

Willian Dener de Oliveira

**Comparando seleção de carteiras utilizando
média-variância de Markowitz baseado em série
histórica e em série gerada por rede neural
recorrente com LSTM**

São Paulo

2024, v-7.0.0

Willian Dener de Oliveira

**Comparando seleção de carteiras utilizando
média-variância de Markowitz baseado em série histórica e
em série gerada por rede neural recorrente com LSTM**

Monografia apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do título de MBA em Engenharia Financeira

Área de concentração: Engenharia Financeira

Orientador: Prof. Dr. Oswaldo Luiz do Valle Costa

São Paulo
2024, v-7.0.0

Willian Dener de Oliveira

Comparando seleção de carteiras utilizando média-variância de Markowitz baseado em série histórica e em série gerada por rede neural recorrente com LSTM/ Willian Dener de Oliveira. – São Paulo, 2024, v-7.0.0-

38p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Oswaldo Luiz do Valle Costa

Monografia (MBA) – Área de concentração: Engenharia Financeira , 2024, v-7.0.0.

1. Otimização de carteira. 2. Markowitz. 2. Rede neural recorrente. I. Prof. Dr. Oswaldo Luiz do Valle Costa. II. Universidade de São Paulo. III. Escola Politécnica. IV. Título

Agradecimentos

Agradeço a todos os professores do curso de MBA em Engenharia Financeira da Escola Politécnica da USP, por compartilhar conosco parte de seus vastos conhecimentos acadêmicos e profissionais.

Particularmente ao nosso coordenador de curso, Prof. Dr. Oswaldo Luiz do Valle Costa, por todas as suas contribuições ao bom andamento de nosso curso e, especialmente, por sua disponibilidade em me orientar, mesmo em minha limitação de tempo para produzir essa monografia.

A todos os meus colegas de turma, em especial a Letícia, Vinícius e Valéria, pelas conversas e convivência, mesmo à distância, que tanto enriqueceram minha experiência com o curso e que contribuíram para direcionar meus esforços durante este MBA.

À Bruna Luiza Thesolim pelas últimas revisões no texto.

À minha filha Maria Alice Ferreira Oliveira, por toda a compreensão durante este tempo de formação.

A todos vocês, o meu muito obrigado!

Resumo

A otimização de carteiras é uma questão fundamental em finanças e objetiva maximizar o retorno esperado de um conjunto de ativos financeiros, minimizando simultaneamente o risco. Desde a formulação da teoria moderna do portfólio, o modelo de Markowitz, conhecido como modelo de média-variância, foi pioneiro ao introduzir a diversificação como uma estratégia central para a redução do risco. Entretanto, por suas limitações, combiná-lo com novas técnicas que se beneficiam de aprendizado de máquina tem sido estudado. Este trabalho compara o desempenho do modelo de Markowitz em série histórica com séries geradas por redes neurais recorrentes com LSTM para a seleção de carteiras de ativos. Os resultados foram promissores, apresentando melhor resultado para a técnica combinada com rede neural. Ainda que um estudo inicial, a carteira selecionada utilizando a série gerada pela rede neural desempenha melhor na comparação com o desempenho futuro real, abrindo espaço para trabalhos futuros que analisem em maior profundidade essa abordagem.

Palavras-chave: análise de carteiras. Markowitz. Rede neural recorrente.

Abstract

Portfolio optimization is a fundamental issue in finance and aims to maximize the expected return of a set of financial investments while simultaneously minimizing risk. Since the formulation of modern portfolio theory, the Markowitz model, known as the mean-variance model, was a pioneer in introducing diversification as a central strategy for risk reduction. However, due to its limitations, combining it with new techniques that benefit from machine learning has been studied. This work compares the performance of the Markowitz model in historical series with series generated by recurrent neural networks with LSTM for the selection of portfolios of assets. The results were promising, with the best result for the combined technique. Although an initial study, the portfolio selected using the series generated by the neural network won in comparison with the real future performance, opening space for future works that analyze this approach in more depth.

Keywords: Portfolio Selection. Markowitz. Neural network.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Definição do problema	11
1.2	Motivação	11
1.3	Objetivo	12
1.4	Organização do trabalho	12
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E TRABALHOS RELACIONADOS	13
2.1	Base de dados financeira	13
2.1.1	Indicadores técnicos	13
2.2	Seleção de carteiras	15
2.3	Teoria de Markowitz	15
2.4	Redes Neurais Recorrentes (RNN) e Long Short-Term Memory (LSTM)	17
2.5	Trabalhos relacionados	18
2.6	Considerações finais	19
3	METODOLOGIA	21
3.1	Considerações iniciais	21
3.2	Materiais	21
3.3	Métodos aplicados	22
3.3.1	Análise exploratória dos dados	22
3.3.2	Experimentos executados para seleção de carteira de média-variança com a série real	22
3.3.3	Predição da série utilizando rede neural recorrente com LSTM	23
3.3.4	Experimentos executados para seleção de carteira de média-variança com a série gerada pela rede neural	23
3.3.5	Discussão dos resultados	24
3.4	Considerações finais	24
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	25
4.1	Análise de dados	25
4.2	Carteira de maior Sharpe segundo Markowitz considerando a série histórica	30
4.3	Resultado da geração da série de retornos com rede neural recorrente com LSTM	30

4.4	Carteira de maior sharpe segundo Markowitz considerando a série resultante da rede neural	31
4.5	Discussão dos resultados e avaliação do retorno real das carteiras no período futuro	34
5	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	35
	REFERÊNCIAS	37

1 Introdução

1.1 Definição do problema

A otimização de carteiras é uma questão fundamental em finanças e objetiva maximizar o retorno esperado de um conjunto de ativos financeiros, minimizando simultaneamente o risco (GHAHTARANI; SAIF; GHASEMI, 2022; CHOI et al., 2024; SUN; WANG; AN, 2023; CHOI, 2024). Desde a formulação da teoria moderna do portfólio por Markowitz (1952), o processo de alocação de ativos tem sido amplamente estudado, utilizando modelos matemáticos e estocásticos para lidar com a incerteza nos retornos de ativos. O modelo de Markowitz, conhecido como modelo de média-variância, foi pioneiro ao introduzir a diversificação como uma estratégia central para a redução do risco.

Entretanto, as metodologias tradicionais, como a otimização de Markowitz, dependem de suposições rígidas sobre a distribuição dos retornos dos ativos e a covariância entre eles, o que pode limitar sua capacidade de lidar com dados financeiros não-lineares e com a dinâmica complexa dos mercados. Nesse contexto, as redes neurais recorrentes (RNNs), especialmente a *Long Short-Term Memory* (LSTM) (HOCHREITER; SCHMIDHUBER, 1997), surgem como uma alternativa promissora. As LSTMs, que são capazes de capturar dependências temporais de longo prazo, têm sido aplicadas com sucesso em diversas áreas de previsão de séries temporais, incluindo mercados financeiros, devido à sua habilidade de aprender padrões não-lineares complexos nos dados(SUN; WANG; AN, 2023).

A proposta deste trabalho é realizar uma comparação de performance entre o modelo de Markowitz utilizando a série histórica ou uma série gerada baseada em redes neurais recorrentes com LSTM para a seleção de carteiras de ativos.

1.2 Motivação

A seleção de carteiras é uma tarefa central para investidores, gestores de fundos e analistas financeiros. Com o crescimento do volume de dados disponíveis e a evolução das ferramentas de aprendizado de máquina, há um interesse crescente em explorar abordagens que possam superar os modelos tradicionais em termos de previsão de retornos e gerenciamento de risco.

A teoria de Markowitz tem sido amplamente utilizada por sua simplicidade e base teórica sólida. No entanto, essa técnica apresenta limitações, como a suposição de normalidade dos retornos e a dependência de matrizes de covariância estáticas. Em contraste, diversos trabalhos têm aplicado técnicas de aprendizado de máquina objetivando

melhorar os resultados dessas técnicas tradicionais ([GHAHTARANI; SAIF; GHASEMI, 2022](#)).

As redes neurais recorrentes oferecem uma abordagem mais flexível, potencialmente melhor equipada para capturar a natureza não-linear e dinâmica dos mercados financeiros. Com a capacidade das LSTMs aprenderem padrões em séries temporais financeiras complexas, surge a questão: será que essas redes podem oferecer uma vantagem competitiva em termos de melhoria da eficiência do portfólio? Essa pergunta é de particular importância em um cenário financeiro global caracterizado por alta volatilidade e incerteza.

1.3 Objetivo

O objetivo principal deste trabalho é comparar o desempenho de carteiras otimizadas pelo modelo de média-variância de Markowitz utilizando as séries históricas e séries formadas por meio de previsões feitas por redes neurais recorrentes do tipo LSTM. Para atingir esse objetivo, os seguintes subobjetivos foram definidos:

1. Implementar a metodologia tradicional de seleção de carteiras com base na teoria de Markowitz e a série histórica original.
2. Desenvolver um modelo preditivo baseado em LSTM para previsão de retornos de ativos financeiros e utilizar isso para gerar alternativa de comparação baseada na série gerada.
3. Avaliar e comparar os resultados obtidos pelas duas metodologias em termos de retorno e risco para as carteiras com o melhor retorno possível.
4. Discutir as vantagens e limitações de cada abordagem, destacando os aspectos práticos de sua implementação.

1.4 Organização do trabalho

O capítulo [2](#) contém os conceitos fundamentais para este trabalho e apresenta uma sucinta revisão dos trabalhos que estudaram composição de carteira. O capítulo [3](#) traz a metodologia adotada, mostrando os dados utilizados, a análise preliminar realizada e métodos de composição de carteiras estudados com as medidas adotadas para comparação. O capítulo [4](#) contém os resultados de toda a execução dos experimentos, além de uma discussão sobre os resultados encontrados. O capítulo [5](#) conclui este trabalho, com base nos resultados encontrados, além de listar possíveis estudos que podem ser adotados e que serão relevantes.

2 Fundamentação teórica e trabalhos relacionados

O presente capítulo tem como enfoque apresentar os conceitos e as terminologias básicas utilizadas para a compreensão desse trabalho e alguns trabalhos relevantes.

2.1 Base de dados financeira

Uma das etapas fundamentais no desenvolvimento de modelos de otimização de carteiras é a coleta de dados financeiros, especificamente o preço de fechamento ajustado dos ativos ao longo de um período. O preço de fechamento ajustado leva em conta fatores como dividendos, desdobramentos e emissões de novas ações, proporcionando uma visão mais precisa do valor real de um ativo ao longo do tempo. Este tipo de dado é amplamente utilizado na análise de investimentos, pois reflete com precisão as variações de preços que impactam diretamente o retorno dos ativos ([FASTERCAPITAL, 2024](#); [REIS, 2021](#)).

Na prática, investidores e gestores de portfólios analisam esses preços históricos para identificar padrões de comportamento e calcular os retornos diários, que são usados para prever o desempenho futuro dos ativos. Esses retornos são, então, incorporados em modelos de seleção de carteiras para maximizar o retorno esperado, dada uma certa tolerância ao risco.

2.1.1 Indicadores técnicos

Os indicadores técnicos têm o objetivo de pegar as informações da base de dados e extraírem características que forneçam informações complexas com elevado grau de eficácia após a aplicação de operações de transformação de um conjunto de valores da base. Estas características derivadas são normalmente superiores na representação e agregação da informação em relação às originais.

Esta etapa será relevante neste trabalho para complementar com informações aprimoradas o treinamento da rede neural e, consequentemente, o resultado de predição do modelo. Em resumo, os dados originais da base de dados são transformados em características aprimoradas para ajudarem na predição.

No presente projeto são extraídos alguns indicadores técnicos a partir dos preços de fechamento ajustados da base de dados, considerando sua ordem temporal comum a investidores, como mostrado por [Teixeira e Oliveira \(2010\)](#). Embora existam diversos indicadores na literatura ([PRING, 2014](#)), apresentam-se aqui apenas os três relevantes

para este trabalho:

- Média Móvel Simples (SMA): é o valor médio dos preços de fechamento em um certo número de barras. A média móvel simples é calculada conforme mostra a fórmula a seguir:

$$SMA = \sum_{i=1}^n P_i/n$$

onde n =número de períodos P_i =preço no período

- Bandas de Bollinger: são um indicador de volatilidade, calculado utilizando uma média móvel somada ao desvio padrão na banda superior, e a banda inferior é calculada subtraindo o desvio padrão. A fórmula do cálculo das Bandas consiste em:

Banda Superior = Média Móvel Simples (x períodos) + (2 x Desvio Padrão de x períodos)

Banda Inferior = Média Móvel Simples (x períodos) - (2 x Desvio Padrão de x períodos)

Neste trabalho, utilizamos o Z-score, medida estatística que expressa quantos desvios padrão o preço atual está acima ou abaixo da média móvel. Em outras palavras, o Z-score mede a posição relativa do preço em relação à média móvel e às bandas de volatilidade. A fórmula do Z-score, no contexto das Bandas de Bollinger, é:

$$\text{Z-score} = \frac{\text{PreçoAtual} - SMA}{2 \times \text{DesvioPadrão}}$$

O valor do Z-score mostra quão distante o preço atual está da média móvel, em termos de desvios padrão, onde:

Z-score > 1: Indica que o preço está acima da banda superior, sugerindo que o ativo pode estar sobrecomprado.

Z-score < -1: Indica que o preço está abaixo da banda inferior, sugerindo que o ativo pode estar em uma situação de sobrevenda.

- Indicador de momento (*Momentum*): é uma linha que oscila em torno de 100 e cada novo valor é determinado com base nos valores atuais dos preços e nos valores de períodos anteriores. Sendo um oscilador, o índice da velocidade dos preços deve ser utilizado em conjunto com uma análise geral da tendência atual.

Para criar uma linha de *Momentum* de, por exemplo, 20 dias, basta subtrair o preço de fechamento de 20 dias atrás do último preço de fechamento. Este valor, seja positivo ou negativo, é então marcado em um gráfico ao redor da linha de zero. A fórmula para o *Momentum* é:

$$M = P/P_x$$

onde P é o último preço de fechamento, e P_x é o preço de fechamento de x dias atrás.

Deste modo, o *Momentum* indica a força de compra ou venda relativa de um determinado ativo em um certo espaço de tempo.

Cabe destacar que, neste trabalho, todos estes indicadores adotam períodos de 20 dias.

2.2 Seleção de carteiras

A seleção de carteiras é uma área central dentro da teoria financeira moderna, onde o objetivo é encontrar a melhor combinação de ativos que maximize o retorno esperado, dado um certo nível de risco. O conceito de diversificação é um dos pilares desta abordagem. Diversificar uma carteira significa distribuir os recursos em diferentes ativos, de forma que os riscos específicos de cada ativo sejam compensados pela inclusão de outros ativos com comportamentos diferentes. Isso reduz o risco total da carteira sem necessariamente comprometer o retorno esperado.

O risco em finanças é geralmente medido pela variância ou pelo desvio padrão dos retornos dos ativos. A diversificação busca minimizar o risco não sistêmico (ou específico), que está associado a fatores internos das empresas ou dos setores econômicos, deixando a carteira exposta apenas ao risco sistêmico (ou de mercado), que afeta todos os ativos.

O retorno esperado de uma carteira é uma média ponderada dos retornos esperados dos ativos que a compõem. Os investidores, segundo a teoria tradicional, buscam maximizar esse retorno para um dado nível de risco ou, alternativamente, minimizar o risco para um dado nível de retorno. Nesse sentido, a eficiência de uma carteira é definida pela sua posição na chamada fronteira eficiente, que é o conjunto de carteiras que oferecem o maior retorno para um nível de risco dado ou o menor risco para um determinado retorno esperado.

Esses conceitos fundamentais são a base tanto do modelo clássico de otimização de carteiras de Markowitz quanto de abordagens mais modernas que utilizam aprendizado de máquina, como redes neurais recorrentes.

2.3 Teoria de Markowitz

[Markowitz \(1952\)](#) revolucionou a teoria financeira ao introduzir o modelo de otimização de carteiras conhecido como modelo de média-variância. Ele parte do princípio

de que os investidores são racionais e, portanto, preferem maximizar o retorno esperado de uma carteira para um determinado nível de risco. O modelo assume que os retornos dos ativos seguem uma distribuição normal e que o risco pode ser completamente descrito pela variância (ou desvio padrão) dos retornos.

A formulação matemática da teoria de Markowitz é baseada na covariância dos retornos entre os ativos. A diversificação eficaz ocorre quando os ativos têm uma baixa correlação entre si, de forma que o risco da carteira pode ser reduzido sem sacrificar o retorno. A covariância mede como os retornos de dois ativos se movem juntos; se a covariância for positiva, os ativos tendem a se mover na mesma direção, e se for negativa, eles se movem em direções opostas.

A função objetivo no modelo de Markowitz é minimizar a variância da carteira, dada uma restrição de retorno esperado (μ), o que pode ser representado pela seguinte fórmula:

$$\min_{\omega} \{\omega^T \Sigma \omega\} \text{ sujeito a } \sum \omega_i = 1 \text{ e } R^T \omega = \mu$$

onde

ω são os pesos da carteira;

Σ é a matriz de covariância dos retornos dos ativos;

R é o vetor de retornos esperados dos ativos.

A fronteira eficiente surge quando as carteiras são plotadas em um gráfico de risco-retorno. As carteiras localizadas na fronteira eficiente oferecem o melhor retorno possível para cada nível de risco assumido. As carteiras abaixo da fronteira são ineficientes, pois não otimizam a relação risco-retorno.

Entretanto, o modelo de Markowitz possui algumas limitações. Entre elas, podemos destacar (FABOZZI; HUANG; ZHOU, 2009):

1. A suposição de que os retornos seguem uma distribuição normal, o que nem sempre é válido nos mercados financeiros, onde eventos extremos são comuns.
2. A dependência de uma matriz de covariância estática, que pode não capturar a natureza dinâmica dos retornos dos ativos ao longo do tempo.
3. A sensibilidade às estimativas dos retornos esperados e da covariância, o que pode gerar resultados altamente variáveis dependendo dos dados históricos usados.

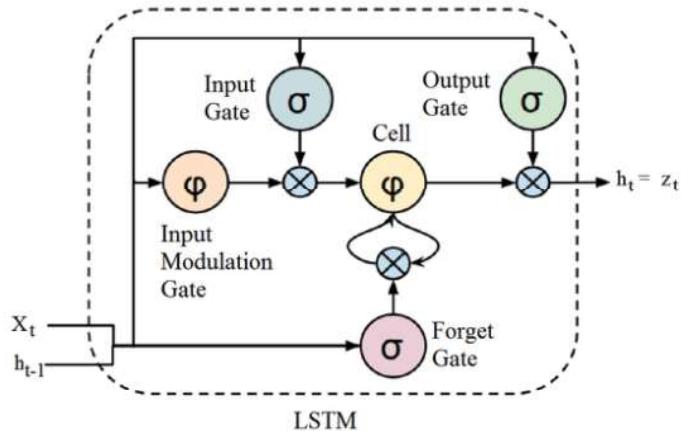


Figura 1 – Ilustração de uma célula LSTM

2.4 Redes Neurais Recorrentes (RNN) e Long Short-Term Memory (LSTM)

Com o avanço do aprendizado de máquina e do processamento de grandes volumes de dados, surgiram métodos alternativos para previsão de retornos e otimização de carteiras. Um dos modelos mais promissores é o das Redes Neurais Recorrentes (RNNs), que são particularmente úteis para dados sequenciais, como séries temporais financeiras (FISCHER; KRAUSS, 2018).

As RNNs são um tipo especial de rede neural que apresenta conexões de realimentação (feedback), permitindo que informações passadas influenciem a interpretação de dados futuros. Isso significa que a RNN pode “lembrar” de estados anteriores ao processar uma sequência, tornando-a ideal para modelar dependências temporais, como ocorre em mercados financeiros (GOODFELLOW, 2016).

No entanto, as RNNs tradicionais enfrentam dificuldades com sequências longas, pois tendem a esquecer as informações mais antigas, um problema conhecido como desvanecimento do gradiente. Para contornar essa limitação, foram desenvolvidas as Long Short-Term Memory (LSTM), propostas por Hochreiter e Schmidhuber (1997).

As LSTMs introduzem um mecanismo de “portas” que controlam o fluxo de informações dentro da rede, permitindo que ela retenha ou descarte informações de forma seletiva. Essas portas ilustradas na figura 1 incluem:

Porta de entrada: decide quais novas informações devem ser armazenadas no estado de longo prazo.

Porta de esquecimento: determina quais informações antigas devem ser descartadas.

Porta de saída: regula o quanto da memória armazenada será usada para a previsão atual.

Essas características permitem que as LSTMs capturem padrões de longo prazo em séries temporais, sendo, portanto, muito adequadas para prever retornos de ativos, que frequentemente dependem de dinâmicas complexas que ocorrem ao longo do tempo.

As LSTMs têm sido amplamente utilizadas em finanças para previsão de preços de ativos, análise de volatilidade e construção de carteiras, mostrando-se eficazes em situações onde os modelos tradicionais falham ao capturar as nuances dos dados financeiros. Elas têm a capacidade de aprender automaticamente com grandes volumes de dados sem a necessidade de hipóteses rígidas sobre a distribuição dos retornos. Isso permite que o modelo capture comportamentos de mercado inesperados, como quedas repentinas ou picos de volatilidade, o que pode ser extremamente útil na otimização de carteiras (HOCHREITER; SCHMIDHUBER, 1997; MA; HAN; WANG, 2021; GRAVES; SCHMIDHUBER, 2005).

2.5 Trabalhos relacionados

Estudos recentes demonstram uma crescente aplicação de redes neurais, em especial LSTMs, no campo de finanças. A combinação de redes neurais com modelos tradicionais, como o de Markowitz, tem sido uma abordagem promissora para obter carteiras mais eficientes, como os exemplos abaixo:

Heaton e Polson (2016) investigaram o uso de *deep learning* para prever retornos financeiros e otimizar portfólios, mostrando que redes neurais profundas superam métodos tradicionais em certos cenários. Eles destacam que essas redes conseguem capturar características mais complexas dos dados financeiros, proporcionando carteiras que se comportam de maneira mais eficiente, especialmente em ambientes de mercado voláteis.

Fischer e Krauss (2018) investigaram o uso de LSTM para previsão de séries temporais financeiras, explorando seu desempenho no mercado de ações, especificamente no universo do S&P 500 de 1992 a 2015. O LSTM apresentou desempenho robusto em relação as outras técnicas estudadas, embora sua vantagem diminua após 2010 com aumento a eficiência do mercado neste período.

Gu, Kelly e Xiu (2020) também aplicaram uma abordagem baseada em aprendizado de máquina para precificação de ativos e encontraram que as LSTMs, quando treinadas adequadamente, podem capturar relações não-lineares entre fatores de risco e retornos de ativos. Eles argumentam que, embora esses métodos demandem grande capacidade computacional, os ganhos em precisão e robustez na previsão de retornos podem justificar seu uso em grandes fundos de investimentos.

Esses estudos mostram que a combinação de abordagens tradicionais e métodos baseados em aprendizado profundo oferece uma vantagem significativa, especialmente em

um cenário de incerteza crescente nos mercados globais. Para mais detalhes, [Ma, Han e Wang \(2021\)](#), [Ghahtarani, Saif e Ghasemi \(2022\)](#) apresentam uma revisão mais abrangente de trabalhos da literatura.

2.6 Considerações finais

Esse capítulo sumarizou os conceitos essenciais da literatura, apresentando a teoria de seleção de carteira por média-variância de Markowitz, predição de séries com redes neurais recorrentes e suas aplicações na área financeira e até previsão de carteiras. No próximo capítulo, é abordada a condução desse trabalho detalhando os dados utilizados e os métodos aplicados para geração e análise dos resultados.

3 Metodologia

3.1 Considerações iniciais

Este trabalho visa avaliar a performance anualizada da seleção de carteira de ações utilizando a tradicional técnica de Markowitz contrastada com uma técnica combinada com redes neurais recorrentes com LSTM. Para isso, são inicialmente apresentados os dados trabalhados e, posteriormente, os métodos aplicados, medições e gráficos produzidos.

3.2 Materiais

Os dados diários de preços de fechamento ajustados utilizados neste trabalho foram extraídos do *Yahoo!Finance*¹. Foi extraído um conjunto de 15 ativos de setores não cíclicos da B3 para avaliação:

Água e Saneamento: CSMG3.SA, SAPR4.SA, SBSP3.SA

Energia Elétrica: ALUP11.SA, CMIG3.SA, CPLE6.SA, EGIE3.SA, ELET3.SA,

Intermediários Financeiros - Bancos: BBAS3.SA, BBDC4.SA, BPAC11.SA, ITUB4.SA, SANB11.SA

Previdência e Seguros - Seguradoras: BBSE3.SA, PSSA3.SA

O período de extração adotado foi de 15 de outubro de 2018 até a data de 15 de outubro de 2023. A escolha do período foi para garantir uma série completa de todos os ativos escolhidos e permitir uma comparação dos resultados no período de um ano posterior. A extração utiliza a biblioteca *Yahoo!Finance API*² do Python para recuperar os dados da internet.

Outro dado importante extraído foi a taxa diária SELIC para representar a taxa livre de risco. Essa informação é baixada diretamente do site do banco central por uma API³ disponibilizada e tratada aqui para utilização junto à série. Esse dado foi utilizado no processo de aprendizado da rede neural descrita adiante.

¹ Yahoo!Finance. Disponível em: <https://finance.yahoo.com/>. Acesso em: 16 out. 2024.

² Yahoo!Finance API. Disponível em: <https://pypi.org/project/yfinance/>. Acesso em: 18 out. 2024.

³ API Bacen da série diária SELIC. Disponível em: <https://api.bcb.gov.br/dados/serie/bcdata.sgs.11/dados?formato=json&dataInicial=01/05/2021&dataFinal=31/12/2023>. Acesso em: 18 out. 2024.

3.3 Métodos aplicados

Nesta seção, são descritas as etapas de desenvolvimento desse trabalho utilizando a série histórica diária para a produção das duas carteiras selecionadas com base na série original e na série produzida com base na descrição da rede neural.

3.3.1 Análise exploratória dos dados

Primeiramente, foram realizadas algumas análises exploratórias sobre os dados, para compreender melhor os dados utilizados. Estes experimentos ajudam, inclusive, na escolha do período de estudos a ser analisado.

Dentre as análises, estão:

1. o gráfico de histórico dos preços ajustados de fechamento no período;
2. o gráfico normalizado a partir do valor 100 no início do período do histórico dos preços ajustados de fechamento;
3. os gráficos da relação de retornos dos ativos comparados com os retornos pelo índice Ibovespa, apresentando o β associado;
4. os gráficos por ativos de distribuição de retornos através de histograma e também os retornos no tempo;

Essa análise exploratória também ajudou a excluir alguns ativos planejados inicialmente e escolher um período de teste deste trabalho. Esse detalhamento será explicado melhor nos resultados da análise.

3.3.2 Experimentos executados para seleção de carteira de média-variança com a série real

Nessa etapa é montada a configuração da simulação de carteiras para a seleção da carteira de melhor índice *sharpe*.

Para a seleção da carteira, adota-se a série histórica extraída dos 15 ativos e aplicada para a geração da carteira ótima. As configurações adotadas são:

- Retornos médios e volatilidade anualizados dos ativos num período de 5 anos descrito na seção 3.2;
- Adoção da taxa livre de risco de 10,75% baseada na taxa SELIC;
- 100000 carteiras simuladas;

Para cada carteira gerada, são calculados retorno, volatilidade e os pesos associados a cada ativo. Ao final, seleciona-se a carteira de maior *sharpe*. Para avaliação dos resultados, é produzido o gráfico de risco/retorno com as diversas carteiras produzidas, destacando a carteira selecionada e também as informações das proporções dos ativos na carteira selecionada, com seus respectivos riscos e retornos esperados.

3.3.3 Predição da série utilizando rede neural recorrente com LSTM

A predição da série a ser utilizada na comparação é implementada com uma rede neural recorrente. O algoritmo de previsão adotado segue a estrutura conforme tabela 1 e utiliza o pacote *tensorflow* no Python para rodar todo o treinamento e predição da série.

Para a entrada da rede, além dos retornos diários gerados a partir dos dados dos preços de fechamentos ajustados, foram também calculados para compor a série de dados a média móvel, o indicador de *momentum* e Z-score da banda de *bollinger* de 20 períodos (indicadores explicados no cap. 2). Complementarmente, são adicionados os dados da taxa SELIC diária para compor as informações básicas. Todos esses dados combinados produzem 61 dados de entrada para a rede por dia.

A configuração adotada de entrada utiliza os 22 períodos anteriores com as 61 características extraídas dos 15 ativos, através de um janelamento de 22 períodos (dias). Os dados originais são também separados em treinamento, validação e teste (70%, 20%, 10%) e o parâmetro *LSTM batch size* das 2 camadas LSTM é 512.

A saída da rede resulta numa série do período subsequente das 15 saídas - uma para cada ativo - indicando o retorno subsequente. Dessa etapa, são produzidos os gráficos comparativos dos retornos diários reais e os previstos pela rede neural, e ainda é apresentado o gráfico de redução do erro de aprendizado da rede conforme as épocas são rodadas para confirmação de que o algoritmo rodou corretamente.

3.3.4 Experimentos executados para seleção de carteira de média-variança com a série gerada pela rede neural

Após a produção das novas séries pela rede, é aplicada a técnica de média-variância da mesma maneira que na seção 3.3.2, apenas adotando-se a nova série prevista pela rede

Tabela 1 – Estrutura da rede neural recorrente com camadas LSTM

Camada (tipo)	Saída	Param #
Normalização - Batch_Norm_1 (BatchNormalization)	(22, 61)	244
LSTM Encoder - LSTM_1 (LSTM)	(22, 512)	1175552
LSTM Decoder - LSTM_2 (LSTM)	(512)	2099200
Saída - Dense_1 (Dense)	(256)	131328
Pós-processamento - Returns (Dense)	(15)	3855

neural explicada na seção 3.3.3. Os resultados e gráficos da carteira selecionada são iguais aos adotados para a série histórica real.

3.3.5 Discussão dos resultados

Ao final, avalia-se os resultados encontrados e apresentam-se os prós e contras das soluções. Ainda, para efeito de validação extra, é calculado o retorno real esperado de cada uma das carteiras selecionadas no ano subsequente e comparados os resultados das duas técnicas, verificando as divergências produzidas.

3.4 Considerações finais

Todo esse trabalho foi desenvolvido num notebook Python e seus códigos estão disponíveis no github⁴. O próximo capítulo contém os resultados e discussões desse desenvolvimento.

⁴ Github de Willian D. Oliveira. Disponível em: <https://github.com/williandener/2024-TCC-egf-pece-poli-usp>. Acessado: 02-11-2024

4 Resultados e discussão

Este capítulo apresenta os resultados encontrados durante todas as etapas de experimentos realizadas e as discussões apropriadas.

4.1 Análise de dados

O gráfico de histórico dos preços ajustados de fechamento dos ativos no período está na fig 2. O propósito foi uma análise visual dos preços no tempo e identificar possíveis ativos com dados faltantes e que precisavam ser avaliados. Nesta análise dos 18 ativos inicialmente planejados, foram identificados 2 ativos do setor de *Água e Saneamento* (AMBP3.SA e ORVR3.SA) e um ativo do setor de *Previdência e Seguros - Seguradoras* (CXSE3.SA) com dados faltantes na série. Como o trabalho não tem o propósito de tratar dados faltantes e a ausência prejudica o tratamento a ser adotado, os ativos foram retirados da análise, portanto, não estão listados no gráfico.



Figura 2 – Preço de fechamento ajustado no período analisado de todos os ativos estudados.

A figura 3 contém o gráfico de histórico dos preços ajustados de fechamento normalizados a partir de 100 no período para permitir uma comparação relativa. Enquanto os gráficos da relação de retornos dos ativos comparados com os retornos pelo índice Ibovespa, apresentando o β , são colocados na figura 4. Esses gráficos objetivam uma análise empírica sobre os dados para tentar melhorar o ajuste dos parâmetros da rede neural, contudo, a escolha dos parâmetros se faz complexa.

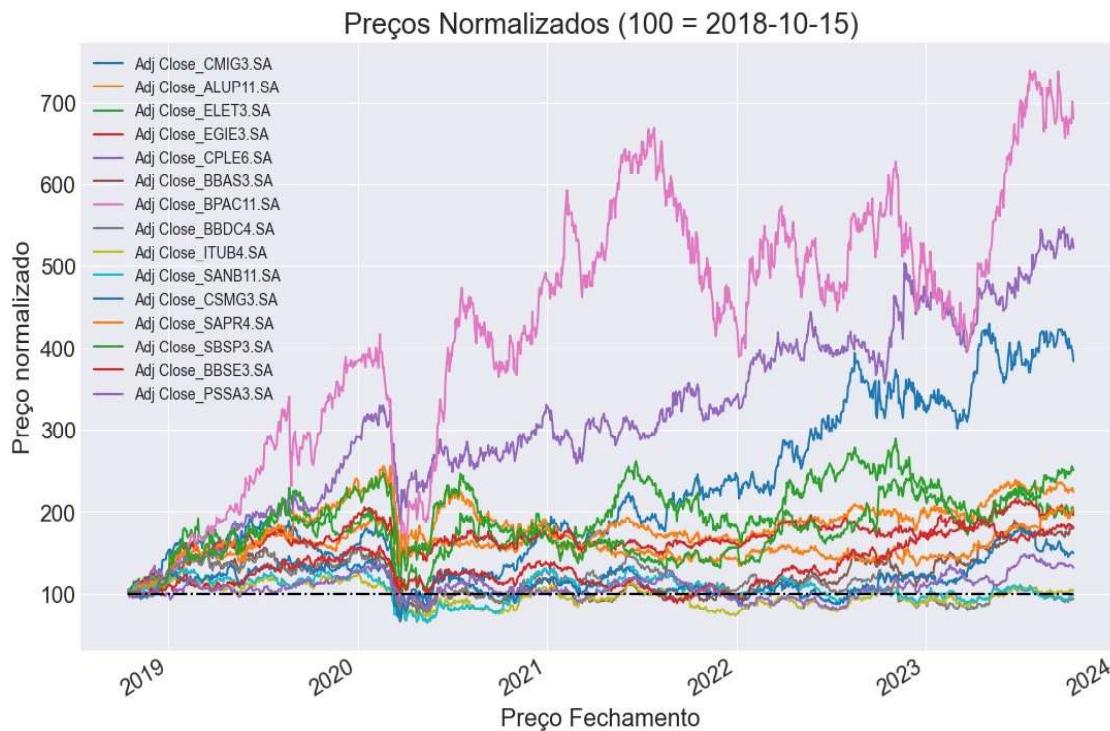


Figura 3 – Preço de fechamento ajustado e normalizado a partir de 100 no período analisado de todos os ativos estudados.

As figuras 5 e 6 contêm os gráficos por ativos de distribuição de retornos através de histograma e também os retornos no tempo. Esses gráficos permitem validar os retornos de cada ativo e avaliar sua proximidade com uma distribuição normal.

Tais análises exploratórias focaram em aprofundar sobre as características dos ativos escolhidos e validá-los para os estudos de carteiras. As próximas sessões consideram os resultados das aplicações de Markowitz sobre a série histórica original para seleção da carteira de maior *Sharpe* e apresentam os resultados do treinamento e validação da rede neural e a criação da série utilizando essa rede com a aplicação posterior de Markowitz para seleção da carteira de maior *Sharpe* sobre essa série.

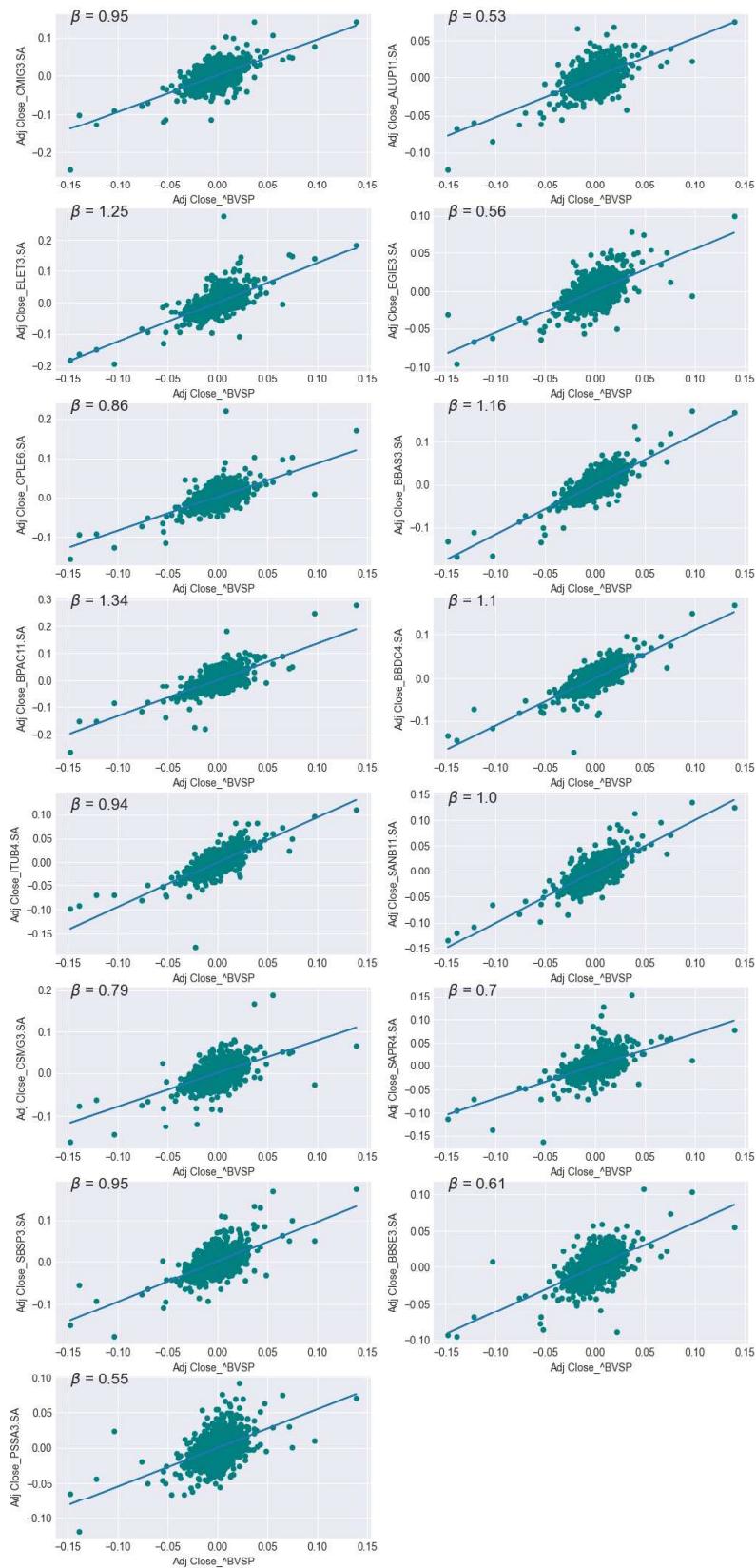


Figura 4 – Gráficos por ativos de relação de retornos ajustados com relação aos retornos pelo Ibovespa.

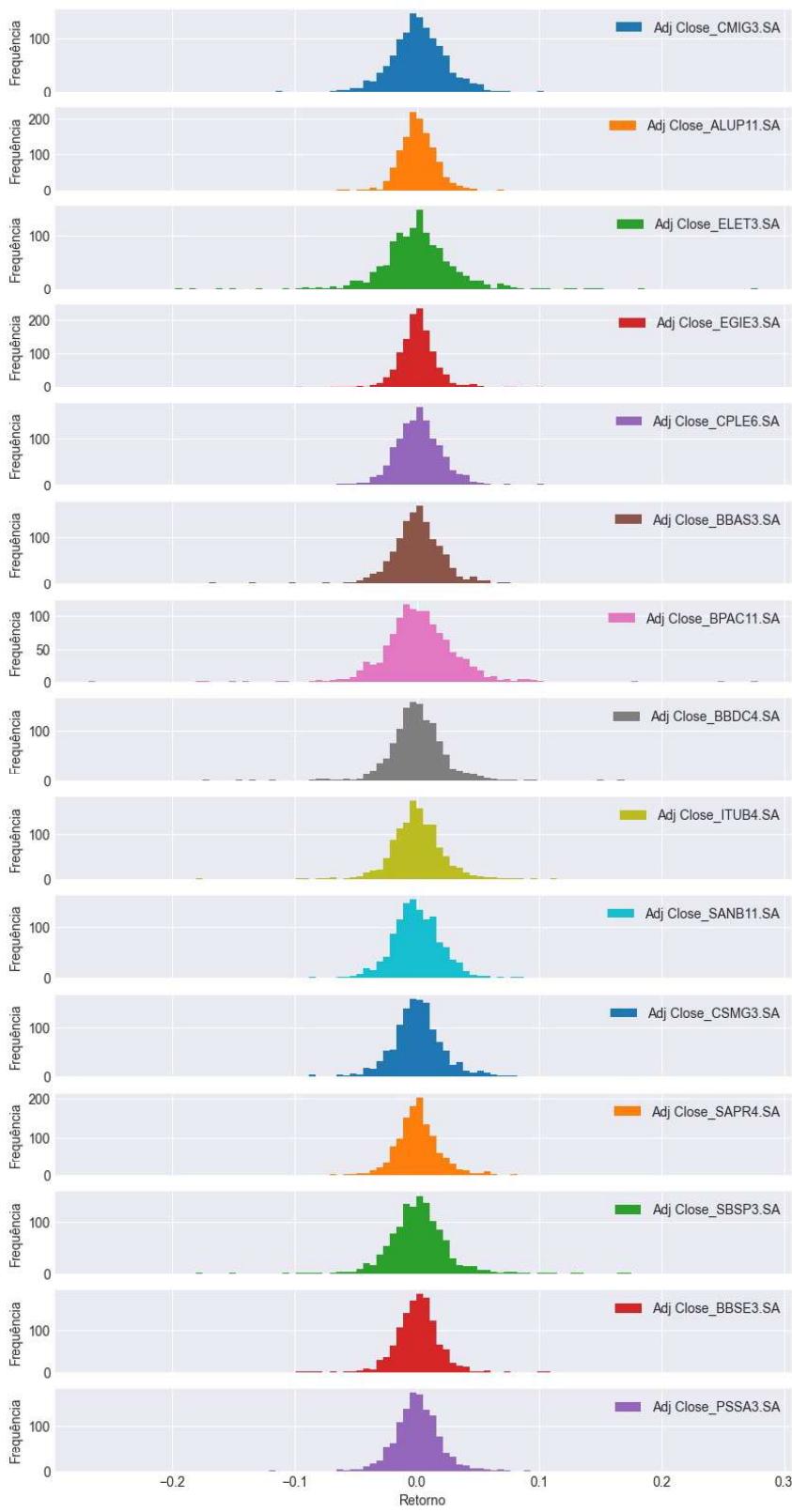


Figura 5 – Frequência de retornos diários no período analisado de todos os ativos estudados.

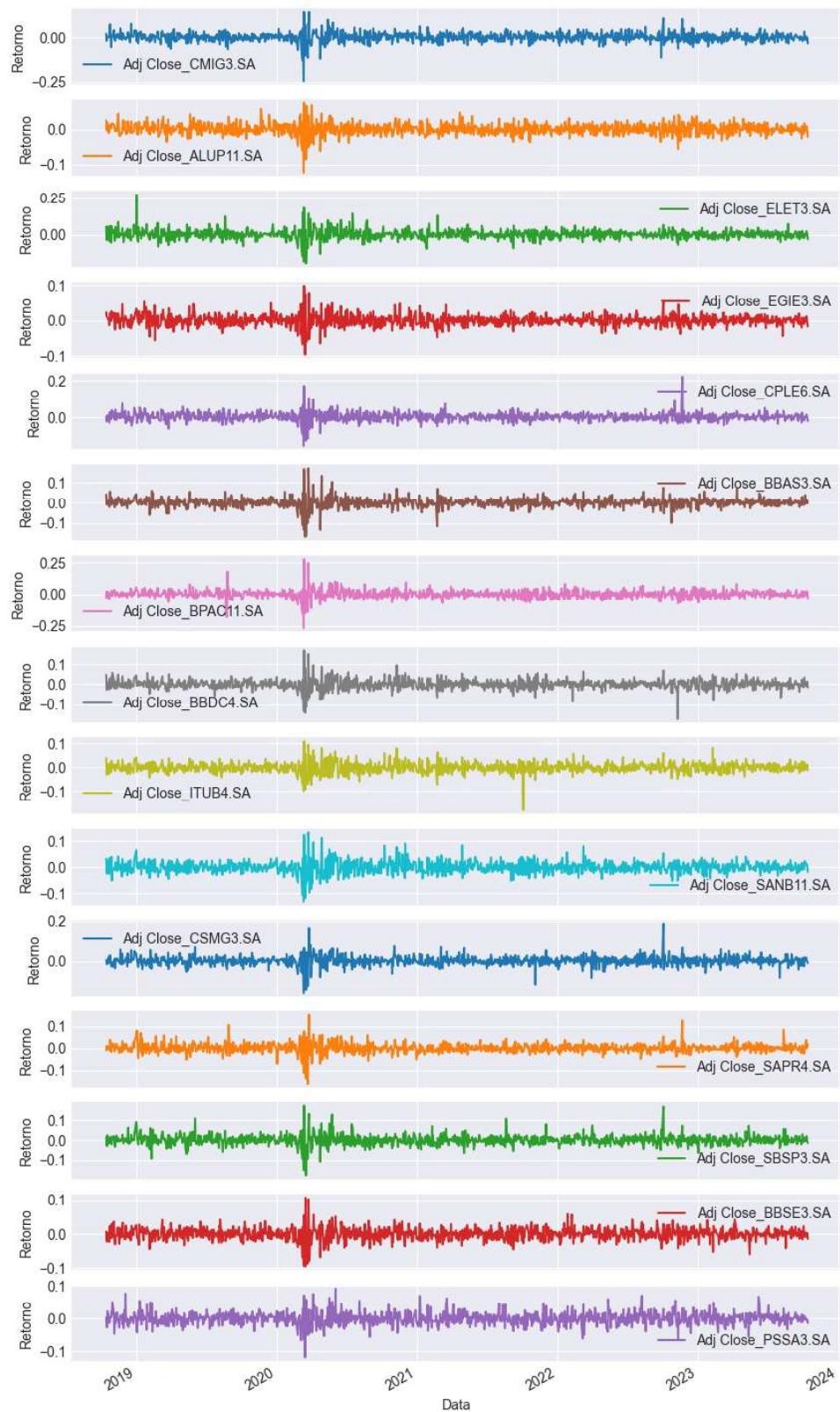


Figura 6 – Retornos diárias no período analisado de todos os ativos estudados.

4.2 Carteira de maior Sharpe segundo Markowitz considerando a série histórica

Após a aplicação da técnica tradicional de Markowitz considerando a série histórica de preços no período, os pesos a serem adotados por cada ativo no portfólio ótimo estão na tabela 2. Esse resultado apresenta uma previsão de retorno de aproximadamente 25,52% para uma volatilidade de 25,99%. A figura 7 contém gráfico da técnica de Markowitz destacando a carteira de maior Sharpe com uma estrela.

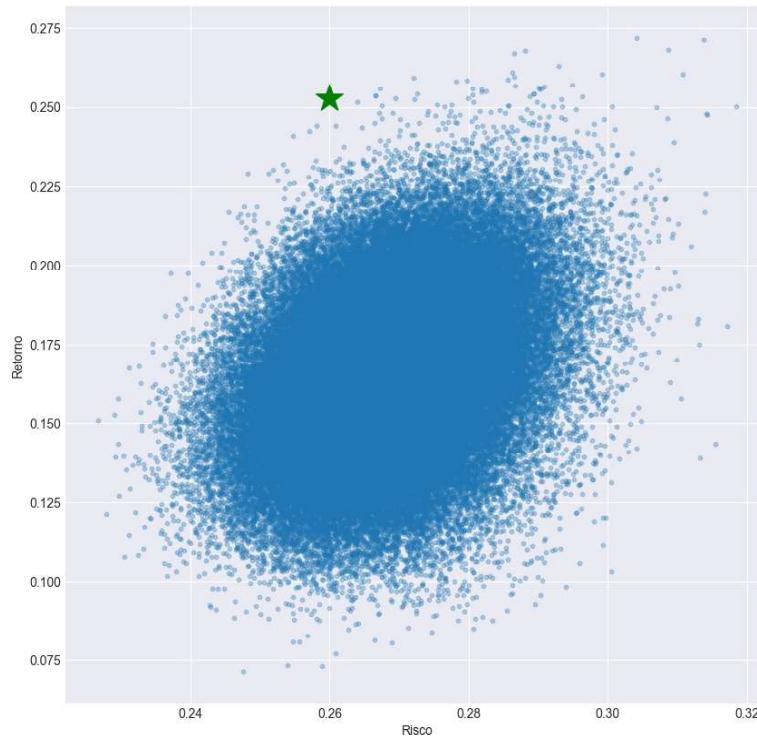


Figura 7 – Gráfico da técnica de Markowitz destacando com uma estrela o portfólio ótimo

4.3 Resultado da geração da série de retornos com rede neural recorrente com LSTM

Antes de apresentar a seleção da carteira pela técnica de rede neural recorrente com LSTM e Markowitz, a figura 8 contém gráfico de redução da perda conforme o treinamento e validação pelas épocas. Para todo o período, são gerados os retornos preditos de cada ativo e a figura 9 apresenta uma amostra desses valores comparados com os resultados reais ao fundo.

Tabela 2 – Proporção de ativos na carteira ótima calculada segunda a técnica tradicional de Markowitz.

Ativo	Proporção na carteira
ALUP11.SA	0.182156
CMIG3.SA	0.083934
CPL6.SA	0.213541
EGIE3.SA	0.057728
ELET3.SA	0.044947
BBAS3.SA	0.088408
BBDC4.SA	0.003266
BPAC11.SA	0.101588
ITUB4.SA	0.013608
SANB11.SA	0.000740
CSMG3.SA	0.000198
SAPR4.SA	0.020103
SBSP3.SA	0.012554
BBSE3.SA	0.145092
PSSA3.SA	0.032137

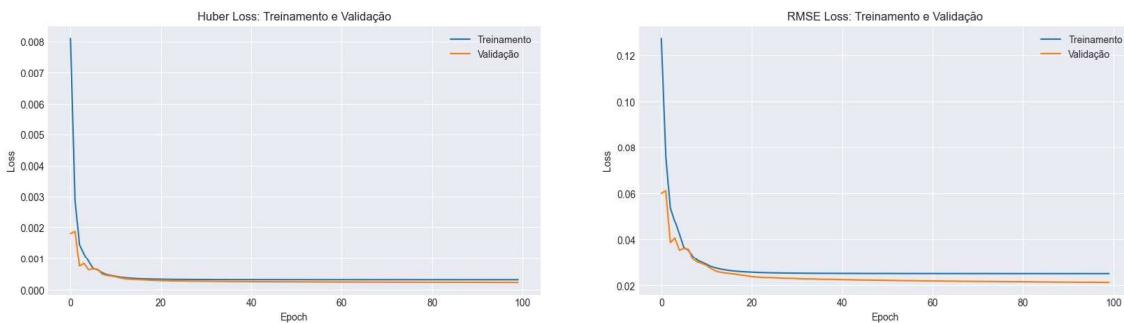


Figura 8 – Gráfico de redução da perda conforme o treinamento e validação pelas épocas.

4.4 Carteira de maior sharpe segundo Markowitz considerando a série resultante da rede neural

Após a aplicação da técnica combinada, os pesos a serem adotados por cada ativo no portfólio ótimo estão na tabela 3. Esse resultado apresenta uma previsão de retorno de aproximadamente 52,48% para uma volatilidade de 2,83%. A figura 10 contém o gráfico da técnica de rede neural recorrente com LSTM e Markowitz, destacando com uma estrela o portfólio ótimo.

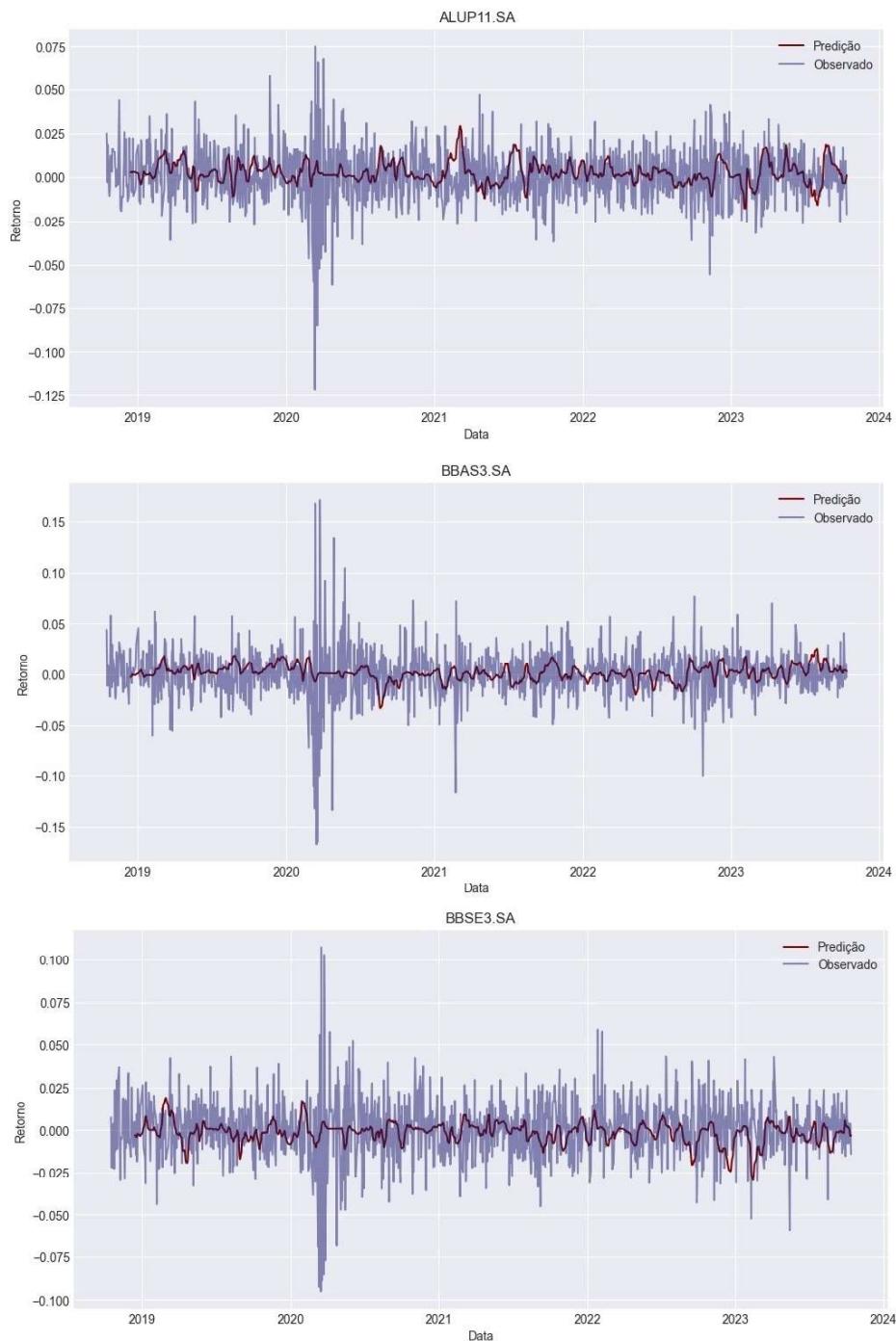


Figura 9 – Amostra de retornos preditos de ativos no período analisado para a validação.

Tabela 3 – Proporção de ativos na carteira ótima calculada segunda a técnica de rede neural recorrente com LSTM e Markowitz.

Ativo	Proporção na carteira
CMIG3.SA	0.095679
ALUP11.SA	0.101415
ELET3.SA	0.092832
EGIE3.SA	0.072687
CPLE6.SA	0.149463
BBAS3.SA	0.003438
BPAC11.SA	0.050576
BBDC4.SA	0.098667
ITUB4.SA	0.017821
SANB11.SA	0.038664
CSMG3.SA	0.020199
SAPR4.SA	0.138186
SBSP3.SA	0.030221
BBSE3.SA	0.001078
PSSA3.SA	0.089074

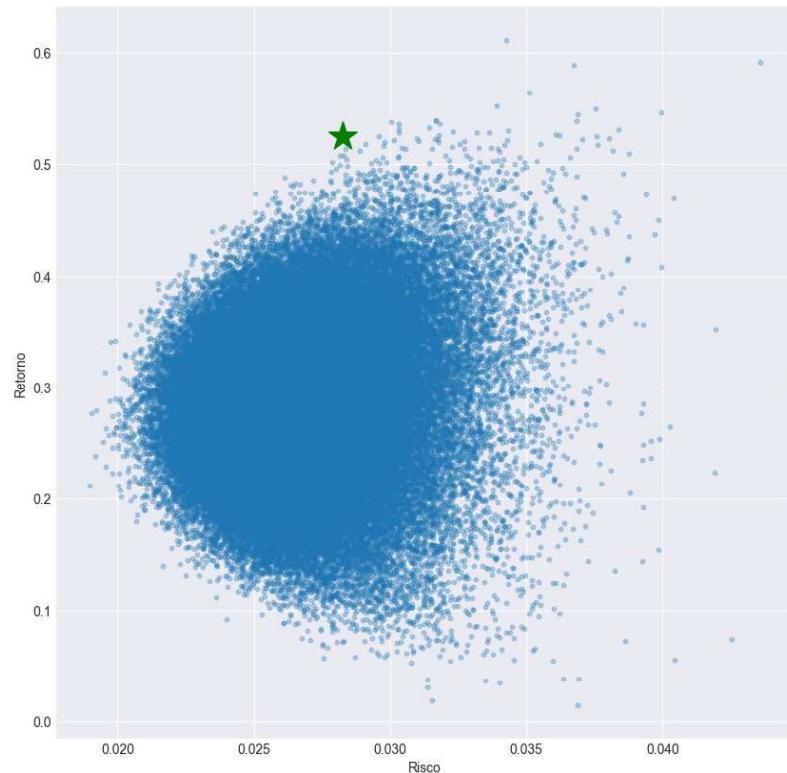


Figura 10 – Gráfico da técnica de rede neural recorrente com LSTM e Markowitz destacando com uma estrela o portfólio ótimo.

4.5 Discussão dos resultados e avaliação do retorno real das carteiras no período futuro

Quando comparados os resultados, a escolha deveria ser a técnica de rede neural recorrente com LSTM e Markowitz, visto que apresenta melhor retorno esperado e com baixa volatilidade. Embora este resultado seja promissor, na próxima etapa realizamos o cálculo de retorno real no período subsequente para comparação.

Como validação final sobre as duas carteiras encontradas, foram recuperados os preços e calculado o retorno no período de 1 ano subsequente (16-10-2023 a 16-10-2024) para comparar com os resultados encontrados pelas duas técnicas. Com a carteira gerada pela série histórica, o retorno é de 16,93%, enquanto com a série gerada pela técnica de RNN com LSTM houve um retorno real de 24,55%. A figura 11 apresenta o retorno acumulado no período. Observa-se que a carteira da série predita pela rede neural apresentou resultado superior, porém o erro entre o retorno previsto e o retorno real é maior em relação ao esperado.



Figura 11 – Gráfico de retorno acumulado na série histórica de 16-10-2023 a 16-10-2024 das duas carteiras geradas no período.

5 Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho comparou carteiras com maior *Sharpe* selecionadas pela clássica técnica de Markowitz utilizando séries geradas por uma rede neural e séries históricas. Os experimentos evidenciaram que a aplicação de Markowitz sobre a série gerada pela rede neural trouxe resultados promissores em relação à aplicação da técnica sobre a série histórica. Contudo, recomenda-se a aplicação cuidadosa e combinada das duas técnicas, pois sua comparação com o retorno das carteiras no próximo período anualizado foi consideravelmente diferente entre os resultados projetados nos dois experimentos. Observa-se que a discrepância entre o retorno real e a previsão foi menor para a técnica utilizando a série histórica.

Embora o resultado tenha sido promissor, o trabalho abre portas para explorar novas técnicas de seleção de carteiras e para expandir os estudos com um número maior de ativos. Assim, sucintamente, são apresentados alguns trabalhos futuros que podem ser aplicados:

1. Aplicação de outras técnicas de aprendizado de máquina para a predição dos preços dos ativos, como ARIMA, SARIMA, k-vizinhos mais próximos e k-means;
2. Inclusão de novos ativos para avaliar a escalabilidade de flexibilidade de execução das técnicas desenvolvidas;
3. Inclusão de outros indicadores técnicos e adição de outras informações macroeconômicas para incrementar dados da série trazendo um melhor treinamento para a técnica de aprendizado de máquina;
4. Avaliar o resultados da técnica em outra periodicidade de avaliação como semanal, mensal, trimestral;
5. Aplicação de outros técnicas de seleção de portfólio além de tradicional técnica de Markowitz, incluindo versão com restrições para seleção da carteira.

Referências

- CHOI, D. *AI-based Portfolio Selection*. 2024. Disponível em: <<https://github.com/dongheechoi/ai-portfolio-selection>>. Citado na página 11.
- CHOI, D. et al. Deepclair: Utilizing market forecasts for effective portfolio selection. arXiv, 2024. Citado na página 11.
- FABOZZI, F. J.; HUANG, D.; ZHOU, G. Robust portfolios: contributions from operations research and finance. *Annals of Operations Research*, Springer Science and Business Media LLC, v. 176, n. 1, p. 191–220, jan. 2009. ISSN 1572-9338. Citado na página 16.
- FASTERCAPITAL. *Adjusted Closing Price and Dividends: Unveiling the Connection*. 2024. Disponível em: <<https://fastercapital.com/content/Adjusted-Closing-Price-and-Dividends--Unveiling-the-Connection.html>>. Citado na página 13.
- FISCHER, T.; KRAUSS, C. Deep learning with long short-term memory networks for financial market predictions. *European Journal of Operational Research*, v. 270, n. 2, p. 654–669, 2018. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221717310652>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- GHAHTARANI, A.; SAIF, A.; GHASEMI, A. Robust portfolio selection problems: a comprehensive review. *Operational Research*, Springer Science and Business Media LLC, v. 22, n. 4, p. 3203–3264, fev. 2022. ISSN 1866-1505. Citado 3 vezes nas páginas 11, 12 e 19.
- GOODFELLOW, I. *Deep learning*. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 2016. (Adaptive computation and machine learning). Includes bibliographical references and index. ISBN 9780262337373. Citado na página 17.
- GRAVES, A.; SCHMIDHUBER, J. Framewise phoneme classification with bidirectional lstm and other neural network architectures. *Neural Networks*, Elsevier BV, v. 18, n. 5–6, p. 602–610, jul. 2005. ISSN 0893-6080. Citado na página 18.
- GU, S.; KELLY, B.; XIU, D. Empirical asset pricing via machine learning. *The Review of Financial Studies*, Oxford University Press, v. 33, n. 5, p. 2223–2273, 2020. Citado na página 18.
- HEATON, J.; POLSON, N. Deep learning for finance: Deep portfolios. *SSRN Electronic Journal*, Elsevier BV, 2016. ISSN 1556-5068. Citado na página 18.
- HOCHREITER, S.; SCHMIDHUBER, J. Long short-term memory. *Neural Computation*, MIT Press, v. 9, n. 8, p. 1735–1780, nov. 1997. ISSN 1530-888X. Disponível em: <<https://direct.mit.edu/neco/article-abstract/9/8/1735/6109/Long-Short-Term-Memory?redirectedFrom=fulltext>>. Citado 3 vezes nas páginas 11, 17 e 18.

MA, Y.; HAN, R.; WANG, W. Portfolio optimization with return prediction using deep learning and machine learning. *Expert Systems with Applications*, Elsevier BV, v. 165, p. 113973, mar. 2021. ISSN 0957-4174. Citado 2 vezes nas páginas [18](#) e [19](#).

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, mar. 1952. Disponível em: <<https://www.jstor.org/stable/2975974>>. Citado 2 vezes nas páginas [11](#) e [15](#).

PRING, M. J. *Study guide for Technical Analysis Explained*. 5th ed.. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2014. Description based on online resource; title from title page (Safari, viewed Feb. 7, 2014). ISBN 0071824057. Citado na página [13](#).

REIS, T. *Você sabe como funciona o conceito de preço de fechamento ajustado?* 2021. Disponível em: <<https://www.suno.com.br/artigos/preco-fechamento-ajustado/>>. Citado na página [13](#).

SUN, S.; WANG, R.; AN, B. Reinforcement learning for quantitative trading. *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology*, Association for Computing Machinery (ACM), v. 14, n. 3, p. 1–29, mar. 2023. ISSN 2157-6912. Citado na página [11](#).

TEIXEIRA, L. A.; OLIVEIRA, A. L. I. de. A method for automatic stock trading combining technical analysis and nearest neighbor classification. *Expert Systems with Applications*, Elsevier BV, v. 37, n. 10, p. 6885–6890, out. 2010. ISSN 0957-4174. Citado na página [13](#).