



Universidade de São Paulo – USP
Escola de Engenharia de São Carlos – EESC
Departamento de Engenharia Mecânica – SEM



Introdução a dinâmica lateral veicular através de um simulador no Matlab e Simulink

Fernando Seiti Misina

São Carlos

2017

Fernando Seiti Misina

**Introdução a dinâmica lateral veicular através de um simulador no Matlab
e Simulink**

Trabalho de Conclusão de Curso,
apresentado como requisito para a
obtenção do grau de Engenheiro
Mecânico, pela Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São Paulo

**Orientadora: Luralice de Campos
Franceschini Canale**

**São Carlos
2017**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

M678i Misina, Fernando Seiti
Introdução a dinâmica lateral veicular através de
um simulador no Matlab e Simulink / Fernando Seiti
Misina; orientadora Lauralice de Campos Franceschini
Canale. São Carlos, 2017.

Monografia (Graduação em Engenharia de Produção
Mecânica) -- Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, 2017.

1. Dinâmica lateral. 2. Automobilística. 3.
Simulação. 4. Matlab. 5. Simulink. 6. Dinâmica
veicular. 7. Pneu. I. Título.

FOLHA DE AVALIAÇÃO

Candidato: Fernando Seiti Misina

Título: Introdução a dinâmica lateral veicular através de um simulador no Matlab e Simulink

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo
Curso de Engenharia Mecânica.

BANCA EXAMINADORA

Professora Dra. Loralice de Campos Franceschini Canale (Orientadora)

Nota atribuída: 8,0 (oito e zero) L. C. Canale
(assinatura)

Dr. Antônio Carlos Canale

Nota atribuída: 9,0 (nove e zero) A. C. Canale
(assinatura)

Prof. Dr. Luiz Carlos Passarini

Nota atribuída: 8,0 (oito e zero) L. C. Passarini
(assinatura)

Média: 8,3 (oito e três)

Resultado: APROVADO

Data: 21/06/2017

Este trabalho tem condições de ser hospedado no Portal Digital da Biblioteca da EESC

SIM ☒ NÃO ☐ Visto do orientador ABC

DEDICATÓRIA

A todos que se interessarem em conhecer um pouco do grande campo da dinâmica lateral veicular.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Antônio Carlos Canale, pela oportunidade dada e pelo apoio na elaboração desse trabalho.

À Prof.^a Dr.^a Luralice de Campos Franceschini Canale, pelo suporte não só nesse trabalho como em outros trabalhos.

Aos meus pais por sempre me incentivar, guiar, amar e prover tudo que eu sempre precisei para que eu chegasse até aqui.

RESUMO

MISINA, F.S. **Introdução a dinâmica lateral veicular através de um simulador no Matlab e Simulink.** Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2017.

No estudo da dinâmica lateral veicular muitas vezes não é levada em conta a região não linear da curva do pneu, no entanto, os pneus costumam trabalhar nessa região durante testes de segurança e em veículos trafegando a altas velocidades em curvas de raio pequeno. Visando realizar um estudo do comportamento de um veículo na curva e levando em conta a região não linear da curva do pneu, foi adaptado o modelo de bicicleta encontrado na literatura e a partir dele o equacionamento descrevendo o comportamento do veículo em uma curva. Esse equacionamento foi implementado no ambiente Simulink do Matlab, em que foi criado um simulador usando as equações desenvolvidas. Junto ao simulador foram criados códigos para gerar as curvas do pneu a partir de arquivos contendo dados de testes dos pneus. Com esses dados e os dados de alguns veículos foram feitas simulações dos veículos numa curva de raio constante e velocidade e ângulo de esterçamento variáveis. Os resultados mostram a importância de se dispor corretamente o peso em um veículo e como o mesmo se comporta ao realizar uma curva.

Palavras-chave: Dinâmica lateral. Automobilística. Simulação. Matlab. Simulink. Dinâmica veicular. Pneu.

ABSTRACT

MISINA, F.S. **Introduction to vehicular lateral dynamics through a simulator in Matlab and Simulink.** Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2017.

In the study of vehicular lateral dynamics, the nonlinear region of the tire curve is often not considered, however, tires usually work in this region during safety tests and in vehicles traveling at high speeds in small-radius curves. To carry out a study of the behavior of a vehicle in the curve and considering the nonlinear region of the tire curve, a bicycle model adapted from the literature was developed and from it a series of equations describing its behavior in a curve. Then these equations were transferred to Simulink in Matlab, in which a simulator was created using the developed equations. Concomitantly to the simulator were created codes to generate the tire curves from files containing tire test data. With these data and the data of some vehicles, simulations were done in a curve of constant radius and variable speed. The results show the importance of correctly arranging the weight in a vehicle and how it behaves when performing a curve.

Keywords: Lateral dynamics. Automobile. Simulation. Matlab. Simulink. Vehicle dynamics. Tire.

LISTA DE SÍMBOLOS

β	Ângulo de derrapagem
v	Velocidade de guinada
V	Velocidade longitudinal
β_r	Ângulo de derrapagem traseiro
L_r	Distância do eixo traseiro ao CG
r	Taxa de guinada
β_f	Ângulo de derrapagem dianteiro
L_f	Distância do eixo dianteiro ao CG
α_f	Ângulo de ataque dianteiro
δ	Ângulo de esterçamento
α_r	Ângulo de ataque traseiro
L	Distância entre eixos
R	Raio da curva
F_{yf}	Força lateral dianteira
$C\alpha_f$	Cornering stiffness dianteiro
F_{yr}	Força lateral traseira
$C\alpha_r$	Cornering stiffness traseiro
F_y	Força lateral
Y_β	Derivada em β da força lateral
Y_r	Derivada em r da força lateral
Y_δ	Derivada em δ da força lateral
N_f	Torque no eixo dianteiro
N_r	Torque no eixo traseiro
N	Torque total
N_β	Derivada em β do torque total
N_r	Derivada em r do torque total
N_δ	Derivada em δ do torque total
K	Gradiente de esterçamento
a_y	Aceleração lateral
m_f	Massa suspensa no eixo dianteiro

W_f	Peso no eixo dianteiro
g	Aceleração da gravidade
W_r	Peso no eixo traseiro
V_{car}	Velocidade característica
V_{crit}	Velocidade crítica
e	Distância do CG ao ponto de esterçamento neutro
SM	Margem de estabilidade estática
L_{fPN}	Distância do eixo dianteiro ao ponto neutro
W_{fPN}	Peso em cima do eixo dianteiro
W_{rPN}	Peso em cima do eixo traseiro
m	Massa total do veículo
t	tempo
I_z	Momento de inércia
$\dot{r}$	Taxa de variação da taxa de guinada
ζ	Fator de amortecimento
ω_n	Frequência natural
ω_a	Frequência amortecida
F_{yi}	Força lateral com correção
A	Fator de correção para o eixo dianteiro
B	Fator de correção para o eixo traseiro
A'	Derivada do valor A
B'	Derivada do valor B
K_{nl}	Gradiente de esterçamento não linear
y	Forma geral da Fórmula Mágica
D	Coeficiente do valor de pico
C	Coeficiente do fator de forma
B	Coeficiente do fator de rigidez
x	Variável de entrada na forma geral da Fórmula Mágica
E	Coeficiente do fator de curvatura
S_v	Deslocador vertical da curva
X	Variável de entrada em x
S_H	Deslocador horizontal da curva
E_0	Fator de curvatura

F'_{zo}	Carga nominal adaptada
λ_{Fzo}	Fator de escala
F_{zo}	Carga nominal
df_z	Mudança normalizada na carga vertical
γ^*	Giro devido ao ângulo γ
D_y	Coeficiente do valor de pico
C_y	Coeficiente do fator de forma
B_y	Coeficiente do fator de rigidez
α_y	Ângulo alfa corrigido
E_y	Coeficiente do fator de curvatura
S_{Vy}	Deslocamento vertical
α^*	Ângulo alfa calculado para slip angle altos
S_{Hy}	Deslocamento horizontal
p_{Cy1}	Fator de forma para força lateral
λ_{Cy}	Fator de escala para o fator de forma
μ_y	Coeficiente de fricção
F_z	Carga vertical
p_{Dy1}	Coeficiente para fricção lateral μ_y
p_{Dy2}	Coeficiente da variação de μ_y com a carga
p_{Dy3}	Coeficiente da variação de μ_y com o quadrado de γ
$\lambda_{\mu y}$	Fator de escala do pico do coeficiente de fricção
$\lambda_{\mu V}$	Fator de escala do decaimento da fricção com a velocidade de deslizamento
V_s	Velocidade de deslizamento
V_o	Velocidade de referência
p_{Ey1}	Coeficiente da curvatura lateral da curva à carga nominal
p_{Ey2}	Coeficiente da variação da curvatura com a carga
p_{Ey3}	Coeficiente da dependência da curvatura em ordem zero de γ
p_{Ey4}	Coeficiente da variação da curvatura com γ
λ_{Ey}	Fator de escala para o coeficiente do fator de curvatura
$K_{y\alpha o}$	Fator no cálculo da curva do pneu
p_{Ky1}	Valor máximo da rigidez

p_{Ky2}	Carga em que K_{fy} alcança valor máximo
$\lambda_{Ky\alpha}$	Fator de cálculo na curva do pneu
$K_{y\alpha}$	Fator de cálculo na curva do pneu
p_{Ky3}	Variação de K_{fy}/F_{zo} com γ
ε_y	Fator de redução da rigidez do camber
p_{Hy1}	Deslocamento horizontal à carga nominal
p_{Hy2}	Variação do deslocamento vertical com a carga
λ_{Hy}	Fator de escala do deslocamento horizontal
p_{Hy3}	Variação do deslocamento vertical com γ
$\lambda_{Ky\gamma}$	Rigidez da força de camber
p_{Vy1}	Deslocamento vertical de S_{Vy}/Fz à carga nominal
p_{Vy2}	Variação do deslocamento vertical de S_{Vy}/Fz com a carga
λ_{Vy}	Fator de escala do deslocamento vertical
p_{Vy3}	Variação do deslocamento vertical de S_{Vy}/Fz com a γ
p_{Vy4}	Variação do deslocamento vertical de S_{Vy}/Fz com a carga e γ
$\lambda'_{\mu\gamma}$	Fator de fricção degressivo especial
$K_{y\gamma o}$	Fator de cálculo na curva do pneu
x_{n+1}	Valores do estado no próximo passo
x_n	Valores do estado no passo atual
h	Tamanho do passo
D_x	Função dependente do solucionador que estima a derivada do estado

SUMÁRIO

1 Introdução	23
2 Revisão Bibliográfica	25
2.1 Modelo da bicicleta	25
2.2 Equacionamento	26
2.2.1 Geometria básica	27
2.2.2 Ângulo de Ataque ou Slip Angle (α)	29
2.2.3 Ângulo de derrapagem (β)	32
2.2.4 Cálculo das Forças Laterais	33
2.2.5 Cálculo dos Torques Laterais	33
2.2.6 Gradiente de esterçamento (K) e ângulo de esterçamento (δ)	35
2.2.7 Margem de estabilidade	39
2.2.8 Ganho de Aceleração Lateral	42
2.2.9 Ganho de Velocidade de Guinada	43
2.2.10 Funções Transferência	44
2.2.11 Estudo da não linearidade da curva do pneu	46
2.3 Fórmula Mágica de Pacejka para a curva do pneu	49
2.4 Normas ISO	52
2.5 Matlab e Simulink	53
3 Objetivos	55
4 Materiais e Métodos	57
4.1 Teste de raio constante e velocidade variável	57
4.2 Produção das curvas dos pneus	57
4.3 Simulador de dinâmica lateral	59
4.3.1 Configurações dos Veículos	65
5 Resultados e discussões	67

5.1 Caminhões.....	67
5.1.1 Caminhões exemplos.....	67
5.1.2 Mercedes Atego 1719/42	82
5.2 Lamborghini Diablo	94
6 Conclusões.....	105
Referências	107
Apêndice A – Código Matlab “F.m”	109
Apêndice B – Código Matlab do arquivo “Grafico.m”	113
Apêndice C – Código Matlab do arquivo “Dadospneu.m”	115
Apêndice D – Código Matlab do arquivo “var.m”	117

1 Introdução

Os pneus possuem importância por serem os únicos componentes de um veículo que transferem forças entre o mesmo e o pavimento e o mesmo, necessárias para o controle do mesmo. Eles também fornecem as forças usadas para controlar e estabilizar o veículo e resistir às perturbações externas do pavimento e do vento (JAZAR, 2013; MILLIKEN; MILLIKEN, 1995).

A interação entre os pneus e o pavimento fornece as forças de tracionamento, frenagem e *cornering* necessárias para o manuseio de um veículo. Por se tratar de um sistema muito complexo para ser analisado como um todo, o pneu tem suas características isoladas e estudadas separadamente. Quando da realização de uma curva, a força lateral é de interesse primário, pois é devido a ela que o veículo realiza a curva. Em velocidades mais altas, a aceleração lateral é neutralizada pelas forças laterais de cada pneu (GILLESPIE, 1992; MILLIKEN; MILLIKEN, 1995).

A dirigibilidade em estradas de veículos pesados é a parte mais importante da segurança ativa veicular. Uma descrição precisa e completa do comportamento do veículo pesado deve envolver informações de vários tipos de testes. Uma vez que apenas uma porção pequena da dirigibilidade é quantificada, seus resultados podem ser considerados significantes apenas para esta parte. (INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARTIZATION - ISO, 2003).

Visando realizar testes de dinâmica veicular lateral em um ambiente virtual, para diferentes modelos de veículos, foi criado um simulador no Simulink, em que as variáveis de entrada são o ângulo de esterçamento do veículo e a velocidade. O veículo é mantido na curva através de um controlador P que atua como um motorista virtual. Desse simulador é possível extrair dados de performance e desempenho, como o ganho de guinada, o ganho de aceleração lateral, a margem de estabilidade, frequências natural e amortecida, o fator de amortecimento, as derivadas de controle, estabilidade estática, amortecimento e outros fatores.

2 Revisão Bibliográfica

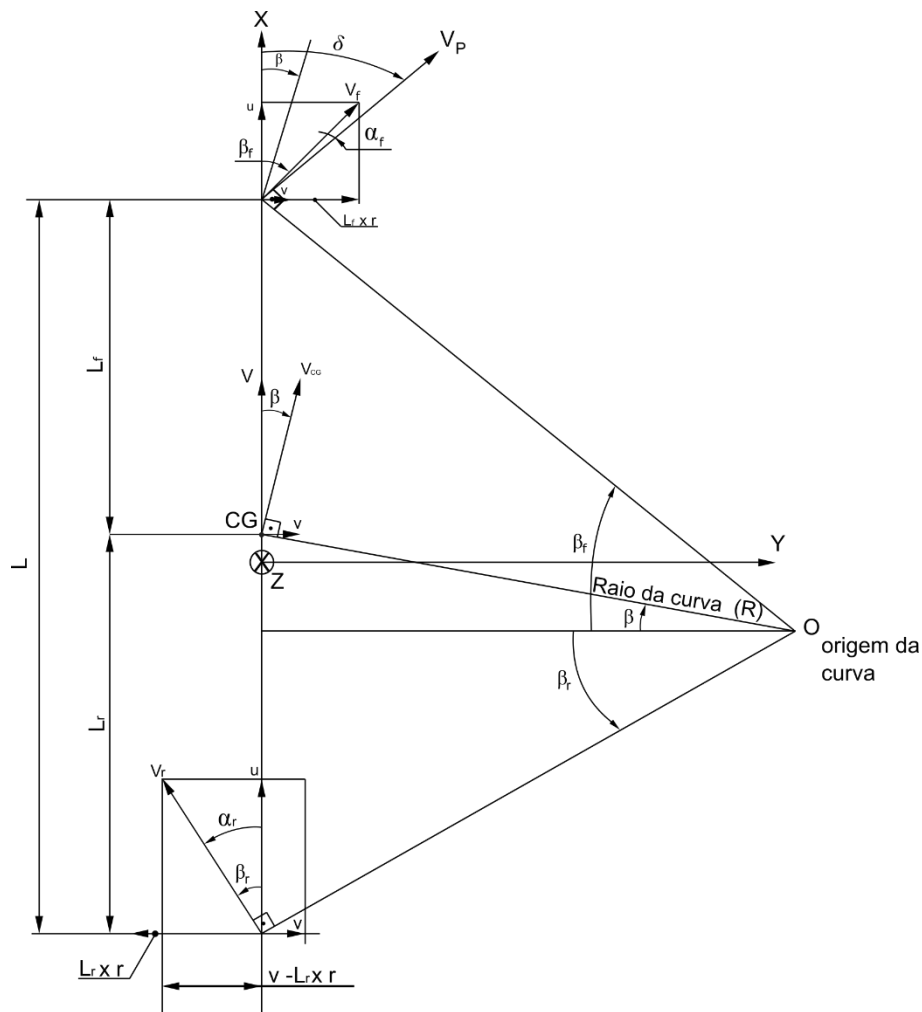
2.1 Modelo da bicicleta

O modelo da bicicleta foi inicialmente estudado por Riekert e Shunck em 1940 e permite uma rigorosa análise do movimento do veículo no plano horizontal se as forças e torques no veículo forem conhecidos (JAZAR, 2013). Ele consiste em assumir que as duas rodas dianteiras e traseiras estão grudadas nos respectivos centros dos seus eixos, assim, o veículo se comporta como se tivesse apenas duas rodas (BARNACLE, 1964).

A importância do modelo pode ser vista nos vários estudos que são feitos utilizando o mesmo (GILLESPIE, 1992; JAZAR, 2013; MEYWERK, 2015; MILLIKEN; MILLIKEN, 1995; PACEJKA, 2006; POPP; SCHIELEN, 2010; RADT; DIS, 1996; RAJAMANI, 2006).

O modelo estudado nesse trabalho é uma adaptação dos modelos que se encontram nas literaturas e pode ser visto na figura a seguir:

Figura 1 - Desenho esquemático do modelo de bicicleta a ser estudado.



Fonte: Autor

2.2 Equacionamento

O seguinte equacionamento teve como base o mesmo feito por Gillespie (1992) e Radt e Dis (1996). O modelo assume as seguintes hipóteses:

- 1 – O veículo consiste de uma massa dianteira e traseira não-suspensas e não-rolantes representativas dos pneus, rodas, eixos e uma massa suspensa representando o corpo;
- 2 – Os movimentos do veículo são considerados pequenas perturbações sobre uma condição inicial. Disso vem que quadrados e produtos dessas perturbações são negligenciados como efeitos de ordem maior;

- 3 – O pavimento é considerado plano;
- 4 – Os graus de liberdade permitidos são a taxa de guinada, r , em relação ao eixo vertical Z e velocidade de guinada (sideslip), v , ou sideslip angle, $\beta = \frac{v}{V}$.
- 5 – Todas as forças e momentos nos pneus e massa suspensa são assumidas como linearmente dependentes das variáveis de resposta.
- 6 – Assume-se que não há transferência de massa durante a aceleração e curva;
- 7 – A mudança na velocidade longitudinal em cada pneu causada pela guinada sobre o eixo z é negligenciável comparada a velocidade do veículo, V ;
- 8 – O veículo é assumido como simétrico no plano XZ;
- 9 – Ambas as rodas dianteiras possuem o mesmo ângulo de ataque. Essa hipótese se aplica também as rodas traseiras.

2.2.1 Geometria básica

Pelas hipóteses de Radt e Dis (1996) adotou-se:

$$\beta = \frac{v}{u} \quad (1)$$

Em que β é o ângulo de derrapagem, v é a velocidade de guinada e u é a velocidade longitudinal. Da geometria apresentada no modelo decorre que:

$$\beta_r = \beta - \frac{L_r \times r}{V} \quad (2)$$

Em que β_r é o ângulo de derrapagem do pneu traseiro, L_r é a distância do eixo traseiro ao centro de gravidade do veículo e r é a taxa de guinada. Para o eixo dianteiro encontra-se, analogamente:

$$\beta_f = \beta + \frac{L_f \times r}{V} \quad (3)$$

Em que β_f é o ângulo de derrapagem do pneu dianteiro e L_f é a distância do eixo dianteiro ao centro de gravidade do veículo. Os ângulos α_f e α_r são chamados “slip angle” e pela geometria podem ser definidos como:

$$\alpha_f = -\delta + \beta_f \quad (4)$$

O ângulo δ é o ângulo de esterçamento dos pneus. Em uma situação real, é equivalente ao quanto se esterça os pneus para realizar uma curva. Para o eixo traseiro vale a seguinte equação:

$$\alpha_r = \beta_r \quad (5)$$

Substituindo β_r nessa equação com a equação (2) tem-se:

$$\alpha_r = \beta - \frac{L_r \times r}{V} \quad (6)$$

Subtraindo a equação (3) de (2) temos:

$$\beta_f - \beta_r = \frac{L}{R} \quad (7)$$

Em que L é a distância entre eixos e R é o raio da curva. Isolando δ na equação (4) temos:

$$\delta = \beta_f - \alpha_f \quad (8)$$

E substituindo a equação (5) na equação (7) e o resultado disso na equação (8) temos:

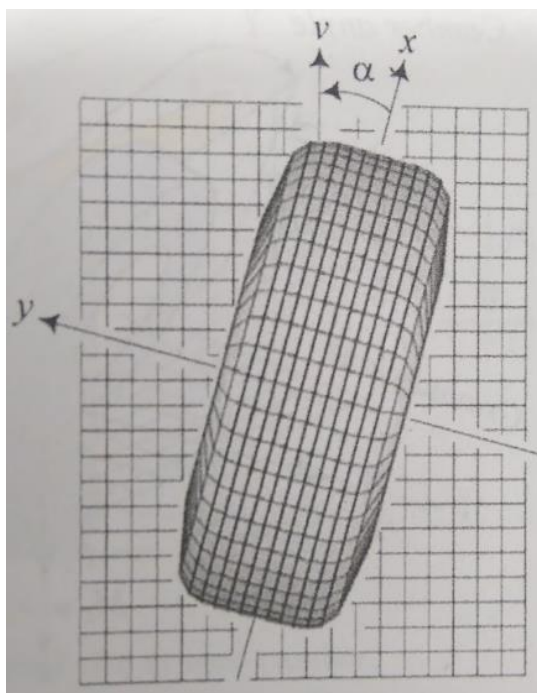
$$\delta = \frac{L}{R} + \alpha_r - \alpha_f \quad (9)$$

Dessa relação é fácil concluir que, para um dado veículo realizando uma curva e considerando $\alpha_r - \alpha_f = 0$, quanto menor o raio da curva, maior será o esterçamento necessário para realizá-la. Os ângulos α e β serão descritos a seguir enquanto que o ângulo δ será descrito mais tarde.

2.2.2 Ângulo de Ataque ou Slip Angle (α)

Na figura abaixo ilustra-se uma definição simples do slip angle ou ângulo ataque do pneu: é o ângulo entre o vetor velocidade (v , na Figura 2) e o eixo X medido sobre o eixo Z (na Figura 2 o eixo Z está no sentido para dentro da folha). A importância do slip angle está no fato de que ele é fator determinante para o cálculo da força lateral que o pneu desenvolverá devido a esse deslocamento angular além de a força lateral no veículo ser a principal razão pela qual um veículo gira e adquire momento de guinada (JAZAR, 2013).

Figura 2 – Definição do α pela vista superior do pneu.

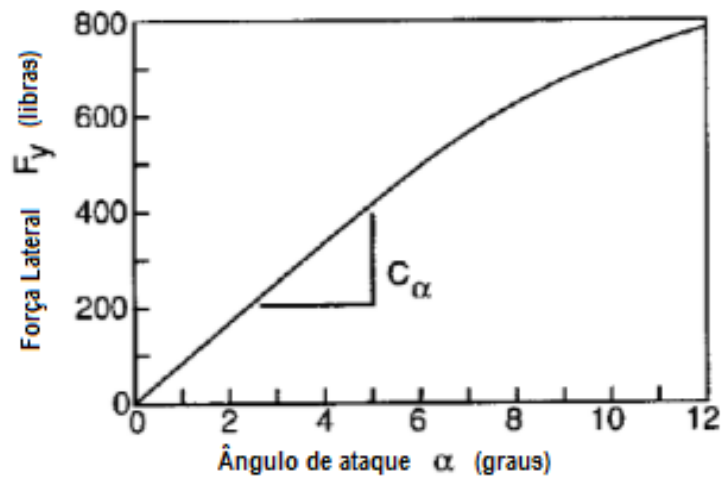


Fonte: Jazar (2013)

Nota: a convenção de coordenadas na Figura 2 está diferente da adotada no modelo inicial apenas para fins de mais fácil compreensão.

O gráfico a seguir mostra a curva característica de um pneu em que se pode ver a relação entre a força lateral que o pneu produz em função do slip angle. Para ângulos de até 5 graus ou menores a relação entre essas grandezas pode ser considerada linear (GILLESPIE, 1992).

Gráfico 1 - Curva característica do pneu



Fonte: Adaptado de Gillespie (1992)

Na região linear do gráfico do pneu, para o pneu dianteiro a força lateral pode ser escrita como:

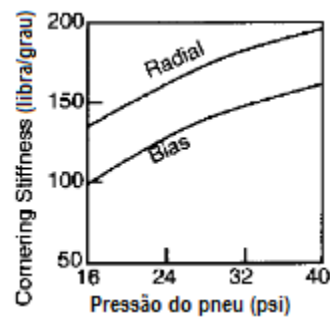
$$F_{yf} = C\alpha_f \times \alpha_f \quad (10)$$

Em que α_f é o slip angle e $C\alpha_f$ é o cornering stiffness, definido como o coeficiente angular da curva característica do pneu. Um slip angle positivo produz uma força negativa (para a esquerda) no pneu, assim $C\alpha_f$ deve ser negativo. Porém por convenção da SAE o cornering stiffness é definido como negativo para essa curva, de maneira que o $C\alpha_f$ tenha valor positivo (GILLESPIE, 1992).

O cornering stiffness depende de várias variáveis dentre elas: tamanho do pneu e tipo, número de camadas, ângulo dos sulcos, largura do pneu. Para um dado pneu a carga e pressão de inflação são as principais variáveis. A velocidade não tem forte influência nas forças laterais (cornering) produzidas por uma roda (GILLESPIE, 1992).

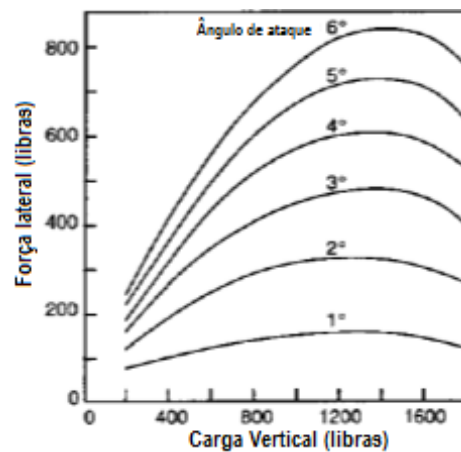
Os gráficos seguintes mostram como os diferentes fatores citados afetam o cornering stiffness e a força lateral que o pneu pode produzir:

Gráfico 2 - Relação entre o cornering stiffness e a pressão do pneu para diferentes tipos de pneu.



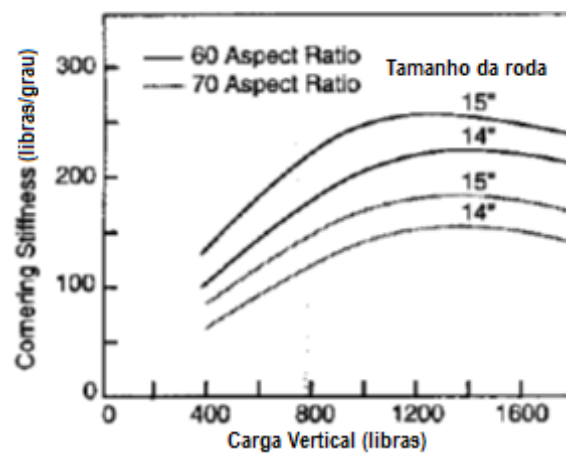
Fonte: Adaptado de Gillespie (1992)

Gráfico 3 - Força lateral em função da carga vertical para diferentes ângulos α



Fonte: Adaptado de Gillespie (1992)

Gráfico 4 - Cornering stiffness em função da carga vertical para diferentes diâmetros de roda



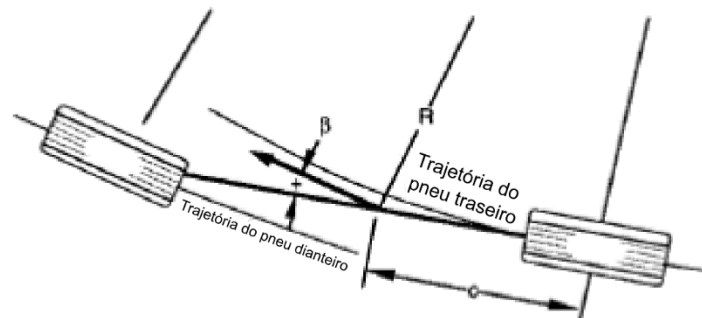
Fonte: Adaptado de Gillespie (1992)

2.2.3 Ângulo de derrapagem (β)

É definido como o ângulo entre o eixo X do veículo e o vetor velocidade v (GILLESPIE, 1992).

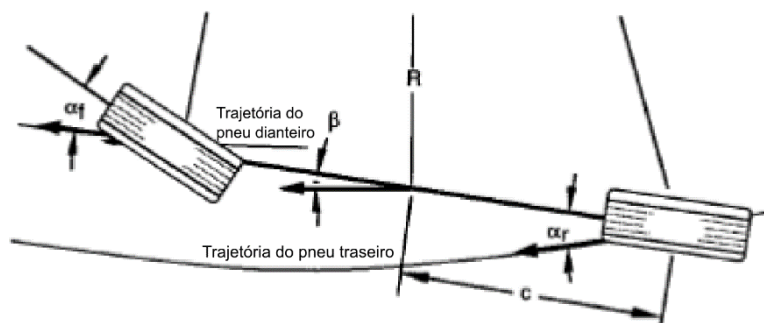
Conforme a aceleração lateral aumenta, a traseira do veículo tende a deslizar para fora da curva para desenvolver o slip angle necessário nas rodas traseiras. O sideslip angle é positivo caso esteja para dentro da curva (figura 3) e negativo caso esteja para fora do raio da curva (figura 4) (GILLESPIE, 1992).

Figura 3 - Ilustração da definição do ângulo sideslip para baixas velocidades



Fonte: Adaptado de Gillespie (1992)

Figura 4 - Ilustração da definição do ângulo sideslip para altas velocidades



Fonte: Adaptado de Gillespie (1992)

2.2.4 Cálculo das Forças Laterais

Na região linear do pneu para o pneu dianteiro vale a equação (10). Substituindo a equação (4) na equação (10) chega-se a:

$$F_{yf} = C\alpha_f \times \beta + C\alpha_f \times \frac{L_r \times r}{V} - C\alpha_f \times \delta \quad (11)$$

Analogamente para o pneu traseiro:

$$F_{yr} = C\alpha_r \times \alpha_r \quad (12)$$

Substituindo a equação (6) em (12):

$$F_{yr} = C\alpha_r \times \beta - C\alpha_r \times \frac{L_r \times r}{V} \quad (13)$$

Para obter a força lateral total basta somar as equações (11) e (13) obtendo:

$$F_y = C\alpha_f \times \beta + C\alpha_f \times \frac{L_f \times r}{V} - C\alpha_f \times \delta + C\alpha_r \times \beta - C\alpha_r \times \frac{L_r \times r}{V} \quad (14)$$

Escrevendo a equação anterior em função das derivadas dos termos β , r e δ tem-se:

$$F_y = \frac{\partial F_y}{\partial \beta} \times \beta + \frac{\partial F_y}{\partial r} \times r + \frac{\partial F_y}{\partial \delta} \times \delta \quad (15)$$

Que pode ser escrita também como:

$$F_y = Y_\beta \times \beta + Y_r \times r + Y_\delta \times \delta \quad (16)$$

E dela descrevem-se as seguintes derivadas:

$$Y_\beta = C\alpha_f + C\alpha_r \quad (17)$$

$$Y_r = \frac{1}{u} \times (C\alpha_f \times L_f - C\alpha_r \times L_r) \quad (18)$$

$$Y_\delta = -C\alpha_f \quad (19)$$

As derivadas das equações (17), (18) e (19) serão descritas mais adiante e são válidas enquanto se trabalhar na região linear do pneu.

2.2.5 Cálculo dos Torques Laterais

As forças laterais causarão um torque em relação centro de gravidade. Na região linear do pneu, para o eixo dianteiro o torque lateral produzido pode ser calculado por:

$$N_f = C\alpha_f \times \alpha_f \times L_f \quad (20)$$

Analogamente para o eixo traseiro:

$$N_r = C\alpha_r \times \alpha_r \times L_r \quad (21)$$

Somando os torques e substituindo os termos α_f e α_r pelas equações (4) e (6) tem-se a equação do torque lateral total:

$$N = C\alpha_f \times \beta \times L_f + C\alpha_f \times \frac{L_f \times r}{V} \times L_f - C\alpha_f \times \delta \times L_f - C\alpha_r \times \beta \times L_r + C\alpha_r \times \frac{L_r \times r}{V} \times L_r \quad (22)$$

Para inserir diferentes focos de estudo da dinâmica lateral, escrever-se-á também essa equação em função de suas derivadas, tendo assim:

$$N = N_\beta \times \beta + N_r \times r + N_\delta \times \delta \quad (23)$$

Cada derivada pode ser escrita como:

$$N_\beta = (C\alpha_f \times L_f - C\alpha_r \times L_r) \quad (24)$$

$$N_r = \frac{1}{u} \times (C\alpha_f \times L_f^2 + C\alpha_r \times L_r^2) \quad (25)$$

$$N_\delta = -C\alpha_f \times L_f \quad (26)$$

2.2.5.1 Derivadas de Controle, Estabilidade e Amortecimento

A equação (26) representa uma derivada de controle, fornecendo um momento de guinada para girar o veículo em resposta a um controle (uma entrada), no caso, o ângulo de esterçamento. Na equação (27), N_β é a estabilidade direcional “estática”. Se o sideslip angle ou velocidade de deslocamento lateral aumentam positivamente, isto é, deslocamento progressivo para a direita, e N_β é positivo, o veículo irá girar para a direita, tendendo a diminuir o deslocamento lateral. Isto é, o veículo irá girar na direção da velocidade de deslocamento lateral “aumentada”. Isso resultará numa condição estável, daí o termo estabilidade direcional. No caso simplificado de zero rolagem da massa suspensa, estabilidade direcional positiva (N_β positivo) corresponde a subesterçamento, $N_\beta = 0$ corresponde a esterçamento neutro e $N_\beta < 0$ corresponde a sobreesterçamento (RADT; DIS, 1996).

É interessante notar que a derivada N_δ é dependente apenas das relações do pneu dianteiro, assim, pode-se dizer que o pneu dianteiro é responsável pelo controle e resposta do veículo a entrada pelo ângulo de esterçamento.

2.2.5.2 Derivadas de Estabilidade

Nas equações (17) e (25) o primeiro termo, Y_β , corresponde a força lateral que se opõe a velocidade lateral, chamado coeficiente de amortecimento lateral. O segundo termo (N_r) corresponde ao momento de guinada em oposição a velocidade angular de guinada ou taxa de guinada r . Dessa maneira, N_r pode ser referida como amortecimento de guinada (RADT; DIS, 1996).

2.2.5.3 Derivadas de União

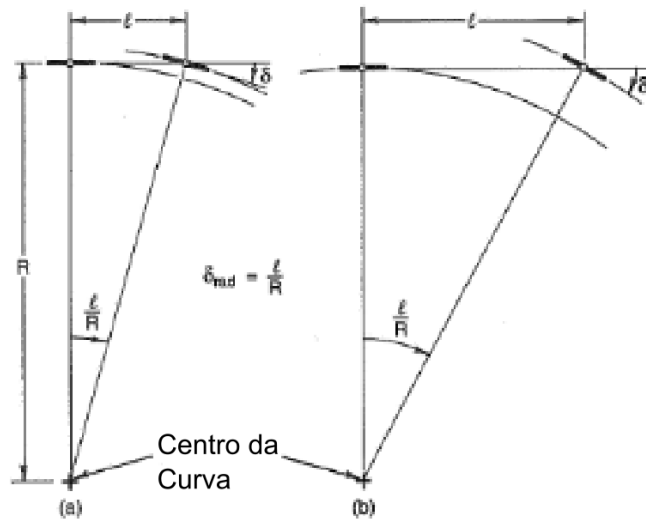
As equações (19) e (18) são chamadas de derivadas “cruzadas”, produzindo uma ligação entre o grau de liberdade (direcional) de guinada e o grau de liberdade (lateral) de deslocamento lateral (RADT; DIS, 1996).

2.2.6 Gradiente de esterçamento (K) e ângulo de esterçamento (δ)

Para a discussão do ângulo de esterçamento primeiramente será introduzido o ângulo de Ackermann que, em curvas realizadas em baixas velocidades, é o ângulo requerido para um dado carro de entre eixos L realizar uma curva de raio R de maneira que as forças externas, devido a aceleração, são desprezíveis (GILLESPIE, 1992). O ângulo em graus é dado por:

$$\delta = 57.3 \times L/R \quad (27)$$

Figura 5 - Ângulo de Ackermann



Fonte: Milliken e Milliken (1995)

Para curvas a velocidades mais altas o gradiente de esterçamento vem da seguinte equação:

$$\delta = 57.3 \times \frac{L}{R} + K \times a_y \quad (28)$$

Usando a equação (9) junto com a segunda lei de Newton para F_{yf} tem-se que:

$$F_{yf} = m_f \times \frac{v^2}{R} = \frac{W_f}{g} \times \frac{v^2}{R} \quad (29)$$

Em que m_f é a massa que o eixo dianteiro sustenta e g é a aceleração da gravidade. Da igualdade entre a equação (29) e a equação (10) obtém-se as seguintes relações para os ângulos α_f e α_r :

$$\alpha_f = \frac{W_f}{C\alpha_f} \times \frac{v^2}{R} \quad (30)$$

$$\alpha_r = \frac{W_r}{C\alpha_r} \times \frac{v^2}{R} \quad (31)$$

Em que W_f e W_r são os pesos no eixo dianteiro e traseiro do veículo, respectivamente. Quando substituídas essas equações na equação (9) resulta em:

$$\delta = \frac{L}{R} \times \left(\frac{W_f}{C\alpha_f} - \frac{W_r}{C\alpha_r} \right) \times \frac{a_y}{g} \quad (32)$$

O termo entre parênteses será chamado de K e é o gradiente de esterçamento, cuja unidade é em graus/g. A equação (32) é importante no estudo das

propriedades de resposta em curva de um veículo, pois ela descreve como o ângulo de esterçamento do veículo deve ser alterado de acordo com o raio da curva, R , e/ou com a aceleração lateral, a_y (GILLESPIE, 1992).

O termo K pode ser escrito também como $\left[\frac{W_f}{C_{\alpha f}} - \frac{W_r}{C_{\alpha r}} \right]$ (vindo da equação 32) e determina a magnitude e direção das entradas de esterçamento requeridas. Ele consiste de dois termos em que cada um é a taxa de carga no eixo (dianteiro ou traseiro) em relação ao cornering stiffness dos pneus em cada eixo. Dependendo das condições K pode assumir três condições (GILLESPIE, 1992):

Condição 1: $\frac{W_f}{C_{\alpha f}} = \frac{W_r}{C_{\alpha r}}$ assim $K = 0$ e $\alpha_f = \alpha_r$.

Chamada condição de esterçamento neutro: numa curva de raio constante nenhuma mudança será necessária no ângulo de esterçamento conforme a velocidade varia. O ângulo de esterçamento necessário para realizar a curva será equivalente ao ângulo de Ackerman ($57.3 \times L/R$). Fisicamente o caso do esterçamento neutro corresponde a um balanço no veículo tal que a força da aceleração lateral no CG causa um aumento igual no slip angle tanto nas rodas dianteiras quanto traseiras (GILLESPIE, 1992).

Condição 2: $\frac{W_f}{C_{\alpha f}} > \frac{W_r}{C_{\alpha r}}$ assim $K > 0$ e $\alpha_f > \alpha_r$.

Chamada condição de subesterçamento: numa curva de raio constante o ângulo de esterçamento terá que aumentar com a velocidade em proporção com K vezes a aceleração lateral a_y . Assim o ângulo δ aumenta linearmente com a aceleração e quadraticamente com a velocidade. Nesse caso a aceleração no CG faz as rodas dianteiras deslizarem lateralmente com mais intensidade que as rodas traseiras. Assim para produzir a força lateral nas rodas dianteiras necessária para manter o raio da curva, as rodas dianteiras devem ser esterçadas para um ângulo maior (GILLESPIE, 1992).

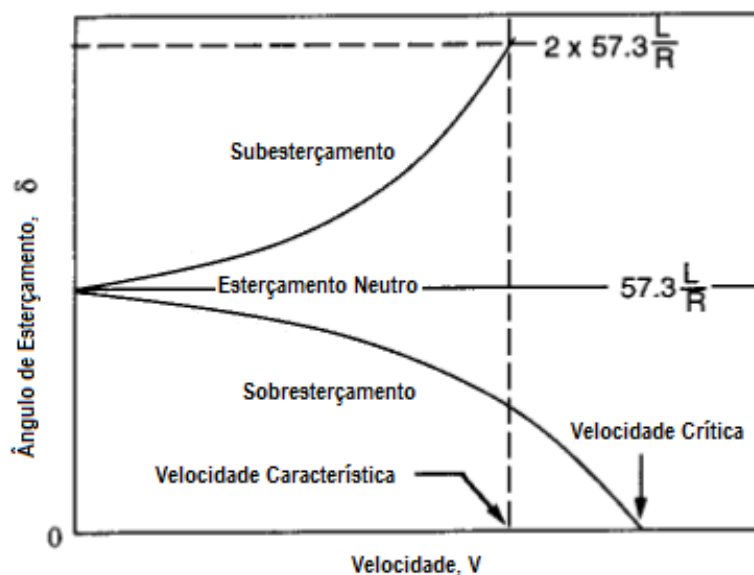
Condição 3: $\frac{W_f}{C_{\alpha f}} < \frac{W_r}{C_{\alpha r}}$ assim $K < 0$ e $\alpha_f < \alpha_r$.

Chamada condição de sobresterçamento: numa curva de raio constante o ângulo de esterçamento terá que diminuir à medida que a velocidade aumenta.

Nesse caso a aceleração lateral no CG fará com que o slip angle nas rodas traseiras seja maior que o das rodas dianteiras. O deslizamento pela traseira do veículo rotacionará as rodas dianteiras para dentro da curva, diminuindo o raio da curva. O aumento na aceleração lateral que se segue fará com que a traseira deslize ainda mais e o processo continuará até que o ângulo de esterçamento seja reduzido para manter o raio da curva (GILLESPIE, 1992).

A maneira como o ângulo de esterçamento muda com a velocidade numa curva de raio constante para cada um dos casos está ilustrada na figura a seguir:

Figura 6 - Mudança do ângulo de esterçamento com a velocidade para os diferentes perfis que o veículo pode assumir



Fonte: Adpatado de Gillespie (1992)

No gráfico é possível ver dois pontos que também são de importante valor no estudo da dirigibilidade: a velocidade característica e a velocidade crítica (GILLESPIE, 1992).

Para um veículo em subesterçamento (understeer), o grau de understeer pode ser quantificado por um parâmetro chamado velocidade característica, que é simplesmente a velocidade a qual o ângulo de esterçamento requerido para lidar com qualquer curva é duas vezes o ângulo de Ackerman (GILLESPIE, 1992). Explicação:

$$K \times a_y = 57.3 \times \frac{L}{R} \quad (33)$$

Essa equação vem da equação (28). Visto a_y ser uma função do quadrado da velocidade dividido pelo raio, a velocidade característica é:

$$V_{car} = \sqrt{57.3 \times L \times \frac{g}{K}} \quad (34)$$

No caso de veículo estar em oversteer a velocidade crítica existirá acima daquela em que o mesmo for instável. A velocidade crítica é dada por:

$$V_{crit} = \sqrt{-57.3 \times L \times \frac{g}{K}} \quad (35)$$

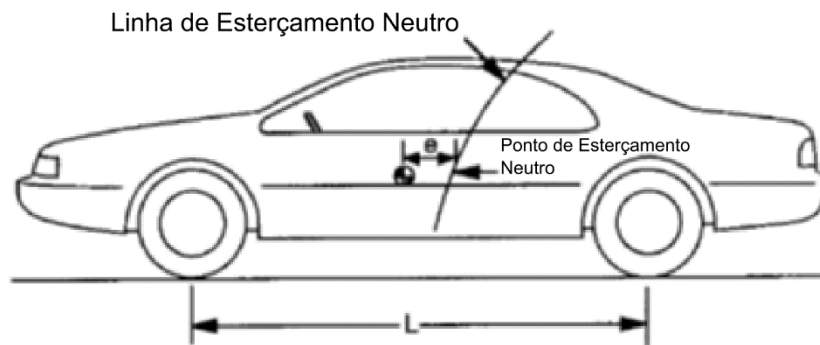
Vale lembrar que nesse caso K será negativo assim a expressão na raiz quadrada será positiva e terá raiz real. É importante notar que a velocidade crítica depende da distância entre eixos do veículo. Assim, para um dado nível de oversteer, veículos com L alto terão uma velocidade crítica maior do que veículos com L pequeno. Um veículo em oversteer pode ser dirigido em velocidades abaixo da velocidade crítica mas torna-se direccionalmente instável nela e acima da mesma (GILLESPIE, 1992).

2.2.7 Margem de estabilidade

A margem de estabilidade é determinada pelo ponto no veículo no qual uma força lateral não produzirá velocidade de guinada constante em regime permanente (isto é, ponto de esterçamento neutro). A linha de esterçamento neutro é o locus dos pontos no plano X-Z em que forças laterais externas não produzem velocidade de guinada constante em regime permanente (GILLESPIE, 1992).

É um termo muito utilizado no estudo da dirigibilidade veicular e fornece uma medida do comportamento da dirigibilidade em regime permanente (GILLESPIE, 1992).

Figura 7 - Linha neutra de esterçamento de um veículo



Fonte: Adaptado de Gillespie (1992)

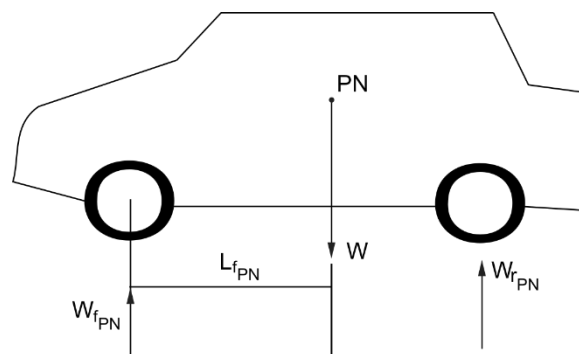
A margem de estabilidade é definida como a distância do ponto de esterçamento neutro e o CG, normalizado pela distância entre eixos (GILLESPIE, 1992). Assim:

$$\text{Margem de Estabilidade} = \frac{e}{L} \quad (36)$$

Quando o ponto está atrás do CG a margem de estabilidade é positiva e o veículo é considerado em regime de understeering ($K < 0$). No CG a margem é zero e o veículo está em regime de esterçamento neutro ($K = 0$). Quando está à frente do CG o veículo é considerado em regime de oversteering ($K > 0$). Tipicamente a margem de estabilidade fica numa faixa de 0,05 a 0,07 vezes o comprimento entre eixos atrás do CG (GILLESPIE, 1992).

Disso então decorre que existe um ponto na direção X do veículo que se o centro de massa do veículo estiver sobre ele $K = 0$ e ele recebe o nome de ponto neutro de manobra. A figura abaixo ilustra esse ponto:

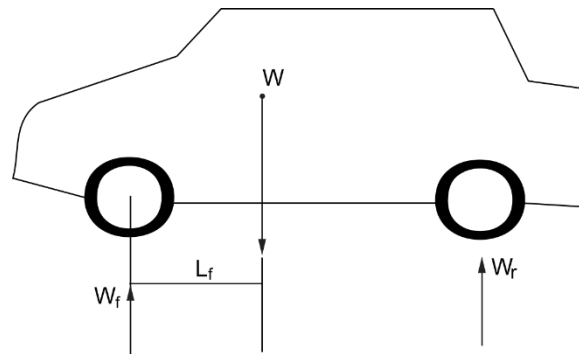
Figura 8 - Posição do ponto neutro para um dado veículo



Fonte: Autor

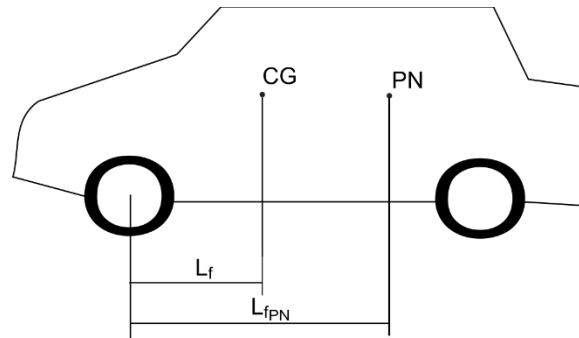
Com o centro de gravidade do veículo em outra posição tem-se:

Figura 9 - Centro de gravidade para um dado veículo



Fonte: Autor

Figura 10 - Centro de gravidade e posição do ponto neutro para um dado veículo



Fonte: Autor

A margem de estabilidade direcional estática é definida como (Autor):

$$SM = (L_{fPN} - L_f)/L \times 100 \quad (37)$$

Usando o termo entre parênteses da equação (32) como 0 obtém-se:

$$-\frac{W_{fPN}}{C\alpha_f} + \frac{W_{rPN}}{C\alpha_r} = 0 \quad (38)$$

Substituindo as equações (19) e (17) nos termos dos denominadores chega-se a:

$$-\frac{W_{fPN}}{Y_\delta} + \frac{W_{rPN}}{Y_\beta + Y_\delta} = 0 \quad (39)$$

A qual desenvolvida usando o peso frontal como $W_{fPN} = \frac{W}{L} \times L_{rPN}$ resulta em:

$$L_{fPN} = L \times \left(\frac{y_{\delta} + y_{\beta}}{y_{\beta}} \right) \quad (40)$$

Substituindo a equação (40) na (37):

$$SM = \frac{-L_f + L \times \left(\frac{y_{\delta} + y_{\beta}}{y_{\beta}} \right)}{L} \times 100 \quad (41)$$

A qual pode ser desenvolvida usando as relações entre o entre eixos e os eixos dianteiro e traseiro e resulta em:

$$SM = \frac{1}{L} \frac{L_f \times y_{\delta} + L_r \times (y_{\delta} + y_{\beta})}{y_{\beta}} \times 100 \quad (42)$$

2.2.8 Ganho de Aceleração Lateral

Assim como um dos propósitos para esterçar um veículo é produzir uma aceleração lateral, a equação (28) de esterçamento pode ser usada para examinar a performance nessa perspectiva. Essa equação pode ser resolvida para a taxa de aceleração lateral, a_y , e para o ângulo de esterçamento δ . A razão é o ganho de aceleração lateral e é dado por (GILLESPIE, 1992):

$$\frac{a_y}{\delta} = \frac{\frac{v^2}{57.3 \times L \times g}}{1 + \frac{K \times v^2}{57.3 \times L \times g}} \quad (43)$$

Quando o termo K é zero (esterçamento neutro), o ganho de aceleração lateral é determinado apenas pelo numerador e é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade. Quando K é positivo (understeering), o ganho é diminuído pelo segundo termo no denominador e é sempre menor que aquele de um veículo em esterçamento neutro. Finalmente quando K é negativo (oversteering), o segundo termo no denominador subtrai de 1 aumentando o ganho de aceleração lateral. A magnitude do termo depende do quadrado da velocidade e chega ao valor de 1 quando alcançada a velocidade crítica. Assim a velocidade crítica corresponde ao denominador tornando-se zero (ganho infinito) na equação acima (GILLESPIE, 1992).

2.2.9 Ganho de Velocidade de Guinada

Outra razão para esterçar um veículo é para mudar o ângulo da trajetória através do desenvolvimento de uma velocidade de guinada (chamada as vezes de taxa de guinada). A velocidade de guinada, r , é a taxa de rotação no ângulo de trajetória e é dada por (GILLESPIE, 1992):

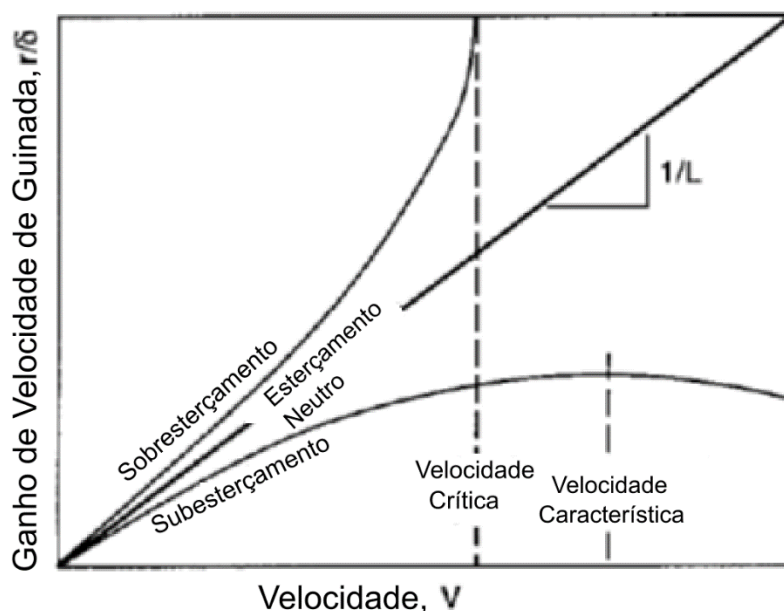
$$r = 57.3 \times \frac{V}{R} \quad (44)$$

Substituindo essa expressão na (43) e resolvendo para a razão entre a velocidade de guinada e o ângulo de esterçamento tem-se que:

$$\frac{r}{\delta} = \frac{\frac{V}{L}}{1 + \frac{K \times V^2}{57.3 \times L \times g}} \quad (45)$$

A taxa representa um ganho que é proporcional a velocidade no caso de um veículo em esterçamento neutro. Isso é ilustrado na figura seguinte (GILLESPIE, 1992).

Gráfico 5 - Gráfico mostrando relação da velocidade com o ganho de guinada para os diferentes comportamentos que o veículo pode assumir



Fonte: Adaptado de Gillespie (1992)

É prontamente visto que no caso de um veículo em oversteer o ganho de velocidade de guinada torna-se infinito quando a velocidade alcança a

velocidade crítica reafirmando a equação (35). No caso em que o veículo está em understeer a velocidade de guinada aumenta com a velocidade até a velocidade característica e após esse ponto começa a diminuir. Assim a velocidade característica é importante como sendo a velocidade em que o veículo é mais responsivo a guinadas (GILLESPIE, 1992).

Do apresentado e desenvolvido pode-se dizer que o ganho de aceleração lateral e de guinada são duas métricas de desempenho lateral do veículo. Através delas é possível definir se o veículo está dentro ou não das características do projeto.

2.2.10 Funções Transferência

As equações básicas de movimento de um modelo linearizado com 3 graus de liberdade podem ser derivadas aplicando equações de Newton e Euler separadamente à cada uma das partes do veículo, isto é, as molas e as massas suspensas (RADT;DIS, 1996). Disso resulta:

Equação da força lateral

$$F_y = m \times V \times \left(\frac{d\beta}{dt} + r \right) \quad (46)$$

Equação do momento de Guinada

$$N = I_z \times \dot{r} \quad (47)$$

Na equação (46), o termo Y é a força lateral externa exercida no veículo na direção positiva do eixo Y . Ela é composta de forças aerodinâmicas e forças nos pneus causados pelo seu escorregamento e pelo ângulo de curvatura dos pneus.

O primeiro termo do lado direito da equação (46) é a massa multiplicada pela aceleração e inclui também a aceleração centrífuga, (Vxr) . O último termo é a aceleração linear da massa suspensa resultando na aceleração angular nas rodas sobre o eixo de rolamento, que está a uma distância h , abaixo do centro de gravidade da massa suspensa. Adaptado de (RADT; DIS, 1996).

Na equação (47) N é o momento de guinada sobre o eixo vertical Z .

Partindo das equações:

$$m \times V \times (r + \dot{\beta}) - Y_{\beta} \times \beta - Y_r \times r = Y_{\delta} \times \delta \quad (48)$$

$$I_z \times \dot{r} - N_r \times r - N_{\beta} \times \beta = N_{\delta} \times \delta \quad (49)$$

E aplicando Laplace nas duas equações tem-se:

$$\left(s - \frac{Y_{\beta}}{m \times V}\right) \times \beta + \left(1 - \frac{Y_r}{m \times V}\right) \times r = \frac{Y_{\delta}}{m \times V} \times \delta \quad (50)$$

$$s \times r - \frac{N_r}{I_z} \times r - \frac{N_{\beta}}{I_z} \times \beta = \frac{N_{\delta}}{I_z} \times \delta \quad (51)$$

As duas equações podem ser combinadas na forma matricial para:

$$\begin{bmatrix} \left(s - \frac{Y_{\beta}}{m \times V}\right) & \left(1 - \frac{Y_r}{m \times V}\right) \\ \left(-\frac{N_{\beta}}{I_z}\right) & \left(s - \frac{N_r}{I_z}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{\delta}}{m \times V} \times \delta \\ \frac{N_{\delta}}{I_z} \times \delta \end{bmatrix} \quad (52)$$

De onde obtém-se o polinômio característico:

$$D(s) = \left(s - \frac{Y_{\beta}}{m \times V}\right) \times \left(s - \frac{N_r}{I_z}\right) - \left(1 - \frac{Y_r}{m \times V}\right) \times \left(-\frac{N_{\beta}}{I_z}\right) \quad (53)$$

Desenvolvendo o sistema para β e r :

$$\frac{\beta(s)}{\delta(s)} = \frac{\left(s - \frac{N_r}{I_z}\right) \times \frac{Y_{\delta}}{m \times V} - \left(1 - \frac{Y_r}{m \times V}\right) \times \frac{N_{\delta}}{I_z}}{D(s)} \quad (54)$$

$$\frac{r(s)}{\delta(s)} = \frac{\left(s - \frac{Y_{\beta}}{m \times V}\right) \times \frac{N_{\delta}}{I_z} - \left(-\frac{N_{\beta}}{I_z}\right) \times \frac{Y_{\delta}}{m \times V}}{D(s)} \quad (55)$$

Rearranjando a equação (55):

$$\frac{r}{\delta}(s) = \frac{\frac{N_{\delta}}{I_z} \times s - \left(\frac{Y_{\beta} \times N_{\delta} + N_{\beta} \times Y_{\delta}}{m \times V \times I_z}\right)}{D(s)} \quad (56)$$

Cálculo do fator de amortecimento, frequência natural e amortecida:

Para $D(s) = 0$ tem-se:

$$0 = \left(s - \frac{Y_{\beta}}{m \times V}\right) \times \left(s - \frac{N_r}{I_z}\right) - \left(1 - \frac{Y_r}{m \times V}\right) \times \left(-\frac{N_{\beta}}{I_z}\right) \quad (57)$$

Usando as equações de (DORF; BISHOP, 2013):

$$\zeta = -\frac{m \times V \times N_r + I_z \times Y_\beta}{2 \times \omega_n \times m \times V \times I_z} \quad (58)$$

$$\omega_n^2 = \frac{Y_\beta \times N_r - N_\beta \times Y_r}{m \times V \times I_z} + \frac{N_\beta}{I_z} \quad (59)$$

$$\omega_a = \omega_n \times \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (60)$$

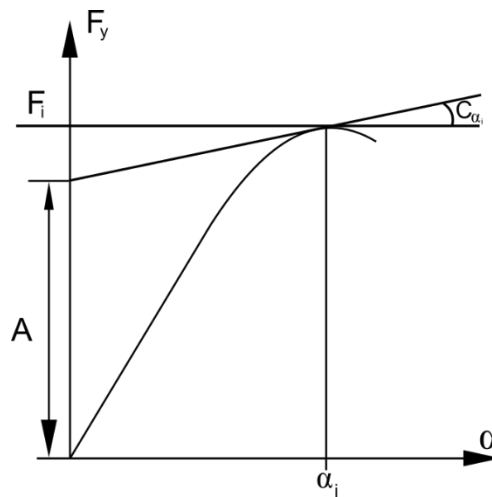
O fator de amortecimento e a frequência natural estão relacionados com a estabilidade dinâmica do veículo pois são variáveis que dependem da velocidade do mesmo. É interessante que o veículo trabalhe numa condição em que $0.5 \leq \omega_a < 1$.

2.2.11 Estudo da não linearidade da curva do pneu

Os cálculos desenvolvidos até então são válidos apenas para a região linear do gráfico da curva do pneu. No entanto, esse trabalho leva em consideração também a região não linear do mesmo e para isso foram desenvolvidos os seguintes cálculos e aproximações utilizando o método de linearização por partes.

Para um pneu qualquer, sua curva pode ser tal como a do gráfico 6.

Gráfico 6 - Curva de um pneu genérico



Fonte: Autor

Do gráfico 6, para pontos além da região linear da curva, pode-se calcular o valor aproximado em torno de um ponto através da seguinte equação:

$$F_{yi} = C_{\alpha i} \times \alpha_i + A \quad (61)$$

A diferença dessa equação para a equação (10) é que ela leva em conta o valor na abscissa que uma reta tangente ao ponto tocaria. Essa correção torna mais preciso o cálculo da força lateral na região não linear.

Assim a equação (10) pode ser reescrita como:

$$F_{yf} = C\alpha_f \times \alpha_f + A \quad (62)$$

Substituindo o termo α_f pelas equações (4) e (3) chega-se a:

$$F_{yf} = C\alpha_f \times \beta + C\alpha_f \times \frac{L_r \times r}{V} - C\alpha_f \times \delta + A \quad (63)$$

Analogamente para o eixo traseiro:

$$F_{yr} = C\alpha_r \times \alpha_r + B \quad (64)$$

$$F_{yr} = C\alpha_r \times \beta - C\alpha_r \times \frac{L_r \times r}{V} + B \quad (65)$$

A soma das duas equações resulta na força lateral com as componentes não lineares:

$$F_y = C\alpha_f \times \beta + C\alpha_f \times \frac{L_r \times r}{V} - C\alpha_f \times \delta + C\alpha_r \times \beta - C\alpha_r \times \frac{L_r \times r}{V} + A + B \quad (66)$$

As derivadas de força não sofrem mudanças. Os torques laterais das equações (20) e (21) passam a ser:

$$N_f = (C\alpha_f \times \alpha_f + A) \times L_f \quad (67)$$

$$N_r = (C\alpha_r \times \alpha_r + B) \times L_r \quad (68)$$

E o torque total é calculado fazendo a substituição de α_f e α_r através das equações (3), (4) e (6):

$$N = C\alpha_f \times \left(\beta \times L_f + \frac{L_f^2 \times r}{V} - \delta \times L_f \right) - C\alpha_r \times \left(\beta \times L_r - \frac{L_r^2 \times r}{V} \right) + A \times L_f - B \times L_r \quad (69)$$

As derivadas de momento também não sofrem mudanças e as equações (65) e (68) podem ser escritas como:

$$F_y = Y_\beta \times \beta + Y_r \times r + Y_\delta \times \delta + A + B \quad (70)$$

$$N = N_\beta \times \beta + N_r \times r + N_\delta \times \delta + A \times L_f - B \times L_r \quad (71)$$

Na métrica de estabilidade estática a não linearidade começa a ser desenvolvida da equação $\delta = \frac{L}{R} + \alpha_r - \alpha_f$ (9) substituindo os termos α_f e α_r pelos novos a partir das equações (62) e (64) tendo assim:

$$\delta = \frac{L}{R} - \frac{F_{yf} - A}{C\alpha_f} + \frac{F_{yr} - B}{C\alpha_r} \quad (72)$$

Da equação (27) aplicada a cada eixo resulta que:

$$\delta = \frac{L}{R} - \frac{\frac{W_f \times V^2}{g} - A}{C\alpha_f} + \frac{\frac{W_r \times V^2}{g} - B}{C\alpha_r} \quad (73)$$

Desenvolvendo a equação no sentido de obter uma análoga a equação (30) $\delta =$

$$\frac{L}{R} \times \left(\frac{W_f}{C\alpha_f} - \frac{W_r}{C\alpha_r} \right) \times \frac{a_y}{g} \quad (32):$$

$$\delta = \frac{L}{R} - \frac{V^2}{R} \times \left(\frac{W_r}{Y_\beta + Y_\delta} + \frac{W_f}{Y_\delta} - \frac{A}{Y_\delta} \times \frac{R}{V^2} - \frac{B}{Y_\beta + Y_\delta} \times \frac{R}{V^2} \right) \quad (74)$$

O termo entre parênteses será chamado de K_{nl} (gradiente de esterçamento não linear).

E de K podemos tirar as duas relações para as derivadas de A e B que são:

$$A' = \frac{A \times R \times g}{V^2} \quad (75)$$

E

$$B' = \frac{B \times R \times g}{V^2} \quad (76)$$

Assim:

$$K_{nl} = \left(\frac{W_r - B'}{Y_\beta + Y_\delta} + \frac{W_f - A'}{Y_\delta} \right) \quad (77)$$

Com isso é possível calcular a posição do ponto neutro não linear. Para

$K_{nl} = 0$:

$$\frac{W_{rPN} - B'}{Y_\beta + Y_\delta} + \frac{W_{fPN} - A'}{Y_\delta} = 0 \quad (78)$$

Que pode ser rescrita como:

$$\frac{\frac{W}{L} \times L_{fPN} - B'}{Y_{\beta} + Y_{\delta}} + \frac{\frac{W}{L} \times L_{rPN} - A'}{Y_{\delta}} = 0 \quad (79)$$

E desenvolvendo a equação visando isolar L_{fPN} chega-se a:

$$L_{fPN} = L \times \frac{Y_{\beta} + Y_{\delta}}{Y_{\beta}} - A' \times \frac{Y_{\beta} + Y_{\delta}}{Y_{\beta}} - B' \times \frac{Y_{\delta}}{Y_{\beta}} \quad (80)$$

Para as novas funções transferência a partir das equações (70) e (71) foram feitos os seguintes cálculos:

$$\left(s - \frac{Y_{\beta}}{m \times V}\right) \times \beta + \left(1 - \frac{Y_r}{m \times V}\right) \times r = \frac{Y_{\delta}}{m \times V} \times \delta + \frac{A}{m \times V} + \frac{B}{m \times V} \quad (81)$$

$$s \times r - \frac{N_r}{I_z} \times r - \frac{N_{\beta}}{I_z} \times \beta = \frac{N_{\delta}}{I_z} \times \delta + \frac{A}{I_z} \times L_f - \frac{B}{I_z} \times L_r \quad (82)$$

As quais podemos colocar no seguinte sistema de matrizes:

$$\begin{bmatrix} \left(s - \frac{Y_{\beta}}{m \times V}\right) & \left(1 - \frac{Y_r}{m \times V}\right) \\ \left(\frac{N_{\beta}}{I_z}\right) & \left(s - \frac{N_r}{I_z}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(s) \\ r(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{\delta}}{m \times V} \times \delta \\ \frac{N_{\delta}}{I_z} \times \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{A+B}{m \times V} \\ \frac{A \times L_f - B \times L_r}{I_z} \end{bmatrix} \quad (83)$$

E cujas soluções são:

$$\beta(s) = \frac{\left(s - \frac{N_r}{I_z}\right) \times \frac{Y_{\delta}}{m \times V} - \left(1 - \frac{Y_r}{m \times V}\right) \times \frac{N_{\delta}}{I_z}}{D(s)} \times \delta(s) + \frac{\left(s - \frac{N_r}{I_z}\right) \times \frac{A+B}{m \times V} - \left(1 - \frac{Y_r}{m \times V}\right) \times \frac{A \times L_f - B \times L_r}{I_z}}{D(s)} \quad (84)$$

$$r(s) = \frac{\left(s - \frac{Y_{\beta}}{m \times V}\right) \times \frac{N_{\delta}}{I_z} - \left(\frac{N_{\beta}}{I_z}\right) \times \frac{Y_{\delta}}{m \times V}}{D(s)} \times \delta(s) + \frac{\left(s - \frac{N_r}{I_z}\right) \times \frac{A \times L_f - B \times L_r}{I_z} + \frac{N_{\beta}}{I_z} \times \frac{A+B}{m \times V}}{D(s)} \quad (85)$$

2.3 Fórmula Mágica de Pacejka para a curva do pneu

É uma modelagem semi-empírica usada para calcular forças e momentos característicos em regime permanente para estudos em dinâmica veicular. Várias versões do modelo foram desenvolvidas e a utilizada nesse trabalho encontra-se no livro referenciado (PACEJKA, 2006).

No modelo estudado, um dos fatores mais importantes na dinâmica lateral veicular é a força lateral vinda do pneu. Essa força vem da curva característica do pneu e a seguir são apresentados os passos para o cálculo da força.

A forma geral da Fórmula Mágica é a seguinte:

$$y(x) = D \times \text{sen}[C \times \arctan\{B \times x - E \times (B \times x - \arctan(B \times x))\}] \quad (86)$$

Em que:

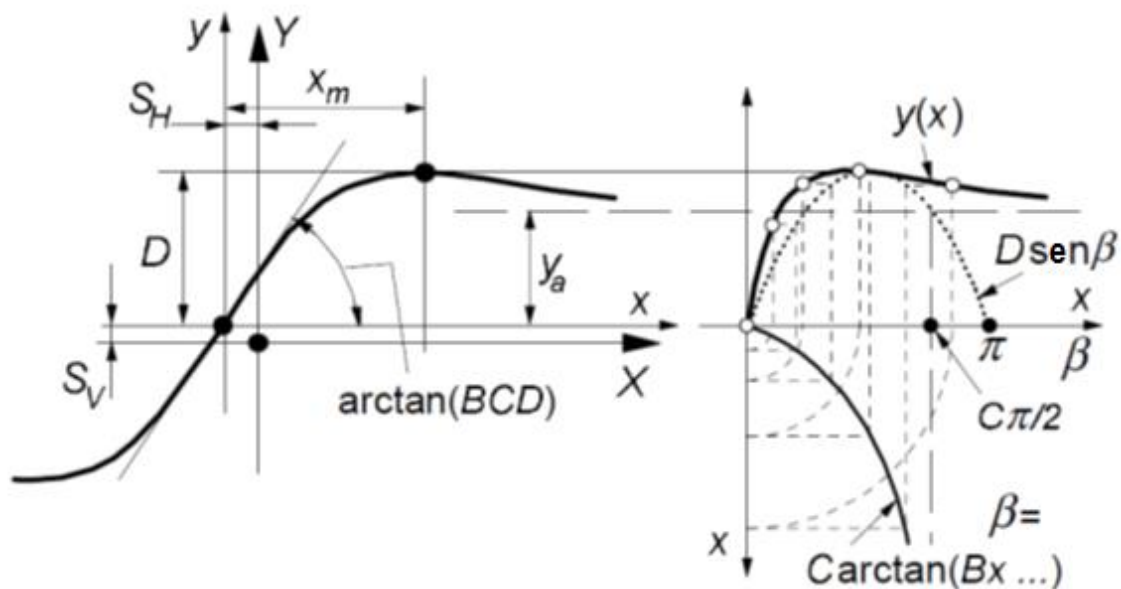
$$Y(x) = y(x) + S_v \quad (87)$$

$$x = X + S_H \quad (88)$$

Y é a variável de saída desejada (pode ser a força lateral (F_y), a força longitudinal (F_x) ou o momento de auto alinhamento (M_z) e X é a variável de entrada $\tan(\alpha)$ ou κ sendo essa última conhecida como deslizamento longitudinal (PACEJKA, 2006).

A Fórmula Mágica representada pela equação (61) tipicamente produz uma curva que passa pela origem (0,0), alcança um máximo e subsequentemente tende a uma assíntota horizontal. Para dados valores dos coeficientes B, C, D e E a curva mostra uma forma anti-simétrica a respeito da origem. Para permitir que a curva tenha um desvio na origem, dois deslocadores S_H e S_V foram introduzidos (PACEJKA, 2006).

Gráfico 7 - Curva produzida pela versão original de seno da Fórmula Mágica. Os significados dos parâmetros estão descritos a frente



Fonte: Adaptado de Pacejka (2006)

Um novo conjunto de coordenadas $Y(X)$ aparece como mostrado na figura acima. A fórmula é capaz de produzir características que se aproximam muito das curvas medidas para força lateral (F_y) e longitudinal (F_x) como funções de

seus respectivos deslizamentos (slips): o slip angle α e o deslizamento longitudinal κ com o efeito da carga F_z e o camber angle γ incluído nos parâmetros (PACEJKA, 2006).

O coeficiente D representa o valor de pico (em relação ao eixo X central e para $C \geq 1$) e o produto $BXCXD$ corresponde a inclinação na origem (0,0). O fator de forma C controla os limites da extensão da função seno na equação (61) e assim determina o formato da curva resultante. O fator B é deixado para determinar a inclinação na origem e é chamado de fator de rigidez. O fator E é introduzido para controlar a curvatura no pico e ao mesmo tempo a posição horizontal do pico (PACEJKA, 2006).

Os deslocamentos S_H e S_V parecem ocorrer quando efeitos de conicidade, ply-steer e a resistência ao rolamento fazem com que as curvas F_x e F_y não passem pela origem. O ângulo de camber pode causar um considerável deslocamento nas curvas F_y X α . Tal deslocamento pode ser acompanhado por um significativo desvio da forma antissimétrica pura da curva original. Para acomodar tal assimetria, o fator de curvatura E é calculado dependente do sinal da abscissa (x) (PACEJKA, 2006).

$$E = E_0 + \Delta E \times \text{sgn}(x) \quad (89)$$

As equações do modelo da Fórmula Mágica contêm parâmetros adimensionais e um conjunto de fatores de escala λ . Um parâmetro usado nas equações é a carga nominal do pneu F_{zo} . O efeito de ter um pneu com carga nominal diferente pode ser grosseiramente aproximado usando o fator de escala λ_{Fzo} e assim tendo (PACEJKA, 2006):

$$F'_{zo} = \lambda_{Fzo} \times F_{zo} \quad (90)$$

Adicionalmente pode ser introduzida a mudança normalizada na carga vertical:

$$df_z = \frac{F_z - F'_{zo}}{F'_{zo}} \quad (91)$$

Para o giro devido ao ângulo camber é introduzido:

$$\gamma^* = \text{sen } \gamma \quad (92)$$

Para as situações comuns em que o deslizamento lateral pode ser desprezado (raio da trajetória $R \rightarrow \infty$) e o ângulo camber permanece pequeno, os fatores ζ_i aparecendo nas equações são estabelecidos como unitários (PACEJKA, 2006):

$$\zeta_i = 1 \quad (i = 0, 1, \dots, 8).$$

O conjunto de equações para o cálculo da força lateral é apresentado a seguir:

Força lateral F_{y0} :

$$F_{y0} = D_y \times \sin[C_y \times \arctan\{B_y \times \alpha_y - E_y \times (B_y \times \alpha_y - \arctan(B_y \times \alpha_y))\}] + S_{Vy} \quad (93)$$

Correção do ângulo alfa:

$$\alpha_y = \alpha^* + S_{Hy} \quad (94)$$

Fatores da curva:

$$C_y = p_{Cy1} \times \lambda_{Cy} \quad (95)$$

$$D_y = \mu_y \times F_z \times \zeta_2 \quad (96)$$

$$\mu_y = (p_{Dy1} + p_{Dy2} \times df_z) \times (1 - p_{Dy3} \times \gamma^{*2}) \times \lambda_{\mu y} / (1 + \lambda_{\mu V} \times V_s / V_o) \quad (97)$$

$$E_y = (p_{Ey1} + p_{Ey2} \times df_z) \times \{1 - (p_{Ey3} + p_{Ey4} \times \gamma^*) \times \text{sgn}(\alpha_y)\} \times \lambda_{Ey} \quad (98)$$

$$K_{y\alpha o} = p_{Ky1} \times F'_{zo} \times \sin[2 \times \arctan\{F_z / (p_{Ky2} \times F'_{zo})\}] \times \lambda_{Ky\alpha} \quad (99)$$

$$K_{y\alpha} = K_{y\alpha o} \times (1 - p_{Ky3} \times \gamma^{*2}) \times \zeta_3 \quad (100)$$

$$B_y = K_{y\alpha} / (C_y \times D_y + \varepsilon_y) \quad (101)$$

$$S_{Hy} = (p_{Hy1} + p_{Hy2} \times df_z) \times \lambda_{Hy} + p_{Hy3} \times \gamma^* \times \lambda_{Ky\gamma} \times \zeta_0 + \zeta_4 - 1 \quad (102)$$

$$S_{Vy} = F_z \times \{(p_{Vy1} + p_{Vy2} \times df_z) \times \lambda_{Vy} + (p_{Vy3} + p_{Vy4} \times df_z) \times \gamma^* \times \lambda_{Ky\gamma}\} \times \lambda'_{\mu\gamma} \times \zeta_2 \quad (103)$$

$$K_{y\gamma o} = \{p_{Hy3} \times K_{y\alpha o} + F_z \times (p_{Vy3} + p_{Vy4} \times df_z)\} \times \lambda_{Ky\gamma} \quad (104)$$

As equações dessa sessão são válidas no caso de puro deslizamento (slip) e foram todas retiradas de (PACEJKA, 2006).

2.4 Normas ISO

A dirigibilidade de veículos pesados em estradas é um aspecto muito importante dentro da segurança ativa veicular. Qualquer veículo pesado junto de seu motorista e ambiente predominante formam um único sistema em loop fechado. Uma completa e precisa descrição do comportamento de um veículo pesado deve necessariamente envolver informação obtida de um número de testes de diferentes tipos. Os resultados desses testes podem apenas ser considerados significantes para uma pequena parte correspondente do comportamento total do veículo (ISO, 1996, 2003).

O comportamento em curva em regime permanente de veículos que possuem mais de dois eixos e/ou eixos de rodagem dupla ou com pneus de larga base, como é o caso da maioria dos veículos pesados, é uma função próxima de ambas aceleração centrípeta e raio de curvatura. Para caracterizar o comportamento em estado permanente desses veículos é então necessário conduzir testes de curva em diferentes raios e com diferentes níveis de aceleração centrípeta. Tal bateria de testes pode ser feita em uma série de testes de raio constante feita em vários raios ou por uma série de testes de velocidade constante com ângulo de esterçamento variável conduzida em diferentes velocidades (ISO, 2003).

As características da resposta de controle direcional são determinadas dos dados obtidos através da repetição do procedimento em velocidades sucessivamente maiores. Para caracterizar completamente o regime permanente em curva do veículo esse procedimento pode então ser repetido para vários raios.

2.5 Matlab e Simulink

Matlab é um software largamente usado nas indústrias automobilística, aeroespacial, de geração e transmissão de energia, para equipamento de monitoramento hospitalar e comunicações. Ele é usado para processamento de sinais, imagens, visão computacional, finanças, projetos de controle, robóticas e outros (MATLAB PRODUCT DESCRIPTION, 2017).

Dentro do Matlab há um ambiente chamado Simulink, que consiste de diagramas de blocos para simulações em diferentes domínios. É possível nele simular, automatizar geração de códigos, realizar testes contínuos e embarcar códigos. Dentro dele há várias bibliotecas com funções para diferentes áreas de uso (SIMULINK, 2017).

3 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo implementar um modelo matemático no ambiente Simulink do Matlab de um veículo trafegando em uma curva de raio constante com ângulo de esterçamento e velocidade variáveis. Será estudado o comportamento do veículo com relação a região linear e não linear do pneu durante a realização da curva.

Fornecer ao leitor as ferramentas mínimas necessárias para um estudo inicial da dinâmica lateral veicular.

4 Materiais e Métodos

4.1 Teste de raio constante e velocidade variável

Existem vários métodos de ensaio estabelecidos para determinar o comportamento em regime permanente de veículos durante manobras em curvas. Dentre eles estão:

- Teste de raio constante;
- Teste de ângulo de esterçamento constante;
- Teste de velocidade constante e ângulo de esterçamento variável;
- Teste de velocidade constante e raio de curva variável.

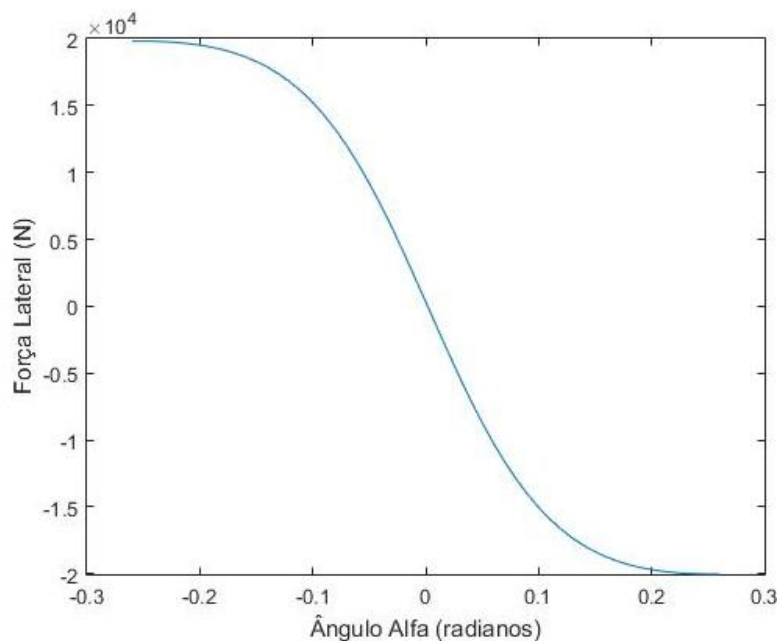
Para esse trabalho foi feita uma adaptação do teste de raio constante. No simulador é feito um ensaio com raio constante e velocidade e ângulo de esterçamento variáveis. O ângulo de esterçamento é regulado no sentido de manter o veículo na trajetória.

4.2 Produção das curvas dos pneus

Para produzir as curvas de força lateral dos pneus foram escritos quatro códigos no Matlab que estão disponíveis nos apêndices. O código “Dadospneu.m” tem como função importar um arquivo .tir, que contém as informações de desempenho do pneu que foram obtidas através de ensaios em laboratório do fabricante, e armazenar o nome dos coeficientes e valores dos mesmos em um vetor. O código “var.m” procura pelo nome da variável desejada no vetor e retorna o valor atribuído a essa variável para o cálculo da força lateral. O código “F.m” realiza o cálculo da força lateral F_y utilizando os dois códigos já mencionados e as equações da Fórmula Mágica descritas anteriormente. Para o cálculo da força lateral é preciso fornecer: ângulo α ,

força vertical a que o pneu está submetido, ângulo de camber – que nesse trabalho foi assumido como zero – e o arquivo .tir contendo as informações do pneu. O código “Grafico.m” faz a chamada do código “F.m” várias vezes armazenando a força lateral de saída e plotando ela numa curva de força por ângulo slip α . Para o código “Grafico.m” é preciso fornecer: intervalo dos ângulos α em graus que se deseja calcular, ângulo de camber, força vertical a que o pneu está submetido e o arquivo .tir. O gráfico resultante (a exemplo, o Gráfico 8) tem o ângulo α dado em radianos pois para o cálculo da força lateral dentro do simulador o ângulo precisa estar em radianos.

Gráfico 8 - Curva de força lateral de pneu gerada a partir dos códigos desenvolvidos



Fonte: Autor

Após produzir a curva foi usada a ferramenta “Basic Fitting” do Matlab para extrair uma equação que se aproxima da curva com o menor resíduo possível. Essa equação é utilizada dentro do simulador para calcular a força lateral em um dado ângulo e a derivada da força em relação ao ângulo, derivada essa correspondente ao C_{α} . Essa foi a maneira encontrada para evitar o uso de “look-up tables”, que são tabelas com dados pré colocados. As “look-up tables” estavam fornecendo resultados insatisfatórios durante a simulação, pois o cálculo da derivada da força passava por um pico quando da mudança de um

ponto para outro dentro da tabela, assim causando um erro considerável no cálculo de outras variáveis e dificultando a interpretação dos resultados.

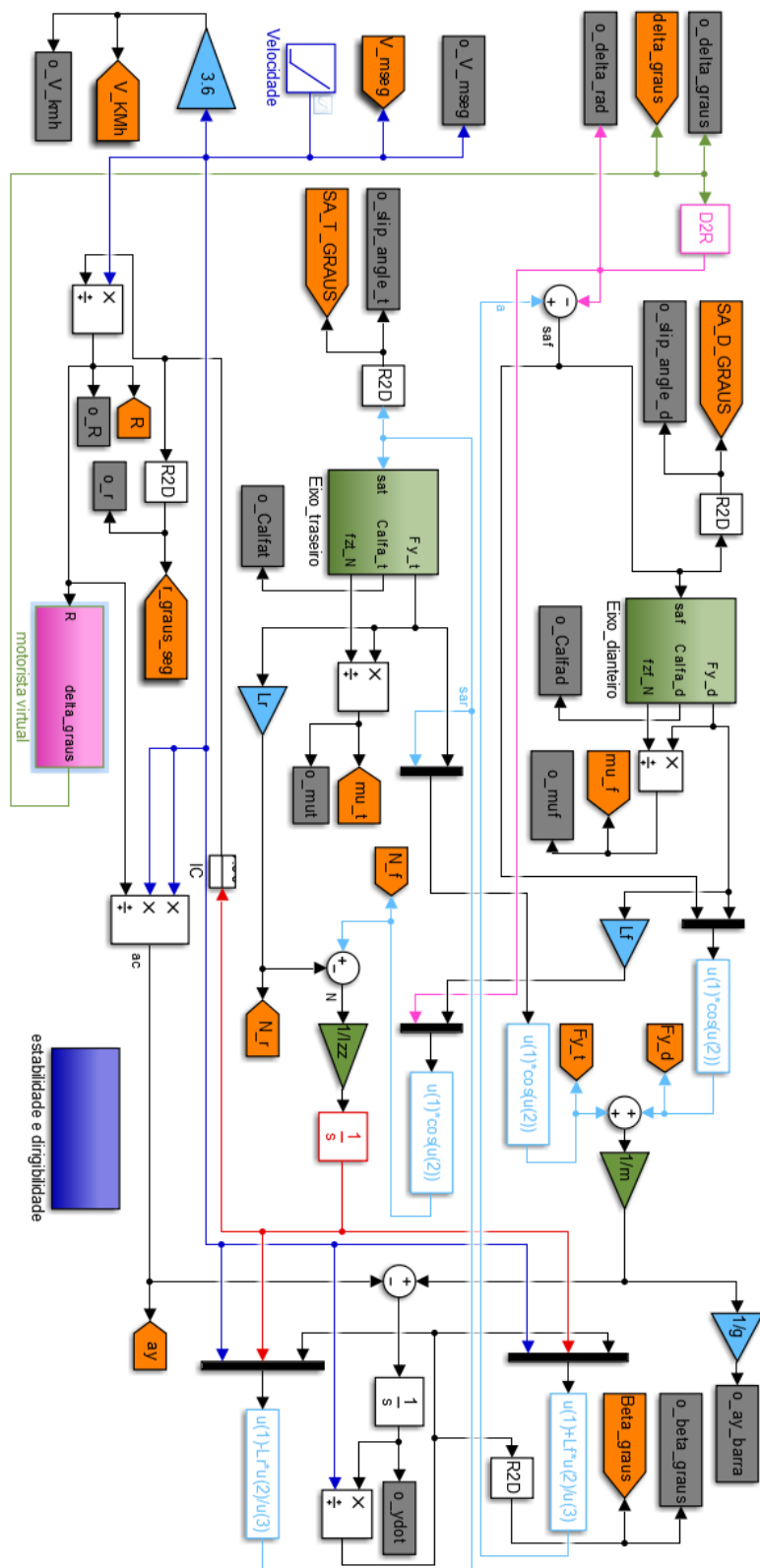
4.3 Simulador de dinâmica lateral

Foi desenvolvido no ambiente do Simulink dentro do Matlab um simulador de dinâmica lateral utilizando as equações descritas na seção **2.2**. O simulador tem como entradas a velocidade inicial, o passo com que a velocidade cresce, o tempo a partir do qual a velocidade começa a crescer e o ângulo de esterçamento delta sendo esse último controlado pelo PID interno.

Além disso foi criada dentro do simulador uma aba para testar os resultados das equações e derivadas quando a força lateral não está mais na região linear da curva.

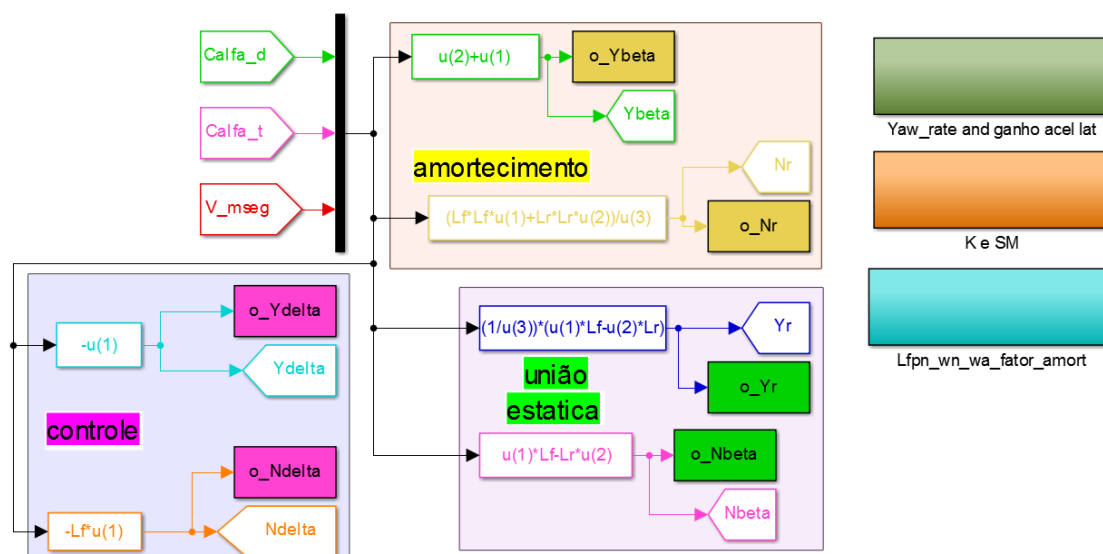
A seguir estão apresentadas algumas das abas criadas para o simulador.

Figura 11 - Ilustração do simulador criado dentro do ambiente do Simulink para realização do teste de raio constante



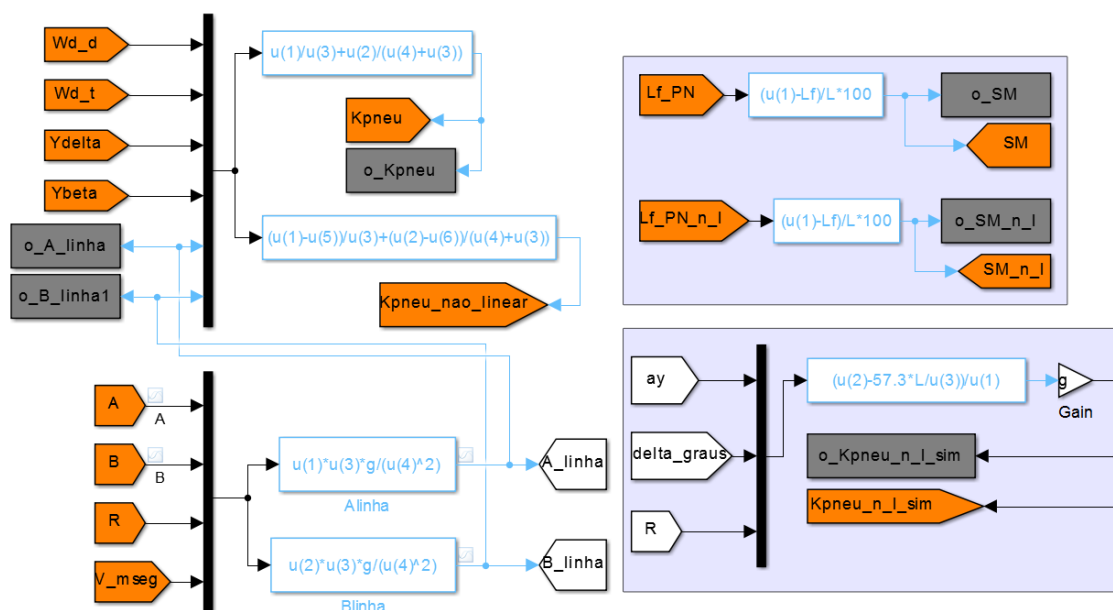
Fonte: Autor

Figura 12 - Ilustração do simulador criado dentro do ambiente do Simulink. Nessa aba são calculadas as derivadas apresentadas nas seções 2.2.4 e 2.2.5



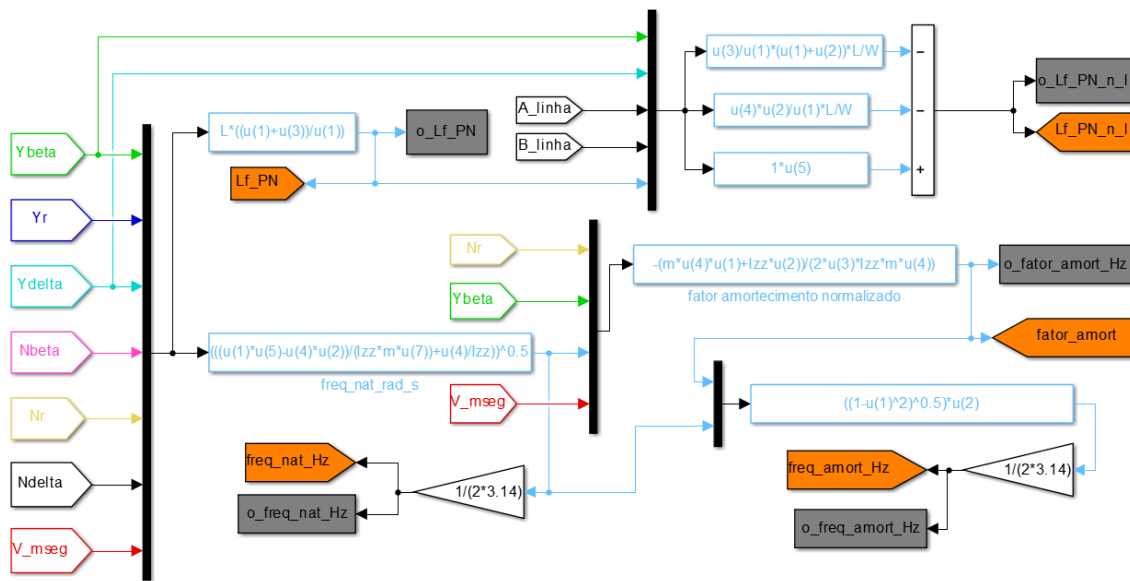
Fonte: Autor

Figura 13 - Ilustração do simulador criado dentro do ambiente do Simulink. Nessa aba são calculados o gradiente de esterçamento do pneu, a margem de estabilidade e seus valores quando na faixa não linear da curva do pneu e as derivadas dos valores A e B



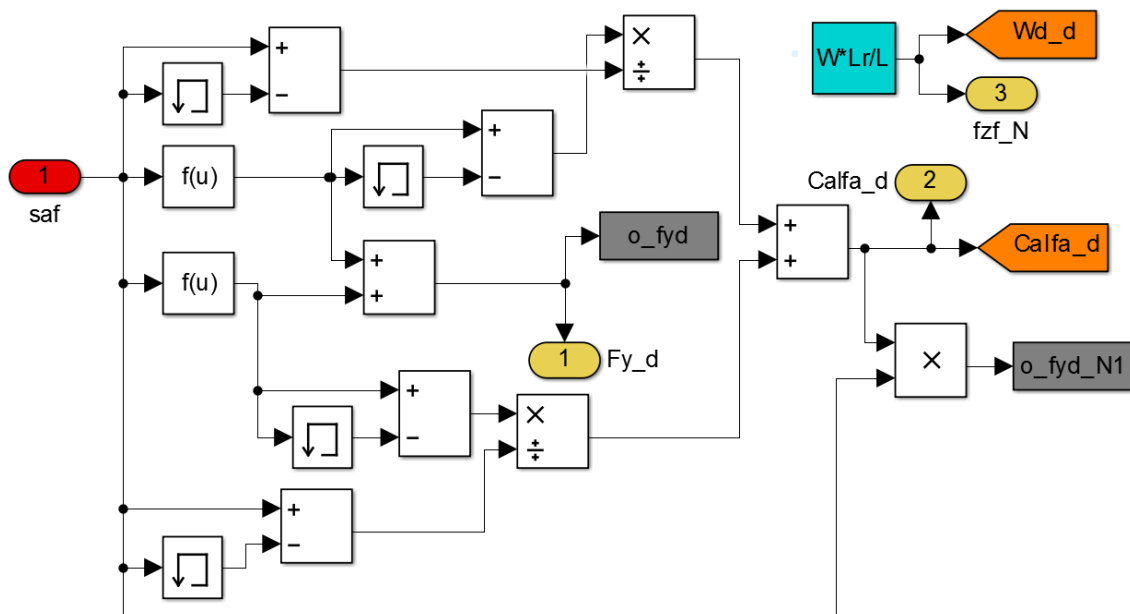
Fonte: Autor

Figura 14 - Ilustração do simulador criado dentro do ambiente do Simulink. Nessa aba são calculados os pontos neutros linear e não linear bem como as frequências natural e amortecida e o fator de amortecimento

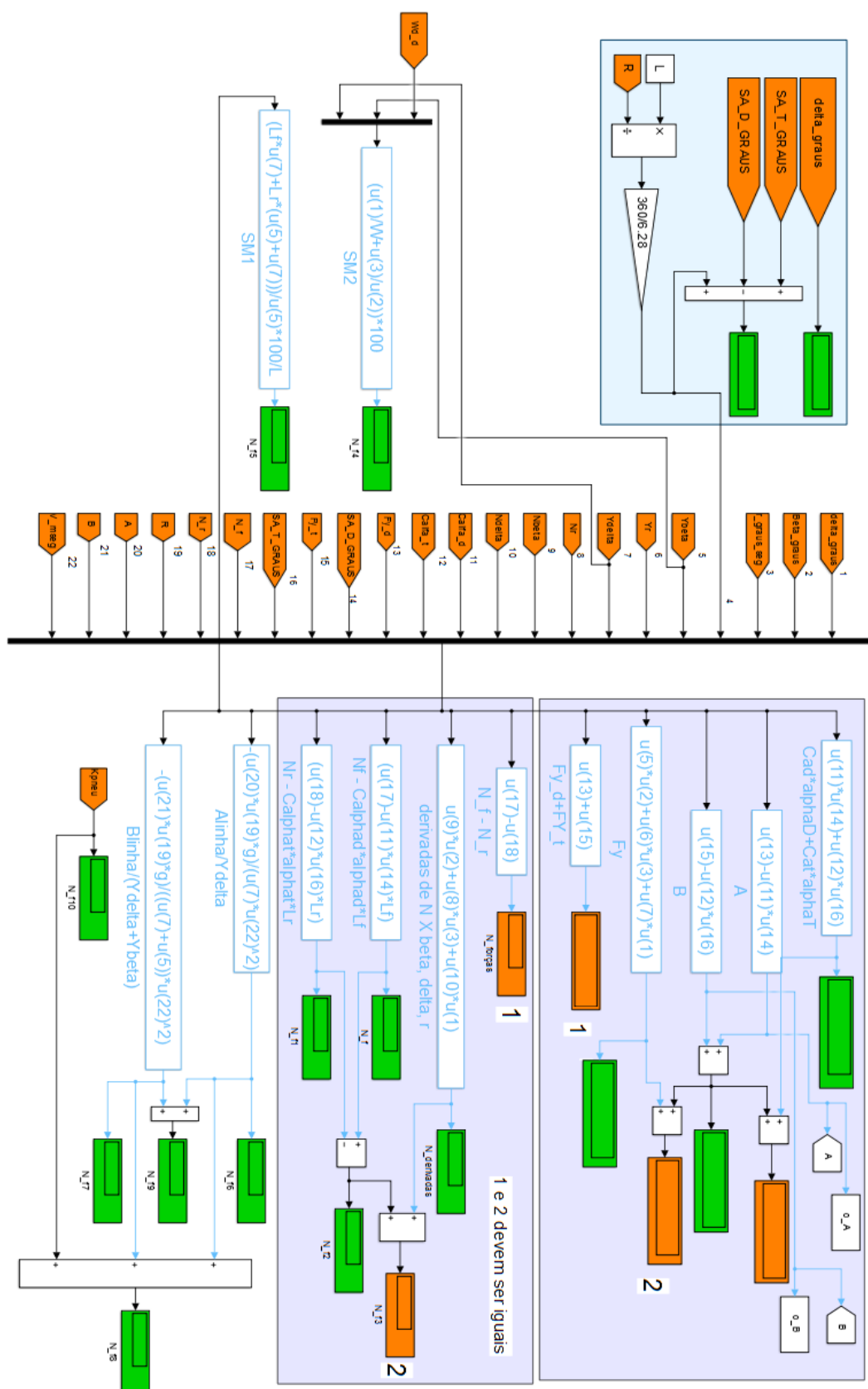


Fonte: Autor

Figura 15 - Ilustração do simulador criado dentro do ambiente do Simulink. Nessa aba é feito o cálculo da força lateral através da entrada do ângulo alfa em 1 e também é calculado o Calfa através de um loop temporal

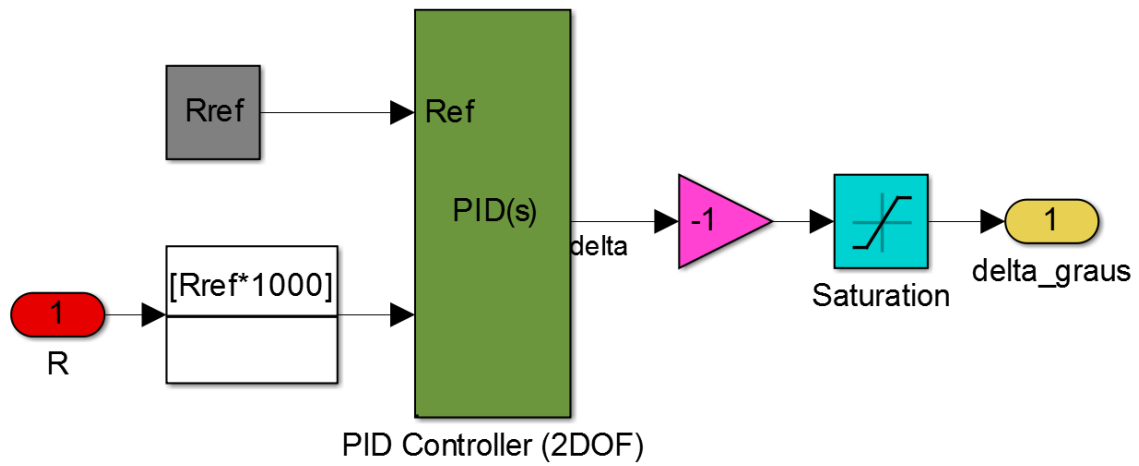


Fonte: Autor



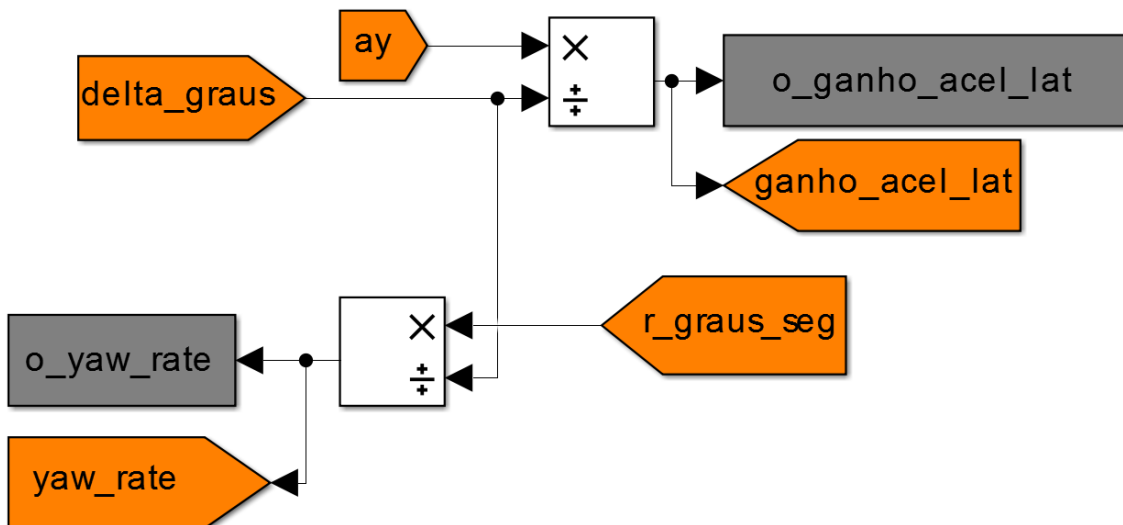
Fonte: Autor

Figura 17 - Ilustração do simulador criado dentro do ambiente do Simulink. Essa aba mostra o motorista virtual responsável por manter o veículo na curva (bloco em verde). A saída do mesmo é o ângulo de esterçamento delta



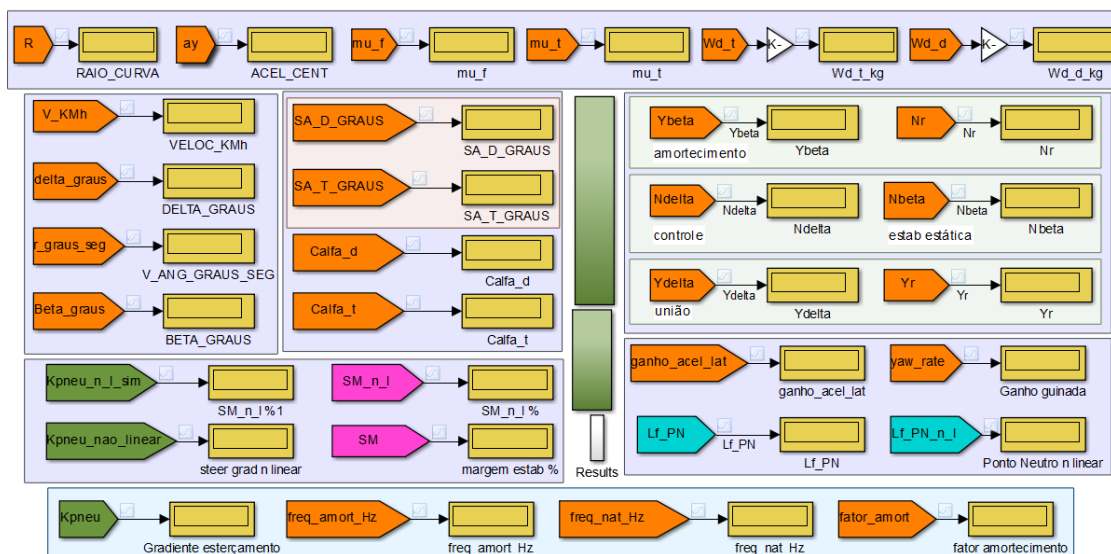
Fonte: Autor

Figura 18 - Ilustração do simulador criado dentro do ambiente do Simulink. Nessa aba são calculadas a taxa de guinada e o ganho de aceleração lateral



Fonte: Autor

Figura 19 - Ilustração do simulador criado dentro do ambiente do Simulink. Nessa aba são exibidos os resultados dos cálculos durante a simulação.



Fonte: Autor

A simulação foi realizada usando o “solver” de passo contínuo “ode 14x”. Esse “solver” computa o estado do próximo passo como uma função implícita do estado no passo atual e a derivada do estado no próximo passo de tempo. Em outras palavras ele segue a equação (105) (CHOOSE SOLVER, 2017):

$$x_{n+1} - x_n - h * D_x X(n+1) = 0 \quad (105)$$

4.3.1 Configurações dos Veículos

Os caminhões exemplos foram assim chamados e tiveram seus valores de L_f escolhidos tomando como base um caminhão real com carregamento mal distribuído (muito traseiro). Assim é possível estudar a importância da distribuição de carga dentro do veículo.

Foram realizadas três simulações de dois modelos de caminhão: duas simulações foram feitas com um caminhão exemplo sendo a primeira feita com $L_f = 1.6m$ e a segunda com $L_f = 1.8m$ e a última simulação com o modelo Atego da Mercedes Benz.

Para as simulações foram usados dados de três veículos:

1- Caminhão modelo Mercedes Atego 1719/42:

$$L = 4,16\text{m};$$

$$L_f = 1,47\text{m};$$

$$L_r = 2,67\text{m};$$

$$\text{Massa total} = 4810\text{kg};$$

Dados retirados de Mercedes Benz (2017).

2- Caminhões exemplo:

$$L = 2,8\text{m}$$

$$L_f = \text{de } 1,6 \text{ e } 1,8\text{m};$$

$$L_r = 1,2 \text{ para } L_f = 1,6\text{m} \text{ e } 1,0\text{m para } L_f = 1,8\text{m};$$

$$M = 4000\text{kg};$$

Dados do autor.

3- Lamborghini Diablo:

$$L = 2,65\text{m};$$

$$L_f = 1,086\text{m};$$

$$L_r = 1,563\text{m};$$

$$M = 1576\text{kg};$$

Dados retirados de Jazar (2013).

Para a simulação dos dois caminhões foi utilizado um passo de tempo de 0.001 com velocidade inicial de 3m/s com passo de aumento de 0,1. Para o Lamborghini Diablo foi utilizado um passo de 0.0001 com velocidade inicial de 11m/s com passo de aumento de 0,1. Os passos e velocidades foram escolhidos de maneira que o simulador pudesse realizar as simulações sem erros de cálculo ou software e de maneira a aproximar a simulação da realidade.

5 Resultados e discussões

Essa seção será dividida em duas partes: uma para as simulações dos caminhões e outra para a simulação do carro.

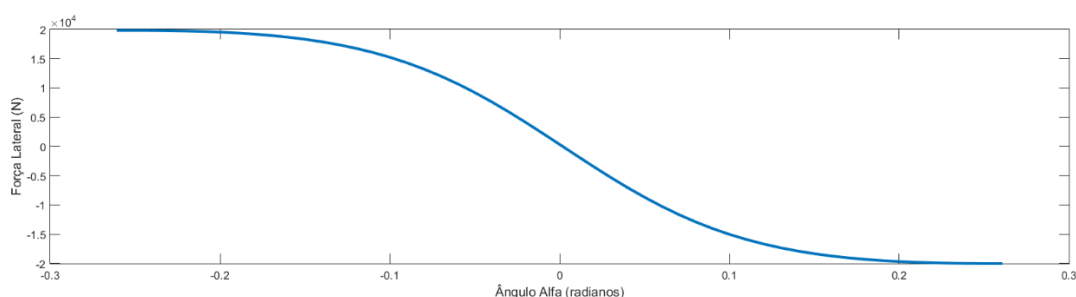
5.1 Caminhões

Essa seção será dividida em duas partes: uma para as simulações dos caminhões exemplo e uma para a simulação do modelo Mercedes Atego 1719/42.

5.1.1 Caminhões exemplos

O Gráfico 9 abaixo mostra uma curva calculada para o pneu numa faixa de -15 a 15 graus para uma carga de 30kN. Nota-se no gráfico que para ângulos acima de 10 graus (0.175 radianos aproximadamente) não há variação significativa na força lateral gerada pelo pneu.

Gráfico 9 - Curva produzida pelos códigos para estudo da dinâmica lateral veicular dos caminhões

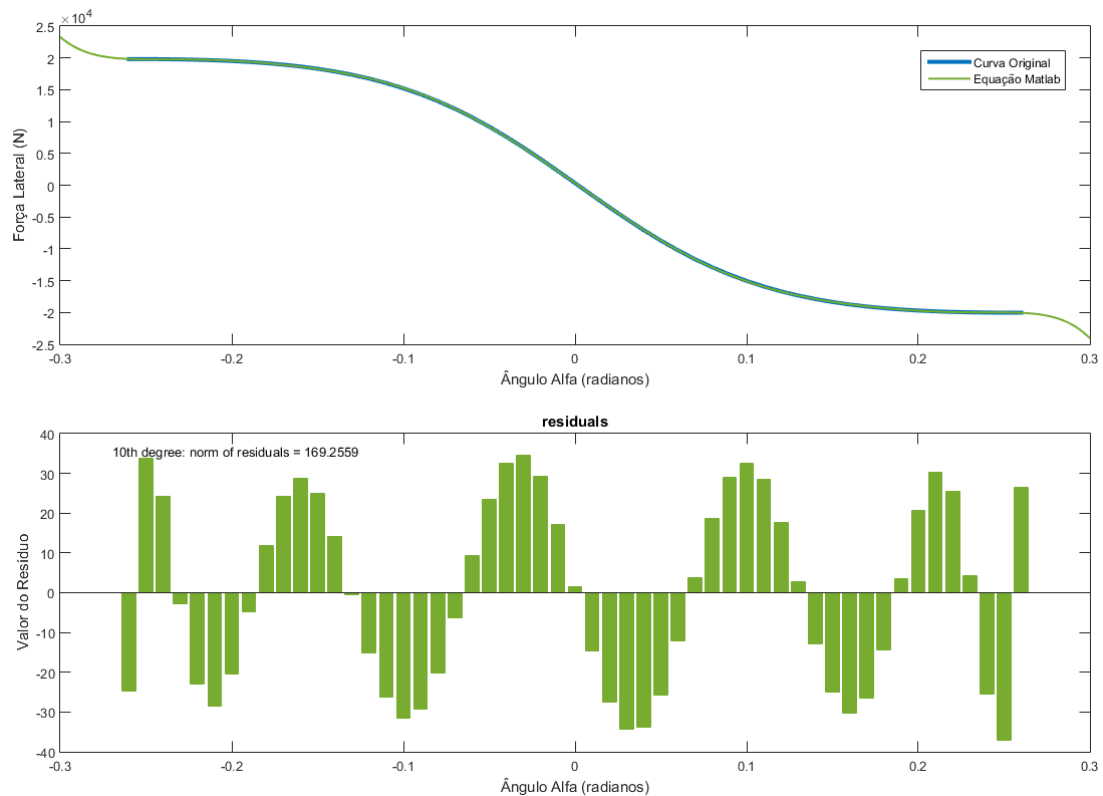


Fonte: Autor

Na Figura 20 está uma ilustração do uso da ferramenta “basic fitting” para obter a equação da curva. Nota-se que a equação representa bem a curva numa

faixa de até 10 graus positivo ou negativo (de -0.17 a 0.17 radianos aproximadamente). Acima dessas faixas os resíduos da equação passam a interferir na qualidade da resposta, e os resultados obtidos devem sofrer uma análise crítica em função disso.

Figura 20 - A curva da equação que mais se aproxima da curva do gráfico anterior e os resíduos dessa equação para com a curva



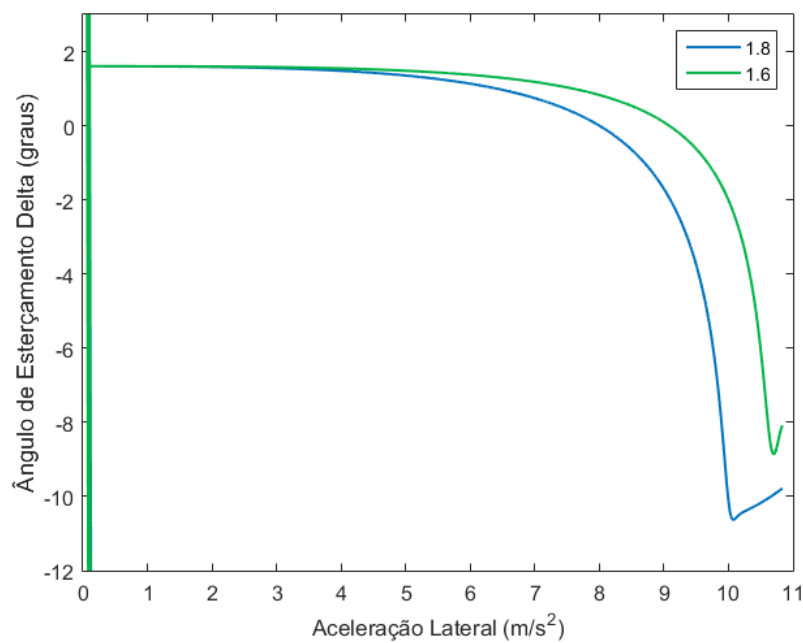
Fonte: Autor

É importante notar que os caminhões exemplo tem a distribuição de pesos nas proporções:

- Para $L_f = 1.6m$: 43% dianteiro, 57% traseiro;
- Para $L_f = 1.8m$: 36% dianteiro, 64% traseiro.

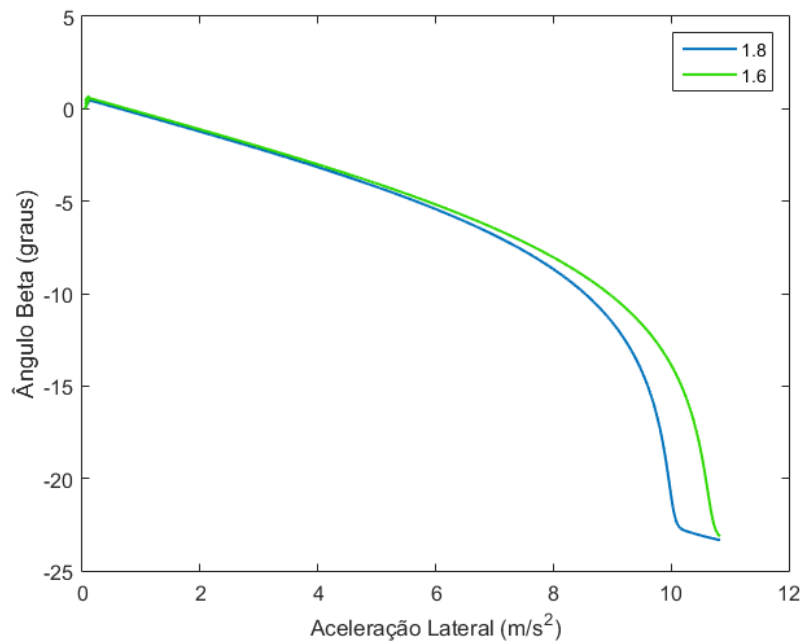
Considerados os fatos, seguem os resultados das simulações.

Gráfico 10 - Curvas do ângulo de esterçamento em função da aceleração lateral



Fonte: Autor

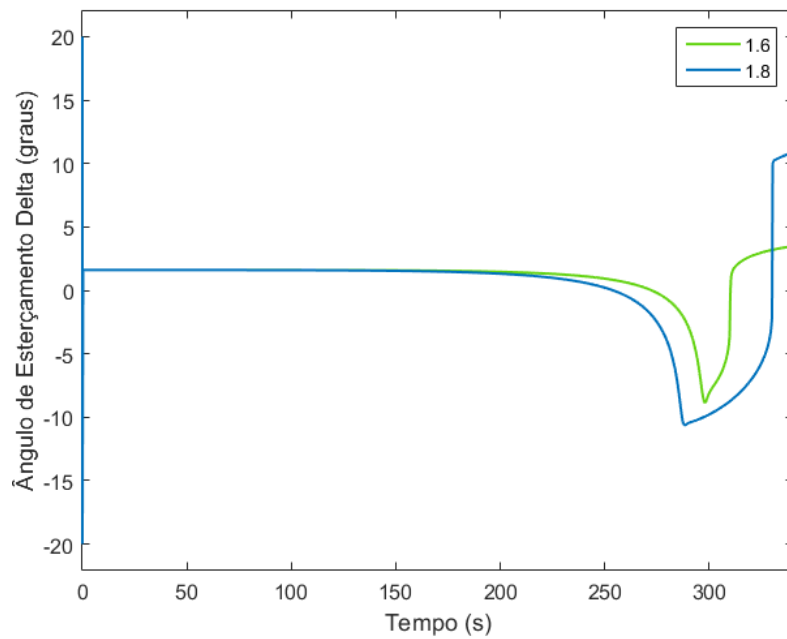
O Gráfico 10 é um dos sugeridos pela ISO 14792, usado para estudo comparativo de veículos e de sua performance. Nota-se no gráfico que o ângulo de esterçamento teve valor negativo antes da perda de controle do veículo, caracterizando um regime de oversteer. Além disso o caminhão com $L_f = 1.6m$ pode suportar maior aceleração lateral antes de perder o controle (ponto em que houve uma inflexão no gráfico). O lado esquerdo do gráfico se explica pelo fato de que no começo da simulação o motorista virtual está com o veículo numa curva de raio alto e ajustando o veículo para essa curva (ISO, 2003).

Gráfico 11 – Curvas do ângulo beta em função da aceleração lateral

Fonte: Autor

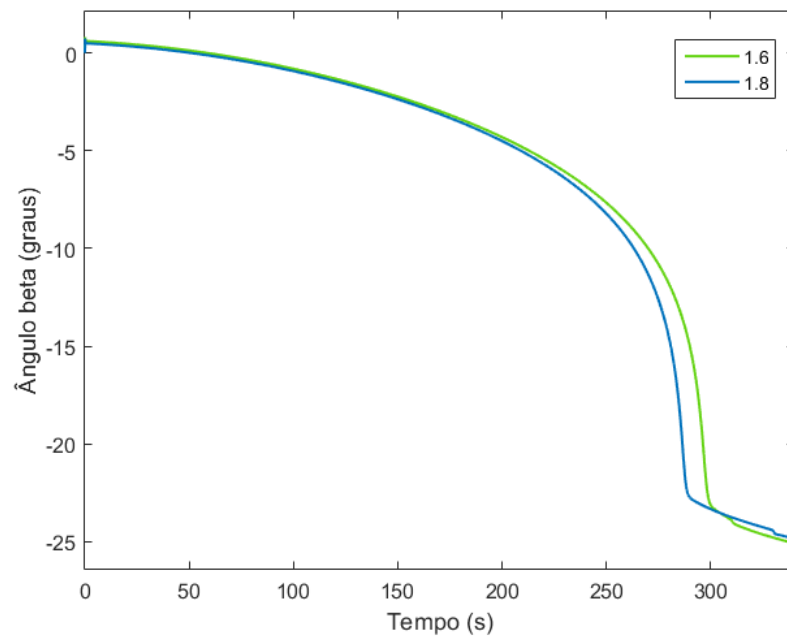
Esse gráfico também é sugerido pela ISO 14792 e mostra o quanto o veículo gira em torno de seu CG conforme a aceleração lateral cresce. Novamente é possível notar que o veículo com $L_f = 1.6m$ possui maior resistência a aceleração lateral, pois foi necessária uma maior aceleração lateral para um módulo maior de ângulo beta (ISO, 2003).

Gráfico 12 - Curvas do ângulo de esterçamento em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

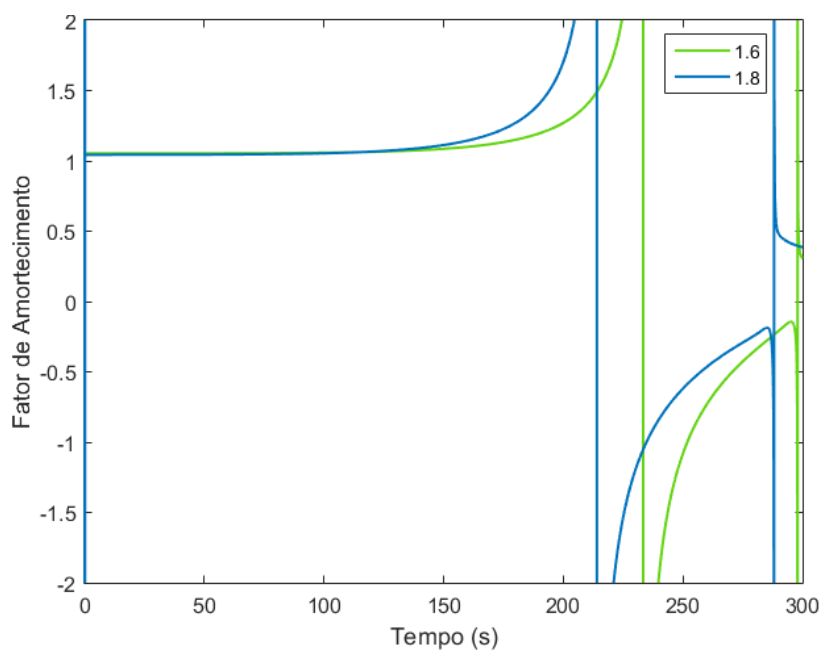
Nesse gráfico observa-se que houve pequena mudança no ângulo de esterçamento durante a maior parte da simulação. A mudança mais significativa começa a ocorrer após os 200s, quando o veículo está a aproximadamente 83km/h (23m/s). A partir dos 250s o ângulo passa a diminuir de maneira mais pronunciada, chegando a um mínimo de aproximadamente 10.5° negativos para $L_f = 1.8m$ e 9° negativos para $L_f = 1.6m$, reforçando o que já foi dito sobre a última configuração.

Gráfico 13 - Curvas do ângulo beta em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

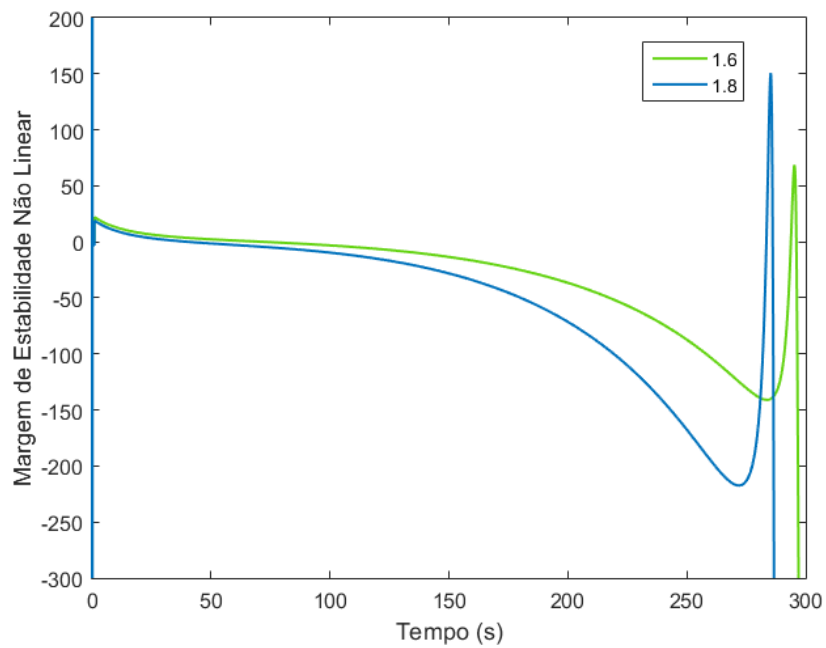
Aqui observa-se que os veículos iniciaram a curva com o ângulo β voltado para dentro da curva e após aproximadamente 50s estavam com β voltado para fora da curva. O fato de o ângulo β , próximo ao instante em que os veículos perderam o controle (aproximadamente 280s), estar na faixa de 20° negativos ajuda a corroborar a conclusão de que os veículos estavam em regime de oversteer.

Gráfico 14 - Curvas do fator de amortecimento em função do tempo de simulação



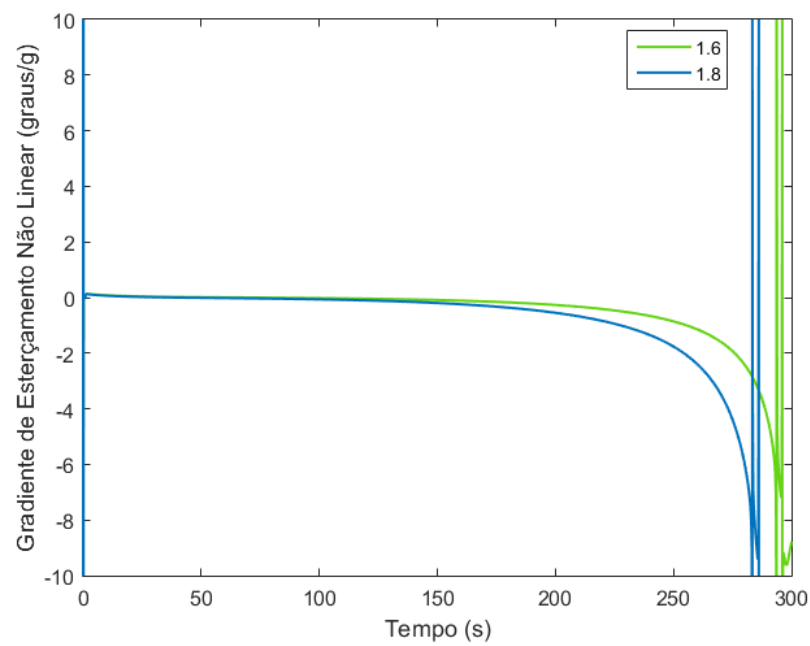
Fonte: Autor

As curvas do gráfico 14 mostram que os caminhões exemplos trabalham em regime sobreamortecido até pouco depois de 200s, quando o gráfico passa por uma inflexão, que se acredita ocorrer devido a equação da curva não representar precisamente a curva original do pneu para ângulos maiores em módulo que 10° e nessa região de tempo os ângulos α_f e α_r estão próximos de 10° e por isso houve interferência nos cálculos da frequência natural, valor crítico para o cálculo do fator de amortecimento.

Gráfico 15 - Curvas da margem de estabilidade não linear em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

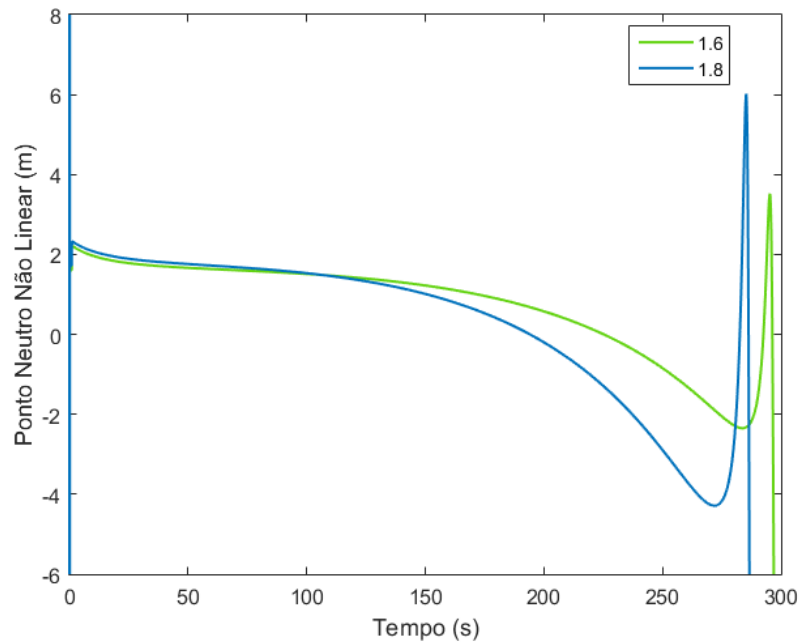
Pelas curvas do gráfico 15, a partir dos 50s aproximadamente a margem torna-se zero a negativa para ambas as configurações. Sabe-se da teoria dita que para margens negativas o veículo está em regime oversteer, assim conclui-se que o gráfico está coerente com o esperado.

Gráfico 16 - Curvas do gradiente de esterçamento não linear em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

Pelos gráficos anteriores é esperado, pelo comportamento dos veículos visto até agora, que o gradiente de esterçamento fosse negativo, pois ambos estão em regime de oversteer. As inflexões no final das curvas se explicam pela perda de controle do veículo e a tentativa de o motorista virtual de colocá-lo de volta na curva.

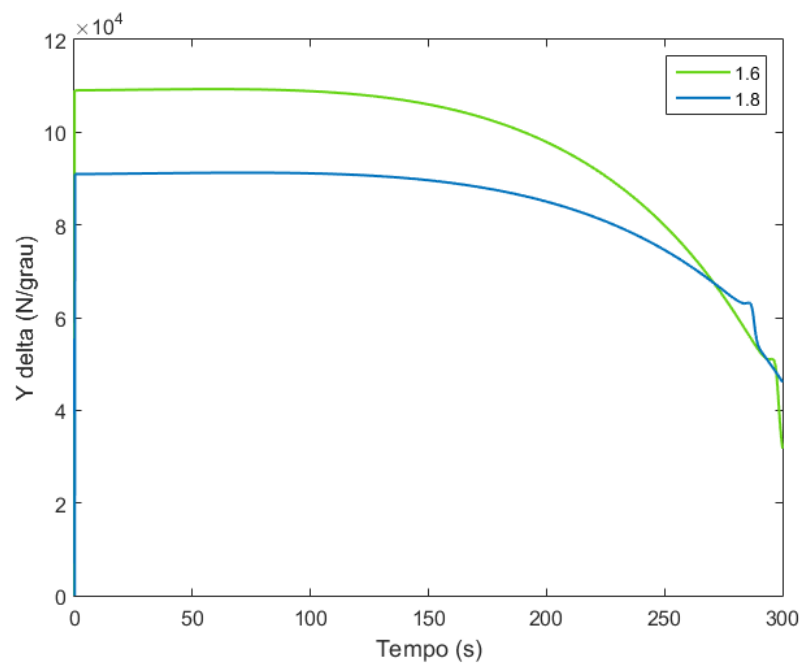
Gráfico 17 - Curvas da posição do ponto neutro dianteiro não linear em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

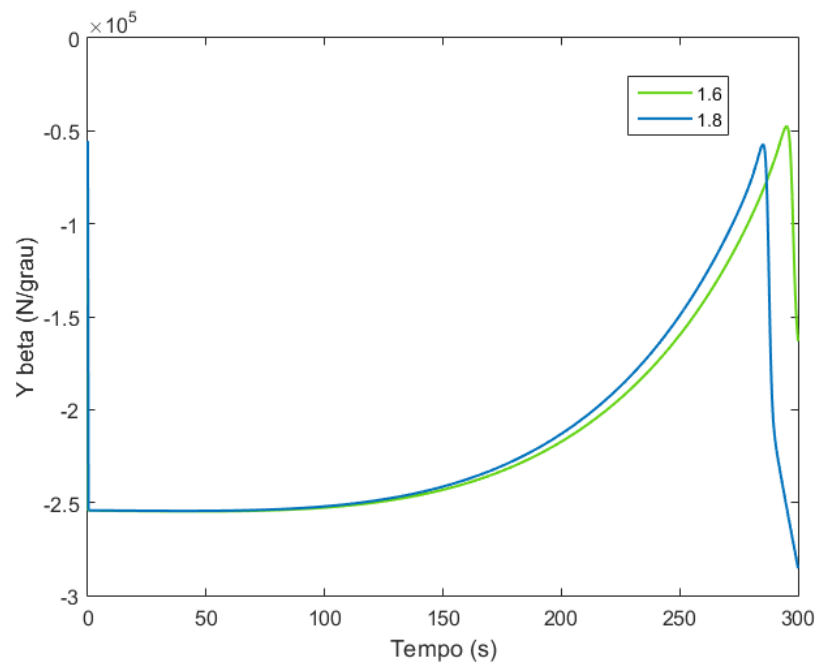
A posição do ponto neutro dianteiro não linear varia principalmente em função do termo A' e B' pois o termo L na equação se mantém constante. Os dois primeiros termos passam por grandes variações em valor pois são função dos ângulos α_f e α_r . Quanto maior a velocidade do veículo mais distante fica o seu ponto de esterçamento neutro, pelo gráfico 17.

Gráfico 18 - Curvas dos valores Y_{δ} em função do tempo de simulação



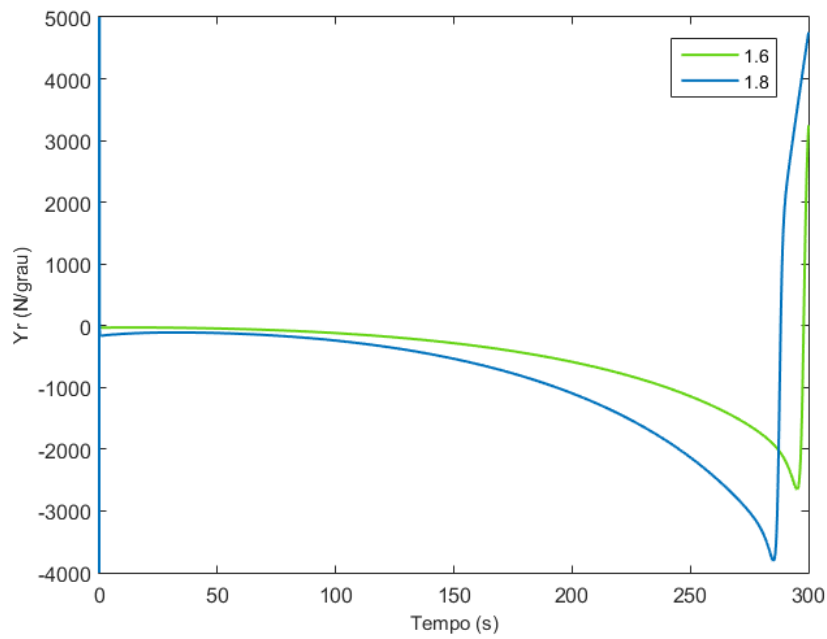
Fonte: Autor

Visto que Y_{δ} é uma variável de controle, o gráfico 18 mostra que quanto maior a velocidade do caminhão, menor é a força que ele possui para responder às variações do ângulo de esterçamento δ , daí a explicação da queda brusca dessa força quando o veículo perde o controle.

Gráfico 19 - Curvas dos valores de Ybeta em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

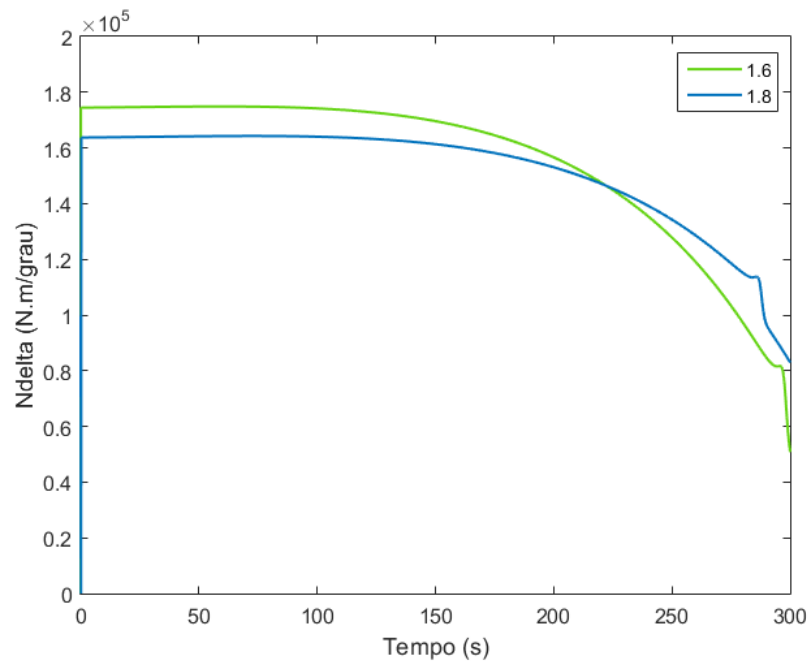
Da equação (17), Y_{β} , chamado de coeficiente de amortecimento lateral, é a soma das derivadas das forças laterais em ambos os pneus e, conforme os ângulos e as forças laterais crescem em módulo, menor é sua derivada, portanto, o gráfico 19 reforça a validade do modelo adotado.

Gráfico 20 - Curvas dos valores de Y_r em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

Pela equação (18), Y_r é resultado da diferença das forças laterais dianteira e traseira dividida pela velocidade longitudinal. Em outras palavras, é a força que o veículo possui para resistir a perturbações em sua guinada. No gráfico 20 é possível notar que essa capacidade de resistir a forças de guinada diminui até o ponto em que se perde o controle do veículo e a inflexão é causada pois as derivadas das forças laterais mudam de sinal quando da perda de controle.

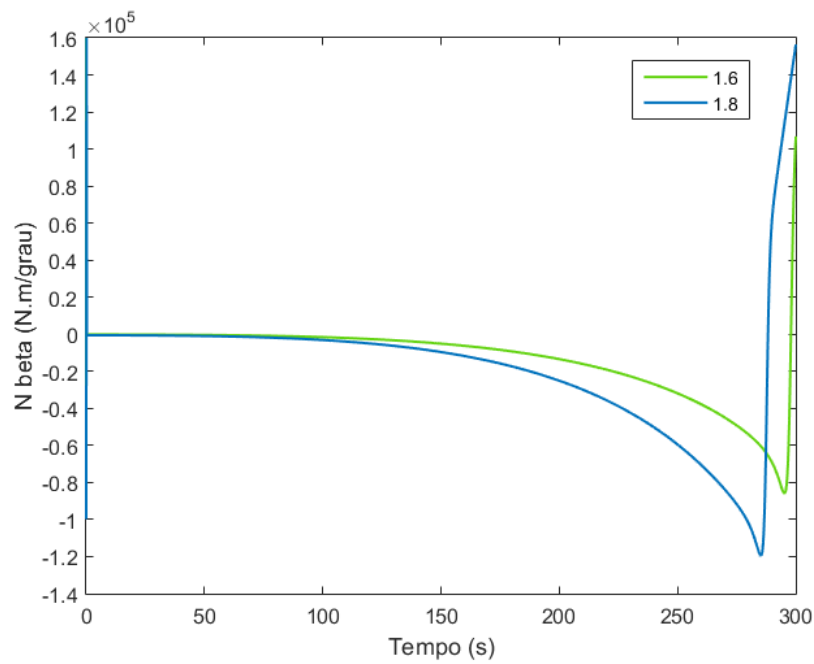
Gráfico 21 - Curvas dos valores de Ndelta em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

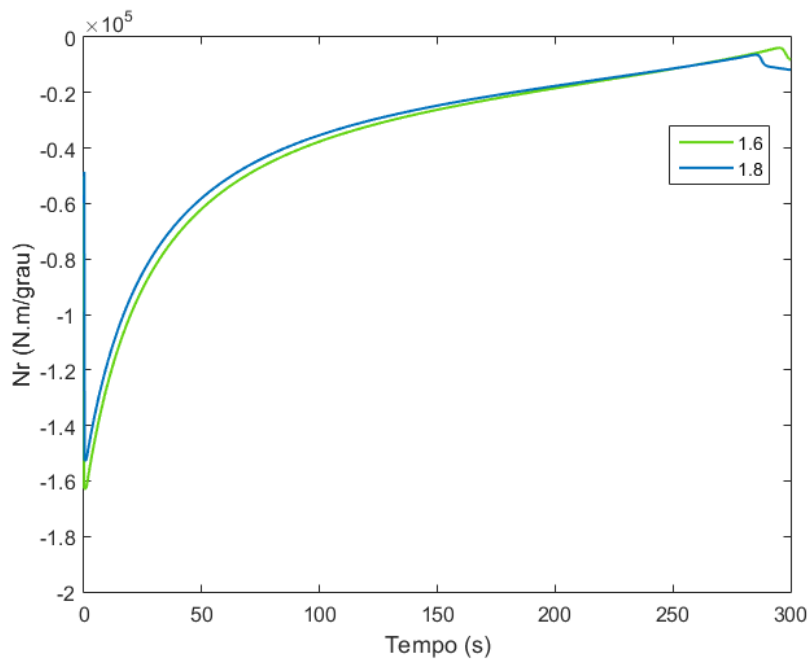
Tal qual Y_{δ} , N_{δ} também é uma medida da capacidade que o veículo tem para responder a entradas diferentes do ângulo de esterçamento. É interessante notar que em ambos os gráficos 18 e 21 a configuração $Lf = 1.6m$ possui, para a maior parte da simulação, a maior capacidade de resposta, perdendo ela mais rapidamente que a outra configuração apenas em velocidades maiores.

Gráfico 22 - Curvas dos valores de Nbeta em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

A partir do que foi discutido na sessão 2.2.5.1 o gráfico 22 mostra um regime de oversteer para ambas as configurações. Como o valor de N_β é negativo na maior parte da simulação pode-se dizer que o veículo trafega numa condição instável, daí a importância de uma distribuição de peso mais equilibrada.

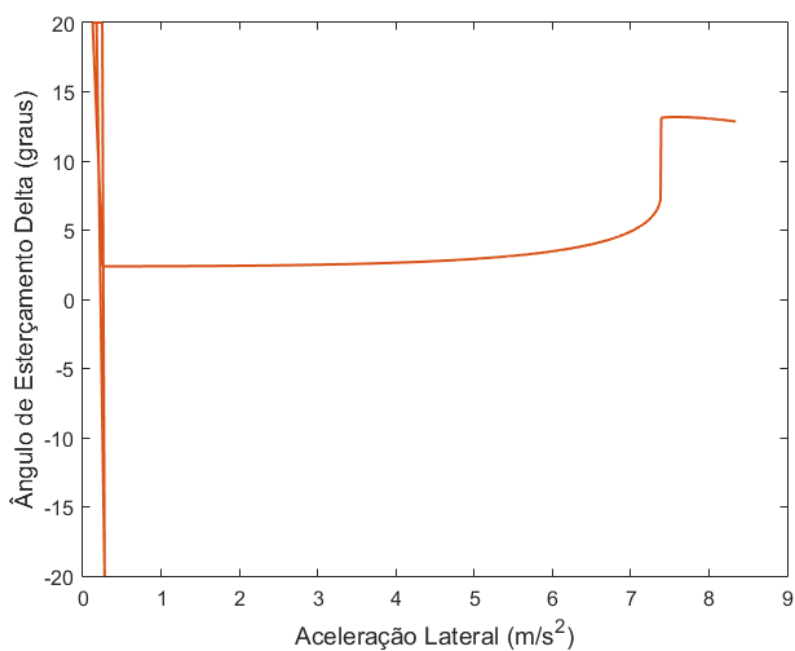
Gráfico 23 - Curvas dos valores de N_r em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

Pelo discutido na seção 2.2.5.2 N_r é o momento que o veículo possui para responder a velocidade de guinada, ou amortecimento de guinada. Conforme a velocidade aumenta esse momento diminui ao ponto em que quase não é possível mais “absorver” as mudanças na velocidade de guinada.

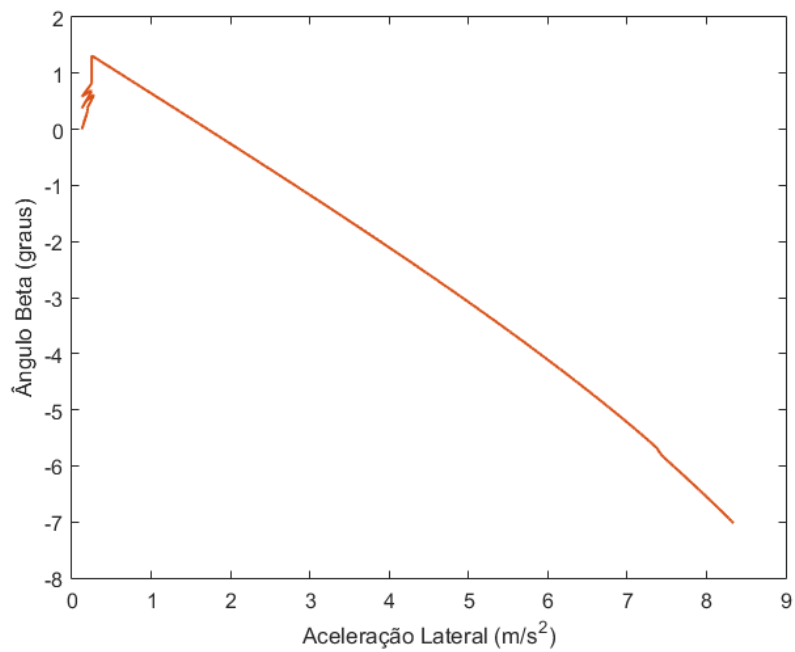
5.1.2 Mercedes Atego 1719/42

Pelas suas configurações, o modelo Atego 1719/42 tem a seguinte distribuição de peso: 64,5% do peso no eixo dianteiro e 35,5% do peso no eixo traseiro. Essa distribuição de peso diferente resultará em mudanças nos resultados conforme vê-se a seguir.

Gráfico 24 - Curva do ângulo de esterçamento em função da aceleração lateral

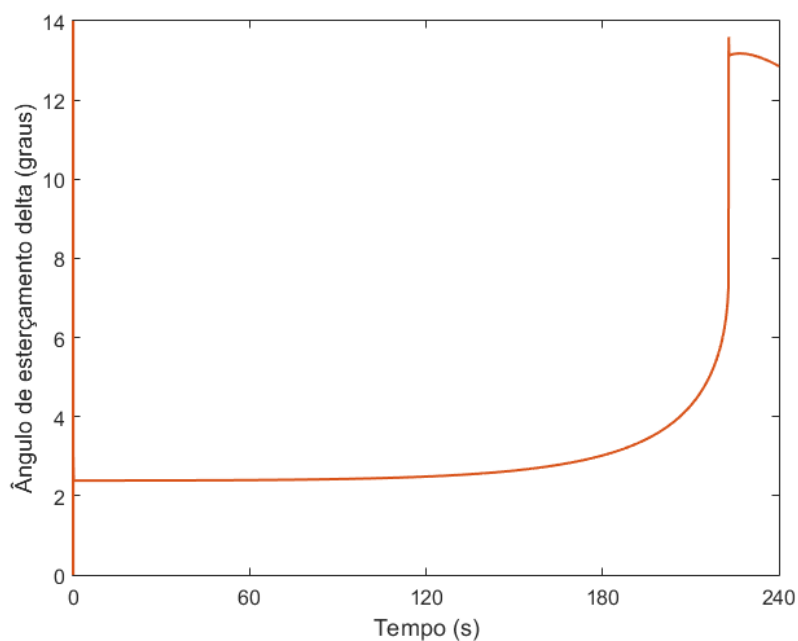
Fonte: Autor

Nota-se pelo gráfico 24 que o ângulo de esterçamento muda muito pouco com o aumento da aceleração lateral até que essa atinge o valor de $7m/s^2$, após o qual o ângulo de esterçamento passa por um pico que sinaliza a perda de controle do veículo. Pelo caráter do gráfico e do sinal de δ quando perdeu-se o controle, pode-se concluir que o veículo testado trabalha em regime de understeer.

Gráfico 25 - Curva do ângulo beta em função da aceleração lateral

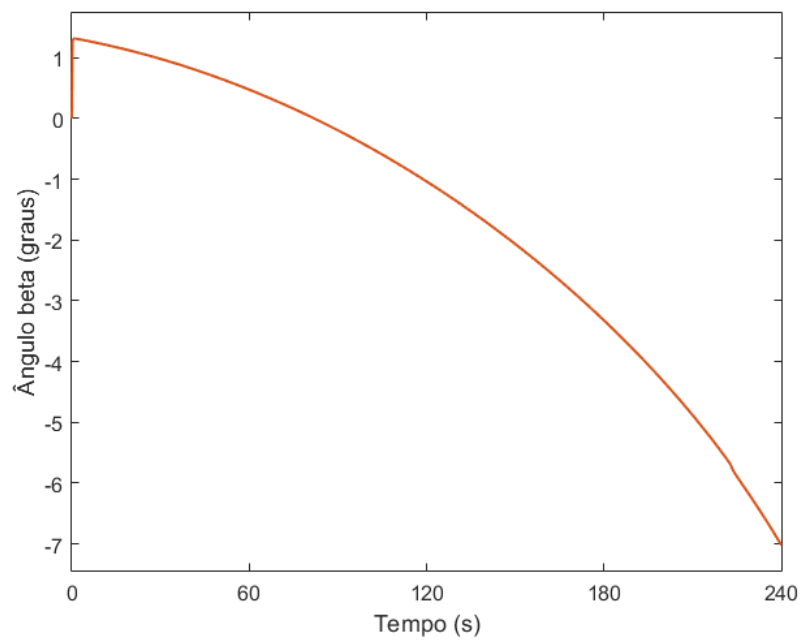
Fonte: Autor

Pela definição estudada do ângulo β , era esperado que o veículo terminasse a simulação com ele em valores negativos, pois o mesmo ocorre para altas velocidades e assim altas acelerações laterais.

Gráfico 26 - Curva do ângulo de esterçamento em função do tempo de simulação

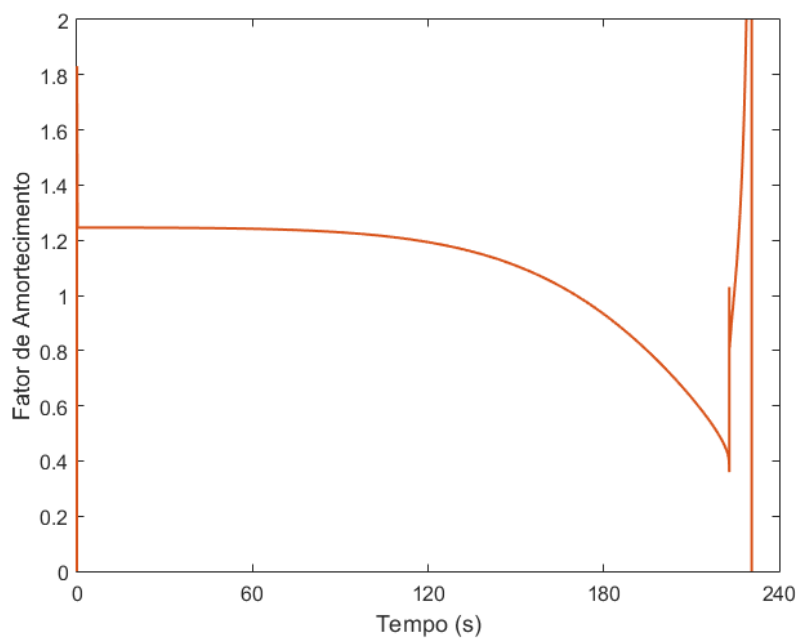
Fonte: Autor

Observa-se novamente o comportamento de understeer do veículo no gráfico 26. Nele é possível ver que o motorista virtual perde o controle aproximadamente no instante 220, quando a velocidade estava perto de 90km/h (25m/s). Até velocidades próximas dessa, para manter o veículo na curva, não foi precisa uma variação grande no ângulo de esterçamento.

Gráfico 27 - Curva do ângulo beta em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

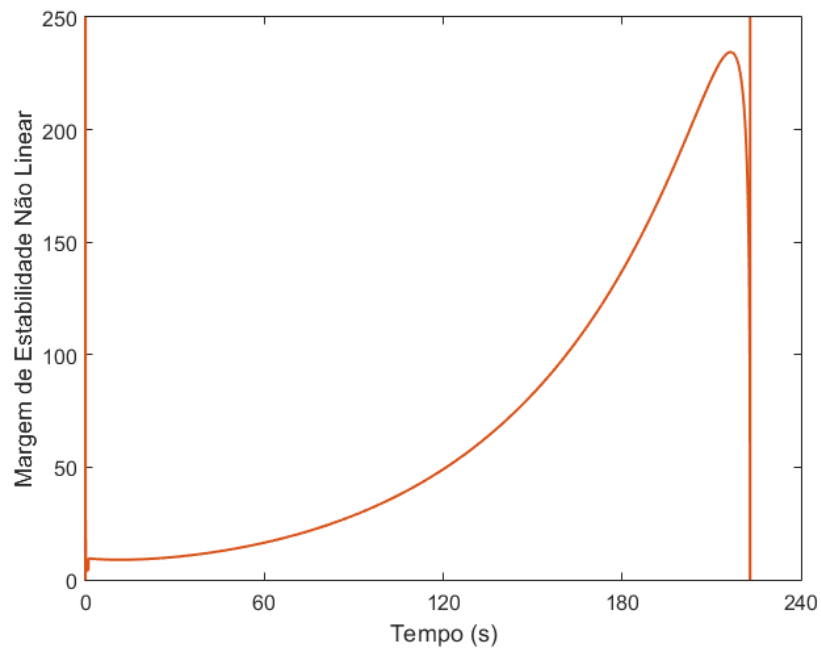
O ângulo β muda de sinal aproximadamente no instante 70s em que a velocidade vale aproximadamente 36km/h. A partir desse instante o ângulo torna-se negativo no sentido para dentro da curva.

Gráfico 28 - Curva do fator de amortecimento em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

Pelo gráfico 28, o veículo começa trabalhando em regime sobre-amortecido e próximo ao instante 180s ele passa a trabalhar em regime sub-amortecido. Esses valores mostram uma forte estabilidade dinâmica do modelo estudado.

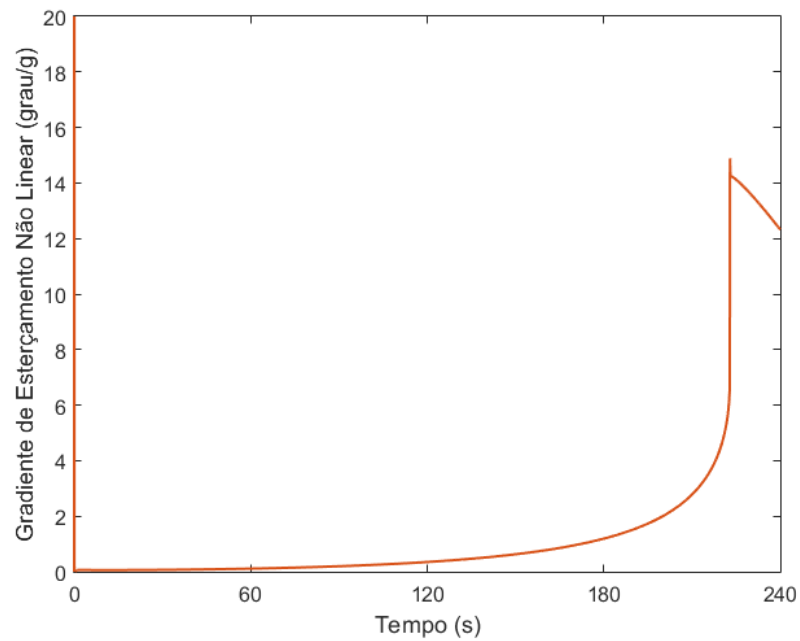
Gráfico 29 - Curva dos valores da margem de estabilidade não linear em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

Nesse veículo, pelo fato de seu regime de trabalho ser understeer, é esperado que sua margem de estabilidade seja positiva. O ponto de inflexão no gráfico ocorre quando da perda de controle do veículo na curva, o que causa drástica inversão de sinal da margem de estabilidade.

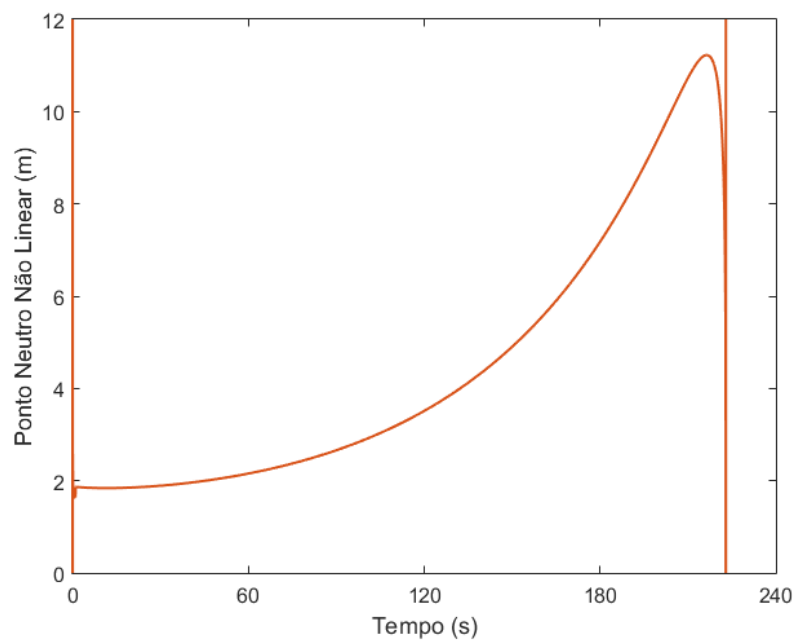
Gráfico 30 - Curva dos valores do gradiente de esterçamento não linear em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

Pela curva do gráfico 30 é possível reafirmar o regime understeer do veículo pois durante todo o tempo de simulação seu valor foi maior que zero.

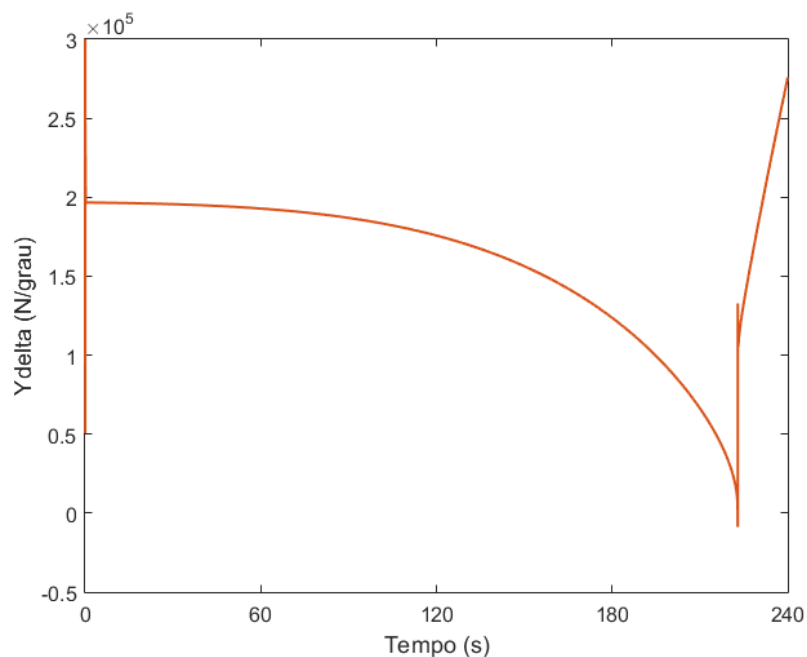
Gráfico 31 - Curva da posição do ponto neutro dianteiro não linear em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

O ponto neutro não linear varia positivamente nesse caso principalmente devido ao regime understeer, que afeta os valores de Y_δ e Y_β . Além disso, o veículo atual tem valor maior de distância entre eixos, assim o primeiro termo da equação (80) tem maior influência no resultado final que os outros dois termos, A' e B' .

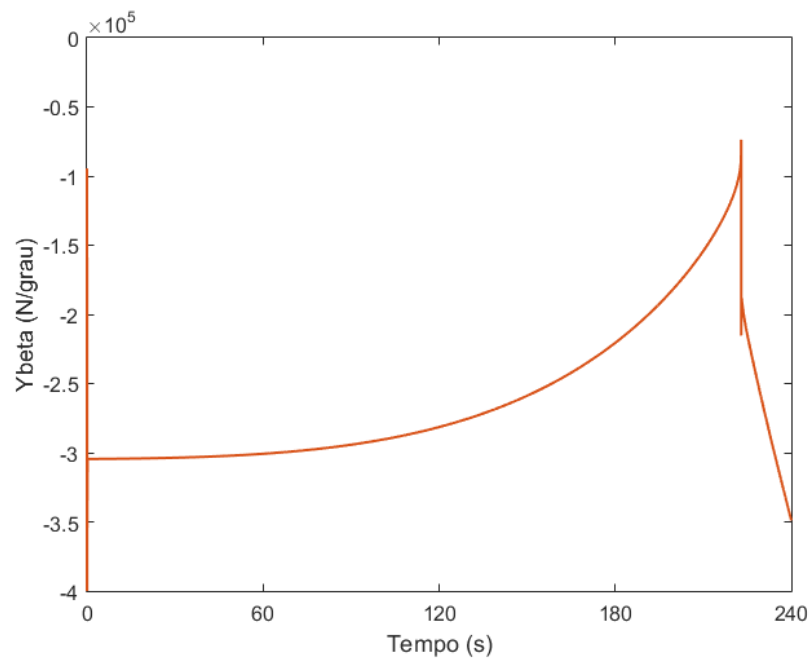
Gráfico 32 - Curva dos valores de Ydelta em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

O modelo Atego, mais próximo das configurações de caminhões mais utilizados, possui capacidade maior que os caminhões exemplos de responder a entradas de esterçamento. No entanto, sua curva para perda dessa capacidade é mais acentuada que a dos caminhões exemplos. Isso se deve ao fato que a curva do pneu dianteiro sua possui uma inclinação maior que as dos caminhões exemplos, vide equação (19).

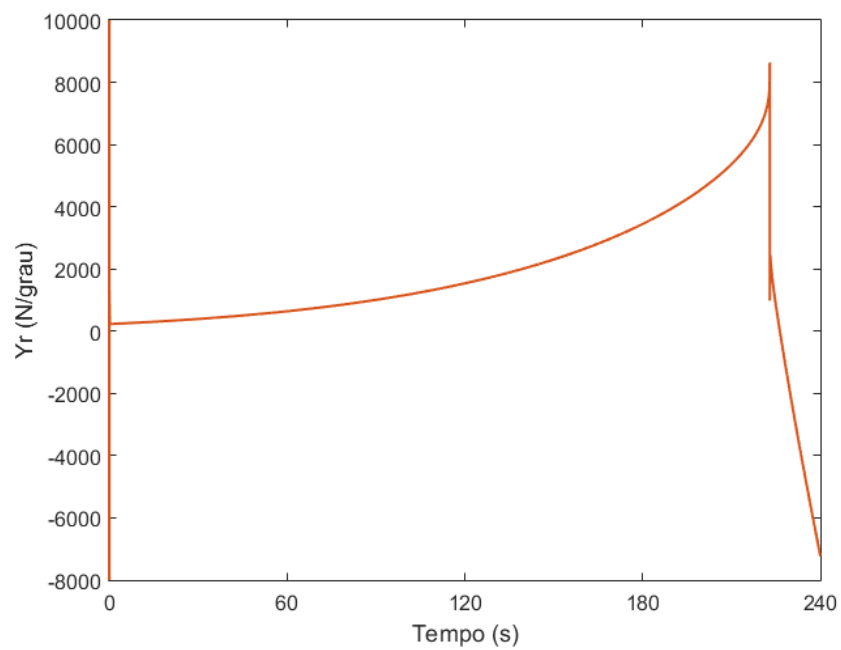
Gráfico 33 - Curva dos valores de Ybeta em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

Novamente, o gráfico 33 serve para validar o modelo pois sua curva sobe conforme se aumentam os ângulos α e os $C\alpha$ diminuem.

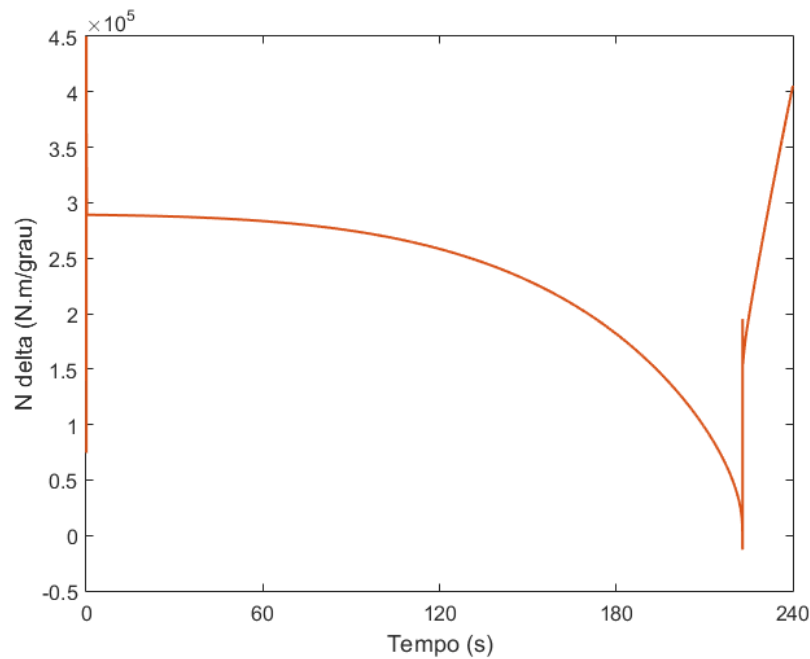
Gráfico 34 - Curva dos valores de Yr em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

Pela equação (18) e pelo caráter do gráfico 34 conclui-se que nessa configuração $C\alpha_f$ tem maior influência no resultado final pelo fato de a curva se manter positiva durante quase todo o tempo de simulação. Apenas ao perder o controle é que o valor sofre uma queda brusca, devida principalmente pela queda de α_f e consequente queda de $C\alpha_f$.

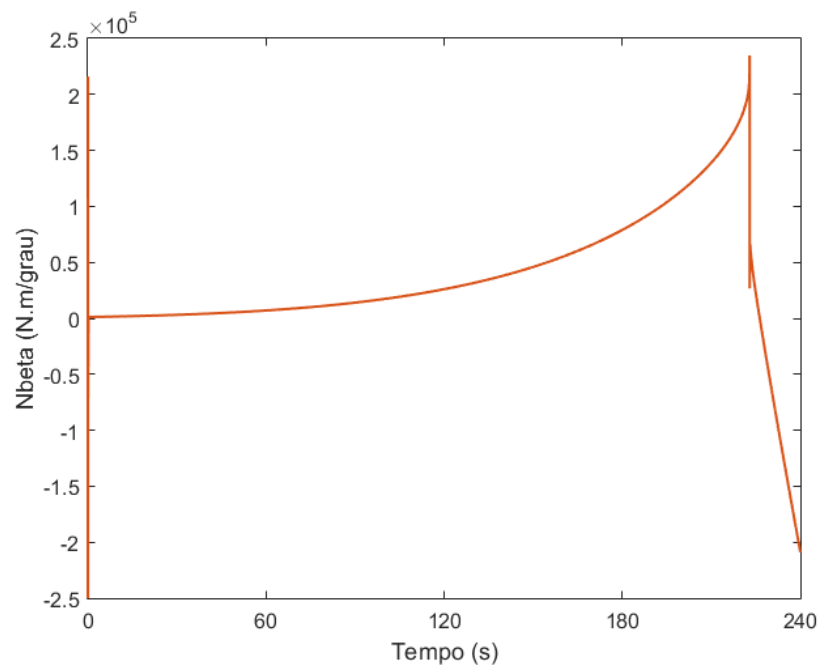
Gráfico 35 - Curva dos valores de Ndelta em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

O gráfico 35 mostra que a configuração atual tem quase o dobro da capacidade de resposta que a configuração dos caminhões exemplo. Ainda no instante aproximadamente 190s em que a velocidade vale aproximados 80km/h (22m/s) o valor de N_δ é quase igual ao valor inicial dos caminhões exemplos.

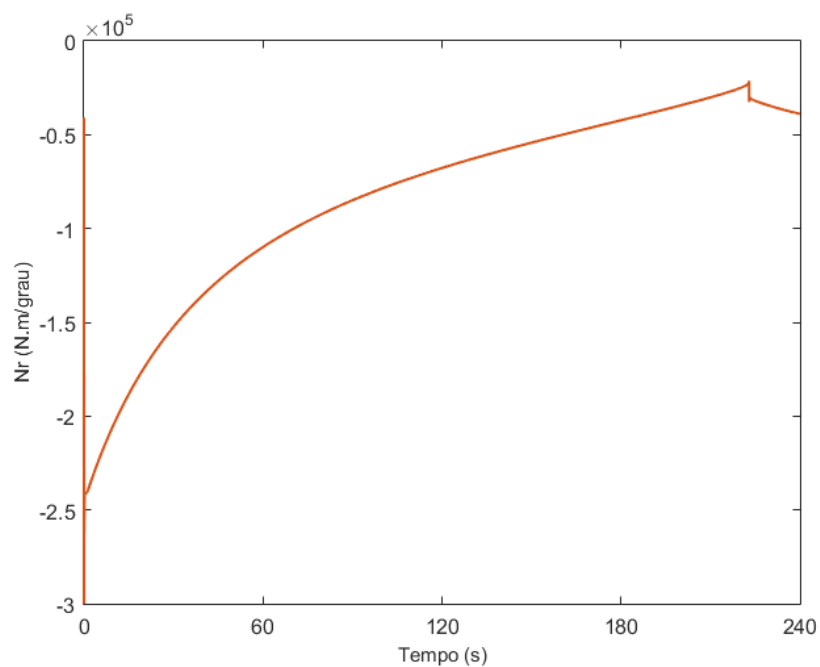
Gráfico 36 - Curva dos valores de N_{β} em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

Do gráfico 36 pode-se reafirmar o regime de understeer da configuração atual pois N_{β} se manteve positivo durante a maior parte da simulação até o momento em que o controle foi perdido.

Gráfico 37 - Curva dos valores de N_r em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

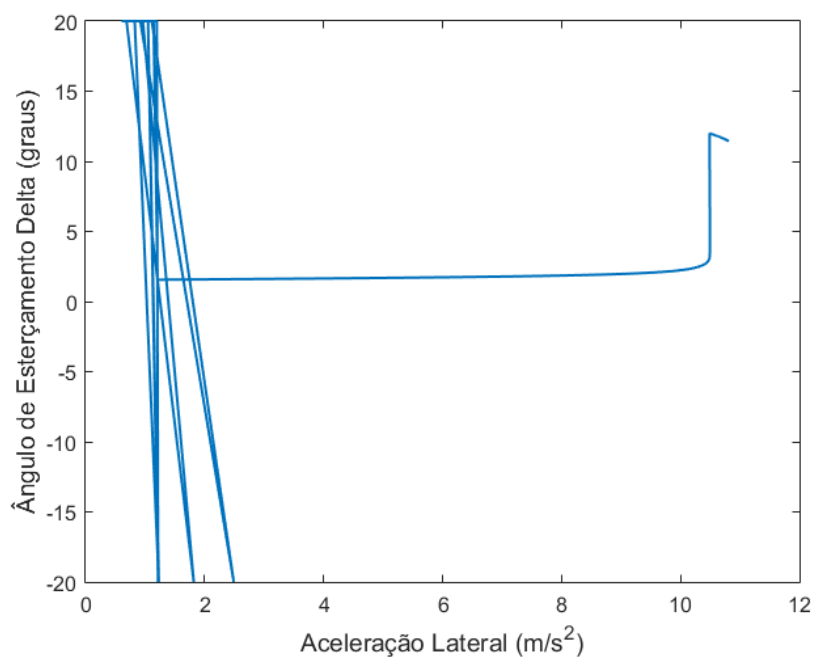
No gráfico 37 novamente a configuração do Atego mostra que também possui capacidade maior que os caminhões exemplos estudados. Nesse caso sua capacidade de resposta a mudança na velocidade de guinada também é maior.

Pelos resultados obtidos é possível concluir que, do ponto de vista de segurança e desempenho a configuração do Atego é a mais recomendada pois seu regime understeer possui maior estabilidade estática e dinâmica que o regime oversteer mostrado pelos caminhões exemplo.

5.2 Lamborghini Diablo

Pelas suas configurações, a Lamborghini Diablo tem a seguinte distribuição de peso: 59% do peso no eixo dianteiro e 41% do peso no eixo traseiro. Essa faixa de distribuição de peso pode ser vista em vários carros populares resultará em resultados semelhantes aos vistos no Mercedes Atego e serão vistos a seguir (FICHA TÉCNICA, 2017a,b,c).

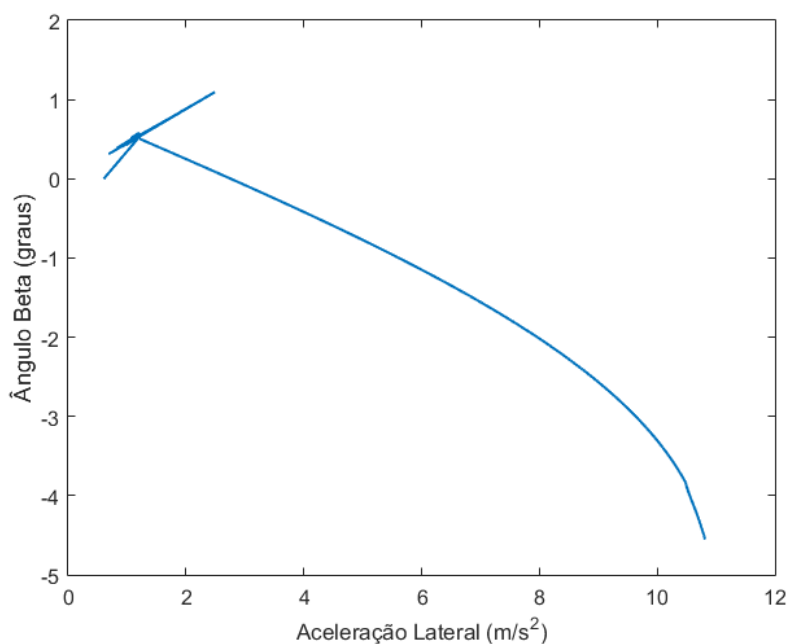
Gráfico 38 - Curva do ângulo de esterçamento delta em função da aceleração lateral



Fonte: Autor

A curva mostrada no gráfico 38 mostra que o ângulo de esterçamento responde mais lentamente a aceleração lateral nesse caso que no caso do Mercedes Atego. No entanto, na configuração da Lamborghini Diablo, a perda de controle do veículo se deu numa aceleração lateral mais alta (aproximadamente $10,5m/s^2$) em comparação com o Mercedes Atego, que perdeu próximo de $8,5m/s^2$.

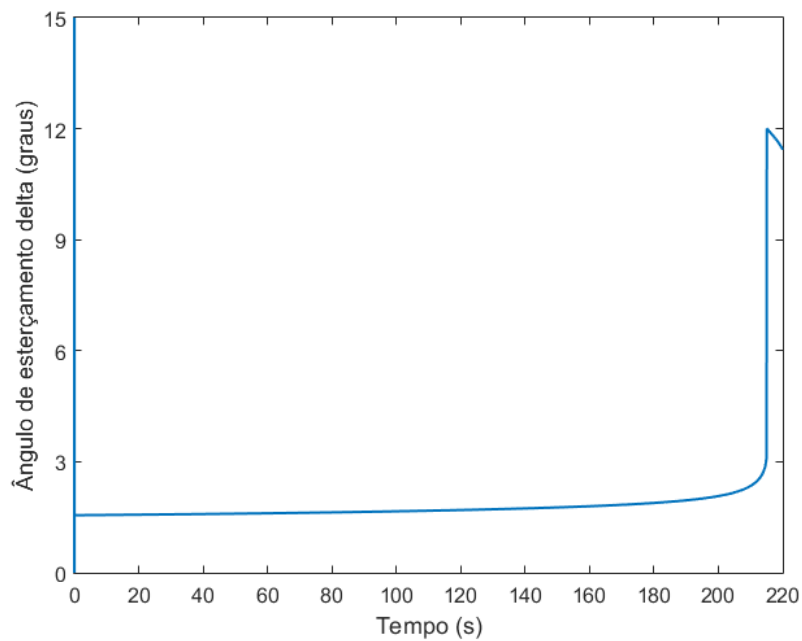
Gráfico 39 - Curva do ângulo beta em função da aceleração lateral



Fonte: Autor

Nessa a oscilação inicial vista no canto superior esquerdo é justificada pelo começo da simulação em que o motorista virtual está atuando no sentido de ajustar o carro a uma curva de raio inicial muito maior que raio de curva usado.

Gráfico 40 - Curva do ângulo de esterçamento em função do tempo de simulação

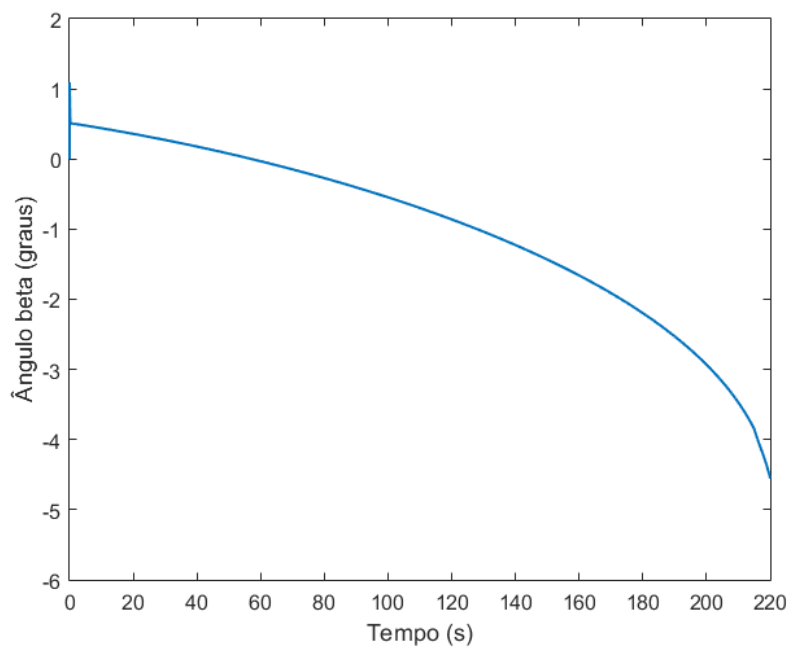


Fonte: Autor

Na curva do gráfico 39 é possível ver que o ângulo de esterçamento antes de o veículo perder o 3º e desde seu início ele não variou mais que 1,5º desde o início da simulação, ou seja, esse veículo tem um comportamento menos previsível

perto do momento da perda de controle que o Mercedes Atego, que variou mais de 2,5º antes de perder o controle. Além disso o gráfico mostra um ângulo δ positivo durante a maior parte da simulação, o que reforça o caráter understeer dessa configuração. Vale lembrar que a velocidade inicial nessa simulação foi de $11m/s$ com passo de $0.1m/s^2$, assim, no instante que o veículo perdeu o controle (aproximadamente 210s) ele estava a aproximados 115km/h ($32m/s$).

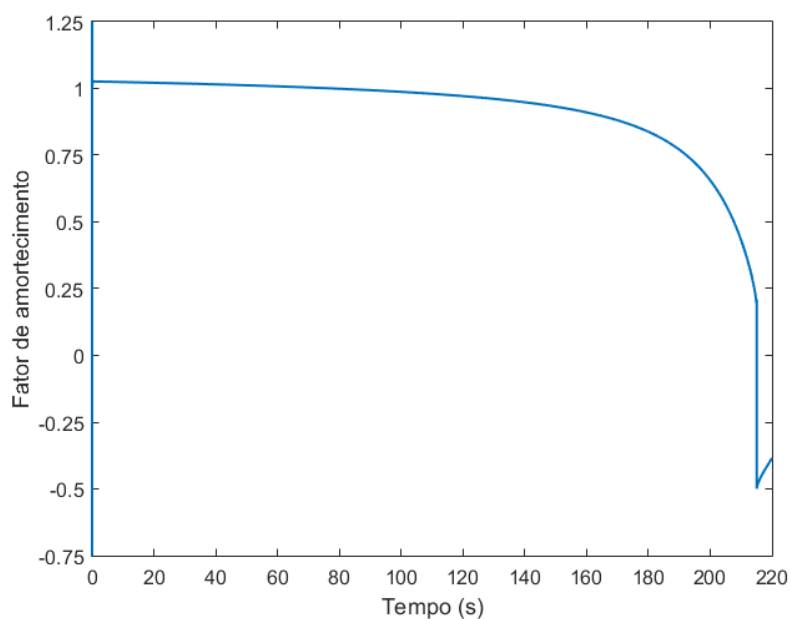
Gráfico 41 - Curva do ângulo beta em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

Nessa configuração, o ângulo β muda de sinal aproximadamente no instante 60s, em que a velocidade mede aproximadamente 61km/h (17m/s). Ou seja, nessa configuração é preciso uma velocidade maior para que o ângulo mude de fora da curva para dentro da curva.

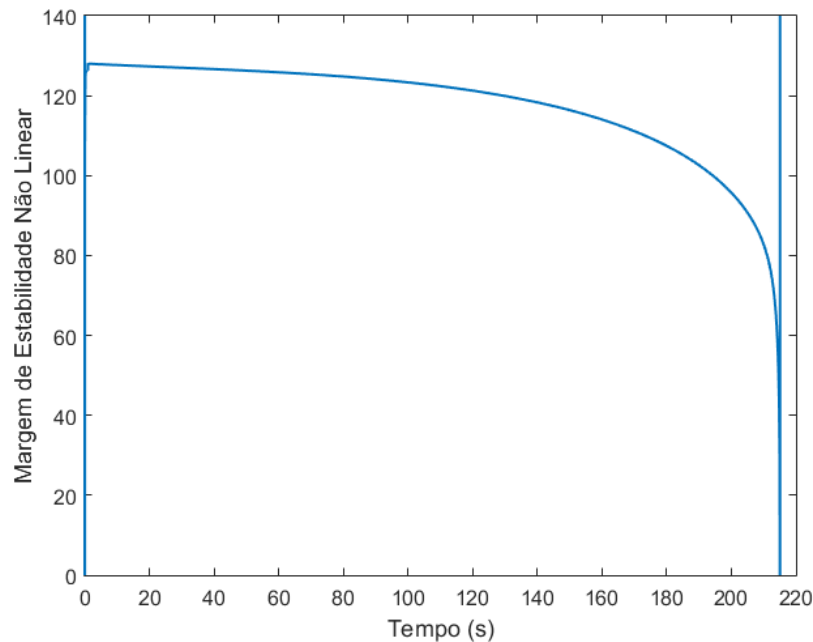
Gráfico 42 - Curva dos valores do fator de amortecimento em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

No gráfico 42, durante boa parte do tempo de simulação, o veículo trabalhou em regime sobreamortecido, entrando na faixa de sub-amortecido aproximadamente aos 80s. Desse instante até o instante 200, próximo da perda de controle, o veículo trabalhou com um fator de amortecimento que caiu até perto de 0,6, um valor ainda considerado ótimo para o regime veicular.

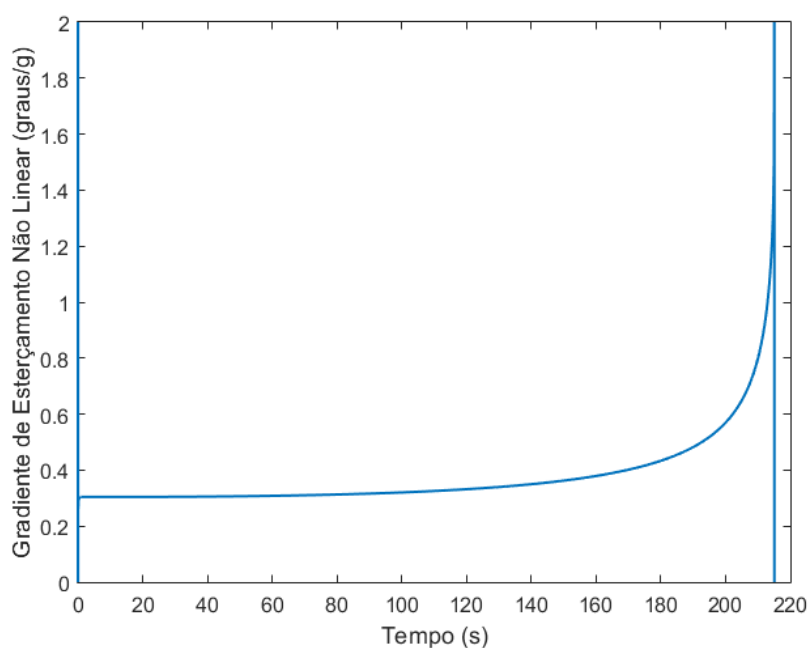
Gráfico 43 - Curva dos valores da margem de estabilidade não linear em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

Pelo gráfico 43, durante a maior parte do tempo de simulação, o veículo trabalha com margem de estabilidade não linear, ou seja, em regime de understeer e sua margem apenas torna-se negativa quando da perda de controle do veículo.

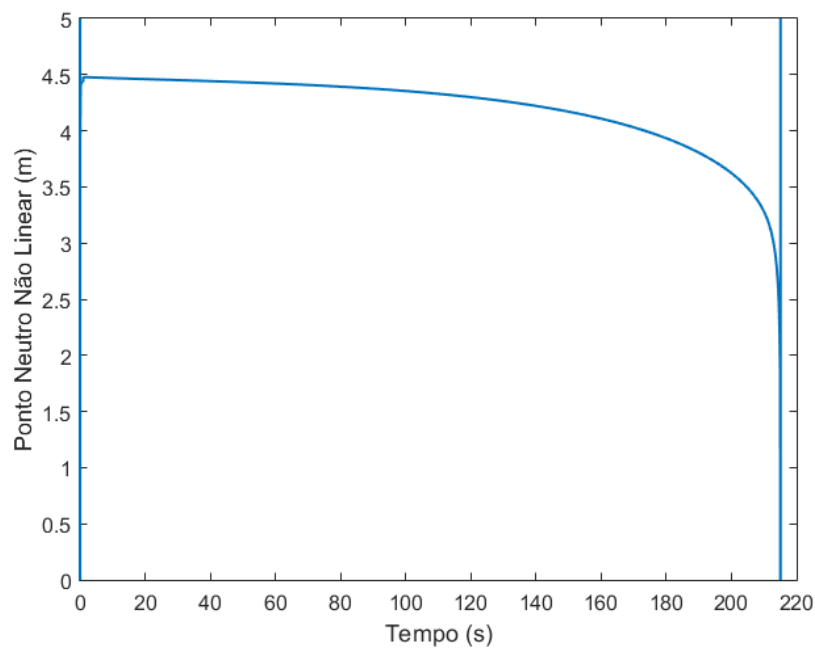
Gráfico 44 - Curva dos valores do gradiente de esterçamento não linear em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

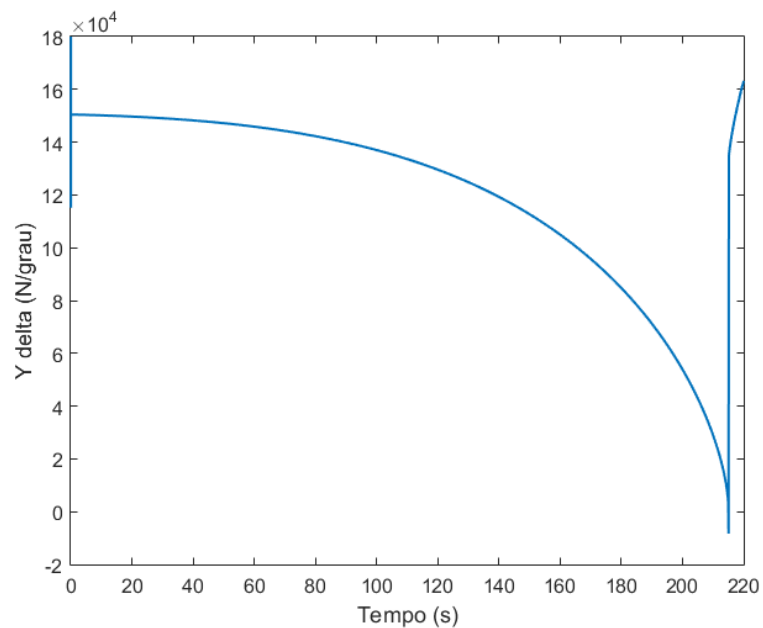
É interessante notar as diferenças entre as escalas dos gráficos 44 e 30. No último os valores de K crescem mais rapidamente e chegam a um pico de quase 15 graus/g quando da perda de controle do veículo. Já no gráfico 44 os valores de K crescem lentamente (no gráfico 30, K atinge o valor de 1 em 170s, enquanto que no gráfico 44 ele só atinge esse valor quando já está no período de perda de controle) e seu pico não chega aos 10 graus/g, pico esse não apresentado no gráfico para melhor visualização dos resultados.

Disso resulta o fato de o ângulo de esterçamento δ variar tão pouco ao longo do tempo dessa simulação.

Gráfico 45 - Curva da posição do ponto neutro não linear em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

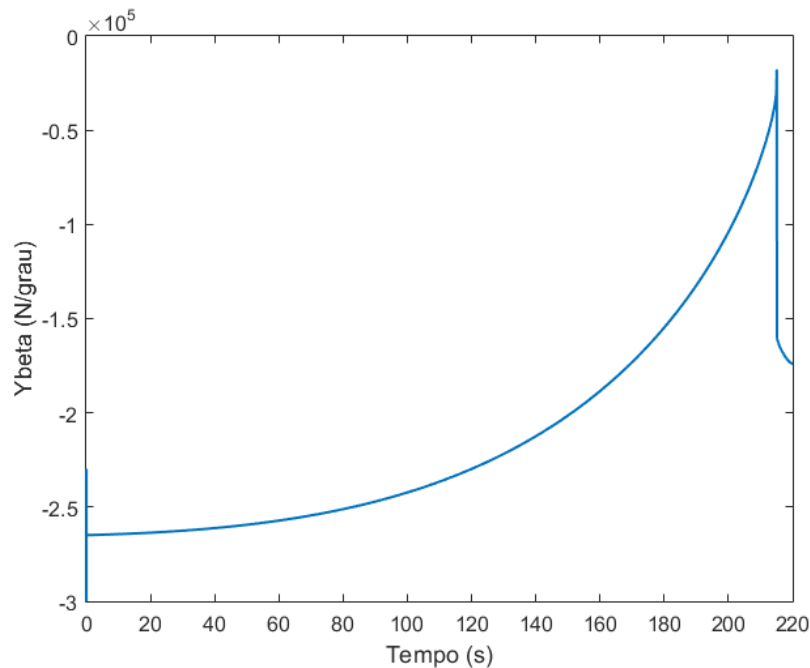
No gráfico 45 é possível ver que o ponto neutro não linear se situa muito atrás do centro de gravidade do veículo, dando ao veículo uma característica de muito understeer pelo resultado apresentado. O ponto neutro apenas se aproxima do centro de gravidade quando da perda de controle.

Gráfico 46 - Curva dos valores de Ydelta em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

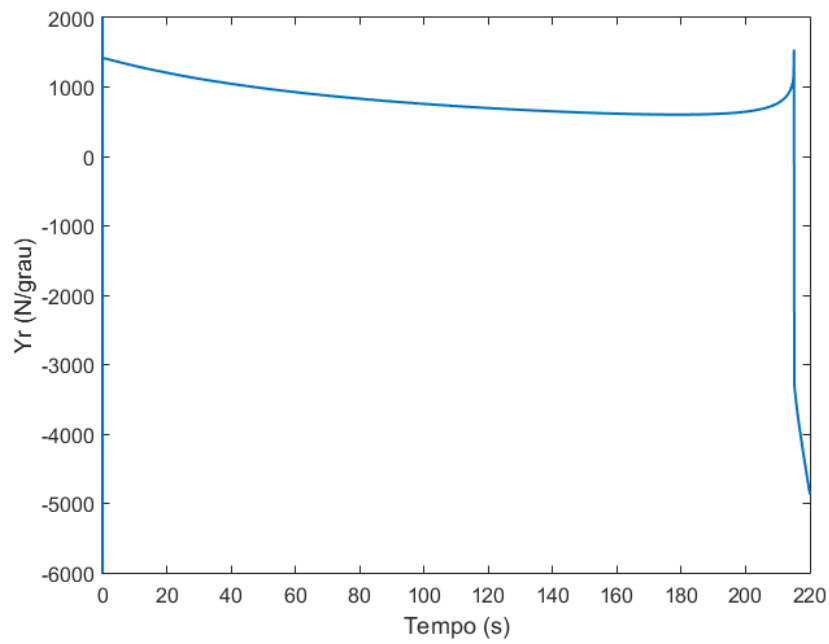
No gráfico 46, a configuração simulada apresenta inicialmente um Y_δ maior que dos caminhões exemplos. No entanto sua queda é mais acentuada pois a curva do pneu do carro tem um $C\alpha_f$ maior que a dos caminhões exemplos.

Gráfico 47 - Curva dos valores de Ybeta em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

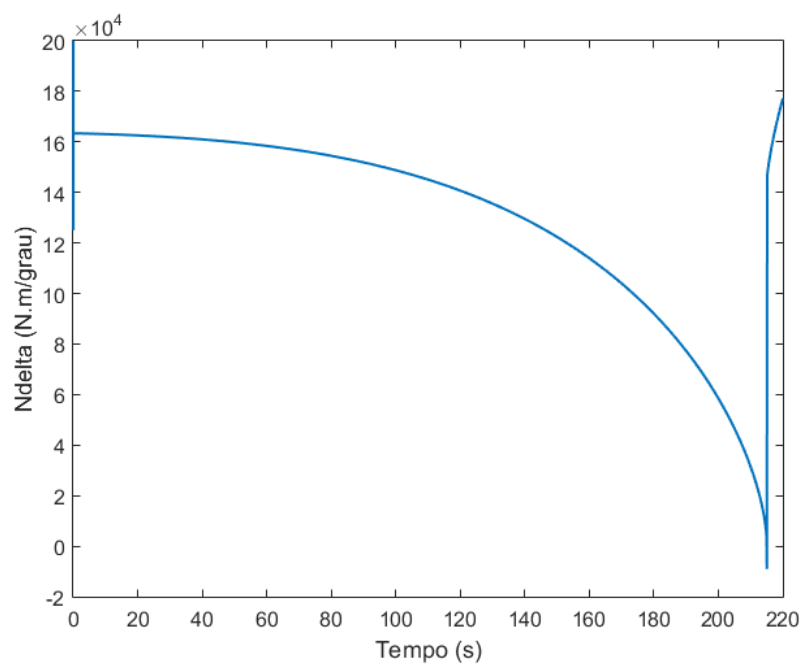
Pelo gráfico 47, o veículo perde seu amortecimento lateral quase totalmente aos 210s. Nesse instante ele atinge um pico de quase $-18000N/^{\circ}$ e o veículo perde o controle. Vale lembrar que Y_β é a força que se opõe a velocidade lateral e do gráfico vê-se a importância de manter a mesma sempre numa faixa de pelo menos $-1 \times 10^5 N/^{\circ}$.

Gráfico 48 - Curva dos valores de Y_r em função do tempo de simulação

Fonte: Autor

Os valores de Y_r no gráfico 48 mostram que até perto do instante 210s o eixo dianteiro exercia maior influência em manter essa força positiva. Durante a perda de controle, as oscilações nos valores de α_f e α_r causam uma inflexão no gráfico seguida de queda do valor da força pois $C\alpha_r$ passa a ser maior que $C\alpha_f$.

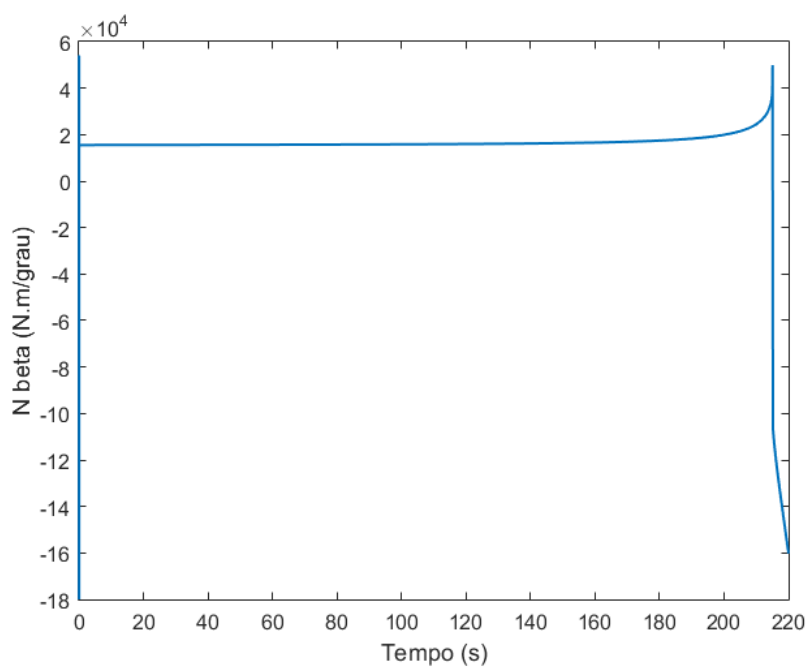
Gráfico 49 - Curva dos valores de Ndelta em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

O gráfico 49 mostra uma curva de N_{δ} semelhante a do gráfico 35 no entanto sua queda é mais acentuada devido a diferença entre as curvas de pneu e por isso as diferenças entre os $C\alpha_f$.

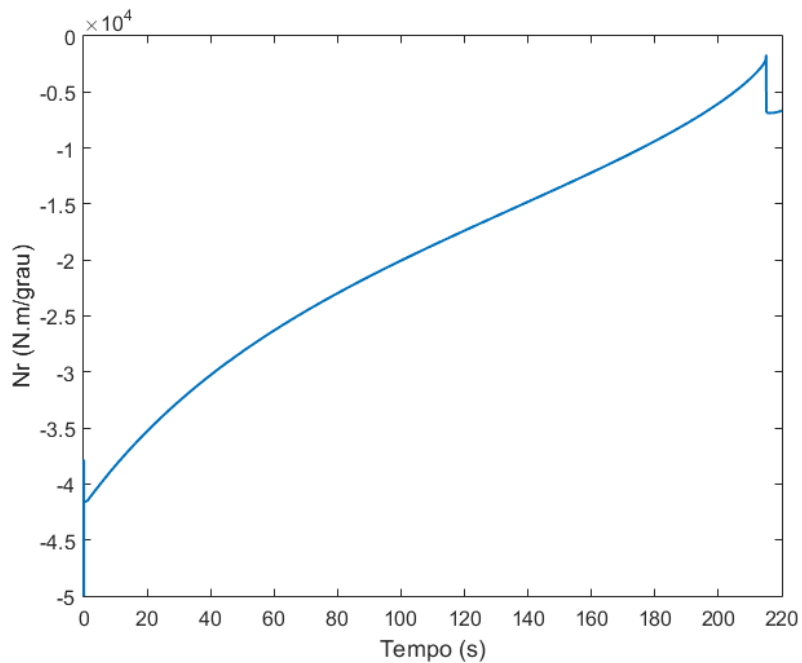
Gráfico 50 - Curva dos valores de Nbeta em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

Do exposto em 2.2.5.1 pode-se dizer do gráfico 50 que até o instante em que houve perda de controle, o veículo trabalhou em regime understeer e logo após passou a trabalhar em oversteer.

Gráfico 51 - Curva dos valores de N_r em função do tempo de simulação



Fonte: Autor

O gráfico 51 mostra que o veículo teve uma queda no módulo de N_r até um valor próximo de $-2000 N.m/^\circ$. Conforme a velocidade aumentou no simulador, menor foi a capacidade do veículo de se opor a velocidade angular de guinada.

Pelos resultados, conclui-se que a configuração da Lamborghini Diablo possui boa estabilidade estática e dinâmica mesmo a altas velocidades, porém, seu comportamento perto da perda de controle é mais imprevisível por isso deve ser dirigida com menor velocidade em curvas.

6 Conclusões

Foi apresentado nesse trabalho um estudo de um veículo simplificado pelo modelo de bicicleta em curva adaptado da literatura e desenvolvido um equacionamento a partir dele para explicar seu comportamento considerando também a faixa não linear da curva do pneu. Assim possibilita-se um estudo simples da dinâmica lateral veicular.

Para trabalhos futuros recomenda-se fazer uma melhor aproximação das curvas do pneu de maneira a reduzir ao máximo possível os resíduos e interferências causadas pelas aproximações.

De maneira a tornar o modelo e simulador mais realistas e para dar mais credibilidade às simulações recomenda-se também estudar e adicionar a suspensão e os outros sistemas do veículo ao simulador, assim tornando a simulação mais realista.

Na literatura são escassos os exemplos e estudos que levam em conta a região não linear da curva do pneu. Esse trabalho visa estudar essa região e mostra que ela tem sua importância muitas vezes não apresentada.

Referências

BARNACLE, H. E. **Mechanics of Automobiles**. Pergamon, 1964.

CHOOSE SOLVER - MATLAB & Simulink. Disponível em:<<https://www.mathworks.com/help/simulink/ug/types-of-solvers.html#f11-56725>>. Acesso em: 11 June 2017.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de controle modernos**. 12nded. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

FICHA Técnica. Disponível em:<<https://goo.gl/UK4e6W>>. Acesso em: 13 jun. 2017a.

FICHA Técnica. Disponível em:<<https://goo.gl/fFi53Y>>. Acesso em: 13 jun. 2017b.

FICHA Técnica. Disponível em:<<https://goo.gl/vUG4cL>>. Acesso em: 13 jun. 2017c.

GILLESPIE, T.D. **Fundamentals of vehicle dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1992.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 4138**: Passenger cars — Steady-state circular driving behaviour — Open-loop test methods. Switzerland, 1996.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 14792**: Road vehicles -- heavy commercial vehicles and buses -- steady-state circular tests. Switzerland, 2003.

JAZAR, R. N. **Vehicle dynamics**: theory and application. 2nded. Berlin: Springer, 2013.

MATLAB PRODUCT DESCRIPTION - Matlab & Simulink. Disponível em:<https://www.mathworks.com/help/matlab/learn_matlab/product-description.html>. Acesso em: 11 June 2017.

ATEGO-1719-4X2-PLATAFORMA. Disponível em:<<https://www.mercedes-benz.com.br/resources/files/documentos/caminhoes/atego/dados-tecnicos/Atego-1719-4x2-Plataforma-B09916594.pdf>>. Acesso em: 11 June 2017.

MEYWERK, M. **Vehicle dynamics**. New York: Wiley, 2015.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. **Race car vehicle dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1995.

PACEJKA, H. **Tire and vehicle dynamics**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 2006.

POPP, K.; SCHIELEN, W. **Ground vehicle dynamics**. Berlin: Springer, 2010.

RADT, H. S.; DIS, D. J. **Vehicle handling responses using stability derivatives**. Warrendale: Society of Automotive Engineers, 1996. (SAE Technical Paper 960483).

RAJAMANI, R. **Vehicle dynamics and control**. 2nd ed. Berlin: Springer, 2006.

SIERRA, C. et al. Cornering stiffness estimation based on vehicle lateral dynamics. **Vehicle System Dynamics**, v.44, supl.1, p.24-38, 2006.

SIMULINK - SIMULATION AND MODEL-BASED DESIGN. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/products/simulink.html>>. Acesso em: 11 June. 2017.

Apêndice A – Código Matlab “F.m”

```

function [ F ] = F(ka, Fz, gamma, arquivo)

gammarad = deg2rad(gamma);
gamma2 = sin(gammarad);
S = Dadospneu(arquivo);
FNOMIN = var('FNOMIN',S);
dfz = (Fz - FNOMIN)/Fz;

%% Calcular Muy
Muy = fMu(var('PDY1',S), var('PDY2',S),
var('PDY3',S), gamma2, var('LMUY',S), dfz);

%% Calcular Dy
D = fD(Muy, Fz);

%% Calcular Cy
C = fC(var('PCY1',S), var('LCY',S));

%% Calcular Kya
PKY1 = var('PKY1',S);
PKY2 = var('PKY2',S);
PKY3 = var('PKY3',S);
LKY = var('LKY',S);
Kya = PKY1*FNOMIN*sin(2*atan(Fz/(PKY2*FNOMIN)))*(1
- PKY3*abs(gamma2))*LKY;

%% Calcular By
B = fB(Kya, C, D);

%% Calcular SHy
SHy0 =
fSH(var('PHY1',S), var('PHY2',S), var('LHY',S), dfz, g
amma2, var('LKY',S), var('PHY3',S));
SH = SHy0;

%% Calcular SVy
SVy0 =
fSV(var('PVE1',S), var('PVE2',S), dfz, Fz, var('LVE',S
), var('LMUY',S), var('PVE3',S), var('PVE4',S), gamma2
);
SV = SVy0;

%% Correção alpha
ka = ka + SH;

```

```

E = fEy(var('PEY1',S), var('PEY2',S),
var('PEY3',S), dfz,
var('PEY4',S),ka,var('LEY',S),gamma2);

%% Calcular Fy
F = ( D * sin ( C * atan ( B * ka - E * ( B * ka -
atan ( B * ka ))) + SV);
end

%% Calcular Mu
function [Mu] = fMu(PDY1, PDY2, PDY3, gamma2,
LMuy, dfz)
Mu = (PDY1 + PDY2*dfz)*(1 -
PDY3*gamma2^2)*LMuy/(1);
end

%% Calcular D
function [D] = fD(Mu, Fz)
D = Mu*Fz;
end

%% Calcular C
function [C] = fC(PCY1, LCy)
C = PCY1*LCy;
end

%% Calcular B
function [B] = fB(K, C, D)
B = K/(C*D);
end

%% Calcular SH
function [SH] =
fSH(PHY1,PHY2,LHy,dfz,gamma2,LKY,PHY3)
SH = (PHY1 + PHY2*dfz())*LHy + (PHY3*gamma2)*LK;
end

%% Calcular Ey
function [E] = fEy(PEY1, PEY2, PEY3, dfz,
PEY4,alphay,LEY,gamma2)
E = (PEY1 + PEY2*dfz)*(1 - (PEY3 +
PEY4*gamma2)*sign(alphay))*LEY;
end

%% Calcular SV

```

```
function [SV] =  
fSV(PVY1,PVY2,dfz,Fz,LVy,LMuy,PVY3,PVY4,gamma2)  
SV = (Fz*(PVY1 + PVY2*dfz)*LVy + Fz*(PVY3 +  
PVY4*dfz)*gamma2*LMuy);  
end
```


Apêndice B – Código Matlab do arquivo “Grafico.m”

```
function Grafico (alfa1, alfa2, gamma, fz, arquivo)
%% Ângulos para Radiano
gammagra = deg2rad (gamma);
gammarad = round (gammagra);
alfarad1 = deg2rad (alfa1);
alfarad2 = deg2rad (alfa2);
alfamin = round(alfarad1,2);
alfamax = round(alfarad2,2);

%% Sinks para os ângulos
x = alfamin:0.01:alfamax;
c = alfamin:0.01:alfamax;
z = 1;

%% Cálculo da força
    for a = alfamin:0.01:alfamax
        y = F(a, fz, gammarad, arquivo);
        x(1,z)=y;
        z = z+1;
    end
%% Geração do gráfico
zeta = x;
figure
plot (c,zeta);
end
```


Apêndice C – Código Matlab do arquivo “Dadospneu.m”

```
function [ dados ] = Dadospneu(filename)

%% Importação do arquivo .tir
fid = fopen(filename);
dados = cell(1,2);
pos = 1;
sizeC = 0;

%% Coleta e armazenamento dos dados
while ~feof(fid)
[a,pos] = textscan(fid, '%s = %12f',pos,
'CommentStyle', '$');
while size(a{1},1) <= 1
[a,pos] = textscan(fid, '%s = %12f',pos,
'CommentStyle', '$');
end
for i = 1:size(a{2},1)
dados{1}(sizeC+i) = a{1}(i);
dados{2}(sizeC+i) = a{2}(i);
end
sizeC = size(dados{1},2);
end
fclose(fid);
end
```


Apêndice D – Código Matlab do arquivo “var.m”

```
function [ fator ] = var(varName, T )

%% Busca da variável
x = strcmp(varName, T{1});
x=find(x ~=0);
if x > 0
fator = T{2}(x);
else
error(['Variável' varName ' não encontrada.'])
end
end
```