    | Simples      | 4             | 5                       | 37                 | -            |
| PEA3100    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 80                 | C            |
| PHA3001    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 3                       | 70                 | -            |
| PME3100    | 12     | Semanal    | Dupla        | 8             | 12                      | 80                 | C            |
| PME3110    | 2      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 1                       | 80                 | C            |
| PME3120    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 70                 | -            |
| PME3120_PV | 4      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 1                       | 18                 | -            |
| PMR3101    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 61                 | -            |
| PMR3101_PV | 4      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 16                 | -            |
| PMR3103    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 43                 | -            |
| PMR3103_PV | 4      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 4                       | 11                 | -            |
| PMT3100    | 6      | Semanal    | Simples      | 2             | 6                       | 80                 | C            |
| PMT3110    | 6      | Semanal    | Simples      | 4             | 7                       | 55                 | -            |
| PMT3200    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 80                 | C            |
| PQI3103    | 3      | Semanal    | Simples      | 2             | 3                       | 80                 | C            |
| PQI3103_PV | 3      | Semanal    | Simples      | 2             | 3                       | 65                 | -            |
| PQI3140    | 2      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 1                       | 38                 | -            |
| PRO3810    | 2      | Semanal    | Simples      | 4             | 3                       | 70                 | -            |
| PRO3820    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 61                 | -            |
| PRO3821    | 3      | Semanal    | Simples      | 2             | 3                       | 70                 | -            |
| PRO3330    | 1      | Semanal    | Dupla        | 4             | 1                       | 76                 | -            |
| QFL2426    | 2      | Semanal    | Dupla        | 4             | 4                       | 31                 | -            |

Tabela 19: Dados das disciplinas para o 2º período estudado.

| Disciplina/Curso | Computação | Elétrica | Civil | Ambiental | Minas | Metais | Naval | Mecânica | Química | Mecatrônica | Produção | Petróleo |
|------------------|------------|----------|-------|-----------|-------|--------|-------|----------|---------|-------------|----------|----------|
| 313102           |            |          | X     | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| 323100           |            | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| 2100106          |            |          |       |           |       |        | X     |          |         |             |          |          |
| 4323102          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| MAC0122          | X          |          |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| MAT2454          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| MAT3458          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| PCC3101          |            |          |       |           | X     |        |       |          |         |             |          | X        |
| PCS3110          |            | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PCS3111          |            | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PCS3115          | X          |          |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PEA3100          | X          |          |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PHA3001          |            |          |       |           |       |        | X     | X        |         |             |          |          |
| PME3100          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| PME3110          |            |          |       |           |       |        |       | X        |         |             |          |          |
| PME3120          |            |          |       |           |       |        |       | X        |         |             |          |          |
| PME3120_PV       |            |          |       |           |       |        |       | X        |         |             |          |          |
| PMR3101          |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PMR3101_PV       |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PMR3103          |            |          |       |           |       |        | X     |          |         |             |          |          |
| PMR3103_PV       |            |          |       |           |       |        | X     |          |         |             |          |          |
| PMT3100          |            |          | X     | X         | X     |        |       |          |         |             |          | X        |
| PMT3110          |            |          |       |           |       | X      | X     |          | X       |             | X        |          |
| PMT3200          |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PQI3103          |            |          |       |           | X     | X      |       |          | X       |             |          | X        |
| PQI3103_PV       |            |          |       |           | X     | X      |       |          | X       |             |          | X        |
| PQI3140          |            |          |       |           |       |        |       |          |         |             | X        |          |
| PRO3810          |            |          |       |           |       | X      |       | X        |         |             |          |          |
| PRO3820          |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PRO3821          |            |          | X     | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PRO3330          |            |          |       |           |       |        |       |          |         |             | X        |          |
| QFL2426          |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |

Tabela 20: Dados dos currículos para o 2º período estudado.

## ANEXO C – INFORMAÇÕES 3º PERÍODO

Neste anexo são apresentadas as informações utilizadas para elaboração das instâncias relativas ao 3º período estudado, considerando os dados do ano de 2022 disponibilizados juntamente com o levantamento realizado por Amatuzzi (2021) acerca das características das disciplinas.

Na Tabela 21 estão apresentados os códigos das disciplinas e seus respectivos nomes.

Na Tabela 22 encontra-se a relação das disciplinas do 3º Período e todas suas informações associadas, que inclui o número de turmas, frequência de realização da disciplina, tipo de aula, carga horária, professores disponíveis, capacidade da sala de aula física e tipo de sala em que a disciplina é ministrada.

Na Tabela 23 encontra-se a grade curricular de cada um dos 12 cursos considerando o 3º período estudado.

| <b>Código</b> | <b>Disciplina</b>                                               |
|---------------|-----------------------------------------------------------------|
| 303200        | Probabilidade                                                   |
| 440208        | Introdução à Geologia                                           |
| 4323201       | Física Experimental A                                           |
| 4323203       | Física III                                                      |
| GMG3201       | Fundamentos de Geologia e Mineralogia                           |
| MAC0321       | Laboratório de Programação Orientada a Objetos                  |
| MAT2455       | Cálculo Diferencial e Integral III                              |
| PCC3221       | Materiais de Construção I                                       |
| PCC3260       | Física das Construções                                          |
| PCS3115       | Sistemas Digitais I                                             |
| PCS3213       | Engenharia de Software                                          |
| PEF3202       | Introdução à Mecânica das Estruturas                            |
| PEF3203       | Introdução à Mecânica dos Sólidos                               |
| PEF3207       | Resistência dos Materiais                                       |
| PEF3209       | Fundamentos de Mecânica das Estruturas                          |
| PHA3201       | Engenharia e Meio Ambiente                                      |
| PHA3203       | Engenharia Civil e o Meio Ambiente                              |
| PME2202       | Noções de Mecânica dos Fluidos                                  |
| PME3200       | Mecânica II                                                     |
| PME3210       | Mecânica dos Sólidos I                                          |
| PME3220       | Propriedades e Estrutura dos Materiais                          |
| PME3221       | Introdução à Manufatura Mecânica                                |
| PME3222       | Mecânica dos Fluidos para Engenharia Civil                      |
| PME3222_PV    | Mecânica dos Fluidos para Engenharia Civil - Prática Vinculada  |
| PME3235       | Fenômenos de Transporte                                         |
| PMR3201       | Computação para Automação                                       |
| PMR3201_PV    | Computação para Automação - Prática Vinculada                   |
| PMR3202       | Introdução ao Projeto de Sistemas Mecânicos                     |
| PMR3202_PV    | Introdução ao Projeto de Sistemas Mecânicos - Prática Vinculada |
| PMR3203       | Introdução à Manufatura Mecânica                                |
| PMR3203_PV    | Introdução à Manufatura Mecânica - Prática Vinculada            |
| PMT3200       | Ciência dos Materiais                                           |
| PMT3202       | Diagramas de Equilíbrio                                         |
| PMT3205       | Físico-Química para Metalurgia e Materiais I                    |
| PNV3210       | Introdução à Engenharia Naval e Oceânica                        |
| PNV3212       | Mecânica dos Sólidos I                                          |
| PQI2107       | Termodinâmica Química I                                         |
| PQI3203       | Fenômenos de Transporte I                                       |
| PQI3203_PV    | Fenômenos de Transporte I - Prática Vinculada                   |
| PQI3221       | Processos Químicos                                              |

|            |                                         |
|------------|-----------------------------------------|
| PQI3221    | Cinética Química e Processos Ambientais |
| PRO3151    | Laboratório de Sistemas de Informação   |
| PRO3211    | Introdução à Administração              |
| PSI3211    | Circuitos Elétricos                     |
| PSI3211    | Laboratório de Circuitos Elétricos      |
| PSI2147    | Geometria I                             |
| QFL2127    | Físico-Química XVIII                    |
| QFL2129    | Química Inorgânica                      |
| QFL2129_PV | Química Inorgânica - Prática Vinculada  |

Tabela 21: Relação de disciplinas para o 3º período estudado.

| Código     | Turmas | Frequência | Tipo de Aula | Carga Horária | Professores Disponíveis | Capacidade da Sala | Tipo de Sala |
|------------|--------|------------|--------------|---------------|-------------------------|--------------------|--------------|
| 303200     | 13     | Semanal    | Simples      | 2             | 8                       | 80                 | C            |
| 440208     | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 65                 | -            |
| 4323201    | 12     | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 4                       | 103                | -            |
| 4323203    | 12     | Semanal    | Simples      | 4             | 7                       | 96                 | A            |
| GMG3201    | 3      | Semanal    | Simples      | 2             | 4                       | 47                 | -            |
| MAC0321    | 2      | Semanal    | Dupla        | 4             | 1                       | 37                 | -            |
| MAT2455    | 12     | Semanal    | Simples      | 4             | 8                       | 80                 | C            |
| PCC3221    | 4      | Semanal    | Dupla        | 4             | 4                       | 34                 | -            |
| PCC3260    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 136                | -            |
| PCS3115    | 3      | Semanal    | Simples      | 4             | 5                       | 57                 | -            |
| PCS3225    | 2      | Semanal    | Simples      | 4             | 5                       | 37                 | -            |
| PEF3200    | 3      | Semanal    | Dupla        | 4             | 3                       | 69                 | -            |
| PEF3202    | 2      | Semanal    | Simples      | 4             | 2                       | 80                 | C            |
| PEF3207    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 61                 | -            |
| PEF3208    | 4      | Semanal    | Simples      | 2             | 3                       | 73                 | -            |
| PHA3001    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 3                       | 31                 | -            |
| PHA3203    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 68                 | -            |
| PME3033    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 37                 | -            |
| PME3200    | 5      | Semanal    | Simples      | 4             | 5                       | 80                 | C            |
| PME3210    | 2      | Semanal    | Simples      | 4             | 2                       | 35                 | -            |
| PME3220    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 70                 | -            |
| PME3221    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 70                 | -            |
| PME3222    | 3      | Semanal    | Simples      | 2             | 3                       | 50                 | -            |
| PME3222.PV | 6      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 4                       | 25                 | -            |
| PME3238    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 60                 | -            |
| PMR3201    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 61                 | -            |
| PMR3201.PV | 3      | Semanal    | Simples      | 2             | 3                       | 21                 | -            |
| PMR3202    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 31                 | -            |
| PMR3202.PV | 5      | Semanal    | Dupla        | 4             | 2                       | 13                 | -            |
| PMR3203    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 43                 | -            |
| PMR3203.PV | 3      | Semanal    | Simples      | 2             | 3                       | 15                 | -            |
| PMT3200    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 80                 | C            |
| PMT3202    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 55                 | -            |
| PMT3205    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 55                 | -            |
| PNV3210    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 43                 | -            |
| PNV3212    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 43                 | -            |
| PQI3104    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 80                 | C            |
| PQI3203    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 80                 | C            |
| PQI3203.PV | 4      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 35                 | -            |
| PQI3211    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 80                 | C            |
| PQI3221    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 60                 | -            |
| PRO3151    | 2      | Semanal    | Dupla        | 4             | 2                       | 38                 | -            |
| PRO3811    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 68                 | -            |
| PSI3211    | 4      | Semanal    | Simples      | 4             | 6                       | 73                 | -            |
| PSI3212    | 6      | Semanal    | Dupla        | 4             | 8                       | 31                 | -            |
| PTR3111    | 1      | Semanal    | Dupla        | 4             | 1                       | 65                 | -            |
| QFL2427    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 61                 | -            |
| QFL2129    | 2      | Semanal    | Dupla        | 4             | 2                       | 65                 | -            |

Tabela 22: Dados das disciplinas para o 3º período estudado.

| Disciplina/Curso | Computação | Elétrica | Civil | Ambiental | Minas | Metais | Naval | Mecânica | Química | Mecatrônica | Produção | Petróleo |
|------------------|------------|----------|-------|-----------|-------|--------|-------|----------|---------|-------------|----------|----------|
| 303200           | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| 440208           |            |          |       |           | X     |        |       |          |         |             |          | X        |
| 4323201          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| 4323203          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| GMG3201          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| MAC0321          | X          |          |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| MAT2455          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| PCC3221          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PCC3260          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PCS3115          |            | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PCS3225          | X          |          |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PEF3200          |            |          | X     | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PEF3202          |            |          |       |           |       |        |       |          |         |             | X        |          |
| PEF3207          |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |
| PEF3208          | X          | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PHA3001          |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PHA3203          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PME3033          | X          |          |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PME3200          |            |          |       |           |       |        | X     | X        |         | X           |          |          |
| PME3210          |            |          |       |           |       |        |       | X        |         |             |          |          |
| PME3220          |            |          |       |           |       |        |       | X        |         |             |          |          |
| PME3221          |            |          |       |           |       |        |       | X        |         |             |          |          |
| PME3222          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PME3222_PV       |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PME3238          |            |          |       | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PMR3201          |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PMR3201_PV       |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PMR3202          |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PMR3202_PV       |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PMR3203          |            |          |       |           |       |        | X     |          |         |             |          |          |
| PMR3203_PV       |            |          |       |           |       |        | X     |          |         |             |          |          |
| PMT3200          |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |
| PMT3202          |            |          |       |           |       | X      |       |          |         |             |          |          |
| PMT3205          |            |          |       |           |       | X      |       |          |         |             |          |          |
| PNV3210          |            |          |       |           |       |        | X     |          |         |             |          |          |
| PNV3212          |            |          |       |           |       |        | X     |          |         |             |          |          |
| PQI3104          |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |
| PQI3203          |            |          |       |           | X     | X      |       |          |         |             |          | X        |
| PQI3203_PV       |            |          |       |           | X     | X      |       |          |         |             |          | X        |
| PQI3211          |            |          |       |           |       |        |       |          |         |             | X        |          |
| PQI3221          |            |          |       | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PRO3151          |            |          |       |           |       |        |       |          |         |             | X        |          |
| PRO3811          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PSI3211          | X          | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PSI3212          |            | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PTR3111          |            |          |       |           | X     |        |       |          |         |             |          | X        |
| QFL2427          |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |
| QFL2129          |            |          |       |           | X     | X      |       |          |         |             |          | X        |

Tabela 23: Dados dos currículos para o 3º período estudado.

## ANEXO D – INFORMAÇÕES 4º PERÍODO

Neste anexo são apresentadas as informações utilizadas para elaboração das instâncias relativas ao 4º período estudado, considerando os dados do ano de 2022 disponibilizados juntamente com o levantamento realizado por Amatuzzi (2021) acerca das características das disciplinas.

Na Tabela 24 estão apresentados os códigos das disciplinas e seus respectivos nomes.

Na Tabela 25 encontra-se a relação das disciplinas do 4º Período e todas suas informações associadas, que inclui o número de turmas, frequência de realização da disciplina, tipo de aula, carga horária, professores disponíveis, capacidade da sala de aula física e tipo de sala em que a disciplina é ministrada.

Na Tabela 26 encontra-se a grade curricular de cada um dos 12 cursos considerando o 4º período estudado.

| <b>Código</b> | <b>Disciplina</b>                                                        |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------|
| 4323202       | Física Experimental B                                                    |
| 4323204       | Física IV                                                                |
| MAT2456       | Cálculo Diferencial e Integral IV                                        |
| PCC3222       | Materiais de Construção II                                               |
| PCC3231       | Tecnologia e Gestão da Produção de Obras Civas: Princípios e Fundamentos |
| PCC3260       | Física das Construções                                                   |
| PCS3225       | Sistemas Digitais II                                                     |
| PEA3201       | Eletricidade Geral II                                                    |
| PEA3201_PV    | Eletricidade Geral II - Prática Vinculada                                |
| PEA3288       | Eletricidade I                                                           |
| PEA3290       | Eletrotrônica Aplicada I                                                 |
| PEF3201       | Resistência dos Materiais e Estática das Construções I                   |
| PEF3202       | Introdução à Mecânica dos Sólidos                                        |
| PHA3001       | Engenharia e Meio Ambiente                                               |
| PHA3201       | Hidráulica Ambiental 1                                                   |
| PME3201       | Laboratório de Simulações Numéricas                                      |
| PME3211       | Mecânica dos Sólidos II                                                  |
| PME3230       | Mecânica dos Fluidos I                                                   |
| PME3230_PV    | Mecânica dos Fluidos I - Prática Vinculada                               |
| PMI3021       | Técnicas de Caracterização de Materiais                                  |
| PMI3211       | Reagentes Aplicados à Indústria de Mineração                             |
| PMR3220       | Projeto de Mecanismos                                                    |
| PMT3206       | Físico-Química para Metalurgia e Materiais II                            |
| PNV3222       | Mecânica dos Sólidos II                                                  |
| PQI3201       | Termoquímica II                                                          |
| PQI3202       | Fenômenos de Transporte I                                                |
| PQI3202_PV    | Fenômenos de Transporte I - Prática Vinculada                            |
| PQI3222       | Química Ambiental e Fundamentos de Termodinâmica                         |
| PRO3200       | Estatística                                                              |
| PRO3252       | Automação e Controle                                                     |
| PSI3024       | Eletrônica                                                               |
| PSI3213       | Circuitos Elétricos II                                                   |
| PSI3214       | Laboratório de Instrumentação Elétrica                                   |
| PTC3213       | Eletromagnetismo                                                         |
| QFL2308       | Introdução à Química Orgânica                                            |
| QFL2308_PV    | Introdução à Química Orgânica - Prática Vinculada                        |
| QFL2426       | Físico-Química XVII                                                      |

Tabela 24: Relação de disciplinas para o 4<sup>o</sup> período estudado.

| Código     | Turmas | Frequência | Tipo de Aula | Carga Horária | Professores Disponíveis | Capacidade da Sala | Tipo de Sala |
|------------|--------|------------|--------------|---------------|-------------------------|--------------------|--------------|
| 4323202    | 10     | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 2                       | 92                 | -            |
| 4323204    | 9      | Semanal    | Simples      | 4             | 6                       | 96                 | A            |
| MAT2456    | 12     | Semanal    | Simples      | 4             | 6                       | 80                 | C            |
| PCC3222    | 4      | Semanal    | Simples      | 2             | 4                       | 34                 | -            |
| PCC3231    | 4      | Semanal    | Dupla        | 4             | 4                       | 34                 | -            |
| PCC3260    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 3                       | 136                | -            |
| PCS3213    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 73                 | -            |
| PCS3225    | 3      | Semanal    | Simples      | 4             | 4                       | 57                 | -            |
| PEA3201    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 61                 | -            |
| PEA3201.PV | 4      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 2                       | 17                 | -            |
| PEA3288    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 43                 | -            |
| PEA3290    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 60                 | -            |
| PEF3201    | 3      | Semanal    | Simples      | 4             | 4                       | 46                 | -            |
| PEF3202    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 80                 | C            |
| PEF3203    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 61                 | -            |
| PHA3001    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 76                 | -            |
| PHA3201    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 60                 | -            |
| PHA3203    | 1      | Semanal    | Simples      | 2             | 1                       | 136                | -            |
| PME3201    | 4      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 2                       | 18                 | -            |
| PME3211    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 80                 | C            |
| PME3230    | 4      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 76                 | -            |
| PME3230.PV | 14     | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 2                       | 26                 | -            |
| PMI3021    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 65                 | -            |
| PMR3220    | 2      | Semanal    | Simples      | 4             | 2                       | 35                 | -            |
| PMT3206    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 55                 | -            |
| PNV3222    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 43                 | -            |
| PQI3201    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 80                 | C            |
| PQI3202    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 80                 | C            |
| PQI3202.PV | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 31                 | -            |
| PQI3222    | 1      | Semanal    | Simples      | 4             | 1                       | 60                 | -            |
| PRO3200    | 12     | Semanal    | Simples      | 4             | 4                       | 82                 | -            |
| PRO3252    | 2      | Semanal    | Simples      | 4             | 2                       | 38                 | -            |
| PSI3024    | 1      | Semanal    | Simples      | 8             | 1                       | 73                 | -            |
| PSI3213    | 4      | Semanal    | Simples      | 4             | 4                       | 73                 | -            |
| PSI3214    | 6      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 4                       | 32                 | -            |
| PTC3213    | 3      | Semanal    | Simples      | 4             | 3                       | 80                 | C            |
| QFL2308    | 2      | Semanal    | Simples      | 2             | 2                       | 90                 | -            |
| QFL2308.PV | 2      | Quinzenal  | Dupla        | 2             | 2                       | 90                 | -            |
| QFL2426    | 2      | Semanal    | Dupla        | 4             | 2                       | 65                 | -            |

Tabela 25: Dados das disciplinas para o 4º período estudado.

| Disciplina/Curso | Computação | Elétrica | Civil | Ambiental | Minas | Metais | Naval | Mecânica | Química | Mecatrônica | Produção | Petróleo |
|------------------|------------|----------|-------|-----------|-------|--------|-------|----------|---------|-------------|----------|----------|
| 4323202          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| 4323204          | X          | X        |       |           | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| MAT2456          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| PCC3222          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PCC3231          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PCC3260          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PCS3213          | X          |          |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PCS3225          |            | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PEA3201          |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PEA3201_PV       |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PEA3288          |            |          |       |           |       |        | X     |          |         |             |          |          |
| PEA3290          |            |          |       | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PEF3201          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PEF3202          |            |          |       |           |       |        |       |          |         | X           |          |          |
| PEF3203          |            |          |       | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PHA3001          |            |          |       |           |       |        |       |          |         |             | X        |          |
| PHA3201          |            |          |       | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PHA3203          |            |          | X     |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PME3201          |            |          |       |           |       |        |       | X        |         |             |          |          |
| PME3211          |            |          |       |           |       |        |       | X        |         |             |          |          |
| PME3230          |            |          |       |           |       |        | X     | X        |         | X           | X        |          |
| PME3230_PV       |            |          |       |           |       |        | X     | X        |         | X           | X        |          |
| PMI3021          |            |          |       |           | X     | X      |       |          |         |             |          | X        |
| PMR3220          |            |          |       |           |       |        |       | X        |         |             |          |          |
| PMT3206          |            |          |       |           |       | X      |       |          |         |             |          |          |
| PNV3222          |            |          |       |           |       |        | X     |          |         |             |          |          |
| PQI3201          |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |
| PQI3202          |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |
| PQI3202_PV       |            |          |       |           |       |        |       |          | X       |             |          |          |
| PQI3222          |            |          |       | X         |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PRO3200          | X          | X        | X     | X         | X     | X      | X     | X        | X       | X           | X        | X        |
| PRO3252          |            |          |       |           |       |        |       |          |         |             | X        |          |
| PSI3024          |            |          |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PSI3213          | X          | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PSI3214          |            | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| PTC3213          |            | X        |       |           |       |        |       |          |         |             |          |          |
| QFL2308          |            |          |       |           |       | X      |       |          | X       |             |          | X        |
| QFL2308_PV       |            |          |       |           |       | X      |       |          | X       |             |          | X        |
| QFL2426          |            |          |       |           | X     | X      |       |          |         |             |          | X        |

Tabela 26: Dados dos currículos para o 4º período estudado.