

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

Alexandre Moreira Salles

*Modelo computacional baseado em fuzzy-TOPSIS hierárquico e mapas cognitivos fuzzy para auxiliar no processo de seleção de fornecedores*

**São Carlos**

**2015**

ALEXANDRE MOREIRA SALLES

*Modelo computacional baseado em fuzzy-TOPSIS hierárquico e mapas cognitivos fuzzy para auxiliar no processo de seleção de fornecedores*

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao  
Departamento de Engenharia de Produção da  
Escola de Engenharia de São Carlos da  
Universidade de São Paulo

**Área de concentração:** Seleção de Fornecedores  
e Fuzzy-TOPSIS

**Orientador:** Prof. Dr. Luíz César Ribeiro  
Carpinetti

**São Carlos**

**2015**

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catalogação da Publicação

**Nome:** SALLES, A. M.

**Título:** Modelo computacional baseado em fuzzy-TOPSIS hierárquico e mapas cognitivos fuzzy para auxiliar no processo de seleção de fornecedores

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao  
Departamento de Engenharia de Produção da  
Escola de Engenharia de São Carlos da  
Universidade de São Paulo

**Aprovado em:**

Banca examinadora

---

Orientador: Prof. Dr. Luiz César  
Ribeiro Carpinetti

---

Prof. Dr. Walther Azzolini Junior

---

Dr. Francisco Rodrigues Lima  
Junior

## Agradecimentos

Eu gostaria de agradecer principalmente a minha família por todo o suporte e carinho durante esse longo período. Vocês seguramente me motivaram quando eu estava precisando e sempre me incentivaram a ir atrás dos meus objetivos. Esse trabalho de conclusão de curso eu dedico especialmente a vocês!

Gostaria de agradecer também a República Oligarquia, por me ajudarem a compreender que mesmo durante esse período complicado de entrega de TCC ainda é possível curtir com os amigos. Vocês são sem dúvida alguma a família que eu escolhi lá em 2010 e sou muito grato por tudo que vocês fizeram por mim. Um especial agradecimento ao Yuri Toledo e Filipe Schreiner por contribuírem significativamente para minha pesquisa.

Meu orientador, Professor Dr. Luiz C. R. Carpinetti, e o doutorando, Francisco R. L. Júnior, foram fundamentais para que eu conseguisse elaborar esse TCC com qualidade. Inicialmente, eu tinha uma ideia que eu gostaria de usar como tópico para o meu TCC e conversando com os dois tive a oportunidade de me envolver em um tema completamente diferente que contribuiu consideravelmente para o meu aprendizado. Sou muito grato aos dois por me orientarem durante esse período de dois anos com conselhos e motivação para seguir em frente.

Gostaria de agradecer também aos meus companheiros de flat na Inglaterra por sempre me motivarem a fazer o TCC enquanto iam para o pub. Forte abraço ao flat 30!

Finalmente, gostaria de agradecer ao meu orientador na Inglaterra, Dr. Alok Choudhary, por me forçar a sair de minha zona de conforto e buscar a aplicação de algo novo. Esse esforço me permitiu obter uma melhor compreensão dos métodos que eu apliquei e como eles estão sendo explorados pela comunidade acadêmica. Muito obrigado pela orientação e suporte.

## Resumo

SALLES, A. M. (2015). **Modelo computacional baseado em fuzzy-TOPSIS hierárquico e mapas cognitivos fuzzy para auxiliar no processo de seleção de fornecedores.** Trabalho de conclusão de curso, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

Este trabalho de conclusão de curso consiste na aplicação de um modelo híbrido de tomada de decisão para o problema de seleção de fornecedores, especialmente para parte de determinação dos pesos dos critérios e escolha do melhor fornecedor dentre as alternativas. O modelo combina os métodos *Fuzzy Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution* (TOPSIS) e mapas cognitivos fuzzy (MCFs) em um ambiente fuzzy. A imprecisão inerente a esse tipo de problema, causada pelos julgamentos dos tomadores de decisão e a dificuldade para abordar todos os fatores que afetam esse problema, é reduzida significativamente pelo uso da lógica fuzzy. O uso de termos linguísticos ao invés de uma escala numérica permite que os tomadores de decisão possam expressar suas opiniões de forma mais acurada, reduzindo a subjetividade. Outro benefício do modelo escolhido é sua capacidade de estruturação do problema, lidando com a complexidade através de uma estrutura hierárquica de cima-para-baixo que permitiu uma melhor compreensão dos relacionamentos entre os critérios. Além disso, foi possível avaliar as interdependências entre os critérios, determinando inclusive os pesos entre eles, o que possibilita um melhor entendimento de como um critério influência outro. Um caso ilustrativo foi empregado para demonstrar sua aplicabilidade e facilitar o entendimento dos passos que devem ser percorridos para aplicação do modelo.

**Palavras-chave:** Seleção de Fornecedores. Métodos de Seleção de Fornecedores. *Fuzzy-TOPSIS*. Mapas Cognitivos Fuzzy.

## **Abstract**

SALLES, A. M. (2015). **Computational model based on hierarchical fuzzy TOPSIS and fuzzy cognitive maps to aid the supplier selection process.** Final thesis, Engineering School of São Carlos, University of São Paulo.

This dissertation consists of the application of a hybrid model of decision-making to the supplier selection problem, specially for the determination of the criteria weights and the choice of the best supplier among the alternatives. The model combines the methods Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS) and fuzzy cognitive maps (MCFs) in a fuzzy environment. The inherent uncertainty of this type of problem, due to the vague judgments of the decision-makers and the difficulty to embrace all the factors that might affect this problem, is reduced significantly by applying the fuzzy logic. The use of linguistic terms instead of a numerical scale enables the decision-makers to express theirs opinions more accurately, reducing the subjectivity. Another benefit of the chosen model is its capacity for structuring the problem, the complexity is handled by a top-down hierarchical structure that allows a better comprehension of the relationships among criteria. In addition, it is possible to evaluate the interdependencies among the criteria, which includes the determination of the weights among them, thus enabling a better understanding of how one criterion influences another. An illustrative case was used to demonstrate its applicability and to facilitate the understanding of the steps that must be followed to successfully apply the model.

**Key-words:** Supplier Selection. Supplier Selection Methods. Fuzzy-TOPSIS. Fuzzy Cognitive Maps.

## Sumário

1. Introdução .....	12
1.1 Objetivo .....	13
2. Desenvolvimento do estudo e organização da monografia.....	13
3. Revisão Bibliográfica .....	15
3.1 Cadeia de suprimentos.....	15
3.2 Métodos para apoiar a tomada de decisão .....	18
3.2.1 Métodos independentes de tomada de decisão .....	18
3.2.1.1 Métodos multicritério de tomada de decisão (MCDM).....	19
3.2.1.2 Métodos de programação matemática .....	22
3.2.1.3 Métodos de inteligência artificial.....	23
3.2.2 Métodos combinados para tomada de decisão.....	26
3.3 Lógica <i>fuzzy</i> .....	27
3.3.1 Funções de pertinência <i>fuzzy</i> .....	28
3.3.2 Fuzzy-TOPSIS hierárquico .....	32
3.4 Inter-relacionamentos entre os critérios .....	33
3.4.1 Estrutura hierárquica .....	33
3.4.2 Mapas cognitivos <i>fuzzy</i> .....	36
3.5 Síntese da revisão bibliográfica.....	38
4. Método <i>fuzzy</i> -TOPSIS hierárquico combinado com MCF .....	39
4.1 Obtenção dos pesos dos critérios .....	39
4.1.1 Obtenção dos valores dos critérios .....	40
4.1.2 Estabelecendo a estrutura do MCF.....	40
4.1.3 Simulação dos MCFs e obtenção dos pesos.....	41
4.1.4 Cálculo do peso dos subcritérios.....	42
4.2 Ranqueamento das alternativas .....	46
5. Aplicação do método MCF combinado com <i>fuzzy</i> -TOPSIS.....	49
6. Resultados e discussão.....	70
7. Conclusão .....	72
8. Referências bibliográficas .....	74
Apêndice.....	86

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: fluxo de material em uma cadeia de suprimento .....	15
Figura 2: fatores que afetam a complexidade das decisões de compra.....	16
Figura 3: representação gráfica de uma árvore de decisão.....	25
Figura 4: exemplo de representação gráfica da teoria dos conjuntos clássica.....	28
Figura 5: exemplo de representação gráfica da teoria dos conjuntos <i>fuzzy</i> .....	28
Figura 6: exemplo de número <i>fuzzy</i> triangular .....	30
Figura 7: exemplo de número <i>fuzzy</i> trapezoidal.....	30
Figura 8: exemplo de representação gráfica dos termos linguísticos empregados na lógica <i>fuzzy</i> .....	31
Figura 9: dependência entre nível inferior e nível superior .....	34
Figura 10: exemplo de estrutura não-repartida.....	34
Figura 11: representação da interação entre critérios/ não interação entre partições .....	35
Figura 12: comparação entre as estruturas (rede, proposta e hierárquica).....	36
Figura 13: exemplo de mapa cognitivo <i>fuzzy</i> .....	37
Figura 14: representação gráfica da estrutura hierárquica proposta com os relacionamentos entre critérios.....	39
Figura 15: fluxo implícito de influência na hierarquia.....	45
Figura 16: fluxograma do procedimento para obtenção dos pesos dos critérios .....	46
Figura 17: fluxograma do procedimento para ranquear as alternativas .....	48
Figura 18: estrutura hierárquica do problema de decisão.....	52
Figura 19: topologia do mapa cognitivo <i>fuzzy</i> dos critérios principais .....	55
Figura 20: comportamento dinâmico dos critérios principais .....	56
Figura 21: comportamento dinâmico dos subcritérios .....	62
Figura 22: pesos dos critérios principais antes e após o mapa cognitivo <i>fuzzy</i> .....	71
Figura 23: pesos dos subcritérios com e sem o mapa cognitivo <i>fuzzy</i> .....	71
Figura 24: <i>ranking</i> final das alternativas com e sem a aplicação do mapa cognitivo <i>fuzzy</i> .....	72

## LISTA DE QUADROS

Tabela 1: métodos aplicados de forma isolada de tomada de decisão .....	19
Tabela 2: lista de artigos pesquisados relacionados a métodos de decisão multicritério .....	20
Tabela 3: lista de artigos pesquisados relacionados aos métodos de programação matemática .....	22
Tabela 4: lista de artigos pesquisados relacionados aos métodos de inteligência artificial.....	24
Tabela 5: correlação entre a notação matemática empregada no método e sua devida referência.....	40
Tabela 6: termos linguísticos para avaliar a importância relativa entre os critérios principais..	53
Tabela 7: termos linguísticos para avaliar o relacionamento causal entre os critérios .....	53
Tabela 8: termos linguísticos para avaliar o desempenho das alternativas em relação aos subcritérios.....	53
Tabela 9: julgamento de cada critério principal.....	53
Tabela 10: resultado da conversão dos termos linguísticos em números <i>fuzzy</i> da importância dos critérios principais .....	54
Tabela 11: resultado da agregação dos números <i>fuzzy</i> , defuzzificação e normalização .....	54
Tabela 12: avaliação da dependência entre os critérios principais .....	54
Tabela 13: resultado da conversão dos termos linguísticos em números <i>fuzzy</i> da dependência entre os critérios principais.....	55
Tabela 14: resultado da agregação dos números <i>fuzzy</i> .....	55
Tabela 15: resultado da defuzzificação .....	55
Tabela 16: iterações do mapa cognitivo <i>fuzzy</i> dos critérios principais .....	56
Tabela 17: pesos dos critérios principais estabilizados e normalizados .....	56
Tabela 18: julgamento da importância dos subcritérios.....	57
Tabela 19: resultado da conversão dos termos linguísticos em números <i>fuzzy</i> da importância dos subcritérios .....	57
Tabela 20: resultado da agregação dos números <i>fuzzy</i> , defuzzificação e normalização .....	58
Tabela 21: julgamento da dependência entre os subcritérios de cada critério principal.....	60
Tabela 22: resultado da defuzzificação dos números <i>fuzzy</i> .....	61
Tabela 23: iterações do mapa cognitivo <i>fuzzy</i> dos subcritérios.....	62
Tabela 24: pesos dos subcritérios estabilizados e normalizados .....	63
Tabela 25: pesos de todos os subcritérios .....	63
Tabela 26: notas das alternativas em relação aos subcritérios escolhidos .....	64
Tabela 27: resultado da conversão dos termos linguísticos em números <i>fuzzy</i> das notas de desempenho de cada alternativa.....	65
Tabela 28: agregação dos julgamentos das notas das alternativas .....	66
Tabela 29: maior "benefício" e menor "custo" dos subcritérios.....	66
Tabela 30: pontuações normalizadas das alternativas em números <i>fuzzy</i> triangulares.....	67
Tabela 31: matriz de peso normalizado .....	67
Tabela 32: FNIS e FPIS de cada subcritério .....	68
Tabela 33: distâncias do FPIS de cada alternativa .....	69
Tabela 34: distâncias do FNIS de cada alternativa .....	70
Tabela 35: <i>ranking</i> final das alternativas .....	70

Tabela 36: resultado da conversão dos termos linguísticos em números <i>fuzzy</i> da dependência entre subcritérios .....	87
Tabela 37: resultado da agregação dos números <i>fuzzy</i> da dependência entre subcritérios.....	87

## 1. Introdução

Atualmente, tem-se notado uma intensificação da competitividade entre empresas devido a globalização e aos mercados mundiais. Esse movimento evidencia a importância que as empresas devem ter durante o processo de identificação e seleção de fornecedores, visto que o resultado dessa é a chave para o sucesso da companhia. O desempenho dos fornecedores influencia no custo, qualidade, entrega e serviço do produto oferecido pela empresa compradora, o que consequentemente afeta o atingimento dos objetivos da cadeia de suprimentos como um todo. Sobretudo, a maximização do valor do produto, redução do risco de suprimento do bem e o aumento do nível de satisfação dos consumidores (CHAN *et al.*, 2008).

Logo, fica claro o foco das empresas em estabelecer relacionamentos mais duradouros e que visem a colaboração entre ambas as partes. O processo de seleção de fornecedores se tornou uma questão estratégica na maioria das organizações, buscando fornecedores capazes de providenciar ao comprador produtos e/ou serviços com a qualidade desejada cobrando um preço correto, na quantidade correta e no prazo correto (MANDAL; DESHMUKH, 1994) (SARKIS; TALLURI, 2002).

A escolha de fornecedores é considerada um problema de tomada de decisão multicritério (*Multicriteria Decision-Making* (MCDM), tradução do inglês), sendo eles quantitativos e qualitativos (YEH *et al.*, 2007). Muitos desses critérios são conflitantes, visto que devem contemplar tanto requisitos do contexto do mercado em que a companhia está inserida (altamente competitivo, mudanças bruscas de comportamento da sociedade, frequente surgimento de novas tecnologias), como qualidades fundamentais de seus potenciais fornecedores. Nesse caso, cabe ao tomador de decisão ponderar os *trade-offs* de cada critério para chegar a decisão final. Para melhor resolução desse problema, é aconselhável dividi-lo em subproblemas e seguir uma sistemática para melhor acompanhamento de todo processo. Logo, o emprego de uma metodologia irá facilitar a estruturação de cada etapa e garantir um resultado mais coerente. Existe uma série de modelos que auxiliam o tomador de decisão durante esse processo, conhecidos como modelos de decisão. Entretanto os praticantes não estão familiarizados com todos os métodos presentes na literatura, o que dificulta o entendimento dos seus potenciais benefícios para lidar com problemas particulares. Cada método possui características únicas e a seleção da “melhor” abordagem dentre as muitas existentes é realmente uma tarefa desafiadora.

Segundo de Boer *et al.* (DE BOER; VAN DER WEGEN, 2003), o processo de seleção de fornecedores pode ser dividido em cinco etapas: formulação do problema; escolha dos critérios que serão usados para julgar as alternativas; qualificação dos fornecedores; escolha da melhor alternativa e constante monitoramento para avaliar o desempenho do fornecedor escolhido. Esse processo é muitas vezes caracterizado por um ambiente incerto e pobemente definido, em que é necessário avaliar o desempenho de fornecedores empregando múltiplos, conflitantes e interdependentes critérios de decisão.

Um artifício para amenizar os efeitos da subjetividade e incerteza que esse processo incorre foi desenvolvido pelo Professor Zadeh, conhecido como lógica *fuzzy*. Com o uso dessa teoria durante o processo de tomada de decisão o ser humano pode expressar sua opinião de forma mais coerente empregando termos linguísticos, ao invés de se limitar a uma escala numérica. Essa lógica será combinada com o método *Fuzzy TOPSIS* que visa auxiliar o tomador de decisão a determinar a melhor alternativa dentre as opções. O método gera um *ranking* que prioriza as alternativas que se encontram mais próximas da Solução Ideal Positiva e mais distantes da Solução Ideal Negativa.

Além disso, a dependência entre os critérios e subcritérios escolhidos para julgar as alternativas é um fator que pode promover uma interferência no resultado final. Considerando as situações do mundo real, seria uma incoerência não considerar esse efeito. Para tanto foi empregada uma estrutura hierárquica de cima-para-baixo que irá garantir uma melhor compreensão de como esses critérios interagem entre si. Em seguida, será aplicado o método dos mapas cognitivos *fuzzy* (MCF) que determina pesos para essas interações. Dessa forma, o tomador de decisão poderá avaliar a intensidade que um critério interfere em outro.

A combinação da técnica *fuzzy-TOPSIS* hierárquico com mapas cognitivos *fuzzy* tem por objetivo promover uma análise comprensiva que leve em consideração as possíveis interdependências entre critérios e que seja conduzida seguindo um cenário hierárquico. A técnica *fuzzy-TOPSIS* hierárquico ao considerar ao mesmo tempo aspectos relacionados a hierarquia e “*fuzziness*”, adiciona bastante valor ao método de decisão multicritério. Já os mapas cognitivos *fuzzy* são empregados para avaliar as dependências causais entre critérios, visto que o método *TOPSIS* tradicional não considera essa avaliação. Como resultado, essa abordagem reduz significativamente a complexidade cognitiva e estrutural do problema de seleção de fornecedores.

## 1.1 Objetivo

O objetivo desse trabalho de conclusão de curso é aplicar as técnicas *fuzzy-TOPSIS* hierárquico com mapas cognitivos *fuzzy* para auxiliar tomadores de decisão a resolver o problema de seleção de fornecedores, especialmente ponderação dos critérios e ordenação das alternativas.

## 2. Desenvolvimento do estudo e organização da monografia

A proposta desse projeto visa desenvolver um modelo que promova uma contribuição para o estudo do problema de seleção de fornecedores. Portanto, foi essencial garantir uma abordagem holística do problema explicando sua importância, fatores que o influenciam e os desdobramentos de uma escolha inadequada para melhor compreensão do problema como um todo.

A revisão bibliográfica pode ser dividida em dois momentos. O primeiro consistiu em uma revisão feita no Brasil com foco em cadeias de suprimentos e um entendimento superficial da

teoria *fuzzy*. Esse estudo foi complementado por uma pesquisa no Reino Unido que abordou principalmente diferentes modelos de decisão, o que possibilitou um melhor entendimento dos pontos fortes e fracos de cada modelo. O próximo passo foi expandir o horizonte de pesquisa para contemplar estudos que combinavam diferentes modelos para criar um modelo de decisão único. Como resultado, foi possível identificar um método híbrido que nunca foi aplicado ao problema de seleção de fornecedores e que supria todos os requisitos para garantir uma resolução acurada. A revisão bibliográfica (capítulo 3) foi dividida em quatro subseções: cadeia de suprimentos (capítulo 3.1), métodos para tomada de decisão (capítulo 3.2), lógica *fuzzy* (capítulo 3.3) e inter-relacionamentos entre os critérios (capítulo 3.4).

O capítulo 4 foi dividido em duas subseções: obtenção dos pesos dos critérios (capítulo 4.1) e ranqueamento das alternativas (capítulo 4.2).

O capítulo 5 foca na aplicação do método detalhando a escolha dos critérios para avaliar as alternativas de acordo com o caso ilustrativo proposto. Em seguida, todos os passos do método foram detalhados e complementados com as tabelas geradas pelo modelo computacional.

Finalmente, o capítulo 6 corresponde a uma análise do método aplicado e discussão dos resultados e o capítulo 7 as conclusões e sugestões para pesquisas posteriores.

### 3. Revisão Bibliográfica

#### 3.1 Cadeia de suprimentos

Uma cadeia de suprimentos pode ser definida como um processo integrado em que uma série de entidades (como fornecedores, fabricantes, distribuidores e vendedores) trabalham em conjunto visando a extração de matéria-prima, a conversão dessa em produtos finais específicos, culminando com a entrega desses aos vendedores, conforme ilustra a Figura 1 (BEAMON, 1998). Portanto, o gerenciamento de uma cadeia de suprimentos deve focar em promover uma gestão eficiente de seus integrantes com o intuito de atender os requisitos desejados pelos consumidores, como baixo custo, variedade de produtos, melhoria da qualidade e *lead time* reduzido (CHAUHAN *et al.*, 2004; SANTOSO *et al.*, 2005). Essa característica está em acordo com a atual tendência dos fabricantes em adotar técnicas de Gerenciamento da Qualidade Total (TQM) e *Just-in-time* (JIT), o que consequentemente aumenta a importância do papel do fornecedor e do gerenciamento da cadeia de suprimentos (VERMA; PULLMAN, 1998).

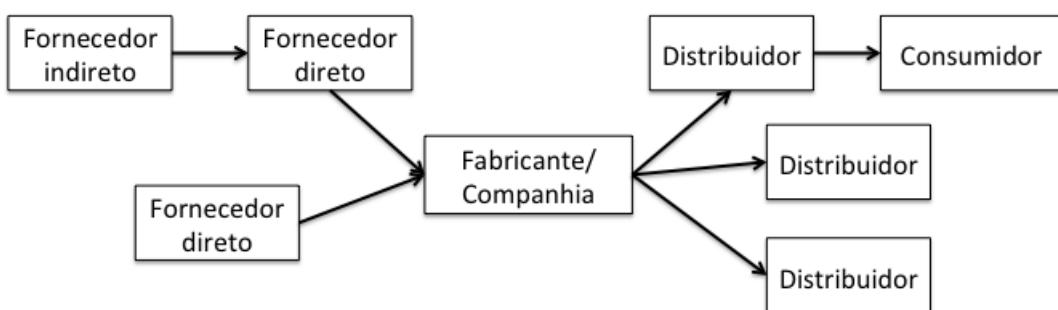


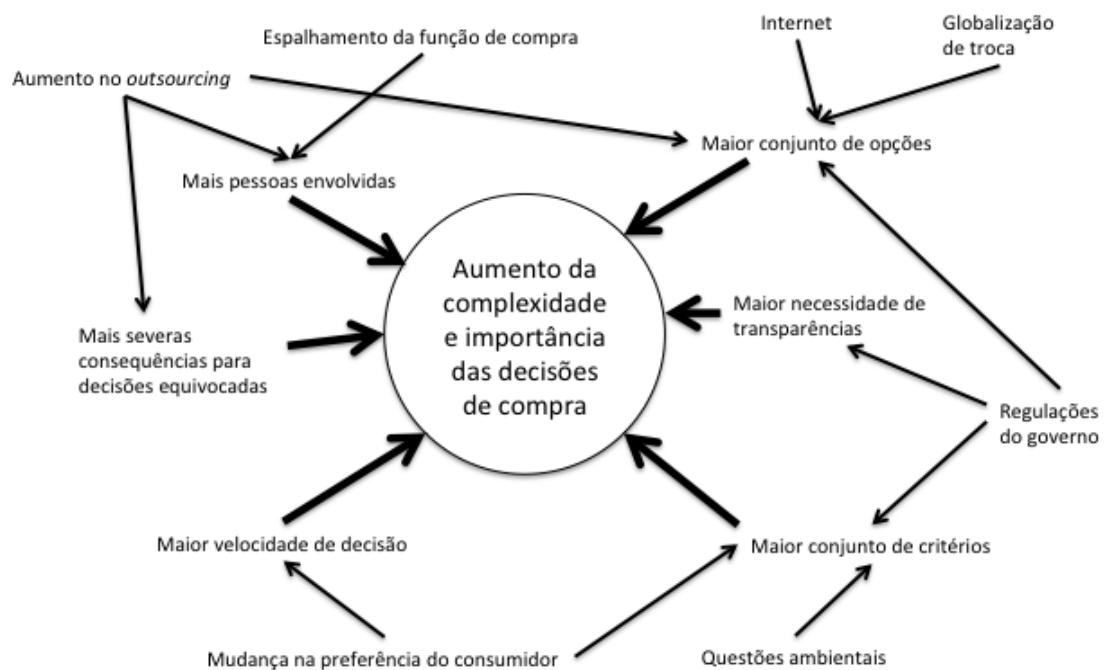
Figura 1: fluxo de material em uma cadeia de suprimento

Fonte: (CHEN *et al.*, 2006)

A maior parcela de gastos que incorrem dentro de uma organização corresponde a logística, o que na maioria dos casos representa mais do que 50% de todos os gastos da companhia (AISSAOUI *et al.*, 2007). Esse dado evidencia a significância do correto planejamento da cadeia de suprimentos como um aspecto estratégico para garantir o sucesso da empresa. Apesar de que cada fabricante ter em mente um objetivo distinto para seleção de um novo fornecedor, há um consenso de que na maioria dos casos o objetivo geral do processo é a redução do risco de compra, a maximização do valor agregado do produto e o estreitamento do relacionamento entre o vendedor e o comprador (MONCZKA *et al.*, 1998). Analisando sob uma perspectiva mais estratégica, atualmente é notável um movimento de cooperação entre o fornecedor e o comprador (BEVILACQUA *et al.*, 2006). Essa fase é resultado de uma mudança progressiva no relacionamento entre ambas as partes, o que anteriormente era pautado por negociações de curto prazo foi substituído por um relacionamento mais duradouro e cooperativo. Além disso, para garantir uma vantagem competitiva no mercado, as empresas tendem a limitar a quantidade de fornecedores como forma de estabelecer um compromisso mais estável e duradouro, o que eventualmente pode ocasionar em significativas reduções de custo e constante melhoria da qualidade. Esse novo comportamento que começou durante a década de 1990 com os fabricantes buscando o estreitamento do relacionamento com seus

fornecedores visando a melhoria do desempenho do gerenciamento e competitividade (ITTNER *et al.*, 1999; SHIN *et al.*, 2000) é bem distinto do pensamento convencional de selecionar fornecedores que cobravam o menor custo no mercado em um determinado período. Quando esse relacionamento é construído visando um longo prazo, a cadeia de suprimentos da companhia cria uma das mais fortes barreiras para entrada de novos competidores (BRIGGS, 1994; CHOI; HARTLEY, 1996).

Dentre as atividades desenvolvidas pelo departamento de compra, especialistas acreditam que a seleção de fornecedores é uma de suas atividades mais proeminentes (XIA; WU, 2007). Devido a alta complexidade, visto que o processo incorpora uma variedade de fatores incontroláveis e imprevisíveis que afeta a decisão como um todo (Figura 2), é necessária uma atenção especial no caminho percorrido até a solução e sua devida justificativa. Muitos métodos foram desenvolvidos para auxiliar na seleção de fornecedores, entretanto eles são baseados em percepções simplistas do processo de tomada de decisão (DE BOER *et al.*, 1998; LEE *et al.*, 2001). Sendo que a maioria dos métodos não parecem abordar de forma coerente a complexidade, a natureza não estruturada e o contexto de muitas das presentes decisões de compra (DE BOER *et al.*, 1998).



**Figura 2: fatores que afetam a complexidade das decisões de compra**

Fonte: (DE BOER *et al.*, 1998)

A seleção de fornecedores é geralmente considerada um processo de cinco fases. Primeiramente, surge a necessidade de um novo fornecedor; há a determinação e a formulação dos critérios de decisão; em seguida ocorre a pré-qualificação dos fornecedores (análise das alternativas e seleção de uma lista contendo apenas os potenciais fornecedores); escolha final do fornecedor apropriado; por último há um monitoramento do desempenho do fornecedor escolhido (constante processo de avaliação e testes) (DE BOER; VAN DER WEGEN, 2003). É possível separar o processo em duas tarefas principais, que são essenciais em todos os processos de tomada de decisão (BRAGLIA; PETRONI, 2000): o processo de estimativa e avaliação e a compilação dos resultados da estimativa e avaliação para tomar a decisão.

A etapa de estimativa e avaliação requer a identificação dos atributos de decisão (critérios) que devem ser empregados na avaliação de cada potencial fornecedor. A empresa deve primeiramente elencar os objetivos da escolha de um novo fornecedor. Por exemplo, deseja-se um parceiro para atender a demanda de um produto novo que exige um serviço diferenciado do fornecedor. Dessa forma, a empresa deixa bem claro quais serão as diretrizes desse novo relacionamento que serão usadas como guia durante todo o processo.

Em seguida, é possível fazer um levantamento dos critérios que são essenciais para a empresa. É importante ressaltar que esses abrangam dimensões tanto qualitativas quanto quantitativas (CHOI; HARTLEY, 1996). Geralmente, os objetivos desses critérios são conflitantes, de forma que deve enfatizar a necessidade de considerar múltiplos critérios na avaliação buscando uma abordagem mais estratégica (DONALDSON, 1994; ELLRAM, 1992; SWIFT, 1995). Uma característica determinante para essa etapa é buscar a participação entre as partes envolvidas na negociação, alinhando o pensamento de acordo com a estratégia da organização. Como exemplo é possível citar o caso de uma empresa focada em intensificar práticas JIT, visto que ela estará interessada em um fornecedor que esteja alinhado com políticas de redução de desperdícios, de entregas confiáveis dentro do prazo determinado, entre outras. O próximo passo é a determinação dos pesos de cada critério de acordo com a sua importância e contribuição para o processo de seleção. Os critérios podem ser expandidos em relacionamentos com um critério principal que é subdividido em uma série de subcritérios. Por exemplo, o critério qualidade pode ser dividido em outros subcritérios, como conformidade nas especificações, confiabilidade do produto, técnica para avaliação da qualidade e capacidade do processo. Nesse caso, os subcritérios recebem pesos individualmente de acordo com a importância e contribuição para o critério principal.

A última etapa na fase de estimativa e avaliação corresponde ao julgamento dos potenciais fornecedores em cada critério selecionado. Sendo essa atividade um dos maiores problemas enfrentados pelos gerentes durante todo o processo devido a variação de desempenho de cada fornecedor em cada critério (LIU; HAI, 2005). Assim que os candidatos receberem todas as suas notas, é necessário agregar os resultados para uma tomada da decisão sobre a inclusão do melhor fornecedor na base de fornecedores da empresa. Há duas abordagens para agregar os resultados: método compensatório (linear) e o método não-compensatório (não-linear)(DA SILVA *et al.*, 2002; DE BOER *et al.*, 1998; NAUDE; LOCKETT, 1993; PATTON, 1996). Na abordagem compensatória, o fraco desempenho em um critério pode vir a ser compensado por um bom desempenho em outro. Entretanto, caso o tomador de decisão não tenha interesse nessa compensação, ele pode optar por estabelecer uma nota mínima em cada critério. Dessa forma, o fornecedor que não atingi-la estará automaticamente fora do processo (método não-compensatório).

Existem uma série de fatores que afetam o processo de seleção de fornecedores. A quantidade de fornecedores que serão selecionados depende da estratégia de fornecimento da companhia. Há empresas que preferem apenas um fornecedor para abastecer sua linha de produção, de forma que apenas um candidato será escolhido ao final do processo. Há, contudo, organizações que optam por uma estratégia de múltiplas fontes de fornecimento, logo mais candidatos serão escolhidos. Além disso, os fornecedores podem apresentar políticas de ordem mínima de compra ou capacidade limitada de produção que devem ser

levadas em consideração durante a seleção do fornecedor. Caso, o fornecedor não seja capaz de produzir a quantidade e/ou o serviço requisitados devido a limitação da capacidade ou a ordem não atinja o mínimo estipulado pelo fornecedor, é preciso escolher mais do que um fornecedor. Além disso, a participação de vários tomadores de decisão também irá afetar o processo (DE BOER *et al.*, 1998), sofrendo influência dos objetivos conflitantes de cada membro, da inconsistência no julgamento e da incompatibilidade de opiniões. Por último, o processo de tomada de decisão na prática normalmente é influenciado pela incerteza. Uma grande parte das decisões de fornecedores podem ser caracterizadas como dinâmicas e não-estruturadas. As situações estão mudando rapidamente ou são incertas e as variáveis que afetam a decisão são difíceis ou impossíveis de serem quantificadas (COOK, 1992).

### **3.2 Métodos para apoiar a tomada de decisão**

A abordagem para decisão é entendida como um método completo que é capaz de efetivamente atingir os objetivos delineados. No atual mercado globalizado, o processo de seleção de fornecedores se tornou uma atividade chave do gerenciamento da cadeia de suprimentos. Considerando a complexidade do processo no mundo real, pesquisas recentes tendem a integrar múltiplos métodos para tomada de decisão para compor um modelo de decisão. Métodos diferentes podem separadamente lidar com certos subproblemas, logo a melhoria no desempenho do modelo de decisão como um todo é significativa.

Em conjunto com o rápido crescimento de demanda por novas práticas e o desenvolvimento de novas técnicas de informação nas últimas décadas, estudos recentes tem direcionado a atenção para resolver a questão da incerteza no processo de seleção de fornecedores através de meios não convencionais sob considerações não clássicas ou condições não-determinísticas. Dessa forma há duas categorias em que esses métodos podem ser agrupados: isolados e integrados. No primeiro caso, o modelo é composto apenas por um método de decisão, enquanto que no segundo há uma composição de dois ou mais métodos visando o uso do ponto forte de cada técnica. A revisão dos métodos proposta a seguir baseou-se em Chai, Liu e Ngai (2013).

#### **3.2.1 Métodos independentes de tomada de decisão**

Segundo Chai, Liu e Ngai (2013), é possível classificar os métodos isolados em três categorias, sendo elas: métodos multicritério de tomada de decisão (MCDM), métodos de programação matemática e inteligência artificial. A Tabela 1 apresenta os métodos de cada categoria e a representatividade desses métodos nos artigos lançados em jornais internacionais sobre o tema de seleção de fornecedores do período de 2008 a 2012.

Métodos de tomada de decisão empregados	Quant. de artigos	Porcentagem
<b>Métodos multicritério de tomada de decisão</b>		
1. <i>Analytic hierarchy process (AHP)</i>	30	24,39%
2. <i>Analytic network process (ANP)</i>	15	12,20%
3. <i>Elimination and choice expressing reality (ELECTRE)</i>	4	3,25%
4. <i>Preference ranking organization method for enrichment evaluation (PROMETHEE)</i>	2	1,63%
5. <i>Technique for order performance by similarity to ideal solution (TOPSIS)</i>	18	14,63%
6. <i>Multicriteria optimization and compromise solution (VIKOR)</i>	3	2,44%
7. <i>Decision making trial and evaluation laboratory (DEMATEL)</i>	3	2,44%
8. <i>Simple multiattribute rating technique (SMART)</i>	1	0,81%
<b>Métodos de programação matemática</b>		
1. <i>Data envelopment analysis (DEA)</i>	13	10,57%
2. <i>Linear programming (LP)</i>	19	15,44%
3. <i>Nonlinear programming (NLP)</i>	6	4,88%
4. <i>Multiobjective programming (MP)</i>	13	10,57%
5. <i>Goal programming (GP)</i>	7	5,69%
6. <i>Stochastic programming (SP)</i>	2	1,63%
<b>Métodos de inteligência artificial</b>		
1. <i>Genetic algorithm (GA)</i>	8	6,50%
2. <i>Grey system theory (GST)</i>	6	4,88%
3. <i>Neural networks (NN)</i>	5	4,07%
4. <i>Rough set theory (RST)</i>	4	3,25%
5. <i>Bayesian networks (BN)</i>	2	1,63%
6. <i>Decision tree (DT)</i>	2	1,63%
7. <i>Case-based reasoning (CBR)</i>	2	1,63%
8. <i>Particle swarm optimization (PSO)</i>	2	1,63%
9. <i>Support vector machine (SVM)</i>	1	0,81%
10. <i>Association rule (AR)</i>	1	0,81%
11. <i>Ant colony algorithm (ACA)</i>	1	0,81%
12. <i>Dempster-shafer theory of evidence (DST)</i>	1	0,81%

Tabela 1: métodos aplicados de forma isolada de tomada de decisão

Fonte: (CHAI et al., 2013)

### 3.2.1.1 Métodos multicritério de tomada de decisão (MCDM)

Os métodos MCDM é composto por um quadro que segue uma metodologia que providencia ao tomador de decisão uma recomendação conceituada dentre as possíveis alternativas, no caso o fornecedor mais adequado, sob a perspectiva de múltiplos critérios. Esse método é o mais presente na literatura sobre o assunto e pode ser classificado em quatro categorias: métodos que consideram uma série de atributos, como exemplo há o *Analytic Hierarchy Process* (AHP) e o *Analytic Network Process* (ANP); métodos que promovem um ranqueamento das alternativas, como *Elimination and Choice Expressing Reality* (ELECTRE) e *Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation* (PROMETHEE); métodos de compromisso, como a *Technique for Order Performance by Similarity to Ideal Solution* (TOPSIS) e *Multicriteria Optimization and Compromise Solution* (VIKOR); e outros métodos MCDM,

como *Simple Multiattribute Rating Technique* (SMART) e *Decision-Making Trial and Evaluation Laboratory* (DEMATEL). A Tabela 2 apresenta os artigos usados durante a pesquisa dos diferentes métodos de decisão multicritério.

Abordagem	Autores	Características adicionais
AHP	MAFAKHERI <i>et al.</i> , 2011	AHP em duas fases para resolver o problema de seleção de fornecedores
ANP	LIN <i>et al.</i> , 2010	Determinação dos pesos dos critérios
ELECTRE	VAHDANI <i>et al.</i> , 2010	Análise de informações em formato de intervalos de valores
PROMETHEE	CHEN <i>et al.</i> , 2011	Análise de terceirização de atividades
SMART	CHOU; CHANG, 2008	Combinação da lógica fuzzy com SMART
DEMATEL	BUYUKOZKAN; CIFCI, 2012	Combinação DEMATEL com forças de interdependências

Tabela 2: lista de artigos pesquisados relacionados a métodos de decisão multicritério

Os métodos multicritério tentam essencialmente determinar uma pontuação para cada alternativa de acordo com uma alguma escala escolhida pelo tomador de decisão. A nota dada indica o grau de preferência da alternativa/critério que pode ser empregado como base para ranqueamento ou escolha. No método AHP que foi desenvolvido por Saaty (1977), o comprador é requisitado a fornecer uma nota em uma escala de 1 a 9, qualitativas sobre a importância relativa de um critério em comparação com outro. Da mesma forma, ele deve julgar o desempenho de um fornecedor em relação ao outro em cada critério escolhido. Dentre as vantagens desse método, é possível citar a habilidade para ranquear as escolhas de acordo com suas devidas eficiências, há a detecção de julgamentos inconsistentes e seu formato segue uma estrutura bem organizada (LEE *et al.*, 2012). Mafakheri *et al.* (2011) aplicaram uma programação dinâmica baseada no método AHP para abordar o problema de seleção de fornecedores em duas etapas. Entretanto, o método tem como limitação os aspectos inerentes ao processo de julgamento humano, que pode ser vago e direcionar a escolha de uma alternativa errada.

Saaty (1977) propôs uma melhoria no modelo e desenvolveram uma versão mais sofisticada do AHP para seleção de fornecedores, conhecido como *Analytical Network Process* (ANP). Segundo os autores, o AHP considera apenas uma via de relacionamentos hierárquicos dentre os critérios. Essa consideração não permite avaliar os possíveis relacionamentos dentre os diferentes grupos de critérios ou dentre os próprios grupos. Por exemplo, no caso de seleção de um projeto cujos critérios foram divididos em três grupos, custo, qualidade e flexibilidade, sua nota final será baseada na avaliação de seus critérios separadamente e subsequente somatória dos resultados (método AHP). Entretanto, as interações entre os vários critérios (por exemplo, o custo e a qualidade juntos podem vir a afetar a flexibilidade) não são consideradas durante esse processo. O método ANP é capaz de incorporar esses inter-relacionamentos entre os critérios no modelo de decisão (SAATY, 1996).

A abordagem por ranqueamento foi criada por Roy (1968). Essa abordagem possibilita a modelagem explícita em um ambiente *fuzzy* inerente ao problema de seleção de fornecedores. O método é indicado para decisões que envolvem múltiplos critérios, podendo eles ser tanto quantitativos quanto qualitativos. Sua aplicação permite a seleção de potenciais fornecedores até mesmo em situações em que o acesso as informações é limitado. O método ELECTRE é baseado no estudo das relações de superioridade e no uso de índices de concordância e discordância (como avaliações de satisfação de desempenho do fornecedor) para analisar essas relações dentre as alternativas (SEVKLI, 2010). Vahdani *et al.* (2010) empregaram esse método para analisar informações em formato de intervalos de valores para tomada de decisão. Já a família PROMETHEE tem como princípio chave a comparação em pares das alternativas de acordo com cada critério, visando a maximização ou minimização dos valores (BEHZADIAN *et al.*, 2010). Chen *et al.* (2011) usaram esse método para avaliar potenciais fornecedores para terceirizar atividades relacionadas a sistemas de informação/tecnologia da informação, criando um *ranking* para auxiliar os tomadores de decisão ou organizações que focam em melhorar a eficiência desse processo de decisão.

Os métodos de compromisso foram desenvolvidos por Yu (1973). A técnica TOPSIS é largamente aceita como um método de tomada de decisão para problemas de multicritério devido a sua lógica básica, simultânea consideração da solução ideal positiva e da ideal negativa e devido a sua facilidade para programação (KARSAK, 2002). O método é baseado no conceito de que a melhor alternativa deve não apenas apresentar a distância mais curta da solução ideal, como também a distância mais longa da solução ideal negativa (HWANG; YOON, 1981). Maiores detalhes sobre essa técnica serão apresentados posteriormente.

A diferença entre TOPSIS e VIKOR, é que TOPSIS utiliza normalização linear para eliminar unidades da função critério, enquanto que VIKOR utiliza normalização por vetor (OPRICOVIC; TZENG, 2004). VIKOR foca no ranqueamento e escolha de uma série de alternativas contra vários, possivelmente conflitantes e imensuráveis, critérios de decisão assumindo que o compromisso para resolver os conflitos é aceitável (OPRICOVIC, 1998).

Dentre os outros métodos para tomada de decisão envolvendo multicritério, os dois que possuem maior representatividade atualmente são o SMART e o DEMATEL. O SMART tem como método de funcionamento uma simples pesagem aditiva para obter os valores totais das alternativas individuais, auxiliando no processo de ranqueamento de acordo com a ordem de preferência (EDWARDS, 1977; EDWARDS; BARRON, 1994). Chou e Chang (2008) desenvolveram uma abordagem modificada do SMART, combinando a teoria dos conjuntos *fuzzy* com SMART para criar um modelo de decisão para seleção de fornecedores alinhados a estratégia da companhia. Por outro lado, o método DEMATEL é empregado para construir um modelo estrutural e analisar a influência da relação entre critérios complexos (GABUS; FONTELA, 1973). Buyukozkan e Cifci (2012) integraram o DEMATEL com o método de força das interdependências para entender o relacionamento mútuo das interdependências entre critérios.

### 3.2.1.2 Métodos de programação matemática

Um problema de programação matemática pode ser descrito como a maximização ou minimização de uma função objetivo específica sujeita a determinadas restrições contemplando um conjunto de potenciais alternativas (WERNERS, 1988). A Tabela 3 apresenta alguns artigos que foram usados durante a pesquisa dos diferentes métodos de decisão envolvendo programação matemática.

Abordagem	Autores	Características adicionais
DEA	LIU; DING, 2000	Versão simplificada: três entradas e duas saídas
Programação linear	TALLURI; NARASHIMHAN, 2003	Dois modelos para maximizar/ minimizar o desempenho dos fornecedores
Programação não-linear	HSU <i>et al.</i> , 2010	Ferramenta para tomada de decisão
Programação não-linear	RAZMI <i>et al.</i> , 2009	Programação misto-inteira para resolução de problemas
Programação multiobjetivos	NARASHIMHAN <i>et al.</i> , 2006	Determinação da melhor configuração de fornecedor/ quantidade de pedidos por ordem
Programação meta	KULL; TALLURI, 2008	Ferramenta para tomada de decisão
Programação estocástica	LI; ZABINSKY, 2011	Método de decisão em duas fases

Tabela 3: lista de artigos pesquisados relacionados aos métodos de programação matemática

DEA foi desenvolvida por Charnes *et al.* (1978) como um procedimento de programação matemática para avaliar a relativa eficiência de múltiplas unidades de tomada de decisão (DMUs) que envolvem múltiplas entradas e múltiplas saídas. Weber e Ellram (1992) foram os primeiros a discutir a aplicação do método DEA no processo de seleção de fornecedores. Excluindo apenas a parte de categorização dos fornecedores, Weber demonstrou como a informação gerada pelo método pode ser empregada em negociações com fornecedores ineficientes. Liu e Ding (2000) propuseram uma versão simplificada do modelo DEA para avaliar o desempenho geral dos fornecedores considerando três entradas e duas saídas como critérios.

Programação linear é um método de optimização matemática para determinar a alternativa que irá promover a melhor saída em um conhecido modelo matemático, respeitando uma série de restrições e requisitos que seguem relacionamentos lineares. Talluri e Narasimhan (2003) desenvolveram dois modelos de programação linear para maximizar e minimizar o desempenho de um fornecedor em comparação com o objetivo definido pelo comprador.

Em contraste com a programação linear, a programação não-linear permite que algumas restrições ou funções objetivo sejam não-lineares. Baseado na revisão bibliográfica de Chai *et al.* (2013), a técnica de programação não-linear tem seguido duas direções: utilizada como uma ferramenta para tomada de decisão (HSU *et al.*, 2010) ou empregada na formulação de programação misto-inteira para resolução de problemas (RAZMI *et al.*, 2009).

Programação multiobjectivos é indicada para problemas caracterizados por múltiplas e conflitantes funções objetivo que podem ser optimizadas considerando um conjunto de soluções possíveis. Narasimhan *et al.* (2006) construíram um modelo de programação multiobjectivos para selecionar o fornecedor com a melhor configuração e determinar a melhor quantidade para emitir as ordens de compra.

Programação meta pode ser considerada como uma extensão ou generalização da programação multiobjectivos linear. Ela lida com múltiplas e conflitantes funções objetivo, assumindo uma meta para cada uma delas. Karpak *et al.* (2001) construíram um modelo de programação meta para avaliar e selecionar fornecedores. Para tanto três metas foram propostas no modelo, incluindo custo, qualidade e confiabilidade na entrega. Como resultado, o modelo propunha a quantidade ideal de produtos que deveria ser solicitada, empregando como restrições no sistema a demanda do comprador e a capacidade dos fornecedores.

Por último, o método de programação estocástica é um quadro para modelar problemas de optimização da incerteza em que a probabilidade vem em forma distribuída. Kara (2011) e Li e Zabinsky (2011) desenvolveram um modelo de decisão de duas fases baseado em programação estocástica.

### **3.2.1.3 Métodos de inteligência artificial**

Os modelos baseados em inteligência artificial empregam sistemas auxiliados por computador que podem ser “treinados” por especialistas ou dados históricos. Subsequentemente, quando os gerentes se depararem com situações de decisão semelhantes as já ocorridas no passado, eles podem consultar o modelo para avaliar as medidas que foram tomadas (DE BOER *et al.*, 2001). O modelo procura imitar a forma como um ser humano pensa para resolver um problema através do uso de máquinas (ARARIBOIA, 1988) (OLIVEIRA JR. *et al.*, 2007). A Tabela 4 apresenta os artigos usados durante a pesquisa dos métodos de inteligência artificial.

<b>Abordagem</b>	<b>Autores</b>	<b>Características adicionais</b>
<i>Genetic Algorithm</i> (GA)	IP <i>et al.</i> , 2003	Modelo de decisão baseado no risco sob uma perspectiva global
<i>Neural networks</i> (NN)	AKSOY; OZTURK, 2011	Modelo de decisão para selecionar fornecedores alinhados a filosofia JIT
<i>Grey System Theory</i> (GST)	BAI; SARKIS, 2010	Geração de informações na forma de valores cinzentos
<i>Grey System Theory</i> (GST)	GOLMOHAMMADI; MELLAT-PARAST, 2012	Análise relacional cinzenta
<i>Rough Set Theory</i> (RST)	BAI; SARKIS, 2010	Seleção de fornecedores “verdes”
<i>Decision Tree</i> (DT)/ <i>Support Vector Machine</i> (SVM)	GUO <i>et al.</i> , 2009	Combinação do VSM com DT para seleção de fornecedores

<i>Decision Tree</i> (DT)	WU, 2009	Combinação de DT com NN e DEA para avaliar fornecedores
<i>Case-Based Reasoning</i> (CBR)	CHOY; LEE, 2001	Ferramenta de suporte para uma companhia virtual
<i>Particle Swarm Optimization</i> (PSO)	CHE, 2010	Resolução de problemas de conservação de água em larga escala
<i>Association Rule</i> (AR)	LIN <i>et al.</i> , 2010	Estudo das AR na seleção de fornecedores
<i>Ant Colony Algorithm</i> (ACA)	TSAI <i>et al.</i> , 2010	Avaliação do desempenho dos fornecedores
<i>Dempster-Shafer Theory</i> (DST)	WU, 2009	Aggregação de preferências individuais em preferência coletiva

**Tabela 4:** lista de artigos pesquisados relacionados aos métodos de inteligência artificial

*Genetic Algorithm* (GA) é uma técnica de pesquisa global usada para identificar soluções aproximadas para problemas de optimização complexos. Conceitualmente, o método segue os passos do processo de evolução biológico, sendo considerado uma técnica heurística por não garantir que a solução atingida é a melhor. Ip *et al.* (2003) desenvolveram um modelo para seleção baseado em risco para selecionar fornecedores sob um perspectiva global, devido a importância de se formar alianças dinâmicas como um elemento chave de um fabricante global.

*Neural Networks* (NN) são modelos computadorizados construídos para emular o padrão humano de reconhecimento. Basicamente, as NN são um conjunto de entradas e saídas conectadas, em que cada conexão possui um peso associado. Os pesos são ajustados no decorrer do aprendizado para auxiliar a rede a predizer a melhor solução do sistema (HAN *et al.*, 2012). Wu (2009) conduziu um estudo em que empregou redes neurais para refinar a avaliação de um conjunto de critérios em um conjunto de indicadores de desempenho, enquanto que esse último foi adotado para propagação reversa da rede neural e servir como elemento para extração e classificação. Aksoy e Ozturk (2011) empregaram o método para auxiliar fabricantes alinhados com uma filosofia JIT a selecionar fornecedores e avaliar o desempenho de cada um deles. Como ponto forte desse estudo, é possível citar a visibilidade que o modelo fornece, possibilitando aos tomadores de decisão identificar quais os valores de saídas que precisavam ser melhorados.

*Grey System Theory* (GST) pode ser usada para lidar com problemas que envolvem incerteza relacionada a dados discretos ou informações incompletas (DENG, 1982). Considerando o problema de seleção de fornecedor, dentro da GST há uma abordagem conhecida como análise relacional cinzenta (DENG, 1982) que é eficaz para analisar relação de incerteza entre um fator principal e outros fatores relacionados em um dado sistema (Liang, 1999). Há atualmente dois usos distintos do modelo: geração de informação para tomada de decisão na forma de valores cinzentos (BAI; SARKIS, 2010) e análise relacional cinzenta (GOLMOHAMMADI; MELLAT-PARAST, 2012).

*Rough Set Theory* (RST), proposta por Pawlak (1982), é uma abordagem matemática para incerteza e ambiguidade. O método classifica os objetos em classes por similaridade (*clusters*), que são utilizadas para determinar padrões de dados escondidos ou “regras”. Bai e Sarkis

(2010) utilizam a RST para auxiliar as empresas no gerenciamento da cadeia de suprimentos voltada para escolha de fornecedores “verdes”. Como resultado, os autores desenvolveram regras de decisão relacionadas a vários atributos para auxiliar na avaliação de desempenho dos fornecedores.

*Bayesian Networks* (BN) combinam diferentes tipos de informação provindas de diferentes fontes em uma base central para auxiliar durante o raciocínio (DOGAN; AYDIN, 2011). Elas são modelos de gráficos probabilísticos (FERREIRA; BORENSTEIN, 2012) cuja premissa é que o estado da natureza no futuro possa ser caracterizado probabilisticamente. Ela é indicada para lidar com o problema de seleção de fornecedores, pois é capaz de converter a incerteza em distribuições de probabilidade entre as variáveis de interesse (DOGAN; AYDIN, 2011).

*Decision Tree* (DT) corresponde a uma representação gráfica de um procedimento para classificar e avaliar as alternativas de interesse. Esse procedimento segue um processo recursivo, em que os dados são subdivididos em porções menores ao passar por uma série de testes definidos para definir a posição do dado na DT (Figura 3)(FRIEDMAN, 1977). As DT têm um forte apelo intuitivo devido a sua estrutura visual, o que permite uma certa facilidade para interpretação. Guo *et al.* (2009) desenvolveram uma técnica que combina o método máquina de vetores de suporte (SVM) com uma DT para resolver um problema de seleção de fornecedores. Já Wu (2009) integrou uma DT com NN e DEA para avaliar o desempenho de fornecedores.

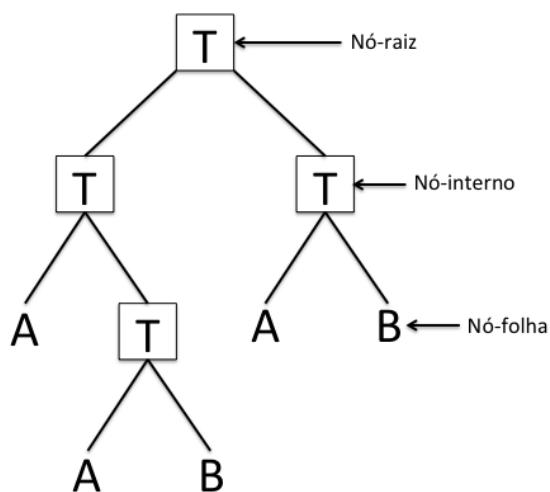


Figura 3: representação gráfica de uma árvore de decisão  
Fonte: (FRIEDL; BRODLEY, 1997)

*Case-Based Reasoning* (CBR) é uma abordagem para resolução de problemas que depende de dados de casos similares que ocorreram no passado para modificar e criticar soluções atuais e explicar situações anômalas (KOLODNER, 1991). Considerando a seleção de fornecedores, esse método funciona como uma ferramenta de suporte rápida, precisa, consistente, que gera resultados como uma boa qualidade e barata (COOK, 1997). Choy e Lee (2001) desenvolveram um modelo usando essa técnica como uma ferramenta de suporte para uma companhia virtual, auxiliando os tomadores de decisão durante o processo de seleção de fornecedores e avaliação da possibilidade de terceirizar certas atividades para obter vantagens competitivas.

*Particle Swarm Optimization* (PSO) é um dos mais recentes métodos de otimização evolucionária inspirado na natureza (BOUNDS, 1987), englobando estratégia evolucionária, programação evolucionária, algoritmo genético e programação genética. Kennedy e Eberhart (1995) buscavam prever o efeito da colaboração de indivíduos voltados para atingir um objetivo como um grupo. Essa técnica tem suas similaridades com a migração dos pássaros ou a educação escolar dos peixes, pois envolve tópicos como interação social e comunicação (BELL, 1991). Che (2010) integrou a PSO como um elemento do modelo de decisão para resolver problemas de conservação de água em larga escala em uma cadeia de suprimentos balanceada e defeituosa.

*Support Vector Machine* (SVM) é uma nova e promissora técnica de classificação e regressão usada como uma ferramenta para organizar dados lineares e não-lineares. Guo *et al.* (2009) optaram por combinar essa técnica com uma DT para aplicar ao problema de seleção de fornecedores.

*Association Rule* (AR) correspondem a uma forma de representar conhecimento, tendo sido empregadas para escrutinar nichos de mercado e assim auxiliar gerentes e tomadores de decisão a entender quais itens são susceptíveis a serem preferidos através do comportamento dos consumidores (BERRY; LINOFF, 1997) (HAN *et al.*, 2000). Lin *et al.* (2010) conduziram um estudo da aplicação das regras de associação na seleção de fornecedores.

*Ant Colony Algorithm* (ACA) tem inspiração no comportamento de algumas espécies de formigas durante a procura por alimento. Essas formigas liberam feromônio no solo para demarcar um caminho favorável que deve ser seguido pelos outros membros da colônia. ACA explora um mecanismo similar para resolver problemas de optimização complexos (DORIGO *et al.*, 2006) empregando um algoritmo iterativo de pesquisa local que procura a melhor solução analisando os caminhos já conhecidos (TSAI *et al.*, 2010). Tsai *et al.* focaram em utilizar um ACA baseado em atributos para avaliar o desempenho de fornecedores.

*Dempster-Shafer Theory* (DST) é uma ferramenta de raciocínio para lidar com a incerteza, ela pode ser usada para combinar evidências empíricas de uma opinião individual e organizá-las em um quadro coerente da realidade (THIERRY, 1997). O método DST foi usado por Wu (2009) no problema de seleção de fornecedores para agregar preferências individuais em uma preferência coletiva.

### **3.2.2 Métodos combinados para tomada de decisão**

Considerando a complexidade prática da seleção de fornecedores, as pesquisas atuais tendem a integrar múltiplos métodos de tomada de decisão em uma abordagem híbrida. Essa característica tem por objetivo fazer o uso do ponto forte de cada método para resolver uma parte específica do problema. Dentre os recentes artigos publicados, as abordagens que vem ganhando interesse da comunidade são: métodos integrados AHP, métodos integrados ANP e métodos integrados DEA.

Labib (2011) introduziu um simples modelo de decisão que integrava AHP a lógica fuzzy básica. Amid, Ghodsypour e O'Brien (2011) combinaram a técnica AHP para determinar os pesos dos

critérios a um modelo *fuzzy* máx-mín. Considerando um ambiente *fuzzy* triangular, Chan *et al.* (2008) introduziram um simples modelo de decisão AHP que convertia termos linguísticos em números *fuzzy* triangulares. Pitchipoo *et al.* (2012) desenvolveram um modelo de decisão híbrido que integrava a técnica AHP com o método da *Grey Relational Analysis* (GRA). No caso, o AHP foi usado para determinar os pesos dos critérios e o GRA foi empregado para ranquear as alternativas.

Lin *et al.* (2010) criaram um modelo híbrido, em que o ANP é usado para definir os pesos dos critérios. Lin *et al.* (2011) integraram ANP, TOPSIS e programação linear para um sistema de planejamento de recursos de uma companhia. Considerando abordagens que integraram ANP com lógica *fuzzy*, Lin (2012) integrou os métodos ANP com programação linear *fuzzy* para encontrar o melhor fornecedor e lidar com a imprecisão e subjetividade. Onüt *et al.* (2009) fizeram um estudo de caso de uma empresa de telecomunicações em que utilizaram os métodos ANP e TOPSIS.

Os modelos integrados de DEA podem ser classificados em três categorias: ambiente em que as informações para decisão são acuradas, ambiente *fuzzy* triangular e métodos usados para lidar com outros tipos de incerteza. No primeiro grupo, Wu e Blackhurst (2009) providenciaram uma abordagem aumentada do DEA para ranqueamento dos fornecedores. Wu (2009) criou um modelo híbrido em que combinava DEA, DT e NN para classificação e predição dos fornecedores. Considerando um ambiente *fuzzy* triangular, os trabalhos de Azadeh e Alem (2010), Chen (2011) e Zeydan *et al.* (2011) empregaram simultaneamente DEA com TOPSIS para o problema de seleção de fornecedores. Por último, Wu e Olson (2008) discutiram modelos de simulação estocástica DEA para análise de critérios conflitantes, avaliação de riscos e seleção de fornecedores.

### 3.3 Lógica *fuzzy*

A teoria dos conjuntos *fuzzy* foi proposta pelo professor Lofti Zadeh (1965) em 1965. Lógica *fuzzy* é uma metodologia apropriada para investigação de problemas caracterizados por informações não confiáveis, medições imprecisas, linguagem ambígua e falta de clareza nas regras para decisão (KARADOGAN *et al.*, 2008). A lógica *fuzzy* vem ganhando destaque como excelente alternativa para lidar com imprecisões implícitas em uma ampla gama de casos, como controle industrial, operações militares, economia, engenharia, medicina, confiabilidade, entre outras.

A lógica *fuzzy* é muito útil quando o modelo emprega percepções humanas como entradas do sistema, o que ocasiona ambiguidade e imprecisão. Um sistema que requer descrições linguísticas (“confiabilidade é excelente”, por exemplo), é facilmente modelado através dos conjuntos *fuzzy*. No caso da seleção de fornecedores, a grande vantagem da escolha dessa técnica é a facilidade no julgamento dos tomadores de decisão ao permitir que sua opinião seja expressa em termos linguísticos ao em vez de limitar sua resposta a uma escala de valores absolutos (BELLMAN; ZADEH, 1970)(CHEN , 2000) (DELGADO *et al.*, 1992) (HERRERA *et al.*, 1996) (HERRERA; HERRERA-VIEDMA, 2000). Dessa forma, os tomadores de decisão têm mais flexibilidade durante a determinação dos pesos dos critérios e das notas de cada fornecedor em relação aos critérios. Essa liberdade assegura uma resposta mais correta e elimina a subjetividade e imprecisão do processo, pois o sistema busca aproximar o método que raciocínio humano usa para tomar uma decisão utilizando sistema computacional. Termos

como, “próximo de”, “em torno de”, “muito alto”, “bem baixo”, etc são exemplos de frases empregadas nessa teoria.

### 3.3.1 Funções de pertinência fuzzy

Na teoria dos conjuntos clássica, um elemento pertence a um conjunto ou não, ou seja, os objetos dentro de seu conjunto satisfazem propriedades precisas de pertinência. Já na teoria dos conjuntos *fuzzy* um elemento satisfaz propriedades imprecisas de pertinência, seu grau de pertinência pode ser aproximado (ROSS, 2010). Essa diferença pode ser observada nas Figuras 4 e 5, com um exemplo sobre a percepção de diferentes temperaturas. Na teoria dos conjuntos clássica, só são consideradas temperaturas quentes acima de 30°C, sendo 29,5°C ainda considerada fria. Já no caso da teoria dos conjuntos *fuzzy*, a percepção é gradual começando a partir dos 15°C, aumentando a participação no conjunto “quente” e reduzindo no conjunto “frio”. Dessa forma, fica fácil compreender que temperaturas intermediárias (15°C a 30°C) pertencem aos dois conjuntos, tanto do “quente” como do “frio”, com graus de pertinência diferentes.

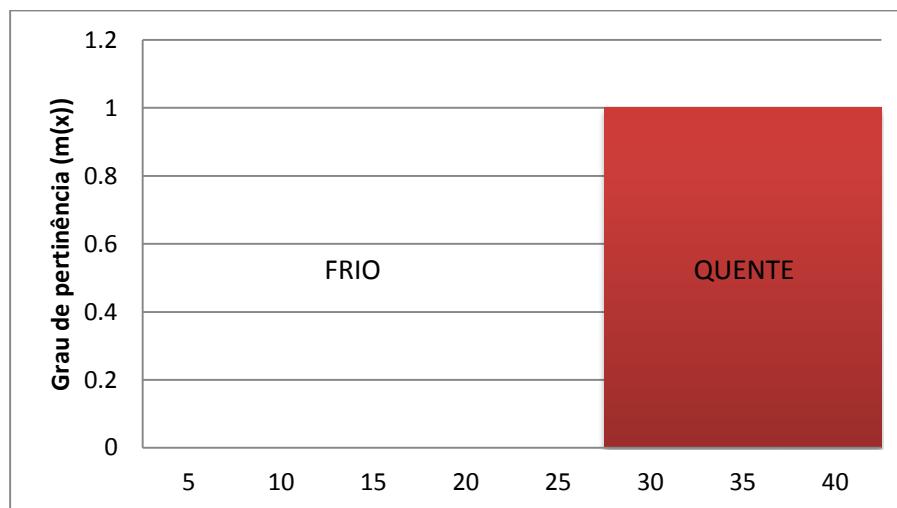


Figura 4: exemplo de representação gráfica da teoria dos conjuntos clássica

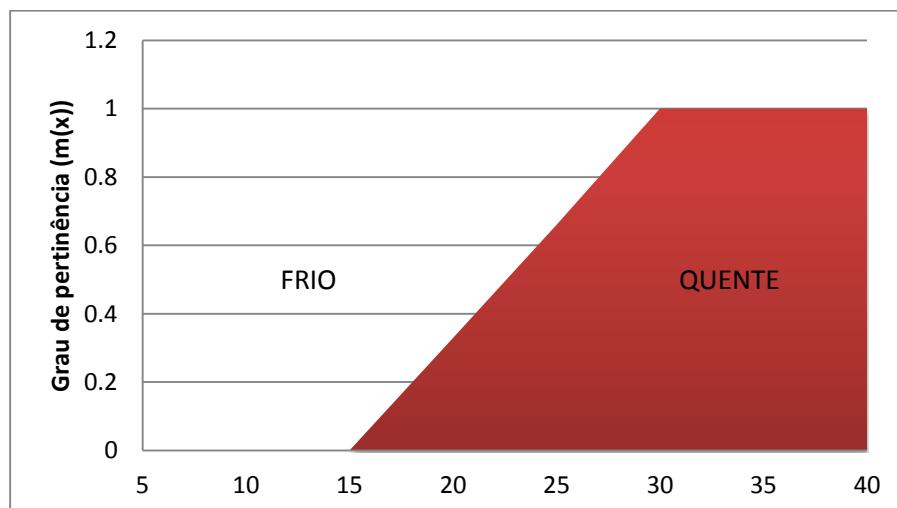


Figura 5: exemplo de representação gráfica da teoria dos conjuntos fuzzy

Essa característica, um elemento poder participar de dois conjuntos ao mesmo tempo, se deve ao fato de um elemento do conjunto *fuzzy* poder pertencer a uma função ou mais, dependendo do grau de relacionamento do elemento com as funções escolhidas. Zadeh (1965) estendeu a noção de pertinência binária (sendo “0” não pertinência e “1” total pertinência) para acomodar vários graus de pertinência em um intervalo contínuo de 0 a 1, possibilitando infinitos valores numéricos entre os extremos representando cada um um grau de pertinência diferente. Essa característica explica o porquê a lógica *fuzzy* também ser conhecida por lógica nebulosa ou difusa, ou seja, seus elementos não são discretos, mas sim distribuídos.

Antes de iniciar uma abordagem mais técnica é necessário apresentar a nomenclatura que será utilizada. Uma função *fuzzy* é composta por:

- $\mu$ : grau de pertinência;
- $x$ : elemento;
- $X$ : universo de discussão.

No caso da função:

$$\mu_a(x) : \rightarrow [0; 1]; x \in X, \quad (1)$$

$\mu_a(x)$  retorna o grau de pertinência do elemento  $x$  pertencente ao universo de discurso  $X$ , em relação ao conjunto *fuzzy*. Esse grau de pertinência corresponde à conversão dos termos linguísticos em valores quantitativos para avaliar os fornecedores.

A função de pertinência contém três componentes: eixo horizontal que representa o domínio dos elementos do conjunto *fuzzy* (normalmente números reais); eixo vertical que representa o grau de pertinência do elemento, variando de 0 a 1; e o formato da função propriamente dito. A função de pertinência pode apresentar uma série de morfologias. As duas mais comuns são no formato triangular e trapezoidal devido a facilidade para entendimento dos tomadores de decisão e boa aplicabilidade em diferentes situações reais (KAUFMANN, 1975). A morfologia triangular é caracterizada por dois pontos com grau de pertinência 0 e um ponto, na maioria das vezes, simetricamente no meio com grau de pertinência máxima, ou seja, igual a 1. O primeiro ponto / corresponde ao limite inferior,  $m$  representa o valor formal para o conjunto e  $u$  o limite superior. Um exemplo desse número *fuzzy* é apresentado na Figura 6 (Lima Junior, 2013):

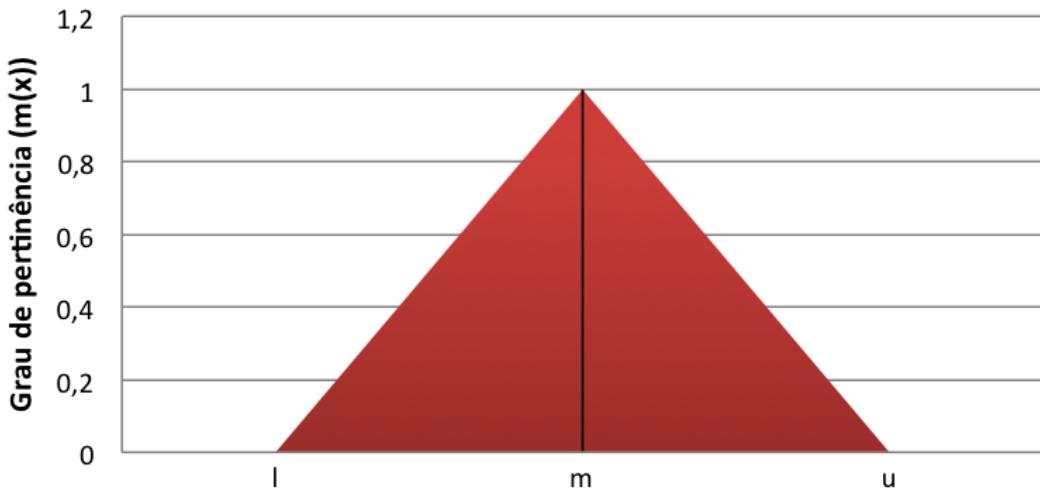


Figura 6: exemplo de número *fuzzy* triangular

O grau de pertinência de  $\mu_a(x)$  é definido pela Equação 2:

$$\begin{cases} 0, \text{ se } x \leq l \\ \frac{x-l}{m-l}, \text{ se } x \in [l, m] \\ \frac{u-x}{u-m}, \text{ se } x \in [m, u] \\ 0, \text{ se } x \geq u \end{cases} \quad (2)$$

Já as funções trapezoidais são funções lineares caracterizadas por 4 parâmetros ( $a, m, n$  e  $b$ ). Um exemplo é apresentado na Figura 7 (Lima Junior, 2013).

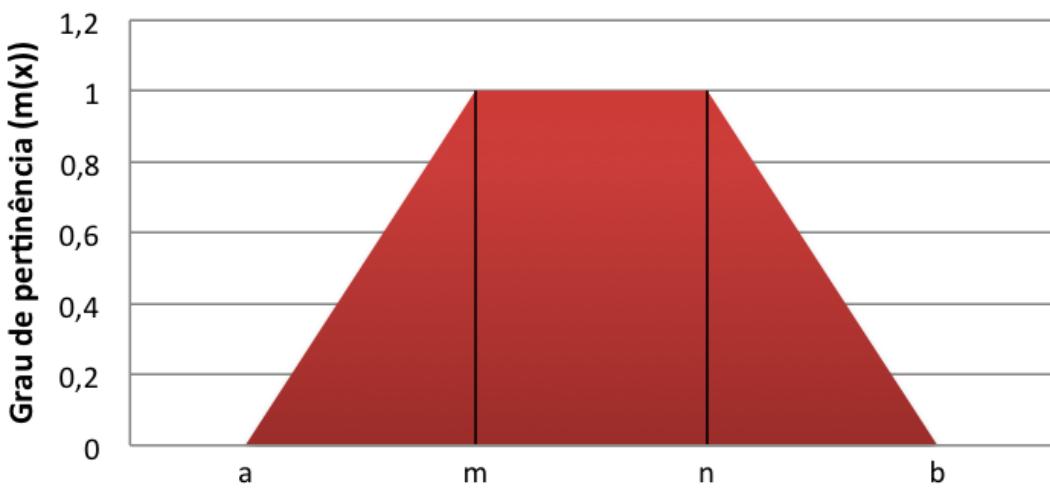


Figura 7: exemplo de número *fuzzy* trapezoidal

O grau de pertinência de  $\mu_b(x)$  é definido pela Equação 3:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ se } x \leq 0 \\ \frac{x-a}{m-a}, \text{ se } x \in [a, m] \\ 1, \text{ se } x \in [m, n] \\ \frac{b-x}{b-m}, \text{ se } x \in [n, b] \\ 0, \text{ se } x \geq b \end{array} \right\} \quad (3)$$

As operações básicas entre dois números fuzzy  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$ , pertencentes a um mesmo universo de discurso X, são realizadas usando as Equações: (4) para soma, (5) para subtração, (6) para multiplicação e (7) para divisão.

$$\bullet \quad \tilde{A} + \tilde{B} = [l_a, m_a, u_a] + [l_b, m_b, u_b] = [l_a + l_b, m_a + m_b, u_a + u_b] \quad (4)$$

$$\bullet \quad \tilde{A} - \tilde{B} = [l_a, m_a, u_a] - [l_b, m_b, u_b] = [l_a - l_b, m_a - m_b, u_a - u_b] \quad (5)$$

$$\bullet \quad \tilde{A} * \tilde{B} = [l_a, m_a, u_a] * [l_b, m_b, u_b] = [l_a * l_b, m_a * m_b, u_a * u_b] \quad (6)$$

$$\bullet \quad \tilde{A} / \tilde{B} = [l_a, m_a, u_a] / [l_b, m_b, u_b] = [l_a / u_b, m_a / m_b, u_a / l_b] \quad (7)$$

Para cada termo linguístico utilizado é necessário determinar um número fuzzy que o represente. Para exemplificar como ocorre essa conversão na Figura 8 há uma representação dos números fuzzy para os termos: “muito baixo”, “baixo”, “médio baixo”, “médio”, “médio alto”, “alto” e “muito alto” em um universo de discurso de  $[0,1]$ . Dessa forma, quando um especialista tiver que julgar o desempenho de algum fornecedor em relação a qualidade, por exemplo, ele poderá empregar esses termos ao invés de um valor dentro de uma escala numérica.

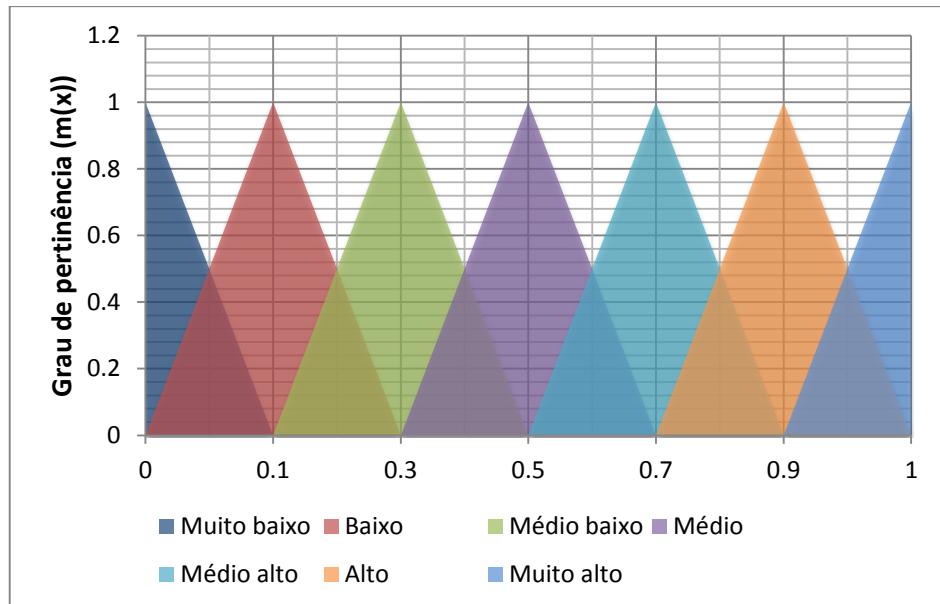


Figura 8: exemplo de representação gráfica dos termos linguísticos empregados na lógica fuzzy

Nos clássicos métodos multicritério para tomada de decisão o grau de importância de cada critério e as notas dos fornecedores de acordo com seu desempenho em cada critério são

conhecidos precisamente. Entretanto, restrições práticas do mundo real inviabilizam o uso de valores precisos para esses julgamentos. Os problemas encontrados estão inseridos em um ambiente em que as metas, restrições e consequências de cada alternativa não são precisas (BELLMAN, 1970). O emprego da lógica *fuzzy* é um excelente recurso em avaliações qualitativas e subjetivas, pois o uso de termos linguísticos facilita o processo de tomada de decisão por parte dos julgadores. O uso de representações linguísticas de observações cognitivas assegura resultados mais confiáveis e informativos do que o uso de escalas numéricas (ZIMMERMANN, 1991).

### **3.3.2 Fuzzy-TOPSIS hierárquico**

O primeiro passo para a resolução de um problema MCDM é a estruturação do problema. Para garantir uma melhor compreensão desse é indicado subdividi-lo em porções menores, facilitando o processo de resolução por parte dos especialistas. Sendo praticamente inviável conseguir resolver o problema como um todo de uma vez só devido a complexidade inerente do problema, muitos critérios, muitos julgamentos. Além disso, essa subdivisão em porções menores melhora a capacidade de processamento de informações, garantindo um melhor entendimento do problema (ASCHENBRENNER *et al.*, 1980).

A maioria das estruturas dos problemas identificados na literatura seguem um padrão geométrico por natureza. Dentre esses padrões, a estrutura hierárquica é a mais amplamente empregada. Essa estrutura é muito indicada para processos que envolvem o pensamento humano, pois o cérebro trabalha de forma hierárquica como uma ferramenta para classificar e ordenar informações para compreender a complexidade do mundo ao seu redor (SAATY; BEGICEVIC, 2010). Para a resolução do problema de seleção de fornecedores, foi adotada uma decomposição hierárquica qualitativa de cima-para-baixo. Nesse caso, um objetivo geral é determinado e colocado no topo da hierarquia. Em seguida, esse objetivo é destrinchado em níveis seguindo sucessivas iterações. Para decompor o sistema, perguntas como: “quais submetas devem ser atingidas para atingir o objetivo geral?” são usadas como guias desde o topo (MAIER; STIX, 2013). Esse tipo de decomposição é útil e intuitivo, sua similaridade com a técnica AHP garante que a maioria dos tomadores de decisão já estejam familiarizados com seu funcionamento.

Como dito anteriormente, o método TOPSIS foi desenvolvido por Hwang e Yoon (1981) em 1981. Seu conceito básico afirma que a alternativa escolhida deve estar a menor distância da Solução Ideal Positiva (PIS) e ao mesmo tempo a maior distância da Solução Ideal Negativa (NIS). PIS é formado pela combinação dos melhores valores do desempenho de qualquer fornecedor em cada critério, enquanto que o NIS é composto pelos valores dos piores desempenhos. TOPSIS define um índice chamado similaridade, que permite a avaliar as alternativas a respeito da proximidade do PIS e da longinuidade do NIS. Para finalizar, o método providencia um ranqueamento dos fornecedores, evidenciando a melhor solução para o problema (KAHRAMAN *et al.*, 2007).

O fuzzy-TOPSIS não possui limitação com relação a quantidade de alternativas a se avaliar, sendo capaz de ordenar centenas de fornecedores simultaneamente sem perdas por

escalabilidade. Adicionalmente, não há limitação na quantidade critérios para julgar o desempenho das alternativas (Lima Junior, 2013).

A combinação do TOPSIS com a lógica *fuzzy* tem como objetivo lidar com a incerteza durante o julgamento dos pesos dos critérios e das notas de cada fornecedor. Devido a incerteza da cognição humana e da vagueza dos julgamentos, avaliações linguísticas ao invés de valores numéricos são preferíveis durante o processo. Além das percepções dos tomadores de decisão e dos especialistas, as informações dos critérios ou os indicadores propriamente ditos (estrutura hierárquica) devem ser levados em consideração. Portanto, uma extensão do método *fuzzy-TOPSIS* para uma versão hierárquica tem seu valor e pode ser tratada como uma generalização natural do método *fuzzy-TOPSIS* com uma camada. No modelo proposto, a decomposição hierárquica de cima-para-baixo é reforçada com as influências causais horizontais para modelar as interações entre os subcritérios. Essa medida deve-se a estrutura dos critérios e ao fenômeno de interação serem altamente inter-relacionados, o que consequentemente requer adicionalmente o uso dos mapas cognitivos *fuzzy* para promover uma visão mais clara desses relacionamentos.

### **3.4 Inter-relacionamentos entre os critérios**

#### **3.4.1 Estrutura hierárquica**

A maioria das análises de decisão são baseadas na teoria da utilidade multiatributo (MAUT). Segundo essa teoria, há uma série de tipos de independência, sendo elas independência preferencial, independência de utilidade, independência de diferença-fraca, independência de diferença e independência aditiva (KEENEY, 1997). Apesar dos conceitos de independência serem apenas definidos para tomadas de decisão sob ambientes de incerteza, a premissa da independência preferencial suporta os métodos MCDM. Entretanto, essa premissa não considera a influência da dependência e do efeito do *feedback* entre os critérios escolhidos durante a tomada de decisão, fator esse muito presente nas situações do mundo real. Gencer e Gurpinar (2007) propuseram um modelo ANP para lidar com o problema de seleção de fornecedores. Apesar do modelo abranger os inter-relacionamentos entre os critérios, o processo de comparação entre esses era muito complexo e difícil de ser julgado (YU; TZENG, 2006). Além disso, a chave para implementação do ANP é determinar a estrutura dos relacionamentos previamente a execução do modelo, pois diferentes estruturas irão resultar em diferentes prioridades (LEE; KIM, 2000). Como já foi mencionado, essa etapa de elaboração da estrutura dos relacionamentos é complicada devido aos efeitos compostos e de interação entre os critérios, inviabilizando o uso de um método simples para determinação de pesos. Dessa forma, o tomador de decisão fica limitado a escolher entre uma decomposição hierárquica ou uma estrutura em rede para representar esses relacionamentos. A estrutura proposta é uma extensão da estrutura mencionado por Wedley *et al.* (1993), abrangendo relacionamentos horizontais. A estrutura tem as seguintes propriedades:

1. O nível inferior é dependente de todo item imediatamente superior a ele. Como exemplo, a Figura 9 mostra os subcritérios (SC) no nível 2 dependentes de um critério principal (CP) no nível 1;

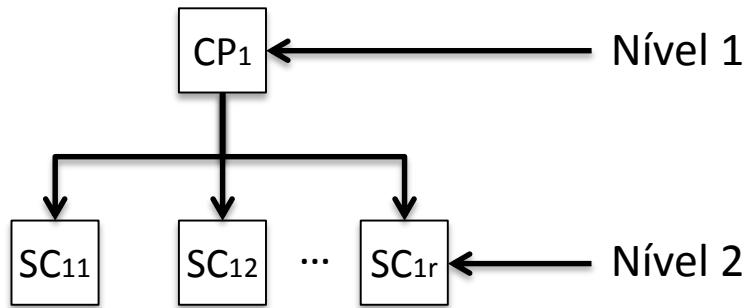


Figura 9: dependência entre nível inferior e nível superior

Fonte: (BAYKASOĞLU; GÖLCÜK, 2015)

2. O critério principal em um nível superior não depende dos seus subcritérios em um nível inferior, ou seja, na Figura 9 CP<sub>1</sub> é independente de todos SC<sub>1r</sub>;
3. Cada subcritério pertence a apenas um critério imediatamente acima dele. Em outras palavras, um subcritério que está localizado no nível *n* será dependente de apenas um critério localizado no nível (*n*-1). Esse tipo de estrutura é chamado de estrutura repartida (CORRENTE *et al.*, 2013). Um grupo de subcritérios que sofre influência de um critério imediatamente acima desse é conhecido como partição. Na Figura 10, há um exemplo de uma estrutura não-repartida em que o subcritério SC<sub>21</sub> pertence a CP<sub>1</sub> e CP<sub>2</sub> ao mesmo tempo;

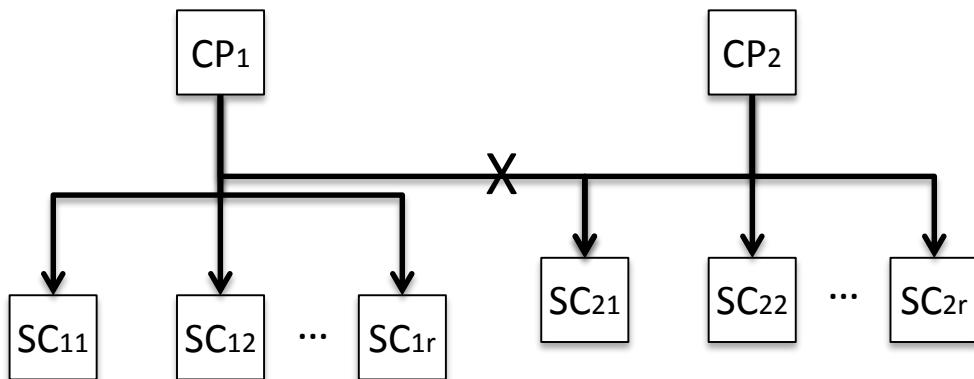
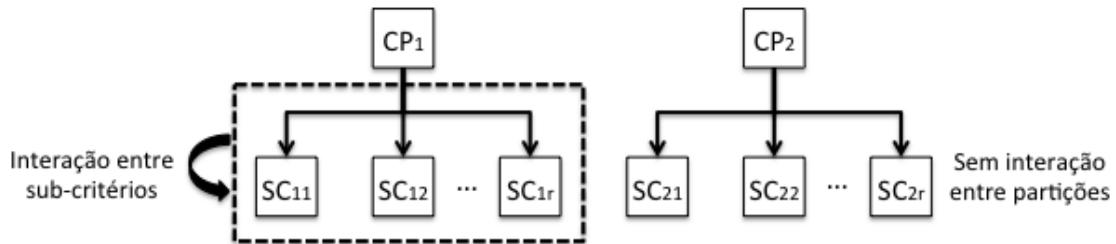


Figura 10: exemplo de estrutura não-repartida

Fonte: (BAYKASOĞLU; GÖLCÜK, 2015)

4. Os subcritérios que pertencem ao mesmo nível e que possuem o mesmo critério imediatamente acima deles podem ser dependentes entre si, ou seja, pode existir dependência entre os subcritérios da mesma partição. Essa interação está representada na Figura 11;



**Figura 11: representação da interação entre critérios/ não interação entre partições**  
 Fonte: (BAYKASOĞLU; GÖLCÜK, 2015)

Uma característica da estrutura proposta é a possibilidade de modelar critérios, podendo eles serem tanto dependentes quanto independentes. A estrutura proposta está situada no meio da estrutura em rede e da estrutura hierárquica tradicional considerando sua complexidade de análise e requerimento de dados para alimentar o sistema. Essa representação pode ser vista na Figura 12 que posiciona as estruturas de acordo com o grau de complexidade. A estrutura hierárquica apresenta uma forma simples e é indicada para resolver problemas que não sejam muito complicados. Já a estrutura em rede é mais indicada para lidar com problemas do mundo real que envolvem inter-relacionamentos entre os critérios. Entretanto, a estrutura demanda uma grande quantidade de dados dos tomadores de decisão, o que pode ser uma atividade desencorajadora e que consequentemente consome muito tempo. Adicionalmente, sua estrutura complexa é bem acima dos outros tipos de métodos (BAYKASOĞLU; GÖLCÜK, 2015). Portanto, a estrutura hierárquica de cima-para-baixo com interações horizontais é indicada para lidar com o problema de seleção de fornecedores, não sendo tão simplista como a estrutura hierárquica tradicional e ao mesmo tempo não demandando muito dos tomadores de decisão.

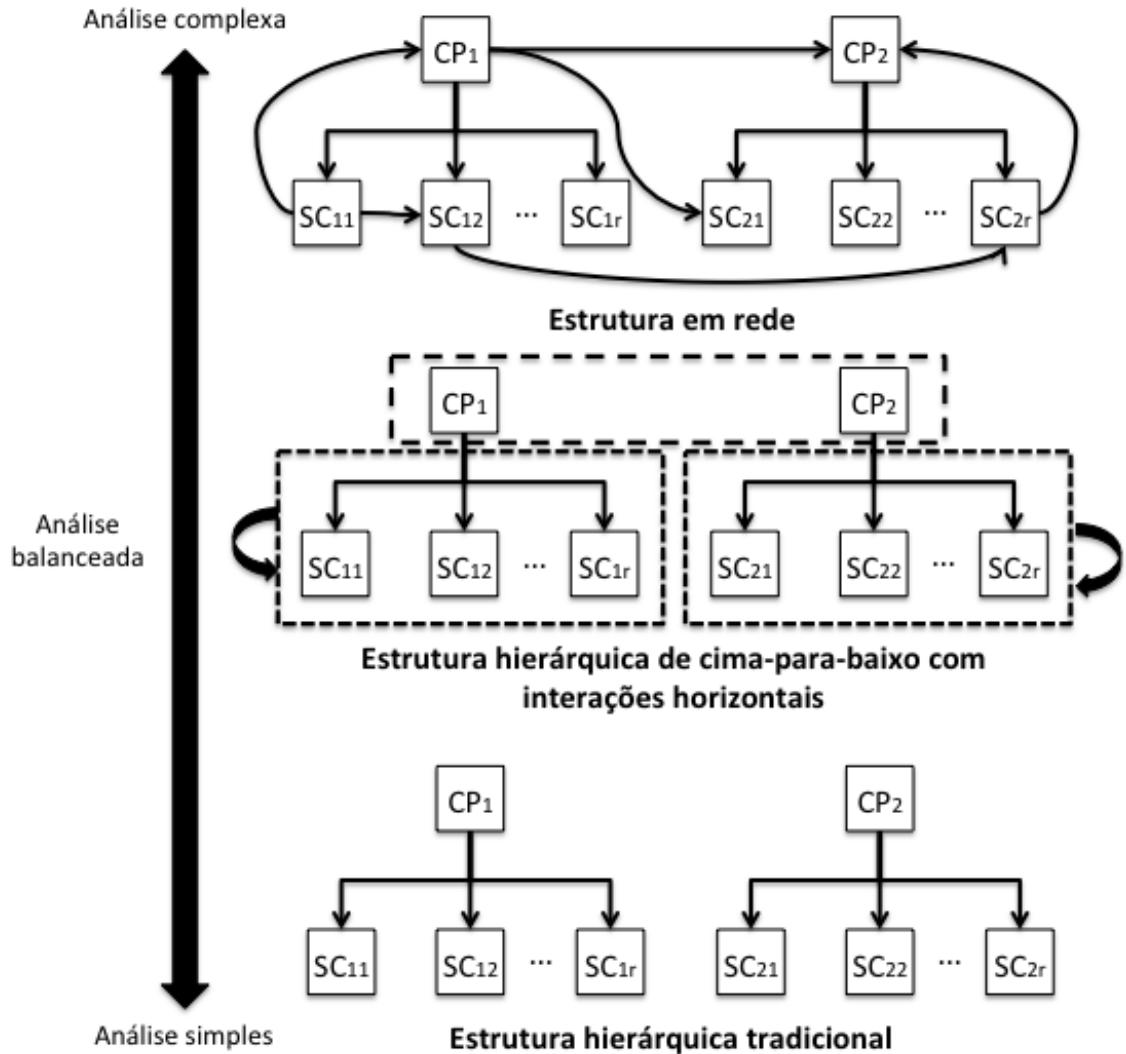


Figura 12: comparação entre as estruturas (rede, proposta e hierárquica)  
Fonte: (BAYKASOĞLU; GÖLCÜK, 2015)

Os mapas cognitivos fuzzy foram escolhidos justamente por conseguir abranger a estrutura hierárquica proposta e superar as desvantagens do uso da estrutura em rede. Maiores detalhes sobre esse método serão apresentados a seguir.

### 3.4.2 Mapas cognitivos fuzzy

O cientista político Robert Axelrod (1976) propôs inicialmente os mapas cognitivos em 1976, como uma ferramenta para representar conhecimento científico social. Seu funcionamento é baseado em um simples gráfico, composto por nós e conexões. Os nós correspondem a conceitos relevantes para um dado domínio, enquanto que as conexões representam os relacionamentos causais entre os conceitos. As conexões podem ser positivas ou negativas, dependendo do tipo de relacionamento. Caso a conexão entre o nó A e o nó B seja positiva, isso indica que o nó A tem uma influência positiva sobre o nó B. Dessa forma, caso o valor do nó A aumente, consequentemente o valor do nó B irá aumentar na mesma proporção, e vice-versa. Contudo, caso a conexão entre A e B seja negativa, o tipo de relacionamento é negativo, ou seja, caso o valor do nó A aumente o valor do nó B irá diminuir. Entretanto, a limitação para

determinar o grau de causalidade entre os conceitos (podendo essa ser +1 ou -1) é insuficiente para descrever de forma acurada os reais relacionamentos. O mais indicado seria uma escala contínua, compreendendo valores infinitos de -1 a +1.

Kosko (1986) introduziu uma significativa melhoria no modelo proposto por Axelrod. Ao invés de restringir o grau de causalidade em apenas dois sinais, Kosko propôs que cada conexão deve apresentar um peso de acordo com o grau de relacionamento entre os conceitos. Essa nova característica permitiu que o conhecimento pudesse ser organizado de acordo com a força do relacionamento, empregando números *fuzzy* relacionados a termos linguísticos, como muito fraco, fraco, médio, forte ou muito forte, durante seu julgamento. Portanto, o peso da conexão do nó A e do nó B determina o quanto o conceito A influí sobre o B (KOSKO, 1992). Normalmente os valores usados como pesos são normalizados, estão dentro do conjunto [-1,1]. Sendo o que os valores -1 representam relação total negativa, +1 total positiva e 0 onde não há relação causal. A Figura 13 mostra uma representação de um MCF, em que é possível identificar os nós (conceitos), suas conexões e os pesos de cada conexão dependendo do grau de causalidade entre os conceitos. Uma das razões para a escolha desse modelo é devido a sua fácil interpretação, tornando sua análise quase que intuitiva. Além disso, os relacionamentos causais se assemelham a forma do pensamento humano, facilitando o processo de extração de informação dos tomadores de decisão.

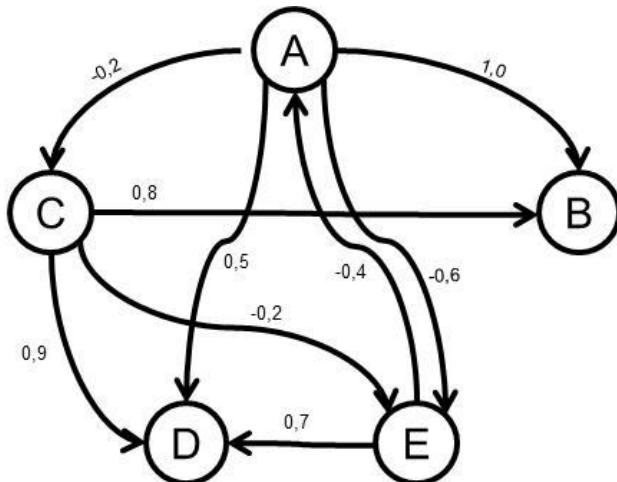


Figura 13: exemplo de mapa cognitivo fuzzy

Os MCFs são usados para modelar sistemas dinâmicos (TSADIRAS; MARGARITIS, 1999) (RENALS; ROHWER, 1990) em uma coleção de conceitos e seus relacionamentos mútuos. É possível ainda optar por alimentar os MCFs com informações provindas de uma base de dados, automatizando o processo de modelagem e evitando a interferência humana, fonte de subjetividade (PEDRYCZ, 2010). Entretanto, no modelo proposto nesse trabalho os graus de causalidade entre os conceitos serão definidos através do julgamento dos tomadores de decisão.

### **3.5 Síntese da revisão bibliográfica**

Como resultado dessa revisão bibliográfica, está claro que o problema de seleção de fornecedores é um problema de multicritério, que envolve atributos tanto qualitativos quanto quantitativos. Entende-se que seu processo de resolução é muito complicado para ser solucionado, de forma que muitos métodos de decisão foram criados para auxiliar os tomadores de decisão nessa desafiadora tarefa.

Entretanto, muitos desses modelos criados não consideram completamente a incerteza inerente ao processo, posto que as entradas essenciais para o sistema correspondem aos julgamentos dos pesos dos critérios e das notas de desempenho dos fornecedores que podem ser vagos e imprecisos. A solução para essa questão foi desenvolvida pelo Professor Zadeh com a teoria dos conjuntos *fuzzy*. Essa teoria pressupõe que o raciocínio humano não pode ser limitado em uma escala numérica. Ao invés disso, o tomador de decisão deve estar livre para expressar sua opinião empregando termos linguísticos que asseguram uma resposta mais acurada.

O método TOPSIS ajuda o tomador de decisão a encontrar a alternativa que está localizada mais próxima da Solução Ideal Positiva e, ao mesmo tempo, mais afastada da Solução Ideal Negativa. Essa técnica tem a vantagem de ser facilmente compreendida e implementada. Logo, a combinação da teoria dos conjuntos *fuzzy* com TOPSIS foca na eliminação da subjetividade do processo através da extração de informações dos tomadores de decisão usando termos linguísticos.

A dependência relativa entre critérios é um fator que afeta a seleção de fornecedores. Nas situações do mundo real, o efeito de um critério em outro pode promover uma influência considerável nos seus pesos. Portanto, seria irresponsável não levar em consideração essa influência no modelo de decisão. Atualmente, existem duas abordagens para lidar com essa questão: estrutura hierárquica tradicional e estrutura em rede. A escolha por desenvolver uma nova estrutura (abordagem hierárquica de cima-para-baixo), visa providenciar um entendimento maior de como os critérios interagem entre si. Além disso, sua aplicação não resulta em uma interpretação simples que só pode ser aplicada em casos não complicados (estrutura hierárquica) e não é tão complexa de ser implementada como a estrutura em rede. Adicionalmente, as interações horizontais foram adicionadas ao modelo para abranger a análise do efeito dos subcritérios entre si dentro da mesma repartição.

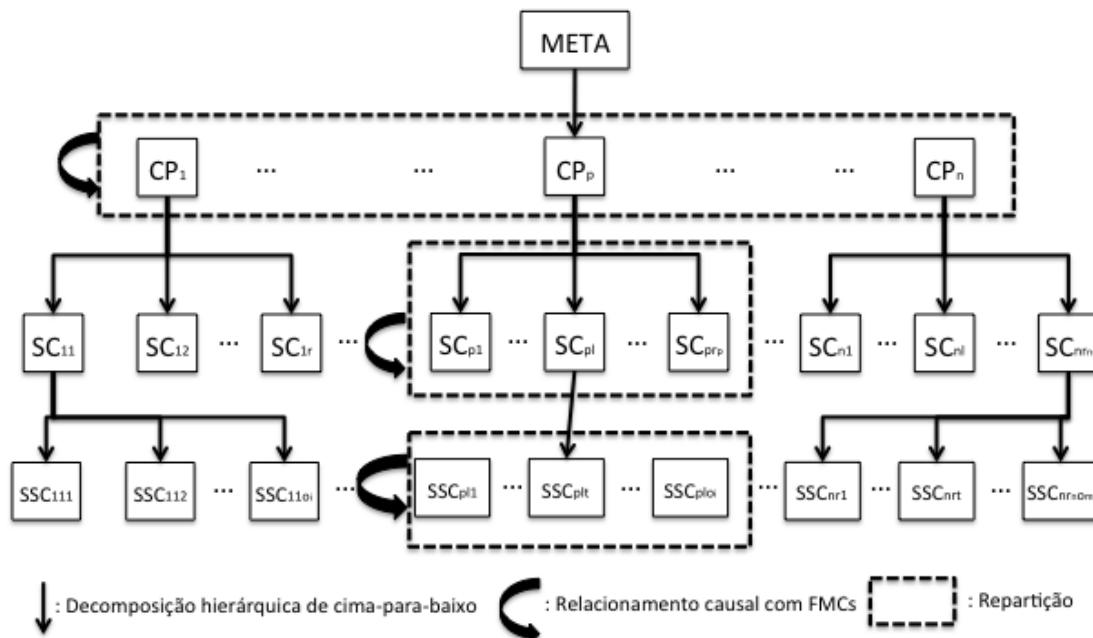
Os MCFs são usados para medir as interações entre os critérios de acordo com a força do relacionamento. O tomador de decisão será capaz de identificar o quanto um critério interfere em outro. Como resultado, a compreensão da dependência relativa entre os critérios escolhidos será completa.

Portanto, o método de decisão que será apresentado a seguir lida com a incerteza do processo de seleção de fornecedores empregando termos linguísticos como entradas do sistema e analisa o grau de causalidade entre os critérios.

## 4. Método fuzzy-TOPSIS hierárquico combinado com MCF

O método proposto por Baykasoğlu e Gölcük (2015) integra as técnicas fuzzy-TOPSIS hierárquico e MCFs para auxiliar os especialistas/tomadores de decisão durante um processo de decisão. Esse modelo é capaz de lidar com a incerteza e subjetividade inerente do processo e também com a interação entre os critérios de decisão. Seu funcionamento foi dividido em duas etapas: primeiro a atribuição dos pesos dos critérios, seguido do uso do fuzzy-TOPSIS para ordenar as alternativas.

Supondo que a estrutura hierárquica do problema seja similar a Figura 14, é possível identificar que existem  $n$  critérios principais,  $m$  subcritérios,  $o$  sub-subcritérios,  $k$  alternativas e  $s$  tomadores de decisão. Considerando que há  $r_i$  subcritérios pertencentes a cada critério principal, a quantidade  $m$  de subcritérios é  $\sum_{i=1}^n r_i$ . Similarmente, a quantidade total de sub-subcritérios é equivalente a  $\sum_{i=1}^m o_i$ . Agora serão apresentados os passos para determinação dos pesos dos critérios.



**Figura 14:** representação gráfica da estrutura hierárquica proposta com os relacionamentos entre critérios  
Fonte: (BAYKASOĞLU; GÖLCÜK, 2015)

### 4.1 Obtenção dos pesos dos critérios

O modelo proposto requer a criação de matrizes para os critérios principais, subcritérios e sub-subcritérios. Na decomposição hierárquica de cima-para-baixo, a primeira matriz representa os pesos dos critérios principais que recebe o nome de  $I_{MA}$ . São necessárias três etapas para a criação dessa, sendo elas o julgamento da importância relativa dos pesos, o estabelecimento da estrutura do MCF e a simulação do MCF.

#### 4.1.1 Obtenção dos valores dos critérios

##### 1º passo: Extração dos pesos dos critérios principais usando número fuzzy

A coleta dos dados dos tomadores de decisão para determinar o peso dos critérios principais. O julgamento dado pelo  $u$ -ésimo tomador de decisão em relação ao  $p$ -ésimo critério principal é denotado por  $\tilde{w}_{pi}$ .

Notação matemática	Referência
$n$	Total de critérios principais
$m$	Total de subcritérios
$s$	Total de tomadores de decisão
$p$	Critério principal
$l$	Subcritério
$u$	Tomador de decisão

Tabela 5: correlação entre a notação matemática empregada no método e sua devida referência

##### 2º passo: Agregação dos pesos dos critérios principais

Para agregar os pesos dos critérios principais extraídos de um grupo de tomadores de decisão é usada média aritmética fuzzy:

$$\tilde{w}_p = \frac{\sum_u^s \tilde{w}_{pu}}{s}, \quad p=1, 2, \dots, n \quad (8)$$

Os valores de  $\tilde{w}_p$  correspondem aos pesos agregados dos números fuzzy.

##### 3º passo: Defuzzificação dos pesos agregados

Para defuzzificar os pesos agregados no formato de números fuzzy foi escolhido o método centroide. Esse método produz resultados coerentes e sua aplicação é bem simples. Ele é usado para converter números fuzzy em números inteiros, chamados de Melhor Desempenho Não-fuzzy (BNP, do inglês). No caso, os números fuzzy são triangulares  $\tilde{N} = (l, m, r)$  e sua conversão é feita de seguinte forma (OPRICOVIC; TZENG, 2003):

$$BNP = l + [(m - l) + (r - l)]/3 \quad (9)$$

##### 4º passo: Normalização o vetor peso

Após a defuzzificação dos pesos agregados dos números fuzzy é preciso normalizar seus valores. O cálculo do vetor peso normalizado, denotado por  $nw_p$ , é feito segundo a Equação 10:

$$nw_p = \frac{w_p}{\sum_{p=1}^n w_p} \quad (10)$$

#### 4.1.2 Estabelecendo a estrutura do MCF

##### 5º passo: Estabelecendo a estrutura do MCF

O vetor peso normalizado pode ser entendido como os valores iniciais dos conceitos. Essa relação é apresentada na Equação 11:

$$\begin{bmatrix} C_{CP_1}^{t=0} \\ C_{CP_1}^{t=0} \\ \vdots \\ C_{CP_i}^{t=0} \\ \vdots \\ C_{CP_n}^{t=0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} nw_1 \\ nw_2 \\ \vdots \\ nw_i \\ \vdots \\ nw_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

onde  $C_{CP_i}^{t=0}$  é o valor do conceito do  $i$ -ésimo critério principal no  $t = 0$ .

#### **6º passo: Extração das matrizes fuzzy de influência**

O grau de dependência causal entre os critérios é obtido através do preenchimento de matrizes fuzzy de influência pelos tomadores de decisão. Cada elemento da matriz fuzzy de influência recebe a notação  $\tilde{e}_{jiu}^{CP}$ , que representa a influência entre os critérios principais extraídos do  $u$ -ésimo tomador de decisão.

#### **7º passo: Agregação das matrizes fuzzy de influência**

Para agregar as matrizes fuzzy de influência de todos os tomadores de decisão é empregada a Equação 12:

$$\tilde{e}_{ji}^{CP} = \frac{\sum_{u=1}^s \tilde{e}_{jiu}^{CP}}{s} \quad (12)$$

onde  $\tilde{e}_{ji}^{CP}$  denota a matriz fuzzy agregada dos principais critérios.

#### **8º passo: Defuzzificação da matriz fuzzy agregada**

No 3º passo já foi apresentada a fórmula para defuzzificar números fuzzy. Essa fórmula é aplicada novamente para defuzzificar a matriz fuzzy agregada, resultando em uma matriz de influência de número reais  $e_{ji}^{CP}$ .

#### **4.1.3 Simulação dos MCFs e obtenção dos pesos**

#### **9º passo: Determinação dos parâmetros da função de ativação**

Há uma série de funções de ativação que podem ser usadas nos MCFs. As funções mais comumente empregadas são: trivalente ( $f(x) = (-1,0,1)$ ), bivalente ( $f(x) = (0,1)$ ), função hiperbólica tangente ( $\tanh(x)$ ) ou a função unipolar sigmoide ( $f(x) = 1/(1 + e^{-\lambda x})$ ). Nesse passo deve-se decidir quais os parâmetros da função de ativação serão usados, como  $\lambda$  que determina a inclinação da função para obter seu formato, por exemplo.

#### **10º passo: Rodar os MCFs**

Para que os MCFs contemplem um longo período na simulação da influência entre os principais critérios é preciso determinar uma função limiar apropriada. Sua simulação visa obter informações do comportamento dinâmico baseado na seguinte Equação:

$$C_{CP_i}^{t+1} = f \left( C_{CP_i}^t + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n e_{ji}^{CP} \cdot C_{CP_j}^t \right) \quad (13)$$

onde  $C_{CP_i}^t$  é o valor do conceito do  $i$ -ésimo critério principal no momento  $t$ .

#### 11º passo: Normalização dos pesos estabilizados

É preciso normalizar os valores dos pesos estabilizados. De forma, que o peso final dos critérios principais é obtido segundo a Equação 14:

$$w_i = \frac{C_{CP_i}}{\sum_{i=1}^n C_{CP_i}} \quad (14)$$

Os valores inteiros dos pesos são representados da seguinte forma:

$$I_{CP} = \begin{bmatrix} CP_1 & w_1 \\ CP_2 & w_2 \\ \vdots & \vdots \\ CP_i & w_i \\ \vdots & \vdots \\ CP_n & w_n \end{bmatrix} \text{, onde } \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (15)$$

#### 4.1.4 Cálculo do peso dos subcritérios

#### 12º passo: Obtenção dos pesos dos subcritérios

Devido a apresentação detalhada para a obtenção dos pesos dos critérios principais, os passos para o cálculo dos subcritérios serão discutidos brevemente. É preciso indicar que esses cálculos devem ser executados em todas as repartições da estrutura hierárquica, sendo empregado o mesmo procedimento em todos os casos.

Os pesos dos subcritérios em relação aos critérios principais são calculados e a matriz  $I_{SC}$  é formada. A soma dos pesos é feita através do mesmo cálculo aritmético:

$$\tilde{w}_{pl} = \frac{\sum_u \tilde{w}_{plu}}{s}, \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

onde  $\tilde{w}_{plu}$  corresponde ao peso que o  $u$ -ésimo tomador de decisão deu para o  $l$ -ésimo subcritério a respeito do  $p$ -ésimo critério principal.

Em seguida, esse valor agregado é defuzzificado empregando o método centroide (Equação 9). Depois, a normalização desse valor é feita através da Equação 17:

$$nw_{pl} = \frac{w_{pl}}{\sum_{i=1}^{r_p} w_{pi}} \quad (17)$$

onde  $nw_{pl}$  é o peso normalizado do  $l$ -ésimo subcritério a respeito do  $p$ -ésimo critério principal. Esses valores correspondentes ao vetor peso normalizado são relacionados aos valores iniciais dos conceitos dos MCFs, representados na Equação 18:

$$\begin{bmatrix} C_{SC_{p_1}}^{t=0} \\ C_{SC_{p_2}}^{t=0} \\ \vdots \\ C_{SC_{p_l}}^{t=0} \\ \vdots \\ C_{SC_{p_{r_p}}}^{t=0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} nw_{p1} \\ nw_{p2} \\ \vdots \\ nw_{pl} \\ \vdots \\ nw_{pr_p} \end{bmatrix} \quad (18)$$

onde  $C_{SC_{p_l}}^{t=0}$  é o valor do conceito do  $l$ -ésimo subcritério a respeito do  $p$ -ésimo critério principal no momento  $t = 0$ . O número de subcritérios sob o  $p$ -ésimo critério principal é denotado por  $r_p$ . A matriz de influência  $e_{ji}^{SC_p}$  composta pelos valores inteiros dos graus de influência entre os subcritérios sob o  $p$ -ésimo critério principal é então formada. A matriz de influência é usada no MCF durante cálculos, como mostra a Equação 19:

$$C_{SC_i}^{t+1} = f \left( C_{SC_{p_i}}^t + \sum_{j=1, j \neq i}^n e_{ji}^{SC_p} \cdot C_{SC_{p_j}}^t \right) \quad (19)$$

onde  $C_{SC_{p_i}}^t$  corresponde ao valor do conceito do  $i$ -ésimo subcritério sob o  $p$ -ésimo critério principal no momento  $t$ . Em seguida, os valores dos conceitos estabilizados são normalizados de acordo com a Equação 14, obtendo-se os pesos dos subcritérios. Esses valores são apresentados da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_p & \cdots & w_n \\ CP_1 & CP_2 & \cdots & CP_p & \cdots & CP_n \end{bmatrix}$$

$$I_{SC} = \begin{bmatrix} SC_{11} & w_{11} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ SC_{12} & w_{12} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ SC_{1r_1} & w_{1r} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ SC_{21} & 0 & w_{21} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ SC_{22} & 0 & w_{22} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ SC_{2r_2} & 0 & w_{2r_2} & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & & \vdots & & \vdots \\ SC_{pl} & 0 & 0 & \cdots & w_{pl} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & 0 \\ SC_{n1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & w_{n1} \\ SC_{n2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & w_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ SC_{nr_n} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & w_{nr_n} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Para obtenção dos pesos dos sub-subcritérios seguir o mesmo procedimento.

### 13º passo: Obtenção dos pesos dos critérios

Finalmente, os pesos dos critérios podem ser calculados. Para os subcritérios  $w_{pl}$ , o peso  $W_{pl}$  é calculado da seguinte forma:

$$W_{pl} = \sum_{j=1}^n w_p w_{pj} \quad (21)$$

É conhecido que  $w_{pj} = 0$  no caso de  $j \neq l$ , logo o peso  $W_{pl}$  é calculado segundo a Equação 22:

$$W_{pl} = w_p w_{pl} \quad (22)$$

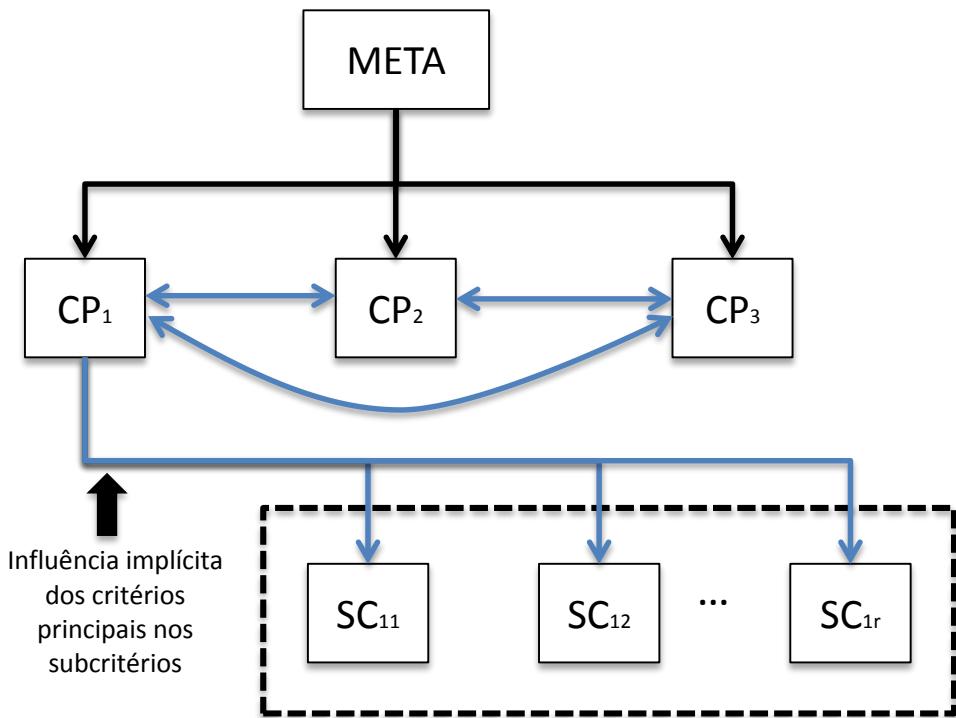
De forma similar, o peso dos sub-subcritérios  $W_{plt}$  é calculado assim:

$$W_{plt} = \sum_{j=1}^m w_p w_{pj} w_{plj} \quad (23)$$

Devido ao fato de  $w_{pj} = 0$  no caso de  $j \neq t$ , o peso pode ser obtido assim:

$$W_{plt} = w_p w_{pj} w_{plj} \quad (24)$$

As Equações 21 a 24 simplesmente definem que os pesos finais dos critérios são calculados de acordo com fuzzy-TOPSIS hierárquico tradicional ou métodos AHP. É importante ressaltar que as interações entre os critérios do primeiro nível são usadas para calcular os pesos dos critérios principais, as interações do segundo nível são usadas para definir os pesos dos subcritérios, e assim por diante. A interação entre os critérios dos níveis superiores é implicitamente refletida nos níveis inferiores por meio da multiplicação, fenômeno que pode ser observado nas Equações 21 a 24. A representação na Figura 15 procura esclarecer esse efeito na estrutura hierárquica, onde a dependência entre os critérios principais ( $CP_1, CP_2$  e  $CP_3$ ) ocasiona certa influência nos pesos dos subcritérios de  $CP_1$ .



**Figura 15:** fluxo implícito de influência na hierarquia  
Fonte: (BAYKASOĞLU; GÖLCÜK, 2015)

A Figura 16 apresenta em forma de fluxograma quais atividades devem ser executadas em cada aba do modelo computacional criado. O primeiro passo corresponde a avaliação da importância de cada critério principal, seguido pelo julgamento da dependência entre eles. O modelo irá então extrair a informação das tabelas preenchidas e converter os termos linguísticos em números *fuzzy* triangulares. Em sequência, o modelo irá agregar os julgamentos de todos os tomadores de decisão, defuzzificá-los e normalizá-los. Esses dados serão usados como entradas para o MCF, assumindo que os valores resultantes da importância de cada critério principal como conceitos iniciais. O modelo computacional irá adicionar a influência da dependência relativa entre critérios para gerar os pesos dos critérios principais. Esse procedimento é repetido com os subcritérios. Caso houvessem sub-subcritérios, seria empregado o mesmo procedimento relatado acima. Para o cálculo dos pesos dos subcritérios e dos sub-subcritérios deve-se seguir as Equações 21 a 24.

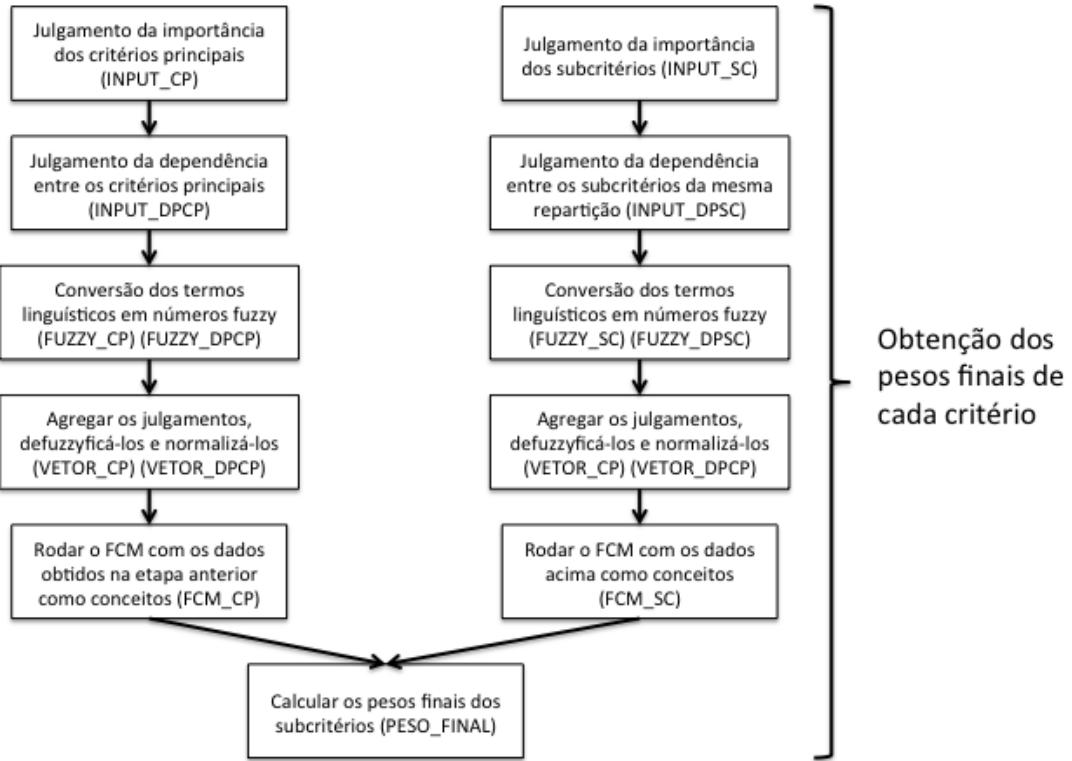


Figura 16: fluxograma do procedimento para obtenção dos pesos dos critérios

## 4.2 Ranqueamento das alternativas

Após a obtenção dos pesos dos critérios e subcritérios, é possível implementar os cálculos do método *fuzzy-TOPSIS* para ranquear as alternativas. Apesar de existirem diferentes versões do *fuzzy-TOPSIS* na literatura, foi escolhida a desenvolvida por Chen (2000) devida a sua praticidade.

### 1º passo: Construção da matriz de decisão

Os tomadores de decisão devem determinar as notas para os possíveis fornecedores empregando termos linguísticos. Esses são então convertidos em número *fuzzy*, possibilitando que as notas sejam posteriormente agregadas usando a Equação 25:

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{1}{s} [\tilde{x}_{ij}^1 \otimes \tilde{x}_{ij}^2 \otimes \dots \otimes \tilde{x}_{ij}^s] \quad (25)$$

onde  $\tilde{x}_{ij}$  é a nota dada ao desempenho do fornecedor julgada pelo  $s$ -ésimo tomador de decisão. A matriz *fuzzy* de avaliação é obtida segundo a Equação 26:

$$\tilde{D} = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_i \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \cdots & \tilde{x}_{1j} & \cdots & \tilde{x}_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tilde{x}_{i1} & \cdots & \tilde{x}_{ij} & \cdots & \tilde{x}_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tilde{x}_{m1} & \cdots & \tilde{x}_{mj} & \cdots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix} \quad (26)$$

## 2º passo: Normalização da matriz de avaliação

A matriz de avaliação normalizada é denotada por  $\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n}$ , onde os critérios de benefício são representados por  $B$  e os critérios de custo por  $C$ . A normalização é calculada de acordo com as Equações 27 a 30:

$$\tilde{r}_{ij} = \left( \frac{l_{ij}}{c_j^*}, \frac{m_{ij}}{c_j^*}, \frac{r_{ij}}{c_j^*} \right), j \in B \quad (27)$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left( \frac{a_j^-}{r_{ij}}, \frac{a_j^-}{m_{ij}}, \frac{a_j^-}{l_{ij}} \right), j \in C \quad (28)$$

$$c_j^* = \max c_{ij}, \text{ se } j \in B \quad (29)$$

$$a_j^- = \min a_{ij}, \text{ se } j \in C \quad (30)$$

Depois da normalização, os elementos *fuzzy* na matriz *fuzzy* de avaliação se tornam valores entre  $[0,1; 1]$ .

## 3º passo: Cálculo da matriz de peso normalizada

A matriz de peso normalizada denotada por  $\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n}$  é dada na Equação 31:

$$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \otimes w_j, i = 1, 2, \dots, m \text{ e } j = 1, 2, \dots, n \quad (31)$$

## 4º passo: Cálculo da solução ideal positiva e negativa

Considerando que os elementos da matriz de avaliação estão contemplados entre  $[0,1]$ , a Solução *Fuzzy* Ideal Positiva (FPIS) e a Solução *Fuzzy* Ideal Negativa (FNIS) são obtidas através das Equações 32 e 33:

$$A^* = (\tilde{v}_1^*, \tilde{v}_2^*, \dots, \tilde{v}_n^*) \quad (32)$$

$$A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-) \quad (33)$$

onde  $\tilde{v}_1^* = (1, 1, 1)$ ,  $\tilde{v}_1^- = (0, 0, 0)$  e  $j = 1, 2, \dots, n$ .

## 5º passo: Cálculo das distâncias de FPIS e FNIS

As distâncias de FPIS e FNIS são calculadas através das Equações 34 e 35:

$$d_i^* = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^*), i = 1, 2, \dots, m \quad (34)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-), i = 1, 2, \dots, m \quad (35)$$

A distância entre dois números *fuzzy* triangulares  $\tilde{a} = (a_1, a_2, a_3)$  e  $\tilde{b} = (b_1, b_2, b_3)$  é calculada da seguinte forma:

$$d(\tilde{a}, \tilde{b}) = \sqrt{\frac{1}{3}[(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2]} \quad (36)$$

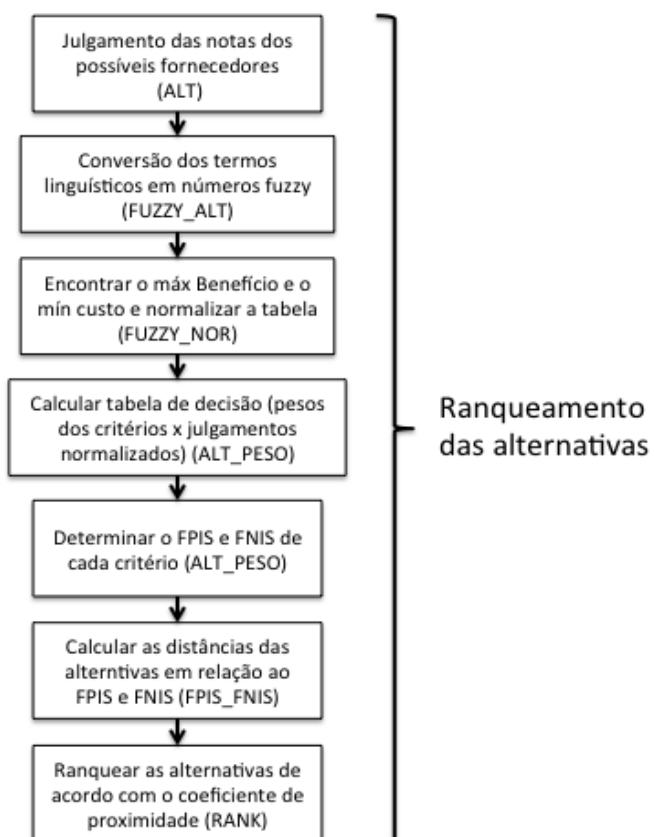
### **6º passo: Computação dos coeficientes de proximidade**

Os coeficientes de proximidade de cada alternativa são calculados usando a Equação 37:

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^* + d_i^-}, i = 1, 2, \dots, m \quad (37)$$

Se o valor de  $CC_i$  da  $i$ -ésima alternativa for próximo de 1, então a alternativa está localizada próxima de FPIS e distante de FNIS, sendo eleita a melhor alternativa do sistema.

O fluxograma abaixo (Figura 17) apresenta em forma de fluxograma quais as atividades que devem ser executadas relacionadas com cada aba do Excel do modelo criado para execução do fuzzy-TOPSIS. O primeiro passo corresponde ao julgamento das notas de cada fornecedor em relação a cada critério. Em seguida, esses termos linguísticos são convertidos em números fuzzy. O tomador de decisão deve determinar qual o tipo de critério, se ele é classificado como benefício ou custo. Assim que os valores de todos os tomadores de decisão forem agregados, é possível identificar qual o maior benefício e o menor custo. Esses dados serão usados para normalizar a matriz de decisão. O próximo passo corresponde a multiplicação dessa matriz de decisão ponderada e normalizada com o vetor de pesos de cada critério, gerando uma matriz de peso normalizada. Em seguida, deve-se identificar a FPIS e FNIS de cada critério para possibilitar o cálculo da distância entre as soluções ideais e as alternativas. Finalmente, efetua-se o cálculo do coeficiente de proximidade de cada alternativa, o que irá gerar um *ranking* das alternativas.



**Figura 17:** fluxograma do procedimento para ranquear as alternativas

## 5. Aplicação do método MCF combinado com fuzzy-TOPSIS

Para demonstrar a aplicação do modelo será apresentado um caso ilustrativo. A empresa Oligarquia Cia. é uma montadora de veículos que está buscando parceiros para fornecer os itens críticos para a produção. As peças são compradas de fornecedores externos e montadas dentro da empresa. O presidente da empresa conseguiu reduzir a lista de potenciais fornecedores a três alternativas: fornecedor A ( $ALT_1$ ), fornecedor B ( $ALT_2$ ) e fornecedor C ( $ALT_3$ ). Para alimentar o sistema com dados, foram escolhidos três tomadores de decisão: tomador de decisão 1 ( $TD_1$ ), tomador de decisão 2 ( $TD_2$ ) e tomador de decisão 3 ( $TD_3$ ).

Os critérios escolhidos para avaliar os potenciais fornecedores foram divididos em quatro critérios principais: Custo ( $CP_1$ ), Qualidade do produto ( $CP_2$ ), Desempenho do serviço ( $CP_3$ ) e Responsabilidade social corporativa ( $CP_4$ ).

O critério Custo foi escolhido pela sua influência direta no lucro da organização, visto que os custos de operação irão afetar o preço final do produto. O critério foi subdividido em quatro subcritérios:

- Custo do produto ( $SC_{11}$ ): o custo do produto é usado como medida de preferência do fornecedor. Produtos de baixo custo sempre vão atrair a atenção de um grande número de compradores. Levando em consideração a disputa acirrada por clientes, o principal objetivo das empresas de manufatura é fornecer produtos com baixo custo para aumentar sua lucratividade. A empresa deve então selecionar o fornecedor que oferecer o menor custo. O custo do produto envolve: custo de processamento, custo de manutenção, custo de garantia e outros custos relacionados a produção desse produto;
- Custo total de gerenciamento da logística ( $SC_{12}$ ): considerando que a pesquisa por fornecedores irá abranger um nível global é necessário checar os custos logísticos com precisão. Essa etapa contempla o custo do canal de distribuição, gastos com transporte, custos de inventário, custos com manuseio e embalagem dos produtos, custos de possíveis danos ao longo do transporte e do seguro, o que normalmente são valores altos para um fornecedor internacional;
- Taxas e tarifas ( $SC_{13}$ ): cada país possui seu sistema de tarifas impostas sobre produtos importados-exportados. Um governo estrangeiro que deseja atrair compradores de outros países para movimentar sua economia irá reduzir as tarifas de exportação, enquanto que um país importador que visa proteger sua indústria doméstica irá aumentar as tarifas de importação;
- Prêmios por desempenho ( $SC_{14}$ ): os prêmios por desempenho podem ser usados como uma comprovação externa de que a decisão do comprador em selecionar determinado fornecedor foi acertada, além de indicar que o fornecedor é financeiramente mais forte do que as outras alternativas.

Atualmente, as empresas têm buscado fornecedores que prezam por enfatizar a qualidade na fonte, ou seja, os fornecedores devem demonstrar interesse em aplicar técnicas voltadas a

qualidade dentro de sua produção. O critério Qualidade do produto foi subdividido em quatro subcritérios:

- Conformação das especificações ( $SC_{21}$ ): a habilidade do fornecedor de providenciar produtos que estejam conformes com as especificações da empresa contratante corresponde a um fator de mensuração da qualidade de um produto. A rejeição de produtos devido ao não atendimento desse critério transmite a informação de que o produto possui uma qualidade ruim;
- Confiabilidade do produto ( $SC_{22}$ ): os fornecedores devem entregar produtos confiáveis e duradouros para a empresa manufatureira;
- Técnicas de avaliação de qualidade ( $SC_{23}$ ): esse tópico aborda questões como se as avaliações da qualidade das peças são feitas frequentemente pelo fornecedor ou não. Conformemente, o comprador deve investigar se os potenciais fornecedores possuem ou não certificados de qualidade e se possuem forte comprometimento em prevenir falhas de qualidade;
- Capabilidade de processo ( $SC_{24}$ ): esse atributo auxilia na investigação da habilidade do fornecedor de produzir produtos de qualidade.

O bom serviço pode auxiliar no aumento da base de consumidores, logo esse critério é importante em um processo de seleção de fornecedores globais. Sua análise é feita de acordo com quatro subcritérios:

- Confiabilidade na entrega ( $SC_{31}$ ): o maior obstáculo quando busca-se fornecedores globais reside nos atrasos de transporte e o subsequente aumento no *lead-time*, o que provoca uma ruptura na implementação de sucesso dos princípios do JIT. No processo de seleção do fornecedor mais apropriado, o comprador deve avaliar a rede de fornecimento por completo e ter a possibilidade de acompanhar o cronograma de entrega atualizado de acordo com a demanda dos consumidores;
- Compartilhamento de informações ( $SC_{32}$ ): a facilidade de comunicação e negociabilidade com os fornecedores irá influenciar no relacionamento a longo prazo entre o fornecedor e o comprador. Logo, esse critério deve ser abordado quando está buscando-se um parceiro global. Quando a língua, padronização dos negócios, ética e aparelhos de comunicação variarem de acordo com o país, a empresa manufatureira deve considerar outros subcritérios em sua avaliação, como similaridade cultural, padrão de ética e troca de dados eletrônicos para garantir a efetiva comunicação e negociação entre as partes;
- Flexibilidade e capacidade de resposta ( $SC_{33}$ ): a habilidade do fornecedor de mudar de acordo com a demanda dos consumidores, estrutura de preço, frequência de pedidos e atual cenário de negócios possui uma grande importância na seleção de fornecedores globais. Esses fatores podem afetar o desempenho da companhia, caso surja uma demanda urgente e imprevista. Fornecedores que são mais flexíveis e responsivos em termos de restrições de demanda podem ser escolhidos para um melhor desempenho voltado para os clientes;
- Resolução de problemas ( $SC_{34}$ ): Resolução de conflitos: habilidade do fornecedor de resolver problemas e abertura para discutir questões que estejam afetando fatores relacionados tanto a qualidade do produto quanto a entrega;

O critério Responsabilidade social corporativa tem por objetivo avaliar como o fornecedor se comporta em relação às questões ambientais. O critério foi dividido em quatro subcritérios:

- Compra de materiais ecologicamente corretos ( $SC_{41}$ ): o fornecedor deve priorizar a compra de matérias-primas que não sejam perigosas. É importante que o fornecedor tenha uma iniciativa voltada a constante busca por materiais com maior potencial de reciclagem, o que consequentemente facilitará o gerenciamento do ciclo-de-vida do produto;
- Estrutura produtiva e capacidade ( $SC_{42}$ ): o fornecedor deve estar alinhado na constante busca por processos mais sustentáveis. Essa prática abrange o investimento nas melhores tecnologias possíveis que promovam a melhoria de desempenho e redução de custos sem acarretar algum dano ao meio ambiente. Além disso, esse subcritério irá avaliar a infraestrutura da empresa, a redução na emissão de componentes químicos e o uso de energia renovável ao invés de outras formas de energia mais nocivas ao meio ambiente;
- Comprometimento da gerência ( $SC_{43}$ ): é importante que a gerência do fornecedor tenha o interesse em incentivar e apoiar uma filosofia voltada para a sustentabilidade. Com esse movimento de cima para baixo, a motivação para que os funcionários também adotem essa prática é muito mais eficiente. Esse critério é medido pela postura que a empresa vem adotando através de suas iniciativas ambientais e ações desenvolvidas dentro da empresa;
- Respeito pelas políticas ( $SC_{44}$ ): a aderência às questões ambientais também pode ser medida pelos certificados que o fornecedor possui. Esses são um forte indicador de que a gerência preza pela qualidade através das boas práticas e conformidade. Dessa forma, as políticas ambientais devem trabalhar em favor dos principais objetivos do negócio ao invés de contra.

A estrutura hierárquica desse problema de decisão está apresentada na Figura 18.

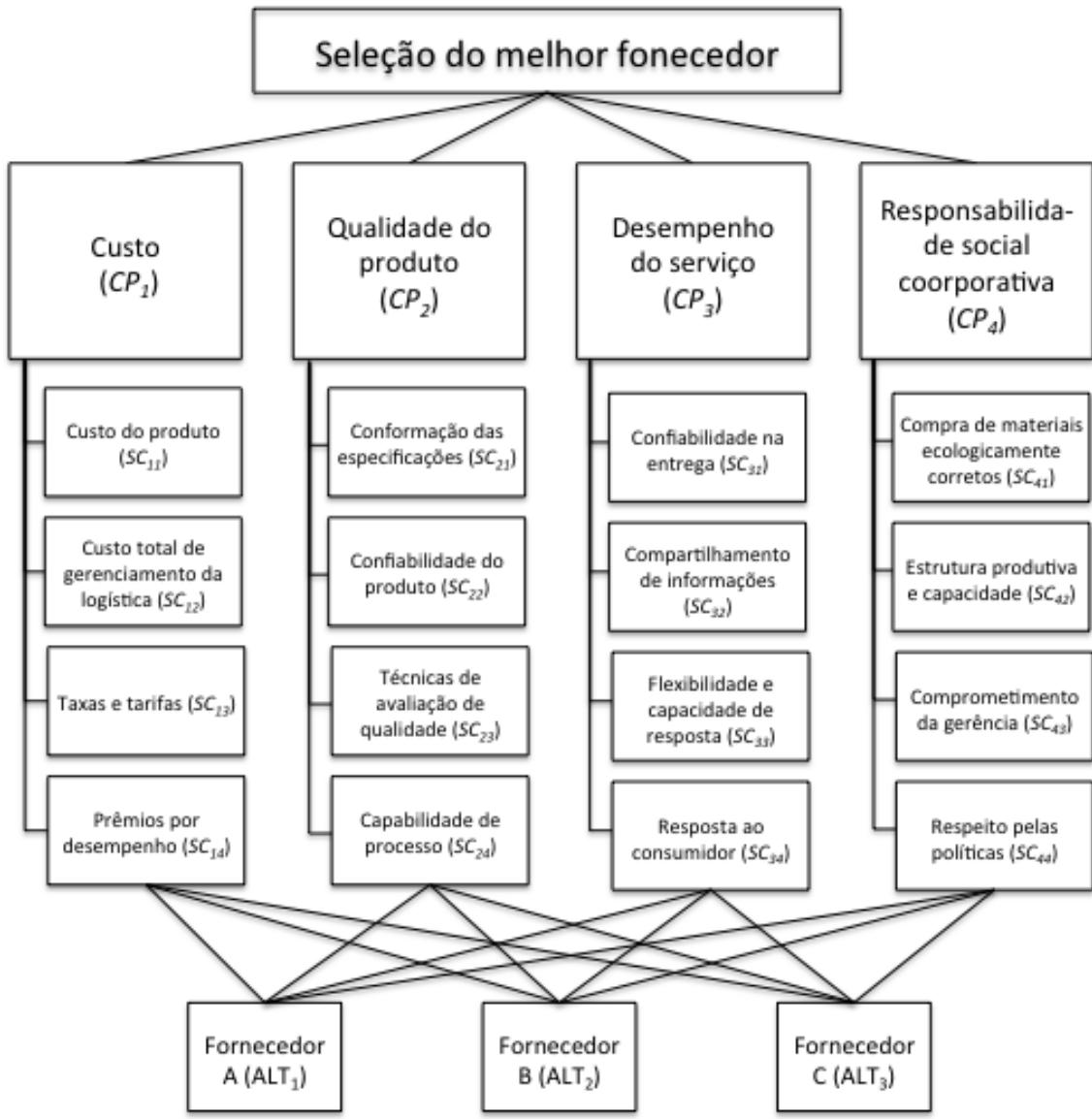


Figura 18: estrutura hierárquica do problema de decisão

O procedimento aplicado é apresentado em seguida de forma resumida:

Primeiramente foi necessário familiarizar os três tomadores de decisão com os termos linguísticos que foram usados para julgar a importância entre os critérios apresentados na Tabela 6, os termos linguísticos empregados para avaliar o relacionamento causal entre os critérios apresentados na Tabela 7 e os termos linguísticos usados para avaliar o desempenho dos potenciais fornecedores em relação aos critérios escolhidos apresentados na Tabela 8. É importante mencionar que não foram escolhidos valores negativos para julgamentos ruins, como termos “absolutamente baixo”, “muito ruim”. Essa escolha implicará em apenas pesos positivos da dependência entre os critérios nos MCFs.

Termos linguísticos		Número fuzzy triangular		
		I	m	u
Muito baixo	MB	0	0	0,1
Baixo	B	0	0,1	0,3
Médio baixo	MeB	0,1	0,3	0,5
Médio	Me	0,3	0,5	0,7
Médio alto	MeA	0,5	0,7	0,9
Alto	A	0,7	0,9	1
Muito alto	MA	0,9	1	1

Tabela 6: termos linguísticos para avaliar a importância relativa entre os critérios principais

Termos linguísticos		Número fuzzy triangular		
		I	m	u
Absolutamente baixo	AB	0	0,1	0,2
Muito baixo	MB	0,1	0,2	0,35
Baixo	B	0,2	0,35	0,5
Médio	Me	0,35	0,5	0,65
Alto	A	0,5	0,65	0,8
Muito alto	MA	0,65	0,8	0,9
Absolutamente alto	AA	0,8	0,9	1

Tabela 7: termos linguísticos para avaliar o relacionamento causal entre os critérios

Termos linguísticos		Número fuzzy triangular		
		I	m	u
Muito ruim	MR	0,1	0,1	1
Ruim	R	0,1	1	3
Médio ruim	MeR	1	3	5
Média	Me	3	5	7
Médio bom	MeB	5	7	9
Bom	B	7	9	10
Muito bom	MB	9	10	10

Tabela 8: termos linguísticos para avaliar o desempenho das alternativas em relação aos subcritérios

### Obtenção dos pesos dos critérios

**1º passo:** para calcular o peso de todos os critérios principais e seus subcritérios, primeiramente é preciso preencher a tabela de importância dos critérios principais. O resultado é apresentado na Tabela 9.

Critério	TD <sub>1</sub>	TD <sub>2</sub>	TD <sub>3</sub>
CP <sub>1</sub>	MeA	MeB	MA
CP <sub>2</sub>	MA	MA	A
CP <sub>3</sub>	A	MA	Me
CP <sub>4</sub>	MeA	B	MeB

Tabela 9: julgamento de cada critério principal

**2º, 3º, 4º e 5º passos:** foi converter os termos linguísticos em números fuzzy triangulares. Para tanto foi empregado um programa do *Visual Basic Advanced* (VBA) do Excel para comparar qual termo foi usado pelo tomador de decisão com a tabela padrão de valores. O resultado é

apresentado na Tabela 10. Em seguida, os números *fuzzy* foram agregados segundo a Equação 8, defuzzificados (Equação 9) e normalizados (Equação 11). A Tabela 10 compila os resultados desses cálculos. Esses pesos normalizados serão usados como conceitos iniciais para rodar o mapa cognitivo *fuzzy*.

Critério	TD <sub>1</sub>			TD <sub>2</sub>			TD <sub>3</sub>		
CP <sub>1</sub>	0,50	0,70	0,90	0,10	0,30	0,50	0,90	1,00	1,00
CP <sub>2</sub>	0,90	1,00	1,00	0,90	1,00	1,00	0,70	0,90	1,00
CP <sub>3</sub>	0,70	0,90	1,00	0,90	1,00	1,00	0,30	0,50	0,70
CP <sub>4</sub>	0,50	0,70	0,90	0,00	0,10	0,30	0,10	0,30	0,50

Tabela 10: resultado da conversão dos termos linguísticos em números *fuzzy* da importância dos critérios principais

Critério	Julgamentos agregados ( $w_p$ )			Pesos defuzzificados	Pesos normalizados ( $nw_p$ )
	CP <sub>1</sub>	CP <sub>2</sub>	CP <sub>3</sub>		
CP <sub>1</sub>	0,50	0,67	0,80	0,66	0,24
CP <sub>2</sub>	0,83	0,97	1,00	0,93	0,34
CP <sub>3</sub>	0,63	0,80	0,90	0,78	0,28
CP <sub>4</sub>	0,20	0,37	0,57	0,38	0,14

Tabela 11: resultado da agregação dos números *fuzzy*, defuzzificação e normalização

**6º passo:** os tomadores de decisão julgaram a dependência entre os critérios principais empregando termos linguísticos na Tabela 6. O resultado desse julgamento é apresentado na Tabela 12.

Tomadores de decisão	Critério	CP <sub>1</sub>	CP <sub>2</sub>	CP <sub>3</sub>	CP <sub>4</sub>
TD <sub>1</sub>	CP <sub>1</sub>	-	MA	A	
	CP <sub>2</sub>	MA	-		Me
	CP <sub>3</sub>			-	Me
	CP <sub>4</sub>		B	A	-
TD <sub>2</sub>	CP <sub>1</sub>	-	A	Me	
	CP <sub>2</sub>	A	-		B
	CP <sub>3</sub>			-	B
	CP <sub>4</sub>		B	MB	-
TD <sub>3</sub>	CP <sub>1</sub>	-	A	Me	
	CP <sub>2</sub>	B	-		B
	CP <sub>3</sub>			-	B
	CP <sub>4</sub>		MB	MB	-

Tabela 12: avaliação da dependência entre os critérios principais

**7º e 8º passos:** empregando outro programa do VBA do Excel foi feita a conversão dos termos linguísticos em números *fuzzy* triangulares. O resultado é apresentado na Tabela 13. Em seguida, os números *fuzzy* foram agregados (Equação 12) e defuzzificados (Equação 9). A Tabela 14 apresenta o resultado da agregação dos números *fuzzy* e a Tabela 15 os números já defuzzificados. Esses pesos possibilitam a criação da topologia do mapa cognitivo *fuzzy* dos critérios principais, sendo cada peso correspondente ao grau de dependência entre eles.

Tomadores de decisão	Critério	CP <sub>1</sub>	CP <sub>2</sub>	CP <sub>3</sub>	CP <sub>4</sub>

	CP <sub>1</sub>	-	0,65	0,80	0,90	0,50	0,65	0,80			
TD <sub>1</sub>	CP <sub>2</sub>	0,65	0,80	0,90		-			0,35	0,50	0,65
	CP <sub>3</sub>							-	0,35	0,50	0,65
	CP <sub>4</sub>			0,20	0,35	0,50	0,50	0,65	0,80		-
TD <sub>2</sub>	CP <sub>1</sub>		-	0,50	0,65	0,80	0,35	0,50	0,65		
	CP <sub>2</sub>	0,50	0,65	0,80		-			0,20	0,35	0,50
	CP <sub>3</sub>							-	0,20	0,35	0,50
	CP <sub>4</sub>			0,20	0,35	0,50	0,10	0,20	0,35		-
TD <sub>3</sub>	CP <sub>1</sub>		-	0,50	0,65	0,80	0,35	0,50	0,65		
	CP <sub>2</sub>	0,20	0,35	0,50		-			0,20	0,35	0,50
	CP <sub>3</sub>							-	0,20	0,35	0,50
	CP <sub>4</sub>			0,10	0,20	0,35	0,10	0,20	0,35		-

Tabela 13: resultado da conversão dos termos linguísticos em números fuzzy da dependência entre os critérios principais

Critério	CP <sub>1</sub>	CP <sub>2</sub>	CP <sub>3</sub>	CP <sub>4</sub>
CP <sub>1</sub>	0,00	0,00	0,00	0,00
CP <sub>2</sub>	0,45	0,60	0,73	0,00
CP <sub>3</sub>	0,00	0,00	0,00	0,00
CP <sub>4</sub>	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 14: resultado da agregação dos números fuzzy

Critério	Pesos defuzzificados			
CP <sub>1</sub>	0,00	0,69	0,55	0,00
CP <sub>2</sub>	0,59	0,00	0,00	0,40
CP <sub>3</sub>	0,00	0,00	0,00	0,40
CP <sub>4</sub>	0,00	0,31	0,36	0,00

Tabela 15: resultado da defuzzificação

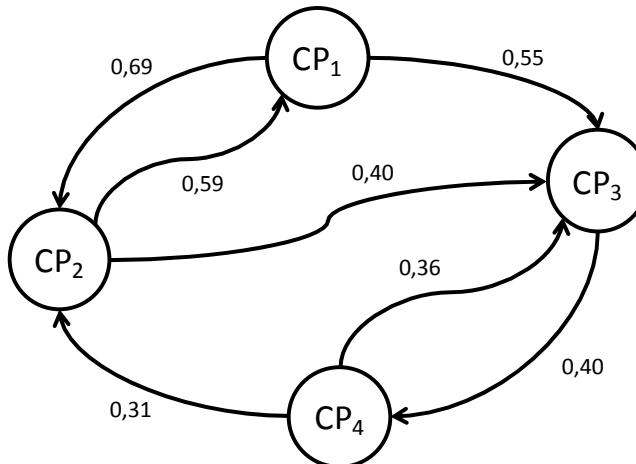


Figura 19: topologia do mapa cognitivo fuzzy dos critérios principais

**9º, 10º e 11º passos:** considerando que os critérios principais não são independentes, é preciso calcular a influência que um critério exerce no outro a longo prazo. Para tanto, o resultado do julgamento da importância dos critérios principais foi empregado como conceito inicial para rodar o mapa cognitivo fuzzy e os pesos obtidos da dependência entre os critérios foram incorporados nas iterações de acordo com a Equação 13. É preciso avaliar o comportamento

dos valores para determinar a quantidade de iterações. A Tabela 16 mostra as iterações até a obtenção de valores estáveis, fenômeno esse que pode ser comprovado pela Figura 20 em que é possível observar a estabilidade dos valores dos critérios principais. Já a Tabela 17 mostra os pesos dos critérios após o mapa cognitivo *fuzzy* e seus valores normalizados (Equação 14).

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
CP <sub>1</sub>	0,24	0,41	0,61	0,78	0,86	0,89	0,90	0,90	0,90	0,90
CP <sub>2</sub>	0,34	0,50	0,72	0,87	0,93	0,95	0,95	0,95	0,95	0,95
CP <sub>3</sub>	0,28	0,43	0,66	0,84	0,92	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94
CP <sub>4</sub>	0,14	0,37	0,63	0,83	0,91	0,93	0,93	0,93	0,93	0,93

Tabela 16: iterações do mapa cognitivo *fuzzy* dos critérios principais

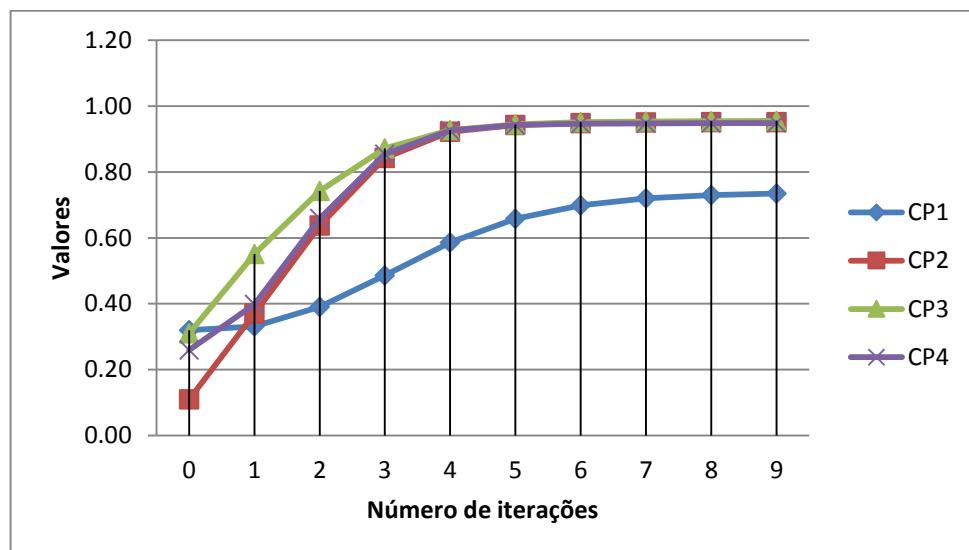


Figura 20: comportamento dinâmico dos critérios principais

Critério	Pesos estabilizados	Pesos normalizados ( $w_n$ )
CP <sub>1</sub>	0,899	0,24
CP <sub>2</sub>	0,953	0,26
CP <sub>3</sub>	0,944	0,25
CP <sub>4</sub>	0,935	0,25

Tabela 17: pesos dos critérios principais estabilizados e normalizados

**12º passo:** o procedimento acima é repetido para os subcritérios. Portanto, inicialmente os tomadores de decisão julgaram a importância dos subcritérios em relação a cada critério principal. O resultado é apresentado na Tabela 18.

Critério	Subcritério	TD <sub>1</sub>	TD <sub>2</sub>	TD <sub>3</sub>
CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	A	A	MA
	SC <sub>12</sub>	MA	MA	A
	SC <sub>13</sub>	MeB	MA	Me
	SC <sub>14</sub>	Me	A	Me
CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>	MA	MA	A
	SC <sub>22</sub>	A	MA	A
	SC <sub>23</sub>	MeA	A	Me
	SC <sub>24</sub>	MeA	A	MeA

	$SC_{31}$	MA	A	A
$CP_3$	$SC_{32}$	A	A	MeB
	$SC_{33}$	A	MeA	A
	$SC_{34}$	Me	A	MeA
$CP_4$	$SC_{41}$	A	Me	MA
	$SC_{42}$	A	A	MeA
	$SC_{43}$	MeA	MA	B
	$SC_{44}$	A	A	A

Tabela 18: julgamento da importância dos subcritérios

**12º passo (continuação):** outro programa de VBA do Excel converteu os termos linguísticos em números fuzzy triangulares de acordo com a tabela padrão. O resultado é apresentado na Tabela 19. Em seguida, os números fuzzy foram agregados (Equação 16), defuzzificados (Equação 9) e normalizados (Equação 17). O resultado desses cálculos é apresentado na Tabela 20. Esses pesos normalizados serão usados como conceitos iniciais para rodar o mapa cognitivo fuzzy.

Critério	Subcritério	TD <sub>1</sub>			TD <sub>2</sub>			TD <sub>3</sub>	
$CP_1$	$SC_{11}$	0,70	0,90	1,00	0,70	0,90	1,00	0,90	1,00
	$SC_{12}$	0,90	1,00	1,00	0,90	1,00	1,00	0,70	0,90
	$SC_{13}$	0,10	0,30	0,50	0,90	1,00	1,00	0,30	0,50
	$SC_{14}$	0,30	0,50	0,70	0,70	0,90	1,00	0,30	0,50
$CP_2$	$SC_{21}$	0,90	1,00	1,00	0,90	1,00	1,00	0,70	0,90
	$SC_{22}$	0,70	0,90	1,00	0,90	1,00	1,00	0,70	0,90
	$SC_{23}$	0,50	0,70	0,90	0,70	0,90	1,00	0,30	0,50
	$SC_{24}$	0,50	0,70	0,90	0,70	0,90	1,00	0,50	0,70
$CP_3$	$SC_{31}$	0,90	1,00	1,00	0,70	0,90	1,00	0,70	0,90
	$SC_{32}$	0,70	0,90	1,00	0,70	0,90	1,00	0,10	0,30
	$SC_{33}$	0,70	0,90	1,00	0,50	0,70	0,90	0,70	1,00
	$SC_{34}$	0,30	0,50	0,70	0,70	0,90	1,00	0,50	0,70
$CP_4$	$SC_{41}$	0,70	0,90	1,00	0,30	0,50	0,70	0,90	1,00
	$SC_{42}$	0,70	0,90	1,00	0,70	0,90	1,00	0,50	0,70
	$SC_{43}$	0,50	0,70	0,90	0,90	1,00	1,00	0,00	0,10
	$SC_{44}$	0,70	0,90	1,00	0,70	0,90	1,00	0,70	0,90

Tabela 19: resultado da conversão dos termos linguísticos em números fuzzy da importância dos subcritérios

Critério	Subcritério	Julgamentos agregados ( $w_{pl}$ )			Pesos defuzzificados	Pesos normalizados ( $nw_{pl}$ )
$CP_1$	$SC_{11}$	0,77	0,93	1,00	0,90	0,30
	$SC_{12}$	0,83	0,97	1,00	0,93	0,31
	$SC_{13}$	0,43	0,60	0,73	0,59	0,19
	$SC_{14}$	0,43	0,63	0,80	0,62	0,20
$CP_2$	$SC_{21}$	0,83	0,97	1,00	0,93	0,28
	$SC_{22}$	0,77	0,93	1,00	0,90	0,27
	$SC_{23}$	0,50	0,70	0,87	0,69	0,21
	$SC_{24}$	0,57	0,77	0,93	0,76	0,23
$CP_3$	$SC_{31}$	0,77	0,93	1,00	0,90	0,29
	$SC_{32}$	0,50	0,70	0,83	0,68	0,22
	$SC_{33}$	0,63	0,83	0,97	0,81	0,26
	$SC_{34}$	0,50	0,70	0,87	0,69	0,22
$CP_4$	$SC_{41}$	0,63	0,80	0,90	0,78	0,25
	$SC_{42}$	0,63	0,83	0,97	0,81	0,27
	$SC_{43}$	0,47	0,60	0,73	0,60	0,20

$SC_{44}$	0,70	0,90	1,00	0,87	0,28
-----------	------	------	------	------	------

Tabela 20: resultado da agregação dos números *fuzzy*, defuzzificação e normalização

**12º passo (continuação):** os tomadores de decisão julgaram a dependência entre os subcritérios do mesmo critério principal empregando termos linguísticos. O resultado desse julgamento é apresentado na Tabela 21.

Tomador decisão	Critério	Subcritério	CP <sub>1</sub>				CP <sub>2</sub>				CP <sub>3</sub>				CP <sub>4</sub>			
			SC <sub>11</sub>	SC <sub>12</sub>	SC <sub>13</sub>	SC <sub>14</sub>	SC <sub>21</sub>	SC <sub>22</sub>	SC <sub>23</sub>	SC <sub>24</sub>	SC <sub>31</sub>	SC <sub>32</sub>	SC <sub>33</sub>	SC <sub>34</sub>	SC <sub>41</sub>	SC <sub>42</sub>	SC <sub>43</sub>	SC <sub>44</sub>
TD <sub>1</sub>	CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	-	Me	MB													
		SC <sub>12</sub>	MA	-		AB												
		SC <sub>13</sub>			-	MB												
		SC <sub>14</sub>		AB	AB	-												
	CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>					-	AA	MA									
		SC <sub>22</sub>					A	-		MA								
		SC <sub>23</sub>						-	Me									
		SC <sub>24</sub>					MA	Me	-									
	CP <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub>								-	AA	A						
		SC <sub>32</sub>								AA	-		A					
		SC <sub>33</sub>									-	AA						
		SC <sub>34</sub>								MA	AA	-						
TD <sub>2</sub>	CP <sub>4</sub>	SC <sub>41</sub>													-	MA	A	
		SC <sub>42</sub>													Me	-	MA	
		SC <sub>43</sub>														-	A	
		SC <sub>44</sub>													MA	A	-	
	CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	-	B	A													
		SC <sub>12</sub>	Me	-		MB												
		SC <sub>13</sub>			-	MB												
		SC <sub>14</sub>		MB	MB	-												
	CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>					-	MA	A									
		SC <sub>22</sub>					MA	-		A								
		SC <sub>23</sub>						-	A									
		SC <sub>24</sub>					Me	A	-									
	CP <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub>								-	A	MA						
		SC <sub>32</sub>								A	-		Me					
		SC <sub>33</sub>									-	MA						

	$SC_{34}$		Me	A	-		
CP <sub>4</sub>	$SC_{41}$					-	B
	$SC_{42}$					B	-
	$SC_{43}$						-
	$SC_{44}$					MA	MA
CP <sub>1</sub>	$SC_{11}$	-	B	Me			
	$SC_{12}$	Me	-		A		
	$SC_{13}$		-	B			
	$SC_{14}$		B	B	-		
TD <sub>3</sub>	$SC_{21}$		-	A	A		
	$SC_{22}$		A	-		A	
	$SC_{23}$			-	A		
	$SC_{24}$			A	Me	-	
CP <sub>3</sub>	$SC_{31}$				-	Me	B
	$SC_{32}$				A	-	
	$SC_{33}$					-	A
	$SC_{34}$					Me	A
CP <sub>4</sub>	$SC_{41}$					-	Me
	$SC_{42}$					B	-
	$SC_{43}$						-
	$SC_{44}$					A	A

Tabela 21: julgamento da dependência entre os subcritérios de cada critério principal

**12º passo (continuação):** foi empregado outro programa do VBA do Excel para converter os termos linguísticos em números fuzzy triangulares de acordo com a tabela padrão. Devido as dimensões da tabela e por ela representar um passo já apresentado anteriormente, optou-se por colocá-la no apêndice (apêndice – Tabela 36). Em seguida, os números fuzzy foram agregados (apêndice – Tabela 37) e defuzzificados (Tabela 22). Esses pesos serão utilizados no mapa cognitivo fuzzy, o que irá garantir que os pesos dos subcritérios incorporem o efeito da dependência entre os próprios.

Critério	Subcritério	Pesos defuzzificados		
CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	0,00	0,40	0,46
	SC <sub>12</sub>	0,59	0,00	0,00
	SC <sub>13</sub>	0,00	0,00	0,26
	SC <sub>14</sub>	0,00	0,22	0,00
CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>	0,00	0,78	0,69
	SC <sub>22</sub>	0,69	0,00	0,00
	SC <sub>23</sub>	0,00	0,00	0,60
	SC <sub>24</sub>	0,00	0,64	0,55
CP <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub>	0,00	0,68	0,59
	SC <sub>32</sub>	0,73	0,00	0,00
	SC <sub>33</sub>	0,00	0,00	0,78
	SC <sub>34</sub>	0,00	0,59	0,73
CP <sub>4</sub>	SC <sub>41</sub>	0,00	0,54	0,64
	SC <sub>42</sub>	0,40	0,00	0,00
	SC <sub>43</sub>	0,00	0,00	0,00
	SC <sub>44</sub>	0,00	0,74	0,69

Tabela 22: resultado da defuzzificação dos números fuzzy

**12º passo (continuação):** para considerar o efeito da dependência causal entre os subcritérios a longo prazo, foi preciso usar os pesos normalizados da importância de cada subcritério como conceitos iniciais do mapa cognitivo fuzzy e incorporar os pesos defuzzificados da dependência entre cada subcritério. A Tabela 23 mostra os resultados das iterações até a estabilização dos valores, que pode ser comprovada pela Figura 21 que mostra o comportamento dos valores de acordo com o número de iterações. Já a Tabela 24 apresenta os pesos estabilizados e normalizados (Equação 14).

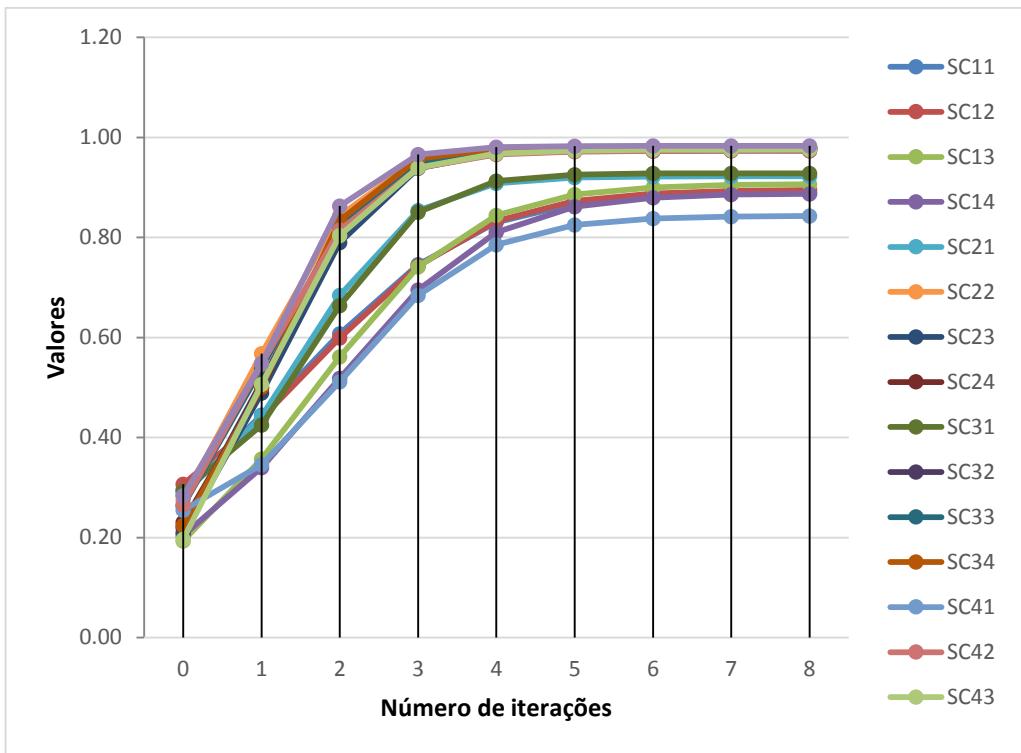


Figura 21: comportamento dinâmico dos subcritérios

	t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	0,30	0,44	0,61	0,75	0,83	0,87	0,88	0,89	0,89
	SC <sub>12</sub>	0,31	0,44	0,60	0,74	0,83	0,87	0,89	0,89	0,89
	SC <sub>13</sub>	0,19	0,36	0,56	0,74	0,84	0,89	0,90	0,90	0,91
	SC <sub>14</sub>	0,20	0,34	0,52	0,70	0,81	0,86	0,88	0,89	0,89
CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>	0,28	0,44	0,68	0,85	0,91	0,92	0,92	0,92	0,92
	SC <sub>22</sub>	0,27	0,57	0,84	0,96	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
	SC <sub>23</sub>	0,21	0,49	0,79	0,94	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97
	SC <sub>24</sub>	0,23	0,50	0,83	0,96	0,97	0,98	0,98	0,98	0,98
CP <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub>	0,29	0,43	0,66	0,85	0,91	0,93	0,93	0,93	0,93
	SC <sub>32</sub>	0,22	0,51	0,81	0,95	0,97	0,98	0,98	0,98	0,98
	SC <sub>33</sub>	0,26	0,54	0,82	0,95	0,97	0,98	0,98	0,98	0,98
	SC <sub>34</sub>	0,22	0,50	0,83	0,96	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98
CP <sub>4</sub>	SC <sub>41</sub>	0,25	0,35	0,51	0,68	0,79	0,82	0,84	0,84	0,84
	SC <sub>42</sub>	0,27	0,55	0,81	0,94	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97
	SC <sub>43</sub>	0,20	0,51	0,80	0,94	0,97	0,97	0,98	0,98	0,98
	SC <sub>44</sub>	0,28	0,55	0,86	0,97	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98

Tabela 23: iterações do mapa cognitivo fuzzy dos subcritérios

Critério	Subcritério	Pesos estabilizados	Pesos normalizados ( $w_{nr}$ )
CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	0,890	0,249
	SC <sub>12</sub>	0,895	0,250
	SC <sub>13</sub>	0,907	0,253
	SC <sub>14</sub>	0,888	0,248
CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>	0,922	0,239
	SC <sub>22</sub>	0,981	0,255
	SC <sub>23</sub>	0,973	0,253
	SC <sub>24</sub>	0,978	0,254
CP <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub>	0,928	0,240

	$SC_{32}$	0,978	0,253
	$SC_{33}$	0,978	0,253
	$SC_{34}$	0,979	0,253
$CP_4$	$SC_{41}$	0,843	0,223
	$SC_{42}$	0,974	0,258
	$SC_{43}$	0,976	0,258
	$SC_{44}$	0,983	0,260

Tabela 24: pesos dos subcritérios estabilizados e normalizados

**13º passo:** com os pesos dos critérios principais e dos subcritérios após os mapas cognitivos fuzzy foi possível calcular seus pesos finais. Os pesos dos subcritérios foram obtidos empregando-se a Equação 21 e 22. O resultado é apresentado na Tabela 25.

Critério		Subcritério	Pesos ( $W_{pl}$ )
$CP_1$	0,24	$SC_{11}$	0,249
		$SC_{12}$	0,250
		$SC_{13}$	0,253
		$SC_{14}$	0,248
$CP_2$	0,26	$SC_{21}$	0,239
		$SC_{22}$	0,255
		$SC_{23}$	0,253
		$SC_{24}$	0,254
$CP_3$	0,25	$SC_{31}$	0,240
		$SC_{32}$	0,253
		$SC_{33}$	0,253
		$SC_{34}$	0,253
$CP_4$	0,25	$SC_{41}$	0,223
		$SC_{42}$	0,258
		$SC_{43}$	0,258
		$SC_{44}$	0,260

Tabela 25: pesos de todos os subcritérios

### Rankeamento das alternativas

**1º passo:** após obter os pesos de todos os subcritérios foi preciso julgar o desempenho das três alternativas de fornecedores em relação aos subcritérios. As notas do julgamento podem ser vistas na Tabela 26.

Critério	Subcritério	ALT <sub>1</sub>			ALT <sub>2</sub>			ALT <sub>3</sub>		
		TD <sub>1</sub>	TD <sub>2</sub>	TD <sub>3</sub>	TD <sub>1</sub>	TD <sub>2</sub>	TD <sub>3</sub>	TD <sub>1</sub>	TD <sub>2</sub>	TD <sub>3</sub>
$CP_1$	$SC_{11}$	MB	MeR	MeB	MeB	Me	MeR	B	MeR	Me
	$SC_{12}$	MB	MeB	MeR	MB	Me	B	MB	MeB	Me
	$SC_{13}$	Me	R	R	MeB	R	R	Me	R	R
	$SC_{14}$	B	Me	Me	MB	MeB	B	Me	Me	Me
$CP_2$	$SC_{21}$	MeB	B	MeR	B	B	B	B	B	B
	$SC_{22}$	MeB	B	MeB	B	B	B	B	B	B
	$SC_{23}$	B	Me	Me	MB	MeB	B	B	MeR	MeB
	$SC_{24}$	Me	B	Me	MB	B	MeB	B	B	Me
$CP_3$	$SC_{31}$	MB	B	MeR	MB	B	Me	MB	B	MeR
	$SC_{32}$	B	MeB	Me	MB	B	MeB	B	MeB	Me
	$SC_{33}$	B	Me	MeB	B	Me	MB	B	MeR	MeB
	$SC_{34}$	Me	Me	Me	B	MeB	MeB	MeB	Me	Me
$CP_4$	$SC_{41}$	B	R	MeR	B	R	Me	Me	R	Me

$SC_{42}$	B	MeR	R	MB	MeR	MB	B	MeR	Me
$SC_{43}$	R	R	MR	MB	R	MeB	B	R	Me
$SC_{44}$	R	Me	MR	MB	Me	B	MB	Me	Me

Tabela 26: notas das alternativas em relação aos subcritérios escolhidos

**1º passo (continuação):** foi empregado outro programa do VBA do Excel para converter os termos linguísticos em números fuzzy triangulares de acordo com a tabela padrão. O resultado é apresentado na Tabela 27 (apenas para as  $ALT_1$  e  $ALT_2$  para exemplificar).

Critério	Subcritério	Tipo	ALT <sub>1</sub>						ALT <sub>2</sub>						ALT <sub>3</sub>					
			TD <sub>1</sub>			TD <sub>2</sub>			TD <sub>3</sub>			TD <sub>1</sub>			TD <sub>2</sub>			TD <sub>3</sub>		
CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	Custo	9,0	10,0	10,0	1,0	3,0	5,0	5,0	7,0	9,0	5,0	7,0	9,0	3,0	5,0	7,0	1,0	3,0	5,0
	SC <sub>12</sub>	Custo	9,0	10,0	10,0	5,0	7,0	9,0	1,0	3,0	5,0	9,0	10,0	10,0	3,0	5,0	7,0	7,0	9,0	10,0
	SC <sub>13</sub>	Custo	3,0	5,0	7,0	0,1	1,0	3,0	0,1	1,0	3,0	5,0	7,0	9,0	0,1	1,0	3,0	0,1	1,0	3,0
	SC <sub>14</sub>	Benefício	7,0	9,0	10,0	3,0	5,0	7,0	3,0	5,0	7,0	9,0	10,0	10,0	5,0	7,0	9,0	7,0	9,0	10,0
CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>	Benefício	5,0	7,0	9,0	7,0	9,0	10,0	1,0	3,0	5,0	7,0	9,0	10,0	7,0	9,0	10,0	7,0	9,0	10,0
	SC <sub>22</sub>	Benefício	5,0	7,0	9,0	7,0	9,0	10,0	5,0	7,0	9,0	7,0	9,0	10,0	7,0	9,0	10,0	7,0	9,0	10,0
	SC <sub>23</sub>	Benefício	7,0	9,0	10,0	3,0	5,0	7,0	3,0	5,0	7,0	9,0	10,0	10,0	5,0	7,0	9,0	7,0	9,0	10,0
	SC <sub>24</sub>	Benefício	3,0	5,0	7,0	7,0	9,0	10,0	3,0	5,0	7,0	9,0	10,0	10,0	7,0	9,0	10,0	5,0	7,0	9,0
CP <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub>	Benefício	9,0	10,0	10,0	7,0	9,0	10,0	1,0	3,0	5,0	9,0	10,0	10,0	7,0	9,0	10,0	3,0	5,0	7,0
	SC <sub>32</sub>	Benefício	7,0	9,0	10,0	5,0	7,0	9,0	3,0	5,0	7,0	9,0	10,0	10,0	7,0	9,0	10,0	5,0	7,0	9,0
	SC <sub>33</sub>	Benefício	7,0	9,0	10,0	3,0	5,0	7,0	5,0	7,0	9,0	7,0	9,0	10,0	3,0	5,0	7,0	9,0	10,0	10,0
	SC <sub>34</sub>	Benefício	3,0	5,0	7,0	3,0	5,0	7,0	3,0	5,0	7,0	7,0	9,0	10,0	5,0	7,0	9,0	5,0	7,0	9,0
CP <sub>4</sub>	SC <sub>41</sub>	Benefício	7,0	9,0	10,0	0,1	1,0	3,0	1,0	3,0	5,0	7,0	9,0	10,0	0,1	1,0	3,0	3,0	5,0	7,0
	SC <sub>42</sub>	Benefício	7,0	9,0	10,0	1,0	3,0	5,0	0,1	1,0	3,0	9,0	10,0	10,0	1,0	3,0	5,0	9,0	10,0	10,0
	SC <sub>43</sub>	Benefício	0,1	1,0	3,0	0,1	1,0	3,0	0,1	0,1	1,0	9,0	10,0	10,0	0,1	1,0	3,0	5,0	7,0	9,0
	SC <sub>44</sub>	Benefício	0,1	1,0	3,0	3,0	5,0	7,0	0,1	0,1	1,0	9,0	10,0	10,0	3,0	5,0	7,0	7,0	9,0	10,0

Tabela 27: resultado da conversão dos termos linguísticos em números fuzzy das notas de desempenho de cada alternativa

**1º passo (continuação):** os números fuzzy triangulares da conversão dos julgamentos em termos linguísticos foram agregados segundo a Equação 25. O resultado pode ser visto na Tabela 28.

Critério	Subcritério	Tipo	ALT <sub>1</sub>			ALT <sub>2</sub>			ALT <sub>3</sub>		
CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	Custo	5,0	6,7	8,0	3,0	5,0	7,0	3,7	5,7	7,3
	SC <sub>12</sub>	Custo	5,0	6,7	8,0	6,3	8,0	9,0	5,7	7,3	8,7
	SC <sub>13</sub>	Custo	1,1	2,3	4,3	1,7	3,0	5,0	1,1	2,3	4,3
	SC <sub>14</sub>	Benefício	4,3	6,3	8,0	7,0	8,7	9,7	3,0	5,0	7,0
CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>	Benefício	4,3	6,3	8,0	7,0	9,0	10,0	7,0	9,0	10,0
	SC <sub>22</sub>	Benefício	5,7	7,7	9,3	7,0	9,0	10,0	7,0	9,0	10,0
	SC <sub>23</sub>	Benefício	4,3	6,3	8,0	7,0	8,7	9,7	4,3	6,3	8,0
	SC <sub>24</sub>	Benefício	4,3	6,3	8,0	7,0	8,7	9,7	5,7	7,7	9,0

	SC <sub>31</sub>	Benefício	5,7	7,3	8,3	6,3	8,0	9,0	5,7	7,3	8,3
CP <sub>3</sub>	SC <sub>32</sub>	Benefício	5,0	7,0	8,7	7,0	8,7	9,7	5,0	7,0	8,7
	SC <sub>33</sub>	Benefício	5,0	7,0	8,7	6,3	8,0	9,0	4,3	6,3	8,0
	SC <sub>34</sub>	Benefício	3,0	5,0	7,0	5,7	7,7	9,3	3,7	5,7	7,7
	SC <sub>41</sub>	Benefício	2,7	4,3	6,0	3,4	5,0	6,7	2,0	3,7	5,7
CP <sub>4</sub>	SC <sub>42</sub>	Benefício	2,7	4,3	6,0	6,3	7,7	8,3	3,7	5,7	7,3
	SC <sub>43</sub>	Benefício	0,1	0,7	2,3	4,7	6,0	7,3	3,4	5,0	6,7
	SC <sub>44</sub>	Benefício	1,1	2,0	3,7	6,3	8,0	9,0	5,0	6,7	8,0

Tabela 28: agregação dos julgamentos das notas das alternativas

**2º passo:** os tomadores de decisão determinaram se o subcritério representava um “benefício” ou um “custo”. Para se calcular o FPIS e o FNIS de cada subcritério antes foi necessário identificar quais valores correspondiam ao maior "benefício" e ao menor "custo" (Equações 29 e 30). Esses são apresentados na Tabela 29. Em seguida, foi preciso normalizar todas as notas dadas empregando esses valores (Equações 28 e 29). O resultado é apresentado na Tabela 30 (apenas para as  $ALT_1$  e  $ALT_2$  para exemplificar).

Maior benefício	10,00
Menor custo	0,10

Tabela 29: maior "benefício" e menor "custo" dos subcritérios

Critério	Subcritério	Tipo	$ALT_1$			$ALT_2$			$ALT_3$		
CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	Custo	0,1338	0,1605	0,2140	0,1529	0,2140	0,3567	0,1459	0,1888	0,2918
	SC <sub>12</sub>	Custo	0,1338	0,1605	0,2140	0,1189	0,1338	0,1689	0,1235	0,1459	0,1888
	SC <sub>13</sub>	Custo	0,2469	0,4586	1,0031	0,2140	0,3567	0,6173	0,2469	0,4586	1,0031
	SC <sub>14</sub>	Benefício	0,4300	0,6300	0,8000	0,7000	0,8700	0,9700	0,3000	0,5000	0,7000
CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>	Benefício	0,4300	0,6300	0,8000	0,7000	0,9000	1,0000	0,7000	0,9000	1,0000
	SC <sub>22</sub>	Benefício	0,5700	0,7700	0,9300	0,7000	0,9000	1,0000	0,7000	0,9000	1,0000
	SC <sub>23</sub>	Benefício	0,4300	0,6300	0,8000	0,7000	0,8700	0,9700	0,4300	0,6300	0,8000
	SC <sub>24</sub>	Benefício	0,4300	0,6300	0,8000	0,7000	0,8700	0,9700	0,5700	0,7700	0,9000
CP <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub>	Benefício	0,5700	0,7300	0,8300	0,6300	0,8000	0,9000	0,5700	0,7300	0,8300
	SC <sub>32</sub>	Benefício	0,5000	0,7000	0,8700	0,7000	0,8700	0,9700	0,5000	0,7000	0,8700
	SC <sub>33</sub>	Benefício	0,5000	0,7000	0,8700	0,6300	0,8000	0,9000	0,4300	0,6300	0,8000

	$SC_{34}$	Benefício	0,3000	0,5000	0,7000	0,5700	0,7700	0,9300	0,3700	0,5700	0,7700
$CP_4$	$SC_{41}$	Benefício	0,2700	0,4300	0,6000	0,3400	0,5000	0,6700	0,2000	0,3700	0,5700
	$SC_{42}$	Benefício	0,2700	0,4300	0,6000	0,6300	0,7700	0,8300	0,3700	0,5700	0,7300
	$SC_{43}$	Benefício	0,0100	0,0700	0,2300	0,4700	0,6000	0,7300	0,3400	0,5000	0,6700
	$SC_{44}$	Benefício	0,1100	0,2000	0,3700	0,6300	0,8000	0,9000	0,5000	0,6700	0,8000

Tabela 30: pontuações normalizadas das alternativas em números fuzzy triangulares

**3º passo:** foi possível calcular a matriz de peso normalizada segundo a Equação 31, que consiste na multiplicação dos pesos dos subcritérios calculados pelas notas normalizadas dadas a cada fornecedor. A Tabela 31 apresenta o resultado dessa multiplicação.

Critério	Subcritério	Tipo	ALT <sub>1</sub>			ALT <sub>2</sub>			ALT <sub>3</sub>		
$CP_1$	$SC_{11}$	Custo	0,007	0,008	0,011	0,008	0,011	0,018	0,007	0,010	0,015
	$SC_{12}$	Custo	0,007	0,008	0,011	0,006	0,007	0,009	0,006	0,007	0,010
	$SC_{13}$	Custo	0,013	0,024	0,052	0,011	0,019	0,032	0,013	0,024	0,052
	$SC_{14}$	Benefício	0,022	0,032	0,041	0,036	0,044	0,049	0,015	0,025	0,036
$CP_2$	$SC_{21}$	Benefício	0,027	0,040	0,051	0,044	0,057	0,063	0,044	0,057	0,063
	$SC_{22}$	Benefício	0,038	0,052	0,063	0,047	0,061	0,067	0,047	0,061	0,067
	$SC_{23}$	Benefício	0,029	0,042	0,053	0,047	0,058	0,065	0,029	0,042	0,053
	$SC_{24}$	Benefício	0,029	0,042	0,054	0,047	0,058	0,065	0,038	0,052	0,060
$CP_3$	$SC_{31}$	Benefício	0,036	0,047	0,053	0,040	0,051	0,057	0,036	0,047	0,053
	$SC_{32}$	Benefício	0,034	0,047	0,059	0,047	0,059	0,065	0,034	0,047	0,059
	$SC_{33}$	Benefício	0,034	0,047	0,059	0,042	0,054	0,061	0,029	0,042	0,054
	$SC_{34}$	Benefício	0,020	0,034	0,047	0,038	0,052	0,063	0,025	0,038	0,052
$CP_4$	$SC_{41}$	Benefício	0,016	0,025	0,035	0,020	0,029	0,039	0,012	0,022	0,034
	$SC_{42}$	Benefício	0,018	0,029	0,041	0,043	0,052	0,056	0,025	0,039	0,050
	$SC_{43}$	Benefício	0,001	0,005	0,016	0,032	0,041	0,050	0,023	0,034	0,046
	$SC_{44}$	Benefício	0,008	0,014	0,025	0,043	0,055	0,062	0,034	0,046	0,055

Tabela 31: matriz de peso normalizada

**4º passo:** foi possível calcular o FNIS e o FPIS de cada critério segundo as Equações 32 e 33. O resultado é apresentado na Tabela 32.

Critério	Subcritério	Tipo	FPIS			FNIS		
CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	Custo	0,007	0,008	0,011	0,008	0,011	0,018
	SC <sub>12</sub>	Custo	0,006	0,007	0,009	0,007	0,008	0,011
	SC <sub>13</sub>	Custo	0,011	0,019	0,032	0,013	0,024	0,052
	SC <sub>14</sub>	Benefício	0,036	0,044	0,049	0,015	0,025	0,036
CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>	Benefício	0,044	0,057	0,063	0,027	0,040	0,051
	SC <sub>22</sub>	Benefício	0,047	0,061	0,067	0,038	0,052	0,063
	SC <sub>23</sub>	Benefício	0,047	0,058	0,065	0,029	0,042	0,053
	SC <sub>24</sub>	Benefício	0,047	0,058	0,065	0,029	0,042	0,054
CP <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub>	Benefício	0,040	0,051	0,057	0,036	0,047	0,053
	SC <sub>32</sub>	Benefício	0,047	0,059	0,065	0,034	0,047	0,059
	SC <sub>33</sub>	Benefício	0,042	0,054	0,061	0,029	0,042	0,054
	SC <sub>34</sub>	Benefício	0,038	0,052	0,063	0,020	0,034	0,047
CP <sub>4</sub>	SC <sub>41</sub>	Benefício	0,020	0,029	0,039	0,012	0,022	0,034
	SC <sub>42</sub>	Benefício	0,043	0,052	0,056	0,018	0,029	0,041
	SC <sub>43</sub>	Benefício	0,032	0,041	0,050	0,001	0,005	0,016
	SC <sub>44</sub>	Benefício	0,043	0,055	0,062	0,008	0,014	0,025

**Tabela 32: FNIS e FPIS de cada subcritério**

**5º passo:** agora que já foram calculados o FNIS e FPIS de cada critério é necessário calcular a distância entre esses e as notas dadas para cada alternativa (Equação 36). A Tabela 33 e 34 apresentam as distâncias para cada subcritério para cada alternativa.

Critério	Subcritério	Tipo	ALT <sub>1</sub>	ALT <sub>2</sub>	ALT <sub>3</sub>
CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	Custo	0,000	0,005	0,002
	SC <sub>12</sub>	Custo	0,002	0,000	0,001
	SC <sub>13</sub>	Custo	0,012	0,000	0,012
	SC <sub>14</sub>	Benefício	0,012	0,000	0,018
CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>	Benefício	0,016	0,000	0,000
	SC <sub>22</sub>	Benefício	0,008	0,000	0,000
	SC <sub>23</sub>	Benefício	0,015	0,000	0,015

	SC <sub>24</sub>	Benefício	0,015	0,000	0,007
CP <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub>	Benefício	0,004	0,000	0,004
	SC <sub>32</sub>	Benefício	0,011	0,000	0,011
	SC <sub>33</sub>	Benefício	0,006	0,000	0,011
	SC <sub>34</sub>	Benefício	0,017	0,000	0,013
CP <sub>4</sub>	SC <sub>41</sub>	Benefício	0,004	0,000	0,007
	SC <sub>42</sub>	Benefício	0,021	0,000	0,013
	SC <sub>43</sub>	Benefício	0,034	0,000	0,007
	SC <sub>44</sub>	Benefício	0,038	0,000	0,008
	d*		0,216	0,005	0,130

Tabela 33: distâncias do FPIS de cada alternativa

Critério	Subcritério	Tipo	ALT <sub>1</sub>	ALT <sub>2</sub>	ALT <sub>3</sub>
CP <sub>1</sub>	SC <sub>11</sub>	Custo	0,005	0,000	0,002
	SC <sub>12</sub>	Custo	0,000	0,002	0,001
	SC <sub>13</sub>	Custo	0,000	0,012	0,000
	SC <sub>14</sub>	Benefício	0,006	0,018	0,000
CP <sub>2</sub>	SC <sub>21</sub>	Benefício	0,000	0,016	0,016
	SC <sub>22</sub>	Benefício	0,000	0,008	0,008
	SC <sub>23</sub>	Benefício	0,000	0,015	0,000
	SC <sub>24</sub>	Benefício	0,000	0,015	0,009
CP <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub>	Benefício	0,000	0,004	0,000
	SC <sub>32</sub>	Benefício	0,000	0,011	0,000
	SC <sub>33</sub>	Benefício	0,005	0,011	0,000
	SC <sub>34</sub>	Benefício	0,000	0,017	0,005
CP <sub>4</sub>	SC <sub>41</sub>	Benefício	0,003	0,007	0,000
	SC <sub>42</sub>	Benefício	0,000	0,021	0,008
	SC <sub>43</sub>	Benefício	0,000	0,034	0,027
	SC <sub>44</sub>	Benefício	0,000	0,038	0,030
	d <sup>-</sup>		0,019	0,230	0,105

Tabela 34: distâncias do FNIS de cada alternativa

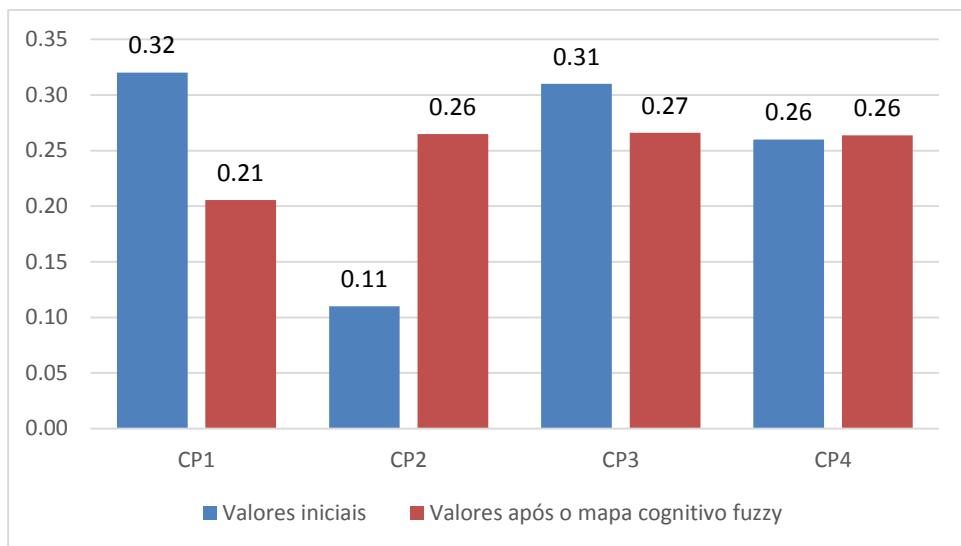
**6º passo:** levando em consideração as distâncias calculadas no item anterior, foi possível gerar um *ranking* das alternativas. A Equação 37 foi usada para calcular o coeficiente de proximidade de cada alternativa, sendo que o valor mais próximo de 1 corresponde a melhor opção. A Tabela 35 mostra o resultado desse cálculo, identificando a ALT<sub>2</sub> como o melhor fornecedor.

	ALT <sub>1</sub>	ALT <sub>2</sub>	ALT <sub>3</sub>
d*	0,216	0,005	0,130
d <sup>-</sup>	0,019	0,230	0,105
CCi	0,080	0,981	0,447

Tabela 35: ranking final das alternativas

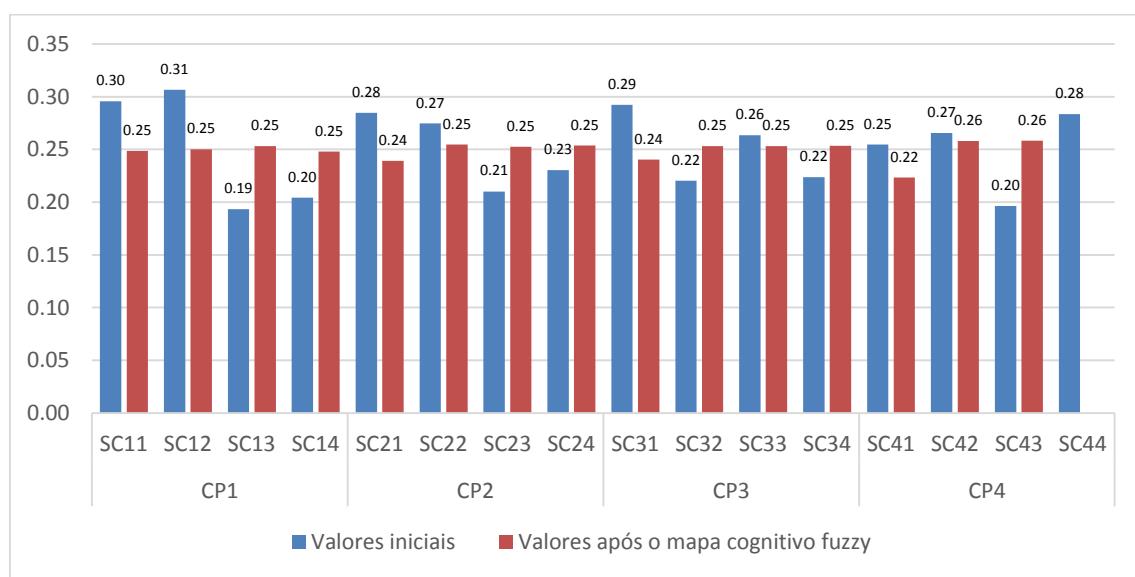
## 6. Resultados e discussão

Avaliando o julgamento dos tomadores de decisão em relação aos critérios principais, é notável que o critério Responsabilidade social corporativa não foi considerado de vital importância para a escolha do fornecedor. Entretanto, ao se incorporar a dependência causal entre esses critérios através da aplicação do mapa cognitivo fuzzy, observa-se uma certa igualdade de importância entre os critérios, todos com pesos em torno de 0,25. Essa observação é explicada pelo comportamento dinâmico dos pesos dos critérios ao levar em consideração a dependência entre os critérios a longo prazo, fator que pode ser observado na Figura 22 que apresenta os pesos dos critérios antes e depois da aplicação do mapa cognitivo fuzzy. Nessa figura, o peso do critério Responsabilidade social corporativa que inicialmente era de 0,14, passa a ser 0,25 após a aplicação do mapa. Já o critério Qualidade passou de 0,34 para 0,26. Essas mudanças comprovam que não há independência entre os critérios e ela não pode ser ignorada.



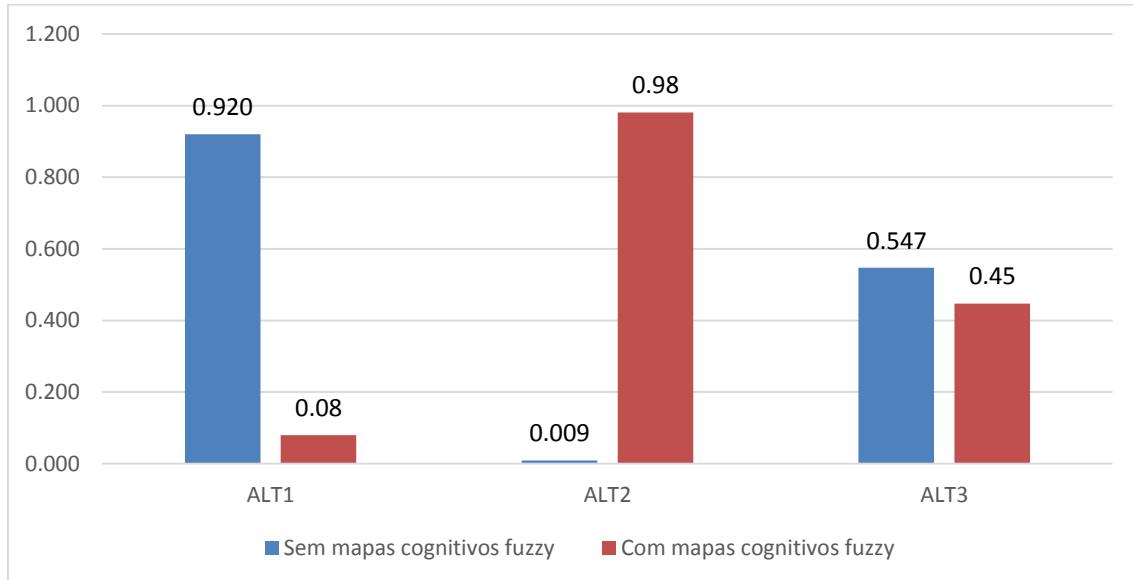
**Figura 22: pesos dos critérios principais antes e após o mapa cognitivo fuzzy**

Quando se comparam os pesos dos subcritérios com e sem aplicação do mapa também é notável uma significativa mudança nos valores. Essas estão apresentadas na Figura 23, onde estão apresentados os pesos dos subcritérios com e sem aplicação dos mapas cognitivos fuzzy. Observa-se uma redução nos pesos dos subcritérios relacionados a Qualidade e um aumento nos pesos dos subcritérios relacionados a Responsabilidade social corporativa. Uma possível explicação desse comportamento é a alta dependência causal entre os critérios Custo e Qualidade (comprovada pela topologia do mapa cognitivo fuzzy – Figura 19) e a alta avaliação da importância desses critérios de acordo com os tomadores de decisão, o que pode vir a promover uma mudança visando a igualdade de valores. Já a dependência entre os critérios Responsabilidade social corporativa e Desempenho do serviço pode ser o motivo para o aumento no peso daquele critério. Dessa forma, como há uma certa igualdade entre os pesos dos critérios os tomadores de decisão não devem priorizar algum critério em detrimento dos outros durante a avaliação ou busca por melhorias.



**Figura 23: pesos dos subcritérios com e sem o mapa cognitivo fuzzy**

Caso o mapa cognitivo *fuzzy* não tivesse sido aplicado o resultado seria diferente. Como pode ser observado na Figura 24, sem a incorporação do efeito da dependência causal entre os critérios e os subcritérios a melhor alternativa seria a ALT<sub>1</sub>. Chega a ser surpreendente a variação no valor do coeficiente de proximidade da ALT<sub>1</sub> (0,92 para 0,08) e da ALT<sub>2</sub> (0,01 para 0,98). Essa é mais uma comprovação da importância do mapa para o modelo aplicado.



**Figura 24: ranking final das alternativas com e sem a aplicação do mapa cognitivo fuzzy**

## 7. Conclusão

Nesse trabalho de conclusão de curso, foi aplicado um método híbrido para tomada de decisão, combinando o método TOPSIS com a lógica *fuzzy* e os mapas cognitivos *fuzzy* em um ambiente *fuzzy*. O método foi capaz de avaliar as interdependências entre os critérios, determinando inclusive os graus de influência entre eles, o que consequentemente promove um melhor entendimento dos fatores que afetam a seleção de fornecedores. Outra vantagem do modelo aplicado, foi o uso de uma decomposição hierárquica para reduzir a complexidade do problema. Esse formato facilitou o desenvolvimento do modelo, visto que uma decomposição em rede iria demandar muito esforço dos tomadores de decisão, o que inviabilizaria a disseminação do modelo. A influência entre os subcritérios apenas da mesma repartição foi decidida visando uma redução dos requisitos de dados, pois o julgamento da dependência entre todos os subcritérios tornaria o modelo muito extenso.

Como discutido anteriormente, ficou bem claro o efeito da dependência causal no cálculo dos pesos dos critérios. Esse efeito não pode ser menosprezado, visto que ele alterou a configuração final das alternativas. Em um cenário real, sem a aplicação dos mapas cognitivos *fuzzy*, a empresa manufatureira iria selecionar o fornecedor errado, o que poderia inicialmente ser uma vantagem competitiva em relação aos concorrentes, pode se tornar um problema para a produção.

Portanto, o método aplicado buscou uma nova forma de avaliar a dependência entre os critérios, comprovando que não há independência entre eles. Seria interessante aplicar o

modelo em um estudo de caso real para compará-lo com a decisão tomada sem o modelo. Essa abordagem seria uma forte evidência de que o modelo possui aplicabilidade e gera resultados acurados. Além disso, a combinação do modelo com outros métodos é mais do que encorajada, adaptando-o para outros tipos de tomada de decisão, não especificamente para o problema de seleção de fornecedores. Finalmente, o uso dos mapas cognitivos *fuzzy* se mostrou muito eficiente no campo de análise de decisão. Portanto, deve-se focar em continuar empregando esse método, visando determinar qual a melhor variação para cada caso.

## 8. Referências bibliográficas

- Aamodt, A., & Plaza, E. (1994). Case-based reasoning: foundational issues, methodological variations and system approaches. *AI Communications*, 27 (1), 39-59.
- Aissaoui, N., Haouari, M., & Hassini, E. (2007). Supplier selection and order lot sizing modeling: a review. *Computers & Operations Research*, 34 (12), 3516-3540.
- Aksoy, A., & Ozturk, N. (2011). Supplier selection and performance evaluation in just-in-time production environments. *Expert Systems with Applications*, 38 (5), 6351–6359.
- Amid, A., Ghodsypour, S. H., & O'Brien, C. (2011). A weighted max-mix model for fuzzy multi-objective supplier selection in a supply chain. *International Journal of Production Economics*, 131 (1), 139-145.
- Arariboia, G. (1988). *Inteligência artificial*. Rio de Janeiro: LTC.
- Aschenbrenner, K. M., Jaus, D., & Villani, C. (1980). Hierarchical goal structuring and pupils' job choices: testing a decision aid in the field. *Acta Psychologica*, 45 (1), 35-49.
- Axelrod, R. (1976). *Structure of Decision: The Cognitive Maps of Political Elites*. Princeton: Princeton University Press.
- Azadeh, A., & Alem, S. M. (2010). A flexible deterministic, stochastic and fuzzy data envelopment analysis approach for supply chain risk and vendor selection problem: Simulation analysis. *Expert Systems with Applications*, 37 (12), 7438–7448.
- Bai, C., & Sarkis, J. (2010). Green supplier development: analytical evaluation using rough set theory. *Journal of Cleaner Production*, 18, 1200-1210.
- Baykasoğlu, A., & Gölcük, İ. (2015). Development of a novel multiple-attribute decision making model via fuzzy cognitive maps and hierarchical fuzzy TOPSIS. *Information Sciences*, 301, 75-98.
- Beamon, B. M. (1998). Supply chain design and analysis: models and methods. *International Journal of Production Economics*, 55, 281-294.
- Behzadian, M., Kazemzadeh, R. B., Albadvi, A., & Aghdasi, M. (2010). PROMETHEE: A comprehensive literature review on methodologies and applications. *European journal of Operational Research*, 200 (1), 198-215.
- Bell, J. W. (1991). *Searching Behaviour - The Behavioural Ecology of Finding Resources*. London, England: Chapman & Hall.
- Bellman, B., & Zadeh, L. (1970). Decision-making in a fuzzy environment. *Management Science*, 17 (4), 141-164.

- Bellman, R. E. (1970). Decision-making in a fuzzy environment. *Management science* , 17 (4), B-141.
- Berry, M., & Linoff, G. (1997). *Data Mining Techniques: For Marketing, Sales, and Customer Support*. New York: Wiley.
- Bevilacqua, M., Ciarapica, F. E., & Giacchetta, G. (2006). A fuzzy-QFD approach to supplier selection. *Journal of Purchasing & Supply Management* , 12, 14-27.
- Bounds, D. G. (1987). New optimization methods from physics and biology. *Nature* , 215-219.
- Bowersox, D. J., Closs, D. J., & Cooper, M. B. (2007). *Gestão da cadeia de suprimentos e logística* (2 Edição ed.). Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda.
- Braglia, M., & Petroni, A. (2000). A quality assurance-oriented methodology for handling trade-offs in supplier selection. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management* , 30 (2), 96-111.
- Brans, J. P. (1982). Lingenierie de la decision. Elaboration dinstruments daide a la decision. Methode PROMETHEE. *Laide a la Decision: Nature, Instruments et Perspectives Davenir* (pp. 183–214). Quebec: Nadeau, R., Landry, M. (Eds.).
- Brans, J., & Mareschal, B. (2005). Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys. *Springer Science + Business Media* (pp. 163–196). : Figueira, J., Greco, S., Ehrgott, M. (Eds.).
- Briggs, P. (1994). Vendor assessment for partners in supply. *European Journal of Purchasing & Supply Management* , 1, 49-59.
- Buyukozkan, G., & Cifci, G. (2012). A novel hybrid MCDM approach based on fuzzy DEMATEL, fuzzy ANP and fuzzy TOPSIS to evaluate green suppliers. *Expert Systems with Applications* , 39 (3), 3000-3011.
- Chai, J., Liu, J. N., & Ngai, E. W. (2013). Application of decision-making techniques in supplier selection: A systematic review of literature. *Experts Systems with Applications* , 40 (10), 3872-3885.
- Chan, F. T., Kumar, N., Tiwari, M. K., Lau, H. C., & Choy, K. L. (2008). Global supplier selection: A fuzzy-AHP approach. *International Journal of Production Research* , 46 (14), 3825–3857.
- Chan, F. T., Kumar, N., Tiwari, M. K., Laus, H. C., & Choy, K. (2008). Global supplier selection: a fuzzy-AHP approach. *International Journal of Production Research* , 46 (14), 3825-3857.
- Chang, Y. H., & Yeh, C. H. (2001). Evaluating airline competitiveness using multiattribute decision-making. *Omega* , 29, 405–415.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research* , 2, 429-444.

- Chauhan, S. S., Nagi, R., & Proth, J. M. (2004). Strategic capacity planning in supply chain design for a new market opportunity. *International Journal of Production Research*, 42 (11), 2197-2206.
- Che, Z. H. (2010). Using fuzzy analytic hierarchy process and particle swarm optimization for balanced and defective supply chain problems considering WEEE/RoHS directives. . *International Journal of Production Research*, 48 (11), 3355-3381.
- Chen, C. (2000). Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems*, 114, 1-9.
- Chen, C. T., Lin, C. T., & Huang, S. F. (2006). A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management. *International journal of production economics*, 102 (2), 289-301.
- Chen, Y. (2011). Structured methodology for supplier selection and evaluation in a supply chain. *Information Sciences*, 181 (9), 1651–1670.
- Chen, Y., Wang, T., & Wu, C. (2011). Strategic decisions using the fuzzy PROMETHEE for IS outsourcing. *Expert Systems with Applications*, 38 (10), 13216–13222.
- Choi, T. Y., & Hartley, J. L. (1996). An exploration of supplier selection practices across the supply chain. *Journal of Operations Management*, 14, 333-343.
- Chou, S., & Chang, Y. (2008). A decision support system for supplier selection based on a strategy-aligned fuzzy SMART approach. *Expert Systems with Applications*, 34 (4), 2241–2253.
- Choy, K., & Lee, W. (2003). A generic supplier management tool for outsourcing manufacturing. *Supply Chain Management: An International Journal*, 8 (2), 140-154.
- Choy, K., & Lee, W. (2001). Multi-agent based virtual enterprise supply chain network for order management. *Journal of Industrial Engineering Research*, 2 (2), 126-141.
- Cook, R. L. (1997). Case-based reasoning systems in purchasing: applications and development. *International Journal of Purchasing and Materials Management*, 32-39.
- Cook, R. L. (1992). Expert systems in purchasing applications and development. *International Journal of Purchasing and Management*, 18, 20-27.
- Corrente, S., Greco, S., & Słowiński, R. (2013). Multiple criteria hierarchy process with ELECTRE and PROMETHEE. *Omega*, 41 (5), 820-846.
- Da Silva, R. V., Davies, G., & Naude, P. (2002). Assessing customer orientation in the context of buyer/supplier relationships using judgemental modelling. *Industrial Marketing Management*, 31 (3), 241-252.
- de Boer, L., & van der Wegen, L. L. (2003). Practice and promise of formal supplier selection: a study of four empirical cases. *Journal of Purchasing & Supply Management*, 9 (3), 109-118.

- de Boer, L., Labro, E., & Morlacchi, P. (2001). A review of methods supporting supplier selection. *European Journal of Purchasing & Supply Management*, 3, 75-89.
- de Boer, L., van der Wegen, L. L., & Telgen, J. (1998). Outranking methods in support of supplier selection. *European Journal of Purchasing & Supply Management*, 4, 109-118.
- Delgado, M., Verdegay, J., & Vila, M. (1992). Linguistic decision-making models. *International Journal of Intelligent Systems*, 7, 479-492.
- Dempster, A. P. (1967). Upper and lower probabilities induced by a multivalued. *Annals of Mathematical Statistics*, 38, 325–328.
- Deng, J. L. (1982). Control problems of grey system. *System and Control Letters*, 1 (5), 288-294.
- Dogan, I., & Aydin, N. (2011). Combining Bayesian Networks and Total Cost of Ownership method for supplier selection analysis. *Computers & Industrial Engineering*, 61 (4), 1072–1085.
- Donaldson, B. (1994). Supplier selection criteria on the service dimension. *European Journal of Purchasing & Supply Management*, 1, 209-217.
- Dorigo, M., Birattari, M., & Stützle, T. (2006). Ant colony optimization. *Computational Intelligence Magazine, IEEE*, 1 (4), 28-39.
- Edwards, W. (1977). How to multiattribute utility measurement for social decision-making. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 7, 326–340.
- Edwards, W., & Barron, F. H. (1994). SMARTS and SMARTER: improved simple methods for multiattribute utility measurement. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 60 (3), 306–325.
- Ellram, L. M. (1992). The supplier selection decision in strategic partnerships. *International Journal of Purchasing and Management*, 18, 8-14.
- Fayyad, U. M., & Irani, K. B. (1992). The attribute selection problem in decision tree generation. *Tenth National Conference on Artificial Intelligence* (pp. 104-110). San Jose, CA: MIT Press.
- Ferreira, L., & Borenstein, D. (2012). A fuzzy-Bayesian model for supplier selection. *Expert Systems with Applications*, 39 (9), 7834–7844.
- Friedl, M. A., & Brodleyf, C. E. (1997). Decision tree classification of land cover from remotely sensed data. *Remote Sensing of Environment*, 61 (3), 399-409.
- Friedman, J. H. (1977). A recursive partitioning decision rule for nonparametric classification. *IEEE Transactions on Computers*, 26 (4), 404–408.
- Gabus, A., & Fontela, E. (1973). Perceptions of the world problematique: Communication procedure, communicating with those bearing collective responsibility. *Battelle Geneva Research Centre. no. 1*. Switzerland Geneva.

- Gencer, C., & Guerpinar, D. (2007). Analytic network process in supplier selection: a case study in an electronic firm. *Applied Mathematical Modelling*, 31 (11), 2475-2486.
- Golmohammadi, D., & Mellat-Parast, M. (2012). Developing a grey-based decision-making model for supplier selection. *Expert Systems with Applications*, 137 (2), 191-200.
- Grasse, P.-P. (1959). "La reconstruction du nid et les coordinations interindividuelles chez Bellicositermes Natalensis et Cubitermes sp. La théorie de la stigmergie: Essai d'interprétation du comportement des termites constructeurs. Insectes Sociaux.
- Guam, J., & Bell, D. A. (1991). *Evidence Theory and its Applications*. Amsterdam: North-Holland.
- Guo, X., Yuan, Z., & Tian, B. (2009). Supplier selection based on hierarchical potential support vector machine. *Expert Systems with Applications*, 36 (3), 6978-6985.
- Han, E., Karypis, G., & Kumar, V. (2000). Scalable parallel data mining for association rules. *IEEE Trans. Knowledge Data Engineering*, 12 (3), 337-352.
- Han, J. W., Kamber, M., & Pei, J. (2012). *Data mining concepts and techniques*. Springer.
- Harnpson, S. E., & Volper, D. J. (1986). Linear function neurons: structure and training. *Biology Cybernetics*, 53, 203-217.
- Herrera, F., & Herrera-Viedma, E. (2000). Linguistic decision analysis: Steps for solving decision problems under linguistic information. *Fuzzy Sets and Systems*, 115, 67-82.
- Herrera, F., Herrera-Viedma, E., & Verdegay, J. (1996). A model of consensus in group decision making under linguistic assessments. *Fuzzy Sets and Systems*, 78, 73-87.
- Hsu, B., Chiang, C., & Shu, M. (2010). Supplier selection using fuzzy quality data and their applications to touch screen. *Expert Systems with Applications*, 37 (9), 6192-6200.
- Hwang, C. L., & Yoon, K. (1981). Multiple attribute decision making-methods and applications: A state of the art survey. *Springer-Verlag*.
- Ip, W., Huang, M., Yung, K., & Wang, D. (2003). Genetic algorithm solution for a risk-based partner selection problem in a virtual enterprise. *Computers and Operations Research*, 30 (2), 213–231.
- Ittner, C. D., Larcker, D. F., Nagar, V., & Rajan, M. V. (1999). Supplier selection, monitoring practices, and firm performance. *Journal of Accounting and Public Policy*, 18, 253-281.
- Kahraman, C., Ateşs, N. Y., Çevik, S., Gülbay, M., & Erdoğan, S. A. (2007). Hierarchical fuzzy TOPSIS model for selection among logistics information technologies. *Journal of Enterprise Information Management*, 20 (2), 143–168.
- Kahraman, C., Ruan, D., & Dogan, I. (2003). Fuzzy group decisionmaking for facility location selection. *Information Sciences*, 157, 135–153.
- Kara, S. S. (2011). Supplier selection with an integrated methodology in unknown environment. *Expert Systems with Applications*, 38 (3), 2133-2139.

- Karadogan, A., Kahriman, A., & Ozer, U. (2008). Application of fuzzy set theory in the selection of underground mining method. *The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 108, 73-79.
- Karpak, B., Kumcu, E., & Kasuganti, R. R. (2001). Purchasing materials in the supply chain: managing a multi-objective task. *European Journal of Purchasing & Supply Management*, 7 (3), 209-216.
- Karsak, E. E. (2002). Distance-based fuzzy MCDM approach for evaluating flexible manufacturing system alternatives. . *International Journal of Production Research*, 40 (13), 3167–3181.
- Kaufmann, A. (1975). *ntroduction to Theory of Fuzzy Subsets*. New York, NY: Academic Press.
- Keeney, R. L. (1997). Value-focused thinking: a path to creative decisionmaking. *Long Range Planning*, 2 (30), 314.
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. *Proc. IEEE International Conference on Neural Networks* (pp. 1942-1948). Perth, Australia: IEEE Service Center.
- Klir, G., & Yuan, B. (1995). *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. USA: Prentice-Hall Inc.
- Kolodner, J. L. (1991). Improving human decision making through case- based decision aiding. *AI Magazine*, 12 (2), 52–68.
- Kosko, B. (1986). Fuzzy cognitive maps. *International Journal of man-machine studies*, 24 (1), 65-75.
- Kosko, B. (1992). *Neural Networks and Fuzzy Systems*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Kuo, R. J., Wang, Y. C., & Tien, F. C. (2010). Integration of artificial neural network and MADA methods for green supplier selection. *Journal of Cleaner Production*, 18, 1161-1170.
- Labib, A. W. (2011). A supplier selection model: a comparison of fuzzy logic and the analytic hierarchy process. *International Journal of Production Research*, 49 (21), 6287-6299.
- Lee, C. C., & Ou-Yang, C. (2009). A neural networks approach for forecasting the supplier's bid prices in supplier selection negotiation process. *Expert Systems with Applications*, 36 (2), 2961–2970.
- Lee, E. K., Ha, S., Kim, S. K., & Delgado, M. (2001). Supplier selection and management system considering relationships in supply chain management. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 48 (3), 307-318.
- Lee, J. W., & Kim, S. H. (2000). Using analytic network process and goal programming for interdependent information system project selection. *Computers & Operations Research*, 27 (4), 367-382.

- Lee, T. R., Le, T. P., Koh, L. S., & Genovese, A. (2012). Using FAHP to determine the criteria for partner's selection within a green supply chain: The case of hand tool industry in Taiwan. *Journal of Manufacturing Technology Management*, 23 (1), 25-55.
- Li, L., & Zabinsky, Z. B. (2011). Incorporating uncertainty into a supplier selection problem. *International Journal of Production Economics*, 134 (2), 344-356.
- Li, P., Tan, T. C., & Lee, J. Y. (1997). Grey relational analysis of amine inhibition of mild steel corrosion in acids. *Corrosion*, 53 (3), 186-194.
- Li, Z., & Tang, X. (2007). Using support vector machines to enhance the performance of Bayesian face recognition. *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, 2 (2), 174-180.
- Liang, R. H. (1999). Application of grey relation analysis to hydroelectric generation scheduling. *Electrical Power and Energy Systems*, 21 (5), 357-364.
- Lima Junior, F. R. (2013). *Uma comparação entre os métodos fuzzy TOPSIS e fuzzy AHP no apoio à tomada de decisão para seleção de fornecedores*. Universidade de São Paulo, São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos.
- Lin, C., Chen, C., & Ting, Y. (2011). An ERP model for supplier selection in electronics industry. *Expert Systems with Applications*, 38 (3), 1760-1765.
- Lin, R. (2012). An integrated model for supplier selection under a fuzzy situation. *International Journal of Production Economics*, 138 (1), 55-61.
- Lin, Y., Lin, C., Yu, H., & Tzeng, G. (2010). A novel hybrid MCDM approach for outsourcing vendor selection: A case study for a semiconductor company in Taiwan. *Expert Systems with Applications*, 37 (7), 4796–4804.
- Lin, Y., Lin, C., Yu, H., & Tzeng, G. (2010). A novel hybrid MCDM approach for outsourcing vendor selection: A case study for a semiconductor company in Taiwan. *Expert Systems with Applications*, 37 (7), 4796–4804.
- Liu, F. H., & Hai, H. L. (2005). The voting analytic hierarchy process method for selecting supplier. *International Journal of Production Economics*, 97 (3), 308-317.
- Liu, J., & Ding, F. Y. (2000). Using data envelopment analysis to compare suppliers for supplier selection and performance improvement. *Supply Chain Management: An International Journal*, 5 (3), 143-150.
- Looff, L. A., & De Loff, L. A. (1996). *Information systems outsourcing decision making: a managerial approach*. Pensilvânia: IGI Publishing.
- Luo, X., Wu, C., Rosenberg, D., & Barnes, D. (2009). Supplier selection in agile supply chains: an information processing model and an illustration. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 15 (4), 249–262.

- Mafakheri, F., Breton, M., & Ghoniem, A. (2011). upplier selection-order allocation: A two-stage multiple criteria dynamic programming approach. *International Journal of Production Economics*, 132 (1), 52-57.
- Maier, K., & Stix, V. (2013). A semi-automated approach for structuring multi criteria decision problems. *European Journal of Operational Research*, 225 (3), 487-496.
- Mandal, A., & Deshmukh, S. G. (1994). Vendor selection using interpretative structural modelling (ISM). *International Journal of Operations and Product Management*, 14 (6), 52-59.
- Mikhailov, L. (2002). Fuzzy analytical approach to partnership selection in formation of virtual enterprises. *Omega*, 30 (5), 393-401.
- Monczka, R., Trent, R., & Handfield, R. (1998). *Purchasing and supply chain management*. New York: South-Western College Publishing.
- Muralidharan, C., Anantharaman, N., & Deshmukh, A. (2002). A multi-criteria group decision-making model for supplier rating. *The Journal of Supply Chain Management*, 22-33.
- Narashimhan, R., Talluri, S., & Mahapatra, S. K. (2006). Multiproduct, multicriteria model for supplier selection with product life-cycle considerations. *Decision Sciences*, 37 (4), 577-603.
- Naude, P., & Lockett, G. (1993). Market analysis via judgemental modelling: an application in the UK chemical industry. *European Journal of Marketing*, 27 (3), 5-22.
- Nikolopoulos, C. (1997). *Expert systems*. New York: Marcel Dekker.
- Oliveira Jr., H. A., Caldeira, A. M., Machado, M. A., Souza, R. C., & Tanscheit, R. (2007). *Inteligência Computacional aplicada à administração, economia e engenharia em Matlab*. São Paulo: Thompson.
- Onüt, S., Kara, S. S., & İlşik, E. (2009). ong term supplier selection using a combined fuzzy MCDM approach: A case study for a telecommunication company. *Expert Systems with Applications*, 36 (2), 3887–3895.
- Oprićović, S. (1998). *Multi-criteria optimization of civil engineering systems*. Faculty of Civil Engineering, Belgrade.
- Oprićović, S., & Tzeng, G. -H. (2004). Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS. *European Journal of Operational Research*, 156, 445–455.
- Oprićović, S., & Tzeng, G. H. (2003). Defuzzification within a multicriteria decision model. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 11 (5), 635-652.
- Oprićović, S., & Tzeng, G. -H. (2002). Multicriteria planning of post-earthquake sustainable reconstruction. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 17 (3), 211–220.
- Park, Y., & Woo Kim, S. (2005). Support vector machine parameter tuning using dynamic encoding algorithm for handwritten digit recognition. *Fifth International Conference on Information, Communications and Signals*, (pp. 361-368).

- Parsopoulos, K. E., Papageorgiou, E., Groumpas, P. P., & Vrahatis, M. N. (2003). A first study of fuzzy cognitive maps learning using particle swarm optimization. *Evolutionary Computation, 2003. CEC'03. The 2003 Congress on*. 2, pp. 1440-1447. IEEE.
- Patton, W. E. (1996). Use of human judgement models in industrial buyers' vendors selection decision. *Industrial Marketing Management , 25*, 135-149.
- Pawlak, Z. (1982). Rough sets. *International Journal of Computer and Information Sciences , 11* (5), 341-356.
- Pedrycz, W. (2010). The design of cognitive maps: A study in synergy of granular computing and evolutionary optimization. *Expert Systems with Applications , 37* (10), 7288-7294.
- Pitchipoo, P., Venkumar, P., & Rajakarunakaran, S. (2012). A distinct decision model for the evaluation and selection of a supplier for a chemical processing industry. *International Journal of Production Research , 50* (16), 4635–4648.
- Rao, P., & Holt, D. (2005). Do green supply chains lead to competitiveness and economic performance? *International Journal of Operations and Production Management , 25* (9), 898-916.
- Razmi, J., Rafiei, H., & Hashemi, M. (2009). Designing a decision support system to evaluate and select suppliers using fuzzy analytic network process. *Computers and Industrial Engineering , 57* (4), 1282-1290.
- Renals, S., & Rohwer, R. (1990). A study of network dynamics. *Journal of Statistical Physics , 58* (5-6), 825-848.
- Ross, T. J. (2010). *Fuzzy Logic With Engineering Applications*. (J. W. Sons., Ed.)
- Roy, B. (1968). Classement et choix en pré' sence de points de vue multiples (la me' thode ELECTRE). *RIRO , 8*, 57-75.
- Roy, B. (1974). Critères multiples et mode' lisation des pré' fé' rences: l'apport des relations de surclassement Revue d'Economie Politique.
- Saaty, T. L. (1977). A scaling method for priorities in hierarchical structures. *Journal of Mathematical Psychology , 15* (1), 57-68.
- Saaty, T. L. (1996). *Decision making with dependence and feedback: the analytic network process*. Pittsburgh, PA: RWS Publications.
- Saaty, T. L., & Begicevic, N. (2010). The scope of human values and human activities in decision making. *Applied soft computing , 10* (4), 963-974.
- Santoso, T., Ahmed, S., Goetschalckx, M., & Shapiro, A. (2005). A stochastic programming approach for supply chain network design under uncertainty. *European Journal of Operational Research , 167*, 96-115.

- Sarkis, J., & Talluri, S. (2002). A model for strategic supplier selection. *Journal of Supply Chain Management*, 38 (1), 18.
- Schank, R. C. (1982). *Dynamic memory: The theory of reminding and learning in computers and people*. New York: Cambridge University Press.
- Sekli, M. (2010). An application of the fuzzy ELECTRE method for supplier selection. *International Journal of Production Research*, 48 (12), 3393–3405.
- Sha, D., & Che, Z. (2006). Supply chain network design: partner selection and production/distribution planning using a systematic model. *Journal of the Operational Research Society*, 57 (1), 52-62.
- Shafer, G. (1976). *A mathematical theory of evidence*. Princeton: Princeton University Press.
- Shin, H., Collier, D. A., & Wilson, D. D. (2000). Supply management orientation and supplier/buyer performance. *Journal of Operations Management*, 18, 317-333.
- Srivastava, S. (2007). Green supply-chain management: a state-of-the-art literature review. *International Journal of Management Reviews*, 9 (1), 53-80.
- Swift, C. O. (1995). Preference for single sourcing and supplier selection criteria. *Journal of Business Research*, 32, 105-111.
- Talluri, S., & Narasimhan, R. (2003). Vendor evaluation with performance variability: a max-min approach. *European Journal of Operational Research*, 146 (3), 543-552.
- Thierry, D. (1997). Analysis of evidence-theoretic decision rules for pattern. *Pattern Recognition*, 30 (7), 1095–1107.
- Tsadiras, A. K., & Margaritis, K. G. (1999). An experimental study of the dynamics of the certainty neuron fuzzy cognitive maps. *Neurocomputing*, 24 (1), 95-116.
- Tsai, Y. L., Yang, Y. J., & Lin, C. -H. (2010). A dynamic decision approach for supplier selection using ant colony system. *Expert Systems with Applications*, 37 (12), 8313–8321.
- Tzeng, G. H., Chiang, C. H., & Li, C. W. (2007). Evaluating intertwined effects in elearning programs: A novel hybrid MCDM model based on factor analysis and DEMATEL. *Expert Systems with Applications*, 32 (4), 1028–1044.
- Vahdani, B., Jabbari, A. H., Roshanaei, V., & Zandieh, M. (2010). Extension of the ELECTRE method for decision-making problems with interval weights and data. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 50 (5-8), 793-800.
- Verma, R., & Pullman, M. E. (1998). An analysis of the supplier selection process. *International Journal of Management Science*, 26 (6), 739-750.
- Vonderembse, M. A., & Tracey, M. (1999). The impact of supplier selection criteria and supplier involvement on manufacturing performance. *The Journal of Supply Chain Management: a Global Review of Purchasing and Supply*, 35 (3), 33-39.

- Wadhwa, V., & Ravindran, A. R. (2007). Vendor selection in outsourcing. *Computers and Operations Research*, 34 (12), 3725-3737.
- Weber, C. A. (1991). A decision support system using multicriteria techniques for vendor selection. *Doctoral dissertation, The Ohio State University*.
- Weber, C. A., & Ellram, L. M. (1992). Supplier selection using multi-objective programming: a decision support system approach. *International Journal of Physics Distribution & Logistics Management*, 23 (2), 3-14.
- Wedley, W. C., Schoner, B., & Choo, E. U. (1993). Clustering, dependence and ratio scales in AHP: Rank reversals and incorrect priorities with a single criterion. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 2 (3), 145-158.
- Werners, B. M. (1988). Aggregation models in mathematical programming. *Mathematical models for decision support*, 295-305.
- Wu, C., & Barnes, D. (2011). A literature review of decision-making models and approaches for partner selection in agile supply chains. *Journal of Purchasing & Supply Management*, 17, 256-274.
- Wu, D. D. (2009). Supplier selection in a fuzzy group setting: A method using grey related analysis and Dempster-Shafer theory. *Expert Systems with Applications*, 36 (5), 8892-8899.
- Wu, D. (2009). Supplier selection: a hybrid model using DEA, decision tree and neural network. *Expert systems with Applications*, 36 (5), 9105-9112.
- Wu, D., & Olson, D. L. (2008). A comparison of stochastic dominance and stochastic DEA for vendor evaluation. *International Journal of Production Research*, 46 (8), 2313–2327.
- Wu, T., & Blackhurst, J. (2009). Supplier evaluation and selection: An augmented DEA approach. *International Journal of Production Research*, 47 (16), 4593–4608.
- Xia, W., & Wu, Z. (2007). Supplier selection with multiple criteria in volume discount environments. *Omega*, 35 (5), 494-504.
- Yeh, D. Y., Cheng, C. H., & Chi, M. L. (2007). A modified two-tuple FLC model for evaluating the performance of SCM: by Six Sigma DMAIC process. *Applied Soft Computing*, 7 (3), 1027-1034.
- Yu, P. L. (1973). A class of solutions for group decisions problems. *Management Science*, 19 (8), 936-946.
- Yu, R., & Tzeng, G. H. (2006). A soft computing method for multi-criteria decision making with dependence and feedback. *Applied Mathematics and Computation*, 180 (1), 63-75.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8 (3), 338-352.
- Zeydan, M., Çolpan, C., & Çobanoglu, C. (2011). A combined methodology for supplier selection and performance evaluation. *Expert Systems with Applications*, 38 (3), 2741–2751.

Zhang, G. P. (2000). Neural networks for classification: A survey. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics- Part C: Applications and Reviews* , 30 (4), 451-462.

Zimmermann, H. J. (1991). *Fuzzy set theory and its applications*. Boston: Kluwer Academic.

# Apêndice

Tomador decisão	Critério	Subcritério	CP <sub>1</sub>	CP <sub>2</sub>	CP <sub>3</sub>	CP <sub>4</sub>
			SC <sub>11</sub> 0,35 0,50 0,65 0,10 0,20 0,35 SC <sub>12</sub> 0,65 0,80 0,90 - 0,10 0,20 CP <sub>1</sub> SC <sub>13</sub> - 0,10 0,20 0,35 SC <sub>14</sub> 0,10 0,20 0,10 0,20 -	SC <sub>21</sub> 0,50 0,65 0,80 - 0,65 0,80 0,90 SC <sub>22</sub> 0,50 0,65 0,80 - 0,65 0,80 0,90 CP <sub>2</sub> SC <sub>23</sub> - 0,35 0,50 0,65 SC <sub>24</sub> 0,65 0,80 0,90 0,35 0,50 0,65	SC <sub>31</sub> - 0,80 0,90 1,00 0,65 0,80 0,90 SC <sub>32</sub> 0,80 0,90 1,00 - 0,50 0,65 0,80 CP <sub>3</sub> SC <sub>33</sub> - 0,80 0,90 1,00 0,50 0,65 0,80 SC <sub>34</sub> 0,65 0,80 0,90 0,80 0,90 1,00 -	SC <sub>41</sub> - 0,65 0,80 0,90 0,50 0,65 0,80 SC <sub>42</sub> 0,35 0,50 0,65 - 0,65 0,80 0,90 CP <sub>4</sub> SC <sub>43</sub> - 0,50 0,65 0,80 - 0,50 0,65 0,80 SC <sub>44</sub> 0,65 0,80 0,90 0,50 0,65 0,80
TD <sub>1</sub>	SC <sub>31</sub> SC <sub>32</sub> CP <sub>3</sub> SC <sub>33</sub> SC <sub>34</sub>	SC <sub>41</sub> SC <sub>42</sub> CP <sub>4</sub> SC <sub>43</sub> SC <sub>44</sub>	SC <sub>11</sub> 0,20 0,35 0,50 0,50 0,65 0,80 SC <sub>12</sub> 0,35 0,50 0,65 0,10 0,20 0,35 CP <sub>1</sub> SC <sub>13</sub> 0,10 0,20 0,35 SC <sub>14</sub> 0,10 0,20 0,35 0,10 0,20 0,35	SC <sub>21</sub> 0,65 0,80 0,90 0,50 0,65 0,80 SC <sub>22</sub> 0,65 0,80 0,90 0,50 0,65 0,80 CP <sub>2</sub> SC <sub>23</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80 SC <sub>24</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80	SC <sub>31</sub> 0,50 0,65 0,80 0,65 0,80 0,90 SC <sub>32</sub> 0,50 0,65 0,80 0,35 0,50 0,65 0,80 CP <sub>3</sub> SC <sub>33</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80 SC <sub>34</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80	SC <sub>41</sub> 0,20 0,35 0,50 0,65 0,80 0,90 SC <sub>42</sub> 0,20 0,35 0,50 - 0,65 0,80 0,90 CP <sub>4</sub> SC <sub>43</sub> 0,65 0,80 0,90 0,65 0,80 0,90 SC <sub>44</sub> 0,65 0,80 0,90 0,65 0,80 0,90
TD <sub>2</sub>	SC <sub>31</sub> SC <sub>32</sub> CP <sub>3</sub> SC <sub>33</sub> SC <sub>34</sub>	SC <sub>41</sub> SC <sub>42</sub> CP <sub>4</sub> SC <sub>43</sub> SC <sub>44</sub>	SC <sub>11</sub> 0,20 0,35 0,50 0,35 0,50 0,65 SC <sub>12</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80 CP <sub>1</sub> SC <sub>13</sub> 0,20 0,35 0,50 SC <sub>14</sub> 0,20 0,35 0,50 0,20 0,35 0,50	SC <sub>21</sub> 0,50 0,65 0,80 0,65 0,80 0,90 SC <sub>22</sub> 0,50 0,65 0,80 0,35 0,50 0,65 0,80 CP <sub>2</sub> SC <sub>23</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80 SC <sub>24</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80	SC <sub>31</sub> 0,50 0,65 0,80 0,65 0,80 0,90 SC <sub>32</sub> 0,50 0,65 0,80 0,35 0,50 0,65 0,80 CP <sub>3</sub> SC <sub>33</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80 SC <sub>34</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80	SC <sub>41</sub> 0,20 0,35 0,50 0,65 0,80 0,90 SC <sub>42</sub> 0,20 0,35 0,50 - 0,65 0,80 0,90 CP <sub>4</sub> SC <sub>43</sub> 0,65 0,80 0,90 0,65 0,80 0,90 SC <sub>44</sub> 0,65 0,80 0,90 0,65 0,80 0,90
TD <sub>3</sub>	SC <sub>31</sub> SC <sub>32</sub> CP <sub>3</sub> SC <sub>33</sub> SC <sub>34</sub>	SC <sub>41</sub> SC <sub>42</sub> CP <sub>4</sub> SC <sub>43</sub> SC <sub>44</sub>	SC <sub>11</sub> 0,20 0,35 0,50 0,35 0,50 0,65 SC <sub>12</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80 CP <sub>1</sub> SC <sub>13</sub> 0,20 0,35 0,50 SC <sub>14</sub> 0,20 0,35 0,50 0,20 0,35 0,50	SC <sub>21</sub> 0,50 0,65 0,80 0,50 0,65 0,80 SC <sub>22</sub> 0,50 0,65 0,80 0,35 0,50 0,65 0,80 CP <sub>2</sub> SC <sub>23</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80 SC <sub>24</sub> 0,35 0,50 0,65 0,50 0,65 0,80	SC <sub>31</sub> 0,35 0,50 0,65 0,20 0,35 0,50 SC <sub>32</sub> 0,35 0,50 0,65 0,20 0,35 0,50 CP <sub>3</sub> SC <sub>33</sub> 0,35 0,50 0,65 0,20 0,35 0,50 SC <sub>34</sub> 0,35 0,50 0,65 0,20 0,35 0,50	SC <sub>41</sub> 0,35 0,50 0,65 0,20 0,35 0,50 SC <sub>42</sub> 0,35 0,50 0,65 - 0,65 0,80 0,90 CP <sub>4</sub> SC <sub>43</sub> 0,65 0,80 0,90 0,65 0,80 0,90 SC <sub>44</sub> 0,65 0,80 0,90 0,65 0,80 0,90

$SC_{32}$		$0,50 \ 0,65 \ 0,80$	$0,35 \ 0,50 \ 0,65$
$SC_{33}$			$0,50 \ 0,65 \ 0,80$
$SC_{34}$		$0,35 \ 0,50 \ 0,65 \ 0,50 \ 0,65 \ 0,80$	
$SC_{41}$			$0,35 \ 0,50 \ 0,65 \ 0,35 \ 0,50 \ 0,65$
$SC_{42}$			$0,50 \ 0,65 \ 0,80$
$CP_4$	$SC_{43}$		$0,50 \ 0,65 \ 0,80$
	$SC_{44}$		$0,50 \ 0,65 \ 0,80 \ 0,50 \ 0,65 \ 0,80$

Tabela 36: resultado da conversão dos termos linguísticos em números fuzzy da dependência entre subcritérios

Critério	Subcritério	Julgamentos agregados																		
		CP <sub>1</sub>					CP <sub>2</sub>													
$CP_1$	$SC_{11}$	0,25	0,40	0,55	0,32	0,45	0,60													
	$SC_{12}$	0,45	0,60	0,73						0,20	0,35	0,50								
	$SC_{13}$						0,13	0,25	0,40											
	$SC_{14}$	0,10	0,22	0,35	0,10	0,22	0,35													
$CP_2$	$SC_{21}$						0,65	0,78	0,90	0,55	0,70	0,83								
	$SC_{22}$						0,55	0,70	0,83											
	$SC_{23}$											0,45	0,60	0,75						
	$SC_{24}$						0,50	0,65	0,78	0,40	0,55	0,70								
$CP_3$	$SC_{31}$											0,55	0,68	0,82	0,45	0,60	0,73			
	$SC_{32}$											0,60	0,73	0,87						
	$SC_{33}$														0,40	0,55	0,70			
	$SC_{34}$														0,65	0,78	0,90			
$CP_4$	$SC_{41}$														0,45	0,60	0,73	0,60	0,73	0,87
	$SC_{42}$																	0,25	0,40	0,55
	$SC_{43}$																	0,60	0,75	0,87
	$SC_{44}$																	0,60	0,75	0,83

Tabela 37: resultado da agregação dos números fuzzy da dependência entre subcritérios