

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO–USP  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO  
CURSO ENGENHARIA ELÉTRICA - ÊNFASE EM ELETRÔNICA

**Pedro Rogério de Paula Guimarães**

**Arquitetura de controle e método para  
estimação de atritos de plataforma  
robótica não-holonômica**



**Pedro Rogério de Paula Guimarães**

**Arquitetura de controle e método para  
estimação de atritos de plataforma  
robótica não-holonômica**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Curso Engenharia Elétrica - Ênfase em Eletrônica da Escola de Engenharia de São Carlos como parte dos requisitos para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Área de concentração: Sistemas de Controle

Orientador: Prof. Dr. Ivan Nunes da Silva

São Carlos

2019

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da  
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

D963a de Paula Guimarães, Pedro Rogério  
Arquitetura de controle e método para estimação  
de atritos de plataforma robótica não-holonômica /  
Pedro Rogério de Paula Guimarães; orientador Ivan Nunes  
da Silva. São Carlos, 2019.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com  
ênfase em Eletrônica) -- Escola de Engenharia de São  
Carlos da Universidade de São Paulo, 2019.

1. Robótica. 2. Sistemas de controle. 3.  
Eletrônica embarcada. 4. Aquisição de sinais. I.  
Título.

# FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Pedro Rogério de Paula Guimarães

Título: "Arquitetura de controle e método para estimação de atritos de plataforma robótica não-holonômica"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado  
em 25 / 11 / 2019,

com NOTA 8,5 (OITO, CINCO), pela Comissão Julgadora:

*Prof. Titular Ivan Nunes da Silva - Orientador - SEL/EESC/USP*

*Mestre Rafael Guedes Lang - Doutorando - SEL/EESC/USP*

*Mestre Nicolas dos Santos Rosa - Doutorando - SEL/EESC/USP*

Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:  
Prof. Associado Rogério Andrade Flauzino



*À minha família e amigos,  
pelo apoio incondicional  
nos momentos felizes e tristes.*





---

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha família, pelo apoio incondicional e fundamental aos meus estudos e às minhas escolhas profissionais. Agradeço à minha mãe, Giovana, pelo carinho e atenção. Ao meu pai, Rogério, pelos conselhos e pelo exemplo. Ao meu irmão, Victor, pelo companheirismo e amizade verdadeira em todos os momentos.

Ao meu orientador, Ivan Nunes, e ao *Warthog Robotics* por me fornecerem todo o apoio e estrutura necessários para o desenvolvimento desse trabalho. Ao Henrique Megid e ao Rafael Lang pela ajuda e orientação. Ao Nicolás Rosa, Leonardo Farçoni, Leonardo Ramos e Nuno Barcellos pelos conhecimentos compartilhados.

Agradeço ao Felipe Balidisseri, Estêvão Cunha, Wilson Martins, Tamino Martens e à toda a República Mineira pelo acolhimento em São Carlos. À todos os meus amigos, pelas noites mal dormidas, pelos estudos, pelas garrafas de café tomadas, e acima de tudo, pelos bons momentos que vivemos juntos.

Por fim, agradeço à Universidade de São Paulo e à *École Centrale de Lyon*, que, através de seus professores, técnicos e demais funcionários, tornaram possível esse aprendizado.



---

# Resumo

GUIMARÃES, P. R. P **Arquitetura de controle e método para estimação de atritos de plataforma robótica não-holonômica.** 71 p. Trabalho de Conclusão de Curso – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2019.

Este trabalho propõe uma arquitetura de controle clássico para um sistema robótico multivariável baseada no desacoplamento entre entradas e saídas através de uma alocação de controle e a compara com a arquitetura atual do sistema. Em seguida, demonstra a grande influência dos atritos de corpo rígido na dinâmica do sistema em malha aberta e fechada. Finalmente, apresenta um método e um *hardware* para estimação desses atritos.

**Palavras-chave:** Robótica, sistemas controle, eletrônica embarcada, aquisição de sinais.



---

# Abstract

GUIMARÃES, P. R. P **Control architecture and method for friction estimation of non-holonomic robotic platform.** 71 p. Final Paper – São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, 2019.

This work presents a classic control architecture for a non-holonomic multivariable robotic platform, based on the decoupling between inputs and outputs provided by control allocation. Then, demonstrates the rigid-body friction coefficients influence in the open and closed-loop system dynamics. Finally, presents a method and a hardware for friction estimation.

**Keywords:** Robotics, control systems, embedded electronics, signal acquisition.



---

## Lista de ilustrações

Fig. 1.1	Robôs SSL do <i>Warthog Robotics</i> . . . . .	21
Fig. 1.2	Mecânica do SSL do <i>Warthog</i> . . . . .	22
Fig. 1.3	Fluxo de dados da categoria SSL . . . . .	23
Fig. 1.4	Arquitetura eletrônica do sistema robótico [Lang Guilherme C. de Oliveira] . . . . .	23
Fig. 2.1	Vista superior da plataforma das rodas do robô, com o sistema de coordenadas adotado . . . . .	26
Fig. 2.2	Diagrama de blocos do motor CC . . . . .	29
Fig. 2.3	Diagrama de blocos do modelo considerado no projeto do controlador utilizado atualmente. . . . .	29
Fig. 2.4	Diagrama de blocos da arquitetura de controle atual . . . . .	30
Fig. 3.1	Resposta ao degrau da matriz de transferência $H$ . . . . .	35
Fig. 3.2	Diagrama de blocos do modelo considerado para o projeto do controlador proposto . . . . .	35
Fig. 3.3	Diagrama de blocos da arquitetura de controle proposta . . . . .	36
Fig. 3.4	Comparação das velocidades do controle proposto com o controle atual para degraus unitários nas direções $X$ , $Y$ e $\theta$ . . . . .	37
Fig. 3.5	Comparação das tensões de motor do controle proposto com o controle atual para degraus unitários nas direções $X$ , $Y$ e $\theta$ . . . . .	37
Fig. 3.6	Envelope de velocidades no plano $XY$ do sistema robótico . . . . .	40
Fig. 4.1	Influência dos atritos de corpo rígido na velocidade em estado estacionário da roda 1 . . . . .	42
Fig. 4.2	Influência dos atritos de corpo rígido na corrente em estado estacionário da roda 1 . . . . .	42
Fig. 4.3	Influência do atrito do motor 1 na velocidade e corrente do motor 1 . . . . .	43
Fig. 4.4	Influência do atrito de corpo rígido em $X$ ( $\mu_1$ ) no desempenho na direção $X$ do sistema com o controlador proposto . . . . .	44

Fig. 4.5	Influência do atrito de corpo rígido em $Y$ ( $\mu_2$ ) no desempenho na direção $Y$ do sistema com o controlador proposto . . . . .	44
Fig. 4.6	Influência do atrito de corpo rígido em $\theta$ ( $\mu_3$ ) no desempenho na direção $\theta$ do sistema com o controlador proposto . . . . .	45
Fig. 4.7	Influência dos atritos de corpo rígido no limitador de velocidades . . . . .	45
Fig. 6.1	Topologia do circuito de medição <i>shunt</i> . . . . .	51



---

## Lista de tabelas

Tabela 2.1	Parâmetros físicos do sistema . . . . .	28
Tabela 2.2	Parâmetros do controlador atual . . . . .	30
Tabela 3.1	Desempenho do sistema para um degrau unitário na direção $X$ . . . . .	37
Tabela 3.2	Desempenho do sistema para um degrau unitário na direção $Y$ . . . . .	38
Tabela 3.3	Desempenho do sistema para um degrau unitário na direção $\theta$ . . . . .	38
Tabela 6.1	Desempenho do circuito de medição . . . . .	52



---

## Lista de siglas

<b>CC</b>	Corrente Contínua
<b>IA</b>	Inteligência Artificial
<b>PID</b>	Proporcional Integrativo Derivativo
<b>SSL</b>	Small Size League
<b>SD</b>	Secure Digital
<b>SISO</b>	Single Input Single Output
<b>WR</b>	Warthog Robotics



---

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>21</b>
1.1	O sistema robótico . . . . .	22
<b>2</b>	<b>Modelagem e arquitetura de controle atual</b>	<b>25</b>
2.1	Modelo dinâmico . . . . .	25
2.2	Controle atual . . . . .	28
<b>3</b>	<b>Arquitetura de controle proposta</b>	<b>33</b>
3.1	Controlador proposto . . . . .	33
3.1.1	Modelo adaptado . . . . .	33
3.1.2	Projeto do controlador . . . . .	35
3.1.3	Resultados e análises . . . . .	36
3.2	Limitador de velocidades . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Influência dos atritos no desempenho do sistema</b>	<b>41</b>
4.1	Influência na dinâmica . . . . .	41
4.2	Influência no controlador . . . . .	43
4.3	Influência no limitador de velocidades . . . . .	44
<b>5</b>	<b>Método para medição dos atritos</b>	<b>47</b>
5.1	Atrito dos motores . . . . .	47
5.2	Atrito do corpo rígido . . . . .	47
5.2.1	Atrito em $X$ . . . . .	47
5.2.2	Atrito em $Y$ . . . . .	48
5.2.3	Atrito em $\theta$ . . . . .	48
<b>6</b>	<b><i>Hardware</i> de aquisição</b>	<b>51</b>
6.1	Circuito de medição . . . . .	51
6.2	Visão geral do <i>hardware</i> proposto . . . . .	52

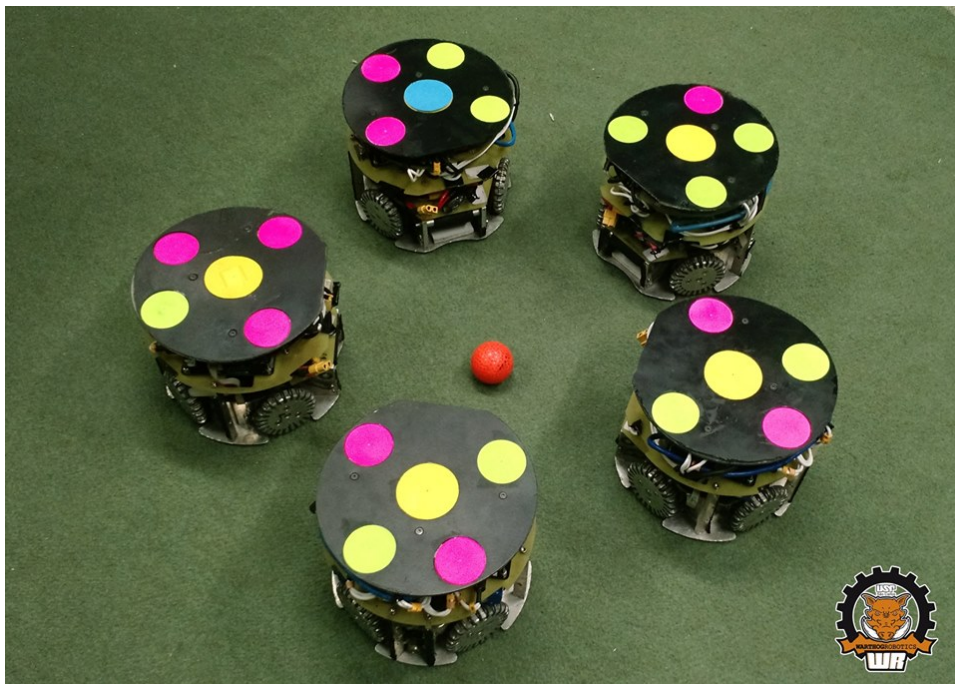
6.3	Requisitos de <i>firmware</i> e <i>software</i> . . . . .	53
7	Conclusão e Diretivas Futuras	55
	Referências	57
	Anexos	59
ANEXO A	Esquemático do <i>hardware</i> proposto	61
ANEXO B	<i>Layout</i> do <i>hardware</i> proposto	71

## Introdução

A *RoboCup* [RoboCup 2019] é uma competição internacional de tecnologia, que reúne estudantes de todos os níveis de diversos lugares do mundo para desenvolver conteúdo científico na área de robótica através de competições. Este trabalho se baseia em uma das categorias da *RoboCup*, a *Small Size League* (SSL) e, mais especificamente, nos robôs SSL (figura 1.1) do *Warthog Robotics* (WR), grupo de pesquisa e extensão da Universidade de São Paulo.

A categoria SSL possui regras similares ao futebol, e, nela, 6 robôs autônomos competem entre si com o objetivo de fazer uma bola de golfe entrar dentro do gol adversário. A seção 1.1 detalha o funcionamento dos robôs.

**Fig. 1.1:** Robôs SSL do *Warthog Robotics*



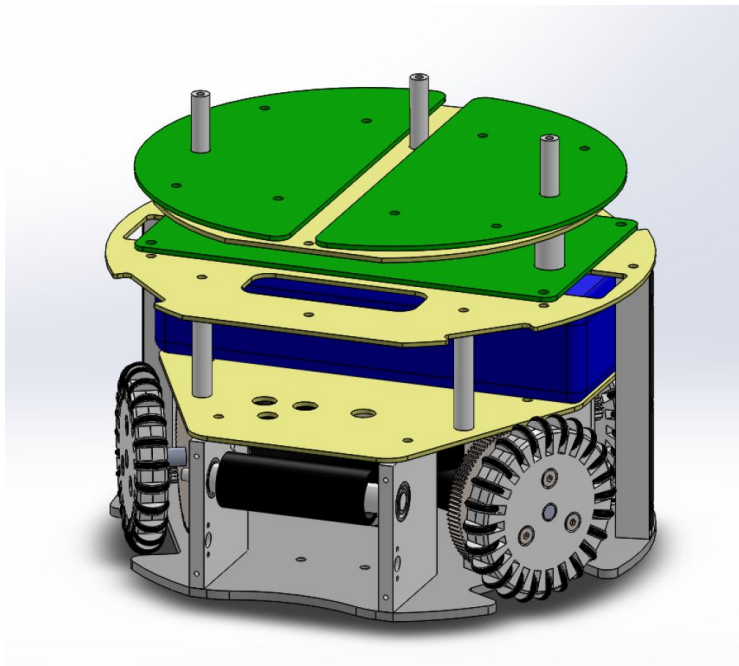
Fonte: acervo *Warthog Robotics*

O projeto atual dos robôs SSL data do ano de 2012, e, dada a limitação financeira do grupo, uma das principais maneiras de melhorar o desempenho do time é o estudo de novas técnicas de controle. Este trabalho continua o estudo sobre o modelo dinâmico dos SSL iniciado pelo próprio WR em 2016 [Farconi Ecyo Farias], propõe uma nova arquitetura de controle, realiza comparações com a atual e demonstra a importância de se ter um modelo dinâmico fiel à realidade. Finalmente, propõe-se um método, assim como um *hardware* de aquisição para estimação de parâmetros físicos do robô.

## 1.1 O sistema robótico

Os SSL do *Warthog Robotics* são robôs cilíndricos (Figura 1.2), que possuem quatro rodas comandadas por quatro motores de Corrente Contínua (CC) e um sistema de chute à base de um solenoide.

**Fig. 1.2:** Mecânica do SSL do *Warthog*

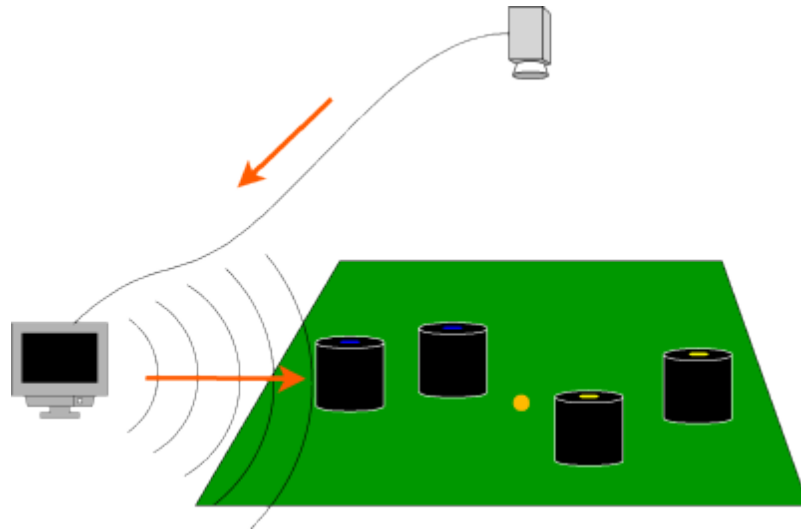


Fonte: [Lang Guilherme C. de Oliveira]

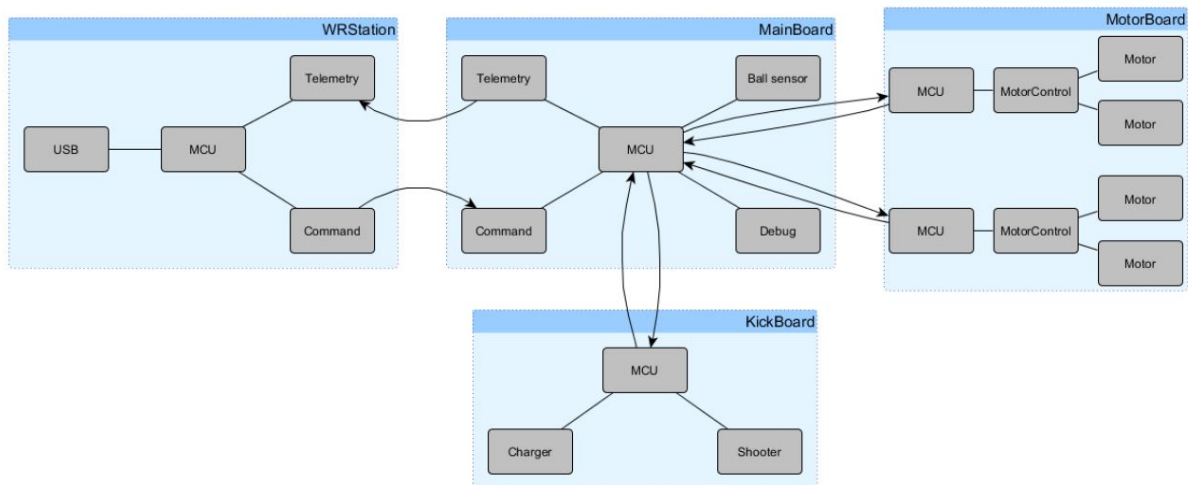
Durante uma partida, algoritmos de inteligência artificial (IA) analisam as posições dos robôs aliados e adversários e, via rádio, enviam a cada robô aliado uma velocidade desejada para o mesmo (Figura 1.3). A partir daí, cabe aos algoritmos de controle embarcados o cálculo das tensões a serem aplicadas em cada motor.

O sistema embarcado funciona da seguinte maneira: três placas eletrônicas micro-controladas comunicam-se da forma mostrada pela Figura 1.4, e desempenham as seguintes funções:



**Fig. 1.3:** Fluxo de dados da categoria SSL

Fonte: [RoboCup 2019]

**Fig. 1.4:** Arquitetura eletrônica do sistema robótico [Lang Guilherme C. de Oliveira]

- *MainBoard*: responsável pela recepção dos comandos do rádio e envio de informações às outras placas. Também recebe dados da *MotorBoard*.
- *MotorBoard*: recebe informações da *MainBoard*, aplica tensões nos motores e mede as velocidades dos mesmos. Envia dados à *MainBoard*.
- *KickBoard*: recebe informações da *MainBoard* e aciona o sistema de chute.

O teor da troca de informações entre as placas é definida pelas necessidades da arquitetura de controle implementada. Ao longo deste trabalho, foram apresentados alguns exemplos de controladores implementados tanto na *MotorBoard* quanto na *MainBoard*.



# Modelagem e arquitetura de controle atual

## 2.1 Modelo dinâmico

Este trabalho toma como base o modelo dinâmico para robôs omni-direcionais proposto por [Farconi Ecyo Farias].

Ao longo da seção, o desenvolvimento matemático das equações pode exigir o cálculo de matrizes não quadradas. Nesses casos, utilizamos a pseudo-inversa de Moore-Penrose [J.S. 2012].

Tomando como base o robô omnidirecional de quatro rodas e o sistema de coordenadas representado pela figura 2.1, o modelo parte do princípio fundamental da dinâmica [Hibbeler R. C. 2001] aplicado no robô:

$$m\ddot{X} = \sum_{i=1}^n F_{ix} - \mu_1 \dot{X} \quad (2.1)$$

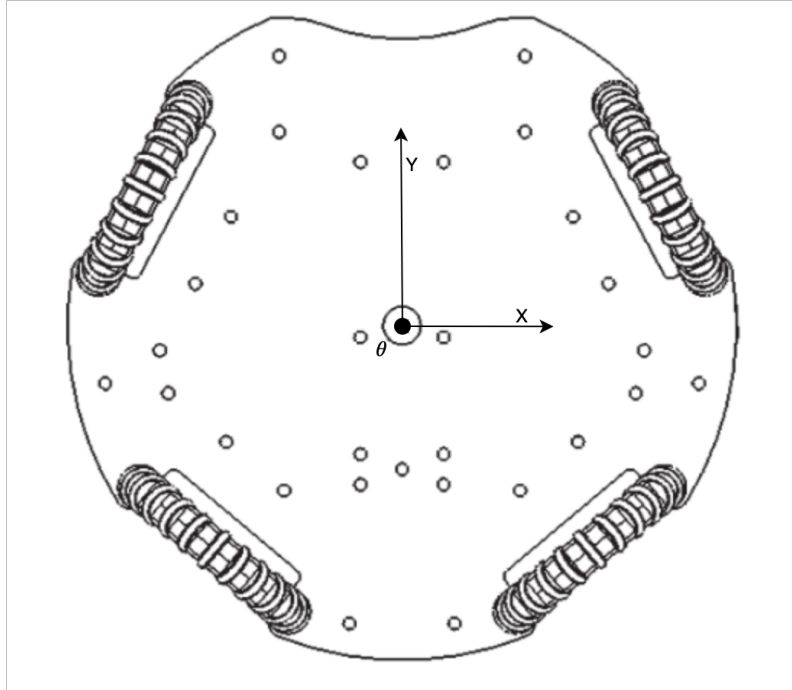
$$m\ddot{Y} = \sum_{i=1}^n F_{iy} - \mu_2 \dot{Y} \quad (2.2)$$

$$J\ddot{\theta} = \sum_{i=1}^n T_i - \mu_3 \dot{\theta} \quad (2.3)$$

Onde:

- $m$  é a massa total;
- $J$  é o momento de inércia total;
- $n = 4$  é o número de rodas;
- $F_{ix}$  a componente na direção  $X$  da força aplicada pelo motor  $i$ ;
- $F_{iy}$  a componente na direção  $Y$  da força aplicada pelo motor  $i$ ;

**Fig. 2.1:** Vista superior da plataforma das rodas do robô, com o sistema de coordenadas adotado



Fonte: acervo Warthog Robotics

- $T_i$  a componente do torque aplicado pelo motor  $i$  que contribui para o movimento na direção  $\theta$  e
- $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$  as constantes de atrito dinâmico nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $\theta$ , respectivamente.

Em seguida, dos modelos elétrico e mecânico de um motor CC [Fitzgerald A. E.; Kingsley Jr 1975], tem-se:

$$\frac{R_{W_i}}{N} F_i = K_{\tau_i} I_i - J_{pk_i} \dot{\omega}_i N - b_{pk_i} \omega_i N \quad (2.4)$$

$$V_{m_i} = R_i I_i + L_i \dot{I}_i + K_{e_i} \omega_i N \quad (2.5)$$

Sendo:

- $R_{W_i}$  o raio da roda  $i$ ;
- $N$  a constante de redução;
- $F_i$  a força aplicada pelo motor  $i$ ;
- $K_{\tau_i}$  a constante de torque do motor  $i$ ;
- $I_i$  a corrente do motor  $i$ ;

- $J_{pk_i}$  o momento de inércia equivalente do conjunto roda, pinhão e coroa do motor  $i$ ;
- $\omega_i$  a velocidade angular da roda  $i$ ;
- $b_{pk_i}$  o atrito dinâmico equivalente do conjunto roda, pinhão e coroa do motor  $i$ ;
- $V_{m_i}$  a tensão aplicada no motor  $i$ ;
- $R_i$  a resistência do motor  $i$ ;
- $L_i$  a indutância do motor  $i$ ;
- $K_{e_i}$  a constante de força eletromotriz do motor  $i$ .

Finalmente, após manipulação algébrica, tem-se um modelo linear no espaço de estados:

$$\dot{\mathbf{q}} = A\mathbf{q} + B\mathbf{v}_m \quad (2.6)$$

$$\mathbf{s} = C\mathbf{q} + D\mathbf{v}_m \quad (2.7)$$

Onde:

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Sendo:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \\ \omega_4 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

o vetor de velocidades angulares de roda do robô,

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

o vetor de correntes de motor e

$$\mathbf{v}_m = \begin{pmatrix} v_{m1} \\ v_{m2} \\ v_{m3} \\ v_{m4} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

**Tabela 2.1:** Parâmetros físicos do sistema

Parâmetros	Valores
$m$ [kg]	2,7
$J$ [kg · m <sup>2</sup> ]	43,74 · 10 <sup>-3</sup>
$r$ [m]	0,0775
$R_W$ [m]	0,031
$K_e$ [V · s/rad]	0,0133
$K_\tau$ [N · m/A]	0,0134
$R$ [Ω]	1,9
$L$ [μH]	65
$J_{pk_1}$ [kg · m <sup>2</sup> ]	13,064 · 10 <sup>-6</sup>
$J_{pk_2}$ [kg · m <sup>2</sup> ]	38,106 · 10 <sup>-6</sup>
$J_{pk_3}$ [kg · m <sup>2</sup> ]	34,884 · 10 <sup>-6</sup>
$J_{pk_4}$ [kg · m <sup>2</sup> ]	57,028 · 10 <sup>-6</sup>

Fonte: [Farconi Ecyo Farias]

o vetor de tensões aplicadas em cada motor.

Durante todo este trabalho, considerou-se  $R_W$ ,  $K_\tau$ ,  $I$ ,  $R$ ,  $L$  e  $K_e$  iguais para todas as rodas/motores, cujos valores estão apresentados na Tabela 2.1, juntamente com os valores de  $J_{pk_i}$ . Os atritos  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$  e  $b_{pk_i}$  serão definidos em futuras seções.

## 2.2 Controle atual

A arquitetura de controle atual baseia-se em quatro controladores PID [Franklin J. Da Powell 2014] independentes que recebem o erro de velocidade angular de cada motor e calculam as tensões a serem aplicadas.

Esses controladores foram projetados da seguinte forma:

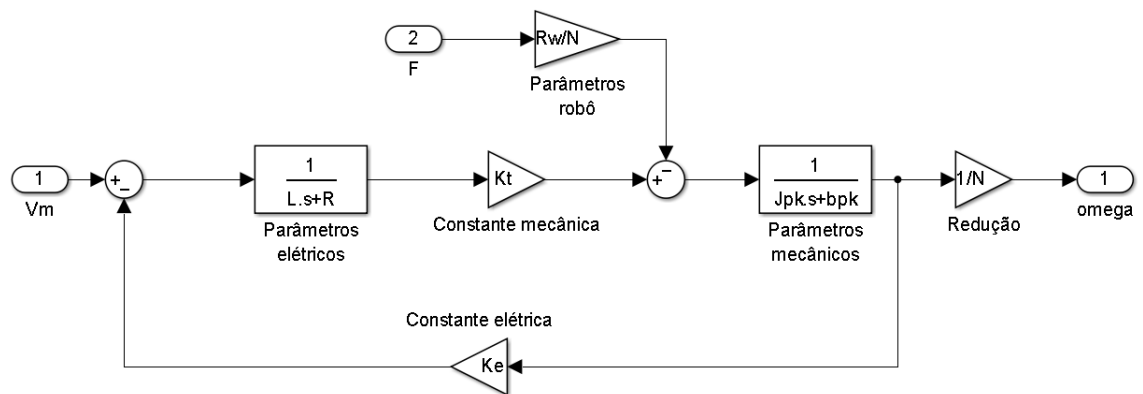
A partir das equações 2.4 e 2.5 tem-se diagrama de blocos da figura 2.2.

Além disso, pode-se escrever as funções de transferência para  $V_m$  e  $F$ :

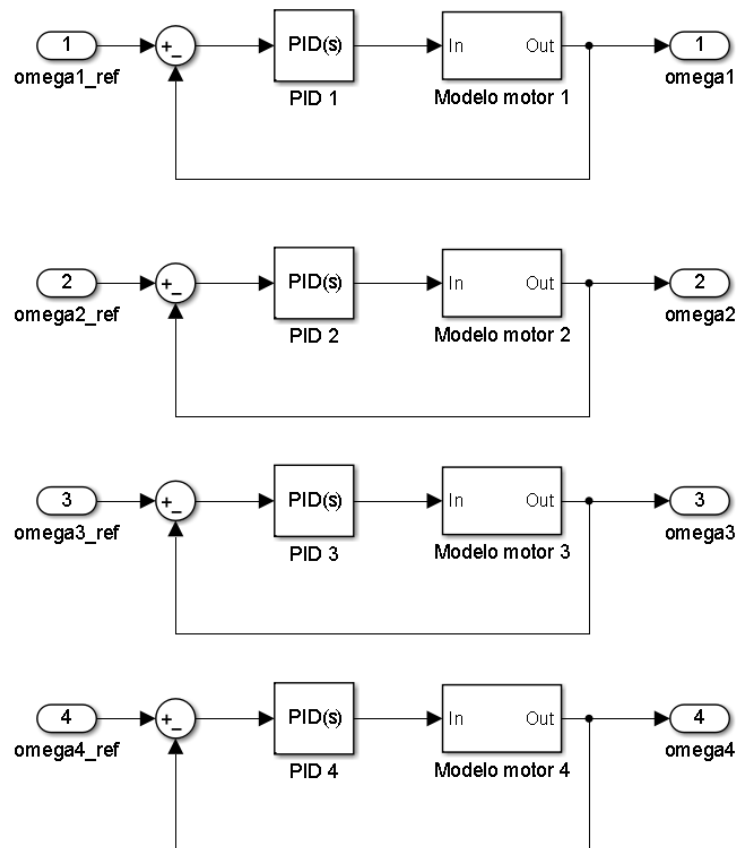
$$\frac{\Omega(s)}{V_m(s)} = \frac{K_\tau/N}{LJs^2 + (Lb + RJ)s + Rb + K_eK_\tau} \quad (2.12)$$

$$\frac{\Omega(s)}{F(s)} = -\frac{(sL + R)/N}{LJs^2 + (Lb + RJ)s + Rb + K_eK_\tau} \quad (2.13)$$

Considerando  $F$  como uma perturbação, para fins de projeto do controlador, pode-se considerar o robô como uma junção de quatro sistemas SISO, com entradas de tensão de motor ( $V_m$ ), e saídas de velocidade angular de roda ( $\omega$ ) (Figura 2.3), onde os modelos e os controladores são iguais entre si.

**Fig. 2.2:** Diagrama de blocos do motor CC

Fonte: o autor

**Fig. 2.3:** Diagrama de blocos do modelo considerado no projeto do controlador utilizado atualmente.

Fonte: o autor

Observa-se que as funções de transferência possuem os mesmos polos, portanto, controlando a dinâmica de  $\omega$ , controla-se também a dinâmica da perturbação ( $F$ ) [Franklin J. Da Powell 2014].

A partir desse modelo, o seguinte controlador PID [Franklin J. Da Powell 2014], no domínio  $z$ , foi projetado:

$$K(z) = -\frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{-z^2 + u_0 z + u_1} \quad (2.14)$$

sendo os valores de  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $u_0$  e  $u_1$  dados pela Tabela 2.2.

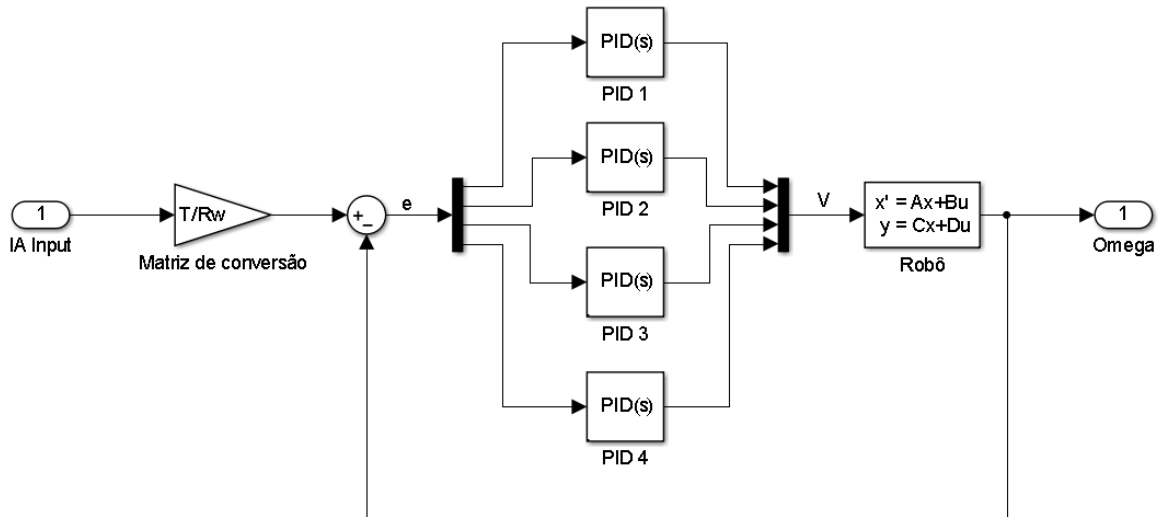
**Tabela 2.2:** Parâmetros do controlador atual

Parâmetro	Valor
$q_0$	0,0209
$q_1$	-0,0291
$q_2$	0,00986
$u_0$	1,693
$u_1$	-0,693

Fonte: código fonte dos *firmware* dos robôs do WR

E foi implementado para cada motor, conforme o diagrama da Figura 2.4.

**Fig. 2.4:** Diagrama de blocos da arquitetura de controle atual



Fonte: o autor

Esse controlador, apesar de apresentar um desempenho satisfatório experimentalmente, possui uma limitação muito clara em seu projeto: o controlador tem que lidar



com uma perturbação o tempo inteiro, já que a mesma é diretamente relacionada à própria dinâmica do sistema robótico.

Ainda, conhecendo o modelo de corpo rígido, conhece-se a perturbação, já que a mesma é a força aplicada ao corpo. A seção 3 apresenta uma proposta de controle que considera o modelo completo, que inclui, além do modelo do motor, a dinâmica de corpo rígido, assim como comparações com o controlador atual.



## Arquitetura de controle proposta

Nesta seção propõe-se uma nova arquitetura de controle para o sistema composta de um controlador e um limitador de velocidades.

Mais uma vez, ao longo da seção, são calculadas inversas de matrizes não quadradas. Nesses casos, utilizamos a pseudo-inversa de Moore-Penrose [J.S. 2012].

### 3.1 Controlador proposto

#### 3.1.1 Modelo adaptado

Para o projeto do controlador, busca-se um desacoplamento entre entradas e saídas, de forma a separar o sistema em um conjunto de sistemas SISO. Essa abordagem, se bem sucedida permite a utilização de técnicas de controle clássico no projeto.

As seções a seguir mostram como atingir esse desacoplamento através do uso de transformações lineares nas saídas e nas entradas de controle.

##### 3.1.1.1 Espaço de estados

Define-se as novas saídas,  $\mathbf{y}$  do sistema como sendo as velocidades de corpo rígido do robô [Farconi Ecyo Farias], portanto:

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = T^{-1} R_W \mathbf{s} \quad (3.1)$$

Realiza-se uma alocação de controle [A.Johansen 2013]:

$$\mathbf{u} = T_u \mathbf{v}_m \quad (3.2)$$

onde  $R_W$  é o raio da roda e:

$$T_u = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Portanto:

$$\mathbf{v}_m = T_u^{-1} \mathbf{u} \quad (3.4)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = A\mathbf{q} + BT_u^{-1} \mathbf{u} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{y} = T^{-1}R_W C\mathbf{q} + T^{-1}R_W D T_u^{-1} \mathbf{u} \quad (3.6)$$

Tomando:

$$E = BT_u^{-1} \quad (3.7)$$

$$F = T^{-1}R_W C \quad (3.8)$$

$$G = T^{-1}R_W D T_u^{-1} \quad (3.9)$$

tem-se nosso novo sistema no espaço de estados:

$$\boxed{\dot{\mathbf{q}} = A\mathbf{q} + E\mathbf{u}} \quad (3.10)$$

$$\boxed{\mathbf{y} = F\mathbf{q} + G\mathbf{u}} \quad (3.11)$$

### 3.1.1.2 Matriz de transferência

No domínio  $s$ , reescreve-se 3.10 e 3.11:

$$\mathbf{q} = (sI - A)^{-1} E\mathbf{u} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{y} = (F(sI - A)^{-1} E + G)\mathbf{u} \quad (3.13)$$

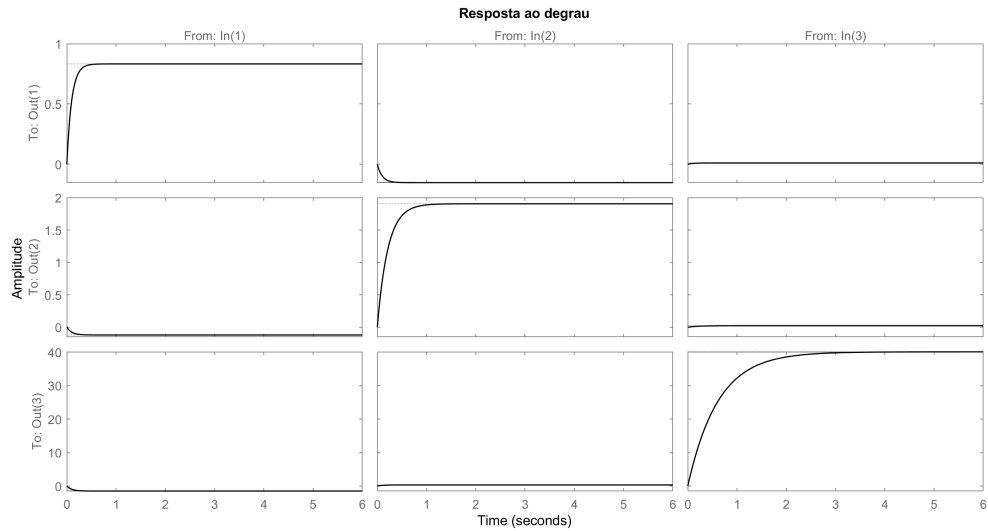
obtem-se a matriz de transferência do sistema:

$$\boxed{H(s) = F(sI - A)^{-1} E + G} \quad (3.14)$$

### 3.1.2 Projeto do controlador

A Figura 3.1 mostra a resposta de cada elemento de  $H(s)$  para um degrau em cada entrada. Percebe-se que as respostas das funções de transferência da diagonal principal são predominantes quando comparadas às outras.

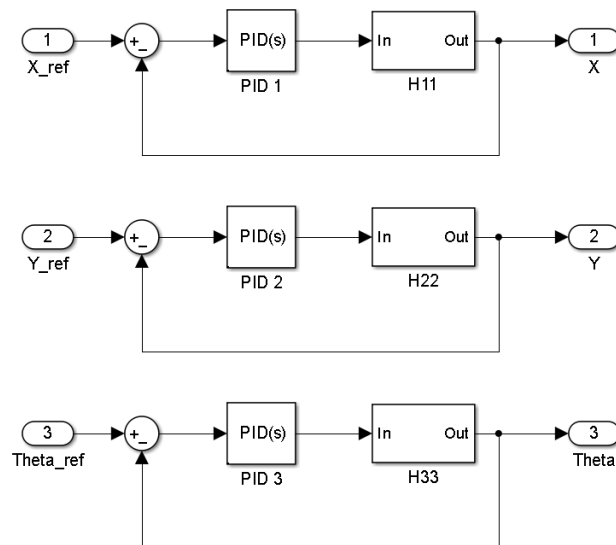
**Fig. 3.1:** Resposta ao degrau da matriz de transferência  $H$



Fonte: o autor

Portanto, para o projeto do controlador, pode-se considerar o robô como a junção de três sistemas SISO, dessa vez, sem a presença constante de uma perturbação (Figura 3.2).

**Fig. 3.2:** Diagrama de blocos do modelo considerado para o projeto do controlador proposto



Fonte: o autor

A partir da função de projeto automático do *software Matlab* [MathWorks 2019], foram projetados 3 controladores PI [Franklin J. Da Powell 2014], um para cada sistema SISO equivalente:

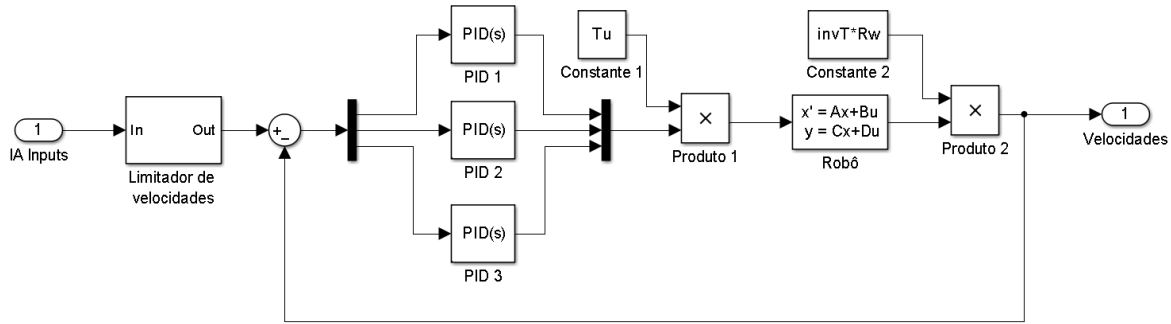
$$C_{11} = \frac{60,1s + 1837}{s} \quad (3.15)$$

$$C_{22} = \frac{36,09s + 305,7}{s} \quad (3.16)$$

$$C_{33} = \frac{1,7s + 5,02}{s} \quad (3.17)$$

tem-se a arquitetura de controle pelo diagrama de blocos da Figura 3.3.

**Fig. 3.3:** Diagrama de blocos da arquitetura de controle proposta



Fonte: o autor

O bloco limitador de velocidades será detalhado na seção 3.2.

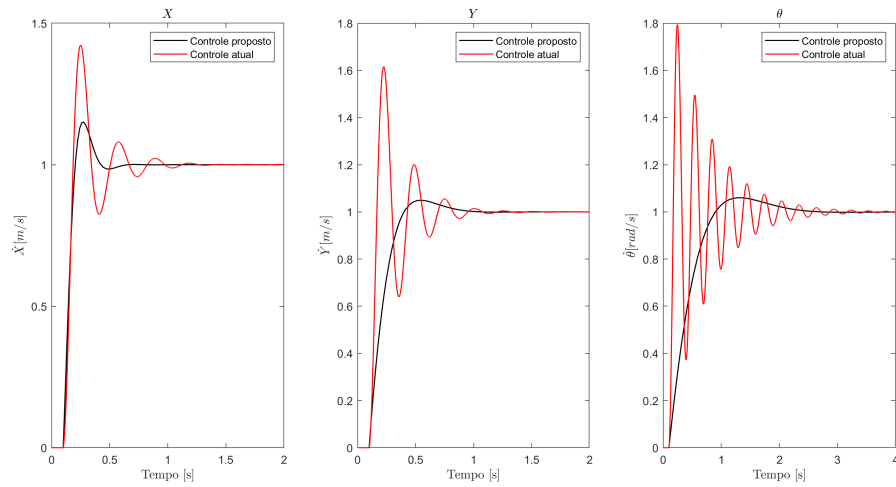
### 3.1.3 Resultados e análises

O controlador proposto na seção 3.1 foi analisado comparativamente ao controlador atual do robô (seção 2.2), através da análise da resposta ao degrau nas 3 direções:  $X$ ,  $Y$  e  $\theta$  definidas anteriormente.

A Figura 3.4 apresenta as respostas obtidas pelos dois controladores sobrepostas, a Figura 3.5 apresenta a comparação entre as entradas de controle, enquanto as Tabelas 3.1, 3.2 e 3.3 apresentam os índices de desempenho considerados, sendo  $y_{ss}$  o valor do sinal  $y$  em regime estacionário.:

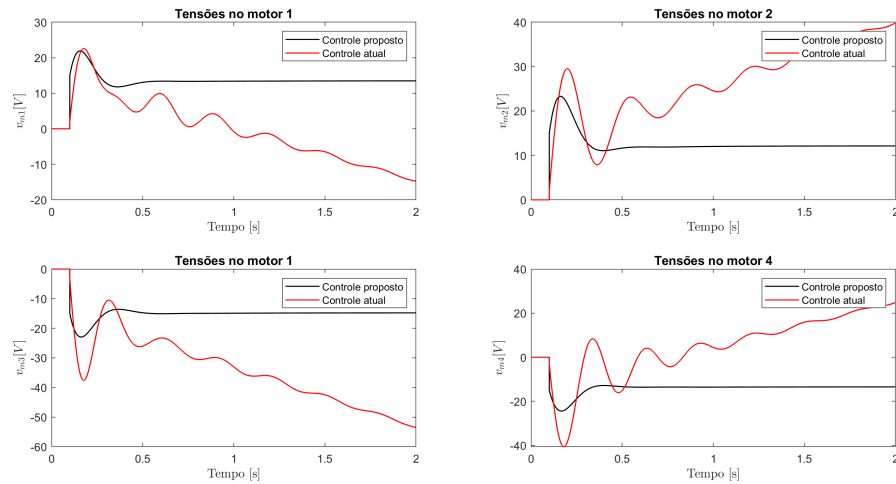
- Tempo de subida [s] =  $\Delta t$  t.q.  $y(t) = 0.1y_{ss}$  e  $y(t + \Delta t) = 0.9y_{ss}$
- Tempo de estabilização [s] =  $t$  t.q.  $|y(t) - y_{ss}| \leq 0.02|y_{ss}|$
- Sobressinal [%] =  $100 \cdot \max(y(t))/y_{ss}$

**Fig. 3.4:** Comparação das velocidades do controle proposto com o controle atual para degraus unitários nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $\theta$



Fonte: o autor

**Fig. 3.5:** Comparação das tensões de motor do controle proposto com o controle atual para degraus unitários nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $\theta$



Fonte: o autor

**Tabela 3.1:** Desempenho do sistema para um degrau unitário na direção  $X$

	Controle proposto	Controle atual
Tempo de subida [s]	0,0786	0,0592
Tempo de acomodação [s]	0,396	0,9394
Sobressinal [%]	15,03	43,25

Fonte: o autor

**Tabela 3.2:** Desempenho do sistema para um degrau unitário na direção  $Y$ 

	Controle proposto	Controle atual
Tempo de subida [s]	0,209	0,047
Tempo de acomodação [s]	0,77	0,94
Sobressinal [%]	4,93	59,40

Fonte: o autor

**Tabela 3.3:** Desempenho do sistema para um degrau unitário na direção  $\theta$ 

	Controle proposto	Controle atual
Tempo de subida [s]	0,564	0,042
Tempo de acomodação [s]	2,05	2,64
Sobressinal [%]	6,05	136,79

Fonte: o autor

Percebe-se uma melhora significativa no desempenho do sistema com o controlador novo, uma vez que:

- Na direção  $X$ , houve uma piora de 32,77% no tempo de subida, porém compensada por uma melhora de 57,85% no tempo de acomodação e de 65,25 % no sobressinal.
- Na direção  $Y$ , houve uma piora de 344,68% no tempo de subida, porém compensada por uma melhora de 18,08% no tempo de acomodação e de 91,70% no sobressinal.
- Na direção  $\theta$ , houve novamente uma piora significativa no tempo de subida, de 12,43 vezes. Entretanto, novamente houveram melhoras no tempo de acomodação e no sobressinal, de 22,34% e 96% de redução no sobressinal.

Por mais que o controlador atual tenha um tempo de subida mais rápido, isso reflete em valores excessivos de sobressinal. Ainda, o controlador acaba gerando entradas de controle excessivamente altas, como mostra a Figura 3.5.

## 3.2 Limitador de velocidades

Nessa seção, baseando-se em trabalhos anteriores desenvolvidos pela divisão de controle do WR, propõe-se a um algoritmo de limitação de velocidades com o objetivo de adaptar os comandos da IA de forma que o sinal de referência não ultrapasse a velocidade máxima que o sistema é capaz de alcançar.

Tomando o sistema em espaço de estados em regime estacionário:

$$\mathbf{q} = -(\mathbf{A})^{-1}\mathbf{E}\mathbf{u} \quad (3.18)$$



Dado que para o sistema em questão 2.1,  $D = 0$ , tem-se:

$$\mathbf{y} = -F(A)^{-1}E\mathbf{u} \quad (3.19)$$

Sendo:

$$\mathbf{y} = v\boldsymbol{\beta} \quad (3.20)$$

Sendo  $\boldsymbol{\beta}$  um vetor de direção unitário, e  $v$  o módulo de  $\mathbf{y}$  tem-se:

$$v\boldsymbol{\beta} = -F(A)^{-1}E\mathbf{u} \quad (3.21)$$

e:

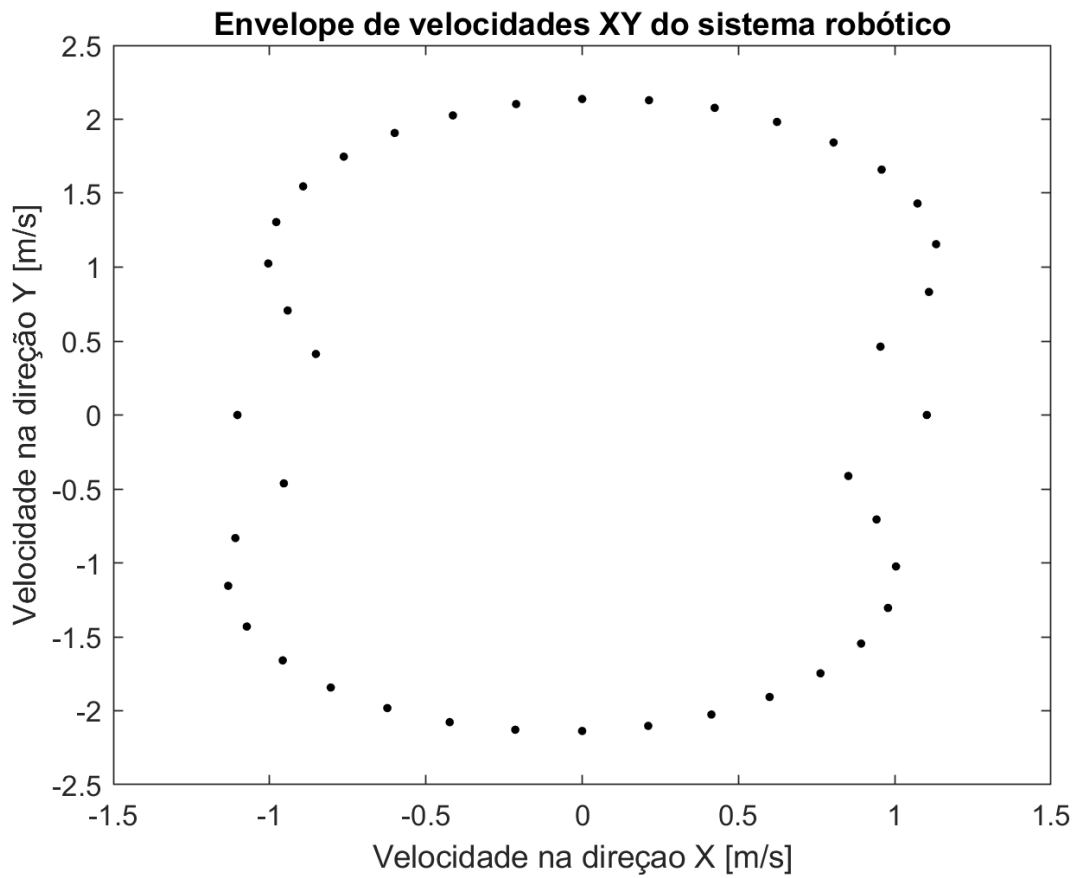
$$\boldsymbol{\beta}^2 v = -\boldsymbol{\beta} F(A)^{-1}E\mathbf{u} \quad (3.22)$$

como  $\boldsymbol{\beta}^2 = 1$ :

$$v = -\boldsymbol{\beta} F(A)^{-1}E\mathbf{u} \quad (3.23)$$

Finalmente, calcula-se  $\max(v)$  para cada  $\boldsymbol{\beta}$  variando cada elemento de  $\mathbf{v}_m$  entre  $-14,8$  e  $14,8$  (tensões máxima e mínima possíveis de serem aplicadas nos motores), e calculando  $\mathbf{u} = T_u \mathbf{v}_m$ .

Os resultados obtidos, para o plano XY ( $\boldsymbol{\beta}^T = (x, y, 0)$ , para  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $-1 \leq y \leq 1$ ) são apresentados pela Figura 3.6.

**Fig. 3.6:** Envelope de velocidades no plano XY do sistema robótico

Fonte: o autor

A nuvem de pontos da Figura 3.6 representa os limites do robô, seja em malha aberta ou fechada. Portanto, o sistema não opera em um ponto fora da Figura formada pela junção dos pontos.

## Influência dos atritos no desempenho do sistema

Dado que, dos parâmetros físicos do sistema, os únicos não determinados analiticamente são os atritos (tanto de motor,  $b_{pk}$ , quanto de corpo rígido,  $\mu$ ). Deste modo, analisou-se a importância de medi-los a partir de análises em malha aberta e do desempenho da arquitetura de controle proposta.

### 4.1 Influência na dinâmica

Para análise em malha aberta, restringiu-se o estudo aos valores em estado estacionário ( $\dot{\mathbf{q}} = 0$ ) das variáveis de estado, portanto:

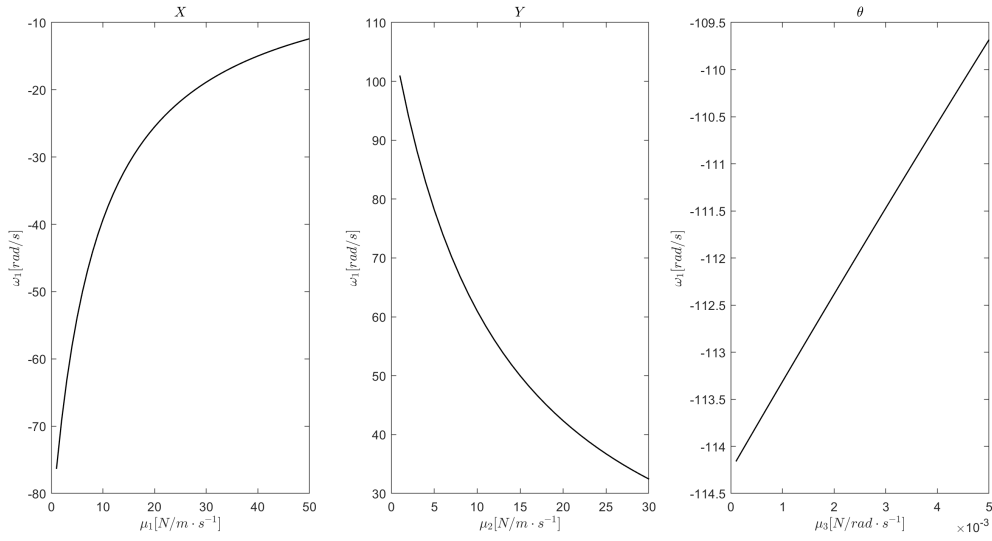
$$\mathbf{q} = -[A(\mu_1 \dots \mu_3, b_{pk_1} \dots b_{pk_4})]^{-1} B \mathbf{u} \quad (4.1)$$

Investigou-se independentemente o efeito de cada parâmetro, sendo  $\mathbf{u}$  escolhido de forma a excitar o sistema na direção de cada atrito a ser analisado, portanto:

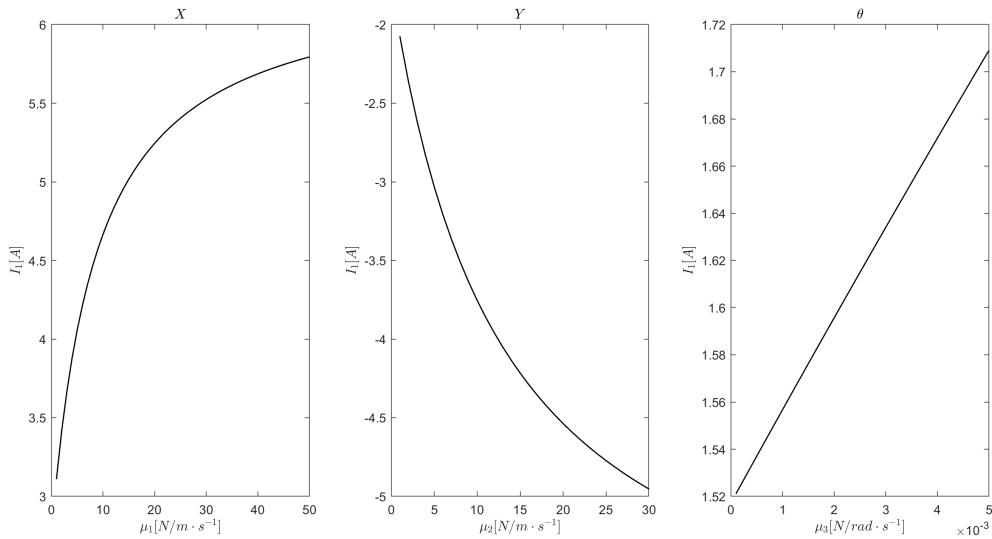
- Na análise de  $\mu_1$ ,  $\mathbf{v}_m^T = (12, 12, -12, -12)$
- Na análise de  $\mu_2$ ,  $\mathbf{v}_m^T = (-12, 12, 12, -12)$
- Na análise de  $\mu_3$ ,  $\mathbf{v}_m^T = (12, 12, 12, 12)$

No caso dos atritos de motor,  $b_{pk_i}$ , foi escolhido  $\mathbf{u}^T = (76.724e-6, 13.172e-6, 105.332e-6, 5.862e-6)$  (parâmetros estimados em [Farconi Ecyo Farias]).

Com as entradas definidas, os parâmetros foram variados, um de cada vez e em torno dos valores propostos por [Farconi Ecyo Farias], de forma a calcular novas matrizes  $A$  e, por consequência, novos estados estacionários  $\mathbf{q}$ . As Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam os resultados.

**Fig. 4.1:** Influência dos atritos de corpo rígido na velocidade em estado estacionário da roda 1

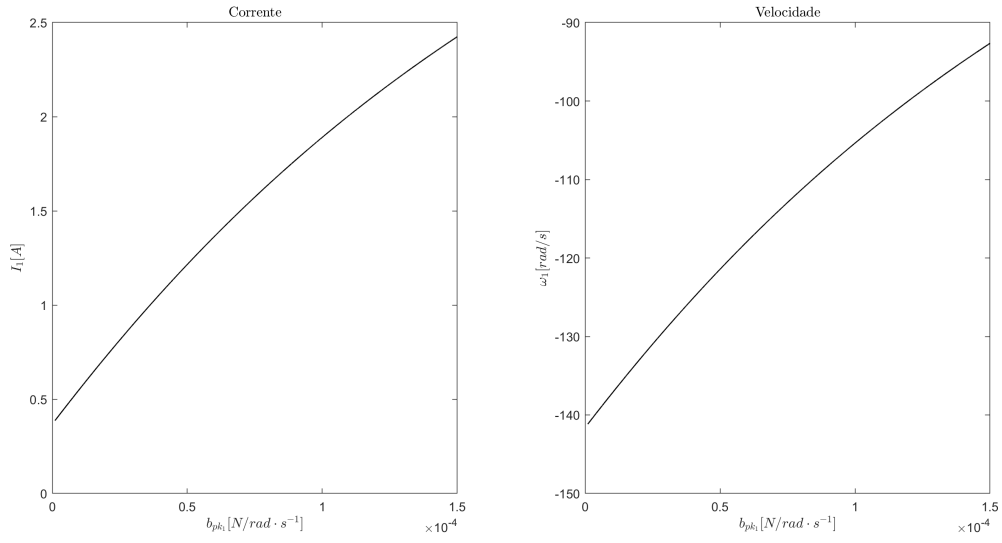
Fonte: o autor

**Fig. 4.2:** Influência dos atritos de corpo rígido na corrente em estado estacionário da roda 1

Fonte: o autor

Observou-se variações significativas, em todas as análises feitas, tanto em correntes quanto em velocidades angulares. Essas variações foram, no máximo, da ordem de 70 rad/s para as velocidades e de 3,5 A para as correntes.

Entretanto, observou-se que o atrito na direção  $\theta$  provoca menos variação nas grandezas analisadas. Isso acontece pois sabe-se que os atritos possuem um valor próximo de zero, já que a estrutura mecânica do robô facilita o movimento nessa direção.

**Fig. 4.3:** Influência do atrito do motor 1 na velocidade e corrente do motor 1

Fonte: o autor

## 4.2 Influência no controlador

Para o estudo da influência dos atritos no sistema em malha fechada, com o controlador proposto, o processo de análise empregado foi o mesmo utilizado anteriormente, na análise do sistema em malha aberta (seção 4.1). Porém, em vez das velocidades e correntes em regime estacionário, foram analisados o tempo de subida, tempo de acomodação e o sobressinal.

As Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 mostram os resultados obtidos com as seguintes condições:

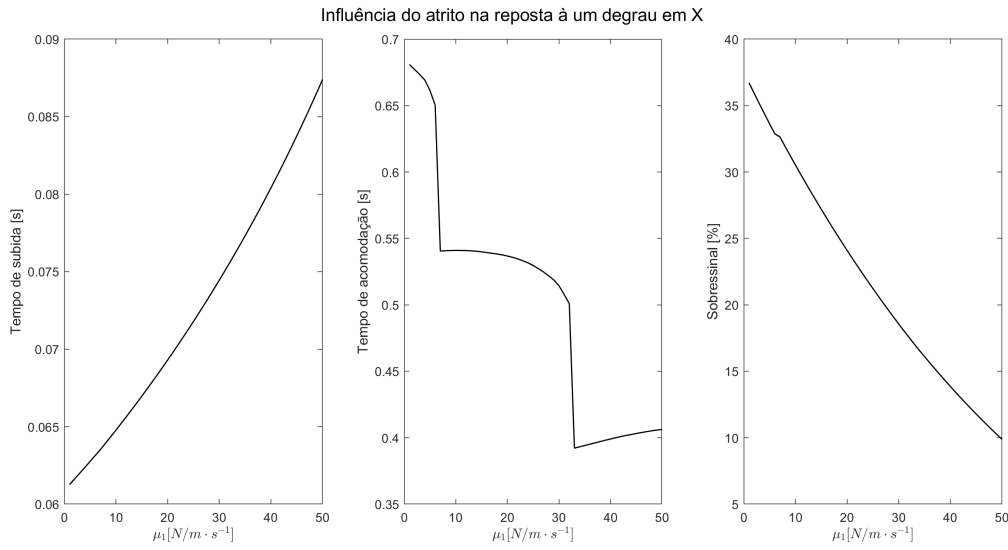
- Na análise de  $\mu_1$ ,  $\mathbf{v}_m^T = (12, 12, -12, -12)$
- Na análise de  $\mu_2$ ,  $\mathbf{v}_m^T = (-12, 12, 12, -12)$
- Na análise de  $\mu_3$ ,  $\mathbf{v}_m^T = (12, 12, 12, 12)$

No caso dos atritos de motor,  $b_{pk_i}$ , foi escolhido  $\mathbf{u}^T = (76.724e-6, 13.172e-6, 105.332e-6, 5.862e-6)$ .

No sistema em malha fechada, percebe-se um comportamento interessante no desempenho: não é possível dizer que o controlador melhora ou piora seu desempenho com a variação dos atritos. Isso acontece pois o controlador foi projetado para atingir um determinado desempenho, e esse projeto foi feito em função do próprio modelo.

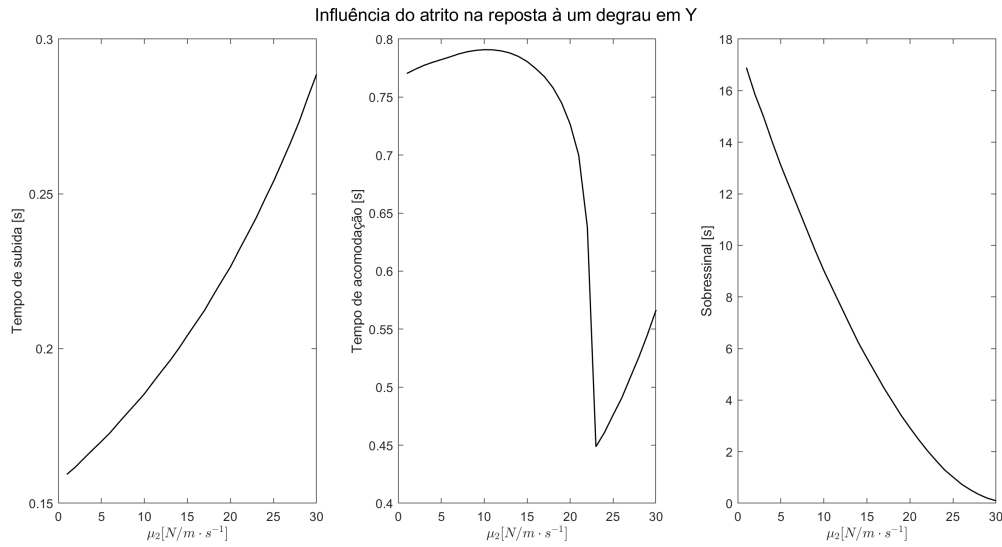
Portanto, observa-se que certos índices de desempenho tendem a melhorar com o aumento do atrito, como é o caso do tempo de acomodação e do sobressinal, enquanto outros tendem a piorar, como é o caso do tempo de subida.

**Fig. 4.4:** Influência do atrito de corpo rígido em  $X$  ( $\mu_1$ ) no desempenho na direção  $X$  do sistema com o controlador proposto



Fonte: o autor

**Fig. 4.5:** Influência do atrito de corpo rígido em  $Y$  ( $\mu_2$ ) no desempenho na direção  $Y$  do sistema com o controlador proposto



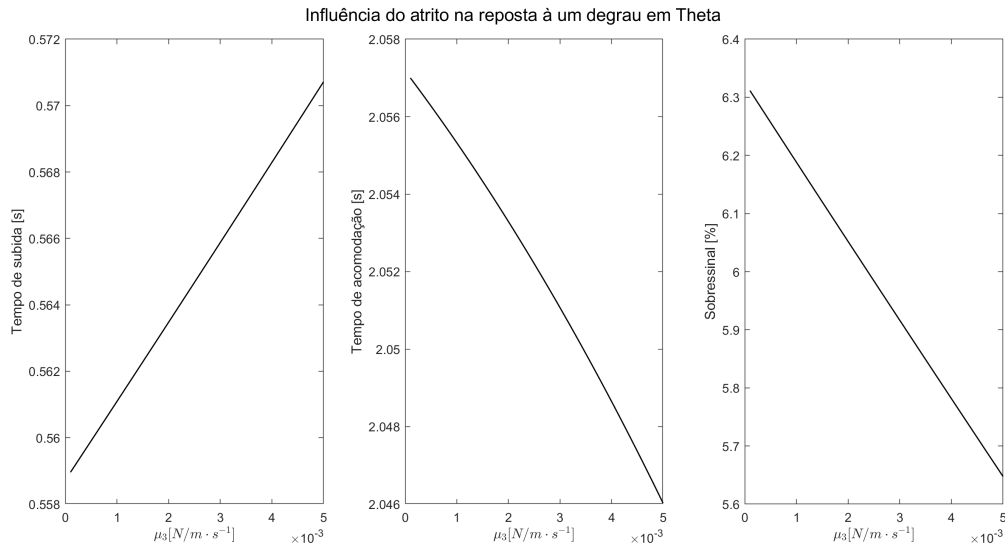
Fonte: o autor

### 4.3 Influência no limitador de velocidades

Restringiu-se a análise da influência dos atritos no limitador de velocidades a 3 direções:

- $\beta^T = (1, 0, 0)$ , movimento somente em  $X$ ,

**Fig. 4.6:** Influência do atrito de corpo rígido em  $\theta$  ( $\mu_3$ ) no desempenho na direção  $\theta$  do sistema com o controlador proposto

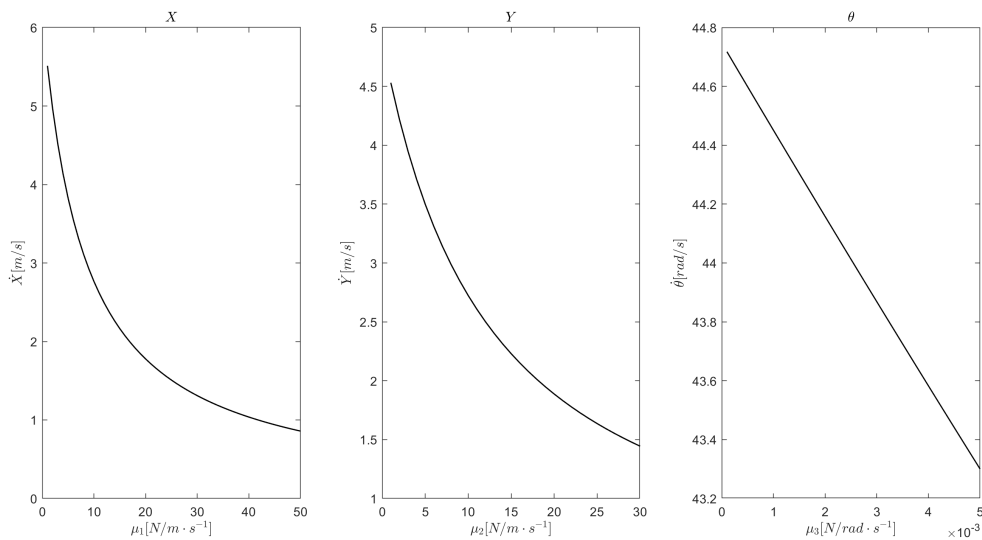


Fonte: o autor

- $\beta^T = (0, 1, 0)$ , movimento somente em  $Y$  e
- $\beta^T = (0, 0, 1)$ , movimento somente em  $\theta$ .

Para a análise em  $X$ , variou-se  $\mu_1$ ; para  $Y$ ,  $\mu_2$  e para  $\theta$ ,  $\mu_3$ . A Figura 4.7 apresenta os resultados obtidos.

**Fig. 4.7:** Influência dos atritos de corpo rígido no limitador de velocidades



Fonte: o autor

Percebe-se que, principalmente para os movimentos em  $X$  e  $Y$ , os atritos influenciam fortemente (variação da ordem de  $5\text{ m/s}$ ) na velocidade máxima calculada pelo limitador. Portanto, uma falta de precisão nos valores dos atritos pode causar uma super ou sub limitação das velocidades de referência.



# Método experimental para medição dos atritos

Demonstrada a importância dos atritos de motor e de corpo rígido na dinâmica do sistema, tanto em malha aberta quanto em malha fechada, nesta seção propõe-se um método experimental para medição dessas constantes.

## 5.1 Atrito dos motores

Em estado estacionário ( $\dot{\omega} = 0$ ) e com as rodas livres ( $F_i = 0$ ), tem-se, a partir da equação 2.4:

$$b_{pki}\omega_{pi} = K_T I_i \quad (5.1)$$

E portanto:

$$b_{pki} = \frac{K_T I_i}{\omega_{pi}} \quad (5.2)$$

Medindo  $I_i$  e  $\omega_{pi}$  obtém-se  $b_{pki}$ .

## 5.2 Atrito do corpo rígido

Nessa seção, foi considerado o sistema em estado estacionário ( $\dot{\omega} = 0$ ) e o modelo apresentado pela seção 2.1.

### 5.2.1 Atrito em $X$

$$F_x = \mu_1 \dot{X} \quad (5.3)$$

$$F_x = \sum_{i=1}^n \cos(\alpha_i) F_i \quad (5.4)$$

$$\frac{R_W}{N} F_i = K_T I_i - b_{pki} \omega_{pi} \quad (5.5)$$

Tem-se então:

$$\mu_1 = \frac{1}{\dot{X}} \sum_{i=1}^n \frac{N \cdot \cos(\alpha_i)}{R_W} (K_T I_i - b_{pki} \omega_{pi}) \quad (5.6)$$

Dado que  $N$ ,  $R_W$ ,  $K_T$ ,  $b_{pki}$  e  $\alpha_i$  são parâmetros do robô, medindo  $I_i$ ,  $\omega_{pi}$  e  $\dot{X}$ , obtém-se  $\mu_1$ .

### 5.2.2 Atrito em $Y$

$$F_y = \mu_2 \dot{Y} \quad (5.7)$$

$$F_y = \sum_{i=1}^n \sin(\alpha_i) F_i \quad (5.8)$$

$$\frac{R_W}{N} F_i = K_T I_i - b_{pki} \omega_{pi} \quad (5.9)$$

Tem-se então:

$$\mu_2 = \frac{1}{\dot{Y}} \sum_{i=1}^n \frac{N \cdot \sin(\alpha_i)}{R_W} (K_T I_i - b_{pki} \omega_{pi}) \quad (5.10)$$

Dado que  $N$ ,  $R_W$ ,  $K_T$ ,  $b_{pki}$  e  $\alpha_i$  são parâmetros do robô medindo  $I_i$ ,  $\omega_{pi}$  e  $\dot{Y}$ , obtém-se  $\mu_2$ .

### 5.2.3 Atrito em $\theta$

$$\tau = \mu_3 \dot{\theta} \quad (5.11)$$

$$\tau = \sum_{i=1}^n F_i r \quad (5.12)$$

$$\frac{R_W}{N} F_i = K_T I_i - b_{pki} \omega_{pi} \quad (5.13)$$

Tem-se então:

$$\mu_3 = \frac{1}{\dot{\theta}} \sum_{i=1}^n \frac{N \cdot r}{R_W} (K_T I_i - b_{pki} \omega_{pi}) \quad (5.14)$$

---

Dado que  $N$ ,  $R_W$ ,  $K_T$ ,  $b_{pk}$  e  $r$  são parâmetros do robô, medindo  $I_i$ ,  $\omega_{pi}$  e  $\dot{\theta}$ , obtém-se  $\mu_3$ .



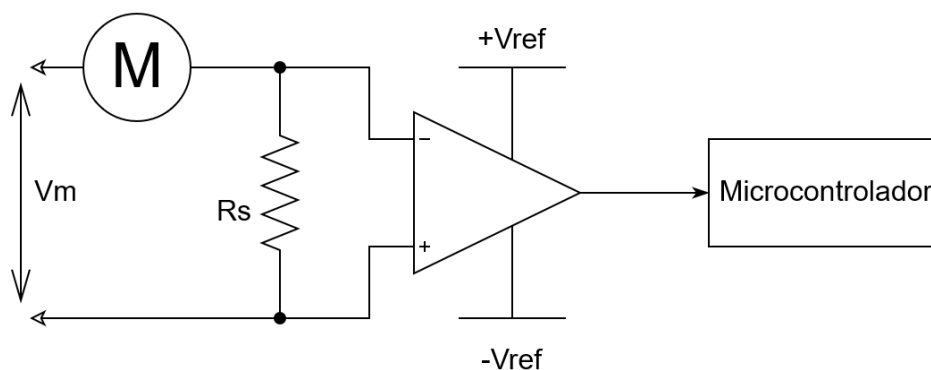
## Hardware de aquisição

O *hardware* atual do sistema robótico não possui leitura de corrente, nem uma maneira prática de armazenar informações, impossibilitando a execução do método apresentado na seção 5. Por isso, nesta seção, apresenta-se uma proposta de *hardware* para substituir a *MotorBoard* (seção 1.1) que, além de executar as funções atuais, é capaz de medir correntes e armazenar resultados.

### 6.1 Circuito de medição

Propõe-se utilizar um resistor *shunt* [Middelhoek 1999], seguido de um amplificador para a medição da corrente, como mostra a topologia da figura 6.1.

**Fig. 6.1:** Topologia do circuito de medição *shunt*



Fonte: o autor

Para a escolha do *shunt*, avaliou-se alguns erros causados pelo circuito:

- Erro de *offset* do amplificador,  $\epsilon_{off}$
- Variação na corrente causada pelo resistor,  $\Delta_r I$

Tem-se que

$$\epsilon_{off} = \frac{V_{os}}{R_s I_{min}} \quad (6.1)$$

$$\Delta_r I = \frac{R_s}{R + R_s} \quad (6.2)$$

Outros parâmetros a serem levados em conta são:

$$V_{min} = R_s I_{min} \quad (6.3)$$

$$V_{max} = R_s I_{max} \quad (6.4)$$

$$P_{max} = R_s I_{max}^2 \quad (6.5)$$

$$Escala\% = \frac{k \cdot I_{max} R_s}{V_{ref}} \quad (6.6)$$

Utilizando um amplificador INA4180 [Instruments 2019] de ganho  $k = 20$  e  $V_{os} = 150\mu V$ , com  $R_s = 35m\Omega$ ,  $R = 1,9\Omega$ ,  $I_{max} = 2A$ ,  $I_{min} = 0,5A$  e  $V_{dd} = 3,3V$  tem-se:

**Tabela 6.1:** Desempenho do circuito de medição

Parâmetro	Valor
$\epsilon_{off}$	0.086
$\Delta_r I$	0.0181
$V_{min}$	17,5mV
$V_{max}$	70mV
$P_{max}$	140mW
$Escala\%$	84,85

Fonte: o autor

É importante ressaltar que as conexões reais do chip INA4180 diferem um pouco do apresentado pela topologia da Figura 6.1, porém o princípio de funcionamento e os cálculos dos erros continuam válidos.

## 6.2 Visão geral do *hardware* proposto

A proposta de *hardware* seguiu os mesmos princípios do sistema atual, respeitando as mesmas dimensões e localização das interfaces, de modo a não serem necessárias modificações mecânicas e eletrônicas.

As diferenças funcionais ficaram para o circuito *shunt*, detalhado na seção 6.1, e na adição de um circuito de cartão SD, responsável por armazenar os dados do experimento proposto.

Além disso, o *hardware* também servirá de protótipo para inovações do WR, já que é a primeira placa do grupo que utilizará um microcontrolador PIC32MK1024MCF064 [Microchip 2019] e um *driver* de motor DRV8872 [Instruments 2019].

Os anexos A e B apresentam o diagrama esquemático e o *layout* desenvolvidos.

### 6.3 Requisitos de *firmware* e *software*

Além de mudanças no *hardware*, para a execução do método são necessárias também adaptações no *firmware* e na IA. No *firmware*, as mudanças se restringem a adaptar o código já existente, desenvolvido pelo WR, para o novo microcontrolador, e adicionar a leitura de correntes e a escrita de dados no cartão SD.

Já para o *software*, é necessário que a IA consiga enviar um comando fixo em uma determinada direção definida pelo usuário por um certo tempo.





---

## Conclusão e Diretivas Futuras

A arquitetura de controle proposta é inovadora dentro do *Warthog Robotics* pois utiliza o modelo completo do robô no espaço de estados, e conceitos como o de alocação de controle em seu projeto. Essa arquitetura apresentou, em simulações, claras vantagens quando comparada à atualmente implementada no sistema. É importante destacar que as constantes do controlador foram escolhidas a partir de uma ferramenta automática apenas para fins de exemplificação. Ainda, a proposta do limitador de velocidades torna o sistema mais robusto, uma vez que impede que a IA solicite ao sistema um funcionamento fora do seu envelope de operação.

Justamente pelo fato do modelo ter sido utilizado no projeto, é importante conhecê-lo bem. Um dos resultados mais importantes desse trabalho é a comprovação da influência dos atritos de corpo rígido,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$  na dinâmica do sistema em malha aberta. Mostrou-se que tanto as correntes quanto as velocidades em estado estacionário são fortemente afetadas por essas constantes físicas.

Em malha fechada, pôde-se perceber que, se o projeto do controlador foi feito tomando determinados valores de  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_3$ , quando este controlador é implementado em um sistema em que essas constantes são diferentes, há uma queda de desempenho do mesmo. Ainda, observou-se que as velocidades máximas calculadas pelo limitador de acelerações dependem diretamente dos atritos considerados no projeto. Portanto, para um bom projeto de controle, é necessária uma boa precisão nos valores dos atritos.

Por esse motivo, um método para estimação dessas constantes a partir de correntes e velocidades foi proposto, assim como um *hardware* capaz de executar as medidas necessárias.

Uma vez medidos os atritos e com o modelo do robô em mãos, o WR será capaz de utilizar técnicas de controle mais sofisticadas em seu projeto, como a proposta por esse trabalho, além de técnicas de controle moderno. Além disso, os conceitos abordados ao longo desse trabalho podem ser aplicados em futuros projetos do grupo, ou em projetos de robótica móvel em geral.



---

## Referências

- [A.Johansen 2013]A.JOHANSEN, T. I. T. Control allocation—A survey. *Automatica*, 2013. 2013.
- [Farconi Ecyo Farias]FARCONI ECYO FARIAS, R. A. F. R. L. B. State-Space Modeling and Offline Evolutive Parameter Estimation of a Generic Robotic Platform.
- [Fitzgerald A. E.; Kingsley Jr 1975]FITZGERALD A. E.; KINGSLEY JR, C. K. A. Máquinas Elétricas. *Mc Graw Hill do Brasil*, 1975. 1975.
- [Franklin J. Da Powell 2014]FRANKLIN J. DA POWELL, A. E.-N. G. F. Feedback Control of Dynamic Systems. *Prentice Hall Press Upper Saddle River.*, 2014. 2014.
- [Hibbeler R. C. 2001]HIBBELER R. C., S. P. . E. G. Engineering mechanics. *Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall.*, 2001. 2001.
- [Instruments 2019]INSTRUMENTS, T. *DRV88723.6-A Brushed DC Motor Driver With Fault Reporting (PWM Control)*. 2019. Disponível em: <<http://www.ti.com/lit/ds/symlink/drv8872.pdf>>.
- [Instruments 2019]INSTRUMENTS, T. *NAx181Bidirectional, low- and high-side voltage output, current-sense amplifiers*. 2019. Disponível em: <<http://www.ti.com/lit/ds/symlink/ina4181.pdf>>.
- [J.S. 2012]J.S., G. Moore–Penrose Pseudoinverses. In: *The Linear Algebra a Beginning Graduate Student Ought to Know*. *Springer, Dordrecht*, 2012. 2012.
- [Lang Guilherme C. de Oliveira]LANG GUILHERME C. DE OLIVEIRA, R. A. F. R. R. G. Description of the Warthog Robotics SSL 2019 Project.
- [MathWorks 2019]MATHWORKS. *MATLAB - MathWorks - MATLAB Simulink*. 2019. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>>.

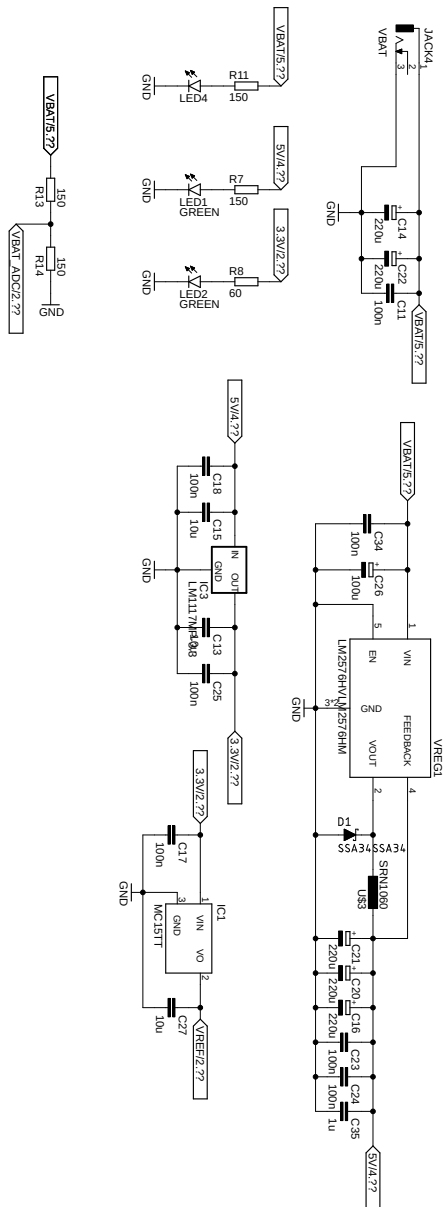
- [Microchip 2019]MICROCHIP. *PIC32MK GENERAL PURPOSE AND MOTOR CONTROL (GP/MC) FAMILY*. 2019. Disponível em: <[http://ww1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/PIC32MK-General-Purpose-and-Motor-Control-\(GPMC\)-Family-Datasheet-60001402E.pdf](http://ww1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/PIC32MK-General-Purpose-and-Motor-Control-(GPMC)-Family-Datasheet-60001402E.pdf)>.
- [Middelhoek 1999]MIDDELHOEK, K. I. G. S. W. H. S. Measuring Current, Voltage and Power, Volume 7. *Elsevier Science*, 1999. 1999.
- [RoboCup 2019]ROBOCUP. *RoboCup Federation official website*. 2019. Disponível em: <<https://www.robocup.org/>>.

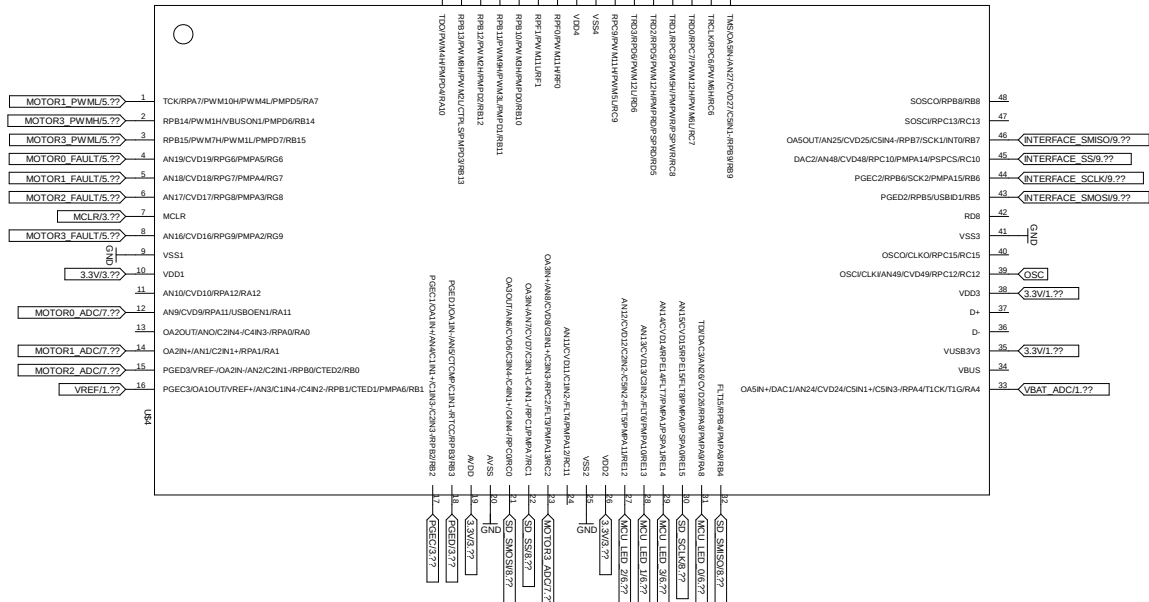
## Anexos



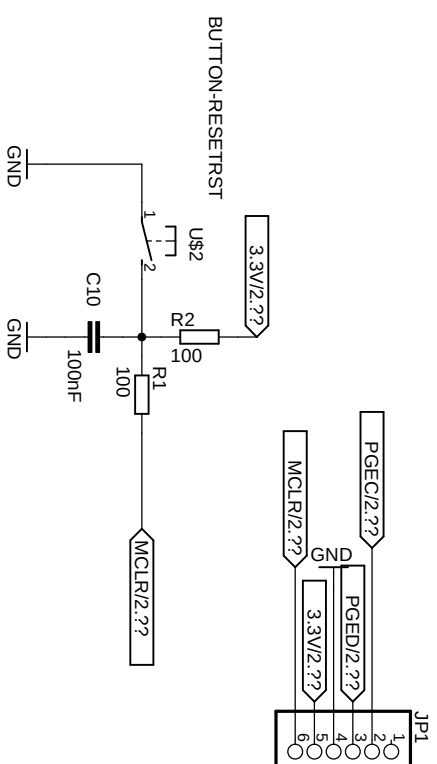
# ANEXO A

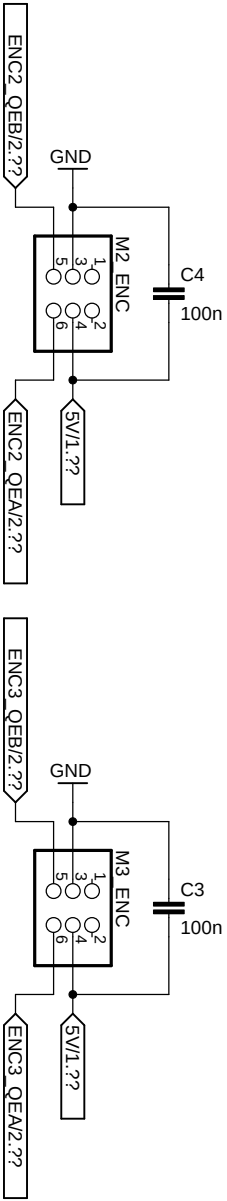
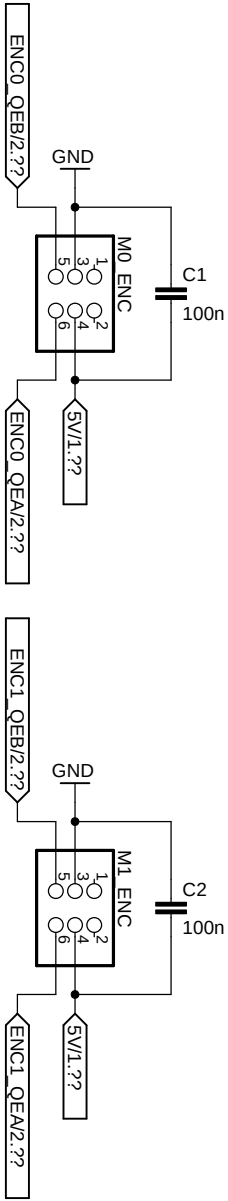
## Esquemático do *hardware* proposto

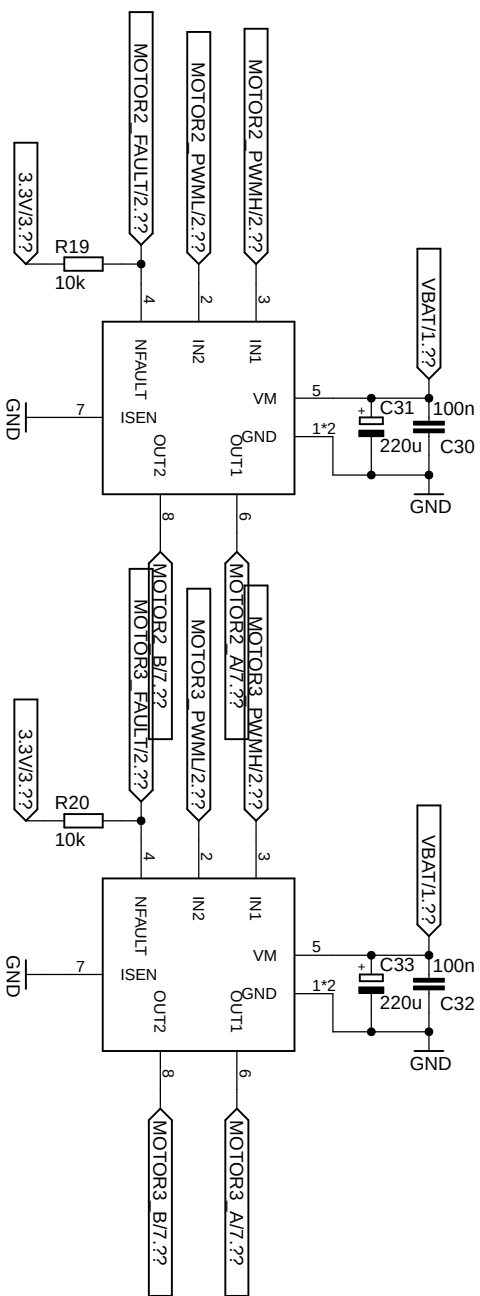
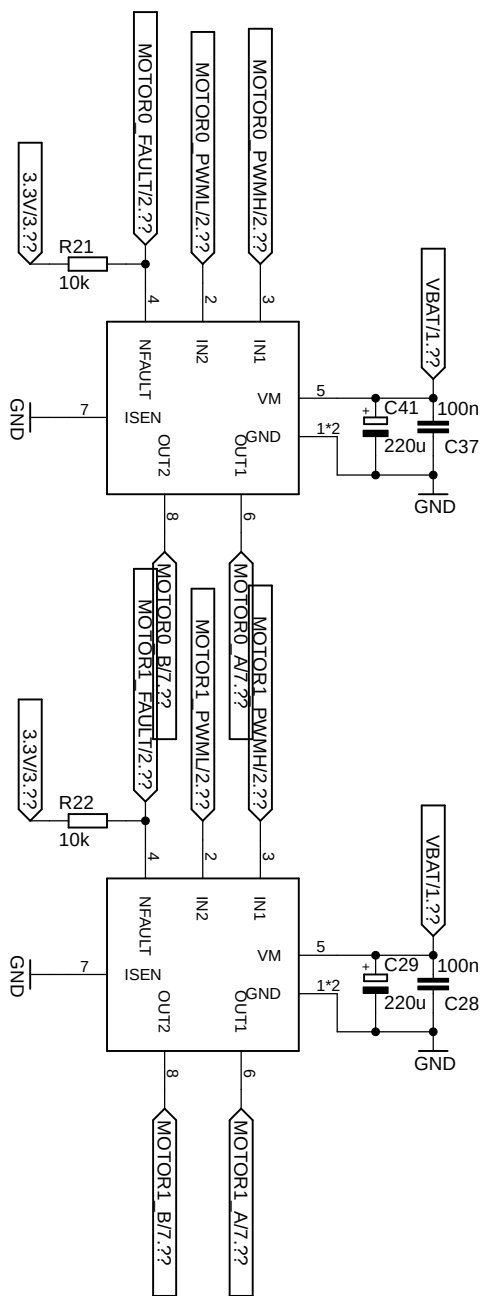


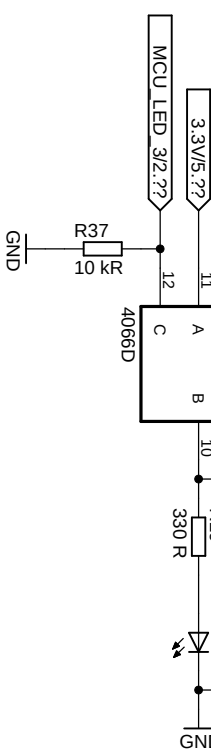
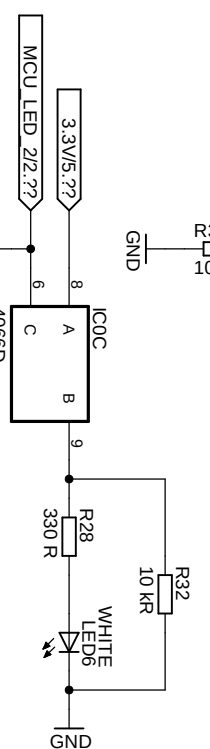
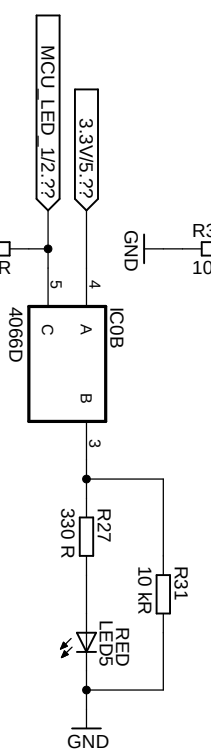
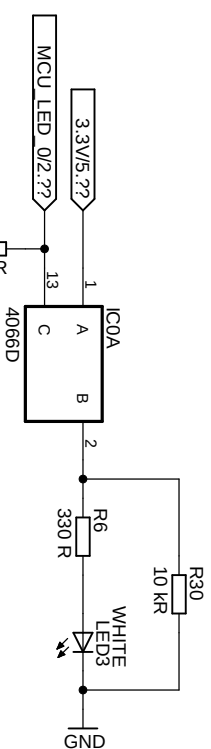
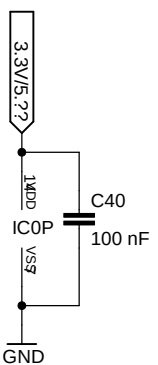


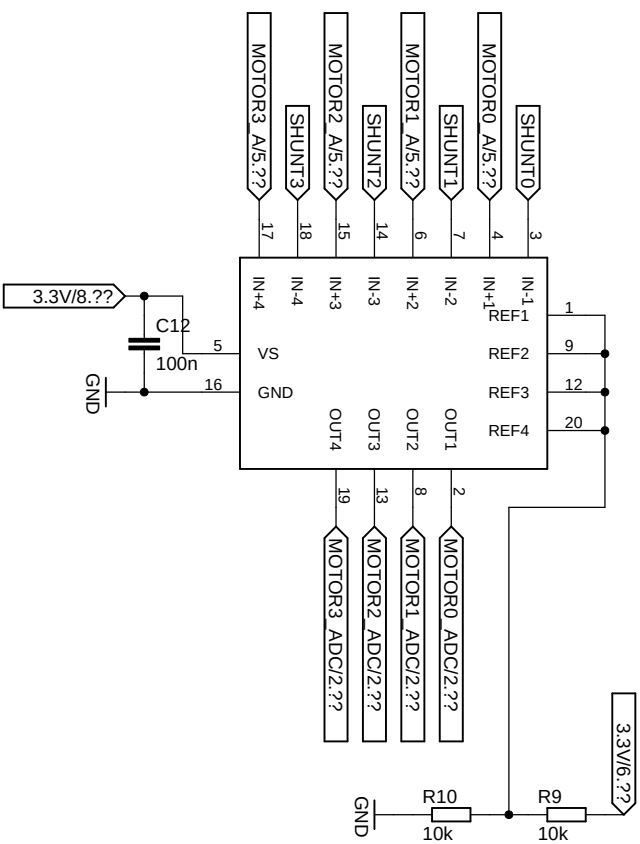
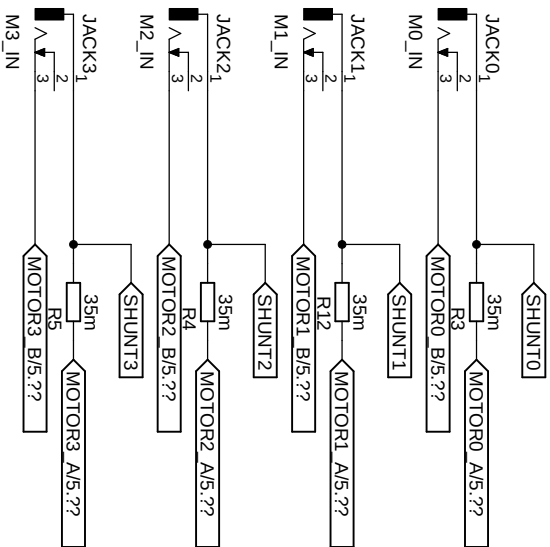


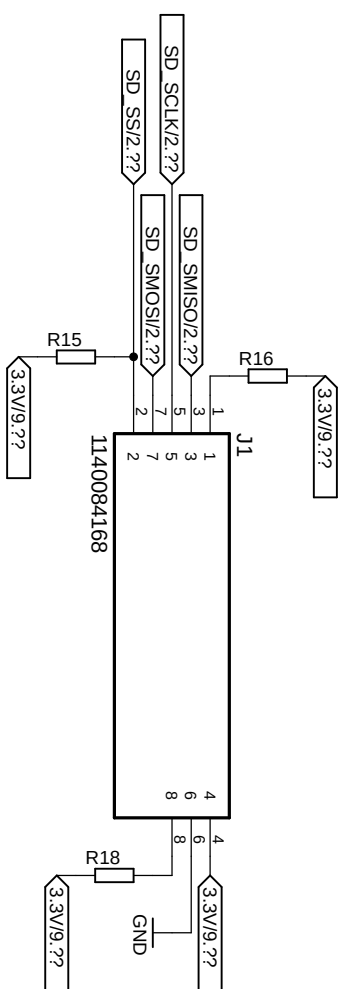


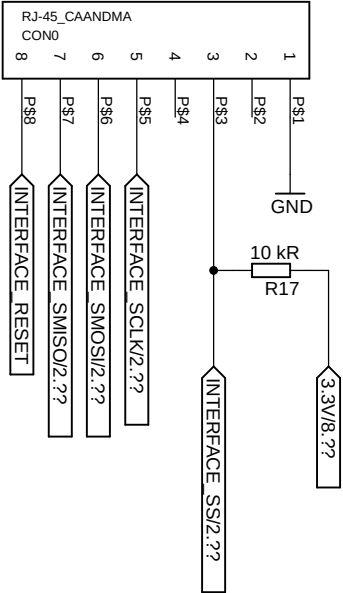










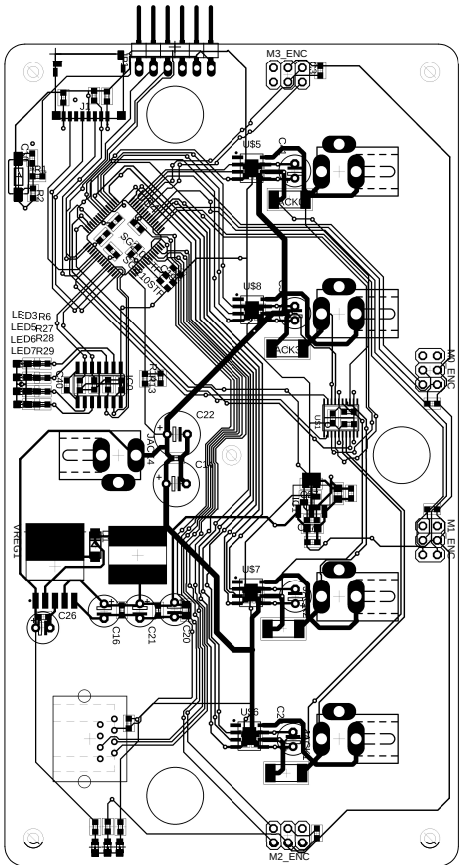






ANEXO **B**

*Layout do hardware proposto*



R9 LED2  
R10 LED3  
R11 LED4