

**FERNANDO JORGE SANCHES**

**METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE MATERIAL  
COMPÓSITO LAMINADO**

São Paulo

2011

**FERNANDO JORGE SANCHES**

**METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE MATERIAL  
COMPÓSITO LAMINADO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para a  
obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Mecatrônica.

São Paulo

2011

**FERNANDO JORGE SANCHES**

**METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS DE MATERIAL  
COMPÓSITO LAMINADO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para a  
obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Mecatrônica.

Área de Concentração:  
**Engenharia Mecatrônica**

Orientador:  
Prof. Dr. **Emílio Carlos Nelli Silva**

São Paulo  
2011

## FICHA CATALOGRÁFICA

Sanches, Fernando Jorge

Metodologia de otimização de estruturas de material com -  
pósito laminado / F.J.Sanches. -- São Paulo, 2011.  
106 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de  
Sistemas Mecânicos.

1. Materiais compósitos 2. Método dos elementos finitos  
3. Métodos numéricos de otimização 4. Métodos topológicos  
I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de  
Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos II. t.

## DEDICATÓRIA

*À minha família.*

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, agradeço aos meus pais, Antonio e Teresinha, e à minha irmã, Juliana, por todo o apoio e motivação durante a faculdade, fundamental para o bom andamento e aproveitamento do curso.

Gostaria de expressar toda a minha admiração e agradecimento ao professor e orientador Emílio Carlos Nelli Silva, que tornou possível este trabalho, sempre incentivando todos os seus alunos de maneira enérgica e motivadora.

Agradeço aos colegas do grupo de otimização, por todas as dicas e informações importantes, que foram fundamentais para a complementação teórica deste trabalho.

Também gostaria de agradecer aos colegas da Equipe ThundeRatz de Robótica, pela oportunidade única de participar em uma equipe da faculdade, o que garantiu grande aprendizado em Engenharia.

Agradeço também a todos os amigos da Escola Politécnica, inclusive à minha namorada, Débora, pelos momentos compartilhados durante o curso e pelo grande convívio e aprendizado.

E finalmente, agradeço à Escola Politécnica e seus professores e funcionários, que tornaram possível a conquista do título de Bacharel em Engenharia Mecatrônica.

*“A mente que se abre a uma  
nova ideia jamais voltará ao seu  
tamanho original.”*

(Albert Einstein)

## RESUMO

A busca por melhores relações resistência-peso leva todas as indústrias a buscar materiais alternativos. É neste cenário que se enquadra os materiais compósitos. Este projeto visa à definição de uma metodologia de projeto de estruturas de material compósito laminado. A análise inclui a otimização de parâmetros construtivos das chapas de material compósito, a orientação e a espessura de cada camada. Também é utilizado o Método de Otimização Topológica na estrutura. O objetivo é a minimização da massa, tendo como restrição um critério de falha, como o Critério de Tsai-Wu. Para isso, será utilizada uma combinação de *softwares*: o CATIA, utilizado na geração do modelo em CAD da estrutura, o ABAQUS, que faz a solução do Método de Elementos Finitos, o MATLAB, para execução de cálculos e transformações, e o modeFRONTIER, utilizado como software integrador e otimizador. Para possibilitar a automatização do processo, são utilizadas macros gravadas em *python* dentro do ABAQUS. O modeFRONTIER, como *software* integrador, inicia o CATIA, gera uma nova geometria, inicia o ABAQUS com a macro que já foi gravada anteriormente e com a geometria recém-gerada e obtém os resultados. Como *software* otimizador, utiliza um algoritmo de otimização para encontrar a orientação e a espessura que minimizam a massa ou outra variável de saída do software de elementos finitos, como o deslocamento máximo da estrutura. Como exemplo, são otimizadas diversas placas sujeitas a diferentes carregamentos condições de contorno, a fim de verificação e testes.

### *Palavras-chave:*

Materiais compósitos laminados

Otimização Paramétrica

Otimização Topológica

Simulação MEF



## **ABSTRACT**

The industries are always looking for alternative materials, which can provide a great strength without being heavy. The composite materials fit in this scenario. This project aims to define a design methodology for laminated composite structures. The analysis includes the optimization of the composite plate's construction parameters, such as the angle and thickness of each layer of composite material. The Topology Optimization Method is also used. The objective is to minimize the mass, while having Tsai-Wu Failure Criteria as a constraint. The softwares used in this work are: CATIA, applied to generate the CAD models, ABAQUS, which runs the FEM solutions, MATLAB, to perform calculations and transformations, and modeFRONTIER, applied to integrate both CATIA and ABAQUS, and used as optimizer either. To make the automation possible, python macros are used inside ABAQUS. ModeFRONTIER launches CATIA, which generates a new geometry, then it launches ABAQUS with the previously recorded macro and with the new geometry and it obtains the results. Being the optimizer, modeFRONTIER uses an optimization algorithm to find the configuration for all angles and thickness that minimizes the structure mass. At first, simple plate structures are optimized, with the purpose of test and validation.

### *Keywords:*

Laminated composites

Parametric Optimization

Topology Optimization

FEM Simulation

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1:	VANT – Veículo Autônomo Não Tripulado: forte uso de materiais compósitos (fonte: [5]).	17
Figura 1.2:	Carroceria de robô de fibra de vidro – Equipe ThundeRatz.	18
Figura 1.3:	Compartimento de eletrônica de fibra de vidro – Equipe ThundeRatz.	18
Figura 4.1:	Três tipos de orientação de fibras (adaptado de [6]).	22
Figura 4.2:	Quatro tipos de materiais compósitos (adaptado de [7]).	22
Figura 4.3:	Tipos de reforços (adaptado de [6]).	23
Figura 4.4:	Propriedades elásticas de uma camada de material compósito laminado (fonte: [7]).	23
Figura 4.5:	Deformação em função da orientação da fibra (fonte: [7]).	25
Figura 4.6:	Tipos de otimização: (a) otimização dimensional, (b) otimização de forma, (c) otimização topológica (fonte: [8]).	26
Figura 4.7:	Parâmetros do material compósito a serem otimizados parametricamente.	27
Figura 4.8:	Otimização Topológica de materiais compósito (fonte: [2]).	28
Figura 4.9:	Elemento estrutural com as tensões atuantes aplicadas.	30
Figura 4.10:	Otimização Discreta de Material (DMO) (adaptado de [12]).	33
Figura 5.1:	Placa reforçada modelada no CATIA.	35
Figura 5.2:	Criando novo parâmetro.	36
Figura 5.3:	Renomeando um parâmetro.	36
Figura 5.4:	Editando a dimensão.	37
Figura 5.5:	Selecionando o parâmetro.	37
Figura 5.6:	Atribuindo soma de massas ao parâmetro MassaTotal.	38
Figura 5.7:	Detalhe dos parâmetros e relações.	39
Figura 5.8:	Elemento SC8R (adaptado de [15]).	40
Figura 5.9:	Elemento S8R (adaptado de [15]).	40
Figura 5.10:	Representação das camadas no elemento de casca.	41
Figura 5.11:	Criando um novo material.	42
Figura 5.12:	Material elástico compósito.	42
Figura 5.13:	Comparação entre o elemento tipo Casca convencional e o contínuo (adaptado de [15]).	43

Figura 5.14: Criando o empilhamento da Casca. ....	44
Figura 5.15: Escolha do módulo de montagem. ....	45
Figura 5.16: Criando nova instância. ....	45
Figura 5.17: Definindo uma restrição. ....	46
Figura 5.18: Habilitando a seleção de faces escondidas. ....	46
Figura 5.19: Revisando informações sobre a restrição. ....	47
Figura 5.20: Peça instanciada já com as restrições e malhada.....	48
Figura 5.21: Casos de carga, cargas e condições de contorno.....	49
Figura 5.22: Casos de carga e condições de contorno. ....	49
Figura 5.23: Configuração das saídas do software. ....	50
Figura 5.24: Abrindo um banco de dados de resultados ....	51
Figura 5.25: Densidade de energia elástica devido à deformação, por unidade de volume.....	51
Figura 5.26: Fluxograma da otimização. ....	53
Figura 5.27: Fluxograma utilizado pelo modeFRONTIER. ....	54
Figura 5.28: Introspecção feito pelo modeFRONTIER. ....	55
Figura 5.29: Seleção do parâmetro. ....	56
Figura 5.30: Bloco do CATIA configurado. ....	56
Figura 5.31: Configurando o arquivo padrão. ....	58
Figura 5.32: Edição do bloco tipo arquivo. ....	58
Figura 5.33: Edição do arquivo de saída.....	59
Figura 5.34: Posições para retirada de dados.....	59
Figura 5.35: Configurando o bloco do MATLAB no modeFRONTIER.....	60
Figura 6.1: Modelo da placa simples.....	62
Figura 6.2: Minimização da massa da placa simples. ....	62
Figura 6.3: Geometria utilizada para realizar a comparação entre a otimização utilizando o MMA e o algoritmo genético (fonte: [10]). ....	64
Figura 6.4: Fluxograma do modeFRONTIER utilizado para comparação entre genético e MMA. ....	65
Figura 6.5: Resultado otimizado utilizando o algoritmo genético.....	66
Figura 6.6: Fluxograma do modeFRONTIER utilizado na otimização com DMO. ..	68
Figura 6.7: Fluxograma do modeFRONTIER utilizado para a otimização com genético.....	69
Figura 6.8: Resultado otimizado utilizando DMO. ....	70

Figura 6.9: Resultado otimizado utilizando genético. ....	70
Figura 6.10: Chapa reforçada: dimensões principais. ....	72
Figura 6.11: Chapa reforçada: vista lateral da chapa, com detalhe dos empilhamentos de material compósito. ....	72
Figura 6.12: Chapa reforçada: carregamentos aplicados. ....	73
Figura 6.13: Chapa reforçada: condições de contorno. ....	73
Figura 6.14: Chapa reforçada: modelo em ABAQUS. ....	74
Figura 6.15: Chapa reforçada: fluxograma do modeFRONTIER. ....	75
Figura 6.16: Chapa reforçada: curva de convergência da função objetivo. ....	76
Figura 6.17: Chapa reforçada: evolução do valor do critério de Tsai-Wu. ....	76
Figura 6.18: Chapa reforçada: configuração inicial. ....	78
Figura 6.19: Chapa reforçada: configuração otimizada. ....	79
Figura 6.20: Múltiplos casos: condições de contorno – engaste de uma lateral. ....	80
Figura 6.21: Múltiplos casos: primeiro carregamento: pressão na face superior. ....	81
Figura 6.22: Múltiplos casos: segundo carregamento: torção. ....	81
Figura 6.23: Múltiplos casos: fluxograma do modeFRONTIER. ....	82
Figura 6.24: Múltiplos casos: curva de convergência da função objetivo. ....	83
Figura 6.25: Múltiplos casos: evolução do valor da massa. ....	83
Figura 6.26: Múltiplos casos: configuração inicial. Distribuição de Tsai-Wu apresentada para o caso do segundo carregamento. ....	85
Figura 6.27: Múltiplos casos: configuração otimizada. Distribuição de Tsai-Wu apresentada para o caso do segundo carregamento. ....	86
Figura 6.28: Modelo geométrico utilizado para testes da OT, em ABAQUS. ....	87
Figura 6.29: Chapa de compósito malhada e detalhamento do material compósito para um dos elementos. ....	87
Figura 6.30: Carga aplicada no eixo “x”, sentido negativo. ....	88
Figura 6.31: Solução da Otimização Topológica (fonte: [9]). ....	88
Figura 6.32: Caso 1: Fluxograma utilizado para otimização topológica. ....	89
Figura 6.33: Caso 1: função objetivo. ....	91
Figura 6.34: Caso 1: restrição de tensão. ....	91
Figura 6.35: Caso 1: camadas 1 e 2 na situação inicial. ....	92
Figura 6.36: Caso 1: camadas 1 e 2 na situação otimizada (utilizando a formulação (20)). ....	92

Figura 6.37: Caso 2: camadas 1 e 2 na situação otimizada (utilizando a formulação (21)).	93
Figura 6.38: Caso 3: função objetivo.	94
Figura 6.39: Caso 3: restrição de tensão.	94
Figura 6.40: Caso 3: camadas 1 e 2 na situação inicial.	95
Figura 6.41: Caso 3: camadas 1 e 2 na situação otimizada (utilizando a formulação (20) para topológica e o DMO para otimização das orientações).	95
Figura 6.42: Caso 4: carga aplicada no eixo “z”, sentido positivo.	96
Figura 6.43: Caso 4: função objetivo.	97
Figura 6.44: Caso 4: restrição de tensão.	97
Figura 6.45: Caso 4: camadas 1 e 2 na situação inicial.	98
Figura 6.46: Caso 4: camadas 1 e 2 na situação otimizada (utilizando a formulação (23)).	98
Figura 6.47: OT com penalização: função objetivo.	100
Figura 6.48: OT com penalização: restrição de tensão.	100
Figura 6.49: OT com penalização: camadas 1 e 2 na situação inicial.	101
Figura 6.50: OT com penalização: camadas 1 e 2 na situação otimizada (utilizando a formulação (25)).	101

## LISTA DE TABELAS

Tabela 6-1: Comparação da placa simples antes e depois da otimização. ....	62
Tabela 6-2: Comparação entre genético e MMA. ....	65
Tabela 6-3: Comparação entre DMO e genético. ....	69
Tabela 6-4: Placa reforçada antes e depois da otimização. ....	76
Tabela 6-5: Placa reforçada antes e depois da otimização (múltiplos casos). ....	84

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

1D	Unidimensional
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
CAD	<i>Computer Aided Design</i> (Desenho Auxiliado por Computador)
MEF	Método dos Elementos Finitos
MOT	Método de Otimização Topológica
OT	Otimização Topológica
DMO	<i>Discrete Material Optimization</i> (Otimização Discreta de Material)
MMA	<i>Method of Moving Asymptotes</i> (Método das Assíntotas Móveis)
SLP	<i>Sequential Linear Programming</i> (Programação Linear Sequencial)
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i> (Programação Quadrática Sequencial)

## LISTA DE SÍMBOLOS

<b><math>E</math></b>	Módulo de Elasticidade
<b><math>G</math></b>	Módulo de Cisalhamento
<b><math>\nu</math></b>	Coeficiente de Poisson
<b><math>X_t</math></b>	Tensão Limite de Tração na direção da fibra
<b><math>X_c</math></b>	Tensão Limite de Compressão na direção da fibra
<b><math>Y_t</math></b>	Tensão Limite de Tração na direção perpendicular à fibra
<b><math>Y_c</math></b>	Tensão Limite de Compressão na direção perpendicular à fibra
<b><math>S</math></b>	Resistência ao Cisalhamento
<b><math>\epsilon_x, \epsilon_y</math></b>	Deformação
<b><math>\gamma_{xy}</math></b>	Deformação de cisalhamento
<b><math>\theta_i</math></b>	Ângulo de inclinação das fibras de material compósito
<b><math>\gamma_i</math></b>	Espessura da camada de material compósito
<b><math>l_i</math></b>	Largura do reforçador
<b><math>x_i</math></b>	Variável utilizada pelo DMO
<b><math>w_i</math></b>	Funções peso
<b><math>n^c</math></b>	Número de locais em que ocorre a otimização utilizando o DMO
<b><math>p, P</math></b>	Penalização; Pressão
<b><math>F</math></b>	Força concentrada; Função objetivo
<b><math>\sigma_i</math></b>	Tensões normais
<b><math>\tau_{ij}</math></b>	Tensões de cisalhamento



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>16</b>
1.1	Exemplos de utilização de material compósito .....	17
<b>2</b>	<b>OBJETIVO.....</b>	<b>19</b>
<b>3</b>	<b>JUSTIFICATIVA .....</b>	<b>20</b>
<b>4</b>	<b>FORMULAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>21</b>
4.1	Materiais compósitos.....	21
4.2	Otimização estrutural .....	25
4.3	Formulação do problema de otimização .....	26
4.3.1	<i>Otimização Paramétrica.....</i>	<i>26</i>
4.3.1	<i>Otimização Topológica .....</i>	<i>28</i>
4.4	Critério de falha de Tsai-Wu .....	29
4.5	Algoritmo Genético .....	30
4.6	Otimização Discreta de Material (DMO).....	31
<b>5</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA .....</b>	<b>34</b>
5.1	Modelagem no CAD.....	34
5.2	Método de Elementos Finitos.....	39
5.2.1	<i>Introdução.....</i>	<i>39</i>
5.2.2	<i>Modelagem de MEF.....</i>	<i>41</i>
5.3	Otimização .....	52
5.3.1	<i>Introdução.....</i>	<i>52</i>

5.3.2 Modelagem no modeFRONTIER.....	53
5.4 Programação em MATLAB .....	60
<b>6 RESULTADOS .....</b>	<b>61</b>
6.1 Chapa engastada.....	61
6.2 Comparação entre Genético e MMA .....	63
6.3 Comparação entre Genético e DMO .....	66
6.3.1 Otimização com DMO e SQP.....	67
6.3.2 Otimização com algoritmo genético.....	68
6.3.3 Comparação.....	69
6.4 Placa com reforçadores.....	71
6.5 Análise com múltiplos casos de carga.....	80
6.6 Otimização Topológica (OT).....	87
6.6.1 Primeiro caso de análise .....	89
6.6.1 Segundo caso de análise.....	92
6.6.1 Terceiro caso de análise.....	93
6.6.1 Quarto caso de análise .....	95
6.7 Otimização Topológica com penalização.....	99
<b>7 DISCUSSÃO DE RESULTADOS .....</b>	<b>102</b>
<b>8 CONCLUSÃO.....</b>	<b>104</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>105</b>

# 1 INTRODUÇÃO

O uso de materiais compósitos vem aumentando monotonicamente nos últimos anos. Isso é devido à grande busca por materiais mais leves e mais resistentes. Na indústria aeronáutica, o Airbus A-380 e o Boeing 787 são exemplos de aeronaves que utilizam de maneira agressiva materiais compósitos em suas estruturas.

A laminação de estruturas compósitas com polímeros reforçados com fibras de vidro ou fibras de carbono unidirecionais vem se popularizando para construções leves devido a sua alta capacidade de carga e alta rigidez [1]. Contudo, para explorar todo o potencial destas estruturas multicamadas, é preciso empilhar as camadas de forma ótima, sendo necessário o uso de ferramentas de otimização estrutural [1].

Em [2] é sugerida uma metodologia de otimização de materiais compósitos laminados composta de três fases. A primeira consiste na definição da distribuição do material em termos de orientação e espessura, resultado de uma interpretação discreta de uma solução de otimização livre. Na segunda fase, define-se a quantidade de camadas que serão utilizadas, analisando-se as orientações e espessuras obtidas na primeira fase. Na terceira fase, o sequenciamento das camadas é otimizado utilizando restrições de fabricação detalhadas. Neste projeto, o número de camadas será fixo e a fase 1 e 3 ocorrerão simultaneamente.

Em geral, o melhor arranjo é aquele em que as fibras estão ordenadas de forma obter alta resistência na direção das cargas e baixa resistência em outras direções [3]. A exploração desta direcionalidade das fibras é o núcleo do projeto com materiais compósitos laminados. Laminados podem possuir até 500 camadas [3], o que torna a tarefa de otimização extremamente complexa.

Este trabalho visa à implementação da otimização da orientação e da espessura de cada camada de material compósito no projeto de estruturas.

A metodologia inclui o Método de Otimização Topológica. Este método foi desenvolvido para aplicações nas quais a maximização da rigidez é necessária [4]. Ele é capaz de analisar a distribuição de massa mínima necessária, dentro do domínio de projeto, garantindo a integridade da peça.

## 1.1 Exemplos de utilização de material compósito

Além de serem amplamente utilizados em aviões (como no Boeing 787), os materiais compósitos estão em diversos produtos relativamente comuns, como por exemplo, automóveis.

Ao mesmo tempo em que máquina de última geração como veículos de Fórmula 1 e os VANT's (Veículos Autônomos não Tripulados, Figura 1.1) utilizam esses materiais, pode-se fabricá-los de forma caseira. Este o caso da Equipe ThundeRatz de Robótica da Universidade de São Paulo, que utilizou fibra de vidro em seus projetos.



Figura 1.1: VANT – Veículo Autônomo Não Tripulado: forte uso de materiais compósitos (fonte: [5]).

A Equipe ThundeRatz realizou dois projetos que utilizaram materiais compósitos: o projeto da carroceria de um robô (Figura 1.2) e o projeto de uma caixa de eletrônica (Figura 1.3). A motivação para o uso deste material é a mesma observada nos projetos de grande porte: o grande potencial do material compósito em ser resistente e leve ao mesmo tempo.

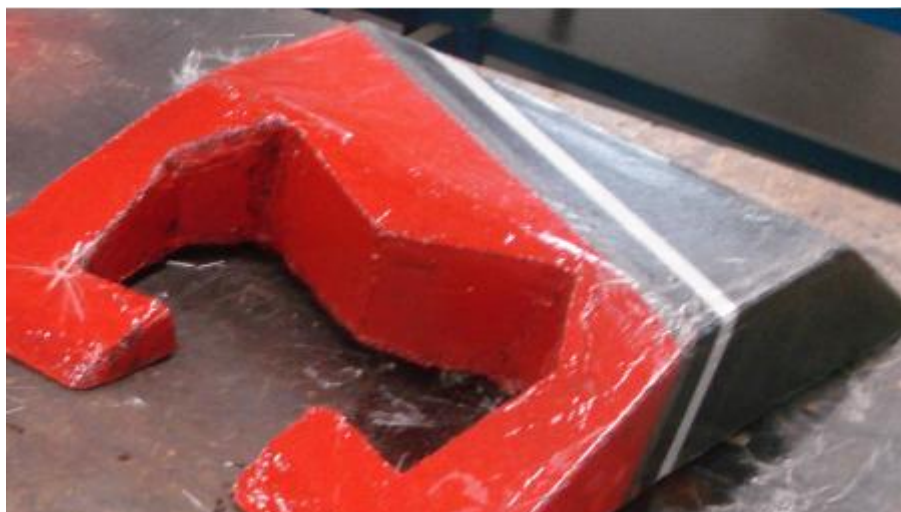


Figura 1.2: Carroceria de robô de fibra de vidro – Equipe ThundeRatz.



Figura 1.3: Compartimento de eletrônica de fibra de vidro – Equipe ThundeRatz.

## 2 OBJETIVO

Este trabalho visa desenvolver uma metodologia de projeto para a otimização de chapas de material compósito laminado. O objetivo é utilizar um software de elementos finitos juntamente do software de otimização modeFRONTIER® para otimizar a espessura e o ângulo das fibras de cada camada de material compósito, minimizando-se uma característica estrutural (como por exemplo a massa da chapa). Para tanto, foram comparados diferentes abordagens de MEF e algoritmos de otimização.

Também é objetivo deste trabalho o desenvolvimento de uma metodologia para realização de otimização topológica voltada para materiais compósitos. Esta abordagem de otimização busca a melhor distribuição do material compósito ao longo da estrutura, tendo em vista a minimização da função objetivo e as restrições da otimização.

### 3 JUSTIFICATIVA

Os materiais compósitos estão cada vez mais presentes nas indústrias. Trata-se de materiais formados por duas partes que se combinam, associando materiais com propriedades diversas. De forma geral, são materiais altamente resistentes e de baixa densidade, sendo caracterizados por uma ótima relação resistência-peso. São amplamente utilizados na indústria aeronáutica com o objetivo de aumentar a autonomia de voo ou reduzir a potência dos motores, reduzindo-se o peso em vazio da aeronave.

Os materiais compósitos laminados possuem a característica da direcionalidade: suportam esforços em somente uma direção. Várias lâminas de material compósito laminado com diferentes orientações de fibra podem ser associadas de forma a obter uma configuração ideal para determinado problema.

A motivação deste projeto está encontrar estruturas ótimas, utilizando-se materiais compósitos e otimizando-as paramétrica e topologicamente. Para isso, será utilizado um critério de tensão máxima admissível (como por exemplo o critério de Tsai-Wu) como restrição da otimização paramétrica, ao passo que as orientações e espessuras de cada camada serão otimizadas. Também será desenvolvida uma metodologia de otimização topológica deste material compósito, a fim de buscar a melhor distribuição de material no domínio da estrutura.

Assim, será obtida uma metodologia de projeto que possibilita a utilização do material compósito laminado de maneira ótima, e, conseqüentemente, a obtenção de estruturas ótimas.

## 4 FORMULAÇÃO TEÓRICA

### 4.1 Materiais compósitos

A anisotropia é a característica que uma substância possui em que uma propriedade física varia com a direção. Os materiais compósitos são materiais ortotrópicos, um caso particular de anisotropia em que existem dois ou três eixos ortogonais de simetria rotacional, sendo que as características do material são diferentes ao longo de cada eixo. A resistência e a dureza de um material compósito geralmente são maiores na direção paralela às fibras que na direção perpendicular.

Na prática, os materiais compósitos em geral possuem duas fases com propriedades nitidamente distintas. Quando misturadas, formam um composto com características totalmente diferentes das originais de cada fase. As fases são *matriz* e *reforço*. A matriz é o que fornece estrutura ao compósito, preenchendo os espaços vazios do reforço. O reforço é o responsável pelas propriedades mecânicas.

Na verdade, é possível fabricar uma peça com propriedades isotrópicas, fabricada com material compósito. A Figura 4.1 [6] mostra os casos em que há resistência unidimensional, bidimensional e tridimensional.

Na Figura 4.2 [7] há quatro diferentes tipos de materiais compósitos, segundo seus constituintes. O compósito particulado é formado por partículas de um ou mais materiais suspensas na matriz. Possui alta resistência e são isotrópicos, dado o padrão aleatório da suspensão das partículas.

O material composto por flocos é basicamente igual ao anterior, mas é fabricado com flocos do material de reforço ao invés de partículas. Na Figura 4.3 são mostrados alguns tipos de reforço.

O compósito reforçado com fibras é o mais utilizado [7]. A matriz funciona como distribuidora de cargas, de uma fibra que se rompe para fibras adjacentes. Possui ótimas características mecânicas, e deve haver um método na deposição das fibras para garantir a resistência tridimensional.

Por fim, o compósito laminado (foco deste trabalho) é amplamente utilizado no projeto de estruturas de alto desempenho [7]. É composto por camadas de material compósito, sendo que cada camada pode possuir características diferentes.



Cada camada tem comportamento ortotrópico (reforço unidimensional). As propriedades e definições de eixos de um material compósito laminado podem ser encontradas na Figura 4.4.



Figura 4.1: Três tipos de orientação de fibras (adaptado de [6]).

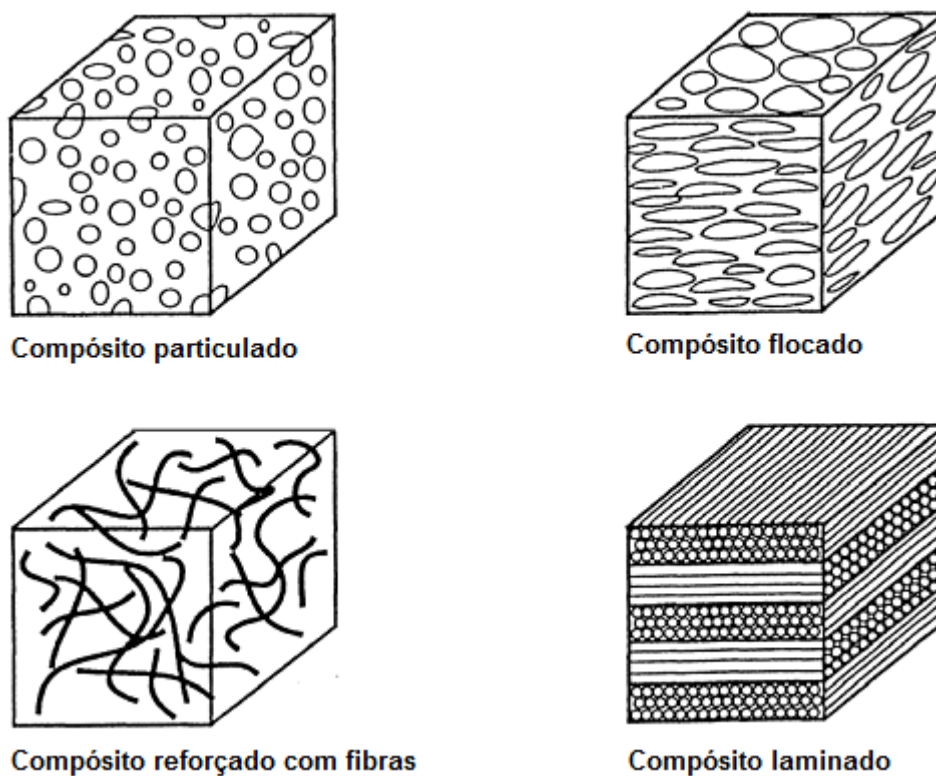


Figura 4.2: Quatro tipos de materiais compósitos (adaptado de [7]).

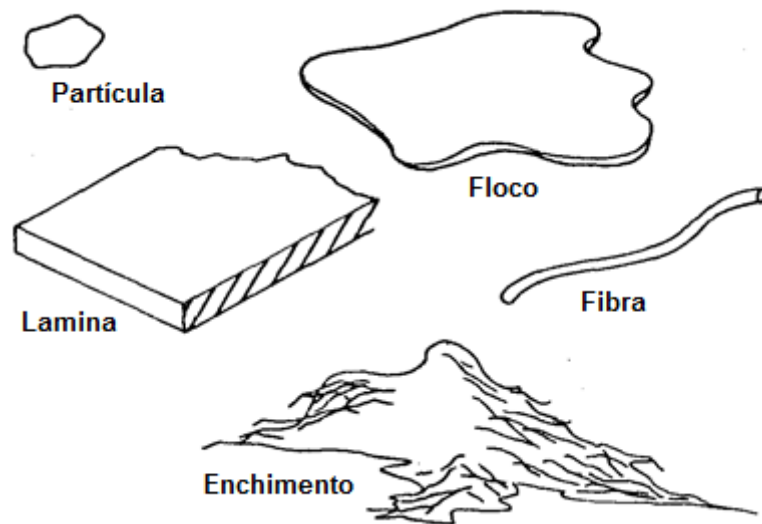


Figura 4.3: Tipos de reforços (adaptado de [6]).

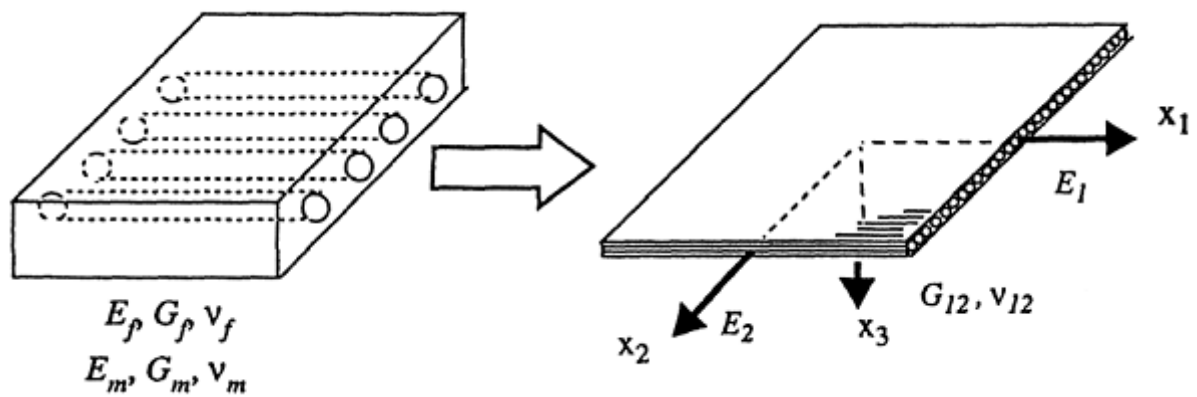


Figura 4.4: Propriedades elásticas de uma camada de material compósito laminado (fonte: [7]).

A análise matemática do material compósito laminado considera a premissa da existência do estado plano de tensões, no qual a chapa é suficientemente fina e não existem carregamentos fora do plano. Sendo assim, a relação tensão-deformação é (fonte: [7])

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

onde (fonte: [7])

$$\begin{aligned}
Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, & Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\
Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \text{e} \\
Q_{66} &= G_{12}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Os eixos 1 e 2 referenciados nas Equações (1) e (2) são os eixos principais do material compósito. Entretanto, ao rotacionar as fibras da lâmina de um ângulo  $\theta$ , as relações de tensão-deformação devem ser transformadas para os eixos de referência. Deve-se aplicar uma matriz de rotação, de forma que (fonte: [7])

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_{12} \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix}, \tag{3}$$

onde (fonte: [7])

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix}, \quad m = \cos \theta \quad \text{e} \quad n = \sin \theta \tag{4}$$

Para transformar a notação de tensor de deformação para notação de engenharia, utiliza-se uma matriz de transformação  $\mathbf{R}$  tal que (fonte: [7])

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \mathbf{R} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{5}$$

Substituindo em (1), obtém-se (fonte: [7])

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{R} \mathbf{T} \mathbf{R}^{-1} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \tag{6}$$

A seguir apresenta-se um exemplo retirado de [7]. Neste exemplo, aplica-se uma carga  $\sigma_x = 100\text{MPa}$  em uma chapa de material compósito e obtém-se a relação

tensão-deformação (Equação (7)) de forma simbólica. Em seguida, plota-se o gráfico tensão-deformação, que é função de  $\theta$ .

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5.553 - 4.578 \cos 2\theta - 0.422 \cos 4\theta \\ -0.577 + 0.422 \cos 4\theta \\ -4.578 \sin 2\theta - 0.844 \sin 4\theta \end{Bmatrix} \times 10^{-11} \sigma_x \quad (7)$$

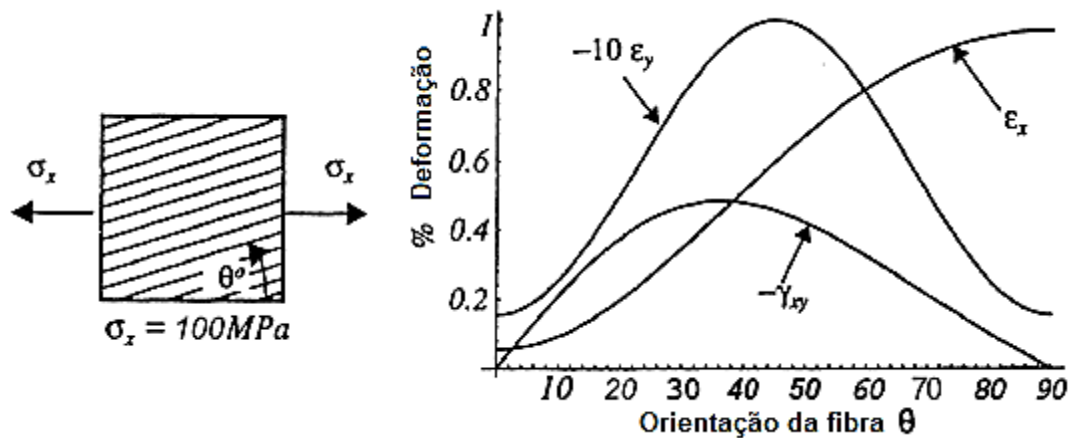


Figura 4.5: Deformação em função da orientação da fibra (fonte: [7]).

## 4.2 Otimização estrutural

O objetivo da otimização estrutural é a obtenção de projetos mecânicos melhorados, modificando-se determinadas variáveis de projeto, sempre satisfazendo as restrições impostas. Por exemplo, é possível buscar uma peça que seja mais leve que o projeto atual, modificando parâmetros geométricos desta, sem deixar de atender o limite admissível de tensão mecânica.

Para tanto, existem três tipos de otimização básicos: otimização dimensional, otimização de forma e otimização topológica [8] (Figura 4.6). Na otimização dimensional (ou paramétrica) apenas parâmetros geométricos são otimizados. Na otimização de forma, os limites da estrutura são otimizados. Na otimização topológica, o algoritmo de otimização encontra a melhor distribuição de material para a estrutura.

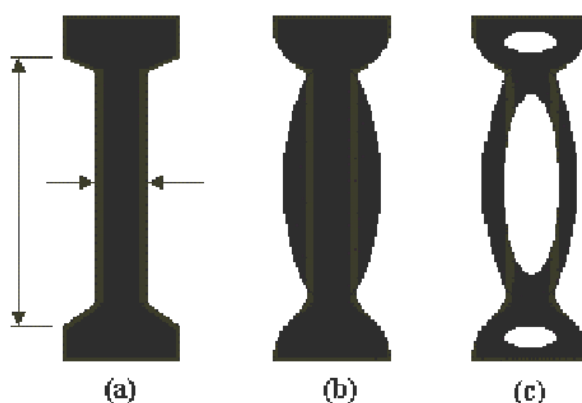


Figura 4.6: Tipos de otimização: (a) otimização dimensional, (b) otimização de forma, (c) otimização topológica (fonte: [8]).

A disponibilidade computacional introduz ainda mais interesse às técnicas de otimização. Há a possibilidade de utilizar formas extremamente complexas e o número de variáveis de projeto pode ser tão grande quanto o processamento de dados suportar. A escolha dos métodos de otimização e dos algoritmos de otimização (como o *Sequential Linear Programming* – SLP) depende do problema de otimização em específico. Neste trabalho, foram utilizadas as técnicas de otimização dimensional (paramétrica) e topológica. Como algoritmos de otimização, foram utilizados o algoritmo genético e o SQP – *Sequential Quadratic Programming*.

### 4.3 Formulação do problema de otimização

O problema de otimização a ser resolvido neste trabalho pode ser dividido em duas partes:

#### 4.3.1 Otimização Paramétrica

A otimização paramétrica consiste na otimização de parâmetros geométricos das camadas de material compósito. As variáveis de projeto são as espessuras e orientações das fibras de cada camada. A Figura 4.7 mostra um empilhamento de

oito camadas de material compósito. Nele estão indicados os dois parâmetros otimizados, a orientação e a espessura (respectivamente  $\theta_i, \gamma_i$ ).

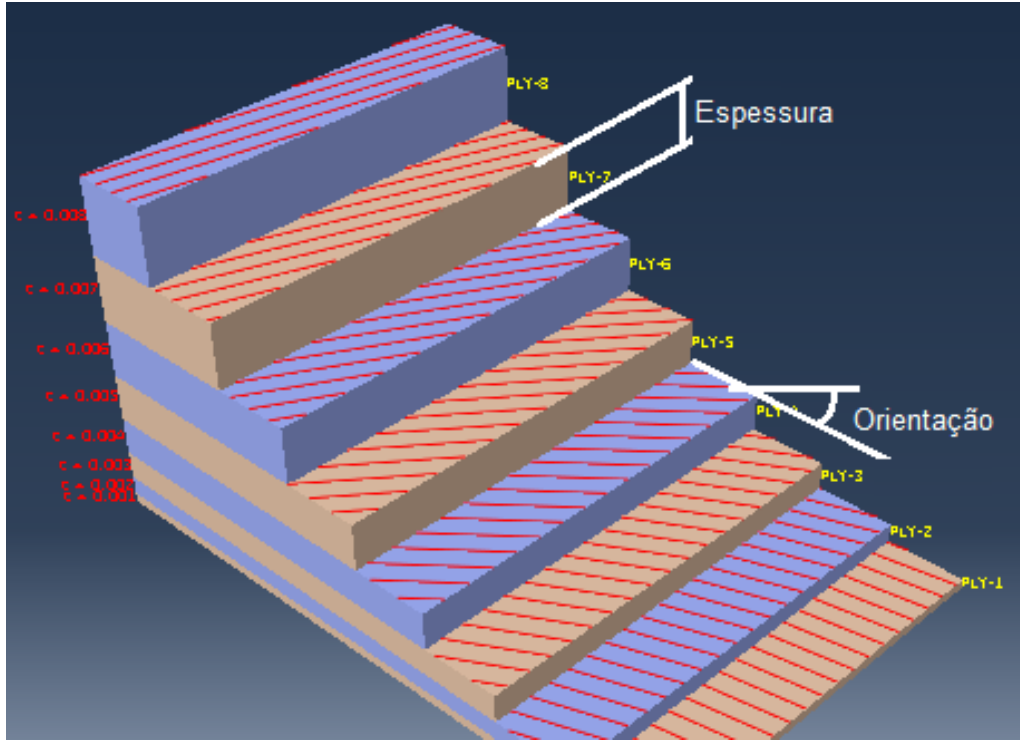


Figura 4.7: Parâmetros do material compósito a serem otimizados parametricamente.

A função objetivo desta otimização pode ser a minimização da massa, sujeita à restrição do Critério de Falha do material: Critério de Tsai-Wu (Seção 4.4). Portanto, o problema de otimização fica:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & \text{Massa da Estrutura} \\ & \theta_i, \gamma_i \\ \text{tal que:} & \{Tsai - Wu < 1\} \end{array} \quad (8)$$

onde  $\theta_i, \gamma_i$  são a orientação e espessura de cada camada de material compósito. Este problema de otimização pode ser modificado de forma a atender às especificidades da otimização. Em suma, a função objetivo e as restrições podem ser qualquer *output* do MEF, tais como deslocamentos e energia de deformação. No item 6 podem ser encontrados exemplos de utilização de outras funções objetivo e restrições para realizar a otimização do material compósito laminado.

### 4.3.1 Otimização Topológica

Na otimização topológica, a função objetivo é a minimização da flexibilidade média. Na Figura 4.8 pode-se ver uma das camadas de compósito de uma asa de avião comercial [2]. Nela foi efetuada a otimização chamada *Free-Size*, que determinou a distribuição da espessura desta camada de compósito ao longo da asa.

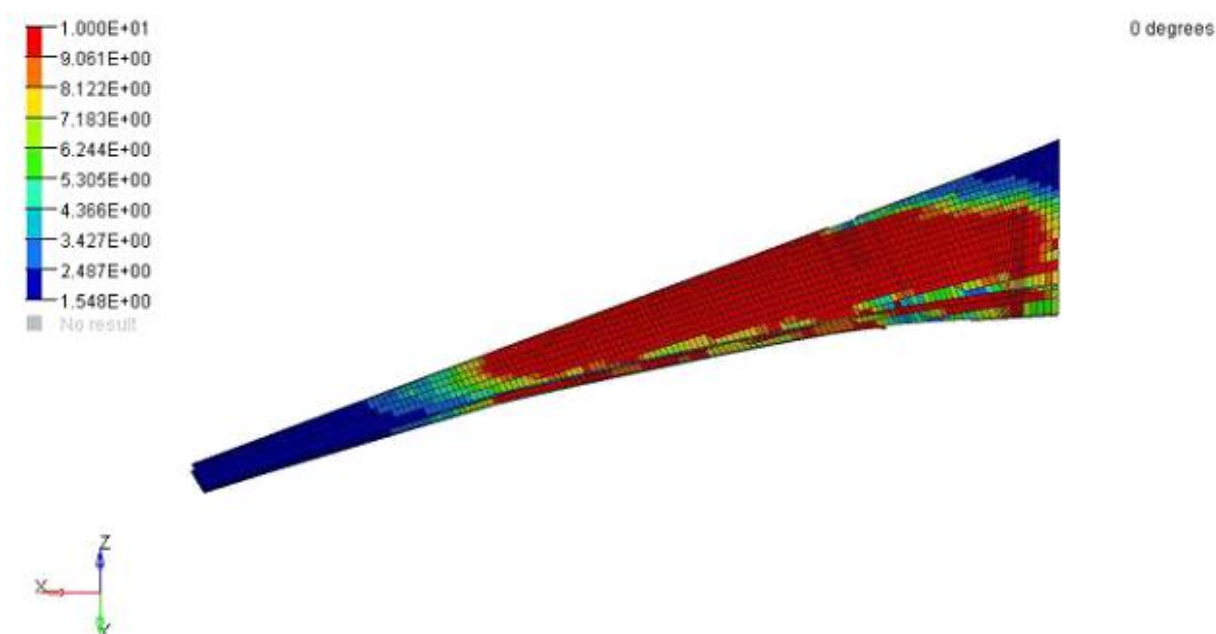


Figura 4.8: Otimização Topológica de materiais compósito (fonte: [2]).

Neste trabalho, a otimização topológica não foi implementada na forma tradicional, como apresentado em [9]. As variáveis de projeto são as espessuras de cada elemento da malha que compõe a chapa de material compósito. Como em [9], costuma-se utilizar a densidade do elemento como variável de projeto, evitando-se a dependência da espessura cúbica, que pode inviabilizar a convergência da otimização para casos de carregamento fora do plano da chapa.

Entretanto, essa abordagem foi utilizada por possibilitar a utilização do ambiente de trabalho já configurado para a otimização paramétrica. No caso de problemas de convergência, foi utilizada uma mudança de variáveis na qual a variável de projeto é a espessura ao cubo.

As formulações de OT utilizadas neste trabalho estão apresentadas nas Equações (9) e (10).

$$\begin{aligned} & \underset{\gamma_i}{\text{Minimizar}} \quad \sum \text{Energia de Deformação} \\ & \text{tal que:} \quad \begin{cases} 0,5mm < \gamma_i < 5mm \\ \text{Massa} < m^* \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \underset{\gamma_i}{\text{Minimizar}} \quad (\sum \text{Energia de Deformação}) * \text{Massa} \\ & \text{tal que:} \quad \begin{cases} 0,5mm < \gamma_i < 5mm \\ Tsai - Wu < 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

Na formulação apresentada na Equação (9) observa-se que a função objetivo da otimização topológica é a minimização do somatório da Energia de Deformação dada uma restrição de massa ( $m^*$ ). No segundo caso (Equação (10)), é minimizado o produto entre o somatório da Energia de Deformação e a Massa total da estrutura, dado um Critério de Falha do material.

Foi observado que, dependendo do problema de otimização, a formulação (9) se mostrou mais interessante, convergindo para resultados mais próximos do resultado esperado de forma mais rápida. Tais comparações podem ser encontradas no item 6.6 deste trabalho.

#### 4.4 Critério de falha de Tsai-Wu

O Critério de Falha de Tsai-Wu é uma teoria de falha amplamente utilizada para materiais compósitos anisotrópicos. Este critério pode ser expresso da seguinte maneira (fonte: [10]):



$$\begin{aligned}
&F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{16}\sigma_1\tau_{12} \\
&+ 2F_{26}\sigma_2\tau_{12} + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\tau_{12} < 1
\end{aligned} \tag{11}$$

para o caso plano;  $F_i, F_{ij}$  são parâmetros de resistência do material obtidos experimentalmente, enquanto  $\sigma_i, \tau_{ij}$  são as tensões atuante em um elemento, como podem ser vistas na Figura 4.9.

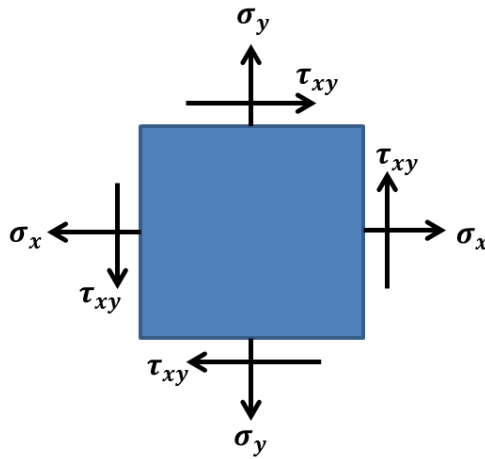


Figura 4.9: Elemento estrutural com as tensões atuantes aplicadas.

O valor de critério de falha de Tsai-Wu deve ser menor que 1 para garantir a integridade do material compósito. Este será o critério utilizado neste trabalho como restrição da otimização paramétrica.

#### 4.5 Algoritmo Genético

Neste projeto, será utilizado um algoritmo genético para fazer a busca racionalizada pela solução ótima. Estes algoritmos utilizam técnicas derivadas da biologia e baseiam-se no princípio da teoria de Darwin relacionada com a sobrevivência do mais resistente. Ao longo das gerações, características que são úteis para sobrevivência são passadas adiante para os indivíduos sucessores, porque indivíduos que as possuem tem mais chance de sobreviver. Essas características são armazenadas na codificação dos cromossomos. Os mecanismos da genética são baseados em operações que permitem a troca randômica de informações entre os cromossomos dos pais reprodutores. Entre essas operações

temos: reprodução, cruzamento, mutação ocasional e inversão do código cromossômico [11].

Algoritmos Genéticos simulam os mecanismos da genética natural para solução de problemas matemáticos de otimização multivariável. O código cromossômico é representado por uma “palavra”. Dessa forma no problema matemático a representação da combinação de variáveis de projeto deve ser feita em termos de palavras de bits que “emulam” os cromossomos [11].

Ou seja, o algoritmo procura por indivíduos (conjuntos de variáveis de projeto) que sejam bons na satisfação de um dado critério (como por exemplo, o Critério de Tsai-Wu, Seção 4.4) e, ao mesmo tempo, na minimização de uma função objetivo (por exemplo, a massa de uma estrutura).

Na Seção 5.3 estão expostos mais detalhes sobre otimização.

#### **4.6 Otimização Discreta de Material (DMO)**

Outra abordagem de otimização utilizada neste trabalho é o DMO: *Discrete Material Optimization*. A otimização de materiais compósitos laminados com mais de uma camada gera um problema de mínimos locais [12]. Não é possível efetuar a otimização da orientação das fibras das camadas de compósito de forma direta. Qualquer algoritmo otimizador baseado em gradientes fica preso em um mínimo local.

Contudo, o algoritmo genético tem um custo computacional muito elevado para um grande número de variáveis [13]. Como alternativa para este problema, é proposta a utilização do DMO, que, através de uma mudança de variáveis, torna o domínio de otimização convexo e, portanto, possuindo apenas um mínimo global.

Após realizar essa mudança de variáveis, é possível utilizar qualquer algoritmo de gradiente, o SLP e o SQP, por exemplo, para encontrar a solução ótima do problema.

No DMO, a variável de orientação das fibras do material compósito é discreta. Cada variável  $\theta$  (como visto na Figura 4.7) é calculada a partir de uma soma ponderada de seus valores possíveis. Essa metodologia foi baseada em [3] e [12].

$$\theta = \sum_{i=1}^{n^c} w_i \theta_i = w_1 \theta_1 + w_2 \theta_2 + \cdots + w_{n^c} \theta_{n^c}, \quad 0 \leq w_i \leq 1 \quad (12)$$

Nesta equação,  $n^c$  é o número de ângulos candidatos. O objetivo da otimização é levar os pesos  $w_i$  para 0 ou 1. Ao final da otimização, deseja-se que somente um ângulo candidato seja escolhido, ou seja, somente  $w_i$  deve ser 1 e os demais  $w_{j \neq i}$  devem ser levados a zero.

Para isso, as funções peso são calculadas da seguinte maneira:

$$w_i = \frac{w_i^*}{\sum_{k=1}^{n^c} w_k^*}, \quad \text{com } w_i^* = (x_i)^p \prod_{j=1, j \neq i}^{n^c} (1 - (x_j)^p). \quad (13)$$

Para forçar os pesos  $w_i$  para 0 ou 1 é inserida uma penalização  $p$ . O valor de  $p$  começa em 2 e, a cada 10 iterações é incrementado em uma unidade, até atingir seu valor máximo, 6 [12]. A utilização do termo  $(1 - (x_j)^p)$  faz com que o aumento em uma das variáveis  $x_i$  ocasione uma redução dos valores das outras funções peso. Operacionalmente, são as variáveis  $x_i$  que são otimizadas pelo método de gradiente (SQP ou SLP). A Figura 4.10 ilustra o DMO.

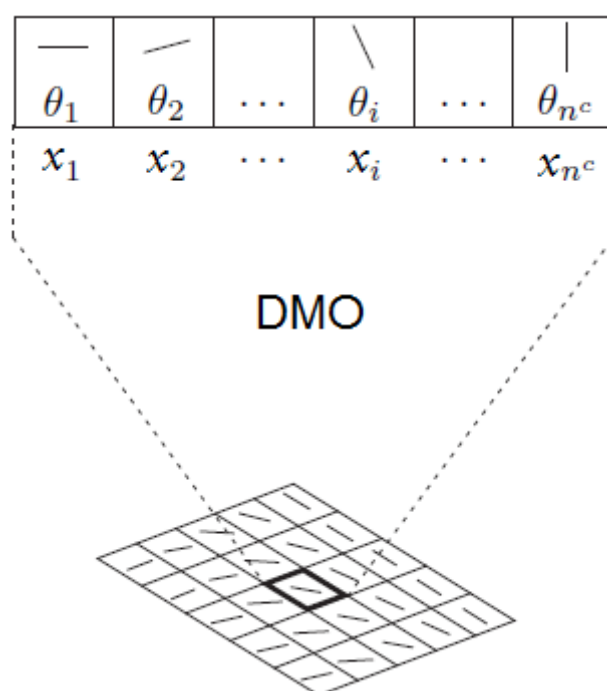


Figura 4.10: Otimização Discreta de Material (DMO) (adaptado de [12]).

## 5 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

### 5.1 Modelagem no CAD

A modelagem em CAD se faz necessária pela facilidade de criação de formas complexas. A alternativa seria utilizar as ferramentas internas do *software* de elementos finitos para mudar a geometria, que são mais limitadas.

Para iniciar qualquer análise, é preciso possuir um modelo em CAD da peça. O CATIA é um software de CAD que atende perfeitamente todos os requisitos deste projeto. Há inclusive uma ligação direta entre ele e o ABAQUS, e entre o CATIA e o modeFRONTIER.

É possível realizar a simulação (e, portanto, a otimização) de qualquer forma geométrica, formada por sólidos ou superfícies. Neste trabalho é necessário a modelagem de sólidos para o caso de se utilizar o elemento *shell* contínuo ou de superfícies para o elemento *shell* convencional. Informações sobre elementos *shell* podem ser encontradas na Seção 5.2.

Também, para possibilitar a aplicação de diferentes características a cada parte da peça, é preciso que ela seja dividida em quantas partes sejam necessárias, gerando um *CATProduct*. Este *CATProduct* é importado tanto pelo ABAQUS quanto pelo modeFRONTIER. A Figura 5.1 mostra a chapa reforçada modelada, com a árvore de projeto posicionada à esquerda.

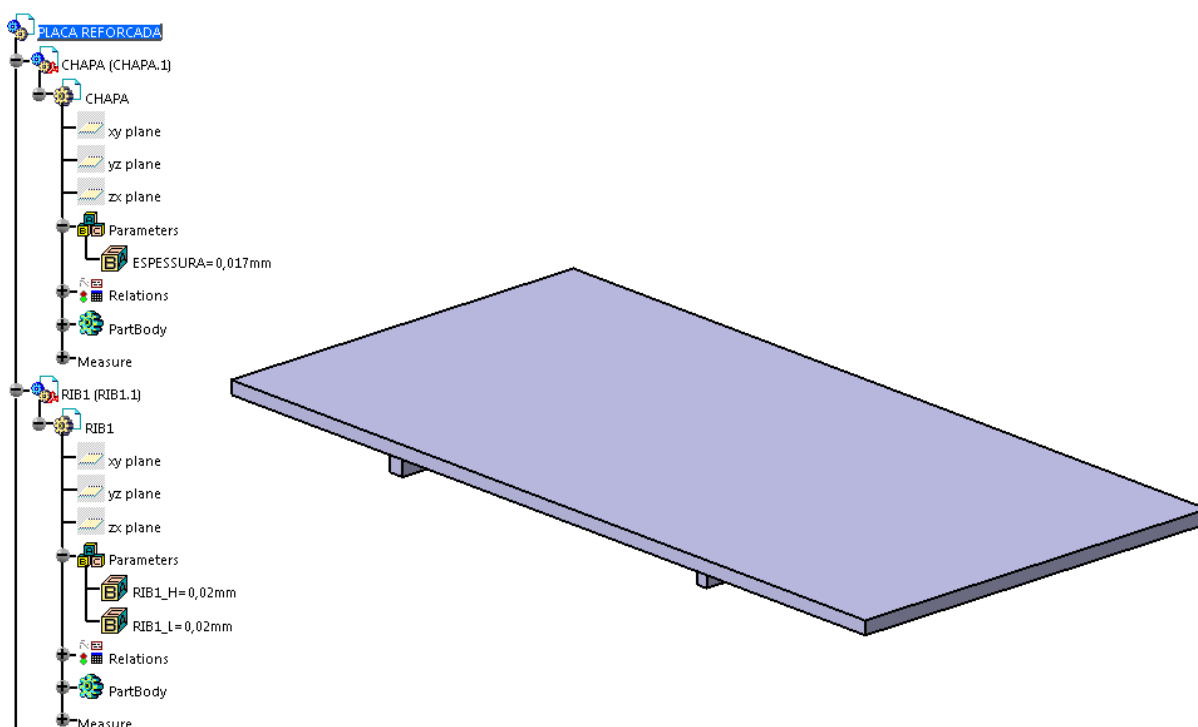



Figura 5.1: Placa reforçada modelada no CATIA.

Este tutorial supõe conhecimentos básicos de desenho em CATIA. A versão indicada é o **CATIA V5R19**.

Uma vez desenhada a peça (utilizando *sketches* e *form features*), é preciso parametrizá-la, possibilitando que o modeFRONTIER acesse as características da peça. Para criar um parâmetro, basta utilizar o botão **Formula** () , preencher os campos corretamente, clicar em **New Parameter of type** e renomear o parâmetro. As figuras Figura 5.2 e Figura 5.3 mostram como criar e renomear um parâmetro no CATIA.

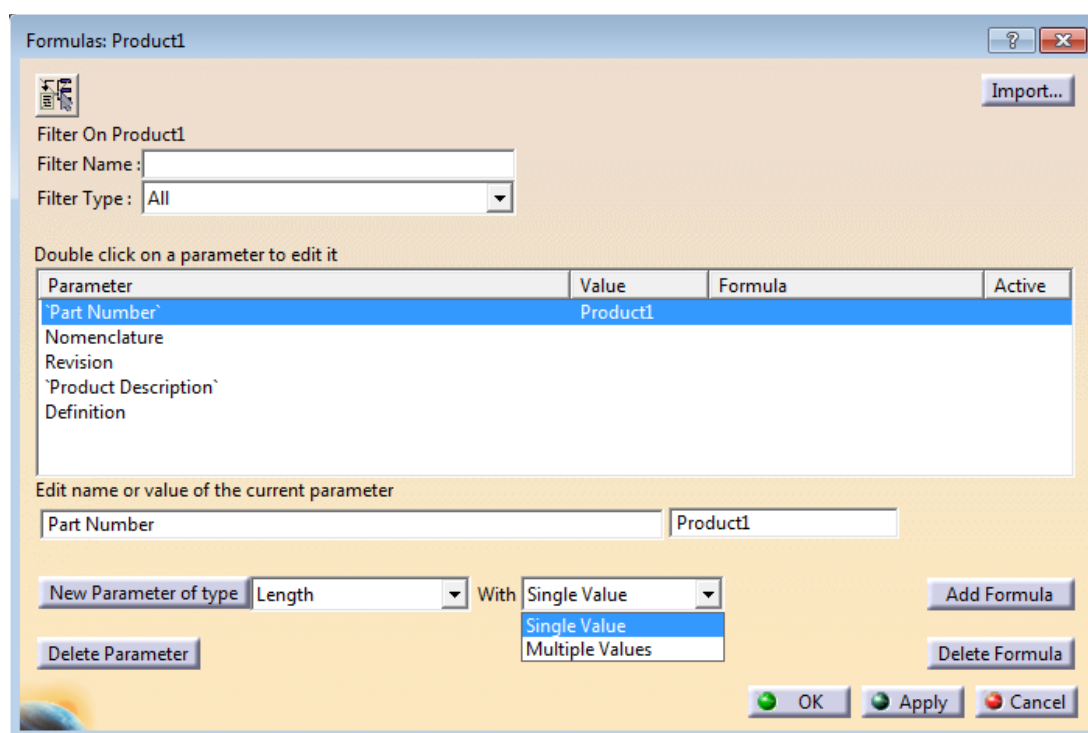


Figura 5.2: Criando novo parâmetro.

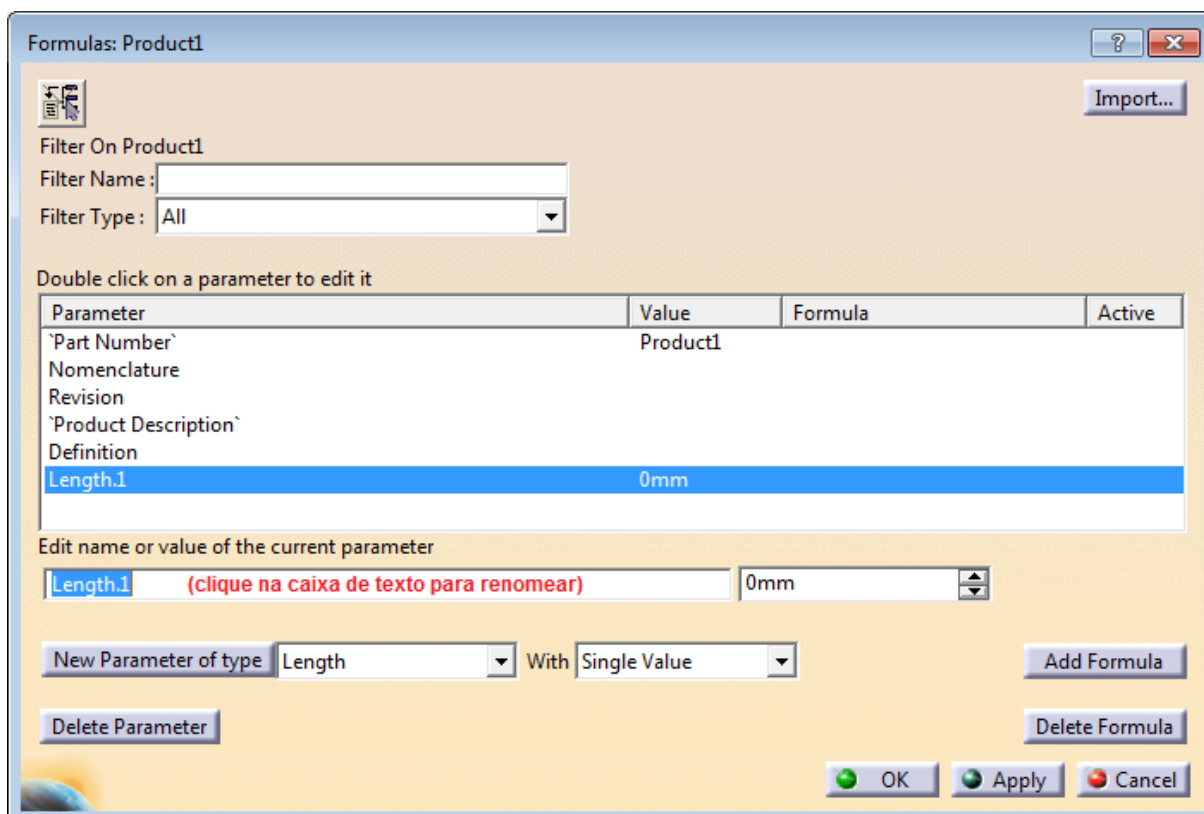


Figura 5.3: Renomeando um parâmetro.

Para atribuir este parâmetro a uma dimensão da peça, vá até a janela de edição da dimensão, clique com o botão direito do mouse e escolha a opção “Edit

*formula...*". Selecione o parâmetro que será atribuído à dimensão. As figuras Figura 5.4 e Figura 5.5 ilustram esse procedimento.

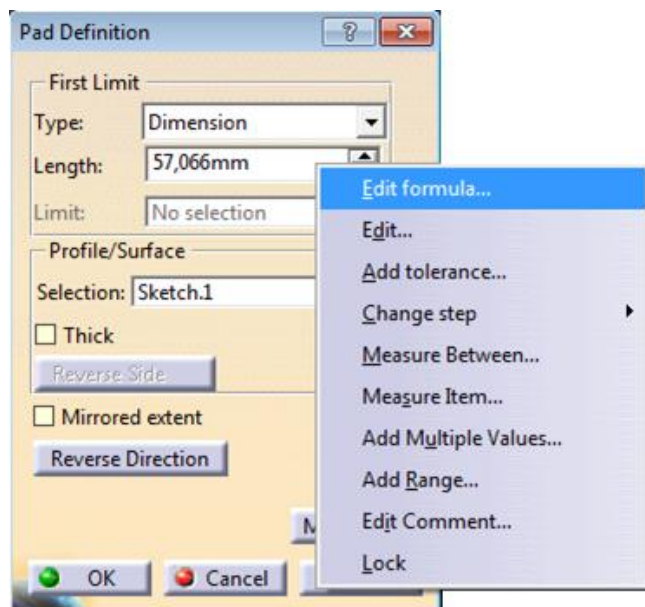


Figura 5.4: Editando a dimensão.

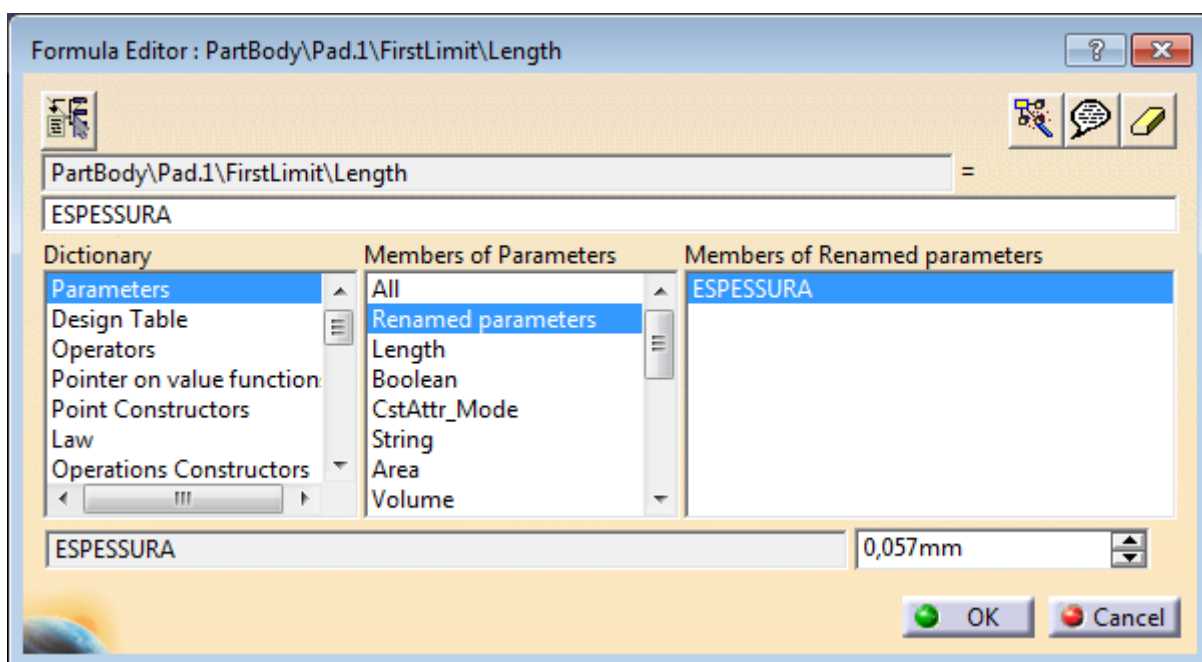




Figura 5.5: Selecionando o parâmetro.

Para que o modeFRONTIER tenha acesso a massa da peça, é preciso efetuar uma medição de inércia (  ) e selecionar  Keep measure . Note que, é preciso que cada *Part* tenha sua própria medição de massa.



É necessária a criação de um parâmetro que faz a soma das massas de todas as *Part* de um *Product*. Ele deve ser criado na hierarquia do *Product*, para que haja acesso aos valores de massa de todas as *Parts*. Na criação deste parâmetro (após os procedimentos descritos nas figuras Figura 5.2 e Figura 5.3), clique em **Add Formula** e selecione as massas das peças, como ilustrado na Figura 5.6.

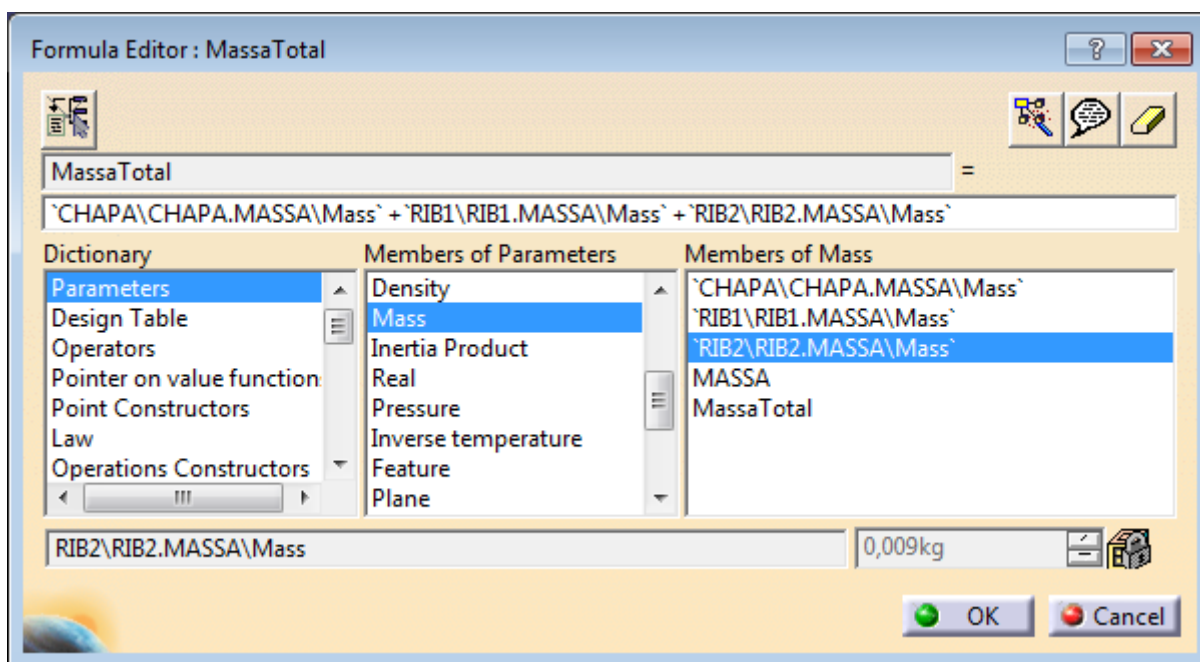


Figura 5.6: Atribuindo soma de massas ao parâmetro MassaTotal.

Após todos esses procedimentos, os parâmetros criados em cada *Part* estarão sob *Parameters*; as atribuições de parâmetros feitas a dimensões da peça estarão sob *Relations*; e a medição de massa estará sob *Measure* na árvore de projeto. A Figura 5.7 mostra a árvore de projeto final.

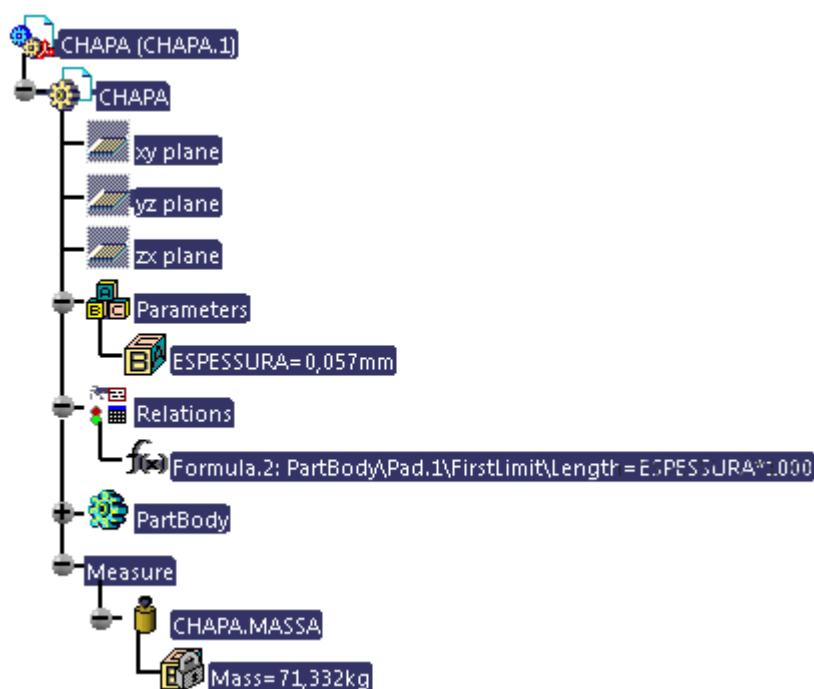


Figura 5.7: Detalhe dos parâmetros e relações.

## 5.2 Método de Elementos Finitos

### 5.2.1 Introdução

O método dos elementos finitos (MEF) é utilizado para resolver uma grande gama de problemas de Engenharia, incluindo análises de tensão, transferência de calor, eletromagnetismo, etc. Tais problemas são modelados a partir de situações físicas, sendo as equações diferenciais que regem os modelos baseados nas Leis fundamentais da natureza (Leis de Newton, Leis de Kirchhoff, dentre outras) [14].

Na maioria desses problemas, não é possível chegar a soluções exatas das equações diferenciais. Nestes casos, é necessário fazer uso de aproximações numéricas. As soluções exatas dão o comportamento de qualquer ponto do sistema a qualquer momento. As soluções aproximadas dão este comportamento apenas para pontos discretos do sistema, chamados de nós. Daí surge o nome de método dos elementos finitos, no qual o sistema é discretizado em um número finito de pontos [14].

O MEF constrói um sistema de equações diferenciais para cada elemento resultante da discretização do sistema original. Ao proceder à resolução das equações, tem-se a solução do problema em questão para os nós de cada elemento da discretização [14].

Neste trabalho, utilizou-se o *software* ABAQUS para realizar as soluções de elementos finitos. O elemento utilizado foi o “SC8R”, elemento contínuo do tipo casca, apresentado na Figura 5.8.

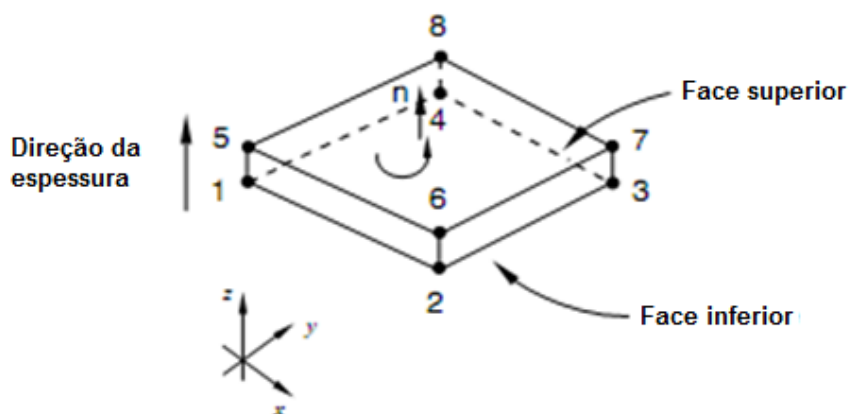


Figura 5.8: Elemento SC8R (adaptado de [15]).

Também foi utilizado o elemento S8R, elemento *shell* convencional do tipo casca. O elemento SC8R é bastante interessante pra modelagem de peças sólidas. Porém, o elemento S8R se mostrou mais eficiente para simular os efeitos de flexão da chapa de material compósito laminado, o que motivou a sua utilização. Para utiliza-lo, é preciso efetuar a modelagem de uma superfície (ao invés de um sólido).

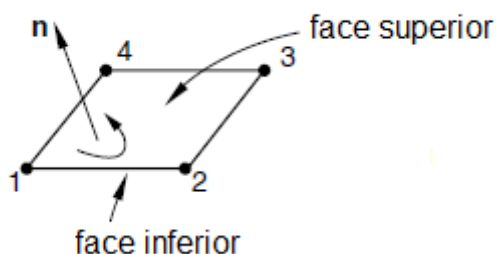


Figura 5.9: Elemento S8R (adaptado de [15]).

Para a criação das camadas, utiliza-se a ferramenta própria do ABAQUS que atribui uma **seção** ao elemento de casca. Na Figura 5.10 pode ser visto a representação das camadas feita dentro do elemento de casca no ABAQUS.

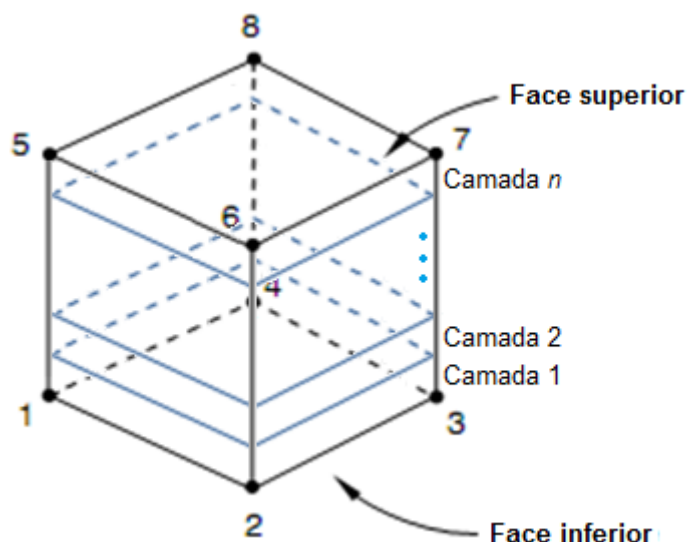


Figura 5.10: Representação das camadas no elemento de casca.

### 5.2.2 Modelagem de MEF

Após ter modelado a peça no CATIA, é possível iniciar uma análise. O ABAQUS possui ferramentas de modelagem, mas é aconselhável a utilização de uma ferramenta de CAD para possibilitar maior flexibilidade e facilidade na geração de geometrias complexas. Este tutorial mostrará como efetuar a análise completa de uma chapa com dois reforços.

Observa-se que serão utilizados neste trabalho modelos desenhados diretamente no ABAQUS. Embora haja perda de flexibilidade, o custo diminui consideravelmente para peças simples, que não necessitam do CATIA para serem desenhadas.

Após abrir o ABAQUS, utilizar “*File > Import > Part...*” para importar o *CATProduct* gerado anteriormente. Utilize as opções padrão (modelo sólido, deformável, 3D, importar todas as *Parts*) e utilize uma escala de 0.001, pois as medidas do CAD estão em mm.

Em seguida, deve-se criar um material clicando duas vezes em “*Materials*”, ilustrado na Figura 5.7. Para criar um material elástico compósito (Figura 5.12) com *Type* “*Engineering Constants*”, cujas propriedades elásticas são [16] (propriedades de um material fictício), tem-se:

- $E_1=172,4$  GPa;
- $E_2=E_3=6,9$  GPa;
- $\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}=0,25$ ;
- $G_{12}=G_{13}=3,45$  GPa;
- $G_{23}=1,38$  GPa.

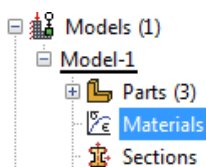


Figura 5.11: Criando um novo material.

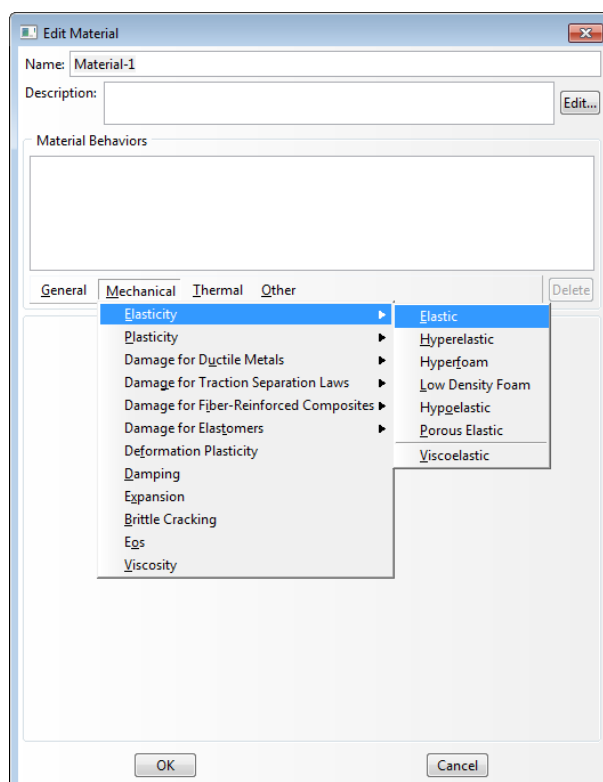


Figura 5.12: Material elástico compósito.

Em “*Suboptions*”, atribuir características “*Fail Stress*”, com os seguintes dados (propriedades de um material fictício):

- $X_t=207$  kPa;
- $X_c=-82,8$  kPa;
- $Y_t=3,45$  kPa;
- $Y_c=-10,3$  kPa;
- $S=6,89$  kPa.

Agora é necessário atribuir o empilhamento das camadas de material compósito às peças. Será utilizado o elemento SC8R, “*Continuum Shell*” (Figura 5.8) ou o elemento S8R, “*Conventional Shell*” (Figura 5.9). Estes elementos possibilitam obter informações camada por camada. A Figura 5.13 mostra uma comparação entre o elemento *shell* convencional e o contínuo. A representação das camadas de material compósito é mostrada na Figura 5.10.

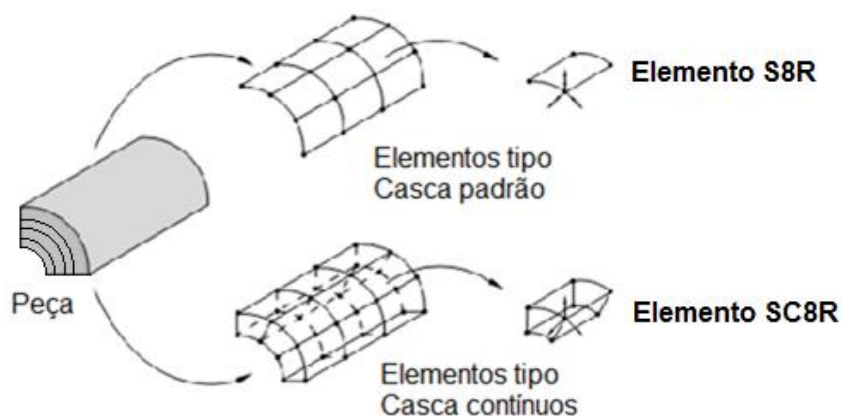


Figura 5.13: Comparação entre o elemento tipo Casca convencional e o contínuo (adaptado de [15]).

Nesta parte, é preciso entrar em cada uma das *Parts* e clicar duas vezes em “*Composite Layups*”. Seleciona “*Continuum Shell*” e clique em “*Continue...*”. Caso a modelagem esteja sendo feita para uma superfície, basta selecionar o *shell* convencional.

Na janela que abrir (Figura 5.14) é preciso definir a orientação do empilhamento, definindo um novo sistema de coordenadas no canto da peça; também é preciso definir a direção normal ao empilhamento (que não necessariamente é a terceira). Para finalizar, defina o número de camadas, a região da peça onde ocorrerá o empilhamento (em geral é a mesma para todas as

camadas), o material de cada camada, a espessura, o ângulo das fibras e o número de pontos de integração.

É preciso realizar este procedimento para cada *Part* do modelo.

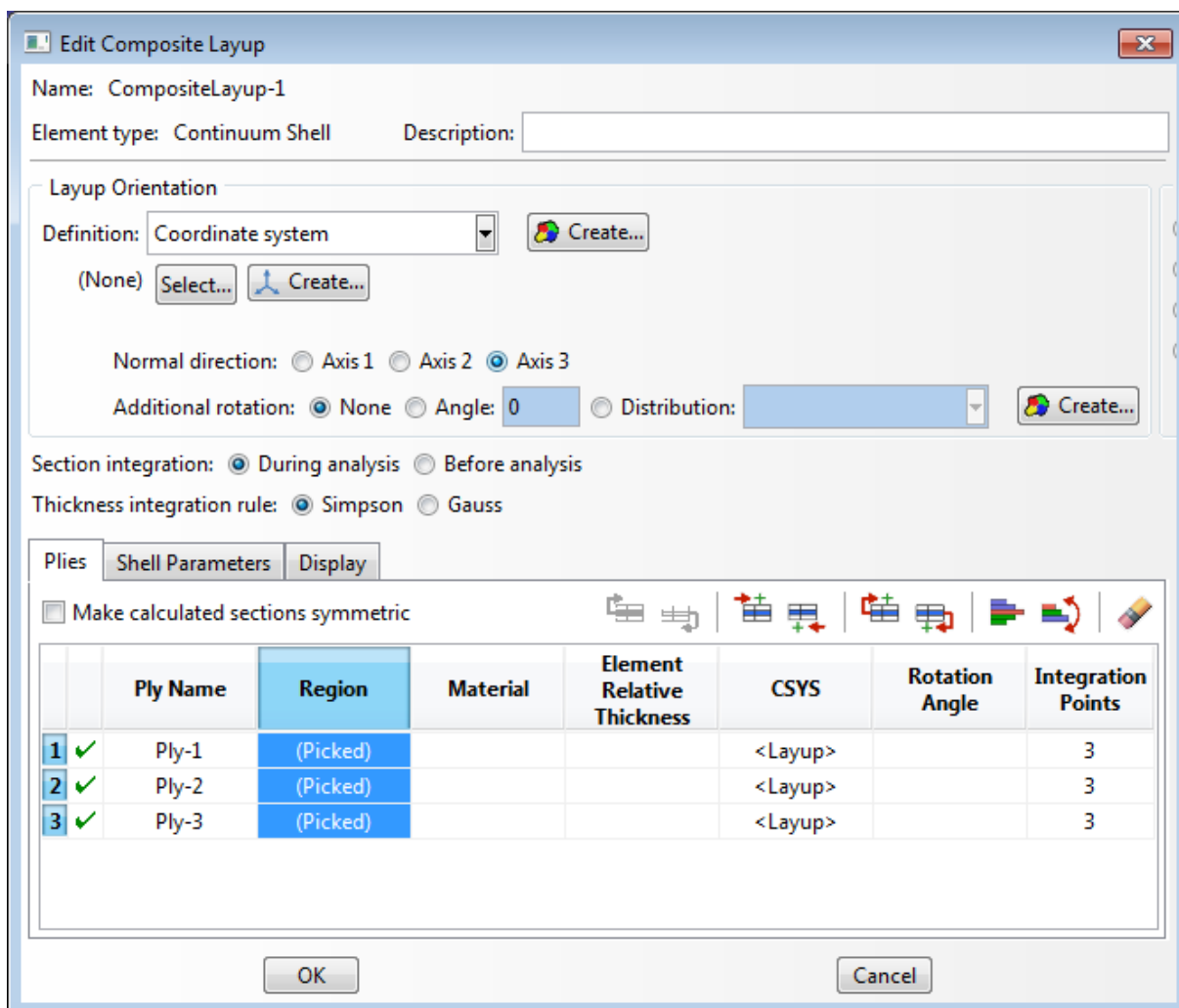


Figura 5.14: Criando o empilhamento da Casca.

Após o empilhamento, é preciso criar uma “*Instance Part*”. É em cima desta *instance part* que a malha será feita e que as cargas e condições de contorno serão aplicadas. A *instance part* é criada selecionando-se o módulo “*Assembly*” (Figura 5.15).

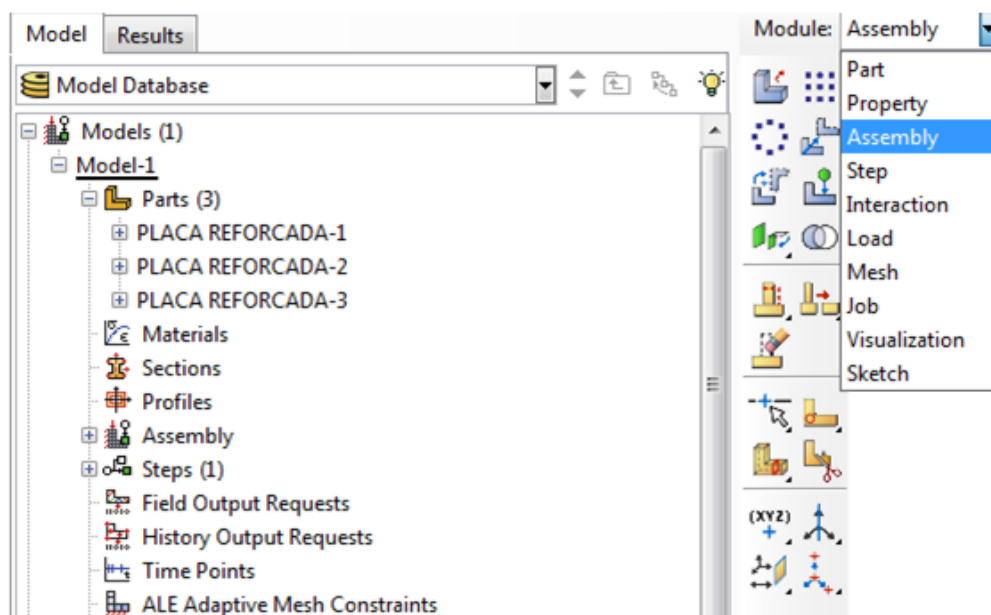



Figura 5.15: Escolha do módulo de montagem.

Em seguida, deve-se clicar em *Instance Part* (  ), selecionando todas as *Parts* e selecionando a opção *Independent*, conforme Figura 5.16.

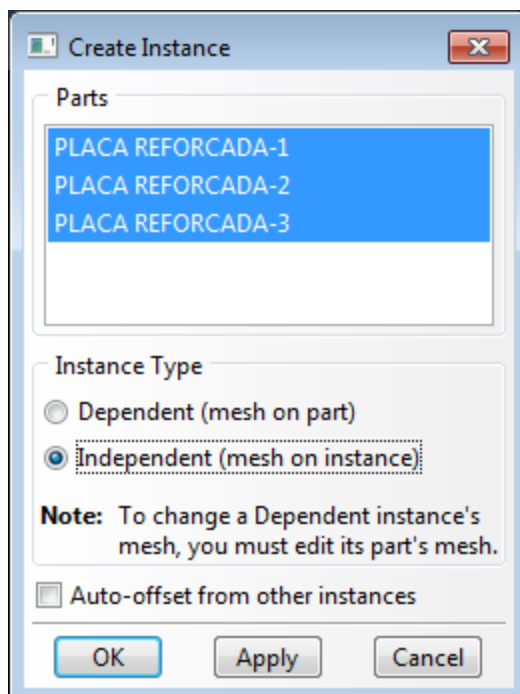


Figura 5.16: Criando nova instância.

Quando é feita a importação do *Product*, não é carregada no ABAQUS a informação sobre as *constraints* existentes entre cada peça. É preciso defini-las



dentro do ABAQUS. Para este projeto, serão definidas *Tie Constraints* (Figura 5.17) para unir as peças.

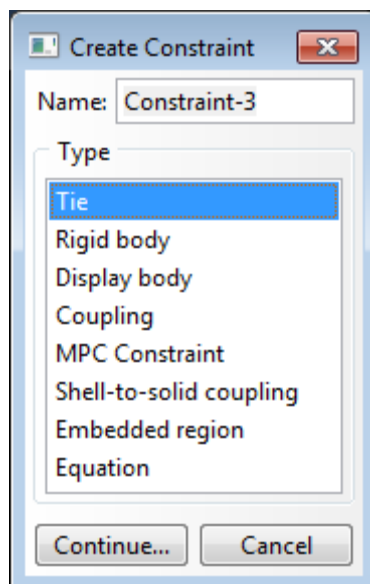


Figura 5.17: Definindo uma restrição.

Após clicar em *Continue...*, selecione as duas superfícies que estarão acopladas, faça uma revisão das informações na nova janela (Figura 5.19) e clique em *OK*.

Para selecionar uma superfície escondida, é necessário desativar a opção “*Enable Preselection Highlighting*” no momento de selecionar as faces, como na Figura 5.18.

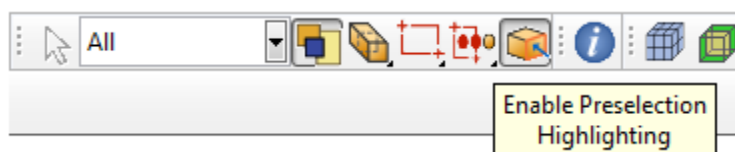


Figura 5.18: Habilitando a seleção de faces escondidas.

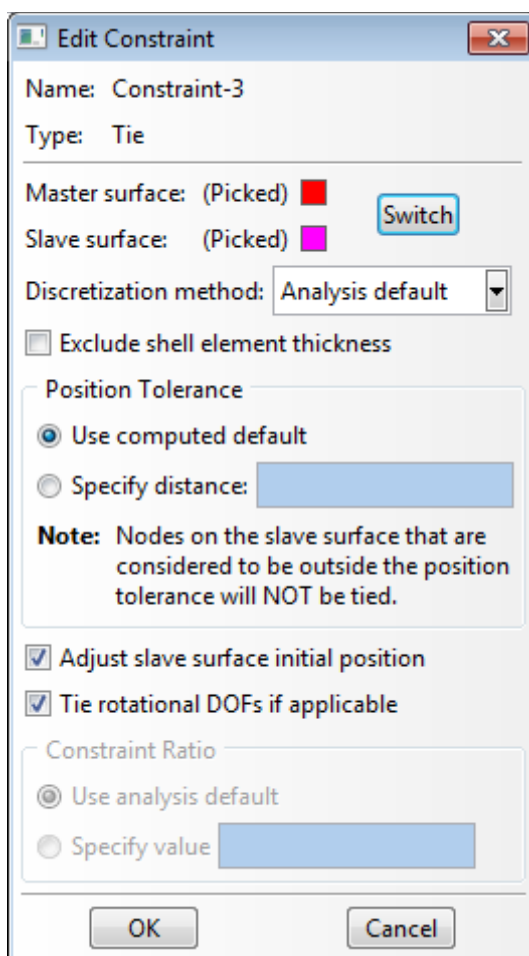






Figura 5.19: Revisando informações sobre a restrição.

Em seguida, deve-se fazer a malha, selecionando o módulo “*Mesh*”. A malha é construída seguindo-se a sequência:

1. *Seed Part Instance* (  ) (indicando a dimensão padrão para malhar, em geral a espessura da chapa);
2. *Assign Mesh Controls* (  ) (selecionando a opção *Sweep* e a direção correta de criação dos nós);
3. *Assign Element Type* (  ) (selecionando *continuum shell*);
4. *Mesh Instance Part* (  ).

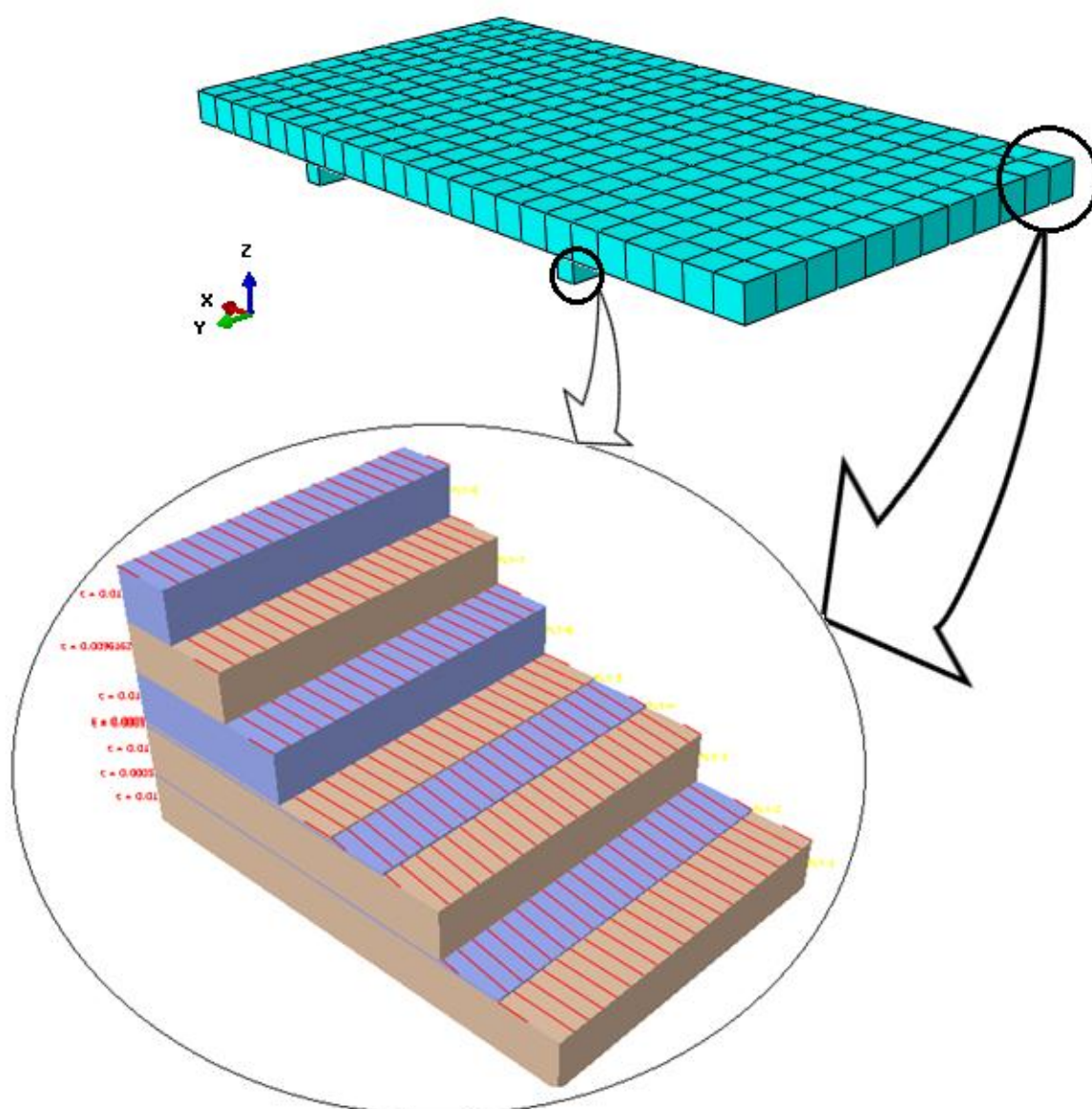


Figura 5.20: Peça instanciada já com as restrições e malhada.

Por fim, criam-se as BC's (condições de contorno), casos de cargas (*Steps*) e as cargas que serão aplicadas. A Figura 5.21 mostra a localização destas configurações na árvore do projeto. A Figura 5.22 mostra a chapa com os casos de carga e as condições de contorno aplicadas.

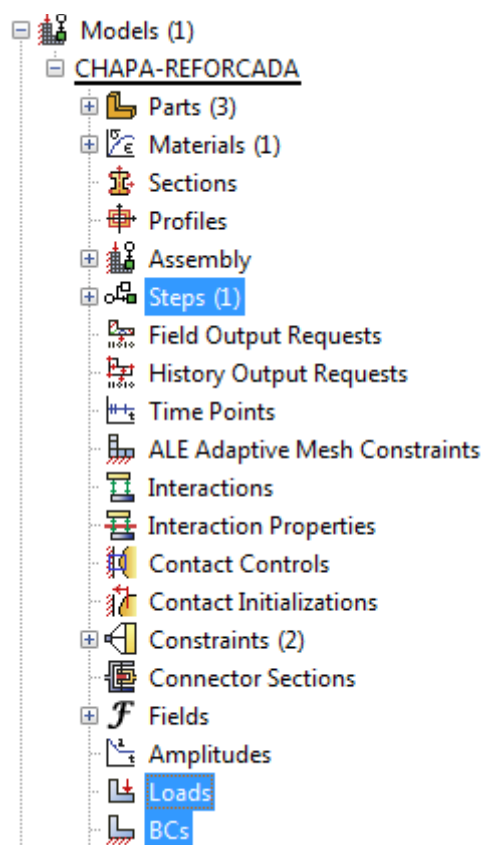


Figura 5.21: Casos de carga, cargas e condições de contorno.

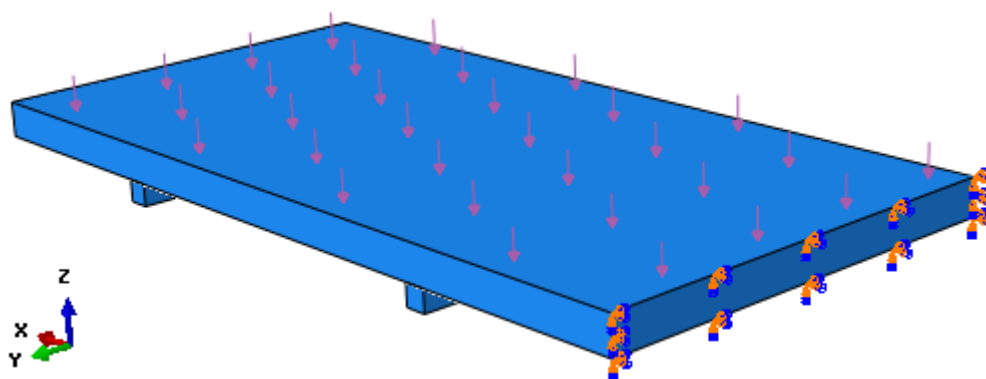




Figura 5.22: Casos de carga e condições de contorno.

Para seleccionar os *outputs* da simulação, clicar em  **Field Output Requests** e seleccionar as saídas que forem interessantes. Neste projeto, os outputs principais são:

- Stress: S, CTSHR;
- Displacement/Velocity/Acceleration: U;
- Failure/Fracture: CFAILURE;
- Energy: ENER.

É necessário configurar os pontos de onde se pretende obter dados (*section points*). Aqui se especificou todos os pontos de cada camada, totalizando 24 pontos: oito camadas, cada uma com três *section points*. Essa configuração pode ser vista na Figura 5.23.

Finalmente, para efetuar o *solve*, é necessário criar um novo “Job” (  Jobs ) e submetê-lo. Para visualizar os resultados, é necessário ir para a aba *Results* e abrir um banco de dados de resultados (.odb). Isso pode ser visto na Figura 5.24.

A Figura 5.25 mostra a *Elastic strain energy density, per unit volume*, para o segundo ponto de integração da terceira camada de compósito.

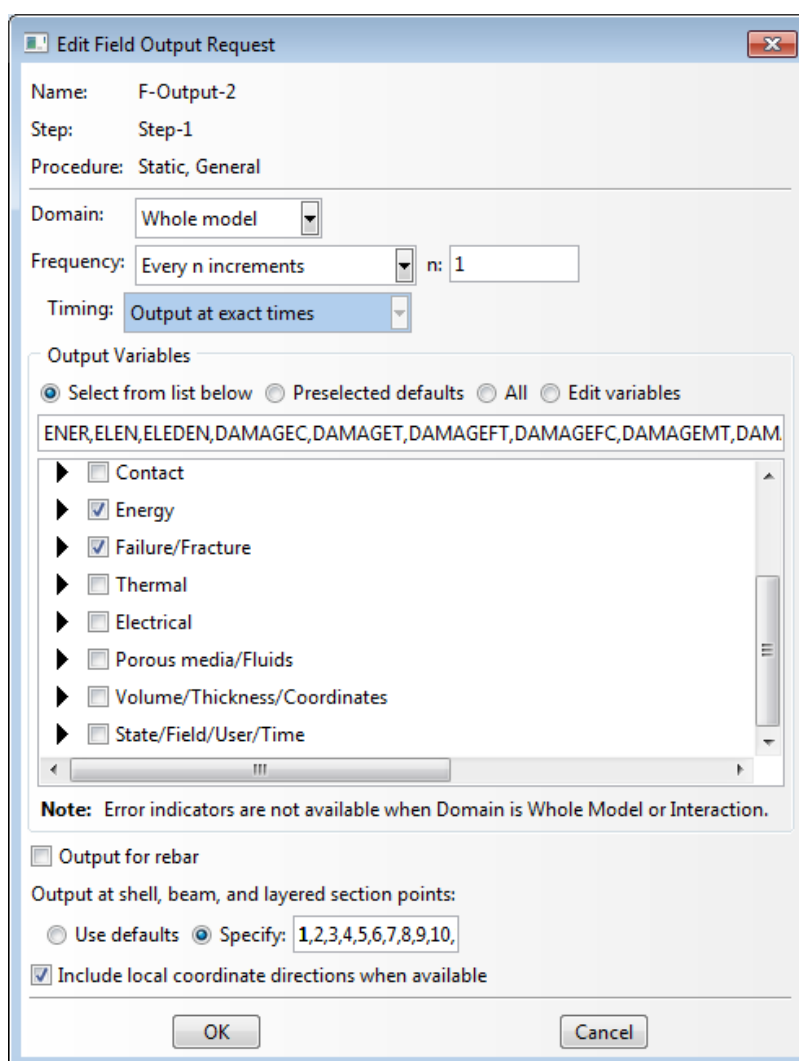


Figura 5.23: Configuração das saídas do software.

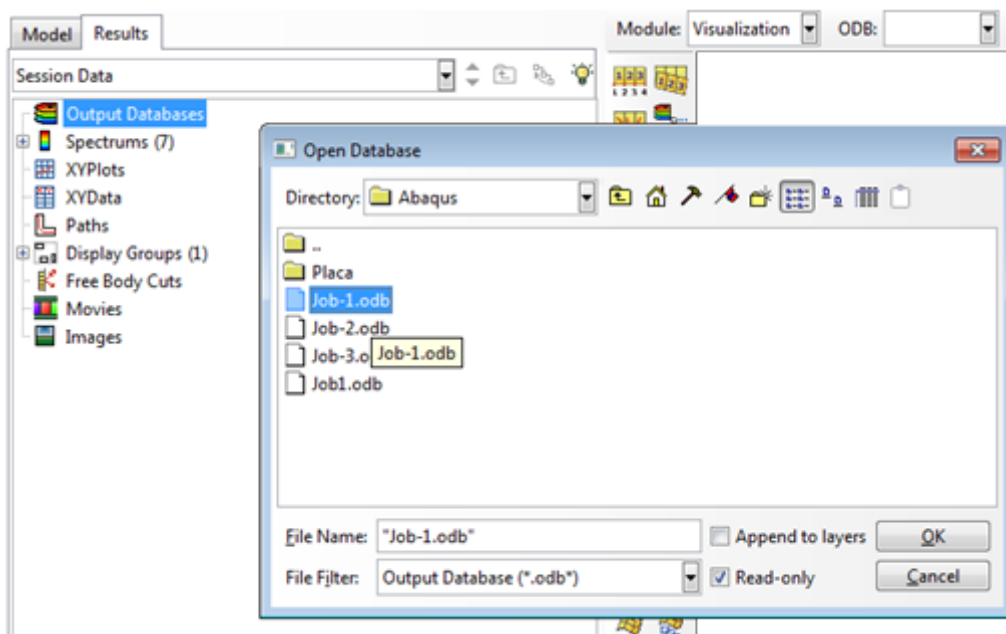


Figura 5.24: Abrindo um banco de dados de resultados

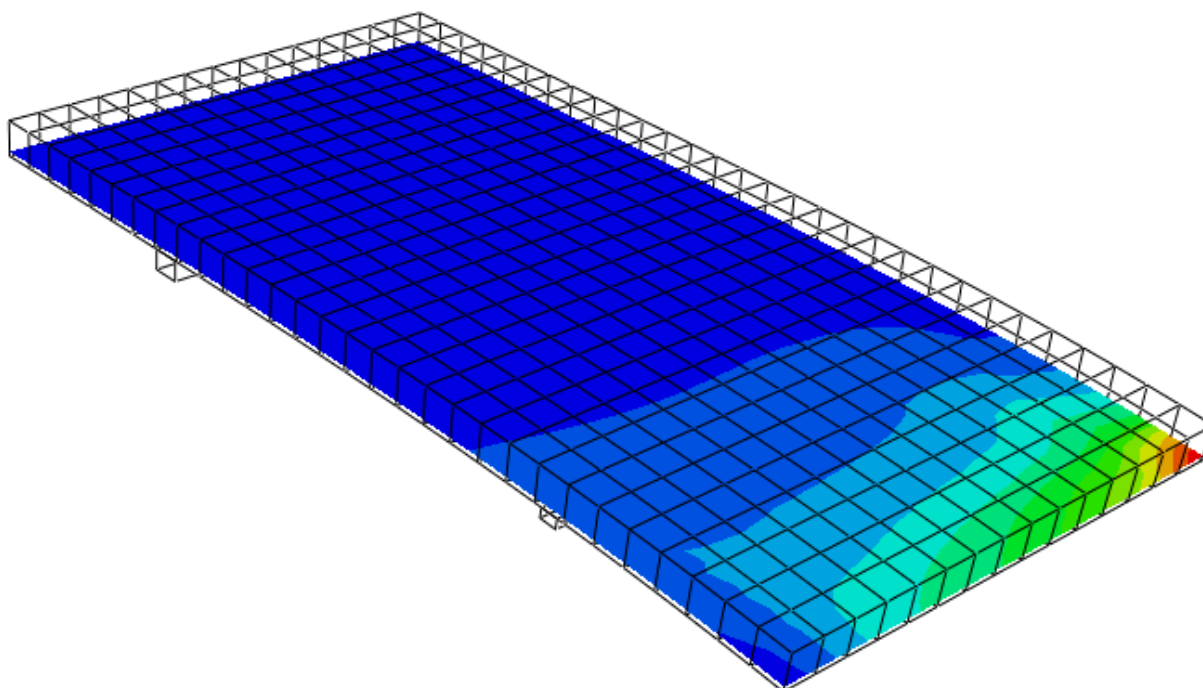


Figura 5.25: Densidade de energia elástica devido à deformação, por unidade de volume.

Para implementar esta análise iterativamente, é necessário gerar uma macro de todo o processo, utilizando o comando “*File > Macro Manager > Create... > Work > Continue...*”. A macro será gravada no diretório de trabalho do ABAQUS (por exemplo: *C:\Users\Fernando\Documents\Abaqus\abacusMacros.py*).

Este arquivo será utilizado pelo modeFRONTIER: ele modificará os locais necessários a cada iteração da otimização, com os novos valores das variáveis de projeto. A macro utilizada pelo modeFRONTIER na otimização da chapa reforçada foi gravada e posteriormente otimizada, visando à otimização do código.

Nela foi adicionado um código que exporta os valores de TSAI WU para cada região de material compósito (utilizando o comando *Report > Field Output...*) e que gera um *screenshot* da situação atual do TSAI WU.

## 5.3 Otimização

### 5.3.1 Introdução

A abordagem de análise (em que se procura a solução ótima para um problema analisando-se todos os casos possíveis) somente faz sentido quando temos um número muito reduzido de casos a serem estudados. Para as dimensões dos problemas reais deve ser utilizado uma segunda abordagem, denominada de *síntese* ou *otimização*. Nessa abordagem, é realizado uma busca racionalizada da solução através de algoritmos numéricos de otimização, o que reduz drasticamente o tempo para encontrar a solução ótima [11].

Para efetuar essa busca racionalizada, faz-se uso dos métodos de otimização explicitados nos itens 4.5 e 4.6.

A Figura 5.26 mostra o fluxograma da otimização paramétrica da orientação e espessura das camadas de material compósito.

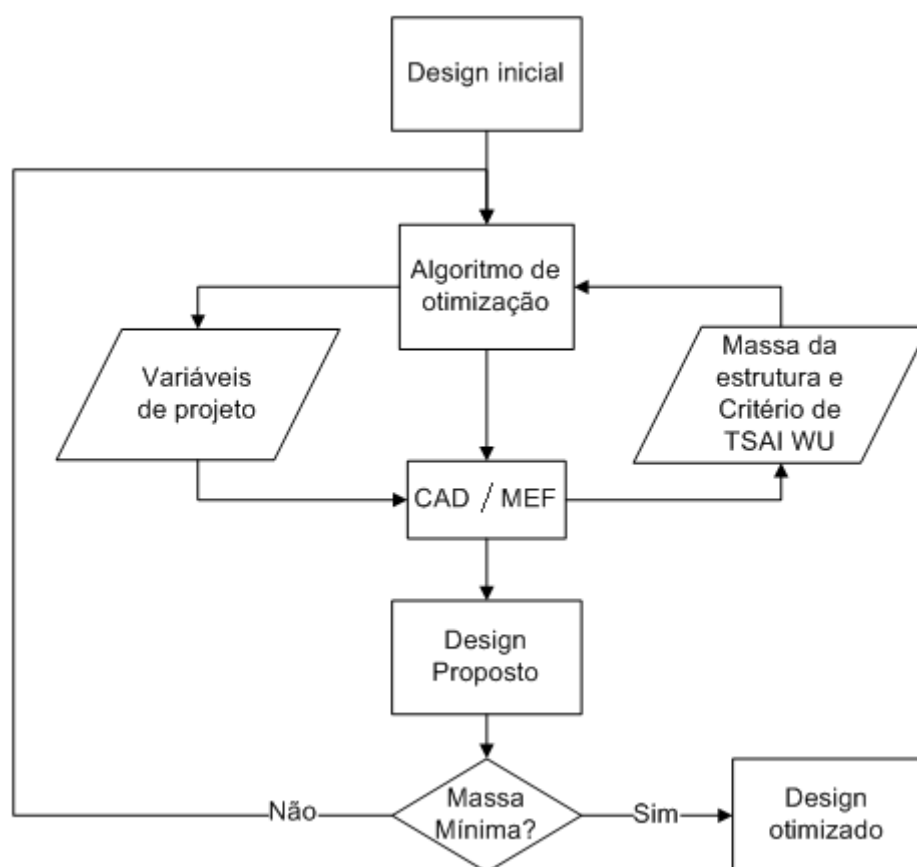


Figura 5.26: Fluxograma da otimização.

### 5.3.2 Modelagem no modeFRONTIER

O modeFRONTIER funciona como software integrador e otimizador. Ele é o responsável pela interação entre CAD e MEF, além de realizar a otimização das variáveis de projeto. Ele é baseado em fluxogramas, sendo que sempre há um fluxo de dados e uma sequência de eventos. A Figura 5.27 mostra um exemplo de fluxograma. A sequência de nós: DOE > MOGA-II > CATIA > ABAQUS > CLEANUP > EXIT forma a sequência de eventos. O restante é o fluxo de dados [16].



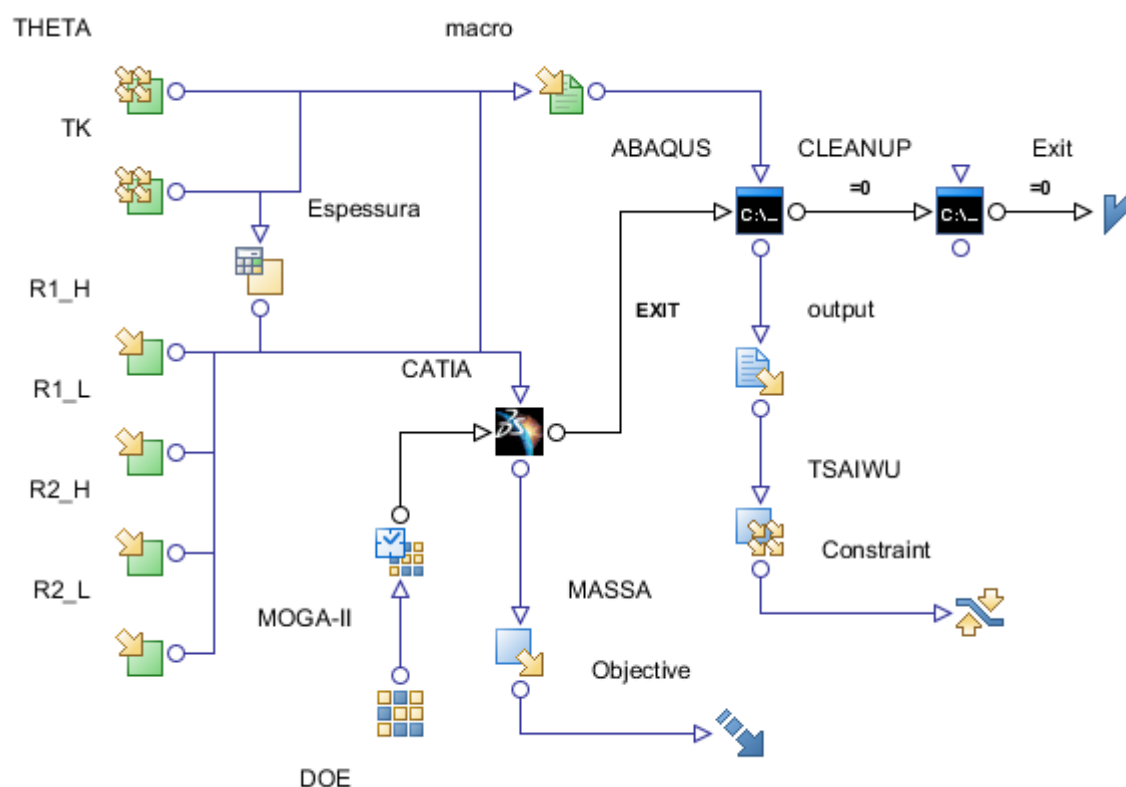


Figura 5.27: Fluxograma utilizado pelo modeFRONTIER.


Na Figura 5.27, “THETA” e “TK” são variáveis de projeto: as que serão otimizadas. “MASSA” e “TSAIWU” são funções outputs: a massa é a função objetivo e o Tsai-Wu é a restrição. “DOE” e “MOGA-II” são, respectivamente, a população inicial e o algoritmo otimizador. Em resumo: as variáveis são utilizadas pelo “CATIA” para geração da geometria; a geometria é utilizada pelo “ABAQUS” e analisada, segundo casos de carga configurados em macro (nó de *input* do “ABAQUS”); o resultado da análise é obtido pelo modeFRONTIER e o loop continua enquanto for necessário (Figura 5.26).

### **CATIA**

Na configuração do bloco “CATIA”, é necessário:

- O documento CATIA que será acessado;
- O Script que deverá ser rodado a cada iteração;
- As relação entre variáveis do modeFRONTIER e parâmetros do CATIA (configurados anteriormente).

Para essa comunicação entre CATIA e modeFRONTIER funcionar corretamente, é necessário que o CLASSPATH do Windows (*Computer > Properties > Advanced system settings > Environment Variables...*) esteja configurado corretamente com o caminho para o executável do CATIA (cnext.exe), por exemplo, *C:\Program Files (x86)\Dassault Systemes\B19\intel\_alcode\bin*.

Para fazer a relação entre variáveis locais e parâmetros, deve-se clicar no ícone  ao lado da variável em questão. Será iniciada a *introspection*, Figura 5.28.

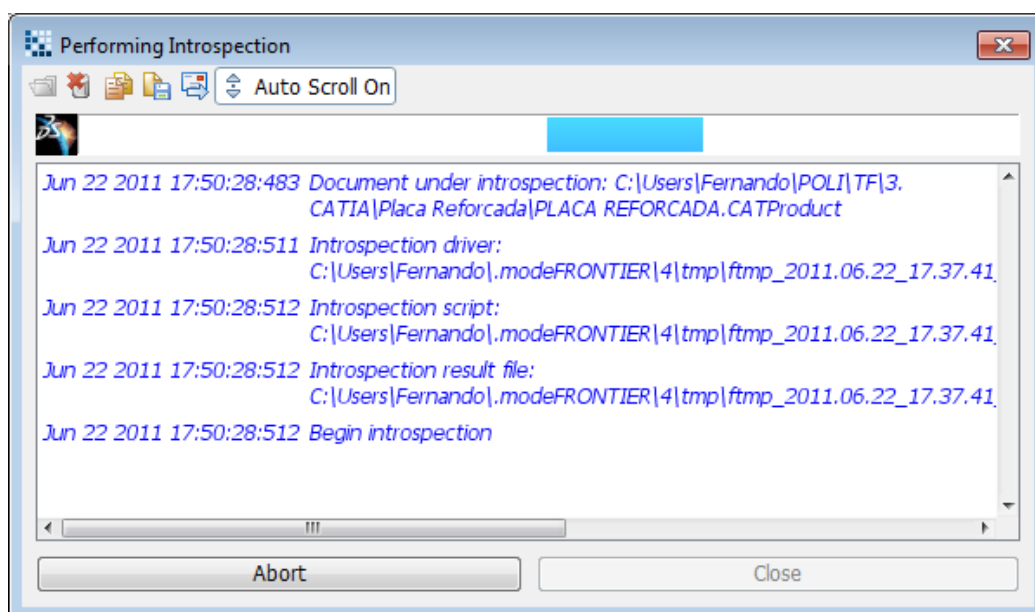


Figura 5.28: Introspecção feito pelo modeFRONTIER.

Ao fim desta operação, selecione o parâmetro adequado e clique em OK (Figura 5.29).

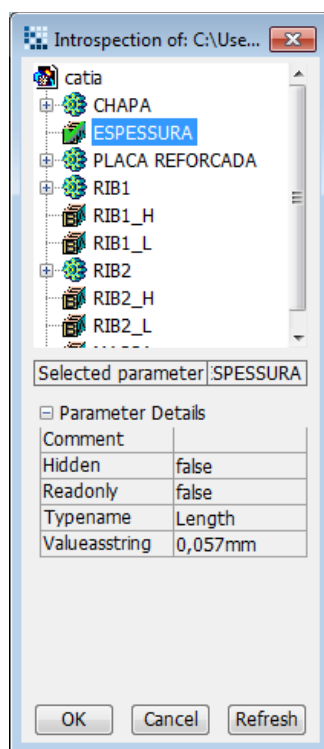


Figura 5.29: Seleção do parâmetro.

Após a configuração, a janela do bloco “CATIA” ficará como na Figura 5.30.

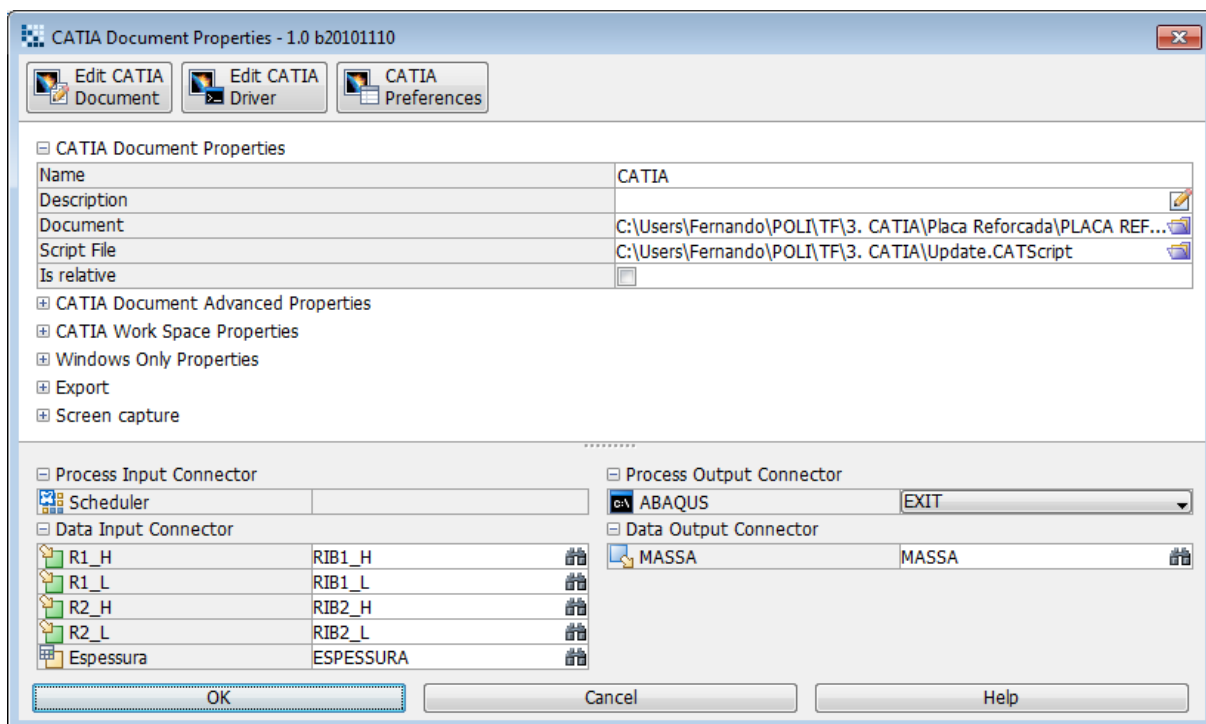


Figura 5.30: Bloco do CATIA configurado.

O Script *Update.CATScript* apenas atualiza o documento e o salva, com os novos parâmetros inseridos pelo modeFRONTIER.

### ***ABAQUS***

O bloco ABAQUS é apenas um bloco DOS que chama o ABAQUS com o arquivo correto. O arquivo *run.py* já estará no diretório correto, pois ele está configurado como *input* do bloco DOS (bloco “macro”). Uma característica da programação deste bloco é a utilização do comando *del*, que deleta os arquivos auxiliares do ABAQUS para evitar uso desnecessário de espaço em disco.

### ***CLEANUP***

Este é um bloco auxiliar. Ele simplesmente move os *screenshots* que são tirados a cada iteração para uma pasta única. Este bloco pode ser utilizado para outras funcionalidades, como por exemplo, apagar pastas auxiliares ou mover outros arquivos.

### ***Outros Blocos***

Utilizam-se oito camadas de material compósito, totalizando 20 variáveis de projeto: a espessura e o ângulo da fibra de cada camada, além da largura e altura da seção transversal de cada reforçador.

Os vetores “THETA” e “TK” (Figura 5.27) contém respectivamente a orientação das fibras e a espessura de cada camada. Ambos são input para o ABAQUS. Para o CATIA só importa variáveis geométricas, no caso a “Espessura” (soma de todos os valores do vetor “TK”) e as dimensões dos reforçadores (R1 e R2).

O nó “macro” é uma macro que recebe todas as variáveis de projeto e é utilizada pelo ABAQUS para acessar a geometria construída pelo CATIA e rodar a análise. Este bloco é do tipo *File*. Nele é configurado o *template* (esqueleto) do arquivo que será *input* do ABAQUS, e indicado os locais onde as variáveis são referenciadas (Figura 5.31).

Também é preciso configurar o “*Input File Name*”. A cada iteração, o modeFRONTIER irá atualizar o *template* com as variáveis atualizadas e salvar este arquivo com o nome indicado (*run.py*) no diretório de trabalho do próximo nó, neste caso o ABAQUS.

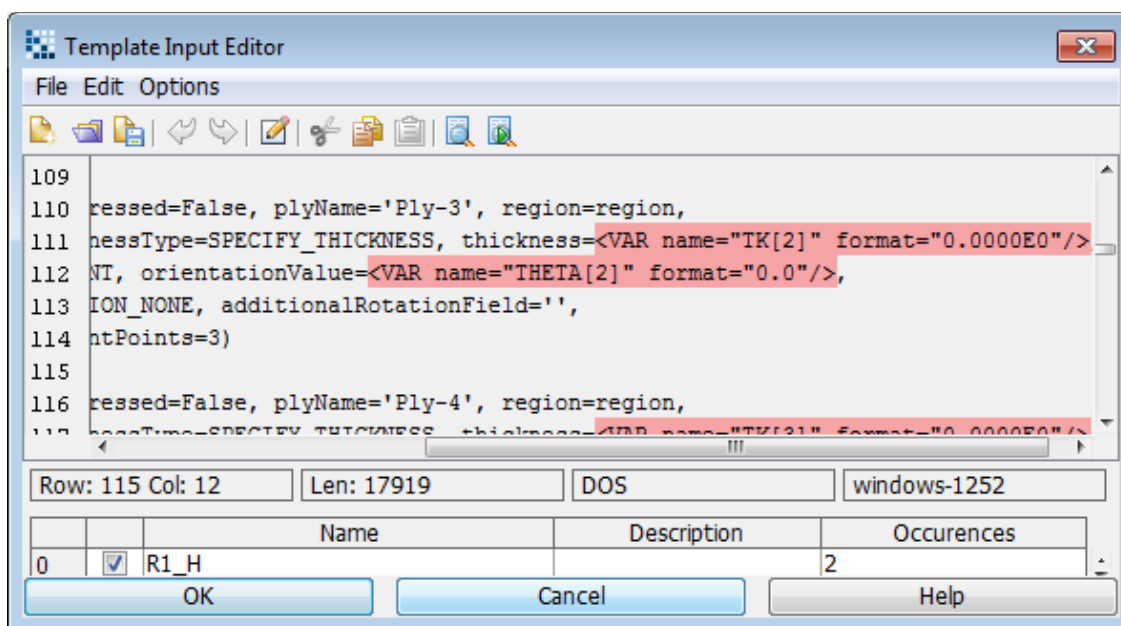


Figura 5.31: Configurando o arquivo padrão.

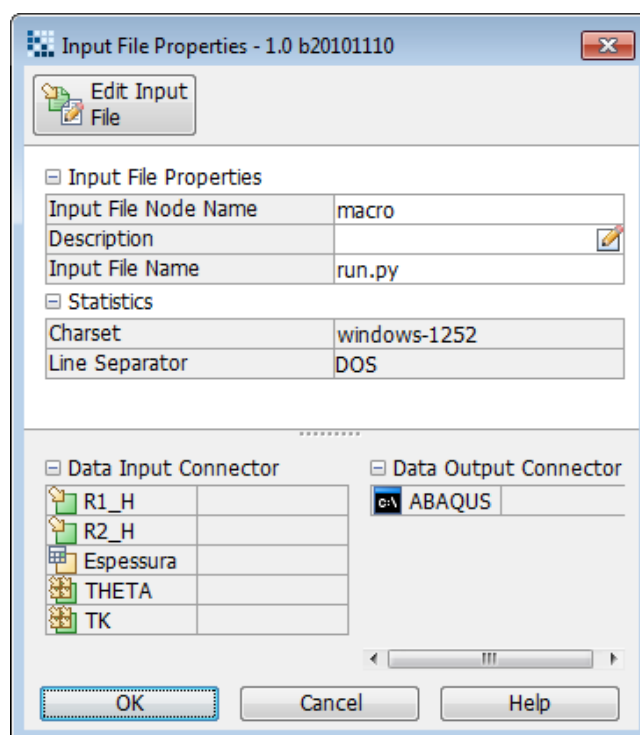


Figura 5.32: Edição do bloco tipo arquivo.

Em seguida é lido o valor máximo de TSAI-WU, a partir de um arquivo gerado pelo ABAQUS (*abaqus.rpt*). Essa é a restrição da otimização. O objetivo é a minimização da massa, variável que é retirada diretamente do CATIA.

Deve-se configurar o bloco “output”, que é do tipo *File Output*. Deve indicar qual arquivo gerado pelo ABAQUS será utilizado e em quais posições neste arquivo

estão os valores buscados. Nas figuras Figura 5.33 e Figura 5.34 estão mostrados a tela de edição do arquivo e as posições de onde serão retirados os dados.

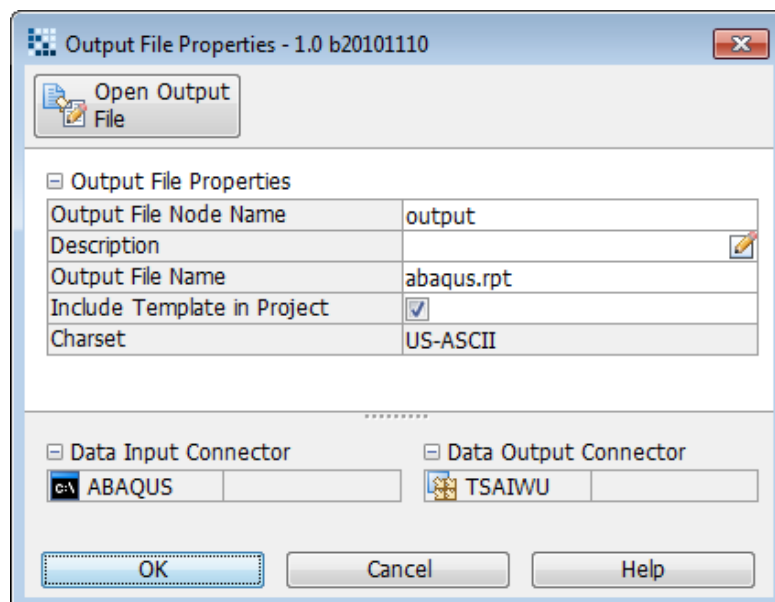


Figura 5.33: Edição do arquivo de saída.

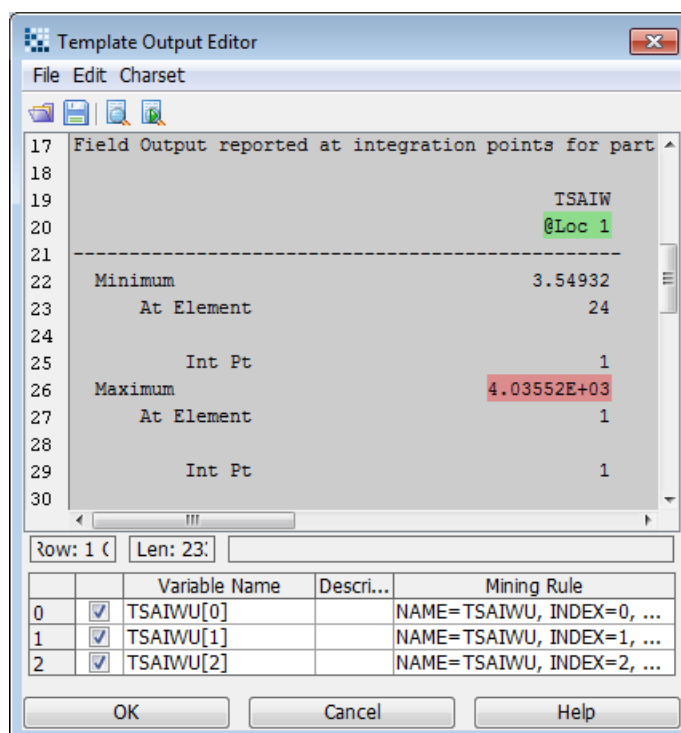


Figura 5.34: Posições para retirada de dados.

Os nós “MOGA-II” e “DOE” são, respectivamente, o algoritmo de otimização selecionado (no caso, o algoritmo genético) e a população inicial.

## 5.4 Programação em MATLAB

Para os testes e otimização de materiais compósitos utilizando o DMO (Seção 4.6) foi utilizado o MATLAB. Em resumo, o MATLAB obtém os valores das variáveis  $x_i$  do modeFRONTIER, encontra os valores das funções peso ( $w_i$ ) e do  $\theta$  resultante e os devolve para o modeFRONTIER. Este continua o ciclo de otimização, entrando com os dados provenientes do MATLAB no ABAQUS. A Figura 5.35 ilustra a configuração do bloco do MATLAB no modeFRONTIER.

Basta indicar o arquivo “.m” que será utilizado e configurar o nome das variáveis deste arquivo que se comunicam com as variáveis do modeFRONTIER.

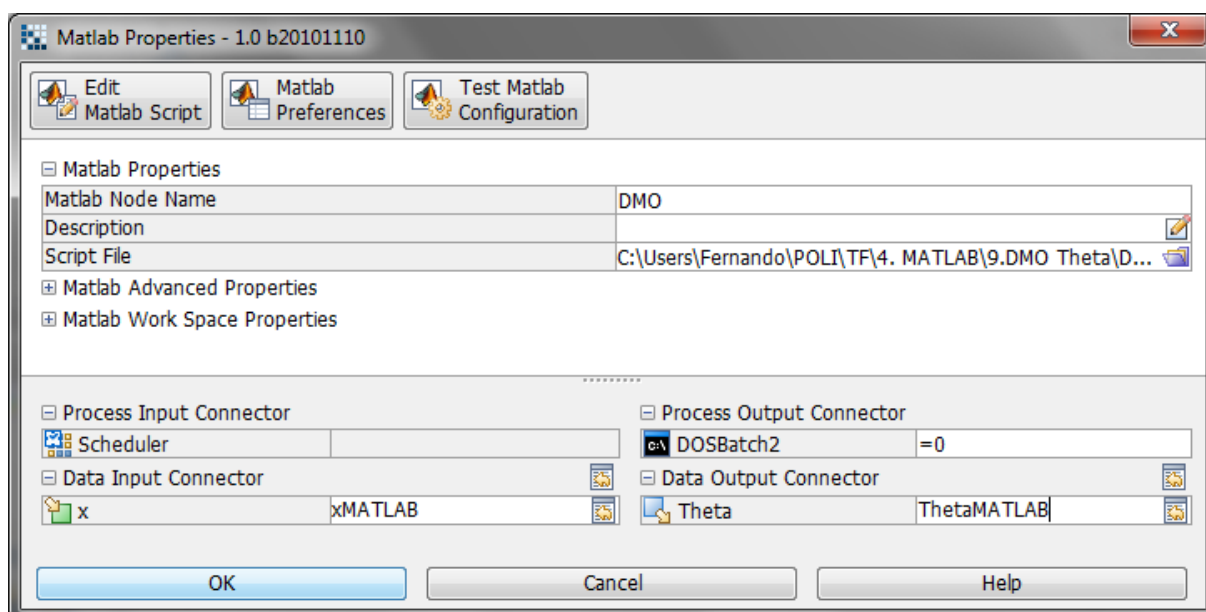


Figura 5.35: Configurando o bloco do MATLAB no modeFRONTIER.

## 6 RESULTADOS

### 6.1 Chapa engastada

Para testar todo o ambiente de trabalho, modelou-se uma placa simples sem reforçadores, engastada e sujeita a uma pressão constante (Figura 6.1) e efetuou-se todo o processo de otimização com o algoritmo genético. O problema de otimização é definido pela equação (8).

Nesta análise, foi utilizado o ANSYS como software de MEF. A geometria foi gerada internamente, em linguagem APDL [17] e o elemento utilizado é um elemento similar ao elemento tipo *shell* convencional, descrito na Figura 5.9. As variáveis de projeto são a orientação e a espessura das oito camadas de material compósito, totalizando 16 variáveis de projeto. A placa é engastada em uma das laterais (conforme Figura 6.1) e foi aplicada uma pressão de 1kPa em sua face superior.

A Figura 6.2 mostra o gráfico da massa da placa simples retirado do modeFRONTIER. Como população inicial do algoritmo genético utilizou-se 20 indivíduos gerados aleatoriamente. Foram necessárias mais de 10 mil iterações para ser obtida a convergência da função objetivo.

Por fim, a Tabela 6-1 mostra uma comparação entre o projeto original (configuração inicial das 16 variáveis de projeto) e o projeto otimizado (16 variáveis de projeto otimizadas). Também são apresentados os valores das espessuras e orientações de cada camada ao final da otimização.



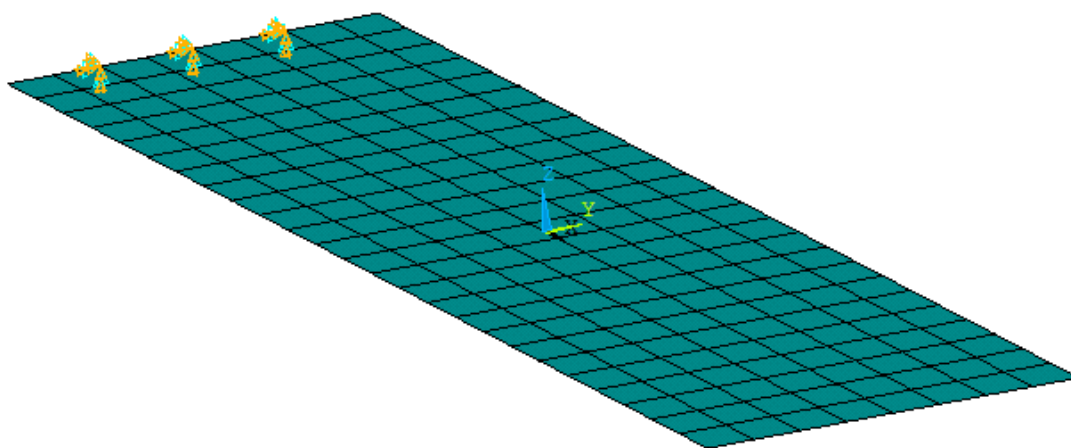


Figura 6.1: Modelo da placa simples.

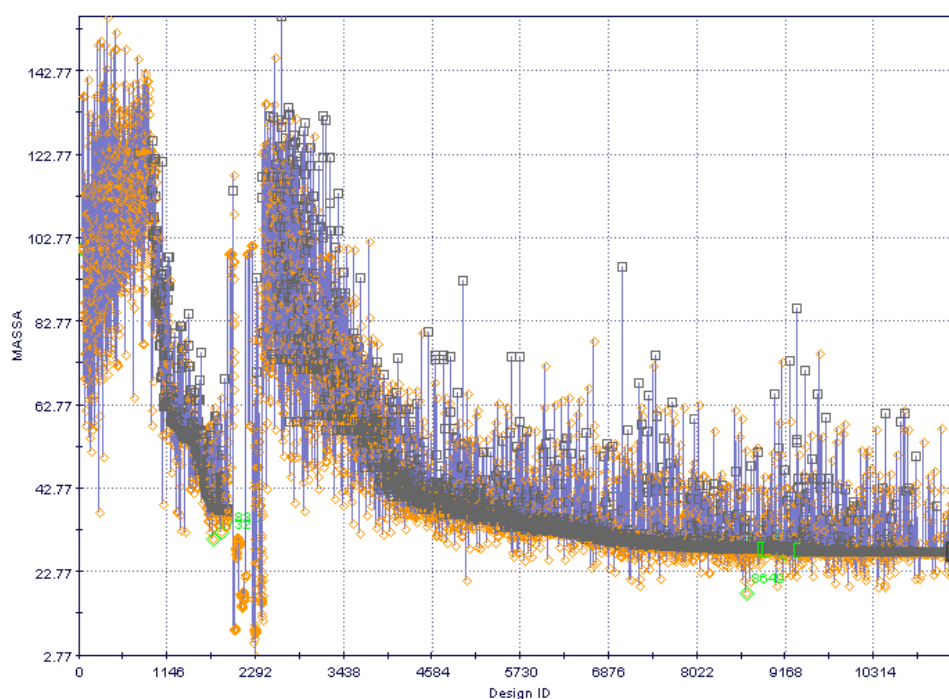


Figura 6.2: Minimização da massa da placa simples.

Tabela 6-1: Comparação da placa simples antes e depois da otimização.

	Projeto original	Projeto otimizado
Massa (kg)	123,8	27,5
Tsai-Wu	0,01	0,98
$\gamma_1$ (mm)	-	6,0
$\gamma_2$ (mm)	-	1,0
$\gamma_3$ (mm)	-	22,0
$\gamma_4$ (mm)	-	7,5

	Projeto original	Projeto otimizado
$\gamma_5$ (mm)	-	0,0
$\gamma_6$ (mm)	-	13,0
$\gamma_7$ (mm)	-	9,0
$\gamma_8$ (mm)	-	1,0
$\theta_1$ (°)	-	158,0
$\theta_2$ (°)	-	115,5
$\theta_3$ (°)	-	97,5
$\theta_4$ (°)	-	98,5
$\theta_5$ (°)	-	98,0
$\theta_6$ (°)	-	88,0
$\theta_7$ (°)	-	91,5
$\theta_8$ (°)	-	1,0

Trata-se de uma situação em que o projeto original aproveita de forma muito ineficiente o material, sendo que a massa está muito alta e as tensões muito abaixo do limite. O algoritmo genético buscou e encontrou uma solução muito mais eficiente, levando ao limite a utilização do material, com Tsai-Wu muito próximo de 1.

## 6.2 Comparação entre Genético e MMA

Em [10] é descrita a utilização do MMA (Método das Assíntotas Móveis) para realizar a otimização de chapas de material compósito laminado. Para fins de verificação e análise do ambiente configurado e dos códigos programados para realização da otimização paramétrica do material compósito neste trabalho, foi realizada comparação entre os resultados obtidos com o MMA em [10] e os resultados obtidos com o algoritmo genético.

Para realizar essa comparação, foi modelada uma placa quadrada como a apresentada na Figura 6.3. As dimensões utilizadas são  $B = C = 500\text{mm}$ . A espessura da chapa ( $A$ ) é foco de otimização, sendo que foram utilizadas oito camadas de material compósito. As variáveis de projeto são a orientação e a espessura das oito camadas de material compósito, totalizando 16 variáveis de

projeto. Como população inicial do algoritmo genético utilizou-se 20 indivíduos gerados aleatoriamente.

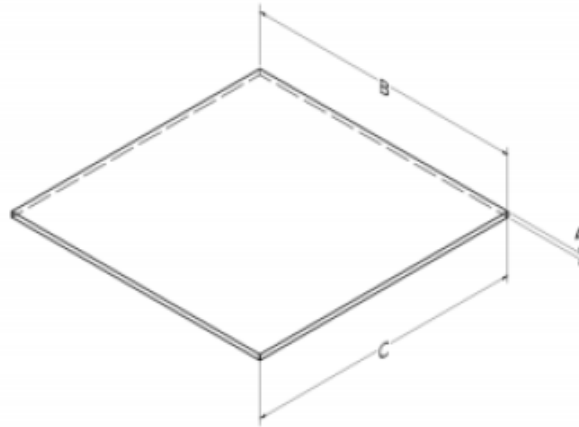


Figura 6.3: Geometria utilizada para realizar a comparação entre a otimização utilizando o MMA e o algoritmo genético (fonte: [10]).

O problema de otimização deriva da formulação apresentada em 4.3 e é definido por:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\theta_i, \gamma_i}{\text{Minimizar}} && \sum \text{Energia de Deformação} \\
 & \text{tal que:} && \left\{ \begin{array}{l} -90^\circ < \theta_i < 90^\circ \\ 0,5\text{mm} < \gamma_i < 5\text{mm} \\ \sum \gamma_i < 15\text{mm} \\ Tsai - Wu < 1 \end{array} \right. \quad (14)
 \end{aligned}$$

O fluxograma do modeFRONTIER para essa análise é apresentado na Figura 6.4. Não foi utilizado o CATIA devido à simplicidade geométrica da chapa.

A malha do MEF utilizada é a mesma que a utilizada em [10]: 50mm. O elemento utilizado foi o *shell* convencional (S8R). A carga aplicada à chapa é uma pressão de 100kPa aplicada na face superior daquela. A comparação entre os resultados obtidos com o algoritmo genético e o MMA é apresentada na Tabela 6-2. Na Figura 6.5 é apresentado o resultado otimizado pelo algoritmo genético.

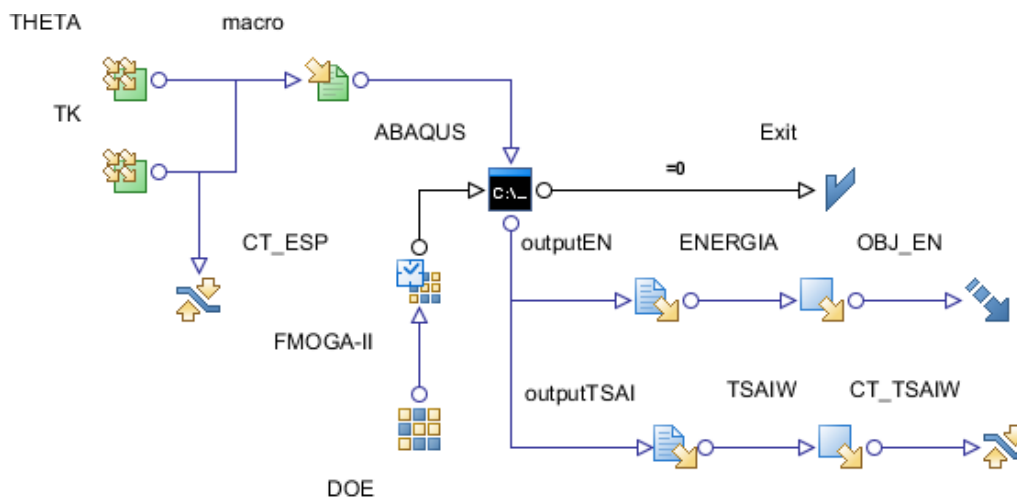


Figura 6.4: Fluxograma do modeFRONTIER utilizado para comparação entre genético e MMA.

Tabela 6-2: Comparação entre genético e MMA.

	Inicial	Genético	MMA
<b>Energia de Deformação (J)</b>	<b>68,7</b>	<b>6,3</b>	<b>33,8</b>
Máximo Deslocamento (mm)	67,4	6,4	32,4
Tsai-Wu	3,44	1,05	1,02
$\sum \gamma_i$ (mm)	8,0	13,6	15,0
$\gamma_1$ (mm)	1,0	1,32	1,40
$\gamma_2$ (mm)	1,0	2,00	0,99
$\gamma_3$ (mm)	1,0	0,50	1,20
$\gamma_4$ (mm)	1,0	1,95	0,81
$\gamma_5$ (mm)	1,0	1,68	1,15
$\gamma_6$ (mm)	1,0	2,00	1,95
$\gamma_7$ (mm)	1,0	1,77	2,50
$\gamma_8$ (mm)	1,0	2,36	5,00
$\theta_1$ (°)	-45,0	-26,4	-90,0
$\theta_2$ (°)	45,0	-17,3	-90,0
$\theta_3$ (°)	0,0	-10,0	-90,0
$\theta_4$ (°)	90,0	-35,5	-90,0
$\theta_5$ (°)	90,0	71,8	-90,0
$\theta_6$ (°)	0,0	-75,5	-90,0
$\theta_7$ (°)	45,0	-51,8	20,0
$\theta_8$ (°)	-45,0	-44,5	-87,8

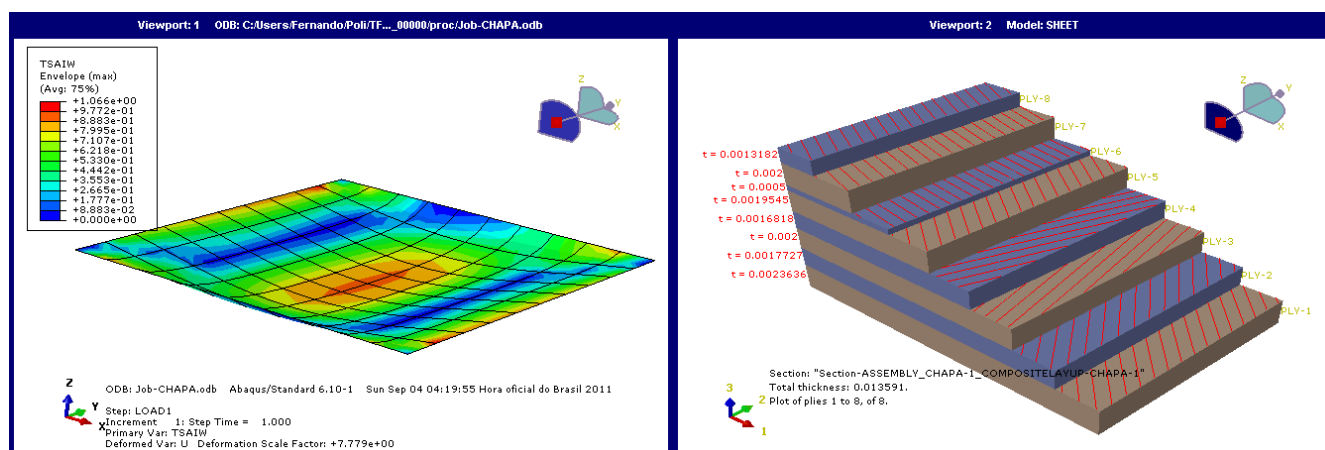


Figura 6.5: Resultado otimizado utilizando o algoritmo genético.

Da Tabela 6-2 é possível concluir que o algoritmo genético desenvolvido neste trabalho se mostrou bastante eficiente, encontrando um mínimo para a função objetivo melhor que o mínimo obtido com a utilização do MMA (menor valor para a Energia de Deformação). O MMA pode ter ficado preso em um mínimo local, não convergindo para o mínimo encontrado pelo algoritmo genético.

### 6.3 Comparação entre Genético e DMO

A verificação da modelagem do DMO foi feita comparando-se resultados obtidos com o algoritmo genético e com o SQP (*Sequential Quadratic Programming*) associado ao DMO.

A modelagem no modeFRONTIER é semelhante à utilizada em 6.2, porém as variáveis de projeto não são orientação e espessura ( $\theta_i, \gamma_i$ ) das camadas quando utilizado o DMO. Neste caso, as variáveis de projeto são as variáveis do DMO,  $x_i$ , e a espessura de cada camada,  $\gamma_i$ . A geometria utilizada é a mesma apresentada na Figura 6.3.

A malha do MEF utilizada foi sempre igual a 50mm. O elemento utilizado foi o *shell* convencional (S8R). Foi aplicado uma carga de 100kPa na face superior da chapa da Figura 6.3.

### 6.3.1 Otimização com DMO e SQP

A comparação foi realizada com o material compósito definido com 3 camadas. Os ângulos candidatos foram 18:  $\{-90^\circ, -80^\circ, -70^\circ, -60^\circ, -50^\circ, -40^\circ, -30^\circ, -20^\circ, -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ\}$ . Isto totaliza 57 variáveis de projeto: 54  $x_i$  (18 para cada camada) e 3  $\gamma_i$ .

O problema de otimização é tal que:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & \text{Massa da Estrutura} \\
 x_i, \gamma_i & \\
 \text{tal que:} & \left\{ \begin{array}{l} 0 < x_i < 1 \\ 0,5\text{mm} < \gamma_i < 5\text{mm} \\ \sum \gamma_i < 12\text{mm} \\ Tsai - Wu < 1 \end{array} \right. \quad (15)
 \end{array}$$

O fluxograma do modeFRONTIER utilizado para essa análise está apresentado na Figura 6.6. O otimizador utilizado é o *NLPQLP*, implementação do SQP feita pelo modeFRONTIER. O bloco do MATLAB (*DMO*) é utilizado para o cálculo dos pesos  $w_i$  e escreve o arquivo com os 3 valores de  $\theta_i$  (*THETAfile*). Este mesmo bloco gera um arquivo que contém as espessuras  $\gamma_i$  (*TKfile*), apenas para facilitar o acesso às variáveis pela macro. O único objetivo ativo é o de minimização da massa da estrutura. Os demais foram desativados, como pode ser observado na Figura 6.6.

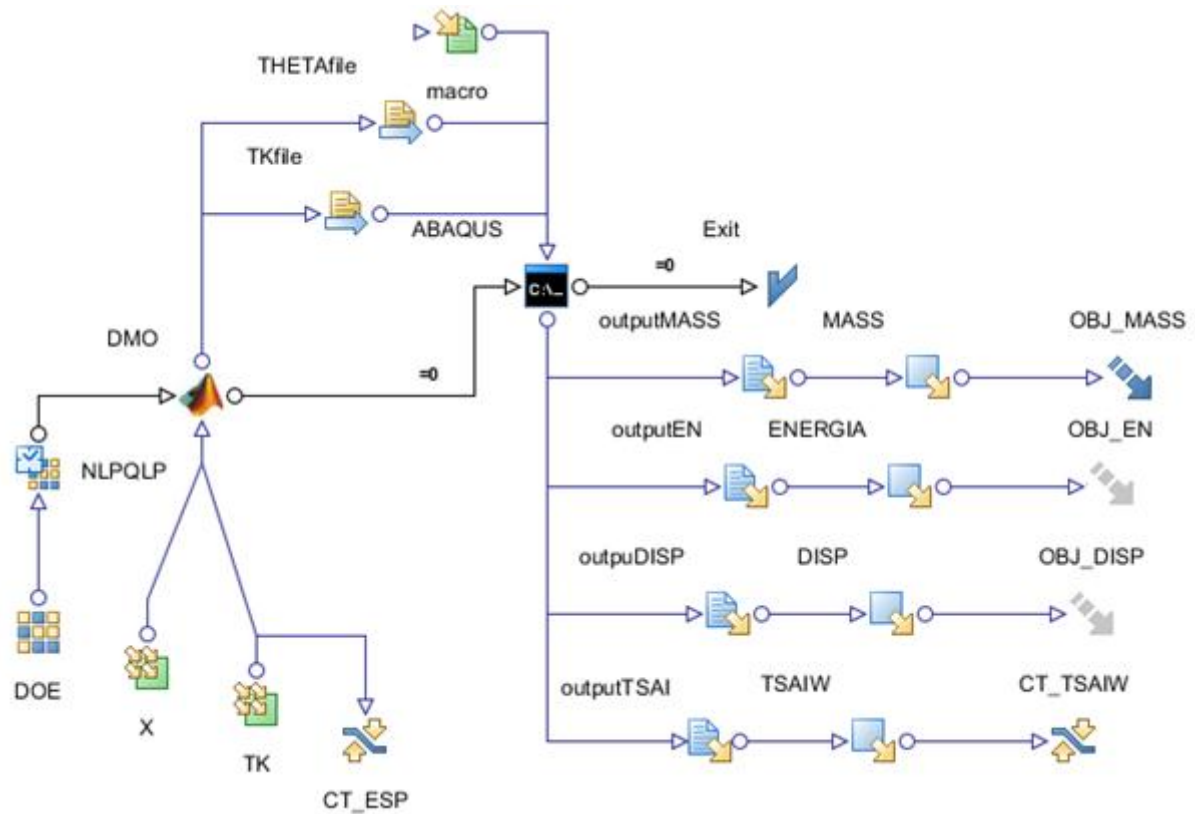


Figura 6.6: Fluxograma do modeFRONTIER utilizado na otimização com DMO.

### 6.3.2 Otimização com algoritmo genético

Para a otimização deste problema com o algoritmo genético, as variáveis de projeto são apenas seis:  $(\theta_i, \gamma_i)$  para cada camada. O fluxograma utilizado para essa otimização com o genético pode ser encontrado na Figura 6.7. O bloco do MATLAB (*TRANSF*) apenas transfere os valores de  $\theta_i$  e  $\gamma_i$  para arquivos que são lidos posteriormente pela macro. O problema de otimização é tal que:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} && \text{Massa da Estrutura} \\
 &\theta_i, \gamma_i \\
 &\text{tal que:} && \left\{ \begin{array}{l} -90^\circ < \theta_i < 90^\circ \\ 0,5\text{mm} < \gamma_i < 5\text{mm} \\ \sum \gamma_i < 12\text{mm} \\ Tsai - Wu < 1 \end{array} \right\}
 \end{aligned} \tag{16}$$

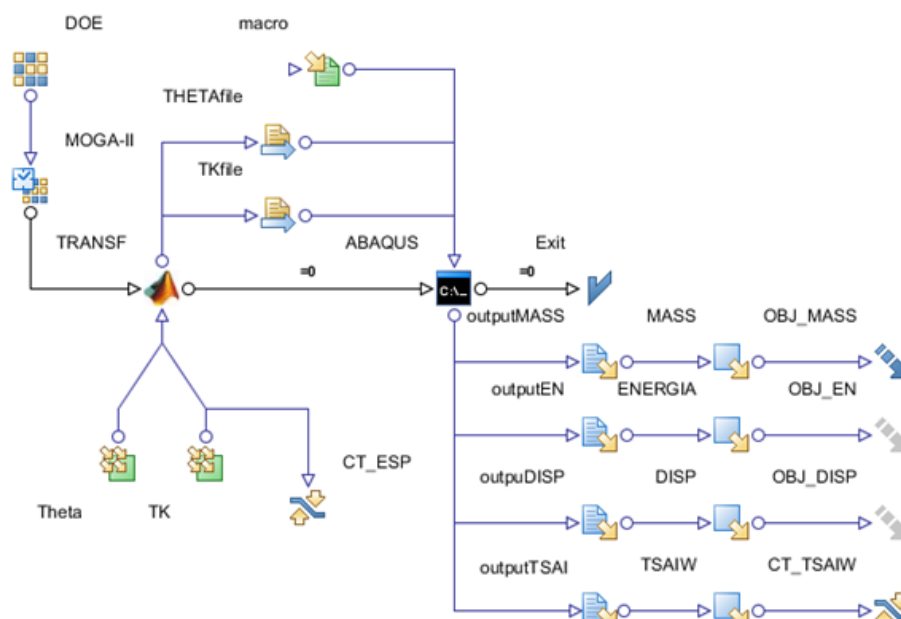


Figura 6.7: Fluxograma do modeFRONTIER utilizado para a otimização com genético.

### 6.3.3 Comparação

A Tabela 6-3 apresenta a comparação entre os dois métodos de otimização explicitados em 6.3.1 e 6.3.2. A Figura 6.8 apresenta o resultado otimizado utilizando DMO e a Figura 6.9 apresenta o resultado otimizado utilizando o algoritmo genético.

Tabela 6-3: Comparação entre DMO e genético

	DMO e SQP	Genético
Número de iterações	11	1336
Tempo para solução ótima	3h55min	3h40min
<b>Massa da estrutura (kg)</b>	<b>3,67</b>	<b>3,68</b>
Energia de Deformação Total (J)	404,2	321,7
Máximo Deslocamento (mm)	65,9	52,8
Tsai-Wu	1,05	1,13
$\sum \gamma_i$ (mm)	9,8	9,8
$\gamma_1$ (mm)	4,6	4,5
$\gamma_2$ (mm)	2,9	2,0
$\gamma_3$ (mm)	2,3	3,3



	DMO e SQP	Genético
$\theta_1$ (°)	-3,8	45,5
$\theta_2$ (°)	14,4	77,0
$\theta_3$ (°)	7,1	44,0

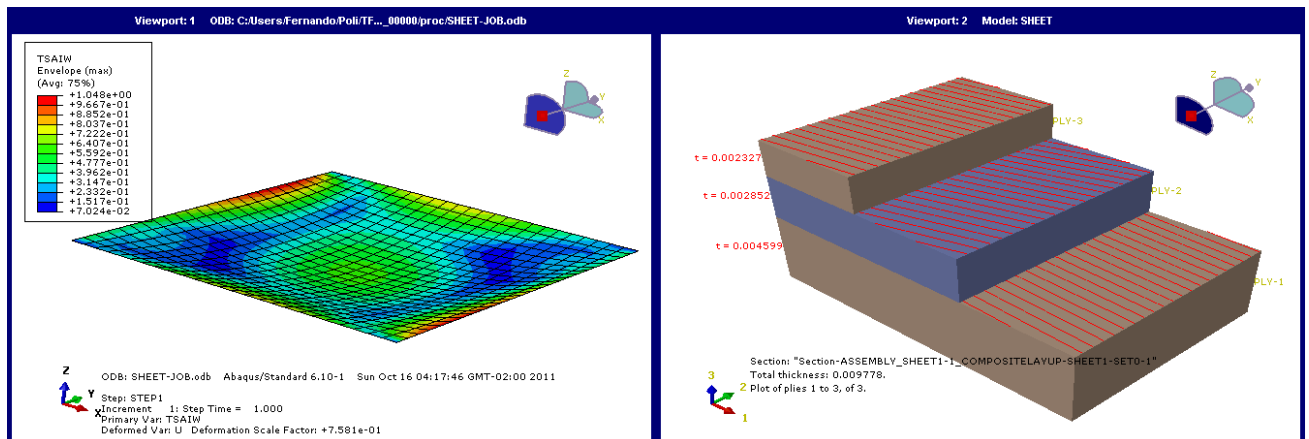


Figura 6.8: Resultado otimizado utilizando DMO.

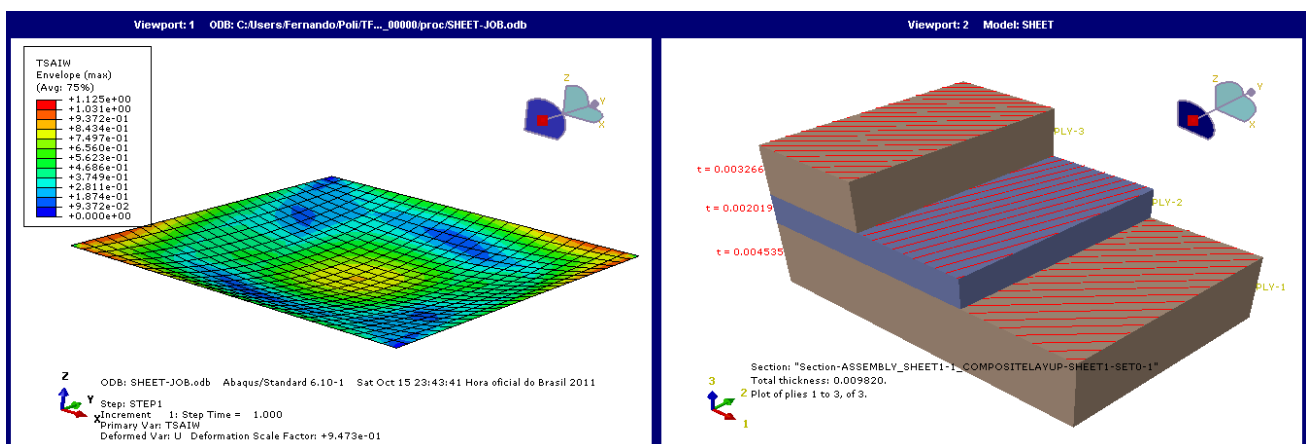


Figura 6.9: Resultado otimizado utilizando genético.

Observando os resultados apresentados neste item, conclui-se que a transformação realizada pelo DMO conseguiu tornar o domínio convexo e evitar que o otimizador (SQP) ficasse preso em um mínimo local.

Também é possível observar que, embora a função objetivo (massa da estrutura) possua valores muito próximos para ambos os casos (DMO e genético), são dois pontos de mínimo diferentes, com conjuntos  $(\theta_i, \gamma_i)$  distintos.

Observa-se que  $\theta_i$  não convergiram para um dos ângulos candidatos, o que mostra que os pesos  $W_i$  não foram levados para zero ou 1. Embora isto não esteja

previsto pelo DMO, o SQP convergiu e foi alcançado um ponto de mínimo global, de acordo com [3]. A otimização realizada com o genético ficou aprisionada em um mínimo local que garante um valor da função objetivo bastante próximo do mínimo global, como pode ser observado na Tabela 6-3.

Também é possível observar que o resultado atingido com a utilização do DMO é caracterizado por possuir menor rigidez. O deslocamento máximo e a energia de deformação são maiores que os do resultado obtido utilizando o genético.

#### **6.4 Placa com reforçadores**

Nesta análise, foi modelada uma chapa com três reforçadores, apresentada na Figura 6.10. Há quatro domínios de projeto: a chapa principal e os três reforçadores. Em cada domínio, foi aplicado um material de duas camadas de material compósito, conforme apresentado na Figura 6.11.

Na Figura 6.12 são apresentadas as cargas aplicadas na chapa reforçada. Trata-se de um carregamento de pressão ( $P$ ) na face principal da chapa e carregamentos normais e tangenciais às faces laterais ( $F_n$  e  $F_t$  respectivamente). Foi limitado o deslocamento das quatro arestas laterais inferiores da chapa, conforme apresentado na Figura 6.13. Na Figura 6.14 é apresentado o modelo em ABAQUS da chapa utilizada nesta análise, com as condições de contorno e cargas aplicados.

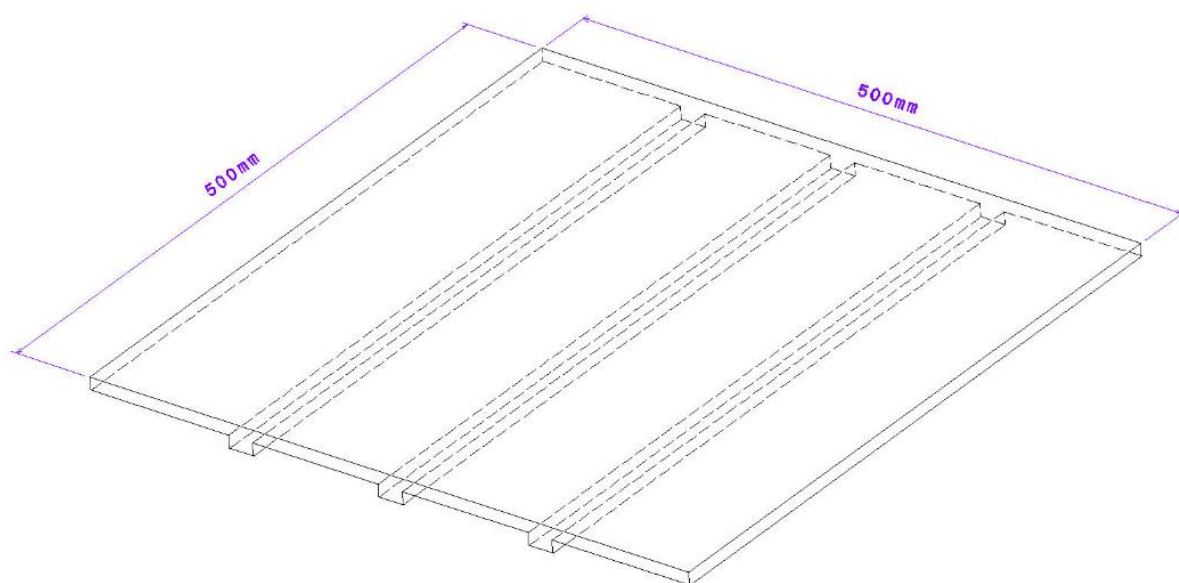


Figura 6.10: Chapa reforçada: dimensões principais.

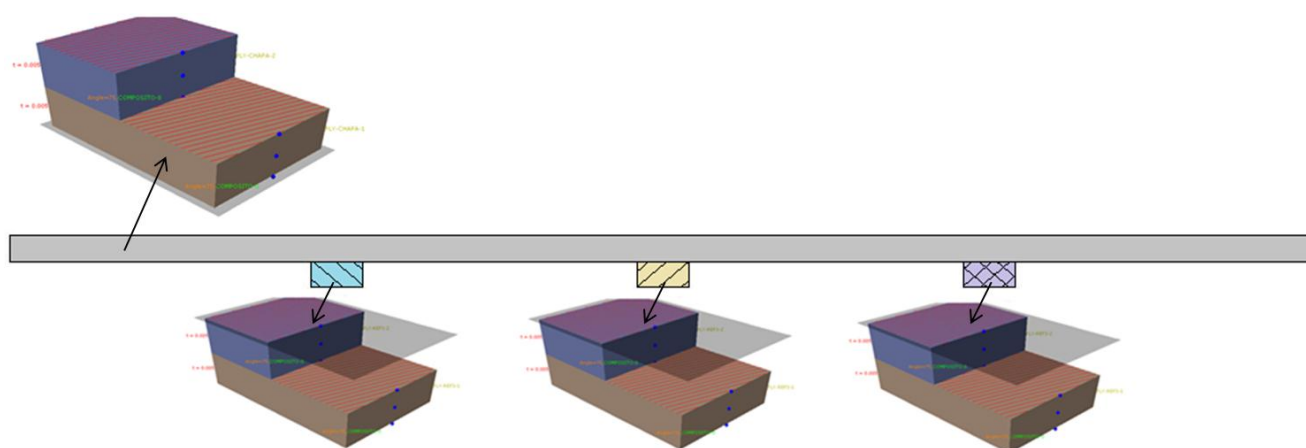


Figura 6.11: Chapa reforçada: vista lateral da chapa, com detalhe dos empilhamentos de material compósito.

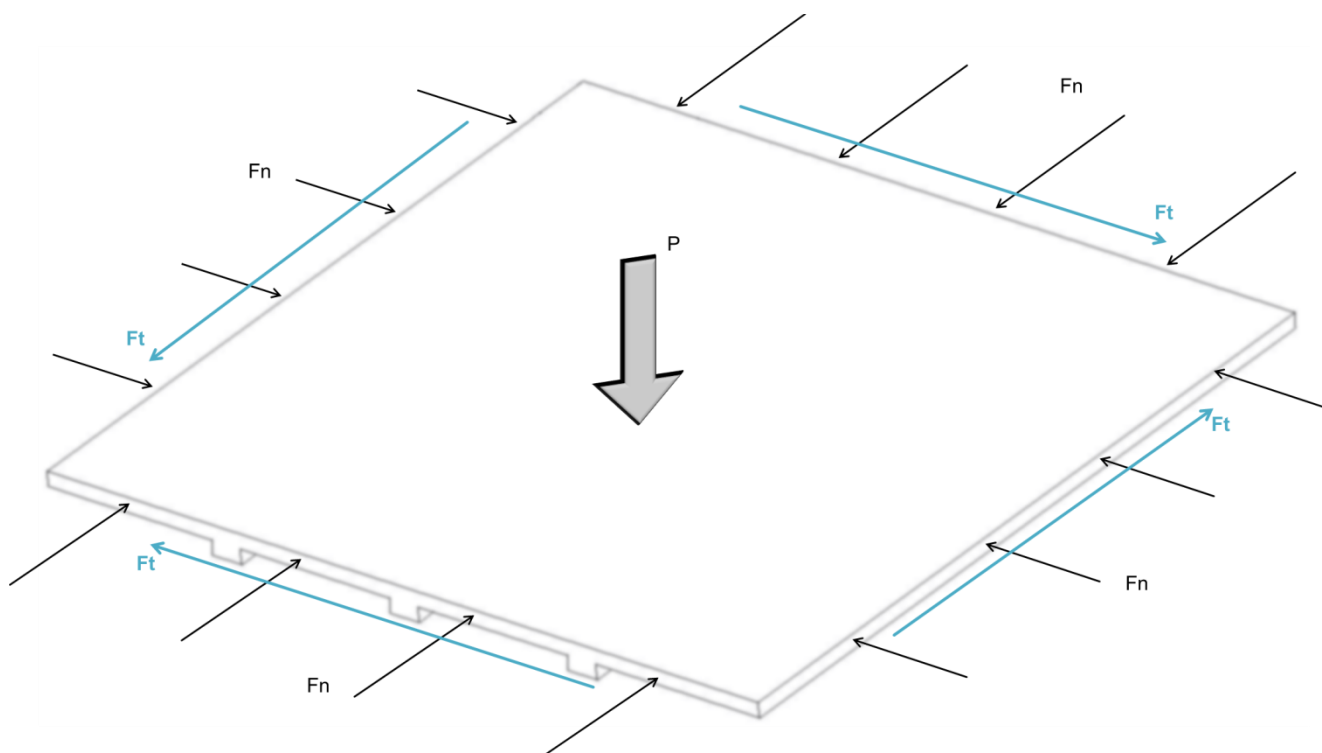


Figura 6.12: Chapa reforçada: carregamentos aplicados.

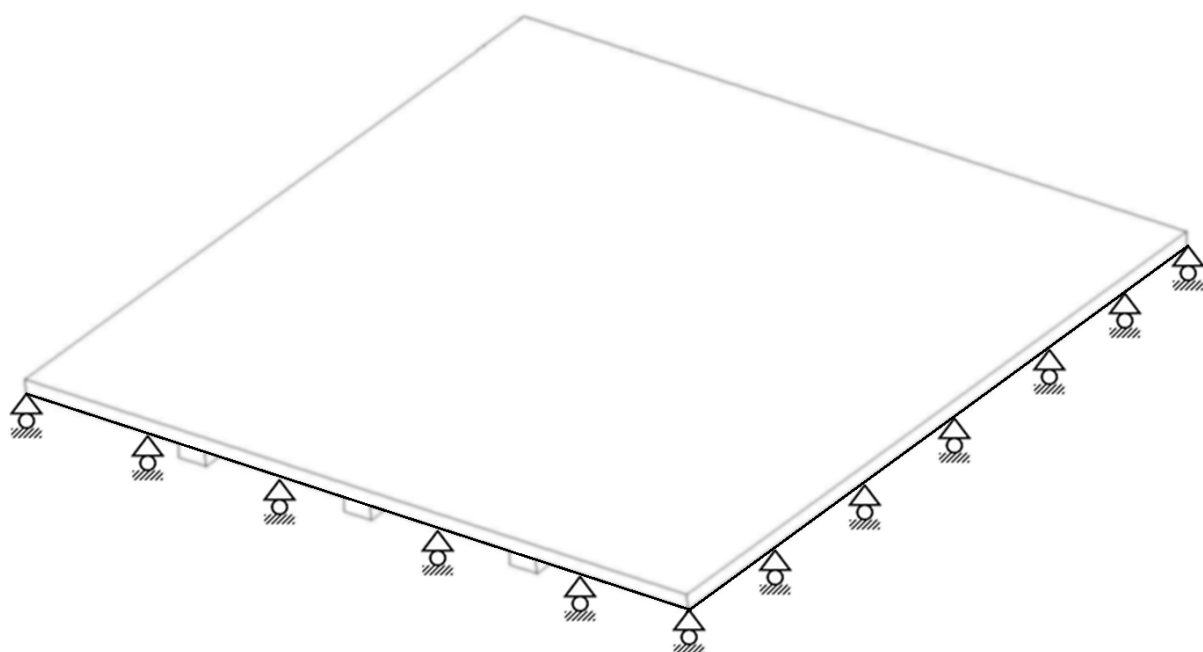


Figura 6.13: Chapa reforçada: condições de contorno.

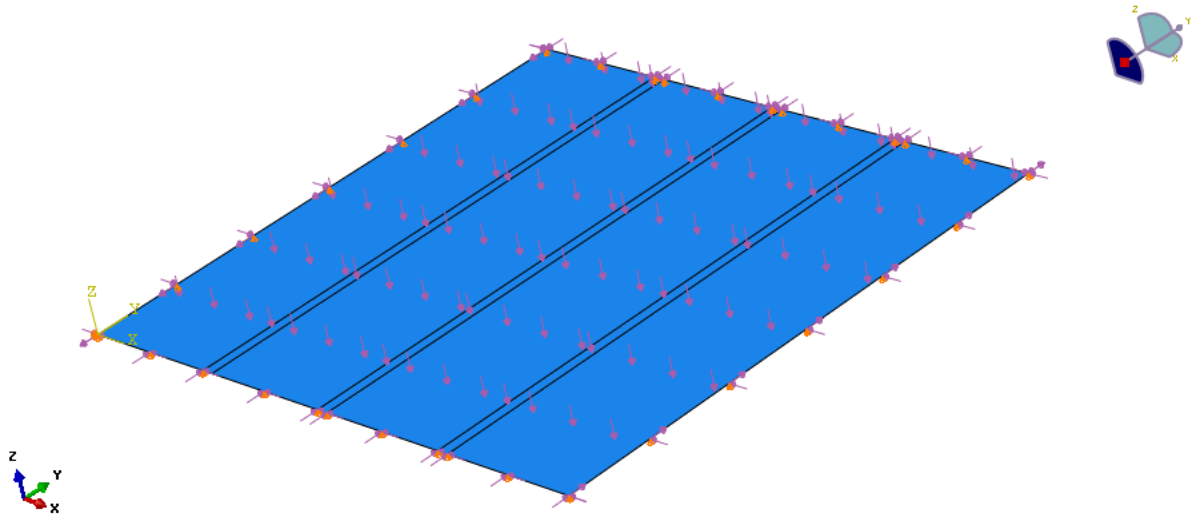


Figura 6.14: Chapa reforçada: modelo em ABAQUS.

Nesta análise, a chapa e seus reforçadores foram otimizados utilizando-se um algoritmo de gradiente SQP associado ao DMO, para otimização das orientações das fibras. O modelo geométrico foi gerado diretamente no ABAQUS e a malha é composta por elementos tipo *shell* convencional, apresentado na Figura 5.9.

Os ângulos candidatos do DMO foram seis:  $\{0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ\}$ . As dimensões otimizadas são as espessuras das oito camadas de material compósito, além das larguras dos três reforçadores. Isto totaliza 59 variáveis de projeto: 48  $x_i$  (12 para cada domínio de otimização), oito  $\gamma_i$  e as larguras dos três reforçadores  $l_i$ .

A formulação do problema de otimização é tal que:

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} \quad \left( \sum \text{Energia de Deformação} \right) * \text{Massa} \\
 &\quad \gamma_i, l_i, x_i \\
 &\text{tal que:} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0,1\text{mm} < \gamma_i < 10\text{mm} \\ 0,1\text{mm} < l_i < 30\text{mm} \\ 0 < x_i < 1 \\ Tsai - Wu < 1 \end{array} \right. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Na Figura 6.15 pode ser observado o fluxograma do modeFRONTIER utilizado nesta análise. A função objetivo e a restrição ativas são “OBJ\_MASS\_EN” e “CT\_TSAIW”, respectivamente. As variáveis de projeto são “TK”, “Stiff” e “X” ( $\gamma_i, l_i$  e  $x_i$ , respectivamente). As cargas utilizadas para a análise são:

- $P = 40\text{kPa}$ ;
- $F_n = 10\text{kN}$ ;
- $F_t = 20\text{kN}$ .

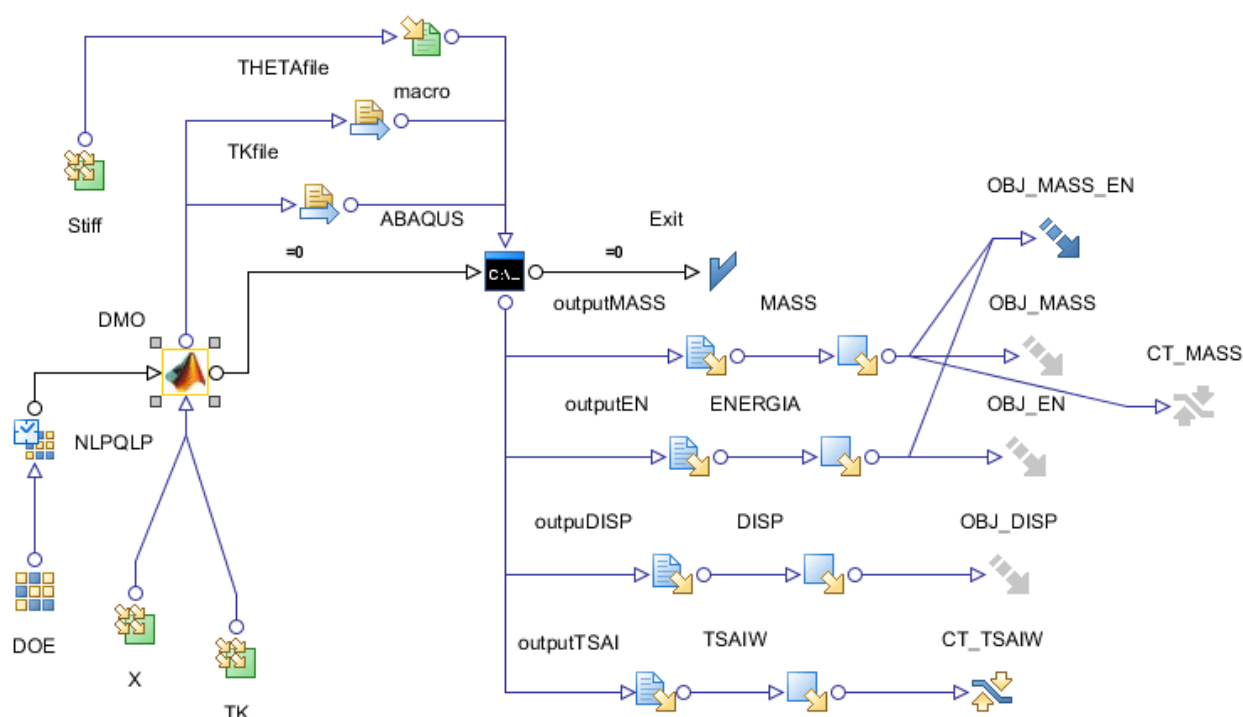


Figura 6.15: Chapa reforçada: fluxograma do modeFRONTIER.

A curva de convergência da função objetivo e a curva de evolução do valor do Tsai-Wu ao longo da otimização são apresentadas nas figuras Figura 6.16 e Figura 6.17, respectivamente. Na Tabela 6-4 é apresentada uma comparação entre o projeto original e o projeto otimizado da chapa reforçada.

As configurações de orientação e espessura de cada camada de material compósito para as configurações inicial e final desta análise estão apresentadas nas figuras Figura 6.18 e Figura 6.19, respectivamente. Também são apresentadas as distribuições do valor do critério de Tsai-Wu ao longo da chapa e ao longo dos reforçadores nestas figuras.

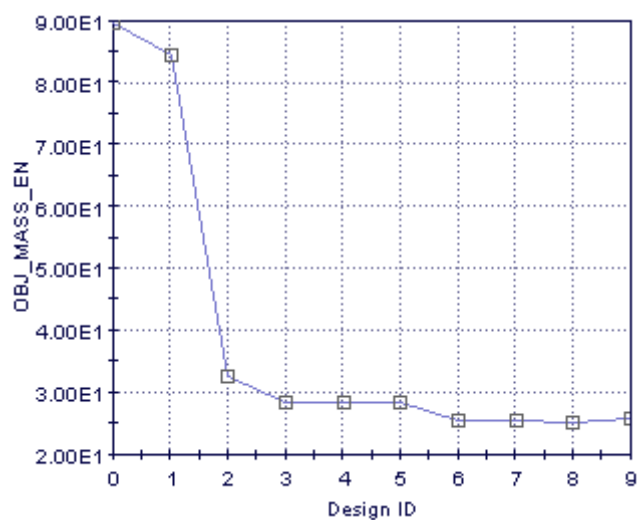


Figura 6.16: Chapa reforçada: curva de convergência da função objetivo.

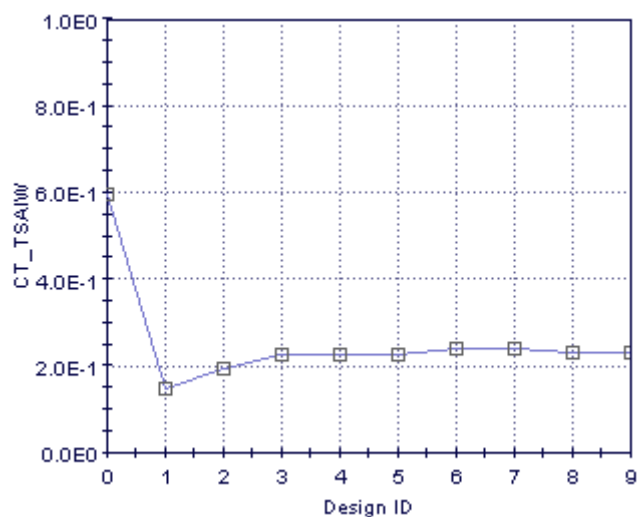


Figura 6.17: Chapa reforçada: evolução do valor do critério de Tsai-Wu.

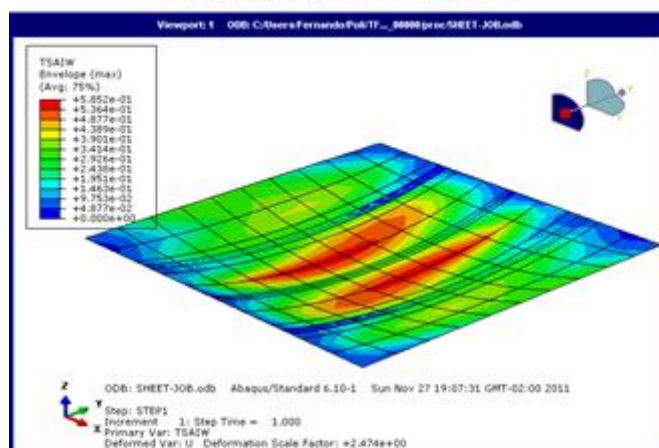
Tabela 6-4: Placa reforçada antes e depois da otimização.

	Projeto original	Projeto otimizado
Massa (kg)	3,92	7,37
Energia de Deformação (J)	22,9	3,50
<b>Massa*Energia (kgJ)</b>	<b>89,7</b>	<b>25,8</b>
Deslocamento máximo (mm)	20,2	2,81
Tsai-Wu	0,59	0,23

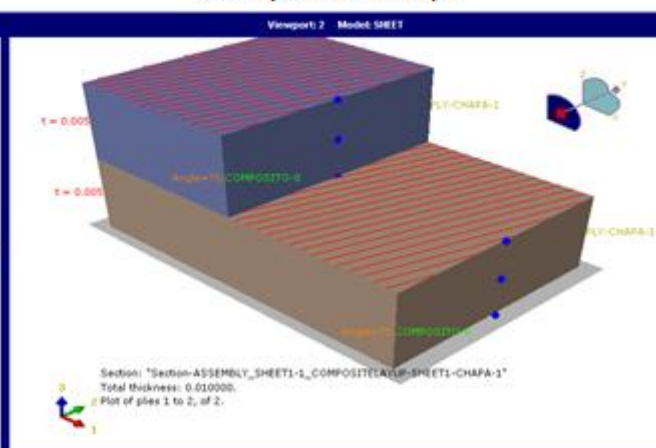
		Projeto original	Projeto otimizado
Chapa	$\gamma_1$ (mm)	5,0	8,7
	$\gamma_2$ (mm)	5,0	10,0
	$\theta_1$ (°)	75,0	15,0
	$\theta_2$ (°)	75,0	30,8
Reforçador 1	$l_1$ (mm)	15,0	27,1
	$\gamma_1$ (mm)	5,0	10,0
	$\gamma_2$ (mm)	5,0	8,7
	$\theta_1$ (°)	75,0	30,0
	$\theta_2$ (°)	75,0	15,7
Reforçador 2	$l_2$ (mm)	15,0	30,0
	$\gamma_1$ (mm)	5,0	10,0
	$\gamma_2$ (mm)	5,0	0,1
	$\theta_1$ (°)	75,0	0,0
	$\theta_2$ (°)	75,0	90,0
Reforçador 3	$l_3$ (mm)	15,0	26,1
	$\gamma_1$ (mm)	5,0	10,0
	$\gamma_2$ (mm)	5,0	8,7
	$\theta_1$ (°)	75,0	4,31
	$\theta_2$ (°)	75,0	13,5



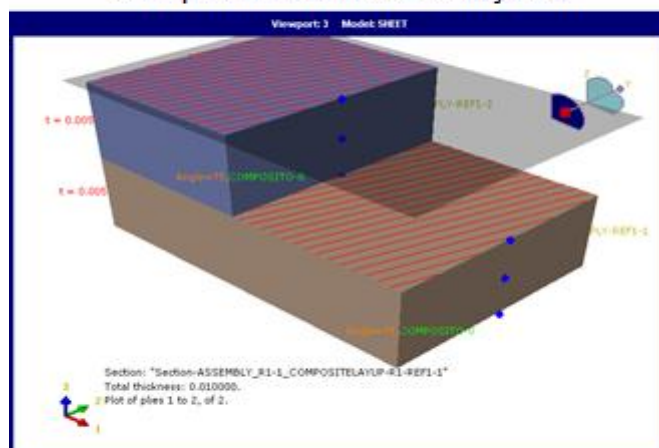
## Distribuição de Tsai-Wu



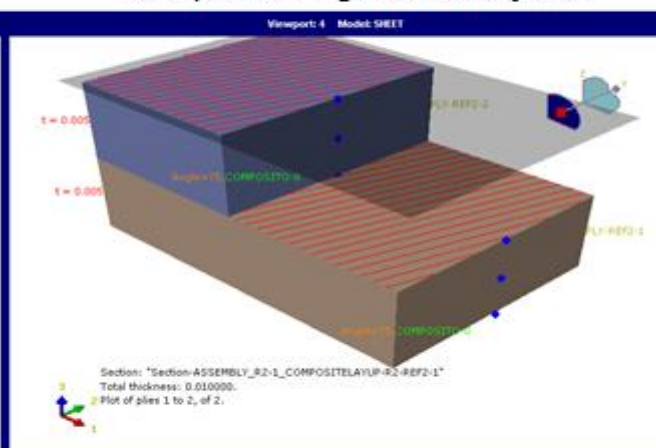
## Compósito: Chapa



## Compósito: Primeiro Reforçador



## Compósito: Segundo Reforçador



## Compósito: Terceiro Reforçador

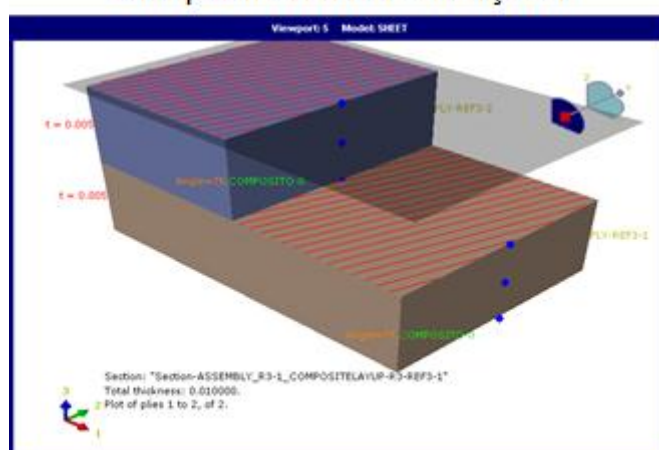
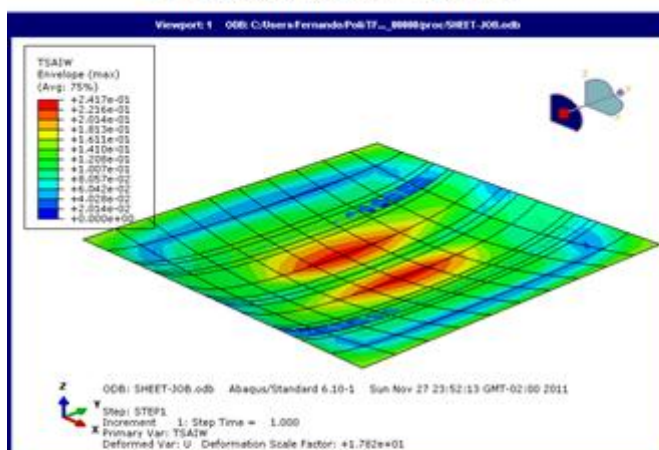
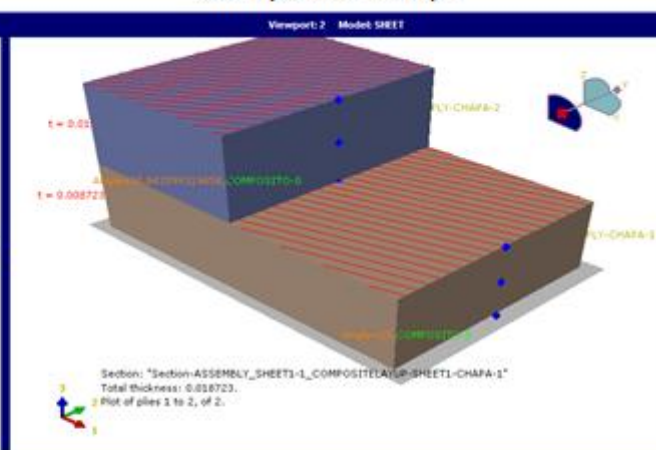


Figura 6.18: Chapa reforçada: configuração inicial.

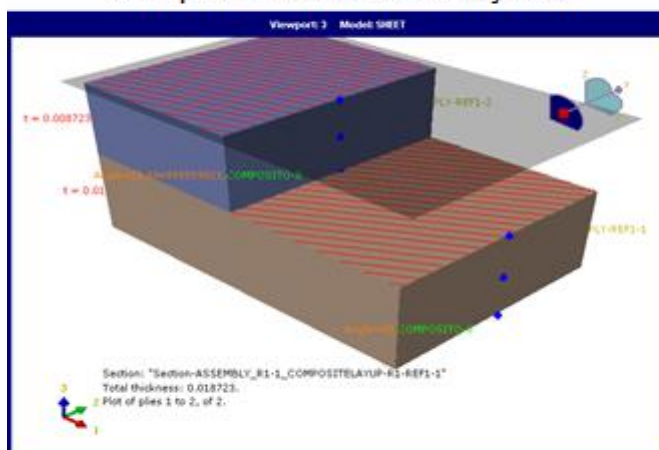
### Distribuição de Tsai-Wu



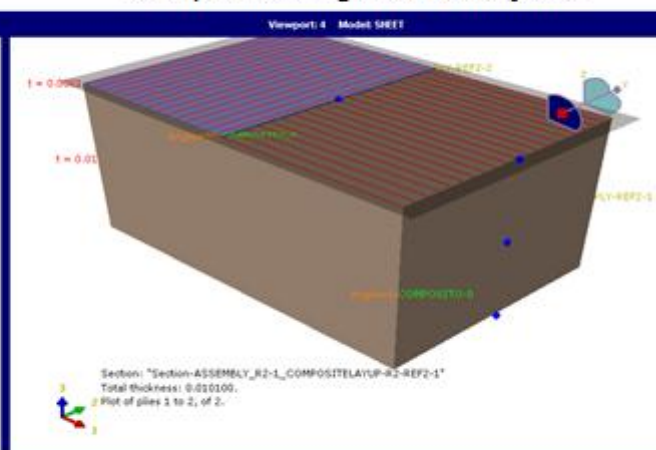
Compósito: Chapa



Compósito: Primeiro Reforçador



Compósito: Segundo Reforçador



Compósito: Terceiro Reforçador

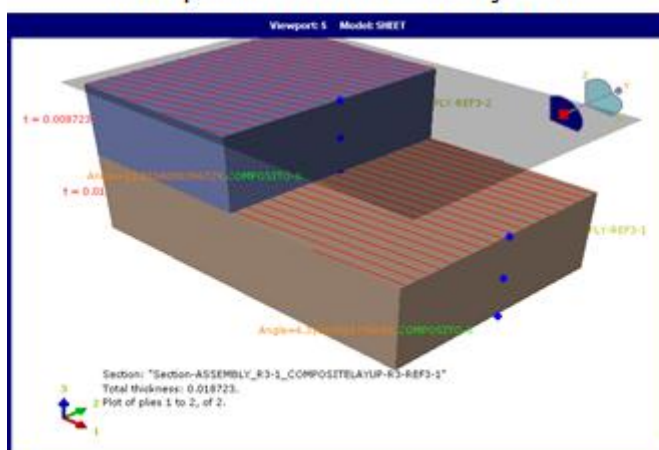


Figura 6.19: Chapa reforçada: configuração otimizada.

Os resultados apresentados mostram que a metodologia é flexível e que é possível realizar a síntese de estruturas de material compósito formadas por múltiplas peças. Foram otimizados os empilhamentos de material compósito de quatro regiões distintas da estrutura, de forma simultânea.

Estes resultados também mostram que a otimização dos parâmetros construtivos dos materiais compósitos pode ser realizada simultaneamente à otimização de parâmetros geométricos das peças, utilizando a metodologia desenvolvida. A largura dos reforçadores foi otimizada juntamente da orientação e a espessura de cada camada de material compósito.

### 6.5 Análise com múltiplos casos de carga

As estruturas mecânicas, de forma geral, não estão sujeitas a um caso de carga único. Foi realizada a simulação e otimização da mesma chapa de material compósito laminado descrita no item 6.4, sujeita a dois carregamentos distintos, não coincidentes e aplicados em tempos diferentes. Uma das arestas foi engastada e as demais ficaram livres, conforme Figura 6.20.

O primeiro carregamento é uma pressão de 3kPa aplicada na face superior da chapa, representada na Figura 6.21. O segundo carregamento é uma composição de forças de 220N normais à chapa que gera um momento torçor nesta apresentada na Figura 6.22.

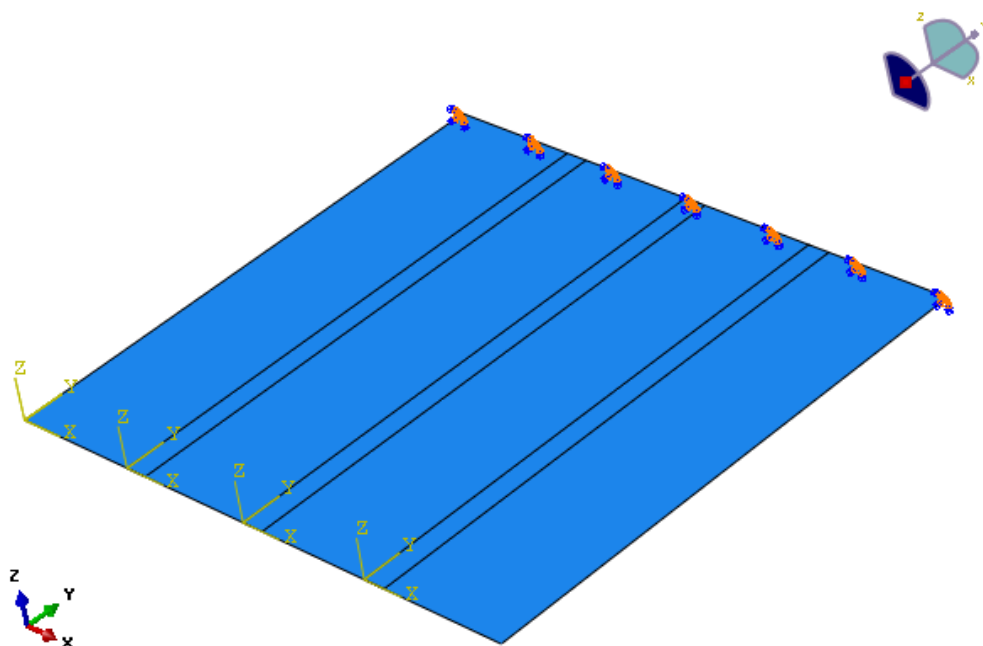


Figura 6.20: Múltiplos casos: condições de contorno – engaste de uma lateral.

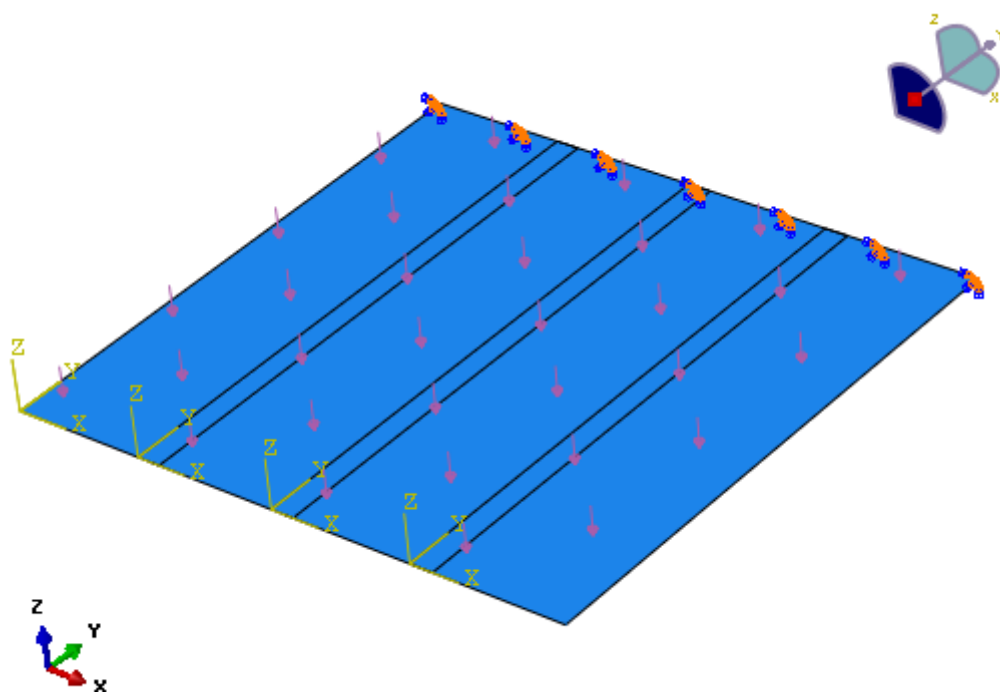


Figura 6.21: Múltiplos casos: primeiro carregamento: pressão na face superior.

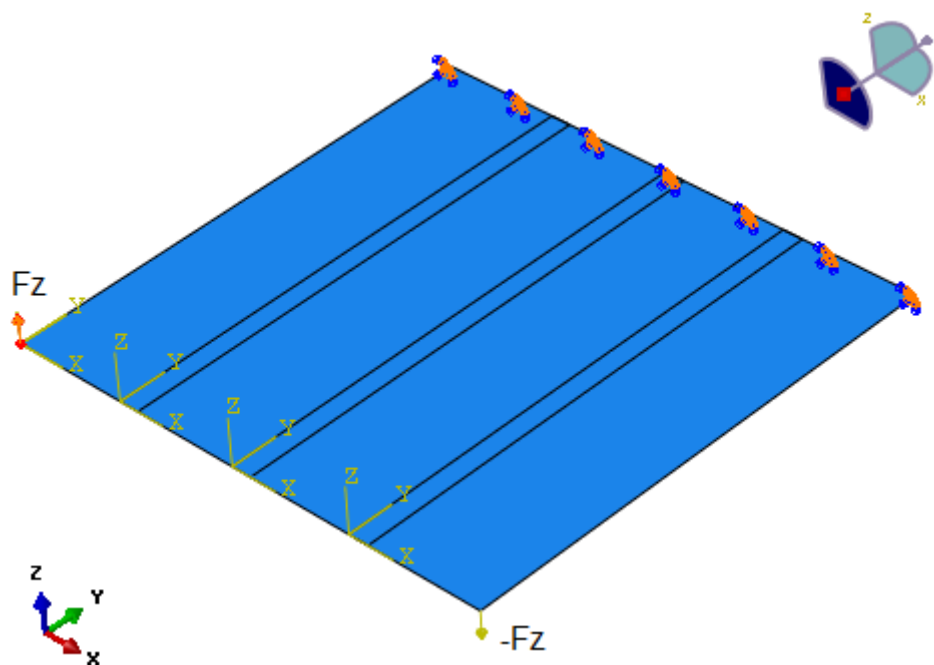


Figura 6.22: Múltiplos casos: segundo carregamento: torção.

Para esta análise, as orientações das fibras dos materiais compósitos dos quatro domínios de projeto foram mantidas fixas e iguais a 45°. As variáveis de

projeto são 11: as espessuras das oito camadas de material compósito e as larguras dos três reforçadores.

Os demais parâmetros descritivos desta análise são os mesmo dos parâmetros da análise apresentada no item 6.4, inclusive a malha de elementos finitos. O fluxograma do modeFRONTIER é apresentado na Figura 6.23. A formulação do problema de otimização é tal que:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} \quad \sum_{\gamma_i, l_i} \text{Energia de Deformação} \\
 & \text{tal que:} \quad \begin{cases} 0,1\text{mm} < \gamma_i < 10\text{mm} \\ 0,1\text{mm} < l_i < 30\text{mm} \\ \text{Massa} < 4\text{kg} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{18}$$

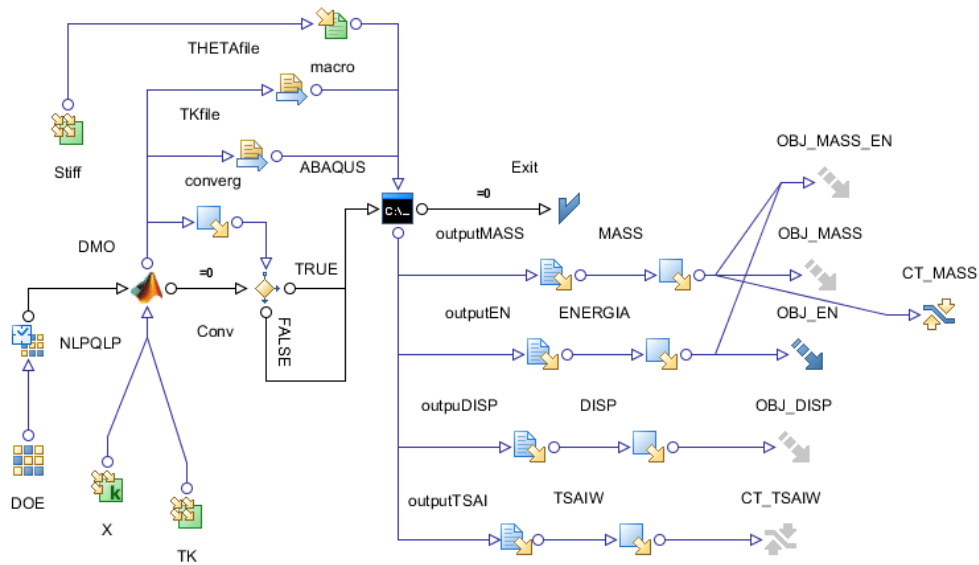


Figura 6.23: Múltiplos casos: fluxograma do modeFRONTIER.

A função objetivo é calculada utilizando um sistema de ponderação, apresentada na Equação (19).

$$F = w_1 * F_1 + w_2 * F_2 \tag{19}$$

Nesta análise, considerou  $w_1 = w_2 = 0,5$ . Esta abordagem garante que ambos os casos de carga possuem a mesma relevância para a otimização.

A curva de convergência da função objetivo e a curva de evolução do valor da massa ao longo da otimização são apresentadas nas figuras Figura 6.24 e Figura 6.25, respectivamente. Na Tabela 6-5 é apresentada uma comparação entre o projeto original e o projeto otimizado da chapa reforçada sujeita a múltiplos carregamentos não coincidentes.

As configurações de espessura de cada camada de material compósito para as configurações inicial e final desta análise estão apresentadas nas figuras Figura 6.26 e Figura 6.27, respectivamente. Também são apresentadas as distribuições do valor do critério de Tsai-Wu ao longo da chapa e ao longo dos reforçadores nestas figuras, para o caso do segundo carregamento.

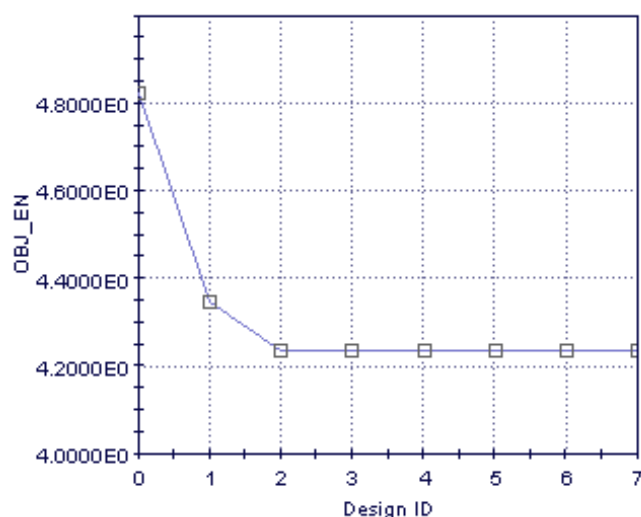


Figura 6.24: Múltiplos casos: curva de convergência da função objetivo.

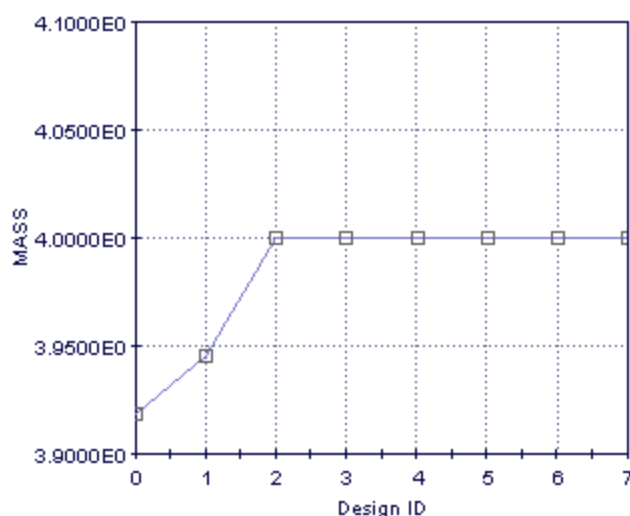


Figura 6.25: Múltiplos casos: evolução do valor da massa.

Tabela 6-5: Placa reforçada antes e depois da otimização (múltiplos casos).

		Projeto original	Projeto otimizado
Massa (kg)		3,9	4,0
<b>Energia (J)</b>		<b>4,8</b>	<b>4,2</b>
Deslocamento máximo (mm)		25,8	20,6
Tsai-Wu		0,66	0,71
Chapa	$\gamma_1$ (mm)	5,0	9,4
	$\gamma_2$ (mm)	5,0	1,2
Reforçador 1	$l_1$ (mm)	15,0	30,0
	$\gamma_1$ (mm)	5,0	10,0
	$\gamma_2$ (mm)	5,0	0,1
Reforçador 2	$l_2$ (mm)	15,0	30,0
	$\gamma_1$ (mm)	5,0	10,0
	$\gamma_2$ (mm)	5,0	0,1
Reforçador 3	$l_3$ (mm)	15,0	30,0
	$\gamma_1$ (mm)	5,0	10,0
	$\gamma_2$ (mm)	5,0	0,1



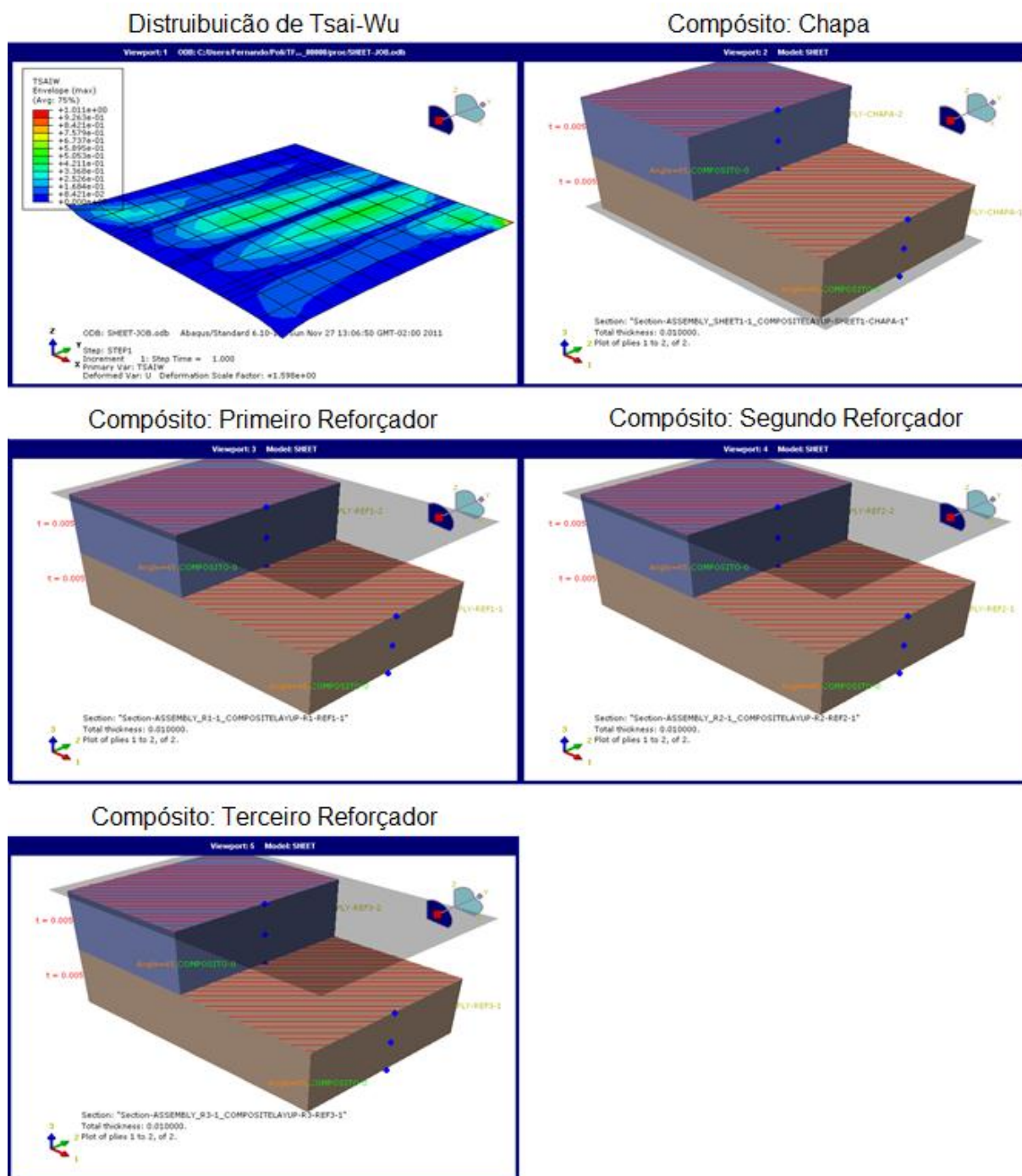


Figura 6.26: Múltiplos casos: configuração inicial. Distribuição de Tsai-Wu apresentada para o caso do segundo carregamento.



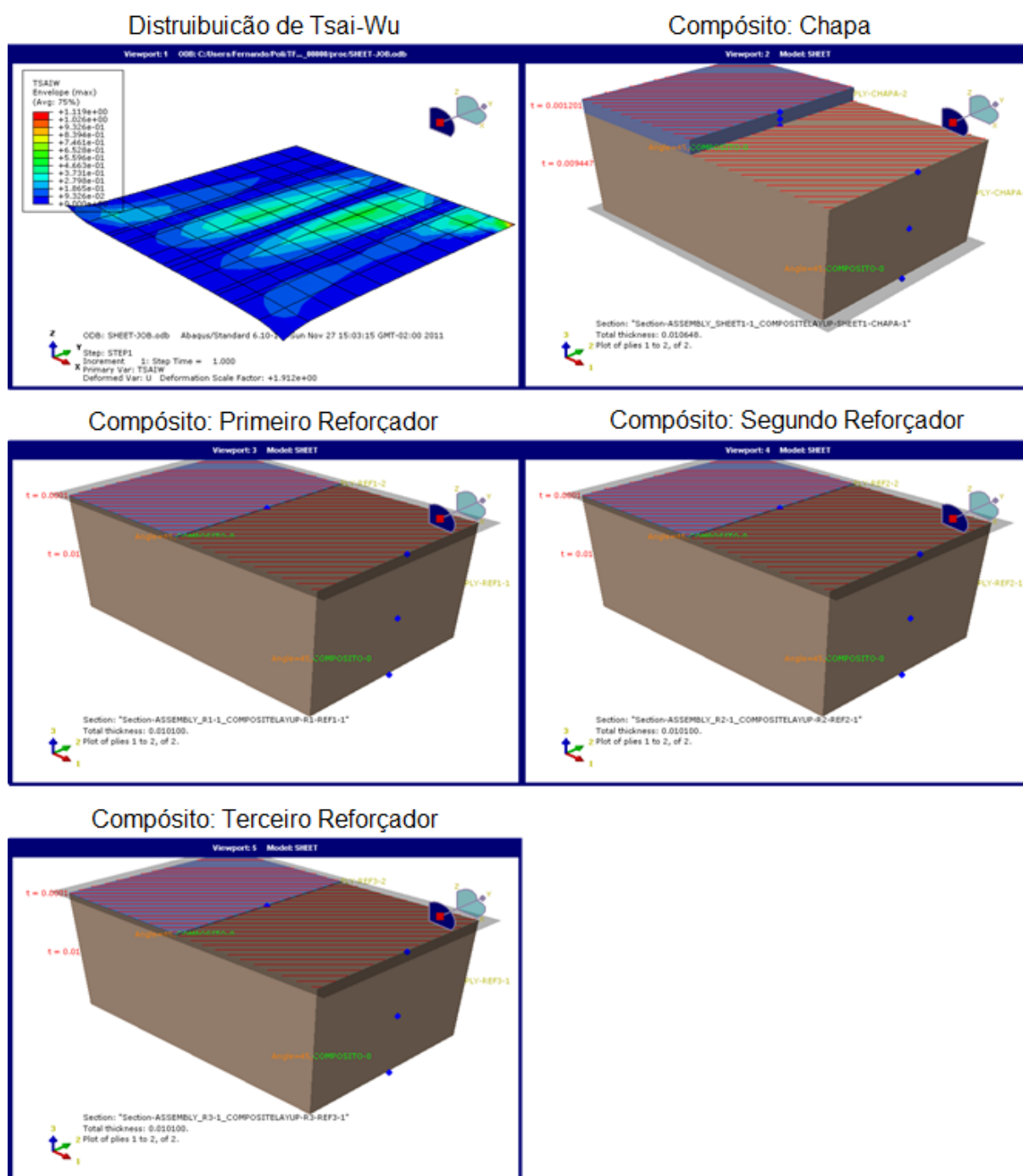


Figura 6.27: Múltiplos casos: configuração otimizada. Distribuição de Tsai-Wu apresentada para o caso do segundo carregamento.

Analisando os resultados obtidos, é possível concluir que a metodologia desenvolvida é capaz de auxiliar na síntese de estruturas de material compósito laminado sujeitas a múltiplos carregamentos aplicados em tempos distintos. É necessário somente realizar a configuração da análise de elementos finitos para contemplar os carregamentos múltiplos.

## 6.6 Otimização Topológica (OT)

Foram analisadas quatro situações diferentes em que se aplicou a OT. Durante estas análises, foi utilizado o mesmo modelo geométrico ilustrado na Figura 6.3. Porém, engastou-se somente uma das laterais da chapa, como apresentado na Figura 6.28. A carga aplicada foi, de forma geral, uma força concentrada em um ponto da chapa.

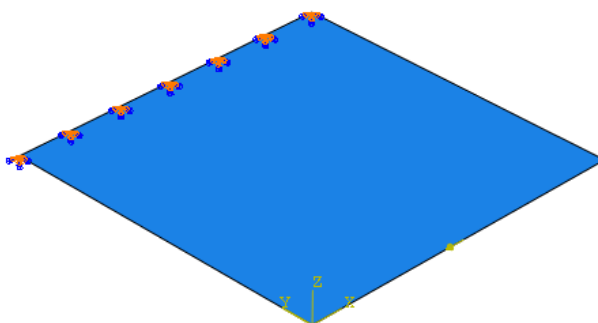


Figura 6.28: Modelo geométrico utilizado para testes da OT, em ABAQUS.

O material compósito foi modelado de forma que em cada elemento da malha seja aplicado um material compósito distinto. Desta forma, cada elemento possuirá uma orientação e uma espessura ( $\theta_i, \gamma_i$ ), para cada camada do material compósito. Para simplificar o problema, foram utilizadas somente duas camadas.

A Figura 6.29 mostra em detalhe uma malha de 6x6 elementos e o detalhamento do material compósito de um dos elementos da malha.

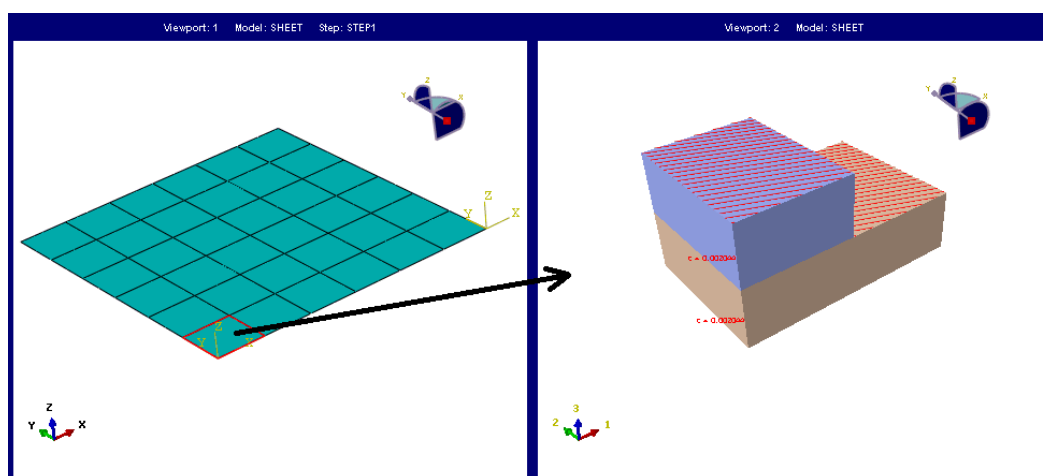


Figura 6.29: Chapa de compósito malhada e detalhamento do material compósito para um dos elementos.

O objetivo é a obtenção dos mesmos resultados apresentados em [9]. Para tanto, aplicou-se uma força na direção “x”, como ilustrado na Figura 6.30. A topologia otimizada obtida em [9] é apresentada na Figura 6.31. As áreas escuras representam presença de material e as áreas claras, ausência.

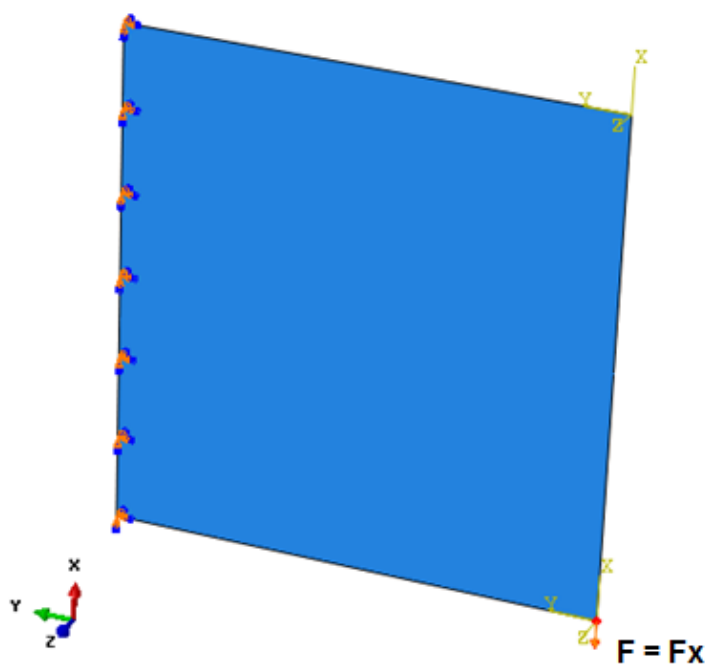


Figura 6.30: Carga aplicada no eixo “x”, sentido negativo.

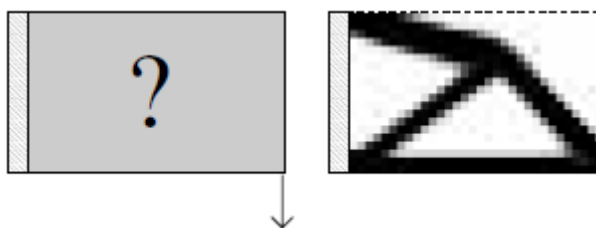


Figura 6.31: Solução da Otimização Topológica (fonte: [9]).

Para a realização dos testes, as orientações das fibras foram mantidas constantes iguais a  $90^\circ$ , otimizando-se somente a espessura de cada camada, de cada elemento. A força aplicada é tal que  $F_x = 8\text{kN}$ .

### 6.6.1 Primeiro caso de análise

Primeiramente, foi realizada a otimização considerando-se a formulação apresentada na Equação (20). A Figura 6.32 apresenta o fluxograma do modeFRONTIER utilizado neste caso, denominado “Caso 1”. A entrada do bloco “DMO\_OT” é composta pelos parâmetros do DMO (“X”) e pelas espessuras. Entretanto, os parâmetros “X” são constantes e iguais a 0,5, garantindo que o ângulo de todas as fibras seja 90° e que o algoritmo otimizador (SQP) atue somente nas espessuras.

Também é possível visualizar na Figura 6.32 que somente o objetivo em questão está ativado (“OBJ\_MASS\_EN”) e somente a restrição de tensão está ativada (“CT\_TSAIW”).

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimizar} \quad \left( \sum_{\gamma_i} \text{Energia de Deformação} \right) * \text{Massa} \\
 &\text{tal que:} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0,1\text{mm} < \gamma_i < 5\text{mm} \\ T_{sai} - W_u < 1 \end{array} \right\}
 \end{aligned} \tag{20}$$

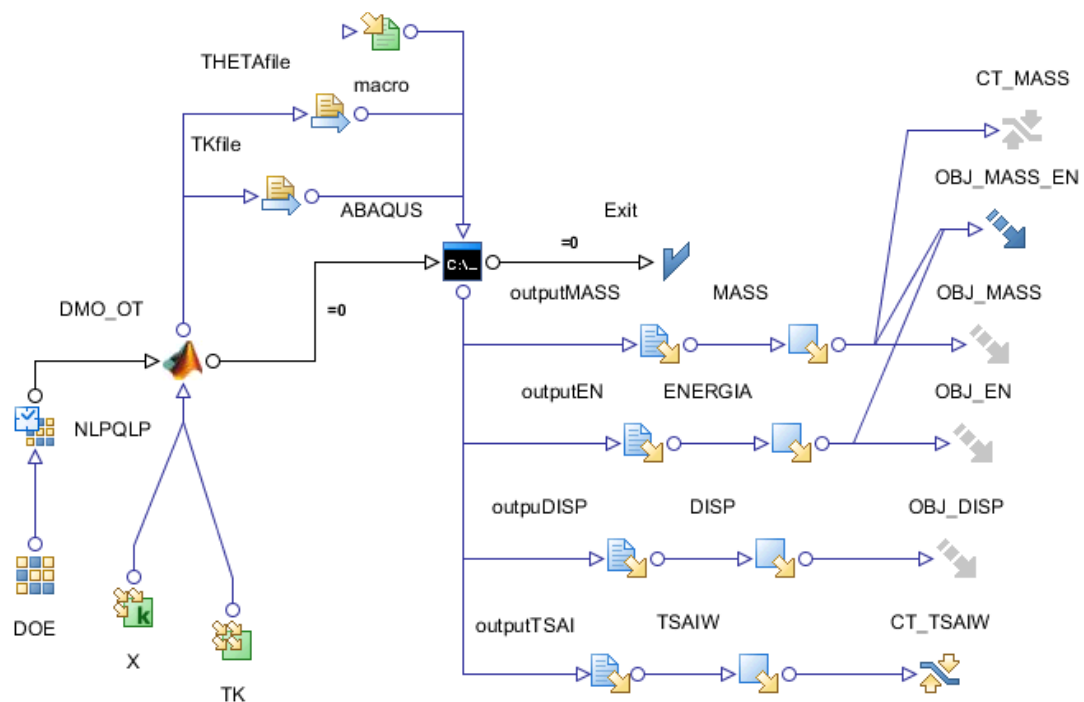


Figura 6.32: Caso 1: Fluxograma utilizado para otimização topológica.

As variáveis de projeto são apenas as espessuras de cada camada, de cada elemento ( $\gamma_i$ ). Utilizou-se uma malha de 6x6 elementos (elementos de lado 83,33mm), o que totaliza 72 variáveis de projeto (pois são duas espessuras por elemento). O elemento utilizado foi o *shell* convencional (S8R).

A convergência foi obtida após 26 iterações. Na Figura 6.33 pode ser visualizada a convergência da função objetivo (definida conforme Equação (20)). Na Figura 6.34 é apresentada a variação da restrição de tensão (Tsai-Wu) ao longo do processo de otimização. A Figura 6.35 ilustra o ponto de partida da otimização: todas as espessuras iguais a 2,5mm. Por fim, na Figura 6.36 é apresentado o resultado da otimização.

Não foi observado o mesmo resultado obtido em [9] (Figura 6.31). Nota-se, entretanto, o surgimento de uma área de maior espessura na Figura 6.36, similar às regiões da Figura 6.31 caracterizadas por possuir material (regiões escuras). Outro aspecto desta comparação é o fato de que em [9] a otimização topológica é realizada em uma chapa de material isotrópico, sem restrições de tensão, ao contrário do que é implementado neste trabalho.

A malha em si pode ter influenciado no resultado, pois não foi utilizado um tamanho de elemento pequeno suficiente. Além disso, não foram implementados filtros de gradiente ou penalizações para forçar os valores das espessuras para valores binários (zero ou valor máximo de espessura). Na OT clássica isto é realizado, para eliminar as áreas “cinza”, locais em que o material tem uma densidade intermediária. Contudo, isto não se faz necessário, já que é possível implementar valores de espessura variados ao longo da estrutura de compósito, com os métodos de laminação atuais.

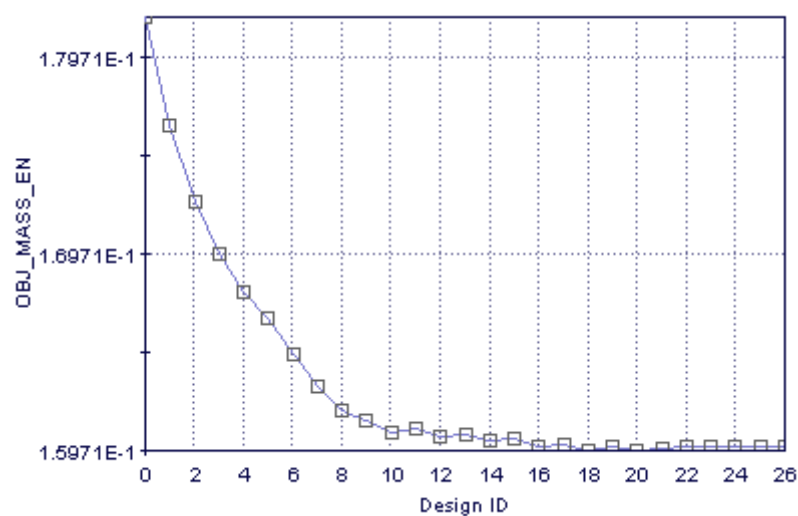


Figura 6.33: Caso 1: função objetivo.

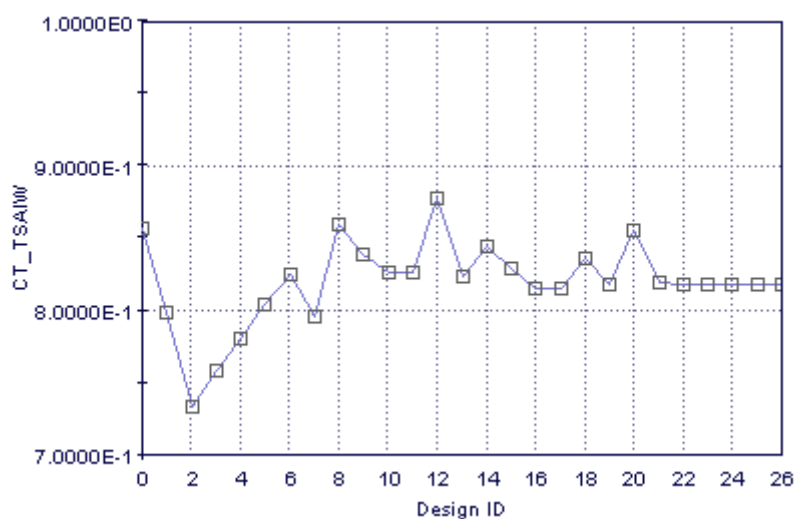


Figura 6.34: Caso 1: restrição de tensão.

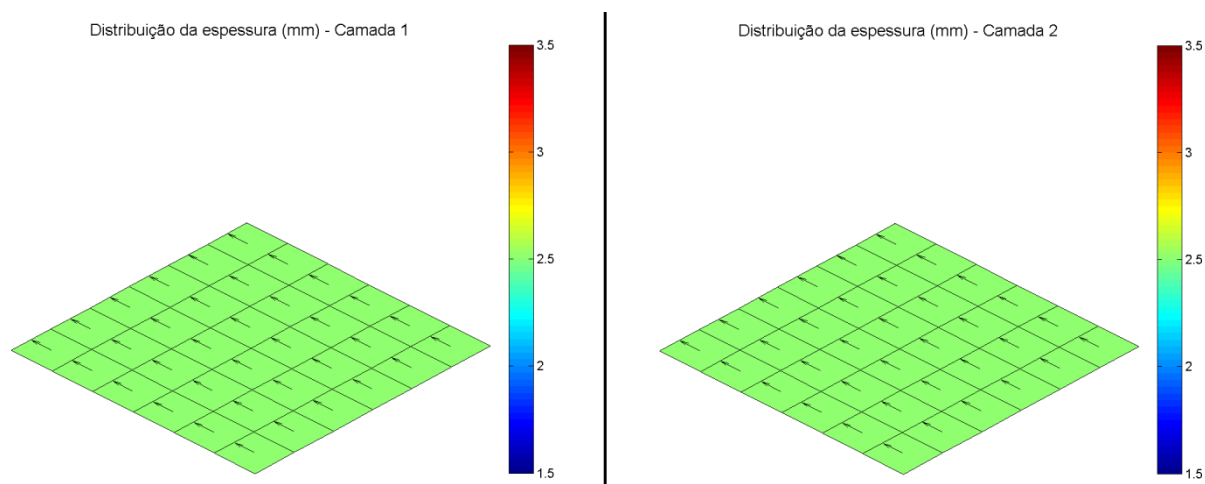


Figura 6.35: Caso 1: camadas 1 e 2 na situação inicial.

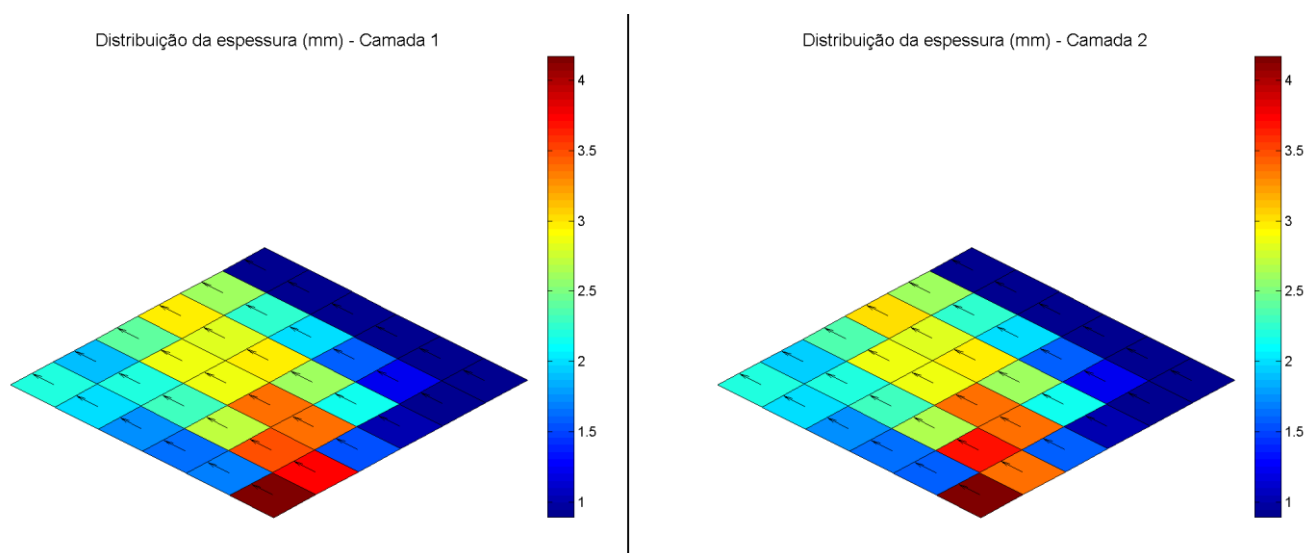


Figura 6.36: Caso 1: camadas 1 e 2 na situação otimizada (utilizando a formulação (20)).

### 6.6.1 Segundo caso de análise

Foi efetuada também a mesma análise, denominada “Caso 2”, considerando-se a formulação da Equação (21). O resultado obtido (Figura 6.37) foi bastante semelhante ao anterior. Entretanto, a convergência ocorreu após 50 iterações.

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} \quad \sum \text{Energia de Deformação} \\
 & \gamma_i \\
 & \text{tal que:} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0,1\text{mm} < \gamma_i < 5\text{mm} \\ \text{Massa} < 2,0\text{kg} \end{array} \right\}
 \end{aligned} \tag{21}$$

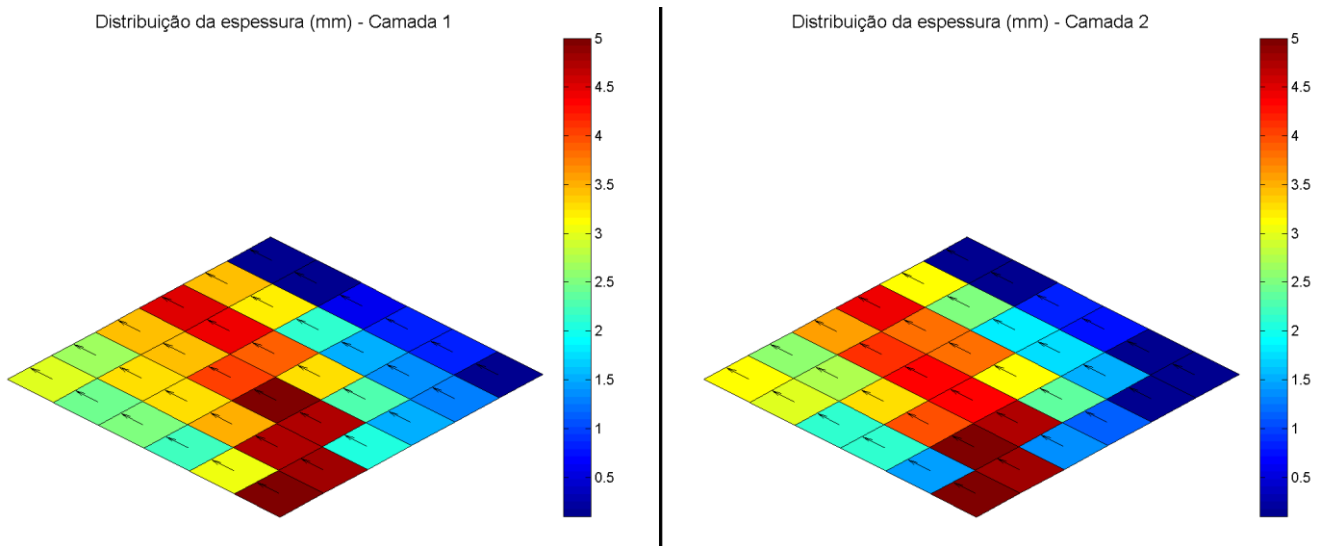


Figura 6.37: Caso 2: camadas 1 e 2 na situação otimizada (utilizando a formulação (21)).

### 6.6.1 Terceiro caso de análise

Para o “Caso 3”, foi realizada a otimização topológica da placa descrita (apresentada na Figura 6.30) juntamente da otimização da orientação das fibras de cada camada, de cada elemento, utilizando o DMO.

Os ângulos candidatos foram quatro:  $\{-90^\circ, -45^\circ, 0^\circ, 45^\circ\}$ . Isto totaliza 360 variáveis de projeto: 288  $x_i$  (144 para cada camada) e 72  $\gamma_i$ . O problema de otimização é o apresentado na Equação (22) e o fluxograma do modeFRONTIER é o da Figura 6.32 (exceto pelo vetor de variáveis “X” que, neste caso, não é constante).

A convergência foi atingida em oito iterações. A Figura 6.38 apresenta a curva de convergência da função objetivo. Na Figura 6.39 é apresentado o gráfico da restrição de tensão (Tsai-Wu) durante a otimização. Nas figuras Figura 6.40 e Figura 6.41 são apresentadas as condições inicial e final das espessuras e orientações do material compósito.



$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar } (\sum \text{Energia de Deformação}) * \text{Massa} \\
 & \gamma_i, x_i \\
 & \text{tal que: } \left\{ \begin{array}{l} 0,1\text{mm} < \gamma_i < 5\text{mm} \\ 0 < x_i < 1 \\ Tsai - Wu < 1 \end{array} \right\} \quad (22)
 \end{aligned}$$

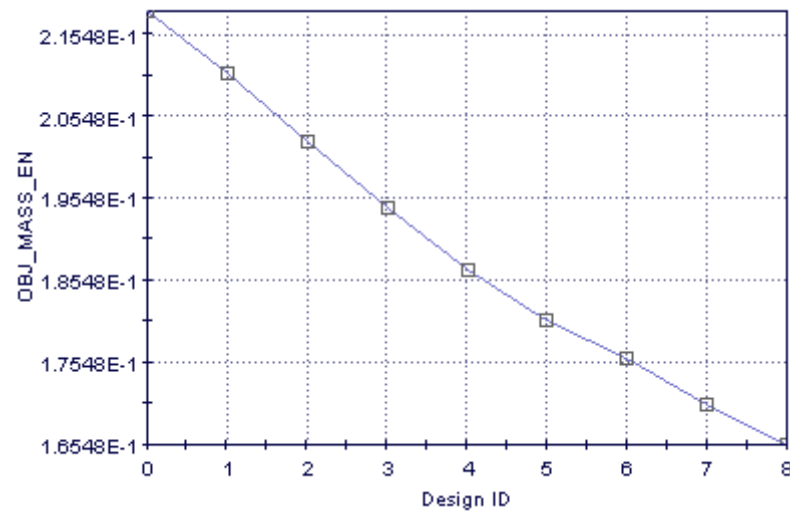


Figura 6.38: Caso 3: função objetivo.

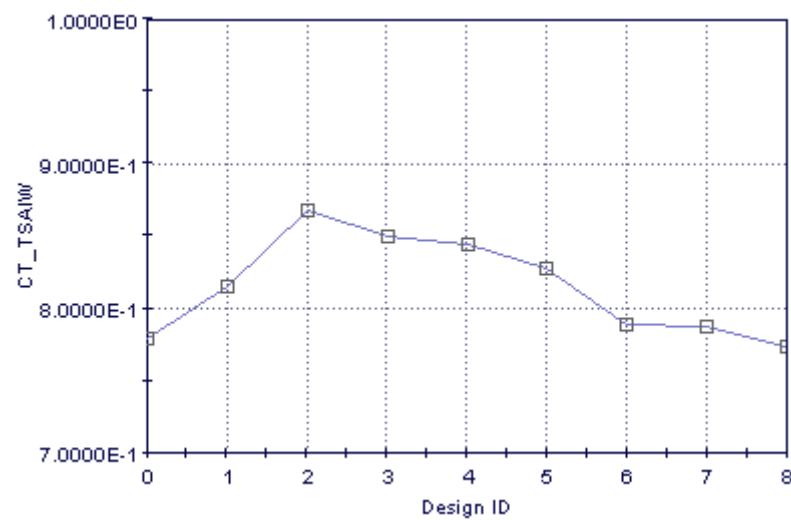


Figura 6.39: Caso 3: restrição de tensão.

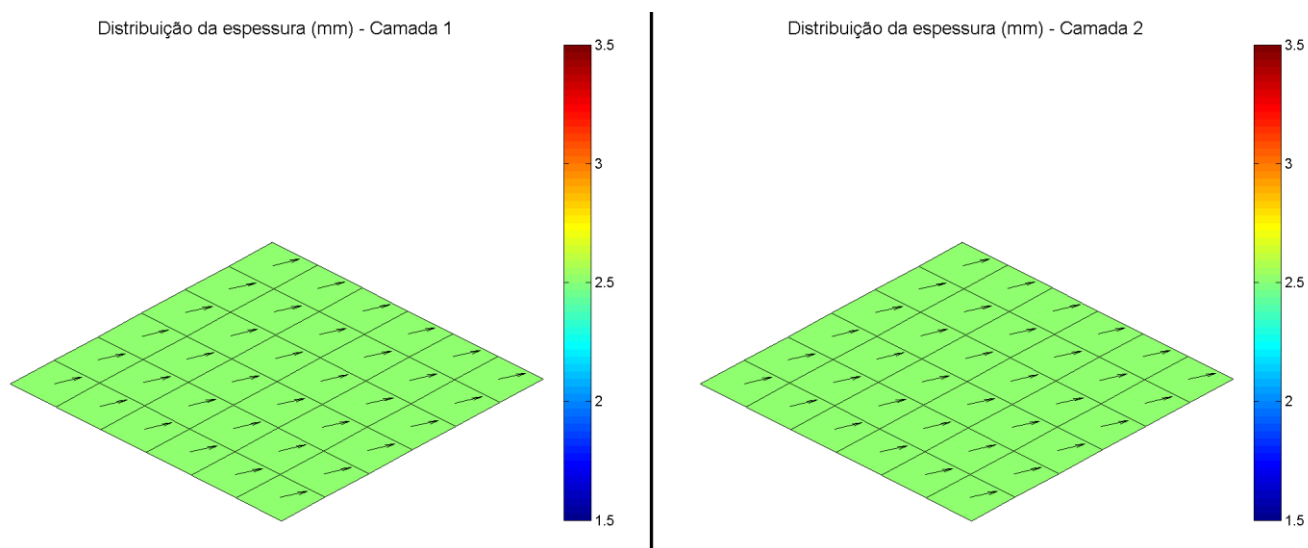


Figura 6.40: Caso 3: camadas 1 e 2 na situação inicial.

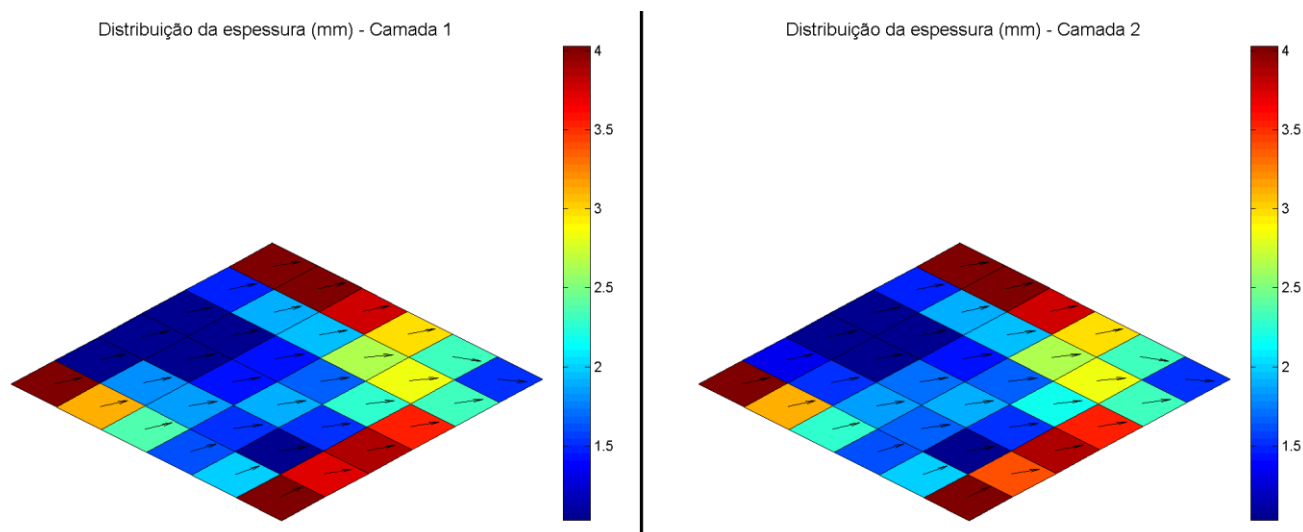


Figura 6.41: Caso 3: camadas 1 e 2 na situação otimizada (utilizando a formulação (20) para topológica e o DMO para otimização das orientações).

A Figura 6.41 apresenta a solução da topológica e do DMO para o problema descrito anteriormente. É possível observar que a distribuição da espessura está próxima do resultado esperado (Figura 6.31).

#### 6.6.1 Quarto caso de análise

Finalmente, no “Caso 4” de análise, considerou-se uma carga fora do plano da chapa, conforme Figura 6.42.

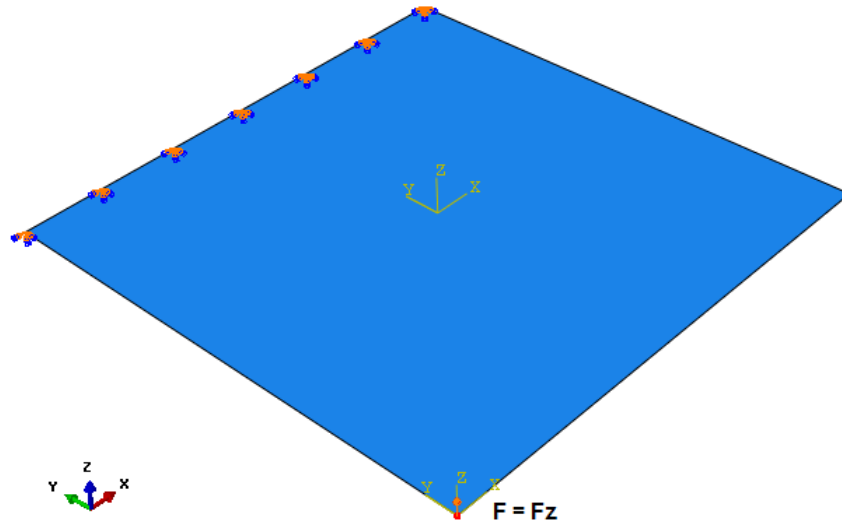


Figura 6.42: Caso 4: carga aplicada no eixo “z”, sentido positivo.

Para a realização dos testes, as orientações das fibras foram mantidas constantes iguais a  $90^\circ$ , otimizando-se somente a espessura de cada camada, de cada elemento. A força aplicada é tal que  $F_z = 80\text{N}$ .

A malha utilizada é formada por 16 elementos de 125mm (malha de 4x4 elementos) e o material compósito foi modelado conforme descrito anteriormente, aplicando-se um material distinto para cada elemento da malha. Como variáveis de projeto foram utilizadas as espessuras de cada camada, de cada elemento,  $\gamma_i$ . Ao todo são 32 variáveis de projeto.

O fluxograma utilizado é o mesmo da Figura 6.32, e a formulação do problema de otimização é apresentada na Equação (23).

$$\begin{aligned}
 & \underset{\gamma_i}{\text{Minimizar}} \quad \left( \sum \text{Energia de Deformação} \right) * \text{Massa} \\
 & \text{tal que:} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0,1\text{mm} < \gamma_i < 5\text{mm} \\ Tsai - Wu < 1 \end{array} \right\}
 \end{aligned} \tag{23}$$

A convergência foi atingida em apenas duas iterações. A Figura 6.43 apresenta a curva de convergência da função objetivo. Na Figura 6.44 é apresentado o gráfico da restrição de tensão (Tsai-Wu) durante a otimização. E nas

figuras Figura 6.45 e Figura 6.46 são apresentadas as condições inicial e final das espessuras e orientações do material compósito.

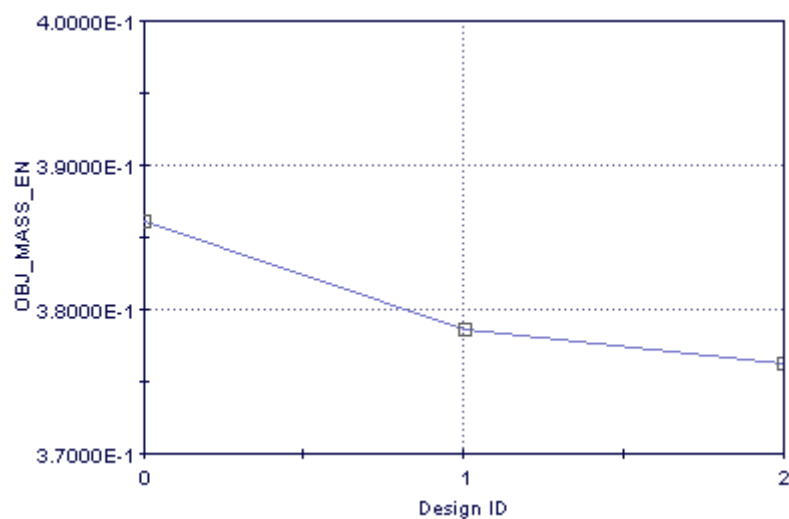


Figura 6.43: Caso 4: função objetivo.

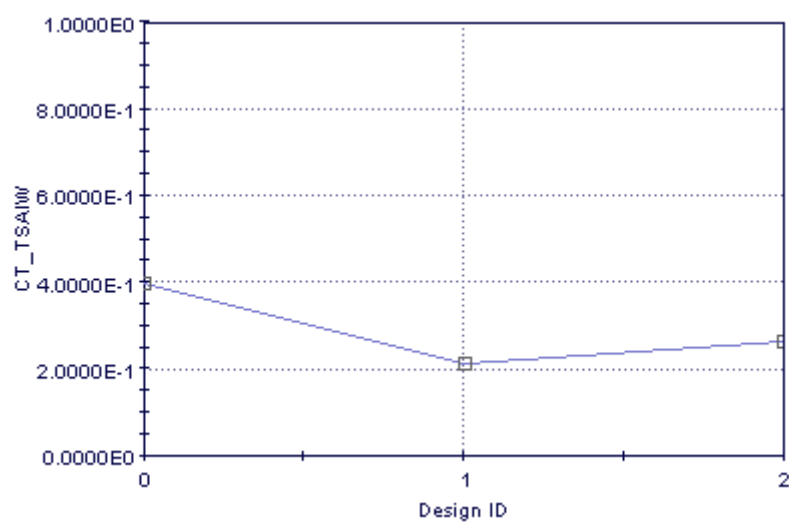


Figura 6.44: Caso 4: restrição de tensão.

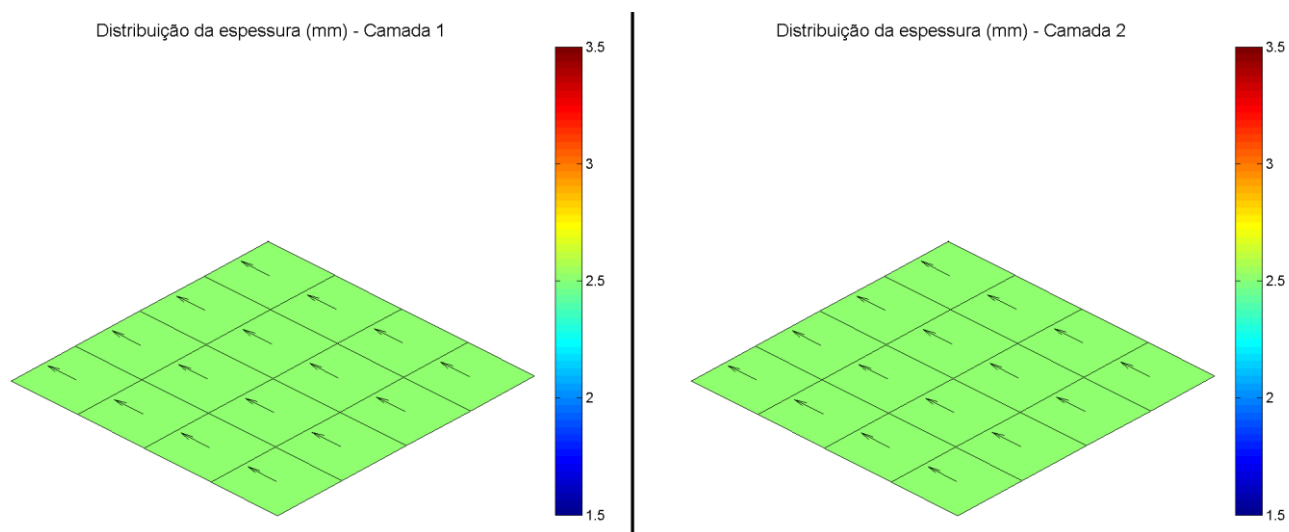


Figura 6.45: Caso 4: camadas 1 e 2 na situação inicial.

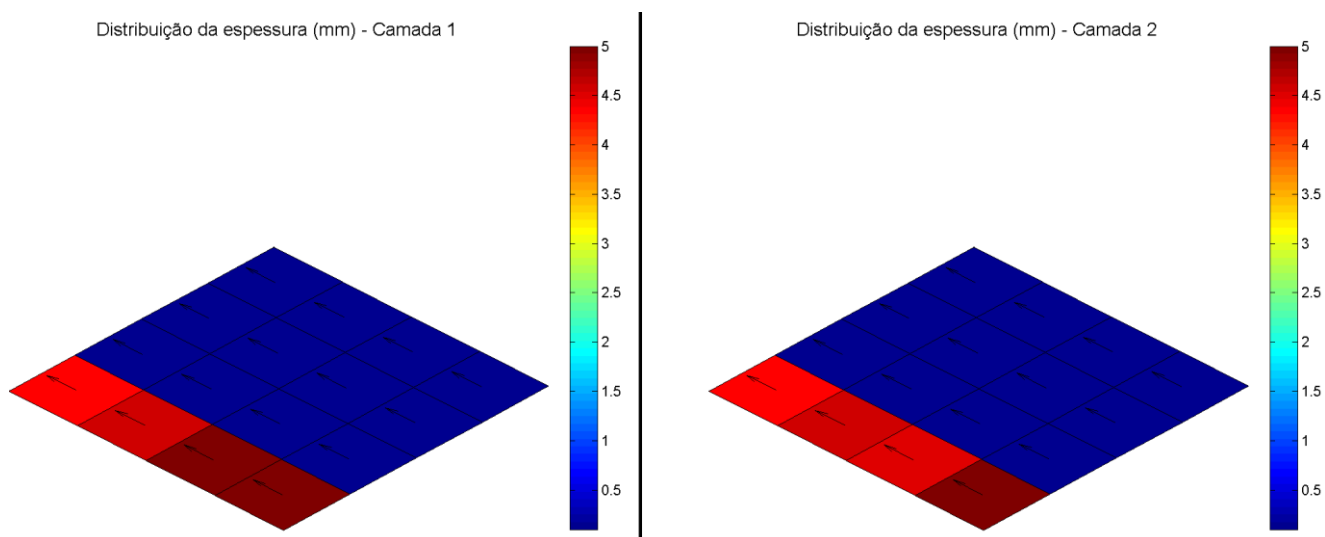


Figura 6.46: Caso 4: camadas 1 e 2 na situação otimizada (utilizando a formulação (23)).

O resultado exibido na Figura 6.46 é o resultado esperado, pois, como a carga está aplicada no vértice da chapa (na direção do eixo “z”), somente é necessário que haja material na aresta ao longo do eixo “y”. Isto mostra que a metodologia desenvolvida é robusta (convergência após duas iterações) e pode ser utilizada para casos de carregamentos aplicados fora do plano da estrutura.

### 6.7 Otimização Topológica com penalização

Foi realizada a otimização descrita no item 6.6.1 (“Caso 1”) considerando-se uma mudança de variáveis, descrita na Equação (24). Esta mudança de variáveis tenta contornar a dependência cúbica da espessura nos problemas de flexão da chapa ao mesmo tempo em que adiciona a norma de penalização P, com o objetivo de direcionar o valor de  $\gamma_i$  para zero ou para  $\gamma_0$ . A variável otimizada é o  $\rho$ , que está entre zero e 1.

$$\begin{aligned}\gamma_i^3 &= \rho_i^P * \gamma_0^3 \\ \text{Logo } \gamma_i &= \sqrt[3]{\rho_i^P * \gamma_0^3} \\ \text{Com } \gamma_0 &= 5,0\text{mm}\end{aligned}\tag{24}$$

Todos os parâmetros descritivos desta análise são os mesmo do “Caso 1” (item 6.6.1), inclusive a definição da norma-P, o fluxograma do modeFRONTIER, a malha de elementos finitos e as cargas e condições de contorno atuantes. A formulação do problema de otimização é tal que:

$$\begin{aligned}\text{Minimizar } & \left( \sum_{\rho_i} \text{Energia de Deformação} \right) * \text{Massa} \\ \text{tal que: } & \left\{ \begin{array}{l} 0 < \rho_i < 1 \\ Tsai - Wu < 1 \end{array} \right\}\end{aligned}\tag{25}$$

Na Figura 6.47 pode ser visualizada a convergência da função objetivo (definida conforme Equação (25)). Na Figura 6.48 é apresentada a evolução da restrição de tensão (Tsai-Wu) ao longo do processo de otimização. A Figura 6.49 ilustra o ponto de partida da otimização: todas as espessuras iguais a 2,5mm. Por fim, na Figura 6.50 é apresentado o resultado da otimização.

Embora a introdução da penalização não tenha surtido o efeito de direcionar as variáveis de projeto ( $\gamma_i$ ) para zero ou 1, a convergência ocorreu muito mais

rapidamente que durante a análise do “Caso 1” (26 contra 14 iterações). Os resultados otimizados (figuras Figura 6.36 e Figura 6.50) são bastante próximos.

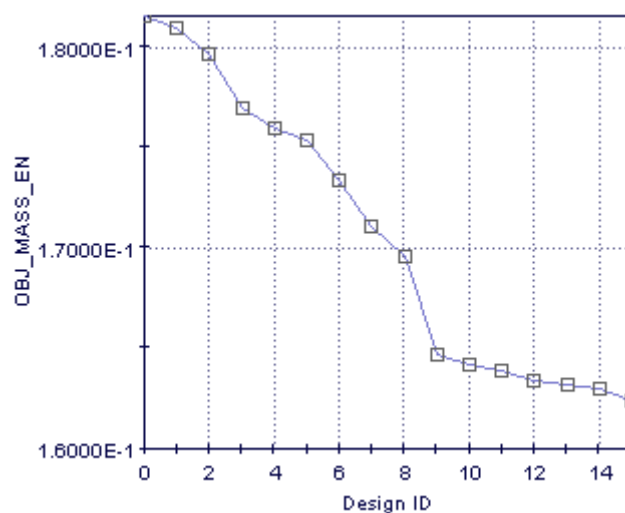


Figura 6.47: OT com penalização: função objetivo.

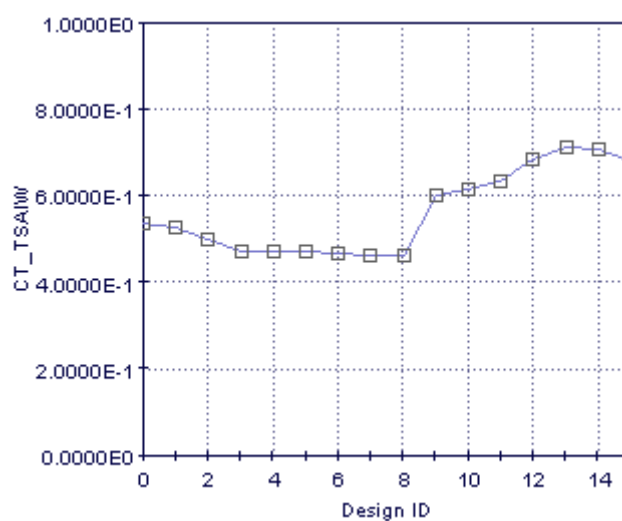


Figura 6.48: OT com penalização: restrição de tensão.

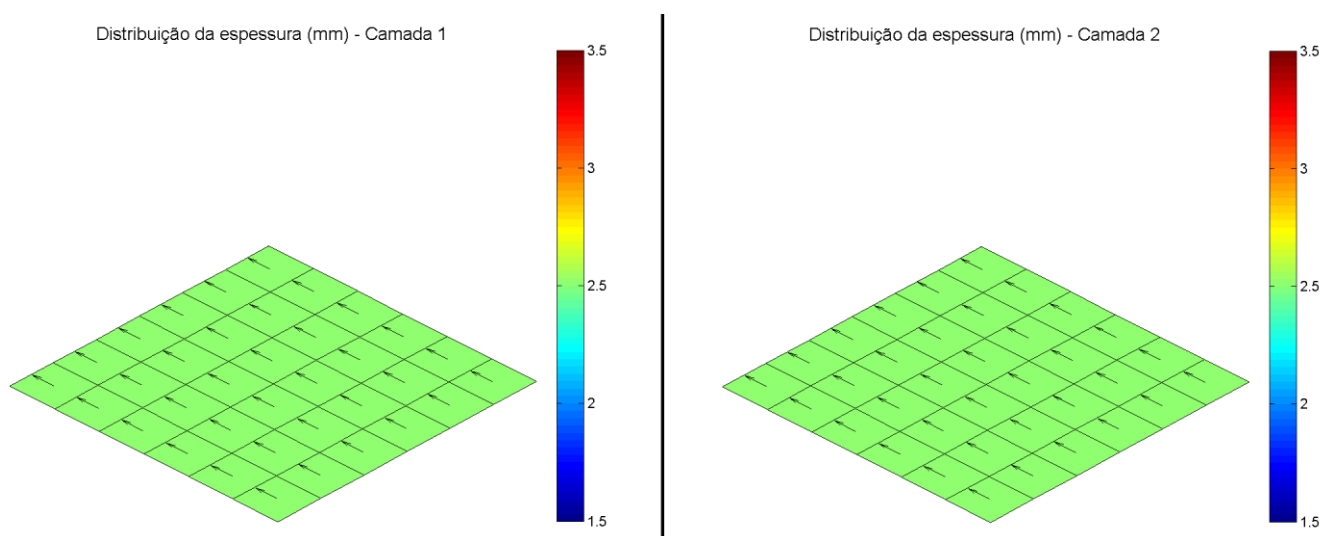


Figura 6.49: OT com penalização: camadas 1 e 2 na situação inicial.

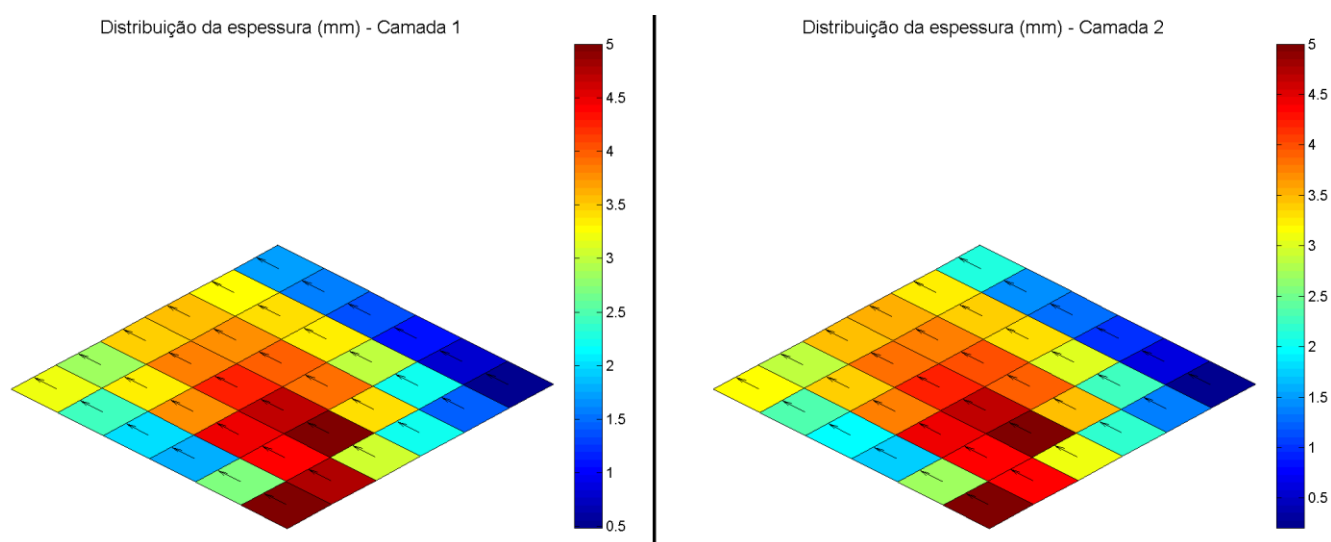


Figura 6.50: OT com penalização: camadas 1 e 2 na situação otimizada (utilizando a formulação (25)).



## 7 DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Foi observada grande robustez do algoritmo genético de otimização. No caso da placa simples, o modelo original estava respeitando critério de Tsai-Wu. O algoritmo explorou ao máximo esta restrição, minimizando a massa até seu limite, havendo uma redução de 78% no valor da massa.

O algoritmo genético, embora tenha alto custo computacional, também se mostrou bastante eficiente durante as comparações com o MMA. Foi encontrada uma solução melhor, pois, no caso da aplicação do MMA, o algoritmo eventualmente ficou preso em um mínimo local.

Nas aplicações utilizando o DMO, foram obtidos resultados muito satisfatórios. Trata-se de um método que torna convexo o domínio de otimização, possibilitando a utilização de algoritmos de gradiente, que são muito mais eficientes quando o número de variáveis de projeto aumenta consideravelmente, conforme [13]. As comparações realizadas mostraram que, com o DMO, a solução ótima é diferente da solução obtida com o genético, indicando que o genético ficou aprisionado em um ponto de mínimo local, que é muito próximo do mínimo obtido com a utilização do DMO.

Utilizando o DMO, foi otimizada uma placa de material compósito reforçada em que atuam diversos carregamentos. Trata-se de um caso de análise bastante típico na indústria. Tanto a chapa quanto os reforçadores foram otimizados, tendo o algoritmo atuado com sucesso nas espessuras e nas variáveis regulatórias do DMO, conforme apresentado em 6.4.

Foi realizada a análise de uma chapa com reforçadores de material compósito sujeita a carregamentos atuantes em tempos distintos. Mantendo fixas as orientações das fibras, o algoritmo se mostrou eficiente na busca da minimização da energia, utilizando ao máximo a restrição de massa, como está apresentado em 6.5. A análise envolvendo a otimização da orientação não foi realizada, pois o custo computacional é maior para múltiplos casos de carregamento.

As análises de Otimização Topológica mostraram que a metodologia desenvolvida até então é suficientemente robusta para executar otimizações com um número de variáveis de projeto relativamente grande. Foi possível manipular a

espessura e a orientação de cada elemento de material compósito, camada a camada. Foram obtidos resultados satisfatórios, compatíveis com a intuição (Figura 6.46) e compatíveis com resultados de literatura (Figura 6.41).

Por fim, foi realizada uma análise em que é realizada uma mudança da variável otimizada na OT, incluindo uma penalização para direcionar os valores para os limites mínimos e máximos definidos na formulação de otimização. Embora isto não tenha sido observado, tal mudança de variáveis impactou em grande aumento da eficiência do algoritmo de otimização reduzindo de 26 para 14 o número de iterações para alcançar a convergência (conforme item 6.7).

## 8 CONCLUSÃO

Este trabalho mostrou ser possível utilizar os softwares CATIA, ABAQUS, MATLAB e modeFRONTIER para realizar a síntese e otimização de estruturas de material compósito laminado, de forma eficiente.

Foram apresentados diversos casos de aplicação da metodologia aqui desenvolvida, sendo que esta se mostrou bastante versátil e robusta. Na geração da geometria, é possível utilizar o gerador interno do software de elementos finitos ou importar uma geometria criada por um software de CAD externo (como o CATIA). O software de elementos finitos também é flexível, sendo possível utilizar ANSYS ou ABAQUS, ou um software próprio.

Tal flexibilidade é garantida pelo software de integração e otimização modeFRONTIER. Utilizando tal software como foi descrito neste trabalho, é possível realizar a síntese e otimização de uma estrutura de material compósito laminado de geometria genérica.

A única limitação do modeFRONTIER é quanto ao número de iterações possível durante a otimização. O cálculo de sensibilidade é considerado uma iteração neste software, e, para casos em que o número de variáveis de projeto é grande (superior a 500), não é possível utilizar a metodologia da forma como foi apresentada. Para contornar este problema, é necessário implementar em MATLAB (ou similar) uma rotina para realizar o cálculo da sensibilidade. Com isso, não há limitações para o uso do modeFRONTIER na otimização de materiais compósitos laminados, segundo a metodologia desenvolvida neste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- [1] Lund, E., “Buckling topology optimization of laminated multi-material composite shell structures”, *Composite Structures* 91 158–167, 2009
- [2] Zhou, M., Fleury, R., Kemp, M., “Optimization of Composite – Recent Advances and Application”, 13th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis Optimization Conference, AIAA 2010-9272, 2010
- [3] Stegmann, J., Lund, E., “Discrete material optimization of general composite shell structures”, *Int. J. Numer. Meth. Engng* 2005; 62:2009–2027, 2005.
- [4] Filho, V., “Projeto de Reforçamento de Placas e Chapas Utilizando Método de Otimização Topológica”, Trabalho de Formatura apresentado à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Engenharia Mecânica, 2007.
- [5] “Canada, Australia Contract for Heron UAVs”. Disponível em <<http://www.defenseindustrydaily.com/Canada-Contracts-for-Heron-UAVs-05024/>>. Acessado em 23/07/2011.
- [6] Erkiğ , A., “ME 429 - Introduction to Composite Materials”, 2006. Disponível em <<http://www1.gantep.edu.tr/~erklig/me429/introduction.ppt>>. Acessado em 15/06/2011.
- [7] Gurdal, Z., Haftka, R. T., Hajela, P., “Design and Optimization of Laminated Composite Materials”, 1st edition, 1999.
- [8] Souza, C. E., “Otimização em Dois Níveis da Orientação e da Topologia de Cascas Laminadas”, Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia da Universidade federal do Rio Grande do Sul, 2003.
- [9] Sigmund, O., “A 99 line topology optimization code written in Matlab”, *Educational Article, Struct Multidisc Optim* 21, 120–127, Springer-Verlag, 2001.
- [10] Doll, R., “Otimização Paramétrica de Ângulo e Espessura de Materiais Compósitos”, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2011.
- [11] Silva, E. C. N., “Apostila PMR-5215 – Otimização Aplicada ao Projeto de Sistemas Mecânicos”, Notas de aula disponibilizadas pela disciplina PMR-5215 – Otimização Aplicada ao Projeto de Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2010.

- [12] Kiyono, C. Y., Silva, E. C. N., Reddy, J. N., “Design of laminated piezocomposite shell transducers with arbitrary fiber orientation using topology optimization approach”, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2011.
- [13] Sigmund, O., “On the usefulness of non-gradient approaches in topology optimization”, Struct Multidisc Optim 43:589–596, 2011.
- [14] Sanches, F. J., “Desenvolvimento de um transdutor torcional para medição de viscosidade de líquidos por ultrassom”, Relatório de Iniciação Científica, Processo FAPESP 2009/08024-0, 2010.
- [15] Arquivo de ajuda do software de MEF ABAQUS.
- [16] “Tutorial 1.2a - Thin Solid Shell - ABAQUS for students”. Disponível em <[http://sites.google.com/site/abaqus2010/tutorial\\_1/tutorial\\_1-2a](http://sites.google.com/site/abaqus2010/tutorial_1/tutorial_1-2a)>. Acessado em 28/05/2011.
- [17] Arquivo de ajuda do software de MEF ANSYS.