

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Ian Alves Freitas

Projeto e Otimização de Hélices para Motores Elétricos

São Carlos

2024

Ian Alves Freitas

Projeto e Otimização de Hélices para Motores Elétricos

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Aeronáutica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Aeronáutico.

Orientador: Prof. Dr. Hernán Darío Cerón-Muñoz

São Carlos
2024

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).



A862p A. Freitas, Ian
 Projeto e otimização de hélices para motores
 elétricos / Ian A. Freitas; orientador Hernán Darío
 Cerón-Muñoz. São Carlos, 2024.

 Monografia (Graduação em Engenharia Aeronáutica)
 -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade
 de São Paulo, 2024.

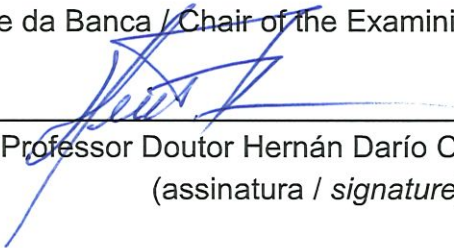
 1. Motor elétrico. 2. Otimização. 3. Algoritmo
 evolutivo.. 4. Projeto de hélices. 5. Modelagem 3D. I.
 Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO
Approval sheet

Candidato / Student: Ian Alves Freitas
Título do TCC / Title : Projeto e Otimização de Hélices para Motores Elétricos
Data de defesa / Date: 10/12/2024

Comissão Julgadora / Examining committee	Resultado / result
Professor Doutor Hernán Darío Cerón-Muñoz	APROVADO
Instituição / Affiliation: EESC - SAA	
Professor Doutor Álvaro Martins Abdalla 	APROVADO
Instituição / Affiliation: EESC - SAA	
Professor Doutor João Paulo Eguea	APROVADO
Instituição / Affiliation: EESC - SAA 	

Presidente da Banca / Chair of the Examining Committee:



Professor Doutor Hernán Darío Cerón-Muñoz
(assinatura / signature)

*Este trabalho é dedicado à minha família por todo o apoio que me foi dado para que
pudesse trilhar o caminho que trilhei*

AGRADECIMENTOS

Sou eternamente grato pelo imenso apoio incondicional de meus pais durante toda a minha graduação, mesmo sob as circunstâncias mais difíceis.

Agradeço também por todos os alunos de todas as turmas de quem fui parte, mesmo que por apenas um semestre. Cada ajuda foi fundamental para que eu pudesse estar aqui hoje e as amizades que cultivei pelo caminho tem um valor inestimável.

“Nature uses only the longest threads to weave her patterns, so that each small piece of her fabric reveals the organization of the entire tapestry.”

Richard P. Feynman

RESUMO

FREITAS, I. **Projeto e Otimização de Hélices para Motores Elétricos**. 2024. 113 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

O presente trabalho possui como objetivo apresentar um método computacional de projeto e otimização de hélices para motores elétricos. Por meio da definição dos requisitos de performance para determinadas condições, a rotina computacional é capaz de otimizar a geometria da hélice utilizando dois métodos numéricos e selecionando o melhor candidato a partir de um algoritmo evolutivo. Ao final da otimização, para que seja possível visualizar o resultado obtido e auxiliar um futuro processo de manufatura, um arquivo contendo a modelagem 3D da hélice é gerado.

Palavras-chave: Motor elétrico. Otimização. Algoritmo evolutivo. Projeto de hélices. Modelagem 3D.

ABSTRACT

FREITAS, I. **Design and Optimization of Propellers for Electric Motors**. 2024. 113 p. Monograph (Conclusion Course Paper) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

The present work aims to present a computational design and optimization method for propellers on electric motors. By defining the performance requirements for certain conditions, the computational routine is capable of optimizing the blade geometry using two numerical methods and selecting the best candidate from an evolutionary algorithm. At the end of the optimization, in order to visualize the result and to assist a future manufacturing process, a file containing the 3D model of the propeller is generated.

Keywords: Electric motor. Optimization. Evolutionary algorithms. Propeller design. 3D model

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Volume e massas específicas de diferentes tipos de fontes energéticas. Fonte: Hepperle (2012)	28
Figura 2 – Potência e potência específica para motores elétricos e à combustão. Fonte: Hepperle (2012)	28
Figura 3 – Exemplos de aeronaves de propulsão totalmente elétrica	29
Figura 4 – Fluxograma de um algoritmo evolutivo típico. Fonte: Pétrowski (2017)	31
Figura 5 – Exemplo de otimização de uma função bidimensional de dois mínimos realizada pela biblioteca <i>nevergrad</i> . Fonte: <i>nevergrad</i> (2019)	32
Figura 6 – Processo de recombinação do otimizador <i>TwoPointsDE</i> . Fonte: Autor .	34
Figura 7 – Seção típica de um aerofólio de uma asa. Fonte: Kulfan (2007)	35
Figura 8 – Exemplo de uma transformação geométrica de um aerofólio. Fonte: Kulfan (2007)	37
Figura 9 – Classe de formatos geométricos. Fonte: Kulfan (2007)	38
Figura 10 – Decomposição da Função Unitária de Forma pelos Coeficientes de Bernstein. Fonte: Kulfan (2007)	39
Figura 11 – Espira condutora imersa em um campo magnético. Fonte: Zhao e Yu (2011)	40
Figura 12 – Classificação dos diferentes tipos de motores elétricos. Fonte: Autor . .	42
Figura 13 – Motores do ramo superior	43
Figura 14 – Motor do tipo indução (assíncrono)	44
Figura 15 – Motores de relutância variável. Fonte: Zhao e Yu (2011).	45
Figura 16 – Motores do tipo síncrono	45
Figura 17 – Tipos de disposição dos ímãs permanentes no rotor do motor <i>brushless</i> . Fonte: Zhao e Yu (2011).	46
Figura 18 – Tipos de configuração do estator	46
Figura 19 – Componentes de uma hélice aeronáutica, Fonte: Rocha (2019)	48
Figura 20 – Seções transversais de uma pá aeronáutica. Fonte: Rocha (2019)	48
Figura 21 – Esquema de uma célula eletrolítica. Fonte: Suárez (2023)	50
Figura 22 – Classificação cronológica dos diferentes tipos de bateria. Fonte: Suárez (2023)	51
Figura 23 – Decomposição da velocidade relativa total da pá W em uma posição radial r . Fonte: Drela (2006)	54
Figura 24 – Circulação presente em um plano de vórtices semi-infinito. Fonte: Drela (2006)	55
Figura 25 – Parametrização das velocidades utilizado por Drela. Fonte: Drela (2006)	57
Figura 26 – Escoamento nas imediações do disco atuador. Adaptado de Wall (2012)	59

Figura 27 – Comportamento da velocidade e da pressão do escoamento ao interagir com o disco atuador. Fonte: Adaptado de Wall (2012)	60
Figura 28 – Visualização da hélice como disco atuador. Fonte: Winarto (2004)	61
Figura 29 – Definição das forças e velocidades existentes em uma seção de pá da hélice. Fonte: Autor	63
Figura 30 – Divisão do aerofólio em painéis aerodinâmicos. Fonte: Drela (1989)	68
Figura 31 – Coordenadas de um painel local. Fonte: Drela (1989)	69
Figura 32 – Formatos de bordos de fuga com espessura nula. Fonte: Rocha (2019)	70
Figura 33 – Funcionalidades do Xfoil para a análise 2D. Fonte: Adaptado de (Drela, 1989)	71
Figura 34 – Fluxograma da metodologia computacional. Fonte: Autor	75
Figura 35 – Fluxograma da geração da geometria 3D da hélice. Fonte: Autor	80
Figura 36 – Visualização do espaçamento angular das pás. Fonte: Autor	81
Figura 37 – Ilustração de uma hélice com e outra sem o offset do cubo. Fonte: Autor	83
Figura 38 – Hélice escolhidas.	85
Figura 39 – Perfil NACA 0009. Fonte: Autor	85
Figura 40 – Comparação entre as geometrias das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de tração.	87
Figura 41 – Vista frontal das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de tração.	88
Figura 42 – Vista lateral das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de tração.	88
Figura 43 – Comparação entre os perfis a 75% da corda - APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor	88
Figura 44 – Comparação da performance aerodinâmica dos perfis a 75% da corda utilizando o software XFOIL - APC 19x12 - Otimização de tração.	89
Figura 45 – Comparação entre as performances de hélice - Hélice APC 19x12 - Otimização de tração	91
Figura 46 – Comparação entre as geometrias das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de eficiência.	92
Figura 47 – Vista frontal das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de eficiência.	93
Figura 48 – Vista lateral das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de eficiência.	93
Figura 49 – Comparação entre os perfis a 75% da corda - APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor	93
Figura 50 – Comparação da performance aerodinâmica dos perfis a 75% da corda utilizando o software XFOIL - APC 19x12 - Otimização de eficiência.	94

Figura 51 – Comparação entre as performances de hélice - Hélice APC 19x12 - Otimização de eficiência	96
Figura 52 – Comparação entre as geometrias das hélices original e final - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração.	97
Figura 53 – Vista frontal das hélices original e final - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração.	98
Figura 54 – Comparação entre os perfis a 75% da corda - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor	98
Figura 55 – Comparação da performance aerodinâmica dos perfis a 75% da corda utilizando o software XFOIL - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração.	99
Figura 56 – Comparação entre as performances de hélice - Hélice Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração	101
Figura 57 – Comparação entre as geometrias das hélices original e final - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência.	102
Figura 58 – Vista frontal das hélices original e final - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência.	103
Figura 59 – Comparação entre os perfis a 75% da corda - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor	103
Figura 60 – Comparação da performance aerodinâmica dos perfis a 75% da corda utilizando o software XFOIL - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência.	104
Figura 61 – Comparação entre as performances de hélice - Hélice Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Hélices escolhidas. Fonte: Autor	85
Tabela 2 – Motores selecionados como candidatos para o GMP. Fonte: Autor	86
Tabela 3 – Baterias candidatas para compor o GMP. Fonte: Autor	86
Tabela 4 – GMPs escolhidos para cada hélice	86
Tabela 5 – Resultados de performance da hélice final em relação à original - APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor	92
Tabela 6 – Resultados de performance da hélice final em relação à original - APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor	97
Tabela 7 – Resultados de performance da hélice final em relação à original - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor	102
Tabela 8 – Resultados de performance da hélice final em relação à original - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor	107
Tabela 9 – Resumo dos resultados obtidos (valores médios). Fonte: Autor	107

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Fator de escoamento de entrada
A	Área transversal (seção 2.4.2)
b	Fator de indução azimutal
B	Magnitude do campo magnético (seção 2.3.1)
B	Número de pás (seção 2.4.1)
c	Corda da seção
c_d	Coefficiente de arrasto
c_l	Coefficiente de sustentação
C_{l_α}	Coefficiente angular da curva de c_l por α
$C_{N_2}^{N_1}(\psi)$	Função de Classe
C_P	Coefficiente de potência
$c_{p_{min}}$	Coefficiente de pressão mínimo
C_T	Coefficiente de tração
D	Diâmetro da hélice
D_i	Candidato doador
E	Força contraeletromotriz
F	Força eletromagnética (seção 2.3.1)
F	Fator de perda de Prandtl (seção 2.4.1)
F_x	Peso de mutação
i	Corrente elétrica
i_{in}	Corrente de entrada do motor
i_0	Corrente de carregamento nulo do motor
J	Razão de avanço
K_E	Constante eletromotriz do motor

$K_{r,n}$	Coeficientes binomiais de Bernstein
K_t	Constante de torque do motor
K_v	Constante de velocidade do motor
L	Comprimento da espira condutora
Ma	Número de Mach
n	Número de rotações por minuto
n_m	Número de rotações por segundo
N	Número de voltas da espira (seção 2.3.1)
N	Número de nós dos painéis aerodinâmicos (seção 2.5.1)
N_x	Coeficientes que definem a Função de Classe
P	Potência absorvida pela hélice (seção 2.3.2)
P	Pressão atmosférica (seção 2.4.2)
P_x	Pontos para delimitar a recombinação
Q	Torque
r	Distância das seções condutoras sofrendo ação da força eletromagnética (seção 2.3.1)
r	Posição radial de uma seção da pá (seção 2.4.1)
r	Magnitude do vetor existente entre um ponto s na superfície do aerofólio e um ponto de referência no campo (x,y) (seção 2.5.1)
R	Raio da hélice
R_{int}	Resistência interna do motor
R_{LE}	Raio do bordo de ataque
R_ψ	Função resíduo do método Drela
Re	Número de Reynolds
s	Coordenada ao longo das superfície do aerofólio
$S(\psi)$	Função de Formato
T	Tração da hélice

u	Velocidade induzida por fontes externas
u_∞	Componente longitudinal da velocidade do escoamento livre
U	Velocidade intermediária
v	Velocidade linear do condutor imerso no campo magnético (seção 2.3.1)
v	Velocidade auto-induzida pelo rotor (seção 2.4.1)
v_∞	Componente vertical da velocidade do escoamento livre
\bar{v}_t	Vorticidade média da esteira
V	Velocidade linear do avião
V_d	Velocidade imediatamente antes do disco atuador
V_{in}	Diferença de potencial de entrada
V_s	Velocidade a jusante do disco atuador
V_0	Velocidade a montante do disco atuador
W	Velocidade relativa total
x	Coordenada horizontal dos pontos do aerofólio (seção 2.2.1)
x	Distância do centro da distribuição gaussiana (seção 3.3.1)
X_i	Candidato da população
z	Coordenada vertical dos pontos do aerofólio
α	Ângulo de ataque
β	Boat tail-angle do aerofólio (seção 2.2.1)
β	Ângulo de torção de uma seção da pá (seção 2.3.2)
Δs	Avanço axial de uma seção da hélice
$\Delta\Theta$	Espaçamento angular entre as pás da hélice
ΔZ_{TE}	Espessura do bordo de fuga
η_P	Eficiência propulsiva
γ	Razão entre o coeficiente de arrasto e de sustentação (seção 2.4.2)
γ	Função de vorticidade (seção 2.5.1)

γ	Desvio padrão da função gaussiana (seção 3.3.1)
γ_{TE}	Vorticidade do bordo de fuga
Γ	Circulação aerodinâmica
ω	Velocidade angular do condutor imerso em um campo magnético
Ω	Velocidade angular da hélice
ψ	Coordenadas horizontais adimensionais do perfil (seção 2.2.1)
ψ	Variável intermediária do método Drela (seção 2.4.1)
Ψ	Função potencial do aerofólio
ϕ	Ângulo induzido de uma seção da pá
ρ	Densidade do ar
σ	Razão de solidez da hélice (seção 2.4.2)
σ	Função relativa à pressão de fonte na superfície e na esteira (seção 2.5.1)
τ	Torque do motor
θ	Ângulo entre a direção do campo magnético e o sentido da corrente (seção 2.3.1)
θ	Ângulo de torção de uma seção da pá (seção 2.4.2)
θ	Ângulo do vetor de posição de um ponto na superfície do aerofólio (seção 2.5.1)
ξ	Posição radial adimensional
ζ	Coordenadas verticais adimensionais do perfil
ζ_{TE}	Coordenadas adimensionais do bordo de fuga

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
1.1	Motivação	27
1.2	Objetivos	29
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
2.1	Algoritmos Evolutivos	31
2.1.1	Descrição do algoritmo evolutivo escolhido	32
2.2	Método CST	34
2.2.1	Derivação do método	34
2.2.2	Utilização do método CST na rotina computacional	39
2.3	Grupo moto-propulsor elétrico	40
2.3.1	Motores elétricos	40
2.3.2	Hélices	47
2.3.3	Bateria	50
2.4	Métodos de Análise de Hélice	52
2.4.1	Método Drela (QPROP)	53
2.4.2	Método Winarto	59
2.5	Determinação das polares aerodinâmicas	67
2.5.1	Metodologia teórica do software XFOIL	67
2.5.2	Utilização do XFOIL para a determinação das polares aerodinâmicas	70
2.6	Integração do GMP	71
3	LÓGICA COMPUTACIONAL	75
3.1	Entradas	75
3.1.1	Entradas de GMP	75
3.1.2	Objetivos de performance	76
3.1.3	Condições de contorno do otimizador	76
3.2	Análise Propulsiva	77
3.3	Pós-processamento	79
3.3.1	Geração das curvas de performance	79
3.3.2	Geração do modelo 3D da hélice	79
3.3.2.0.1	Inicialização	80
3.3.2.0.2	Definição e modelagem do cubo	80
3.3.2.0.3	Definição e modelagem das pás da hélice	80
3.3.2.0.4	Definição e modelagem do offset do cubo	81
3.3.2.0.5	Fusão dos sólidos gerados	83

3.3.2.0.6	Sincronização	83
3.3.2.0.7	Finalização da sessão e geração do modelo stl	83
3.4	Limitações do modelo	83
4	CASOS DE TESTE	85
4.1	Introdução	85
4.2	Escolha dos motores e baterias	86
5	RESULTADOS	87
5.1	Hélice 19x12	87
5.1.1	Otimização de tração	87
5.1.2	Otimização de eficiência	92
5.2	Hélice 5x4-3	97
5.2.1	Otimização de tração	97
5.2.2	Otimização de eficiência	102
5.3	Síntese dos resultados	107
6	CONCLUSÃO	109
	REFERÊNCIAS	111

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

A utilização de motores elétricos para a propulsão aeronáutica vem se intensificado gradualmente com o passar dos anos, acompanhando a evolução de eficiência das baterias propulsivas e o investimento cada vez maior no desenvolvimento de aeronaves elétricas alimentado pelo crescimento do mercado em tal setor.

De acordo com Andras (2013), a introdução de aeronaves híbridas ou totalmente movidas à energia elétrica é um processo alimentado pelas tendências atuais do mercado aeronáutico de busca por tecnologias que reduzam a poluição e as emissões de carbono e a dependência de combustíveis provenientes de fontes não-renováveis.

Nessa perspectiva, diversos desafios são encontrados para o desenvolvimento de tecnologias propulsivas elétricas, entre elas:

- A garantia de que a produção de energia para a alimentação das baterias seja feita por meio de fontes renováveis.
- Requisitos de performance e eficiência propulsivas muito elevados para aplicações aeronáuticas, exigindo uma evolução significativa das tecnologias de motores elétricos, baterias e hélices.
- Requisitos de segurança muito elevados para a utilização em sistemas aeronáuticos.
- Necessidade de adaptação da malha de transporte aeronáutica para atender as demandas de aeronaves elétricas.

Com relação às atuais tecnologias de bateria, temos que, de acordo a figura 1, as baterias que fornecem as melhores capacidades energéticas (baterias do tipo LiOH) são inferiores em termos de energia específica mássica na ordem de 60 vezes e 18 vezes como relação à energia específica volumétrica quando comparadas ao querosene de aviação. Mesmo com as previsões de evolução das capacidades energéticas de baterias, conforme Hepperle (2012), estas ainda não seriam capazes de competir com as densidades energéticas do querosene.

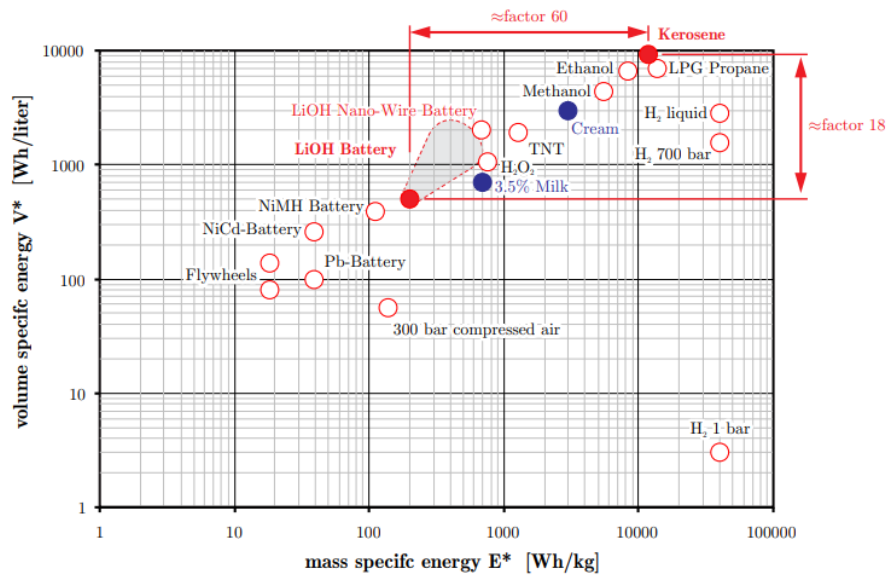


Figura 1 – Volume e massas específicas de diferentes tipos de fontes energéticas. Fonte: Hepperle (2012)

Por outro lado, de acordo com a figura 2, atualmente, as eficiências dos motores elétricos são comparáveis às dos motores movidos à combustão interna para faixas de potência de até 100kW. Porém, para aplicações aeronáuticas - em que potências iguais ou superiores a 10MW são requeridas -, tais motores elétricos ainda são bem menos eficientes quando comparados às alternativas movidas à combustão. Assim, novas tecnologias que permitam aumentar a potência específica de motores elétricos, principalmente no desenvolvimento de novos materiais magnéticos utilizados em seu interior, conforme consta em Krings a. Boglietti e Sprague (2016), são essenciais.

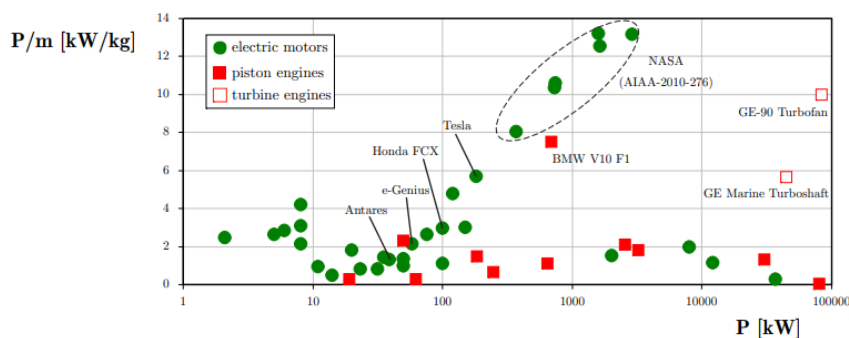


Figura 2 – Potência e potência específica para motores elétricos e à combustão. Fonte: Hepperle (2012)

Desse modo, as opções de curto e médio prazo para a propulsão aeronáutica totalmente elétrica estariam limitadas à aeronaves regionais de pequeno porte.

Nesse sentido, o projeto de hélice possui extrema relevância, já que, como mencio-

nada anteriormente, a busca pela maximização da eficiência do conjunto moto-propulsor é crucial para a viabilidade comercial das missões as quais os veículos aéreos se propõem a realizar. Como exemplo de aplicações para tal, pode-se mencionar aeronaves monomotoras regionais elétricas, aeronaves EVTOL e até mesmo aeronaves de propulsão elétrica rádio-controladas de competição estudantis.



(a) Aeronave monomotora elétrica modelo DA40 da fabricante Diamond Aircraft. Fonte: Aircraft (2024).



(b) EVTOL da fabricante Airbus. Fonte: Group (2024).



(c) Aeronave Alpha da equipe EESC-USP Aerodesign. Fonte: Autor

Figura 3 – Exemplos de aeronaves de propulsão totalmente elétrica

1.2 Objetivos

Assim sendo, esta tese se propõe a descrever um método computacional na linguagem Python para a otimização de hélices de passo fixo de um grupo moto-propulsor elétrico baseando-se nos requisitos de performance de tração ou eficiência para as condições desejadas. Tal rotina não se propõe a otimizar os demais componentes da motorização, de modo que a definição do motor elétrico e da bateria são baseados nas opções disponíveis no mercado.

Além disso, os grupo moto-propulsores utilizados serão de pequeno porte, geralmente utilizados em aeromodelos, devido à escassez de dados de performance e geometria de hélices comerciais para aeronaves tripuladas de maior porte, o que inviabilizaria um estudo comparativo para as hélices otimizadas.

Desse modo, a estratégia utilizada parte da escolha de hélices comerciais de pequeno porte - provenientes de uma base de dados experimentais – como ponto de partida, seguido da otimização de tais hélices em condições similares às experimentais e terminando na comparação das hélices otimizadas com as originais para se avaliar o ganho de performance.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Algoritmos Evolutivos

De acordo com Pétrowski (2017), algoritmos evolutivos são uma família de métodos de otimização inspirados pelos fenômenos da seleção natural. Um típico fluxograma de tal algoritmo pode ser evidenciado na figura:

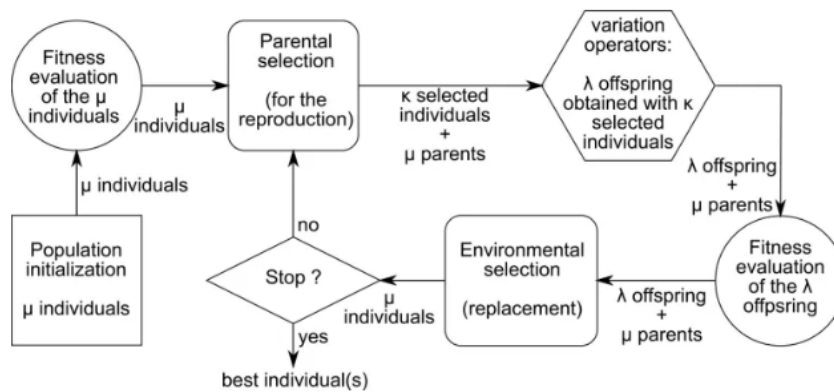


Figura 4 – Fluxograma de um algoritmo evolutivo típico. Fonte: Pétrowski (2017)

Desse modo, os elementos principais de um Algoritmo Evolutivo são descritos abaixo:

- Uma população inicial de candidatos para os chutes de solução do problema (**Inicialização**).
- Um mecanismo para o cálculo da aptidão de cada candidato em relação ao objetivo a ser atingido e a eliminação dos candidatos não aptos (**Seleção**).
- Um método de mistura de fragmentos dos candidatos como forma de obter, em média, melhores soluções (**Recombinação**).
- Um operador de mutação que evite a perda de diversidade dentro dos candidatos da população (**Mutação**).

Conforme Coley (1999), os métodos tradicionais de otimização tem como falha principal o fato de dependerem do ponto de partida da otimização, o que pode ocasionar a convergência para pontos de ótimo locais ao invés dos pontos de ótimo globais desejados.

Nesse sentido, os Algoritmos Evolutivos possuem uma vantagem ao distribuir os candidatos no espaço de soluções, sendo muito mais efetivos para encontrar soluções próximas da solução ótima global, de acordo com Bozorg-Haddad Solgi e Loaiciga (2017).

Assim, a utilização de algoritmos evolutivos foi pautada na necessidade de uma otimização de múltiplas variáveis e na eficiência de tal método em convergir para as soluções próximas dos ótimos globais.

Contudo, deve-se ressaltar que a natureza inerentemente aleatória dos processos internos dos algoritmos evolutivos bem como desacoplamento de tais algoritmos dos princípios físicos que regem a performance das entidades a serem otimizadas torna necessária a aplicação de restrições e funções objetivo como forma de "guiar" a otimização para soluções fisicamente realísticas.

2.1.1 Descrição do algoritmo evolutivo escolhido

O processo de otimização é realizado por meio de um algoritmo evolutivo presente na biblioteca *nevergrad* (2019), implementada em Python, a qual é caracterizada por possuir um conjunto de algoritmos de otimização que não utilizam gradientes de funções.

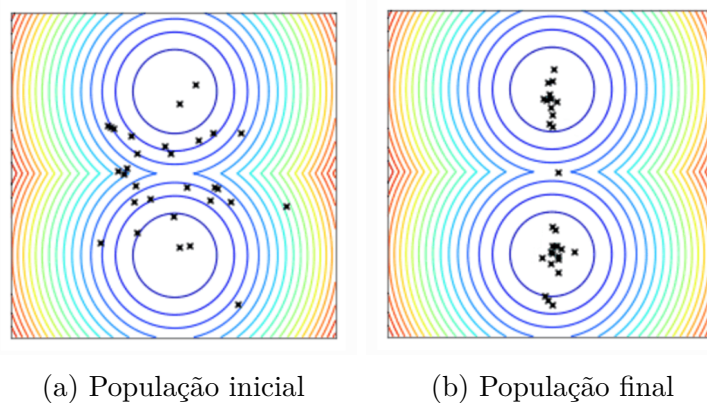


Figura 5 – Exemplo de otimização de uma função bidimensional de dois mínimos realizada pela biblioteca *nevergrad*. Fonte: *nevergrad* (2019)

Essa biblioteca possui otimizadores que implementam diversos métodos - como algoritmos genéticos, algoritmos de evolução diferencial, PSO (Particle Swarm Optimization), busca aleatória e otimização bayesiana. Dentre estes, o otimizador escolhido foi o *TwoPointsDE* - Evolução Diferencial de Dois Pontos.

Os métodos de Evolução Diferencial fazem parte da classe de Algoritmos Evolutivos e são semelhantes aos Algoritmos Genéticos, porém ambos possuem abordagens distintas, conforme Hegerty e Kasprak (2009).

Nos Algoritmos Genéticos, a recombinação acontece de forma segregada, antes da mutação e com apenas dois candidatos parentes. Além disso, toda a população antiga é substituída após cada iteração.

Nos métodos de Evolução Diferencial a mutação ocorre antes da recombinação e utilizando um candidato parente padrão e dois outros candidatos aleatórios da população

para que a diferença entre estes últimos seja recombinada com o primeiro. Outrossim, apenas os candidatos parentes que possuírem performances piores que os candidatos filhos são substituídos.

Desse modo, os métodos de Evolução Diferencial exibem melhores resultados que os algoritmos genéticos mesmo atuando em problemas multimodais, multidimensionais e com ruído, de acordo com Hegerty e Kasprak (2009).

A Evolução Diferencial de Dois Pontos (EDDP) é um caso especial da Evolução Diferencial pelo fato de que uma seção inteira do candidato parente padrão é substituída pela respectiva seção do novo candidato durante a recombinação, sendo que os dois pontos que delimitam tal seção são escolhidos aleatoriamente. Tal característica da recombinação torna a convergência mais rápida porém pode ocasionar convergência para soluções mais distantes da esperada devido ao fenômeno do elitismo.

Além disso, uma característica especial da implementação utilizada é a presença de um segundo peso de mutação que leva em consideração a diferença entre o candidato parente padrão e o melhor candidato da população.

Assim sendo, temos que o algoritmo implementado pelo otimizador *TwoPointsDE* pode ser resumido pelas seguintes etapas:

1. Caso seja o início do algoritmo, gera uma população inicial de candidatos - vetores cujos componentes são o conjunto de variáveis a ser otimizadas - e avalia performance de cada um destes.
2. Escolhe-se um candidato da população atual X_a , dois candidatos da população aleatórios (X_b, X_c). o candidato com a melhor performance (X_{best}) e um novo candidato mutado é gerado pela seguinte expressão:

$$D_i = X_a + F_1(X_b - X_c) + F_2(X_a - X_{best}) \quad (2.1)$$

Em que i é o i -ésimo candidato da população de tamanho n , F_1 e F_2 os pesos de mutação e D_i o candidato denominado "doador".

3. Baseado na taxa de recombinação CR (que determina, para cada candidato da nova população, se este será recombinado com o vetor X_a ao final do processo descrito pela equação 2.1), caso o novo candidato gerado seja recombinado, dois pontos aleatórios P_1 e P_2 são escolhidos para delimitar a região de recombinação.
4. A recombinação ocorre a partir de uma das duas vertentes escolhidas: a seção do candidato pai é descartada e substituída pela seção correspondente do candidato doador ou a seção do candidato pai é mantida e o restante substituído pelo candidato

doador (a primeira opção é definida por padrão). Esse processo pode ser visto na figura 6:

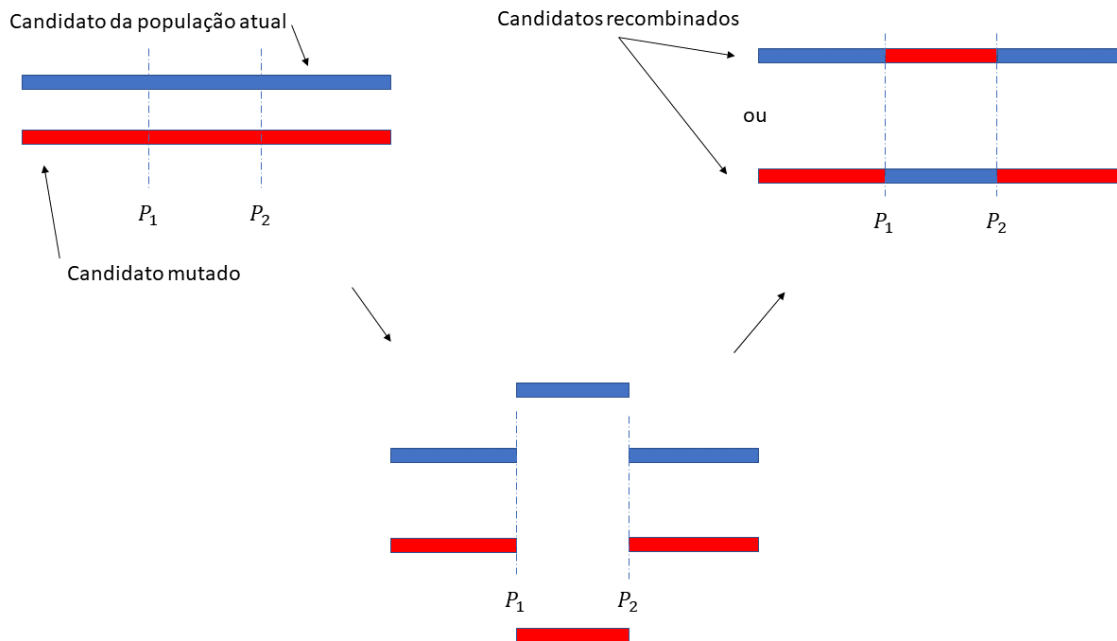


Figura 6 – Processo de recombinação do otimizador *TwoPointsDE*. Fonte: Autor

5. Por fim, para cada candidato filho, se este possuir melhor performance que o candidato pai, este último é substituído. Caso contrário o candidato pai é mantido e o candidato filho é descartado.
6. Em uma mesma iteração, a sequência de passos descrita acima se repete para todos os candidatos da população atual.

2.2 Método CST

2.2.1 Derivação do método

De acordo com Kulfan (2007), as representações matemáticas da geometria dos componentes de uma aeronave (aerofólios ou corpos de revolução para a fuselagem, por exemplo) são técnicas de geração de tais formatos por meio de funções que utilizam um número finito de parâmetros para serem definidas. Tais representações são cruciais para métodos de otimização, sobretudo para os algoritmos evolutivos, já que, além do fato de que utilizar coordenadas discretas como variáveis de otimização ser computacionalmente ineficiente, a presença de um grande número de candidatos com superfícies irregulares tornaria praticamente impossível a convergência para uma curva de aerofólio otimizada regular.

Desse modo, temos que, ainda de acordo com Kulfan (2007), que a representação geométrica escolhida deve possuir as seguintes características:

- Deve produzir curvas regulares e com formatos realísticos
- Deve ser matematicamente eficiente e numericamente estável
- Deve ser flexível:
 - Requerer poucas variáveis para representar uma grande quantidade de formatos aerodinâmicos otimizados para uma variedade de condições de contorno.
 - Deve permitir a especificação de parâmetros fundamentais como a espessura do bordo de fuga e o raio do bordo de ataque.
 - Possuir um fácil controle do projeto e edição do formato da curva.
- Seu algoritmo deve ser intuitivo
- Deve ser sistemático e consistente, ou seja, a representação de curvas de diferentes naturezas - como linhas, seções cúbicas e curvas cúbicas - deve seguir o mesmo princípio.
- Deve ser robusto, ou seja, a curva não deve se alterar devido a operações como rotações e translações.

Assim sendo, a técnica desenvolvida por Kulfan (2007), denominada de CST (Class Shape Transformation) se propõe a criar uma representação geométrica que satisfaça as condições supracitadas.

À luz desse método, temos que, a expressão matemática para representar uma geometria de aerofólio como visto na figura 7, é dada por:

$$\zeta(\psi) = \sqrt{\psi(1-\psi)} \sum_{i=0}^N A_i \psi^i + \psi \zeta_T \quad (2.2)$$

Em que $\psi = x/c$, $\zeta = z/c$ e $\zeta_T = \Delta \zeta_{TE}/c$

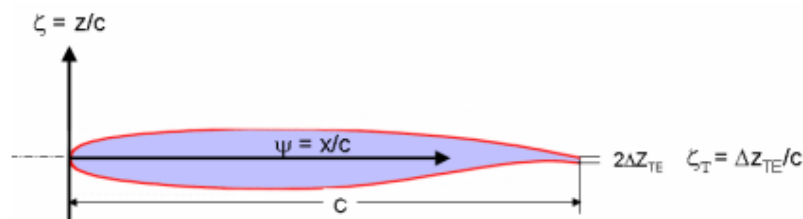


Figura 7 – Seção típica de um aerofólio de uma asa. Fonte: Kulfan (2007)

Cada termo da equação 2.2 pode ser explicado da seguinte forma:

- $\sqrt{\psi}$ é a função matemática que fornece um bordo de ataque arredondado.

- $(1 - \psi)$ é o termo necessário para que a curva convirja no bordo de fuga.
- $\psi\zeta_T$ fornece a espessura do bordo de fuga.
- $\sum_{i=0}^N A_i \psi^i$ representa uma função generalizada que descreve uma curva única entre o bordo de ataque arredondado e o bordo de fuga "cúspide" (espessura nula).

Pode-se definir ainda uma função de formato $S(\psi)$ a partir da equação 2.3 e dada por:

$$S(\psi) = \frac{\zeta(\psi) - \psi\zeta_T}{\sqrt{\psi}(1 - \psi)} \quad (2.3)$$

Além disso, temos que:

$$S\left(\frac{x}{L}\right) = \sum_{i=0}^N A_i \left(\frac{x}{L}\right)^i \quad (2.4)$$

Ainda de acordo com Kulfan (2007), o valor de tal função de formato na posição $x/c = 0$ está relacionado com o raio do bordo de ataque R_{LE} pela seguinte expressão:

$$S(0) = \left(\frac{2R_{LE}}{c}\right) \quad (2.5)$$

O valor dessa mesma função na posição $x/c = 1$ está relacionado diretamente com o *boat tail-angle* do aerofólio β (ângulo de cúspide do bordo de fuga) e da espessura do bordo de fuga ΔZ_{TE} pela seguinte expressão:

$$S(1) = \tan(\beta) + \frac{\Delta Z_{TE}}{c} \quad (2.6)$$

Um exemplo de transformação da geometria para a sua função de formato correspondente pode ser vista na figura 8:

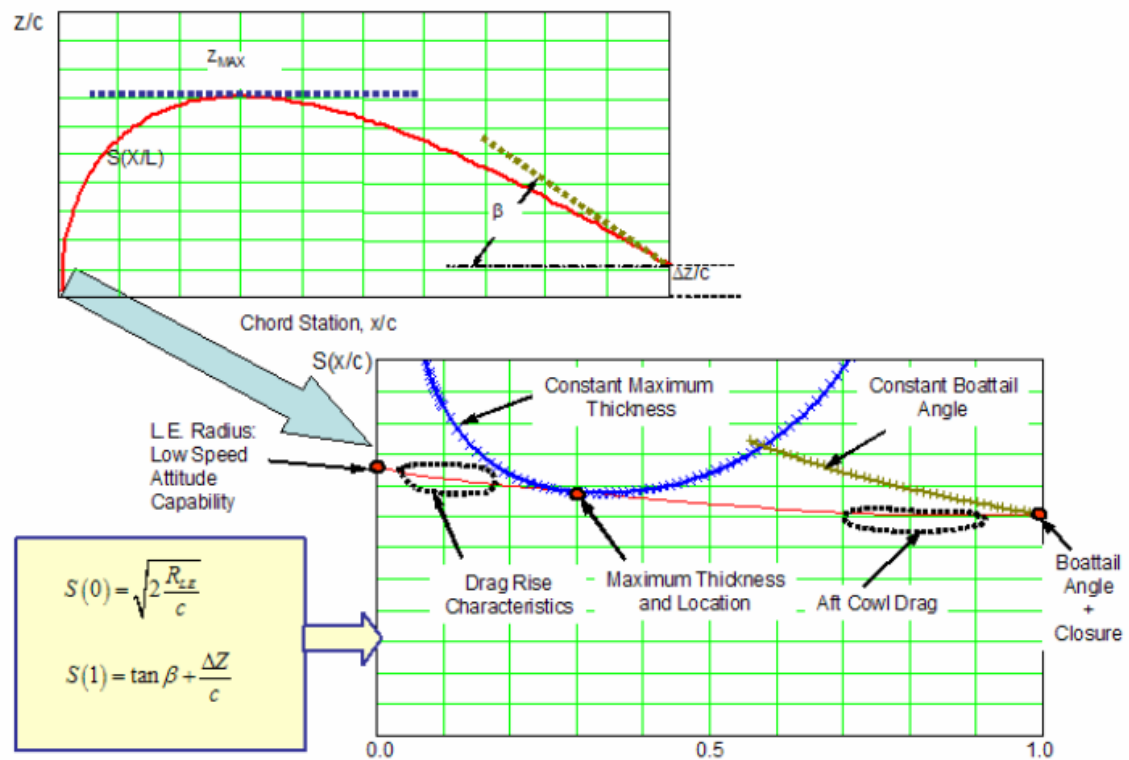


Figura 8 – Exemplo de uma transformação geométrica de um aerofólio. Fonte: Kulfan (2007)

Como evidenciado por tal figura, o aerofólio de exemplo é aproximado por uma linha reta com valor no ponto $x/c = 0$ relacionado ao raio de curvatura do bordo de ataque e o valor em $x/c = 1$ igual à tangente do *tail boat angle* mais a razão entre a espessura do bordo de fuga e a corda.

Adicionalmente, o termo $\sqrt{\psi}(1 - \psi)$ é denominado Função de Classe $C(\psi)$, com a forma generalizada:

$$C_{N_2}^{N_1}(\psi) = \psi^{N_1}(1 - \psi)^{N_2} \quad (2.7)$$

Conforme Kulfan (2007), a combinação dos expoentes N_1 e N_2 define uma variedade de classes de formatos geométricos, entre elas:

- $N_1 = 0.5$, $N_2 = 1$: Define um aerofólio NACA com bordo de ataque redondo e bordo de fuga cúspide (Figura 9a)
- $N_1 = N_2 = 0.5$: Define um corpo elíptico de revolução (Figura 9b)
- $N_1 = N_2 = 1$: Define um aerofólio biconvexo (Figura 9c)
- $N_1 = N_2 = 0.75$: Define o raio de distribuição de um corpo de Sears-Haack (Figura 9d)

- $N_1 = 0.5, N_2 = 0.25$: Define um projétil de baixo arrasto (Figura 9e)
- $N_1 = 1, N_2 = 0.001$: Define um cone ou aerofólio em formato de cunha (Figura 9f)
- $N_1 = N_2 = 0.001$: Define um retângulo ou um cilindro (Figura 9g)

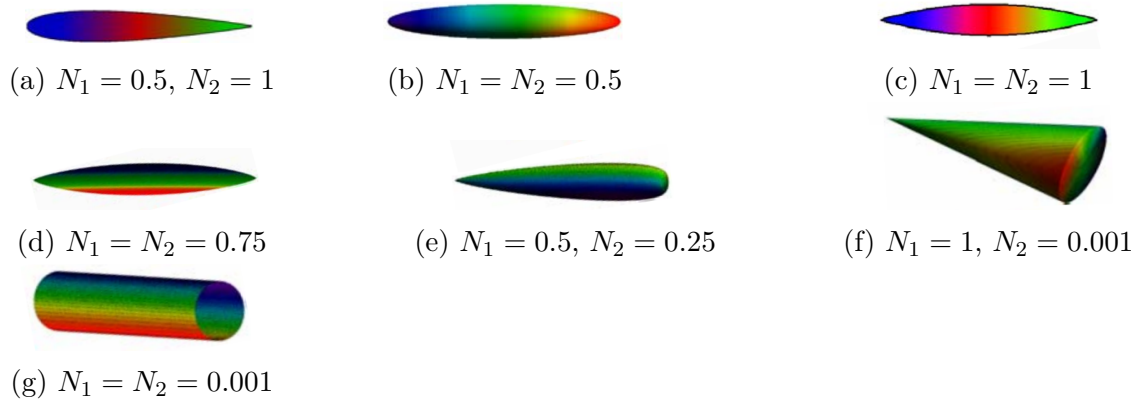


Figura 9 – Classe de formatos geométricos. Fonte: Kulfan (2007)

Temos então que a Função de Classe especifica uma classe geral de geometrias enquanto que a Função de Formato define formatos específicos dentro desta mesma classe geral de geometrias.

Assim sendo, a definição de um Função de Classe e da Função de Formato de um aerofólio é equivalente à definição de suas coordenadas, as quais podem ser obtidas através da seguinte expressão:

$$\zeta(\psi) = C_{N_2}^{N_1}(\psi)S(\psi) + \psi\zeta_T \quad (2.8)$$

A Função de Formato pode ser ainda decomposta entre componentes escaláveis de aerofólios utilizando um polinômio de Bernstein de ordem N , como evidenciado pela equação 2.10 e figura 10:

$$S_{r,n}(x) = K_{r,n}x^r(1-x)^{n-r} \quad (2.9)$$

Em que:

$$K_{r,n} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (2.10)$$

Em que r varia de 0 a n e n é ordem do polinômio de Bernstein.

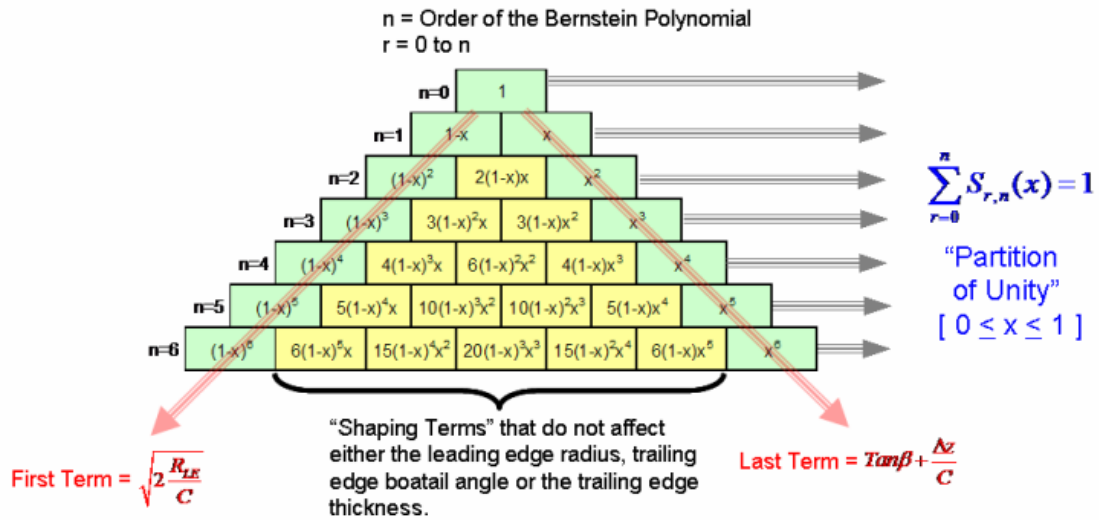


Figura 10 – Decomposição da Função Unitária de Forma pelos Coeficientes de Bernstein.
Fonte: Kulfan (2007)

Essa representação da Função de Formato pelos polinômios de Bernstein é possível devido a uma propriedade destes em que a soma dos termos que compõem este último é sempre igual a 1.

2.2.2 Utilização do método CST na rotina computacional

No presente contexto, o método CST é utilizado para a a definição das seguintes curvas:

- Corda pela envergadura (ζ_c)
- Torção geométrica pela envergadura (ζ_θ)
- Câmber (ζ_{camber}) e espessura ($\zeta_{espessura}$) do perfil das seções da ponta e da raiz

Tem-se ainda que, para a definição das coordenadas do perfil, é necessário a combinação das funções que definem o câmber e espessura:

$$\zeta_{perfil} = \zeta_{camber} + \zeta_{espessura} : \quad (2.11)$$

Assim, primeiramente, a biblioteca *cst* gera as curvas adimensionais para as variáveis citadas utilizando dos seguintes parâmetros:

- Vetor a com os coeficientes do polinômio de Bernstein
- N_1 e N_2 que definem a Função de Classe da curva

- O vetor Δ que fornece a translação dos pontos inicial e final da curva

O vetor Δ que define a espessura do bordo de fuga é fixo durante todas as análises e definido como sendo igual a 3% da corda.

Finalmente, para cada curva, a mesma biblioteca aplica um vetor x_0 de n entradas discretas a fim de se obter um vetor y_0 com n saídas discretas.

Para as curvas de corda e de torção geométrica o valor n é igual ao número de estações da pá e para as curvas de câmber e espessura é igual ao número de pontos do perfil.

2.3 Grupo moto-propulsor elétrico

2.3.1 Motores elétricos

Motores elétricos são máquinas capazes de converter energia eletromagnética em energia mecânica. O princípio básico se baseia na interação entre o campo magnético gerado pela corrente que atravessa espiras condutoras e campos magnéticos externos a estas.

Seja a figura 11 que exhibe uma espira imersa em um campo magnético:

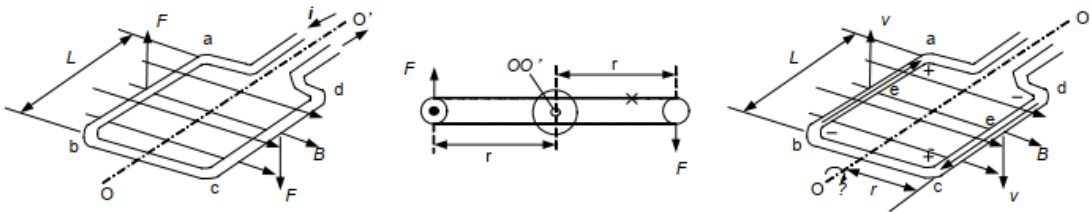


Figura 11 – Espira condutora imersa em um campo magnético. Fonte: Zhao e Yu (2011)

A magnitude da força eletromagnética F experienciada por cada seção espira é dada por:

$$F = BiLsen(\theta) \quad (2.12)$$

Em que B é a magnitude do campo magnético e , para cada seção da espira, i a corrente que a atravessa, L o seu comprimento e θ o ângulo entre a direção do campo magnético e o sentido da corrente.

Desse modo, conforme visto na figura 11, as seções perpendiculares ao campo magnético serão as únicas a experienciar uma força eletromagnética e possuirão sinais contrários pois possuem direções opostas de corrente. Assim, um binário de forças e, conseqüentemente, um torque é gerado. Seja agora uma espira com um número de voltas idênticas N na mesma situação descrita. Temos, então que o torque gerado por estas será dado por:

$$\tau = 2rFN = 2rBiLN = K_t i \quad (2.13)$$

Em que r é a distância das seções condutoras sofrendo ação da força eletromagnética à linha de simetria da espira e K_t a constante de torque do motor. Essa constante representa o torque que o motor gera por unidade de corrente que o atravessa.

A constante K_v é oriunda da constante K_t e representa a taxa de revoluções por minuto do motor para cada unidade de diferença de potencial da fonte de alimentação. A relação entre tais expressões é dada pela seguinte forma:

$$K_t = \frac{2\pi}{60K_v} \quad (2.14)$$

Além disso, temos que a rotação do condutor imerso no campo magnético induz uma força contraeletromotriz E cuja magnitude pode ser calculada abaixo:

$$E = BLv \operatorname{sen}(\theta) \quad (2.15)$$

Em que v é a velocidade linear de uma seção da espira.

Quando uma espira de N voltas rotaciona com uma velocidade angular ω , obtemos a seguinte expressão para a força contraeletromotriz total da espira:

$$E = 2BLvN = 2BL\omega rN = K_E \omega \quad (2.16)$$

Em que K_E é a constante eletromotriz do motor.

Outro parâmetro de extrema importância é a corrente de carregamento nulo i_0 que é a corrente que atravessa o motor quando este é ligado à fonte de alimentação sem o elemento que gere carregamento ao circuito (na presente aplicação uma hélice). Essa corrente é oriunda do equilíbrio do torque gerado pelo atrito interno do motor e a torque magnético e possui o efeito de reduzir a corrente efetiva útil que pode ser transformada em potência para o motor, conforme discutido em Hughes (2019).

Por fim, a resistência interna do motor R_{int} tem um papel fundamental na análise do grupo moto-propulsor pois afeta diretamente a potência útil que este gera.

Assim sendo, os principais tipos de motores elétricos podem ser categorizados de acordo com a figura 12:

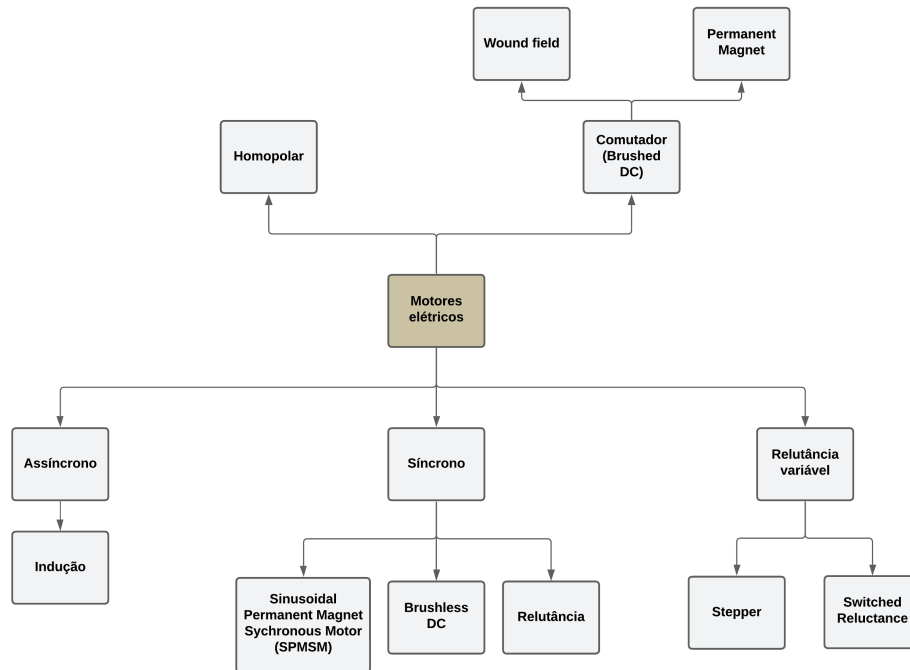
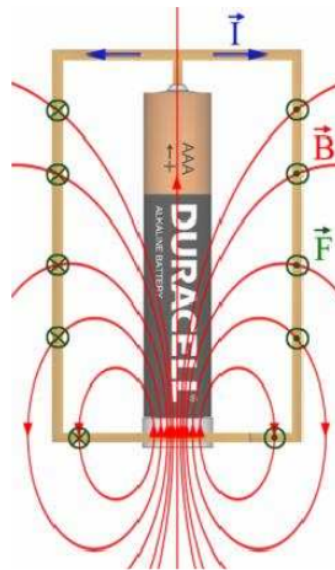


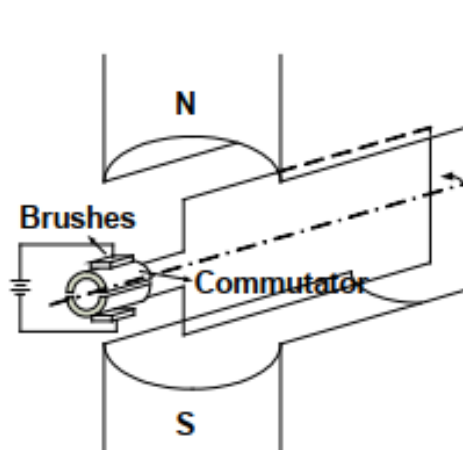
Figura 12 – Classificação dos diferentes tipos de motores elétricos. Fonte: Autor

Os motores do tipo homopolares são aqueles que rotacionam sem a necessidade de comutação pois o condutor é posicionado a um ângulo reto em relação a um campo magnético estático. Os motores homopolares são de configuração muito simples e impraticáveis para aplicações de médio e grande porte (altos torques e rotações).

Por outro lado, os motores que possuem um comutador e escovas (denominados de motores *brushed*) utilizam desses componentes para trocar o sentido da corrente da armadura, o que permite a rotação contínua do motor pela troca periódica de polaridade magnética. Dentro da categoria de motores *brushed*, estes podem ser divididos internamente entre motores que utilizam ímãs permanentes no rotor (*Permanent Magnet*) e aqueles que utilizam espiras no rotor que induzem campos magnéticos análogos aos produzidos pelos ímãs permanentes (*Wound Field*). Os motores *brushed* são atrativos para aplicações de baixo custo em que a fonte de corrente é contínua. Além disso, possuem alto torque inicial e a velocidade do motor pode ser ajustada proporcionalmente à diferença de potencial de entrada. Contudo, possuem um custo de manutenção considerável, baixa performance térmica e alto ruído elétrico devido ao atrito das escovas com o estator.



(a) Representação esquemática de um motor do tipo homopolar. Fonte: Brauer M. Ziolkowski e Toepfer (2011)

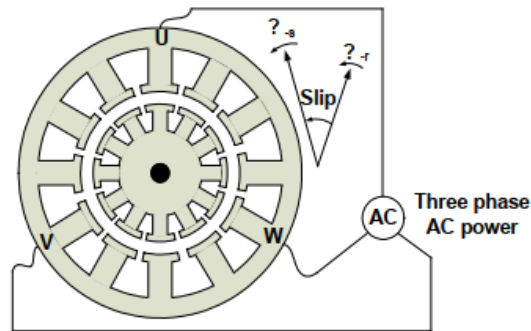


(b) Representação esquemática de um motor do tipo *brushed*. Fonte: Zhao e Yu (2011)

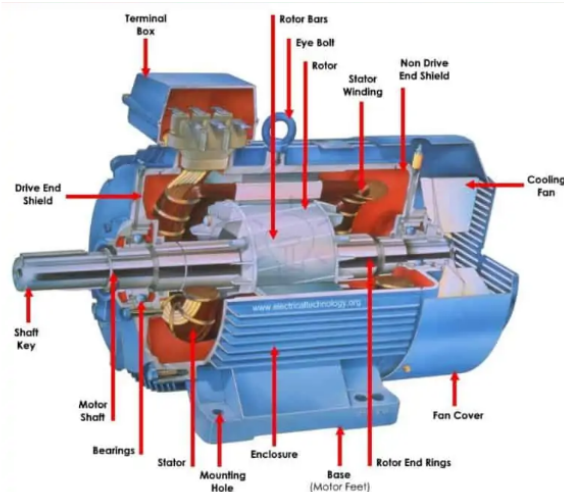
Figura 13 – Motores do ramo superior

Conforme Hughes (2019), os motores assíncronos, ou chamados também de motores de indução, são motores elétricos alimentados por uma fonte de corrente alternada (AC) em que o torque é gerado pela interação entre as correntes axiais no rotor e o campo magnético radial gerado pelo estator. Além disso, o rotor rotaciona em uma frequência diferente do estator. Uma das características que diferenciam os motores de indução dos motores *brushed* é o fato das correntes no rotor do primeiro serem induzidas por ação eletromagnética das correntes do estator. Este tipo de motor é utilizado em larga escala para aplicações de velocidade constante (*fixed-speed*), como maquinários industriais, bombas, compressores e guinchos, de acordo com Hughes (2019). É um motor de estrutura muito robusta e de manufatura barata, porém possui torque baixo a baixas velocidades,

baixa resposta dinâmica e depende exclusivamente de uma fonte de corrente alternada como alimentação, conforme consta em Zhao e Yu (2011) e em Muhammad (2012).



(a) Representação esquemática de um motor assíncrono - indução. Fonte: Zhao e Yu (2011)



(b) Exemplo de um motor típico de indução. Fonte: Three-Phase... (2020)

Figura 14 – Motor do tipo indução (assíncrono)

Os motores de relutância variável - relutância é a oposição do circuito à mudança de fluxo magnético, análoga à resistência elétrica para correntes elétricas - são aqueles em que o torque de relutância do sistema é controlado por meio da utilização de polos salientes tanto no rotor quanto no estator de modo a aumentar a precisão de giro e rigidez em relação ao ponto de equilíbrio de alinhamento dos polos, conforme Hughes (2019). São exemplos de motores de relutância variável os motores do *Stepper* e *SR (Switched Reluctance)*. No caso dos motores *Stepper*, um pulso de comando é gerado, fazendo com que a corrente oscile de um conjunto de espiras do estator para a próxima de modo a induzir um campo magnético que atrai o rotor e o estator até a próxima posição estável. Desse modo a rotação do motor é função da frequência dos pulsos. São utilizados normalmente para aplicações de rotação baixa e controle de posição. Os motores *SR* possuem estrutura semelhante aos motores *Stepper*, porém o rotor não possui espiras e a rotação é gerada pela alternância periódica entre o conjunto de corrente do estator controlada por um

sistema eletrônico. São motores bastante econômicos e robustos e geralmente utilizados em servo-motores de alta performance.

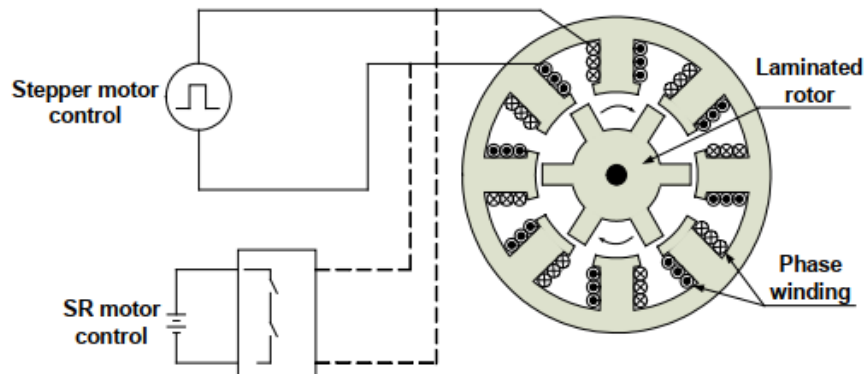


Figura 15 – Motores de relutância variável. Fonte: Zhao e Yu (2011).

Por fim, os motores do tipo síncrono são aqueles em que o estator rotaciona na mesma frequência que o rotor. Os tipos principais de motores síncronos são os motores BLDC (*Brushless DC*), SPMSM (*Sinusoidal Permanent Magnet Synchronous Motor*) e os motores de relutância.

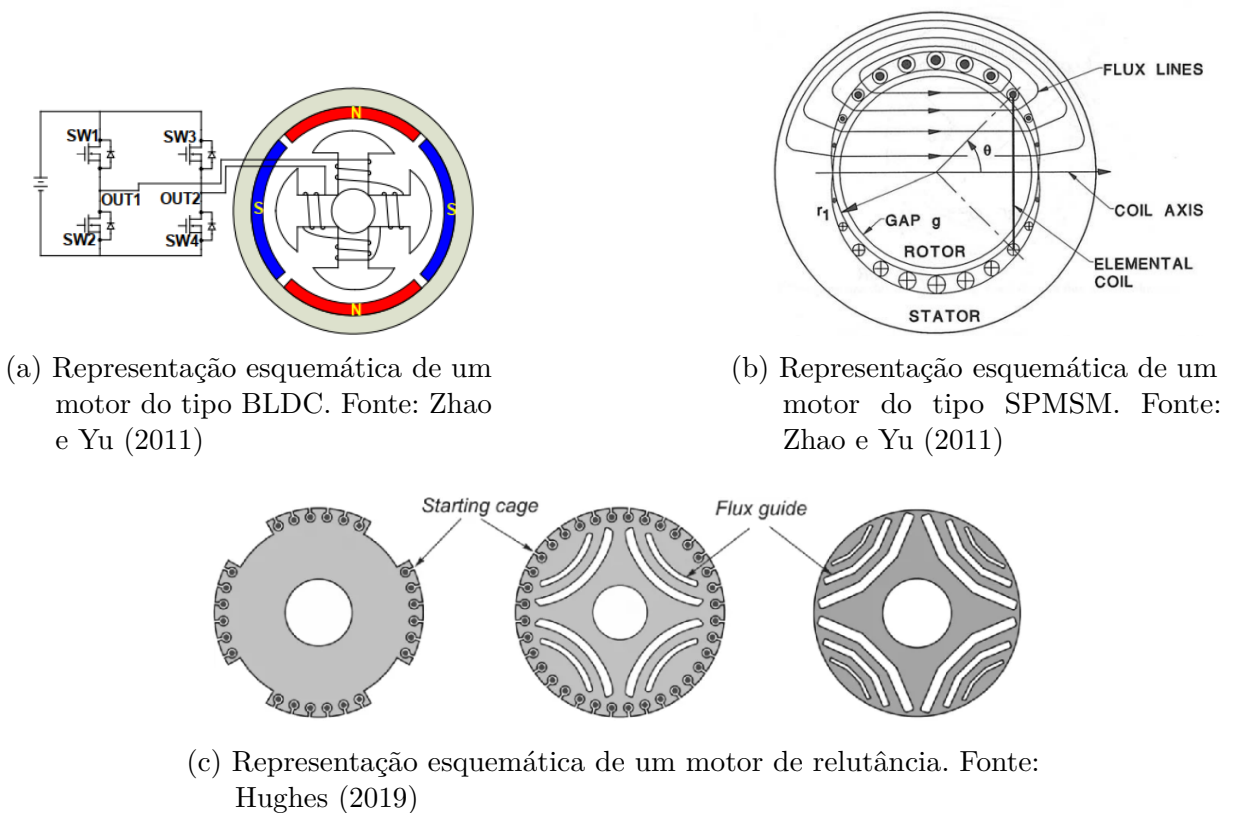


Figura 16 – Motores do tipo síncrono

Conforme Zhao e Yu (2011), os motores do tipo BLDC são compostos de dois componentes principais: o estator e o rotor, com uma lacuna de ar separando ambos. O

rotor é composto por um eixo e um *hub* com ímãs permanentes dispostos de maneira a formar de 2 a 8 polos em que se alternam os polos sul e norte. A figura 17 ilustra a seção transversal de 3 tipos de disposição desses ímãs no rotor:

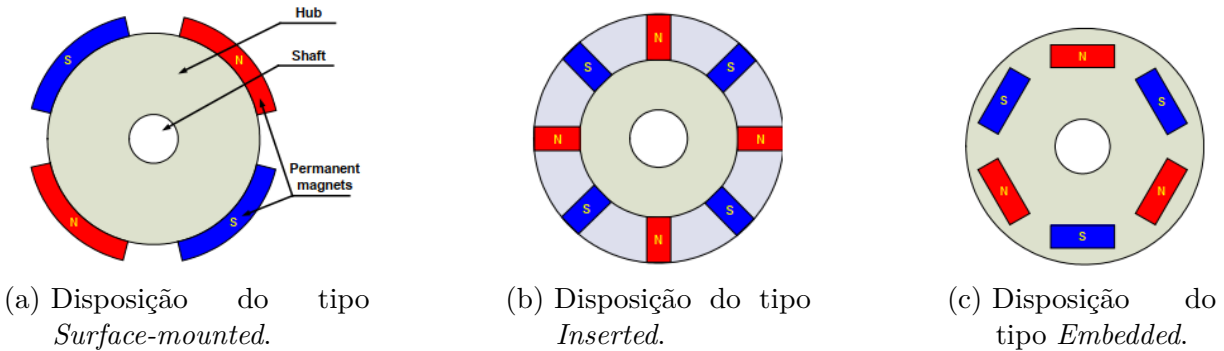


Figura 17 – Tipos de disposição dos ímãs permanentes no rotor do motor *brushless*. Fonte: Zhao e Yu (2011).

O estator consiste em um arranjo de espiras pelo qual corrente irá fluir de modo a gerar o campo magnético que promove o movimento rotativo do motor. A partir do número de espiras distintas no estator, determinam-se 3 classificações: monofásico, bifásico e trifásico. Dois exemplos de um motor monofásico e trifásico podem ser vistos na figura 18:

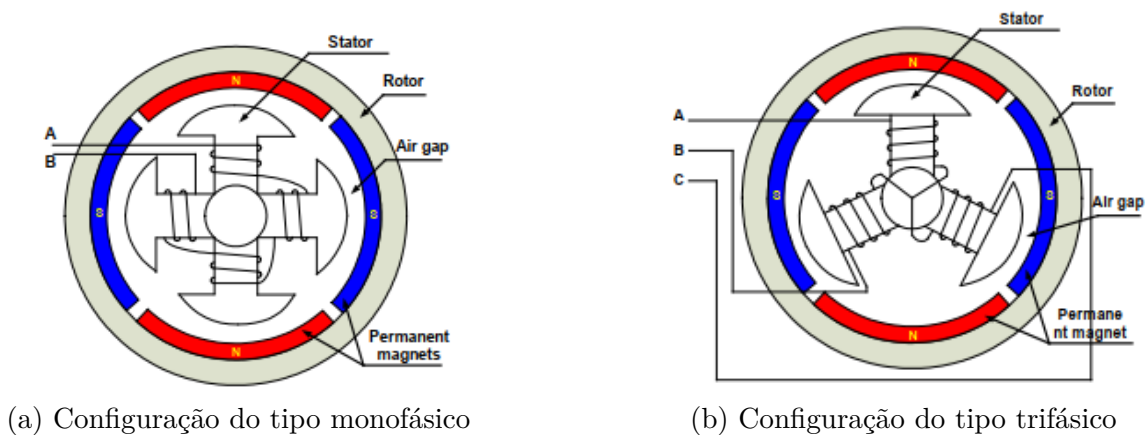


Figura 18 – Tipos de configuração do estator . Fonte: Zhao e Yu (2011)

Para o motor monofásico, como há a presença de apenas uma espira, a corrente em todo o estator deve ser alternada periodicamente para a alteração dos polos magnéticos induzidos e, assim, proporcionar um giro contínuo ao motor. Em contrapartida, para o motor trifásico, é necessário que cada espira seja percorrida por corrente de forma sequencial e com uma fase específica de modo a se obter uma rotação contínua do motor. O funcionamento do motor bifásico é similar ao trifásico porém o primeiro possui apenas 2 espiras.

Devido às características descritas, os motores BLDC possuem alta eficiência e resposta dinâmica, baixa ou nenhuma necessidade de manutenção e um largo intervalo de rotações de operação, apesar de possuírem um custo maior devido às tecnologias envolvidas no controlador eletrônico. As principais aplicações envolvendo tal tipo de motor são aquelas envolvendo rotação ajustável, controle de posicionamento e aplicações de baixo ruído, de acordo com Muhammad (2012)

Os motores SPMSM são de construção idêntica ao dos motores BLDC, sendo que a única diferença é o enrolamento das espiras no estator. Nos motores BLDC o enrolamento é realizado de modo a se obter uma Força Eletromotriz Contrária (*Back Electromotive Force*) de formato trapezoidal, enquanto que nos motores SPMSM o enrolamento é realizado para se obter uma Força Eletromotriz Contrária de formato senoidal, conforme Liu (2008).

Os motores SPMSM possuem vantagens e desvantagens muito parecidas com as dos motores BLDC. A diferença principal é que os primeiros tendem possuir menor ruído e torque mais suave que os últimos, ao custo de necessitarem de um sensor de mais alta resolução e um gerador de sinal mais complexo, o que os torna mais caros, conforme Liu (2008).

Os motores de relutância são os motores síncronos mais simples, em que o rotor consiste apenas de um conjunto de laminações dispostas em um formato que tende a se alinhar com o campo magnético produzido pelo estator. Geralmente, o rotor possui um enrolamento de espiras em sua extremidade como forma de gerar um torque inicial de modo a se atingir a velocidade síncrona e se alinhar com tal campo magnético durante o início da operação, em consonância com Hughes (2019). Esses motores são utilizados em aplicações em que múltiplos motores síncronos baratos são controlados pelo mesmo inversor de frequência variável, como maquinário de indústrias têxteis. Entretanto, possuem eficiência, fator de potência e potência de saída inferiores aos motores de indução.

Por fim, as características dos controladores eletrônicos de rotação dos motores que utilizam desse componente não serão mencionados por fugirem ao escopo de uma análise introdutória, mas podem ser encontradas em Hughes (2019) e em Crowder (2020).

Desse modo, a partir das características descritas, pode-se concluir que as melhores opções a serem selecionadas para aplicações propulsivas aeronáuticas são os motores do tipo BLDC e SPMSM sendo o preferível o primeiro.

2.3.2 Hélices

A hélice aeronáutica é um dos elementos mais fundamentais do GMP e consiste em um dispositivo rotativo capaz de gerar uma força axial pela alteração das características dinâmicas do ar que a atravessa de forma axial

Conforme Rocha (2019), a hélice aeronáutica é composta pelos seguintes compo-

nentes principais:

- **Pá:** É o elemento otimizado aerodinamicamente para gerar a sustentação da hélice.
- **Cubo:** Ponto de fixação das pás e de integração dessas com o eixo do motor.
- **Raiz:** É a região da pá mais próxima do cubo. É a região mais estruturalmente solicitada da pá e geralmente otimizada para resistir os esforços de sustentação, arrasto e força centrípeta.
- **Ponta:** É a região mais afastada do cubo. É a localização onde a maior velocidade tangencial é gerada e, conseqüentemente, suscetível a efeitos de compressibilidade.
- **Bordo de ataque:** É a região transversal da pá que entra em contato com o escoamento primeiro. É onde a pressão aerodinâmica é maior.
- **Bordo de fuga:** É a região transversal da pá em que o escoamento perde o contato com a pá. É geralmente onde a pressão aerodinâmica é menor.
- **Corda:** Dimensão transversal de uma seção da pá.

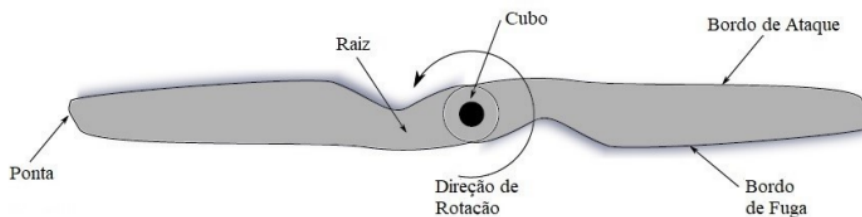


Figura 19 – Componentes de uma hélice aeronáutica, Fonte: Rocha (2019)

Dessa forma, ainda de acordo com Rocha (2019), as hélices são definidas comercialmente por dois parâmetros: o diâmetro e o passo. O diâmetro é o dobro do valor da distância entre o centro do cubo e a ponta de uma das pás. O passo é o deslocamento axial da hélice ao completar uma revolução - análogo ao avanço de um parafuso. Para cada seção da pá, existe um ângulo de torção geométrica β entre o plano de rotação e a linha que liga os bordos de ataque e de fuga do aerofólio, conforme mostra a figura 20:

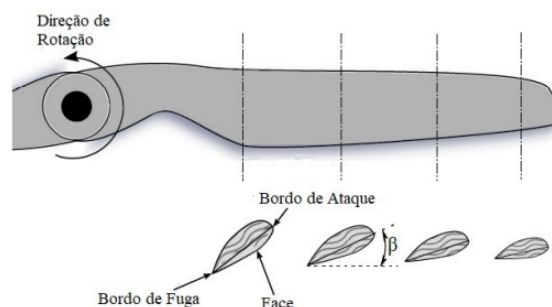


Figura 20 – Seções transversais de uma pá aeronáutica. Fonte: Rocha (2019)

De modo geral, o ângulo β varia para garantir que o passo teórico de todas as seções da pá sejam as mesmas, de acordo com Weick (1930) (o que é diferente do passo efetivo, que leva em consideração perdas de arrasto e direção de impacto do ar).

Existem ainda hélices com mecanismos que permitem a alteração - automatizada ou manual - do ângulo de torção geométrico (passo variável). Essa funcionalidade permite a maximização da eficiência da hélice para diferentes velocidades de operação da aeronave ao custo de aumento do peso estrutural oriundo do mecanismo de alteração do passo.

Com relação à análise da performance da hélice, dois principais coeficientes de desempenho são utilizados como forma de facilitar a comparação de resultados e adimensionalizar valores de cálculo, conforme consta em Rocha (2019). O primeiro deles é o C_T , responsável por analisar a tração fornecida pela hélice de forma adimensional e expresso pela seguinte fórmula:

$$C_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (2.17)$$

Em que T é a tração da hélice, ρ a densidade do ar, n o número de rotações por segundo e D o diâmetro da hélice.

O segundo é o C_P , que representa, também de forma adimensional, a potência necessária para girar a hélice. Tal fator é expresso pela seguinte expressão:

$$C_P = \frac{P}{\rho n^3 D^5} \quad (2.18)$$

Em que a potência P é oriunda da torque Q gerado pela hélice e obtida pela seguinte fórmula:

$$P = 2\pi nQ \quad (2.19)$$

Além disso, frequentemente as curvas de C_T e C_P são expressas em função da razão de avanço J , determinada como sendo a razão entre o passo da hélice e seu diâmetro:

$$J = \frac{\Delta s}{D} = \frac{V \Delta t}{D} = \frac{V(1/n)}{D} = \frac{V}{nD} \quad (2.20)$$

A utilização da razão de avanço é uma ferramenta útil para comparar hélices de diferentes tamanhos.

Por fim, a eficiência da hélice pode ser obtida relacionando os três fatores mencionados:

$$\eta_p = \frac{TV}{P} = \frac{C_T J}{C_P} \quad (2.21)$$

2.3.3 Bateria

De acordo com Gabbar e Abdussami (2021), baterias são componentes capazes de converter energia química em energia elétrica e armazenar tal energia por longos períodos de tempo. O elemento básico de toda bateria é a célula eletroquímica, em que a energia química é transformada em energia elétrica por meio de reações de oxidação e redução.

Conforme pode ser visto pela figura 21, a célula eletroquímica básica é composta de dois eletrodos com potenciais de óxido/redução diferentes imersos em um eletrólito, ligados por um condutor e separados por uma barreira permeável ao movimento de íons.

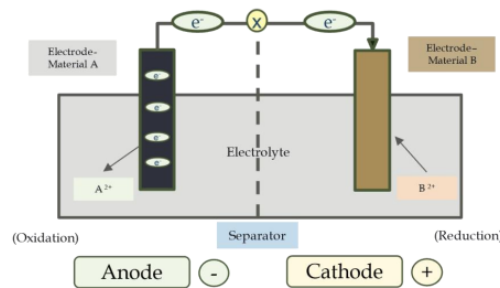


Figura 21 – Esquema de uma célula eletrolítica. Fonte: Suárez (2023)

A oxidação ocorre no ânodo e redução no cátodo. Devido ao desbalanço de cargas elétricas, os elétrons fluem do ânodo para o cátodo, o que gera a corrente elétrica. Além disso, o eletrólito possui a função de facilitar as reações de oxidação e redução por condução iônica.

Desse modo, as baterias utilizadas na aviação são constituídas de diversas células eletroquímicas conectadas em série até que a diferença de potencial requerida seja atingida. Outrossim, possuem revestimentos externos cuja função é proteger as células de variações extremas de temperatura e de danos mecânicos, conforme Suárez (2023).

Assim sendo, ainda de acordo com Suárez (2023), as baterias podem ser comparadas pelas seguintes métricas:

- **Densidade energética:** Energia armazenada por unidade de massa da bateria (Wh/Kg).
- **Densidade de potência:** Capacidade de fornecer potência rapidamente quando solicitado (W/h).
- **Temperatura de serviço:** Intervalo de temperaturas em que a bateria é capaz de operar com a performance requerida.
- **Capacidade de carga:** Quantifica o total de carga que a bateria é capaz de armazenar.

- **Ciclo de vida:** Número total de ciclos de carga e descarga que a bateria suporta.
- **Peso:** Peso total da bateria.

Desse modo, a maximização da densidade energética, densidade de potência, ciclo de vida, capacidade de carga e intervalo de temperatura de serviço, em conjunto com a minimização do peso são as vertentes buscadas para se encontrar o candidato ideal de bateria para aplicações aeronáuticas. Contudo, limitações de peso e volume da aeronave, a extração dos materiais envolvidos na fabricação das baterias e impactos ambientais após o fim da vida destas impõem restrições severas que impossibilitam a otimização simultânea de todos os parâmetros citados. Deve haver, assim, um compromisso que leve em consideração as limitações tecnológicas atuais.

Desse modo, conforme Suárez (2023) as tecnologias de bateria na aviação podem ser categorizadas cronologicamente em 3 grupos: baterias de baixa densidade energética, baterias de Lítio-íon e baterias que sucedem as de Lítio-íon, conforme visto na figura 22:

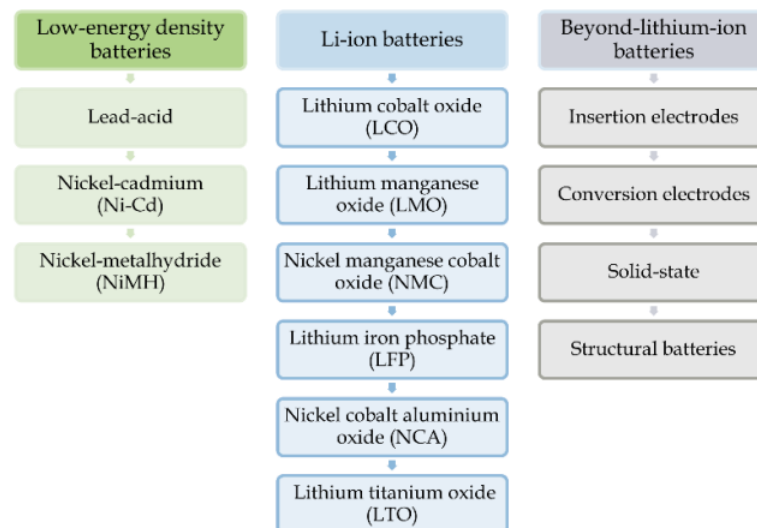


Figura 22 – Classificação cronológica dos diferentes tipos de bateria. Fonte: Suárez (2023)

O primeiro grupo é considerado a primeira família de tecnologias de baterias implementadas na aviação. São utilizadas em aplicações secundárias na aeronave, como na ignição dos motores à combustão, unidades de potência auxiliar e potência de emergência. São impraticáveis para a utilização em sistemas propulsivos devido à densidade energética baixa e baixo ciclo de vida.

O grupo das baterias do tipo Lítio-Íon foram desenvolvidas na década de 1990 como uma alternativa promissora às opções vigentes até então. Possuem densidades energéticas e ciclos de vida significativamente maiores que as baterias do primeiro grupo. Entretanto, mesmo com tal avanço, mesmo considerando o estado da arte em relação às baterias de Lítio-Íon, a densidade energética ainda não é suficiente para aplicações de grande porte e

alcance na aviação. Além disso, possui problemas com sobreaquecimento e a dependência do minério de lítio.

Com o objetivo de contornar as limitações das baterias de Lítio-Íon, novas tecnologias de bateria estão sendo desenvolvidas atualmente. As baterias do tipo *Insertion-electrode*, por exemplo, pretendem utilizar outros íons para substituir o lítio, como o alumínio, magnésio e cálcio. Outra alternativa são baterias do tipo *Conversion electrodes* em que os eletrodos da bateria sofrem uma alteração estrutural significativa durante a reação de óxido-redução, como as bateria Li-S e Lítio-Ar. Além disso, têm-se ainda as baterias de estado sólido em que o eletrólito é sólido, resultando em diminuição de peso e volume, aumento dos ciclos de vida e eliminação de problemas de inflamabilidade. Por fim, baterias estruturais são aquelas em que a bateria possui função mista, projetada para fornecer energia para o sistema de propulsão e ao mesmo tempo resistir aos esforços solicitantes.

Desse modo, como o presente trabalho não se propõe a explorar opções cujas tecnologias são disruptivas ou possuindo conceitos que ainda precisam ser validados, o grupo de baterias do tipo Lítio-Íon será a única categoria considerada para a composição do GMP, mesmo com todas as desvantagens inerentes à tal tecnologia.

2.4 Métodos de Análise de Hélice

Conforme consta em Zondervan (1998), os métodos de análise de hélices aeronáuticas foram adaptados por Froude (1889) a partir de estudos desenvolvidos por Rankine (1865) para a análise de hélices navais. A partir disso, inicia-se o desenvolvimento da teoria do disco atuador, em que considera-se a hélice como um disco sólido, de espessura desprezível que gera empuxo baseado nas diferenças de pressão entre a parte anterior e posterior da hélice ou pelo aumento da quantidade de movimento do ar que a atravessa.

Essa teoria foi o pilar central para todas as outras técnicas de análise de hélice que surgiram posteriormente. É uma teoria de fácil implementação devido a sua simplicidade porém possui como limitação principal a ausência de uma expressão que determine o torque aerodinâmico sofrido pela hélice, já que a rotação desta não é levada em consideração. Além disso, ignora efeitos de compressibilidade e viscosidade Zondervan (1998).

A teoria do elemento de pá foi proposta primeiramente por Froude e desenvolvido por Drzewiecki e Lanchester (Glauert (1935)) e consiste na divisão da hélice em seções bidimensionais e analisadas como se fossem aerofólios. Tal teoria requer o conhecimento dos coeficientes aerodinâmicos de tais aerofólios. O ângulo de ataque é determinado pelas componentes tangenciais e axiais do escoamento local na seção e as velocidades induzidas são desprezadas. Essa teoria é capaz de levar em consideração o formato dos aerofólios das seções da pá da hélice, o que possibilita a definição da tração e torque da hélice, porém os efeitos tridimensionais e a sua esteira são ignorados, o que impossibilita a determinação

das velocidades induzidas e afeta a acuracidade dos resultados.

Paralelamente à teoria do elemento de pá, as teorias de vórtice tiveram como contribuintes principais os estudos de Prandtl, Glauert, Betz, Goldstein e Theodorsen e consistem no aprimoramento das teorias de hélice pela adição de expressões pra determinar a esteira da hélice e, dessa forma, encontrar as velocidade induzidas nas seções da pá, fato mencionado por Zondervan (1998). O formato de tal esteira é baseada na condição de distribuição de mínima perda induzida, o que impõe uma limitação que torna tais modelos inefficientes para condições em que o carregamento se distancia da condição de ótima (como durante a decolagem e pouso). Além disso, essas teorias não levam em consideração a contração do escoamento que gera um movimento radial da massa de ar que atravessa a hélice, de acordo com Zondervan (1998).

Por fim, a teoria híbrida da quantidade de movimento do elemento de pá foi desenvolvida primeiramente por Glauert (1983) e consiste na fusão entre as teorias do elemento de pá e da teoria da quantidade de movimento. Leva em consideração também as perdas oriundas das pontas das pás e nos vórtices de escoamento. Posteriormente, Adkins e Liebeck aprimoraram tal teoria ao adicionar os avanços oriundos das teorias de vórtices, podendo ser encontrado em Adkins (1983).

Nesse sentido, os métodos propostos por Winarto (2004) e Drela (2006), desenvolvidos no começo do século XXI, utilizam de toda a experiência obtida no projeto e desenvolvimento de hélices em conjunto com o avanços contemporâneos da computação. Ambos foram escolhidos para serem os métodos de análise da rotina computacional devido ao fato de ambos possuírem abordagens distintas para a solução do mesmo problema - aumentando a robustez da análise - e algoritmos de implementação já consolidados, o que facilita a aplicação computacional.

2.4.1 Método Drela (QPROP)

De acordo com Drela (2006), o método desenvolvido pelo professor Mark Drela em 2006 e chamado QPROP baseia-se em um aprimoramento da teoria clássica de elemento pá com a aplicação de elementos de vorticidade desenvolvida por Betz (1919), Goldstein (1929), Theodorsen (1948) e reformulada por Larrabee e French (1983). A nova metodologia inclui:

- Velocidade auto-induzida que varia radialmente, gerando consistência com o limite de alto carregamento imposto pela teoria do disco atuador.
- Consistência perfeita com as formulações de análise e projeto.
- Solução do sistema usando um método global de Newton, o qual inclui efeitos de auto-indução e da motorização.

- Formulação e implementação da condição de projeto de Máxima Potência Total para pás eólicas.

Como o presente trabalho não se propõe a realizar o projeto e otimização de pás eólicas, a última aplicação mencionada não será abordada. Além disso, a solução do sistema não será realizada por meio do método global de Newton, mas sim por um método de interpolação.

Assim sendo, o método se inicia a partir da definição do triângulo de velocidades visualizado por uma seção de uma pá em uma posição radial r pode ser vista na figura 23.

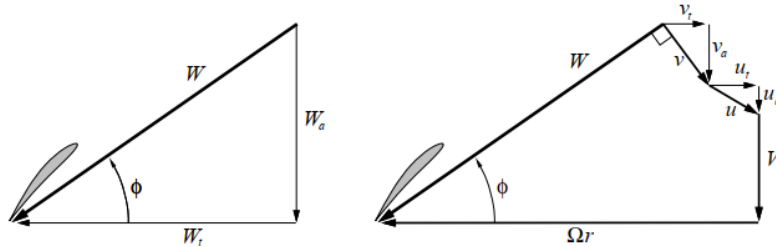


Figura 23 – Decomposição da velocidade relativa total da pá W em uma posição radial r .
Fonte: Drela (2006)

As componentes verticais e horizontais da velocidade relativa total são dados pelas seguintes expressões:

$$W_a = V + u_a + v_a \quad (2.22)$$

$$W_t = \Omega r - u_t - v_t \quad (2.23)$$

$$W = \sqrt{W_a^2 + W_t^2} \quad (2.24)$$

Em que as velocidades v_a e v_t são as componentes vertical e horizontal, respectivamente, do vetor de velocidade induzida pelo rotor e u_a e u_t são as componentes vertical e horizontal, respectivamente, do vetor de velocidade induzida por fontes externas (outros rotores adjacentes, por exemplo). Tanto v_a quanto v_t serão positivos para hélices que produzem tração e torque positivos e serão negativos para rotores eólicos que produzem tração e torque negativos. O sinal do componente u_t depende do sentido da rotação do elemento rotativo a montante da hélice em análise (positivo para rotação de mesmo sentido e negativo para rotação no sentido oposto). Por fim, a componente u_a depende da aceleração imposta ao escoamento pelo fonte a montante da hélice de análise.

De acordo com Patrão (2017), essência do método de análise proposto por Drela é utilizar uma geometria de hélice pré-definida, assumir um campo de escoamento sem indução e realizar uma iteração com as velocidades induzidas até que a circulação nas pás convirja para a circulação da esteira.

Assim sendo, primeiramente deve-se encontrar a circulação calculada a partir dos vórtices da esteira. A circulação contida em um círculo de raio r , assumindo que se comporta como um plano de vórtices semi-infinito, pode ser expressada em função da vorticidade média da esteira \bar{v}_t :

$$\bar{v}_t = \frac{B\Gamma}{4\pi r} \quad (2.25)$$

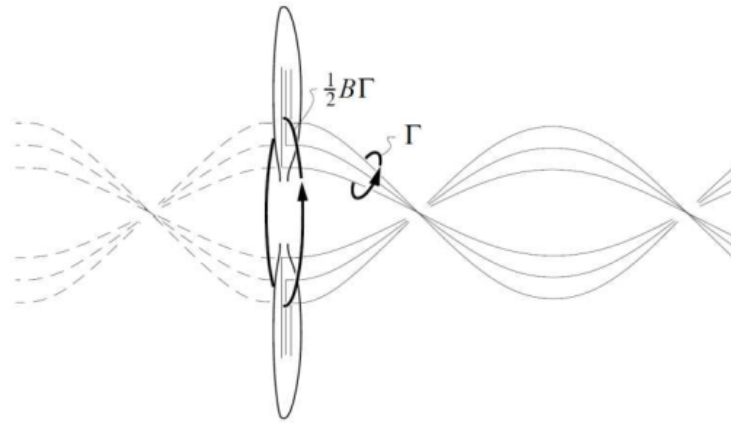


Figura 24 – Circulação presente em um plano de vórtices semi-infinito. Fonte: Drela (2006)

A partir disso, Drela relaciona tal vorticidade média com a vorticidade induzida em uma seção da pá por meio da seguinte expressão:

$$\bar{v}_t = v_t F \sqrt{1 + \left(\frac{4\lambda_w}{\pi B\xi} \right)^2} \quad (2.26)$$

Temos que F é o fator de perda de ponta de Prandtl dado por:

$$F = \frac{2}{\pi} a \cos(e^{-f}) \quad (2.27)$$

Em que:

$$f = \frac{B}{2} (1 - \xi) \frac{1}{\lambda_w} \quad (2.28)$$

$$\lambda_w = \xi \tan \phi \quad (2.29)$$

$$\xi = \frac{r}{R} \quad (2.30)$$

Combinando as equações 2.25 e 2.26 e resolvendo para obter a vorticidade induzida na pá, obtemos:

$$v_t = \frac{B\Gamma}{4\pi r} \frac{1}{F \sqrt{1 + \left(\frac{4\lambda_w}{\pi B\xi}\right)^2}} \quad (2.31)$$

Por fim, isolando a circulação, obtemos:

$$\Gamma = v_t \frac{4\pi r}{B} F \sqrt{1 + \left(\frac{4\lambda_w}{\pi B\xi}\right)^2} \quad (2.32)$$

Para o cálculo da circulação em uma seção de pá arbitrária, o método de Drela a princípio calcula as velocidades intermediárias U_a e U_t conforme a figura 25. Além disso, leva em consideração as velocidades induzidas a montante u_a e u_t . Desse modo:

$$U_a = V + u_a \quad (2.33)$$

$$U_t = \Omega r - u_t \quad (2.34)$$

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_t^2} \quad (2.35)$$

Novamente de acordo com a figura 25, as velocidades da pá podem ser descritas a partir das velocidades intermediárias mencionadas e utilizando a variável ψ :

$$W_a = \frac{U_a}{2} + \frac{U \sin(\psi)}{2} \quad (2.36)$$

$$W_t = \frac{U_a}{2} + \frac{U \cos(\psi)}{2} \quad (2.37)$$

$$W = \sqrt{W_a^2 + W_t^2} \quad (2.38)$$

Por fim, tais equações permitem encontrar a circulação presente na seção da pá de análise:

$$\Gamma = \frac{1}{2} W c c_t \quad (2.39)$$

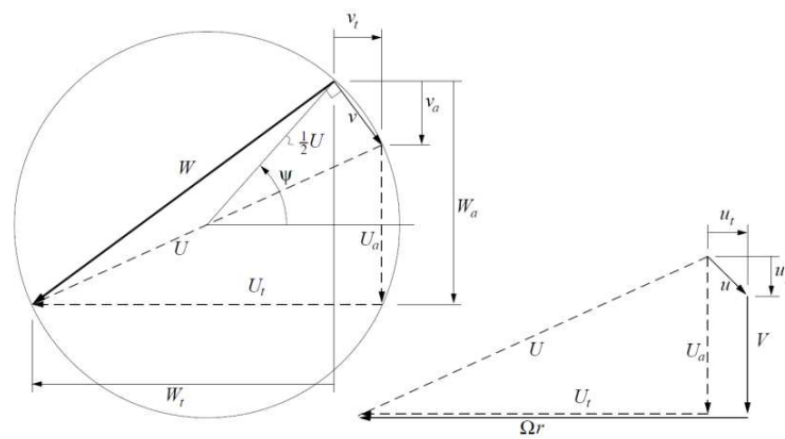


Figura 25 – Parametrização das velocidades utilizado por Drela. Fonte: Drela (2006)

Finalmente, à luz da formulação apresentada e dos parâmetros geométricos da hélice gerada pelo algoritmo evolutivo, a rotina computacional implementa um algoritmo similar ao proposto por Drela. Tal processo pode ser resumido pelo conjunto de etapas abaixo:

1. Realiza-se um "chute" do vetor com n valores de ψ .
2. O seguinte conjunto de operações é realizado para cada valor de ψ , na velocidade de

interesse V :

$$\begin{aligned}
 U_a &= V + u_a \\
 U_t &= \Omega r - u_t \\
 U &= \sqrt{U_a^2 + U_t^2} \\
 W_a &= \frac{U_a}{2} + \frac{U \sin(\psi)}{2} \\
 W_t &= \frac{U_a}{2} + \frac{U \cos(\psi)}{2} \\
 W &= \sqrt{W_a^2 + W_t^2} \rightarrow Re, Ma \\
 \phi &= \text{atan} \left(\frac{W_a}{W_t} \right) \rightarrow F \\
 v_t &= U_t - W_t \\
 \alpha &= \beta - \phi \rightarrow c_l, c_d, \epsilon \\
 \Gamma &= v_t \frac{4\pi r}{B} F \sqrt{1 + \left(\frac{4\lambda_w}{\pi B \xi} \right)^2} \\
 R_\psi(\psi) &= v_t \frac{4\pi r}{B} F \sqrt{1 + \left(\frac{4\lambda_w}{\pi B \xi} \right)^2} - \frac{1}{2} W c c_l
 \end{aligned}$$

3. Uma função de resíduos $R_\psi(\psi)$ é criada a partir do vetor de estimativa inicial de ψ e uma interpolação é realizada para se encontrar o valor de ψ_0 que minimiza $R_\psi(\psi)$. Por fim, o ângulo induzido ϕ e a velocidade resultante W reais são encontrados a partir de tal valor de ψ_0 .
4. Encontra-se o ângulo efetivo real α e os coeficientes aerodinâmicos de cada seção (c_l, c_d, c_{pmin}) são obtidos.
5. A correção de arrasto de onda por Mach crítico é calculada pela adição do seguinte termo nas polares de arrasto de cada seção:

$$c_{d_{onda}} = 0.8 \left(\max \left(0, Ma - \frac{1}{\sqrt{1 - c_{pmin}}} \right) \right)^{1.5} \quad (2.40)$$

6. Obtidos os coeficientes aerodinâmicos e a pressão dinâmica para cada seção, a tração e o torque adimensionais podem ser calculados para cada seção:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{1}{2} B \rho c W^2 [c_l(\cos(\phi)) - c_d(\sin(\phi))] \quad (2.41)$$

$$\frac{dQ}{dr} = \frac{1}{2} B \rho c W^2 r [c_l(\sin(\phi)) - c_d(\cos(\phi))] \quad (2.42)$$

7. Por fim, a tração e o torque são integrados para a hélice completa:

$$T = \int_0^R \frac{dT}{dr} dr' \quad (2.43)$$

$$Q = \int_0^R \frac{dQ}{dr} dr' \quad (2.44)$$

Na implementação do modelo computacional as velocidades u_a e u_t serão desprezadas ao se assumir que a pá é analisada de forma isolada, ou seja, sem a influência de outros elementos que induzam velocidades adicionais no sistema, como naceles ou outras pás.

2.4.2 Método Winarto

O método proposto por Hadi Winarto (Winarto (2004)) se baseia na formulação clássica da teoria da quantidade de movimento do elemento de pá, conforme descrito no início da seção 2.4.

A teoria da quantidade de movimento consiste na idealização da geometria da hélice como um disco atuador. O comportamento do escoamento antes e depois de interagir com o disco atuador pode ser visto na figura 26:

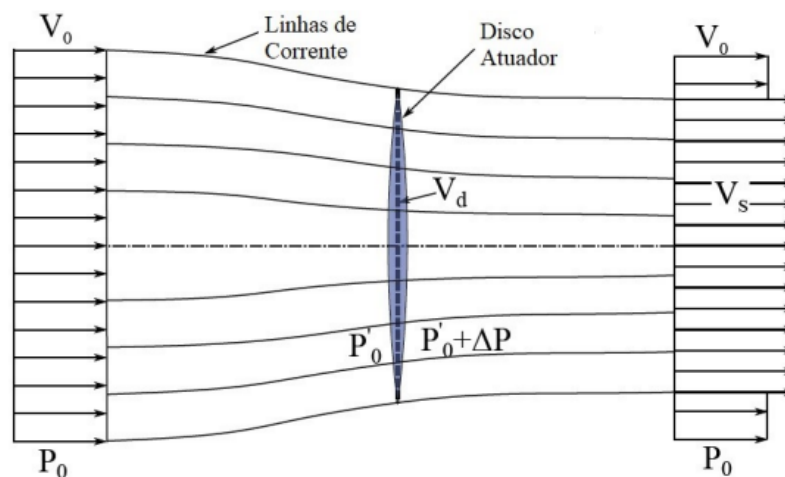


Figura 26 – Escoamento nas imediações do disco atuador. Adaptado de Wall (2012)

Conseqüentemente, a pressão e velocidade do escoamento também se alteram e tal mudança é ilustrada na figura 27:

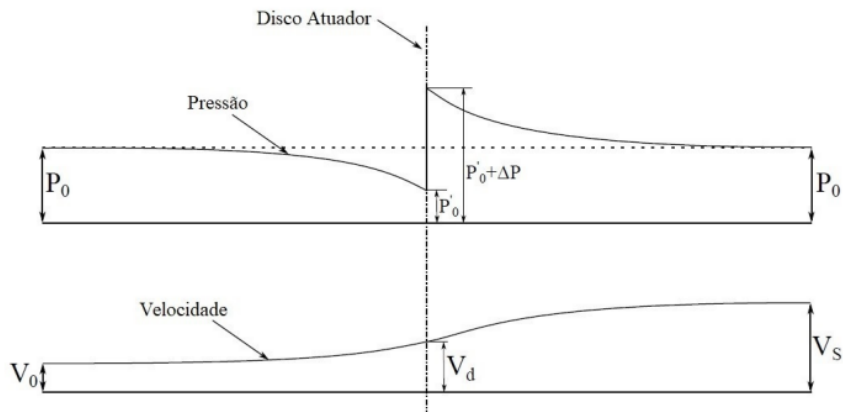


Figura 27 – Comportamento da velocidade e da pressão do escoamento ao interagir com o disco atuador. Fonte: Adaptado de Wall (2012)

Assim, temos que a força de tração agindo no disco atuador pode ser expressa pelo aumento da quantidade de movimento da massa de fluido que o atravessa, ou seja:

$$T = \dot{m}(V_s - V_0) = \rho V_d A (V_s - V_0) \quad (2.45)$$

Além disso, temos que a mesma força pode ser expressa utilizando a diferença de pressão à montante e à jusante do disco atuador:

$$T = A \Delta P \quad (2.46)$$

Negligenciando as perdas viscosas, pode-se encontrar tal diferença de pressão através da equação de Bernoulli:

$$\Delta P = \left(P_0 + \frac{1}{2} \rho V_s^2 \right) - \left(P_0 + \frac{1}{2} \rho V_0^2 \right) \quad (2.47)$$

Desse modo, obtemos:

$$T = \frac{A \rho}{2} (V_s^2 - V_0^2) \quad (2.48)$$

Combinando as equações 2.45 e 2.48, chega-se na seguinte expressão:

$$\frac{A \rho}{2} (V_s^2 - V_0^2) = \rho V_d A (V_s - V_0) \quad (2.49)$$

De modo que, ao se isolar V_d , obtemos:

$$V_d = \frac{V_s + V_0}{2} \quad (2.50)$$

Define-se, então, um fator de escoamento de entrada a da seguinte forma:

$$a = \frac{V_d - V_0}{V_0} \quad (2.51)$$

Voltando à equação 2.5, obtemos:

$$V_d = V_0(1 + a) \quad (2.52)$$

A presente teoria da quantidade de movimento também pode ser aplicada a um anel infinitesimal do disco atuador de raio r e área $2\pi r dr$, conforme mostra a figura 28:

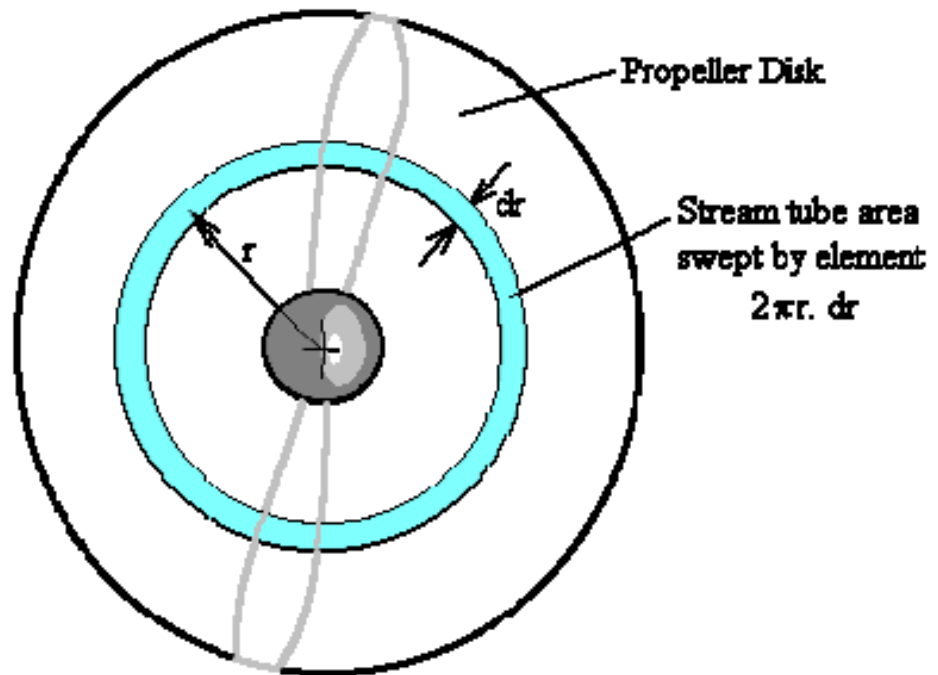


Figura 28 – Visualização da hélice como disco atuador. Fonte: Winarto (2004)

Dessa forma, a tração infinitesimal relativa a tal anel pode ser expressa pela seguinte expressão:

$$dT = 4\pi\rho r V_d^2 a(1 + a)dr \quad (2.53)$$

Por fim, a tração por seção radial é dada por:

$$\frac{dT}{dr} = 4\pi\rho r V_d^2 a(1 + a) \quad (2.54)$$

Para se encontrar o torque infinitesimal dQ relativo a tal anel, deve-se levar em consideração a velocidade angular da hélice Ω e o fator de indução azimutal b . Tal fator emerge da existência de um plano de vórtices que se desprende do bordo de fuga da hélice e que induz uma componente azimutal de velocidade no escoamento. De acordo com Houghton (2014), essa indução de velocidade é relacionada com a perda de quantidade de movimento linear do fluido ao passar pela(s) hélice(s), ou seja, com o arrasto gerado pelas pás que gera um torque na direção contrário ao giro do rotor. Ainda de acordo com os mesmos autores, essa perda de quantidade de movimento do escoamento é dada pela vazão mássica multiplicada por $2b\Omega r$. Desse modo, multiplicando tal perda pelo raio do anel r , obtemos a expressão para dQ :

$$dQ = \rho V_d (2\pi r dr) (2b\Omega r) r \quad (2.55)$$

Por fim, a derivada do torque por seção radial é dada por:

$$\frac{dQ}{dr} = 4\pi \rho r^3 \Omega V_0 (1 + a) b \quad (2.56)$$

A teoria do quantidade de movimento é insuficiente para se determinar os valores dos fatores a e b . Para tal fim é necessário combinar tal teoria com a teoria de elemento de pá

A teoria da quantidade de movimento do elemento de pá combina a teoria da quantidade de movimento com a teoria do elemento de pá a fim de encontrar os fatores a e b e, dessa forma, obter a tração e torque por seção.

Assumindo que a geometria de hélice para cada seção é pré-definida, determina-se as funções da sustentação e arrasto para cada ângulo de ataque de cada seção.

Seja uma seção da pá a uma distância radial r com uma corda c que situada a um ângulo θ com o plano do rotor conforme mostra a figura 29.

Ao realizar uma rotação com velocidade angular Ω , o elemento de pá mencionado sofre a ação de uma força de sustentação dL e de arrasto dD calculados pela seguinte expressão:

$$dL = \frac{1}{2} \rho V^2 C_l c dr \quad (2.57)$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho V^2 C_d c dr \quad (2.58)$$

Sendo que:

$$V = \sqrt{V_T^2 + V_Q^2} = \sqrt{[V_d(1 + a)]^2 + [(1 - b)\Omega r]^2} \quad (2.59)$$

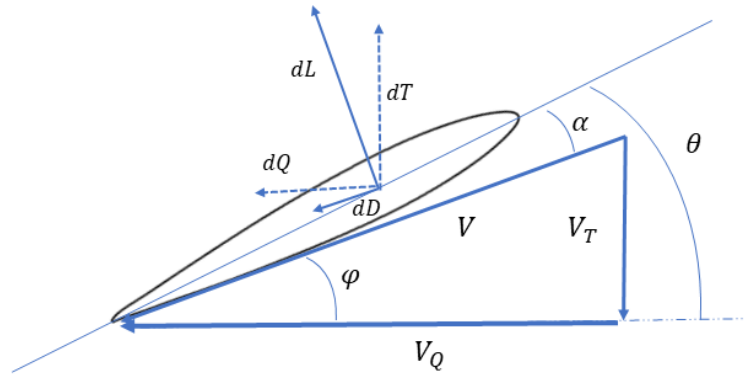


Figura 29 – Definição das forças e velocidades existentes em uma seção de pá da hélice.
Fonte: Autor

O ângulo induzido ϕ é dado pela seguinte expressão:

$$\tan\phi = \frac{V_T}{V_Q} = \frac{V_d(1+a)}{\Omega r(1-b)} \quad (2.60)$$

O ângulo de ataque efetivo relativo ao aerofólio α pode ser calculado da seguinte forma:

$$\alpha = \theta - \phi \quad (2.61)$$

Pode-se, ainda, encontrar o coeficiente de sustentação baseado no ângulo de ataque efetivo, assumindo que os ângulos de ataque escolhidos não estão próximos do estol:

$$C_l = C_{l_\alpha} \alpha \quad (2.62)$$

Em que C_{l_α} é o coeficiente angular da curva de C_l por α .

Define-se o ângulo γ pela seguinte expressão:

$$\tan(\gamma) = \frac{C_d}{C_l} \quad (2.63)$$

Desse modo, a força resultante no elemento de pá pode ser calculado por:

$$dF = \sqrt{L'^2 + D'^2} = L' \sqrt{1 + \tan^2(\gamma)} = dL \sec(\gamma) \quad (2.64)$$

$$dF = \frac{1}{2} \rho V_2 C_l c \sec(\gamma) dr \quad (2.65)$$

Assim, pode-se decompor a força resultante nas componentes axial dT e azimutal dQ . Assumindo que a hélice possui um número de pás B , a primeira componente pode ser calculada da seguinte forma:

$$dT = dL \cos(\phi) - dD \sin(\phi) = \frac{1}{2} \rho V^2 B c dr (C_l \cos(\phi) - C_d \sin(\phi)) \quad (2.66)$$

$$dT = \frac{1}{2} \rho V^2 B c C_l dr (\cos(\phi) - \tan(\gamma) \sin(\phi)) \quad (2.67)$$

Além disso:

$$\cos(\phi) - \tan(\gamma) \sin(\phi) = \sec(\gamma) \cos(\phi + \gamma) \quad (2.68)$$

Assim, a tração por seção é dado por:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{1}{2} B c \rho V^2 C_l \sec(\gamma) \cos(\phi + \gamma) \quad (2.69)$$

Utilizando o mesmo princípio descrito acima é possível deduzir a expressão do torque por seção:

$$\frac{dQ}{dr} = \frac{1}{2} B c \rho V^2 C_l r \sec(\gamma) \sin(\phi + \gamma) \quad (2.70)$$

Equacionando as expressões de tração e torque por seção obtidas pela teoria da quantidade de movimento e a teoria do elemento de pá:

$$\frac{1}{2} B c \rho V^2 C_l \sec(\gamma) \cos(\phi + \gamma) = 4\pi \rho r V_T (V_T - V_d) \quad (2.71)$$

$$\frac{1}{2} B c \rho V^2 C_l \sec(\gamma) \sin(\phi + \gamma) = 4\pi \rho r V_T b \Omega r \quad (2.72)$$

Desenvolvendo a equação 2.72 pelo fato de que $V_T = V \sin(\phi)$, obtemos:

$$\frac{1}{2} B c \rho V^2 C_l \sec(\gamma) \cos(\phi + \gamma) = a V_d V \sin(\phi) \quad (2.73)$$

Simplificando tal expressão, pode-se obter:

$$a V_d = \frac{1}{4} \sigma C_l \sec(\gamma) \operatorname{cosec}(\phi) \cos(\phi + \gamma) V \quad (2.74)$$

Em que a razão de solidez σ da hélice é dado por:

$$\sigma = \frac{Bc}{2\pi r} \quad (2.75)$$

Aplicando tal lógica para a equação do torque, temos:

$$b\Omega r = \frac{1}{4}C_l \sec(\gamma) \operatorname{cosec}(\phi) \operatorname{sen}(\phi + \gamma)V \quad (2.76)$$

Como $V_T = (1 + a)V_d = V \operatorname{sen}(\phi)$, obtém-se:

$$V \operatorname{sen}(\phi) = V_d + \frac{1}{4}\sigma C_l \sec(\gamma) \operatorname{cosec}(\phi) \cos(\phi + \gamma)V \quad (2.77)$$

Tal expressão pode ser simplificada pela introdução da variável $F(\phi)$:

$$F(\phi) = \frac{V_d}{V} = \operatorname{sen}(\phi) + \frac{1}{4}\sigma C_l \sec(\gamma) \operatorname{cosec}(\phi) \cos(\phi + \gamma) \quad (2.78)$$

De forma similar para a equação do torque, pode-se derivar a seguinte expressão:

$$V \cos(\phi) = \Omega r - \frac{1}{4}\sigma C_l \sec(\gamma) \operatorname{cosec}(\phi) \operatorname{sen}(\phi + \gamma)V \quad (2.79)$$

Esta pode ser simplificada pela introdução da variável $G(\phi)$:

$$G(\phi) = \frac{\Omega r}{V} = \cos(\phi) + \frac{1}{4}\sigma C_l \sec(\gamma) \operatorname{cosec}(\phi) \operatorname{sen}(\phi + \gamma) \quad (2.80)$$

Como $V = \frac{V_d}{F(\phi)} = \frac{\Omega r}{G(\phi)}$, temos que $V_d G(\phi) = \Omega r F(\phi)$. Por fim, definindo uma função $g(\phi) = (F(\phi)\Omega r - G(\phi)V_d)\operatorname{sen}(\phi) = 0$, chega-se na seguinte expressão:

$$g(\phi) = (\Omega r \operatorname{sen}(\phi) - V_d \cos(\phi))\operatorname{sen}(\phi) - \frac{1}{4}\sigma C_l \sec(\gamma) (\Omega r \cos(\phi + \gamma) + V_d \operatorname{sen}(\phi)) = 0 \quad (2.81)$$

Temos ainda que $F(\phi)\operatorname{sen}(\phi)$ e $G(\phi)\operatorname{sen}(\phi)$ podem ser simplificados da seguinte forma:

$$F(\phi)\operatorname{sen}(\phi) = \operatorname{sen}(\phi)(\operatorname{sen}(\phi) + \frac{1}{4}\sigma C_d) - \frac{1}{4}\sigma C_l \cos(\phi) \quad (2.82)$$

$$G(\phi)\operatorname{sen}(\phi) = \cos(\phi)(\operatorname{sen}(\phi) + \frac{1}{4}\sigma C_d) - \frac{1}{4}\sigma C_l \operatorname{sen}(\phi) \quad (2.83)$$

Definindo agora as funções $H(\phi)$ e $E(\phi)$:

$$H(\phi) = \operatorname{sen}(\phi) + \frac{1}{4}\sigma C_d \quad (2.84)$$

$$E(\phi) = \frac{1}{4}\sigma C_l = \frac{1}{4}\sigma C_{l_\alpha} \alpha = \frac{1}{4}\sigma C_{l_\alpha} (\theta - \phi) \quad (2.85)$$

Por fim:

$$g(\phi) = [H(\phi)\text{sen}(\phi) - E(\phi)\text{cos}(\phi)] - \frac{V_d}{\Omega r} [H(\phi)\text{cos}(\phi) + E(\phi)\text{sen}(\phi)] \quad (2.86)$$

Assim sendo, temos que a equação $g(\phi) = 0$ é transcendental, ou seja, não possui solução analítica. Para resolvê-la é necessária a aplicação de métodos numéricos.

Por fim, faz-se uso de uma sequência de passos de solução que utiliza as entradas geométricas geradas pelo algoritmo evolutivo e a metodologia descrita acima para encontrar o ângulo induzido ϕ para cada velocidade de interesse. Tal sequência é descrita abaixo:

1. Realiza-se um "chute" do vetor com n valores de ϕ .
2. O seguinte conjunto de operações é realizado para cada valor de ϕ , na velocidade de interesse V_d :

$$\begin{aligned} \alpha = \theta - \phi &\rightarrow c_l, c_d, c_{p_{min}} \\ c_{d_{onda}} &= 0.8 \left(\max \left(0, Ma - \frac{1}{\sqrt{1 - c_{p_{min}}}} \right) \right)^{1.5} \\ c_d &= c_d + c_{d_{onda}} \\ H(\phi) &= \text{sen}(\phi) + \frac{1}{4}\sigma c_d \\ E(\phi) &= \frac{1}{4}\sigma c_l \end{aligned}$$

$$g(\phi) = [H(\phi)\text{sen}(\phi) - E(\phi)\text{cos}(\phi)] - \frac{V_d}{\Omega r} [H(\phi)\text{cos}(\phi) + E(\phi)\text{sen}(\phi)]$$

3. A função $g(\phi)$ é criada a partir do vetor de estimativa inicial de ϕ e uma interpolação é realizada para se encontrar o valor de ϕ_0 que minimiza $g(\phi)$. Por fim, o ângulo de ataque real α e os coeficientes aerodinâmicos de cada seção (c_l , c_d , $c_{p_{min}}$) são obtidos a partir de tal valor de ϕ_0 .
4. As funções $H(\phi)$ e $E(\phi)$ são recalculadas a partir dos valores de c_l e c_d encontrados.
5. A função $F(\phi)$ é calculada a partir de $H(\phi)$ e $E(\phi)$:

$$F(\phi) = H(\phi)\text{sen}(\phi) - E(\phi)\text{cos}(\phi) \quad (2.87)$$

6. A velocidade resultante V é calculada a partir da seguinte expressão:

$$V = \frac{V_d \text{sen}(\phi)}{F(\phi)} \quad (2.88)$$

7. A correção de arrasto de onda por Mach crítico é calculada novamente pela adição do seguinte termo nas polares de arrasto de cada seção:

$$c_{d_{onda}} = 0.8 \left(\max \left(0, Ma - \frac{1}{\sqrt{1 - c_{p_{min}}}} \right) \right)^{1.5} \quad (2.89)$$

8. Obtidos os coeficientes aerodinâmicos e a pressão dinâmica para cada seção, a tração e o torque adimensionais podem ser calculados para cada seção:

$$\frac{dT}{dr} = \frac{1}{2} B \rho c V^2 [c_l(\cos(\phi)) - c_d(\sin(\phi))] \quad (2.90)$$

$$\frac{dQ}{dr} = \frac{1}{2} B \rho c V^2 r [c_l(\sin(\phi)) - c_d(\cos(\phi))] \quad (2.91)$$

9. Por fim, a tração e o torque são integrados para a hélice completa:

$$T = \int_0^R \frac{dT}{dr} dr' \quad (2.92)$$

$$Q = \int_0^R \frac{dQ}{dr} dr' \quad (2.93)$$

Como o método proposto por Winarto pressupõe uma velocidade axial não nula, a tração e o torque estáticos serão assumida como sendo iguais à tração e ao torque a velocidade 0.001 m/s.

2.5 Determinação das polares aerodinâmicas

As polares aerodinâmicas são obtidas por meio do uso de um biblioteca *xfoil* em Python que possui uma interface direta com o software XFOIL, conforme consta em Drela (2001).

2.5.1 Metodologia teórica do software XFOIL

De acordo com Rocha (2019), o XFOIL consiste em uma programa interativo criado por Mark Drela em 1986 que possui múltiplas funcionalidades, entre elas, o projeto, a modificação e análise de aerofólios. Nessa perspectiva, a metodologia proposta por Drela (1989) baseia-se na discretização da superfície do aerofólio e de sua esteira em painéis bidimensionais imersos em campo de escoamento potencial bidimensional não viscoso. Tal campo é gerado pela sobreposição de 3 fontes:

- O escoamento livre do fluido.

- Uma camada de vórtices entre a superfície do aerofólio e a camada limite do escoamento.
- Uma distribuição de pressão de fonte na superfície do aerofólio e na esteira gerado por este.

Assim sendo, a função potencial resultante dessa sobreposição pode ser descrita a seguir:

$$\Psi(x, y) = u_{\infty}y - v_{\infty}x + \frac{1}{2\pi} \int \gamma(s) \text{Ln}[r(s; x; y)] ds + \frac{1}{2\pi} \int \sigma(s) \theta(s; x; y) ds \quad (2.94)$$

Em que:

- $u_{\infty} = q_{\infty} \cos(\alpha)$ é componente na direção x da velocidade do escoamento livre.
- $v_{\infty} = q_{\infty} \sin(\alpha)$ é componente na direção y da velocidade do escoamento livre.
- α é o ângulo de ataque.
- γ a função de vorticidade por elemento de superfície.
- s a coordenada ao longo das superfície.
- r magnitude do vetor existente entre um ponto s na superfície do aerofólio e um ponto de referência no campo (x, y) .
- θ ângulo do vetor \vec{r} .
- σ função relativa à pressão de fonte na superfície e na esteira.

Para ser passível de ser solucionada computacionalmente, a superfície do aerofólio e sua esteira são discretizados em painéis lineares, sendo N nós para a superfície e N_w nós para esteira. Deve-se salientar ainda que os termos relativos aos vórtices γ_i são aplicados somente na superfície do aerofólio enquanto que os termos referentes à fonte e à esteira são aplicados tanto na superfície quanto na esteira do aerofólio. Isso se deve ao fato de que a esteira não pode ser fonte de vorticidade. O modelo descrito é visualizado na figura 30:

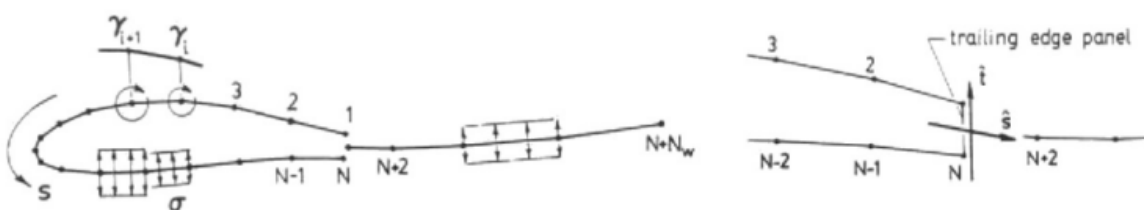


Figura 30 – Divisão do aerofólio em painéis aerodinâmicos. Fonte: Drela (1989)

Ainda de acordo com Drela (1989), uma parametrização dos painéis em relação às coordenadas locais \bar{x} e \bar{y} é realizada, conforme a figura 31:

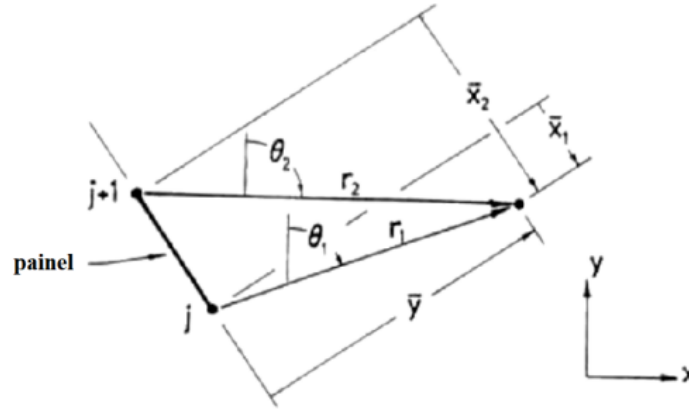


Figura 31 – Coordenadas de um painel local. Fonte: Drela (1989)

Dessa forma, a equação 2.94 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Psi(x, y) = u_{\infty}y - v_{\infty}x + \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{N-1} [\Psi_j^{\gamma+}(x, y)(\gamma_{j+1} + \gamma_j) + \Psi_j^{\gamma-}(x, y)(\gamma_{j+1} + \gamma_j)] + \\ \frac{1}{4\pi} (\Psi_N^{\sigma}(x, y)|\hat{s} \times \hat{t}| + \Psi_N^{\gamma+}(x, y)|\hat{s} \cdot \hat{t}|)(\gamma_1 - \gamma_N) + \\ \frac{1}{4} \sum_{j=1}^{N+N_w-1} \Psi_j^{\sigma}(x, y) 2\sigma_j \end{aligned} \quad (2.95)$$

Em que:

$$\Psi_j^{\gamma+}(x, y) = \bar{x}_1 \ln(r_1) - \bar{x}_2 - \bar{x}_1 + \bar{y}(\theta_1 - \theta_2) \quad (2.96)$$

$$\Psi_j^{\gamma-}(x, y) = [(\bar{x}_1 + \bar{x}_2)\Psi_j^{\gamma+}(x, y) + r_2^2 \ln(r_2) - r_1^2 \ln(r_1) + 0.5(\bar{x}_1^2 - \bar{x}_2^2)(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^{-1}] \quad (2.97)$$

$$\Psi_j^{\sigma}(x, y) = \bar{x}_2 \theta_2 - \bar{x}_1 \theta_1 + \bar{y} \ln(r_1/r_2) \quad (2.98)$$

Sabe-se que os pontos na superfície do aerofólio farão parte da mesma linha de corrente se e somente se a função potencial de velocidades assumir um valor constante (definido como Ψ_0) para qualquer ponto de tal superfície.

Desse modo, para $1 \leq i \leq N$, obtém-se o seguinte sistema linear:

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} \gamma_j - \Psi_0 = -u_{\infty}y_i + v_{\infty}x_i - \sum_{j=1}^{N+N_w-1} b_{ij} \sigma_j \quad (2.99)$$

Com todos os pontos nodais relativos ao painéis da superfície e da esteira conhecidos, é possível calcular os coeficientes matriciais a_{ij} e b_{ij} pelas equações apresentadas. Porém,

uma equação adicional é necessária para se determinar os valores de γ_i e, assim, obter uma única solução.

Para isso, é necessário levar em consideração a condição de Kutta.

De acordo com Anderson Anderson (2010), assumindo um aerofólio com um ângulo finito ou cúspide, conforme a figura 32, e espessura do bordo de fuga nulo, a única condição fisicamente possível é que as velocidades V_1 e V_2 no bordo de fuga sejam iguais.

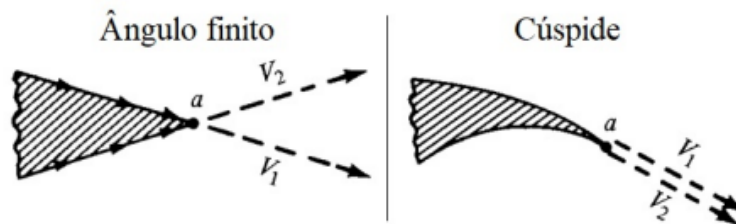


Figura 32 – Formatos de bordos de fuga com espessura nula. Fonte: Rocha (2019)

À luz desse raciocínio, a condição de Kutta também especifica que a vorticidade do escoamento no bordo de fuga é nulo e dado pela seguinte expressão:

$$\gamma_{TE} = V_1 - V_2 = 0 \quad (2.100)$$

Desse modo, essa condição é implementada no modelo computacional nos pontos nodais $i = 1$ e $i = N$, ambos pertencendo ao bordo de fuga finito, de forma que:

$$\gamma_{TE} = \gamma_1 + \gamma_N = 0 \quad (2.101)$$

Esta equação, portanto, torna o sistema da equação 2.99 possível e determinado. Deve-se ressaltar, porém, que para tal, os painéis devem ser necessariamente enumerados no sentido anti-horário, iniciando no ponto do bordo de fuga superior e se encerrando no ponto do bordo de fuga inferior.

As formulações viscosas que permitem o cálculo das componentes do arrasto e previsão do estol não serão apresentadas nesse trabalho, mas podem ser consultadas em Drela (1989).

2.5.2 Utilização do XFOIL para a determinação das polares aerodinâmicas

O software XFOIL possui as funcionalidades com relação a geometrias aerodinâmicas bidimensionais, as quais podem ser vistas na figura 33:

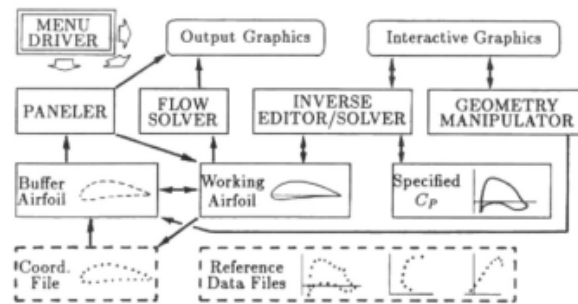


Figura 33 – Funcionalidades do Xfoil para a análise 2D. Fonte: Adaptado de (Drela, 1989)

Dentre essas, as funcionalidades utilizadas no método computacional serão a manipulação da geometria e a obtenção dos resultados do escoamento para aerofólios (geometria 2D). A implementação é possível a partir da biblioteca *xfoil* que habilita uma interface entre o software XFOIL e o programa em Python.

Os aerofólios das seções das pás são distribuídos uniformemente conforme o número especificado de seções. Além disso, apenas os perfis da raiz e da ponta são otimizados e os demais perfis são obtidos a partir da interpolação linear das coordenadas destes dois últimos. Outrossim, durante a otimização, um Reynolds alto ($Re = 5 \times 10^6$) - conforme classificação presente em Rocha (2019) - será utilizado. Obtida a hélice final, a fim de obter as curvas de performance para o pós-processamento, o número de Reynolds será diminuído para o valor mínimo que permita maximizar a convergência das polares aerodinâmicas no intervalo de ângulo de ataque desejado ($Re = 5 \times 10^5$).

A utilização dessa estratégia deve-se à problemas de convergência oriundo de análises com números de Reynolds de baixa magnitude $Re < 5 \times 10^5$ (conforme, novamente, a classificação presente em Rocha (2019)).

Após a definição das geometrias da seções e o número de Reynolds, uma análise é realizada pelo software XFOIL de modo a se obter as polares aerodinâmicas das seções da raiz e da ponta. Feito isso, uma interpolação destas é realizada para obter as polares aerodinâmicas das demais seções da pá. Posteriormente, os resultados são filtrados para eliminar valores que não atingiram convergência e apenas as colunas com os coeficientes aerodinâmicos de interesse ($c_l, c_d, c_{p_{min}}$) são selecionadas e posicionadas no tensor de dimensões $N \times \Delta\alpha \times 4$, em que $\Delta\alpha$ é o intervalo de ângulos de ataque.

2.6 Integração do GMP

Para se obter as variáveis de saída que determinarão a performance do candidato de GMP, é necessário integrar o motor e a bateria escolhidos com cada hélice gerada pelo algoritmo evolutivo, para cada velocidade de operação. Para tal fim, sabe-se que, em regime permanente e para cada velocidade de operação, deve haver apenas um RPM

de equilíbrio para o qual o torque exercido pelo motor se iguala ao torque aerodinâmico gerado pela hélice.

Primeiramente, temos que, de acordo com Rocha (2019), a torque aerodinâmico da hélice é dado por:

$$Q_{helice} = \frac{\rho D^5 C_p n_m^2}{2\pi} \quad (2.102)$$

Em que ρ é a densidade do ar, D o diâmetro da hélice e C_p o coeficiente de potência da hélice.

Temos ainda que, de acordo com Krishna (2017), o torque gerado pelo o motor, para um RPM (Ω) específico é dado por:

$$Q_m = K_t(i_{in} - i_0) \quad (2.103)$$

Em que i_{in} é a corrente de entrada, i_0 a corrente sem carregamento do motor e K_t a constante de torque do motor. Pela definição de K_v temos que:

$$K_v = \frac{60n_m}{V_{in} - R_t i_{in}} \quad (2.104)$$

Isolando i_{in} , temos:

$$i_{in} = \frac{V_{in}K_v - 60n_m}{R_{int}K_v} \quad (2.105)$$

Em que:

$$n_m = \frac{\Omega}{60} [rps] \quad (2.106)$$

Temos ainda que:

$$K_t = \frac{60}{2\pi K_v} \quad (2.107)$$

Assim, pode-se reescrever a equação 2.103 como:

$$Q_m = \frac{60}{2\pi K_v} \left(\frac{V_{in}K_v - 60n_m}{R_{int}K_v} - i_0 \right) \quad (2.108)$$

Assim sendo, temos que, no equilíbrio:

$$Q_m = Q_{helice} \Rightarrow \frac{60}{2\pi K_v} \left(\frac{V_{in}K_v - 60n_m}{R_{int}K_v} - i_0 \right) = \frac{\rho D^5 C_p n_m^2}{2\pi} \quad (2.109)$$

Por fim, é possível reescrever tal equação como uma expressão quadrática na variável n_m :

$$\left(\frac{\rho D^5 C_p K_v}{60}\right) n_m^2 + \left(\frac{60}{K_v R_{int}}\right) n_m + \left(i_0 - \frac{V_{in}}{R_{int}}\right) = 0 \quad (2.110)$$

Temos ainda que:

$$\frac{\rho D^5 C_p K_v}{60} > 0 \quad (2.111)$$

Pois todas as variáveis da equação são positivas e que:

$$i_0 - \frac{V_{in}}{R_{int}} < 0 \quad (2.112)$$

Pois a corrente de carregamento nulo do motor é sempre menor que a corrente de carregamento não nulo.

Desse modo, dada uma equação quadrática da forma $ax^2 + bx + c = 0$, se os coeficientes a e c possuírem sinais opostos, as raízes também possuirão sinais opostos, de modo que a única solução positiva n^+ é a solução fisicamente plausível do problema.

Assim sendo, o seguinte conjunto de etapas demonstra o algoritmo desenvolvido para o cálculo do RPM (Ω) de equilíbrio:

1. Caso seja, o início da iteração, um chute inicial é realizado para o RPM:

$$\Omega_{0,0} = V_{in} K_v \quad (2.113)$$

Caso contrário, utiliza o RPM do final da iteração anterior, ou seja:

$$\Omega_{i,0} = \Omega_{i-1,f} \quad (2.114)$$

2. A partir de $\Omega_{i,0}$ (ou $\Omega_{0,0}$), do método de análise e da velocidade linear da aeronave, o torque aerodinâmico e a tração da hélice é obtida.
3. A partir de $\Omega_{i,0}$ (ou $\Omega_{0,0}$) e da diferença de potencial de entrada V_{in} , o torque do motor, potência e eficiência do motor são obtidos
4. A partir das curvas de torque do motor e da diferença de potencial de entrada (V_{in}), a equação 2.110 é solucionada e a raiz positiva n_m^+ extraída.
5. O RPM final da i iteração é calculado:

$$\Omega_{i,f} = 60 n_m^+ \quad (2.115)$$

6. O erro e entre o torque do motor e o torque da hélice é calculado da seguinte forma:

$$e = \frac{Q_{helice}}{Q_m} - 1 \quad (2.116)$$

7. Caso o erro seja maior que a tolerância (convencionada como sendo $\tau = 10^{-3}$) ou o número máximo de iterações (convencionado com sendo igual a 100) ainda não tenha sido atingido, o processo reinicia novamente. Caso contrário, as seguintes saídas são obtidas:

- RPM de equilíbrio
- Torque, potência e eficiência do motor para o RPM de equilíbrio
- Torque e tração da hélice para o RPM de equilíbrio

3 LÓGICA COMPUTACIONAL

A lógica computacional implementada pode ser visualizada no fluxograma abaixo:

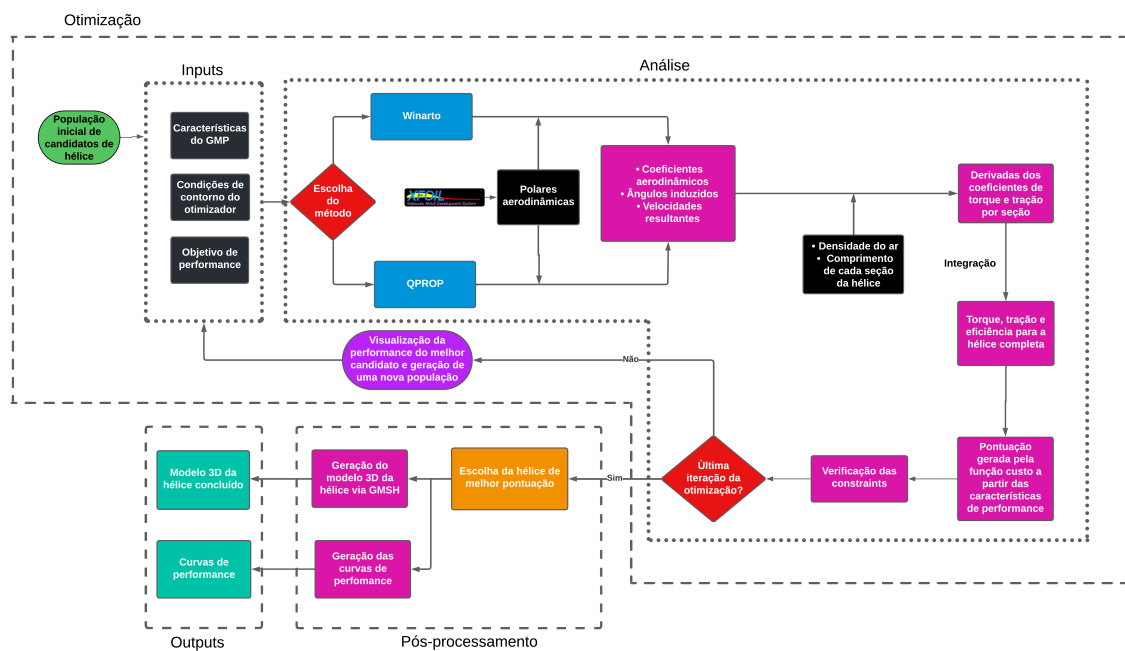


Figura 34 – Fluxograma da metodologia computacional. Fonte: Autor

O bloco de otimização é o cerne da rotina computacional aqui presente. É nele que, a partir das entradas desejadas, uma hélice otimizada é gerada a partir de sucessivas iterações sobre a população inicial de indivíduos.

Após isso, o bloco de pós-processamento coleta as informações relativas à hélice otimizada e cria os gráficos de performance e o modelo 3D.

3.1 Entradas

O programa possui como entradas as características do GMP, as condições de contorno do otimizador e os objetivos de performance.

3.1.1 Entradas de GMP

Com relação às entradas de GMP, três conjuntos de variáveis são especificadas:

- Características geométricas da hélice (incluindo as pás, o cubo e o offset do cubo caso exista).

- Características do motor elétrico (K_v , R_{int} e i_0).
- Diferença de potencial efetiva fornecida pela bateria.

As características do motor elétrico e da bateria serão fixas para todos os candidatos, de forma que apenas determinados parâmetros da hélice sofrerão variação em cada iteração.

3.1.2 Objetivos de performance

O objetivo da otimização é escolhida baseada em dois requisitos de performance distintos, nas velocidades (ou razões de avanço) de interesse:

- Maximização da eficiência propulsiva.
- Maximização do coeficiente de tração.

3.1.3 Condições de contorno do otimizador

As condições de contorno do otimizador, as quais serão fixas durante toda a otimização, podem ser resumidas pelos grupos a seguir:

- Intervalo de variação dos parâmetros geométricos da hélice:
 - Curva de camber do aerofólio da raiz e da ponta.
 - Curva de espessura do aerofólio da raiz e da ponta.
 - Corda da raiz e da ponta.
 - Ângulo de torção geométrica da seção da raiz e da ponta.
 - Curva radial de corda e ângulo de incidência da seção.
- Taxa de recombinação da população.
- Tamanho de cada população.
- Fatores de mutação.
- Número de iterações (*budget* do otimizador).
- Função de custo que fornece a pontuação de cada candidato da população a partir dos objetivos de performance.

Os intervalos de variação dos parâmetros geométricos são baseados na geometria da hélice original, sendo que as cordas da raiz e da ponta são dados em porcentagem do raio, o ângulo de incidência por seção dado em graus e os demais intervalos para as curvas fornecendo limites dos Coeficientes de Bernstein que as definem.

A partir de simulações de teste prévias, o valor padrão para a taxa de recombinação será utilizado ($CR = 0.5$), o tamanho da população será definido como sendo igual a 15 ($popsize = 15$) e os fatores de mutação como sendo os valores que introduzem uma variabilidade moderada para as populações ($F_1 = F_2 = 0.3$).

O número de populações do programa (*budget* do otimizador) também deve ser fornecido. A única restrição é que tal número deve ser maior do que 60 para garantir a coerência dos resultados (*nevegrad* (2019)). Dessa forma, o *budget* escolhido será baseado no número mínimo de populações necessárias para que se obtenham ao menos 200 populações válidas (com performance não nula), aplicadas todas as constraints do programa.

São definidas, ainda, as funções de custo que definirão uma performance para cada indivíduo da população.

Os requisitos de performance disponíveis são a maximização da tração ou da eficiência propulsiva da determinadas velocidades de operação. Desse modo as funções de custo escolhidas levam em consideração o coeficiente de tração ou a eficiência propulsiva em todas estas velocidades e geram um valor único que caracterizam a performance do indivíduo. Assim, temos que, para a maximização da tração:

$$f(T_i) = \int_{V_0}^{V_f} C_T^i(V) dV \quad (3.1)$$

Para a maximização da eficiência propulsiva a função utilizada é a seguinte:

$$f(\eta_{prop}^i) = \max(\eta_{prop}^i) \quad (3.2)$$

$$\eta_{prop}^i = \frac{C_{T_i} J}{C_{P_i}} \quad (3.3)$$

Em que i é a tração ou eficiência da hélice/motor calculada para i -ésimo valor do vetor de velocidades de operação.

3.2 Análise Propulsiva

Finalizado o bloco de entradas, a rotina inicia a etapa de análise baseado na escolha entre o método proposto por Winarto ou por Drela (QPROP). O método padrão escolhido será este último.

Após a escolha da metodologia, com o auxílio de uma biblioteca específica, a rotina computacional utiliza do software XFOIL para a determinação das polares aerodinâmicas - matrizes dos coeficientes aerodinâmicos de interesse pelo intervalo de ângulo de ataque.

A partir disso, em conjunto com a densidade do ar e comprimento de cada uma das seções da pá, a rotina realiza um processo iterativo para realizar a integração de todos os

componentes do GMP de modo a encontrar as condições de equilíbrio para cada velocidade de operação.

Subsequentemente, a rotina gera a derivada da tração e do torque por seção e as integra para se obter a tração e torque para a pá completa (multiplicando-se tais saídas pelo número de pás a fim de obter a tração e o torque para a hélice completa).

Após isso, aplica-se o seguinte conjunto de constraints cujo objetivo é eliminar indivíduos com características indesejadas, visando garantir a melhora de performance no regime de operação das hélices originais e evitar hélices estruturalmente inaptas e problemas de convergência numérica:

- **Constraints de corda**

Possuem como objetivo eliminar indivíduos que convirjam para distribuições indesejadas de corda:

- A corda máxima deve ser no máximo 5% maior que a corda máxima da hélice original.
- A posição de corda máxima deve estar localizado a no máximo 50% do raio da hélice desconsiderando o offset do cubo (caso houver).

- **Constraints de ângulo de torção**

Possuem como objetivo eliminar indivíduos que convirjam para distribuições indesejadas de ângulo de torção:

- A corda máxima deve ser no máximo 5% maior que o ângulo de torção máximo da hélice original.
- A posição do ângulo de torção máximo deve estar localizado a no máximo 30% do raio da hélice desconsiderando o offset do cubo (caso houver).

- **Constraints de performance**

- A razão de avanço para a eficiência máxima da hélice otimizada esteja com um erro de até 10% em relação à correspondente razão de avanço para eficiência máxima da hélice original.
- A eficiência máxima deve ser menor que 1.
- O RPM médio deve estar dentro de uma ordem de grandeza especificada

Aplicadas as constraints, a performance válida final de cada indivíduo da população é obtida a partir das funções custo e, caso seja a última iteração da otimização, a etapa de pós-processamento se inicia com os dados da hélice com melhor performance. Caso contrário, uma nova população é gerada e a otimização é realizada novamente.

3.3 Pós-processamento

O pós-processamento se inicia a partir da finalização do processo de otimização em que a hélice com a melhor performance é selecionada.

3.3.1 Geração das curvas de performance

Obtidas as características do GMP final, a rotina computacional realiza novamente uma análise de performance deste, porém agora para todo o intervalo de operação de velocidades da aeronave e utilizando ambos os métodos de análise para fins de comparação. Os gráficos gerados são:

- C_T por J
- C_P por J
- η por J

Como forma de suavizar as curvas obtidas e mitigar o ruído computacional, um filtro gaussiano é utilizado. Conforme Fisher Simon Perkins e Wolfart (2003), o filtro gaussiano consiste em determinar o valor de um ponto da curva baseado nos pontos adjacentes e ponderado pela distribuição gaussiana dada por:

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (3.4)$$

Em que σ é o desvio padrão da função gaussiana e x é a distância do centro desta.

3.3.2 Geração do modelo 3D da hélice

Após a definição do melhor candidato de hélice baseado nas condições de contorno geométricas e de performance, a rotina computacional executa a geração de um modelo 3D de tal hélice para posteriores aplicações.

O modelo é gerado por meio da biblioteca *gmsh* (Geuzaine e Remacle (2024)) em Python e consiste em um gerador de malha de elementos finitos tridimensionais com um gerador de arquivos CAD e um pós-processador embutidos. O algoritmo é baseado em quatro módulos:

- **Geometria:** define 4 tipos de entidades de modelo caracterizadas por serem topológicas, ou seja, lidam apenas com adjacências do modelo (por exemplo, uma entidade de dimensão 1 só pode ser adjacente a uma entidade de dimensão 0 ou de dimensão 2). Além disso, tais entidades podem ser entidades de CAD (definidas por uma parametrização específica do *kernel* de CAD escolhido) ou entidades discretas (definidas por uma malha).

- **Malha:** implementa diferentes algoritmos de geração de malha para a criação dos elementos de malha (pontos, linhas, triângulos, tetraedros, etc) definidos como uma lista ordenada de nós.
- **Solver:** implementa um server ONELAB (ONELAB... (2024)) que comanda *solvers* externos para a solução da geometria criada.
- **Pós-processador:** permite a visualização e análise da geometria (cortes, curvas de nível, linhas de fluxo, etc).

Assim sendo, o algoritmo de geração da geometria em 3D pode ser visualizado pelo seguinte fluxograma

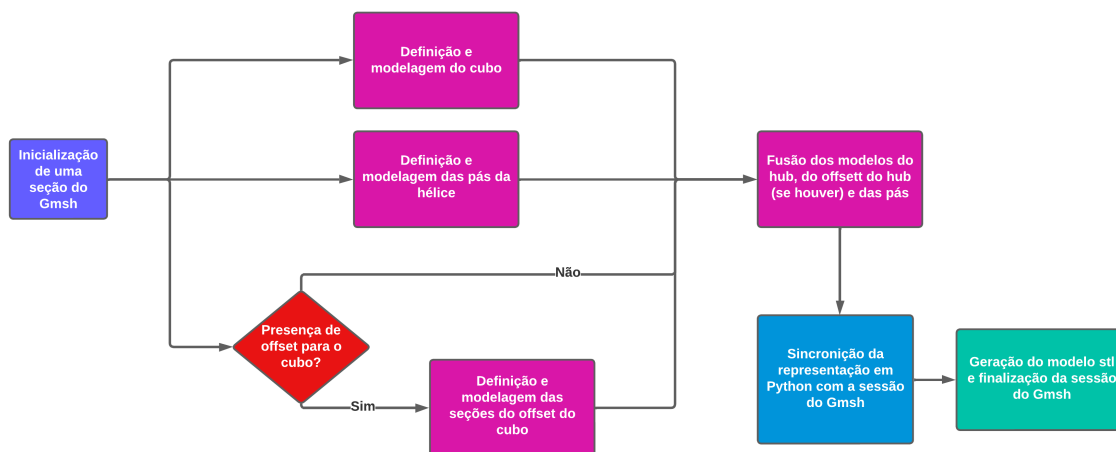


Figura 35 – Fluxograma da geração da geometria 3D da hélice. Fonte: Autor

3.3.2.0.1 Inicialização

Este bloco consiste na inicialização de uma sessão do *Gmsh* e a definição do nome e extensão do arquivo de modelagem 3D a ser gerado (na presente modelagem o arquivo é gerado na extensão ".stl" por padrão)

3.3.2.0.2 Definição e modelagem do cubo

Nesta etapa, o cubo é modelado como um cilindro tridimensional com o raio do cubo especificado. Além disso, uma cavidade cilíndrica concêntrica ao cubo é gerada a partir da entrada do raio do eixo da hélice

3.3.2.0.3 Definição e modelagem das pás da hélice

Tomando como origem o centro do cubo, os posicionamentos das seções aerodinâmicas de uma das pás da hélices otimizada são dados pelas seguintes expressões:

$$r_1 = r_{hub} + r_{offset} \quad (3.5)$$

$$r_n = R \quad (3.6)$$

$$r_i = r_1 + \frac{r_n - r_1}{i - 1} \quad (3.7)$$

Em que r_1 é o posição radial da primeira, r_n da penúltima e r_i da i -ésima seção aerodinâmica, R o raio da pá, r_{hub} o raio do cubo e r_{offset} o offset do cubo.

A corda, ângulo de torção e perfis de cada seção são fornecidas diretamente pela geometria da hélice otimizada final.

Com o contorno e posicionamento de cada seção especificados, a rotina computacional gera um sólido da pá interpolando todas essas seções.

Por fim, são gerados $B - 1$ cópias da pá supracitada e espaçadas angularmente de acordo com a seguinte expressão:

$$\Delta\Theta = \frac{2\pi}{B} \quad (3.8)$$

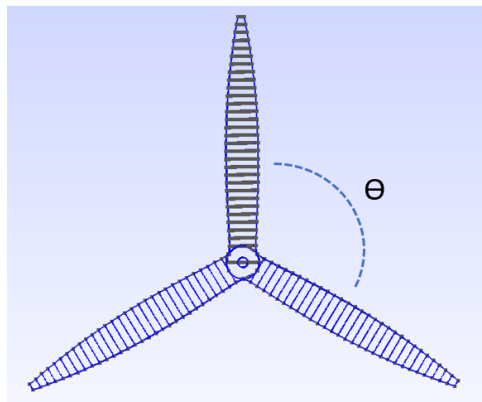


Figura 36 – Visualização do espaçamento angular das pás. Fonte: Autor

3.3.2.0.4 Definição e modelagem do offset do cubo

O offset do cubo tem como função melhorar estruturalmente a fixação das pás da hélice no cubo ao se adicionar uma seção mais robusta (porém sem perfil aerodinâmico) entre o cubo e o perfil aerodinâmico mais próximo da raiz. Ressalta-se que altos valores de offset reduzem a eficiência da hélice e baixos valores podem gerar concentradores de tensão na região de acoplamento entre o cubo e as pás.

Desse modo, primeiramente uma elipse adimensional é definida por uma curva parametrizada padrão:

$$x(t) = a \cos(t) + x_0 \quad (3.9)$$

$$y(t) = b \sin(t) \quad (3.10)$$

$$t = [0, 2\pi] \quad (3.11)$$

$$|a| > |b| \quad (3.12)$$

Os fatores a, b são escolhidos para garantir que a elipse seja ligeiramente achatada e se acomode adequadamente na seção transversal do cubo. O fator x_0 translada a seção horizontalmente e convencionado como sendo igual $0.5c$ (meia unidade de corda) como forma de realizar a rotação da elipse corretamente.

O ângulo de torção da elipse é definido iterativamente como sendo um valor padrão que se aproxima da torção da primeira seção aerodinâmica da hélice otimizada como forma de evitar grandes distorções na interpolação das primeiras seções da pá.

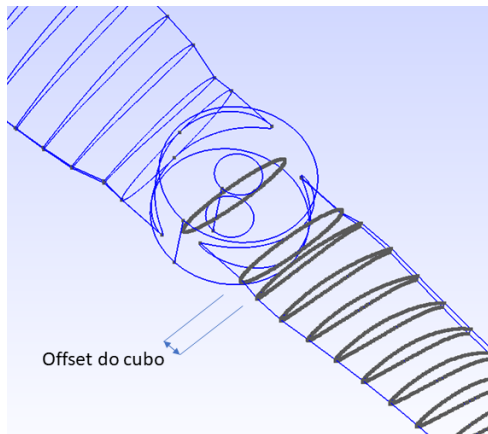
A corda de tal curva é especificada a partir da corda da seção aerodinâmica mais próxima da raiz.

Após isso, caso o offset seja especificado, a rotina gera dois perfis elipsoidais, um na posição do centro do cubo e outra deslocada a uma distância igual ao raio do cubo em relação ao centro do cubo.

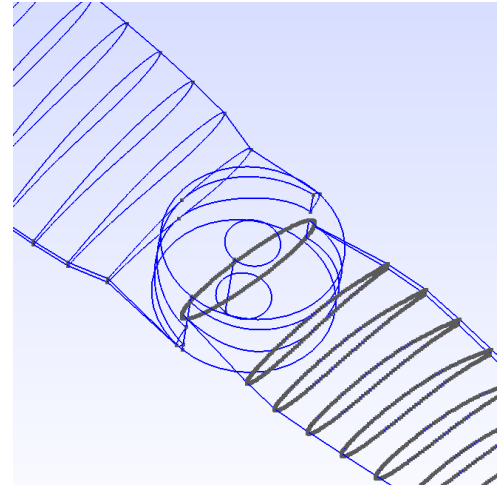
O primeiro perfil aerodinâmico da hélice é posicionado a uma distância do centro do cubo igual ao offset definido.

Assim sendo, para cada pá da hélice (assumindo que todas são idênticas e igualmente espaçadas no plano do rotor) um sólido é gerado: um tronco de cone cuja seção topo é a elipse adjacente ao cubo e cuja seção de base é a primeira seção aerodinâmica.

Caso o offset seja nulo, a segunda elipse não é gerada e o primeiro perfil aerodinâmico é posicionado adjacente ao cubo.



(a) Hélice com o presença do offset do cubo



(b) Hélice sem a presença do offset do cubo

Figura 37 – Ilustração de uma hélice com e outra sem o offset do cubo. Fonte: Autor

3.3.2.0.5 Fusão dos sólidos gerados

Após a geração da geometria tridimensional do cubo, do offset do cubo (caso exista) e das pás da hélice, o código realiza a fusão destes elementos de forma a obter um único modelo 3D ao final do processo (rotor)

3.3.2.0.6 Sincronização

A sincronização do modelo com as entidades de CAD antes da geração da malha é necessária pois a biblioteca *gmsh* não converte diferentes formatos de arquivo CAD, apenas utiliza a representação nativa do *kernel* do CAD (parametrização geométrica interna do software de CAD) escolhido, de acordo com Geuzaine e Remacle (2024)

3.3.2.0.7 Finalização da sessão e geração do modelo stl

Ao final do processo, um arquivo de extensão *.stl* é gerado com a modelagem 3D da hélice otimizada e a seção do *gmsh* é finalizada

3.4 Limitações do modelo

Por fim, o método computacional desenvolvido possui as seguintes limitações:

- Limitações oriundas dos métodos proposto por Winarto ou Drela(QPROP).
- Limitações oriundas do software XFOIL.
- Raio da hélice, número de pás fixos, parâmetros do cubo, motor e bateria fixos durante a otimização.

- Ausência de interpolação de Reynolds por seção.
- Ausência de correções de inércia.
- Ausência de correções de Mach no coeficiente angular da curva de C_l por α .

4 CASOS DE TESTE

4.1 Introdução

Para exemplificar a aplicação da rotina computacional no desenvolvimento de aeronaves à propulsão elétrica, uma otimização será realizada baseada no banco de dados de testes de hélice da Universidade de Illinois em Urbana-Champaign (Urbana-Champaign (2024)).

As hélices escolhidas podem ser visualizadas abaixo:

Tabela 1 – Hélices escolhidas. Fonte: Autor

Hélice	Diâmetro [polegadas]	Passo [polegadas]	Número de pás
APC 19x12	19	12	2
Micro Invent 5x4-3	5	4	3



Figura 38 – Hélice escolhidas.

Além disso, devido à ausência de dados acerca do perfil aerodinâmico de tais hélices, será assumido que todas as seções aerodinâmicas destas possuirão o perfil NACA 0009 como padrão.

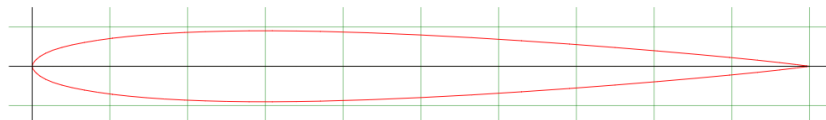


Figura 39 – Perfil NACA 0009. Fonte: Autor

As seguintes considerações adicionais para a hélice final serão assumidas:

- Raio do cubo igual a 5% do raio da hélice.
- Raio do eixo igual a 2.5% do raio da hélice.

- Offset do cubo igual a 7.5% do raio da hélice.
- Número de seções por pá igual a 30.

4.2 Escolha dos motores e baterias

A escolha do motor e da bateria para cada hélice terá como objetivo atingir o intervalo de razões de avanço e um RPM médio que estejam coerentes com os dados experimentais

Com relação aos motores a serem utilizados, estes serão do tipo BLDC e baseados nas opções disponíveis no mercado, tendo como objetivo obter um intervalo de motores de diferentes tamanhos. As opções definidas podem ser encontradas na tabela abaixo:

Tabela 2 – Motores selecionados como candidatos para o GMP. Fonte: Autor

Motor	KV	i_0 [A]	R_{int} [Ω]
Scorpion S-5028-220KV	220	0.98	0.032
Scorpion SII-4025-330KV	330	0.74	0.037
Scorpion SII-3026-710KV	710	1.56	0.022
Scorpion SII-3020-1110KV	1110	2.08	0.016

Com relação as baterias, o tipo escolhido serão as baterias de Lítio-Íon (mais especificamente do subtipo LiPo - Lítio-polímero) e baseado nas opções disponíveis no mercado, para diferentes números de células. As opções podem ser vistas abaixo:

Tabela 3 – Baterias candidatas para compor o GMP. Fonte: Autor

Bateria	Nº células	Descarga contínua [C]	Capacidade [mAh]
Gens Ace 22.2V 6S 60C 5000mAh	6 (22.2V)	60	5000
Gens Ace 18.5V 5S 45C 5000mah	5 (18.5V)	45	5000
Gens Ace 14.8V 4S 45C 2200mah	4 (14.8V)	45	2200
Gens Ace 11.1V 3S 60C 5000mah	3 (11.1V)	25	2200
Gens Ace 7.4V 2S 100C 5300mah	2 (7.4V)	100	5300

Desse modo, realizando análises preliminares, os seguintes GMPs foram escolhidos:

Tabela 4 – GMPs escolhidos para cada hélice

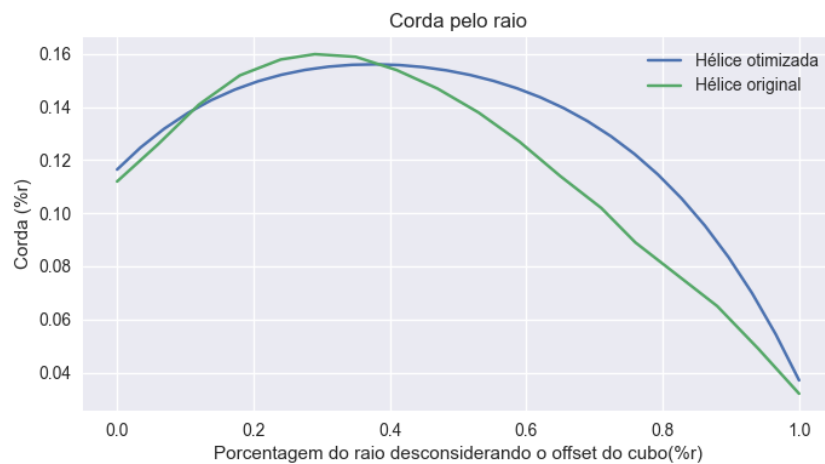
GMP	Motor	Bateria	Hélice	RPM médio
#1	Scorpion SII-4025-220KV	Gens Ace 14.8V 4S 45C 2200mAh	APC 19x12	\approx 3100
#2	Scorpion SII-3026-710KV	Gens Ace 7.4V 2S 5300mAh	Micro Invent 5x4-3	\approx 5200

5 RESULTADOS

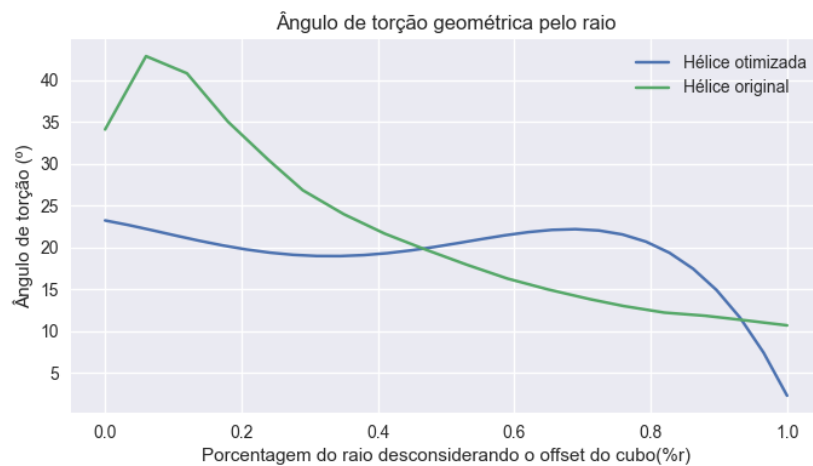
5.1 Hélice 19x12

5.1.1 Otimização de tração

Com relação à geometria, temos a seguinte comparação entre as hélices final e original



(a) Curva de corda pelo percentagem do raio - APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor



(b) Curva de ângulo de torção pelo percentagem do raio - APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor

Figura 40 – Comparação entre as geometrias das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de tração.

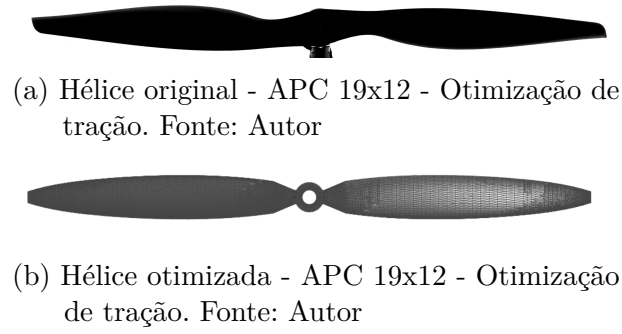


Figura 41 – Vista frontal das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de tração.

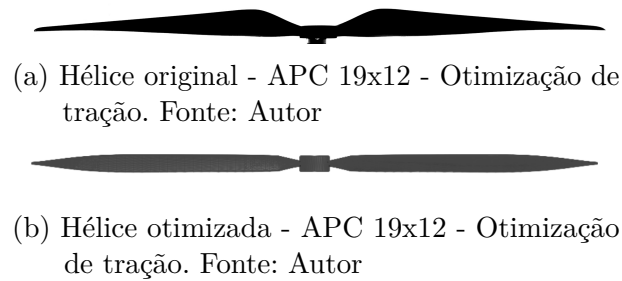


Figura 42 – Vista lateral das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de tração.

Com relação à performance, primeiramente, temos a seguinte comparação entre o perfil das hélices original e final à 75% do raio:

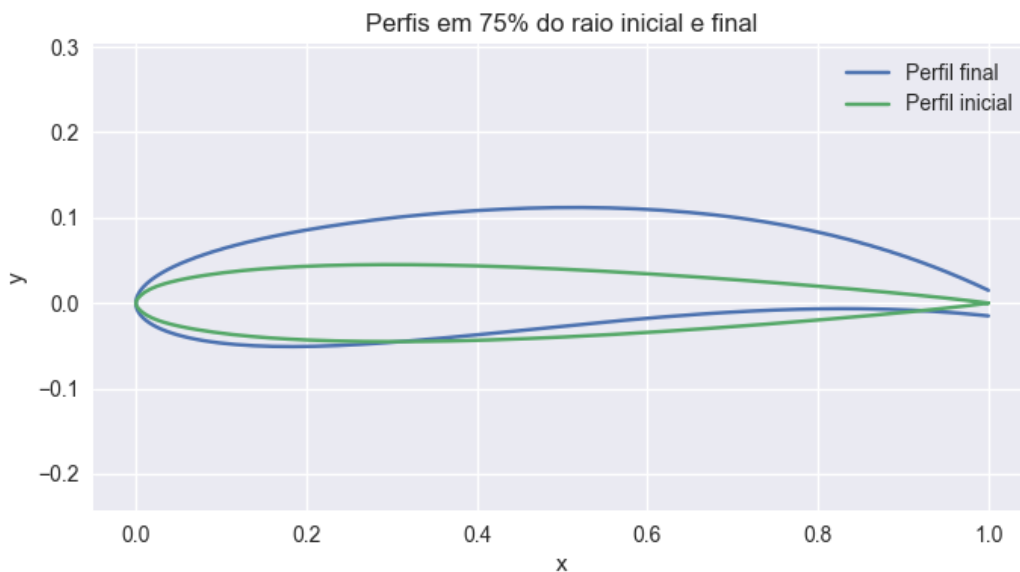
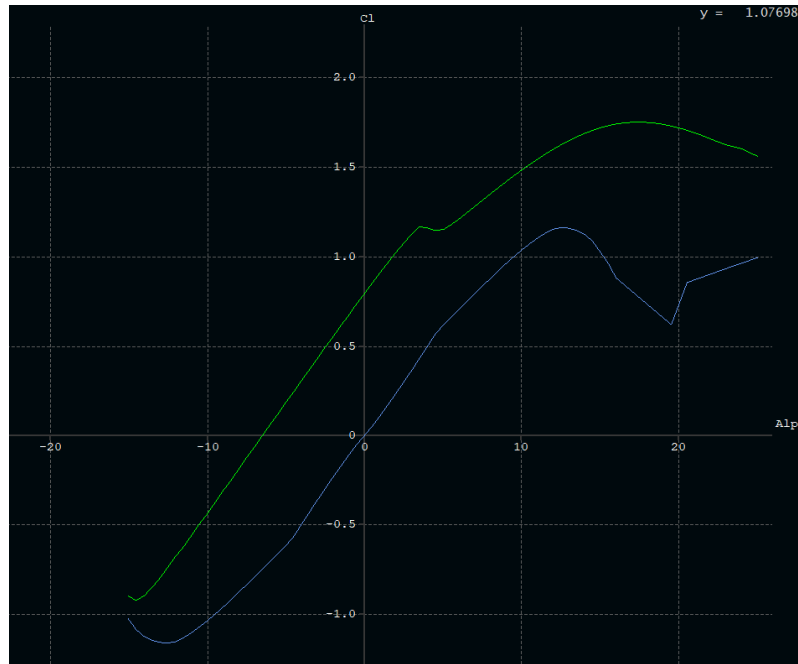
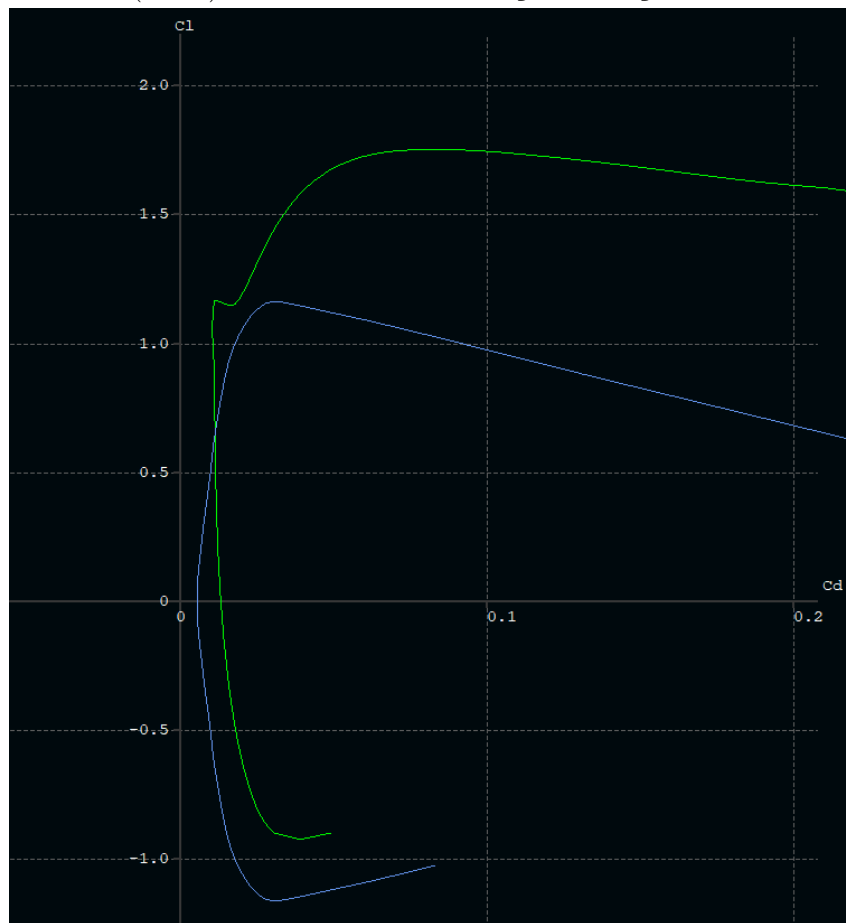


Figura 43 – Comparação entre os perfis a 75% da corda - APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor



(a) Comparação da curva de C_l por α entre as hélices original (azul) e final (verde) - APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor

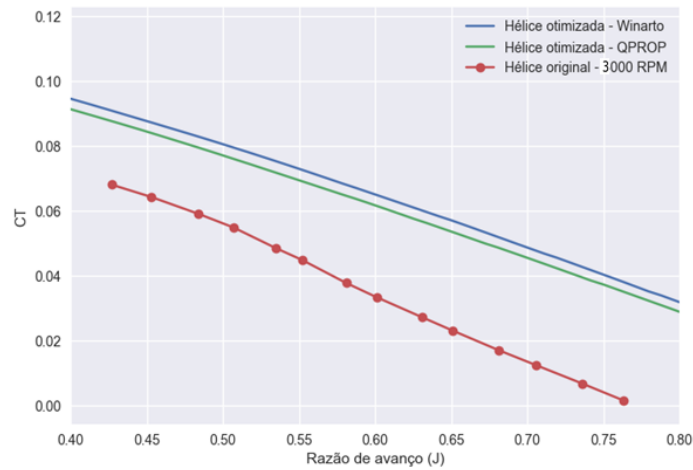


(b) Comparação da curva de C_l por C_d entre as hélices original (azul) e final (verde) - APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor

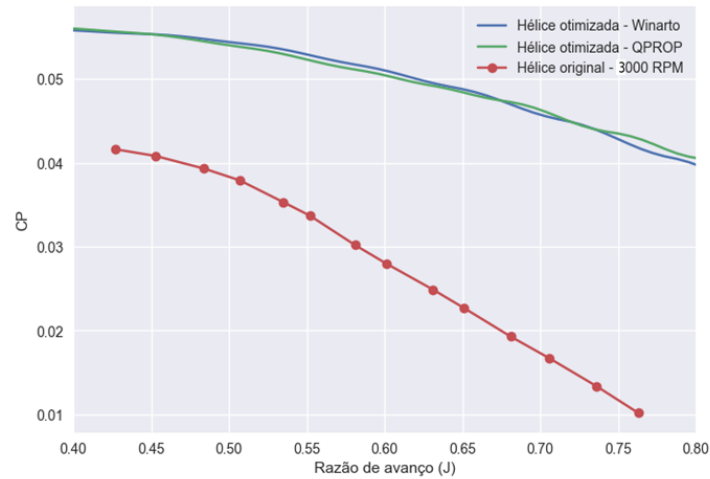
Figura 44 – Comparação da performance aerodinâmica dos perfis a 75% da corda utilizando o software XFOIL - APC 19x12 - Otimização de tração.

A partir dos gráficos analisados, pode-se avaliar um ganho de 50.9% no $C_{l_{max}}$ e uma diminuição de C_d para valores de C_l maiores que 0.64.

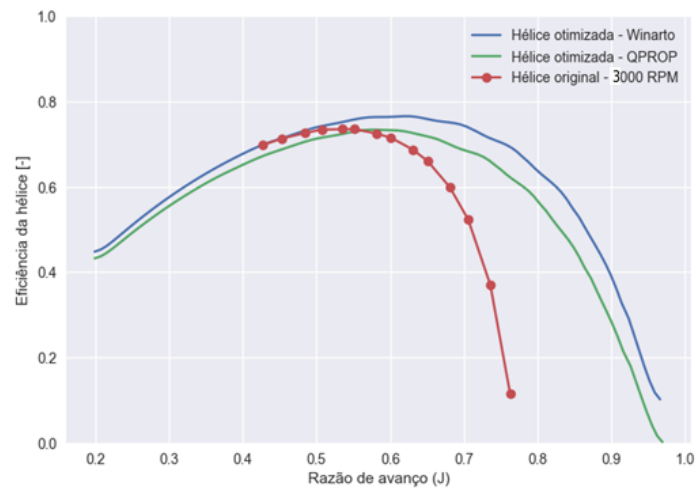
Em termos dos parâmetros da hélice, temos a seguinte comparação entre as hélices original e final:



(a) Coeficiente de tração (C_T) por Razão de Avanço (J) - Hélice APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor.



(b) Coeficiente de potência (C_P) por Razão de Avanço (J) - Hélice APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor.



(c) Eficiência Propulsiva (η) por Razão de Avanço (J) - Hélice APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor.

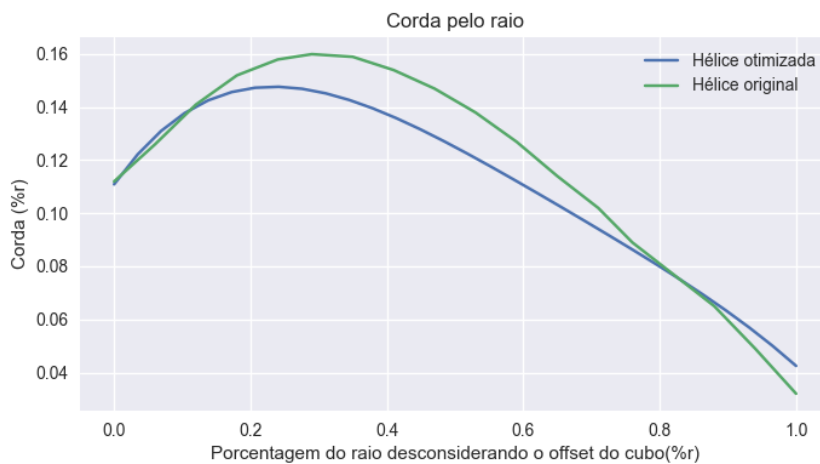
Obtemos, então, o seguinte resumo dos resultados:

Tabela 5 – Resultados de performance da hélice final em relação à original - APC 19x12 - Otimização de tração. Fonte: Autor

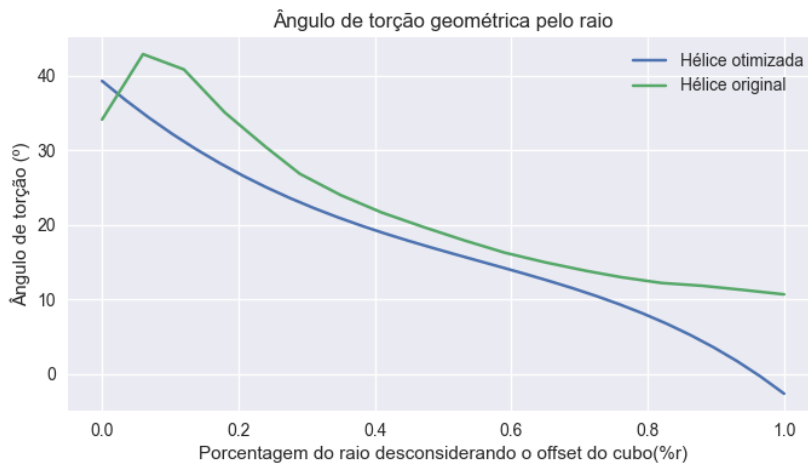
Método	C_T (médio)	C_P (médio)	η_{max}
Winarto	↑ 52.5%	↑ 43%	↑ 2%
Drela	↑ 44.2%	↑ 43%	0%

5.1.2 Otimização de eficiência

Com relação à geometria, temos a seguinte comparação entre as hélices final e original:



(a) Curva de corda pelo percentagem do raio - APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor



(b) Curva de ângulo de torção pelo percentagem do raio - APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor

Figura 46 – Comparação entre as geometrias das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de eficiência.

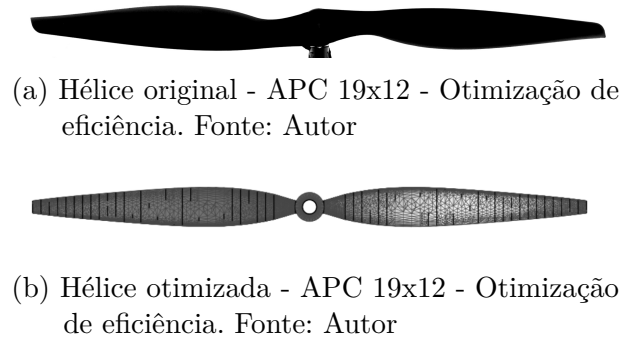


Figura 47 – Vista frontal das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de eficiência.

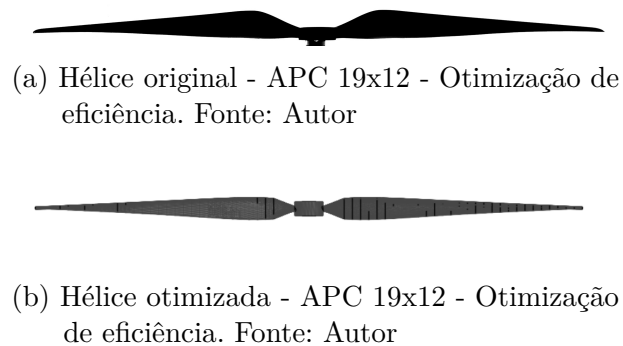


Figura 48 – Vista lateral das hélices original e final - APC 19x12 - Otimização de eficiência.

Com relação à performance, primeiramente, temos a seguinte comparação entre o perfil das hélices original e final à 75% do raio:

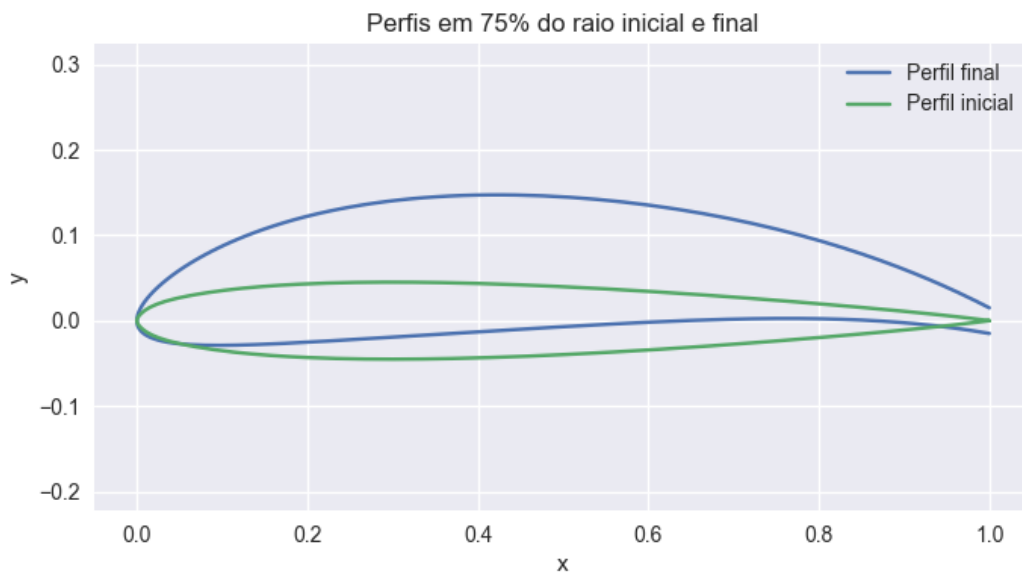
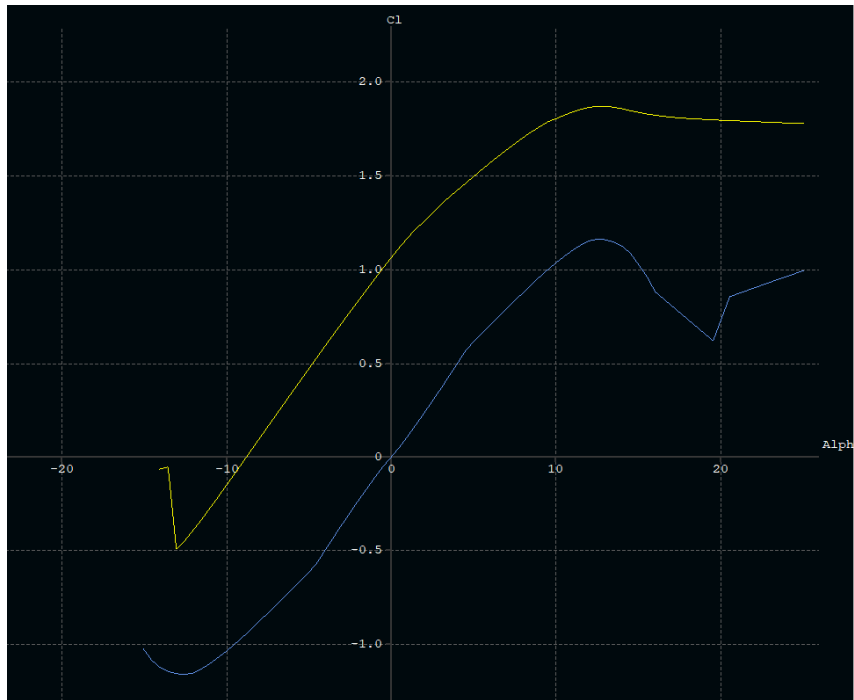
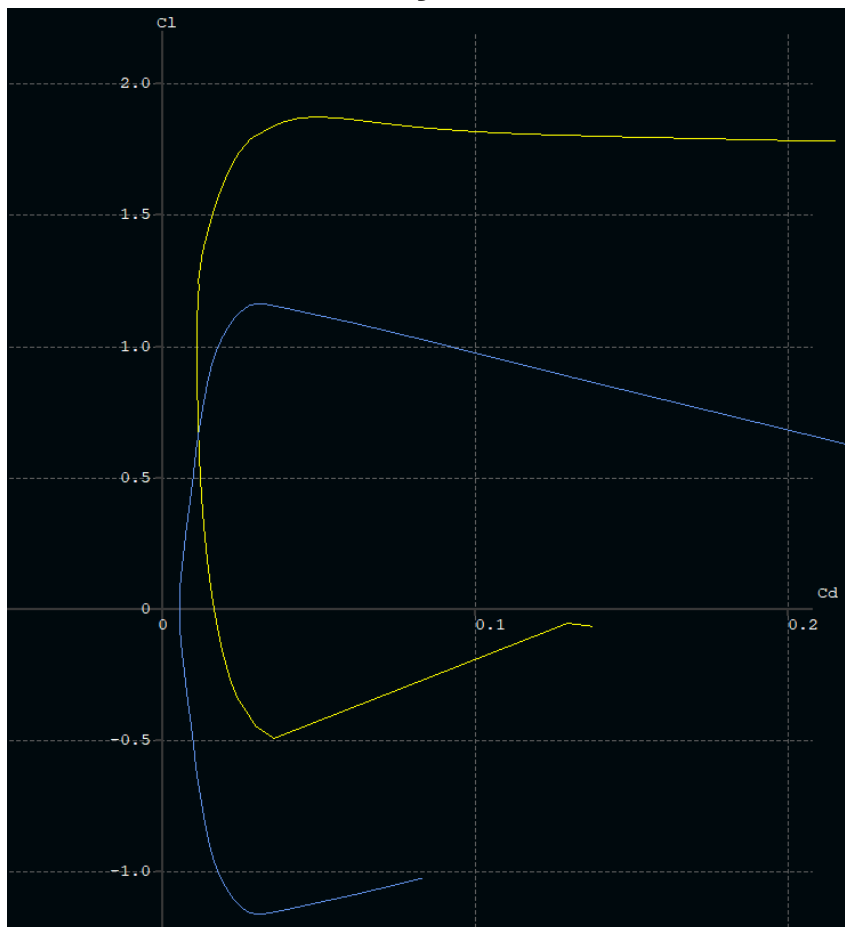


Figura 49 – Comparação entre os perfis a 75% da corda - APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor



(a) Comparação da curva de C_l por α entre as hélices originais e final - APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor

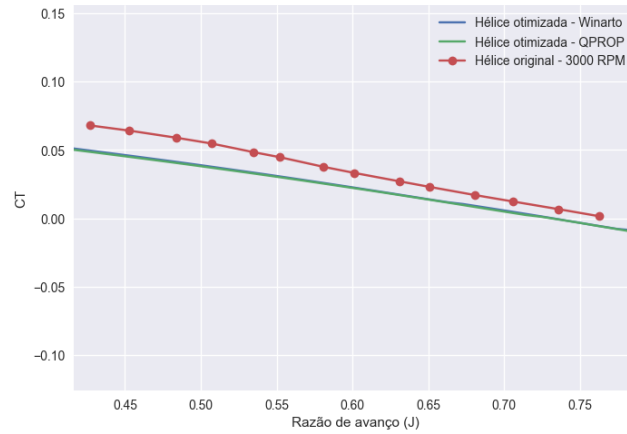


(b) Comparação da curva de C_l por C_d entre as hélices originais e final - APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor

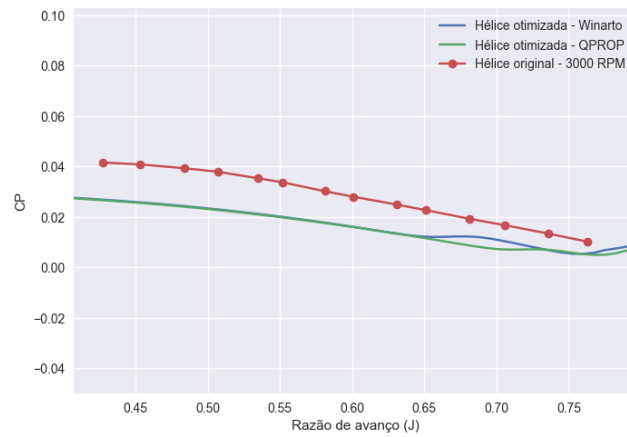
Figura 50 – Comparação da performance aerodinâmica dos perfis a 75% da corda utilizando o software XFOIL - APC 19x12 - Otimização de eficiência.

A partir dos gráficos analisados, pode-se avaliar um ganho de 61.2% no $C_{l_{max}}$ e um diminuição de C_d para valores de C_l maiores que 0.66.

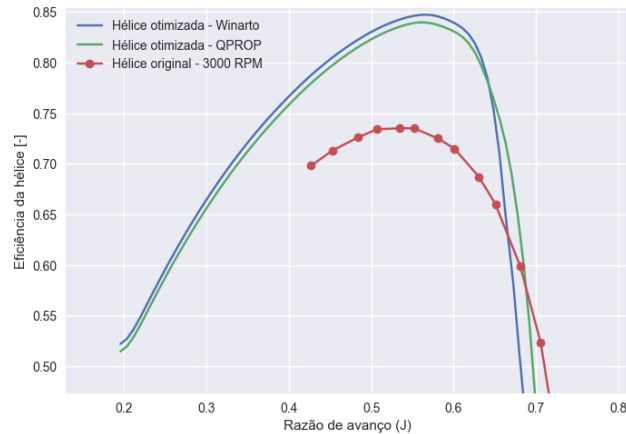
Em termos dos parâmetros da hélice, temos a seguinte comparação entre as hélices original e final:



(a) Coeficiente de tração (C_T) por Razão de Avanço (J) - Hélice APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor.



(b) Coeficiente de potência (C_P) por Razão de Avanço (J) - Hélice APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor.



(c) Eficiência Propulsiva (η) por Razão de Avanço (J) - Hélice APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor.

Obtemos, então, o seguinte resumo dos resultados:

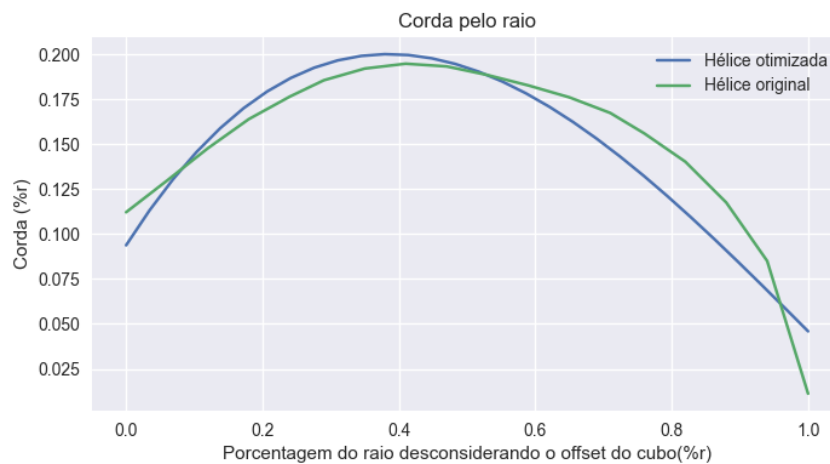
Tabela 6 – Resultados de performance da hélice final em relação à original - APC 19x12 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor

Método	C_T (médio)	C_P (médio)	η_{max}
Winarto	↓ 27.5%	↓ 37.6%	↑ 13.5%
Drela	↓ 27.5%	↓ 40%	↑ 11.44%

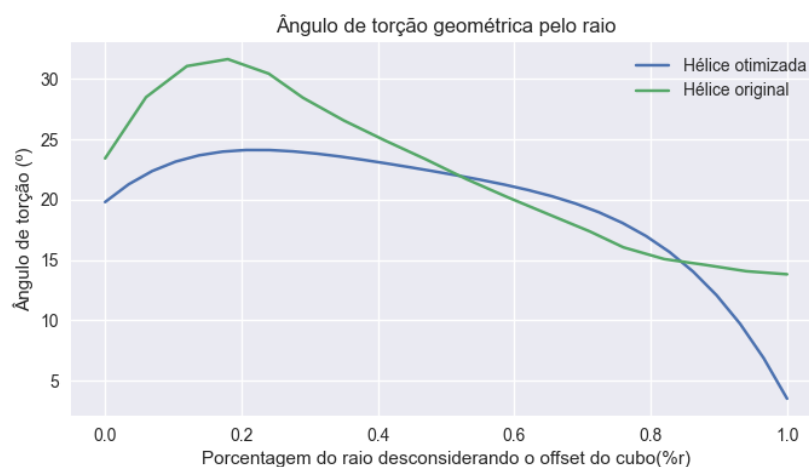
5.2 Hélice 5x4-3

5.2.1 Otimização de tração

Com relação à geometria, temos a seguinte comparação entre as hélices final e original



(a) Curva de corda pelo percentagem do raio - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor



(b) Curva de ângulo de torção pelo percentagem do raio - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor

Figura 52 – Comparação entre as geometrias das hélices original e final - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração.



(a) Hélice original - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor



(b) Hélice otimizada - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor

Figura 53 – Vista frontal das hélices original e final - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração.

Com relação à performance, primeiramente, temos a seguinte comparação entre o perfil das hélices original e final à 75% do raio:

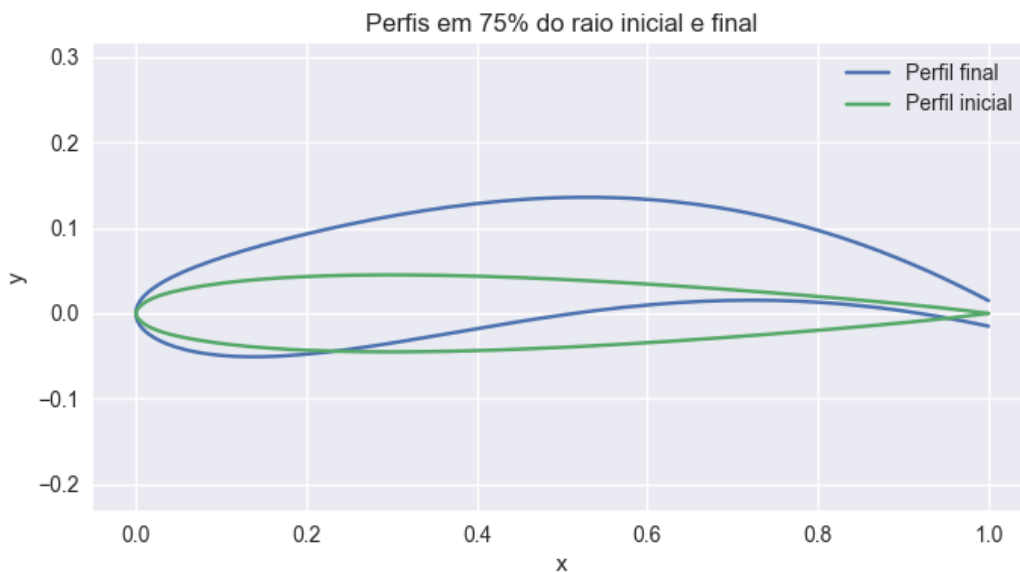
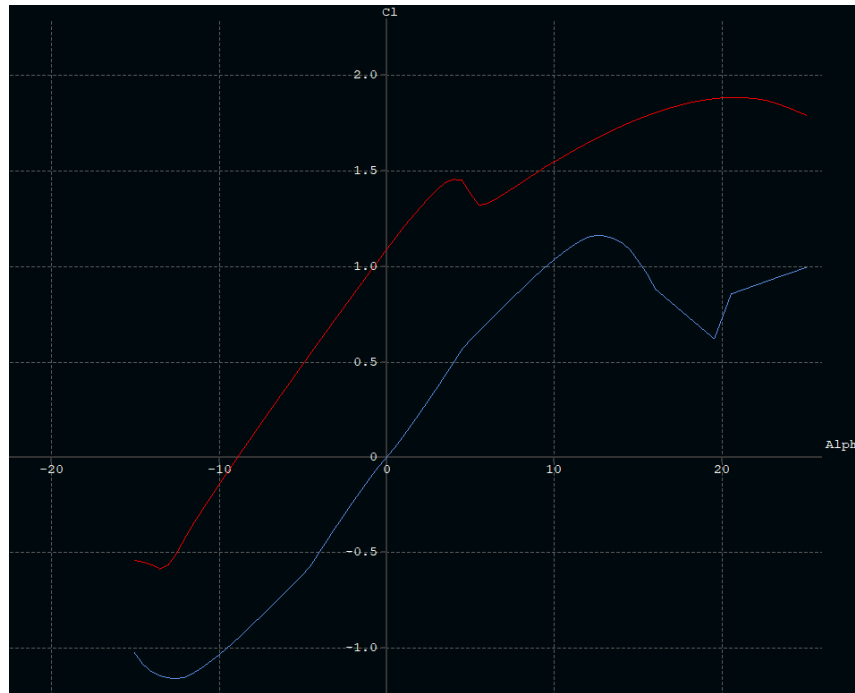
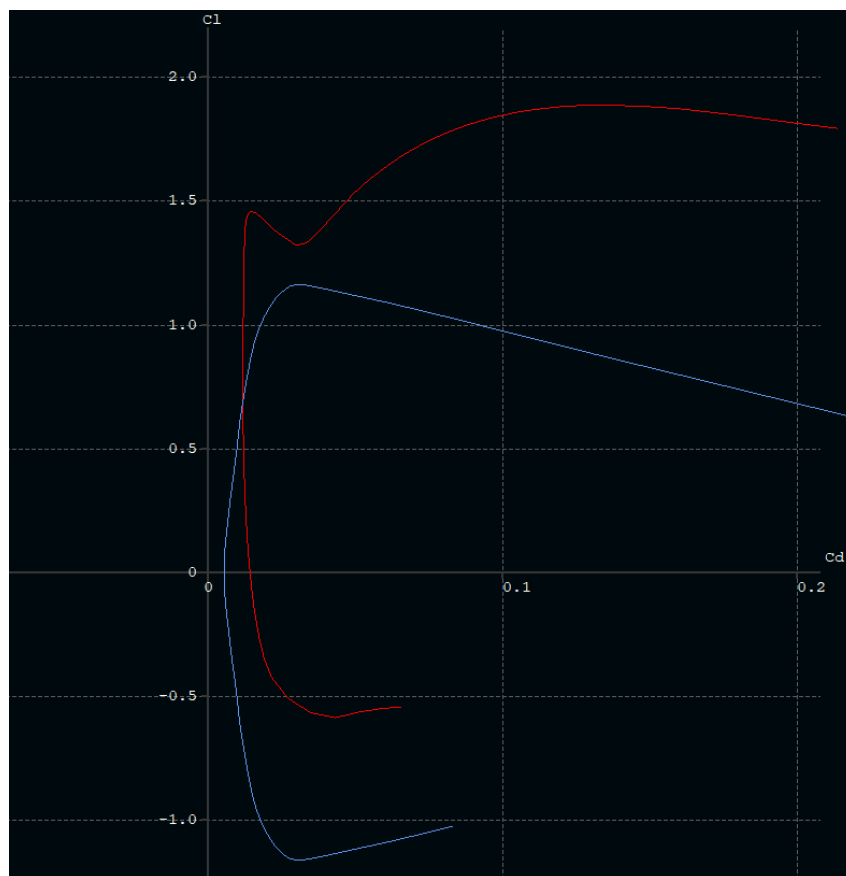


Figura 54 – Comparação entre os perfis a 75% da corda - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor



(a) Comparação da curva de C_l por α entre as hélices original(azul) e final(vermelho) - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor

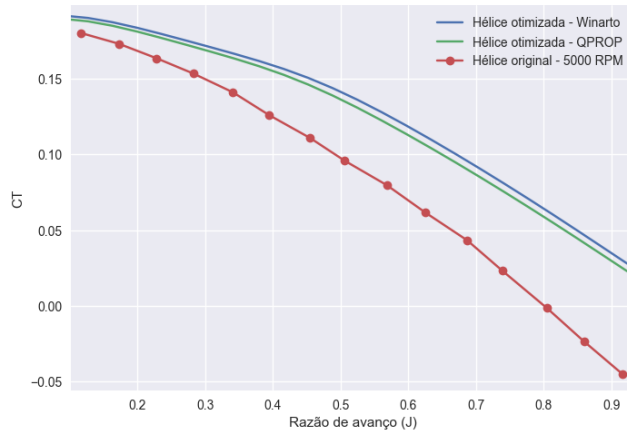


(b) Comparação da curva de C_l por C_d entre as hélices original(azul) e final(vermelho) - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor

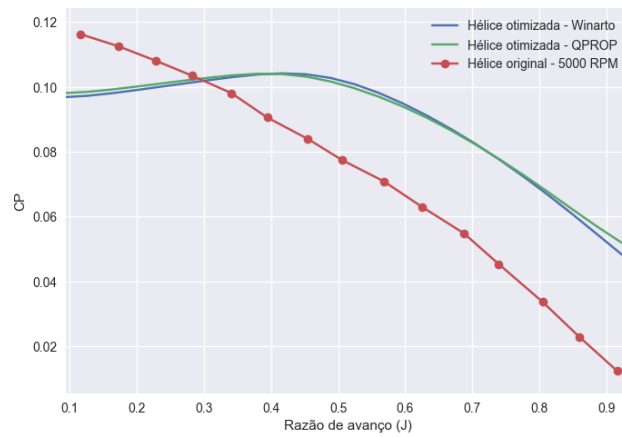
Figura 55 – Comparação da performance aerodinâmica dos perfis a 75% da corda utilizando o software XFOIL - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração.

A partir dos gráficos analisados, pode-se avaliar um ganho de 62.1% no $C_{l_{max}}$ e uma diminuição de C_d em relação ao perfil original para valores de C_l maiores que 0.69.

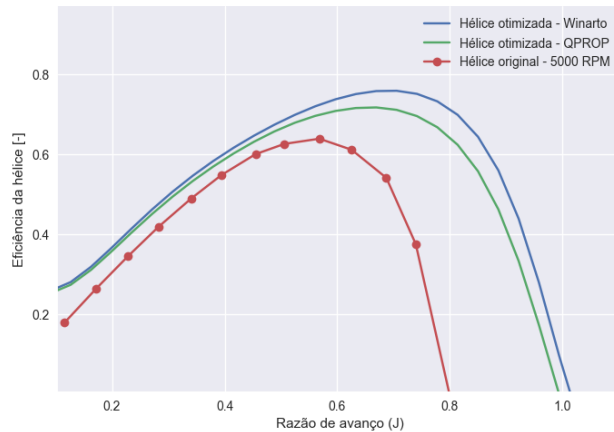
Em termos dos parâmetros da hélice, temos a seguinte comparação entre as hélices original e final:



(a) Coeficiente de tração (C_T) por Razão de Avanço (J) - Hélice Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor.



(b) Coeficiente de potência (C_P) por Razão de Avanço (J) - Hélice Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor.



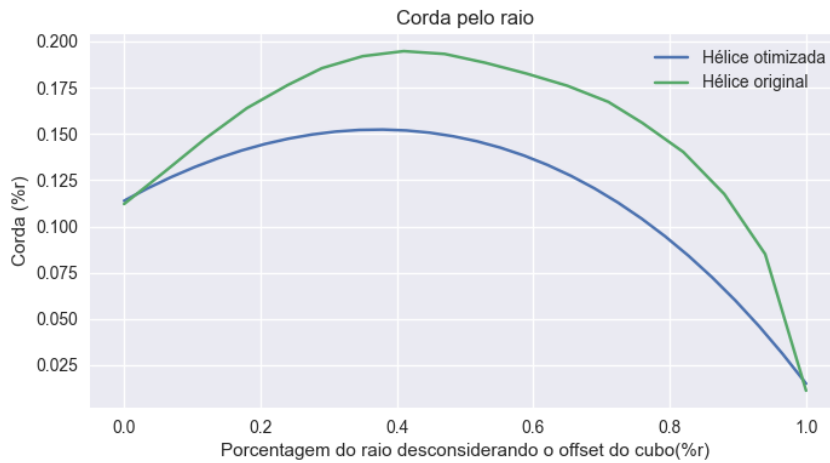
(c) Eficiência Propulsiva (η) por Razão de Avanço (J) - Hélice Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor.

Tabela 7 – Resultados de performance da hélice final em relação à original - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de tração. Fonte: Autor

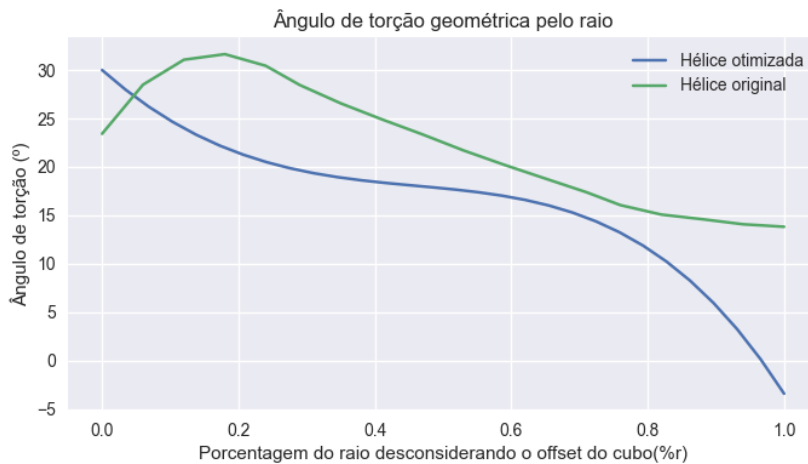
Método	C_T (médio)	C_P (médio)	η_{max}
Winarto	↑ 34.2%	↑ 30.7%	↑ 17.1%
Drela	↑ 33.2%	↑ 30.7%	↑ 9.38%

5.2.2 Otimização de eficiência

Com relação à geometria, temos a seguinte comparação entre as hélices final e original:



(a) Curva de corda pelo porcentagem do raio - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor



(b) Curva de ângulo de torção pelo porcentagem do raio - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor

Figura 57 – Comparação entre as geometrias das hélices original e final - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência.



(a) Hélice original - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor



(b) Hélice otimizada - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor

Figura 58 – Vista frontal das hélices original e final - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência.

Com relação à performance, primeiramente, temos a seguinte comparação entre o perfil das hélices original e final à 75% do raio:

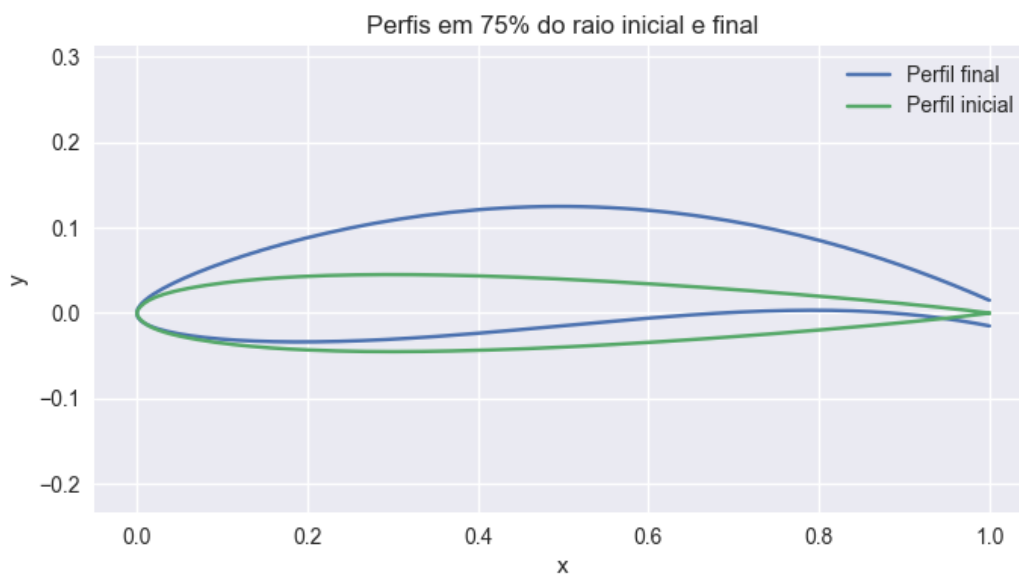
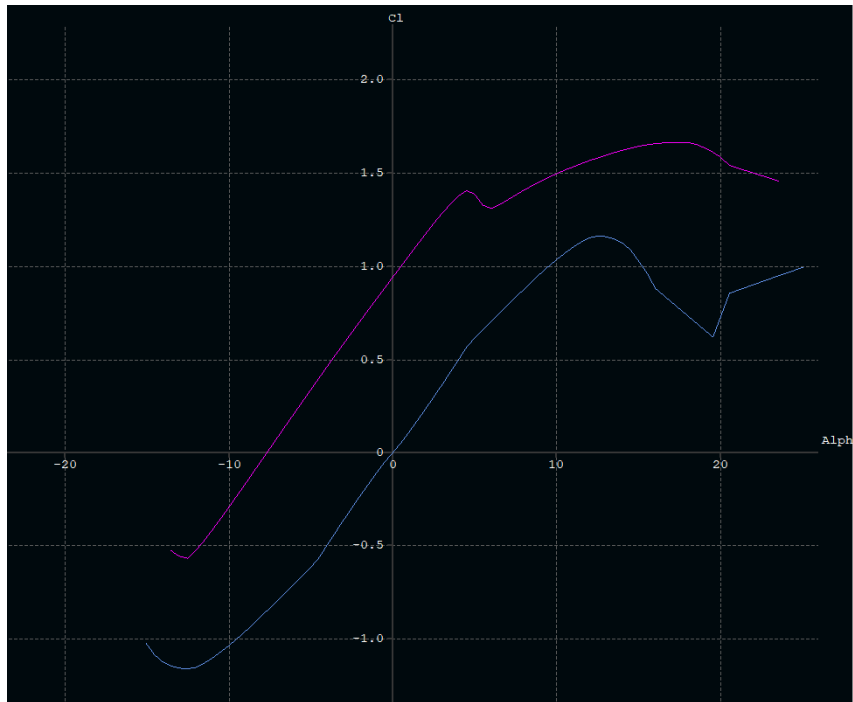
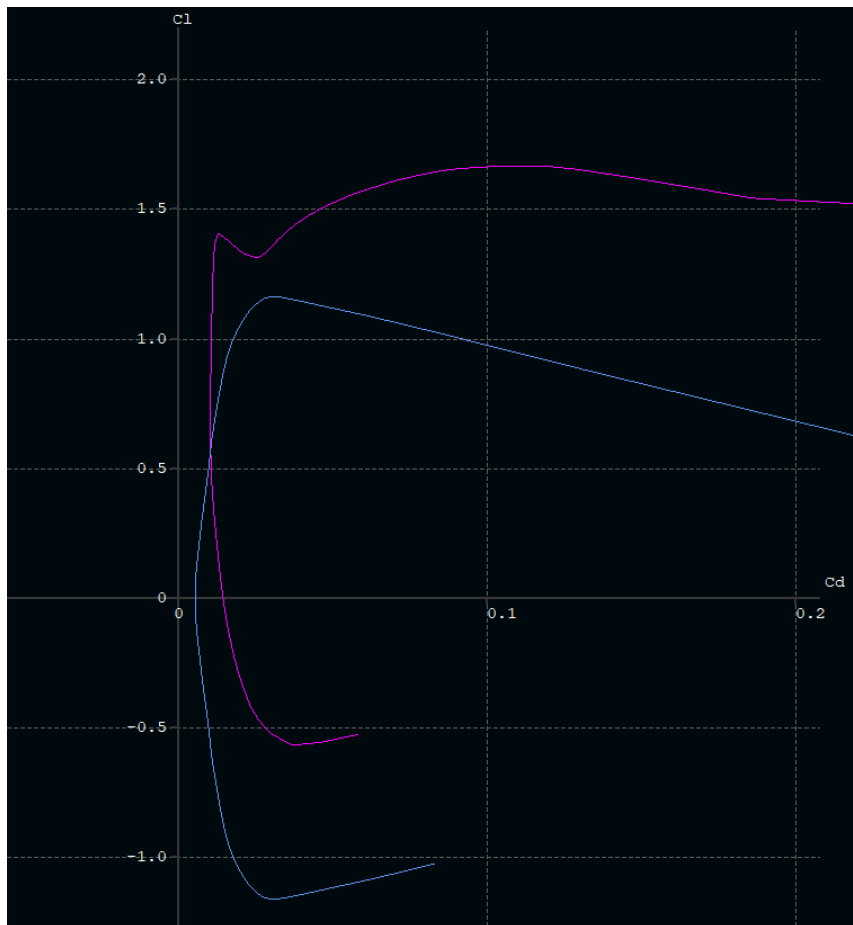


Figura 59 – Comparação entre os perfis a 75% da corda - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor



(a) Comparação da curva de C_l por α entre as hélices original(azul) e final(rosa) - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência.
Fonte: Autor

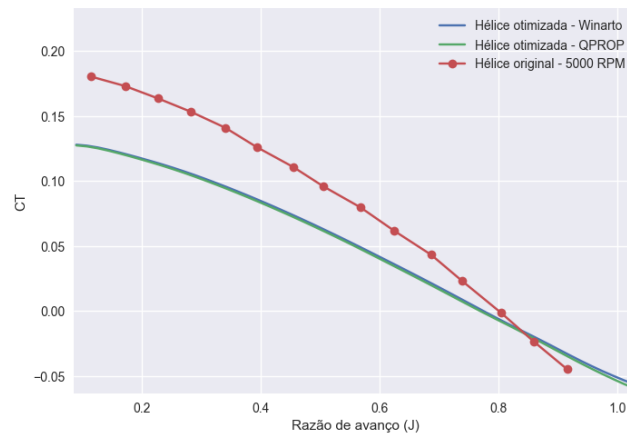


(b) Comparação da curva de C_l por C_d entre as hélices original(azul) e final(rosa) - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência.
Fonte: Autor

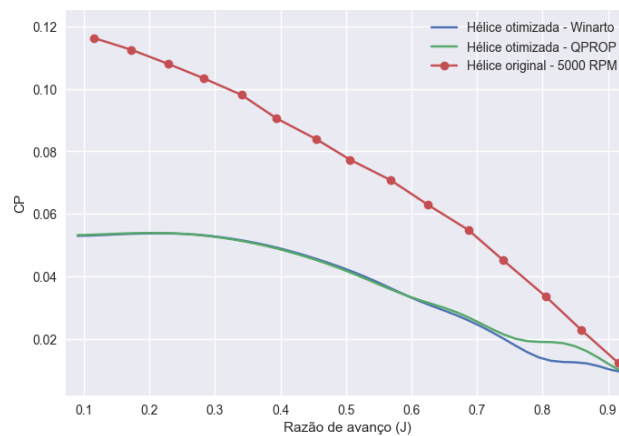
Figura 60 – Comparação da performance aerodinâmica dos perfis a 75% da corda utilizando o software XFOIL - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência.

A partir dos gráficos analisados, pode-se avaliar um ganho de 43.1% no $C_{l_{max}}$ e um diminuição de C_d em relação ao perfil original para valores de C_l maiores que 0.57.

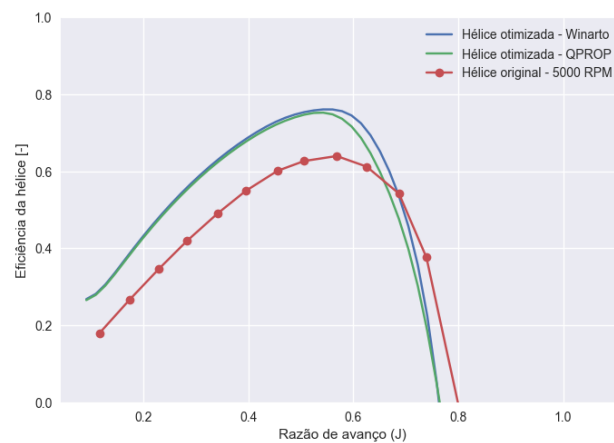
Em termos dos parâmetros da hélice, temos a seguinte comparação entre as hélices original e final:



(a) Coeficiente de tração (C_T) por Razão de Avanço (J) - Hélice Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência .
Fonte: Autor.



(b) Coeficiente de potência (C_P) por Razão de Avanço (J) - Hélice Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência .
Fonte: Autor.



(c) Eficiência Propulsiva (η) por Razão de Avanço (J) - Hélice Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência .
Fonte: Autor.

Tabela 8 – Resultados de performance da hélice final em relação à original - Micro Invent 5x4-3 - Otimização de eficiência. Fonte: Autor

Método	C_T (médio)	C_P (médio)	η_{max}
Winarto	↓ 37.4%	↓ 50.1%	↑ 17.2%
Drela	↓ 37.4%	↓ 47.9%	↑ 12.5%

5.3 Síntese dos resultados

Tabela 9 – Resumo dos resultados obtidos (valores médios). Fonte: Autor

Hélice	Parâmetro	Tipo de Otimização	Método	Variação
GMP #1 (APC 19x12)	C_t	Tração	Drela	↑ 44.2%
			Winarto	↑ 52.5%
		Eficiência	Drela	↓ 27.5%
			Winarto	↓ 27.5%
	C_p	Tração	Drela	↑ 43%
			Winarto	↑ 43%
		Eficiência	Drela	↓ 40%
			Winarto	↓ 37.6%
	η_{max}	Tração	Drela	0%
			Winarto	↑ 2%
		Eficiência	Drela	↑ 11.4%
			Winarto	↑ 13.5%
GMP #2 (Micro Invent 5x4-3)	C_t	Tração	Drela	↑ 34.2%
			Winarto	↑ 33.2%
		Eficiência	Drela	↓ 37.4%
			Winarto	↓ 37.4%
	C_p	Tração	Drela	↑ 30.7%
			Winarto	↑ 30.7%
		Eficiência	Drela	↓ 47.9%
			Winarto	↓ 50.1%
	η_{max}	Tração	Drela	↑ 9.38%
			Winarto	↑ 17.1%
		Eficiência	Drela	↑ 12.5%
			Winarto	↑ 17.2%

6 CONCLUSÃO

Os resultados mostram que a otimização é capaz de gerar hélices cujas performances são superiores em relação às originais para um dado objetivo de performance. Houve também uma melhora na performance aerodinâmica dos perfis, sobretudo no C_l máximo e na curva de C_l por C_d .

Para a otimização de tração a hélice otimizada também atinge eficiências maiores que a original na maioria dos casos, porém na otimização de eficiência o coeficiente de tração é comprometido em favor de um aumento maior na eficiência, o que revela a necessidade de aplicação de constraints adicionais ou até mesmo uma otimização multiobjetivo.

Tal fato dialoga diretamente com o projeto propulsivo da aeronave como um todo, já que, nesse caso, os requisitos de performance de sua missão limitarão a tração mínima para as condições de voo e, por consequência, os valores de C_t mínimo que devem ser alcançados.

Como futuros aprimoramentos da otimização apresentada nesta tese, pode-se abordar as limitações do modelo computacional apresentados na seção 3.4.

Além disso, pode-se, ainda, realizar um estudo mais aprofundado sobre o otimizador, destacando métodos que otimizem o tipo deste e as suas condições de contorno.

Por fim, como forma de validar o modelo computacional, testes experimentais poderiam ser realizados com um protótipo da hélice otimizada a fim de determinar a performance real desta em relação à hélice original.

REFERÊNCIAS

- ADKINS, R. H. L. C. N. Design of optimum propellers. 1983.
- AIRCRAFT, D. **eAircraft - Electrifying Flying**. 2024. Disponível em: <https://www.diamondaircraft.com/en/service/electric-aircraft/>.
- ANDERSON, J. D. **Fundamentals of Aerodynamics**. [S.l.: s.n.]: McGraw-Hill, 2010.
- ANDRAS, N. Electric aircraft - present and future. **Production Engineering Archives**, Hungary, 2013.
- BETZ, A. **Airscrews with minimum energy loss**. [S.l.: s.n.]: Kaiser Wilhelm Institute for Flow Research, 1919.
- BOZORG-HADDAD SOLGI, M. O.; LOAICIGA, H. n. **Meta-heuristic and evolutionary algorithms for engineering optimization**. [S.l.: s.n.], 2017.
- BRAUER M. ZIOLKOWSKI, K. P. H.; TOEPFER, H. Modelling and simulation of a simple homopolar motor of faraday's type. 2011. Disponível em: doi:<https://doi.org/10.2298/fuee1102221b>.
- COLEY, D. A. **Evolutionary algorithms**. [S.l.: s.n.], 1999.
- CROWDER, R. M. **Electric Drives and Electromechanical Systems**. [S.l.: s.n.]: Elsevier, 2020.
- DRELA, M. **Low Reynolds number aerodynamics**. [S.l.: s.n.]: Springer, 1989.
- DRELA, M. **Xfoil Doc**. 2001. Disponível em: <http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/xfoil_doc.txt>.
- DRELA, M. **QPROP Formulation**. 2006. Disponível em: <http://web.mit.edu/drela/Public/web/qprop/qprop_theory.pdf>.
- FISHER SIMON PERKINS, A. W. R.; WOLFART, E. **Gaussian Smoothing**. 2003. Disponível em: <https://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/gsmooth.html>.
- FROUDE, R. E. **On the part played in propulsion by differences of fluid pressure**. [S.l.: s.n.]: Transactions of the Institution of Naval Architects, 1889.
- GABBAR, A. M. O. H. A.; ABDUSSAMI, M. R. Review of battery management systems (bms) development and industrial standards. technologies. 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/technologies9020028>.
- GEUZAIN, C.; REMACLE, J.-F. **GMSH - A three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities**. 2024. Disponível em: <https://gmsh.info/#References>.
- GLAUERT, H. **Airplane Propellers**. [S.l.: s.n.]: J. Springer Berlin, 1935.
- GLAUERT, H. **The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory**. [S.l.: s.n.]: Cambridge University Press, 1983.

GOLDSTEIN, S. **On the vortex theory of screw propellers**. [*S.l.: s.n.*]: Proceedings of the Royal Society, 1929.

GROUP, A. **CityAirbusNextGen**. 2024. Disponível em: <https://www.airbus.com/en/innovation/energy-transition/hybrid-and-electric-flight/cityairbus-nextgen>.

HEGERTY, C. H. B.; KASPRAK, K. A comparative study on differential evolution and genetic algorithms for some combinatorial problems. 2009.

HEPPERLE, M. **Electric Flight - Potential and Limitations**. [*S.l.: s.n.*], 2012.

HOUGHTON. **Aerodynamics for Engineering Students**. [*S.l.: s.n.*], 2014.

HUGHES, B. D. A. **Electric Motors and Drives - Fundamentals, Types and Applications**. [*S.l.: s.n.*]: Elsevier, 2019.

KRINGS A. BOGLIETTI, a. C. A.; SPRAGUE, S. Soft magnetic status and trends in electric machines. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2016. Disponível em: doi:10.1109/TIE.2016.2613844.

KRISHNA, R. **Permanent magnet synchronous and brushless DC motor drives**. [*S.l.: s.n.*]: CRC Press, 2017.

KULFAN, B. M. “cst” universal parametric geometry representation method with applications to supersonic aircraft. 2007.

LARRABEE, E. E.; FRENCH, S. E. **Minimum induced loss windmills and propellers**. [*S.l.: s.n.*]: Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1983.

LIU, D. Brushless dc motor made easy. 2008.

MUHAMMAD, M. Brushless dc motor primer. 2012.

NEVERGRAD. 2019. Disponível em: <https://www.python.org/>.

ONELAB - Open Numerical Engineering LABoratory. 2024. Disponível em: <https://onelab.info/>.

PATRÃO, A. C. Implementation of blade element momentum/vortex methods for the design of aero engine propellers. 2017.

PÉTROWSKI, S. B.-H. A. **Evolutionary algorithms**. [*S.l.: s.n.*], 2017.

RANKINE, W. **On the mechanical principles of the action of propellers**. [*S.l.: s.n.*]: Transactions of the Institution of Naval Architects, 1865.

ROCHA, L. M. Estudo e dimensionamento de hélices para propulsão aeronáutica. 2019.

SUÁREZ, M. Z. Battery technologies to electrify aviation: Key concepts, technologies, and figures. 2023. Disponível em: <https://doi:10.23890/IJAST.vm04is02.0205>.

THEODORSEN, T. **Theory of Propellers**. [*S.l.: s.n.*]: McGraw-Hill, 1948.

THREE-PHASE Induction Motor – Construction, Working, Types Applications. 2020. Disponível em: <https://www.electricaltechnology.org/2020/05/three-phase-induction-motor.html>.

URBANA-CHAMPAIGN, U. of I. **UIUC Propeller Data Site**. 2024. Disponível em: <https://m-selig.ae.illinois.edu/props/volume-2/propDB-volume-2.html>.

WALL, D. L. Optimum propeller design for electric uavs. 2012.

WEICK, F. E. **Aircraft Propeller Design**. [*S.l.: s.n.*]: McGraw Hill Book Company, 1930.

WINARTO, H. Bemt algorithm for the prediction of the performance of arbitrary propellers. 2004.

ZHAO, J.; YU, Y. Brushless dc motor fundamentals application note. 2011.

ZONDERVAN, G. **A Review of Propeller Modelling Techniques Based on Euler Methods**. [*S.l.: s.n.*]: Delft University Press, 1998.