

**Escola Politécnica da Universidade de São Paulo**

**Departamento de Engenharia de Produção**

**Curso Cooperativo**

**Trabalho de Formatura**

**UM MODELO DE GERENCIAMENTO DE RISCO BASEADO NO VAR**

**Autor: Marcelo Marques da Silva**

**Orientador: Reinaldo Pacheco da Costa**

**1998**

*1998  
SI 38m*

## **Dedicatória**

---

Aos meus pais, José e Neuza pela educação e apoio de todos esses anos;  
e aos meus irmãos, Tatiana e Marcus.

## **Agradecimentos**

---

Ao professor Reinaldo Pacheco da Costa pela orientação prestada;

Ao economista Waldyr Kiel Júnior pela amizade e todo aprendizado de mercado proporcionado;

Aos estatísticos Rogério e André e ao engenheiro Tomazini pela paciência e conhecimentos fornecidos à elaboração do modelo;

Aos colegas da Mesa de Tesouraria do banco por acreditarem em meu trabalho;

A todos os professores que colaboraram para o meu aprendizado;

A todos os funcionários do banco, que direta ou indiretamente colaboraram, e ainda colaboram para meu aprendizado;

Ao amigo Alexandre Euzébio pela amizade e incentivo à realização deste trabalho;

Aos colegas do Curso Cooperativo, em especial ao Aymar Almeida e Fernando Oliveira, pelo companheirismo, amizade e incentivo profissional.

## Sumário

---

Este trabalho consiste na construção de um modelo matemático para medição, controle e gerenciamento do risco de uma carteira de ativos e passivos pré-fixados. Com algumas adaptações pode ser utilizado também para outros tipos de moedas pós-fixadas, tais como dólar, taxa referencial (TR), variações do cdi etc.

Tem como função objetivo maximizar a utilização do limite (*VAR*) com base em restrições legais, mercadológicas (liquidez em diferentes prazos) e estruturais (definido pela alta gerência do banco).

Além da modelagem, o trabalho inclui a implementação do mesmo no banco em questão, com a simulação de uma carteira pré-fixada no período de setembro de 1998.

Utilizou-se o software MS-EXCEL 97 e seus softwares suplementares (SOLVER) para todos os cálculos.

# ÍNDICE

---

## **CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO**

<b>1.1 RESUMO DO TRABALHO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 O BANCO .....</b>	<b>2</b>
1.2.1 OBJETIVOS.....	3
1.2.3 CLIENTES.....	4
1.2.4 CUSTOS .....	4
1.2.5 LOGÍSTICA.....	4
1.2.6 O PRODUTO E SERVIÇO.....	4
<b>1.3 O SISTEMA FINANCEIRO .....</b>	<b>5</b>
<b>1.4 EVENTOS FINANCEIROS .....</b>	<b>7</b>
<b>1.5 TEMA ESCOLHIDO .....</b>	<b>8</b>

## **CAPÍTULO 2 - MERCADO: ATIVOS E DERIVATIVOS.....9**

<b>2.1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>2.2 ATIVOS DE JUROS .....</b>	<b>10</b>
<b>2.3 MERCADOS FUTUROS .....</b>	<b>11</b>
2.3.1 FUNÇÃO ECONÔMICA.....	11
2.3.2 PARTICIPANTES.....	11
2.3.3 RISCO DE PREÇOS.....	12
<b>2.4 TÍTULOS DA DÍVIDA PÚBLICA .....</b>	<b>12</b>
<b>2.5 CERTIFICADO DE DEPÓSITO INTERBANCÁRIO (CDI) .....</b>	<b>13</b>
2.5.1 CDI OVER.....	13
<b>2.6 MERCADO FUTURO DE DI DE 1 DIA.....</b>	<b>13</b>
2.6.1 FUNCIONAMENTO BÁSICO .....	13
2.6.2 ESPECIFICAÇÕES DO CONTRATO .....	15
2.6.3 EXEMPLOS.....	16
2.6.3.1 <i>Hipótese 1: Alta do custo de financiamento.....</i>	<i>17</i>
2.6.3.2 <i>Hipótese 2: Queda do custo de financiamento.....</i>	<i>18</i>

2.6.3.3 <i>Análise do “hedge”</i> .....	18
2.6.4 POTENCIAL DE UTILIZAÇÃO .....	19
<b>2.7 CURVA DO MERCADO</b> .....	<b>19</b>
2.7.1 CÁLCULO DA YC – EXEMPLO NUMÉRICO.....	21
<b>CAPÍTULO 3 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>26</b>
<b>3.1 CONCEITO: RETORNO</b> .....	<b>27</b>
3.1.1 DEFINIÇÃO DE RETORNO .....	27
<b>3.2 CONCEITO: RISCO</b> .....	<b>28</b>
3.2.1 CÁLCULO DO RISCO PARA UM ÚNICO ATIVO .....	30
3.2.2 CÁLCULO DO RISCO EM PORTFOLIOS COM 2 ATIVOS.....	31
3.2.3 CÁLCULO DO RISCO EM PORTFOLIOS COM N ATIVOS.....	33
<b>3.3 SÉRIES TEMPORAIS</b> .....	<b>35</b>
3.3.1 DEFINIÇÃO .....	35
3.3.2 OBJETIVO .....	35
3.3.3 PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS .....	35
3.3.4 MÉTODOS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS .....	36
3.3.4.1 <i>Média móvel</i> .....	36
3.3.4.2 <i>Alisamento Exponencial Simples</i> .....	37
3.3.4.2 <i>Alisamento Exponencial Linear</i> .....	38
3.3.5 MÉTODOS AVANÇADOS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS .....	39
3.3.5.1 <i>Modelos autoregressivos e de médias móveis</i> .....	39
3.3.5.1.1 Modelo Autoregressivo .....	39
3.3.5.1.2 Modelo de Médias Móveis.....	40
3.3.5.1.3 Modelo Autoregressivo e de Médias Móveis.....	40
3.3.6 CONSIDERAÇÕES SOBRE MÉTODOS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS.....	41
3.3.7 MEDIDAS DE ACUIDADE DOS MÉTODOS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS .....	41
<b>3.4 PARÂMETROS PARA CONTROLE E GERENCIAMENTO DE RISCO</b> .....	<b>43</b>
3.4.1 VALOR EM RISCO (“VALUE AT RISK – VAR”) .....	44
3.4.1.1 <i>Definição de VAR</i> .....	44
3.4.1.2 <i>Porquê calcular o VAR ?</i> .....	44
3.4.1.3 <i>Eficiência do VAR</i> .....	45
3.4.2 VALOR DE MERCADO – MARK TO MARKET (MTM) .....	45
3.4.2.1 <i>Definição de Valor de Mercado</i> .....	45

3.4.3 CURVA DE MERCADO .....	46
3.4.4 VOLATILIDADE DAS TAXAS DE JUROS .....	47
3.4.4.1 <i>Heterocedasticidade cíclica</i> .....	47
<b>3.5 DEFINIÇÃO DE <math>\Delta\text{MTM}_T</math> (VARIAÇÃO DO VALOR MARCADO A MERCADO).....</b>	<b>47</b>
<b>3.6 RELAÇÃO ENTRE VAR E <math>\Delta\text{MTM}_T</math>.....</b>	<b>49</b>
<b>3.7 AS VARIÁVEIS DE VARIAÇÃO <math>\text{VP}_T</math> E <math>\text{VT}_T</math>.....</b>	<b>51</b>
3.7.1 VARIAÇÃO DE PREÇO ( $\text{VP}_T$ ).....	51
3.7.2 VARIAÇÃO DE TAXA ( $\text{VT}_T$ ).....	53
3.7.3 VARIAÇÃO DE PREÇO APROXIMADA ( $\text{VP}^*_T$ ).....	55
3.7.3.1 <i>A aproximação e o erro gerado</i> .....	55
3.7.3.2 <i>A variável <math>\text{VP}^*_t</math></i> .....	56
3.7.4 VARIAÇÃO DE TAXA APROXIMADA ( $\text{VT}^*_T$ ).....	58
3.7.5 AS APROXIMAÇÕES $\text{VP}^*_T$ E $\text{VT}^*_T$ .....	59
<b>3.8 RELAÇÃO ENTRE <math>\sigma_t^{\text{VP}^*}</math> E <math>\sigma_t^{\text{VT}^*}</math> .....</b>	<b>60</b>
3.8.1 RELAÇÃO ENTRE VAR CALCULADO PELA TAXA E CALCULADO PELO PREÇO .....	62
<b>3.9 TAXA AO PERÍODO X TAXA AO DIA .....</b>	<b>64</b>
3.9.1 A VARIÁVEL ( $\text{VP}^{**}_T$ ).....	64
3.9.2 O $\Delta\text{MTM}^{\text{MIN}}_T$ ATRAVÉS DA VARIÁVEL $\text{VP}^{**}_T$ .....	65
<b>3.10 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>67</b>
3.10.1 NECESSIDADE DA TAXA MÁXIMA .....	67
3.10.2 A SUPosição DE VALOR MÉDIO IGUAL A ZERO.....	67
3.10.3 APROXIMAÇÕES PARA PRAZOS LONGOS UTILIZANDO A TAXA AO DIA.....	68

## **CAPÍTULO 4 - MODELO PROPOSTO.....69**

<b>4.1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>70</b>
<b>4.2 PARÂMETROS DO MODELO .....</b>	<b>71</b>
<b>4.3 METODOLOGIA DE CÁLCULO .....</b>	<b>71</b>
4.3.1 IDENTIFICAR EXPOSIÇÕES E FLUXOS DE CAIXAS .....	72
4.3.2 ALOCAÇÃO DOS FLUXOS NOS VÉRTICES.....	72
4.3.2.1 <i>Definição dos vértices</i> .....	72
4.3.2.2 <i>Relação entre fluxo e vértices</i> .....	73
4.3.3 CÁLCULO DO “VAR” .....	74
4.3.3.1 <i>Cálculo do “VAR” nos vértices</i> .....	74

4.3.3.2 Cálculo do “VAR” com “portfolio” .....	75
4.3.4 DEFINIÇÃO DO FATOR DE SEGURANÇA ( $\delta$ ) .....	76
4.3.5 PREVISÃO DE RISCO E CORRELAÇÃO .....	77
4.3.5.1 Escolha do modelo de previsão .....	77
4.3.5.2 Horizonte de previsão .....	78
4.3.5.3 Determinação da constante de alisamento $\lambda$ .....	78
<b>4.4 FUNÇÃO DO MODELO .....</b>	<b>79</b>
<b>4.5 RESTRIÇÕES DO MODELO .....</b>	<b>80</b>
<b>4.6 INICIALIZAÇÃO DO MODELO .....</b>	<b>81</b>
<b>4.7 VERIFICAÇÃO DO MODELO .....</b>	<b>82</b>
 <b>CAPÍTULO 5 - IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO.....</b>	<b>83</b>
<b>5.1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>84</b>
<b>5.2 IMPORTÂNCIA DO MODELO .....</b>	<b>84</b>
5.2.1 ESCOPO DO SISTEMA .....	85
5.2.1.1 “Proprietary Trading” .....	85
5.2.1.2 Gerenciamento de ativos (“asset management”) .....	86
5.2.1.3 Corporações não financeiras .....	86
<b>5.3 VAR COMO FERRAMENTA DE ALOCAÇÃO DE RECURSOS.....</b>	<b>86</b>
5.3.1 POSIÇÕES E LIMITES .....	87
5.3.2 ORGANOGRAMA DA ALOCAÇÃO DE LIMITES.....	87
5.3.2 REPARTIÇÃO DOS LIMITES.....	89
5.4 VAR COMO FERRAMENTA DE AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE .....	90
<b>5.5 TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO .....</b>	<b>94</b>
5.5.1 SISTEMAS DE INFORMAÇÃO .....	94
5.5.2 DESAFIOS DO SISTEMA DE INFORMAÇÃO .....	95
5.5.3 FLUXO DA INFORMAÇÃO .....	96



<b>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....</b>	<b>98</b>
<b>6.1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>99</b>
<b>6.2 CONCLUSÕES.....</b>	<b>99</b>
6.2.1 QUANTO AO FATOR DE RISCO .....	99
5.6.2 QUANTO À CONSTATANTE DE ALISAMENTO.....	100
5.6.3 QUANTO AO MODELO EM GERAL.....	100
<b>6.3 RECOMENDAÇÕES.....</b>	<b>101</b>
6.3.1 QUANTO AO FATOR DE RISCO .....	101
6.3.2 QUANTO AO FATOR DE RISCO .....	102
6.3.2 QUANTO AO LIMITE DO VAR.....	102
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>103</b>
<b>ANEXO A: Demonstração da Fórmula do Risco para 2 ativos.....</b>	<b>106</b>
<b>ANEXO B: Demonstração da Fórmula da Combinação.....</b>	<b>109</b>
<b>ANEXO C: Demonstração da Igualdade entre <math>\Delta MtM</math> Calculado por Taxa ao dia e Taxa ao Período.....</b>	<b>112</b>
<b>ANEXO D: Demonstração da Aproximação entre Variáveis Discretas e Contínuas .....</b>	<b>114</b>
<b>ANEXO E: Alocação do <i>Portfolio</i> Fictício nos Vértices.....</b>	<b>117</b>
<b>ANEXO F: Determinação da Constante de Alisamento Exponencial Simples.....</b>	<b>124</b>
<b>ANEXO G: Retorno Diário das Taxas de Juros nos Vértices.....</b>	<b>128</b>
<b>ANEXO H: Simulação do Modelo de Risco.....</b>	<b>137</b>

## ***Capítulo 1***

---

### ***Introdução***

## **1.1 Resumo do trabalho**

O trabalho consiste na elaboração de um modelo matemático para gerenciamento de risco de uma carteira formada por ativos (aplicações) e passivos (captações). O modelo é baseado em uma técnica conhecida como *value at risk* (VAR), que mede o valor da perda máxima possível, em um determinado horizonte de tempo, através da variação de preço de suas posições (juros, dólar, ouro etc.). A medição da perda máxima é feita com base em previsões diárias para as oscilações dos ativos e passivos componentes da carteira.

O trabalho está apresentado em um total de 6 capítulos e mais anexos.

No primeiro capítulo '*Introdução*', tem apresentado este resumo, o Banco no qual se desenvolveu e implantou-se o modelo, e uma breve introdução aos componentes do Sistema Financeiro Nacional, alguns eventos que caracterizaram o mercado nos últimos anos, e o porque do tema escolhido para finalizar.

No capítulo 2, '*Mercado: Ativos e Derivativos*' é exposto uma introdução ao funcionamento das ferramentas e operações existente no mercado financeiro, sendo o entendimento deste capítulo imprescindível para operacionalizar os instrumentos existentes de controle e gerenciamento em um modelo de risco.

A '*Fundamentação Teórica*' –, apresenta-se em um único e extenso capítulo. O 3º capítulo mostra a estrutura e conceitos para gerenciamento do risco, explicando o porque e a importância desta nova técnica gerencial do mercado financeiro. Este capítulo apresenta conceitos necessários à elaboração do modelo matemático empregado, suas ferramentas de apoio, com uma fundamentação teórica completa para gerenciamento de um *portfolio*.

O '*Modelo Proposto*' – apresenta a definição do modelo; foi onde o autor mais colaborou e desenvolveu, como parte de uma equipe, o perfil do trabalho. Neste capítulo explica-se com quais informações trataremos, e como tratá-las para conseguir uma medição confiável do risco.

A implementação do trabalho está apresentada e concluída no capítulo 5, no qual mostra-se como foi proposta no banco a utilização desta ferramenta de controle e sua implantação

Para finalizar o trabalho no capítulo 6 são retiradas as conclusões com base na simulação do modelo, e citadas as recomendações achadas necessárias.

## **1.2 O Banco**

O banco encontra-se entre as 5 maiores instituições financeiras privadas do país. Faz parte de um conglomerado atuante em diversas áreas. Porém tem sua maior força nas empresas da área financeira, as quais estão citadas na seqüência.

- Banco Múltiplo<sup>1</sup>
- Companhia de Arrendamento Mercantil
- Corretora e Distribuidora de Valores
- Administradora de Cartões de Crédito
- Fundos de Investimentos
- Bancos Adquiridos<sup>2</sup>
- Bancos Internacionais
- Participações Internacionais.

A posição que o banco ocupa hoje é resultado de uma série de aquisições e incorporações durante sua existência. Ocupa uma posição de líder quanto a performance.

---

<sup>1</sup> Foram criados em 1988, juntamente com a criação de um mercado unificado e "flexível". Trata-se de uma estrutura jurídico-contábil única.

<sup>2</sup> Os quais mantêm as mesma bandeira de quando eram separados.

### **1.2.1 Objetivos**

Os objetivos de uma instituição variam com o tempo, e situação da mesma. Hoje, o banco em questão, tem o privilégio de buscar melhoria de performance em um cenário onde muitos tentam simplesmente a sobrevivência. Os principais objetivos desta instituição podem ser citados como:

#### **1. Melhoria da produtividade**

O banco busca a cada dia melhorar a produtividade, com muito investimento em tecnologia e capacitação profissional do pessoal. Tem-se consciência sobre a abertura do mercado, onde grandes bancos estrangeiros, líderes em seus países de origem, estão prontos para a competição. Nada mais do que normal que se tenha uma equipe altamente qualificada e um conjunto tecnológico eficiente.

#### **2. Lucro**

O lucro deve justificar o capital investido em tecnologia, pessoal etc., respondendo com resultado de bons dividendos aos acionistas.

#### **3. Crescimento**

O banco teve ao longo de toda sua existência importantes fusões e incorporações, o que caracterizou a imagem de banco inovador e crente em seu progresso. E continua a fazê-lo, quando nos dois últimos anos foi um dos que mais cresceram.

#### **4. Qualidade em serviços**

Os investimentos em tecnologia e pessoal buscam a qualidade no atendimento e produtos vendidos.

#### **5. Imagem**

O banco tem por missão passar a imagem de segurança e eficiência de serviços através de uso agressivo de marketing.

### **1.2.3 Clientes**

Os clientes do banco possuem um amplo perfil. O banco trabalha desde clientes jurídicos com alto poder econômico até pessoas físicas de médio poder aquisitivo. Porém deve-se ressaltar que tem um grande diferencial em sua rede de agências e postos, bem informatizadas, de fácil localização e boa distribuição.

### **1.2.4 Custos**

Os maior parte de custos de um banco encontra-se no custo do dinheiro. Uma grande rede de agências torna os custos de captação menor para um banco, pois capta pequenas quantidades, a baixas taxas, e de muitos clientes. Com uma boa rede os custos do banco diminuem bastante. A segunda maior fonte de custos são os salários, diminuindo a cada dia com grandes somas de investimentos em tecnologia.

### **1.2.5 Logística**

As agências são bem localizadas e distribuídas. Encontram-se nos diversos centros do país. E existe um estudo contínuo para verificação de quais pontos e localidades estão defasados perante a concorrência.

### **1.2.6 O produto e serviço**

Os produtos e serviços tem altos investimentos em tecnologia, tentando retirar os clientes das agências convencionais, e levá-los às agências virtuais (caixas eletrônicos, *bankline* ou *internet*) que possuem custos bem inferiores. O banco tem uma gama vasta de produtos e serviços a oferecer aos clientes, indo desde débitos automáticos até consultorias a investimentos.

### **1.3 O Sistema Financeiro**

Os órgãos componentes do sistema financeiro são caracterizados da seguinte forma:

#### **1. Conselho Monetário Nacional — CMN;**

Criado com a finalidade de formular a política da moeda e do crédito, é composto por diversos membros, entre eles:

- Ministro da Fazenda, Pedro Malan;
  - Presidente da República, Fernando Henrique Cardoso;
  - Presidente do Banco do Brasil, Paulo César Ximenes;
  - Presidente do Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social - BNDES, André Lara Resende.
- já mudou*

#### **2. Banco Central — BC;**

É o chamado banco dos bancos. Além de servir como banco do Governo e banco Emissor ainda exerce as funções de fiscalização e controle do sistema financeiro em geral. Suas atribuições são:

- Executar serviços referentes ao meio circulante;
- Recolhimento compulsório das instituições financeiras;
- Operar redesconto e empréstimos às instituições financeiras e ao Tesouro Nacional;
- Controlar o crédito de capitais estrangeiros;
- Ser depositário de ouro e moedas estrangeiras do país;
- Operar na compra e venda de Títulos Públicos Federais;
- Emitir, comprar, vender ou encarteirar títulos de responsabilidade própria;
- Regular serviços de compensação de cheques e outros papéis
- Atuar como regulador do mercado de câmbio objetivando a estabilidade.

**3. Banco do Brasil — BB;**

- Arrecadar tributos e rendas federais;
- Adquirir e financiar estoque de produto exportável;
- Executar política de preços mínimos de produtos agropastoril;
- Executar serviços da dívida pública consolidada;
- Financiar atividades industriais e rurais;
- Executar sob vontade do BC compra e venda de moeda estrangeira, ou qualquer outro título.

**4. Demais Instituições Financeiras Públicas e Privadas;**

- Bancos oficiais de fomento;
- Bancos privados de investimento;
- Bancos comerciais;
- Caixas Econômicas;
- Sistema Nacional de Habitação;
- Previdência Social;
- Entidades de intermediação no mercado de capitais: Bolsas, sociedades de investimentos e companhia distribuidora de títulos.



## **1.4 Eventos Financeiros**

Em fins de abril de 1995 um jovem executivo inglês, efetuando operações de risco num mercado chamado "derivativos"<sup>3</sup>, levou à falência em três semanas um banco britânico com 232 anos de existência. Uma onda de perplexidade e medo varreu o mundo financeiro na época, com o receio de uma repetição em cascata desse acontecimento. Uma revista noticiou que a forma como se deu a implosão da grande casa bancária era *"o mais nítido e apavorante retrato das finanças mundiais neste fim de século..."*

Em junho de 1997 teve início a maior crise econômico-financeira mundial desde o *crash* da Bolsa de Nova York de 1929. Começou com uma desvalorização da moeda tailandesa, o bath, que sucumbiu ao ataque de especuladores. Dez dias depois, caíram as moedas das Filipinas, Malásia e Indonésia. Daí para a frente foi uma sucessão generalizada de quedas nas bolsas de valores de vários países do sudeste asiático, causando um efeito dominó nas bolsas de todo o mundo e ataques especulativos às respectivas moedas nacionais.

Ninguém previu que uma crise como esta pudesse ocorrer, muito menos seu alcance e duração. Um mês antes do início dessa tempestade econômica asiática, a revista *Money* publicou uma reportagem sobre investimentos com a seguinte chamada: *"Como faturar no "boom" asiático; todo investidor precisa examinar firme e atentamente a deslumbrante promessa da Bacia do Pacífico. (...) Nenhum investidor pode dar-se ao luxo de ignorar as oportunidades que a Bacia do Pacífico oferece."* Uma consulta feita pelo *The Wall Street Journal*, em junho de 1997, mostrou que os especialistas econômicos escolhiam os mercados acionários da Ásia como os de melhor resultado a se esperar nos 12 meses seguintes...

---

<sup>3</sup> Os derivativos são uma modalidade de investimento que se baseia em apostas sobre os preço futuro de ações, moedas e mercadorias.

## 1.5 Tema escolhido

O tema do TF foi escolhido em função de que as mesas de operações do banco não contarem com nenhum estudo elaborado para o risco de suas operações.

O controle de risco feito pelo banco foi dividido em 3 partes, as chamadas moedas<sup>4</sup>: Risco da moeda pré-fixada, Risco da moeda TR e Risco da moeda estrangeira (US\$).

A mesa Tesouraria, na qual desenvolvo normalmente as tarefas diárias, realiza operações com as três moedas citadas. O trabalho de risco visa desenvolver e controlar o risco das mesas, através de um estudo com base no VAR. O controle seria feito através de um modelo matemático que observasse os prazos e volumes ideais para reversão ou aumento de exposição do risco.

O modelo teria como *inputs*:

- os fluxos da carteira controlada (volumes e prazos);
- a volatilidade das moedas (pré, TR ou dólar);
- as correlações entre os prazos.

E os *output* :

- o valor em risco (VAR)
- os prazos e volumes para reversão ou aumento de posição em risco.

O trabalho foi desenvolvido em conjunto com as mesas operacionais, área de suporte às operações e área de controle estatísticos.

---

<sup>4</sup> Os tipos de moeda são definidos com base em suas características. Podem ser pré-fixadas ou pós-fixadas, que compreendem os títulos atrelados ao dólar, taxa referencial, cdi etc.

## ***Capítulo 2***

---

### ***Mercado: Ativos e Derivativos***

## 2.1 Introdução

Nas últimas duas décadas o mercado financeiro começa a utilizar ferramentas computacionais e sofisticados modelos matemáticos para análise dos mercados. Passa também por um processo de globalização, muito acentuado no ano de 1997, quando o país sofreu efeitos diretos das crises nos países asiáticos. Com todos esses problemas expoentes, as diversas políticas dos governos começam a ser discutidas. Uma das mais importantes é a política monetária seguida pelos governos, e o mais forte instrumento monetário é a taxa de juros.

A taxa de juros atua como um mecanismo de controle monetário. As taxas de juros refletem a necessidade dos empréstimos governamentais, influenciando diretamente nível de crescimento, emprego e produção do país, fluxos de capitais externos, decisões de investimentos etc.

O mercado financeiro atua como regulador de capitais de um país. Utiliza-se o Mercado (definido pelo Mercado Financeiro) no caso de querer uma proteção para investimentos de risco, arbitrar ativos onde existam margens ou simplesmente tomar posições tendenciosas de risco.

Para operacionalizar estratégias de operações são utilizados ativos e derivativos existente no Mercado. Os derivativos são derivados dos ativos tradicionais, e ganharam força na última década. O risco de uma posição em derivativos é muito maior que uma posição de ativos, pois sua volatilidade também é grande, sempre em função da volatilidade dos ativos.

## 2.2 Ativos de Juros

Os portfólios de ativos de juros de bancos são compostos por ativos, entenda-se também passivos, pré-fixados e pós-fixados basicamente. Existem instrumentos nos mercados derivativos que transformam ativos pré-fixados em pós-fixados, e vice-versa.

Pré-fixados: Um ativo, ou passivo, é caracterizado pré-fixado quando tem seu preço final determinado previamente entre duas partes: captador e aplicador. Essa definição não implica em ausência de risco, apesar de ter seu rendimento pré-determinado. O risco nestas operações é determinado pela variação da taxa de juros.

**Pós-fixados:** Os preços finais de ativos pós-fixados são determinados somente no vencimento destes. Geralmente tem seu preço final determinado por algum indexador (dólar, taxa referencial - TR, CDI etc.) mais uma taxa fixa. Por exemplo a poupança é um passivo para os bancos, que remunera o aplicador com  $TR + 6\%$  ao ano.

Basicamente o grande volume de ativos de médios e grandes bancos, são formados pelos dois tipos de ativos descritos acima, e o trabalho realizado desenvolveu um modelo de gerenciamento para todos tipos de moedas, porém para simplificação do trabalho o modelo enfoca as moedas pré-fixadas.

## **2.3 Mercados Futuros**

### **2.3.1 Função econômica**

A função econômica mais importante existente nos mercado futuros é a capacidade de absorver riscos. Os produtores, importadores e exportadores apesar de atuarem em diferentes áreas procuram nos mercados futuros:

- maximizar lucros esperados;
- minimizar o risco dos preços futuros.

### **2.3.2 Participantes**

Existem basicamente 3 tipos de participantes no mercado futuro:

1. *Hedger*: o qual procura minimizar ou eliminar o risco de suas outras operações utilizando o mercado futuro.
2. *Especulador*: é a contraparte do *hedger*. Assume riscos pelas posições que toma mediante um prêmio a receber. Esses prêmios variam de preços de acordo com o produto e prazo negociados e risco implícito. Esse fatores ditam o interesse dos participantes nas operações.
3. *Arbitrador*: este utiliza o mercado futuro para arbitrar sobre algum objeto de negociação (juros, moedas, commodities etc) que acreditem estar fora de preço, tomando posições próprias.

### **2.3.3 Risco de preços**

O risco de preço está diretamente relacionado à sua volatilidade. Os objetos de negociação são mercadorias, ativos ou índices financeiros. A volatilidade destes objetos que propiciaram o surgimento dos mercados futuros, onde torna-se possível a transferência de risco para quem esteja disposto a receber prêmios. Os prêmios são as diferenças de preços entre o valor futuro e o presente, que são pagos por quem não se dispõe ao risco.

O possuidor ou pretendente de algum objeto de negociação, pode proteger-se da variação de preços deste ativo através de posições no mercado futuro. Por exemplo um importador, que tem prazo de pagamento em dólar para efetuar no recebimento da mercadoria, pode comprar o dólar futuro para não se expor às oscilações até o dia de pagamento da importação.

## **2.4 Títulos da Dívida Pública**

Os títulos da Dívida Pública, também definidos como mercado de juros primário, são os ativos que representam a dívida mobiliária interna do governo. Os chamados juros primários são os que balizam as taxas de juros de todos os mercados, é a partir destas taxas que são formuladas todas outras existentes nos mercados.

As taxas pagas pelos títulos são definidas pela política monetária vigente em determinado país. A política por sua vez define as taxas mediante as necessidades de financiamento de um país, quanto mais se necessita do financiamento maior é a taxa paga pelos títulos da dívida. O Brasil vive um momento que exemplifica a situação. Com altos deficits para serem financiados, e com poucas disponibilidades no mercado internacional, as taxas praticadas no mercado interno são hoje as mais altas do mundo.

As taxas por sua vez tem seu teto implícito, definido com base na confiança dos investidores. Não existe uma relação, ou função que defina o limite para estas taxas, mas o risco de crédito impede que mesmo taxas altas não encontrem recursos disponíveis para financiamento.

Um exemplo recente de que altas taxas de juros não seguram capital é o que ocorreu na Rússia em abril de 1998, onde mesmo após inúmeros aumentos das taxas de juros não conseguiu manter o capital no país.

## **2.5 Certificado de Depósito Interbancário (CDI)**

Este é o certificado de depósito entre bancos. É crédito (dinheiro) negociado somente entre bancos para ajuste de reservas, sem necessidade do lastro federal.

Este ativo serve de índice para diversos produtos negociados pelo mercado financeiro. Pode ser operado com prazo a partir de 1 dia (*over*). Do *cdi over* originou-se um dos mais negociados derivativos no mercado financeiro.

### **2.5.1 CDI Over**

O *cdi over* é o título privado de um dia (*overnight*) negociado entre bancos. Serve de índice financeiro para vários negócios. Corrige diversos produtos financeiros vendidos pelos bancos. Corrige também os PU's do mercado futuro de "di de 1 dia". A taxa é divulgada pela taxa ano com base em 252 dias úteis. O cálculo da taxa diária a partir da taxa ao ano é simples:

$$\text{coeficiente da taxa diária} = \left( 1 + \frac{\text{taxa ao ano}}{100} \right)^{1/252} \quad (3.1)$$

A partir do *cdi over* surge um importante mercado de derivativo: Mercado Futuro de DI de um dia. Descrito abaixo.

## **2.6 Mercado Futuro de DI de 1 dia**

### **2.6.1 Funcionamento básico**

Este contrato prescinde de um ativo referencial (*CDI over*). Não existe no vencimento a entrega física de um título público ou privado. São contratos "fictícios", chamados de *Preço Unitário (PU)*, onde o valor de face (vencimento) vale R\$ 100.000,00,

e compra-se ou vende-se este contrato durante seu prazo de maturação por um valor menor.

São os contratos de maior liquidez da bolsa, com prazos líquidos de até seis meses. Importante instrumento financeiro no modelo, fornece dados de volatilidades para o cálculo do risco e atua para reversão de posições de ativos e derivativos.

No valor negociado está embutido o preço dos juros, portanto quando negocia-se DI futuro na verdade compram-se e vendem-se juros referentes a um prazo, tendo seus vencimentos para todo primeiro dia útil do mês.

O cálculo é simples, é o chamado desconto “por dentro”. No primeiro dia útil do mês o contrato futuro de DI valerá R\$100.000, e no dia da negociação valiam menos, a diferença entre os preços contém um valor de juros, com coeficiente descrito a seguir.

$$\text{coeficiente de juros no DI Futuro} = \left( \frac{100.000}{PU} \right)^{\frac{1}{ndu}(\text{hoje; data de vencimento})} \quad (3.2)$$

onde:

$PU$  = valor do contrato

$Ndu$  = número de dias úteis entre datas.

A taxa *over*, implícita no mercado futuro, é a taxa que realmente é utilizada pelo mercado, calculada da mesma forma, e expressa por 30 dias.

$$\text{taxa over do DI Futuro} = \left( \left( \frac{100.000}{PU} \right)^{\frac{1}{ndu}(\text{hoje; data de vencimento})} - 1 \right) \times 30 \times 100 \quad (3.3)$$



## **2.6.2 Especificações do contrato<sup>1</sup>**

### **1- Objeto de negociação**

O objeto de negociação são os juros, mais especificamente a taxa de juro efetiva dos Depósitos Interbancários - DIs, definida, para esse efeito, pela acumulação das taxas médias diárias de DI de um dia, calculadas pela Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos Privados - Cetip, para o período compreendido entre o dia da operação no mercado futuro, inclusive, e o último dia de negociação, inclusive.

### **2- Cotação**

O PU, definido como R\$ 100.000,00, descontado pela taxa de juro descrito anteriormente na expressão 3.2.

### **3- Variação mínima de apregoação**

Os *Pu's* são negociados podendo ter sua variação de no mínimo 1 ponto, o que representa R\$ 1 por contrato, sabendo que 1 contrato tem valores de vencimento de R\$ 100.000.

### **4- Oscilações máximas diárias**

Cinco por cento sobre o valor dos preços unitários era o estabelecido pela BM&F, porém com a crise, os limite de oscilações foram diminuídos. Passaram para 1% para o vencimento mais próximo, 1,5% para o seguinte e 2% de oscilação máxima para os adiantes.

### **5- Meses de vencimento**

Todos os meses do ano.

### **6- Número de vencimentos**

No máximo 12 vencimentos em aberto.

---

<sup>1</sup> Fonte: Bolsa de Mercadorias e Futuros.

### 7- Ajuste diário

As posições em aberto<sup>2</sup> ao final de cada período serão calculadas com base em dois preços. O ajuste será pago pela diferença entre o preço de abertura e o preço de ajuste de fechamento, com movimentação financeira em  $D + 1$ .

#### 2.6.3 Exemplos

A influência do mercado de crédito tem um escopo vasto para os grandes doadores e tomadores de recursos. Flutuações nestas taxas de juros criam sérios riscos financeiros, os quais o modelo do trabalho se propõe a medir e controlar. No mercado futuro ocorre a transferência deste risco, como resultado de interesses do mercado. Esse mecanismo chama-se *hedging* e é o motivo mais forte para se atuar neste tipo de mercado.

Imaginemos que a empresa *TFEX* pegou um empréstimo no dia 24/10/97 para pagá-lo em 03/11/97 no valor de R\$ 2 milhões. O banco cobra por este financiamento a taxa over do cdi cetip + 0,20%.

Caso a empresa acredite que a tendência do mercado é de queda de taxas, e esteja disposta a correr este risco, provavelmente não deva efetuar nenhuma estratégia extra. Porém como o risco desta empresa esta associada à possibilidade do custo de seu financiamento vir a subir (pois esta atrelado a uma taxa que oscila diariamente), ela vende contratos futuro de DI 1 dia. A venda de contratos futuros de *DI 1 dia* funciona como uma captação "sintética"<sup>3</sup> de recursos, pois o vendedor do PU garante a quem comprou uma taxa combinada em que o preço futuro do contrato valerá R\$ 100.000.

A compra de contratos funciona como uma aplicação "sintética"<sup>3</sup> de recursos, garantindo a quem compra uma rentabilidade pré definida. A quantidade de contratos futuros será definida pelo volume negociado (R\$ 2 mi) dividido pelo preço do contrato

---

<sup>2</sup> São as posições que foram negociadas em dias anteriores e tem seus contratos ainda em aberto.

<sup>3</sup> Diz-se de uma operação sintética aquela que tem por função comportar-se como uma operação normal de captação ou aplicação sem que haja o crédito ou débito financeiro. As operações são liquidadas por ajustes.

negociado. Neste dia a BM&F negociou o PU do contrato futuro de DI 1 dia com vencimento em novembro a 99.572 pontos. Este valor significa uma taxa over média projetada para cada um dos próximos 6 dias úteis de:

$$\left\{ \left( 100.000 / 99.572 \right)^{1/6} - 1 \right\} \times 30 \times 100 = 2,14536\% a.m.$$

Para melhor entendimento desta operação simularemos uma hipótese com alta e outra com baixa do custo do financiamento no período.

### 2.6.3.1 Hipótese 1: Alta do custo de financiamento

#### MERCADO FUTURO (SIMULAÇÃO em MERCADO REAL)

		TAXA OVER	(1)	(2)	(2) - (1)			
DATA	SAQUE	CETIP	CETIP +	PU BM&F	PU BM&F	PU Corrig.	AJUSTE	AJUSTE
1997			0,20%			BM&F	PU's	ACUM.
24/10	6	2,05	2,25	2,1454	99.572	—	—	—
27/10	5	2,06	2,26	2,1647	99.637	99.640	3	3
28/10	4	2,08	2,28	2,2166	99.670	99.705	35	38
29/10	3	2,10	2,30	2,6146	99.739	99.739	0	38
30/10	2	2,17	2,37	2,8691	99.801	99.809	8	46
31/10	1	4,62	4,82	3,8148	99.857	99.873	16	62
03/11	—	—	—	—	100.000	100.011	11	73
Taxa efetiva		0,5037%	0,5439%					

**Tabela 2.1 Representação da alta do custo do financiamento.**

**Adaptado de BESSADA(1994).**

Custo do empréstimo:  $2.000.000 \times 0,5439\% = - R\$ 10.878$  ou 2,7134% over,

Resultado no mercado Futuro: *ajuste acumulado*  $\times$  nº contratos = R\$ 1.460

Resultado com *Hedge*<sup>4</sup> (venda de contratos): R\$ 9.418 ou 2,3499% over.

<sup>4</sup> Proteção contra a oscilação da taxa de juros.

**2.6.3.2 Hipótese 2: Queda do custo de financiamento**

## MERCADO FUTURO (SIMULAÇÃO FICTÍCIA)

		TAXA OVER		(1)	(2)	(2) - (1)		
DATA	SAQUE	CETIP	CETIP +	PU BM&F	PU BM&F	PU Corrig. BM&F	AJUSTE PUs	AJUSTE ACUM.
1997			0,20%					
24/10	6	2,05	2,25	2,1454	99.572	—	—	—
27/10	5	2,00	2,26	2,1647	99.655	99.640	-15	-15
28/10	4	2,00	2,28	2,2166	99.731	99.721	-10	-25
29/10	3	1,98	2,30	2,6146	99.805	99.797	-8	-33
30/10	2	1,96	2,37	2,8691	99.879	99.871	-8	-42
31/10	1	1,81	4,82	3,8148	99.957	99.944	-13	-55
03/11	—	—	—	—	100.000	100.017	-17	-72
Taxa efetiva		0,3987%	0,4054%					

**Tabela 2.2 Representação da queda do custo do financiamento.**

Adaptado de BESSADA(1994).

Custo do empréstimo:  $2.000.000 \times 0,4054\% = - R\$ 8.108$  ou 2,0236% over;

Resultado no mercado Futuro: *ajuste acumulado*  $\times$  nº contratos = -R\$ 1.440

Resultado com *Hedge* (venda de contratos): R\$ 9.548 ou 2,3823% over.

**2.6.3.3 Análise do “hedge”**

Podemos verificar que as taxas de financiamento, com a utilização do mercado futuro, ficaram próximas nas duas hipóteses. Quando o custo do empréstimo subiu a empresa *TFEX* tinha proteção com a captação (venda de contratos) “sintética” realizada. E quando o custo caiu a empresa deixa de ganhar com os contratos vendidos.

### **2.6.4 Potencial de Utilização**

Da mesma forma como a empresa *TFEX* financiou-se poderia ocorrer com o banco, onde tomaria um empréstimo com taxa variável e aplicaria com taxa pré-fixada, ou vice-versa com risco da taxa subir ou cair, respectivamente. O modelo tratará mais a frente como operacionalizar para a carteira estudada.

O mercado Futuro de “*DI 1 dia*” é hoje o instrumento mais poderoso para operacionalizar estratégias de mercado, sejam operações de *hedge* ou não. O potencial de utilização é muito abrangente no mercado de juros, podendo ser utilizado tanto em conjunto com outros ativos, como em separado.

## **2.7 Curva do mercado**

A curva de mercado, ou *yield curve*, ou simplesmente *YC*, é uma curva de taxas efetivas diárias acumuladas a partir de uma determinada data-base, utilizada para desagiar os valores de resgate das posições, e assim calcular os *MtMs* desses valores.

### **Observações Gerais**

- ⇒ Para a construção da *YC* são utilizados, primeiramente, as taxas embutidas no *Pus* líquidos do mercado de *DI* futuro, ou seja, nos *PU*s relativos àqueles vencimentos onde efetivamente ocorre negociação no mercado. A determinação de liquidez de um *PU* para este caso é feita por nós operadores e analistas de mercado, estando baseada na quantidade e volume de negócios realizados com o vencimento questionado da *BM&F*, sendo todas as informações necessárias retiradas do Boletim Diário *BM&F* (*BD*).
- ⇒ Para a construção da curva, para prazos que vão além do prazo do último *PU* líquido, é feito o cálculo de *PU*'s virtuais<sup>5</sup>, que são constituídos pelas efetivas mensais calculadas com base nas operações de swaps, que também tem sua liquidez avaliada pelas mesmas características utilizadas pelo *DI* líquido. A taxa procurada é a taxa da divisão entre a taxa do swap e a taxa do último

---

<sup>5</sup> Referência bibliográfica BESSADA(1994), pág. 51.

vencimento líquido. Se um swap não começa no primeiro dia útil do mês, as taxas de divisões entra as taxas de swap e último DI com liquidez não serão referentes a meses inteiros, ou seja, algum mês ao final terá apenas uma parte da taxa de divisão influenciando seu mês inteiro, para tanto assumi-se que este mês terá como taxa definida como a taxa média da divisão entre swaps e DIs líquidos.

⇒ Além do prazo do último vencimento de swap com liquidez existe um período que definir-se-á como período hipotético, que compreende:

1. **Até o próximo ano:** prazo imediatamente após o último DI líquido é um primeiro swap também líquido. Dependendo da distância entre as datas esse período pode fornecer um YC bem representativa. Se a data for longa adota-se para todos os meses dentro do período a mesma taxa, o que geralmente não significa uma boa representação do mercado de juros, dificultando muitas vezes o trabalho.
2. **Após o primeiro ano:** a taxa deve ficar a critério em comum dos profissionais de mercado, por se tratar de uma taxa de difícil definição; existem poucos parâmetros do mercado e muito pouca liquidez para estes prazos mais longos. Pode-se considerar esta taxa mais longa, válida para o segundo ano inteiro, como a diferença de taxas entre o swap de 1 ano (mais líquido) e o swap de 2 anos (quase sem liquidez). Operações após o segundo ano, ou 720 dias, terão suas taxas baseadas e definidas pela vice-presidência apenas, por se tratar de prazos sem nenhuma liquidez para operações préfixadas.

A YC tem apresentado variações para seu módulo de cálculo. As variações devem-se basicamente a alteração feita pelo Conselho de Política Monetária (COPOM) na divulgação da taxa básica do Banco Central (TBC), que hoje são os juros base do mercado financeiro. Houveram duas mudanças significativas na divulgação e cálculo da TBC:

1. A primeira grande mudança foi quanto ao cálculo desta. A partir de Janeiro de 1998 a nova TBC seria divulgada em forma de taxa ao ano com 252 dias úteis, em substituição a uma TBC de taxa mensal.

2. Mudança na data de divulgação do valor da taxa base. Era divulgado a TBC, que entraria em vigor para o próximo mês, sempre ao final de cada mês, fazendo que os vencimentos dos mercados futuros de DI estivessem em sintonia com a TBC. A divulgação é feita agora com as datas entre vencimentos de DI, dificultando um pouco o módulo de cálculo da YC.

### **2.7.1 Cálculo da YC – Exemplo Numérico**

Para o módulo de cálculo da YC exemplificaremos com uma data passada.

**Data-base:** 30/06/97

**Taxa real do mercado à vista de cdi over para 30/06/97:** 2,06%

**Liquidez do mercado de DI futuro:** até o 7º vencimento

**Liquidez do mercado de swap:** apenas o de prazo igual a 1 ano

**Preço dos PU's líquidos:**

1º vencimento: 99.931 (01/07/97)<sup>6</sup>

2º vencimento: 98.330 (01/08/97)

3º vencimento: 96.753 (01/09/97)

4º vencimento: 95.191 (01/10/97)

5º vencimento: 93.636 (03/11/97)

6º vencimento: 92.110 (01/12/97)

7º vencimento: 90.580 (02/01/98)

---

<sup>6</sup> Quando a data base esta a 1 dia útil do primeiro vencimento, esse PU é desprezado na construção da YC, adotando-se o ativo referência cdi over negociado no dia.

**Swap de 1 ano:**

Prazo: 249 dias úteis

Taxa over média equivalente: 2,367%

**Swap de 2 anos:**

Prazo: 495 dias úteis

Taxa efetiva mensal: 1,97%

**Taxa após 2 anos:**

Prazo: acima de 495 dias úteis

Taxa efetiva mensal: 2,05%

**Mês inicial do swap de 1 ano:** janeiro de 98 (após o último PU líquido, ou seja, o 7º vencimento, pois este significou a taxa de dezembro de 97)

**Data de vencimento do Swap de 1 ano:** 25/06/98 (data-base + prazo do swap 1 ano)

**Mês final do swap de 1 ano:** junho de 98 (como 25/06/98 é o 15º dia útil do mês de junho, a taxa efetiva mensal calculada para o swap de 1 ano vigora inclusive para este mês)

**Mês inicial do swap de 2 anos:** julho de 98 (após o último mês do swap de 1 ano)

**Data de vencimento do Swap de 2 anos:** 21/06/99 (data-base + prazo do swap 2 anos)

**Mês final do swap de 2 anos:** junho de 99 (como 21/06/99 é o 15º dia útil do mês de junho, a taxa efetiva mensal calculada para o swap de 2 anos, dada pela diferença do swap de 1 ano, vigora inclusive para este mês)



**PU equivalente<sup>7</sup> do swap de 1 ano:**

$$PU_{equivalente} = \frac{100.000}{\left( \frac{taxa\ over\ média_{swap\ 1\ ano}}{30} + 1 \right)^{dias\ úteis_{swap\ 1\ ano}}}$$

$$\Rightarrow \frac{100.000}{\left( \frac{2.3671}{30} + 1 \right)^{249}} = 82.169$$

**Prazo em meses entre o último PU líquido (utilizado para compor a taxa) e a data de swap de 1 ano:**  $5 + \frac{14}{21} = 5.667$  (como PU da data de vencimento do swap 1 ano está no 15º dia útil de junho de 98, temos 14 dias úteis com a taxa over média equivalente do swap de 1 ano, num total de 21 dias úteis para este mês)

**Índice da taxa efetiva mensal para o prazo entre último DI e fim do swap de 1 ano:**

$$\left( \frac{PU_{último\ líquido}}{PU_{swap\ 1\ ano}} \right)^{\frac{1}{número\ meses\ entre\ último\ DI\ e\ swap\ 1\ ano}} \Rightarrow \left( \frac{90.580}{82.169} \right)^{\frac{1}{5.667}} = 1.016917$$

**Cálculo dos PU's compreendidos entre 02/02/98 e 01/07/98** (1º dia útil do mês seguinte ao mês do último vencimento líquido e 1º dia útil do mês seguinte ao mês final do swap 1 ano, respectivamente).

$$PU_{02/02/98} = \frac{90.580}{1.016917} = 89.073$$

$$PU_{02/03/98} = \frac{89.073}{1.016917} = 87.591$$

<sup>7</sup> PU equivalente é o PU que tem o preço de um swap de 1 ano, a diferença para os 100.000 é a taxa embutida ou equivalente.

⋮  
⋮  
⋮

$$PU_{01/07/98} = \frac{83.292}{1.016917} = 81.907$$

**Cálculo dos PU's compreendidos entre 01/08/98 e 01/09/99** (primeiro dia útil do mês seguinte ao mês final do swap de 2 anos, utilizando a própria taxa efetiva mensal do swap de 2 anos):

$$PU_{01/08/98} = \frac{81.907}{1,0197} = 80.324$$

$$PU_{01/09/98} = \frac{80.324}{1,0197} = 78.773$$

⋮  
⋮  
⋮

$$PU_{01/07/99} = \frac{66.088}{1,0197} = 64.811$$

**Cálculo dos PU's além de 01/07/99** (utilizando a taxa após 2 anos, definida pela vice-presidência):

$$PU_{01/08/99} = \frac{64.811}{1,0205} = 63.509$$

$$PU_{01/09/99} = \frac{63.509}{1,0205} = 62.234$$

...assim por diante até que tenhamos, por convenção, 70 PU's. Após a definição de todos os PU's é traçada a YC, esta, composta pelos índices das taxas efetivas diárias. Conforme visto as taxas estão implícitas nos preços dos PU's, sendo a taxa diária uma decomposição da taxa de correção entre um  $PU_{anterior}$  e outro  $PU_{posterior}$  pelos dias úteis do período. A tabela abaixo mostra os índices das taxas efetivas diárias que compõe a YC.

Data do vencimento	índice diário	índice acumulado	observação
30/06/97	1,000687	1,000687	DI real
01/07/97	1,000703	1,001390	taxa implícita
02/07/97	1,000703	1,002093	taxa implícita
03/07/97	1,000703	1,002797	taxa implícita
⋮	⋮		⋮
01/08/97	1,000770	1,017766	taxa implícita
04/08/97	1,000770	1,018550	taxa implícita
05/08/97	1,000770	1,019335	taxa implícita
⋮	⋮		⋮

**Tabela 2.3 Índices das taxas de juros implícitas nos PUs e Swaps<sup>8</sup>.**

**Elaborado pelo Autor.**

<sup>8</sup> Fonte: Boletim Diário BM&F (1997).

## ***Capítulo 3***

---

### ***Fundamentação Teórica***

### 3.1 Conceito: Retorno

O retorno mantém um relacionamento direto com o risco, geralmente caminhando em lados opostos, porém, em caminhos não lineares. Quanto maior é a disposição do investidor em assumir riscos, maior será a exigência do mesmo para com o retorno, e vice-versa.

O retorno de uma carteira pré-fixada só será conhecido previamente, se este *portfolio* estiver totalmente balanceado, ou seja, com prazos e volumes iguais para ativos e passivos. Caso contrário o investidor ficará exposto à variação das taxas de juros.

#### 3.1.1 Definição de retorno

O retorno é definido como a diferença auferida na variação de preços entre os mesmos ativos. É expresso em forma de percentual. Podemos assumir o preço  $P$  de duas formas:

- i. Variável discreta<sup>1</sup>:

$$P_{t+1} = P_t(1 + R) \quad (3.1)$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \Leftrightarrow \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

onde:

$R$  = *retorno do ativo*

$P_t$  = *preço do ativo na data t.*

---

<sup>1</sup> A relação entre a variável discreta e contínua é definida está detalhada e demonstrada no Anexo D.

ii. Variável contínua, é utilizada quando analisado intervalos muito curtos, aproximando-se assim de uma função contínua, devendo ser estudada como tal:

$$\begin{aligned}\Leftrightarrow t = 0 &\Rightarrow \text{preço} = P_t \\ \Leftrightarrow t = t + dt &\Rightarrow \text{preço} = P_{t+dt} \\ \Rightarrow P_{t+dt} &= P_t + P_t R dt = P_t + dP_t \\ \Rightarrow P_t R dt &= dP_t \Rightarrow R dt = \frac{dP_t}{P_t}\end{aligned}$$

Integrando,

$$\begin{aligned}\int_0^t R dt &= \int_0^t \frac{dP_t}{P_t} \Leftrightarrow \\ \ln R_t &= \ln P_t - \ln P_{t-1}\end{aligned}$$

Conclui-se com a equação generalizada para cálculo do retorno:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (3.2)$$

### 3.2 Conceito: Risco

O conceito de risco sempre esbarra no conceito de retorno, estando ambos relacionados. Antes de confrontarmos risco x retorno, apresentamos 5 grandes categorias de risco:

#### i. Risco de Crédito

É o mais temido dos riscos, pois uma vez ocorrido ocasiona a perda integral dos volumes operados. O risco de crédito estima a perda quando a contraparte de uma operação não tem condições financeiras de honrar seus compromissos.

## **ii. Risco de Liquidez**

A liquidez é variável em relação à prazos e custos de operações, existindo portanto prazos definidos pelo mercado como 'mais líquidos' em relação a outros. Quanto mais longa for o prazo da operação maior será seu risco, portanto, menor será sua liquidez.

A liquidez é perdida também em épocas de instabilidade econômica, onde não se encontram participantes (ver seção 2.3.2) dispostos a assumir riscos. As oscilações de preços passam a ser maiores com volumes ínfimos, isso se deve a falta de consenso de o que seria um preço justo para tal ativo negociado, o que significa que desaparecem os especuladores.

## **iii. Risco Operacional**

Risco da existência de sistemas e/ou formas de gerenciamento e operações inadequados, que por sua vez propiciam um ambiente que dê margem a fraudes e erros em entradas e leituras de operações.

## **iv. Risco Legal**

Risco de ocorrer operações com documentação insuficiente, até mesmo procedimentos ilegais, insolvências etc.

## **v. Risco de Mercado**

Pode-se dizer, pela própria experiência profissional, que a ocorrência deste risco é a mais provável de acontecer. Este é o risco de que o mercado mova-se contra as posições de sua carteira. Por exemplo um aumento de taxas quando a carteira é prefixada e financiada<sup>2</sup> diariamente.

---

<sup>2</sup> O financiamento de uma carteira é feito quando compra-se títulos e todo dia toma-se emprestado o valor da carteira expondo-se às oscilações diárias dos juros.

### 3.2.1 Cálculo do risco para um único ativo

pp?

O retorno de um ativo aproxima-se de uma distribuição de probabilidade normal, sendo a dispersão em torno da média medida através da variância. A raiz da variância é o desvio padrão da amostra, que se mostra mais representativo para avaliarmos as dispersões em torno da média.

A fórmula abaixo nos fornece o cálculo básico para o desvio padrão (volatilidade).

$$\rho(\sigma) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^t (R_i - \bar{R})^2}{n-1}} \quad (3.3)$$

onde:

$\bar{R}$  = retorno médio para o ativo

$n$  = tamanho da amostra.

A fórmula 3.3 pode ser usada para medir o risco de um ativo/passivo qualquer. Para tanto, a título de exemplo, calcularemos esta em um exemplo onde mensuramos o risco deste ativo.

#### Exemplo 1:

Imaginemos uma instituição que tenha comprado algum papel pré-fixado (p.ex.: aplicado em títulos emitidos pelo governo) no valor de R\$ 100.000.000,00. Qual seria o risco deste título de causar prejuízos.

**Risco:** Esta empresa correria o risco do mercado ou o próprio governo subir os juros, o que faria com que este mesmo título fosse comprado por um valor abaixo do verificado.

**Quantificação do risco:** O risco é uma função do desvio padrão das taxas de juros e é calculado de acordo com a expressão abaixo.

$$\text{Risco do ativo} = \text{volume} \times \delta \times \sigma \quad (3.4)$$



onde:

$\text{volume} = \text{volume financeiro do ativos e ou passivo};$

$\delta = \text{coeficiente de segurança}$

$\sigma = \text{desvio padrão do retorno do ativo}$

Para mensurar o risco utilizamos  $\sigma$  igual a 0,800%. No caso consideramos também a taxa de juros com distribuição normal, com 5% de probabilidade adversa, sendo o VAR calculado como o coeficiente de segurança desta curva com probabilidade normal e confiança de 90%, vezes o desvio padrão, logo:

$$\text{Risco de taxa de juros} = \$100 \text{ mi} \times 1,65 \times 0,800\% = \$ 1.320.000$$

### 3.2.2 Cálculo do risco em Portfolios com 2 ativos

Os conceitos apresentados na fórmula 3.3 são válidos para apenas um único ativo ou passivo financeiro. Para o caso de tratarmos de um *portfolio*, que será o caso utilizado no trabalho, devem ser consideradas os coeficientes de correlação entre os ativos.

A apresentação deste parágrafo será feita também com a exposição de um exemplo. O exemplo no caso calcula o risco em um *portfolio* formado por 2 ativos.

#### **Exemplo 2:**

Uma empresa estrangeira comprou R\$ 118 milhões (~ US\$ 100 mi) em títulos da dívida pública brasileira com prazo de 360 dias, por exemplo: Letras do Tesouro Nacional (LTN).

Qual será o risco deste título, em um horizonte de 1 dia, dado que há chance de 5% de realizar perdas?

**Risco:** Esta empresa americana está exposta ao risco dos juros internos serem alterados e também à alteração da taxa de câmbio do Brasil. Temos neste *portfolio* dois riscos a serem mensurados.

**Quantificação do risco:** Deve-se calcular o desvio padrão para o preço da LTN de 1 ano e também para a variação do câmbio, e para este exemplo podemos quantificá-

los em 0,800% e 0,600% respectivamente. Para melhor compreensão e simplificação dos números trabalhamos com a exposição da empresa em US\$ 100 mi. No caso de considerar ambos retornos (taxa de juros e câmbio) com distribuição normal com 5% de probabilidade adversa, o VAR, explicado posteriormente, é calculado como 1,65 vezes o desvio padrão, logo:

$$\text{Risco de taxa de juros} = \$100 \text{ mi} \times 1,65 \times 0,800\% = \$ 1.320.000$$

$$\text{Risco de taxa de câmbio} = \$100 \text{ mi} \times 1,65 \times 0,600\% = \$ 990.000$$

Agora, para quantificar o risco total deste título, não basta simplesmente somar a exposição dos riscos individuais, porque existe a correlação entre estes dois retornos que não deve ser desprezada para efeito de cálculo. A fórmula considerada neste caso, para o cálculo do risco (risco câmbio e risco juros, ou outros dois quaisquer), será dada pela expressão abaixo<sup>3</sup>:

$$\sigma_p = \sqrt{X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{12}} \quad (3.5)$$

onde:

$\sigma_p$  = Volatilidade do portfolio (2 ativos)

$X_i$  = Percentual de participação do ativo  $i$  no portfolio

$\sigma_i$  = Volatilidade do ativo  $i$

$\sigma_{12}$  = Covariância entre os ativos 1 e 2.

Ainda em estudo 2 ativos apenas pode-se acrescentar que dentre as três parcelas de 3.5, a terceira é a que contém a covariância dos ativos entre si, ou seja, o número que mede o quanto os retornos dos ativos se movem juntos. Em caso de valores positivos temos retornos movimentando-se em mesma direção, ou sobem juntos ou caem

<sup>3</sup> Expressão demonstrada no Anexo A.

juntos, e quando covariância negativa retornos caminham em direções opostas, um sobe outro desce ou vice-versa.

Existe um porém. Como estamos interessados na sensibilidade de variação entre retornos deve-se padronizar a covariância, já que esta tem sua magnitude dependente da amplitude das variações das séries históricas de taxas de retorno. Para tanto dividiremos a covariância pelo produto dos desvios padrões de cada ativo, obtendo-se uma variável com as mesmas características, porém limitada entre -1 e +1. Onde -1 representa movimento perfeitamente inverso e de mesma proporções entre retornos, e +1 significa movimento idênticos entre ambos. Esta medida é comumente conhecida e denominada coeficiente de correlação, definida da pela seguinte expressão:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (3.6)$$

De 3.5 e 3.6 tira-se:

$$\sigma_p = \sqrt{X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2} \quad (3.7)$$

### 3.2.3 Cálculo do risco em Portfolios com $n$ ativos

A adição de novos ativos ao *portfolio* acrescenta à equação 3.7 dois efeitos. São eles: a necessidade de acrescentar à mesma a volatilidade e coeficiente de correlação entre o novo e os antigos ativos. Com  $n$  ativos deve-se considerar os coeficientes de correlação entre cada par de ativos. O número de coeficientes gerados por este *portfolio* com  $n$  ativos é definido como<sup>4</sup>:

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{P_p} = \frac{\frac{n!}{(n-p)!}}{p!} \quad (3.8)$$

---

<sup>4</sup> A demonstração desta expressão encontra-se no Anexo B.

onde:

$C_n^p$  = número de (coeficientes de) combinações deste conjunto

$A_n^p$  = número de (coeficientes do) arranjo  $\zeta$

$P_p$  = número de permutações do conjunto

$n$  = número de ativos do portfolio

$p$  = representa a "taxa" do arranjo, no caso representada por dois a dois.

Com a expressão 3.8 pode-se ter uma idéia de como é trabalhoso calcular/controlar risco em um *portfolio* com muitos ativos/passivos. Em uma carteira, por exemplo de um banco comercial, onde operações de até 2 anos, com vencimentos quase todos os dias, existe uma grande dificuldade operacional, devido ao enorme número dados de correlação entre ativos gerados.

Para minimizar este problema, o modelo definido no próximo capítulo trabalha com o conceito de **alocação em vértices**, que consiste em ponderar os pesos dos fluxos de uma carteira em prazos alguns pré definidos.

O cálculo de volatilidade, desenvolvido por MARKOWITZ(1959), com a entrada de um terceiro ativo, seria:

$$\sigma_p = \sqrt{X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + X_3^2 \sigma_3^2 + X_1 X_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + X_1 X_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{21} + X_2 X_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23} + X_2 X_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{32} + X_1 X_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13} + X_1 X_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{31}} \quad (3.9)$$

Através da fórmula de <sup>CONVARIÂNCIA</sup> (correlação)<sup>5</sup> onde  $\rho_{ij} = \rho_{ji}$ , pode-se simplificar a expressão 3.9.

$$\Rightarrow \sigma_p = \sqrt{X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + X_3^2 \sigma_3^2 + 2X_1 X_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + 2X_2 X_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23} + 2X_1 X_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13}}$$

<sup>5</sup>  $\sigma_{AB} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (A_i - \mu_A)(B - \mu_B)$ , onde  $\mu_A$  é média da var iável A, e  $\mu_B$  é média da var iável B.

Por se tratar de uma amostra trabalhamos diretamente com  $n - 1$ .

A expressão gerada para o risco em *portfolios* com  $n$  ativos é definida como:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}} \quad (3.10)$$

### 3.3 Séries Temporais

O estudo das séries temporais será utilizado como um dos parâmetros para controle de risco pelo modelo apresentado. Para tanto apresentamos nesta extensa seção as características e o porquê de sua utilização, bem como a função no controle de risco para um *portfolio*, pelo modelo proposto.

#### 3.3.1 Definição

A série temporal é definido por SOUZA(1989) como uma classe de fenômenos cujo processo observacional e conseqüente quantificação numérica gera uma seqüência de dados distribuídos no tempo.

#### 3.3.2 Objetivo

GRANGER(1977) coloca como objetivo inicial da análise de séries temporais a realização de inferências sobre as propriedades ou características básicas do mecanismo gerador do processo estocástico das observações da série. Após a formulação de um modelo matemático, que representa e subseqüentemente estima seus parâmetros, é possível utilizá-lo para testar alguma hipótese ou teoria a respeito do mecanismo gerador do processo estocástico, e realizar a previsão de valores futuros da série temporal.

#### 3.3.3 Previsão de séries temporais

Segundo BARBANCHO(1970), uma previsão é uma manifestação relativa a sucessos desconhecidos em um futuro determinado, e podem ser divididas em previsões de curto, médio e longo prazo.

Para SOUZA(1989), a garantia da otimalidade da série somente será alcançada adotando como horizonte de previsão o instante de tempo imediatamente subseqüente à origem em  $t$ .

### 3.3.4 Métodos de previsão de séries temporais

Neste trabalho pode-se classificar o método de previsão como *univariado*<sup>6</sup>, que compreende a maior parte dos métodos de previsão de séries temporais, considerando somente uma única série para a realização dos prognósticos. No caso deste trabalho seria escolhido as taxas de juros. Dentre os métodos existentes pode-se explicar os mais propostos pela literatura especializada:

#### 3.3.4.1 Média móvel

De acordo com MORETTIN(1981) este método considera como previsão para o período futuro a média das observações passadas recentes ou não. A média móvel para o período de tempo  $t$  é definida pelo mesmo autor por:

$$x_t = \frac{x_{t-1} + x_{t-2} + \dots + x_{t-n}}{n} \quad (3.11)$$

onde

$x_t$  = observação na data  $t$ .

$n$  = número de observações incluídas na média, com  $n = 25$  para o modelo

O grau de proximidade é função de  $n$ , e quanto maior este número menor será a influência de proximidade e peso individual das observações ( $x_{t-1} \dots x_{t-n}$ ) da série. Este método tem como pior característica o fato de utilizar dados passados influenciando a previsão com um mesmo peso para dados recentes, que teoricamente devem representar melhor o cenário atual.

---

<sup>6</sup> Referência bibliográfica SOUZA(1989).

Suavizamento

**3.3.4.2 Alisamento Exponencial Simples**

O alisamento exponencial simples se assemelha ao da Média Móvel por extrair das observações da série temporal o comportamento aleatório pelo alisamento dos dados históricos. Entretanto, a inovação introduzida pelo Alisamento Exponencial Simples advém do fato de este método atribuir pesos diferentes a cada observação da série. Enquanto que na Média Móvel as observações usadas para encontrar a previsão do valor futuro contribuem em igual proporção para o cálculo dessa previsão, no Alisamento Exponencial Simples as informações mais recentes são evidenciadas pela aplicação de um fator que determina essa importância [WHEELWRIGHT(1985)].

Segundo WHEELWRIGHT(1985), o argumento para o tratamento diferenciado das observações da série temporal é fundamentado na suposição de que as últimas observações contém mais informações sobre o futuro e, portanto, são mais relevantes para a previsão.

O mesmo WHEELWRIGHT(1985) especifica o método Alisamento Exponencial Simples através da equação (3.12).

$$F_{t+1} = \alpha x_t + (1 - \alpha)F_t \quad (3.12)$$

onde

$F_{t+1}$  representa a previsão no tempo  $t + 1$ ,

$\alpha$  = constante representativa do peso atribuído à observação  $x_t$ ,  $0 < \alpha < 1$ .

De acordo com GRANGER(1977), o valor assumido por  $\alpha$  determina o ajuste aplicado aos dados. Quanto menor o valor da constante, mais estáveis serão as previsões, visto que a utilização de baixo valor de  $\alpha$  implica na atribuição de peso maior às observações passadas e, conseqüentemente, qualquer flutuação aleatória no presente contribui com menor importância para a obtenção da previsão. Contudo, não há metodologia que oriente quanto à seleção de um valor apropriado, sendo normalmente encontrado por tentativa e erro, segundo WHEELWRIGHT(1985).

Um procedimento mais objetivo seria a seleção do valor de que forneça a "melhor previsão das observações contidas na série temporal".

### 3.3.4.2 Alisamento Exponencial Linear

WHEELWRIGHT(1985) define o método Alisamento Exponencial Linear como um que procura reconhecer a presença de tendência na série de dados. O valor da previsão obtido através deste método é alcançado pela aplicação da equação (3.13).

$$F_{t+m} = S_t + mT_t \quad (3.13)$$

onde

$S_t$  corresponde à previsão no tempo  $t$ , conforme equação (3.14);

$T_t$  representa a componente de tendência, obtida pela equação (3.15),

$m$  é o horizonte de previsão.

$$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + T_{t-1}) \quad (3.14)$$

onde

$\alpha$  é o peso atribuído à observação  $x_t$ ,  $0 < \alpha < 1$ ;

$$T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (3.15)$$

onde

$\beta$  é coeficiente de alisamento, análogo  $\alpha$ .



### **3.3.5 Métodos avançados de previsão de séries temporais**

No universo dos métodos de previsão de séries temporais mais complexos encontram-se os modelos Autoregressivo e Médias Móveis (AR, MA e ARMA), modelos Autoregressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA), Filtros de Kalman e AEP, modelos ARARMA de Parzen, modelos ARMA Multivariáveis (MARMA), entre outros citados em WHEELWRIGHT(1985). Os métodos assim classificados obtêm a previsão de algum valor futuro da série temporal pela combinação dos valores reais passados e/ou dos erros ocorridos. Os modelos AR, MA, ARMA e ARIMA são descritos a seguir.

#### **3.3.5.1 Modelos autoregressivos e de médias móveis**

WHEELWRIGHT(1985) descreve três procedimentos capazes de representar as observações de uma série temporal estacionária : modelo *Autoregressivo* (AR), modelo de *Médias Móveis* (MA) e o modelo *Autoregressivo e de Médias Móveis* (ARMA).

##### **3.3.5.1.1 Modelo Autoregressivo**

A expressão de um modelo autoregressivo é definida como:

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.16)$$

onde

$x_t$  corresponde à observação da série temporal no tempo  $t$ ;

$\phi_i$  corresponde ao parâmetro do modelo AR de ordem  $p$  e

$\varepsilon_t$  corresponde ao erro de eventos aleatórios que não podem ser explicados pelo modelo.

Caso as observações da série temporal possam ser representadas pela equação (3.16), a ordem do modelo puder ser determinada e os parâmetros estimados, é possível prever o valor futuro da série em análise.

### 3.3.5.1.2 Modelo de Médias Móveis

Um modelo de Médias Móveis (MA) fica definido conforme equação (3.17)

$$x_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.17)$$

onde

$\varepsilon_t$  corresponde ao erro de eventos aleatórios que não podem ser explicados pelo modelo;

$\theta_q$  corresponde ao parâmetro do modelo MA de ordem  $q$ .

As equações (3.16) e (3.17) são similares, exceto pelo fato de que o valor previsto para a observação  $x_t$  depende dos valores dos erros observados em cada período passado, ao invés das observações propriamente ditas.

### 3.3.5.1.3 Modelo Autoregressivo e de Médias Móveis

Este modelo é chamado de modelo misto (ARMA), pois temo como base os dois anteriores já citados (*Autoregressivo de Médias Móveis*). Esta definido pela equação a seguir:

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.18)$$

Analisando a equação acima, é possível verificar que os modelos ARMA relacionam os valores futuros com as observações passadas, assim como também com os erros passados apurados entre os valores reais e os previstos.

Existem outros modelos e muito mais literatura a respeito deste assunto, já citados no parágrafo 3.3.5. Porém não é objetivo deste trabalho entrar a fundo neste assunto, uma vez que existe uma área do banco totalmente dedicada ao estudo dos mesmos.

### **3.3.6 Considerações sobre métodos de previsão de séries temporais**

WHEELWRIGHT(1985) investigou o poder preditivo de vários métodos comumente utilizados na previsão de séries temporais. O estudo desenvolvido por tal pesquisador constatou que o incremento da complexidade e da sofisticação estatística dos métodos de previsão de séries temporais não implica, necessariamente, em uma melhora na acuidade da previsão: *"Métodos simples de previsão podem apresentar desempenho extremamente satisfatório sob certas condições"*. Além disso, métodos de previsão menos complexos normalmente permitem alcançar total compreensão de suas suposições e limitações, e de interpretação de seus resultados. Assim, antes de se adotar um método de previsão mais complexo, é necessário avaliar os benefícios que um método dessa natureza pode gerar em relação ao custo de sua aplicação.

### **3.3.7 Medidas de acuidade dos métodos de previsão de séries temporais**

De acordo com WHEELWRIGHT(1985), a suposição básica de qualquer técnica de previsão de séries temporais é que o valor observado na série fica determinado por um padrão que se repete no tempo e por alguma influência aleatória. Isto significa dizer que mesmo quando o padrão exato que caracteriza o comportamento da série temporal tenha sido isolado, algum desvio ainda existirá entre os valores da previsão e os valores realmente observados. Essa aleatoriedade não pode ser prevista; entretanto, se isolada, sua magnitude pode ser estimada e usada para determinar a variação ou erro entre as observações e previsões realizadas.

A acuidade de um método de previsão pode ser mensurada através de muitas medidas de erro, dentre as quais pode-se citar :

### 1. Erro médio

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)}{n} \quad (3.19)$$

onde

$x_i$  é o valor observado no instante  $i$ ;

$\hat{x}_i$  é o valor previsto no instante  $i$ , e

$n$  corresponde ao número de previsões efetuadas.

### 2. Erro absoluto médio

$$\frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \hat{x}_i|}{n} \quad (3.20)$$

### 3. Erro quadrado médio

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{n} \quad (3.21)$$

### 4. Erro percentual absoluto

$$\left| \frac{(x_i - \hat{x}_i)}{x_i} \right| (100) \quad (3.22)$$

## 5. Erro percentual médio

$$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \hat{x}_i)}{x_i}}{n} (100) \quad (3.23)$$

Dessa forma, a verificação da adequação de um determinado modelo supostamente representativo da série histórica de dados é dependente da medida de erro adotada para efetuar essa validação.

O modelo matemático apresentado no próximo capítulo utiliza o alisamento exponencial simples. Seu parâmetro  $\lambda$  é estimado minimizando o efeito do erro, podendo utilizar uma das fórmulas de erros descritas acima. E por aqui finaliza-se esta seção com estudo sobre séries temporais.

### 3.4 Parâmetros para controle e gerenciamento de risco

Em uma carteira os preços dos ativos/passivos são funções das taxas de juros de mercado. A taxa de juros é um fator primordial para cálculos de perdas e ganhos um *portfolio*.

A oscilação dos juros determina as variações dos preços. Muitas vezes essas oscilações não foram previstas, e os prejuízos gerados são insuportáveis, dependendo da intensidade e instituição. É o caso de um banco que tenha emprestado com taxa pré-fixada e utilize todos os dias o mercado para financiar a si próprio. Dependendo do volume os prejuízos podem ser enormes em caso de elevação dos juros.

Esta ocorrência esta cada vez mais freqüente no mercado brasileiro hoje, onde o grau de desconfiança do investidor interno e externo ainda é muito grande, devido a uma série de fatores que não trataremos neste trabalho. Uma das mais difíceis tarefas seria a de prever com certo grau de confiabilidade os movimentos indesejáveis pelo mercado. Para tanto, existem técnicas para controle e gerenciamento de risco. Uma das mais conhecidas, e utilizada como base para este trabalho, chama-se *value at risk* (valor em risco), mais conhecido como VAR e apresentada a seguir.

### **3.4.1 Valor em risco (“Value at risk – VAR”)**

#### **3.4.1.1 Definição de VAR**

VAR é definido pela perda máxima potencializada em uma determinada posição, ativa ou passiva, dentro de um determinado intervalo de tempo (no Brasil costuma-se a trabalhar com horizonte de um dia útil), associado a um intervalo de confiança. Isto quer dizer que esta é função estatística do comportamento do retorno dos ativos controlados. A perda potencial é definida por diversos autores de diferentes modos, e controlada de várias formas.

O cálculo do VAR é também, função do coeficiente de segurança  $\delta$ , mostrado na expressão 3.4. Este coeficiente indica o grau de disposição de uma instituição ao risco. Quanto menor  $\delta$ , maior será a exposição ao risco e vice-versa. A escolha de um coeficiente de segurança alto implica em pouca disposição ao risco, uma vez que na expressão 3.4, seria mostrado no cálculo um alto valor para o risco do ativo, ou seja, estaríamos super estimando o cálculo do risco do ativo.

#### **3.4.1.2 Porquê calcular o VAR ?**

Em tempos atuais, o movimento de capital entre regiões no mundo é muito intenso. Muitas vezes, uma fuga ou entrada de capital, em determinadas regiões, provocam alterações em todo um sistema financeiro. As alterações são as mais diversas possíveis, podendo em muitos casos, dependendo da intensidade, levar empresas a dificuldades financeiras.

As instituições, sejam estas financeiras ou não, devem estar atentas a estes possíveis movimentos de mercado (juros, dólar etc.), e conter em sua estrutura de trabalho, meios de controle para tanto. Instituições que utilizam o VAR, estão trabalhando com ferramentas de *alarme*.

### **3.4.1.3 Eficiência do VAR**

O VAR tem seus fundamentos baseados na estatística. Porém, variações de mercado em épocas de crise são muito altas, podendo variar os preços com intensidade não prevista. Seja a crise asiática, russa ou mesmo brasileira, deve-se ter profissionais competentes e experientes para trabalharem em conjunto com esta nova ferramenta. Crises não respeitam estatística, e as oscilações em períodos conturbados da economia extrapolam previsões, e levam muitas empresas à insolvência em relação a seus compromissos financeiros. Deve-se sempre contar com profissionais que analisem as ameaças de uma eventual mudança de política econômica vigente, que juntamente com uso do VAR podem realizar um trabalho eficiente para controle e gerenciamento de risco.

### **3.4.2 Valor de Mercado – Mark to Market (MtM)**

#### **3.4.2.1 Definição de Valor de Mercado**

Os ativos têm suas características na data da emissão e negociação, porém estão sujeitos a alterações de preços durante seu prazo, que vai da data emissão até a data de vencimento. Estas alterações de preços (oscilações de mercado) são freqüentes e devem ser acompanhadas com muita atenção. Contabilmente pode-se declarar que a expressão *mark to Market*, ou simplesmente *marcar a mercado*, tem seu cálculo baseado no custo de reposição da operação, ou seja a operação inversa, sendo esta derivativa ou não. Este cálculo é definido como a diferença entre os valores presentes da operação, calculados a partir das taxas de mercado, para o período compreendido entre a data da marcação a mercado e a data de vencimento da operação.

Em tempos de juros altos e voláteis, os preços variam bruscamente mudando muito a performance de um *portfolio*, mesmo este sendo constituído somente de ativos prefixados, ou seja, com os preços definidos no futuro (vencimento). Isto acontece pelo fato de os preços no futuro tem negociação no presente, que é função a priori da taxa de juros esperada entre o presente e o futuro.

O cálculo do valor de mercado, ou simplesmente o *mark to market*,  $MtM$  de uma posição, na data  $t$ , é definido pela expressão<sup>7</sup>:

$$MtM_t = \frac{C}{(1+i_t)} \quad (3.24)$$

onde:

$C$  = valor de resgate da posição

$i_t$  = taxa de juros praticadas pelo mercado, dada ao período, na data  $t$ .

Na equação 3.24, para ativos e passivos pré-fixados, ou produtos de diferenciais de taxa – swaps pré x DI, temos definido previamente, na data de emissão, o valor de  $C$ . Por exemplo, para papéis pré-fixados da dívida mobiliária federal (ver seção 2.4), o valor de  $C$  corresponde a 100.000 reais de resgate na data de vencimento destes títulos. A outra variável  $i_t$  pode ser definida através dos mercados de juros existentes em: títulos federais, bolsa de mercadorias, bolsa de futuros etc. A escolha recai sobre a BM&F, uma das de maior liquidez do mundo. A seguir será mostrado como são definidas as curvas de mercado, para determinados  $i_t$ , dependendo de seu prazo, uma vez que o mercado brasileiro não tem liquidez para operar prazos maiores que 1 ano.

### 3.4.3 Curva de Mercado

Para marcarmos a mercado os ativos e passivos de um *portfolio*, deve-se ter dois valores definidos de acordo com 3.24.  $C$  é dado pelo valor de vencimento do ativo,  $i_t$  é a taxa de juros efetiva de  $t$  até o vencimento do ativo/passivo. O mercado futuro de juros (ver seção 2.6.1 e 2.7) fornece uma reconhecida, e talvez única, curva de taxa de juros, de onde obtém-se  $i_t$ .

---

<sup>7</sup> Esta expressão é uma simplificação, chamada também de valor presente trazido pela taxa de mercado, está definida em [JORION], referência bibliográfica 8.



### **3.4.4 Volatilidade das taxas de juros**

Um outro parâmetro de relevância para controle e gerenciamento de risco seria a volatilidade dos instrumentos financeiros; os mercados futuros, swaps etc. .O mercado futuro de *DI* tornou-se um dos mais importantes mercados da economia brasileira, sendo seus dados nos próximos anos insumos para estudo do comportamento estatístico da taxas de juros no país.

#### **3.4.4.1 Heterocedasticidade cíclica<sup>8</sup>**

Devido à acumulação dos juros diários sobre o preço unitário, a série de preços futuros apresentam um comportamento heterocedáceo cíclico, que persiste a transformação estabilizadora de variância. Em outras palavras pode-se dizer que o comportamento da série de preços é diferente ao longo de seu prazo. Os contratos de *DI* tem liquidez diferente para diversos *prazos de maturação*. Tanto o contrato muito curto (vencimento < 15 dias), como os mais longos deixam de ter negócios, ou mantém um volume irrelevante, dificultando assim uma boa determinação de preço negociada pelo mercado.

Em mercados voláteis, como um cenário apresentando hoje, em várias partes do mundo, as características heterocedáceas se intensificam, mais para contratos longos do que muito curtos.

### **3.5 Definição de $\Delta MtM_t$ (Variação do valor marcado a mercado)**

A variação do preço de uma carteira em um dia é denotada por  $\Delta MtM_t$ , e será uma das variáveis de controle exposta no modelo.

É importante ressaltar que estaríamos cometendo um erro se comparássemos diretamente  $MtM_t$  com o  $MtM_{t-1}$  através de uma subtração. Este erro aconteceria devido às taxas, calculadas ao período não serem compatíveis, pois o número de dias até a data

---

<sup>8</sup> Para maior detalhamento, uma vez que este trabalho não se introduz a fundo em estudos de volatilidade, ver ref. Bibliográfica La ROCQUE (1997).

de vencimento é diferente entre  $t$  e  $t-1$ . Para que a comparação seja possível, é necessário ajustar uma das taxas ao período pela taxa do DI, de forma a tornar as duas taxas compatíveis, isto é, taxas que se referem ao mesmo prazo.

Portanto, para que a comparação seja possível iremos dividir o valor  $(1 + i_{t-1})$  pela taxa do DI da data de  $t-1$ . Desta forma, podemos definir  $\Delta MtM_t$  da forma como segue:

$$\Delta MtM_t = \frac{C}{(1+i_t)} - \frac{C}{(1+i_{t-1})/(1+DI_{t-1})} \quad (3.25)$$

$$\Delta MtM_t = \frac{C}{(1+i_t)} - \frac{C}{(1+j_t)} \quad (3.26)$$

onde :

$C$  = valor de resgate do ativo (passivo).

$i_t$  = taxa de mercado, dada ao período, na data  $t$ .

$DI_{t-1}$  = taxa do DI na data  $t-1$ .

$j_t$  é a taxa de mercado, calculada ao período, na data  $t-1$  ajustada para a data  $t$ , e dada por:

$$j_t = \frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})} - 1 \quad (3.27)$$

Observe que o  $\Delta MtM_t$  também pode ser definido em função da taxa ao dia. Neste caso o mesmo pode ser definido como segue:

$$\Delta MtM_t = \frac{C}{(1+I_t)^n} - \frac{C}{(1+I_{t-1})^{n+1}/(1+DI_{t-1})} \quad (3.28)$$

$$\Delta MtM_t = \frac{C}{(1+I_t)^n} - \frac{C}{(1+J_t)^n} \quad (3.29)$$

onde :

$C$  = valor de resgate do ativo (passivo).

$I_t$  = taxa de mercado, dada ao dia, na data  $t$ .

$DI_{t-1}$  = taxa do DI na data  $t-1$ .

$n$  = quantidade de dias até o vencimento do ativo (passivo).

$J_t$  é a taxa de mercado, ao dia, na data  $t-1$  ajustada para a data  $t$ , e dada por:

$$J_t = \sqrt[n]{\frac{(1+I_{t-1})^{n+1}}{(1+DI_{t-1})}} - 1 \quad (3.30)$$

Observe que as duas formas de cálculo do  $\Delta MtM_t$ , apresentadas anteriormente levam a resultados exatamente iguais, como é demonstrado no anexo C.

### 3.6 Relação entre VAR e $\Delta MtM_t$

Como foi demonstrado no anexo C, o  $\Delta MtM_t$  definido em função da taxa ao dia é **exatamente** o mesmo que o  $\Delta MtM_t$  definido em função da taxa ao período. Em função deste fato iremos, em um primeiro instante, estudar a relação entre VAR e  $\Delta MtM_t$  definido para taxa ao período, sendo que as considerações feitas aqui são igualmente válidas para  $\Delta MtM_t$  definido para taxa ao dia.

Utilizando as definições da seção anterior, podemos afirmar que calcular o VAR (para um dia) é o mesmo que calcular o valor mínimo<sup>9</sup> que o  $\Delta MtM$  pode assumir associado a um intervalo de confiança.

Portanto, para calcular o valor mínimo que o  $\Delta MtM$  pode assumir, associado a um intervalo de confiança, é necessário conhecer o valor máximo que a expressão  $(1+i_t)$  pode assumir.

Para podermos estimar o valor máximo da expressão  $(1+i_t)$ , devemos estudar o comportamento de suas variações ao longo do tempo. Tem-se então dois caminhos: estudar a variação da variável aleatória  $P_t = (1+i_t)$ , ou estudar a variação da variável aleatória  $T_t = i_t$ .

Gostaríamos de chamar a atenção para o fato que se quisermos comparar  $P_t$  com  $P_{t-1}$  devemos ajustar ambos para a mesma data. Neste texto adotaremos levar  $P_{t-1}$  para a data  $t$ , ou seja,  $P_t$  é comparável com  $(P_{t-1} / (1+DI_{t-1}))$ . Observe que:

$$\frac{P_{t-1}}{(1+DI_{t-1})} = \frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})} = (1+j_t) \quad (3.31)$$

Portanto  $(1+i_t)$  é comparável a  $(1+j_t)$  e, por consequência direta, podemos comparar  $T_t = i_t$  com  $j_t$ . Diremos que  $T_t = i_t$  é comparável a  $T_{t-1} = j_t$ .

---

<sup>9</sup> Mínimo porque queremos o  $\Delta MtM$  mais negativo possível, o que representaria a “perda máxima possível”.

### 3.7 As Variáveis de Variação $VP_t$ e $VT_t$

Para estudar a variação das variáveis  $P_t$  e  $T_t$ , iremos criar duas variáveis que mensurem estas variações. As variáveis que serão utilizadas seguem abaixo:

$$VP_t = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}/(1+DI_{t-1})} = \frac{P_t - P_{t-1}/(1+DI_{t-1})}{P_{t-1}/(1+DI_{t-1})} = \frac{(1+i_t) - (1+j_t)}{(1+j_t)} = \frac{i_t - j_t}{(1+j_t)} \quad (3.32)$$

$$VT_t = \frac{\Delta T_t}{T_{t-1}} = \frac{T_t - T_{t-1}}{T_{t-1}} = \frac{i_t - j_t}{j_t} \quad (3.33)$$

Observe que  $(1+i_t)$ ,  $VP_t$  e  $VT_t$  assumem valor máximo quando  $i_t$  é máximo. Portanto, calcular valor mínimo que o  $\Delta MtM$  pode assumir associado a um intervalo de confiança é equivalente a calcular o valor máximo que  $VP_t$  (ou  $VT_t$ ) pode assumir associado a um intervalo de confiança.

Deste ponto em diante passaremos a estudar as variáveis  $VP_t$  e  $VT_t$  separadamente.

#### 3.7.1 Variação de Preço ( $VP_t$ )

Podemos afirmar que o valor máximo que  $VP_t$  pode assumir, associado a um intervalo de confiança é dado por<sup>10</sup>:

$$\frac{i_t^{Max} - j_t}{j_t + 1} = \delta \sigma_t^{VP} \quad (3.34)$$

<sup>10</sup> Referência bibliográfica COSTA NETO(1977)

onde :

$i_t^{Max}$  = é o valor máximo que a taxa  $i_t$  pode assumir em  $t$

$J_t$  = é a taxa de mercado, dada ao período, na data  $t-1$ , ajustada para a data  $t$ .

$\delta$  = é o coeficiente associado ao intervalo de confiança.

$\sigma_t^{VP}$  = é o desvio padrão da variável  $VP_t$  data  $t$ .

Portanto podemos escrever que  $i_t^{Max}$  é dado por:

$$i_t^{Max} = \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t = \delta \sigma_t^{VP} + \delta \sigma_t^{VP} j_t + j_t \quad (3.35)$$

Em posse desta informação é possível calcular o  $VAR_t$ , ou seja, o valor mínimo que o  $\Delta MtM_t$  pode assumir associado a um intervalo de confiança na data  $t$ .

Daqui em diante iremos nos referir ao valor mínimo que o  $\Delta MtM_t$  pode assumir associado a um intervalo de confiança como  $\Delta MtM_t^{Min}$ . Pode-se inserir uma nova definição para o cálculo do  $\Delta MtM_t^{Min}$ . Das expressões 3.26 e 3.35 conclui-se:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(1 + i_t^{Max})} - \frac{C}{(1 + j_t)} = \frac{C}{(1 + \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t)} - \frac{C}{(1 + j_t)}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C(1 + j_t) - C(1 + \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t)}{(1 + \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t)(1 + j_t)} = \frac{-C \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t)}{(1 + \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t)(1 + j_t)}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C \delta \sigma_t^{VP}}{(1 + \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t)} = \frac{-C}{(1 + i_t^{Max})} \delta \sigma_t^{VP}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \delta \sigma_t^{VP} \quad (3.36)$$

Observe que no denominador aparece  $(1+i_t^{Max})$  e não  $(1+i_{t-1})$  como normalmente utilizado em alguns autores para cálculo do  $VAR_t$ .

O conceito de  $\Delta MtM_t^{Min}$ , ou seja, o maior valor negativo que se pode esperar perder em um movimento de 1 dia do mercado de juros, tem com relação à  $i$  (taxa) dependência do tipo de produto financeiro. Deve-se analisar se o produto, ou *portfolio* financeiro é formada de ativos, ou passivos. Para cada um do qual são escolhidos diferentes valores para a taxa. Pode-se ilustrar na tabela abaixo o relacionamento entre taxa e variação de preço.

	Posição ATIVA	Posição PASSIVA
$\Delta MtM_t^{Min}$	$i_{máximo}$	$i_{mínimo}$

**Tabela 3.1 Relação entre variação de preço e taxa.**

Elaborado pelo autor.

### 3.7.2 Variação de Taxa ( $VT_t$ )

Podemos afirmar que o valor máximo que  $VT_t$  pode assumir associado a um intervalo de confiança é dado por:

$$\frac{i_t^{Max} - j_t}{j_t} = \delta \sigma_t^{VT} \quad (3.37)$$

onde :

$i_t^{Max}$  = valor máximo que a taxa  $i_t$  pode assumir na data  $t$

$j_t$  = taxa de mercado, dada ao período, na data  $t-1$  ajustada para a data  $t$ .

$\delta$  = coeficiente associado ao intervalo de confiança.

$\sigma_t^{VT}$  = desvio padrão da variável VT na data  $t$ .

Portanto podemos escrever que  $i_t^{Max}$  é dado por:

$$i_t^{Max} = \delta \sigma_t^{VT} j_t + j_t \quad (3.38)$$

Em posse desta informação é possível calcular o  $VAR_t$ , ou seja, o  $\Delta MtM_t^{Min}$ . O

Cálculo do  $\Delta MtM_t^{Min}$  segue abaixo.

$$\begin{aligned} \Delta MtM_t^{Min} &= \frac{C}{(1+i_t^{Max})} - \frac{C}{(1+j_t)} = \frac{C}{(1+\delta \sigma_t^{VT} j_t + j_t)} - \frac{C}{(1+j_t)} \\ \Delta MtM_{min} &= \frac{C(1+j_t) - C(1+\delta \sigma_t^{VT} j_t + j_t)}{(1+\delta \sigma_t^{VT} j_t + j_t)(1+j_t)} = \frac{-C\delta \sigma_t^{VT} j_t}{(1+\delta \sigma_t^{VT} j_t + j_t)(1+j_t)} \\ \Delta MtM_{min} &= \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \frac{j_t}{(1+j_t)} \delta \sigma_t^{VT} \quad (3.39) \end{aligned}$$

Novamente observe que no denominador da expressão 3.39, assim como na expressão 3.36, aparece  $(1+i_t^{Max})$  e não  $(1+t_{t-1})$ , como normalmente utilizado para cálculo do  $VAR_t$ . A mesma relação entre  $\Delta MtM_t^{Min}$  e taxa ( $i$ ) apresentada na tabela 3.1 também é válida para a expressão 3.39.

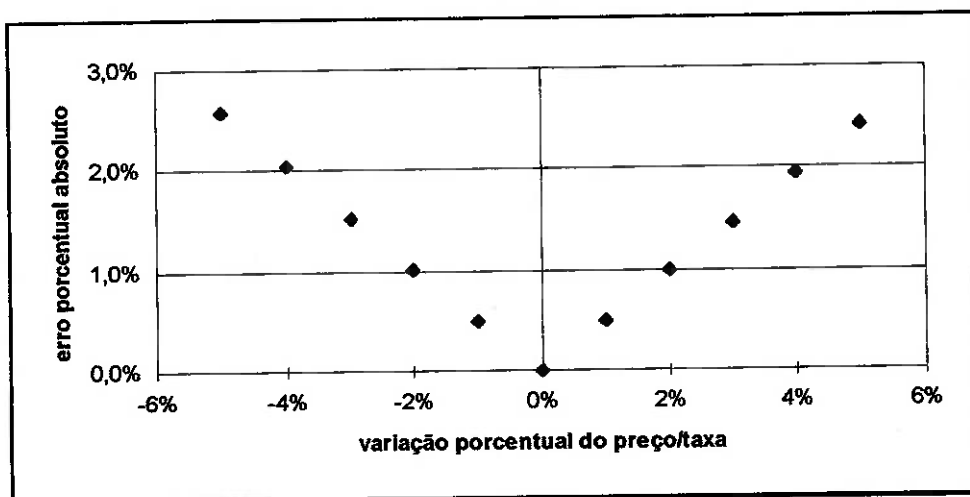


### 3.7.3 Variação de Preço aproximada ( $VP^*_t$ )

#### 3.7.3.1 A aproximação e o erro gerado

A aproximação esta provada pelo Polinômio de Taylor, detalhado no anexo D.

Para simplificação do trabalho, adota-se neste, as variáveis de aproximação para as variáveis que conhecemos e apresentamos anteriormente  $VT_t$  e  $VP_t$ . A expressão 3.2 já havia definido no início deste capítulo a fórmula para retorno. Neste parágrafo expomos o porquê desta aproximação, e qual o erro percentual gerado por esta escolha.



**Gráfico 3.1 Erro percentual absoluto X Variação percentual do preço/taxa**  
Elaborado pelo Autor.

#### O Erro.

Como pode ser verificado, o erro é inferior a 1% para variações de preço/taxas inferiores a 2% (o que é considerado bastante alto), portanto, esta aproximação é suficientemente boa.

#### O porquê da aproximação.

A aproximação para logaritmo se deve ao fato desta função, mais simétrica, gerar uma curva para uma dada população mais próxima da Normal (0,1).

Uma vez que as variáveis  $VP_t$  e  $VT_t$  podem ser aproximadas por  $Ln(i_t + 1/j_t + 1)$  e  $Ln(i_t/j_t)$  respectivamente, faz-se necessário verificar como esta aproximação irá influenciar no cálculo do VAR. Daqui em diante, iremos nos referir as variáveis aproximadas como  $VP_t^*$  e  $VT_t^*$ .

### 3.7.3.2 A variável $VP_t^*$

Novamente afirma-se, com base em Costa Neto, que o valor máximo que  $VP_t^*$  pode assumir associado a um intervalo de confiança é dado por:

$$Ln\left(\frac{i_t^{Max} + 1}{j_t + 1}\right) = \delta \sigma_t^{VP^*} \quad 3.40$$

onde :

$i_t^{Max}$  = valor máximo que a taxa  $i_t$  pode assumir na data  $t$

$j_t$  = taxa de mercado, dada ao período, na data  $t-1$  ajustada para a data  $t$ .

$\delta$  = coeficiente associado ao intervalo de confiança.

$\sigma_t^{VP^*}$  = desvio padrão da variável  $VP^*$  na data  $t$ .

Portanto podemos escrever que  $i_t^{Max}$  é dado por:

$$i_t^{Max} = e^{\delta \sigma_t^{VP^*}} (1 + j_t) - 1 \quad (3.41)$$

Das expressões 4.4 e 4.19 tiramos uma terceira expressão, que calcula o  $VAR_t$ , ou seja, o  $\Delta MtM_t^{Min}$ . O Cálculo do  $\Delta MtM_t^{Min}$  segue abaixo:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(1+i_t^{Max})} - \frac{C}{(1+j_t)} = \frac{C}{(1+e^{\delta\sigma_t^{vp*}}(1+j_t)-1)} - \frac{C}{(1+j_t)}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(e^{\delta\sigma_t^{vp*}}(1+j_t))} - \frac{C}{(1+j_t)} = \frac{C(1-e^{\delta\sigma_t^{vp*}})}{e^{\delta\sigma_t^{vp*}}(1+j_t)}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})}(e^{\delta\sigma_t^{vp*}} - 1) \quad (3.42)$$

No anexo D descreve-se que  $\ln(x) \cong x - 1$  para  $x$  próximo de 1, percebe-se que para  $\delta\sigma_t^{vp*} \cong 0 \Rightarrow e^{\delta\sigma_t^{vp*}} \cong 1$ . Então podemos afirmar<sup>11</sup>, que para  $\delta\sigma_t^{vp*} \cong 0$ , temos:

$$\ln(e^{\delta\sigma_t^{vp*}}) \cong e^{\delta\sigma_t^{vp*}} - 1 \Rightarrow \delta\sigma_t^{vp*} \cong e^{\delta\sigma_t^{vp*}} - 1$$

Em função do fato acima, podemos afirmar que:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})}(e^{\delta\sigma_t^{vp*}} - 1) \cong \frac{-C}{(1+i_t^{Max})}\delta\sigma_t^{vp*} \quad (3.43)$$

Como pode ser notado, a equação acima é aproximadamente a mesma que 3.36, encontrada no parágrafo 3.7.1.

<sup>11</sup> O erro cometido nesta aproximação é o mesmo apresentado no gráfico 3.1.

### 3.7.4 Variação de Taxa aproximada ( $VT_t^*$ )

Podemos afirmar que o valor máximo que  $VT_t^*$  pode assumir associado a um intervalo de confiança é dado por:

$$\ln\left(\frac{i_t^{Max}}{j_t}\right) = \delta \sigma_t^{VT^*} \quad (3.44)$$

onde :

$i_t^{Max}$  = valor máximo que a taxa  $i_t$  pode assumir na data  $t$

$j_t$  = taxa de mercado, dada ao período, na data  $t-1$  ajustada para a data  $t$ .

$\delta$  = coeficiente associado ao intervalo de confiança.

$\sigma_t^{VT^*}$  = desvio padrão da variável  $VT^*$  na data  $t$ .

Portanto podemos escrever que  $i_t^{Max}$  é dado por:

$$i_t^{Max} = j_t e^{\delta \sigma_t^{VT^*}} \quad (3.45)$$

Das expressões 3.26 e 3.44 conclui-se uma nova para o cálculo do  $VAR_t$ , ou seja, o  $\Delta MtM_t^{Min}$ . O Cálculo do  $\Delta MtM_t^{Min}$  segue abaixo:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(1+i_t^{Max})} - \frac{C}{(1+j_t)} = \frac{C}{(1+j_t e^{\delta \sigma_t^{VT^*}})} - \frac{C}{(1+j_t)}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C(j_t - j_t e^{\delta \sigma_t^{VT^*}})}{(1 + j_t e^{\delta \sigma_t^{VT^*}})(1 + j_t)} = \frac{-C}{(1 + j_t e^{\delta \sigma_t^{VT^*}})(1 + j_t)} j_t (e^{\delta \sigma_t^{VT^*}} - 1)$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1 + i_t^{Max})(1 + j_t)} j_t (e^{\delta \sigma_t^{VT^*}} - 1) \quad (3.46)$$

Conforme visto, na seção 3.7.3, podemos afirmar<sup>12</sup> que  $\delta \sigma_t^{VT^*} \cong e^{\delta \sigma_t^{VT^*}} - 1$  para  $\delta \sigma_t^{VT^*} \cong 0$ .

Em função do fato acima, podemos afirmar que:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1 + i_t^{Max})(1 + j_t)} j_t (e^{\delta \sigma_t^{VT^*}} - 1) \cong \frac{-C}{(1 + i_t^{Max})(1 + j_t)} j_t \delta \sigma_t^{VT^*} \quad (3.47)$$

### 3.7.5 As Aproximações $VP_t^*$ e $VT_t^*$

No parágrafo 3.7, foram introduzidas as variáveis  $VP_t^*$  e  $VT_t^*$  como uma aproximação das variáveis  $VP_t$  e  $VT_t$ . Estas aproximações se baseiam no Polinômio de Taylor, da função  $Ln$ , de ordem 1 em torno do ponto  $x=1$ , ou seja, se baseiam no fato de que:

$$Ln(x) \cong x - 1 \text{ para } x \cong 1,$$

---

<sup>12</sup> O erro cometido nesta aproximação é a mesmo apresentado no gráfico 3.1

Portanto, quanto mais próximo  $x$  estiver de 1, melhor é a aproximação. Mas é fácil verificar que:

$$\left| \frac{1+i_t}{1+j_t} - 1 \right| < \left| \frac{i_t}{j_t} - 1 \right|$$

Logo, a implicação imediata é :

$$|VP_t^* - VP_t| < |VT_t^* - VT_t|$$

O que significa que a aproximação feita para preço é melhor que a aproximação feita para taxa.

### 3.8 Relação entre $\sigma_t^{VP^*}$ e $\sigma_t^{VT^*}$

Utilizaremos este parágrafo para escrever  $\sigma_t^{VT^*}$  em função de  $\sigma_t^{VP^*}$ .

Temos que:

$$VP_t^* = \ln(i_t + 1/j_t + 1) \quad (3.48)$$

$$VT_t^* = \ln(i_t/j_t) \quad (3.49)$$

De (3.48) temos que:

$$j_t = (1+i_t)e^{-VP_t^*} - 1 \quad (3.50)$$

De (3.49) temos que:

$$j_t = i_t e^{-VT_t^*} \quad (3.51)$$

Igualando (3.50) e (3.51) temos que:

$$i_t e^{-VT_t^*} = (1+i_t) e^{-VP_t^*} - 1$$

$$e^{-VT_t^*} (i_t + e^{VT_t^*}) = (1+i_t) e^{-VP_t^*}$$

$$-VT_t^* + \ln \left( i_t + \frac{i_t}{j_t} \right) = -VP_t^* + \ln(1+i_t)$$

$$VT_t^* = VP_t^* - \ln(1+i_t) + \ln \left( i_t + \frac{i_t}{j_t} \right) \quad (3.52)$$

Mas temos que:

$$i_t + \frac{i_t}{j_t} = \frac{i_t(1+j_t)}{j_t} = i_t \frac{\frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})}}{\frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})} - 1} = i_t \frac{\frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})}}{\frac{(j_{t-1} - DI_{t-1})}{(1+DI_{t-1})}} = i_t \frac{(1+i_{t-1})}{(j_{t-1} - DI_{t-1})} \quad (3.53)$$

Substituindo (3.53) em (3.52) temos que:

$$VT_t^* = VP_t^* - \ln(1+i_t) + \ln \left( \frac{i_t(1+i_{t-1})}{(j_{t-1} - DI_{t-1})} \right)$$

$$VT_t^* = VP_t^* + \ln \left( \frac{i_t(1+i_{t-1})}{(j_{t-1} - DI_{t-1})(1+i_t)} \right)$$

Fazendo  $K_t = \ln \left( \frac{i_t(1+i_{t-1})}{(j_{t-1} - DI_{t-1})(1+i_t)} \right)$  temos que :

$$VT_t^* = VP_t^* + K_t \quad (3.54)$$

Então segue que<sup>13</sup>:

$$\left(\sigma_t^{VT^*}\right)^2 = \left(\sigma_t^{VP^*}\right)^2 + \left(\sigma_t^{K_t}\right)^2 + 2 \sigma_t^{VP^*} \sigma_t^{K_t} \rho_{VP^*, K_t} \quad (3.55)$$

onde :

$\sigma_t^{VT^*}$  = desvio padrão da variável  $VT^*$  na data  $t$ .

$\sigma_t^{VP^*}$  = desvio padrão da variável  $VP^*$  na data  $t$ .

$\sigma_t^{K_t}$  = desvio padrão da variável  $K$  na data  $t$ .

$\rho_{VP^*, K_t}$  = correlação entre  $VP^*$  e  $K$  na data  $t$ .

### 3.8.1 Relação entre VAR calculado pela Taxa e calculado pelo Preço

Na seção 4.4.3 vimos que o risco calculado através da variável  $VP_t^*$  é dado por:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} (e^{\delta \sigma_t^{VP^*}} - 1) \cong \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \delta \sigma_t^{VP^*} \quad (3.43)$$

Na seção 3.7.4 vimos que o risco calculado através da variável  $VT_t^*$  é dado por:

<sup>13</sup> Equação verificada pelo Anexo A.



$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})(1+j_t)} (e^{\delta\sigma_t^{VT^*}} - 1) \cong \frac{-C}{(1+i_t^{Max})(1+j_t)} \delta\sigma_t^{VT^*} \quad (3.47)$$

Portanto, (3.43) só será igual a (3.47) se :

$$(e^{\delta\sigma_t^{VP^*}} - 1) = \frac{j_t}{(1+j_t)} (e^{\delta\sigma_t^{VT^*}} - 1) \quad (3.56)$$

Mas, na seção 3.7.5, e na expressão 3.55 foi visto que a relação entre  $\sigma_t^{VP^*}$  e  $\sigma_t^{VT^*}$ , que é dada por:

$$\left(\sigma_t^{VT^*}\right)^2 = \left(\sigma_t^{VP^*}\right)^2 + \left(\sigma_t^{K_t}\right)^2 + 2\sigma_t^{VP^*}\sigma_t^{K_t}\rho_{VP^*;K_t} \quad (3.55)$$

Observando a equação acima, percebe-se que

$$\sigma_t^{VT^*} = f\left(\sigma_t^{VP^*}; K_t; K_{t-1} \dots K_{t-n+1}\right) = f\left(\sigma_t^{VP^*}; i_m; DI_m \text{ com } m = t, t-1, \dots, t-n\right)$$

onde:

$n$  é o número de dias utilizados para o cálculo de  $\sigma_t^{VT^*}$  e  $\sigma_t^{VP^*}$ ;

Ou seja,  $\sigma_t^{VT^*}$  pode ser vista como uma função de  $\sigma_t^{VP^*}$  e todas as taxas  $i_m; DI_m$  com  $m = t, t-1, \dots, t-n$ . Este fato contraria a equação (3.56), pois esta sugere

que  $\sigma_t^{VT}$  pode ser vista como função de  $\sigma_t^{VP}$ ,  $i_{t-1}$  e  $DI_{t-1}$ . A não igualdade da equação (3.56) pode ser facilmente verificada através de um exemplo<sup>14</sup>.

### 3.9 Taxa ao Período X Taxa ao Dia

Até o momento, analisamos o  $\Delta MtM_t^{\text{Min}}$  utilizando apenas taxas ao período. Nesta seção, iremos relacionar o  $\Delta MtM_t^{\text{Min}}$  utilizando taxa ao dia e  $\Delta MtM_t^{\text{Min}}$  utilizando taxa ao período.

#### 3.9.1 A Variável ( $VP^{**}_t$ )

Na seção 3, introduzimos a variável  $VP^*_t$  e definimos esta como:

$$VP^*_t = \text{Ln} \left( \frac{i_t + 1}{j_t + 1} \right) \quad (3.57)$$

onde :

$i_t$  = a taxa de mercado, ao período, na data  $t$ .

$j_t$  = a taxa de mercado, ao período, na data  $t-1$  ajustada para a data.

Nesta seção iremos introduzir a variável  $VP^{**}_t$  e definiremos a mesma como:

$$VP^{**}_t = \text{Ln} \left( \frac{I_t + 1}{J_t + 1} \right) \quad (3.58)$$

onde :

$I_t$  = a taxa de mercado, ao dia, na data  $t$ .

<sup>14</sup> Para provar que uma igualdade não é verdadeira basta apresentar um contra-exemplo, porém, para provar a igualdade ou uma aproximação é necessário uma demonstração literal.

$J_t$  = a taxa de mercado, ao dia, na data  $t-1$  ajustada para a data  $t$ .

De 3.57, observa-se que:

$$VP_t^* = \text{Ln} \left( \frac{i_t + 1}{j_t + 1} \right) = \text{Ln} \left( \frac{(I_t + 1)^n}{(J_t + 1)^n} \right) = \text{Ln} \left( \left( \frac{I_t + 1}{J_t + 1} \right)^n \right) = n \cdot \text{Ln} \left( \frac{I_t + 1}{J_t + 1} \right) = n \cdot VP_t^{**}$$

Portanto, por consequência imediata:

$$\sigma_t^{VP^*} = n \cdot \sigma_t^{VP^{**}} \quad (3.59)$$

### 3.9.2 O $\Delta MtM_t^{\text{Min}}$ através da Variável $VP_t^{**}$

Conforme mencionado no início do texto, o  $\Delta MtM_t$  pode ser definido em função da taxa ao dia e neste caso o mesmo é dado pela expressão 4.7:

$$\Delta MtM_t = \frac{C}{(1 + I_t)^n} - \frac{C}{(1 + J_t)^n}$$

Neste caso  $\Delta MtM_t^{\text{Min}}$ , para posições ativas, é dado por:

$$\Delta MtM_t^{\text{Min}} = \frac{C}{(1 + I_t^{\text{Max}})^n} - \frac{C}{(1 + J_t)^n}$$

Mas sabemos que  $I_t^{\text{Max}}$  é dado por:

$$\text{Ln} \left( \frac{I_t^{\text{Max}} + 1}{J_t + 1} \right) = \delta \sigma_t^{VP^{**}} \quad (3.60)$$

onde :

$I_t^{\text{Max}}$  = valor máximo que a taxa  $I_t$  pode assumir na data  $t$

$J_t$  = taxa de mercado, ao dia, na data  $t-1$  ajustada para a data  $t$ .

$\delta$  = coeficiente associado ao intervalo de confiança.

$\sigma_t^{VP^{**}}$  = desvio padrão da variável  $VP_t^{**}$  na data  $t$ .

Portanto de 3.60 podemos escrever que  $I_t^{Max}$  é dado por:

$$I_t^{Max} = e^{\delta \sigma_t^{vp**}} (1 + J_t) - 1 \quad (3.61)$$

De posse desta informação é possível calcular o  $VaR_t$ , ou seja, o  $\Delta MtM_t^{Min}$ . O Cálculo do  $\Delta MtM_t^{Min}$  segue abaixo.

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(1 + I_t^{Max})^n} - \frac{C}{(1 + J_t)^n} = \frac{C}{(1 + e^{\delta \sigma_t^{vp**}} (1 + J_t) - 1)^n} - \frac{C}{(1 + J_t)^n}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(e^{\delta \sigma_t^{vp**}} (1 + J_t))^n} - \frac{C}{(1 + J_t)^n} = \frac{C(1 - e^{n\delta \sigma_t^{vp**}})}{e^{n\delta \sigma_t^{vp**}} (1 + J_t)^n}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1 + I_t^{Max})^n} (e^{n\delta \sigma_t^{vp**}} - 1) \quad (3.62)$$

Nas seções anteriores foi mencionado que  $\ln(x) \cong x - 1$ , para  $x$  próximo de 1, percebe que para  $n\delta \sigma_t^{vp**} \cong 0 \Rightarrow e^{n\delta \sigma_t^{vp**}} \cong 1$ . Então podemos afirmar<sup>15</sup>, que para  $n\delta \sigma_t^{vp**} \cong 0$ , temos:

$$\ln(e^{n\delta \sigma_t^{vp**}}) \cong e^{n\delta \sigma_t^{vp**}} - 1 \Rightarrow n\delta \sigma_t^{vp**} \cong e^{n\delta \sigma_t^{vp**}} - 1$$

Em função deste fato, podemos afirmar que:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1 + I_t^{Max})^n} (e^{n\delta \sigma_t^{vp**}} - 1) \cong \frac{-C}{(1 + I_t^{Max})^n} n\delta \sigma_t^{vp**} \quad (3.63)$$

<sup>15</sup> O erro cometido nesta aproximação é a mesma apresentada no gráfico 3.1.

Gostaríamos de chamar a atenção que, para prazos longos ( $n$  "grande"), esta aproximação não é boa, pois a suposição  $n\delta\sigma_t^{VP^*} \cong 0$  não estará satisfeita.

Como apresentado na seção 4.6.1, temos que  $\sigma_t^{VP^*} = n \cdot \sigma_t^{VP^*}$ . De 3.59 e 3.63, obtém-se:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} (e^{\delta\sigma_t^{VP^*}} - 1) \cong \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \delta\sigma_t^{VP^*} \quad (3.64)$$

Observe que a equação acima é exatamente a mesma definida pela expressão 3.43.

### 3.10 Considerações Finais

#### 3.10.1 Necessidade da taxa máxima

Como pôde ser visto ao longo do texto, a taxa máxima aparece em todos as metodologias de cálculo de VAR aqui apresentadas.

Em geral, a taxa máxima é superior a taxa de mercado, portanto substituir a taxa máxima pela taxa de mercado no cálculo do VAR iria fazer com que o mesmo fosse superestimado.

#### 3.10.2 A Suposição de Valor Médio igual a Zero

Embora não mencionado até o momento, para todos os cálculos de VAR aqui apresentados, existe a suposição que o valor médio da variável  $VP_t^{*16}$  é igual a zero. Esta suposição pode ser verificada através de teste de hipótese.

Observe que esta suposição é o mesmo que supor que as taxas estão estáveis, pois em caso de taxas crescentes (decrecentes) teremos média de  $VP_t^*$  positiva (negativa).

---

<sup>16</sup>Poderia ser também a consideração a qualquer uma das variáveis que mensurem variações apresentadas neste texto.

Esta suposição é utilizada no momento em que calculamos a taxa máxima. Caso esta suposição seja constatada como falsa (através do teste de hipótese), a taxa máxima deve ser calculada como apresentado a seguir.

$$\ln\left(\frac{\hat{i}_t^{Max} + 1}{j_t + 1}\right) = \delta \sigma_t^{VP*} + \overline{VP} \quad (4.45)$$

onde :

$\hat{i}_t^{Max}$  = valor máximo que a taxa  $\hat{i}_t$  pode assumir na data  $t$

$j_t$  = taxa de mercado, ao período, na data  $t-1$  ajustada para a data  $t$ .

$\delta$  = coeficiente associado ao intervalo de confiança.

$\overline{VP}$  = valor médio da variável  $VP^*_t$

$\sigma_t^{VP*}$  = desvio padrão da variável  $VP^*_t$  na data  $t$ .

Neste caso deve-se tomar cuidado com as aproximações do  $\Delta MtM_t^{Min}$ , pois ao invés da suposição de  $\delta \sigma_t^{VP*} \cong 0$  passa-se a fazer a suposição de  $\delta \sigma_t^{VP*} + \overline{VP} \cong 0$ .

### 3.10.3 Aproximações para prazos longos utilizando a taxa ao dia

Foi apresentado ao longo deste capítulo aproximações para cálculo do VAR utilizando taxa ao dia e, como vimos, as suposições necessárias para as aproximações não são satisfeitas para prazos longos.

Portanto, no caso de prazos longos, parece mais aconselhável utilizar a taxa ao período ou realizar os cálculos do VAR sem o uso de aproximações.

## ***Capítulo 4***

---

### ***Modelo Proposto***

## 4.1 Introdução

Neste capítulo expomos como foi definida a modelagem matemática para o cálculo do *VAR*, que é o parâmetro mais importante, para gerenciamento do risco pré-fixado do banco.

Tomemos como exemplo uma carteira de um banco comercial, formada por operações pré-fixadas, que compreendem títulos da dívida pública, certificados de depósitos bancários (CDB) ou interfinanceiros (CDI) etc. Estes títulos pré-fixados podem ser analisados como vários fluxos de caixa a receber (aplicações) e pagar (captações) com seus valores de vencimentos fixos. O banco para manter esta carteira toma ou capta, empréstimos de curto, médio ou longo prazos, para o balanceamento do *portfolio*.

Existem três hipóteses a serem avaliadas:

1. Alta de taxas, o que ocasionaria prejuízos para balanceamento de uma carteira composta de ativos pré-fixados, pois estaríamos tomando dinheiro emprestado mais caro para cobrir os empréstimos que já haviam sido feitos. A alta de taxas seria lucrativos para uma carteira passivada (captada) em pré-fixado.
2. Queda das taxas, onde seria benéfico para balancear uma carteira já pré-fixada a taxas mais altas;
3. Manutenção das taxas, indiferente para balancear o *portfolio*.

Novamente analisasse a carteira como um conjunto de fluxos a vencer no futuro. Essas captações e aplicações tem preços equivalentes no presente, calculados pelos valores de resgate divididos pelas taxas de juros de seus prazos, conforme equação 3.24. Em caso de aumento das taxas esses valores presentes diminuem seu valor, e ocasionam uma perda no *portfolio*, o que se torna indesejável.



## **4.2 Parâmetros do modelo**

O modelo simula neste trabalho uma carteira fictícia (similar à real) de ativos e passivos, tomando como *inputs* informações referentes aos fluxos:

1. volumes operados;
2. prazos;
3. volatilidades e correlação nos prazos abertos;
4. coeficiente de alisamento, para previsão da volatilidade;
5. coeficiente de segurança (para intervalo <sup>com</sup> de) confiança de 99%.

Como *outputs* o modelo informa aos administradores as perdas potenciais máximas para o dia seguinte e os prazos onde isto ocorre.

Pode-se adiantar, que quando se trabalha com variação dos preços dos ativos, ao invés de taxas, temos resultados mais seguros (seção 3.7.5).

## **4.3 Metodologia de Cálculo**

Após a definição no capítulo 3 das relações existentes entre risco, taxas e coeficientes de segurança, discuti-se neste capítulo a metodologia de cálculo. Uma das dificuldades encontrada para o cálculo do risco é o número de termos de correlação existentes em uma carteira com muitos fluxos. Em função da elevada quantidades de prazos trabalha-se com vértices, que nada mais são do que prazos que tentam representar o *portfolio* equivalente através de técnicas estatísticas, descritas a seguir.

Em todos os cálculos do modelo utiliza-se como *inputs* dados baseados nas distribuições estatísticas das observações (taxas de juros).

### **4.3.1 Identificar exposições e fluxos de caixas**

O modelo baseado na volatilidade, deve ter identificadas todas suas exposições que de algum modo geram riscos individuais ao *portfolio* como um todo. O modelo de risco do J.P. MORGAN(1997) (*riskmetrics*) trata toda exposição como um fluxo de caixa (*cash flow*). Um fluxo de caixa é definido por uma quantia de alguma moeda (pré-fixada, dólar, taxa referencial (TR) etc.), uma data de pagamento e um crédito (ou débito). Uma vez determinados, os fluxos devem ser balanceados (mapeamento) em prazos específicos, os chamados vértices.

Para ilustração do modelo o trabalho utiliza exemplos de ativos/passivos prefixados. Porém estas marcações a mercado podem ser feitas com qualquer tipo de carteira, seja esta pré ou pós-fixada.

### **4.3.2 Alocação dos fluxos nos vértices.**

#### **4.3.2.1 Definição dos vértices**

Após definidos os fluxos de caixa de seu *portfolio*, estes devem ser alocados em vértices. A alocação em vértices é uma forma de amenizar o problema operacional, que é o de se trabalhar com muitas variáveis de correlação (expressões 3.9 e 3.10), com um número de termos definido pela equação 3.8. De acordo com J.P. MORGAN(1997) a definição dos vértices leva em consideração alguns fatores:

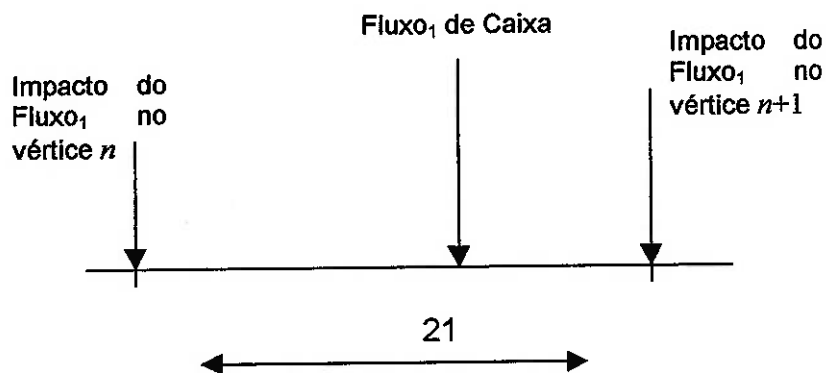
- Prazos fixos no tempo, ou seja, escolha de prazos e não vencimentos;
- proximidade, ou coincidência com prazos usualmente utilizados pelo mercado e;
- liquidez dos prazos.

Para o trabalho os vértices serão definidos com espaçamento de 21 dias úteis. Este número de dias entre os vértices é definido com base no fato de que o mercado nacional trabalha muito com 30 dias (corridos) e múltiplos deste, que na média correspondem a 21 dias úteis.

Logo trabalharemos com os seguintes vértices em dias úteis (dias corridos): 1, 21 (trinta dias), 42 (sessenta dias), 63 noventa dias), 126 (meio ano), 189 e 252 (ano).

#### 4.3.2.2 Relação entre fluxo e vértices

Uma vez definidos os vértices, deve-se alocar os fluxos de sua carteira para os mesmos. Conforme esquematizado na figura 4.1 .



**Figura 4.1** Esquematização da alocação dos fluxos de caixa nos vértices do modelo. Adaptado de J.P. MORGAN(1997) (Riskmetrics).

Para alocação dos valores dos fluxos nos vértices pode-se utilizar as expressões 3.5 e 3.6, descrita abaixo:

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{12} \quad (3.5)$$

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (3.6)$$

realocando 3.5 e 3.6

$$\sigma_{fluxo}^2 = X_n^2 \sigma_n^2 + X_{n+1}^2 \sigma_{n+1}^2 + 2X_n X_{n+1} \rho_{n,n+1} \sigma_n \sigma_{n+1} \quad (4.1)$$

Para a alocação dos fluxos nos vértices utilizamos a equação acima para distribuição dos vários fluxos de caixas de um *portfolio* nos vértices do modelo. Os termos da equação são denominados abaixo:

$\sigma_{fluxo}$  = volatilidade do fluxo de caixa

$X_n$  = percentual de participação do fluxo de caixa no vértice (n)

$\sigma_n$  = volatilidade do vértice (n)

$X_{n+1}$  = percentual de participação do fluxo de caixa no vértice (n+1)

$\sigma_{n+1}$  = volatilidade do vértice (n+1)

$\rho_{n,n+1}$  = correlação entre os vértices (n) e (n+1).

Os cálculos e procedimentos referentes à alocação do *portfolio* fictício nos vértices estão definidos no anexo E.

### 4.3.3 Cálculo do “VAR”

#### 4.3.3.1 Cálculo do “VAR” nos vértices

Através da equação 4.1 obtém-se  $X_1$  e  $X_2$  para alocação dos volumes dos diferentes prazos do *portfolio* nos vértices.

Alocado os volumes do *portfolio* nos vértices calcula-se o VAR ( $\Delta MtM^{\min}$ ) individual de cada posição, dado pelas expressões 3.41 e 3.42:

$$i_t^{Max} = e^{\delta \sigma_t^{vp}} (1 + j_t) - 1 \quad (3.41)$$

$$\Delta MtM_t^{Min - vértice} = \frac{-C^{vértice}}{(1 + i_t^{Max})} (e^{\delta \sigma_t^{vp}} - 1) \quad (3.42)$$

onde:

$C^{vértice}$  = volume alocado em cada vértice;

$\sigma_t^{VP^*}$  = desvio padrão previsto da variável  $VP^*$  na data  $t$  ;

$j_t$  = taxa ajustada de  $t-1$  para  $t$

Como resultado da equação teremos  $VAR^{vértice}$ .

#### 4.3.3.2 Cálculo do “VAR” com “portfolio”

Após o cálculo do valor em risco nos vértices podemos ser levados a pensar que o VAR total, dado um *portfolio*, seja obtido pelo simples somatório de cada  $VAR^{vértice}$ , conforme as expressões 3.41 e 3.42.

Entretanto se simplesmente somarmos os  $VAR^{vértice}$  individuais estar-se-ia desprezando os movimentos relativos entre os vértices. Assim, é necessário levar em conta esses movimentos relativos.

De um modo geral, pode-se dizer que se o preço de um ativo, considerando um dado prazo, independe do preço desse mesmo ativo, considerando um outro prazo, o grau de correlação dessas variáveis nesses prazos é zero (seção 3.2.2). Na medida que esta dependência aumenta, o grau de correlação tende a 1 se as grandezas forem diretamente proporcionais, ou  $-1$  se forem inversamente proporcionais.

É necessário considerar como se comportam, uns em relação aos outros, os prazos (taxas) que compõe as curvas de mercado. Deve-se então calcular as correlações de cada vértice com os demais, representados por uma matriz ( $M$ ) conforme a seguir:

$$M = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \cdots & \rho_{1n} \\ \vdots & & & & \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \rho_{n3} & \cdots & \rho_{nn} \end{bmatrix}$$

onde  $n$  = número de vértices.

Fazendo um comparativo com o cálculo do risco de MARKOWITZ (1959), definido pela expressão 3.10 defini-se o cálculo do VAR em um *portfolio* ( $VAR^{portfolio}$ ) como:

$$VAR^{portfolio} = \sqrt{VAR^{vértice} \times M \times VART^{vértice}} \quad (4.4)$$

onde:

$VAR^{vértice}$  = matriz de ordem  $1 \times n$  que representa o cálculo do risco nos vértices alocados.

$M$  = matriz de correlação entre os vértices do *portfolio* de ordem  $n \times n$ .

$VART^{vértice}$  = matriz transposta do  $VAR^{vértice}$ , de ordem  $n \times 1$

#### 4.3.4 Definição do fator de segurança ( $\delta$ )

O fator de segurança ( $\delta$ ) utilizado nas expressões definidas para cálculo do risco (expressão 3.42 entre outras) é definido pela discrepância dos pontos em relação à distribuição Normal, que admite-se para este trabalho.

É verificado a quantidade de pontos que desvia da média dos retornos, e qual o fator de segurança necessário para que tenhamos neste desvio um intervalo de confiança de 99% dos pontos. Para tanto defini-se o fator de segurança como 2.33, que é o fator para uma distribuição Normal, com intervalo de confiança de 99%.

A definição do fator de segurança toma como base os gráficos do anexo G.

### 4.3.5 Previsão de risco e correlação

#### 4.3.5.1 Escolha do modelo de previsão

A base para definição desta seção está detalhada no capítulo 3. A fundamentação teórica é baseada no estudo de séries temporais (seção 3.3). O modelo deste trabalho tem como hipótese que os retornos (variação das taxas de juros) estão próximos a uma distribuição Normal.

Para efetuar o cálculo de risco de mercado faz-se necessário a realização de previsões de volatilidades (desvios-padrões) da variação de preço e de correlações entre estes mercados. Estas previsões podem ser realizadas pelas mais variadas técnicas estatísticas disponíveis na literatura, desde técnicas sofisticadas tais como ARIMA e ARCH, até as mais simples como Alisamentos Exponenciais.

Os modelos ARCH e ARIMA, embora forneçam resultados mais precisos, são complexos no que se refere aos algoritmos de estimação. Existe também outro inconveniente de precisar de um modelo específico para cada série a ser prevista (cada mercado: juros, dólar, mercado acionário etc.).

Os alisamentos exponenciais possuem algoritmos de estimação relativamente simples, sendo possível utilizar o mesmo modelo para realização de várias previsões (vários mercados). Em virtude das argumentações nas seções 3.3 e 4.3.5.1 deste capítulo o trabalho decidiu-se por utilizar o modelo de alisamento exponencial simples.

O modelo de alisamento exponencial é definido conforme a expressão 4.50, apresentada a seguir.

$$\hat{Z}_t = (1 - \lambda)\hat{Z}_{t-1} + \lambda Z_{t-1} \quad (4.5)$$

onde:

$Z_t$  = valor da série temporal no instante  $t$ , com  $t = 2, \dots, N+1$

$\hat{Z}_t$  = valor alisado da série temporal no instante  $t$

$\lambda$  = parâmetro chamado "constante de alisamento", com  $0 < \lambda < 1$ .

#### 4.3.5.2 Horizonte de previsão

O modelo aqui definido tem seus cálculos de medição e previsão do valor em risco atualizados diariamente. Portanto diz-se que trabalhamos com um horizonte de previsão de um dia. Isto significa que a cada dia novos parâmetros para gerenciamento do risco são utilizados.

O horizonte de previsão é muito importante estar adequado ao mercado. Alguns autores utilizam prazos maiores para previsão, o que não se aconselha para um cenário volátil igual ao brasileiro e operações com prazos médios curtos.

A previsão de  $Z_{t+h}$  no instante  $t + h$  é dada pelo valor alisado  $\hat{Z}_t$ , para todo  $h > 0$ . Vale ressaltar que interessa-nos apenas na previsão de amanhã, ou seja, o modelo trabalha com horizonte de previsão de 1 dia.

#### 4.3.5.3 Determinação da constante de alisamento $\lambda$

Para inicialização do alisamento exponencial simples considera-se que  $Z_1 = \hat{Z}_1$ .

A fórmula 4.5 é recursiva, dependente de previsões e observações passadas. A determinação da constante de alisamento é determinada minimizando o somatório do quadrado das diferenças entre os valores previstos e os alisados, conforme a equação 4.6:

$$\sum_{i=1}^n (Z_i - \hat{Z}_i)^2 \quad (4.6)$$

A determinação da constante de alisamento é feito no trabalho com dados dos meses de agosto e setembro de 1998. Utiliza-se também o software solver<sup>1</sup>, que tinha como função objetivo minimizar a equação 4.6, e como restrição  $0 < \lambda < 1$ . A constante de

---

<sup>1</sup>O software solver é um programa interno do microsoft EXCEL baseado em métodos iterativos para resolução de sistemas de equações e problemas de otimização, lineares ou não.



alisamento deve ser reestimada a cada 15 dias. Esse prazo pode ser revisado em caso de mudanças significativas no comportamento das taxas de juros.

Os cálculos referentes a esta seção encontram-se no anexo G do trabalho.

#### **4.4 Função do modelo**

O modelo tem por função medir, prever e controlar, com auxílio do VAR, o risco implícito das operações (fluxos de caixa). O modelo avalia o potencial das oscilações dos preços com base na volatilidade passada e prevista, através do alisamento exponencial.

O modelo trabalha como uma ferramenta para tomada de decisões. As decisões serão baseadas no  $VAR^{portfolio}$ , o qual deve ter como restrição limites definidos pela alta gerência do banco. O modelo acompanhará a evolução de uma carteira de ativos e passivos, buscando maximizar a utilização do limite liberado a mesa de operações, tendo como parâmetro de controle o  $VAR^{portfolio}$ . Algumas restrições fazem-se necessárias, sendo estas caracterizadas basicamente pela liquidez do mercado.

Os *outputs* do modelo, definidos na seção 4.2, mostram os prazos (vértices) que devem ser mais posicionados, ou ter suas posições revertidas através dos instrumentos (ativos e derivativos) existentes no mercado.

Os detalhes da definição dos limites pela gerência estão expostos no capítulo 5.

O modelo descrito acima terá a seguinte função objetivo maximizar a utilização do limite VAR, descrito a seguir:

$$Max\phi = VAR^{portfolio} = \sqrt{VAR^{vértice} \times M \times VART^{vértice}}$$

onde:

$\phi$  está limitado ao valor de limite ( $\theta$ ) imposto pela alta gerência do banco.

Esta função objetivo visa maximizar a utilização do limite, baseado no cálculo do VAR. Limite este restringido pela exposição que o banco esteja disposto a correr.

Pode-se também adicionar um termo a função objetivo, em caso de se querer obter uma folga em relação ao limite imposto pela diretoria. Neste caso então a função objetivo  $\phi$  seria igualar a zero a seguinte expressão:

$$\phi = \sqrt{VAR^{vértice} \times M \times VART^{vértice}} - \eta\theta = 0 \quad (4.7)$$

onde:

$\phi$  = função objetivo

$\eta$  = fator de "folga" que se deseja em relação ao limite  $\theta$ ;

$\theta$  = limite definido pelo banco.

? VARIÁVEL?

#### 4.5 Restrições do modelo

As restrições são basicamente quanto à liquidez do mercado. O prazo de maior liquidez no mercado é o de 1 dia (over). Em seguida pode-se classificar como 30 dias (vértice de 21 dias úteis), 180 dias (vértice de 126 dias úteis) e 360 dias (vértice de 252 dias úteis), como os próximos prazos mais líquidos respectivamente.

Devemos dar preferência aos prazos com mais liquidez. Dependendo do mercado (nível de estabilidade e liquidez), são os únicos prazos realmente onde consegue-se abrir novas posições para balancear seu *portfolio*. Para tanto as restrições seguem abaixo:

$$-50.000.000 < C^{vértice1} < 50.000.000$$

$$-30.000.000 < C^{vértice2} < 30.000.000$$

$$-20.000.000 < C^{vértice5} < 20.000.000$$

$$-20.000.000 < C^{vértice7} < 20.000.000$$

Essas restrições podem ser modificadas em caso perda ou aumento de liquidez. Os números foram definidos com base na liquidez de setembro em consenso entre *traders* da mesa tesouraria. A definição das restrições acima levam em conta um possível valor que possa ser negociado sem que este altere o preço de sua realização. Exemplificando: Se o banco precisa operar no mercado aplicando R\$ 10.000.000 receberá uma taxa  $X$ , se esse valor fosse de R\$ 100.000.000 a taxa seria  $Y$ , com  $X > Y$ . Pode-se fazer um comparativo com a lei da oferta e procura, quanto maior oferta de dinheiro menor a taxa paga por este.

Teremos para este modelo um total de 8 restrições, duas para cada vértice escolhido. Posteriormente, com aumento da liquidez, pode-se reavaliar outros prazos para utilizar no modelo, bem como os limites propostos acima.

Um bom parâmetro para verificar a liquidez nesses prazos são os contratos futuros negociados na BM&F. Basta acompanhar a quantidade dos contratos negociados e verificar também os negócios das operações de swap de 180 e 360 dias. Com essas informações pode-se ter uma boa idéia da liquidez do sistema.

#### **4.6 Inicialização do modelo**

O modelo para ser verificado trabalhará com uma carteira fictícia, que no caso é a mesma descrita no anexo E, utilizada para simular a alocação nos vértices. Defini-se também um limite fictício para inicializar o modelo.

$$\theta = \text{limite definido pela vice-presidência} = \text{R\$ 3.500.000}$$

Em uma carteira com prazos de vencimentos a tendência é de que o risco diminua com o passar do tempo, pelo simples fato de que operações vencidas não oferecem mais riscos. Para minimizar este problema adota-se nesta simulação que a cada vencimento nova operação é realizada. A nova operação terá o mesmo volume da vencida e será refeita (aplicada ou captada) pelo prazo e taxa de 1 ano (252 dias úteis).

### 4.7 Verificação do modelo

O modelo apresentado é caracterizado como um problema de otimização, porque sua solução passa por programação matemática que busca maximizar uma determinada função objetivo sujeita a certas restrições.

Verificando em detalhe a função objetivo 4.7 constata-se que é um problema de programação linear, com restrições também lineares. Para resolver esse tipo de problema será utilizado o Microsoft Excel Solver (MES) 97<sup>2</sup>.

A simulação é formada por um conjunto de 5 planilhas. Duas delas são responsáveis pelo tratamento das séries históricas através dos cálculos de: volatilidade, retorno, e previsão através de alisamento exponencial simples. Essas planilhas são as que fornecem os *inputs* para o modelo. Uma planilha é responsável pela alocação dos fluxos nos vértices, onde obtém-se os *portfolios* alocados e faz-se a manutenção das carteiras. A manutenção é feita diariamente, e consiste na reaplicação (ou captação) dos volumes vencidos no dia e os fornecidos pelos *outputs* do modelo (volumes, prazos e tipos de operações).

O modelo de otimização é composto por duas planilhas. Uma delas contém o *portfolio* alocado e balanceado em  $t-1$ , e a outra é a que apresenta os vértices balanceados em  $t$ . Essas planilhas foram simuladas com as carteiras fictícias do dia 02/09/98 até o dia 24/09/98.

---

<sup>2</sup> O MES é um programa interno ao MS-Excel baseado em métodos iterativos para resolução de equações, sistema de equações e problemas de otimização (lineares ou não). Para a resolução de problemas lineares o processo iterativo é baseado no método Simplex.

## **Capítulo 5**

---

### ***Implementação do modelo***

## 5.1 Introdução

A administração financeira vem a cada dia passando por diversas modificações. As modificações são a nível de informação e ferramentas de controle. Nota-se que a quantidade de informações para os administradores nesta área vem aumentando continuamente. Uma decisão tomada hoje leva em conta muito mais parâmetros do que alguns anos atrás.

Para implementar o modelo deve-se deixar claro a importância deste. Colocamos neste capítulo a abrangência de um sistema de gerenciamento de risco.

No capítulo 4 foi definido um modelo para tratar os dados gerados por oscilações de mercado, com base na estatística de taxas de juros e exposição do banco. Para este capítulo será apresentado como dividir e alocar os limites de riscos para cada área, cada mesa de operações e até por *trader*. Essas definições são importantes para não ocorrer o mal dimensionamento de limites entre áreas.

Um dos problemas mais freqüentes, observados pela alta gerência banco, era de que algumas áreas de mercado, com posições muito alavancadas, tinham grande potencial para gerar prejuízo, em contrapartida existiam outras áreas com limites superestimados utilizados em posições de baixo risco e retorno. Para tanto, está definido neste capítulo como pode ser feita esta alocação de riscos para as diferentes áreas existentes. A idéia de alocação de recursos deve ser avaliada pela alta gerência do banco, no caso a vice-presidência da área financeira.

## 5.2 Importância do modelo

O VAR vem se aprimorando e intensificando sua necessidade ao longo dos anos devido a alguns fatores, descritos em JORION(1997):

1. **Aumento da volatilidade dos produtos.** O aumento da volatilidade dos produtos, sejam eles commodities, juros ou qualquer outro produto do mercado, seja este financeiro ou não, aumenta a necessidade de um controle mais direto dos ativos e seus preços;

2. **Maior exposição às fontes de risco globais.** Os produtos financeiros recebem hoje uma carga de influência não apenas local, e sim globalizada. A saúde financeira das empresas e países que recebem algum investimento ficam sujeitos à volatilidade de países com características em comum, surgidas pela dificuldade financeira dos mesmos. Temos um exemplo recente nos tempos de hoje. É o que ocorreu com os mercados asiáticos, russo e brasileiro, onde os países mais foram postos a prova pela desconfiança dos investidores quanto a saúde financeira.
3. **Melhor controle sobre derivativos.** O controle sobre ativos e derivativos feitos com auxílio das ferramentas do VAR melhoram o desempenho de rentabilidade dos *portfolios*. Existe também a necessidade de se observar este controle, uma vez que a vigilância dos Bancos Centrais<sup>1</sup> estão cada vez mais rigorosas com respeito a exposição permitidas das instituições financeiras.

### **5.2.1 Escopo do sistema**

O sistema abrange uma gama muito ampla de possíveis clientes. JORION(1997) define quatro grandes tipos de possíveis usuários de um modelo de risco:

#### **5.2.1.1 “Proprietary Trading”**

Para os grupos *proprietary trading*, a utilização de um modelo com base na variação de preços de seus ativos e passivos, provém uma visão uniforme das exposições globais do risco, facilitando acesso à informações necessárias à reversão e balanceamento de posições. Estes grupos estão geralmente expostos a um alto grau de risco.

Deve-se dizer que a implementação de um modelo de risco, como o descrito neste trabalho, deve ser imediata e prioritária em mesas com características mais agressivas perante exposição ao risco. Esta ressalva foi um dos problemas vivenciados

---

<sup>1</sup> As referências bibliográficas números 13, 14 e 15 contém maiores informações e detalhes a respeito dos limites legais exigidos pelo Banco Central do Brasil, visto que não cai no mérito deste trabalho discuti-las.

na implantação do sistema no banco, uma vez que existiam mais do que uma mesa, com diferentes posições e características. A mesa *proprietary trading* teve preferência para a implantação do sistema.

#### **5.2.1.2 Gerenciamento de ativos (“asset management”)**

- O VAR proporciona novamente uma dinâmica visão do risco, em contrapartida ao *asset management allocation*<sup>2</sup> amplamente conhecido e definido por JORION(1997) como um sistema estático.
- Estratégias ficam mais flexíveis às mudanças;
- O modelo baseado no VAR é utilizado para definir limites em posições, que por sinal verifica-se como uma das mais fortes características do modelo. Com a definição de limites em posições existe também uma melhor avaliação de performance , visto que este limite pode ser ajustado dia a dia.

#### **5.2.1.3 Corporações não financeiras**

Não apenas os bancos podem se beneficiar deste tipo de modelo. Muitas empresas tem material exposto ao risco, seja este classificado como estoques, ou qualquer outro produto que tenha variação de preço, bem como seus ativos e passivos financeiros.

### **5.3 VAR como ferramenta de alocação de recursos**

A alocação do risco em um banco deve ser feita primeiramente com uma divisão entre áreas com as mesmas características de negócio.

Por exemplo, alguns autores escrevem que os limites operacionais não devem ser compartilhados, ou tratados em conjunto, entre áreas com características distintas, com diferentes clientes, frentes de atuação, volume de operações etc. As áreas comerciais do banco devem ter os riscos calculados e alocados com certa independência

---

<sup>2</sup> Referência Bibliográfica NARGIZIAN (1997).



em relação a uma área financeira, a qual trabalha com instituições financeiras, com *spreads*<sup>3</sup> mais curtos, volumes muito superiores por operação, diferente nível de liquidez etc.

Um modelo para alocação de limite de acordo com SCHRICKEL(1994) envolve a habilidade de fazer uma decisão de crédito, dentro de um cenário de incertezas, constantes mutações e informações incompletas, exatamente com o qual o Brasil se depara hoje. O mesmo autor reitera que esta habilidade depende da capacidade de analisar logicamente situações não raro complexas, e chegar a uma conclusão clara, prática e factível de ser implementada. Para tanto, estas decisões devem ser definida por uma alta gerência qualificada, que conheça todos os riscos citados na seção 3.2.

### **5.3.1 Posições e limites**

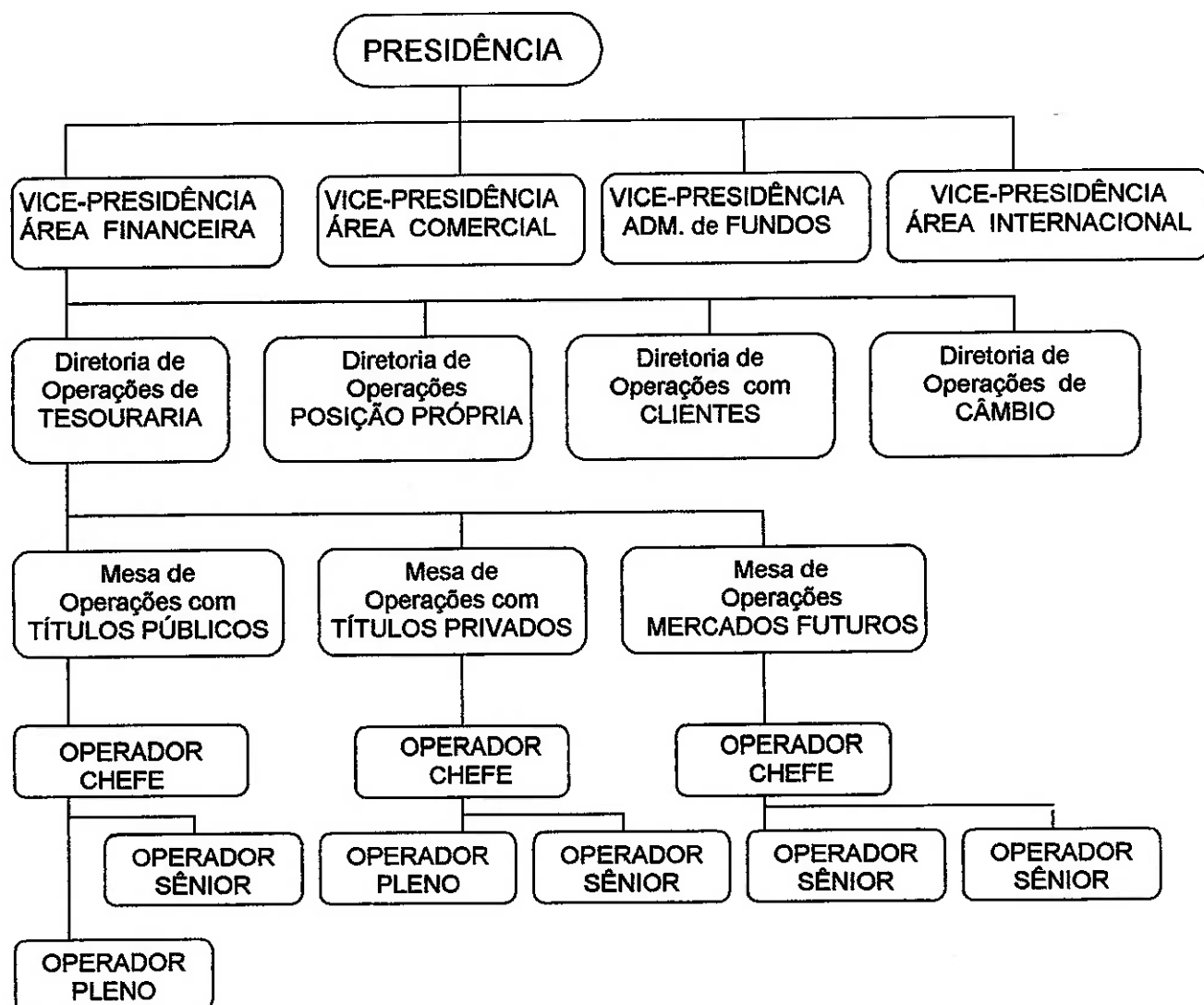
A proposta deste trabalho não é a de definir limites operacionais, o qual deve ser definido pela vice-presidência do banco. Levamos a proposta de, após definição dos limites para áreas, departamentos e gerências, estes seriam monitorados sempre com base sempre no cálculo do VAR. O trabalho tem nesta seção definida uma proposta de monitoramento de limites de riscos, estudados especificamente para a área financeira do banco, mas pode ser adaptado facilmente para outras áreas da instituição, sendo a área comercial um bom exemplo. De acordo com JORION(1997), o VAR deve ser utilizado para medir e comparar posições em resposta às mudanças de volatilidade do mercado.

### **5.3.2 Organograma da alocação de limites**

O organograma da figura 5.1 representa as diversas áreas, com suas respectivas divisões, para alocação dos limites. A Vice-Presidência Financeira deve definir um limite global para reparti-lo entre suas diretorias.

---

<sup>3</sup> Diferencial entre preços de compra e venda.



**Figura 5.1 Organograma para alocação de limites.**

**Elaborado pelo Autor.**

Os limites, conforme já mencionados, devem ser definidos pela alta gerência (Vice-Presidência). Esse limite é definido com base legal na Resolução do Banco Central do Brasil n.º 2.212<sup>4</sup>, a qual determina formas de cálculo para ponderar o grau de risco

<sup>4</sup> Resolução n.º 2.212 – Altera dispositivos das Resoluções n.ºs 2.099, de 17/08/94, e 2.122, de 30/11/94, referência bibliográfica 13, 14, 15.

dos ativos em relação ao patrimônio líquido das instituições financeiras autorizadas a funcionar a partir desta resolução.

Após levantados todos os critérios para definirmos o grau de exposição ao risco, e achado o número deste, cada diretoria deve ter seus limites especificados. Estes são variáveis pelo perfil das operações realizadas pela mesa. As mesas mais alavancadas devem ter logicamente um limite VAR maior do que de outras diretorias.

O intuito deste trabalho não é o de calcular, ou propor alguma metodologia de cálculo para definição dos limites operacionais departamentais. O intuito deste capítulo é o de propor como seriam distribuídos os limites internos da diretoria de Tesouraria. Este capítulo propõe como poderia ser uma divisão entre gerentes e operadores, e como seria feito o controle destes, que na verdade nada mais são do que um monitoramento dos  $\Delta MIM^{MIN}$ s.

### **5.3.2 Repartição dos Limites**

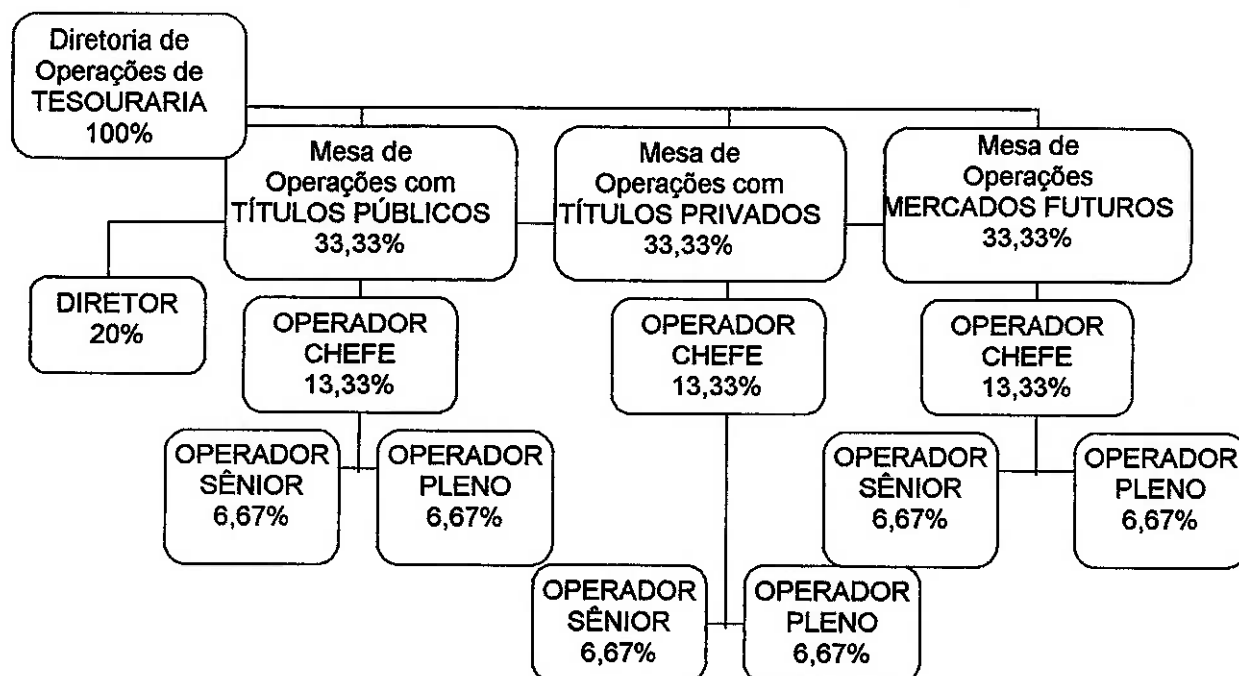
Philippe JORION(1997) coloca duas características para o limite das posições:

1. O VAR pode ser utilizado para alocar limite de posições em traders, produzindo um denominador comum, com posições de risco ajustadas diariamente. Por exemplo pode alocar um limite de R\$ 10 milhões sobre posições *overnight* (de 1 dia útil) ou distribuí-los em ativos de 1 ou dois anos (p.e. swaps longos).
2. O VAR pode ser utilizado para alocar limites de posições em gupos de negócios, fazendo com que cada tipo de moeda (dólar, juros etc.) seja calculado separadamente.

Após definido os limites (VAR) para as diretorias deve-se repartir o limite global da Tesouraria em iguais partes entre as gerências (mesas de operações) distintas na figura 5.1.

Portanto, a proposta deste trabalho é a de que cada mesa tenha 33,33% disponibilizado como limite, sendo deste total 20% (6,67% por mesa) responsabilidade do diretor. O restante dos 33,33% (26,66%) devem ser divididos entre os operadores (chefe, sênior e pleno). Onde de 26,66% realocamos 50% (13,33% do total da mesa) para

operador chefe, 25% (6,67% do total da mesa) para cada um dos outros dois operadores, de acordo com a figura 5.2.



**Figura 5.2 Organograma da alocação dos limites.**

Elaborado pelo Autor. Adaptado de *Setting VAR Limits –JORION(1997)*.

#### **5.4 VAR como ferramenta de avaliação de performance**

O VAR pode ser utilizado como ferramenta de avaliação de performance. Para tanto JORION (1997) classifica em 4 níveis as etapas para avaliação da performance.

- **Nível Estratégico**

A performance com risco ajustado diariamente pode ser utilizada para identificar atividades de negócios que adicionam maiores valores para seus serviços, por exemplo os *portfolios* gerenciados pela empresa, ou área da empresa (mesa de Tesouraria).

- **Nível Tático**

A utilização de um sistema de controle de risco provém uma solução para o problema de “*moral hazard*”<sup>5</sup>. Este problema é comumente encontrado em instituições financeiras, que lidam com pessoas que estão sujeitas ocorrências deste problema.

- **Medição de performance**

A performance pode ser medida utilizando:

1. Índice *Sharpe*, índice da média do retorno da volatilidade total. Definido pela equação 5.1:

$$S_i = \frac{\overline{R_i} - R_F}{\sigma(R_i)} \quad (5.1)$$

onde:

$S_i$  = índice *sharpe*,

$R_i$  = retorno do ativo  $i$

$\overline{R_i}$  = retorno médio

$\sigma(R_i)$  = volatilidade do total do retorno;

---

<sup>5</sup> *Moral Hazard* é o risco de uma ocorrência indesejada, onde parte da transação possa não ser computada no contrato por boa fé, ou seja, algum fator que impeça que uma operação tenha informações desencaminhadas sobre seus ativos, responsabilidades ou capacidade de crédito, ou tenha algum incentivo para se expor em raros riscos em tentativa de lucros antes de definidos detalhes e estudos da operação.

Em termos do VAR a mesma equação pode ser descrita abaixo:

$$S_i = \frac{Lucro_i}{Var_i} \quad (5.2)$$

2. Índice *Treynor*<sup>6</sup>, índice da média do retorno do *beta* ( $\beta$ ) definido pela equação 5.3:

$$T_i = \frac{\overline{R_i} - R_F}{\beta(R_i, R_p)} \quad (5.3)$$

onde:

$T_i$  = índice treynor,

$R_i$  = retorno do ativo  $i$

$\overline{R_i}$  = retorno médio

$\beta(R_i, R_p)$  = beta do retorno;

Em termos do VAR a equação 5.2 pode ser descrita abaixo como:

$$T_i = \frac{Lucro_i}{Var \times w_i \times \beta(R_i, R_p)} \quad (5.4)$$

O índice *Sharpe* volta-se à volatilidade de *posições de trade*<sup>7</sup>. Se as *posições de trade* tem uma baixa correlação entre as demais posições do banco, será mais apropriado focar em sua contribuição no risco total do banco  $\beta$ .

<sup>6</sup> Definido na referência bibliográfica [JORION(1997)] e citado em [http:// woodchuck.tiaa-cref.org /libser/psi/ docs/measure.html](http://woodchuck.tiaa-cref.org/libser/psi/docs/measure.html)

<sup>7</sup> Posições geralmente independentes e com característica mais agressivas e posições mais curtas.

- **Calibração do modelo**

A calibração do modelo deve ser feita com base na definição do intervalo de confiança no qual deseja que o modelo atue. O intervalo de confiança deve ser definido pela alta gerência, e no caso do trabalho é definido pelo próprio Vice-Presidente Financeiro. Como se trata de um banco conservador e líder de mercado, é de interesse que o modelo não falte com prudência em suas previsões, e para tanto o modelo trabalha com um intervalo de confiança de 99%. Este número não é tão alto quando se fala de um mercado altamente volátil, caso do brasileiro.

O índice de eficiência, definido em J.P. MORGAN (1996) está definido pela expressão 5.5.

$$E_i = \frac{\sigma_{\text{observado}}(R_i)}{\sigma_{\text{previsto}}(R_i)}$$

onde

$E_i$  = *índice de eficiência do risco.*

$\sigma(R_i)$  = *volatilidade do retorno (observada e prevista).*

## 5.5 Tecnologia da Informação

O relatório G30 cita que: “Os bancos que conseguiram integrar seus sistemas de gerenciamento de risco e seus sistemas de back-office acharam que esta integração aumenta sua eficiência operacional e sua eficácia”.

### 5.5.1 Sistemas de informação

Em conjunto com o modelo de risco, deve-se ter um conjunto de sistemas que incluem:

- **Sistemas Operacionais**, ou sistemas de *front-office*: são sistemas utilizados pelos traders, no qual me incluo entre os mesmos. Devem ser sistemas que tenham finalidades de medir, operacionalizar e acompanhar as operações. Cito que o banco no qual esta se implantando o modelo de risco tem uma alta equipe de profissionais (*traders* e analistas) que trabalham, e já vinham trabalhando no desenvolvimento destes sistemas;
- **Sistemas de Controle**, ou sistemas de *back-office*: são os sistemas utilizados em lançamentos de operações e acompanhamento das mesmas. Novamente diga-se que o banco em questão possui uma completa gama destes tipos de sistemas;
- **Sistemas de controle de risco**, são os sistemas que controlarão os riscos das diversas áreas e mesas do banco. Este sistema tem como característica diversos módulos de cálculos, cada qual com sua função (volatilidade real e estimadas, previsão de curvas, cálculo do risco por um modelo definido (VAR) etc.), que monitorarão operadores e o risco global das posições do banco.



### **5.5.2 Desafios do sistema de informação**

Na implementação do modelo existem dificuldades citadas em JORION(1997) e conferidas no próprio dia a dia do banco:

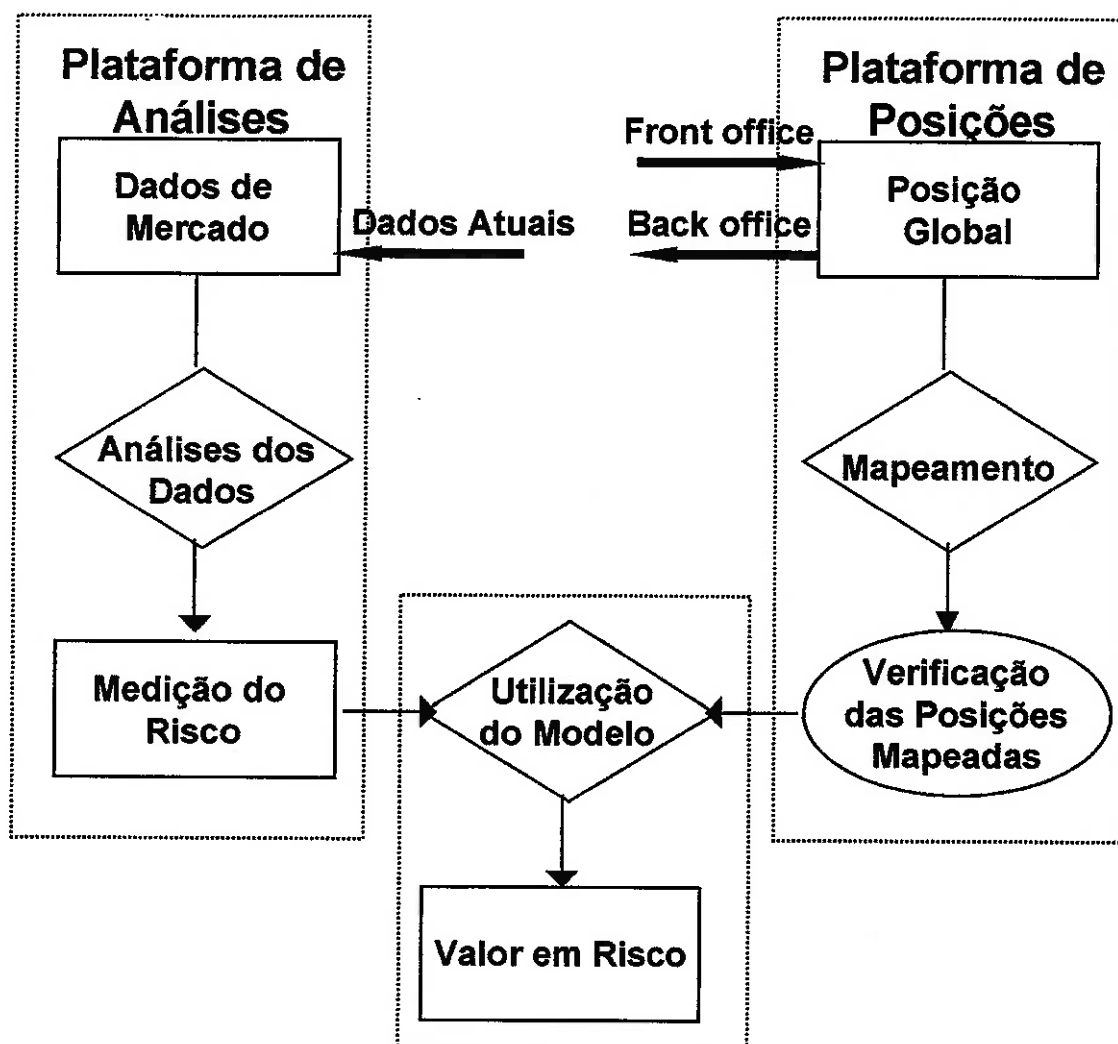
- **Integração de sistemas não compatíveis**, podemos citar um exemplo vivenciado no banco. Existe um sistema de grande porte, que apesar de desatualizado e necessitando de atualizações freqüentes, não podem ser simplesmente desativados. Houve no banco a necessidade de se adequar os novos sistemas, geralmente trabalhados em outras plataformas, aos computadores de grande porte e não tão flexíveis;
- **Resistência organizacional à desafios**. Novamente, por se tratar de um banco conservador, existiu principalmente partindo das antigas gerências, que por simples desconhecimento apresentavam certa resistência à implementação aos novos conceitos de gerenciamento. Deve-se ter a alta gerência (vice-presidência) diretamente envolvida com este processo de informatização de sistemas.
- **Alto custo**. Não foi função deste trabalhar avaliar economicamente este projeto de risco. Mas pode-se dizer, pela própria experiência, que pelas posições financeiras, que por algum motivo não eram controladas, e factíveis a uma alta variação de seus preços, compensariam um alto custo do projeto, seja ele qual for.

### 5.5.3 Fluxo da informação

Um sistema de gerenciamento de risco pode ser definido em três plataformas básicas:

1. **Plataforma de Análises:** onde estariam as coletas de dados do mercado;
2. **Plataforma de Posições:** informações completas sobre posições de *traders* e posições globais por área (diretoria, mesa de operações etc), decompostas em fatores de risco (volume, prazos, taxas, liquidez etc).
3. **Plataforma de Gerenciamento de risco** – é a plataforma que integra análises(1) e posições(2) com o intuito de devolver como informações de risco e crédito.

O fluxo está esquematizado na figura 5.3.



**Figura 5.3** Fluxograma do sistema de informação do modelo de risco  
Adaptado de JORION(1997)

## ***Capítulo 6***

---

### ***Conclusões e recomendações***

## **6.1 Introdução**

Após a construção do modelo de gerenciamento deve-se expor algumas das dificuldades do sistema e recomendações achadas oportunas. As dificuldades levam em consideração parâmetros utilizados, metodologia de cálculo e modelos de previsão. As recomendações se baseiam em fatos existentes na simulação e experiências dos profissionais do mercado.

## **6.2 Conclusões**

### **6.2.1 Quanto ao fator de risco**

Através das observações de um ano passadas entre os períodos de outubro de 1997 e setembro de 1998 verifica-se grande volatilidade nas taxas de juros, em especial nos prazos mais longos.

Para um intervalo de confiança de 99%, imposto pela alta gerência, o fator de segurança para o risco tem seu valor tabelado em 2,33. Porém, é verificado pelas observações do último ano, que nos vértices de prazos mais curtos encontram-se pontos fora deste intervalo.

Pode-se concluir a respeito deste detalhe que:

- os prazos mais curtos não reagiram na mesma proporção dos mais longos, devido à expectativa do mercado, política monetária e liquidez;
- os prazos mais longos tem sua distribuição mais próxima de uma curva normal, sendo a ocorrência de uma elevação abrupta de taxas dentro do esperado utilizando fator de risco adequado;

### 5.6.2 Quanto à constante de alisamento

- A constante encontrada pelo MS-Solver neste trabalho tem valor de 0.990, o que é muito parecida da utilizada pelo banco e encontrada na maioria das bibliografias.

### 5.6.3 Quanto ao modelo em geral

O trabalho realizou uma simulação do modelo no mês em que o país elevou suas taxas de juros por conta da crise financeira. A elevação das taxas ocasionou um grande aumento da volatilidade<sup>1</sup>, e o modelo informou os volumes de reversão de posições que estariam gerando maior risco, com respeito às restrições de liquidez.

A reversão é feita pela operação inversa, ou seja, se o VAR apontou estouro em posições aplicadas, capta-se volumes próximos a estes, a fim de que qualquer variação novamente negativa seja compensada pela captação feita. Estas operações podem ser feita entre bancos, ou nos mercados derivativos da BM&F, com operações sintéticas<sup>2</sup> de captação e aplicação.

O aumento demasiado do VAR pela subida das taxas é o caso mais normal para acontecer, confirmado pelos gráficos do anexo G, que mostram as oscilações de subida de taxas mais intensas e freqüentes do que as de queda.

O modelo se mostrou preciso quando simulado. O modelo foi muito sensibilizado quando a volatilidade das taxas começaram a cair. Esse fato está muito bem verificado quando houve uma sinalização de queda de volatilidade (a partir de 18/09/98), com modelo apontando grandes volumes para maior exposição do banco.

---

<sup>1</sup> Apresentado no anexo H.

<sup>2</sup> Operações feitas nos mercados de derivativos (mercado futuro, swap de taxas etc.), onde não ocorre desembolso de caixa, sendo as operações liquidadas apenas pelos ajustes.

Se ao invés da simulação tivesse ocorrido esse cenário, com o mesmo *portfolio*, e o banco utilizasse os *outputs* do modelo, certamente ter-se-ia feito uma ótima carteira, visto que as taxas de juros estão em um patamar muito menor do que no mês de Setembro de 1998.

O modelo deixou de utilizar o primeiro vértice em todas as simulações. Já era de se esperar, pois o primeiro vértice (1 dia útil) tem impacto muito pequeno no VAR, quase que desprezível.

Deve-se deixar claro que este, e outros modelos devem ter ainda um bom trabalho de análise prévia de taxas de juros e cenários. Este modelo é apenas uma ferramenta de apoio à decisão. Se o modelo apontar folga de limite, como apontou na simulação, mas a decisão é de não se expor mais do que já ocorre, nada deverá ser realizado. Caso contrário pode-se utilizar os volumes e prazos indicados pelo modelo e realizados pela simulação.

## **6.3 Recomendações**

### **6.3.1 Quanto ao fator de risco**

Pode-se estudar posteriormente, a utilização de diferentes fatores de risco em diferentes vértices para medir o valor em risco (VAR), visto que mudanças na política monetária acabam por interferir mais nas variações dos prazos curtos, principalmente nos vértices 2 e 3 verificados pelo anexo F.

Os retornos utilizados nos cálculos das volatilidades ultrapassaram mais vezes o intervalo de confiança de 99% do que os de longo prazo. Deve-se então aumentar a preocupação com altas posições de curto prazo, quando em épocas de crise estão mais sujeitas a inesperadas variações.

### 6.3.2 Quanto ao fator de risco

A equipe de risco do banco tem consciência dos problemas ocasionados pela má estimação da constante de alisamento, que na verdade seria um problema do modelo para previsão. Para tanto já vem tomando algumas medidas, como:

- estudo de novos modelos de previsão;
- ampliação da equipe dedicada ao estudo estatístico e controle de risco;
- especialização das equipes por tipo de mercado (dólar, juros, TR etc.), uma vez que modelos mais complexos de previsão não são facilmente adaptados a diferentes mercados.

### 6.3.2<sup>3</sup> Quanto ao limite do VAR

Na simulação verificou-se que após o aumento abrupto das taxas, por volta do dia 08 de setembro, estas não mais voltaram a subir. Com esta análise pode-se propor à mesa de operações de tesouraria:

- que em mercados voláteis como os de hoje se deixe uma folga em relação ao limite permitido e o calculado. Pois quando surgirem oportunidades verificadas pela simulação que a ordem não seja de reversão e sim de exposição, sempre respeitando os limites máximos do VAR.
- a folga deve servir também para deficiências do fator de risco.
- a folga deve também servir para que não ocorra estouro do limite VAR em comparação com o limite  $\theta$  do modelo, definido pelo banco.



## **BIBLIOGRAFIA**

---

1. ALMEIDA JÚNIOR, A. F. **Um modelo de otimização de “Portfólio” de ações**. São Paulo, 1995. Trabalho de Formatura – EPUSP / Departamento de Engenharia de Produção.
2. BARBANCHO, A. G. **Fundamentos e Possibilidades da Econometria**. Rio de Janeiro : Forum Editora, 1970. p. 18 - 32.
3. BESSADA, O. **O Mercado Futuro e de Opções**. Rio de Janeiro, Editora Record, 1994.
4. COMPTON, E.N. **Princípios das Atividades Bancárias**. São Paulo, IBCB,1990.
5. COSTA NETO, P.L.O. e CYMBALISTA, M. **Probabilidades**. São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1974.
6. COSTA NETO, P. L.O. **Estatística**. São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1977.
7. FARIAS, S. **Curso de Álgebra**. Rio de Janeiro, Editora Globo, 1960.
8. GRANGER, C. W. J.; NEWBOLD, Paul. **Forecasting Economic Time Series**. New York : Academic Press, 1977.
9. JORION, P. **Value at Risk**. IRWIN, Editora Mc Graw-Hill, 1997.
10. LA ROCQUE, E.C. e GARCIA, M.G.P. **Um Estudo sobre a Volatilidade do mercado futuro de taxas de juro no Brasil**. Resenha BM&F. São Paulo, n ° 117, pág. 21–44, 05/1997.
11. MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection: Efficient diversification of investments**. New York, John Wiley&Sons, 1959.
12. MORETTIN, P. A. ;TOLOI, C. M. C. **Modelos para Previsão de Séries Temporais**. 13.º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro, 1981.
13. **Resoluções do Banco Central do Brasil**.  
<http://lira.bcb.gov.br/ixpress/correio/correio/detalhamentocorreio.dml?numero=94163143&assunto=resolucao+n.+002099>

**14. Resoluções do Banco Central do Brasil.**

<http://lira.bcb.gov.br/ixpress/correio/correio/detalhamentocorreio.dml?numero=95236537&assunto=resolucao+n.+002122>

**15. Resoluções do Banco Central do Brasil.**

<http://lira.bcb.gov.br/ixpress/correio/correio/detalhamentocorreio.dml?numero=95892451&assunto=resolucao+n.+002212>

**16. Revista Money 05/1997****17. SCHRICKEL, W.K. Análise de Crédito: Concessão e Gerência de Empréstimos.**

São Paulo, Editora Atlas, 1994.

**18. SOUZA, R. C. Modelos Estruturais para Previsão de Séries Temporais :**

Abordagens Clássica e Bayesiana. In : 17º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro, 1989.

**19. The Wall Street Journal 06/1997****20. WHEELWRIGHT, S. C.; MAKRIDAKIS, Spyros. Forecasting Methods for Management. 4th edition. New York : John Wiley & Sons Inc, 1985.**

## **ANEXO A**

---

## Demonstração da fórmula do risco.

(apresentada na expressão 3.5 do trabalho)

Da definição da fórmula da variância, em (1):

$$\sigma_p^2 = E(R_p - \overline{R_p})^2 \quad (1)$$

$$R_p = X_1 R_1 + X_2 R_2 \quad (2)$$

onde:

$\sigma_p^2$  = variância do portfólio

$\overline{R_p}$  = retorno médio do portfólio.

$X_i$  = participação do ativo  $i$  no portfólio.

Da expressão (1) e (2) realocando:

$$\sigma_p^2 = E[X_1 R_1 + X_2 R_2 - X_1 \overline{R_1} + X_2 \overline{R_2}]^2 \quad (3)$$

$$\sigma_p^2 = E[X_1 (R_1 - \overline{R_1}) + X_2 (R_2 - \overline{R_2})]^2$$

$$\sigma_p^2 = E[X_1^2 (R_1 - \overline{R_1})^2 + X_2^2 (R_2 - \overline{R_2})^2 + 2X_1 (R_1 - \overline{R_1}) X_2 (R_2 - \overline{R_2})]$$

$$\sigma_p^2 = X_1^2 E[(R_1 - \overline{R_1})^2] + X_2^2 E[(R_2 - \overline{R_2})^2] + 2X_1 X_2 E[(R_1 - \overline{R_1}) (R_2 - \overline{R_2})]$$

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 E[(R_1 - \overline{R_1}) (R_2 - \overline{R_2})] \quad (4)$$

O termo da expressão 4,  $E\left[(R_1 - \overline{R}_1)(R_2 - \overline{R}_2)\right]$ , é a medida de quanto os retornos  $R_1$  e  $R_2$  oscilam juntos. Estatisticamente é definido como a covariância entre eles, apresentado em diversas literaturas pelo símbolo  $\sigma_{12}$ .

Simplificando a expressão 4:

$$\sigma_p = \sqrt{X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{12}} \quad (5)$$

## ***ANEXO B***

---

## Demonstração da fórmula de combinações

Suponhamos o quadro abaixo de arranjos de  $n$  (colunas) elementos  $p$  a  $p$ , cujo número de acordo com notação convencionada é  $A_n^p$ .

12	21	31	41	51
13	23	32	42	52
14	24	34	43	53
15	25	35	45	54

Neste quadro há  $n$  colunas e cada coluna, conforme a notação estabelecida, tem  $A_{n-1}^{p-1}$  arranjos, ou seja, arranjo de 4, 1 a 1. Logo o número total de arranjos é  $n \times A_{n-1}^{p-1}$ ; então

$$A_n^p = n \cdot A_{n-1}^{p-1} \quad (1)$$

Aplicando (1) sucessivamente obtemos:

$$A_{n-1}^{p-1} = (n-1) \cdot A_{n-2}^{p-2}$$

$$A_{n-2}^{p-2} = (n-2) \cdot A_{n-3}^{p-3}$$

⋮

$$A_{n-p+3}^3 = (n-p+3) \cdot A_{n-p+2}^2$$

$$A_{n-p+2}^2 = (n-p+2) \cdot A_{n-p+1}^1$$

$$A_{n-p+1}^1 = n-p+1$$

Multiplicando membro a membro as igualdades e suprimindo os fatores comuns aos dois membros do produto, obtemos:

$$A_n^p = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-p+1) \quad (2)$$

O número calculado por (2) é exatamente todos os arranjos de  $n$  números  $p$  a  $p$ . O número que desejamos será o número de combinações deste conjunto, denotado  $C_n^p$ . As combinações serão todos os números de arranjos de (2) menos os arranjos que diferem



apenas por posição, ou seja, cada combinação do conjunto fornece tantos arranjos (existentes em (2)) quantas são as permutações dos  $p$  elementos da combinação, denotado por  $P_p$ . Sendo assim, o número total de arranjos em (2) pode também ser denotado por  $C_n^p \times P_p$ , logo

$$C_n^p \times P_p = A_n^p \quad \therefore \quad C_n^p = \frac{A_n^p}{P_p} \quad .$$

## ***ANEXO C***

---

## Demonstração da igualdade entre $\Delta MtM$ calculado por taxa dia e taxa ao período.

Como é de conhecimento do leitor, temos que:

$$(1 + I_{t-k})^{n+k} = (1 + i_{t-k}) \text{ para } \forall t, k \in \mathbb{N}^1 \quad (1)$$

Portanto, falta provar que  $(1 + J_t)^n = (1 + j_t)$ . A demonstração segue abaixo:

$$\begin{aligned} (1 + J_t)^n &= \left( 1 + \sqrt[n]{\frac{(1 + I_{t-1})^{n+1}}{(1 + DI_{t-1})}} - 1 \right)^n = \left( \sqrt[n]{\frac{(1 + I_{t-1})^{n+1}}{(1 + DI_{t-1})}} \right)^n = \\ &= \frac{(1 + I_{t-1})^{n+1}}{(1 + DI_{t-1})} = \frac{(1 + i_{t-1})}{(1 + DI_{t-1})} = (1 + j_t), \text{ portanto } \boxed{(1 + J_t)^n = (1 + j_t)} \quad (2) \end{aligned}$$

De (1) e (2) vem que:

$$\frac{C}{(1 + I_t)^n} - \frac{C}{(1 + J_t)^n} = \frac{C}{(1 + i_t)} - \frac{C}{(1 + j_t)}$$

---

<sup>1</sup> Lembre-se que a data  $t$  está a  $n$  dias do vencimento, ou seja, a data  $t-k$  está a  $n+k$  dias do vencimento

## ***ANEXO D***

---

## Demonstração da aproximação entre as variáveis discretas e contínuas

### 1. Aproximação Utilizando o Polinômio de Taylor

É bastante comum o uso de aproximações na construção das variáveis  $VP_t$  e  $VT_t$ . Pelo menos uma destas aproximações é baseada no Polinômio de Taylor que é apresentado abaixo.

O Teorema de Taylor afirma que se uma função  $f(x)$  possui a  $(n+1)$  derivada contínua nas proximidades de um valor  $c$ , então  $f(x)$  pode ser aproximada, nas proximidades de  $c$ , pelo polinômio de ordem  $n$  que segue:

$$f(x) = f(c) + \frac{df}{dx}\bigg|_{x=c} (x-c) + \frac{d^2f}{dx^2}\bigg|_{x=c} \frac{(x-c)^2}{2!} + \dots + \frac{d^n f}{dx^n}\bigg|_{x=c} \frac{(x-c)^n}{n!} + \text{Resto}$$

onde:  $\frac{d^k f}{dx^k}\bigg|_{x=c}$  é a  $k$ -ésima derivada de  $f(x)$  no ponto  $c$ ;

Resto é uma função da  $(n+1)$  derivada e da distância entre  $x$  e  $c$ .

Utilizando o Teorema de Taylor, podemos calcular o Polinômio de Taylor de ordem 1 da função  $\ln$ . O polinômio em questão é dado por:

$$\ln(x) \cong \ln(c) + \frac{1}{c}(x-c)$$

Fazendo  $c=1$ , temos que:

$$\ln(x) \cong \ln(1) + \frac{1}{1}(x-1) = x-1$$

Isto significa que para  $x$  próximo de 1, tem-se que  $\ln(x) \cong x-1$ .

Observe que se escolhermos  $x = \frac{i_t + 1}{j_t + 1}$  temos que:

$$\ln\left(\frac{i_t + 1}{j_t + 1}\right) \cong \frac{i_t + 1}{j_t + 1} - 1 = \frac{(i_t + 1) - (j_t + 1)}{j_t + 1} = \frac{i_t - j_t}{j_t + 1} = VP_t$$

$$\ln\left(\frac{i_t + 1}{j_t + 1}\right) \cong VP_t$$

Por outro lado, observe que se escolhermos  $x = \frac{i_t}{j_t}$  temos que:

$$\ln\left(\frac{i_t}{j_t}\right) \cong \frac{i_t}{j_t} - 1 = \frac{i_t - j_t}{j_t} = VT_t$$

$$\ln\left(\frac{i_t}{j_t}\right) \cong VT_t$$

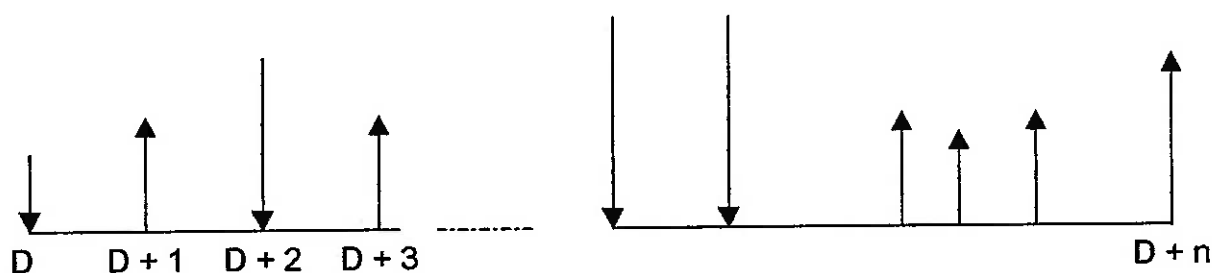
## ***ANEXO E***

---

## Alocação do *portfolio* fictício nos vértices

Para alocação do *portfolio* nos vértices segue-se as etapas abaixo:

1. Definição do *portfolio* a ser alocado, com fluxos de entradas e saídas conforme esquematizado abaixo;



onde:

D = data inicial

n = número de dias para vencimento do último ativo/passivo do *portfolio*;

2. Definição dos vértices para alocação dos dados:

1, 21, 42, 63, 126, 189 e 252 dias úteis.

3. Cálculo das volatilidades para cada vértice e cada dia em que exista algum fluxo;

4. Cálculo da matriz de correlação entre vértices

5. Distribuição dos pesos dos fluxos de caixa nos vértices, pela relação entre os mesmos definido na seção 4.7.3 pelas seguintes expressões:

$$\sigma_{fluxo}^2 = X_n^2 \sigma_n^2 + X_{n+1}^2 \sigma_{n+1}^2 + 2X_n X_{n+1} \rho_{n;n+1} \sigma_n \sigma_{n+1}$$

$$X_n + X_{n+1} = 1$$

6. Por se tratar de uma equação de segundo grau teremos duas raízes como resposta ao sistema descrito acima, deve-se então descartar a raiz inadequada à montagem do *portfolio* alocado, no caso a raiz negativa.
7. Neste anexo está apresentado a alocação do dia 02/09/98, os outros prazos de fluxos alocados não estão expostos.



## PORTFOLIO

01/09/98

\* Cálculada com base nas médias móveis dos últimos 25 dias úteis

Vértices	Vencimento	Cash Flow	IMPACTO DO FLUXO			$\sigma^*$ (prevista) diária	Correlação	$\rho_{12}$	$X_1$	$X_2$
			VÉRTICES	VÉRTICE n	VÉRTICE n+1					
1	01/09/98	1.272.820	8.034.862			0,000068%	3,109%		0,7421	0,2579
	02/09/98	714.580		530.266	184.315	-0,005678%			0,6789	0,3211
	03/09/98	1.211.294		822.323	388.971	-0,011515%			0,4901	0,5099
	04/09/98	1.435.952		703.737	732.215	-0,017358%			0,3242	0,6758
	08/09/98	1.298.007		421.184	877.813	-0,023198%			0,8010	0,3990
	09/09/98	364.300		218.942	145.358	-0,029044%			0,5786	0,4214
	10/09/98	607.458		351.489	255.959	-0,034877%			0,0285	0,9715
	11/09/98	658.657		18.802	639.855	-0,040704%			0,5807	0,4393
	14/09/98	985.787		562.770	433.017	-0,046534%			0,2079	0,7921
	15/09/98	731.167		152.035	579.132	-0,052397%			0,3431	0,6569
	16/09/98	609.910		209.250	400.660	-0,058253%			0,8307	0,3693
	17/09/98	747.903		471.740	276.164	-0,064063%			0,8001	0,1999
	18/09/98	1.476.829		1.181.800	295.229	-0,069916%			0,9227	0,0773
	21/09/98	751.972		693.822	58.150	-0,075756%			0,7538	0,2462
	22/09/98	936.058		705.840	230.418	-0,081612%			0,6950	0,3050
	23/09/98	1.343.822		934.004	409.818	-0,087475%			0,1575	0,8425
	24/09/98	990.808		156.000	834.607	-0,093278%			0,8160	0,1840
	25/09/98	(739.920)		(603.776)	(136.144)	-0,098121%			0,1639	0,8361
	28/09/98	992.488		162.692	829.775	-0,105004%			0,2324	0,7676
	29/09/98	342.888		79.702	263.187	-0,110794%				
21	30/09/98	323.436	14.621.530	7.762.242	7.698.498	-0,116880%	98,542%	$\rho_{23}$	0,3183	0,6817
	01/10/98	1.280.851		407.638	873.213	-0,107872%			0,8014	0,1986
	05/10/98	555.872		445.498	110.374	-0,121951%			0,1532	0,8468
	06/10/98	1.032.613		158.150	874.463	-0,136036%			0,3453	0,6547
	07/10/98	(106.018)		(36.807)	(69.411)	-0,150029%			0,3002	0,6998
	08/10/98	523.069		157.028	366.041	-0,164088%			0,5303	0,4697
	09/10/98	1.380.334		732.035	648.299	-0,178144%			0,5220	0,4780
	13/10/98	1.076.501		561.933	514.567	-0,192311%			0,5880	0,4020
	14/10/98	630.830		377.236	253.594	-0,206350%			0,1622	0,8378
	15/10/98	685.135		112.720	582.416	-0,220389%			0,7344	0,2656
	16/10/98	741.188		544.354	196.835	-0,234378%			0,0860	0,9140
	19/10/98	(276.617)		(23.776)	(252.841)	-0,246585%			0,3473	0,6527
	20/10/98	482.478		167.583	314.895	-0,262554%			0,4197	0,5803
	21/10/98	(232.843)		(97.715)	(135.129)	-0,276675%			0,6765	0,3235
	22/10/98	1.069.902		723.792	346.110	-0,290812%			0,1520	0,8480
	23/10/98	324.960		49.379	275.581	-0,304818%			0,5565	0,4435
	26/10/98	1.245.245		692.922	552.324	-0,318898%			0,1459	0,8541
	27/10/98	371.089		54.157	316.932	-0,332901%			0,4867	0,5133
	28/10/98	1.283.529		624.735	658.794	-0,346933%			0,4088	0,5932
	29/10/98	1.356.384		551.763	804.621	-0,360971%			0,2909	0,7091
	30/10/98	1.363.870		396.772	967.098	-0,375132%	98,156%	$\rho_{34}$		
42	30/10/98	1.383.234	17.067.376	6.599.596	8.198.775	-0,389127%			0,7429	0,2571
	03/11/98	1.054.384		783.339	271.045	-0,360056%			0,5802	0,4198
	04/11/98	925.285		536.812	388.474	-0,402575%			0,9441	0,0559
	05/11/98	544.597		514.128	30.469	-0,418992%			0,7436	0,2564
	06/11/98	1.307.384		972.150	335.234	-0,435277%			0,9544	0,0456
	09/11/98	(133.027)		(126.964)	(6.063)	-0,451555%			0,6312	0,3688
	10/11/98	(272.592)		(172.085)	(100.527)	-0,468124%			0,4109	0,5891
	11/11/98	1.445.806		594.132	851.674	-0,484486%			0,3737	0,6263
	12/11/98	577.710		215.875	361.835	-0,500812%			0,0625	0,9375
	13/11/98	1.007.587		62.934	944.653	-0,517215%			0,6286	0,3714
	16/11/98	327.414		205.801	121.613	-0,533526%				

PORTFOLIO  
01/09/98

\* Cálculada com base nas médias móveis dos últimos 25 dias úteis

Vértices	Vencimento	Cash Flow	IMPACTO do FLUXO			σ* (prevista) diária	Correlação	X <sub>1</sub> X <sub>2</sub>	
			VÉRTICES	VÉRTICE n	VÉRTICE n+1				
17/11/98		1.350.330	482.005		888.825	-0,548800%		0,3568	0,6432
18/11/98		823.208	456.318		366.890	-0,596326%		0,5543	0,4457
19/11/98		(498.693)	(77.203)		(421.489)	-0,582785%		0,1548	0,8452
20/11/98		1.082.978	660.532		422.446	-0,589113%		0,8099	0,3901
23/11/98		1.239.870	315.162		924.708	-0,615448%		0,2542	0,7458
24/11/98		(848.816)	(512.581)		(336.235)	-0,631787%		0,8039	0,3961
25/11/98		1.438.883	1.285.185		153.708	-0,648318%		0,8932	0,1068
26/11/98		(185.527)	(17.724)		(170.803)	-0,664448%		0,0940	0,9060
27/11/98		844.566	447.581		397.005	-0,680949%		0,5289	0,4701
30/11/98		1.300.004	849.970		450.034	-0,697425%		0,6538	0,3462
01/12/98		1.160.397	7.475.388	36.068.167	5.853.497	-0,696832%	96,066%	0,6491	0,3519
02/12/98		1.078.194	698.818		379.377	-0,696496%		0,5841	0,4359
03/12/98		762.770	430.267		332.503	-0,696232%		0,0849	0,9151
04/12/98		480.894	40.828		440.068	-0,695626%		0,9828	0,0172
07/12/98		1.175.555	1.155.284		20.270	-0,695340%		0,8653	0,1347
08/12/98		1.440.871	1.246.742		194.128	-0,694955%		0,4192	0,5808
09/12/98		(106.516)	(44.656)		(61.960)	-0,694481%		0,6031	0,3969
10/12/98		910.506	549.139		361.368	-0,694159%		0,3689	0,6101
11/12/98		989.845	350.823		549.023	-0,693774%		0,1254	0,8746
14/12/98		1.198.741	150.339		1.048.402	-0,693336%		0,8996	0,1004
15/12/98		1.149.728	1.034.342		115.386	-0,692856%		0,5800	0,4200
16/12/98		1.293.690	750.282		543.367	-0,692587%		0,9990	0,0010
17/12/98		543.400	542.864		537	-0,692301%		0,5130	0,4870
18/12/98		(508.639)	(261.422)		(248.217)	-0,691758%		0,9404	0,0596
21/12/98		1.333.066	1.253.686		79.400	-0,691466%		0,2512	0,7488
22/12/98		359.180	90.243		268.937	-0,690930%		0,7162	0,2836
23/12/98		1.324.451	948.601		375.850	-0,690411%		0,2270	0,7730
24/12/98		1.248.141	283.387		964.773	-0,690181%		0,8986	0,1114
28/12/98		306.041	271.942		34.099	-0,689728%		0,9720	0,0280
29/12/98		1.443.588	1.403.152		40.417	-0,689321%		0,2485	0,7535
30/12/98		1.100.064	271.166		828.916	-0,688969%		0,0669	0,9331
31/12/98		1.243.668	83.194		1.160.474	-0,688684%		0,1777	0,8223
04/01/99		1.377.975	244.826		1.133.147	-0,687914%		0,7994	0,2006
05/01/99		413.898	53.885		360.013	-0,687501%		0,5162	0,4838
06/01/99		(208.679)	(165.228)		(41.452)	-0,687176%		0,1999	0,8001
07/01/99		615.738	317.868		297.870	-0,686950%		0,3842	0,6158
08/01/99		982.901	196.477		786.423	-0,686540%		0,1116	0,8884
11/01/99		883.606	339.452		544.154	-0,685766%		0,3357	0,6643
12/01/99		710.061	79.250		630.811	-0,685415%		0,5780	0,4240
13/01/99		330.905	111.100		219.805	-0,684893%		0,1379	0,8621
14/01/99		1.137.867	655.415		482.452	-0,684509%		0,1581	0,8419
15/01/99		308.488	42.529		265.959	-0,684273%		0,3090	0,6910
18/01/99		1.481.994	234.363		1.247.631	-0,683880%		0,6940	0,3060
19/01/99		482.073	148.975		333.088	-0,683648%		0,1988	0,8012
20/01/99		958.501	145.657		805.859	-0,682941%		0,3375	0,6625
21/01/99		958.501	865.221		293.281	-0,682729%		0,7641	0,2359
22/01/99		1.259.016	250.310		1.008.706	-0,682042%		0,8333	0,1667
25/01/99		616.341	470.940		145.401	-0,681870%		0,0482	0,9518
26/01/99		903.680	304.995		598.685	-0,681559%		0,5514	0,4486
27/01/99		1.362.368	1.135.261		227.107	-0,681109%		0,7935	0,2065
28/01/99		(132.987)	(6.410)		(128.576)	-0,680521%			
29/01/99		1.384.673	763.548		621.124	-0,680141%			
01/02/99		(188.796)	(149.802)		(38.994)				

PORTFOLIO  
01/09/98

\* Cálculada com base nas médias móveis dos últimos 25 dias úteis

vêrtes	Vencimento	Cash Flow	IMPACTO do FLUXO			$\sigma^*$ (prevista) diária	Correlação		
			VÊRTECES	VÊRTECE n	VÊRTECE n+1		X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
02/02/99		486.721	378.085	108.636		-0,679823%	0,7768	0,2232	
03/02/99		1.405.814	225.964	1.179.850		-0,679333%	0,1607	0,8393	
04/02/99		816.515	647.982	168.532		-0,678922%	0,7936	0,2064	
05/02/99		307.701	34.820	272.880		-0,678739%	0,1132	0,8868	
08/02/99		1.243.963	730.595	513.368		-0,678438%	0,5873	0,4127	
09/02/99		1.278.003	284.265	1.013.739		-0,677653%	0,2068	0,7932	
10/02/99		1.085.358	1.074.931	10.427		-0,677480%	0,9904	0,0096	
11/02/99		620.190	534.854	85.536		-0,677198%	0,8621	0,1379	
12/02/99		1.200.645	859.483	341.161		-0,676424%	0,7159	0,2841	
17/02/99		346.776	204.057	142.719		-0,676291%	0,5884	0,4116	
18/02/99		1.005.828	286.304	719.524		-0,675670%	0,2846	0,7154	
19/02/99		1.052.110	743.815	308.295		-0,675709%	0,7070	0,2930	
22/02/99		1.091.504	443.201	648.303		-0,674871%	0,4060	0,5940	
23/02/99		979.787	972.776	7.011		-0,674313%	0,9928	0,0072	
24/02/99		306.015	285.940	20.075		-0,674045%	0,9344	0,0656	
25/02/99		1.185.972	1.115.369	70.602		-0,673879%	0,9405	0,0595	
28/02/99		(246.917)	(136.858)	(110.059)		-0,673213%	0,5543	0,4457	
01/03/99		1.289.344	870.976	418.368		-0,673054%	0,8755	0,3245	
02/03/99		1.463.447	702.791	760.656		-0,672394%	0,4802	0,5198	
03/03/99		1.330.306	727.506	602.800		-0,678640%	0,5469	0,4531	
04/03/99		(250.367)	28.054.273	24.304.175		-0,882407%	0,5695	0,4315	
05/03/99		673.275	23.928	649.347		-0,886587%	0,0355	0,9645	
08/03/99		552.787	138.898	413.889		-0,690284%	0,2513	0,7487	
09/03/99		735.074	671.777	63.297		-0,693976%	0,9139	0,0861	
10/03/99		1.480.155	780.465	699.690		-0,698069%	0,5273	0,4727	
11/03/99		418.853	289.006	129.848		-0,702143%	0,6900	0,3100	
12/03/99		877.041	553.546	323.494		-0,706197%	0,6312	0,3688	
15/03/99		734.340	556.505	177.833		-0,709783%	0,7578	0,2422	
16/03/99		(271.412)	(242.590)	(28.852)		-0,713804%	0,8937	0,1063	
17/03/99		351.352	75.850	275.503		-0,717796%	0,2159	0,7841	
18/03/99		949.294	346.151	603.143		-0,722218%	0,3848	0,6354	
19/03/99		833.517	290.376	543.141		-0,725719%	0,3484	0,6516	
22/03/99		783.643	467.904	315.739		-0,729651%	0,5971	0,4029	
23/03/99		1.475.368	317.830	1.157.538		-0,734022%	0,2154	0,7846	
24/03/99		1.403.964	1.250.192	153.772		-0,737917%	0,8905	0,1095	
25/03/99		645.178	352.431	292.747		-0,741784%	0,5463	0,4537	
26/03/99		605.246	589.408	15.838		-0,745182%	0,8738	0,0262	
29/03/99		1.437.464	301.935	1.135.559		-0,749486%	0,2100	0,7900	
30/03/99		1.444.250	58.351	1.385.899		-0,753303%	0,0404	0,9596	
31/03/99		300.367	967	299.400		-0,757100%	0,0032	0,9968	
05/04/99		1.222.588	1.012.070	210.528		-0,761359%	0,8278	0,1722	
06/04/99		1.455.963	86.886	1.369.077		-0,765119%	0,0597	0,9403	
07/04/99		1.325.355	380.215	945.140		-0,769348%	0,2869	0,7131	
08/04/99		1.130.071	724.180	405.892		-0,773072%	0,6408	0,3592	
09/04/99		(247.290)	(190.144)	(57.146)		-0,777271%	0,7689	0,2311	
12/04/99		454.900	308.447	146.452		-0,780959%	0,6781	0,3219	
13/04/99		887.289	353.102	534.187		-0,785129%	0,3980	0,6020	
14/04/99		883.882	475.380	408.502		-0,788781%	0,5378	0,4622	
15/04/99		420.020	109.821	310.199		-0,792413%	0,2615	0,7385	
16/04/99		330.513	20.685	309.829		-0,796536%	0,0626	0,9374	
19/04/99		(290.029)	(247.129)	(42.900)		-0,800646%	0,8521	0,1479	
20/04/99		(189.630)	(86.317)	(91.314)		-0,804743%	0,5185	0,4815	
22/04/99		1.177.186	76.279	1.100.906		-0,808308%	0,0648	0,9352	

126

99,056%  $\rho_{0,8}$

## PORTFOLIO

01/09/98

\* Cálculada com base nas médias móveis dos últimos 25 dias úteis

Unigran

Vértices	Vencimento	Cash Flow	IMPACTO do FLUXO			$\sigma^2$ (prevista) diária	Correlação	$X_1$	$X_2$
			VÉRTICES	VÉRTICE n	VÉRTICE n+1				
23/04/99		958.938	568.825	386.311	-0,812373%			0,5940	0,4060
26/04/99		1.026.292	58.858	969.834	-0,816427%			0,0552	0,9448
27/04/99		1.027.858	403.773	624.085	-0,820468%			0,3928	0,6072
28/04/99		1.407.873	270.170	1.137.704	-0,823962%			0,1919	0,8081
29/04/99		(392.836)	(334.912)	(57.924)	-0,827973%			0,8525	0,1475
30/04/99		620.879	58.924	581.955	-0,832512%			0,0948	0,9051
03/05/99		470.655	121.793	348.862	-0,835956%			0,2588	0,7412
04/05/99		1.121.081	702.692	418.389	-0,839928%			0,6268	0,3732
05/05/99		455.833	420	455.413	-0,843886%			0,0009	0,9991
06/05/99		1.050.411	265.935	784.476	-0,847632%			0,2532	0,7468
07/05/99		905.920	559.549	346.371	-0,851764%			0,6177	0,3823
10/05/99		854.323	199.137	655.186	-0,855833%			0,2331	0,7669
11/05/99		1.119.028	472.322	646.706	-0,859588%			0,4221	0,5779
12/05/99		1.290.604	823.234	667.370	-0,863481%			0,4829	0,5171
13/05/99		341.150	286.297	74.853	-0,867360%			0,7806	0,2194
14/05/99		1.252.683	440.155	812.527	-0,871226%			0,3514	0,6486
17/05/99		1.413.482	24.462	1.389.020	-0,875079%			0,0173	0,9827
18/05/99		1.122.067	194.745	927.322	-0,878919%			0,1736	0,8264
19/05/99		1.139.422	839.155	300.267	-0,883329%			0,7365	0,2635
20/05/99		581.945	74.686	507.259	-0,887146%			0,1283	0,8717
21/05/99		594.713	372.190	222.523	-0,890950%			0,6258	0,3742
24/05/99		1.492.454	751.743	740.710	-0,894740%			0,5037	0,4963
25/05/99		1.204.908	15.311	1.189.587	-0,898114%			0,0127	0,9873
26/05/99		(219.943)	(2.406)	(217.536)	-0,902881%			0,0109	0,9891
27/05/99		374.618	248.542	126.076	-0,907238%			0,6535	0,3365
28/05/99		1.440.907	1.436.719	4.188	-0,910893%			0,9971	0,0029
31/05/99		463.850	309.000	154.850	-0,915324%			0,6662	0,3338
01/06/99		(289.643)	(173.483)	(116.160)	-0,918432%			0,5990	0,4010
02/06/99		896.437	489.402	407.035	-0,922753%			0,5459	0,4541
04/06/99		725.944	685.259	70.685	-0,926447%			0,9026	0,0874
189	07/06/99	311.376	52.596.810	19.745.535	-0,930752%	99,7936%	$\rho_{\sigma^2}$	0,4306	0,5694
	08/06/99	1.339.910	1.264.817	75.093	-0,934424%			0,9440	0,0560
	09/06/99	(732.972)	(594.893)	(138.279)	-0,938082%			0,8113	0,1887
	10/06/99	(168.763)	(72.803)	(95.960)	-0,942361%			0,4314	0,5688
	11/06/99	(236.226)	(212.336)	(23.890)	-0,945996%			0,8989	0,1011
	14/06/99	1.296.460	1.290.044	6.416	-0,950258%			0,9951	0,0049
	15/06/99	851.589	517.976	333.613	-0,953870%			0,6082	0,3918
	16/06/99	1.288.474	1.012.789	255.684	-0,958115%			0,7984	0,2016
	17/06/99	498.086	302.349	195.737	-0,961705%			0,8070	0,3930
	18/06/99	519.174	402.039	117.135	-0,965934%			0,7744	0,2256
	21/06/99	622.457	262.546	359.911	-0,968500%			0,4218	0,5782
	22/06/99	985.027	581.858	383.169	-0,973712%			0,8029	0,3971
	23/06/99	844.028	620.352	223.676	-0,977918%			0,7350	0,2650
	24/06/99	518.625	284.935	233.691	-0,981451%			0,5494	0,4506
	25/06/99	1.235.253	1.117.483	117.770	-0,984971%			0,9047	0,0953
	28/06/99	1.240.155	1.078.923	161.232	-0,988823%			0,8700	0,1300
	29/06/99	1.376.890	534.850	842.239	-0,993998%			0,3983	0,6117
	30/06/99	(250.140)	(183.924)	(66.215)	-0,998811%			0,7353	0,2647
	01/07/99	1.437.120	668.847	768.473	-1,000967%			0,4653	0,5347
	02/07/99	768.325	473.858	294.889	-1,005116%			0,6165	0,3835
	05/07/99	1.036.023	672.155	363.868	-1,009280%			0,8488	0,3512
	06/07/99	595.958	548.863	47.334	-1,012704%			0,9206	0,0794
	07/07/99	594.958	140.205	454.753	-1,017526%			0,2357	0,7643

PORTFOLIO  
01/09/98

\* Cálculada com base nas médias móveis dos últimos 25 dias úteis

Vértices	Vencimento	Cash Flow	IMPACTO DO FLUXO			$\sigma^*$ (prevista)	diária	Correlação		
			VÉRTICES	VÉRTICE n	VÉRTICE n+1			X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
08/07/99		897.719		518.859	378.860	-1,020951%		0,5780	0,4220	
09/07/99		1.314.425		655.833	658.792	-1,025084%		0,4988	0,5012	
12/07/99		(281.740)		(256.080)	(25.660)	-1,029171%		0,9089	0,0911	
13/07/99		1.289.849		960.484	328.185	-1,032562%		0,7447	0,2553	
14/07/99		1.463.185		562.539	900.647	-1,036653%		0,3545	0,6455	
15/07/99		(260.828)		(2.292)	(258.536)	-1,040736%		0,0088	0,9912	
16/07/99		1.410.763		710.784	698.979	-1,044814%		0,5038	0,4962	
19/07/99		1.421.137		456.315	984.822	-1,048884%		0,3211	0,6789	
20/07/99		1.299.567		844.410	455.157	-1,052223%		0,8498	0,3502	
21/07/99		1.366.180		719.570	646.610	-1,056277%		0,5267	0,4733	
22/07/99		(744.404)		(710.356)	(34.048)	-1,060325%		0,9543	0,0457	
23/07/99		896.600		3.925	892.676	-1,064368%		0,0044	0,9956	
26/07/99		828.861		166.558	662.303	-1,068400%		0,2009	0,7991	
27/07/99		(621.524)		(447.284)	(174.240)	-1,071688%		0,7197	0,2803	
28/07/99		(215.599)		(206.953)	(9.646)	-1,076449%		0,9589	0,0401	
29/07/99		1.214.496		473.436	741.061	-1,079715%		0,3698	0,6302	
30/07/99		1.385.406		885.283	500.123	-1,084471%		0,6390	0,3610	
03/08/99		1.390.235		1.235.859	154.375	-1,087718%		0,8690	0,1310	
03/08/99		811.672		536.885	274.787	-1,091709%		0,6615	0,3385	
04/08/99		752.440		274.526	477.914	-1,085594%		0,3648	0,6352	
05/08/99		1.033.000		394.098	638.902	-1,099672%		0,3815	0,6185	
06/08/99		907.038		2.439	904.599	-1,103644%		0,0027	0,9973	
09/08/99		1.334.153		828.848	505.305	-1,107609%		0,6213	0,3787	
10/08/99		536.760		294.410	242.351	-1,111568%		0,5485	0,4515	
11/08/99		841.690		812.780	28.911	-1,115520%		0,9657	0,0343	
12/08/99		(579.497)		(508.018)	(71.480)	-1,119465%		0,8767	0,1233	
13/08/99		941.468		764.679	176.789	-1,123404%		0,8122	0,1878	
16/08/99		471.836		9.280	462.556	-1,127336%		0,0197	0,9803	
17/08/99		718.881		270.060	448.820	-1,131262%		0,3758	0,6242	
18/08/99		981.638		660.070	321.568	-1,135180%		0,6724	0,3276	
19/08/99		481.688		7.839	473.849	-1,139093%		0,0163	0,9837	
20/08/99		1.476.151		57.370	1.418.782	-1,142999%		0,0389	0,9611	
23/08/99		(977.772)		(877.258)	(100.514)	-1,146898%		0,8972	0,1028	
24/08/99		586.825		364.283	222.562	-1,150790%		0,6207	0,3793	
25/08/99		521.828		234.155	287.673	-1,154676%		0,4487	0,5513	
26/08/99		1.190.089		126.093	1.063.976	-1,158556%		0,1060	0,8940	
27/08/99		1.483.215		1.173.450	309.765	-1,163246%		0,7912	0,2088	
30/08/99		472.636		58.679	413.957	-1,160549%		0,1242	0,8758	
31/08/99		1.072.567		543.554	529.014	-1,164386%		0,5068	0,4932	
01/09/99		999.522		279.304	720.218	-1,169043%		0,2794	0,7206	
252	02/09/99	625.414	22.769.094	23.598.504	22.143.880	-1,172869%		0,5338	0,4662	

## ***ANEXO F***

---

## ***Determinação da constante de Alisamento Exponencial Simples***

Para a determinação da constante de alisamento exponencial simples foram utilizados os dados dos retornos diários das curvas de taxas de juros de agosto e setembro de 1998. As equações utilizadas estão novamente expostas:

$$\hat{Z}_t = (1 - \lambda)\hat{Z}_{t-1} + \lambda Z_{t-1} \quad (4.50)$$

$$\sum_{i=1}^n (Z_i - \hat{Z}_i)^2 \quad (4.51)$$

Os valores alisados foram gerados utilizando uma constante  $\lambda$  de alisamento que garantiam um mínimo valor para a equação 4.51. A garantia de mínimo valor é conseguida com a utilização do microsoft solver. Esse software utiliza um processo iterativo baseado no método **simplex**. No caso do trabalho utiliza-se a função objetivo do software para minimizar a equação 4.51, com as restrições de  $0 < \lambda < 1$ .

Os retornos diários apresentados aqui são calculados com base na diferença de logaritmo dos preços  $(1 + \text{taxa})$ , conforme equação 3.2.

Varição real diária das taxas de juros em AGOSTO/1998

Vértices	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	10/8	11/8	12/8	13/8	14/8	17/8	18/8	19/8	20/8	21/8	24/8	25/8	26/8	27/8	28/8	31/8
1	-0,0002%	-0,0001%	-0,0002%	-0,0002%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0000%	-0,0001%	0,0000%	0,0000%	-0,0002%	0,0001%
21	-0,0069%	-0,0012%	-0,0011%	-0,0010%	0,0187%	0,0107%	0,0069%	0,0101%	-0,0248%	-0,0118%	0,0087%	-0,0043%	-0,0041%	0,0530%	0,1237%	-0,0780%	-0,0484%	0,0546%	0,5194%	-0,2797%	-0,1334%
42	-0,0245%	-0,0145%	0,0161%	-0,0043%	0,0402%	0,0484%	0,0227%	0,0256%	-0,0637%	-0,0246%	0,0356%	-0,0236%	-0,0025%	0,1400%	0,2368%	-0,0972%	-0,0737%	0,1363%	0,9550%	-0,3168%	-0,1408%
63	-0,0374%	-0,0115%	0,0382%	-0,0081%	0,1152%	0,1188%	0,0218%	0,0732%	-0,1259%	-0,0355%	0,1043%	-0,1131%	0,0023%	0,2980%	0,4992%	-0,1263%	-0,1196%	0,2419%	1,3802%	-0,3914%	-0,0197%
126	-0,1225%	-0,0684%	0,1032%	0,0546%	0,4705%	0,1968%	-0,0055%	0,2875%	-0,3932%	-0,1188%	0,3395%	0,0004%	0,0193%	0,5762%	1,1426%	-0,3399%	-0,3491%	0,5241%	2,6147%	-0,6842%	0,2874%
189	-0,0844%	0,0069%	0,0938%	-0,0157%	0,9543%	0,3059%	-0,1139%	0,4041%	-0,7025%	-0,1951%	0,4224%	0,0585%	0,0674%	0,8599%	1,5451%	-0,5583%	-0,5658%	0,8365%	3,9250%	-0,9407%	0,0793%
252	-0,1435%	0,0797%	0,0965%	-0,0705%	1,3999%	0,4112%	-0,2291%	0,5262%	-0,9937%	-0,2501%	0,4683%	0,1351%	0,1225%	1,3293%	1,9452%	-0,8005%	-0,7762%	1,1547%	5,2399%	-1,1914%	-0,1519%

Varição real diária das taxas de juros em SETEMBRO/1998

Variação real diária das taxa de juros em SETEMBRO/1998																						
Vértices	1/9	2/9	3/9	4/9	5/9	8/9	9/9	10/9	11/9	14/9	15/9	16/9	17/9	18/9	21/9	22/9	23/9	24/9	25/9	28/9	29/9	30/9
1	0,0002%	0,0001%	0,0002%	0,0006%	0,0336%	0,0021%	0,0015%	0,0322%	-0,0037%	-0,0031%	-0,0016%	0,0005%	0,0002%	0,0016%	0,0003%	0,0000%	-0,0014%	0,0018%	0,0003%	0,0002%	0,0003%	
21	-0,1179%	0,0564%	0,1830%	0,3639%	0,1695%	0,1695%	0,0021%	0,4042%	-0,0074%	-0,2018%	-0,3018%	0,0325%	0,1270%	0,0919%	0,0839%	0,0533%	-0,1337%	0,0861%	-0,0160%	0,1150%	-0,0249%	0,0213%
42	-0,3931%	0,1327%	0,3830%	0,7561%	0,2548%	-0,0899%	0,8192%	-0,0899%	-0,3827%	-0,4339%	-0,5581%	0,0709%	0,2219%	0,2707%	0,1394%	0,1156%	-0,3913%	0,1713%	-0,0162%	0,2560%	-0,0963%	0,1397%
63	-0,7039%	0,2839%	0,4156%	0,8609%	0,1997%	-0,0132%	1,3158%	-0,8122%	-0,6834%	-0,6981%	0,0860%	0,3256%	0,4327%	0,1076%	0,1063%	-0,5002%	0,1989%	0,0384%	0,2725%	-0,0900%	0,1772%	
126	-0,6893%	0,3046%	0,9557%	0,6053%	0,4077%	0,1393%	1,8015%	-1,1505%	-1,5508%	-1,1980%	-0,0138%	0,7186%	0,7530%	-0,1028%	-0,0424%	-1,0891%	0,2194%	0,2093%	0,2374%	-0,0826%	0,2869%	
189	-0,9402%	0,2845%	1,5587%	0,8815%	0,3983%	0,1737%	2,6015%	-1,9252%	-2,3784%	-1,5833%	1,0754%	1,0754%	1,0754%	0,7822%	-0,0157%	-0,0384%	-1,6141%	0,3109%	0,3222%	0,2177%	-0,0044%	0,1850%
252	-1,1847%	0,2895%	2,1672%	1,1636%	0,3490%	0,2081%	3,4066%	-2,6935%	-3,1997%	-1,9617%	0,3793%	1,4364%	0,8172%	0,0487%	-0,0285%	-2,1336%	0,4086%	0,4405%	0,1754%	0,0789%	0,0888%	

Varição real das taxas de juros de Agosto e Setembro de 1998



	1/9	2/9	3/9	4/9	5/9	6/9	7/9	8/9	9/9	10/9	11/9	12/9	13/9	14/9	15/9	16/9	17/9	18/9	19/9	20/9	21/9	22/9	23/9	24/9	25/9	26/9	27/9	28/9	29/9	30/9
CONSTANTE DE ALISAMENTO - $\lambda$	0,0002%	0,0002%	0,0001%	0,0002%	0,0006%	0,0033%	0,0024%	0,0016%	0,0019%	-0,0034%	-0,0031%	-0,0016%	0,0005%	0,0002%	0,0016%	0,0003%	0,0000%	0,0003%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0002%
	-0,1179%	-0,1179%	0,0547%	0,1818%	0,3818%	0,1716%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	-0,0038%	-0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%	0,0038%
	-0,3931%	-0,3931%	0,1275%	0,3804%	0,7523%	0,2598%	-0,0864%	0,8102%	-0,3707%	-0,4333%	-0,5578%	0,0646%	0,2204%	0,2702%	0,1407%	0,1159%	-0,3862%	0,1657%	-0,0144%	0,0839%	-0,0150%	0,0017%	0,0003%	0,0000%	-0,0014%	0,0017%	0,0000%	0,0003%	0,0003%	0,0002%
	-0,7039%	-0,7039%	0,2740%	0,4142%	0,8564%	0,2063%	-0,0110%	1,3028%	-0,7911%	-0,6844%	-0,6980%	0,0782%	0,3231%	0,4316%	0,1108%	0,1064%	-0,5833%	0,1910%	0,0399%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	-0,6893%	-0,6893%	0,2947%	0,9491%	0,8088%	0,4087%	0,1420%	1,7849%	-1,1211%	-1,5465%	-1,2023%	-0,0257%	0,7112%	0,7526%	-0,0942%	-0,0429%	-1,0765%	0,2064%	0,2093%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	-0,9402%	-0,9402%	0,2822%	1,5459%	0,8882%	0,4032%	0,1760%	2,5773%	-1,8801%	-2,3734%	-1,5912%	0,1616%	1,0683%	0,7850%	-0,0077%	-0,0381%	-1,5983%	0,2918%	0,3219%	0,2188%	0,2188%	0,3219%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	-1,1847%	-1,1847%	0,2747%	2,1482%	1,1735%	0,3572%	0,2065%	3,3746%	-2,6329%	-3,1941%	-1,9740%	0,3557%	1,4256%	0,8233%	0,0564%	-0,0277%	-2,1125%	0,3834%	0,4399%	0,1780%	0,4399%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
SOMATÓRIO do QUADRADO dos ERROS	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%
	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	0,0000%

## ***ANEXO G***

---

***Retornos diários das taxas de juros***

Neste anexo está apresentado, em forma de gráficos, os retornos diários das taxas de juros nos vértices definidos pelo modelo.

GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 1 - 1 dia útil

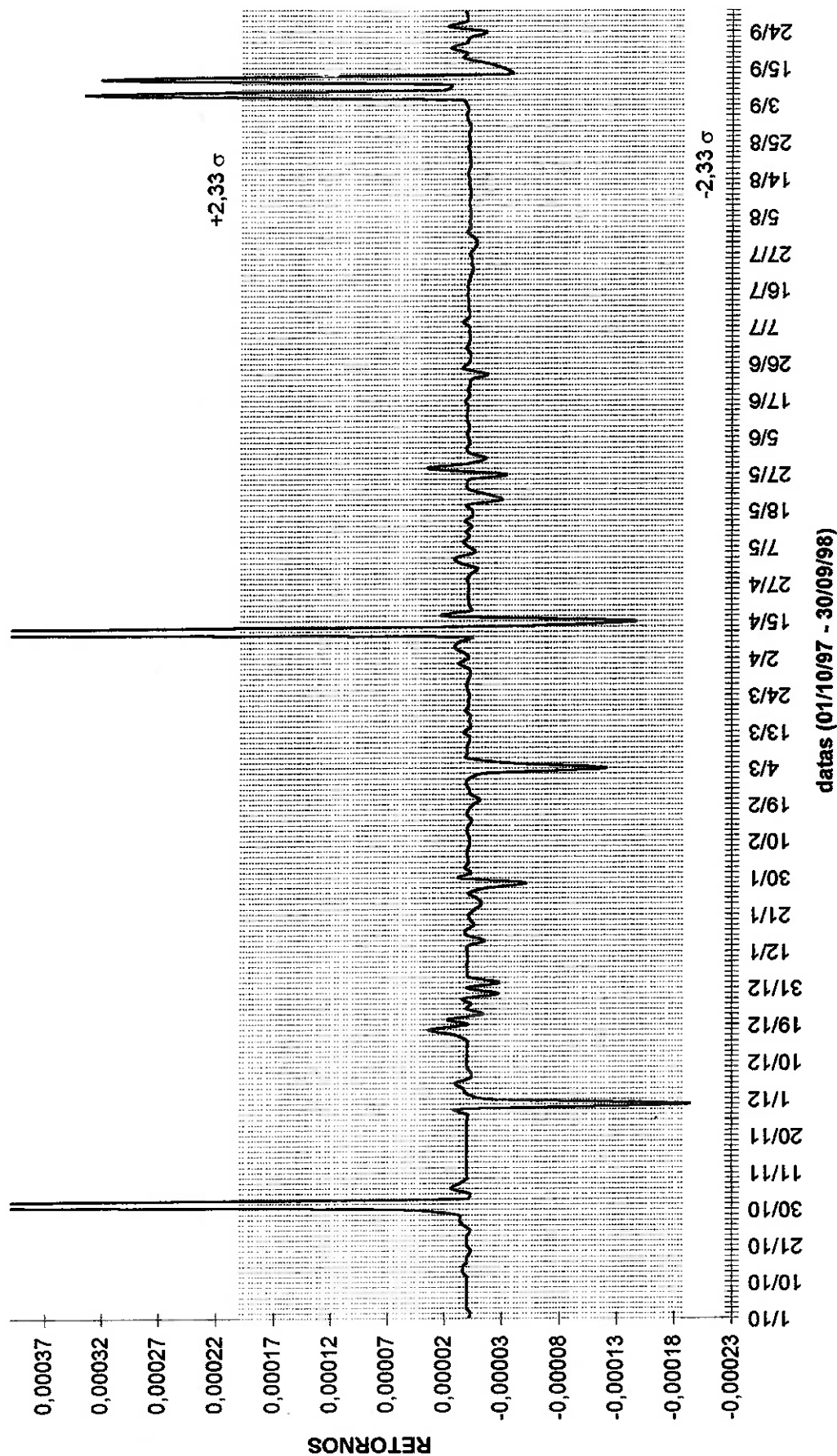


Gráfico Vértice 1. Elaborado pelo Autor.

# GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 2 - 21 dias úteis

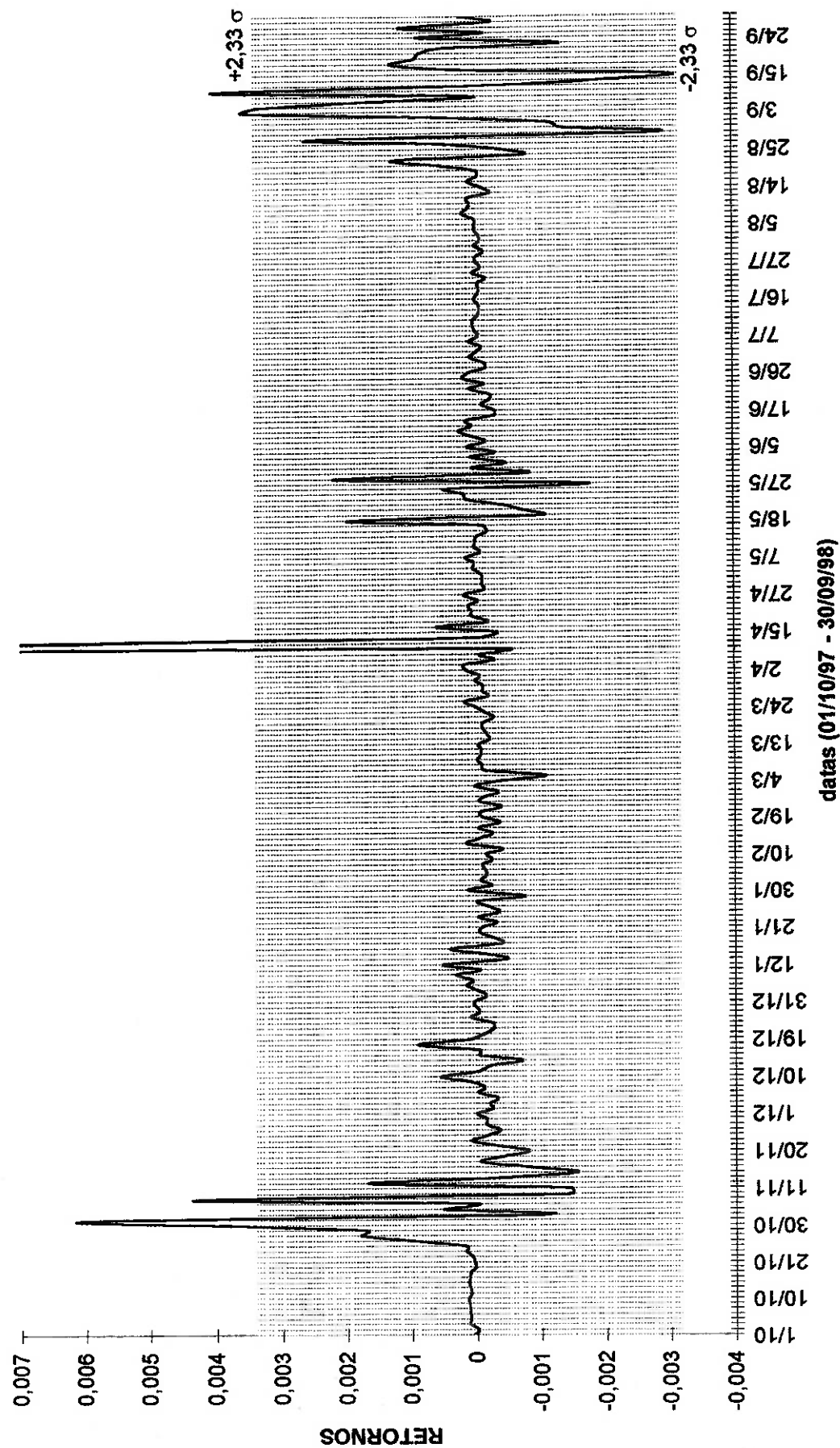


Gráfico Vértice 2. Elaborado pelo Autor.

# GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 3 - 42 dias úteis

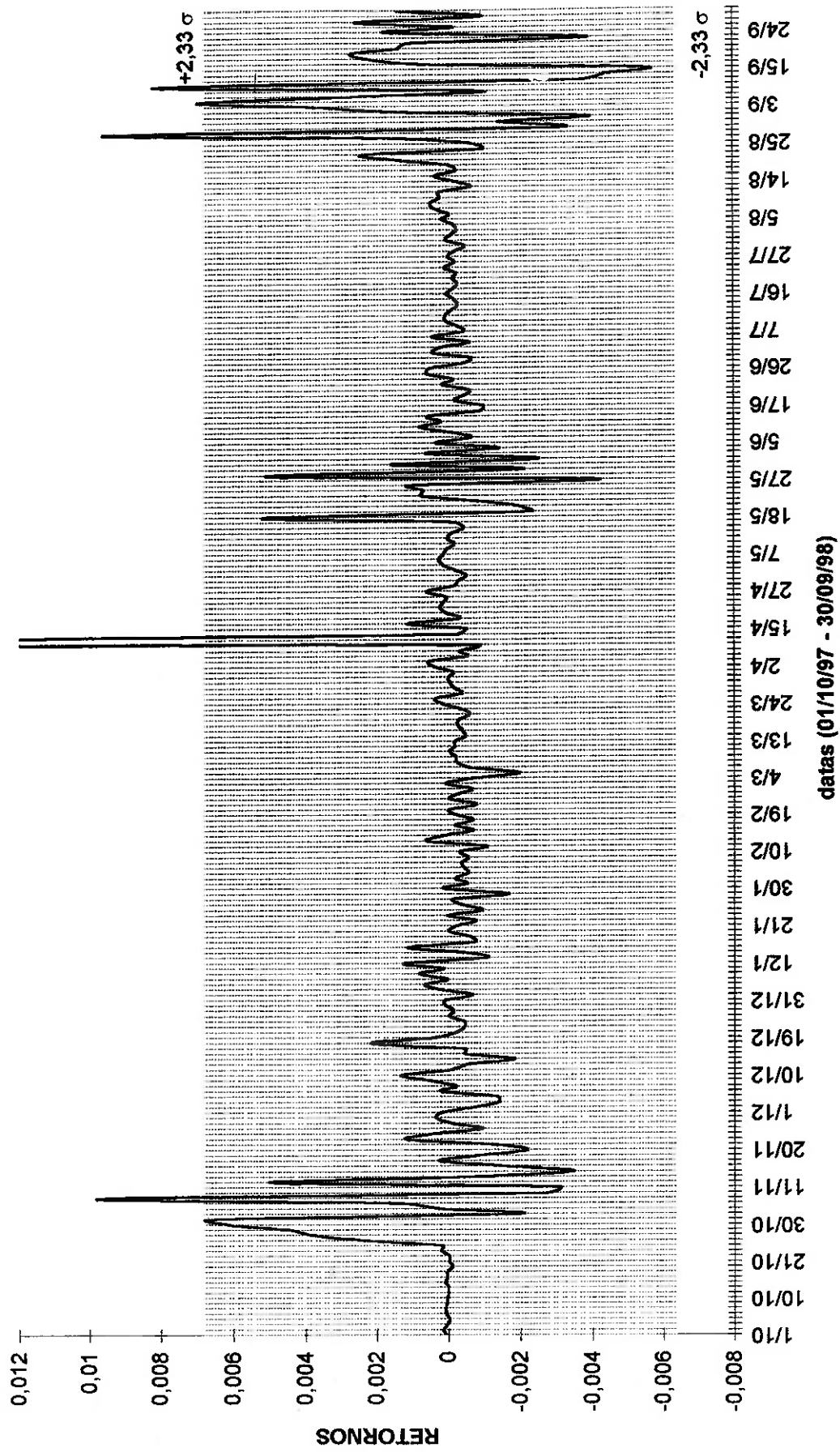


Gráfico Vértice 3. Elaborado pelo Autor.

# GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 4 - 63 dias úteis

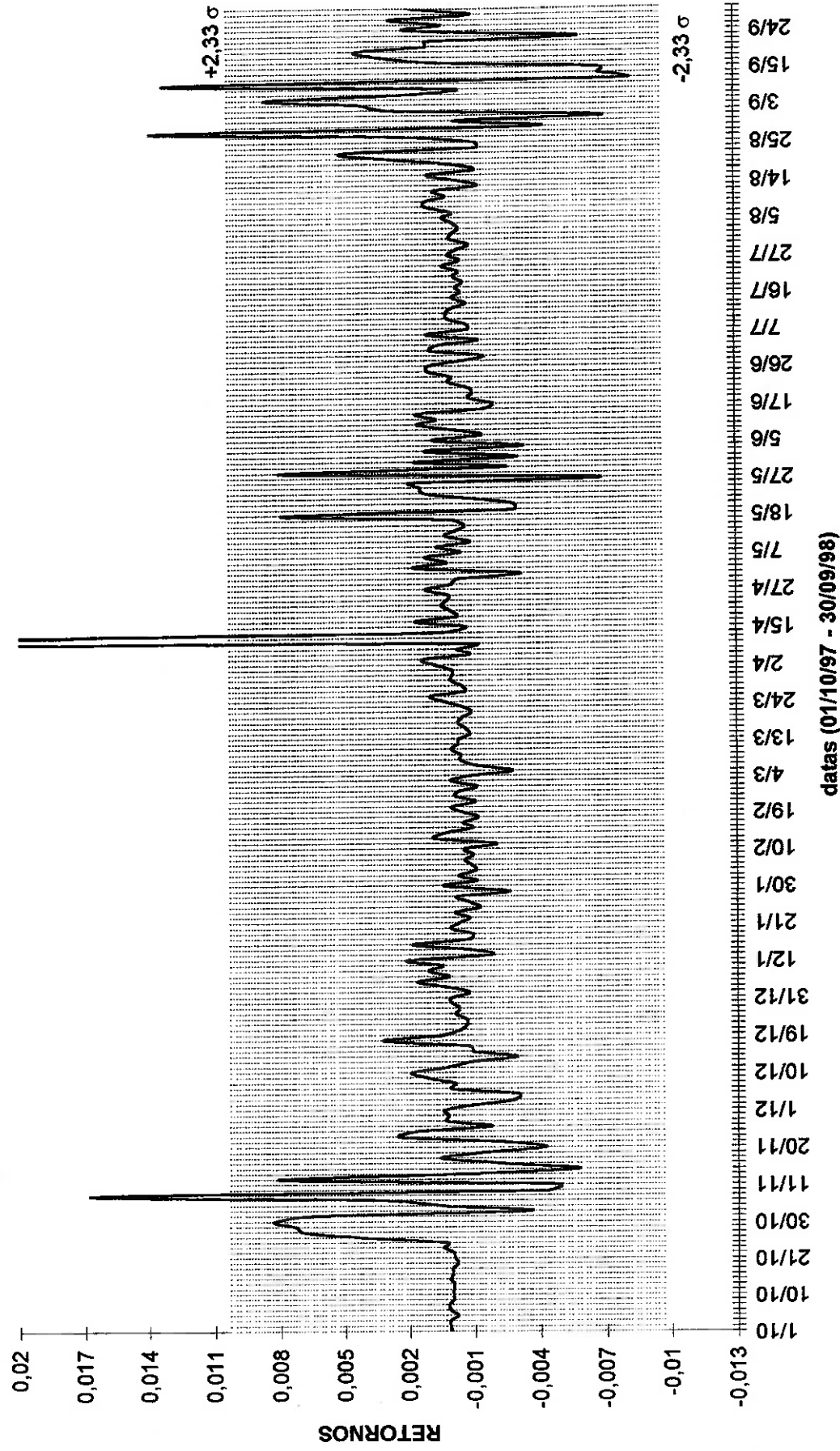


Gráfico Vértice 4. Elaborado pelo Autor.

# GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 5 - 126 dias úteis

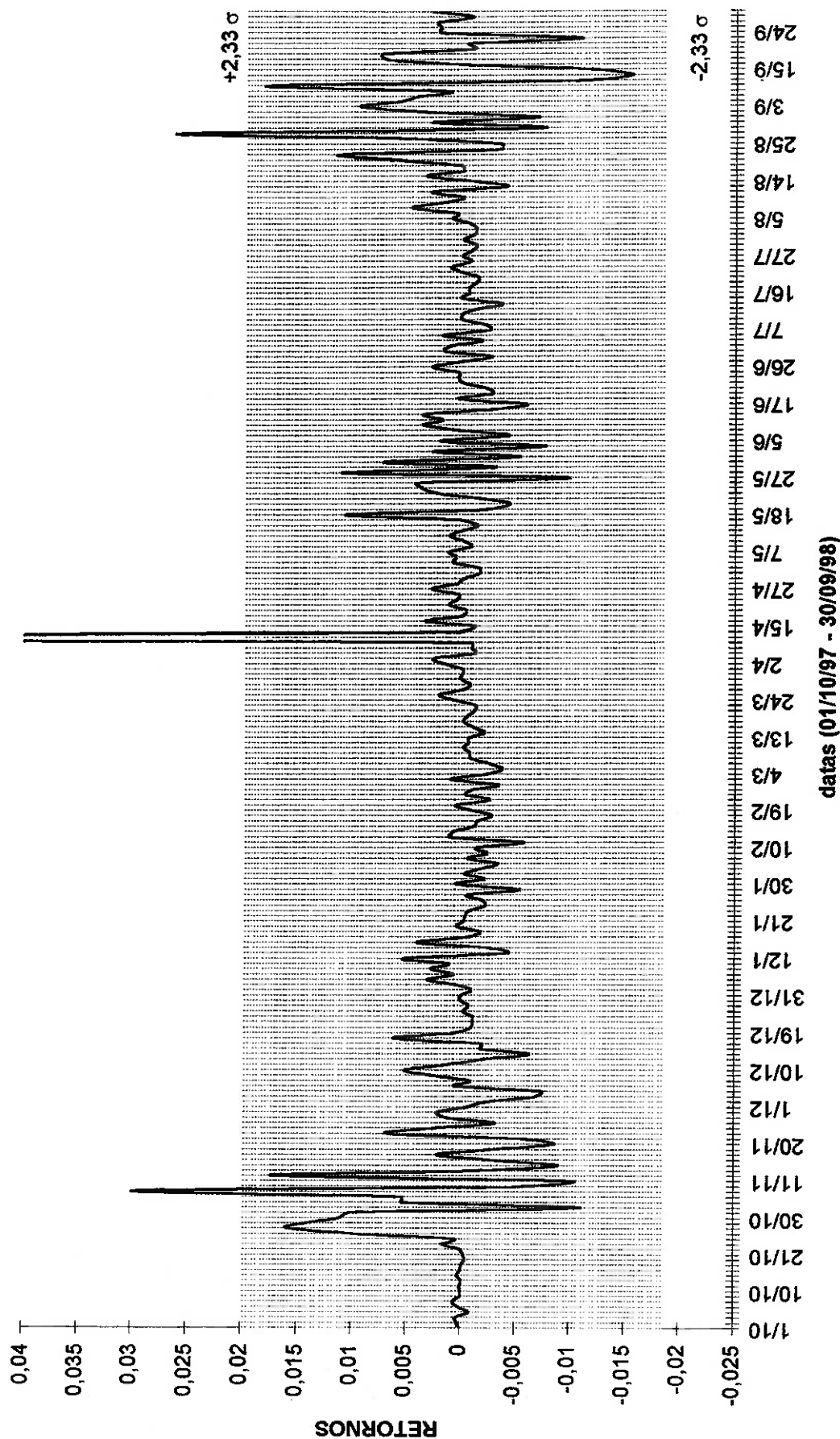


Gráfico Vértice 5. Elaborado pelo Autor.



GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 6 - 189 dias úteis

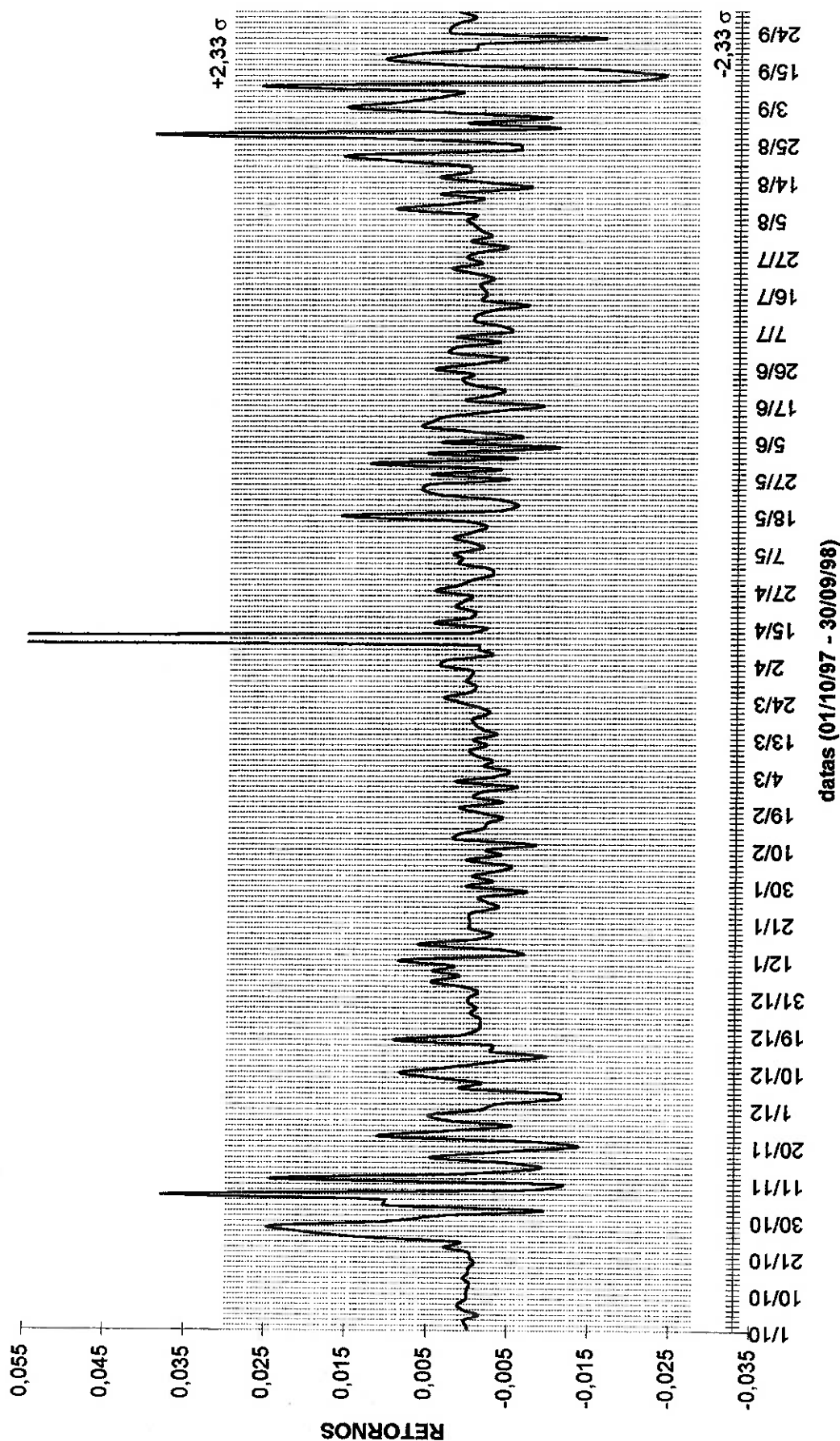


Gráfico Vértice 6. Elaborado pelo Autor.

# GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 7 - 252 dias úteis

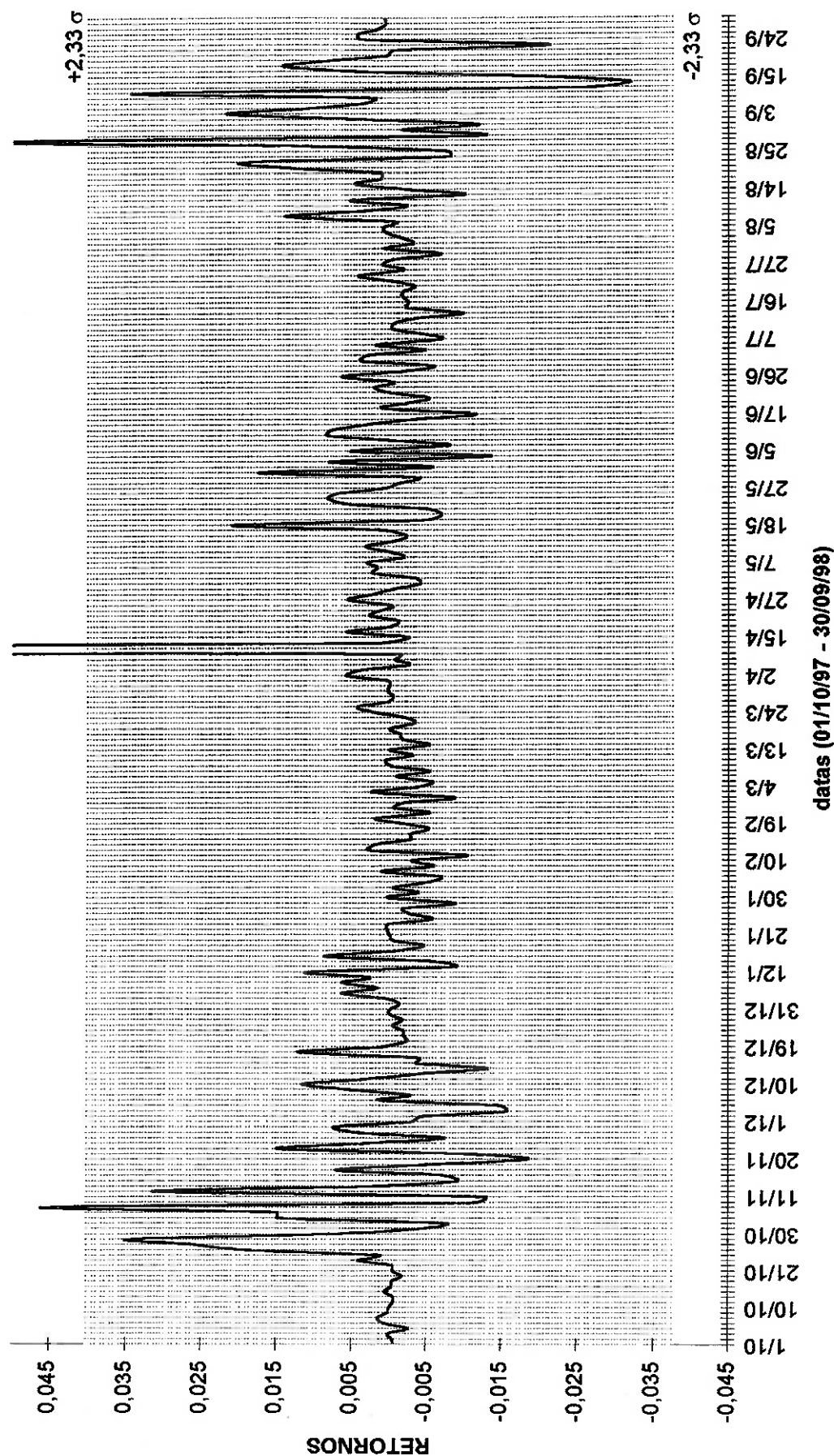


Gráfico Vértice 7. Elaborado pelo Autor.

## ***ANEXO H***

---

## Simulação do modelo de risco

As expressões utilizadas no cálculo do risco no *portfolio* serão apresentadas novamente para facilitar a leitura.

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} (e^{\delta \sigma_t^{vp*}} - 1) \cong \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \delta \sigma_t^{vp*} \quad (1)$$

O  $i$  máximo para o *portfolio* fictício será o maior valor possível alcançado pela taxa de juros e dado pela equação:

$$i_t^{Max} = e^{\delta \sigma_t^{vp*}} (1 + j_t) - 1 \quad (2)$$

Isto se deve por estarmos trabalhando com um *portfolio* ativado (composto por ativos). Apesar de existirem posições passivas, estas não aparecem nos vértices.

O fator de risco utilizado será o 2,33 para um intervalo de confiança de 99%.

Cada vértice fornecerá um valor para a expressão (1). Com os valores de risco em cada vértice definidos monta-se as matrizes  $VAR^{vértice}$  e sua transposta  $VART^{vértice}$ . Com essas duas matrizes, e mais as matrizes de correlação (M) calcula-se finalmente o VAR, pela expressão a seguir:

$$VAR^2 = \begin{bmatrix} VAR^{vértice1} & \dots & VAR^{vértice7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \dots & \rho_{17} \\ \vdots & & & & \\ \rho_{71} & \rho_{72} & \rho_{73} & \dots & \rho_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VAR^{vértice1} \\ \vdots \\ VAR^{vértice7} \end{bmatrix} \quad (3)$$

O limite  $\theta$  inicial será de R\$ 3.500.000 e os valores sugeridos para balanceamento foram executados, por isso percebe-se que o *portfolio* tem aumento em seu volume total.

O fator de folga ( $\eta$ ) utilizado será de 1, ou seja, o modelo foi simulado sem a utilização de fator de folga.

Netse simulado a função objetivo  $\phi = \sqrt{VAR^{vértice} \times M \times VART^{vértice}} - \eta\theta$  foi igualada a zero.

As restrições utilizadas pelo sistema são as seguintes:

$$-50.000.000 < C^{vértice1} < 50.000.000$$

$$-30.000.000 < C^{vértice2} < 30.000.000$$

$$-20.000.000 < C^{vértice5} < 20.000.000$$

$$-20.000.000 < C^{vértice7} < 20.000.000$$

Vértices	VOLATILIDADE* DIÁRIA NO MÊS DE SETEMBRO/1998														
	01/09/98	02/09/98	03/09/98	04/09/98	05/09/98	06/09/98	07/09/98	08/09/98	09/09/98	10/09/98	11/09/98	12/09/98	13/09/98	14/09/98	15/09/98
1	0,00019%	0,00019%	0,00019%	0,00014%	0,00012%	0,00012%	0,00012%	0,00012%	0,00012%	0,00013%	0,00013%	0,00013%	0,00013%	0,00012%	0,00013%
21	0,12838%	0,13060%	0,13256%	0,13442%	0,13601%	0,13741%	0,13867%	0,13973%	0,14057%	0,14148%	0,14239%	0,14330%	0,14421%	0,14512%	0,14603%
42	0,21706%	0,21989%	0,22187%	0,22417%	0,22603%	0,22721%	0,22815%	0,22884%	0,22924%	0,22964%	0,23004%	0,23044%	0,23084%	0,23124%	0,23164%
63	0,31895%	0,32203%	0,32333%	0,32557%	0,32722%	0,32805%	0,32884%	0,32924%	0,32964%	0,33004%	0,33044%	0,33084%	0,33124%	0,33164%	0,33204%
126	0,62947%	0,63377%	0,63595%	0,63913%	0,64231%	0,64549%	0,64867%	0,65185%	0,65503%	0,65821%	0,66139%	0,66457%	0,66775%	0,67093%	0,67411%
189	0,95129%	0,95996%	0,96863%	0,97730%	0,98597%	0,99464%	1,00331%	1,01198%	1,02065%	1,02932%	1,03799%	1,04666%	1,05533%	1,06400%	1,07267%
252	1,27817%	1,29120%	1,28606%	1,29511%	1,29457%	1,29498%	1,29761%	1,29872%	1,29983%	1,30094%	1,30205%	1,30316%	1,30427%	1,30538%	1,30649%

\* Calculada com o desvio padrão das médias móveis de 25 dias

Vértices	VOLATILIDADE* DIÁRIA NO MÊS DE SETEMBRO/1998														
	16/09/98	17/09/98	18/09/98	19/09/98	20/09/98	21/09/98	22/09/98	23/09/98	24/09/98	25/09/98	26/09/98	27/09/98	28/09/98	29/09/98	30/09/98
1	0,00013%	0,00012%	0,00011%	0,00011%	0,00011%	0,00011%	0,00011%	0,00011%	0,00011%	0,00011%	0,00010%	0,00010%	0,00010%	0,00009%	0,00009%
21	0,14211%	0,14249%	0,14273%	0,14188%	0,14109%	0,14056%	0,13945%	0,13807%	0,13785%	0,13795%	0,13785%	0,13785%	0,13785%	0,13795%	0,13795%
42	0,23112%	0,23113%	0,23088%	0,22760%	0,22507%	0,22387%	0,22046%	0,21732%	0,21717%	0,21703%	0,21703%	0,21703%	0,21703%	0,21703%	0,21703%
63	0,33008%	0,32898%	0,32852%	0,32104%	0,31624%	0,31492%	0,30520%	0,29974%	0,29974%	0,29974%	0,29974%	0,29974%	0,29974%	0,29974%	0,29974%
126	0,63693%	0,63239%	0,63278%	0,60864%	0,59553%	0,59449%	0,58422%	0,57351%	0,57351%	0,57351%	0,57351%	0,57351%	0,57351%	0,57351%	0,57351%
189	0,96326%	0,95436%	0,95512%	0,91333%	0,89350%	0,89085%	0,87791%	0,86377%	0,86377%	0,86377%	0,86377%	0,86377%	0,86377%	0,86377%	0,86377%
252	1,29461%	1,28102%	1,28223%	1,22393%	1,19843%	1,19334%	1,17827%	1,16091%	1,16021%	1,16021%	1,16021%	1,16021%	1,16021%	1,16021%	1,16021%

\* Calculada com o desvio padrão das médias móveis de 25 dias

PORTFOLIO

02/09/98

02/09/98		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\sigma^{VP*}$ (alisado)	VAR		
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	$\lambda = 0,99$	diária	$i^{\max}$	VÉRTICES	PORTFOLIO BALANCEADO	Balanceamento nos vértices mais líquidos
1	03/09/98	0,000189%	7.762.242	1,0006959	(34,12)		-
21	01/10/98	0,127091%	12.000.258	1,0188557	(34.877,85)	2.408.956	30.000.000,00
42	30/10/98	0,214886%	18.520.369	1,0404024	(89.127,65)		
63	30/11/98	0,315757%	33.005.874	1,0667750	(227.628,62)	LIMITE da MESA TESOURARIA	
126	25/02/99	0,623175%	39.025.014	1,1617100	(487.765,64)	$\theta =$	20.000.000,00
189	25/05/99	0,941782%	50.479.350	1,2604863	(878.783,34)		
252	20/08/99	1,265386%	33.258.798	1,3681417	(716.727,78)	FUNÇÃO OBJETIVO	20.000.000,00
			194.051.905	(2.434.944,99)		$\phi =$	335.475

Matriz de Correlação entre os Vértices 02/09/98

	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1	1,000000	0,041835	0,022121	0,028365	0,051766	0,042604	0,037055
vértice 2	0,041835	1,000000	0,965686	0,912493	0,885033	0,882113	0,878163
vértice 3	0,022121	0,965686	1,000000	0,981142	0,935224	0,927844	0,920727
vértice 4	0,028365	0,912493	0,981142	1,000000	0,958427	0,943724	0,931644
vértice 5	0,051766	0,885033	0,935224	0,958427	1,000000	0,990240	0,980058
vértice 6	0,042604	0,882113	0,927844	0,943724	0,990240	1,000000	0,997850
vértice 7	0,037055	0,878163	0,920727	0,931644	0,980058	0,997850	1,000000

Portfolio Original

VAR<sup>2</sup> 5,803E+12

Portfolio Balanceado

VAR<sup>2</sup> 1,001E+13

## PORTFOLIO

03/09/98

03/09/98		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\sigma^{VP^*}$ (alisado)	VAR				
vértices (dias úteis)	Data dos vértices			$\lambda = 0,99$	diária	$i_j^{max}$	VÉRTICES	PORTFOLIO BALANCEADO	Balanceamento nos vértices mais líquidos
1	04/09/98	9.856.741		0,000185%		1,0006958	(42,47)		
21	02/10/98	39.075.412		0,129295%		1,0189080	(115.532,61)	3.135.826	28.297.325,97
42	02/11/98	20.358.745		0,217690%		1,0404704	(99.246,82)		
63	01/12/98	38.001.123		0,318805%		1,0668508	(264.590,15)		
126	26/02/99	56.585.088		0,627430%		1,1618251	(712.004,03)		
189	26/05/99	49.588.102		0,950363%		1,2607384	(870.959,83)		12.102.058,34
252	23/08/99	51.048.977		1,278293%		1,3685533	(1.110.993,66)		6.311.114,05
		264.514.188					(3.173.369,58)		
								LIMITE da MESA TESOURARIA	
								$\theta =$	3.500.000
								FUNÇÃO OBJETIVO	
								$\phi =$	0

## Matriz de Correlação entre os Vértices 03/09/98

	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1	1,000000	0,097556	0,086601	0,073072	0,104558	0,100967	0,098214
vértice 2	0,097556	1,000000	0,967925	0,916295	0,893145	0,891535	0,888290
vértice 3	0,086601	0,967925	1,000000	0,977920	0,939180	0,933961	0,928088
vértice 4	0,073072	0,916295	0,977920	1,000000	0,959694	0,944689	0,932701
vértice 5	0,104558	0,893145	0,939180	0,959694	1,000000	0,990713	0,981057
vértice 6	0,100967	0,891535	0,933961	0,944689	0,990713	1,000000	0,997973
vértice 7	0,098214	0,888290	0,928088	0,932701	0,981057	0,997973	1,000000

Portfolio Original

VAR<sup>2</sup> 9,833E+12

Portfolio Balanceado

VAR<sup>2</sup> 1,225E+13



PORTFOLIO		04/09/98		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\sigma^{VP*}$ (alisado)		$i^{max}$		VAR			Balancamento nos vértices mais líquidos
vértices (dias úteis)	Data dos vértices					$\lambda = 0,99$ diária				VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO	
1	07/09/98	11.107.066				0,000139%		1,0006971		(35,94)	3.403.022	3.500.000	27.232.944,19
21	05/10/98	66.122.412				0,131230%		1,0213971		(197.944,01)			
42	03/11/98	20.358.745				0,219654%		1,0458981		(99.622,27)			
63	02/12/98	41.101.181				0,320101%		1,0743716		(285.326,74)			
126	01/03/99	63.585.088				0,629586%		1,1766190		(792.739,85)			
189	27/05/99	52.089.202				0,948546%		1,2842658		(898.410,52)			
252	24/08/99	56.348.991				1,273201%		1,4024235		(1.191.955,27)			
		310.712.685								(3.464.034,61)			
<div>LIMITE da MESA TESOURARIA</div> <div><math>\theta =</math> 3.500.000</div> <div>6.757.895,50</div> <div>(2.753.324,82)</div> <div>FUNÇÃO OBJETIVO</div> <div><math>\phi =</math> -</div>													

6.757.895,50  
(2.753.324,82)

Matriz de Correlação entre os Vértices 04/09/98							
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7	
vértice 1	1,000000	0,208971	0,083744	0,095471	0,058182	0,034120	
vértice 2	0,208971	1,000000	0,925361	0,842350	0,834919	0,827710	
vértice 3	0,165098	0,975898	1,000000	0,973135	0,863143	0,854942	
vértice 4	0,083744	0,925361	0,973135	1,000000	0,911959	0,900081	
vértice 5	0,095471	0,842350	0,872069	1,000000	0,990277	0,979734	
vértice 6	0,058182	0,834919	0,863143	0,990277	1,000000	0,997757	
vértice 7	0,034120	0,827710	0,854942	0,979734	0,997757	1,000000	

Portfolio Original
$VAR^2$ 1,158E+13

Portfolio Balanceado
$VAR^2$ 1,225E+13

## PORTFOLIO

08/09/98

PORTFOLIO		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\sigma^{VP*}$ (alisado)		$i^{max}$		VAR		
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\lambda = 0,99$ diária		$i^{max}$		VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO
1	09/09/98	12.655.820		0,000120%		1,0007023		(35,39)		
21	07/10/98	92.147.286		0,133073%		1,0253695		(278.642,71)	3.437.979	3.500.000
42	05/11/98	20.358.745		0,221932%		1,0538915		(99.891,96)		
63	04/12/98	41.458.670		0,322316%		1,0837168		(287.301,33)		
126	03/03/99	64.285.446		0,532741%		1,1838500		(800.567,15)		1.364.124,05
189	31/05/99	50.589.202		0,954414%		1,2958144		(868.175,49)		
252	26/08/99	55.748.991		1,282162%		1,4191341		(1.173.579,38)		2.162.047,26
		337.244.160						(3.508.193,41)		
								LIMITE da MESA TESOURARIA		
								$\theta =$	3.500.000	
								FUNÇÃO OBJETIVO		
								$\phi =$	0	

## Matriz de Correlação entre os Vértices 08/09/98

	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1	1,000000	0,207321	0,159453	0,080763	0,093882	0,056106	0,031779
vértice 2	0,207321	1,000000	0,973897	0,925816	0,843653	0,837012	0,830047
vértice 3	0,159453	0,973897	1,000000	0,971691	0,867827	0,859558	0,851584
vértice 4	0,080763	0,925816	0,971691	1,000000	0,925776	0,911469	0,899681
vértice 5	0,093882	0,843653	0,867827	0,990239	1,000000	0,990239	0,979617
vértice 6	0,056106	0,837012	0,859558	1,000000	0,990239	1,000000	0,997734
vértice 7	0,031779	0,830047	0,851584	0,997734	0,979617	0,997734	1,000000

Portfólio Original

VAR<sup>2</sup> 1,182E+13

Portfólio Balanceado

VAR<sup>2</sup> 1,225E+13

## 09/09/98

**340.811.352**

Matriz de Correlação entre os Vértices 09/09/98

Portfolio Original	$VAR^2$ 1,219E+13
--------------------	-------------------

Portfolio Balanceado	$VAR^2$ 1,225E+13
----------------------	-------------------

PORTFOLIO		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES	$\sigma^{VP*}$ (alisado) $\lambda = 0,99$ diária	$j^{\max}$	VAR			Balanço em nos vértices mais líquidos
vértices (dias úteis)	Data dos vértices				VÉRTICES	PORTFOLIO BALANCEADO	PORTFOLIO BALANCEADO	
1	11/09/98	12.590.643	0,000122%	1,0010598	(35,74)			
21	09/10/98	92.126.553	0,136040%	1,0272015	(284.284,49)	3.495.095	3.500.000	77.256,21
42	09/11/98	20.253.897	0,224937%	1,0557045	(100.550,18)			
63	08/12/98	41.870.147	0,324396%	1,0857921	(291.466,73)			
126	05/03/99	64.661.376	0,630879%	1,1902918	(798.533,84)			79.333,29
189	02/06/99	51.091.300	0,953889%	1,3032311	(871.323,05)			
252	30/08/99	58.459.011	1,282027%	1,4270569	(1.223.666,60)			179.223,19
		341.052.927						

Portfolio Original	$VAR^2 \ 1,222E+13$
Portfolio Balanceado	$VAR^2 \ 1,225E+13$

Portfolio Balanceado
$VAR^2 \ 1,225E+13$

PORTFOLIO		11/09/98		VP* $\sigma$ (alisado)		VAR	
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES	$\lambda = 0,99$ diária	$i^{\max}$	VÉRTICES	PORTFOLIO BALANCEADO	Balanceamento nos vértices mais líquidos
1	14/09/98	12.527.689	0,000125%	1,0010753	(36,56)		-
21	12/10/98	92.587.186	0,137286%	1,0313922	(287.150,32)	3.416.679	406.583,39
42	10/11/98	20.152.628	0,225871%	1,0644117	(99.641,22)		
63	09/12/98	42.079.498	0,324773%	1,1001835	(289.428,52)		
126	08/03/99	64.338.069	0,628907%	1,2118734	(777.952,64)		1.796.660,13
189	03/06/99	51.346.756	0,954362%	1,3375946	(853.605,82)		
252	31/08/99	58.166.716	1,284634%	1,4765983	(1.179.091,77)		3.010.064,62
		341.198.543			(3.486.906,85)		
						LIMITE da MESA TESOURARIA	
						$\theta =$	3.500.000
						FUNÇÃO OBJETIVO	
						$\phi =$	0

Matriz de Correlação entre os Vértices 11/09/98							
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7	
vértice 1	1,000000						-0,157743
vértice 2	0,139609	0,139609	-0,148853	-0,099302	-0,137120	0,836535	0,828654
vértice 3	-0,036461	1,000000	0,957809	0,847941	0,836535	0,891584	0,891584
vértice 4	-0,146853	0,957809	1,000000	0,975882	0,905594	0,935746	0,927961
vértice 5	-0,099302	0,847941	0,975882	1,000000	0,945026	0,993493	0,986411
vértice 6	-0,137120	0,836535	0,905594	0,945026	1,000000	1,000000	0,998512
vértice 7	-0,157743	0,828654	0,891584	0,927961	0,986411	0,998512	1,000000

Portfolio Original
VAR <sup>2</sup> 1,167E+13

Portfolio Balanceado
VAR <sup>2</sup> 1,225E+13

PORTFOLIO

14/09/98

PORTFOLIO		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		VP* $\sigma$ (alisado)		VAR	
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\lambda = 0,99$ diária		VÉRTICES	Balaceamento nos vértices mais líquidos
1	15/09/98	12.402.412	1,0013974	0,000126%	(36,29)		-
21	13/10/98	93.087.185	1,0313409	0,138329%	(290.908,20)	3.577.683	3.500.000
42	11/11/98	19.951.102	1,0603728	0,226944%	(99.490,89)		-
63	10/12/98	42.079.497	1,0913032	0,325549%	(292.480,82)		
126	09/03/99	65.459.759	1,1980272	0,629493%	(801.410,03)	LIMITE da MESA TESOURARIA	
189	04/06/99	52.846.755	1,3121113	0,955057%	(896.257,64)	$\theta =$	(1.609.828,54)
252	01/09/99	60.695.800	1,4373933	1,285734%	(1.264.998,78)	FUNÇÃO OBJETIVO	(2.805.300,46)
		346.522.510	(3.645.582,64)			$\phi =$	-

Matriz de Correlação entre os Vértices 14/09/98

	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1	1,000000	0,162533	-0,004318	-0,114998	-0,069210	-0,110091	-0,132797
vértice 2	0,162533	1,000000	0,962191	0,905501	0,861000	0,846391	0,836439
vértice 3	-0,004318	0,962191	1,000000	0,976820	0,913554	0,903549	0,895538
vértice 4	-0,114998	0,905501	0,976820	1,000000	0,949514	0,939973	0,931758
vértice 5	-0,069210	0,861000	0,913554	0,949514	1,000000	0,993260	0,985674
vértice 6	-0,110091	0,846391	0,903549	0,939973	0,993260	1,000000	0,998407
vértice 7	-0,132797	0,836439	0,895538	0,931758	0,985674	0,998407	1,000000

Portfolio Original

VAR<sup>2</sup> 1,280E+13

Portfolio Balanceado

VAR<sup>2</sup> 1,225E+13

PORTFOLIO		15/09/98		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\sigma^{VP*}$ (alisado)		$i_{max}$		VAR			Balanceamento nos vértices mais líquidos
vértices (dias úteis)	Data dos vértices					$\lambda = 0,99$	diária			VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO	
1	16/09/98	12.278.388		0,000123%		1,0013599	(35,16)						
21	14/10/98	94.018.056		0,139163%		1,0292821	(296.181,62)				3.565.335	3.500.000	(255.235,91)
42	12/11/98	19.751.591		0,227342%		1,0557917	(99.096,61)						
63	11/12/98	42.100.292		0,325005%		1,0838574	(294.143,62)				LIMITE da MESA TESOURARIA		
126	10/03/99	63.605.162		0,628386%		1,1795612	(789.504,15)				$\theta =$ 3.500.000		
189	07/06/99	53.075.223		0,952003%		1,2811809	(918.915,07)						
252	02/09/99	57.588.842		1,281136%		1,3919794	(1.234.970,69)				FUNÇÃO OBJETIVO		
		342.417.554					(3.632.846,90)				$\phi =$ 0		

Matriz de Correlação entre os Vértices 15/09/98							
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7	
vértice 1	1,000000	0,160523	-0,117165	-0,070921	-0,114690	-0,138774	
vértice 2	0,160523	1,000000	0,905580	0,862159	0,849325	0,839726	
vértice 3	-0,006838	0,962171	0,976849	0,914359	0,906380	0,898833	
vértice 4	-0,117165	0,905560	1,000000	0,950007	0,942127	0,934198	
vértice 5	-0,070921	0,862159	0,914359	1,000000	0,992833	0,984589	
vértice 6	-0,114690	0,849325	0,906380	0,942127	1,000000	0,998258	
vértice 7	-0,138774	0,839726	0,898833	0,984589	0,998258	1,000000	

Portfolio Original
VAR <sup>2</sup> 1,271E+13

Portfolio Balanceado
VAR <sup>2</sup> 1,225E+13

PORTFOLIO		16/09/98		VP* (alisado)		VAR		
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\sigma$ $\lambda = 0,99$	$i_{\max}$ diária	VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO
1	17/09/98	12.155.604		0,000124%	1,0013291	(35,07)		
21	15/10/98	93.077.876		0,140060%	1,0262014	(295.995,44)	3.535.198	3.500.000
42	13/11/98	19.554.075		0,228138%	1,0499246	(98.999,60)		(158.497,81)
63	14/12/98	41.329.289		0,325981%	1,0763417	(291.645,72)		
126	11/03/99	62.869.110		0,630126%	1,1655501	(791.934,65)		(692.471,66)
189	08/06/99	52.144.471		0,952126%	1,2610599	(917.323,91)		
252	03/09/99	55.212.953		1,279103%	1,3648751	(1.205.617,78)	FUNÇÃO OBJETIVO	(1.202.221,62)
		336.343.378				(3.601.552,17)	$\phi =$	-

Matriz de Correlação entre os Vértices 16/09/98							
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7	
vértice 1	1,000000						-0,140957
vértice 2	0,156946	0,156946					0,841899
vértice 3	-0,009042	0,962534	0,906573				0,899611
vértice 4	-0,118883	0,962534	0,977096	-0,073072			0,934549
vértice 5	-0,073072	0,906573	0,950092	0,864039	-0,116949		0,985109
vértice 6	-0,116949	0,864039	0,942334	0,914995	0,851332	0,907043	0,998301
vértice 7	-0,140957	0,841899	0,899611	0,985109	0,993112	1,000000	1,000000

Portfolio Original	
VAR <sup>2</sup>	1,250E+13

Portfolio Balanceado	
VAR <sup>2</sup>	1,225E+13



## PORTFOLIO

17/09/98

vértices (dias úteis)	Data dos vértices	PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES	$\sigma^{VP^*}$ (alisado) $\lambda = 0,99$ diária	$i_{max}$	VAR		
					VÉRTICES	PORTFOLIO BALANCEADO	Balaceamento nos vértices mais líquidos
1	18/09/98	12.094.826	0,000124%	1,0013134	(34,98)		
21	16/10/98	92.612.487	0,140891%	1,0265502	(295.740,26)	3.516.699	3.500.000
42	16/11/98	19.456.304	0,228807%	1,0506857	(98.721,71)		-
63	15/12/98	41.122.643	0,326778%	1,0772879	(290.642,12)		
126	12/03/99	62.554.765	0,630556%	1,1654004	(788.615,02)		(313.516,75)
189	09/06/99	51.883.748	0,953632%	1,2633680	(912.510,87)		
252	06/09/99	54.936.888	1,281666%	1,3701430	(1.197.371,16)		(585.493,80)
		334.661.661			(3.583.636,12)		
						LIMITE da MESA TESOURARIA	
						$\theta =$	3.500.000
						FUNÇÃO OBJETIVO	
						$\phi =$	0

## Matriz de Correlação entre os Vértices 17/09/98

	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1	1,000000	0,154186	-0,012472	-0,122182	-0,076765	-0,120073	-0,143728
vértice 2	0,154186	1,000000	0,961617	0,905750	0,863515	0,852313	0,842823
vértice 3	-0,012472	0,961617	1,000000	0,977591	0,916476	0,907955	0,899409
vértice 4	-0,122182	0,905750	0,977591	1,000000	0,950990	0,942101	0,932988
vértice 5	-0,076765	0,863515	0,916476	0,950990	1,000000	0,992119	0,982811
vértice 6	-0,120073	0,852313	0,907955	0,942101	0,992119	1,000000	0,998036
vértice 7	-0,143728	0,842823	0,899409	0,932988	0,982811	0,998036	1,000000

Portfólio Original

VAR<sup>2</sup> 1,237E+13

Portfólio Balanceado

VAR<sup>2</sup> 1,225E+13

## 18/09/98

Matriz de Correlação entre os Vértices 18/09/98

## Portfolio Original

Portfolio Balanceado	$VAR^2$ 1,225E+13
----------------------	-------------------

PORTFOLIO

21/09/98

PORTFOLIO		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\sigma^{VP*}$ (alisado)		$i^{max}$		VAR		
vértices (dias úteis)	Data dos vértices			$\lambda = 0,99$	diária			VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO
1	22/09/98	12.093.617		0,000112%		1,0013197	(31,64)			
21	20/10/98	92.144.793		0,141303%		1,0288140	(294.877,36)			
42	18/11/98	19.847.376		0,228572%		1,0558692	(100.108,83)		3.470.326	3.500.000
63	17/12/98	41.326.200		0,325234%		1,0854489	(288.514,27)			
126	16/03/99	62.409.911		0,626453%		1,1825649	(770.323,66)			
189	11/06/99	52.664.599		0,945571%		1,2868138	(901.681,25)			458.826,27
252	08/09/99	55.985.620		1,269410%		1,4009708	(1.181.966,56)			1.147.065,67
		336.472.115					(3.537.503,56)			
								LIMITE da MESA TESOURARIA		
								$\theta =$	3.500.000	
								FUNÇÃO OBJETIVO		
								$\phi =$	0	

Matriz de Correlação entre os Vértices 21/09/98

	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1	1,000000	0,182061	0,060420	-0,035616	-0,019695	-0,054335	-0,073928
vértice 2	0,182061	1,000000	0,966402	0,913977	0,863959	0,856897	0,850532
vértice 3	0,060420	0,966402	1,000000	0,977994	0,909703	0,902719	0,895822
vértice 4	-0,035616	0,913977	0,977994	1,000000	0,947019	0,936177	0,926482
vértice 5	-0,019695	0,863959	0,909703	0,947019	1,000000	0,991670	0,982524
vértice 6	-0,054335	0,856897	0,902719	0,936177	0,991670	1,000000	0,998068
vértice 7	-0,073928	0,850532	0,895822	0,926482	0,982524	0,998068	1,000000

Portfolio Original

$VAR^2$  1,204E+13

Portfolio Balanceado

$VAR^2$  1,225E+13

## PORTFOLIO

22/09/98

PORTFOLIO		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\sigma^{VP*}$ (alisado) $\lambda = 0,99$ diária		$i_{max}$		VAR		Balanceamento nos vértices mais líquidos
vértices (dias úteis)	Data dos vértices							VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO
1	23/09/98	12.214.553		0,012935%	1,0016345	(3.675,17)				-
21	21/10/98	91.223.346		0,153288%	1,0299650	(316.334,69)		3.452.987	3.500.000	465.312,19
42	19/11/98	20.046.850		0,238143%	1,0575780	(105.173,25)				
63	18/12/98	41.412.938		0,330652%	1,0867547	(293.583,02)				
126	17/03/99	63.034.010		0,615374%	1,1810452	(765.249,72)		LIMITE da MESA TESOURARIA		
189	14/06/99	52.637.953		0,917020%	1,2857558	(874.732,81)		$\theta =$	3.500.000	1.005.718,89
252	09/09/99	57.345.476		1,224513%	1,4001872	(1.168.510,09)		FUNÇÃO OBJETIVO		1.654.024,26
		337.914.125				(3.527.258,76)		$\phi =$	0	

## Matriz de Correlação entre os Vértices 22/09/98

	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1	1,000000	0,176241	0,040412	-0,059824	-0,043164	-0,077475	-0,096342
vértice 2	0,176241	1,000000	0,967436	0,915781	0,864158	0,858334	0,852586
vértice 3	0,040412	0,967436	1,000000	0,978115	0,908352	0,901258	0,894267
vértice 4	-0,059824	0,915781	0,978115	1,000000	0,945691	0,933451	0,922933
vértice 5	-0,043164	0,864158	0,908352	0,945691	1,000000	0,991228	0,981691
vértice 6	-0,077475	0,858334	0,901258	0,933451	0,991228	1,000000	0,997989
vértice 7	-0,096342	0,852586	0,894267	0,922933	0,981691	0,997989	1,000000

Portfólio Original

VAR<sup>2</sup> 1,192E+13

Portfólio Balanceado

VAR<sup>2</sup> 1,225E+13

## PORTFOLIO

23/09/98

PORTFOLIO		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\sigma^{VP*}$ (alisado)		VAR		
vértices (dias úteis)	Data dos vértices			$\lambda = 0,99$	diária	$i^{max}$	VÉRTICES	PORTFOLIO BALANCEADO
1	24/09/98	12.652.902	0,018358%	1,0017611	(5.402,06)			
21	22/10/98	90.309.729	0,157925%	1,0306252	(322.432,84)			505.460,93
42	20/11/98	20.145.061	0,241064%	1,0588738	(106.859,52)		3.458.886	3.500.000
63	21/12/98	41.712.407	0,331320%	1,0879279	(295.984,00)		LIMITE da MESA TESOURARIA	
126	18/03/99	63.723.439	0,607816%	1,1803370	(764.576,85)		$\theta =$	952.652,35
189	15/06/99	52.857.105	0,902814%	1,2848370	(865.385,43)			
252	10/09/99	58.551.685	1,204696%	1,3991417	(1.174.656,79)		FUNÇÃO OBJETIVO	1.413.798,26
		339.952.329		(3.535.297,49)			$\phi =$	0

Matriz de Correlação entre os Vértices 23/09/98							
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7	
vértice 1	1,000000	0,161929	-0,099726	-0,063535	-0,102674	-0,124249	
vértice 2	0,161929	1,000000	0,919239	0,866347	0,862194	0,857558	
vértice 3	0,006423	0,969451	1,000000	0,907311	0,901113	0,894822	
vértice 4	-0,099726	0,919239	0,977440	0,944684	0,931529	0,920684	
vértice 5	-0,063535	0,866347	0,907311	1,000000	0,991124	0,981661	
vértice 6	-0,102674	0,862194	0,901113	0,931529	1,000000	0,998008	
vértice 7	-0,124249	0,857558	0,894822	0,920684	0,981661	1,000000	

Portfólio em t - 1
VAR <sup>2</sup> 1,196E+13

Portfólio Balanceado
VAR <sup>2</sup> 1,225E+13

## PORTFOLIO

24/09/98

24/09/98		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\sigma^{VP^*}$ (alisado)		$i^{max}$		VAR	
vértices (dias úteis)	Data dos vértices			$\lambda = 0,99$	diária			PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO
								VÉRTICES	Balanceamento nos vértices mais líquidos
1	25/09/98	12.289.431		0,012158%		1,0016161	(3.475,87)		-
21	23/10/98	90.810.777		0,151204%		1,0290866	(310.889,43)	3.508.330	3.500.000 (59.713,64)
42	23/11/98	20.346.512		0,233674%		1,0545574	(105.047,39)		
63	22/12/98	41.412.955		0,323822%		1,0813364	(288.959,67)	LIMITE da MESA TESOURARIA	
126	19/03/99	65.229.223		0,600596%		1,1673559	(781.947,12)	$\theta =$	3.500.000 (179.140,93)
189	16/06/99	53.223.090		0,893989%		1,2640055	(877.080,05)		
252	13/09/99	59.977.559		1,193450%		1,3692470	(1.218.056,09)	FUNÇÃO OBJETIVO	(298.568,22)
		343.289.548					(3.585.455,63)	$\phi =$	0

## Matriz de Correlação entre os Vértices 24/09/98

	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1	1,000000	0,186196	0,054498	-0,044561	-0,027650	-0,062008	-0,080968
vértice 2	0,186196	1,000000	0,969797	0,918589	0,859203	0,853086	0,847097
vértice 3	0,054498	0,969797	1,000000	0,976671	0,899359	0,892058	0,884963
vértice 4	-0,044561	0,918589	0,976671	1,000000	0,941012	0,928279	0,917545
vértice 5	-0,027650	0,859203	0,899359	0,941012	1,000000	0,991075	0,981402
vértice 6	-0,062008	0,853086	0,892058	0,928279	0,991075	1,000000	0,997956
vértice 7	-0,080968	0,847097	0,884963	0,917545	0,981402	0,997956	1,000000

Portfólio Original

VAR<sup>2</sup> 1,231E+13

Portfólio Balanceado

VAR<sup>2</sup> 1,225E+13