

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENG. ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
LABORATÓRIO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

Trabalho de Conclusão de Curso

**Estudo Investigativo de Métodos Corretivos à  
Transformada de Fourier para a Análise e Estimação de  
Componentes Inter Harmônicos**

**Aluno:** Fabiano de Falque Bonfim

**Orientador:** Prof. Dr. Mário Oleskovicz

São Carlos

2017



**FABIANO DE FALQUE BONFIM**

**ESTUDO INVESTIGATIVO DE MÉTODOS CORRETIVOS À  
TRANSFORMADA DE FOURIER PARA A ANÁLISE E  
ESTIMAÇÃO DE COMPONENTES INTER HARMÔNICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Escola de  
Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia Elétrica com Ênfase em  
Sistemas de Energia e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. Mário Oleskovicz

São Carlos

2017

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

B713e

Bonfim, Fabiano de Falque

Estudo investigativo de métodos corretivos à transformada de Fourier para a análise e estimativa de componentes inter harmônicos / Fabiano de Falque Bonfim; orientador Mário Oleskovicz. São Carlos, 2017.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com ênfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2017.

1. Inter harmônicos. 2. Transformada de Fourier. 3. Norma IEC 61000-4-7. 4. Espalhamento espectral. I. Título.

# FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Fabiano de Falque Bonfim

Título: "Estudo investigativo de métodos alternativos à Transformada de Fourier para a análise e estimação de componentes inter harmônicos"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado  
em 29/06/2017,

com NOTA 9,5 (nove, cinco), pela Comissão Julgadora:

*Prof. Associado Mário Oleskovicz - Orientador - SEL/EESC/USP*

*Prof. Titular Denis Vinicius Coury - SEL/EESC/USP*

*Prof. Associado José Carlos de Melo Vieira Júnior - SEL/EESC/USP*

Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:  
Prof. Associado José Carlos de Melo Vieira Júnior



## **Agradecimentos**

Aos meus pais, Gilberto e Madalena, por todo amor a mim dedicado, todos os sacrifícios feitos para possibilitar minha formação e por serem a minha base durante toda a minha vida.

Ao meu irmão Juliano, por todo companheirismo, amizade e ensinamentos.

À minha futura noiva Janaina, pelo amor e compreensão durante todos os anos em que estivemos juntos.

Aos meus companheiros de apartamento e eternos amigos Matheus, Marcos Paulo, Thiago, Gabriel, Pedro Henrique e Ricardo, por toda a alegria proporcionada durante nossa convivência.

A todos os meus amigos do curso de graduação cuja amizade prezarei para sempre, pelos momentos inesquecíveis que vivenciamos em todos esses anos.

Em especial, aos meus grandes amigos Matheus Redigolo e Guilherme Pereira pelas contribuições na elaboração deste trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Mário Oleskovicz, pela oportunidade de elaboração deste trabalho, por todas as contribuições e ensinamentos.

E sobretudo, agradeço sempre a Deus.



## Resumo

A análise de componentes presentes no espectro de frequências em sinais do Sistema Elétrico de Potência (SEP) é comumente realizada por meio da aplicação da Transformada de Fourier (TF). No entanto, a presença de componentes com frequências múltiplas não inteiras do componente fundamental, definidos como inter harmônicos, pode causar erros nos resultados apresentados pela TF, como o espalhamento espectral. Tal efeito é caracterizado pelo espalhamento da energia dos componentes ao longo do espectro, o que resulta no aparecimento de frequências que na realidade não existem no sinal. Daí surge então a necessidade da aplicação de métodos corretivos à TF de forma a diminuir os erros causados pela presença de componentes inter harmônicos. A norma IEC 61000-4-7 padroniza as quantificações referentes a distorções harmônicas e propõe um método de agrupamento para a energia do espectro em grupos e subgrupos de forma a reduzir os erros associados ao espalhamento espectral. Dessa forma, o presente trabalho aborda a aplicação de duas técnicas baseadas na norma IEC 61000-4-7 em sinais representando diferentes situações, o método dos grupos e subgrupos e a proposição de sua aplicação recursiva, comparando os métodos entre si e com a própria TF, de forma a evidenciar o melhor método para a análise de componentes inter harmônicos.

**Palavras-chave:** Inter harmônicos, espalhamento espectral, Transformada de Fourier, Norma IEC 61000-4-7.



## Abstract

The analysis of components present in the frequency spectrum in signals from electric power systems is commonly performed through the application of the Fourier Transform (FT). However, the presence of non-integer frequencies of the fundamental component, defined as interharmonics, can cause errors in the results presented by the FT, such as spectral leakage. This effect is characterized by the leakage of the energy of the components along the spectrum, which results in the appearance of frequencies that do not actually exist in the signal. Hence there is a need to apply corrective methods to FT to reduce the errors caused by the presence of interharmonic components. IEC 61000-4-7 standard establishes harmonic distortion quantifications and proposes a grouping method for spectrum energy in order to reduce the errors associated with spectral leakage. Therefore, the present work deals with the application of two techniques based on the IEC 61000-4-7 standard on signals representing different situations, the group-harmonic method and the proposition of its recursive application, comparing the methods among themselves and with the FT, in order to show the best method for the analysis of interharmonic components.

**Keywords:** Interharmonics, spectral leakage, Fourier transform, IEC 61000-4-7 standard.



# **Lista de Ilustrações**

Figura 1 - Espectro de frequências (Resolução 20 Hz).....	25
Figura 2 - Espectro de frequências (Resolução 12 Hz).....	26
Figura 3 - Grupos e Subgrupos Harmônicos considerando o componente de 60Hz ..	29
Figura 4 - Grupos e Subgrupos Inter Harmônicos de primeira ordem (60Hz – 120Hz).	31
Figura 5 - Esquema sequencial do método de aplicação recursiva de grupos inter harmônicos .....	34
Figura 6 - Caso 1 a ser analisado.....	39
Figura 7 - Caso 2 a ser analisado.....	41
Figura 8 - Caso 3 a ser analisado.....	42
Figura 9 - Espectro de frequência pela FFT para o Caso 1.....	44
Figura 10 - Espectro de Frequência pela FFT para o Caso 2.....	46
Figura 11 - Espectro de Frequência pela FFT para o Caso 3.....	48
Figura 12 - Definição dos grupos e subgrupos da norma IEC 61000-4-7 .....	51
Figura 13 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 1 do caso 1 .....	58
Figura 14 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 2 do caso 1 .....	59
Figura 15 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 3 do caso 1 .....	59
Figura 16 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 4 do caso 1 .....	60
Figura 17 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 1 do caso 2 .....	63
Figura 18 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 2 do caso 2 .....	63
Figura 19 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 3 do caso 2 .....	64
Figura 20 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 4 do caso 2 .....	65
Figura 21 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 1 do caso 3 .....	67
Figura 22 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 3 do caso 3 .....	68
Figura 23 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 4 do caso 3 .....	69



# Sumário

<b>1.</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>17</b>
<b>1.1.</b>	<b>Motivação e objetivo da pesquisa .....</b>	<b>18</b>
<b>1.2.</b>	<b>Organização do documento .....</b>	<b>19</b>
<b>2.</b>	<b>Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>21</b>
<b>2.1.</b>	<b>A Transformada de Fourier .....</b>	<b>22</b>
<b>2.2.</b>	<b>Norma IEC 61000-4-7.....</b>	<b>27</b>
<b>2.3.</b>	<b>Aplicação recursiva para os grupos inter harmônicos.....</b>	<b>32</b>
<b>2.4.</b>	<b>Pesquisas correlatas.....</b>	<b>34</b>
<b>3.</b>	<b>Banco de Dados em Análise.....</b>	<b>37</b>
<b>3.1.</b>	<b>Caso 1.....</b>	<b>38</b>
<b>3.2.</b>	<b>Caso 2.....</b>	<b>40</b>
<b>3.3.</b>	<b>Caso 3.....</b>	<b>41</b>
<b>4.</b>	<b>Implementações e Análise dos Resultados.....</b>	<b>43</b>
<b>4.1.</b>	<b>Aplicação da FFT .....</b>	<b>43</b>
<b>4.1.1.</b>	<b>Caso 1 .....</b>	<b>43</b>
<b>4.1.2.</b>	<b>Caso 2 .....</b>	<b>46</b>
<b>4.1.3.</b>	<b>Caso 3 .....</b>	<b>48</b>
<b>4.2.</b>	<b>Aplicação da norma IEC 61000-4-7 .....</b>	<b>50</b>
<b>4.2.1.</b>	<b>Caso 1 .....</b>	<b>51</b>
<b>4.2.2.</b>	<b>Caso 2 .....</b>	<b>53</b>
<b>4.2.3.</b>	<b>Caso 3 .....</b>	<b>55</b>
<b>4.3.</b>	<b>Aplicação recursiva para grupos de inter harmônicos.....</b>	<b>57</b>
<b>4.3.1.</b>	<b>Caso 1 .....</b>	<b>58</b>
<b>4.3.2.</b>	<b>Caso 2 .....</b>	<b>62</b>
<b>4.3.3.</b>	<b>Caso 3 .....</b>	<b>67</b>
<b>5.</b>	<b>Conclusões .....</b>	<b>73</b>
<b>6.</b>	<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>77</b>



## 1. Introdução

A crescente utilização de equipamentos dependentes da eletrônica de potência, assim como a presença de cargas não lineares no Sistema Elétrico de Potência (SEP), tem resultado na caracterização crescente de distorções nas formas de onda dos sinais de tensão e corrente da rede elétrica. Isso é causado por componentes indesejáveis, dentre os quais, têm-se a distorção harmônica. Os componentes harmônicos são caracterizados como componentes que possuem frequência igual a um valor múltiplo inteiro da frequência fundamental do sistema. Por exemplo, para um sistema de 60 Hz (frequência fundamental), os componentes harmônicos podem, por exemplo, ser caracterizados por frequências de 120 Hz, 180 Hz, 240 Hz, e assim por diante. A ocorrência desses componentes pode gerar efeitos negativos nos dispositivos presentes no SEP, como interferência de sinais, sobretensão, perda de dados, mal funcionamento, sobreaquecimento, redução de vida útil, dentre outros (LIN, LEE e HUANG, 2011).

Contudo, no cenário atual do SEP, a presença de dispositivos como conversores chaveados, fornos a arco e inversores, dentre outros, também causam o aparecimento de componentes não sincronizados e indesejáveis, cuja frequência equivale a um múltiplo não inteiro da frequência fundamental. Esses são os chamados componentes inter harmônicos, que, quando presentes na rede do SEP, causam efeitos ainda mais nocivos que os componentes harmônicos, dentre eles a presença de ruídos em amplificadores de áudio e torque adicional em motores e geradores (NASSIF, YONG e XU, 2010). A ocorrência desses componentes pode trazer os mesmos problemas mencionados anteriormente, causados pelos harmônicos, além de outros adicionais, dentre eles frequências de oscilação em sistemas mecânicos, cintilação de luz (flutuação de tensão), interferência em sinais de controle e proteção, sobrecarga de alta frequência de filtros passivos, interferência na telecomunicação, distúrbios sonoros, mal funcionamento de sistemas de controle remoto, erros de disparo em tiristores e diminuição da vida útil de motores de indução (LIN, LEE e HUANG, 2011).

O surgimento desses componentes, portanto, compromete a Qualidade da Energia Elétrica (QEE) e, caso sejam ignorados, deterioram dispositivos presentes no SEP reduzindo sua vida útil, o que por sua vez pode causar prejuízos consideráveis. Neste contexto, tem-se então a necessidade de aprimoramento de métodos para realizar a análise desses componentes para que torne possível a adoção de medidas para eliminá-los ou

diminuí-los, reduzindo os danos causados e garantindo o bom funcionamento e operação dos dispositivos.

Dentre os vários métodos existentes para a análise e estimação de componentes harmônicos, tanto da fundamental, como os diferentes desta, a Transformada de Fourier (TF) é comumente utilizada, fornecendo um espectro das frequências presentes no sinal analisado, associando-o às suas amplitudes e fases. Neste contexto, para a obtenção de uma maior eficiência computacional durante a monitoração do SEP, uma variação da TF é normalmente utilizada, a Transformada Rápida de Fourier (do inglês *Fast Fourier Transform - FFT*) (MONTEIRO, 2014).

No entanto, essa abordagem só é totalmente eficiente quando certos critérios são atendidos, gerando assim três condições a serem respeitadas na aplicação da análise de componentes:

- i. O critério de *Nyquist*, pelo qual a frequência de amostragem do sinal deve ser maior que o dobro da frequência mais alta presente no sinal;
- ii. A forma de onda do sinal deve ser considerada estacionária e periódica; e
- iii. A janela de análise deve conter um número inteiro de períodos de todos os componentes do sinal para uma determinação correta das frequências reais.

A condição (iii.) implica que, quando da presença de componentes inter harmônicos, ocorre um fenômeno denominado como espalhamento espectral, que faz com que a energia desses componentes seja espalhada pelo espectro de frequências ocasionando o aparecimento de componentes que na realidade não compõem o sinal (MONTEIRO, 2014). Por essa razão, torna-se necessária a busca por métodos corretivos a serem aplicados no sinal de forma a obter uma análise espectral de maior confiabilidade, permitindo menores erros no processo de estimação de componentes.

### **1.1. Motivação e objetivo da pesquisa**

Uma abordagem promissora a ser aplicada perante o problema dos erros ocasionados pela presença dos componentes inter harmônicos pode ser a aplicação de métodos de correção na própria TF, seja na preparação antecipada do sinal para sua aplicação, ou uma correção posterior no espectro depois de evidenciados os erros de espalhamento. Essa abordagem é, portanto, a motivação desse estudo, que tem por objetivo a investigação de métodos corretivos a serem aplicados à TF de forma a realizar a análise em amplitude de sinais com a presença de componentes inter harmônicos. Para isso, a partir da utilização do

software MatLab®, foi realizada a criação de sinais a serem submetidos à TF, permitindo a aplicação de dois métodos corretivos baseados na Norma IEC 61000-4-7, que padroniza as quantificações referentes às distorções na forma de onda de sinais do SEP: o método dos grupos e subgrupos harmônicos e inter harmônicos, e o método recursivo de aplicação de grupos inter harmônicos, os quais serão comparados entre si e à própria TF, de forma a evidenciar suas vantagens frente à análise espectral na presença de componentes inter harmônicos.

## **1.2. Organização do documento**

No segundo capítulo é realizada uma revisão bibliográfica onde é apresentada a TF, o espalhamento espectral, a norma IEC 61000-4-7, o método dos grupos e subgrupos inter harmônicos, o método de aplicação recursiva de grupos inter harmônicos e as pesquisas correlatas ao presente trabalho. Na seção 2.1., que aborda a TF, são apresentadas todas as variações da transformada e a ocorrência do espalhamento espectral devido à presença de componentes fora da resolução de frequência. Na seção 2.2., é apresentada a norma IEC 61000-4-7, e descritas suas condições para análise de componentes em sistemas de potência, assim como as formas de abordagem para o método de agrupamento proposto. Na seção 2.3. é descrito o método de aplicação recursiva para os grupos inter harmônicos propostos pela norma IEC e a metodologia aplicada em sua implementação. Na seção 2.4. são apresentadas algumas pesquisas correlatas ao presente trabalho que foram adotadas como referências na elaboração do mesmo.

No terceiro capítulo é apresentado o banco de dados a ser utilizado nas implementações dos métodos. São apresentadas a composição, a forma de criação e as particularidades de cada um dos três casos presentes no banco de dados, assim como suas formas de onda resultantes, possibilitando dessa forma as implementações dos métodos e a comparação dos resultados obtidos com os valores reais de amplitude dos componentes.

No quarto capítulo são apresentadas as implementações da TF, do método de agrupamento proposto pela norma IEC e da aplicação recursiva para grupos inter harmônicos, assim como a análise dos resultados apresentados pela aplicação dos três métodos para cada um dos três casos que compõem o banco de dados compilado.

Por fim, no quinto capítulo são apresentadas as conclusões obtidas pela realização do trabalho, as vantagens e desvantagens da aplicação de cada método para análise de componentes, assim como uma comparação dos resultados encontrados.



## 2. Revisão Bibliográfica

A análise visual de um sinal no domínio do tempo nem sempre oferece informações suficientes para a estimação de componentes ou outra análise necessária. No caso de sinais puros, com presença apenas da componente fundamental, a análise no domínio do tempo se mostra perfeitamente suficiente na obtenção de informações. Porém, na ocorrência de componentes harmônicos ou inter harmônicos, o sinal torna-se distorcido, dificultando um estudo mais detalhado sobre suas informações, impossibilitando sua análise e a percepção de seus componentes. No entanto, a partir do trabalho de *Joseph Fourier*, demonstrou-se que é possível descrever sinais periódicos como uma soma de funções senoidais com amplitudes e frequências distintas. Dessa forma a análise no domínio da frequência surgiu como uma nova ferramenta que é utilizada em diversas aplicações no processamento de sinais possibilitando a extração de informações de forma mais explícita (MENEZES, 2011).

Dentre as ferramentas utilizadas na conversão do domínio do tempo para o domínio da frequência destaca-se a TF, que será apresentada em detalhes na seção 2.1. No entanto, como mencionado anteriormente, a TF se mostra completamente eficiente quando respeitados alguns critérios. Sendo assim, na ocorrência de certos componentes indesejados, como os inter harmônicos, a simples aplicação da TF agrupa alguns erros e pode acabar criando componentes que na realidade não existem no espectro de frequências, comprometendo assim a análise do sinal. Daí surge a necessidade da aplicação de métodos corretivos à TF de forma a diminuir os efeitos dos erros causados pelo espalhamento espectral.

O objetivo deste trabalho consiste, portanto, na investigação desses métodos. Será proposta a aplicação de duas técnicas que tomam como base a norma IEC 61000-4-7 (IEC 61000-4-7, 2002), que padroniza as medições e instrumentações de harmônicos e inter harmônicos no SEP. O modelo encontrado na norma propõe a separação das frequências presentes no espectro em grupos e subgrupos harmônicos e inter harmônicos. Com isso, o método permite o agrupamento de valores eficazes de cada elemento espectral minimizando os efeitos do espalhamento. Esse método consiste, portanto, em uma das implementações a serem propostas no trabalho e será mais bem discutido posteriormente na seção 2.2. O segundo método proposto é baseado em um algoritmo encontrado em (LIN, LEE e HUANG, 2011), denominado como “*Recursive Group-harmonic Power Minimizing Algorithm*” e consiste em uma aplicação recursiva adaptativa da técnica dos grupos e

subgrupos, de forma a reduzir ainda mais os erros causados pelo espalhamento, convergindo a potência dissipada para um valor mínimo. O método será mais bem discutido posteriormente na seção 2.3.

## 2.1. A Transformada de Fourier

Para a realização do processo de análise do espectro de um sinal é necessária sua transformação do domínio do tempo para o domínio da frequência. Essa transformação é capaz de proporcionar uma representação dos componentes de frequência presentes no sinal e, dessa forma, permitir o conhecimento sobre como a energia do sinal é distribuída ao longo do espectro de frequência. Uma das ferramentas mais utilizadas para a transformação do domínio do tempo para o domínio da frequência é a TF.

A TF em si é aplicada para funções contínuas. Neste caso é denominada como Transformada Contínua de Fourier, do inglês *Continuous Time Fourier Transform* – CTFT, que detecta frequências e representa uma função integrável no domínio do tempo  $f(t)$  como uma soma de exponenciais complexas com frequência angular  $\omega$  e amplitude complexa  $F(j\omega)$ . A equação que representa essa transformação é dada da seguinte forma:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (1)$$

Tem-se também, além da transformação do domínio do tempo para a frequência, a Transformada Inversa de Fourier, que estabelece a transformação inversa, ou seja, do domínio da frequência para o domínio do tempo, permitindo o retorno ao sinal inicial, dada da seguinte forma:

$$f(t) = F^{-1}(F(j\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (2)$$

No caso de aplicações nas quais se tem sequências infinitas, o processo de transformação é realizado a partir da utilização da Transformada de Fourier de Tempo Discreto, do inglês *Discrete Time Fourier Transform* (DTFT), representando uma sequência discreta infinita  $x[n]$  em seu espectro de frequência  $X(e^{j\omega})$ , dada da seguinte forma:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}. \quad (3)$$

Já a sua inversa é dada por:

$$x[n] = X^{-1}X(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega. \quad (4)$$

Pode-se observar que essas transformações são realizadas em tempo contínuo ou sequências infinitas. No entanto, na maioria das aplicações dispõe-se de um determinado intervalo de domínio, ou seja, de comprimento finito. No contexto da análise de sinais, por exemplo, como é o caso do presente trabalho, o sinal é analisado digitalmente, por isso requer uma discretização da função, ou seja, é necessário que esse sinal seja amostrado. Para esses casos utiliza-se a Transformada Discreta de Fourier, do inglês *Discrete Fourier Transform* – DFT. Para a obtenção dessas sequências finitas devem ser aplicadas ao sinal funções denominadas janelas, que determinarão a quantidade de pontos da sequência para análise. Dada uma sequência finita com  $N$  pontos na janela, a DFT é dada da seguinte forma:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi kn/N} \quad (5)$$

onde  $0 \leq k \leq N - 1$ .

Sua inversa é dada por:

$$X[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{j2\pi kn/N} \quad (6)$$

Analizando a DFT, no entanto, percebe-se que se trata de uma grande quantidade de operações complexas, implicando em um considerável esforço computacional. Observando a equação (5), nota-se que a cada amostra da sequência  $x[n]$  são realizadas  $N$  multiplicações complexas e  $N-1$  adições complexas. Assim, para se chegar ao final do cálculo de toda a sequência é necessário um total de  $N^2$  multiplicações complexas e  $N(N-1) \sim N^2$  adições complexas. Dessa forma, um alto valor de  $N$  demandará uma grande complexidade computacional (COOLEY e TUKEY, 1965).

Para resolver esse problema, um método amplamente utilizado é a Transformada Rápida de Fourier, do inglês *Fast Fourier Transform* – FFT. A FFT é um algoritmo muito eficiente que reordena os cálculos da DFT, realizando a mesma análise da DFT com um menor esforço computacional, ao invés de realizar diretamente o cálculo da DFT pela

definição. A FFT é uma técnica rápida e econômica, caracterizando uma importante contribuição para a análise numérica (COOLEY e TUKEY, 1965).

Esse algoritmo consiste em uma divisão recursiva da DFT em uma sequência par e outra ímpar até que se formem grupos com apenas duas amostras. Dessa forma o procedimento é capaz de reduzir o número de multiplicações e somas para  $N \log_2 N$ , reduzindo relativamente a complexidade computacional requerida. No entanto, a FFT restringe que  $N$  seja equivalente a uma potência de 2 (COOLEY e TUKEY, 1965).

Outros fatores importantes influenciam na aplicação da FFT em um sinal, como, por exemplo, a janela utilizada e a frequência de amostragem do sinal, que indicarão a quantidade de ciclos do sinal a ser aplicada à FFT e a quantidade de pontos ( $N$ ) da sequência finita, respectivamente. Aliados a esses fatores, é possível determinar a resolução do espectro apresentado pela transformada, ou seja, os valores cujos múltiplos poderão ser detectados pela FFT sem ocasionar erros de espalhamento espectral. Dessa forma, caso se tenha um sinal com frequência fundamental de 60 Hz, e a janela amostral possuir a dimensão de um único ciclo senoidal, a resolução do espectro será de 60 Hz, ou seja, apenas serão detectadas frequências múltiplas da fundamental no espectro (componentes harmônicos) (OLIVEIRA, MACEDO JR. e DELAIBA, 2014).

A resolução do espectro é dada pela relação entre a frequência de amostragem e o número de pontos ( $N$ ) presente na janela. Considerando por exemplo uma resolução de 20 Hz e, para garantir eficiência na aplicação da FFT, uma sequência amostral equivalente a uma potência de 2, conforme mencionado anteriormente, de 1.024 pontos é possível determinar a frequência de amostragem e, portanto, o período de amostragem do sinal conforme segue:

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} \rightarrow f_s = \Delta f * N. \quad (7)$$

Onde:

- $\Delta f$  – Resolução de frequência no espectro;
- $f_s$  – Frequência de amostragem; e
- $N$  – Número de pontos na janela amostral.

Assim, tem-se uma frequência de amostragem de:

$$f_s = 20.480 \text{ Hz.} \quad (8)$$

E, portanto, um período de amostragem de:

$$T_s = \frac{1}{f_s} \sim 0,049 \text{ ms.} \quad (9)$$

Criando, assim, um vetor de tempo de 0 a 0,050149s com passos de 0,049 ms, tem-se uma janela com 1.024 pontos e resolução de 20 Hz. Tem-se então um sinal periódico  $x(t)$  com componentes de 60 Hz e 140 Hz a partir do vetor de tempo:

$$x(t) = 0,5 \operatorname{sen}(2\pi 60t) + 0,5 \operatorname{sen}(2\pi 140t). \quad (10)$$

Por meio do software MatLab® pode-se aplicar a FFT e apresentar em um gráfico os valores de amplitude, resultando no espectro de frequências apresentado na Figura 1.

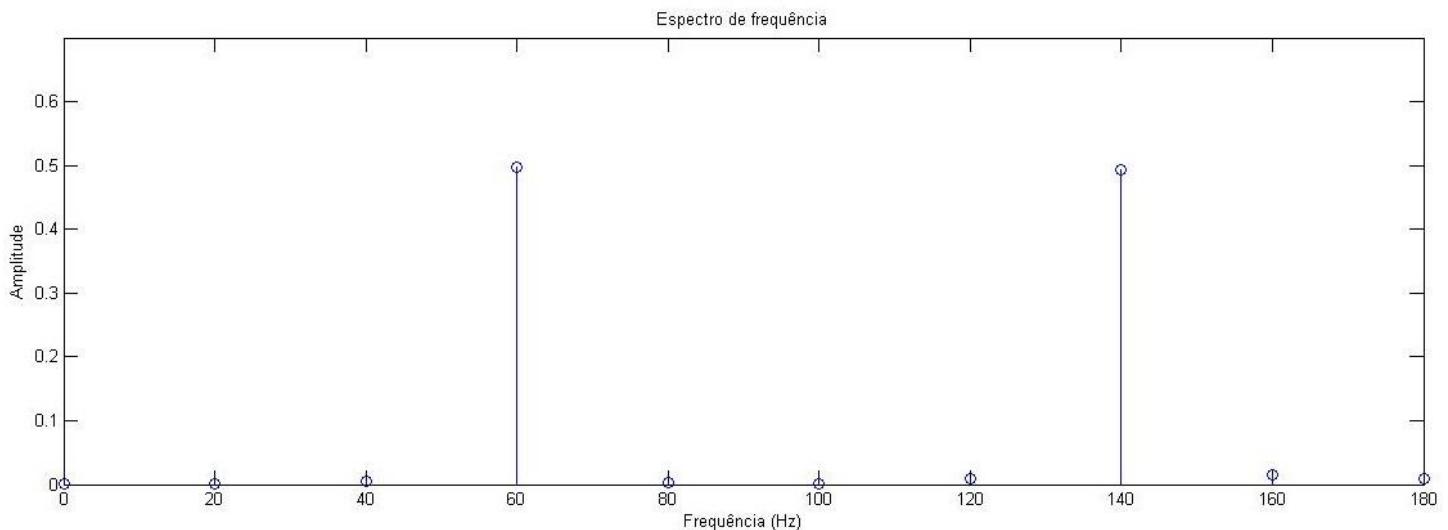


Figura 1 - Espectro de frequências (Resolução 20 Hz).

Pode-se notar que a FFT foi capaz de detectar de forma eficiente as frequências presentes no espectro.

Adotando agora uma resolução de 12 Hz para o mesmo sinal, têm-se, para a mesma quantidade de  $N$  pontos na janela:

$$f_s = 12.288 \text{ Hz.} \quad (11)$$

E, portanto, um período de amostragem de:

$$T_s = \frac{1}{f_s} \sim 0,081 \text{ ms.} \quad (12)$$

Criando, assim, para o mesmo sinal apresentado em (10), um vetor de tempo de 0 a 0,082863 s com passos de 0,081 ms, tem-se uma janela com 1.024 pontos e resolução de 12 Hz.

Aplicando a FFT e apresentando em um gráfico os valores de amplitude tem-se o espectro da Figura 2.

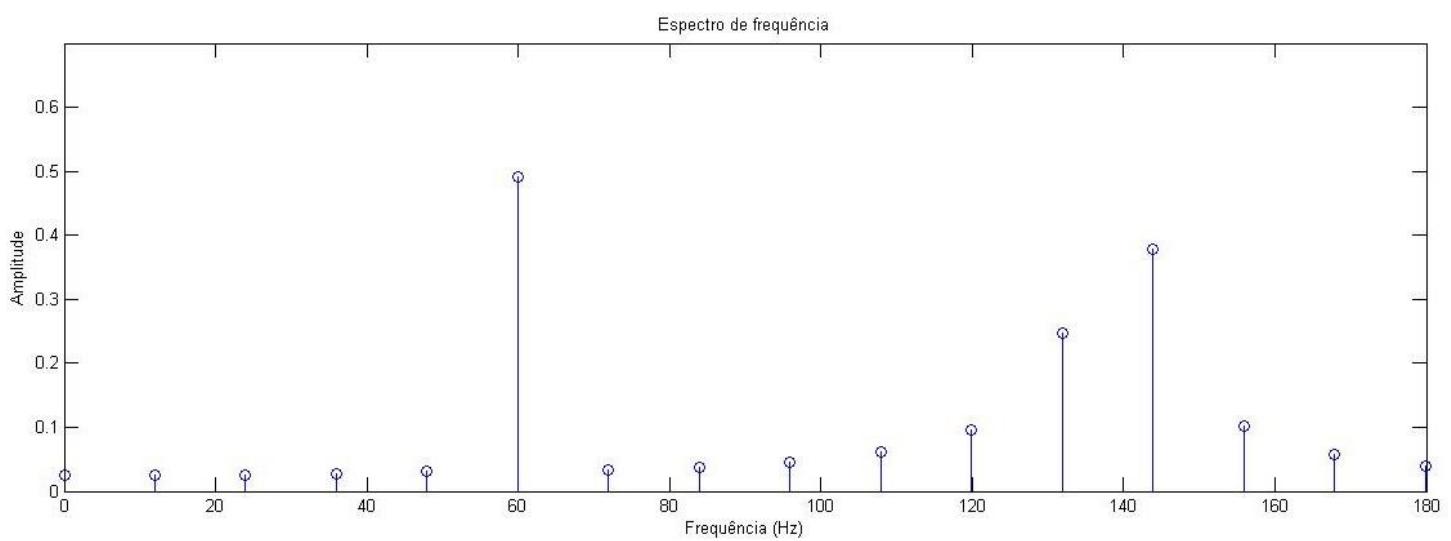


Figura 2 - Espectro de frequências (Resolução 12 Hz).

Analizando a Figura 2, claramente se observa a ocorrência do espalhamento espectral, no qual a aplicação da FFT acaba criando componentes que na realidade não existem no sinal.

Na Figura 1, a TF é capaz de detectar corretamente as frequências presentes no sinal pelo fato de que as frequências de 60 Hz e 140 Hz são múltiplas inteiros do valor da resolução de 20 Hz do espectro, caracterizando assim, corretamente, os componentes harmônicos. Já no caso da resolução de 12 Hz, o componente de 140 Hz não consiste de um múltiplo inteiro da resolução, mas sim um valor intermediário entre os componentes harmônicos de 132 Hz e 144 Hz, caracterizando assim um componente inter harmônico.

Na seção seguinte será discutida a norma IEC 61000-4-7, a qual padroniza uma série de aplicações que tem por objetivo atenuar os problemas e corrigir os erros causados pelo efeito do espalhamento espectral.

## 2.2. Norma IEC 61000-4-7

A IEC (*International Electrotechnical Commission*), com sede na Suíça, é uma organização internacional responsável por promover a cooperação internacional em todas as questões que dizem respeito às padronizações nos setores elétrico e eletrônico (IEC 61000-4-7, 2002).

A norma IEC 61000-4-7 é definida como:

- *International Standard IEC 61000-4-7, Electromagnetic compatibility (EMC) – Part 4-7: Testing and measurement techniques – General guide on harmonics and interharmonics measurements and instrumentation, for power supply systems and equipment connected thereto.*

Parte integrante do conjunto de normas IEC 61000, a IEC 61000-4-7 padroniza a instrumentação voltada às medições de componentes de até 9 kHz acima da frequência fundamental em sistemas de potência com alimentação em 50 Hz e 60 Hz (IEC 61000-4-7, 2002). Dessa forma atua como um guia nos procedimentos de medida e instrumentação de componentes harmônicos e inter harmônicos em sistemas de potência, sendo, portanto, aplicável a este estudo.

A norma estabelece duas condições básicas a serem contempladas sobre como deve ser estabelecida a monitoração de componentes harmônicos e inter harmônicos e que, portanto, são aplicáveis a este trabalho. São elas:

- Para sistemas de 60 Hz de frequência fundamental, a aplicação da DFT deve ser realizada a partir da utilização de janelas retangulares considerando um número de ciclos consecutivos que proporcionem uma resolução espectral de análise igual a 5 Hz, no caso 12 ciclos;
- Realização de agrupamento em grupos e subgrupos harmônicos dos valores eficazes presentes no espectro resultante da aplicação da DFT, de forma a atenuar os erros causados pela manifestação do efeito de espalhamento espectral (IEC 61000-4-7, 2002).

Dessa forma pela norma IEC 61000-4-7 é proposto um método a ser implementado com o objetivo de realizar uma análise mais eficiente de componentes harmônicos e inter harmônicos: o método dos grupos e subgrupos harmônicos, o qual será um dos métodos implementados neste trabalho.

De acordo com a primeira condição, a norma estabelece o valor de resolução a ser utilizado nas análises de componentes harmônicos em 5 Hz, o que implica em uma janela de amostragem de 12 ciclos para sistemas de 60 Hz. Dessa forma, utilizando uma resolução alta, busca prevenir ou minimizar o aparecimento de erros ocasionados pelo efeito do espalhamento espectral na aplicação da DFT. No entanto, apesar dessa resolução ser capaz de detectar com eficiência componentes com frequências múltiplas de 5 Hz, ainda pode ser insuficiente para realizar uma quantização correta de algumas frequências presentes no sinal, como, por exemplo, um componente com frequência de 62,5 Hz, cuja energia seria espalhada entre os componentes de 60 Hz e 65 Hz (OIVEIRA, MACEDO JR. e DELAIBA, 2014).

O método apresentado tem como objetivo a realização do agrupamento da energia dos componentes espalhados pelo espectro de frequências, de forma a diminuir a amplitude dos componentes que na realidade não existem, e que foram criados pelo efeito do espalhamento, e agregar a energia nos componentes reais reestabelecendo sua amplitude correta. Para isso existem diversas formas de agrupamento.

Considerando  $C_0$  como sendo o valor de amplitude correspondente ao componente de frequência 0 Hz,  $C_1$  o valor de amplitude correspondente ao componente de frequência 5 Hz, e assim por diante, temos que, para os grupos harmônicos, o agrupamento deve ser realizado utilizando os valores eficazes dos 6 componentes anteriores, e os 6 posteriores ao componente em análise, agregando tais valores à sua amplitude. Utiliza-se então o seguinte cálculo (IEC 61000-4-7, 2002):

$$G_{g,n}^2 = \frac{C_{k-6}^2}{2} + \sum_{i=-5}^5 C_{k+i}^2 + \frac{C_{k+6}^2}{2}. \quad (13)$$

Onde:

- $G_{g,n}$  – Valor eficaz correspondente ao grupo harmônico de ordem  $n$ ; e
- $C_k$  – Valor eficaz correspondente ao componente de frequência  $k$ .

Para os subgrupos harmônicos, o agrupamento deve ser realizado utilizando os valores eficazes dos dois componentes vizinhos, agregando sua amplitude ao componente aplicado, utilizando o seguinte cálculo:

$$G_{sg,n}^2 = \sum_{i=-1}^1 C_{k+i}^2. \quad (14)$$

Onde:

- $G_{sg,n}$  – Valor eficaz correspondente ao subgrupo harmônico de ordem  $n$ ; e
- $C_k$  – Valor eficaz correspondente ao componente de frequência  $k$ .

A Figura 3 ilustra a abrangência dos grupos e subgrupos harmônicos considerando a frequência fundamental de 60 Hz

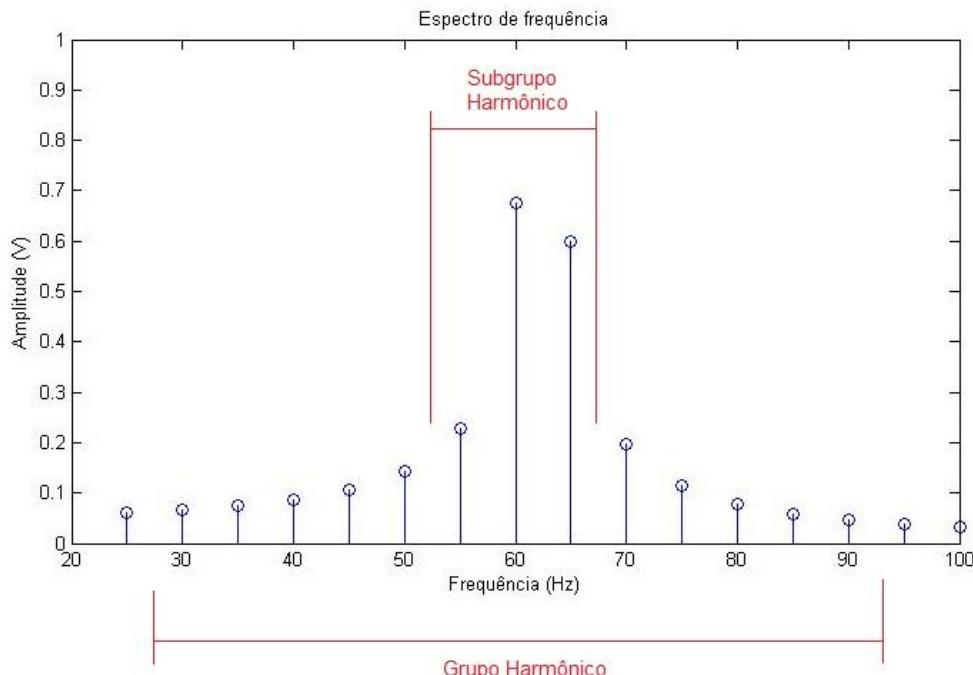


Figura 3 - Grupos e Subgrupos Harmônicos considerando o componente de 60Hz.

Dessa forma, analisando a Figura 3, para o cálculo do primeiro grupo harmônico  $G_{g,1}$ , por exemplo, correspondente ao componente fundamental, seriam agregados os valores de amplitude dos 6 componentes anteriores (30 Hz ( $C_6$ ), 35 Hz ( $C_7$ ), 40 Hz ( $C_8$ ), 45 Hz( $C_9$ ), 50 Hz ( $C_{10}$ ) e 55 Hz ( $C_{11}$ )), o valor de amplitude do próprio componente fundamental de 60 Hz ( $C_{12}$ ), e os valores de amplitude dos 6 componentes posteriores (65 Hz ( $C_{13}$ ), 70 Hz ( $C_{14}$ ), 75 Hz ( $C_{15}$ ), 80 Hz ( $C_{16}$ ), 85 Hz ( $C_{17}$ ) e 90 Hz ( $C_{18}$ )), conforme descrito pela equação (13). Já para o cálculo do primeiro subgrupo harmônico  $G_{sg,1}$ , por exemplo, também correspondente ao componente fundamental, seriam agregados apenas os valores de amplitude correspondentes aos componentes de 55 Hz ( $C_{11}$ ) e 65 Hz ( $C_{13}$ ), além do próprio componente fundamental de 60 Hz ( $C_{12}$ ), conforme descrito pela equação (14).

Para os grupos inter harmônicos, o agrupamento deve ser realizado utilizando os valores eficazes dos componentes presentes entre dois harmônicos, sem incluir os mesmos, agregando sua amplitude ao componente aplicado, utilizando o seguinte cálculo:

$$G_{ig,n}^2 = \sum_{i=1}^{11} C_{k+i}^2. \quad (15)$$

Onde:

- $G_{ig,n}$  – Valor eficaz correspondente ao grupo inter harmônico de ordem  $n$ ; e
- $C_k$  – Valor eficaz correspondente ao componente de frequência  $k$  (correspondente à ordem do componente harmônico adjacente de menor frequência).

Para os subgrupos inter harmônicos, o agrupamento deve ser realizado utilizando os valores eficazes dos componentes presentes entre dois inter harmônicos, sem incluir os mesmos e seus vizinhos, agregando sua amplitude ao componente aplicado, utilizando o seguinte cálculo:

$$G_{isg,n}^2 = \sum_{i=2}^{10} C_{k+i}^2. \quad (16)$$

Onde:

- $G_{isg,n}$  – Valor eficaz correspondente ao subgrupo inter harmônico de ordem  $n$ ; e
- $C_k$  – Valor eficaz correspondente ao componente de frequência  $k$  (correspondente à ordem do componente harmônico adjacente de menor frequência).

A Figura 4 ilustra a abrangência dos grupos e subgrupos inter harmônicos considerando a primeira ordem de inter harmônicos, ou seja, valores de frequência entre a frequência fundamental de 60 Hz e o harmônico de 120 Hz.

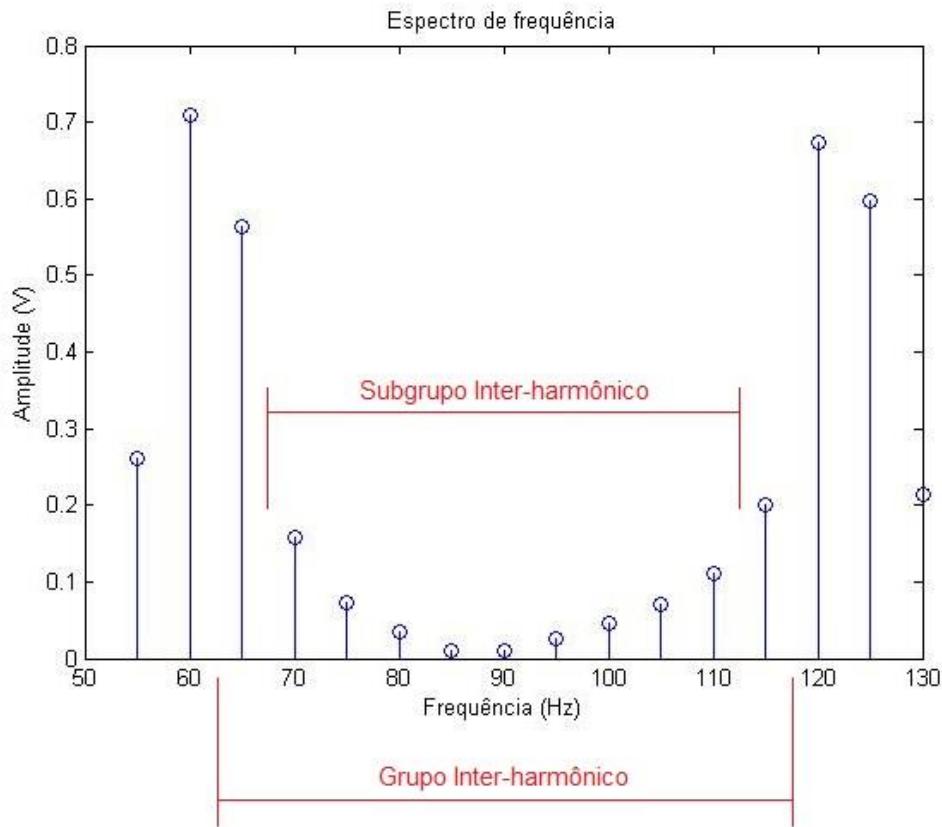


Figura 4 - Grupos e Subgrupos Inter Harmônicos de primeira ordem (60Hz – 120Hz).

Dessa forma, analisando a Figura 4, para o cálculo do primeiro grupo inter harmônico  $G_{ig,1}$  por exemplo, correspondente aos componentes com valor de frequência entre 60 Hz e 120 Hz, seriam agregados os valores de amplitude de todos os componentes contidos entre o componente fundamental de 60 Hz e o componente harmônico de 120Hz (65 Hz ( $C_{13}$ ), 70 Hz ( $C_{14}$ ), 75 Hz ( $C_{15}$ ), 80 Hz ( $C_{16}$ ), 85 Hz ( $C_{17}$ ), 90 Hz ( $C_{18}$ ), 95 Hz ( $C_{19}$ ), 100 Hz ( $C_{20}$ ), 105 Hz ( $C_{21}$ ), 110 Hz ( $C_{22}$ ) e 115Hz ( $C_{23}$ )) conforme descrito pela equação (15). Já para o cálculo do primeiro subgrupo inter harmônico  $G_{isg,1}$ , por exemplo, seriam agregados os valores de amplitude de todos os componentes contidos entre o componente fundamental de 60Hz ( $C_{12}$ ) e o componente harmônico de 120 Hz excluindo apenas os componentes vizinhos a eles (70 Hz ( $C_{14}$ ), 75 Hz ( $C_{15}$ ), 80 Hz ( $C_{16}$ ), 85 Hz ( $C_{17}$ ), 90 Hz ( $C_{18}$ ), 95 Hz ( $C_{19}$ ), 100 Hz ( $C_{20}$ ), 105 Hz ( $C_{21}$ ), 110 Hz ( $C_{22}$ )), conforme descrito pela equação (16).

O fator determinante sobre qual abordagem deve ser utilizada a respeito da aplicação do método, ou seja, utilização de grupos ou subgrupos, é estabelecido de acordo com o tipo de equipamento de medição a ser utilizado. Isso é determinado por outra norma, a IEC 61000-4-30, a qual não será abordada neste trabalho. No entanto, como os casos a serem

estudados abordam a ocorrência de componentes inter harmônicos como a única fonte de espalhamento espectral, a utilização de grupos harmônicos tornaria os erros ainda maiores, já que agregariam os valores dos inter harmônicos. Portanto, para os componentes harmônicos a utilização de subgrupos harmônicos é mais indicada. Já para os inter harmônicos, a utilização de grupos inter harmônicos é mais indicada já que leva em consideração todos os possíveis componentes de espalhamento espectral, excluindo apenas os próprios componentes harmônicos adjacentes. Neste estudo, portanto, serão utilizados subgrupos harmônicos e grupos inter harmônicos.

### **2.3. Aplicação recursiva para os grupos inter harmônicos**

Um estudo apresentado em (LIN, LEE e HUANG, 2011) propõe um método de análise de amplitude de componentes inter harmônicos baseado no modelo de grupos presente na norma IEC 61000-4-7. O algoritmo de minimização recursiva de potência de grupos harmônicos, originalmente denominado como *Recursive Group-harmonic Power Minimizing (RGPM) Algorithm* – RGPM, consiste em adaptar o tamanho da janela ( $N$ ) em análise pela DFT a cada iteração do processo conforme a necessidade de cada componente, de forma a ajustar a resolução de frequência, como pode ser observado pela equação (7) mantendo constante a frequência de amostragem, diminuindo o valor da potência total dissipada pelo efeito do espalhamento espectral. A cada iteração, portanto, é calculado o valor da potência dissipada em relação ao valor real da amplitude do componente inter harmônico, mantendo o algoritmo em um *loop* até que seja alcançado um valor mínimo pré-determinado para essa potência, que equivale ao erro da análise.

Os autores utilizam uma outra técnica para identificação da necessidade de expansão ou diminuição da janela em análise, denominada como *Group-Harmonic Bin Power (GBP) Algorithm* – GBP, a qual consiste em uma observação empírica da DFT. Essa técnica propõe que se a maior amplitude se encontra do lado esquerdo, indicando que a janela é insuficiente para uma análise precisa, deve-se então aumentar o número de amostras  $N$ , e se a maior amplitude se encontra do lado direito, indicando que a janela é excessivamente truncada, deve-se diminuir o número de amostras  $N$ . Essa técnica garante a convergência do método RGPM, fazendo com que a potência dissipada sempre se aproxime do valor mínimo pré-determinado (LIN, LEE e HUANG, 2011).

No presente estudo será proposto um método semelhante, baseado no algoritmo RGPM, porém, adaptado para o problema e para a forma de análise adotada no trabalho. Nos casos a serem analisados neste trabalho, os sinais agregam diversos componentes

com relativa proximidade entre eles, o que, diferente dos sinais analisados em (LIN, LEE e HUANG, 2011), faz com que, ao aumentar o número de iterações, os erros ocasionados pela alteração da resolução nos harmônicos próximos passem a agregar erros na análise dos inter harmônicos, não garantindo a convergência dos erros para zero, mas sim, a ocorrência de um valor mínimo limitado. Isso ocorre devido ao fato de que a resolução já se encontra no valor ideal para os componentes harmônicos e a alteração do valor do número de amostras passa a agregar erros em sua análise, apesar de diminuí-los na análise dos inter harmônicos. No trabalho de (LIN, LEE e HUANG, 2011) isso não ocorre devido ao fato dos componentes integrantes do sinal analisado estarem distantes, fazendo com que as análises individuais não sejam interferidas pelos componentes adjacentes.

No segundo método proposto no estudo, portanto, foi implementada uma aplicação recursiva da DFT aliada aos grupos inter harmônicos da norma IEC 61000-4-7. Nessa implementação, foi acrescido ou decrescido o valor do número de amostras  $N$  a cada iteração, de acordo com a necessidade individual de cada componente, ou seja, se a janela for insuficiente para análise, o valor de  $N$  é acrescido, caso contrário, decrescido. Dessa forma foi analisado então o valor do erro relativo entre a amplitude real do componente e o valor da amplitude gerada pela aplicação do respectivo grupo inter harmônico, até que seja alcançado o ponto de valor mínimo do erro, a partir do qual, o espalhamento gerado pela alteração da resolução nos componentes harmônicos próximos começa a agregar erros no cálculo do grupo inter harmônico.

Conforme descrito anteriormente, a aplicação da FFT restringe que o número de pontos  $N$  seja equivalente a uma potência de 2. Como o método proposto depende da variação do número de amostras da janela, impossibilita o uso da FFT. Dessa forma, diferente dos demais métodos, será aplicada a DFT que apresenta os mesmos resultados, possuindo, contudo, uma complexidade computacional maior e, como se trata de um método recursivo, a DFT será aplicada a cada iteração para cada componente inter harmônico do sinal individualmente. Com isso, aumenta-se ainda mais essa complexidade devido ao aumento da quantidade de operações.

Na Figura 5, pode-se observar um fluxograma que ilustra a aplicação do método descrito.

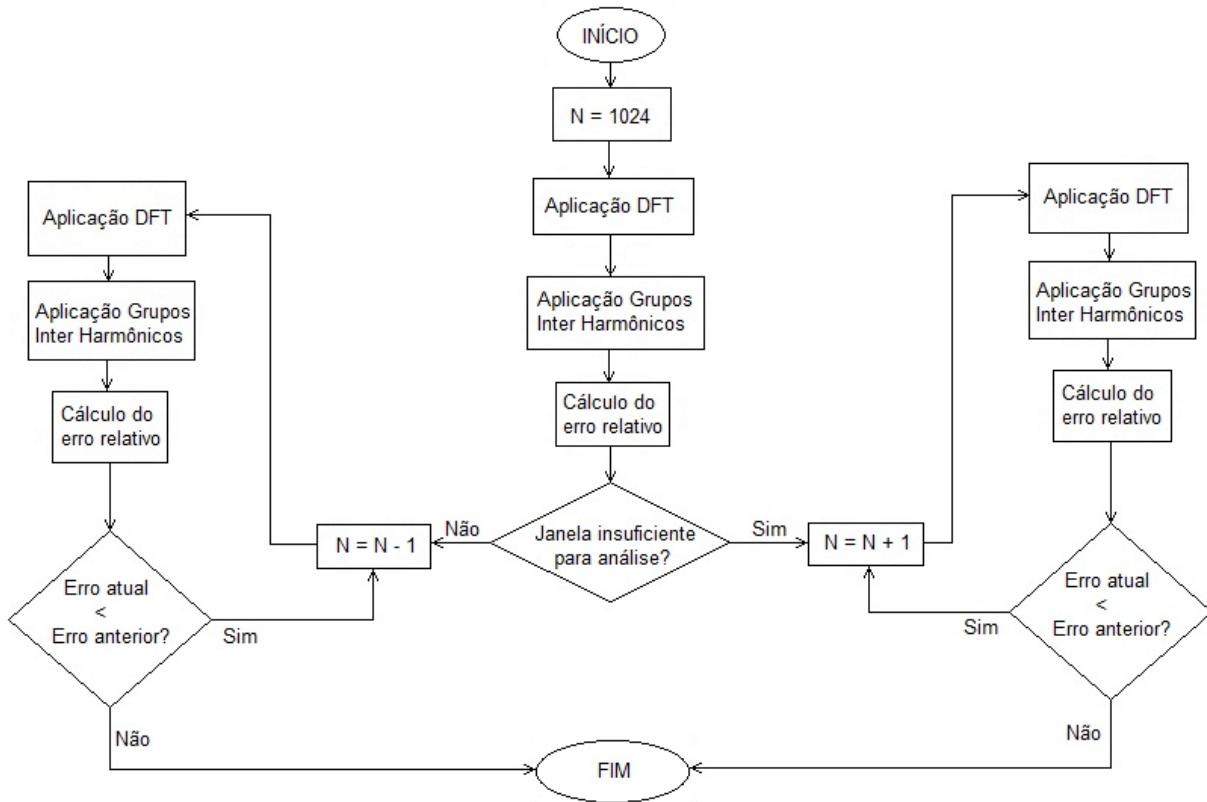


Figura 5 - Esquema sequencial do método de aplicação recursiva de grupos inter harmônicos

## 2.4. Pesquisas correlatas

O problema da análise de componentes inter harmônicos já desencadeou a proposição de vários métodos de análise e estimativa. Grande parte desses métodos baseiam-se na TF, assim como no presente trabalho. Nesta seção serão apresentados alguns desses trabalhos que também buscam métodos alternativos para analisar componentes inter harmônicos.

Os métodos aplicados em (MONTEIRO, 2014) baseiam-se também na norma IEC 61000-4-7 e em métodos de interpolação no domínio do tempo e da frequência, com o objetivo de analisar componentes frente ao efeito do espalhamento espectral ocasionado pela presença de inter harmônicos fora da resolução da TF, ou pelo fato da amostragem do sinal ser feita de forma assíncrona. Também leva em consideração a utilização de diferentes janelas de amostragem. Os sinais sintéticos propostos pelo autor para a realização das análises incluem diversos componentes com frequências muito baixas, ocasionando erros da ordem de 90% ao serem submetidos à FFT. Frente a isso, os métodos propostos no trabalho mostraram-se muito eficientes, principalmente o método da interpolação no domínio

da frequência com a utilização da janela de *Hanning*, o qual apresentou erros de implementação de ordem inferior a 1%.

Em (ZHANG, LIU, CHEN, LI e ZHANG, 2008) é proposto um método baseado em um algoritmo iterativo da DFT que permite a medição de componentes inter harmônicos no tempo, o qual não é afetado pela amostragem assíncrona e pouco afetado por ruído branco. Tal método mostra-se muito eficiente e preciso devido a sua característica adaptativa de aumentar a capacidade de pontos no domínio do tempo e da frequência, fazendo assim com que a resolução seja ajustada adaptativamente. A desvantagem reside no alto esforço computacional exigido pelo método em razão da resolução requerida, o que torna o mesmo pouco viável em aplicações dinâmicas.

Em (VALENZUELA e PONTT, 2009) são mostrados os efeitos da aplicação de diferentes janelas (retangular e *Hanning*) em medições de componentes inter harmônicos baseadas em uma melhoria da resolução no método descrito na norma IEC, utilizando o algoritmo da FFT, cujo método é aplicado em diferentes plataformas de simulação em tempo real (LabView e ControlSTICK PICCOLO™). A mudança no método apresentado, em comparação com a norma IEC, consiste na utilização de 1 Hz de frequência de resolução, com o número de pontos amostrais igual à frequência de amostragem. Dessa forma, o método oferece uma resolução quase ideal, capaz de detectar qualquer componente com valor inteiro de frequência. Utilizando a plataforma LabView, o método proporcionou uma análise com resultados muito precisos na detecção de inter harmônicos. Utilizando a plataforma ControlSTICK PICCOLO™, a utilização de uma ferramenta estimativa permitiu uma implementação eficiente com baixo custo, mostrando-se uma excelente alternativa para monitoramento industrial da qualidade de energia em tempo real.

Em (LIN, LEE e HUANG, 2011) é proposto um algoritmo de aplicação recursiva do método dos grupos harmônicos presente na norma IEC 61000-4-7, de forma a minimizar o valor da energia perdida pelo efeito do espalhamento espectral causado pela presença de componentes inter harmônicos. O método consiste em ajustar a janela de amostragem da DFT a cada iteração, calculando a potência dispersa pelo método dos grupos harmônicos até que a mesma atinja um valor mínimo pré-determinado. A convergência do método é garantida pela aplicação de uma outra técnica, na qual é feita uma observação empírica do espalhamento presente nos lóbulos do espectro de um determinado componente, permitindo verificar se a janela deve ser ampliada ou diminuída de forma a se aproximar de um valor inteiro de ciclos do componente em análise a cada iteração. No trabalho, são apresentadas algumas aplicações numéricas que evidenciam sua precisão na identificação de

componentes, atingindo reduções dos erros causados pelo efeito do espalhamento espectral da ordem de 90% com menos de 10 iterações, caracterizando assim um método muito eficiente, permitindo inclusive sua aplicação em análises *online*.

### 3. Banco de Dados em Análise

De forma a oferecer uma análise que aborda vários casos diferentes de ocorrência de componentes inter harmônicos na implementação e validação dos métodos, será criado um banco de dados sintético contendo 3 casos diferentes. Esses casos representam sinais compostos pela frequência fundamental de 60 Hz, componentes harmônicos de 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ordem, e componentes inter harmônicos. O componente fundamental será considerado com amplitude igual a 1; os componentes harmônicos de 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> e 5<sup>a</sup> ordem com amplitudes iguais 0,7, 0,5, 0,3 e 0,1, respectivamente, e os componentes inter harmônicos com amplitude de 0,2.

Tais valores foram escolhidos de acordo com os trabalhos utilizados como referência discutidos anteriormente, nos quais se busca um banco de dados que represente uma situação próxima da realidade, validando assim os métodos a serem utilizados frente a problemas reais. Vale ressaltar também que a criação de um banco de dados sintético permite uma análise mais precisa da eficiência dos métodos, já que permite o conhecimento dos valores exatos de cada componente, tornando possível averiguar se os métodos realmente apresentam as respostas esperadas para esses valores. Tal abordagem pode ser observada em (MONTEIRO, 2014) e (LIN, LEE e HUANG, 2011).

Com o objetivo de abordar diferentes situações, serão consideradas ocorrências de componentes inter harmônicos em diferentes localizações no espectro com relação à proximidade com os componentes harmônicos, de forma a avaliar como os métodos se comportam frente a estas distintas situações. Os casos que geralmente causam maiores erros são aqueles em que o componente se encontra próximo a algum outro componente, afetando sua energia com o espalhamento causado (MONTEIRO, 2014).

Conforme recomendado pela norma IEC 61000-4-7, será utilizada uma resolução de 5 Hz no espectro e, para garantir eficiência na aplicação da FFT, uma sequência amostral equivalente a uma potência de 2 com  $N$  equivalente a 1.024 pontos. Dessa forma é possível determinar a frequência de amostragem e, portanto, o período de amostragem do sinal, conforme descrito anteriormente, como segue:

$$\begin{aligned}\Delta f &= 5 \text{ Hz} \\ N &= 1.024 \\ f_s &= \Delta f \cdot N = 5.120 \text{ Hz}\end{aligned}\tag{17}$$

$$T_s = \frac{1}{f_s} = 0,195 \text{ ms} \quad (18)$$

Criando, assim, um vetor de tempo de 0 a 0,199485 s com passos de 0,195 ms, tem-se uma janela de 12 ciclos com 1.024 pontos e resolução de 5 Hz.

Os sinais respectivos aos três casos serão criados por meio da utilização do software MatLab®. A partir dos cálculos iniciais apresentados, a criação do vetor de tempo no MatLab® é realizada como segue:

$$t=0:0.000195:0.199485; \quad (19)$$

Como os componentes harmônicos são iguais para os três casos, assim como o componente fundamental, será utilizada a mesma função para a criação do sinal, sendo somados a este os sinais dos componentes inter harmônicos em cada caso específico. Segue a função de criação do sinal composto pelos componentes harmônicos e fundamental:

$$x=\sin(2\pi 60t)+0.7\sin(2\pi 120t)+0.5\sin(2\pi 180t)+0.3\sin(2\pi 240t)+0.1\sin(2\pi 300t); \quad (20)$$

No que segue os três casos a serem aplicados serão detalhados.

### 3.1. Caso 1

Para o primeiro caso será considerada a ocorrência de componentes inter harmônicos localizados entre outros componentes harmônicos com relativo espaçamento entre as frequências, porém, considerando diferentes localizações em relação aos componentes vizinhos de acordo com a resolução de 5 Hz. Dessa forma tem-se, portanto, todos os componentes inter harmônicos nas regiões centrais em relação aos componentes harmônicos adjacentes, ou seja, distantes dos mesmos, de forma que a análise não afete ou seja afetada pela proximidade. Porém, a localização foi alterada para cada componente em relação aos seus dois componentes vizinhos que se enquadram na resolução, de forma a verificar a eficácia dos métodos para componentes com valores de frequência mais próximos ou mais distantes de se enquadarem na resolução. Na Tabela 1 são apresentadas as amplitudes dos componentes integrantes do sinal (Caso 1), em (21) a função de criação dos componentes inter harmônicos (a serem somados ao sinal com os

componentes harmônicos e fundamental) e na Figura 6 o sinal originado da composição apontada.

Tabela 1 – Composição do Caso 1.

Ordem	Tipo	Frequência (Hz)	Amplitude (V)
1	Fundamental	60	1
-	Inter harmônico	91	0,2
2	Harmônico	120	0,7
-	Inter harmônico	152,5	0,2
3	Harmônico	180	0,5
-	Inter harmônico	213,5	0,2
4	Harmônico	240	0,3
-	Inter harmônico	274	0,2
5	Harmônico	300	0,1

Função de criação dos componentes inter harmônicos:

$$x1=0.2*\sin(2*pi*91*t)+0.2*\sin(2*pi*152.5*t)+0.2*\sin(2*pi*213.5*t)+0.2*\sin(2*pi*274*t); \quad (21)$$

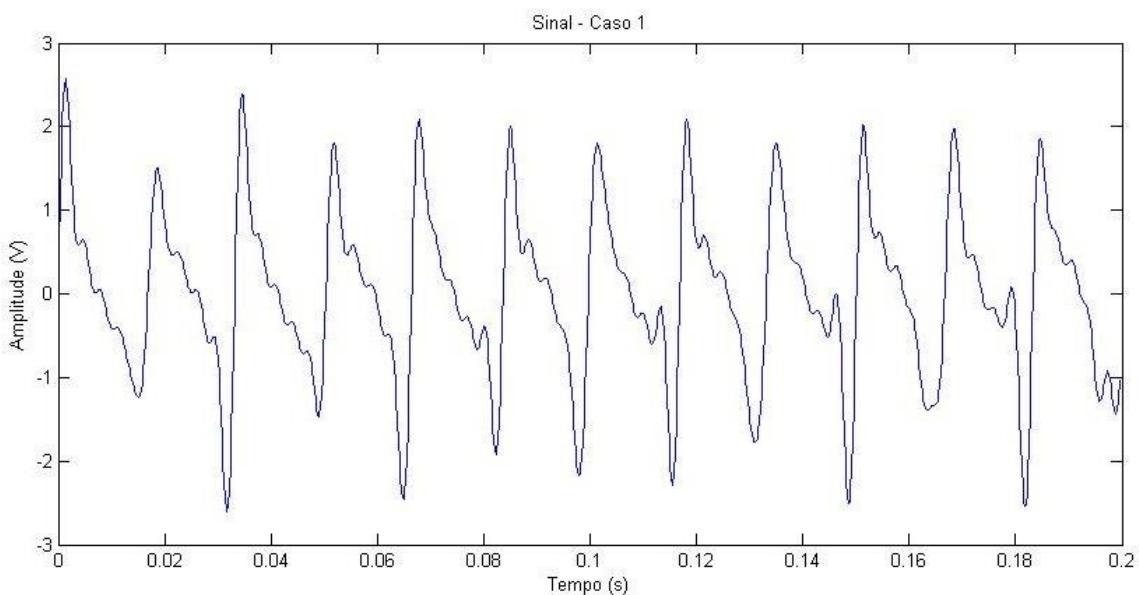


Figura 6 - Caso 1 a ser analisado.

### 3.2. Caso 2

Para o segundo caso será considerada a ocorrência de componentes inter harmônicos localizados entre outros componentes harmônicos com proximidade, porém, considerando diferentes localizações em relação a essa proximidade aos componentes vizinhos. Ao contrário do primeiro caso, portanto, foi mantida a localização dos componentes inter harmônicos em relação aos componentes vizinhos que se enquadram na resolução. Porém variando-se a localização em relação aos componentes harmônicos adjacentes, tem-se os componentes inter harmônicos mais próximos de componentes harmônicos na região central da faixa de resolução de frequência, permitindo assim a verificação do comportamento dos métodos frente a essas situações.

A seguir, na Tabela 2 são apresentadas as amplitudes dos componentes integrantes do sinal (Caso 2), em (22) a função de criação dos componentes inter harmônicos (a serem somados ao sinal com os componentes harmônicos e fundamental) e na Figura 7 o sinal originado da composição apontada.

Tabela 2 – Composição do Caso 2.

Ordem	Tipo	Frequência (Hz)	Amplitude (V)
1	Fundamental	60	1
-	Inter harmônico	62,5	0,2
2	Harmônico	120	0,7
-	Inter harmônico	127,5	0,2
3	Harmônico	180	0,5
-	Inter harmônico	192,5	0,2
4	Harmônico	240	0,3
-	Inter harmônico	257,5	0,2
5	Harmônico	300	0,1

Função de criação dos componentes inter harmônicos:

$$\begin{aligned}
 x2 = & 0.2 * \text{sen}(2 * \pi * 62.5 * t) + 0.2 * \text{sen}(2 * \pi * 127.5 * t) + 0.2 * \text{sen}(2 * \pi * 192.5 * t) + \\
 & 0.2 * \text{sen}(2 * \pi * 257.5 * t);
 \end{aligned} \tag{22}$$

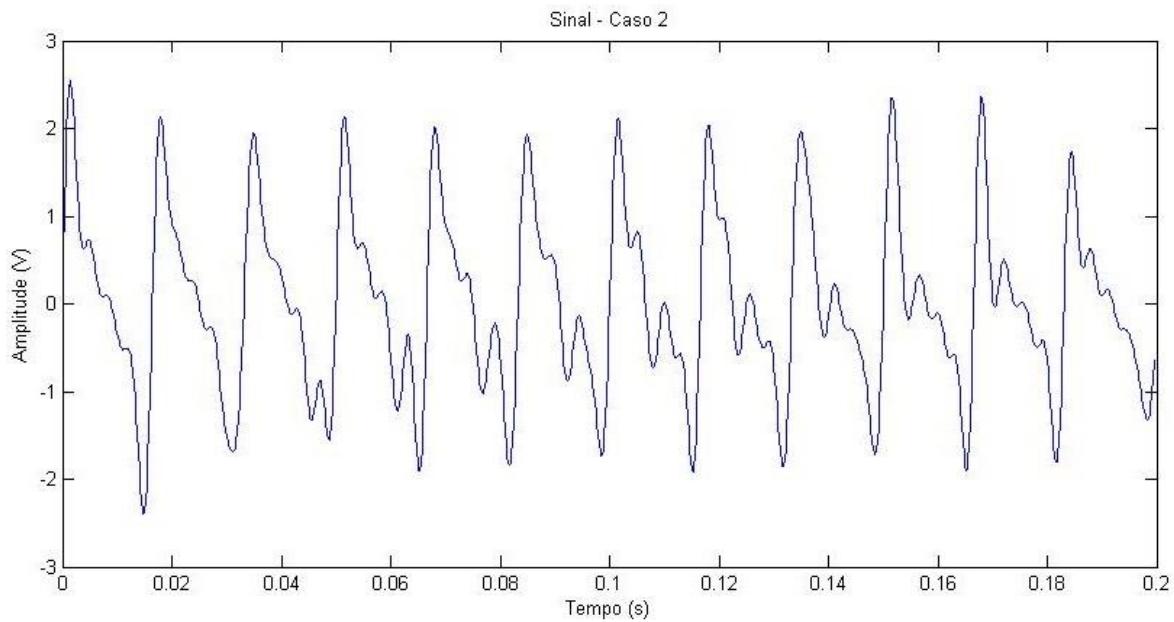


Figura 7 - Caso 2 a ser analisado.

### 3.3. Caso 3

Para o terceiro caso será considerada a ocorrência de componentes inter harmônicos localizados em diferentes proximidades com relação a outros componentes harmônicos e em relação aos componentes vizinhos que se enquadram na resolução. Tem-se, portanto, uma sobreposição dos casos anteriores, com ocorrência de componentes inter harmônicos próximos de componentes harmônicos em diferentes localizações em relação à faixa de resolução em que se encontram, ou seja, mais próximos dos componentes vizinhos que se enquadram na resolução. Dessa forma, possibilita-se uma validação dos resultados observados nos casos anteriores. A seguir, na Tabela 3 são apresentadas as amplitudes dos componentes integrantes do sinal (Caso 3), em (23) a função de criação dos componentes inter harmônicos (a serem somados ao sinal com os componentes harmônicos e fundamental) e na Figura 8 o sinal originado da composição apontada.

Tabela 3 – Composição do Caso 3.

Ordem	Tipo	Frequência (Hz)	Amplitude (V)
1	Fundamental	60	1
-	Inter harmônico	103	0,2
2	Harmônico	120	0,7
-	Inter harmônico	172,5	0,2
3	Harmônico	180	0,5

-	Inter harmônico	194	0,2
4	Harmônico	240	0,3
-	Inter harmônico	298	0,2
5	Harmônico	300	0,1

Função de criação dos componentes inter harmônicos:

$$x3 = x + 0.2 * \sin(2 * \pi * 103 * t) + 0.2 * \sin(2 * \pi * 172.5 * t) + 0.2 * \sin(2 * \pi * 194 * t) + 0.2 * \sin(2 * \pi * 298 * t); \quad (23)$$

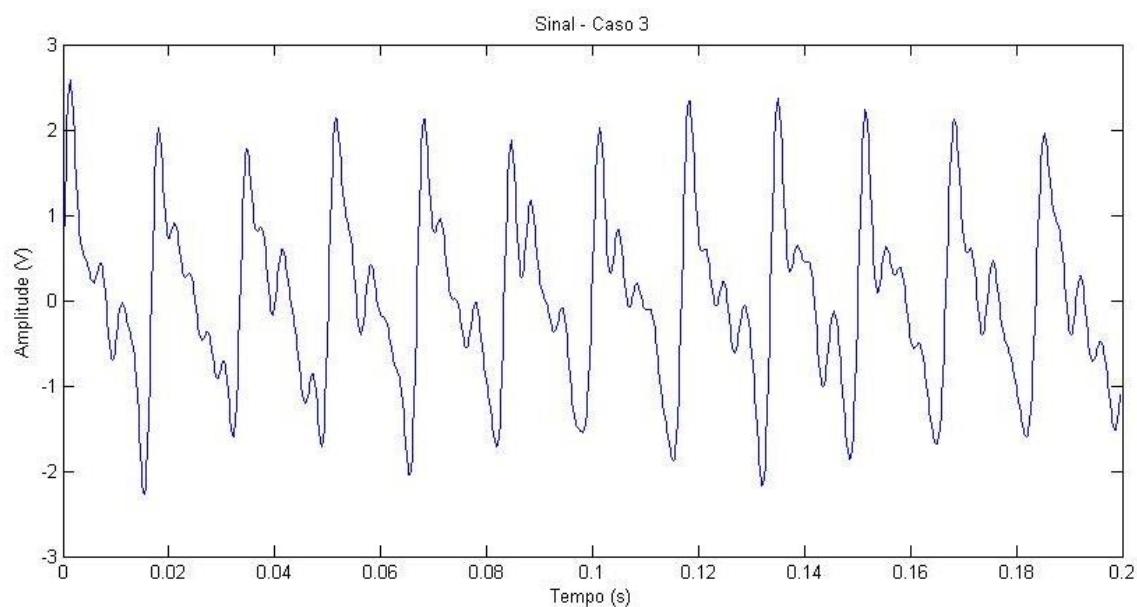


Figura 8 - Caso 3 a ser analisado.

Obtido sinteticamente o banco de dados, é possível então realizar a aplicação dos métodos e a comparação entre eles.

## 4. Implementações e Análise dos Resultados

A partir do banco de dados sintético criado na seção anterior foi possível realizar a implementação da FFT e também dos métodos propostos e descritos anteriormente – o método dos grupos e subgrupos harmônicos e inter harmônicos, proposto pela norma IEC 61000-4-7, e o método de aproximação recursiva de grupos inter harmônicos, baseado na proposta de (LIN, LEE e HUANG, 2011) – com o propósito de compará-los e realizar a verificação do método mais indicado como alternativa para a análise dos componentes inter harmônicos.

Primeiramente foi realizada a implementação da FFT pura e a avaliação dos erros gerados por ela na detecção das amplitudes dos componentes presentes no sinal. Posteriormente, essa mesma aplicação foi utilizada na implementação dos métodos propostos. Toda a implementação foi feita por meio da utilização do software MatLab®, o qual já possui uma função para a obtenção da FFT de sinais ( $fft(x)$ ). A função foi então aplicada aos sinais criados para os 3 casos descritos anteriormente, e os módulos obtidos de cada componente foram analisados em função da frequência.

Para a realização da análise dos erros, foram considerados os valores reais presentes nas Tabelas de 1 a 3 para os componentes de interesse ao estudo, e ao demais será atribuído o valor de amplitude igual a 0. Em razão disso, será realizada uma análise de erro absoluto. Já para os componentes que possuem valores reais diferentes de zero serão considerados também os erros relativos para obter uma melhor análise.

Com relação aos inter harmônicos, como suas ordens de frequência não são possíveis de serem incluídas dentro da resolução, os valores reais atribuídos a eles foram considerados igualmente distribuídos entre seus componentes imediatamente vizinhos com a metade da amplitude determinada, ou seja, 0,1 para cada componente.

### 4.1. Aplicação da FFT

#### 4.1.1. Caso 1

Criado o sinal referente ao Caso 1, a aplicação da FFT retorna o espectro apresentado na Figura 9. Os resultados numéricos são apresentados na Tabela 4.

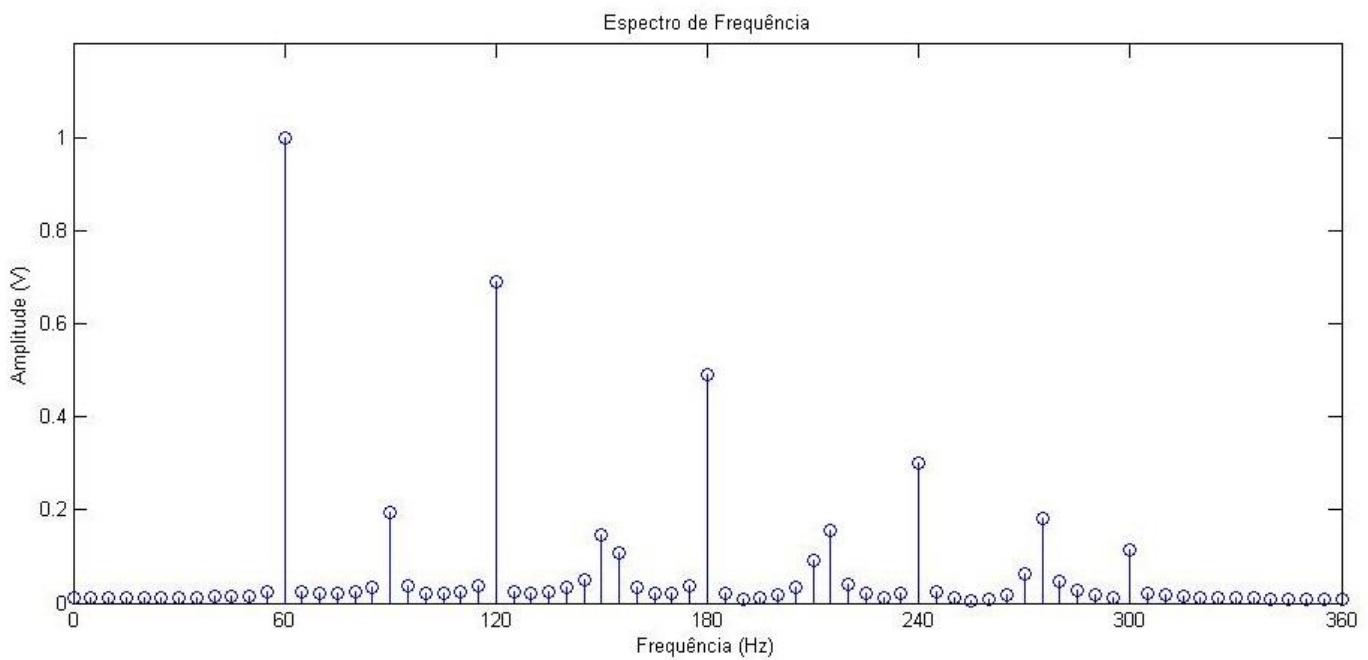


Figura 9 - Espectro de frequência pela FFT para o Caso 1.

Tabela 4 – Resultados obtidos a partir da FFT para o Caso 1.

Frequência (Hz)	Amplitude Real	Amplitude FFT	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
0	0	0,011629561	0,011629561	-
5	0	0,011647083	0,011647083	-
10	0	0,011700471	0,011700471	-
15	0	0,011792372	0,011792372	-
20	0	0,011927902	0,011927902	-
25	0	0,012116114	0,012116114	-
30	0	0,012373303	0,012373303	-
35	0	0,012731114	0,012731114	-
40	0	0,01325942	0,01325942	-
45	0	0,014145671	0,014145671	-
50	0	0,016070738	0,016070738	-
55	0	0,023347826	0,023347826	-
60	1	1,000351238	0,000351238	0,035123769
65	0	0,025105322	0,025105322	-
70	0	0,019848349	0,019848349	-
75	0	0,020394739	0,020394739	-
80	0	0,023880927	0,023880927	-
85	0	0,03517393	0,03517393	-
90	0,1	0,195392569	0,095392569	95,39256856
95	0,1	0,038503939	0,061496061	61,49606093
100	0	0,022160237	0,022160237	-
105	0	0,021181098	0,021181098	-

110	0	0,024743443	0,024743443	-
115	0	0,037907569	0,037907569	-
120	0,7	0,690986081	0,009013919	1,28770274
125	0	0,025163974	0,025163974	-
130	0	0,021005164	0,021005164	-
135	0	0,024805587	0,024805587	-
140	0	0,032691823	0,032691823	-
145	0	0,050886958	0,050886958	-
150	0,1	0,147370407	0,047370407	47,37040655
155	0,1	0,106616051	0,006616051	6,616050968
160	0	0,033296604	0,033296604	-
165	0	0,020147303	0,020147303	-
170	0	0,020482879	0,020482879	-
175	0	0,035735513	0,035735513	-
180	0,5	0,490922678	0,009077322	1,815464485
185	0	0,019686462	0,019686462	-
190	0	0,008144726	0,008144726	-
195	0	0,011140652	0,011140652	-
200	0	0,019060003	0,019060003	-
205	0	0,03440331	0,03440331	-
210	0,1	0,092587998	0,007412002	7,412002061
215	0,1	0,156365817	0,056365817	56,36581719
220	0	0,039046414	0,039046414	-
225	0	0,019337475	0,019337475	-
230	0	0,011509773	0,011509773	-
235	0	0,019548856	0,019548856	-
240	0,3	0,301202041	0,001202041	0,400680422
245	0	0,023006964	0,023006964	-
250	0	0,010153619	0,010153619	-
255	0	0,004251376	0,004251376	-
260	0	0,006943709	0,006943709	-
265	0	0,018935785	0,018935785	-
270	0,1	0,061237612	0,038762388	38,76238768
275	0,1	0,181640942	0,081640942	81,64094159
280	0	0,045425557	0,045425557	-
285	0	0,027084512	0,027084512	-
290	0	0,01845921	0,01845921	-
295	0	0,01056197	0,01056197	-
300	0,1	0,113007464	0,013007464	13,00746385
<b>Erro Médio</b>			<b>0,023471502</b>	<b>31,66174391</b>

Analizando a Tabela 4, observa-se que a FFT é capaz de estimar com eficiência os componentes harmônicos, apresentando erros pequenos, que em sua maioria não passam de 2%, já que os componentes inter harmônicos encontram-se distantes e, portanto, o

espalhamento causado por eles não afeta os componentes harmônicos. Com relação aos inter harmônicos fica clara a incapacidade da FFT de estimar esses componentes, apresentando erros relativos grandes, com média de aproximadamente 50%. Além disso, como se pode observar pela análise de erro absoluto, ocorre a criação de componentes que na realidade não existem.

#### 4.1.2. Caso 2

Criado o sinal referente ao Caso 2, a aplicação da FFT retorna o espectro da Figura 10, sendo os valores numéricos explicitados na Tabela 5.

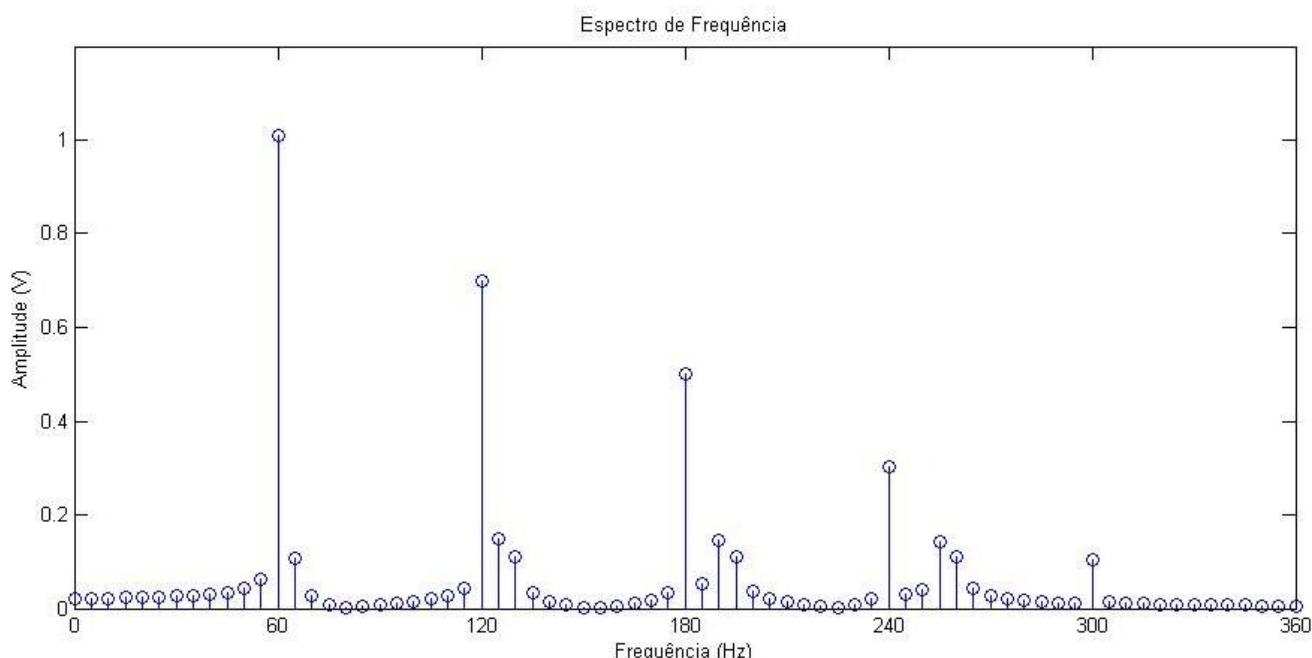


Figura 10 - Espectro de Frequência pela FFT para o Caso 2.

Tabela 5 – Resultados obtidos a partir da FFT para o Caso 2.

Frequência (Hz)	Amplitude Real	Amplitude FFT	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
0	0	0,022003157	0,022003157	-
5	0	0,02208403	0,02208403	-
10	0	0,022332336	0,022332336	-
15	0	0,022766276	0,022766276	-
20	0	0,023420462	0,023420462	-
25	0	0,024354253	0,024354253	-
30	0	0,025668815	0,025668815	-
35	0	0,027543769	0,027543769	-

40	0	0,030324207	0,030324207	-
45	0	0,034761867	0,034761867	-
50	0	0,042865406	0,042865406	-
55	0	0,062593381	0,062593381	-
60	1,1	1,008746996	0,091253004	8,29572762
65	0,1	0,10686937	0,00686937	6,86937006
70	0	0,025736877	0,025736877	-
75	0	0,00839342	0,00839342	-
80	0	0,00137401	0,00137401	-
85	0	0,004997633	0,004997633	-
90	0	0,008761951	0,008761951	-
95	0	0,012192781	0,012192781	-
100	0	0,015809119	0,015809119	-
105	0	0,020276841	0,020276841	-
110	0	0,027030037	0,027030037	-
115	0	0,04224493	0,04224493	-
120	0,7	0,699999299	7,01E-07	0,00010008
125	0,1	0,147530502	0,047530502	47,5305016
130	0,1	0,108834449	0,008834449	8,83444949
135	0	0,032441515	0,032441515	-
140	0	0,015339133	0,015339133	-
145	0	0,007175904	0,007175904	-
150	0	0,001901489	0,001901489	-
155	0	0,002265464	0,002265464	-
160	0	0,006185437	0,006185437	-
165	0	0,010625262	0,010625262	-
170	0	0,017093625	0,017093625	-
175	0	0,032901105	0,032901105	-
180	0,5	0,500135739	0,000135739	0,02714776
185	0	0,053164814	0,053164814	-
190	0,1	0,145329373	0,045329373	45,3293733
195	0,1	0,108923763	0,008923763	8,92376325
200	0	0,037168366	0,037168366	-
205	0	0,020705796	0,020705796	-
210	0	0,012807956	0,012807956	-
215	0	0,007692947	0,007692947	-
220	0	0,003738145	0,003738145	-
225	0	0,002256399	0,002256399	-
230	0	0,007219907	0,007219907	-
235	0	0,020949336	0,020949336	-
240	0,3	0,301700924	0,001700924	0,56697466
245	0	0,031911343	0,031911343	-
250	0	0,040846637	0,040846637	-
255	0,1	0,143001457	0,043001457	43,0014566
260	0,1	0,110327575	0,010327575	10,3275752

265	0	0,04341478	0,04341478	-
270	0	0,028066555	0,028066555	-
275	0	0,021055948	0,021055948	-
280	0	0,016896947	0,016896947	-
285	0	0,014021438	0,014021438	-
290	0	0,011851625	0,011851625	-
295	0	0,011542745	0,011542745	-
300	0,1	0,104054461	0,004054461	4,05446062
<b>Erro Médio</b>		<b>0,021421926</b>	<b>15,3134084</b>	

Neste caso, a análise da Tabela 5 permite concluir que a proximidade dos componentes inter harmônicos afeta a estimativa dos componentes harmônicos, gerando erros em função do espalhamento espectral, como ocorre com a componente fundamental. Novamente, fica evidente a falta de sensibilidade na estimativa de componentes inter harmônicos da FFT, apresentando erros próximos a 50%.

#### 4.1.3. Caso 3

Criado o sinal referente ao Caso 3, a aplicação da FFT retorna o espectro da Figura 11. Já os valores numéricos decorrentes desta aplicação são apresentados na Tabela 6.

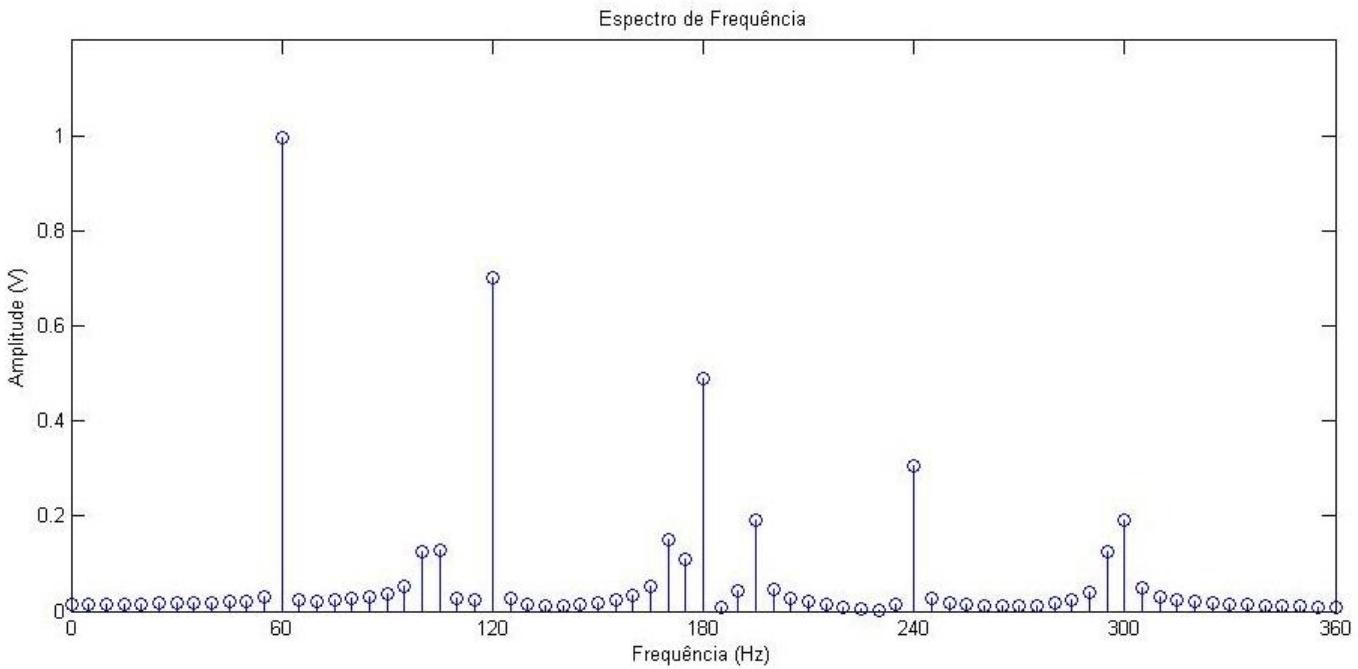


Figura 11 - Espectro de Frequência pela FFT para o Caso 3.

Tabela 6 – Resultados obtidos a partir da FFT para o Caso 3.

Frequência (Hz)	Amplitude Real	Amplitude FFT	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
0	0	0,015285596	0,015285596	-
5	0	0,015315327	0,015315327	-
10	0	0,015405848	0,015405848	-
15	0	0,015561392	0,015561392	-
20	0	0,015789958	0,015789958	-
25	0	0,016105201	0,016105201	-
30	0	0,016530512	0,016530512	-
35	0	0,017108476	0,017108476	-
40	0	0,017926041	0,017926041	-
45	0	0,019196497	0,019196497	-
50	0	0,021626331	0,021626331	-
55	0	0,029398123	0,029398123	-
60	1	0,995391706	0,004608294	0,460829377
65	0	0,024347978	0,024347978	-
70	0	0,021619112	0,021619112	-
75	0	0,023070604	0,023070604	-
80	0	0,025804701	0,025804701	-
85	0	0,03009049	0,03009049	-
90	0	0,037483764	0,037483764	-
95	0	0,053705179	0,053705179	-
100	0,1	0,124713243	0,024713243	24,71324271
105	0,1	0,127706346	0,027706346	27,7063461
110	0	0,026926659	0,026926659	-
115	0	0,023402334	0,023402334	-
120	0,7	0,701830854	0,001830854	0,261550535
125	0	0,027580276	0,027580276	-
130	0	0,014677021	0,014677021	-
135	0	0,011914964	0,011914964	-
140	0	0,012645474	0,012645474	-
145	0	0,015044646	0,015044646	-
150	0	0,018697222	0,018697222	-
155	0	0,024078968	0,024078968	-
160	0	0,032991249	0,032991249	-
165	0	0,052361657	0,052361657	-
170	0,1	0,15125658	0,05125658	51,25657983
175	0,1	0,108170598	0,008170598	8,170597963
180	0,5	0,48766133	0,01233867	2,467733943
185	0	0,009347417	0,009347417	-
190	0,1	0,042495547	0,057504453	57,50445315
195	0,1	0,192350471	0,092350471	92,35047108
200	0	0,047191854	0,047191854	-
205	0	0,027960053	0,027960053	-
210	0	0,019289719	0,019289719	-

215	0	0,013788909	0,013788909	-
220	0	0,009476254	0,009476254	-
225	0	0,005364797	0,005364797	-
230	0	0,002575611	0,002575611	-
235	0	0,015563695	0,015563695	-
240	0,3	0,305235171	0,005235171	1,745056891
245	0	0,028434004	0,028434004	-
250	0	0,017518778	0,017518778	-
255	0	0,013459114	0,013459114	-
260	0	0,011457149	0,011457149	-
265	0	0,010628801	0,010628801	-
270	0	0,010865872	0,010865872	-
275	0	0,012398897	0,012398897	-
280	0	0,015854734	0,015854734	-
285	0	0,022961739	0,022961739	-
290	0	0,040250842	0,040250842	-
295	0,1	0,125989206	0,025989206	25,98920567
300	0,2	0,190948653	0,009051347	4,525673421
<b>Erro Médio</b>			<b>0,022079263</b>	<b>24,76264506</b>

Nesse caso, confirmando a análise dos casos anteriores, percebe-se que, além dos evidentes erros na estimação dos componentes inter harmônicos, o espalhamento espectral, causado por aqueles que se encontram próximos aos componentes harmônicos e fundamental, afeta a análise dos mesmos, causando erros mesmo nos componentes que a FFT seria capaz de estimar.

#### 4.2. Aplicação da norma IEC 61000-4-7

Para a aplicação do método dos grupos e subgrupos harmônicos e inter harmônicos da norma IEC 61000-4-7 será utilizada a mesma análise da seção anterior, ou seja, serão utilizados os mesmos resultados do espectro resultante da aplicação da FFT. A partir deles será aplicado o método dos subgrupos harmônicos para os componentes harmônicos e o método dos grupos inter harmônicos para os componentes inter harmônicos, que, como discutido anteriormente, melhor se aplicam para esses casos. Para o caso dos inter harmônicos, de forma a tornar a comparação possível posteriormente, os resultados provenientes da aplicação dos grupos serão igualmente divididos entre os componentes imediatamente vizinhos conforme também mencionado anteriormente.

Os grupos e subgrupos foram definidos de acordo com sua posição em relação aos componentes que serão agregados. Dessa forma, os grupos e subgrupos serão definidos como mostra a Figura 12.

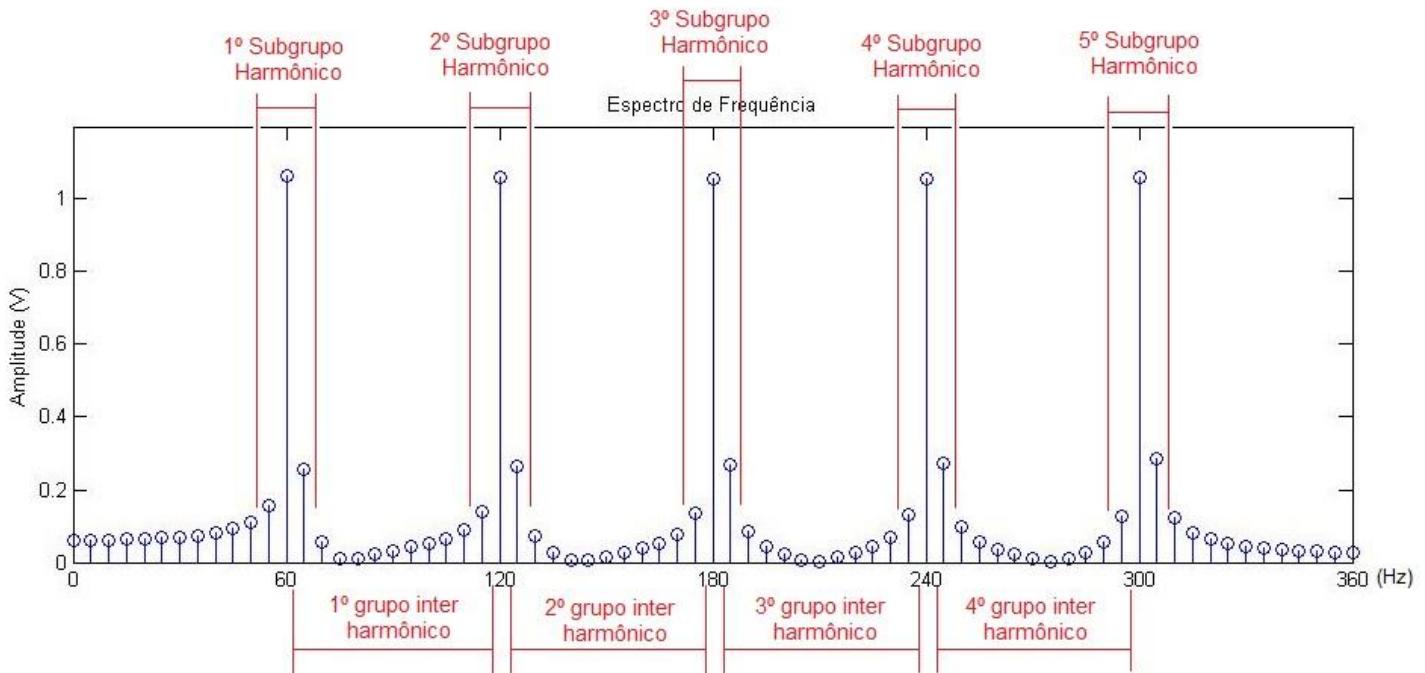


Figura 12 - Definição dos grupos e subgrupos da norma IEC 61000-4-7

#### 4.2.1. Caso 1

A partir da aplicação da FFT ao Caso 1, os valores foram submetidos ao agrupamento proposto pela norma IEC 61000-4-7 retornando os resultados numéricos apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Resultados obtidos a partir da norma IEC para o Caso 1.

Frequência (Hz)	Amplitude Real	Amplitude IEC	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
0	0	0	0	-
5	0	0	0	-
10	0	0	0	-
15	0	0	0	-
20	0	0	0	-
25	0	0	0	-
30	0	0	0	-
35	0	0	0	-
40	0	0	0	-
45	0	0	0	-
50	0	0	0	-
55	0	0	0	-

60	1	1,0009	0,0009	0,089919073
65	0	0	0	-
70	0	0	0	-
75	0	0	0	-
80	0	0	0	-
85	0	0	0	-
90	0,1	0,1071	0,0071	6,629318394
95	0,1	0,1071	0,0071	6,629318394
100	0	0	0	-
105	0	0	0	-
110	0	0	0	-
115	0	0	0	-
120	0,7	0,6925	0,0075	1,083032491
125	0	0	0	-
130	0	0	0	-
135	0	0	0	-
140	0	0	0	-
145	0	0	0	-
150	0,1	0,102	0,002	1,960784314
155	0,1	0,102	0,002	1,960784314
160	0	0	0	-
165	0	0	0	-
170	0	0	0	-
175	0	0	0	-
180	0,5	0,4926	0,0074	1,502233049
185	0	0	0	-
190	0	0	0	-
195	0	0	0	-
200	0	0	0	-
205	0	0	0	-
210	0,1	0,0969	0,0031	3,199174407
215	0,1	0,0969	0,0031	3,199174407
220	0	0	0	-
225	0	0	0	-
230	0	0	0	-
235	0	0	0	-
240	0,3	0,3027	0,0027	0,89197225
245	0	0	0	-
250	0	0	0	-
255	0	0	0	-
260	0	0	0	-
265	0	0	0	-
270	0,1	0,1013	0,0013	1,283316881
275	0,1	0,1013	0,0013	1,283316881
280	0	0	0	-

285	0	0	0	-
290	0	0	0	-
295	0	0	0	-
300	0,1	0,1135	0,0135	11,89427313
<b>Erro Médio</b>		<b>0,000967213</b>	<b>3,200509075</b>	

A partir da tabela acima é possível observar que os resultados referentes aos componentes inter harmônicos foram satisfatórios, apresentando erros relativamente baixos que não passam de 7%. Em relação aos componentes harmônicos, com exceção do componente de frequência de 300 Hz, também foram obtidos erros muito pequenos, já que os inter harmônicos encontram-se distantes dos harmônicos e o espalhamento causado acaba não afetando a análise de forma significativa. Vale frisar que o componente harmônico de 5ª ordem possui uma amplitude muito baixa que acaba dificultando sua estimação, já que qualquer mínima influência causa erros grandes. A obtenção de bons resultados no aspecto geral pode ser verificada pela grandeza do erro relativo médio de 3,2%, o qual pode ser considerado um resultado satisfatório.

#### 4.2.2. Caso 2

A partir da aplicação da FFT ao Caso 2, os valores foram submetidos ao agrupamento proposto pela norma IEC 61000-4-7 retornando os resultados numéricos apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 – Resultados obtidos a partir da norma IEC para o Caso 2.

Frequência (Hz)	Amplitude Real	Amplitude IEC	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
0	0	0	0	-
5	0	0	0	-
10	0	0	0	-
15	0	0	0	-
20	0	0	0	-
25	0	0	0	-
30	0	0	0	-
35	0	0	0	-
40	0	0	0	-
45	0	0	0	-
50	0	0	0	-
55	0	0	0	-
60	1,1	1,0203	0,0797	7,245454545
65	0,1	0,0627	0,0373	37,3

70	0	0	0	-
75	0	0	0	-
80	0	0	0	-
85	0	0	0	-
90	0	0	0	-
95	0	0	0	-
100	0	0	0	-
105	0	0	0	-
110	0	0	0	-
115	0	0	0	-
120	0,7	0,7194	0,0194	2,771428571
125	0,1	0,0959	0,0041	4,1
130	0,1	0,0959	0,0041	4,1
135	0	0	0	-
140	0	0	0	-
145	0	0	0	-
150	0	0	0	-
155	0	0	0	-
160	0	0	0	-
165	0	0	0	-
170	0	0	0	-
175	0	0	0	-
180	0,5	0,506	0,006	1,2
185	0	0	0	-
190	0,1	0,0983	0,0017	1,7
195	0,1	0,0983	0,0017	1,7
200	0	0	0	-
205	0	0	0	-
210	0	0	0	-
215	0	0	0	-
220	0	0	0	-
225	0	0	0	-
230	0	0	0	-
235	0	0	0	-
240	0,3	0,3053	0,0053	1,766666667
245	0	0	0	-
250	0	0	0	-
255	0,1	0,0994	0,0006	0,6
260	0,1	0,0994	0,0006	0,6
265	0	0	0	-
270	0	0	0	-
275	0	0	0	-
280	0	0	0	-
285	0	0	0	-
290	0	0	0	-

295	0	0	0	-
300	0,1	0,1051	0,0051	5,1
<b>Erro Médio</b>		<b>0,002714754</b>	<b>5,681962482</b>	

Neste caso, assim como no Caso 1, os componentes inter harmônicos que se encontram distantes dos componentes harmônicos obtiveram erros satisfatoriamente baixos, já aqueles que se encontram próximos apresentam erros maiores, como é o caso do componente de 62,5 Hz. O espalhamento causado por esse componente acaba sendo distribuído por componentes de frequência menores que 60 Hz, os quais não estão incluídos no 1º grupo inter harmônico, referente ao componente de 62,5 Hz, isso faz com que essa parte do espalhamento não seja agregada ao cálculo e o resultado seja menor que o esperado, no caso o erro resultante foi de quase 40%. Essa proximidade afetou também a estimativa do componente fundamental, já que parte do espalhamento acaba sendo agregado no cálculo do subgrupo harmônico. Apesar disso, frente aos bons resultados em aspecto geral, o erro relativo médio foi razoavelmente baixo, da ordem de 5%.

#### 4.2.3. Caso 3

A partir da aplicação da FFT ao Caso 3, os valores foram submetidos ao agrupamento proposto pela norma IEC 61000-4-7 retornando os resultados numéricos apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Resultados obtidos a partir da norma IEC para o Caso 3.

Frequência (Hz)	Amplitude Real	Amplitude IEC	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
0	0	0	0	-
5	0	0	0	-
10	0	0	0	-
15	0	0	0	-
20	0	0	0	-
25	0	0	0	-
30	0	0	0	-
35	0	0	0	-
40	0	0	0	-
45	0	0	0	-
50	0	0	0	-
55	0	0	0	-
60	1	1	0	0
65	0	0	0	-
70	0	0	0	-

75	0	0	0	-
80	0	0	0	-
85	0	0	0	-
90	0	0	0	-
95	0	0	0	-
100	0,1	0,1011	0,0011	1,1
105	0,1	0,1011	0,0011	1,1
110	0	0	0	-
115	0	0	0	-
120	0,7	0,7055	0,0055	0,785714286
125	0	0	0	-
130	0	0	0	-
135	0	0	0	-
140	0	0	0	-
145	0	0	0	-
150	0	0	0	-
155	0	0	0	-
160	0	0	0	-
165	0	0	0	-
170	0,1	0,1014	0,0014	1,4
175	0,1	0,1014	0,0014	1,4
180	0,5	0,5016	0,0016	0,32
185	0	0	0	-
190	0,1	0,1039	0,0039	3,9
195	0,1	0,1039	0,0039	3,9
200	0	0	0	-
205	0	0	0	-
210	0	0	0	-
215	0	0	0	-
220	0	0	0	-
225	0	0	0	-
230	0	0	0	-
235	0	0	0	-
240	0,3	0,3082	0,0082	2,733333333
245	0	0	0	-
250	0	0	0	-
255	0	0	0	-
260	0	0	0	-
265	0	0	0	-
270	0	0	0	-
275	0	0	0	-
280	0	0	0	-
285	0	0	0	-
290	0	0	0	-
295	0,1	0,0711	0,0289	28,9

300	0,2	0,2297	0,0297	14,85
	<b>Erro Médio</b>		<b>0,001421311</b>	<b>5,032420635</b>

Confirmando o que foi observado nos casos 1 e 2, o método foi capaz de estimar com eficiência os componentes inter harmônicos que não se encontram muito próximos de componentes harmônicos, como é o caso do componente de 298 Hz que se encontra muito próximo ao componente harmônico de 300 Hz ocasionando erros em ambos. Da mesma forma, no geral, pode-se concluir que o método obteve sucesso, proporcionando um erro relativo médio de 5%.

#### 4.3. Aplicação recursiva para grupos de inter harmônicos

Para o método de aplicação recursiva para grupos de inter harmônicos, a análise dos componentes deve ser feita individualmente e, como os sinais possuem mais de um componente inter harmônico, deve ser realizada mais de uma vez. Dessa forma, serão avaliados para cada caso os 4 grupos inter harmônicos individualmente. Na aplicação dessa análise serão considerados apenas os componentes inter harmônicos, sendo os componentes harmônicos mantidos com os valores referentes à aplicação dos grupos conforme realizado na seção anterior, visto que a alteração da resolução apenas faz com que os erros em sua estimação sejam acrescidos pelo fato da resolução já caracterizar o valor ideal para a análise e, por isso, não caracterizam o foco do estudo. Conforme mencionado anteriormente, a alteração do tamanho da janela impossibilita a utilização da FFT. Dessa forma, foi então utilizada a DFT que, apesar de exigir um esforço computacional maior, proporciona os mesmos resultados.

O código foi então implementado no software MatLab® aplicando a DFT no sinal criado anteriormente para cada caso e foram calculados os valores dos grupos inter harmônicos conforme o método anterior. O valor encontrado para o grupo em análise foi então comparado ao valor real da amplitude do inter harmônico, permitindo assim o cálculo do erro relativo. Todo esse processo foi então colocado em um *loop* no qual, a cada iteração, o valor de  $N$  foi acrescido ou decrescido de uma unidade, conforme a necessidade específica de cada componente, e a condição de parada foi definida para o ponto em que o erro atinge o mínimo valor possível, a partir do qual os erros de espalhamento causados pela alteração da resolução nos componentes harmônicos começam a interferir na análise. Com o valor do erro relativo do grupo foi então criado um gráfico em função do número de iterações, permitindo então a definição do número de iterações ideal para análise. Todo esse processo

foi repetido para os demais grupos, e ao final, determinada a quantidade total de iterações necessárias para análise do sinal completo.

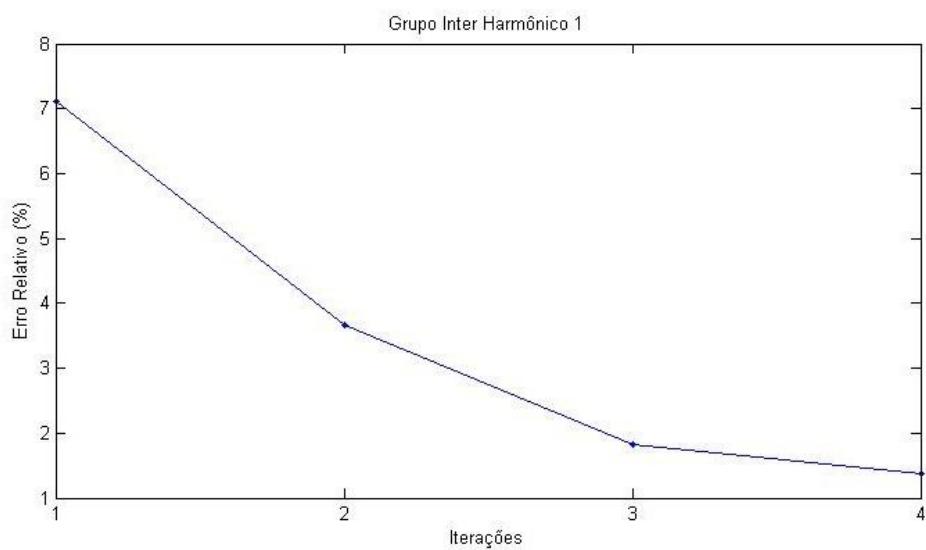
De forma a verificar a possibilidade de implementação dinâmica do método, foi medido o tempo de resposta do código para o sinal completo, permitindo assim a percepção da complexidade computacional necessária à sua implementação.

No que segue, foram inseridos para os três casos testes, os gráficos relativos à convergência do erro até o valor mínimo em função das iterações para cada grupo individualmente, bem como as respectivas tabelas com os resultados numéricos ao final das análises, respeitando os mesmos critérios dos métodos anteriores a fim de possibilitar uma melhor comparação posteriormente.

#### 4.3.1. Caso 1

##### i. Grupo inter harmônico 1

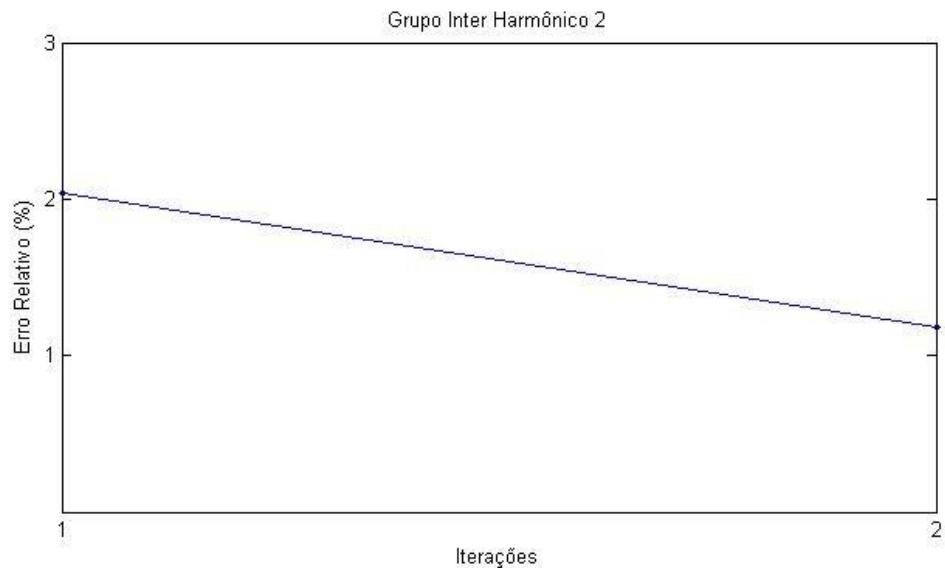
Conforme observado na Figura 13, para o grupo inter harmônico 1, foram necessárias 4 iterações com acréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 7,12% para 1,4%.



*Figura 13 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 1 do caso 1*

##### ii. Grupo inter harmônico 2

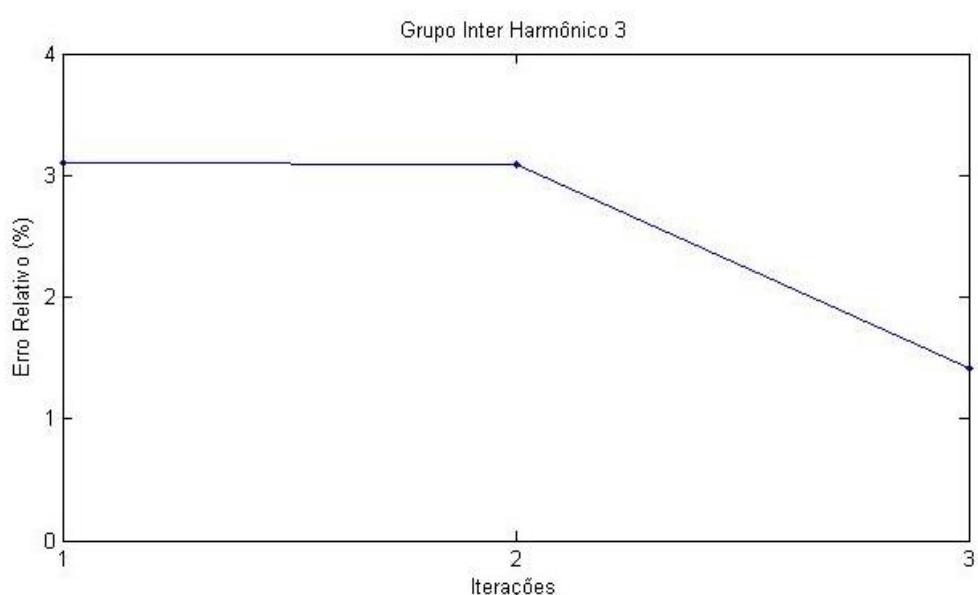
Para o grupo inter harmônico 2, foram necessárias apenas 2 iterações com acréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 2,04% para 1,2% (Figura 14).



*Figura 14 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 2 do caso 1*

### iii. Grupo inter harmônico 3

Já para o grupo inter harmônico 3, conforme observado na Figura 15, foram necessárias 3 iterações com acréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 3,1% para 1,4%.



*Figura 15 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 3 do caso 1*

#### iv. Grupo inter harmônico 4

Para o grupo inter harmônico 4 (Figura 16), foram necessárias 3 iterações com acréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 1,3% para 0,7%.

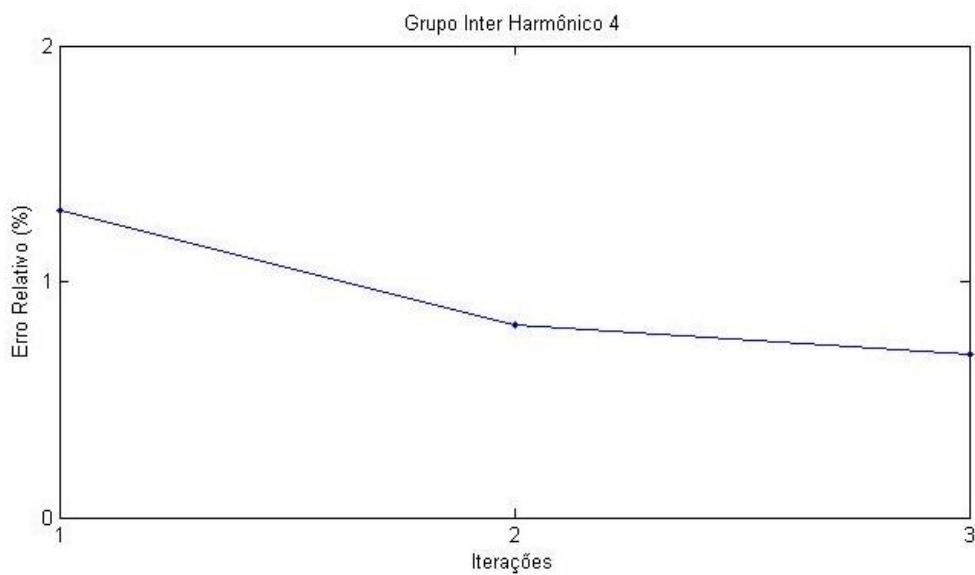


Figura 16 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 4 do caso 1

Ao final das análises individuais, pode-se concluir que para a realização da análise completa do sinal foram necessárias 4 iterações incrementais e nenhuma decremental, totalizando 4 iterações, cuja implementação obteve retorno em 2,447 segundos.

Os resultados numéricos obtidos a partir da aplicação recursiva dos grupos inter harmônicos ao sinal completo referente ao Caso 1 são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Resultados obtidos a partir da aplicação recursiva de grupos inter harmônicos para o Caso 1.

Frequência (Hz)	Amplitude Real	Amplitude IEC Recursiva	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
0	0	0	0	-
5	0	0	0	-
10	0	0	0	-
15	0	0	0	-
20	0	0	0	-
25	0	0	0	-
30	0	0	0	-
35	0	0	0	-

40	0	0	0	-
45	0	0	0	-
50	0	0	0	-
55	0	0	0	-
60	1	1,0002	0,0002	0,02
65	0	0	0	-
70	0	0	0	-
75	0	0	0	-
80	0	0	0	-
85	0	0	0	-
90	0,1	0,1014	0,0014	1,4
95	0,1	0,1014	0,0014	1,4
100	0	0	0	-
105	0	0	0	-
110	0	0	0	-
115	0	0	0	-
120	0,7	0,6885	0,0115	1,642857143
125	0	0	0	-
130	0	0	0	-
135	0	0	0	-
140	0	0	0	-
145	0	0	0	-
150	0,1	0,0988	0,0012	1,2
155	0,1	0,0988	0,0012	1,2
160	0	0	0	-
165	0	0	0	-
170	0	0	0	-
175	0	0	0	-
180	0,5	0,4884	0,0116	2,32
185	0	0	0	-
190	0	0	0	-
195	0	0	0	-
200	0	0	0	-
205	0	0	0	-
210	0,1	0,0986	0,0014	1,4
215	0,1	0,0986	0,0014	1,4
220	0	0	0	-
225	0	0	0	-
230	0	0	0	-
235	0	0	0	-
240	0,3	0,2953	0,0047	1,566666667
245	0	0	0	-
250	0	0	0	-
255	0	0	0	-
260	0	0	0	-

265	0	0	0	-
270	0,1	0,1007	0,0007	0,7
275	0,1	0,1007	0,0007	0,7
280	0	0	0	-
285	0	0	0	-
290	0	0	0	-
295	0	0	0	-
300	0,1	0,0993	0,0007	0,7
<b>Erro Médio</b>		<b>0,00062459</b>	<b>1,203809524</b>	

A partir da Tabela 10, pode-se concluir que a análise dos componentes inter harmônicos obteve sucesso, apresentando erros abaixo de 1,5%. Analisando os gráficos de decréscimo dos erros relativos referentes aos componentes inter harmônicos, pode-se observar que foram necessárias poucas iterações até que os erros atingissem os valores mínimos. Além disso, a queda dos valores a cada iteração não é muito grande apesar da impressão gerada pela observação das figuras em pequena escala. Isso pode ser explicado pelo fato de que o sinal analisado nesse caso possui componentes inter harmônicos relativamente distantes dos componentes harmônicos e, conforme mencionado anteriormente, isso faz com que os erros causados sejam menores quando comparados aos demais casos, permitindo que a simples aplicação dos grupos inter harmônicos seja suficientemente satisfatória a ponto que sua aplicação recursiva não cause mudanças tão significantes na redução dos erros. No geral, porém, pode-se concluir que a análise obteve sucesso, reduzindo o erro relativo médio de 3,2% no método anterior para 1,2%.

#### 4.3.2. Caso 2

##### i. Grupo inter harmônico 1

Para o grupo inter harmônico 1, foram necessárias 7 iterações com decréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 38% para 2,1% (Figura 17).

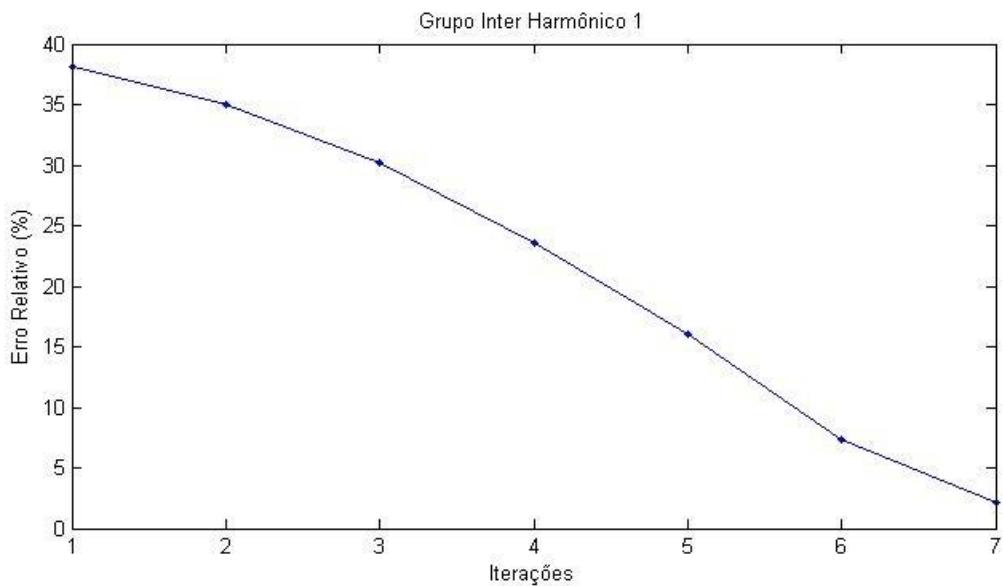


Figura 17 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 1 do caso 2

## ii. Grupo inter harmônico 2

Pela Figura 18, tem-se que para o grupo inter harmônico 2, foram necessárias apenas 2 iterações com decréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 5,24% para 1%.

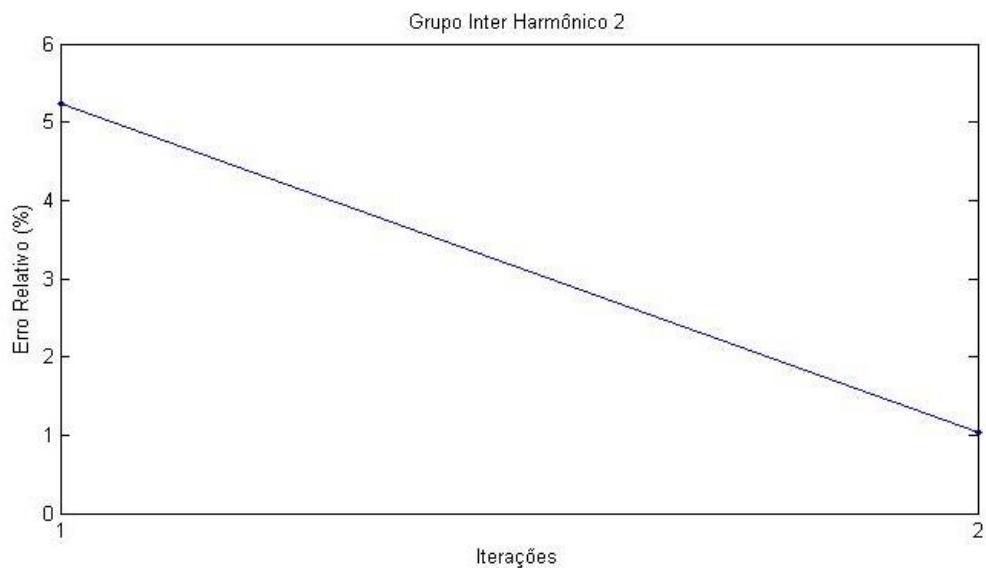


Figura 18 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 2 do caso 2

## iii. Grupo inter harmônico 3

Para o grupo inter harmônico 3, como observado na Figura 19, foram necessárias apenas 2 iterações com decréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 2,8% para 1%.

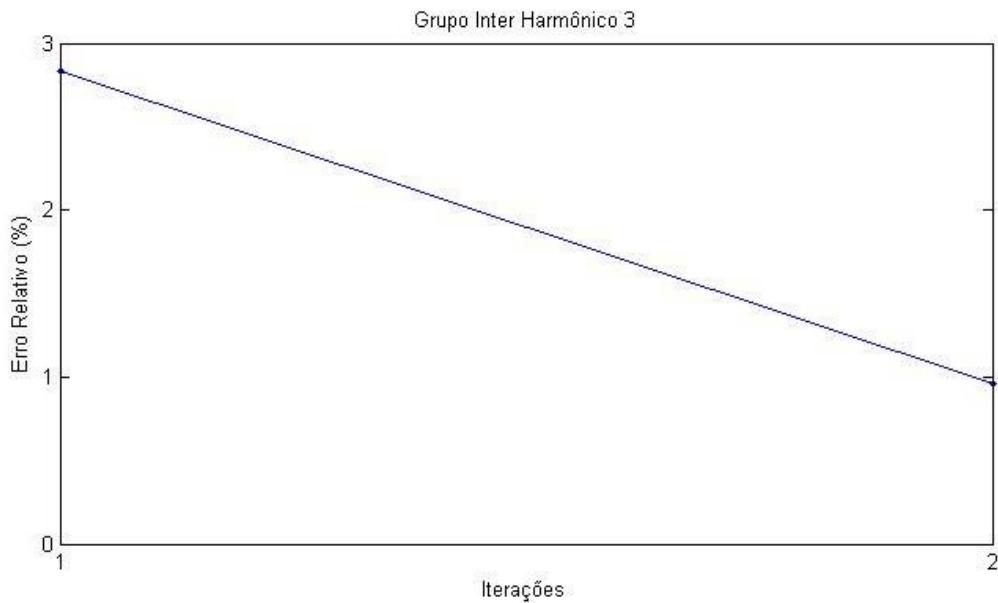


Figura 19 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 3 do caso 2

#### iv. Grupo inter harmônico 4

Para o grupo inter harmônico 4, foram necessárias apenas 2 iterações com decréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 1,8% para 0,5% (Figura 20).

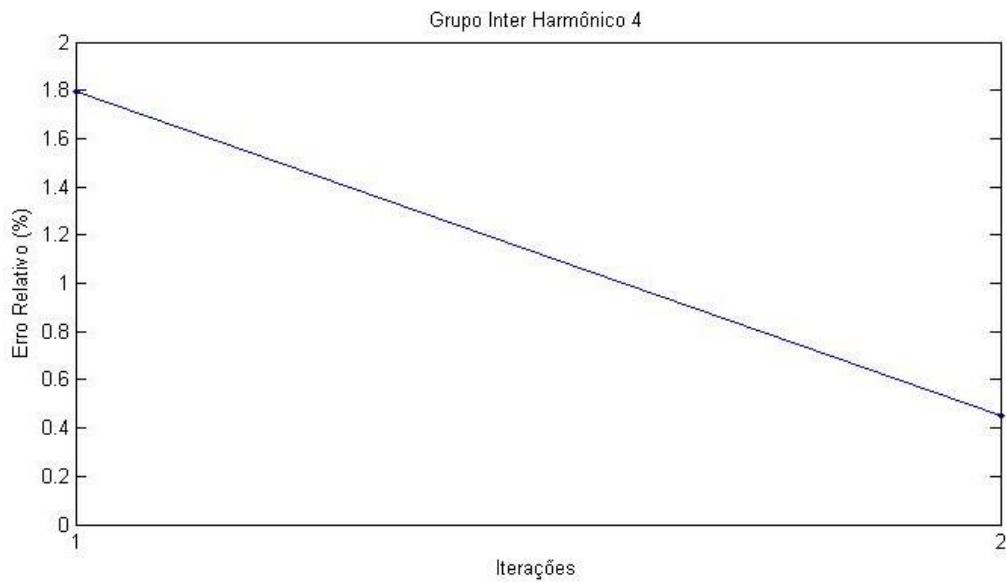


Figura 20 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 4 do caso 2

Ao final das análises individuais, pode-se concluir que para a realização da análise completa do sinal foram necessárias 7 iterações decrementais e nenhuma incremental, totalizando 7 iterações, cuja implementação obteve retorno em 3,745 segundos.

Os resultados numéricos obtidos a partir da aplicação recursiva dos grupos inter harmônicos ao sinal completo referente ao Caso 2 são apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Resultados obtidos a partir da aplicação recursiva de grupos inter harmônicos para o Caso 2.

Frequência (Hz)	Amplitude Real	Amplitude IEC Recursiva	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
0	0	0	0	-
5	0	0	0	-
10	0	0	0	-
15	0	0	0	-
20	0	0	0	-
25	0	0	0	-
30	0	0	0	-
35	0	0	0	-
40	0	0	0	-
45	0	0	0	-
50	0	0	0	-
55	0	0	0	-
60	1,1	1,0083	0,0917	8,336363636
65	0,1	0,1021	0,0021	2,1
70	0	0	0	-

75	0	0	0	-
80	0	0	0	-
85	0	0	0	-
90	0	0	0	-
95	0	0	0	-
100	0	0	0	-
105	0	0	0	-
110	0	0	0	-
115	0	0	0	-
120	0,7	0,7122	0,0122	1,742857143
125	0,1	0,099	0,001	1
130	0,1	0,099	0,001	1
135	0	0	0	-
140	0	0	0	-
145	0	0	0	-
150	0	0	0	-
155	0	0	0	-
160	0	0	0	-
165	0	0	0	-
170	0	0	0	-
175	0	0	0	-
180	0,5	0,5005	0,0005	0,1
185	0	0	0	-
190	0,1	0,101	0,001	1
195	0,1	0,101	0,001	1
200	0	0	0	-
205	0	0	0	-
210	0	0	0	-
215	0	0	0	-
220	0	0	0	-
225	0	0	0	-
230	0	0	0	-
235	0	0	0	-
240	0,3	0,3032	0,0032	1,066666667
245	0	0	0	-
250	0	0	0	-
255	0,1	0,1005	0,0005	0,5
260	0,1	0,1005	0,0005	0,5
265	0	0	0	-
270	0	0	0	-
275	0	0	0	-
280	0	0	0	-
285	0	0	0	-
290	0	0	0	-
295	0	0	0	-

300	0,1	0,1052	0,0052	5,2
	<b>Erro Médio</b>		<b>0,001965574</b>	<b>1,962157287</b>

Nesse caso, assim como no caso 1, a obtenção do erro relativo mínimo para os componentes inter harmônicos que se encontram relativamente distantes de outros componentes foi alcançada com poucas iterações, pelo fato da aplicação simples dos grupos inter harmônicos ser suficiente para agregar a energia referente aos componentes sem interferência de componentes vizinhos. No caso do componente de 62,5Hz, no entanto, foram necessárias 7 iterações já que sua proximidade do componente fundamental faz com que a energia seja espalhada para fora da abrangência do grupo, sendo necessário um ajuste maior da janela até que seja alcançado o erro mínimo, ponto no qual esse ajuste começa a interferir na análise pelo espalhamento causado no componente fundamental, em razão da alteração da resolução. No geral, pode-se verificar o sucesso na aplicação do método pela diminuição do erro relativo médio de 5,68% no método anterior para 1,96%.

#### 4.3.3. Caso 3

##### i. Grupo inter harmônico 1

Para o grupo inter harmônico 1, pela Figura 21, foram necessárias apenas 2 iterações com acréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 1,13% para 0,6%.

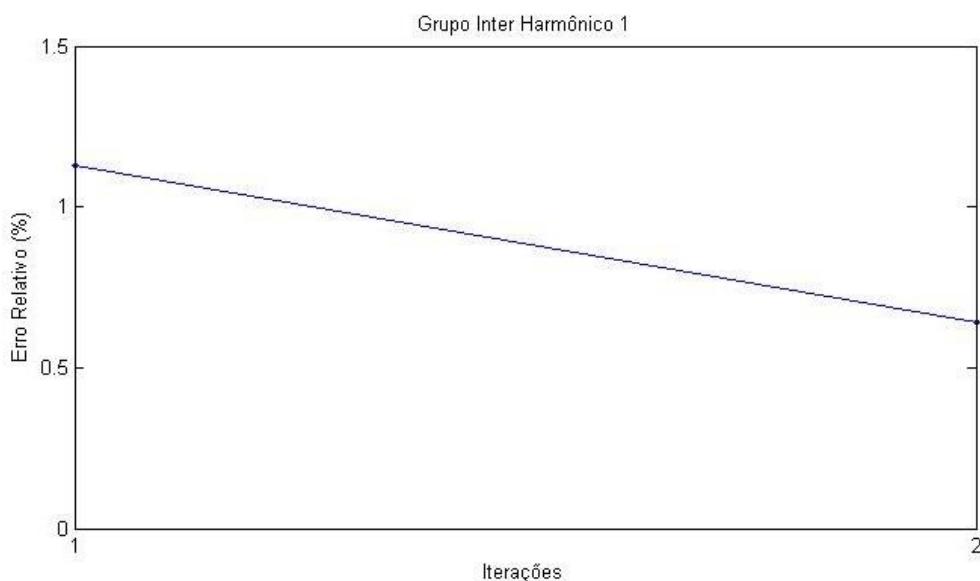


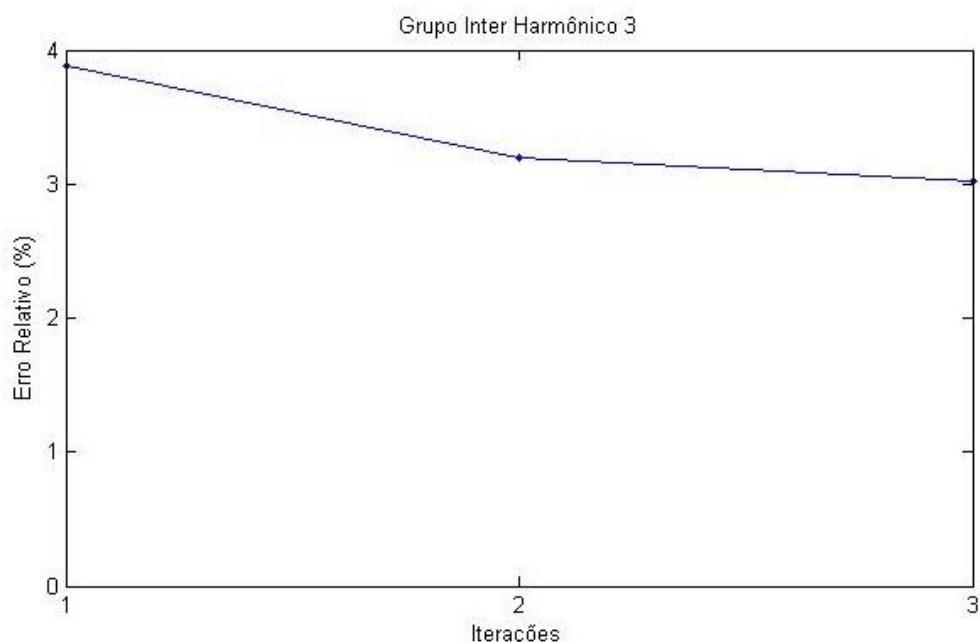
Figura 21 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 1 do caso 3

## ii. Grupo inter harmônico 2

No que se refere ao erro relativo apresentado pelo grupo inter harmônico 2, o mesmo já se encontra em seu valor mínimo, fazendo com que a alteração da resolução apenas agregue erros adicionais à sua análise, necessitando portanto de apenas 1 iteração, mantendo seu erro em 1,4%, ou seja, o mesmo valor apresentado pela aplicação simples da norma IEC 61000-4-7.

## iii. Grupo inter harmônico 3

Para o grupo inter harmônico 3, foram necessárias 3 iterações com acréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 3,9% para 3% (Figura 22).



*Figura 22 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 3 do caso 3*

## iv. Grupo inter harmônico 4

Como observado na Figura 23, para o grupo inter harmônico 4, foram necessárias 4 iterações com decréscimo de  $N$  até que fosse atingido o valor mínimo do erro relativo, reduzindo o mesmo de 28,9% para 5%.

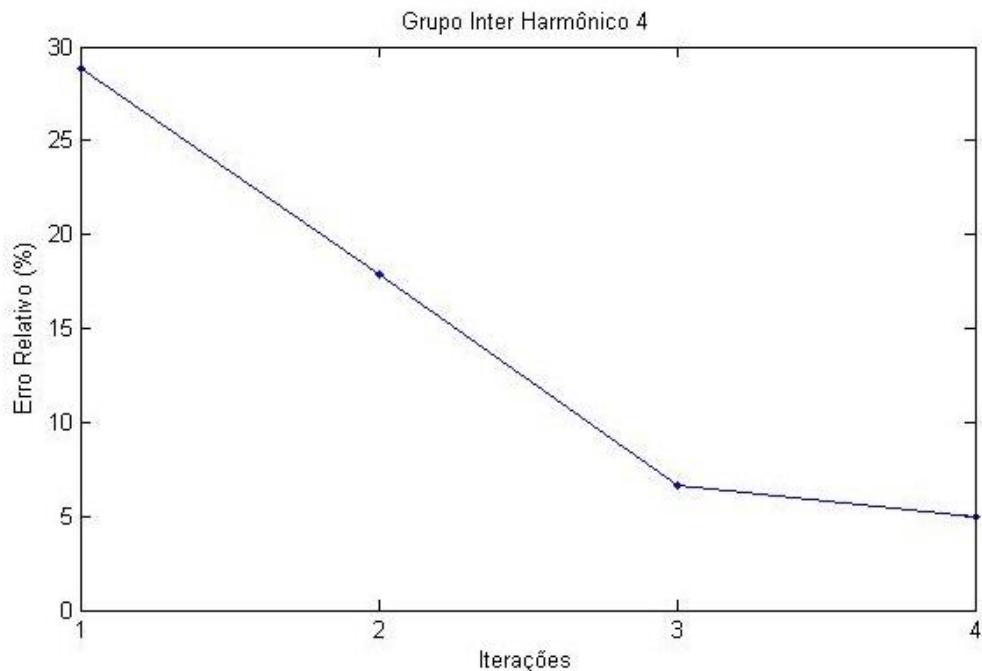


Figura 23 - Erro relativo referente ao grupo inter harmônico 4 do caso 3

Ao final das análises individuais pode-se concluir que para a realização da análise completa do sinal foram necessárias 3 iterações incrementais e 4 decrementais, totalizando 7 iterações, cuja implementação obteve retorno em 3,976 segundos.

Os resultados numéricos obtidos a partir da aplicação recursiva dos grupos inter harmônicos ao sinal completo referente ao Caso 3 são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Resultados obtidos a partir da aplicação recursiva de grupos inter harmônicos para o Caso 3.

Frequência (Hz)	Amplitude Real	Amplitude IEC Recursiva	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
0	0	0	0	-
5	0	0	0	-
10	0	0	0	-
15	0	0	0	-
20	0	0	0	-
25	0	0	0	-
30	0	0	0	-
35	0	0	0	-
40	0	0	0	-
45	0	0	0	-
50	0	0	0	-
55	0	0	0	-
60	1	1	0	0

65	0	0	0	-
70	0	0	0	-
75	0	0	0	-
80	0	0	0	-
85	0	0	0	-
90	0	0	0	-
95	0	0	0	-
100	0,1	0,0994	0,0006	0,6
105	0,1	0,0994	0,0006	0,6
110	0	0	0	-
115	0	0	0	-
120	0,7	0,7055	0,0055	0,785714286
125	0	0	0	-
130	0	0	0	-
135	0	0	0	-
140	0	0	0	-
145	0	0	0	-
150	0	0	0	-
155	0	0	0	-
160	0	0	0	-
165	0	0	0	-
170	0,1	0,1014	0,0014	1,4
175	0,1	0,1014	0,0014	1,4
180	0,5	0,5016	0,0016	0,32
185	0	0	0	-
190	0,1	0,103	0,003	3
195	0,1	0,103	0,003	3
200	0	0	0	-
205	0	0	0	-
210	0	0	0	-
215	0	0	0	-
220	0	0	0	-
225	0	0	0	-
230	0	0	0	-
235	0	0	0	-
240	0,3	0,3082	0,0082	2,733333333
245	0	0	0	-
250	0	0	0	-
255	0	0	0	-
260	0	0	0	-
265	0	0	0	-
270	0	0	0	-
275	0	0	0	-
280	0	0	0	-
285	0	0	0	-

290	0	0	0	-
295	0,1	0,105	0,005	5
300	0,2	0,2297	0,0297	14,85
<b>Erro Médio</b>		<b>0,000983607</b>	<b>2,807420635</b>	

Confirmando o que foi observado nos casos anteriores, o método não proporcionou mudanças tão significativas nas análises dos componentes inter harmônicos relativamente distantes de seus vizinhos. Já para o componente de 298Hz pode ser observada uma diminuição considerável, sendo necessária a aplicação de 4 iterações para diminuição do erro de aproximadamente 30% para 5%. No geral, pode-se concluir que o método iterativo obteve sucesso, reduzindo o erro relativo médio de 5% do método anterior para 2,8%.

Vale ressaltar que, para a aplicação desse método, se faz necessário o conhecimento dos valores reais dos componentes de forma a possibilitar a comparação com os resultados apresentados por sua aplicação e, consequentemente, a ocorrência do valor mínimo do erro, conforme implementado no presente estudo. Dessa forma, para aplicações que não se enquadram à essa condição, ou seja, em que não se conhece o espectro, é necessária uma abordagem diferente que possibilite a verificação da convergência do erro para o valor mínimo. Uma alternativa para essas situações pode ser encontrada em (LIN, LEE e HUANG, 2011), onde essa verificação é observada pela diminuição da amplitude dos componentes vizinhos em relação ao componente principal em análise, caracterizando assim a diminuição dos erros de espalhamento. Dessa forma, possibilita-se a verificação da convergência dos erros para um valor mínimo sem o conhecimento dos valores reais do espectro.



## 5. Conclusões

No presente trabalho, foram apresentadas diferentes abordagens com relação à análise de componentes inter harmônicos em sinais conforme padronizado pela norma IEC 61000-4-7. Para isso foram criados 3 sinais compostos por diversos componentes inter harmônicos com diferentes distribuições ao longo do espectro, de forma a possibilitar uma análise abrangente em diversas situações.

Primeiramente foi feita uma descrição da TF, que consiste no método comumente utilizado na análise de componentes de frequência. Também foi apresentado o espalhamento espectral, efeito gerado pela aplicação da TF em sinais com a presença de componentes inter harmônicos, causando aparecimento de frequências que na realidade não existem no sinal e prejudicando a análise dos componentes reais.

De forma a evidenciar os erros de espalhamento espectral causados pela aplicação da Transformada de Fourier frente à presença de componentes inter harmônicos, foi implementada a versão compacta da TF, a FFT, nos 3 casos criados, permitindo a posterior observação dos melhoramentos proporcionados pelos métodos alternativos a ela.

A primeira abordagem apresentada foi o método dos grupos e subgrupos harmônicos e inter harmônicos proposto na norma IEC 61000-4-7, que padroniza a resolução de frequência em 5Hz e propõe uma técnica de agrupamento da energia dos componentes espalhada pelo espectro na aplicação da FFT. O método foi então aplicado aos resultados retornados pela FFT, apresentando uma diminuição significativa no erro relativo médio dos 3 casos analisados, de 31,6%, 15,3% e 24,7% para 3,2%, 5,6% e 5%, respectivamente. Na análise individual dos componentes, no entanto, foi observado que o método é muito eficiente para os componentes inter harmônicos que não se encontram muito próximos de outros componentes, mas não é capaz de analisar com eficiência os componentes que se encontram na mesma faixa de resolução de componentes harmônicos, pelo fato da limitação das faixas do agrupamento isolar parte da energia em outros grupos.

A segunda abordagem buscou então uma forma de melhorar ainda mais os resultados da aplicação do método de grupos da norma IEC 61000-4-7, propondo sua aplicação recursiva, de forma a adaptar o tamanho da janela de análise a cada iteração de acordo com a necessidade de cada grupo inter harmônico, fazendo com que o espalhamento se torne menor, permitindo melhores resultados no agrupamento. O método de aplicação

recursiva de grupos inter harmônicos foi então aplicado aos 3 casos em análise mostrando-se ainda mais eficiente, sendo capaz de reduzir os erros relativos médios do método anterior para 1,2%, 1,9% e 2,8%. A análise individual dos grupos inter harmônicos permitiu confirmar as conclusões anteriores, já que nos casos de componentes inter harmônicos isolados não foram necessárias muitas iterações até alcançar o erro mínimo, e nos componentes com vizinhos na mesma faixa de resolução foi necessário um maior número de iterações e, consequentemente, uma redução maior do erro relativo. O fato do método variar o tamanho da janela em análise não permite a utilização da FFT, mas sua forma original DFT, o que, aliado ao fato de ser um método recursivo, exige uma complexidade computacional muito maior, restringindo sua utilização em aplicações dinâmicas *online*. O tempo de retorno do resultado para os casos 1, 2 e 3 foram 2,447s, 3,745s e 3,976s, respectivamente, o que, dependendo da aplicação pode restringir sua utilização. Vale ressaltar também que os códigos do MatLab® aplicados nas análises foram específicos para os 3 casos, dessa forma os mesmos necessitariam de adaptações para outros casos e também para generalizações em aplicações dinâmicas. Outro fator limitante consiste na necessidade de conhecimento dos valores reais dos componentes de forma a possibilitar a comparação com os resultados apresentados pelo método no processo iterativo, tornando necessária, portanto, outra abordagem para verificação dos valores agregados caso o espectro não seja conhecido.

Em âmbito geral, pode-se comparar a eficiência dos métodos aplicados por meio da análise do erro relativo médio, e o tempo de implementação para cada caso, apresentados na Tabela 13.

Tabela 13 – Comparaçao entre os métodos implementados.

Método	Caso	Erro Relativo Médio (%)	Tempo de implementação (s)
FFT	1	31,66174391	0,298
	2	15,3134084	0,295
	3	24,76264506	0,218
IEC 61000-4-7	1	3,200509075	0,323
	2	5,681962482	0,307
	3	5,032420635	0,309
<b>Aplicação recursiva para grupos inter harmônicos</b>	1	1,203809524	2,447
	2	1,962157287	3,745
	3	2,807420635	3,976

Por meio da observação dos resultados apresentados pelos métodos, pode ser evidenciada uma eficiência significativa na aplicação do método proposto pela norma IEC, em relação à capacidade de análise de componentes fora da resolução de frequência da TF, permitindo uma verificação mais fiel do espectro de frequências dos sinais abordados. Tal método mostra-se ineficiente apenas para componentes localizados na mesma faixa de resolução de componentes harmônicos, impossibilitando a análise correta de tais componentes. Nesse aspecto, baseado nos casos investigados no presente trabalho, o método recursivo apresenta-se, portanto, como a melhor alternativa de correção a ser aplicada à TF para análise de sinais frente à presença de componentes inter harmônicos, apesar da restrição enfrentada pela complexidade computacional e necessidade de conhecimento dos valores reais do espectro.

Por fim, acredita-se que o objetivo do trabalho foi alcançado, uma vez que foi obtido sucesso nas implementações realizadas, obtendo resultados conclusivos e satisfatórios na análise e estimativa de componentes inter harmônicos por meio da aplicação de métodos corretivos à TF.



## 6. Referências Bibliográficas

61000-4-7, I. S. Testing and measurement techniques - General guide on harmonics and interharmonics measurement and instrumentation, for power supply systems and equipment connected thereto, 2002.

COOLEY, J. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. **Math, Computation**, v. 19, p. 297-301, 1965.

CORRÊA, F. I. M. **Estudo de um sistema de distribuição com enfoque na qualidade da energia elétrica**. 2007. 89f. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2007.

LIN, H. C.; LEE, V.; HUANG, G. S. DFT-Based Recursive Minimizing Algorithm for Power Interharmonics Analysis. **IECON 2011 – 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society**, p. 1306 – 1311, 2011.

MENEZES, A. S. **Uma contribuição à análise espectral de sinais estacionários e não estacionários**. 2014. 232f. Dissertação (Doutorado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora. 2014

MONTEIRO, H. L. M. **Cálculo de harmônicos e inter-harmônicos baseado na norma IEC 61000-4-7**. 2014. 149f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora. 2014.

NASSIF, A. B.; YONG, J.; XU, W. Interharmonics: Signaling processing issues and applications. **IEEE PES General Meeting**, p. 1-3, 2010.

OLIVEIRA, J. C.; MACEDO JR.; J. R.; DELAIBA, A. C. **Relatório Técnico 3/8 - Definição dos procedimentos de medição:** Distorções harmônicas, Desequilíbrios de tensão e variações de tensão de curta duração. 2014, 101f. **Contrato: 179/2013-ANEEL, Processo: 48500.002517/2013-51**. Fundação de Apoio Universitário – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. Março 2014.

OLIVEIRA, J. G. **Avaliação de distúrbios em sistemas de distribuição de energia elétrica, devido às distorções harmônicas.** 1995. 151f. Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, São Paulo. 1995.

PUPIN, J. R. **Introdução às séries e Transformadas de Fourier e aplicações no processamento de sinais e imagens.** 2011. 82f. Dissertação (Trabalho de Conclusão de Curso) – Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos. 2011.

VALENZUELA, J.; PONTT, J. Real-Time interharmonics detection and measurement based on FFT algorithm. **IEEE Conference Publications**, p. 256 - 264, 2009.

ZHANG, Q.; LIU, H.; CHEN, H.; LI, Q.; ZHANG, Z. A Precise and adaptive algorithm for interharmonics measurement based on iterative DFT. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 23, nº 4, p. 1728 - 1735, Outubro 2008.