

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS

Fernando Bermude Graça

Mecânica quântica em realidade virtual

São Carlos

2024

Fernando Bermude Graça

Mecânica quântica em realidade virtual

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao
Instituto de Física de São Carlos da Universidade de
São Paulo para obtenção do título de Bacharel em
Física ou Ciências Físicas e Biomoleculares ou
Física Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Guilherme Matos Sipahi -
IFSC - USP

São Carlos
2024

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

RESUMO

Neste projeto desenvolvemos um jogo em realidade virtual, constituído de duas fases que visam ilustrar dois aspectos da mecânica quântica. A primeira sendo a formação de uma função densidade de probabilidade a partir da união de uma função de onda com seu complexo conjugado e a segunda se trata da aplicação de regras de seleção na transição de uma função de onda para outra, emitindo ou absorvendo um fóton. Além disso, permeia o projeto o processo de produção de um jogo utilizando a ferramenta Unity e a produção de representações 3D de funções de onda utilizando o Wolfram Mathematica.

Palavras-chave: Mecânica Quântica. Realidade Virtual. Jogos Educativos.

1 INTRODUÇÃO

Por que um jogo?

A literatura indica que o uso de jogos sérios para fins educacionais pode aumentar显著mente o engajamento de alunos com uma disciplina, sendo que o engajamento é um fator determinante para o desenvolvimento acadêmico.¹

Ferramentas de aprendizado como essas, quando associadas a outras atividades de ensino já se provaram capazes de auxiliar os alunos a atingir certo domínio dos conceitos sendo ensinados, isso através da aplicação das regras físicas em um contexto interativo. Na literatura é frequentemente mencionada a necessidade de se aprofundar o entendimento dos alunos de questões conceituais quando o objeto de estudo é contra intuitivo, como no caso da mecânica quântica.²

Por que Realidade Virtual (VR)?

O uso de realidade virtual no desenvolvimento de jogos educacionais oferece certas vantagens que podem ser significativas no processo de aprendizagem. A novidade da realidade virtual proporciona um ambiente imersivo que pode por si só gerar um encantamento e aumentar a motivação e o engajamento dos alunos. A imersão em um ambiente virtual pode facilitar a compreensão de conceitos complexos ao permitir que os alunos interajam diretamente com o conteúdo de aprendizagem, efeito parecido do obtido por aulas práticas.¹

O que é Mecânica Quântica

A Mecânica Quântica é a área de estudos da física que trata dos fenômenos a nível atômico e subatômico. Ela surge da necessidade de explicar certos resultados de experimentos realizados no final do século 19 e início do século 20 que não eram contemplados pelo que é chamado hoje de física clássica. Entre estes experimentos, podemos citar o “desastre ultravioleta” cuja solução de Max Planck implicou em um resultado contraditório a respeito da natureza da radiação eletromagnética. Podemos citar também o efeito fotoelétrico, que mostra que a luz pode se comportar como uma partícula, contradizendo os resultados obtidos pelo experimento de Young anteriormente.

A física moderna, então, se estabelece em um de seus principais traços, como uma física da quantização, onde a radiação eletromagnética não mais é tratada como um fenômeno contínuo mas também discreto.

Depois da descoberta do elétron e através de experimentos de eletroluminescência com o gás hidrogênio, Bohr publicou seu trabalho descrevendo um modelo quantizado para o átomo com um núcleo positivo rodeado por elétrons negativos cujas órbitas agora precisam obedecer regras bem definidas para serem estáveis. A transição de um elétron de uma órbita para outra teria relação a uma emissão ou absorção de radiação eletromagnética e essa radiação seria característica do intervalo entre essas órbitas.

O desenvolvimento e aprimoramento desta teoria levou, em meados da década de 1920, ao desenvolvimento de um tratamento matemático específico, levado a cabo por, entre outros, Dirac, Heisenberg e Schrödinger. A teoria então passa a se guiar principalmente por uma perspectiva probabilística dos fenômenos.

Para dar conta destas descobertas, surge então um modelo para o átomo que representa a probabilidade de se encontrar um elétron nas posições ao redor do núcleo atômico como uma nuvem de probabilidade, estas nuvens são chamadas de orbitais atômicos se tratando do modelo para o átomo de hidrogênio.

Importância desse conhecimento

Todos nós temos contato com tecnologias resultantes do desenvolvimento da mecânica quântica diariamente, seja através do uso de smartphones, de um computador ou de algum tratamento médico. Ao mesmo tempo, o conhecimento que se tem sobre o funcionamento deste

quadro conceitual costuma se limitar a um resumo sobre o modelo de Bohr e uma noção sobre o princípio de Aufbau, tópicos cobertos pelo currículo do ensino obrigatório do Brasil.³

Por se tratar de um conhecimento avançado, as tecnologias produzidas a partir dele possuem grande valor no cenário econômico. Além de apresentarem oportunidade para solução de sérios problemas de alocação de recursos e desenvolvimento sustentável.^{4 5}

Justamente por se tratar de um tópico bastante profundo e complexo, ao longo dos anos surgiu uma série de explicações ou derivações místicas das conclusões às quais chegaram os físicos. Dentre essas explicações místicas podemos citar a “lei da atração”, discutida pelo professor Osvaldo Pessoa Jr.⁶ Este é parte do cenário que faz a popularização do ensino de mecânica quântica algo necessário.

O que são funções de ondas e orbitais atômicos

No início da década de 1920, a partir da explicação de Einstein para o efeito fotoelétrico, que relacionava frequências ondulatórias a conjuntos de partículas (os fôtons), o físico Louis de Broglie expandiu a teoria associando ao elétron um comportamento ondulatório também, uma frequência. Segundo ele, o comportamento dual onda-partícula estaria presente em toda a matéria.⁷

Schrödinger, em 1926, desenvolveu uma equação diferencial capaz de descrever o comportamento dessas partículas no passar do tempo, a chamada equação de Schrödinger. No contexto de um átomo (núcleo positivo rodeado por elétrons negativos) esta equação é utilizada para obter informações sobre a probabilidade de encontrar o elétron em diferentes posições ao redor do núcleo. Resultando em soluções que correspondem a diferentes níveis de energia e formas específicas, conhecidas como orbitais atômicos.

Os orbitais atômicos são representações de estados possíveis para o sistema quântico, são designados por números quânticos, cada conjunto de números descreve uma possível solução para a equação de onda. No contexto deste projeto foram levados em consideração principalmente os três seguintes: o número quântico principal n , que indica a energia do orbital; o número quântico angular ℓ , que determina a forma do orbital; e o número quântico magnético m que especifica a orientação do orbital.⁸

Funções e seus complexos conjugados

Como foi dito, a função de onda representa o estado de um sistema quântico. Matematicamente, uma função de onda é uma função complexa normalmente representada pela letra Psi, ela contém toda a informação disponível sobre esse sistema e pode ser usada para calcular probabilidades associadas a diferentes propriedades do sistema.

Uma propriedade crucial das funções de onda é que elas não são observáveis diretamente. Para que uma função de onda represente um sistema quântico real é necessário levar em conta seu valor absoluto ao quadrado $|\Psi|^2$, símbolo que representa a densidade de probabilidade de se encontrar a partícula na posição x no tempo t .

Para chegar nesta função densidade de probabilidade é necessário considerar os complexos conjugados das funções de onda. O complexo conjugado de uma função f é denotado por f^* e é obtido trocando-se a parte imaginária do número complexo por seu oposto. Matematicamente, podemos ilustrar da seguinte forma: se $f = a + ib$, onde a e b são números reais e i é a unidade imaginária então $f^* = a - ib$.

A função densidade de probabilidade é calculada usando tanto a função de onda quanto seu complexo conjugado. A densidade de probabilidade, para um exemplo de função de onda unidimensional, será dada por:

$$P(x, t) = |\Psi|^2 = \Psi^*(x, t)\Psi(x, t)$$

Essa expressão mostra que a densidade de probabilidade é sempre um número real e não negativo, como esperado para qualquer medida de probabilidade.

Um conceito relevante para este projeto e, importante ao se trabalhar com funções de onda, é o conceito de integral de sobreposição, especialmente quando consideramos estados quânticos distintos. A integral de sobreposição entre duas funções de onda ψ e ϕ é dada por:

$$\int \psi^* \phi d\tau$$

Essa integral mede o grau de semelhança entre os dois estados quânticos representados por ψ e ϕ e pode ser reescrita também na notação de Dirac como $\langle \psi | \phi \rangle$. Se $\langle \psi | \phi \rangle$ for igual a zero

significa que as funções de onda são ortogonais, indicando que os estados do sistema quântico são completamente dessemelhantes.

Esta integral é usada em alguns contextos na mecânica quântica, incluindo o cálculo de probabilidades de transição entre estados. Se um sistema está inicialmente no estado ψ e, após uma medição, desejamos saber a probabilidade de encontrá-lo no estado ϕ , essa probabilidade é dada por $P = |\langle \phi | \psi \rangle|^2$.

Transição entre estados e Regras de Seleção

Este cálculo da transição entre estados refere-se à mudança de um sistema quântico de um estado para outro. Essas transições podem ser induzidas por campos eletromagnéticos, colisões com outras partículas, ou até mesmo através de processos internos como decaimento radioativo.

As regras de seleção são critérios que determinam se uma transição entre dois estados quânticos é permitida ou não. Elas são obtidas a partir do resultado da atuação de operadores de transição sobre uma função de onda e podem ser derivadas das propriedades de simetria desse operador, do estado inicial e do estado final. No contexto deste projeto as transições são induzidas por um campo elétrico. Portanto o operador momento de dipolo de transição μ será considerado $\mu = \frac{d}{dx}$, uma derivada em uma direção. O cálculo da probabilidade de transição do estado Ψ_i para o estado Ψ_f será, então, dado por $|\langle \Psi_f | \mu | \Psi_i \rangle|^2$.

O momento de dipolo de transição é crucial para a descrição de processos de absorção e emissão de radiação. Como dito, a probabilidade da transição será proporcional ao quadrado do momento de dipolo de transição. A emissão de radiação ocorre quando o sistema decai de um estado de maior energia para um estado de menor energia, emitindo um fóton, e a absorção de um fóton ocorre no caso de transição de um nível de menor energia para um nível de maior energia.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

Wolfram Mathematica

Wolfram Mathematica é um software desenvolvido pela Wolfram Research, utilizado para realizar cálculos complexos e análises simbólicas. Neste projeto, este programa foi utilizado para

realizar os cálculos das regras de interação entre os objetos quânticos e para gerar os gráficos dos orbitais atômicos a partir de suas formulações matemáticas.

Unity

O desenvolvimento do jogo foi realizado na engine de jogos Unity, a escolha foi feita com base na quantidade de recursos e suporte disponíveis para o desenvolvimento de jogos em realidade virtual, mais especificamente para o óculos de realidade virtual Meta Quest 2.

O Unity é considerado de fácil uso e contém uma interface gráfica bastante intuitiva. Para o desenvolvimento da mecânica do jogo ela dispõe de suporte para códigos de alto nível desenvolvidos na linguagem de programação C#.

XR Interaction Toolkit

O *XR Interaction Toolkit* é um conjunto de ferramentas utilizado na interação do Unity com os componentes de equipamentos de realidade virtual e realidade aumentada. Lida com os controles e com a interação dos controles com objetos 3D em cena. A aplicação do XR Interaction Toolkit se dá no Unity através do uso de scripts em C#.

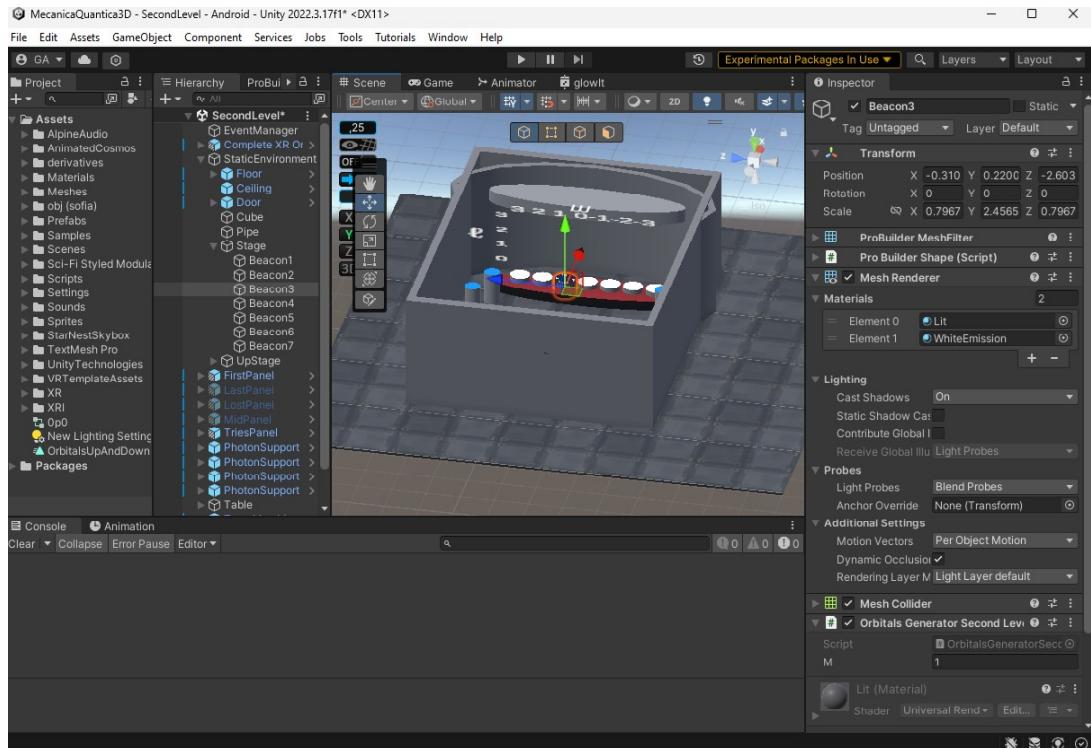


Figura 1 - Interface gráfica do Unity

Fonte: Elaborada pelo autor

3 RESULTADOS

Estrutura do jogo

O jogo foi estruturado em duas fases, que permitem que os jogadores aprendam os dois conceitos distintos pertencentes à mecânica quântica. Entre as fases foram inseridos textos responsáveis por instruir o jogador tanto a respeito da mecânica das fases quanto a respeito do que está acontecendo a nível de física e matemática.

Primeira fase

A primeira fase do jogo tenta replicar no ambiente virtual o processo matemático necessário para se chegar a uma função densidade de probabilidade a partir de duas funções de onda complexas. Sendo uma a função de onda e a outra seu complexo conjugado.

O ambiente desta primeira fase constitui-se principalmente de duas estantes, uma do lado direito e outra do lado esquerdo. A do lado direito contém os 9 orbitais atômicos referentes ao número quântico principal igual a 3, com cada prateleira contendo os orbitais condizentes com um número quântico ℓ específico. A estante do lado esquerdo consiste dos mesmos objetos porém estes agora representando os complexos conjugados das funções.

A fase consiste em pegar as funções de onda da prateleira do lado direito e combiná-los com seus respectivos complexos conjugados do lado esquerdo, ao se chocarem as funções de onda se unem, emulando uma integral e se deslocam até suportes que unem os objetos com base em seu número quântico ℓ . O objetivo da fase será formar três objetos finais, cada um sendo uma nuvem densidade de probabilidade esférica condizente com cada um dos valores possíveis para o número quântico ℓ .

Segunda fase

A segunda fase aborda a transição entre estados e as regras de seleção condizentes com a presença de um campo elétrico. A fase é composta por quatro prateleiras contendo 16 orbitais atômicos posicionadas à frente da sala com uma máquina no centro do ambiente, mais próxima do jogador. Na mecânica dessa fase o jogador deve pegar uma função de onda de uma das prateleiras, colocá-la na máquina, que irá agir como um operador momento de dipolo, modificando essa função de onda e lançando-a de volta à prateleira.

Agarrando a função de onda alterada com uma das mãos, o jogador deverá pegar uma das funções de onda não alterada e realizar a colisão entre elas. Se a segunda função de onda escolhida estiver de acordo com a regra de seleção então será emitido um fóton.

O jogador deverá causar a emissão de quatro fótons para terminar a fase. No final da fase ele deverá ter deduzido qual a regra de seleção, ou seja, o jogador deve entender a relação entre os números quânticos da função de onda inicial com os números quânticos da função de onda final para que um fóton seja emitido.

Mathematica

Para se obter as expressões matemáticas das funções de onda, foram utilizados os códigos contidos na figura 2. Que replicam a equação 1.

$$\Psi_{n,\ell,m}(r, \rho, \phi) = \sqrt{\left(\frac{2}{n}\right)^3 \frac{(n-\ell-1)!}{2n[(n+\ell)!]}} \rho^\ell e^{-\frac{\rho}{2}} L_{n-\ell-1}^{2\ell+1}(\rho) Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (1)$$

```
R[n_Integer?Positive, l_Integer?NonNegative, r_] := Block[
  {número inteiro positivo, número inteiro não negativo, bloakeia},
  {ρ = (2 r) / n},
  Sqrt[(2 / n)^3 (n - l - 1)! / (2 n (n + l)!)] E^(-ρ / 2) ρ^l LaguerreL[n - l - 1, 2 l + 1, ρ] /; l < n
  {raiz quadrada, número E, polinómios de Laguerre}
]

Ψ[n_, l_, m_, r_, ϕ_] := ψ[n, l, m, r, ϕ] = FullSimplify[R[n, l, r] SphericalHarmonicY[l, m, ϕ, ϕ],
  {r ≥ 0, ϕ ∈ Reals, ϕ ∈ Reals}]
  {números reais, números reais}
```

Figura 2 - Código gerador das funções de onda

Fonte: Elaborada pelo autor

Com as funções já calculadas, para a primeira fase foi realizado o cálculo da integral de sobreposição entre todos os 16 orbitais atômicos, orbitais com o número quântico principal igual a 3. Os códigos utilizados utilizados para este cálculo estão na figura 3.

```

bracket[\psi1_, \psi2_] := \psi1* * \psi2;
intAzimuthal[F\theta_] := Integrate[Simplify[F\theta, {r, \theta, \phi} \in Reals], {\phi, 0, 2\pi}];
    |integra |simplifica |números reais
intPolar[F\theta_] := Integrate[Simplify[F\theta * Sin[\theta], {r, \theta, \phi} \in Reals], {\theta, 0, \pi}];
    |integra |simplifica |seno |números reais
intRadial[FP_] := Integrate[Simplify[FP, {r, \theta, \phi} \in Reals] * r^2, {r, 0, \infty}];
    |integra |simplifica |números reais

intAng[\psi1_, \psi2_] := intPolar[intAzimuthal[bracket[\psi1, \psi2]]];
intFull[\psi1_, \psi2_] := intRadial[intAng[\psi1, \psi2]];

```

Figura 3 - Código que calcula a integral de sobreposição entre duas funções.

Fonte: Elaborada pelo autor

Com a função *intFull* realizando a integral desejada.

Na sequência foi calculada a regra de seleção para um operador momento de transição $\mu = \vec{r}$, a partir da integral descrita na equação 2.

$$m_{1 \rightarrow 2} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} \psi_2^* \vec{r} \psi_1 dr d\theta d\phi \quad (2)$$

No Mathematica a equação tomou a forma contida na figura 4, o exemplo é da transição entre o estado de n igual a 4, ℓ igual a 2 e m igual a 2 para o estado de n igual a 4, ℓ igual a 1 e m igual a 1.

```

iPsi41m1dxPsi42m2 = Integrate[ExpandAll[Conjugate[Psi41m1] * cartToSph[D[sphToCart[Psi42m2], z]]] * r^2 * Sin[\theta],
    |integra |expande tudo |conjunto |derivada |seno
    {r, \theta, \infty}, {\theta, 0, \pi}, {\phi, 0, 2\pi}];

```

Figura 4 - Exemplo de código utilizado no cálculo da regra de seleção

Fonte: Elaborada pelo autor

Desenho dos gráficos

E para o desenho gráfico dos orbitais atômicos foram utilizadas as funções contidas na figura 5, os orbitais foram desenhados como uma casca em uma isosuperfície de probabilidade arbitrária, escolhida por qualidade estética.

```

cPlot[ycart_, cval_, lim_] := ContourPlot3D[ycart, {x, -lim, lim}, {y, -lim, lim}, {z, -lim, lim},
  |gráfico 3D de contornos

  PlotPoints → 15, Contours → {cval, -cval}, Mesh → None, Axes → False, Boxed → False];
  |número de pontos n... |contornos |malha |nen... |eixos |falso |rodead... |falso

dPlot[ycart_, cval_, lim_] := Module[{a, b},
  |módulo de código

  a = ContourPlot3D[ycart, {x, -lim, lim}, {y, -lim, lim}, {z, -lim, lim}, PlotPoints → 40,
  |gráfico 3D de contornos |número de pontos no gráfico

  Contours → {cval}, Mesh → None, Axes → False, Boxed → False];
  |contornos |malha |nen... |eixos |falso |rodead... |falso

  b = ContourPlot3D[ycart, {x, -lim, lim}, {y, -lim, lim}, {z, -lim, lim}, PlotPoints → 40,
  |gráfico 3D de contornos |número de pontos no gráfico

  Contours → {-cval}, Mesh → None, Axes → False, Boxed → False, ContourStyle → {ColorData[97][1]}];
  |contornos |malha |nen... |eixos |falso |rodead... |falso |estilo de contorno |dados de cores

  Return[Show[a, b]]
  |retorna |mostra

];

```

Figura 5 - Código das funções utilizadas para gerar os gráficos dos orbitais

Fonte: Elaborada pelo autor

A figura 6 apresenta uma tabela com os objetos 3D formados a partir dos cálculos feitos no Mathematica. Os objetos correspondem aos orbitais atômicos do átomo de hidrogênio para o número quântico principal igual a quatro, com cada fileira contendo os orbitais de cada número quântico secundário e cada coluna contendo os orbitais correspondentes a cada número quântico magnético.

Os gráficos foram exportados no formato STL utilizando a função nativa *Export*, os arquivos foram então importados no programa Blender 3D para que pequenas imperfeições fossem corrigidas. Depois de corrigidos, os objetos foram salvos em arquivos do formato BLEND, prontos para serem importados no Unity.

Resultado do cálculo das integrais de sobreposição e regras de seleção

Os resultados da aplicação do código contido na Figura 3 entre as 16 funções de onda foram compilados na Tabela 1. As integrais de sobreposição entre as funções de onda iguais resultaram em 1 enquanto que as integrais de sobreposição entre funções de onda ortogonais resultaram em 0, resultado compatível com o resultado esperado encontrado na literatura.⁸

Tabela 1 - Resultado do cálculo de sobreposição dos orbitais.

n,l,m	400	411	410	41-1	422	421	420	42-1	42-2	433	432	431	430	43-1	43-2	43-3
400	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
411	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
410	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41-1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
422	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
421	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
420	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
42-2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
433	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
432	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
431	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
430	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
43-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
43-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
43-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

A tabela 2 apresenta o resultado do cálculo das regras de seleção, calculados no Mathematica utilizando a equação 2, os resultados não-nulos encontrados indicam que a transição entre estados pode ocorrer caso a relação entre os números quânticos seja: $\Delta l = \pm 1$ e $\Delta m = \pm 1$.



Figura 6 - Orbitais atômicos modelados no Mathematica

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 2 - Resultado do cálculo das regras de seleção

n,l,m	400	41-1	410	411	42-2	42-1	420	421	422	43-3	43-2	43-1	430	431	432	433
400	0	$4\sqrt{6}$	0	$-4\sqrt{6}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41-1	$4\sqrt{6}$	0	0	0	$\frac{24}{\sqrt{5}}$	0	$-3\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
410	0	0	0	0	$\frac{23}{\sqrt{10}}$	0	$-\frac{23}{\sqrt{10}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
411	$-4\sqrt{6}$	0	0	0	0	$-3\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	$-\frac{24}{\sqrt{5}}$	0	0	0	0	0	0	0	0
42-2	0	$\frac{24}{\sqrt{5}}$	0	0	0	0	0	0	$-12\sqrt{\frac{6}{7}}$	0	$-\frac{9}{\sqrt{14}}$	0	$-\frac{9}{\sqrt{10}}$	0	0	0
42-1	0	0	$\frac{23}{\sqrt{10}}$	0	0	0	0	0	$\frac{23}{\sqrt{7}}$	0	$-\frac{9}{\sqrt{14}}$	0	$-\frac{9}{\sqrt{10}}$	0	0	0
420	0	$-3\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	$3\sqrt{\frac{3}{2}}$	0	0	0	0	$-\frac{23}{\sqrt{7}}$	0	$-\frac{9}{\sqrt{10}}$	0	$-3\sqrt{\frac{21}{5}}$	$-\frac{21}{5}$	0	0
421	0	0	$-\frac{23}{\sqrt{10}}$	0	0	0	0	0	$-\frac{23}{\sqrt{7}}$	0	$-\frac{9}{\sqrt{10}}$	0	$-\frac{9}{\sqrt{10}}$	$-\frac{23}{5}$	0	0
422	0	0	$-\frac{23}{\sqrt{10}}$	0	$-\frac{24}{\sqrt{5}}$	0	0	0	$-\frac{23}{\sqrt{7}}$	0	$-\frac{9}{\sqrt{10}}$	0	$-\frac{9}{\sqrt{14}}$	$-\frac{23}{\sqrt{7}}$	0	0
43-3	0	0	0	0	$-12\sqrt{\frac{6}{7}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{9}{\sqrt{14}}$	$-\frac{9}{\sqrt{7}}$	0
43-2	0	0	0	0	0	$\frac{23}{\sqrt{7}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-12\sqrt{\frac{6}{7}}$
43-1	0	0	0	0	$-\frac{9}{\sqrt{14}}$	0	$-3\sqrt{\frac{21}{5}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
430	0	0	0	0	0	$-\frac{9}{\sqrt{10}}$	0	$\frac{9}{\sqrt{10}}$	0	0	0	0	0	0	0	0
431	0	0	0	0	0	0	$-3\sqrt{\frac{21}{5}}$	0	$\frac{9}{\sqrt{14}}$	0	0	0	0	0	0	0
432	0	0	0	0	0	0	0	$-\frac{23}{\sqrt{7}}$	0	0	0	0	0	0	0	0
433	0	0	0	0	0	0	0	$-12\sqrt{\frac{6}{7}}$	0	0	0	0	0	0	0	0

Unity

A seguir temos uma imagem para o estado final de cada uma das fases. Na primeira fase, apresentada na figura 7, as estantes foram representadas. A estante da direita contém as funções de onda enquanto que a estante da esquerda contém os respectivos complexos conjugados. Imediatamente a frente das estantes foram colocados suportes para onde os objetos resultantes se deslocam depois de formados. Na parede a frente do jogador foi disposto o painel com luzes que indicam os orbitais que já foram formados.



Figura 7 - Ambientação da primeira fase

Fonte: Elaborada pelo autor

Na segunda fase a “estante” com os orbitais foi disposta na frente do jogador ao fundo da sala. Essa estante contém os orbitais referentes ao número quântico principal igual a quatro. Imediatamente à frente do jogador há uma mesa que exerce a função de operador. O jogador deve pegar um dos orbitais na estante, passar esse orbital pela máquina operadora que atuará sobre a função de onda e retornará a função modificada para sua posição original na estante. Com a mão direita, o jogador seleciona como ket, o orbital modificado, enquanto que com a mão esquerda o jogador seleciona como bra encontrar o orbital para qual ele deve transicionar, fazendo a colisão entre estes objetos o jogador deverá encontrar transições possíveis, emitindo fôtons. Com base nos

números quânticos listados acima e ao lado da “estante” o jogador deverá deduzir, então, qual a regra que está sendo empregada para decidir se a transição é possível.

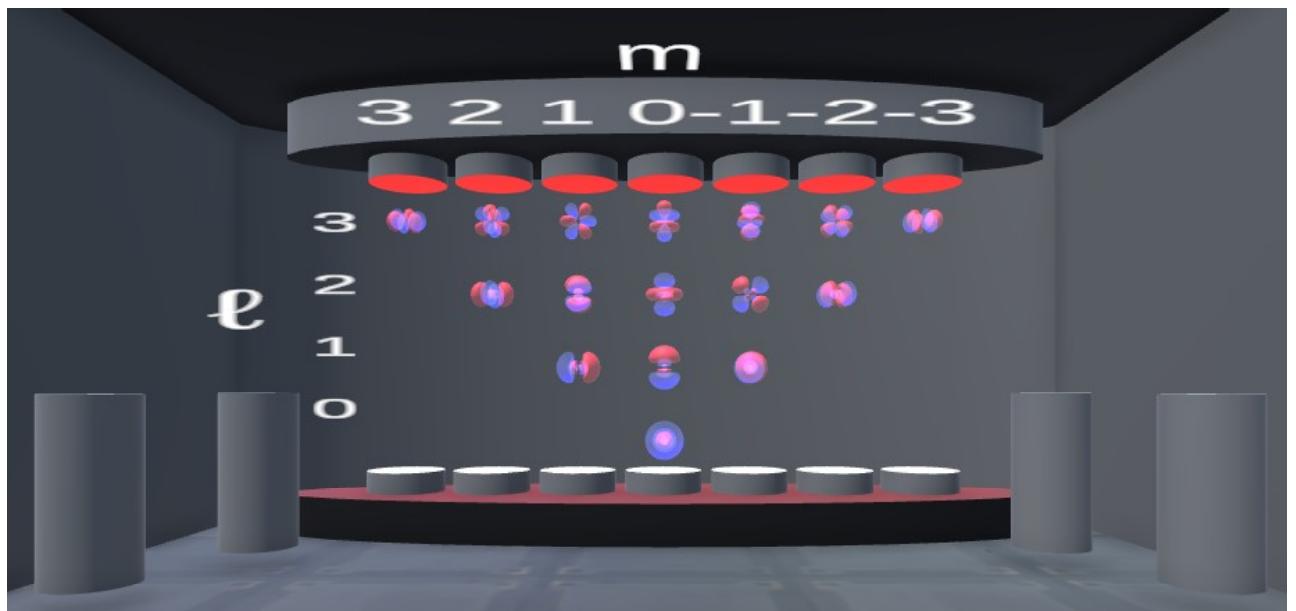


Figura 8 - Ambientação da segunda fase

Fonte: Elaborada pelo autor

4 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

As representações de objetos quânticos apresentadas no jogo expõem o jogador à matemática da mecânica quântica transformando os processos matemáticos avançados em ações do próprio jogador, de modo a criar um atalho que contorne a linguagem matemática e atinja as circunstâncias apresentadas conceitualmente, consequentemente possibilitando que esses conceitos possam ser apresentados a uma audiência maior. O programa Mathematica foi usado de modo a garantir rigor matemático aos objetos gerados, enquanto que a engine de jogos Unity possibilitou introduzir esses objetos em um ambiente interativo onde regras físicas podem ser simuladas. Utilizando o potencial da realidade virtual e propondo desafios que necessitam da compreensão de conceitos da mecânica quântica, o jogo visa inspirar a curiosidade dos jogadores e oferecer a eles a oportunidade de interagir com esses conceitos tão distantes da nossa realidade do dia a dia.

REFERÊNCIAS

1. AKMAN, E. & ÇAKIR, R. THE EFFECT OF EDUCATIONAL VIRTUAL REALITY GAME ON PRIMARY SCHOOL STUDENTS' ACHIEVEMENT AND ENGAGEMENT IN MATHEMATICS. *INTERACT. LEARN. ENVIRON.* **31**, 1467–1484 (2023).
2. CHIOFALO, M. L., FOTI, C., MICHELINI, M., SANTI, L. & STEFANEL, A. GAMES FOR TEACHING/LEARNING QUANTUM MECHANICS: A PILOT STUDY WITH HIGH-SCHOOL STUDENTS. *EDUC. SCI.* **12**, 446 (2022).
3. JR, O. P. QUIMICAQUANTICA.
4. ERP, T. V. & GŁADYSZ, B. QUANTUM TECHNOLOGIES IN MANUFACTURING SYSTEMS: PERSPECTIVES FOR APPLICATION AND SUSTAINABLE DEVELOPMENT. *PROCEDIA CIRP* **107**, 1120–1125 (2022).
5. DOWLING, J. P. & MILBURN, G. J. QUANTUM TECHNOLOGY: THE SECOND QUANTUM REVOLUTION. *PHILOS. TRANS. R. SOC. LOND. SER. MATH. PHYS. ENG. SCI.* **361**, 1655–1674 (2003).
6. PESSOA JR., O. ANÁLISE DE UM TÍPICO ARGUMENTO MÍSTICO-QUÂNTICO. IN *SILVA, CIBELLE CELESTINO; PRESTES, MARIA ELICE BRZEZINSKI (ORGs.). APRENDENDO CIÊNCIA E SOBRE SUA NATUREZA: ABORDAGENS HISTÓRICAS E FILOSÓFICAS (SÃO CARLOS, 2013)*.
7. FÍSICA MODERNA - ORIGENS CLÁSSICAS E FUNDAMENTOS QUÂNTICOS. (LTC-LIVROS TECNICOS E CIENTÍFICOS EDITORA LDA, 2015).
8. GRIFFITHS, D. J. & SCHROETER, D. F. INTRODUCTION TO QUANTUM MECHANICS. (CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, CAMBRIDGE ; NEW YORK, NY, 2018).