

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Produção

Curso Cooperativo

Trabalho de Formatura

UM MODELO DE GERENCIAMENTO DE RISCO BASEADO NO VAR

Autor: Marcelo Marques da Silva

Orientador: Reinaldo Pacheco da Costa

1998

1998
Si 38m

Dedicatória

Aos meus pais, José e Neuza pela educação e apoio de todos esses anos;
e aos meus irmãos, Tatiana e Marcus.

Agradecimentos

Ao professor Reinaldo Pacheco da Costa pela orientação prestada;

Ao economista Waldyr Kiel Júnior pela amizade e todo aprendizado de mercado proporcionado;

Aos estatísticos Rogério e André e ao engenheiro Tomazini pela paciência e conhecimentos fornecidos à elaboração do modelo;

Aos colegas da Mesa de Tesouraria do banco por acreditarem em meu trabalho;

A todos os professores que colaboraram para o meu aprendizado;

A todos os funcionários do banco, que direta ou indiretamente colaboraram, e ainda colaboram para meu aprendizado;

Ao amigo Alexandre Euzébio pela amizade e incentivo à realização deste trabalho;

Aos colegas do Curso Cooperativo, em especial ao Aymar Almeida e Fernando Oliveira, pelo companheirismo, amizade e incentivo profissional.

Sumário

Este trabalho consiste na construção de um modelo matemático para medição, controle e gerenciamento do risco de uma carteira de ativos e passivos pré-fixados. Com algumas adaptações pode ser utilizado também para outros tipos de moedas pós-fixadas, tais como dólar, taxa referencial (TR), variações do cdi etc.

Tem como função objetivo maximizar a utilização do limite (VAR) com base em restrições legais, mercadológicas (liquidez em diferentes prazos) e estruturais (definido pela alta gerência do banco).

Além da modelagem, o trabalho inclui a implementação do mesmo no banco em questão, com a simulação de uma carteira pré-fixada no período de setembro de 1998.

Utilizou-se o software MS-EXCEL 97 e seus softwares suplementares (SOLVER) para todos os cálculos.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 RESUMO DO TRABALHO	1
1.2 O BANCO	2
1.2.1 OBJETIVOS.....	3
1.2.3 CLIENTES.....	4
1.2.4 CUSTOS.....	4
1.2.5 LOGÍSTICA.....	4
1.2.6 O PRODUTO E SERVIÇO.....	4
1.3 O SISTEMA FINANCEIRO	5
1.4 EVENTOS FINANCEIROS.....	7
1.5 TEMA ESCOLHIDO	8

CAPÍTULO 2 - MERCADO: ATIVOS E DERIVATIVOS.....9

2.1 INTRODUÇÃO	10
2.2 ATIVOS DE JUROS	10
2.3 MERCADOS FUTUROS	11
2.3.1 FUNÇÃO ECONÔMICA.....	11
2.3.2 PARTICIPANTES.....	11
2.3.3 RISCO DE PREÇOS.....	12
2.4 TÍTULOS DA DÍVIDA PÚBLICA	12
2.5 CERTIFICADO DE DEPÓSITO INTERBANCÁRIO (CDI)	13
2.5.1 CDI OVER.....	13
2.6 MERCADO FUTURO DE DI DE 1 DIA.....	13
2.6.1 FUNCIONAMENTO BÁSICO	13
2.6.2 ESPECIFICAÇÕES DO CONTRATO	15
2.6.3 EXEMPLOS.....	16
2.6.3.1 <i>Hipótese 1: Alta do custo de financiamento.....</i>	17
2.6.3.2 <i>Hipótese 2: Queda do custo de financiamento.....</i>	18

2.6.3.3 <i>Análise do “hedge”</i>	18
2.6.4 POTENCIAL DE UTILIZAÇÃO	19
2.7 CURVA DO MERCADO	19
2.7.1 CÁLCULO DA YC – EXEMPLO NÚMÉRICO.....	21
CAPÍTULO 3 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	26
3.1 CONCEITO: RETORNO.....	27
3.1.1 DEFINIÇÃO DE RETORNO	27
3.2 CONCEITO: RISCO.....	28
3.2.1 CÁLCULO DO RISCO PARA UM ÚNICO ATIVO.....	30
3.2.2 CÁLCULO DO RISCO EM PORTFOLIOS COM 2 ATIVOS.....	31
3.2.3 CÁLCULO DO RISCO EM PORTFOLIOS COM N ATIVOS.....	33
3.3 SÉRIES TEMPORAIS	35
3.3.1 DEFINIÇÃO	35
3.3.2 OBJETIVO	35
3.3.3 PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS	35
3.3.4 MÉTODOS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS	36
3.3.4.1 <i>Média móvel</i>	36
3.3.4.2 <i>Alisamento Exponencial Simples</i>	37
3.3.4.2 <i>Alisamento Exponencial Linear</i>	38
3.3.5 MÉTODOS AVANÇADOS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS	39
3.3.5.1 <i>Modelos autoregressivos e de médias móveis</i>	39
3.3.5.1.1 <i>Modelo Autoregressivo</i>	39
3.3.5.1.2 <i>Modelo de Médias Móveis</i>	40
3.3.5.1.3 <i>Modelo Autoregressivo e de Médias Móveis</i>	40
3.3.6 CONSIDERAÇÕES SOBRE MÉTODOS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS.....	41
3.3.7 MEDIDAS DE ACUIDADE DOS MÉTODOS DE PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS	41
3.4 PARÂMETROS PARA CONTROLE E GERENCIAMENTO DE RISCO	43
3.4.1 VALOR EM RISCO (“VALUE AT RISK – VAR”)	44
3.4.1.1 <i>Definição de VAR</i>	44
3.4.1.2 <i>Porquê calcular o VAR ?</i>	44
3.4.1.3 <i>Eficiência do VAR</i>	45
3.4.2 VALOR DE MERCADO – MARK TO MARKET (MtM)	45
3.4.2.1 <i>Definição de Valor de Mercado</i>	45

3.4.3 CURVA DE MERCADO	46
3.4.4 VOLATILIDADE DAS TAXAS DE JUROS	47
3.4.4.1 <i>Heterocedasticidade cíclica</i>	47
3.5 DEFINIÇÃO DE ΔMTM_T (VARIAÇÃO DO VALOR MARCADO A MERCADO).....	47
3.6 RELAÇÃO ENTRE VAR E ΔMTM_T.....	49
3.7 AS VARIÁVEIS DE VARIAÇÃO VP_T E VT_T.....	51
3.7.1 VARIAÇÃO DE PREÇO (VP_T)	51
3.7.2 VARIAÇÃO DE TAXA (VT_T)	53
3.7.3 VARIAÇÃO DE PREÇO APROXIMADA (VP^*_T)	55
3.7.3.1 <i>A aproximação e o erro gerado</i>	55
3.7.3.2 <i>A variável VP^*_T</i>	56
3.7.4 VARIAÇÃO DE TAXA APROXIMADA (VT^*_T).....	58
3.7.5 AS APROXIMAÇÕES VP^*_T E VT^*_T	59
3.8 RELAÇÃO ENTRE $\sigma_t^{VP^*}$ E $\sigma_t^{VT^*}$	60
3.8.1 RELAÇÃO ENTRE VAR CALCULADO PELA TAXA E CALCULADO PELO PREÇO	62
3.9 TAXA AO PERÍODO X TAXA AO DIA	64
3.9.1 A VARIÁVEL (VP^{**}_T)	64
3.9.2 O $\Delta MTM_T^{\text{MIN}}$ ATRAVÉS DA VARIÁVEL VP^{**}_T	65
3.10 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	67
3.10.1 NECESSIDADE DA TAXA MÁXIMA	67
3.10.2 A SUPosiÇÃO DE VALOR MÉDIO IGUAL A ZERO	67
3.10.3 APROXIMAÇÕES PARA PRAZOS LONGOS UTILIZANDO A TAXA AO DIA.....	68
CAPÍTULO 4 - MODELO PROPOSTO.....	69
4.1 INTRODUÇÃO	70
4.2 PARÂMETROS DO MODELO	71
4.3 METODOLOGIA DE CÁLCULO	71
4.3.1 IDENTIFICAR EXPOSIÇÕES E FLUXOS DE CAIXAS	72
4.3.2 ALOCAÇÃO DOS FLUXOS NOS VÉRTICES	72
4.3.2.1 <i>Definição dos vértices</i>	72
4.3.2.2 <i>Relação entre fluxo e vértices</i>	73
4.3.3 CÁLCULO DO “VAR”	74
4.3.3.1 <i>Cálculo do “VAR” nos vértices</i>	74

4.3.3.2 <i>Cálculo do “VAR” com “portfolio”</i>	75
4.3.4 DEFINIÇÃO DO FATOR DE SEGURANÇA (δ)	76
4.3.5 PREVISÃO DE RISCO E CORRELAÇÃO	77
4.3.5.1 <i>Escolha do modelo de previsão</i>	77
4.3.5.2 <i>Horizonte de previsão</i>	78
4.3.5.3 <i>Determinação da constante de alisamento λ</i>	78
4.4 FUNÇÃO DO MODELO	79
4.5 RESTRIÇÕES DO MODELO	80
4.6 INICIALIZAÇÃO DO MODELO	81
4.7 VERIFICAÇÃO DO MODELO	82
CAPÍTULO 5 - IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO.....	83
5.1 INTRODUÇÃO	84
5.2 IMPORTÂNCIA DO MODELO	84
5.2.1 ESCOPO DO SISTEMA	85
5.2.1.1 <i>“Proprietary Trading”</i>	85
5.2.1.2 <i>Gerenciamento de ativos (“asset management”)</i>	86
5.2.1.3 <i>Corporações não financeiras</i>	86
5.3 VAR COMO FERRAMENTA DE ALOCAÇÃO DE RECURSOS.....	86
5.3.1 POSIÇÕES E LIMITES	87
5.3.2 ORGANOGRAMA DA ALOCAÇÃO DE LIMITES.....	87
5.3.3 REPARTIÇÃO DOS LIMITES.....	89
5.4 VAR COMO FERRAMENTA DE AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE	90
5.5 TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO.....	94
5.5.1 SISTEMAS DE INFORMAÇÃO.....	94
5.5.2 DESAFIOS DO SISTEMA DE INFORMAÇÃO.....	95
5.5.3 FLUXO DA INFORMAÇÃO	96

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	98
6.1 INTRODUÇÃO	99
6.2 CONCLUSÕES.....	99
6.2.1 QUANTO AO FATOR DE RISCO	99
5.6.2 QUANTO À CONSTANTE DE ALISAMENTO.....	100
5.6.3 QUANTO AO MODELO EM GERAL.....	100
6.3 RECOMENDAÇÕES	101
6.3.1 QUANTO AO FATOR DE RISCO	101
6.3.2 QUANTO AO FATOR DE RISCO	102
6.3.2 QUANTO AO LIMITE DO VAR.....	102
BIBLIOGRAFIA.....	103
ANEXO A: Demonstração da Fórmula do Risco para 2 ativos.....	106
ANEXO B: Demonstração da Fórmula da Combinação.....	109
ANEXO C: Demonstração da Igualdade entre ΔMtM Calculado por Taxa ao dia e Taxa ao Período.....	112
ANEXO D: Demonstração da Aproximação entre Variáveis Discretas e Contínuas	114
ANEXO E: Alocação do <i>Portfolio</i> Fictício nos Vértices.....	117
ANEXO F: Determinação da Constante de AlisamentoExponencial Simples.....	124
ANEXO G: Retorno Diário das Taxas de Juros nos Vértices.....	128
ANEXO H: Simulação do Modelo de Risco.....	137

Capítulo 1

Introdução

1.1 Resumo do trabalho

O trabalho consiste na elaboração de um modelo matemático para gerenciamento de risco de uma carteira formada por ativos (aplicações) e passivos (captações). O modelo é baseado em uma técnica conhecida como *value at risk* (VAR), que mede o valor da perda máxima possível, em um determinado horizonte de tempo, através da variação de preço de suas posições (juros, dólar, ouro etc.). A medição da perda máxima é feita com base em previsões diárias para as oscilações dos ativos e passivos componentes da carteira.

O trabalho está apresentado em um total de 6 capítulos e mais anexos.

No primeiro capítulo '*Introdução*', tem apresentado este resumo, o Banco no qual se desenvolveu e implantou-se o modelo, e uma breve introdução aos componentes do Sistema Financeiro Nacional, alguns eventos que caracterizaram o mercado nos últimos anos, e o porque do tema escolhido para finalizar.

No capítulo 2, '*Mercado: Ativos e Derivativos*' é exposto uma introdução ao funcionamento das ferramentas e operações existente no mercado financeiro, sendo o entendimento deste capítulo imprescindível para operacionalizar os instrumentos existentes de controle e gerenciamento em um modelo de risco.

A '*Fundamentação Teórica*' –, apresenta-se em um único e extenso capítulo. O 3º capítulo mostra a estrutura e conceitos para gerenciamento do risco, explicando o porque e a importância desta nova técnica gerencial do mercado financeiro. Este capítulo apresenta conceitos necessários à elaboração do modelo matemático empregado, suas ferramentas de apoio, com uma fundamentação teórica completa para gerenciamento de um *portfolio*.

O '*Modelo Proposto*' – apresenta a definição do modelo; foi onde o autor mais colaborou e desenvolveu, como parte de uma equipe, o perfil do trabalho. Neste capítulo explica-se com quais informações trataremos, e como tratá-las para conseguir uma medição confiável do risco.

A implementação do trabalho está apresentada e concluída no capítulo 5, no qual mostra-se como foi proposta no banco a utilização desta ferramenta de controle e sua implantação.

Para finalizar o trabalho no capítulo 6 são retiradas as conclusões com base na simulação do modelo, e citadas as recomendações achadas necessárias.

1.2 O Banco

O banco encontra-se entre as 5 maiores instituições financeiras privadas do país. Faz parte de um conglomerado atuante em diversas áreas. Porém tem sua maior força nas empresas da área financeira, as quais estão citadas na seqüência.

- Banco Múltiplo¹
- Companhia de Arrendamento Mercantil
- Corretora e Distribuidora de Valores
- Administradora de Cartões de Crédito
- Fundos de Investimentos
- Bancos Adquiridos²
- Bancos Internacionais
- Participações Internacionais.

A posição que o banco ocupa hoje é resultado de uma série de aquisições e incorporações durante sua existência. Ocupa uma posição de líder quanto a performance.

¹ Foram criados em 1988, juntamente com a criação de um mercado unificado e “flexível”. Trata-se de uma estrutura jurídico-contábil única.

² Os quais mantém as mesma bandeira de quando eram separados.

1.2.1 Objetivos

Os objetivos de uma instituição variam com o tempo, e situação da mesma. Hoje, o banco em questão, tem o privilégio de buscar melhoria de performance em um cenário onde muitos tentam simplesmente a sobrevivência. O principais objetivos desta instituição podem ser citados como:

1. Melhoria da produtividade

O banco busca a cada dia melhorar a produtividade, com muito investimento em tecnologia e capacitação profissional do pessoal. Tem-se consciência sobre a abertura do mercado, onde grandes bancos estrangeiros, líderes em seus países de origem, estão prontos para a competição. Nada mais do que normal que se tenha uma equipe altamente qualificada e um conjunto tecnológico eficiente.

2. Lucro

O lucro deve justificar o capital investido em tecnologia, pessoal etc., respondendo com resultado de bons dividendos aos acionistas.

3. Crescimento

O banco teve ao longo de toda sua existência importantes fusões e incorporações, o que caracterizou a imagem de banco inovador e crente em seu progresso. E continua a fazê-lo, quando nos dois últimos anos foi um dos que mais cresceram.

4. Qualidade em serviços

Os investimentos em tecnologia e pessoal buscam a qualidade no atendimento e produtos vendidos.

5. Imagem

O banco tem por missão passar a imagem de segurança e eficiência de serviços através de uso agressivo de marketing.

1.2.3 Clientes

Os clientes do banco possuem um amplo perfil. O banco trabalha desde clientes jurídicos com alto poder econômico até pessoas físicas de médio poder aquisitivo. Porém deve-se ressaltar que tem um grande diferencial em sua rede de agências e postos, bem informatizadas, de fácil localização e boa distribuição.

1.2.4 Custos

Os maior parte de custos de um banco encontra-se no custo do dinheiro. Uma grande rede de agências torna os custos de captação menor para um banco, pois capta pequenas quantidades, a baixas taxas, e de muitos clientes. Com uma boa rede os custos do banco diminuem bastante. A segunda maior fonte de custos são os salários, diminuindo a cada dia com grandes somas de investimentos em tecnologia.

1.2.5 Logística

As agências são bem localizadas e distribuídas. Encontram-se nos diversos centros do país. E existe um estudo contínuo para verificação de quais pontos e localidades estão defasados perante a concorrência.

1.2.6 O produto e serviço

Os produtos e serviços tem altos investimentos em tecnologia, tentando retirar os clientes das agências convencionais, e levá-los às agências virtuais (caixas eletrônicos, *bankline* ou *internet*) que possuem custos bem inferiores. O banco tem uma gama vasta de produtos e serviços a oferecer aos clientes, indo desde débitos automáticos até consultorias a investimentos.

1.3 O Sistema Financeiro

Os órgãos componentes do sistema financeiro são caracterizados da seguinte forma:

1. Conselho Monetário Nacional — CMN;

Criado com a finalidade de formular a política da moeda e do crédito, é composto por diversos membros, entre eles:

- Ministro da Fazenda, Pedro Malan;
 - Presidente da República, Fernando Henrique Cardoso;
 - Presidente do Banco do Brasil, Paulo César Ximenes;
 - Presidente do Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social - BNDES, André Lara Resende.
- já mudou*

2. Banco Central — BC;

É o chamado banco dos bancos. Além de servir como banco do Governo e banco Emissor ainda exerce as funções de fiscalização e controle do sistema financeiro em geral. Suas atribuições são:

- Executar serviços referentes ao meio circulante;
- Recolhimento compulsório das instituições financeiras;
- Operar redesconto e empréstimos à instituições financeiras e ao Tesouro Nacional;
- Controlar o crédito de capitais estrangeiros;
- Ser depositário de ouro e moedas estrangeiras do país;
- Operar na compra e venda de Títulos Públicos Federais;
- Emitir, comprar, vender ou encarteirar títulos de responsabilidade própria;
- Regular serviços de compensação de cheques e outros papéis
- Atuar como regulador do mercado de câmbio objetivando a estabilidade.

3. Banco do Brasil — BB;

- Arrecadar tributos e rendas federais;
- Adquirir e financiar estoque de produto exportável;
- Executar política de preços mínimos de produtos agropastoril;
- Executar serviços da dívida pública consolidada;
- Financiar atividades industriais e rurais;
- Executar sob vontade do BC compra e venda de moeda estrangeira, ou qualquer outro título.

4. Demais Instituições Financeiras Públicas e Privadas;

- Bancos oficiais de fomento;
- Bancos privados de investimento;
- Bancos comerciais;
- Caixas Econômicas;
- Sistema Nacional de Habitação;
- Previdência Social;
- Entidades de intermediação no mercado de capitais: Bolsas, sociedades de investimentos e companhia distribuidora de títulos.

1.4 Eventos Financeiros

Em fins de abril de 1995 um jovem executivo inglês, efetuando operações de risco num mercado chamado "derivativos"³, levou à falência em três semanas um banco britânico com 232 anos de existência. Uma onda de perplexidade e medo varreu o mundo financeiro na época, com o receio de uma repetição em cascata desse acontecimento. Uma revista noticiou que a forma como se deu a implosão da grande casa bancária era "*o mais nítido e apavorante retrato das finanças mundiais neste fim de século...*"

Em junho de 1997 teve início a maior crise econômico-financeira mundial desde o *crash* da Bolsa de Nova York de 1929. Começou com uma desvalorização da moeda tailandesa, o bath, que sucumbiu ao ataque de especuladores. Dez dias depois, caíram as moedas das Filipinas, Malásia e Indonésia. Daí para a frente foi uma sucessão generalizada de quedas nas bolsas de valores de vários países do sudeste asiático, causando um efeito dominó nas bolsas de todo o mundo e ataques especulativos às respectivas moedas nacionais.

Ninguém previu que uma crise como esta pudesse ocorrer, muito menos seu alcance e duração. Um mês antes do início dessa tempestade econômica asiática, a revista *Money* publicou uma reportagem sobre investimentos com a seguinte chamada: "*Como faturar no "boom" asiático; todo investidor precisa examinar firme e atentamente a deslumbrante promessa da Bacia do Pacífico. (...) Nenhum investidor pode dar-se ao luxo de ignorar as oportunidades que a Bacia do Pacífico oferece.*" Uma consulta feita pelo *The Wall Street Journal*, em junho de 1997, mostrou que os especialistas econômicos escolhiam os mercados acionários da Ásia como os de melhor resultado a se esperar nos 12 meses seguintes...

³ Os derivativos são uma modalidade de investimento que se baseia em apostas sobre os preço futuro de ações, moedas e mercadorias.

1.5 Tema escolhido

O tema do TF foi escolhido em função de que as mesas de operações do banco não contarem com nenhum estudo elaborado para o risco de suas operações.

O controle de risco feito pelo banco foi dividido em 3 partes, as chamadas moedas⁴: Risco da moeda pré-fixada, Risco da moeda TR e Risco da moeda estrangeira (US\$).

A mesa Tesouraria, na qual desenvolve normalmente as tarefas diárias, realiza operações com as três moedas citadas. O trabalho de risco visa desenvolver e controlar o risco das mesas, através de um estudo com base no VAR. O controle seria feito através de um modelo matemático que observasse os prazos e volumes ideais para reversão ou aumento de exposição do risco.

O modelo teria como *inputs*:

- os fluxos da carteira controlada (volumes e prazos);
- a volatilidade das moedas (pré, TR ou dólar);
- as correlações entre os prazos.

E os *output*:

- o valor em risco (VAR)
- os prazos e volumes para reversão ou aumento de posição em risco.

O trabalho foi desenvolvido em conjunto com as mesas operacionais, área de suporte às operações e área de controle estatísticos.

⁴ Os tipos de moeda são definidos com base em suas características. Podem ser pré-fixadas ou pós-fixadas, que compreendem os títulos atrelados ao dólar, taxa referencial, cdi etc.

Capítulo 2

Mercado: Ativos e Derivativos

2.1 Introdução

Nas últimas duas décadas o mercado financeiro começa a utilizar ferramentas computacionais e sofisticados modelos matemáticos para análise dos mercados. Passa também por um processo de globalização, muito acentuado no ano de 1997, quando o país sofreu efeitos diretos das crises nos países asiáticos. Com todos esses problemas expoentes, as diversas políticas dos governos começam a ser discutidas. Uma das mais importantes é a política monetária seguida pelos governos, e o mais forte instrumento monetário é a taxa de juros.

A taxa de juros atua como um mecanismo de controle monetário. As taxas de juros refletem a necessidade dos empréstimos governamentais, influenciando diretamente nível de crescimento, emprego e produção do país, fluxos de capitais externos, decisões de investimentos etc.

O mercado financeiro atua como regulador de capitais de um país. Utiliza-se o Mercado (definido pelo Mercado Financeiro) no caso de querer uma proteção para investimentos de risco, arbitrar ativos onde existam margens ou simplesmente tomar posições tendenciosas de risco.

Para operacionalizar estratégias de operações são utilizados ativos e derivativos existente no Mercado. Os derivativos são derivados dos ativos tradicionais, e ganharam força na última década. O risco de uma posição em derivativos é muito maior que uma posição de ativos, pois sua volatilidade também é grande, sempre em função da volatilidade dos ativos.

2.2 Ativos de Juros

Os portfólios de ativos de juros de bancos são compostos por ativos, entenda-se também passivos, pré-fixados e pós-fixados basicamente. Existem instrumentos nos mercados derivativos que transformam ativos pré-fixados em pós-fixados, e vice-versa.

Pré-fixados: Um ativo, ou passivo, é caracterizado pré-fixado quando tem seu preço final determinado previamente entre duas partes: captador e aplicador. Essa definição não implica em ausência de risco, apesar de ter seu rendimento pré-determinado. O risco nestas operações é determinado pela variação da taxa de juros.

Pós-fixados: Os preços finais de ativos pós-fixados são determinados somente no vencimento destes. Geralmente tem seu preço final determinado por algum indexador (dólar, taxa referencial - TR, CDI etc.) mais uma taxa fixa. Por exemplo a poupança é um passivo para os bancos, que remunera o aplicador com TR + 6% ao ano.

Basicamente o grande volume de ativos de médios e grandes bancos, são formados pelos dois tipos de ativos descritos acima, e o trabalho realizado desenvolveu um modelo de gerenciamento para todos tipos de moedas, porém para simplificação do trabalho o modelo enfoca as moedas pré-fixadas.

2.3 Mercados Futuros

2.3.1 Função econômica

A função econômica mais importante existente nos mercado futuros é a capacidade de absorver riscos. Os produtores, importadores e exportadores apesar de atuarem em diferentes áreas procuram nos mercados futuros:

- maximizar lucros esperados;
- minimizar o risco dos preços futuros.

2.3.2 Participantes

Existem basicamente 3 tipos de participantes no mercado futuro:

1. *Hedger*: o qual procura minimizar ou eliminar o risco de suas outras operações utilizando o mercado futuro.
2. *Especulador*: é a contraparte do *hedger*. Assume riscos pelas posições que toma mediante um prêmio a receber. Esses prêmios variam de preços de acordo com o produto e prazo negociados e risco implícito. Esse fatores ditam o interesse dos participantes nas operações.
3. *Arbitrador*: este utiliza o mercado futuro para arbitrar sobre algum objeto de negociação (juros, moedas, commodities etc) que acreditem estar fora de preço, tomando posições próprias.

2.3.3 Risco de preços

O risco de preço está diretamente relacionado à sua volatilidade. Os objetos de negociação são mercadorias, ativos ou índices financeiros. A volatilidade destes objetos que propiciaram o surgimento dos mercados futuros, onde torna-se possível a transferência de risco para quem esteja disposto a receber prêmios. Os prêmios são as diferenças de preços entre o valor futuro e o presente, que são pagos por quem não se dispõe ao risco.

O possuidor ou pretendente de algum objeto de negociação, pode proteger-se da variação de preços deste ativo através de posições no mercado futuro. Por exemplo um importador, que tem prazo de pagamento em dólar para efetuar no recebimento da mercadoria, pode comprar o dólar futuro para não se expor às oscilações até o dia de pagamento da importação.

2.4 Títulos da Dívida Pública

Os títulos da Dívida Pública, também definidos como mercado de juros primário, são os ativos que representam a dívida mobiliária interna do governo. Os chamados juros primários são os que balizam as taxas de juros de todos os mercados, é a partir destas taxas que são formuladas todas outras existentes nos mercados.

As taxas pagas pelos títulos são definidas pela política monetária vigente em determinado país. A política por sua vez define as taxas mediante as necessidades de financiamento de um país, quanto mais se necessita do financiamento maior é a taxa paga pelos títulos da dívida. O Brasil vive um momento que exemplifica a situação. Com altos déficits para serem financiados, e com poucas disponibilidades no mercado internacional, as taxas praticadas no mercado interno são hoje as mais altas do mundo.

As taxas por sua vez tem seu teto implícito, definido com base na confiança dos investidores. Não existe uma relação, ou função que defina o limite para estas taxas, mas o risco de crédito impede que mesmo taxas altas não encontrem recursos disponíveis para financiamento.

Um exemplo recente de que altas taxas de juros não seguram capital é o que ocorreu na Rússia em abril de 1998, onde mesmo após inúmeros aumentos das taxas de juros não conseguiu manter o capital no país.

2.5 Certificado de Depósito Interbancário (CDI)

Este é o certificado de depósito entre bancos. É crédito (dinheiro) negociado somente entre bancos para ajuste de reservas, sem necessidade do lastro federal.

Este ativo serve de índice para diversos produtos negociados pelo mercado financeiro. Pode ser operado com prazo a partir de 1 dia (*over*). Do cdi *over* originou-se um dos mais negociados derivativos no mercado financeiro.

2.5.1 CDI Over

O cdi *over* é o título privado de um dia (*overnight*) negociado entre bancos. Serve de índice financeiro para vários negócios. Corrige diversos produtos financeiros vendidos pelos bancos. Corrige também os PU's do mercado futuro de "di de 1 dia". A taxa é divulgada pela taxa ano com base em 252 dias úteis. O cálculo da taxa diária a partir da taxa ao ano é simples:

$$\text{coeficiente da taxa diária} = \left(1 + \frac{\text{taxa ao ano}}{100}\right)^{\frac{1}{252}} \quad (3.1)$$

A partir do cdi *over* surge um importante mercado de derivativo: Mercado Futuro de DI de um dia. Descrito abaixo.

2.6 Mercado Futuro de DI de 1 dia

2.6.1 Funcionamento básico

Este contrato prescinde de um ativo referencial (CDI *over*). Não existe no vencimento a entrega física de um título público ou privado. São contratos "fictícios", chamados de *Preço Unitário (PU)*, onde o valor de face (vencimento) vale R\$ 100.000,00,

e compra-se ou vende-se este contrato durante seu prazo de maturação por um valor menor.

São os contratos de maior liquidez da bolsa, com prazos líquidos de até seis meses. Importante instrumento financeiro no modelo, fornece dados de volatilidades para o cálculo do risco e atua para reversão de posições de ativos e derivativos.

No valor negociado está embutido o preço dos juros, portanto quando negocia-se DI futuro na verdade compram-se e vendem-se juros referentes a um prazo, tendo seus vencimentos para todo primeiro dia útil do mês.

O cálculo é simples, é o chamado desconto “por dentro”. No primeiro dia útil do mês o contrato futuro de DI valerá R\$100.000, e no dia da negociação valiam menos, a diferença entre os preços contém um valor de juros, com coeficiente descrito a seguir.

$$\text{coeficiente de juros no DI Futuro} = \left(\frac{100.000}{PU} \right)^{\frac{1}{Ndu(\text{hoje, data de vencimento})}} \quad (3.2)$$

onde:

PU = valor do contrato

Ndu = número de dias úteis entre datas.

A taxa over, implícita no mercado futuro, é a taxa que realmente é utilizada pelo mercado, calculada da mesma forma, e expressa por 30 dias.

$$\text{taxa over do DI Futuro} = \left(\left(\frac{100.000}{PU} \right)^{\frac{1}{Ndu(\text{hoje, data de vencimento})}} - 1 \right) \times 30 \times 100 \quad (3.3)$$

2.6.2 Especificações do contrato¹

1- Objeto de negociação

O objeto de negociação são os juros, mais especificamente a taxa de juro efetiva dos Depósitos Interbancários - DI's, definida, para esse efeito, pela acumulação das taxas médias diárias de DI de um dia, calculadas pela Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos Privados - Cetip, para o período compreendido entre o dia da operação no mercado futuro, inclusive, e o último dia de negociação, inclusive.

2- Cotação

O PU, definido como R\$ 100.000,00, descontado pela taxa de juro descrito anteriormente na expressão 3.2.

3- Variação mínima de apreçoação

Os PU's são negociados podendo ter sua variação de no mínimo 1 ponto, o que representa R\$ 1 por contrato, sabendo que 1 contrato tem valores de vencimento de R\$ 100.000.

4- Oscilações máximas diárias

Cinco por cento sobre o valor dos preços unitários era o estabelecido pela BM&F, porém com a crise, os limites de oscilações foram diminuídos. Passaram para 1% para o vencimento mais próximo, 1,5% para o seguinte e 2% de oscilação máxima para os adiante.

5- Meses de vencimento

Todos os meses do ano.

6- Número de vencimentos

No máximo 12 vencimentos em aberto.

¹ Fonte: Bolsa de Mercadorias e Futuros.

7- Ajuste diário

As posições em aberto² ao final de cada período serão calculadas com base em dois preços. O ajuste será pago pela diferença entre o preço de abertura e o preço de ajuste de fechamento, com movimentação financeira em $D + 1$.

2.6.3 Exemplos

A influência do mercado de crédito tem um escopo vasto para os grandes doadores e tomadores de recursos. Flutuações nestas taxas de juros criam sérios riscos financeiros, os quais o modelo do trabalho se propõe a medir e controlar. No mercado futuro ocorre a transferência deste risco, como resultado de interesses do mercado. Esse mecanismo chama-se *hedging* e é o motivo mais forte para se atuar neste tipo de mercado.

Imagine que a empresa *TFEX* pegou um empréstimo no dia 24/10/97 para pagá-lo em 03/11/97 no valor de R\$ 2 milhões. O banco cobra por este financiamento a taxa over do cdi cetip + 0,20%.

Caso a empresa acredite que a tendência do mercado é de queda de taxas, e esteja disposta a correr este risco, provavelmente não deva efetuar nenhuma estratégia extra. Porém como o risco desta empresa está associada à possibilidade do custo de seu financiamento vir a subir (pois está atrelado a uma taxa que oscila diariamente), ela vende contratos futuro de DI 1 dia. A venda de contratos futuros de *DI 1 dia* funciona como uma captação “sintética³” de recursos, pois o vendedor do PU garante a quem comprou uma taxa combinada em que o preço futuro do contrato valerá R\$ 100.000.

A compra de contratos funciona como uma aplicação “sintética³” de recursos, garantindo a quem compra uma rentabilidade pré definida. A quantidade de contratos futuros será definida pelo volume negociado (R\$ 2 mi) dividido pelo preço do contrato

² São as posições que foram negociadas em dias anteriores e tem seus contratos ainda em aberto.

³ Diz-se de uma operação sintética aquela que tem por função comportar-se como uma operação normal de captação ou aplicação sem que haja o crédito ou débito financeiro. As operações são liquidadas por ajustes.

negociado. Neste dia a BM&F negociou o PU do contrato futuro de DI 1 dia com vencimento em novembro a 99.572 pontos. Este valor significa uma taxa over média projetada para cada um dos próximos 6 dias úteis de:

$$\left\{ \left(\frac{100.000}{99.572} \right)^{1/6} - 1 \right\} \times 30 \times 100 = 2,14536\% \text{a.m.}$$

Para melhor entendimento desta operação simularemos uma hipótese com alta e outra com baixa do custo do financiamento no período.

2.6.3.1 Hipótese 1: Alta do custo de financiamento

MERCADO FUTURO (SIMULAÇÃO em MERCADO REAL)

DATA 1997	SAQUE	CETIP	CETIP + 0,20%	TAXA OVER		(1)	(2)	(2) - (1)	AJUSTE BM&F	AJUSTE PUs	AJUSTE ACUM.
				PU BM&F	PU BM&F						
24/10	6	2,05	2,25	2,1454	99.572				—	—	—
27/10	5	2,06	2,26	2,1647	99.637	99.640		3	3		
28/10	4	2,08	2,28	2,2166	99.670	99.705		35	38		
29/10	3	2,10	2,30	2,6146	99.739	99.739		0	38		
30/10	2	2,17	2,37	2,8691	99.801	99.809		8	46		
31/10	1	4,62	4,82	3,8148	99.857	99.873		16	62		
03/11	—	—	—	—	100.000	100.011		11	73		
Taxa efetiva		0,5037%	0,5439%								

Tabela 2.1 Representação da alta do custo do financiamento.

Adaptado de BESSADA(1994).

Custo do empréstimo: $2.000.000 \times 0,5439\% = - R\$ 10.878$ ou $2,7134\% \text{ over}$,

Resultado no mercado Futuro: $\text{ajuste acumulado} \times \text{nº contratos} = R\$ 1.460$

Resultado com *Hedge*⁴ (venda de contratos): $R\$ 9.418$ ou $2,3499\% \text{ over}$.

⁴ Proteção contra a oscilação da taxa de juros.

2.6.3.2 Hipótese 2: Queda do custo de financiamento

MERCADO FUTURO (SIMULAÇÃO FICTÍCIA)

DATA	SAQUE	CETIP	CETIP + 0,20%	TAXA OVER		(1)	(2)	(2) - (1)	AJUSTE BM&F	AJUSTE PUs	AJUSTE ACUM.
				PU BM&F	PU BM&F						
1997											
24/10	6	2,05	2,25	2,1454	99.572				—	—	—
27/10	5	2,00	2,26	2,1647	99.655	99.640		-15	-15		
28/10	4	2,00	2,28	2,2166	99.731	99.721		-10	-25		
29/10	3	1,98	2,30	2,6146	99.805	99.797		-8	-33		
30/10	2	1,96	2,37	2,8691	99.879	99.871		-8	-42		
31/10	1	1,81	4,82	3,8148	99.957	99.944		-13	-55		
03/11	—	—	—	—	100.000	100.017		-17	-72		
Taxa efetiva		0,3987%	0,4054%								

Tabela 2.2 Representação da queda do custo do financiamento.

Adaptado de BESSADA(1994).

Custo do empréstimo: $2.000.000 \times 0,4054\% = - R\$ 8.108$ ou $2,0236\% \text{ over}$,

Resultado no mercado Futuro: $\text{ajuste acumulado} \times \text{nº contratos} = -R\$ 1.440$

Resultado com *Hedge* (venda de contratos): $R\$ 9.548$ ou $2,3823\% \text{ over}$.

2.6.3.3 Análise do “hedge”

Podemos verificar que as taxas de financiamento, com a utilização do mercado futuro, ficaram próximas nas duas hipóteses. Quando o custo do empréstimo subiu a empresa TFEX tinha proteção com a captação (venda de contratos) “sintética” realizada. E quando o custo caiu a empresa deixa de ganhar com os contratos vendidos.

2.6.4 Potencial de Utilização

Da mesma forma como a empresa *TFEX* financiou-se poderia ocorrer com o banco, onde tomaria um empréstimo com taxa variável e aplicaria com taxa pré-fixada, ou vice-versa com risco da taxa subir ou cair, respectivamente. O modelo tratará mais a frente como operacionalizar para a carteira estudada.

O mercado Futuro de “*DI 1 dia*” é hoje o instrumento mais poderoso para operacionalizar estratégias de mercado, sejam operações de *hedge* ou não. O potencial de utilização é muito abrangente no mercado de juros, podendo ser utilizado tanto em conjunto com outros ativos, como em separado.

2.7 Curva do mercado

A curva de mercado, ou *yield curve*, ou simplesmente *YC*, é uma curva de taxas efetivas diárias acumuladas a partir de uma determinada data-base, utilizada para desagiar os valores de resgate das posições, e assim calcular os *MtMs* desses valores.

Observações Gerais

- ⇒ Para a construção da *YC* são utilizados, primeiramente, as taxas embutidas no Pus líquidos do mercado de *DI* futuro, ou seja, nos PUs relativos àqueles vencimentos onde efetivamente ocorre negociação no mercado. A determinação de liquidez de um PU para este caso é feita por nós operadores e analistas de mercado, estando baseada na quantidade e volume de negócios realizados com o vencimento questionado da *BM&F*, sendo todas as informações necessárias retiradas do Boletim Diário *BM&F* (*BD*).
- ⇒ Para a construção da curva, para prazos que vão além do prazo do último PU líquido, é feito o cálculo de PU's virtuais⁵, que são constituídos pelas efetivas mensais calculadas com base nas operações de *swaps*, que também tem sua liquidez avaliada pelas mesmas características utilizadas pelo *DI* líquido. A taxa procurada é a taxa da divisão entre a taxa do *swap* e a taxa do último

⁵ Referência bibliográfica BESSADA(1994), pág. 51.

vencimento líquido. Se um swap não começa no primeiro dia útil do mês, as taxas de divisões entra as taxas de swap e último DI com liquidez não serão referentes a meses inteiros, ou seja, algum mês ao final terá apenas uma parte da taxa de divisão influenciando seu mês inteiro, para tanto assumi-se que este mês terá como taxa definida como a taxa média da divisão entre swaps e DIs líquidos.

⇒ Além do prazo do último vencimento de swap com liquidez existe um período que definir-se-á como período hipotético, que compreende:

1. **Até o próximo ano:** prazo imediatamente após o último DI líquido é um primeiro swap também líquido. Dependendo da distância entre as datas esse período pode fornecer um YC bem representativa. Se a data for longa adota-se para todos os meses dentro do período a mesma taxa, o que geralmente não significa uma boa representação do mercado de juros, dificultando muitas vezes o trabalho.
2. **Após o primeiro ano:** a taxa deve ficar a critério em comum dos profissionais de mercado, por se tratar de uma taxa de difícil definição; existem poucos parâmetros do mercado e muito pouca liquidez para estes prazos mais longos. Pode-se considerar esta taxa mais longa, válida para o segundo ano inteiro, como a diferença de taxas entre o swap de 1 ano (mais líquido) e o swap de 2 anos (quase sem liquidez). Operações após o segundo ano, ou 720 dias, terão suas taxas baseadas e definidas pela vice-presidência apenas, por se tratar de prazos sem nenhuma liquidez para operações préfixadas.

A YC tem apresentado variações para seu módulo de cálculo. As variações devem-se basicamente a alteração feita pelo Conselho de Política Monetária (**COPOM**) na divulgação da taxa básica do Banco Central (**TBC**), que hoje são os juros base do mercado financeiro. Houveram duas mudanças significativas na divulgação e cálculo da TBC:

1. A primeira grande mudança foi quanto ao cálculo desta. A partir de Janeiro de 1998 a nova TBC seria divulgada em forma de taxa ao ano com 252 dias úteis, em substituição a uma TBC de taxa mensal.

2. Mudança na data de divulgação do valor da taxa base. Era divulgado a TBC, que entraria em vigor para o próximo mês, sempre ao final de cada mês, fazendo que os vencimentos dos mercados futuros de DI estivessem em sintonia com a TBC. A divulgação é feita agora com as datas entre vencimentos de DI, dificultando um pouco o módulo de cálculo da YC.

2.7.1 Cálculo da YC – Exemplo Numérico

Para o módulo de cálculo da YC exemplificaremos com uma data passada.

Data-base: 30/06/97

Taxa real do mercado à vista de cdi over para 30/06/97: 2,06%

Liquidez do mercado de DI futuro: até o 7º vencimento

Liquidez do mercado de swap: apenas o de prazo igual a 1 ano

Preço dos PU's líquidos:

1º vencimento: 99.931 (01/07/97)⁶

2º vencimento: 98.330 (01/08/97)

3º vencimento: 96.753 (01/09/97)

4º vencimento: 95.191 (01/10/97)

5º vencimento: 93.636 (03/11/97)

6º vencimento: 92.110 (01/12/97)

7º vencimento: 90.580 (02/01/98)

⁶ Quando a data base está a 1 dia útil do primeiro vencimento, esse PU é desprezado na construção da YC, adotando-se o ativo referência cdi over negociado no dia.

Swap de 1 ano:

Prazo: 249 dias úteis

Taxa over média equivalente: 2,367%

Swap de 2 anos:

Prazo: 495 dias úteis

Taxa efetiva mensal: 1,97%

Taxa após 2 anos:

Prazo: acima de 495 dias úteis

Taxa efetiva mensal: 2,05%

Mês inicial do swap de 1 ano: janeiro de 98 (após o último PU líquido, ou seja, o 7º vencimento, pois este significou a taxa de dezembro de 97)

Data de vencimento do Swap de 1 ano: 25/06/98 (data-base + prazo do swap 1 ano)

Mês final do swap de 1 ano: junho de 98 (como 25/06/98 é o 15º dia útil do mês de junho, a taxa efetiva mensal calculada para o swap de 1 ano vigora inclusive para este mês)

Mês inicial do swap de 2 anos: julho de 98 (após o último mês do swap de 1 ano)

Data de vencimento do Swap de 2 anos: 21/06/99 (data-base + prazo do swap 2 anos)

Mês final do swap de 2 anos: junho de 99 (como 21/06/99 é o 15º dia útil do mês de junho, a taxa efetiva mensal calculada para o swap de 2 anos, dada pela diferença do swap de 1 ano, vigora inclusive para este mês)

PU equivalente⁷ do swap de 1 ano:

$$PU \text{ equivalente} = \frac{100.000}{\left(\frac{\text{taxa over média}_{\text{swap1ano}}}{30} + 1 \right)^{\frac{\text{dias úteis}_{\text{swap1ano}}}{249}}}$$

$$\Rightarrow \frac{100.000}{\left(2.3671/30 + 1 \right)^{249}} = 82.169$$

Prazo em meses entre o último PU líquido (utilizado para compor a taxa) e a data de swap de 1 ano: $5 + \frac{14}{21} = 5.667$ (como PU da data de vencimento do swap 1 ano está no 15º dia útil de junho de 98, temos 14 dias úteis com a taxa over média equivalente do swap de 1 ano, num total de 21 dias úteis para este mês)

Índice da taxa efetiva mensal para o prazo entre último DI e fim do swap de 1 ano:

$$\left(\frac{PU_{\text{último líquido}}}{PU_{\text{swap1ano}}} \right)^{\frac{1}{\text{número meses entre último DI e swap1ano}}} \Rightarrow \left(\frac{90.580}{82.169} \right)^{\frac{1}{5.667}} = 1.016917$$

Cálculo dos PU's compreendidos entre 02/02/98 e 01/07/98 (1º dia útil do mês seguinte ao mês do último vencimento líquido e 1º dia útil do mês seguinte ao mês final do swap 1 ano, respectivamente).

$$PU_{02/02/98} = \frac{90.580}{1.016917} = 89.073$$

$$PU_{02/03/98} = \frac{89.073}{1.016917} = 87.591$$

⁷ PU equivalente é o PU que tem o preço de um swap de 1 ano, a diferença para os 100.000 é a taxa embutida ou equivalente.

⋮
⋮
⋮

$$PU_{01/07/98} = \frac{83.292}{1.016917} = 81.907$$

Cálculo dos PU's compreendidos entre 01/08/98 e 01/09/99 (primeiro dia útil do mês seguinte ao mês final do swap de 2 anos, utilizando a própria taxa efetiva mensal do swap de 2 anos):

$$PU_{01/08/98} = \frac{81.907}{1,0197} = 80.324$$

$$PU_{01/09/98} = \frac{80.324}{1,0197} = 78.773$$

⋮
⋮
⋮

$$PU_{01/07/99} = \frac{66.088}{1,0197} = 64.811$$

Cálculo dos PU's além de 01/07/99 (utilizando a taxa após 2 anos, definida pela vice-presidência):

$$PU_{0108/99} = \frac{64.811}{1,0205} = 63.509$$

$$PU_{01/09/99} = \frac{63.509}{1,0205} = 62.234$$

...assim por diante até que tenhamos, por convenção, 70 PU's. Após a definição de todos os PU's é traçada a YC, esta, composta pelos índices das taxas efetivas diárias. Conforme visto as taxas estão implícitas nos preços dos PU's, sendo a taxa diária uma decomposição da taxa de correção entre um $PU_{anterior}$ e outro $PU_{posterior}$ pelos dias úteis do período. A tabela abaixo mostra os índices das taxas efetivas diárias que compõe a YC.

Data do vencimento	índice diário	índice acumulado	observação
30/06/97	1,000687	1,000687	DI real
01/07/97	1,000703	1,001390	taxa implícita
02/07/97	1,000703	1,002093	taxa implícita
03/07/97	1,000703	1,002797	taxa implícita
•	•		•
•	•		•
•	•		•
01/08/97	1,000770	1,017766	taxa implícita
04/08/97	1,000770	1,018550	taxa implícita
05/08/97	1,000770	1,019335	taxa implícita
•	•		•
•	•		•
•	•		•

Tabela 2.3 Índices das taxas de juros implícitas nos PUs e Swaps⁸.

Elaborado pelo Autor.

⁸ Fonte: Boletim Diário BM&F (1997).

Capítulo 3

Fundamentação Teórica

3.1 Conceito: Retorno

O retorno mantém um relacionamento direto com o risco, geralmente caminhando em lados opostos, porém, em caminhos não lineares. Quanto maior é a disposição do investidor em assumir riscos, maior será a exigência do mesmo para com o retorno, e vice-versa.

O retorno de uma carteira pré-fixada só será conhecido previamente, se este *portfolio* estiver totalmente balanceado, ou seja, com prazos e volumes iguais para ativos e passivos. Caso contrário o investidor ficará exposto à variação das taxas de juros.

3.1.1 Definição de retorno

O retorno é definido como a diferença auferida na variação de preços entre os mesmos ativos. É expresso em forma de percentual. Podemos assumir o preço P de duas formas:

- i. Variável discreta¹:

$$P_{t+1} = P_t(1+R) \quad (3.1)$$

$$\Leftrightarrow R = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \Leftrightarrow \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

onde:

R = *retorno do ativo*

P_t = *preço do ativo na data t* .

¹ A relação entre a variável discreta e contínua é definida está detalhada e demonstrada no Anexo D.

ii. Variável contínua, é utilizada quando analisado intervalos muito curtos, aproximando-se assim de uma função contínua, devendo ser estudada como tal:

$$\begin{aligned}
 &\Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \text{preço} = P_t \\
 &\Leftrightarrow t = t + dt \Rightarrow \text{preço} = P_{t+dt} \\
 &\Rightarrow P_{t+dt} = P_t + P_t R dt = P_t + dP_t \\
 &\Rightarrow P_t R dt = dP_t \Rightarrow R dt = \frac{dP_t}{P_t}
 \end{aligned}$$

Integrando,

$$\int_0^t R dt = \int_0^t \frac{dP_t}{P_t} \Leftrightarrow \\
 \ln R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$$

Conclui-se com a equação generalizada para cálculo do retorno:

$$R_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (3.2)$$

3.2 Conceito: Risco

O conceito de risco sempre esbarra no conceito de retorno, estando ambos relacionados. Antes de confrontarmos risco x retorno, apresentamos 5 grandes categorias de risco:

i. Risco de Crédito

É o mais temido dos riscos, pois uma vez ocorrido ocasiona a perda integral dos volumes operados. O risco de crédito estima a perda quando a contraparte de uma operação não tem condições financeiras de honrar seus compromissos.

ii. Risco de Liquidez

A liquidez é variável em relação à prazos e custos de operações, existindo portanto prazos definidos pelo mercado como 'mais líquidos' em relação a outros. Quanto mais longa for o prazo da operação maior será seu risco, portanto, menor será sua liquidez.

A liquidez é perdida também em épocas de instabilidade econômica, onde não se encontram participantes (ver seção 2.3.2) dispostos a assumir riscos. As oscilações de preços passam a ser maiores com volumes ínfimos, isso se deve a falta de consenso de o que seria um preço justo para tal ativo negociado, o que significa que desaparecem os especuladores.

iii. Risco Operacional

Risco da existência de sistemas e/ou formas de gerenciamento e operações inadequados, que por sua vez propiciam um ambiente que dê margem a fraudes e erros em entradas e leituras de operações.

iv. Risco Legal

Risco de ocorrer operações com documentação insuficiente, até mesmo procedimentos ilegais, insolvências etc.

v. Risco de Mercado

Pode-se dizer, pela própria experiência profissional, que a ocorrência deste risco é a mais provável de acontecer. Este é o risco de que o mercado mova-se contra as posições de sua carteira. Por exemplo um aumento de taxas quando a carteira é prefixada e financiada² diariamente.

² O financiamento de uma carteira é feito quando compra-se títulos e todo dia toma-se emprestado o valor da carteira expondo-se às oscilações diárias dos juros.

3.2.1 Cálculo do risco para um único ativo

PQ ?

O retorno de um ativo aproxima-se de uma distribuição de probabilidade normal, sendo a dispersão em torno da média medida através da variância. A raiz da variância é o desvio padrão da amostra, que se mostra mais representativo para avaliarmos as dispersões em torno da média.

A fórmula abaixo nos fornece o cálculo básico para o desvio padrão (volatilidade).

$$P(\sigma) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^t (R_i - \bar{R})^2}{n-1}} \quad (3.3)$$

onde:

\bar{R} = retorno médio para o ativo

n = tamanho da amostra.

A fórmula 3.3 pode ser usada para medir o risco de um ativo/passivo qualquer. Para tanto, a título de exemplo, calcularemos esta em um exemplo onde mensuramos o risco deste ativo.

Exemplo 1:

Imagine uma instituição que tenha comprado algum papel pré-fixado (p.ex.: aplicado em títulos emitidos pelo governo) no valor de R\$ 100.000.000,00. Qual seria o risco deste título de causar prejuízos.

Risco: Esta empresa correria o risco do mercado ou o próprio governo subir os juros, o que faria com que este mesmo título fosse comprado por um valor abaixo do verificado.

Quantificação do risco: O risco é uma função do desvio padrão das taxas de juros e é calculado de acordo com a expressão abaixo.

$$\text{Risco do ativo} = \text{volume} \times \delta x \sigma \quad (3.4)$$

onde:

volume = volume financeiro do ativos e ou passivo;

δ = coeficiente de segurança

σ = desvio padrão do retorno do ativo

Para mensurar o risco utilizamos σ igual a 0,800%. No caso consideramos também a taxa de juros com distribuição normal, com 5% de probabilidade adversa, sendo o VAR calculado como o coeficiente de segurança desta curva com probabilidade normal e confiança de 90%, vezes o desvio padrão, logo:

$$\text{Risco de taxa de juros} = \$100 \text{ mi} \times 1,65 \times 0,800\% = \$ 1.320.000$$

3.2.2 Cálculo do risco em Portfolios com 2 ativos

Os conceitos apresentados na fórmula 3.3 são válidos para apenas um único ativo ou passivo financeiro. Para o caso de tratarmos de um *portfolio*, que será o caso utilizado no trabalho, devem ser consideradas os coeficientes de correlação entre os ativos.

A apresentação deste parágrafo será feita também com a exposição de um exemplo. O exemplo no caso calcula o risco em um *portfolio* formado por 2 ativos.

Exemplo 2:

Uma empresa estrangeira comprou R\$ 118 milhões (~ US\$ 100 mi) em títulos da dívida pública brasileira com prazo de 360 dias, por exemplo: Letras do Tesouro Nacional (LTN).

Qual será o risco deste título, em um horizonte de 1 dia, dado que há chance de 5% de realizar perdas?

Risco: Esta empresa americana está exposta ao risco dos juros internos serem alterados e também à alteração da taxa de câmbio do Brasil. Temos neste *portfolio* dois riscos a serem mensurados.

Quantificação do risco: Deve-se calcular o desvio padrão para o preço da LTN de 1 ano e também para a variação do câmbio, e para este exemplo podemos quantificá-

Ios em 0,800% e 0,600% respectivamente. Para melhor compreensão e simplificação dos números trabalhamos com a exposição da empresa em US\$ 100 mi. No caso de considerar ambos retornos (taxa de juros e câmbio) com distribuição normal com 5% de probabilidade adversa, o VAR, explicado posteriormente, é calculado como 1,65 vezes o desvio padrão, logo:

$$\text{Risco de taxa de juros} = \$100 \text{ mi} \times 1,65 \times 0,800\% = \$ 1.320.000$$

$$\text{Risco de taxa de câmbio} = \$100 \text{ mi} \times 1,65 \times 0,600\% = \$ 990.000$$

Agora, para quantificar o risco total deste título, não basta simplesmente somar a exposição dos riscos individuais, porquê existe a correlação entre estes dois retornos que não deve ser desprezada para efeito de cálculo. A fórmula considerada neste caso, para o cálculo do risco (risco câmbio e risco juros, ou outros dois quaisquer), será dada pela expressão abaixo³:

$$\sigma_p = \sqrt{X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{12}} \quad (3.5)$$

onde:

σ_p = Volatilidade do portfolio (2 ativos)

X_i = Percentual de participação do ativo i no portfolio

σ_i = Volatilidade do ativo i

σ_{12} = Covariância entre os ativos 1 e 2.

Ainda em estudo 2 ativos apenas pode-se acrescentar que dentre as três parcelas de 3.5, a terceira é a que contém a covariância dos ativos entre si, ou seja, o número que mede o quanto os retornos dos ativos se movem juntos. Em caso de valores positivos temos retornos movimentando-se em mesma direção, ou sobem juntos ou caem

³ Expressão demonstrada no Anexo A.

juntos, e quando covariância negativa retornos caminham em direções opostas, um sobe outro desce ou vice-versa.

Existe um porém. Como estamos interessados na sensibilidade de variação entre retornos deve-se padronizar a covariância, já que esta tem sua magnitude dependente da amplitude das variações das séries históricas de taxas de retorno. Para tanto dividiremos a covariância pelo produto dos desvios padrões de cada ativo, obtendo-se uma variável com as mesmas características, porém limitada entre -1 e +1. Onde -1 representa movimento perfeitamente inverso e de mesma proporções entre retornos, e +1 significa movimento idênticos entre ambos. Esta medida é comumente conhecida e denominada coeficiente de correlação, definida da seguinte expressão:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (3.6)$$

De 3.5 e 3.6 tira-se:

$$\sigma_p = \sqrt{X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2} \quad (3.7)$$

3.2.3 Cálculo do risco em Portfolios com n ativos

A adição de novos ativos ao *portfolio* acrescenta à equação 3.7 dois efeitos. São eles: a necessidade de acrescentar à mesma a volatilidade e coeficiente de correlação entre o novo e os antigos ativos. Com n ativos deve-se considerar os coeficientes de correlação entre cada par de ativos. O número de coeficientes gerados por este *portfolio* com n ativos é definido como⁴:

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{P_p} = \frac{\frac{n!}{(n-p)!}}{p!} \quad (3.8)$$

⁴ A demonstração desta expressão encontra-se no Anexo B.

onde:

C_n^p = número de (coeficientes de) combinações deste conjunto

A_n^p = número de (coeficientes do) arranjo⁵

P_p = número de permutações do conjunto

n = número de ativos do portfolio

p = representa a “taxa” do arranjo, no caso representada por dois a dois.

Com a expressão 3.8 pode-se ter uma idéia de como é trabalhoso calcular/controlar risco em um portfolio com muitos ativos/passivos. Em uma carteira, por exemplo de um banco comercial, onde operações de até 2 anos, com vencimentos quase todos os dias, existe uma grande dificuldade operacional, devido ao enorme número dados de correlação entre ativos gerados.

Para minimizar este problema, o modelo definido no próximo capítulo trabalha com o conceito de **alocação em vértices**, que consiste em ponderar os pesos dos fluxos de uma carteira em prazos alguns pré definidos.

O cálculo de volatilidade, desenvolvido por MARKOWITZ(1959), com a entrada de um terceiro ativo, seria:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + X_3^2 \sigma_3^2 + X_1 X_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + X_1 X_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13} + X_2 X_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23}}{X_2 X_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23} + X_2 X_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{32} + X_1 X_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13} + X_1 X_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{31}}} \quad (3.9)$$

Através da fórmula de (correlação)⁵ onde $\rho_{ij} = \rho_{ji}$, pode-se simplificar a expressão 3.9.

$$\Rightarrow \sigma_p = \sqrt{X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + X_3^2 \sigma_3^2 + 2X_1 X_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + 2X_2 X_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23} + 2X_1 X_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13}}$$

⁵ $\sigma_{AB} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (A_i - \mu_A)(B_i - \mu_B)$, onde μ_A é média da variável A, e μ_B é média da variável B.

Por se tratar de uma amostra trabalhamos diretamente com $n - 1$.

A expressão gerada para o risco em *portfolios* com n ativos é definida como:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, i \neq j}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}} \quad (3.10)$$

3.3 Séries Temporais

O estudo das séries temporais será utilizado como um dos parâmetros para controle de risco pelo modelo apresentado. Para tanto apresentamos nesta extensa seção as características e o porquê de sua utilização, bem como a função no controle de risco para um *portfolio*, pelo modelo proposto.

3.3.1 Definição

A série temporal é definida por SOUZA(1989) como uma classe de fenômenos cujo processo observacional e consequente quantificação numérica gera uma seqüência de dados distribuídos no tempo.

3.3.2 Objetivo

GRANGER(1977) coloca como objetivo inicial da análise de séries temporais a realização de inferências sobre as propriedades ou características básicas do mecanismo gerador do processo estocástico das observações da série. Após a formulação de um modelo matemático, que representa e subseqüentemente estima seus parâmetros, é possível utilizá-lo para testar alguma hipótese ou teoria a respeito do mecanismo gerador do processo estocástico, e realizar a previsão de valores futuros da série temporal.

3.3.3 Previsão de séries temporais

Segundo BARBANCHO(1970), uma previsão é uma manifestação relativa a sucessos desconhecidos em um futuro determinado, e podem ser divididas em previsões de curto, médio e longo prazo.

Para SOUZA(1989), a garantia da otimilidade da série somente será alcançada adotando como horizonte de previsão o instante de tempo imediatamente subseqüente à origem em t .

3.3.4 Métodos de previsão de séries temporais

Neste trabalho pode-se classificar o método de previsão como *univariado*⁶, que compreende a maior parte dos métodos de previsão de séries temporais, considerando somente uma única série para a realização dos prognósticos. No caso deste trabalho seria escolhido as taxas de juros. Dentre os métodos existentes pode-se explanar os mais propostos pela literatura especializada:

3.3.4.1 Média móvel

De acordo com MORETTIN(1981) este método considera como previsão para o período futuro a média das observações passadas recentes ou não. A média móvel para o período de tempo t é definida pelo mesmo autor por:

$$x_t = \frac{x_{t-1} + x_{t-2} + \dots + x_{t-n}}{n} \quad (3.11)$$

onde

x_t = observação na data t .

n = número de observações incluídas na média, com $n = 25$ para o modelo

O grau de proximidade é função de n , e quanto maior este número menor será a influência de proximidade e peso individual das observações (x_{t-1}, \dots, x_{t-n}) da série. Este método tem como pior característica o fato de utilizar dados passados influenciando a previsão com um mesmo peso para dados recentes, que teoricamente devem representar melhor o cenário atual.

⁶ Referência bibliográfica SOUZA(1989).

Suavizamento

3.3.4.2 Alisamento Exponencial Simples

O alisamento exponencial simples se assemelha ao da Média Móvel por extrair das observações da série temporal o comportamento aleatório pelo alisamento dos dados históricos. Entretanto, a inovação introduzida pelo Alisamento Exponencial Simples advém do fato de este método atribuir pesos diferentes a cada observação da série. Enquanto que na Média Móvel as observações usadas para encontrar a previsão do valor futuro contribuem em igual proporção para o cálculo dessa previsão, no Alisamento Exponencial Simples as informações mais recentes são evidenciadas pela aplicação de um fator que determina essa importância [WHEELWRIGHT(1985)].

Segundo WHEELWRIGHT(1985), o argumento para o tratamento diferenciado das observações da série temporal é fundamentado na suposição de que as últimas observações contém mais informações sobre o futuro e, portanto, são mais relevantes para a previsão.

O mesmo WHEELWRIGHT(1985) especifica o método Alisamento Exponencial Simples através da equação (3.12).

$$F_{t+1} = \alpha x_t + (1 - \alpha)F_t \quad (3.12)$$

onde

F_{t+1} representa a previsão no tempo $t + 1$,

α = constante representativa do peso atribuído à observação x_t , $0 < \alpha < 1$.

De acordo com GRANGER(1977), o valor assumido por α determina o ajuste aplicado aos dados. Quanto menor o valor da constante, mais estáveis serão as previsões, visto que a utilização de baixo valor de implica na atribuição de peso maior às observações passadas e, consequentemente, qualquer flutuação aleatória no presente contribui com menor importância para a obtenção da previsão. Contudo, não há metodologia que oriente quanto à seleção de um valor apropriado, sendo normalmente encontrado por tentativa e erro, segundo WHEELWRIGHT(1985).

Um procedimento mais objetivo seria a seleção do valor de que forneça a "melhor previsão das observações contidas na série temporal".

3.3.4.2 Alisamento Exponencial Linear

WHEELWRIGHT(1985) define o método Alisamento Exponencial Linear como um que procura reconhecer a presença de tendência na série de dados. O valor da previsão obtido através deste método é alcançado pela aplicação da equação (3.13).

$$F_{t+m} = S_t + mT_t \quad (3.13)$$

onde

S_t corresponde à previsão no tempo t , conforme equação (3.14);

T_t representa a componente de tendência, obtida pela equação (3.15),

m é o horizonte de previsão.

$$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + T_{t-1}) \quad (3.14)$$

onde

α é o peso atribuído à observação x_t , $0 < \alpha < 1$;

$$T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (3.15)$$

onde

β é coeficiente de alisamento, análogo α .

3.3.5 Métodos avançados de previsão de séries temporais

No universo dos métodos de previsão de séries temporais mais complexos encontram-se os modelos Autoregressivo e Médias Móveis (AR, MA e ARMA), modelos Autoregressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA), Filtros de Kalman e AEP, modelos ARARMA de Parzen, modelos ARMA Multivariáveis (MARMA), entre outros citados em WHEELWRIGHT(1985). Os métodos assim classificados obtém a previsão de algum valor futuro da série temporal pela combinação dos valores reais passados e/ou dos erros ocorridos. Os modelos AR, MA, ARMA e ARIMA são descritos a seguir.

3.3.5.1 Modelos autoregressivos e de médias móveis

WHEELWRIGHT(1985) descreve três procedimentos capazes de representar as observações de uma série temporal estacionária : modelo *Autoregressivo* (AR), modelo de *Médias Móveis* (MA) e o modelo *Autoregressivo e de Médias Móveis* (ARMA).

3.3.5.1.1 Modelo Autoregressivo

A expressão de um modelo autoregressivo é definida como:

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3.16)$$

onde

x_t corresponde à observação da série temporal no tempo t ;

ϕ_t corresponde ao parâmetro do modelo AR de ordem p e

ε_t corresponde ao erro de eventos aleatórios que não podem ser explicados pelo modelo.

Caso as observações da série temporal possam ser representadas pela equação (3.16), a ordem do modelo puder ser determinada e os parâmetros estimados, é possível prever o valor futuro da série em análise.

3.3.5.1.2 Modelo de Médias Móveis

Um modelo de Médias Móveis (MA) fica definido conforme equação (3.17)

$$x_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.17)$$

onde

ε_t corresponde ao erro de eventos aleatórios que não podem ser explicados pelo modelo;

θ_q corresponde ao parâmetro do modelo MA de ordem q .

As equações (3.16) e (3.17) são similares, exceto pelo fato de que o valor previsto para a observação x_t depende dos valores dos erros observados em cada período passado, ao invés das observações propriamente ditas.

3.3.5.1.3 Modelo Autoregressivo e de Médias Móveis

Este modelo é chamado de modelo misto (ARMA), pois tem como base os dois anteriores já citados (*Autoregressivo de Médias Móveis*). Esta definido pela equação a seguir:

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.18)$$

Analizando a equação acima, é possível verificar que os modelos ARMA relacionam os valores futuros com as observações passadas, assim como também com os erros passados apurados entre os valores reais e os previstos.

Existem outros modelos e muito mais literatura a respeito deste assunto, já citados no parágrafo 3.3.5. Porém não é objetivo deste trabalho entrar a fundo neste assunto, uma vez que existe uma área do banco totalmente dedicada ao estudo dos mesmos.

3.3.6 Considerações sobre métodos de previsão de séries temporais

WHEELWRIGHT(1985) investigou o poder preditivo de vários métodos comumente utilizados na previsão de séries temporais. O estudo desenvolvido por tal pesquisador constatou que o incremento da complexidade e da sofisticação estatística dos métodos de previsão de séries temporais não implica, necessariamente, em uma melhora na acuidade da previsão: "*Métodos simples de previsão podem apresentar desempenho extremamente satisfatório sob certas condições*". Além disso, métodos de previsão menos complexos normalmente permitem alcançar total compreensão de suas suposições e limitações, e de interpretação de seus resultados. Assim, antes de se adotar um método de previsão mais complexo, é necessário avaliar os benefícios que um método dessa natureza pode gerar em relação ao custo de sua aplicação.

3.3.7 Medidas de acuidade dos métodos de previsão de séries temporais

De acordo com WHEELWRIGHT(1985), a suposição básica de qualquer técnica de previsão de séries temporais é que o valor observado na série fica determinado por um padrão que se repete no tempo e por alguma influência aleatória. Isto significa dizer que mesmo quando o padrão exato que caracteriza o comportamento da série temporal tenha sido isolado, algum desvio ainda existirá entre os valores da previsão e os valores realmente observados. Essa aleatoriedade não pode ser prevista; entretanto, se isolada, sua magnitude pode ser estimada e usada para determinar a variação ou erro entre as observações e previsões realizadas.

A acuidade de um método de previsão pode ser mensurada através de muitas medidas de erro, dentre as quais pode-se citar :

1. Erro médio

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)}{n} \quad (3.19)$$

onde

x_i é o valor observado no instante i ;

\hat{x}_i é o valor previsto no instante i , e

n corresponde ao número de previsões efetuadas.

2. Erro absoluto médio

$$\frac{\sum_{i=1}^n |(x_i - \hat{x}_i)|}{n} \quad (3.20)$$

3. Erro quadrado médio

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \hat{x}_i)^2}{n} \quad (3.21)$$

4. Erro percentual absoluto

$$\left| \frac{(x_i - \hat{x}_i)}{x_i} \right| (100) \quad (3.22)$$

5. Erro percentual médio

$$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \hat{x}_i)}{x_i}}{n} (100) \quad (3.23)$$

Dessa forma, a verificação da adequação de um determinado modelo supostamente representativo da série histórica de dados é dependente da medida de erro adotada para efetuar essa validação.

O modelo matemático apresentado no próximo capítulo utiliza o alisamento exponencial simples. Seu parâmetro λ é estimado minimizando o efeito do erro, podendo utilizar uma das fórmulas de erros descritas acima. E por aqui finaliza-se esta seção com estudo sobre séries temporais.

3.4 Parâmetros para controle e gerenciamento de risco

Em uma carteira os preços dos ativos/passivos são funções das taxas de juros de mercado. A taxa de juros é um fator primordial para cálculos de perdas e ganhos um *portfolio*.

A oscilação dos juros determina as variações dos preços. Muitas vezes essas oscilações não foram previstas, e os prejuízos gerados são insuportáveis, dependendo da intensidade e instituição. É o caso de um banco que tenha emprestado com taxa pré-fixada e utilize todos os dias o mercado para financiar a si próprio. Dependendo do volume os prejuízos podem ser enormes em caso de elevação dos juros.

Esta ocorrência está cada vez mais freqüente no mercado brasileiro hoje, onde o grau de desconfiança do investidor interno e externo ainda é muito grande, devido a uma série de fatores que não trataremos neste trabalho. Uma das mais difíceis tarefas seria a de prever com certo grau de confiabilidade os movimentos indesejáveis pelo mercado. Para tanto, existem técnicas para controle e gerenciamento de risco. Uma das mais conhecidas, e utilizada como base para este trabalho, chama-se *value at risk* (valor em risco), mais conhecido como *VAR* e apresentada a seguir.

3.4.1 Valor em risco (“Value at risk – VAR”)

3.4.1.1 Definição de VAR

VAR é definido pela perda máxima potencializada em uma determinada posição, ativa ou passiva, dentro de um determinado intervalo de tempo (no Brasil costuma-se a trabalhar com horizonte de um dia útil), associado a um intervalo de confiança. Isto quer dizer que esta é função estatística do comportamento do retorno dos ativos controlados. A perda potencial é definida por diversos autores de diferentes modos, e controlada de várias formas.

O cálculo do VAR é também, função do coeficiente de segurança δ , mostrado na expressão 3.4. Este coeficiente indica o grau de disposição de uma instituição ao risco. Quanto menor δ , maior será a exposição ao risco e vice-versa. A escolha de um coeficiente de segurança alto implica em pouca disposição ao risco, uma vez que na expressão 3.4, seria mostrado no cálculo um alto valor para o risco do ativo, ou seja, estaríamos super estimando o cálculo do risco do ativo.

3.4.1.2 Porquê calcular o VAR ?

Em tempos atuais, o movimento de capital entre regiões no mundo é muito intenso. Muitas vezes, uma fuga ou entrada de capital, em determinadas regiões, provocam alterações em todo um sistema financeiro. As alterações são as mais diversas possíveis, podendo em muitos casos, dependendo da intensidade, levar empresas a dificuldades financeiras.

As instituições, sejam estas financeiras ou não, devem estar atentas a estes possíveis movimentos de mercado (juros, dólar etc.), e conter em sua estrutura de trabalho, meios de controle para tanto. Instituições que utilizam o VAR, estão trabalhando com ferramentas de *alarme*.

3.4.1.3 Eficiência do VAR

O VAR tem seus fundamentos baseados na estatística. Porém, variações de mercado em épocas de crise são muito altas, podendo variar os preços com intensidade não prevista. Seja a crise asiática, russa ou mesmo brasileira, deve-se ter profissionais competentes e experientes para trabalharem em conjunto com esta nova ferramenta. Crises não respeitam estatística, e as oscilações em períodos conturbados da economia extrapolam previsões, e levam muitas empresas à insolvência em relação a seus compromissos financeiros. Deve-se sempre contar com profissionais que analisem as ameaças de uma eventual mudança de política econômica vigente, que juntamente com uso do VAR podem realizar um trabalho eficiente para controle e gerenciamento de risco.

3.4.2 Valor de Mercado – *Mark to Market* (MtM)

3.4.2.1 Definição de Valor de Mercado

Os ativos têm suas características na data da emissão e negociação, porém estão sujeitos a alterações de preços durante seu prazo, que vai da data emissão até a data de vencimento. Estas alterações de preços (oscilações de mercado) são freqüentes e devem ser acompanhadas com muita atenção. Contabilmente pode-se declarar que a expressão *mark to Market*, ou simplesmente *marcar a mercado*, tem seu cálculo baseado no custo de reposição da operação, ou seja a operação inversa, sendo esta derivativa ou não. Este cálculo é definido como a diferença entre os valores presentes da operação, calculados a partir das taxas de mercado, para o período compreendido entre a data da marcação a mercado e a data de vencimento da operação.

Em tempos de juros altos e voláteis, os preços variam bruscamente mudando muito a performance de um *portfolio*, mesmo este sendo constituído somente de ativos prefixados, ou seja, com os preços definidos no futuro (vencimento). Isto acontece pelo fato de os preços no futuro tem negociação no presente, que é função a priori da taxa de juros esperada entre o presente e o futuro.

O cálculo do valor de mercado, ou simplesmente o *mark to market*, *MtM* de uma posição, na data t , é definido pela expressão⁷:

$$MtM_t = \frac{C}{(1+i_t)} \quad (3.24)$$

onde:

C = valor de resgate da posição

i_t = taxa de juros praticadas pelo mercado, dada ao período, na data t .

Na equação 3.24, para ativos e passivos pré-fixados, ou produtos de diferenciais de taxa – swaps pré x DI, temos definido previamente, na data de emissão, o valor de C . Por exemplo, para papéis pré-fixados da dívida mobiliária federal (ver seção 2.4), o valor de C corresponde a 100.000 reais de resgate na data de vencimento destes títulos. A outra variável i_t pode ser definida através dos mercados de juros existentes em: títulos federais, bolsa de mercadorias, bolsa de futuros etc. A escolha recai sobre a BM&F, uma das de maior liquidez do mundo. A seguir será mostrado como são definidas as curvas de mercado, para determinados i_t , dependendo de seu prazo, uma vez que o mercado brasileiro não tem liquidez para operar prazos maiores que 1 ano.

3.4.3 Curva de Mercado

Para marcarmos a mercado os ativos e passivos de um *portfolio*, deve-se ter dois valores definidos de acordo com 3.24. C é dado pelo valor de vencimento do ativo, i_t é a taxa de juros efetiva de t até o vencimento do ativo/passivo. O mercado futuro de juros (ver seção 2.6.1 e 2.7) fornece uma reconhecida, e talvez única, curva de taxa de juros, de onde obtém-se i_t .

⁷ Esta expressão é uma simplificação, chamada também de valor presente trazido pela taxa de mercado, está definida em [JORION], referência bibliográfica 8.

3.4.4 Volatilidade das taxas de juros

Um outro parâmetro de relevância para controle e gerenciamento de risco seria a volatilidade dos instrumentos financeiros; os mercados futuros, swaps etc. O mercado futuro de DI tornou-se um dos mais importantes mercados da economia brasileira, sendo seus dados nos próximos anos insumos para estudo do comportamento estatístico da taxas de juros no país.

3.4.4.1 Heterocedasticidade cíclica⁸

Devido à acumulação dos juros diários sobre o preço unitário, a série de preços futuros apresentam um comportamento heterocedáceo cíclico, que persiste a transformação estabilizadora de variância. Em outras palavras pode-se dizer que o comportamento da série de preços é diferente ao longo de seu prazo. Os contratos de DI tem liquidez diferente para diversos *prazos de maturação*. Tanto o contrato muito curto (vencimento < 15 dias), como os mais longos deixam de ter negócios, ou mantém um volume irrelevante, dificultando assim uma boa determinação de preço negociada pelo mercado.

Em mercados voláteis, como um cenário apresentando hoje, em várias partes do mundo, as características heterocedáceas se intensificam, mais para contratos longos do que muito curtos.

3.5 Definição de ΔMtM_t (Variação do valor marcado a mercado)

A variação do preço de uma carteira em um dia é denotada por ΔMtM_t , e será uma das variáveis de controle exposta no modelo.

É importante ressaltar que estariamos cometendo um erro se comparássemos diretamente MtM_t com o MtM_{t-1} através de uma subtração. Este erro aconteceria devido às taxas, calculadas ao período não serem compatíveis, pois o número de dias até a data

⁸ Para maior detalhamento, uma vez que este trabalho não se introduz a fundo em estudos de volatilidade, ver ref. Bibliográfica La ROCQUE (1997).

de vencimento é diferente entre t e $t-1$. Para que a comparação seja possível, é necessário ajustar uma das taxas ao período pela taxa do DI, de forma a tornar as duas taxas compatíveis, isto é, taxas que se referem ao mesmo prazo.

Portanto, para que a comparação seja possível iremos dividir o valor $(1 + i_{t-1})$ pela taxa do DI da data de $t-1$. Desta forma, podemos definir ΔMtM_t da forma como segue:

$$\Delta MtM_t = \frac{C}{(1+i_t)} - \frac{C}{(1+i_{t-1})/(1+DI_{t-1})} \quad (3.25)$$

$$\Delta MtM_t = \frac{C}{(1+i_t)} - \frac{C}{(1+j_t)} \quad (3.26)$$

onde :

C = valor de resgate do ativo (passivo).

i_t = taxa de mercado, dada ao período, na data t .

DI_{t-1} = taxa do DI na data $t-1$.

j_t é a taxa de mercado, calculada ao período, na data $t-1$ ajustada para a data t , e dada por:

$$j_t = \frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})} - 1 \quad (3.27)$$

Observe que o ΔMtM_t também pode ser definido em função da taxa ao dia. Neste caso o mesmo pode ser definido como segue:

$$\Delta MtM_t = \frac{C}{(1+I_t)^n} - \frac{C}{(1+I_{t-1})^{n+1}/(1+DI_{t-1})} \quad (3.28)$$

$$\Delta MtM_t = \frac{C}{(1+I_t)^n} - \frac{C}{(1+J_t)^n} \quad (3.29)$$

onde :

C = valor de resgate do ativo (passivo).

I_t = taxa de mercado, dada ao dia, na data t .

DI_{t-1} = taxa do DI na data $t-1$.

n = quantidade de dias até o vencimento do ativo (passivo).

J_t é a taxa de mercado, ao dia, na data $t-1$ ajustada para a data t , e dada por:

$$J_t = \sqrt[n]{\frac{(1+I_{t-1})^{n+1}}{(1+DI_{t-1})}} - 1 \quad (3.30)$$

Observe que as duas formas de cálculo do ΔMtM_t apresentadas anteriormente levam a resultados exatamente iguais, como é demonstrado no anexo C.

3.6 Relação entre VAR e ΔMtM_t

Como foi demonstrado no anexo C, o ΔMtM_t definido em função da taxa ao dia é exatamente o mesmo que o ΔMtM_t definido em função da taxa ao período. Em função deste fato iremos, em um primeiro instante, estudar a relação entre VAR e ΔMtM_t definido para taxa ao período, sendo que as considerações feitas aqui são igualmente válidas para ΔMtM_t definido para taxa ao dia.

Utilizando as definições da seção anterior, podemos afirmar que calcular o *VAR* (para um dia) é o mesmo que calcular o valor mínimo⁹ que o ΔMtM pode assumir associado a um intervalo de confiança.

Portanto, para calcular o valor mínimo que o ΔMtM pode assumir, associado a um intervalo de confiança, é necessário conhecer o valor máximo que a expressão $(1+i_t)$ pode assumir.

Para podermos estimar o valor máximo da expressão $(1+i_t)$, devemos estudar o comportamento de suas variações ao longo do tempo. Tem-se então dois caminhos: estudar a variação da variável aleatória $P_t = (1+i_t)$, ou estudar a variação da variável aleatória $T_t = i_t$.

Gostaríamos de chamar a atenção para o fato que se quisermos comparar P_t com P_{t-1} devemos ajustar ambos para a mesma data. Neste texto adotaremos levar P_{t-1} para a data t , ou seja, P_t é comparável com $(P_{t-1} / (1+DI_{t-1}))$. Observe que:

$$\frac{P_{t-1}}{(1+DI_{t-1})} = \frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})} = (1+j_t) \quad (3.31)$$

Portanto $(1+i_t)$ é comparável a $(1+j_t)$ e, por consequência direta, podemos comparar $T_t = i_t$ com j_t . Diremos que $T_t = i_t$ é comparável a $T_{t-1} = j_t$.

⁹ Mínimo porque queremos o ΔMtM mais negativo possível, o que representaria a “perda máxima possível”.

3.7 As Variáveis de Variação VP_t e VT_t

Para estudar a variação das variáveis P_t e T_t , iremos criar duas variáveis que mensurem estas variações. As variáveis que serão utilizadas seguem abaixo:

$$VP_t = \frac{\Delta P_t}{P_{t-1}/(1+DI_{t-1})} = \frac{P_t - P_{t-1}/(1+DI_{t-1})}{P_{t-1}/(1+DI_{t-1})} = \frac{(1+i_t) - (1+j_t)}{(1+j_t)} = \frac{i_t - j_t}{(1+j_t)} \quad (3.32)$$

$$VT_t = \frac{\Delta T_t}{T_{t-1}} = \frac{T_t - T_{t-1}}{T_{t-1}} = \frac{i_t - j_t}{j_t} \quad (3.33)$$

Observe que $(1+i_t)$, VP_t e VT_t assumem valor máximo quando i_t é máximo. Portanto, calcular valor mínimo que o Δ MtM pode assumir associado a um intervalo de confiança é equivalente a calcular o valor máximo que VP_t (ou VT_t) pode assumir associado a um intervalo de confiança.

Deste ponto em diante passaremos a estudar as variáveis VP_t e VT_t separadamente.

3.7.1 Variação de Preço (VP_t)

Podemos afirmar que o valor máximo que VP_t pode assumir, associado à um intervalo de confiança é dado por¹⁰:

$$\frac{i_t^{Max} - j_t}{j_t + 1} = \delta \sigma_t^{VP} \quad (3.34)$$

¹⁰ Referência bibliográfica COSTA NETO(1977)

onde :

i_t^{Max} = é o valor máximo que a taxa i_t pode assumir em t

J_t = é a taxa de mercado, dada ao período, na data $t-1$, ajustada para a data t.

δ = é o coeficiente associado ao intervalo de confiança.

σ_t^{VP} = é o desvio padrão da variável VP_t , data t.

Portanto podemos escrever que i_t^{Max} é dado por:

$$i_t^{Max} = \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t = \delta \sigma_t^{VP} + \delta \sigma_t^{VP} j_t + j_t \quad (3.35)$$

Em posse desta informação é possível calcular o VAR_t , ou seja, o valor mínimo que o ΔMtM_t pode assumir associado a um intervalo de confiança na data t.

Daqui em diante iremos nos referir ao valor mínimo que o ΔMtM_t pode assumir associado a um intervalo de confiança como ΔMtM_t^{Min} . Pode-se inserir uma nova definição para o cálculo do ΔMtM_t^{Min} . Das expressões 3.26 e 3.35 conclui-se:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(1 + i_t^{Max})} - \frac{C}{(1 + j_t)} = \frac{C}{(1 + \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t)} - \frac{C}{(1 + j_t)}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C(1 + j_t) - C(1 + \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t)}{(1 + \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t)(1 + j_t)} = \frac{-C\delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t)}{(1 + \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t)(1 + j_t)}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C\delta \sigma_t^{VP}}{(1 + \delta \sigma_t^{VP} (1 + j_t) + j_t)} = \frac{-C}{(1 + i_t^{Max})} \delta \sigma_t^{VP}$$

$$\Delta M_t M_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \delta \sigma_t^{VP} \quad (3.36)$$

Observe que no denominador aparece $(1+i_t^{Max})$ e não $(1+i_{t-1})$ como normalmente utilizado em alguns autores para cálculo do VAR_t .

O conceito de $\Delta M_t M_t^{Min}$, ou seja, o maior valor negativo que se pode esperar perder em um movimento de 1 dia do mercado de juros, tem com relação à i (taxa) dependência do tipo de produto financeiro. Deve-se analisar se o produto, ou *portfolio* financeiro é formada de ativos, ou passivos. Para cada um do qual são escolhidos diferentes valores para a taxa. Pode-se ilustrar na tabela abaixo o relacionamento entre taxa e variação de preço.

	Posição ATIVA	Posição PASSIVA
$\Delta M_t M_t^{Min}$	$i_{máximo}$	$i_{mínimo}$

Tabela 3.1 Relação entre variação de preço e taxa.

Elaborado pelo autor.

3.7.2 Variação de Taxa (VT_t)

Podemos afirmar que o valor máximo que VT_t pode assumir associado a um intervalo de confiança é dado por:

$$\frac{i_t^{Max} - j_t}{j_t} = \delta \sigma_t^{VT} \quad (3.37)$$

onde :

i_t^{Max} = valor máximo que a taxa i_t pode assumir na data t

j_t = taxa de mercado, dada ao período, na data $t-1$ ajustada para a data t .

δ = coeficiente associado ao intervalo de confiança.

σ_t^{VT} = desvio padrão da variável VT na data t .

Portanto podemos escrever que i_t^{Max} é dado por:

$$i_t^{Max} = \delta \sigma_t^{VT} j_t + j_t \quad (3.38)$$

Em posse desta informação é possível calcular o VAR_t , ou seja, o ΔMtM_t^{Min} . O Cálculo do ΔMtM_t^{Min} segue abaixo.

$$\begin{aligned} \Delta MtM_t^{Min} &= \frac{C}{(1+i_t^{Max})} - \frac{C}{(1+j_t)} = \frac{C}{(1+\delta \sigma_t^{VT} j_t + j_t)} - \frac{C}{(1+j_t)} \\ \Delta MtM_{min} &= \frac{C(1+j_t) - C(1+\delta \sigma_t^{VT} j_t + j_t)}{(1+\delta \sigma_t^{VT} j_t + j_t)(1+j_t)} = \frac{-C\delta \sigma_t^{VT} j_t}{(1+\delta \sigma_t^{VT} j_t + j_t)(1+j_t)} \\ \Delta MtM_{min} &= \frac{-C}{(1+i_t^{Max})(1+j_t)} \delta \sigma_t^{VT} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Novamente observe que no denominador da expressão 3.39, assim como na expressão 3.36, aparece $(1+i_t^{Max})$ e não $(1+i_{t-1})$, como normalmente utilizado para cálculo do VAR_t . A mesma relação entre ΔMtM_t^{Min} e taxa (i) apresentada na tabela 3.1 também é válida para a expressão 3.39.

3.7.3 Variação de Preço aproximada (VP^*_t)

3.7.3.1 A aproximação e o erro gerado

A aproximação está provada pelo Polinômio de Taylor, detalhado no anexo D.

Para simplificação do trabalho, adota-se neste, as variáveis de aproximação para as variáveis que conhecemos e apresentamos anteriormente VT_t e VP_t . A expressão 3.2 já havia definido no início deste capítulo a fórmula para retorno. Neste parágrafo expomos o porquê desta aproximação, e qual o erro percentual gerado por esta escolha.

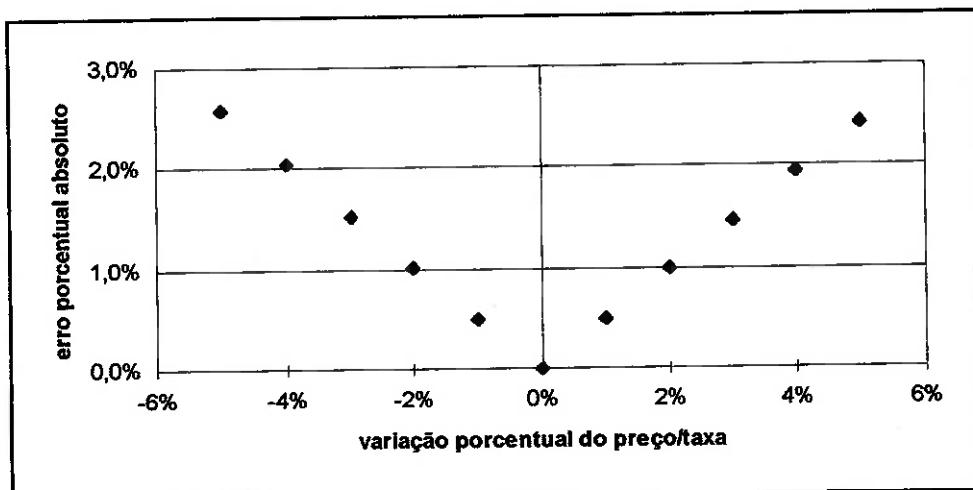


Gráfico 3.1 Erro percentual absoluto X Variação percentual do preço/taxa

Elaborado pelo Autor.

O Erro.

Como pode ser verificado, o erro é inferior a 1% para variações de preço/taxas inferiores a 2% (o que é considerado bastante alto), portanto, esta aproximação é suficientemente boa.

O porquê da aproximação.

A aproximação para logaritmo se deve ao fato desta função, mais simétrica, gerar uma curva para uma dada população mais próxima da Normal (0,1).

Uma vez que as variáveis VP_t e VT_t podem ser aproximadas por $\ln(i_t + 1 / j_t + 1)$ e $\ln(i_t / j_t)$ respectivamente, faz-se necessário verificar como esta aproximação irá influenciar no cálculo do VAR. Daqui em diante, iremos nos referir as variáveis aproximadas como VP_t^* e VT_t^* .

3.7.3.2 A variável VP_t^*

Novamente afirma-se, com base em Costa Neto, que o valor máximo que VP_t^* pode assumir associado a um intervalo de confiança é dado por:

$$\ln\left(\frac{i_t^{Max} + 1}{j_t + 1}\right) = \delta \sigma_t^{VP^*} \quad 3.40$$

onde :

i_t^{Max} = valor máximo que a taxa i_t pode assumir na data t

j_t = taxa de mercado, dada ao período, na data $t - 1$ ajustada para a data t .

δ = coeficiente associado ao intervalo de confiança.

$\sigma_t^{VP^*}$ = desvio padrão da variável VP^* na data t .

Portanto podemos escrever que i_t^{Max} é dado por:

$$i_t^{Max} = e^{\delta \sigma_t^{VP^*}} (1 + j_t) - 1 \quad (3.41)$$

Das expressões 4.4 e 4.19 tiramos uma terceira expressão, que calcula o VAR_t , ou seja, o $\Delta M_t M_t^{\text{Min}}$. O Cálculo do $\Delta M_t M_t^{\text{Min}}$ segue abaixo:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(1+i_t^{Max})} - \frac{C}{(1+j_t)} = \frac{C}{(1+e^{\delta\sigma_t^{vp^*}}(1+j_t)-1)} - \frac{C}{(1+j_t)}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(e^{\delta\sigma_t^{vp^*}}(1+j_t))} - \frac{C}{(1+j_t)} = \frac{C(1-e^{\delta\sigma_t^{vp^*}})}{e^{\delta\sigma_t^{vp^*}}(1+j_t)}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})}(e^{\delta\sigma_t^{vp^*}} - 1) \quad (3.42)$$

No anexo D descreve-se que $\ln(x) \approx x - 1$ para x próximo de 1, perceba que para $\delta\sigma_t^{vp^*} \approx 0 \Rightarrow e^{\delta\sigma_t^{vp^*}} \approx 1$. Então podemos afirmar¹¹, que para $\delta\sigma_t^{vp^*} \approx 0$, temos:

$$\ln(e^{\delta\sigma_t^{vp^*}}) \approx e^{\delta\sigma_t^{vp^*}} - 1 \Rightarrow \delta\sigma_t^{vp^*} \approx e^{\delta\sigma_t^{vp^*}} - 1$$

Em função do fato acima, podemos afirmar que:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})}(e^{\delta\sigma_t^{vp^*}} - 1) \approx \frac{-C}{(1+i_t^{Max})}\delta\sigma_t^{vp^*} \quad (3.43)$$

Como pode ser notado, a equação acima é aproximadamente a mesma que 3.36, encontrada no parágrafo 3.7.1.

¹¹ O erro cometido nesta aproximação é a mesmo apresentado no gráfico 3.1 .

3.7.4 Variação de Taxa aproximada (VT^*_t)

Podemos afirmar que o valor máximo que VT^*_t pode assumir associado a um intervalo de confiança é dado por:

$$\ln\left(\frac{i_t^{Max}}{j_t}\right) = \delta \sigma_t^{VT^*} \quad (3.44)$$

onde :

i_t^{Max} = valor máximo que a taxa i_t pode assumir na data t

j_t = taxa de mercado, dada ao período, na data $t-1$ ajustada para a data t .

δ = coeficiente associado ao intervalo de confiança.

$\sigma_t^{VT^*}$ = desvio padrão da variável VT^* na data t .

Portanto podemos escrever que i_t^{Max} é dado por:

$$i_t^{Max} = j_t e^{\delta \sigma_t^{VT^*}} \quad (3.45)$$

Das expressões 3.26 e 3.44 conclui-se uma nova para o cálculo do VAR_t , ou seja, o ΔMtM_t^{Min} . O Cálculo do ΔMtM_t^{Min} segue abaixo:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(1+i_t^{Max})} - \frac{C}{(1+j_t)} = \frac{C}{(1+j_t e^{\delta \sigma_t^{VT^*}})} - \frac{C}{(1+j_t)}$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C(j_t - j_t e^{\delta\sigma_t^{vt}})}{(1+j_t e^{\delta\sigma_t^{vt}})(1+j_t)} = \frac{-C}{(1+j_t e^{\delta\sigma_t^{vt}})} \frac{j_t}{(1+j_t)} (e^{\delta\sigma_t^{vt}} - 1)$$

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \frac{j_t}{(1+j_t)} (e^{\delta\sigma_t^{vt}} - 1) \quad (3.46)$$

Conforme visto, na seção 3.7.3, podemos afirmar¹² que $\delta\sigma_t^{vt} \cong e^{\delta\sigma_t^{vt}} - 1$ para

$$\delta\sigma_t^{vt} \cong 0.$$

Em função do fato acima, podemos afirmar que:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \frac{j_t}{(1+j_t)} (e^{\delta\sigma_t^{vt}} - 1) \cong \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \frac{j_t}{(1+j_t)} \delta\sigma_t^{vt} \quad (3.47)$$

3.7.5 As Aproximações VP_t^* e VT_t^*

No parágrafo 3.7, foram introduzidas as variáveis VP_t^* e VT_t^* como uma aproximação das variáveis VP_t e VT_t . Estas aproximações se baseiam no Polinômio de Taylor, da função Ln , de ordem 1 em torno do ponto $x=1$, ou seja, se baseiam no fato de que:

$$Ln(x) \cong x - 1 \text{ para } x \cong 1,$$

¹² O erro cometido nesta aproximação é a mesmo apresentado no gráfico 3.1

Portanto, quanto mais próximo x estiver de 1, melhor é a aproximação. Mas é fácil verificar que:

$$\left| \frac{1+i_t}{1+j_t} - 1 \right| < \left| \frac{i_t}{j_t} - 1 \right|$$

Logo, a implicação imediata é :

$$|VP_t^* - VP_t| < |VT_t^* - VT_t|$$

O que significa que a aproximação feita para preço é melhor que a aproximação feita para taxa.

3.8 Relação entre $\sigma_t^{VP^*}$ e $\sigma_t^{VT^*}$

Utilizaremos este parágrafo para escrever $\sigma_t^{VT^*}$ em função de $\sigma_t^{VP^*}$.

Temos que:

$$VP_t^* = \ln(i_t + 1 / j_t + 1) \quad (3.48)$$

$$VT_t^* = \ln(i_t / j_t) \quad (3.49)$$

De (3.48) temos que:

$$j_t = (1+i_t) e^{-VP_t^*} - 1 \quad (3.50)$$

De (3.49) temos que:

$$j_t = i_t e^{-VT_t^*} \quad (3.51)$$

Igualando (3.50) e (3.51) temos que:

$$\begin{aligned}
 i_t e^{-VT_t^*} &= (1+i_t) e^{-VP_t^*} - 1 \\
 e^{-VT_t^*} \left(i_t + e^{VT_t^*} \right) &= (1+i_t) e^{-VP_t^*} \\
 -VT_t^* + \ln \left(i_t + \frac{i_t}{j_t} \right) &= -VP_t^* + \ln(1+i_t) \\
 VT_t^* &= VP_t^* - \ln(1+i_t) + \ln \left(i_t + \frac{i_t}{j_t} \right) \quad (3.52)
 \end{aligned}$$

Mas temos que:

$$i_t + \frac{i_t}{j_t} = \frac{i_t(1+j_t)}{j_t} = i_t \frac{\frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})}}{\frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})} - 1} = i_t \frac{\frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})}}{\frac{(j_{t-1} - DI_{t-1})}{(1+DI_{t-1})}} = i_t \frac{(1+i_{t-1})}{(j_{t-1} - DI_{t-1})} \quad (3.53)$$

Substituindo (3.53) em (3.52) temos que:

$$VT_t^* = VP_t^* - \ln(1+i_t) + \ln \left(\frac{i_t(1+i_{t-1})}{i_{t-1} - DI_{t-1}} \right)$$

$$VT_t^* = VP_t^* + \ln \left(\frac{i_t(1+i_{t-1})}{(i_{t-1} - DI_{t-1})(1+i_t)} \right)$$

Fazendo $K_t = \ln \left(\frac{i_t(1+i_{t-1})}{(i_{t-1} - DI_{t-1})(1+i_t)} \right)$ temos que:

$$VT_t^* = VP_t^* + K_t \quad (3.54)$$

Então segue que¹³:

$$\left(\sigma_t^{VT_t^*}\right)^2 = \left(\sigma_t^{VP_t^*}\right)^2 + \left(\sigma_t^{K_t}\right)^2 + 2 \sigma_t^{VP_t^*} \sigma_t^{K_t} \rho_{VP_t^* K_t} \quad (3.55)$$

onde :

$\sigma_t^{VT^*}$ = desvio padrão da variável VT^* na data t .

$\sigma_t^{VP^*}$ = desvio padrão da variável VP^* na data t .

σ_t^K = desvio padrão da variável K na data t .

$\rho_{VP_t^* K_t}$ = correlação entre VP^* e K na data t .

3.8.1 Relação entre VAR calculado pela Taxa e calculado pelo Preço

Na seção 4.4.3 vimos que o risco calculado através da variável VP_t^* é dado

por:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} (e^{\delta \sigma_t^{VP^*}} - 1) \equiv \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \delta \sigma_t^{VP^*} \quad (3.43)$$

Na seção 3.7.4 vimos que o risco calculado através da variável VT_t^* é dado

por:

¹³ Equação verificada pelo Anexo A.

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \frac{j_t}{(1+j_t)} (e^{\delta\sigma_t^{VP}} - 1) \cong \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \frac{j_t}{(1+j_t)} \delta\sigma_t^{VP} \quad (3.47)$$

Portanto, (3.43) só será igual a (3.47) se :

$$(e^{\delta\sigma_t^{VP}} - 1) = \frac{j_t}{(1+j_t)} (e^{\delta\sigma_t^{VP}} - 1) \quad (3.56)$$

Mas, na seção 3.7.5, e na expressão 3.55 foi visto que a relação entre σ_t^{VP} e σ_t^{VT} , que é dada por:

$$(\sigma_t^{VT*})^2 = (\sigma_t^{VP*})^2 + (\sigma_t^{Kt})^2 + 2 \sigma_t^{VP*} \sigma_t^{Kt} \rho_{VP;Kt} \quad (3.55)$$

Observando a equação acima, percebe-se que

$$\sigma_t^{VT} = f(\sigma_t^{VP*}; K_t; K_{t-1} \dots K_{t-n+1}) = f(\sigma_t^{VP*}; i_m; DI_m \text{ com } m = t, t-1, \dots, t-n)$$

onde:

n é o número de dias utilizados para o cálculo de σ_t^{VT} e σ_t^{VP*} ;

Ou seja, σ_t^{VT} pode ser vista como uma função de σ_t^{VP*} e todas as taxas $i_m; DI_m$ com $m = t, t-1, \dots, t-n$. Este fato contraria a equação (3.56), pois esta sugere

que $\sigma_t^{YT_t}$ pode ser vista como função de $\sigma_t^{VP_t^*}$, i_{t-1} e DI_{t-1} . A não igualdade da equação (3.56) pode ser facilmente verificada através de um exemplo¹⁴.

3.9 Taxa ao Período X Taxa ao Dia

Até o momento, analisamos o $\Delta M_t M_t^{\text{Min}}$ utilizando apenas taxas ao período. Nesta seção, iremos relacionar o $\Delta M_t M_t^{\text{Min}}$ utilizando taxa ao dia e $\Delta M_t M_t^{\text{Min}}$ utilizando taxa ao período.

3.9.1 A Variável (VP^{**}_t)

Na seção 3, introduzimos a variável VP_t^* e definimos esta como:

$$VP_t^* = \ln\left(\frac{i_t + 1}{j_t + 1}\right) \quad (3.57)$$

onde :

i_t = a taxa de mercado, ao período, na data t .

j_t = a taxa de mercado, ao período, na data $t-1$ ajustada para a data.

Nesta seção iremos introduzir a variável VP^{**}_t e definiremos a mesma como:

$$VP^{**}_t = \ln\left(\frac{I_t + 1}{J_t + 1}\right) \quad (3.58)$$

onde :

I_t = a taxa de mercado, ao dia, na data t .

¹⁴ Para provar que uma igualdade não é verdadeira basta apresentar um contra-exemplo, porém, para provar a igualdade ou uma aproximação é necessário uma demonstração literal.

J_t = a taxa de mercado, ao dia, na data $t-1$ ajustada para a data t .

De 3.57, observa-se que:

$$VP_t^* = \ln\left(\frac{I_t+1}{J_t+1}\right) = \ln\left(\frac{(I_t+1)^n}{(J_t+1)^n}\right) = \ln\left(\left(\frac{I_t+1}{J_t+1}\right)^n\right) = n \cdot \ln\left(\frac{I_t+1}{J_t+1}\right) = n \cdot VP_t^{**}$$

Portanto, por consequência imediata:

$$\sigma_t^{VP_t^*} = n \cdot \sigma_t^{VP_t^{**}} \quad (3.59)$$

3.9.2 O ΔMtM_t^{Min} através da Variável VP^{**}_t

Conforme mencionado no início do texto, o ΔMtM_t pode ser definido em função da taxa ao dia e neste caso o mesmo é dado pela expressão 4.7:

$$\Delta MtM_t = \frac{C}{(1+I_t)^n} - \frac{C}{(1+J_t)^n}$$

Neste caso ΔMtM_t^{Min} , para posições ativas, é dado por:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{C}{(1+I_t^{Max})^n} - \frac{C}{(1+J_t)^n}$$

Mas sabemos que I_t^{Max} é dado por:

$$\ln\left(\frac{I_t^{Max}+1}{J_t+1}\right) = \delta \sigma_t^{VP^{**}} \quad (3.60)$$

onde :

I_t^{Max} = valor máximo que a taxa I_t pode assumir na data t

J_t = taxa de mercado, ao dia, na data $t-1$ ajustada para a data t .

δ = coeficiente associado ao intervalo de confiança.

$\sigma_t^{VP^{**}}$ = desvio padrão da variável VP^{**}_t na data t .

Portanto de 3.60 podemos escrever que I_t^{Max} é dado por:

$$I_t^{Max} = e^{\delta \sigma_t^{vp^*}} (1 + J_t) - 1 \quad (3.61)$$

De posse desta informação é possível calcular o VaR_t , ou seja, o ΔMtM_t^{Min} . O Cálculo do ΔMtM_t^{Min} segue abaixo.

$$\begin{aligned} \Delta MtM_t^{Min} &= \frac{C}{(1 + I_t^{Max})^n} - \frac{C}{(1 + J_t)^n} = \frac{C}{(1 + e^{\delta \sigma_t^{vp^*}} (1 + J_t) - 1)^n} - \frac{C}{(1 + J_t)^n} \\ \Delta MtM_t^{Min} &= \frac{C}{(e^{\delta \sigma_t^{vp^*}} (1 + J_t))^n} - \frac{C}{(1 + J_t)^n} = \frac{C(1 - e^{n\delta \sigma_t^{vp^*}})}{e^{n\delta \sigma_t^{vp^*}} (1 + J_t)^n} \\ \Delta MtM_t^{Min} &= \frac{-C}{(1 + I_t^{Max})^n} (e^{n\delta \sigma_t^{vp^*}} - 1) \quad (3.62) \end{aligned}$$

Nas seções anteriores foi mencionado que $\ln(x) \approx x - 1$, para x próximo de 1, perceba que para $n\delta \sigma_t^{vp^*} \approx 0 \Rightarrow e^{n\delta \sigma_t^{vp^*}} \approx 1$. Então podemos afirmar¹⁵, que para $n\delta \sigma_t^{vp^*} \approx 0$, temos:

$$\ln\left(e^{n\delta \sigma_t^{vp^*}}\right) \approx e^{n\delta \sigma_t^{vp^*}} - 1 \Rightarrow n\delta \sigma_t^{vp^*} \approx e^{n\delta \sigma_t^{vp^*}} - 1$$

Em função deste fato, podemos afirmar que:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1 + I_t^{Max})^n} (e^{n\delta \sigma_t^{vp^*}} - 1) \approx \frac{-C}{(1 + I_t^{Max})^n} n\delta \sigma_t^{vp^*} \quad (3.63)$$

¹⁵ O erro cometido nesta aproximação é a mesma apresentada no gráfico 3.1.

Gostaríamos de chamar a atenção que, para prazos longos (n “grande”), esta aproximação não é boa, pois a suposição $n\delta\sigma_t^{VP} \approx 0$ não estará satisfeita.

Como apresentado na seção 4.6.1, temos que $\sigma_t^{VP*} = n \cdot \sigma_t^{VP}$. De 3.59 e 3.63, obtém-se:

$$\Delta MtM_t^{Min} = \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} (e^{\delta\sigma_t^{VP}} - 1) \approx \frac{-C}{(1+i_t^{Max})} \delta\sigma_t^{VP} \quad (3.64)$$

Observe que a equação acima é exatamente a mesma definida pela expressão 3.43.

3.10 Considerações Finais

3.10.1 Necessidade da taxa máxima

Como pôde ser visto ao longo do texto, a taxa máxima aparece em todos as metodologias de cálculo de VAR aqui apresentadas.

Em geral, a taxa máxima é superior a taxa de mercado, portanto substituir a taxa máxima pela taxa de mercado no cálculo do VAR iria fazer com que o mesmo fosse superestimado.

3.10.2 A Suposição de Valor Médio igual a Zero

Embora não mencionado até o momento, para todos os cálculos de VAR aqui apresentados, existe a suposição que o valor médio da variável VP_t^{*16} é igual a zero. Esta suposição pode ser verificada através de teste de hipótese.

Observe que esta suposição é o mesmo que supor que as taxas estão estáveis, pois em caso de taxas crescentes (decrescentes) teremos média de VP_t^* positiva (negativa).

¹⁶Poderia ser também a consideração a qualquer uma das variáveis que mensurem variações apresentadas neste texto.

Esta suposição é utilizada no momento em que calculamos a taxa máxima. Caso esta suposição seja constatada como falsa (através do teste de hipótese), a taxa máxima deve ser calculada como apresentado a seguir.

$$\ln\left(\frac{i_t^{Max} + 1}{j_t + 1}\right) = \delta \sigma_t^{VP} + \bar{VP} \quad (4.45)$$

onde :

i_t^{Max} = valor máximo que a taxa i_t pode assumir na data t

j_t = taxa de mercado, ao período, na data $t-1$ ajustada para a data t .

δ = coeficiente associado ao intervalo de confiança.

\bar{VP} = valor médio da variável VP^*_t

σ_t^{VP} = desvio padrão da variável VP^*_t na data t .

Neste caso deve-se tomar cuidado com as aproximações do $\Delta M_t M_t^{Min}$, pois ao invés da suposição de $\delta \sigma_t^{VP} \approx 0$ passa-se a fazer a suposição de $\delta \sigma_t^{VP} + \bar{VP} \approx 0$.

3.10.3 Aproximações para prazos longos utilizando a taxa ao dia

Foi apresentado ao longo deste capítulo aproximações para cálculo do VAR utilizando taxa ao dia e, como vimos, as suposições necessárias para as aproximações não são satisfeitas para prazos longos.

Portanto, no caso de prazos longos, parece mais aconselhável utilizar a taxa ao período ou realizar os cálculos do VAR sem o uso de aproximações.

Capítulo 4

Modelo Proposto

4.1 Introdução

Neste capítulo expomos como foi definida a modelagem matemática para o cálculo do VAR, que é o parâmetro mais importante, para gerenciamento do risco pré-fixado do banco.

Tomemos como exemplo uma carteira de um banco comercial, formada por operações pré-fixadas, que compreendem títulos da dívida pública, certificados de depósitos bancários (CDB) ou interfinanceiros (CDI) etc. Estes títulos pré-fixados podem ser analisados como vários fluxos de caixa a receber (aplicações) e pagar (captações) com seus valores de vencimentos fixos. O banco para manter esta carteira toma ou capta, empréstimos de curto, médio ou longo prazos, para o balanceamento do *portfolio*.

Existem três hipóteses a serem avaliadas:

1. Alta de taxas, o que ocasionaria prejuízos para balanceamento de uma carteira composta de ativos pré-fixados, pois estaríamos tomando dinheiro emprestado mais caro para cobrir os empréstimos que já haviam sido feitos. A alta de taxas seria lucrativos para uma carteira passivada (captada) em pré-fixado.
2. Queda das taxas, onde seria benéfico para balancear uma carteira já pré-fixada a taxas mais altas;
3. Manutenção das taxas, indiferente para balancear o *portfolio*.

Novamente analisasse a carteira como um conjunto de fluxos a vencer no futuro. Essas captações e aplicações tem preços equivalentes no presente, calculados pelos valores de resgate divididos pelas taxas de juros de seus prazos, conforme equação 3.24. Em caso de aumento das taxas esses valores presentes diminuem seu valor, e ocasionam uma perda no *portfolio*, o que se torna indesejável.

4.2 Parâmetros do modelo

O modelo simula neste trabalho uma carteira fictícia (similar à real) de ativos e passivos, tomando como *inputs* informações referentes aos fluxos:

1. volumes operados;
2. prazos;
3. volatilidades e correlação nos prazos abertos;
4. coeficiente de alisamento, para previsão da volatilidade;
5. coeficiente de segurança (para intervalo de) confiança de 99%.

Como *outputs* o modelo informa aos administradores as perdas potenciais máximas para o dia seguinte e os prazos onde isto ocorre.

Pode-se adiantar, que quando se trabalha com variação dos preços dos ativos, ao invés de taxas, temos resultados mais seguros (seção 3.7.5).

4.3 Metodologia de Cálculo

Após a definição no capítulo 3 das relações existentes entre risco, taxas e coeficientes de segurança, discuti-se neste capítulo a metodologia de cálculo. Uma das dificuldades encontrada para o cálculo do risco é o número de termos de correlação existentes em uma carteira com muitos fluxos. Em função da elevada quantidades de prazos trabalha-se com vértices, que nada mais são do que prazos que tentam representar o *portfolio* equivalente através de técnicas estatísticas, descritas a seguir.

Em todos os cálculos do modelo utiliza-se como *inputs* dados baseados nas distribuições estatísticas das observações (taxas de juros).

4.3.1 Identificar exposições e fluxos de caixas

O modelo baseado na volatilidade, deve ter identificadas todas suas exposições que de algum modo geram riscos individuais ao *portfolio* como um todo. O modelo de risco do J.P. MORGAN(1997) (*riskmetrics*) trata toda exposição como um fluxo de caixa (*cash flow*). Um fluxo de caixa é definido por uma quantia de alguma moeda (pré-fixada, dólar, taxa referencial (TR) etc.), uma data de pagamento e um crédito (ou débito). Uma vez determinados, os fluxos devem ser balanceados (mapeamento) em prazos específicos, os chamados vértices.

Para ilustração do modelo o trabalho utiliza exemplos de ativos/passivos prefixados. Porém estas marcações a mercado podem ser feitas com qualquer tipo de carteira, seja esta pré ou pós-fixada.

4.3.2 Alocação dos fluxos nos vértices.

4.3.2.1 Definição dos vértices

Após definidos os fluxos de caixa de seu *portfolio*, estes devem ser alocados em vértices. A alocação em vértices é uma forma de amenizar o problema operacional, que é o de se trabalhar com muitas variáveis de correlação (expressões 3.9 e 3.10), com um número de termos definido pela equação 3.8. De acordo com J.P. MORGAN(1997) a definição dos vértices leva em consideração alguns fatores:

- Prazos fixos no tempo, ou seja, escolha de prazos e não vencimentos;
- proximidade, ou coincidência com prazos usualmente utilizados pelo mercado e;
- liquidez dos prazos.

Para o trabalho os vértices serão definidos com espaçamento de 21 dias úteis. Este número de dias entre os vértices é definido com base no fato de que o mercado nacional trabalha muito com 30 dias (corridos) e múltiplos deste, que na média correspondem a 21 dias úteis.

Logo trabalharemos com os seguintes vértices em dias úteis (dias corridos): 1, 21 (trinta dias), 42 (sessenta dias), 63 (noventa dias), 126 (meio ano), 189 e 252 (ano).

4.3.2.2 Relação entre fluxo e vértices

Uma vez definidos os vértices, deve-se alocar os fluxos de sua carteira para os mesmos. Conforme esquematizado na figura 4.1.

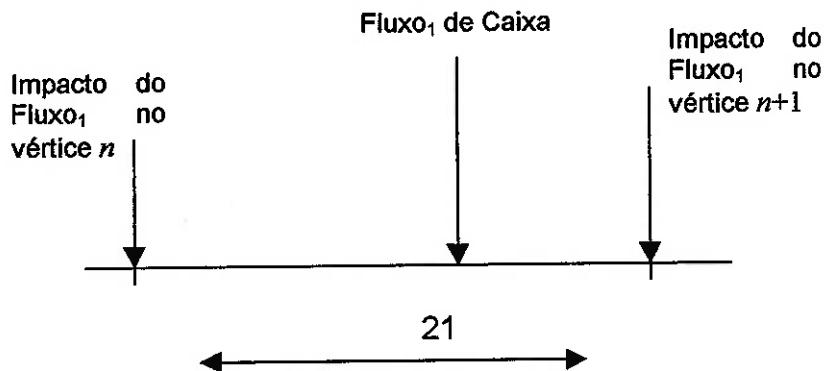


Figura 4.1 Esquematização da alocação dos fluxos de caixa nos vértices do modelo. Adaptado de J.P. MORGAN(1997) (Riskmetrics).

Para alocação dos valores dos fluxos nos vértices pode-se utilizar as expressões 3.5 e 3.6, descrita abaixo:

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{12} \quad (3.5)$$

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (3.6)$$

realocando 3.5 e 3.6

$$\sigma_{fluxo}^2 = X_n^2 \sigma_n^2 + X_{n+1}^2 \sigma_{n+1}^2 + 2X_n X_{n+1} \rho_{n,n+1} \sigma_n \sigma_{n+1} \quad (4.1)$$

Para a alocação dos fluxos nos vértices utilizamos a equação acima para distribuição dos vários fluxos de caixas de um *portfolio* nos vértices do modelo. Os termos da equação são denominados abaixo:

σ_{fluxo} = volatilidade do fluxo de caixa

X_n = percentual de participação do fluxo de caixa no vértice (n)

σ_n = volatilidade do vértice (n)

X_{n+1} = percentual de participação do fluxo de caixa no vértice (n+1)

σ_{n+1} = volatilidade do vértice (n+1)

$\rho_{n,n+1}$ = correlação entre os vértices (n) e (n+1).

Os cálculos e procedimentos referentes à alocação do *portfolio* fictício nos vértices estão definidos no anexo E.

4.3.3 Cálculo do “VAR”

4.3.3.1 Cálculo do “VAR” nos vértices

Através da equação 4.1 obtém-se X_1 e X_2 para alocação dos volumes dos diferentes prazos do *portfolio* nos vértices.

Alocado os volumes do *portfolio* nos vértices calcula-se o VAR (ΔMtM^{\min}) individual de cada posição, dado pelas expressões 3.41 e 3.42:

$$i_t^{\max} = e^{\delta \sigma_i^{vp^*}} (1 + j_t) - 1 \quad (3.41)$$

$$\Delta MtM_t^{\min - vértice} = \frac{-C^{\text{vértice}}}{(1 + i_t^{\max})} (e^{\delta \sigma_i^{vp^*}} - 1) \quad (3.42)$$

onde:

$C^{\text{vértice}}$ = volume alocado em cada vértice;

$\sigma_t^{\text{VP}^*}$ = desvio padrão previsto da variável VP^* na data t ;

j_t = taxa ajustada de $t-1$ para t

Como resultado da equação teremos $VAR^{\text{vértice}}$.

4.3.3.2 Cálculo do “VAR” com “portfolio”

Após o cálculo do valor em risco nos vértices podemos ser levados a pensar que o VAR total, dado um *portfolio*, seja obtido pelo simples somatório de cada $VAR^{\text{vértice}}$, conforme as expressões 3.41 e 3.42.

Entretanto se simplesmente somarmos os $VAR^{\text{vértice}}$ individuais estar-se-ia desprezando os movimentos relativos entre os vértices. Assim, é necessário levar em conta esses movimentos relativos.

De um modo geral, pode-se dizer que se o preço de um ativo, considerando um dado prazo, independe do preço desse mesmo ativo, considerando um outro prazo, o grau de correlação dessas variáveis nesses prazos é zero (seção 3.2.2). Na medida que esta dependência aumenta, o grau de correlação tende a 1 se as grandezas forem diretamente proporcionais, ou -1 se forem inversamente proporcionais.

É necessário considerar como se comportam, uns em relação aos outros, os prazos (taxas) que compõe as curvas de mercado. Deve-se então calcular as correlações de cada vértice com os demais, representados por uma matriz (M) conforme a seguir:

$$M = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \cdots & \rho_{1n} \\ \vdots & & & & \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \rho_{n3} & \cdots & \rho_{nn} \end{bmatrix}$$

onde n = número de vértices.

Fazendo um comparativo com o cálculo do risco de MARKOWITZ (1959), definido pela expressão 3.10 defini-se o cálculo do VAR em um *portfolio* ($VAR^{portfolio}$) como:

$$VAR^{portfolio} = \sqrt{VAR^{vértice} \times M \times VART^{vértice}} \quad (4.4)$$

onde:

$VAR^{vértice}$ = matriz de ordem $1 \times n$ que representa o cálculo do risco nos vértices alocados.

M = matriz de correlação entre os vértices do portfolio de ordem $n \times n$.

$VART^{vértice}$ = matriz transposta do $VAR^{vértice}$, de ordem $n \times 1$

4.3.4 Definição do fator de segurança (δ)

O fator de segurança (δ) utilizado nas expressões definidas para cálculo do risco (expressão 3.42 entre outras) é definido pela discrepância dos pontos em relação à distribuição Normal, que admite-se para este trabalho.

É verificado a quantidade de pontos que desvia da média dos retornos, e qual o fator de segurança necessário para que tenhamos neste desvio um intervalo de confiança de 99% dos pontos. Para tanto defini-se o fator de segurança como 2.33, que é o fator para uma distribuição Normal, com intervalo de confiança de 99%.

A definição do fator de segurança toma como base os gráficos do anexo G.

4.3.5 Previsão de risco e correlação

4.3.5.1 Escolha do modelo de previsão

A base para definição desta seção está detalhada no capítulo 3. A fundamentação teórica é baseada no estudo de séries temporais (seção 3.3). O modelo deste trabalho tem como hipótese que os retornos (variação das taxas de juros) estão próximos a uma distribuição Normal.

Para efetuar o cálculo de risco de mercado faz-se necessário a realização de previsões de volatilidades (desvios-padrões) da variação de preço e de correlações entre estes mercados. Estas previsões podem ser realizadas pelas mais variadas técnicas estatísticas disponíveis na literatura, desde técnicas sofisticadas tais como ARIMA e ARCH, até as mais simples como Alisamentos Exponenciais.

Os modelos ARCH e ARIMA, embora forneçam resultados mais precisos, são complexos no que se refere aos algoritmos de estimação. Existe também outro inconveniente de precisar de um modelo específico para cada série a ser prevista (cada mercado: juros, dólar, mercado acionário etc.).

Não é verdade

Os alisamentos exponenciais possuem algoritmos de estimação relativamente simples, sendo possível utilizar o mesmo modelo para realização de várias previsões (vários mercados). Em virtude das argumentações nas seções 3.3 e 4.3.5.1 deste capítulo o trabalho decidiu-se por utilizar o modelo de alisamento exponencial simples.

O modelo de alisamento exponencial é definido conforme a expressão 4.50, apresentada a seguir.

$$\hat{Z}_t = (1 - \lambda)\hat{Z}_{t-1} + \lambda Z_{t-1} \quad (4.5)$$

onde:

Z_t = valor da série temporal no instante t , com $t = 2, \dots, N+1$

\hat{Z}_t = valor alisado da série temporal no instante t

λ = parâmetro chamado “constante de alisamento”, com $0 < \lambda < 1$.

4.3.5.2 Horizonte de previsão

O modelo aqui definido tem seus cálculos de medição e previsão do valor em risco atualizados diariamente. Portanto diz-se que trabalhamos com um horizonte de previsão de um dia. Isto significa que a cada dia novos parâmetros para gerenciamento do risco são utilizados.

O horizonte de previsão é muito importante estar adequado ao mercado. Alguns autores utilizam prazos maiores para previsão, o que não se aconselha para um cenário volátil igual ao brasileiro e operações com prazos médios curtos.

A previsão de Z_{t+h} no instante $t + h$ é dada pelo valor alisado \hat{Z}_t para todo $h > 0$. Vale ressaltar que interessa-nos apenas na previsão de amanhã, ou seja, o modelo trabalha com horizonte de previsão de 1 dia.

4.3.5.3 Determinação da constante de alisamento λ

Para inicialização do alisamento exponencial simples considera-se que $Z_1 = \hat{Z}_1$.

A fórmula 4.5 é recursiva, dependente de previsões e observações passadas. A determinação da constante de alisamento é determinada minimizando o somatório do quadrado das diferenças entre os valores previstos e os alisados, conforme a equação 4.6:

$$\sum_{i=1}^n (Z_i - \hat{Z}_i)^2 \quad (4.6)$$

A determinação da constante de alisamento é feito no trabalho com dados dos meses de agosto e setembro de 1998. Utiliza-se também o software solver¹, que tinha como função objetivo minimizar a equação 4.6, e como restrição $0 < \lambda < 1$. A constante de

¹O software solver é um programa interno do microsoft EXCEL baseado em métodos iterativos para resolução de sistemas de equações e problemas de otimização, lineares ou não.

alisamento deve ser reestimada a cada 15 dias. Esse prazo pode ser revisado em caso de mudanças significativas no comportamento das taxas de juros.

Os cálculos referentes a esta seção encontram-se no anexo G do trabalho.

4.4 Função do modelo

O modelo tem por função medir, prever e controlar, com auxílio do VAR, o risco implícito das operações (fluxos de caixa). O modelo avalia o potencial das oscilações dos preços com base na volatilidade passada e prevista, através do alisamento exponencial.

O modelo trabalha como uma ferramenta para tomada de decisões. As decisões serão baseadas no $VAR^{portfolio}$, o qual deve ter como restrição limites definidos pela alta gerência do banco. O modelo acompanhará a evolução de uma carteira de ativos e passivos, buscando maximizar a utilização do limite liberado a mesa de operações, tendo como parâmetro de controle o $VAR^{portfolio}$. Algumas restrições fazem-se necessárias, sendo estas caracterizadas basicamente pela liquidez do mercado.

Os *outputs* do modelo, definidos na seção 4.2, mostram os prazos (vértices) que devem ser mais posicionados, ou ter suas posições revertidas através dos instrumentos (ativos e derivativos) existentes no mercado.

Os detalhes da definição dos limites pela gerência estão expostos no capítulo 5.

O modelo descrito acima terá a seguinte função objetivo maximizar a utilização do limite VAR, descrito a seguir:

$$Max\phi = VAR^{portfolio} = \sqrt{VAR^{vértice} \times M \times VART^{vértice}}$$

onde:

ϕ está limitado ao valor de limite (θ) imposto pela alta gerência do banco.

Esta função objetivo visa maximizar a utilização do limite, baseado no cálculo do VAR. Limite este restrinrido pela exposição que o banco esteja disposto a correr.

Pode-se também adicionar um termo a função objetivo, em caso de se querer obter uma folga em relação ao limite imposto pela diretoria. Neste caso então a função objetivo ϕ seria igualar a zero a seguinte expressão:

$$\phi = \sqrt{VAR^{\text{vértice}} \times M \times VART^{\text{vértice}}} - \eta\theta = 0 \quad (4.7)$$

onde:

ϕ = função objetivo

η = fator de "folga" que se deseja em relação ao limite θ ;

θ = limite definido pelo banco.

4.5 Restrições do modelo

As restrições são basicamente quanto à liquidez do mercado. O prazo de maior liquidez no mercado é o de 1 dia (over). Em seguida pode-se classificar como 30 dias (vértice de 21 dias úteis), 180 dias (vértice de 126 dias úteis) e 360 dias (vértice de 252 dias úteis), como os próximos prazos mais líquidos respectivamente.

Devemos dar preferência aos prazos com mais liquidez. Dependendo do mercado (nível de estabilidade e liquidez), são os únicos prazos realmente onde consegue-se abrir novas posições para balancear seu *portfolio*. Para tanto as restrições seguem abaixo:

$$-50.000.000 < C^{\text{vértice}1} < 50.000.000$$

$$-30.000.000 < C^{\text{vértice}2} < 30.000.000$$

$$-20.000.000 < C^{\text{vértice}5} < 20.000.000$$

$$-20.000.000 < C^{\text{vértice}7} < 20.000.000$$

Essas restrições podem ser modificadas em caso perda ou aumento de liquidez. Os números foram definidos com base na liquidez de setembro em consenso entre traders da mesa tesouraria. A definição das restrições acima levam em conta um possível valor que possa ser negociado sem que este altere o preço de sua realização. Exemplificando: Se o banco precisa operar no mercado aplicando R\$ 10.000.000 receberá uma taxa X , se esse valor fosse de R\$ 100.000.000 a taxa seria Y , com $X > Y$. Pode-se fazer um comparativo com a lei da oferta e procura, quanto maior oferta de dinheiro menor a taxa paga por este.

Teremos para este modelo um total de 8 restrições, duas para cada vértice escolhido. Posteriormente, com aumento da liquidez, pode-se reavaliar outros prazos para utilizar no modelo, bem como os limites propostos acima.

Um bom parâmetro para verificar a liquidez nesses prazos são os contratos futuros negociados na BM&F. Basta acompanhar a quantidade dos contratos negociados e verificar também os negócios das operações de swap de 180 e 360 dias. Com essas informações pode-se ter uma boa idéia da liquidez do sistema.

4.6 Inicialização do modelo

O modelo para ser verificado trabalhará com uma carteira fictícia, que no caso é a mesma descrita no anexo E, utilizada para simular a alocação nos vértices. Defini-se também um limite fictício para inicializar o modelo.

$$\theta = \text{limite definido pela vice-presidência} = \text{R\$ 3.500.000}$$

Em uma carteira com prazos de vencimentos a tendência é de que o risco diminua com o passar do tempo, pelo simples fato de que operações vencidas não oferecem mais riscos. Para minimizar este problema adota-se nesta simulação que a cada vencimento nova operação é realizada. A nova operação terá o mesmo volume da vencida e será refeita (aplicada ou captada) pelo prazo e taxa de 1 ano (252 dias úteis).

4.7 Verificação do modelo

O modelo apresentado é caracterizado como um problema de otimização, porque sua solução passa por programação matemática que busca maximizar uma determinada função objetivo sujeita a certas restrições.

Verificando em detalhe a função objetivo 4.7 constata-se que é um problema de programação linear, com restrições também lineares. Para resolver esse tipo de problema será utilizado o Microsoft Excel Solver (MES) 97².

A simulação é formada por um conjunto de 5 planilhas. Duas delas são responsáveis pelo tratamento das séries históricas através dos cálculos de: volatilidade, retorno, e previsão através de alisamento exponencial simples. Essas planilhas são as que fornecem os *inputs* para o modelo. Uma planilha é responsável pela alocação dos fluxos nos vértices, onde obtém-se os *portfolios* alocados e faz-se a manutenção das carteiras. A manutenção é feita diariamente, e consiste na reaplicação (ou captação) dos volumes vencidos no dia e os fornecidos pelos *outputs* do modelo (volumes, prazos e tipos de operações).

O modelo de otimização é composto por duas planilhas. Uma delas contém o *portfolio* alocado e balanceado em $t-1$, e a outra é a que apresenta os vértices balanceados em t . Essas planilhas foram simuladas com as carteiras fictícias do dia 02/09/98 até o dia 24/09/98.

² O MES é um programa interno ao MS-Excel baseado em métodos iterativos para resolução de equações, sistema de equações e problemas de otimização (lineares ou não). Para a resolução de problemas lineares o processo iterativo é baseado no método Simplex.

Capítulo 5

Implementação do modelo

5.1 Introdução

A administração financeira vem a cada dia passando por diversas modificações. As modificações são a nível de informação e ferramentas de controle. Nota-se que a quantidade de informações para os administradores nesta área vem aumentando continuamente. Uma decisão tomada hoje leva em conta muito mais parâmetros do que alguns anos atrás.

Para implementar o modelo deve-se deixar claro a importância deste. Colocamos neste capítulo a abrangência de um sistema de gerenciamento de risco.

No capítulo 4 foi definido um modelo para tratar os dados gerados por oscilações de mercado, com base na estatística de taxas de juros e exposição do banco. Para este capítulo será apresentado como dividir e alocar os limites de riscos para cada área, cada mesa de operações e até por *trader*. Essas definições são importantes para não ocorrer o mal dimensionamento de limites entre áreas.

Um dos problemas mais freqüentes, observados pela alta gerência banco, era de que algumas áreas de mercado, com posições muito alavancadas, tinham grande potencial para gerar prejuízo, em contrapartida existiam outras áreas com limites superestimados utilizados em posições de baixo risco e retorno. Para tanto, está definido neste capítulo como pode ser feita esta alocação de riscos para as diferentes áreas existentes. A idéia de alocação de recursos deve ser avaliada pela alta gerência do banco, no caso a vice-presidência da área financeira.

5.2 Importância do modelo

O VAR vem se aprimorando e intensificando sua necessidade ao longo dos anos devido a alguns fatores, descritos em JORION(1997):

1. **Aumento da volatilidade dos produtos.** O aumento da volatilidade dos produtos, sejam eles comotities, juros ou qualquer outro produto do mercado, seja este financeiro ou não, aumenta a necessidade de um controle mais direto dos ativos e seus preços;

2. **Maior exposição às fontes de risco globais.** Os produtos financeiros recebem hoje uma carga de influência não apenas local, e sim globalizada. A saúde financeira das empresas e países que recebem algum investimento ficam sujeitos à volatilidade de países com características em comum, surgidas pela dificuldade financeira dos mesmos. Temos um exemplo recente nos tempos de hoje. É o que ocorreu com os mercados asiáticos, russo e brasileiro, onde os países mais foram postos a prova pela desconfiança dos investidores quanto a saúde financeira.
3. **Melhor controle sobre derivativos.** O controle sobre ativos e derivativos feitos com auxílio das ferramentas do VAR melhoram o desempenho de rentabilidade dos portfolios. Existe também a necessidade de se observar este controle, uma vez que a vigilância dos Bancos Centrais¹ estão cada vez mais rigorosas com respeito a exposição permitidas das instituições financeiras.

5.2.1 Escopo do sistema

O sistema abrange uma gama muito ampla de possíveis clientes. JORION(1997) define quatro grandes tipos de possíveis usuários de um modelo de risco:

5.2.1.1 “Proprietary Trading”

Para os grupos *proprietary trading*, a utilização de um modelo com base na variação de preços de seus ativos e passivos, provém uma visão uniforme das exposições globais do risco, facilitando acesso à informações necessárias à reversão e balanceamento de posições. Estes grupos estão geralmente expostos a um alto grau de risco.

Deve-se dizer que a implementação de um modelo de risco, como o descrito neste trabalho, deve ser imediata e prioritária em mesas com características mais agressivas perante exposição ao risco. Esta ressalva foi um dos problemas vivenciados

¹ As referências bibliográficas números 13, 14 e 15 contém maiores informações e detalhes a respeito dos limites legais exigidos pelo Banco Central do Brasil, visto que não cai no mérito deste trabalho discuti-las.

na implantação do sistema no banco, uma vez que existiam mais do que uma mesa, com diferentes posições e características. A mesa *proprietary trading* teve preferência para a implantação do sistema.

5.2.1.2 Gerenciamento de ativos (“asset management”)

- O VAR proporciona novamente uma dinâmica visão do risco, em contrapartida ao *asset management allocation*² amplamente conhecido e definido por JORION(1997) como um sistema estático.
- Estratégias ficam mais flexíveis às mudanças;
- O modelo baseado no VAR é utilizado para definir limites em posições, que por sinal verifica-se como uma das mais fortes características do modelo. Com a definição de limites em posições existe também uma melhor avaliação de performance , visto que este limite pode ser ajustado dia a dia.

5.2.1.3 Corporações não financeiras

Não apenas os bancos podem se beneficiar deste tipo de modelo. Muitas empresas tem material exposto ao risco, seja este classificado como estoques, ou qualquer outro produto que tenha variação de preço, bem como seus ativos e passivos financeiros.

5.3 VAR como ferramenta de alocação de recursos

A alocação do risco em um banco deve ser feita primeiramente com uma divisão entre áreas com as mesmas características de negócio.

Por exemplo, alguns autores escrevem que os limites operacionais não devem ser compartilhados, ou tratados em conjunto, entre áreas com características distintas, com diferentes clientes, frentes de atuação, volume de operações etc. As áreas comerciais do banco devem ter os riscos calculados e alocados com certa independência

² Referência Bibliográfica NARGIZIAN (1997).

em relação a uma área financeira, a qual trabalha com instituições financeiras, com spreads³ mais curtos, volumes muito superiores por operação, diferente nível de liquidez etc.

Um modelo para alocação de limite de acordo com SCHRICKEL(1994) envolve a habilidade de fazer uma decisão de crédito, dentro de um cenário de incertezas, constantes mutações e informações incompletas, exatamente com o qual o Brasil se depara hoje. O mesmo autor reitera que esta habilidade depende da capacidade de analisar logicamente situações não raro complexas, e chegar a uma conclusão clara, prática e factível de ser implementada. Para tanto, estas decisões devem ser definida por uma alta gerência qualificada, que conheça todos os riscos citados na seção 3.2.

5.3.1 Posições e limites

A proposta deste trabalho não é a de definir limites operacionais, o qual deve ser definido pela vice-presidência do banco. Levamos a proposta de, após definição dos limites para áreas, departamentos e gerências, estes seriam monitorados sempre com base sempre no cálculo do VAR. O trabalho tem nesta seção definida uma proposta de monitoramento de limites de riscos, estudados especificamente para a área financeira do banco, mas pode ser adaptado facilmente para outras áreas da instituição, sendo a área comercial um bom exemplo. De acordo com JORION(1997), o VAR deve ser utilizado para medir e comparar posições em resposta às mudanças de volatilidade do mercado.

5.3.2 Organograma da alocação de limites

O organograma da figura 5.1 representa as diversas áreas, com suas respectivas divisões, para alocação dos limites. A Vice-Presidência Financeira deve definir um limite global para reparti-lo entre suas diretorias.

³ Diferencial entre preços de compra e venda.

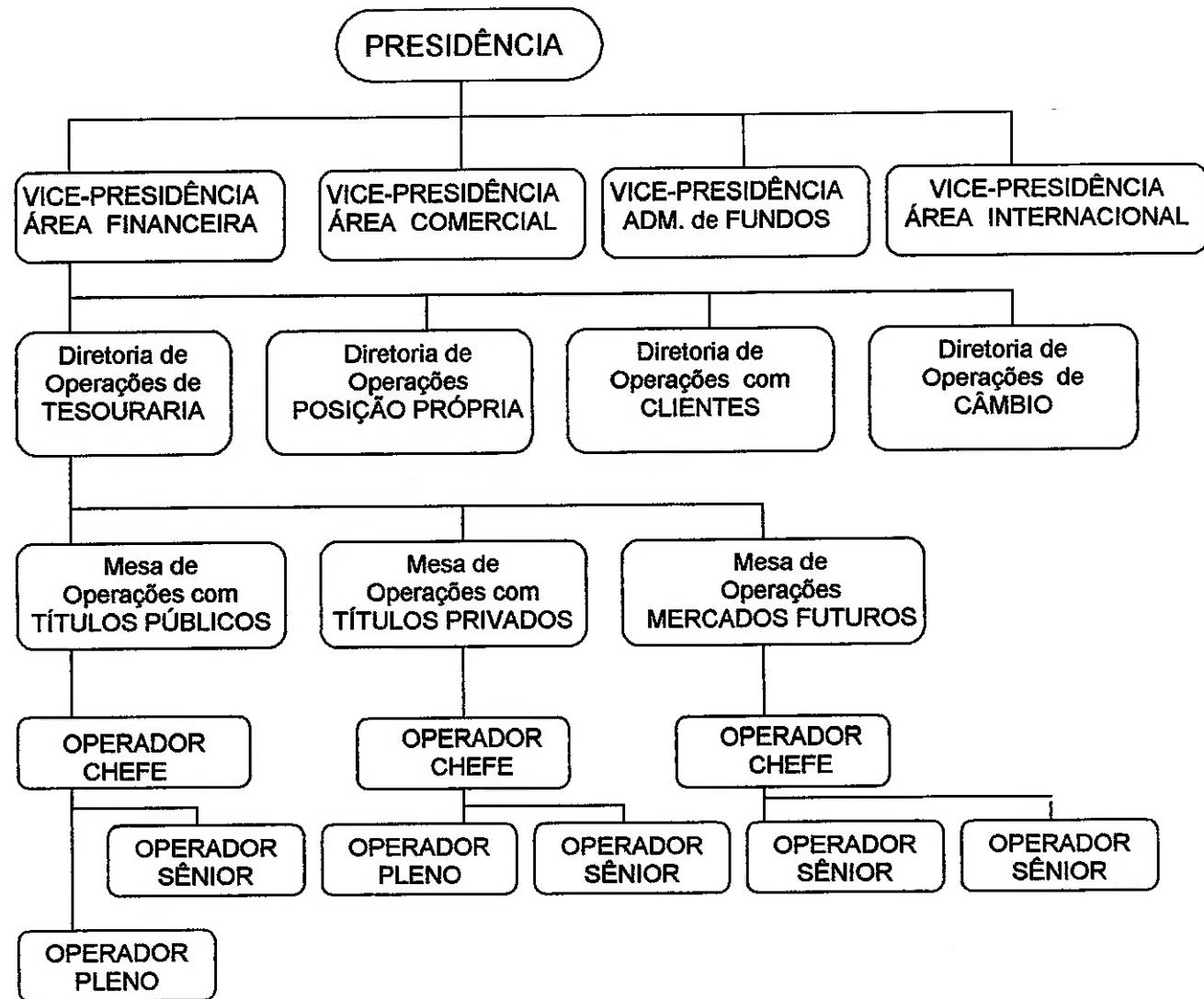


Figura 5.1 Organograma para alocação de limites.

Elaborado pelo Autor.

Os limites, conforme já mencionados, devem ser definidos pela alta gerência (Vice-Presidência). Esse limite é definido com base legal na Resolução do Banco Central do Brasil n.º 2.212⁴, a qual determina formas de cálculo para ponderar o grau de risco

⁴ Resolução n.º 2.212 – Altera dispositivos das Resoluções n.ºs 2.099, de 17/08/94, e 2.122, de 30/11/94, referência bibliográfica 13, 14, 15.

dos ativos em relação ao patrimônio líquido das instituições financeiras autorizadas a funcionar a partir desta resolução.

Após levantados todos os critério para definirmos o grau de exposição ao risco, e achado o número deste, cada diretoria deve ter seus limites especificados. Estes são variáveis pelo perfil das operações realizadas pela mesa. As mesas mais alavancadas devem ter logicamente um limite VAR maior do que de outras diretorias.

O intuito deste trabalho não é o de calcular, ou propor alguma metodologia de cálculo para definição dos limites operacionais departamentais. O intuito deste capítulo é o de propor como seriam distribuídos os limites internos da diretoria de Tesouraria. Este capítulo propõe como poderia ser uma divisão entre gerentes e operadores, e como seria feito o controle destes, que na verdade nada mais são do que um monitoramento dos ΔMtM^{MIN} s.

5.3.2 Repartição dos Limites

Philippe JORION(1997) coloca duas características para o limite das posições:

1. O VAR pode ser utilizado para alocar limite de posições em traders, produzindo um denominador comum, com posições de risco ajustadas diariamente. Por exemplo pode alocar um limite de R\$ 10 milhões sobre posições *overnight* (de 1 dia útil) ou distribuí-los em ativos de 1 ou dois anos (p.e. swaps longos).
2. O VAR pode ser utilizado para alocar limites de posições em gupos de negócios, fazendo com que cada tipo de moeda (dólar, juros etc.) seja calculado separadamente.

Após definido os limites (VAR) para as diretorias deve-se repartir o limite global da Tesouraria em iguais partes entre as gerências (mesas de operações) distintas na figura 5.1.

Portanto, a proposta deste trabalho é a de que cada mesa tenha 33,33% disponibilizado como limite, sendo deste total 20% (6,67% por mesa) responsabilidade do diretor. O restante dos 33,33% (26,66%) devem ser divididos entre os operadores (chefe, sênior e pleno). Onde de 26,66% realocamos 50% (13,33% do total da mesa) para

operador chefe, 25% (6,67% do total da mesa) para cada um dos outros dois operadores, de acordo com a figura 5.2.

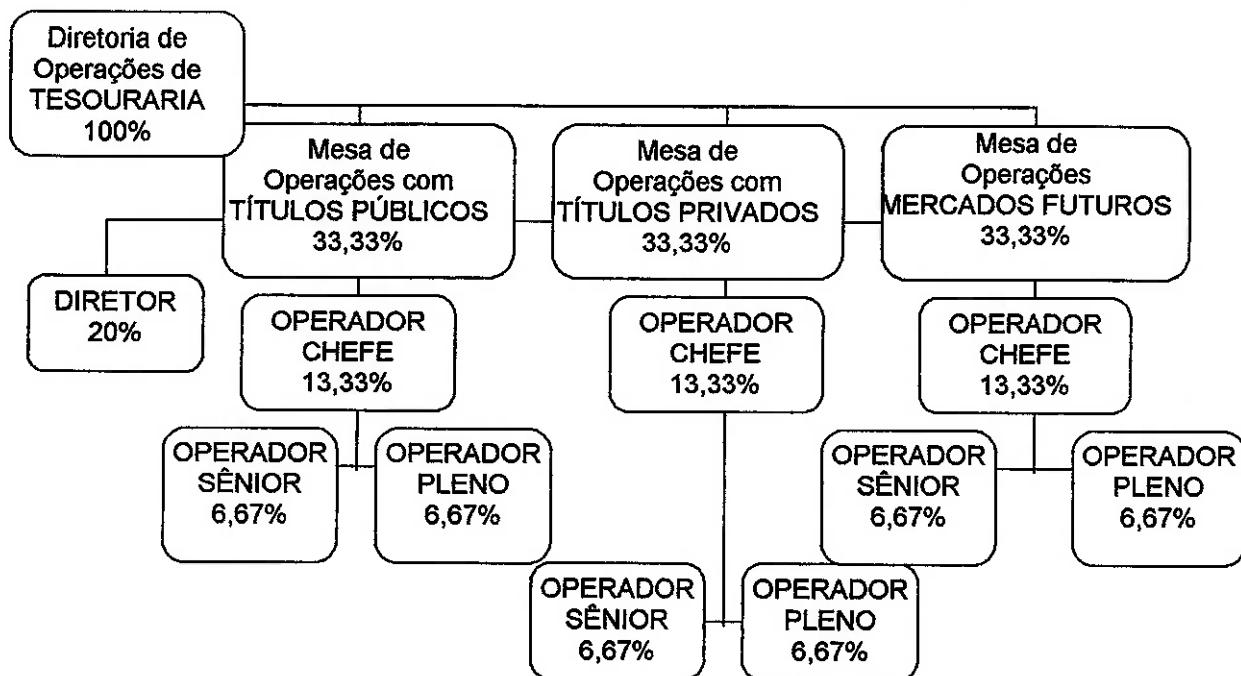


Figura 5.2 Organograma da alocação dos limites.

Elaborado pelo Autor. Adaptado de Setting VAR Limits –JORION(1997).

5.4 VAR como ferramenta de avaliação de performance

O VAR pode ser utilizado como ferramenta de avaliação de performance. Para tanto JORION (1997) classifica em 4 níveis as etapas para avaliação da performance.

- **Nível Estratégico**

A performance com risco ajustado diariamente pode ser utilizada para identificar atividades de negócios que adicionam maiores valores para seus serviços, por exemplo os *portfolios* gerenciados pela empresa, ou área da empresa (mesa de Tesouraria).

- **Nível Tático**

A utilização de um sistema de controle de risco provém uma solução para o problema de “*moral hazard*”⁵. Este problema é comumente encontrado em instituições financeiras, que lidam com pessoas que estão sujeitas ocorrências deste problema.

- **Medição de performance**

A performance pode ser medida utilizando:

1. Índice *Sharpe*, índice da média do retorno da volatilidade total. Definido pela equação 5.1:

$$S_i = \frac{\bar{R}_i - R_f}{\sigma(R_i)} \quad (5.1)$$

onde:

S_i = *índice sharpe*,

R_i = *retorno do ativo i*

\bar{R}_i = *retorno médio*

$\sigma(R_i)$ = *volatilidade do total do retorno*;

⁵ *Moral Hazard* é o risco de uma ocorrência indesejada, onde parte da transação possa não ser computada no contrato por boa fé, ou seja, algum fator que impeça que uma operação tenha informações desencaminhadas sobre seus ativos, responsabilidades ou capacidade de crédito, ou tenha algum incentivo para se expor em raros riscos em tentativa de lucros antes de definidos detalhes e estudos da operação.

Em termos do *VAR* a mesma equação pode ser descrita abaixo:

$$S_i = \frac{Lucro_i}{Var_i} \quad (5.2)$$

2. Índice *Treynor*⁶, índice da média do retorno do *beta* (β) definido pela equação 5.3:

$$T_i = \frac{\bar{R}_i - R_F}{\beta(R_i, R_p)} \quad (5.3)$$

onde:

T_i = índice *treynor*,

R_i = retorno do ativo i

\bar{R}_i = retorno médio

$\beta(R_i, R_p)$ = beta do retorno;

Em termos do *VAR* a equação 5.2 pode ser descrita abaixo como:

$$T_i = \frac{Lucro_i}{Var \times \omega_i \times \beta(R_i, R_p)} \quad (5.4)$$

O índice *Sharpe* volta-se à volatilidade de *posições de trade*⁷. Se as *posições de trade* tem uma baixa correlação entre as demais *posições* do banco, será mais apropriado focar em sua contribuição no risco total do banco β .

⁶ Definido na referência bibliográfica [JORION(1997)] e citado em <http://woodchuck.tiaa-cref.org/libser/psi/docs/measure.html>

⁷ *Posições* geralmente independentes e com característica mais agressivas e *posições* mais curtas.

- **Calibração do modelo**

A calibração do modelo deve ser feita com base na definição do intervalo de confiança no qual deseja que o modelo atue. O intervalo de confiança deve ser definido pela alta gerência, e no caso do trabalho é definido pelo próprio Vice-Presidente Financeiro. Como se trata de um banco conservador e líder de mercado, é de interesse que o modelo não falte com prudência em suas previsões, e para tanto o modelo trabalha com um intervalo de confiança de 99%. Este número não é tão alto quando se fala de um mercado altamente volátil, caso do brasileiro.

O índice de eficiência, definido em J.P. MORGAN (1996) está definido pela expressão 5.5.

$$E_i = \frac{\sigma_{\text{observado}}(R_i)}{\sigma_{\text{previsto}}(R_i)}$$

onde

E_i = índice de eficiência do risco.

$\sigma(R_i)$ = volatilidade do retorno (observada e prevista).

5.5 Tecnologia da Informação

O relatório G30 cita que: "Os bancos que conseguiram integrar seus sistemas de gerenciamento de risco e seus sistemas de back-office acharam que esta integração aumenta sua eficiência operacional e sua eficácia".

5.5.1 Sistemas de informação

Em conjunto com o modelo de risco, deve-se ter um conjunto de sistemas que incluem:

- **Sistemas Operacionais**, ou sistemas de *front-office*: são sistemas utilizados pelos traders, no qual me incluo entre os mesmos. Devem ser sistemas que tenham finalidades de medir, operacionalizar e acompanhar as operações. Cito que o banco no qual esta se implantando o modelo de risco tem uma alta equipe de profissionais (*traders* e *analistas*) que trabalham, e já vinham trabalhando no desenvolvimento destes sistemas;
- **Sistemas de Controle**, ou sistemas de *back-office*: são os sistemas utilizados em lançamentos de operações e acompanhamento das mesmas. Novamente diga-se que o banco em questão possui uma completa gama destes tipos de sistemas;
- **Sistemas de controle de risco**, são os sistemas que controlarão os riscos das diversas áreas e mesas do banco. Este sistema tem como característica diversos módulos de cálculos, cada qual com sua função (volatilidade real e estimadas, previsão de curvas, cálculo do risco por um modelo definido (VAR) etc.), que monitorarão operadores e o risco global das posições do banco.

5.5.2 Desafios do sistema de informação

Na implementação do modelo existem dificuldades citadas em JORION(1997) e conferidas no próprio dia a dia do banco:

- **Integração de sistemas não compatíveis**, podemos citar um exemplo vivenciado no banco. Existe um sistema de grande porte, que apesar de desatualizado e necessitando de atualizações freqüentes, não podem ser simplesmente desativados. Houve no banco a necessidade de se adequar os novos sistemas, geralmente trabalhados em outras plataformas, aos computadores de grande porte e não tão flexíveis;
- **Resistência organizacional à desafios**. Novamente, por se tratar de um banco conservador, existiu principalmente partindo das antigas gerências, que por simples desconhecimento apresentavam certa resistência à implementação aos novos conceitos de gerenciamento. Deve-se ter a alta gerência (vice-presidência) diretamente envolvida com este processo de informatização de sistemas.
- **Alto custo**. Não foi função deste trabalhar avaliar economicamente este projeto de risco. Mas pode-se dizer, pela própria experiência, que pelas posições financeiras, que por algum motivo não eram controladas, e factíveis a uma alta variação de seus preços, compensariam um alto custo do projeto, seja ele qual for.

5.5.3 Fluxo da informação

Um sistema de gerenciamento de risco pode ser definido em três plataformas básicas:

1. **Plataforma de Análises:** onde estariam as coletas de dados do mercado;
2. **Plataforma de Posições:** informações completas sobre posições de *traders* e posições globais por área (diretoria, mesa de operações etc), decompostas em fatores de risco (volume, prazos, taxas, liquidez etc).
3. **Plataforma de Gerenciamento de risco** – é a plataforma que integra análises(1) e posições(2) com o intuito de devolver como informações de risco e crédito.

O fluxo está esquematizado na figura 5.3.

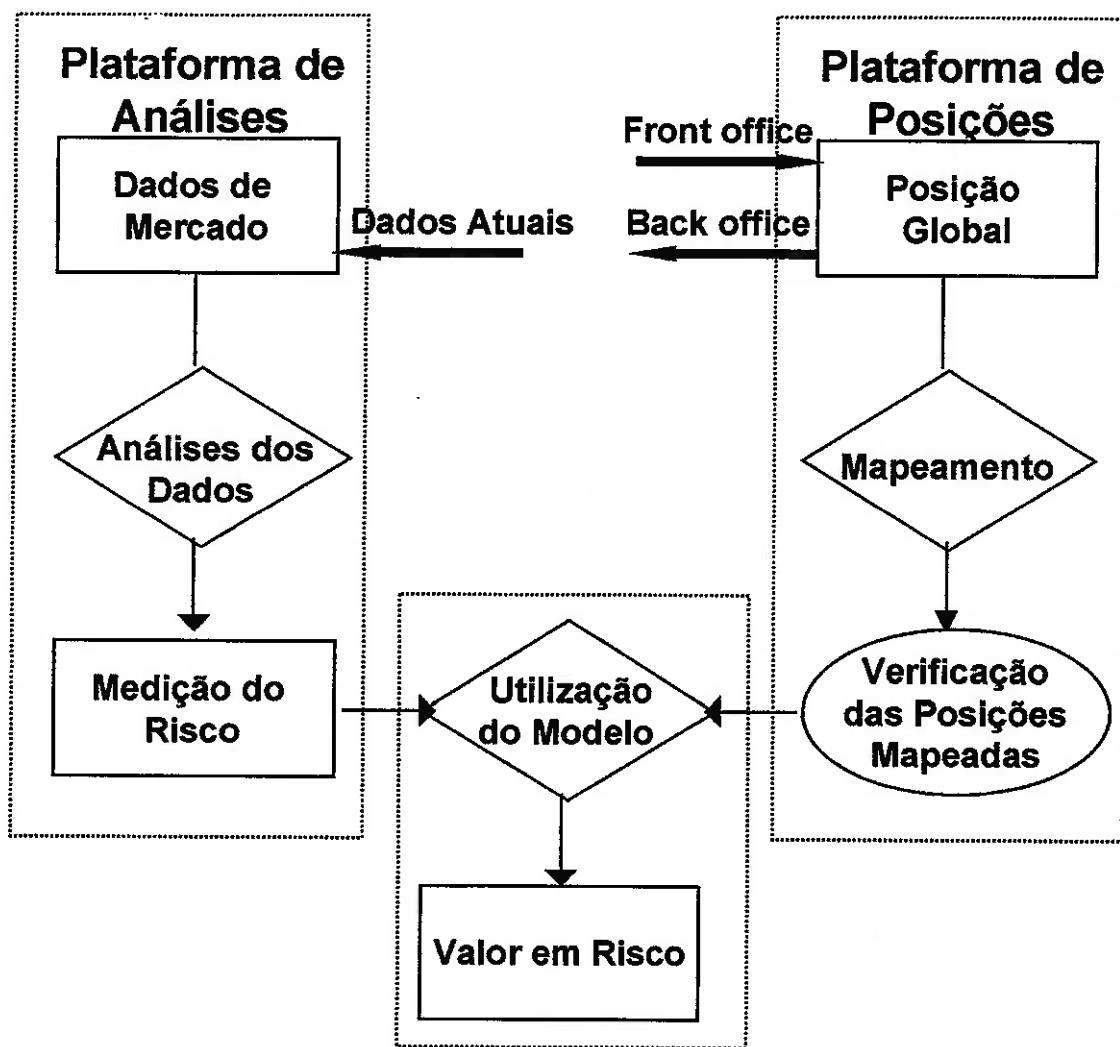


Figura 5.3 Fluxograma do sistema de informação do modelo de risco

Adaptado de JORION(1997)

Capítulo 6

Conclusões e recomendações

6.1 Introdução

Após a construção do modelo de gerenciamento deve-se expor algumas das dificuldades do sistema e recomendações achadas oportunas. As dificuldades levam em consideração parâmetros utilizados, metodologia de cálculo e modelos de previsão. As recomendações se baseiam em fatos existentes na simulação e experiências dos profissionais do mercado.

6.2 Conclusões

6.2.1 Quanto ao fator de risco

Através das observações de um ano passadas entre os períodos de outubro de 1997 e setembro de 1998 verifica-se grande volatilidade nas taxas de juros, em especial nos prazos mais longos.

Para um intervalo de confiança de 99%, imposto pela alta gerência, o fator de segurança para o risco tem seu valor tabelado em 2,33. Porém, é verificado pelas observações do último ano, que nos vértices de prazos mais curtos encontram-se pontos fora deste intervalo.

Pode-se concluir a respeito deste detalhe que:

- os prazos mais curtos não reagiram na mesma proporção dos mais longos, devido à expectativa do mercado, política monetária e liquidez;
- os prazos mais longos tem sua distribuição mais próxima de uma curva normal, sendo a ocorrência de uma elevação abrupta de taxas dentro do esperado utilizando fator de risco adequado;

5.6.2 Quanto à constante de alisamento

- A constante encontrada pelo MS-Solver neste trabalho tem valor de 0.990, o que é muito parecida da utilizada pelo banco e encontrada na maioria das bibliografias.

5.6.3 Quanto ao modelo em geral

O trabalho realizou uma simulação do modelo no mês em que o país elevou suas taxas de juros por conta da crise financeira. A elevação das taxas ocasionou um grande aumento da volatilidade¹, e o modelo informou os volumes de reversão de posições que estariam gerando maior risco, com respeito às restrições de liquidez.

A reversão é feita pela operação inversa, ou seja, se o VAR apontou estouro em posições aplicadas, capta-se volumes próximos a estes, a fim de que qualquer variação novamente negativa seja compensada pela captação feita. Estas operações podem ser feita entre bancos, ou nos mercados derivativos da BM&F, com operações sintéticas² de captação e aplicação.

O aumento demasiado do VAR pela subida das taxas é o caso mais normal para acontecer, confirmado pelos gráficos do anexo G, que mostram as oscilações de subida de taxas mais intensas e freqüentes do que as de queda.

O modelo se mostrou preciso quando simulado. O modelo foi muito sensibilizado quando a volatilidade das taxas começaram a cair. Esse fato está muito bem verificado quando houve uma sinalização de queda de volatilidade (a partir de 18/09/98), com modelo apontando grandes volumes para maior exposição do banco.

¹ Apresentado no anexo H.

² Operações feitas nos mercados de derivativos (mercado futuro, swap de taxas etc.), onde não ocorre desembolso de caixa, sendo as operações liquidadas apenas pelos ajustes.

Se ao invés da simulação tivesse ocorrido esse cenário, com o mesmo *portfolio*, e o banco utilizasse os *outputs* do modelo, certamente ter-se-ia feito uma ótima carteira, visto que as taxas de juros estão em um patamar muito menor do que no mês de Setembro de 1998.

O modelo deixou de utilizar o primeiro vértice em todas as simulações. Já era de se esperar, pois o primeiro vértice (1 dia útil) tem impacto muito pequeno no VAR, quase que desprezível.

Deve-se deixar claro que este, e outros modelos devem ter ainda um bom trabalho de análise prévia de taxas de juros e cenários. Este modelo é apenas uma ferramenta de apoio à decisão. Se o modelo apontar folga de limite, como apontou na simulação, mas a decisão é de não se expor mais do que já ocorre, nada deverá ser realizado. Caso contrário pode-se utilizar os volumes e prazos indicados pelo modelo e realizados pela simulação.

6.3 Recomendações

6.3.1 Quanto ao fator de risco

Pode-se estudar posteriormente, a utilização de diferentes fatores de risco em diferentes vértices para medir o valor em risco (VAR), visto que mudanças na política monetária acabam por interferir mais nas variações dos prazos curtos, principalmente nos vértices 2 e 3 verificados pelo anexo F.

Os retornos utilizados nos cálculos das volatilidades ultrapassaram mais vezes o intervalo de confiança de 99% do que os de longo prazo. Deve-se então aumentar a preocupação com altas posições de curto prazo, quando em épocas de crise estão mais sujeitas a inesperadas variações.

6.3.2 Quanto ao fator de risco

A equipe de risco do banco tem consciência dos problemas ocasionados pela má estimativa da constante de alisamento, que na verdade seria um problema do modelo para previsão. Para tanto já vem tomando algumas medidas, como:

- estudo de novos modelos de previsão;
- ampliação da equipe dedicada ao estudo estatístico e controle de risco;
- especialização das equipes por tipo de mercado (dólar, juros, TR etc.), uma vez que modelos mais complexos de previsão não são facilmente adaptados a diferentes mercados.

6.3.2 Quanto ao limite do VAR

Na simulação verificou-se que após o aumento abrupto das taxas, por volta do dia 08 de setembro, estas não mais voltaram a subir. Com esta análise pode-se propor à mesa de operações de tesouraria:

- que em mercados voláteis como os de hoje se deixe uma folga em relação ao limite permitido e o calculado. Pois quando surgirem oportunidades verificadas pela simulação que a ordem não seja de reversão e sim de exposição, sempre respeitando os limites máximos do VAR.
- a folga deve servir também para deficiências do fator de risco.
- a folga deve também servir para que não ocorra estouro do limite VAR em comparação com o limite θ do modelo, definido pelo banco.

BIBLIOGRAFIA

1. ALMEIDA JÚNIOR, A. F. **Um modelo de otimização de “Portfólio” de ações.** São Paulo, 1995. Trabalho de Formatura – EPUSP / Departamento de Engenharia de Produção.
2. BARBANCHO, A. G. **Fundamentos e Possibilidades da Econometria.** Rio de Janeiro : Forum Editora, 1970. p. 18 - 32.
3. BESSADA, O. **O Mercado Futuro e de Opções.** Rio de Janeiro, Editora Record, 1994.
4. COMPTON, E.N. **Princípios das Atividades Bancárias.** São Paulo, IBCB, 1990.
5. COSTA NETO, P.L.O. e CYMBALISTA, M. **Probabilidades.** São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1974.
6. COSTA NETO, P. L.O. **Estatística.** São Paulo, Editora Edgard Blücher, 1977.
7. FARIA, S. **Curso de Álgebra.** Rio de Janeiro, Editora Globo, 1960.
8. GRANGER, C. W. J.; NEWBOLD, Paul. **Forecasting Economic Time Series.** New York : Academic Press, 1977.
9. JORION, P. **Value at Risk.** IRWIN, Editora Mc Graw-Hill, 1997.
10. LA ROCQUE, E.C. e GARCIA, M.G.P. **Um Estudo sobre a Volatilidade do mercado futuro de taxas de juro no Brasil.** Resenha BM&F. São Paulo, n º 117, pág. 21–44, 05/1997.
11. MARKOWITZ, H. **Portfolio Selection: Efficient diversification of investments.** New York, John Wiley&Sons, 1959.
12. MORETTIN, P. A. ;TOLOI, C. M. C. **Modelos para Previsão de Séries Temporais.** 13.º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro, 1981.
13. **Resoluções do Banco Central do Brasil.**

<http://lira.bcb.gov.br/ixpress/correio/correio/detalhamentocorreio.dml?numero=94163143&assunto=resolucao+n.+002099>

14. Resoluções do Banco Central do Brasil.

<http://lira.bcb.gov.br/ixpress/correio/correio/detalhamentocorreio.dml?numero=95236537&assunto=resolucao+n.+002122>

15. Resoluções do Banco Central do Brasil.

<http://lira.bcb.gov.br/ixpress/correio/correio/detalhamentocorreio.dml?numero=95892451&assunto=resolucao+n.+002212>

16. Revista Money 05/1997

17. SCHRICKEL, W.K. Análise de Crédito: Concessão e Gerência de Empréstimos.

São Paulo, Editora Atlas, 1994.

18. SOUZA, R. C. Modelos Estruturais para Previsão de Séries Temporais : Abordagens Clássica e Bayesiana. In : 17º Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro, 1989.

19. The Wall Street Journal 06/1997

20. WHEELWRIGHT, S. C.; MAKRIDAKIS, Spyros. Forecasting Methods for Management. 4th edition. New York : John Wiley & Sons Inc, 1985.

ANEXO A

Demosntração da fórmula do risco.

(apresentada na expressão 3.5 do trabalho)

Da definição da fórmula da variância, em (1):

$$\sigma_p^2 = E(R_p - \bar{R}_p)^2 \quad (1)$$

$$R_p = X_1 R_1 + X_2 R_2 \quad (2)$$

onde:

σ_p^2 = variância do portfolio

\bar{R}_p = retorno médio do portfolio.

X_i = participação do ativo i no portfolio.

Da expressão (1) e (2) realocando:

$$\sigma_p^2 = E[X_1 R_1 + X_2 R_2 - X_1 \bar{R}_1 + X_2 \bar{R}_2]^2 \quad (3)$$

$$\sigma_p^2 = E[X_1 (R_1 - \bar{R}_1) + X_2 (R_2 - \bar{R}_2)]^2$$

$$\sigma_p^2 = E[X_1^2 (R_1 - \bar{R}_1)^2 + X_2^2 (R_2 - \bar{R}_2)^2 + 2X_1 (R_1 - \bar{R}_1) X_2 (R_2 - \bar{R}_2)]$$

$$\sigma_p^2 = X_1^2 E[(R_1 - \bar{R}_1)^2] + X_2^2 E[(R_2 - \bar{R}_2)^2] + 2X_1 X_2 E[(R_1 - \bar{R}_1)(R_2 - \bar{R}_2)]$$

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 E[(R_1 - \bar{R}_1)(R_2 - \bar{R}_2)] \quad (4)$$

O termo da expressão 4, $E[(R_1 - \bar{R}_1)(R_2 - \bar{R}_2)]$, é a medida de quanto os retornos R_1 e R_2 oscilam juntos. Estatisticamente é definido como a covariância entre eles, apresentado em diversas literaturas pelo símbolo σ_{12} .

Simplificando a expressão 4:

$$\sigma_p = \sqrt{X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{12}} \quad (5)$$

ANEXO B

Demonstração da fórmula de combinações

Suponhamos o quadro abaixo de arranjos de n (colunas) elementos p a p , cujo número de acordo com notação convencionada é A_n^p .

12	21	31	41	51
13	23	32	42	52
14	24	34	43	53
15	25	35	45	54

Neste quadro há n colunas e cada coluna, conforme a notação estabelecida, tem A_{n-1}^{p-1} arranjos, ou seja, arranjo de 4, 1 a 1. Logo o número total de arranjos é $n \times A_{n-1}^{p-1}$; então

$$A_n^p = n \cdot A_{n-1}^{p-1} \quad (1)$$

Aplicando (1) sucessivamente obtemos:

$$A_{n-1}^{p-1} = (n-1) \cdot A_{n-2}^{p-2}$$

$$A_{n-2}^{p-2} = (n-2) \cdot A_{n-3}^{p-3}$$

⋮

$$A_{n-p+3}^3 = (n-p+3) \cdot A_{n-p+2}^2$$

$$A_{n-p+2}^2 = (n-p+2) \cdot A_{n-p+1}^1$$

$$A_{n-p+1}^1 = n-p+1$$

Multiplicando membro a membro as igualdades e suprimindo os fatores comuns aos dois membros do produto, obtemos:

$$A_n^p = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-p+1) \quad (2)$$

O número calculado por (2) é exatamente todos os arranjos de n números p a p . O número que desejamos será o número de combinações deste conjunto, denotado C_n^p . As combinações serão todos os números de arranjos de (2) menos os arranjos que diferem

apenas por posição, ou seja, cada combinação do conjunto fornece tantos arranjos (existentes em (2)) quantas são as permutações dos p elementos da combinação, denotado por P_p . Sendo assim, o número total de arranjos em (2) pode também ser denotado por $C_n^p \times P_p$, logo

$$C_n^p \times P_p = A_n^p \quad \therefore \quad C_n^p = \frac{A_n^p}{P_p} \quad .$$

ANEXO C

Demonstração da igualdade entre ΔMtM calculado por taxa dia e taxa ao período.

Como é de conhecimento do leitor, temos que:

$$(1+I_{t-k})^{n+k} = (1+i_{t-k}) \text{ para } \forall t, k \in \mathbb{N}^1 \quad (1)$$

Portanto, falta provar que $(1+J_t)^n = (1+j_t)$. A demonstração segue abaixo:

$$(1+J_t)^n = \left(1 + \sqrt[n]{\frac{(1+I_{t-1})^{n+1}}{(1+DI_{t-1})}} - 1\right)^n = \left(\sqrt[n]{\frac{(1+I_{t-1})^{n+1}}{(1+DI_{t-1})}}\right)^n =$$

$$= \frac{(1+I_{t-1})^{n+1}}{(1+DI_{t-1})} = \frac{(1+i_{t-1})}{(1+DI_{t-1})} = (1+j_t), \text{ portanto } (1+J_t)^n = (1+j_t) \quad (2)$$

De (1) e (2) vem que:

$$\frac{C}{(1+I_t)^n} - \frac{C}{(1+J_t)^n} = \frac{C}{(1+i_t)} - \frac{C}{(1+j_t)}$$

¹ Lembre-se que a data t está a n dias do vencimento, ou seja, a data $t-k$ está a $n+k$ dias do vencimento

ANEXO D

Demonstração da aproximação entre as variáveis discretas e contínuas

1. Aproximação Utilizando o Polinômio de Taylor

É bastante comum o uso de aproximações na construção das variáveis VP_t e VT_t . Pelo menos uma destas aproximações é baseada no Polinômio de Taylor que é apresentado abaixo.

O Teorema de Taylor afirma que se uma função $f(x)$ possui a $(n+1)$ derivada contínua nas proximidades de um valor c , então $f(x)$ pode ser aproximada, nas proximidades de c , pelo polinômio de ordem n que segue:

$$f(x) = f(c) + \frac{df}{dx} \Big|_{x=c} (x - c) + \frac{d^2 f}{dx^2} \Big|_{x=c} \frac{(x - c)^2}{2!} + \dots + \frac{d^n f}{dx^n} \Big|_{x=c} \frac{(x - c)^n}{n!} + \text{Resto}$$

onde: $\frac{d^k f}{dx^k} \Big|_{x=c}$ é a k -ésima derivada de $f(x)$ no ponto c ;

Resto é uma função da $(n+1)$ derivada e da distância entre x e c .

Utilizando o Teorema de Taylor, podemos calcular o Polinômio de Taylor de ordem 1 da função Ln . O polinômio em questão é dado por:

$$Ln(x) \approx Ln(c) + \frac{1}{c}(x - c)$$

Fazendo $c=1$, temos que:

$$Ln(x) \approx Ln(1) + \frac{1}{1}(x - 1) = x - 1$$

Isto significa que para x próximo de 1, tem-se que $Ln(x) \approx x - 1$.

Observe que se escolhermos $x = \frac{i_t + 1}{j_t + 1}$ temos que:

$$\ln\left(\frac{i_t + 1}{j_t + 1}\right) \approx \frac{i_t + 1}{j_t + 1} - 1 = \frac{(i_t + 1) - (j_t + 1)}{j_t + 1} = \frac{i_t - j_t}{j_t + 1} = VP_t$$

$$\ln\left(\frac{i_t + 1}{j_t + 1}\right) \approx VP_t$$

Por outro lado, observe que se escolhermos $x = \frac{i_t}{j_t}$ temos que:

$$\ln\left(\frac{i_t}{j_t}\right) \approx \frac{i_t}{j_t} - 1 = \frac{i_t - j_t}{j_t} = VT_t$$

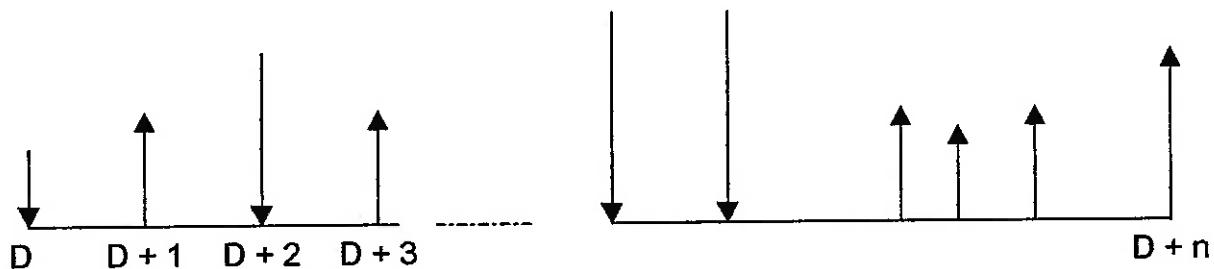
$$\ln\left(\frac{i_t}{j_t}\right) \approx VT_t$$

ANEXO E

Alocação do portfolio fictício nos vértices

Para alocação do *portfolio* nos vértices segue-se as etapas abaixo:

1. Definição do *portfolio* a ser alocado, com fluxos de entradas e saídas conforme esquematizado abaixo;



onde:

D = data inicial

n = número de dias para vencimento do último ativo/passivo do *portfolio*;

2. Definição dos vértices para alocação dos dados:

- 1, 21, 42, 63, 126, 189 e 252 dias úteis.
3. Cálculo das volatilidades para cada vértice e cada dia em que exista algum fluxo;
4. Cálculo da matriz de correlação entre vértices
5. Distribuição dos pesos dos fluxos de caixa nos vértices, pela relação entre os mesmos definido na seção 4.7.3 pelas seguintes expressões:

$$\sigma_{fluxo}^2 = X_n^2 \sigma_n^2 + X_{n+1}^2 \sigma_{n+1}^2 + 2X_n X_{n+1} \rho_{n,n+1} \sigma_n \sigma_{n+1}$$

$$X_n + X_{n+1} = 1$$

6. Por se tratar de uma equação de segundo grau teremos duas raízes como resposta ao sistema descrito acima, deve-se então descartar a raiz inadequada à montagem do *portfolio* alocado, no caso a raiz negativa.
7. Neste anexo está apresentado a alocação do dia 02/09/98, os outros prazos de fluxos alocados não estão expostos.

PORTFOLIO

01/09/98

Vértices	Vencimento	Cash Flow	IMPACTO do FLUXO			σ^* (prevista)	Correlação	X_1	X_2
			VÉRTICES	VÉRTICE n	VÉRTICE n+1				
1	01/10/98	1.272.820	9.034.862	530.266	184.315	-0.005678%	3.109%	$\rho_{1,1}$	0.7421 0.2579
02/10/98	714.580	1.211.294	822.323	388.971	-0.011515%	0.6789 0.3211			
03/10/98	1.435.952	1.435.952	703.737	732.215	-0.017355%	0.4901 0.5099			
04/10/98	1.299.007	1.299.007	421.194	877.813	-0.023198%	0.3242 0.6758			
05/10/98	364.300	607.456	218.342	145.353	-0.029044%	0.6010 0.3990			
10/09/98	1.476.829	1.476.829	351.499	255.959	-0.034877%	0.5786 0.4214			
11/09/98	658.657	985.787	18.802	639.855	-0.040704%	0.0285 0.9715			
14/09/98	731.167	152.035	552.770	433.017	-0.046534%	0.5607 0.4293			
15/09/98	609.910	747.903	1.811.600	58.150	-0.052397%	0.2079 0.7921			
17/09/98	1.476.829	751.972	693.822	230.416	-0.081612%	0.7538 0.2462			
18/09/98	936.058	220/09/98	705.640	409.860	-0.087475%	0.6650 0.3650			
21/09/98	1.343.822	23/09/98	934.004	409.818	-0.092378%	0.1575 0.8425			
24/09/98	990.605	24/09/98	158.000	834.607	-0.098121%	0.8160 0.1840			
25/09/98	(739.920)	28/09/98	(603.776)	(136.144)	-0.105004%	0.1639 0.8381			
28/09/98	992.498	29/09/98	162.692	829.775	-0.110794%	0.2524 0.7676			
29/09/98	342.888	342/09/98	79.702	263.187	-0.110794%				
21	30/09/98	323.435	14.621.630	7.762.242	7.668.498	-0.116880%	96.542%	$\rho_{2,1}$	0.3183 0.6817
01/10/98	1.280.851	407.638	873.213	-0.10772%					
02/10/98	555.872	1.032.613	445.498	110.374	-0.121951%	0.8014 0.1986			
05/10/98	(16.016)	05/10/98	158.150	874.463	-0.138036%	0.1532 0.6488			
06/10/98	523.069	1.380.334	(36.807)	(69.411)	-0.150029%	0.3453 0.6547			
07/10/98	1.380.334	08/10/98	157.028	368.041	-0.164088%	0.3002 0.6988			
09/10/98	1.076.501	13/10/98	732.035	648.299	-0.178144%	0.5303 0.4697			
13/10/98	630.830	14/10/98	561.933	514.567	-0.192311%	0.5220 0.4780			
14/10/98	685.135	15/10/98	377.236	253.594	-0.206550%	0.5980 0.4020			
15/10/98	741.188	16/10/98	112.720	582.418	-0.220389%	0.1622 0.8378			
16/10/98	(276.617)	19/10/98	544.354	198.835	-0.234978%	0.7344 0.2856			
19/10/98	482.478	20/10/98	(23.776)	(252.841)	-0.24885%	0.0890 0.9140			
20/10/98	(232.849)	21/10/98	167.553	314.895	-0.262554%	0.3473 0.6527			
21/10/98	1.069.902	22/10/98	(97.715)	(135.129)	-0.276675%	0.4197 0.5803			
22/10/98	324.960	23/10/98	723.782	348.110	-0.290812%	0.6795 0.3235			
23/10/98	1.245.245	26/10/98	49.379	275.581	-0.304818%	0.1520 0.8480			
26/10/98	371.089	27/10/98	692.922	552.324	-0.318886%	0.5585 0.4435			
27/10/98	1.283.529	28/10/98	54.157	316.932	-0.332001%	0.1459 0.8541			
28/10/98	1.356.384	29/10/98	624.735	656.784	-0.346933%	0.4867 0.5133			
29/10/98	1.363.870	30/10/98	398.772	967.088	-0.375132%	0.4088 0.5932			
30/10/98	1.383.234	31/10/98	6.599.556	8.198.775	-0.389132%	0.2909 0.7091			
31/10/98	1.054.384	03/11/98	783.339	271.045	-0.386056%	0.7429 0.2571			
04/11/98	925.285	04/11/98	536.812	388.474	-0.402575%	0.5832 0.4198			
05/11/98	544.597	05/11/98	514.128	30.488	-0.418862%	0.9441 0.0559			
06/11/98	1.307.384	06/11/98	972.150	335.234	-0.435277%	0.7436 0.2564			
09/11/98	(133.027)	10/11/98	(126.984)	(6.063)	-0.451555%	0.9544 0.0456			
10/11/98	(272.592)	11/11/98	(172.095)	(100.527)	-0.468124%	0.6312 0.3688			
11/11/98	1.445.806	12/11/98	594.132	85.674	-0.484488%	0.4109 0.5891			
12/11/98	577.710	13/11/98	215.875	361.835	-0.50812%	0.3737 0.6263			
13/11/98	1.007.587	13/11/98	62.934	944.853	-0.517215%	0.0625 0.9375			
16/11/98	327.414	16/11/98	205.801	121.613	-0.533526%	0.6286 0.3714			

* Cáculada com base nas médias móveis dos últimos 25 dias úteis

Vértices	Vencimento	Cash Flow	IMPACTO do FLUXO		σ* (prevista)	* Cálculada com base nas médias móveis dos últimos 25 dias úteis	
			VÉRTICES	VÉRTICE n			
17/11/98	1.350.850	482.005	888.325	-0.549800%	0,3568	0,6432	
18/11/98	823.208	456.318	386.890	-0.588326%	0,5543	0,4457	
19/11/98	(498.693)	(77.203)	(421.489)	-0.582799%	0,1548	0,8452	
20/11/98	1.082.976	660.532	422.446	-0.589113%	0,6939	0,3801	
23/11/98	1.239.870	315.162	924.708	-0.615446%	0,2542	0,7458	
24/11/98	(348.816)	(512.581)	(336.235)	-0.631787%	0,6039	0,3861	
25/11/98	1.438.893	1.285.185	153.703	-0.648318%	0,9332	0,1068	
26/11/98	(188.527)	(17.724)	(170.803)	-0.664448%	0,0940	0,9060	
27/11/98	844.586	447.581	387.005	-0.680949%	0,5239	0,4701	
30/11/98	1.300.004	849.970	490.034	-0.697425%	0,6538	0,3462	
63	01/12/98	1.160.397	36.068.167	7.475.383	5.893.497	-0.698832%	p ₁₅
02/12/98	1.078.194	698.818	379.377	-0.699498%	0,6481	0,3519	
03/12/98	762.770	430.267	332.503	-0.699232%	0,5841	0,4359	
04/12/98	480.894	40.526	440.086	-0.69926%	0,0849	0,9151	
07/12/98	1.175.555	1.155.284	20.270	-0.699340%	0,9328	0,0172	
08/12/98	1.440.871	1.246.742	194.126	-0.694855%	0,8853	0,1347	
09/12/98	(106.516)	(44.656)	(81.860)	-0.694481%	0,4192	0,5808	
10/12/98	910.506	549.139	361.368	-0.694599%	0,6031	0,3969	
11/12/98	899.846	350.823	549.023	-0.693774%	0,3899	0,6101	
14/12/98	1.198.741	1.048.402	0.693336%	-0.1254	0,8746		
15/12/98	1.149.728	1.034.342	115.386	-0.692566%	0,6966	0,1004	
16/12/98	1.283.680	750.282	543.387	-0.692287%	0,5800	0,4200	
17/12/98	543.400	542.884	537	-0.692201%	0,9590	0,0010	
18/12/98	(509.639)	(261.422)	(248.217)	-0.691758%	0,5130	0,4670	
21/12/98	1.333.066	1.253.886	79.490	-0.691486%	0,9494	0,0596	
22/12/98	359.180	90.243	268.937	-0.69030%	0,2512	0,7488	
23/12/98	1.324.451	948.801	375.850	-0.690411%	0,7182	0,2836	
24/12/98	1.248.141	283.387	984.773	-0.690181%	0,2270	0,7730	
28/12/98	306.041	271.942	34.086	-0.689728%	0,8885	0,1114	
29/12/98	1.443.563	1.403.452	40.447	-0.689321%	0,9720	0,0280	
30/12/98	1.100.084	271.168	828.916	-0.688869%	0,2495	0,7535	
31/12/98	1.243.668	83.194	1.160.474	-0.688864%	0,0869	0,9331	
04/01/99	1.377.975	244.826	1.133.147	-0.687914%	0,1777	0,8223	
05/01/99	413.898	53.885	380.013	-0.687501%	0,1302	0,8698	
06/01/99	(298.679)	(165.228)	(41.482)	-0.687717%	0,7934	0,2006	
07/01/99	615.738	317.888	297.870	-0.688690%	0,5162	0,4838	
08/01/99	982.901	196.477	786.423	-0.688540%	0,1999	0,8001	
11/01/99	883.606	339.452	544.194	-0.688624%	0,3842	0,6158	
12/01/99	710.061	79.250	630.811	-0.685768%	0,1116	0,8884	
13/01/99	330.905	111.100	219.895	-0.685415%	0,3357	0,8843	
14/01/99	1.137.867	655.415	482.452	-0.684893%	0,5760	0,4240	
15/01/99	308.488	42.529	265.959	-0.684509%	0,1379	0,8821	
18/01/99	1.481.994	234.363	1.247.631	-0.684273%	0,1581	0,8419	
19/01/99	482.073	148.975	333.098	-0.683880%	0,3090	0,8910	
20/01/99	903.880	304.073	145.657	-0.683648%	0,1938	0,8962	
21/01/99	751.516	605.859	227.107	-0.683294%	0,6940	0,3060	
22/01/99	988.501	665.221	293.281	-0.682729%	0,1988	0,8818	
25/01/99	1.259.016	250.310	1.008.706	-0.683204%	0,7641	0,2359	
26/01/99	616.341	470.940	145.401	-0.683817%	0,3375	0,8625	
27/01/99	1.387.388	304.073	598.685	-0.683870%	0,8333	0,1687	
28/01/99	(132.987)	(6.410)	(126.578)	-0.683109%	0,0482	0,8518	
29/01/99	1.384.673	763.548	621.124	-0.683521%	0,5614	0,4486	
01/02/99	(188.796)	(149.802)	(38.994)	-0.683014%	0,7935	0,2065	

PORTFOLIO

01/09/98

* Cálculada com base nas médias móveis dos últimos 25 dias úteis

Vértices	Vencimento	Cash Flow	IMPACTO do FLUXO			σ^* (prevista)	Consolidação	X_1	X_2
			VÉRTICES	VÉRTICE n	VÉRTICE n+1				
02/02/98	486.721	376.085	108.636	-0.679323%	-0.679323%	0.7763	0.2232		
03/02/98	1.405.814	225.984	1.179.850	-0.679323%	-0.679323%	0.1607	0.8393		
04/02/98	816.515	647.982	168.532	-0.678222%	-0.678222%	0.7936	0.2064		
05/02/98	307.701	272.880	34.880	-0.676759%	-0.676759%	0.1132	0.8958		
06/02/98	1.243.963	730.985	513.383	-0.678439%	-0.678439%	0.5873	0.4127		
08/02/98	1.278.003	284.265	1.013.739	-0.677653%	-0.677653%	0.2068	0.7932		
10/02/98	1.085.398	1.074.931	10.427	-0.677480%	-0.677480%	0.9904	0.0996		
11/02/98	620.190	534.654	85.536	-0.677198%	-0.677198%	0.8821	0.1379		
12/02/98	1.200.845	859.483	341.161	-0.676421%	-0.676421%	0.7159	0.2841		
17/02/98	346.776	204.057	142.719	-0.675291%	-0.675291%	0.5984	0.4116		
18/02/98	1.005.828	286.304	719.524	-0.675670%	-0.675670%	0.2846	0.7154		
19/02/98	1.052.110	743.815	308.295	-0.675708%	-0.675708%	0.7070	0.2930		
22/02/98	1.091.504	443.201	648.303	-0.674871%	-0.674871%	0.4260	0.5940		
23/02/98	978.787	972.776	7.011	-0.674313%	-0.674313%	0.8926	0.0072		
24/02/98	306.015	285.940	20.075	-0.674045%	-0.674045%	0.9344	0.0556		
25/02/98	1.185.972	1.115.369	70.602	-0.673875%	-0.673875%	0.9405	0.0595		
26/02/98	(246.917)	(136.858)	(110.059)	-0.673213%	-0.673213%	0.5543	0.4457		
01/03/98	1.286.344	870.976	418.368	-0.673054%	-0.673054%	0.6775	0.3245		
02/03/98	1.463.447	702.791	780.656	-0.672994%	-0.672994%	0.4802	0.5198		
03/03/98	1.330.306	727.506	602.800	-0.672640%	-0.672640%	0.5469	0.4531		
126	04/03/98 (250.387)	43.799.344	28.054.273	24.364.175	0.683407%	98.0556%	$\rho_{1,1}$	0.5885	0.4315
05/03/98	673.275	23.928	649.347	-0.688687%	-0.688687%	0.0355	0.9845		
08/03/98	552.787	138.898	413.389	-0.690284%	-0.690284%	0.2513	0.7487		
09/03/98	735.074	671.777	63.297	-0.693763%	-0.693763%	0.9139	0.0861		
10/03/98	1.480.155	780.485	698.690	-0.698699%	-0.698699%	0.5273	0.4727		
11/03/98	418.853	289.006	129.848	-0.702143%	-0.702143%	0.6990	0.3100		
12/03/98	877.041	553.546	323.494	-0.706197%	-0.706197%	0.6312	0.3688		
15/03/98	734.340	556.508	177.833	-0.709793%	-0.709793%	0.7578	0.2422		
16/03/98	(271.412)	(242.560)	(28.852)	-0.71304%	-0.71304%	0.8837	0.1063		
17/03/98	351.352	75.850	275.503	-0.717796%	-0.717796%	0.2159	0.7841		
18/03/98	949.294	346.151	603.143	-0.722216%	-0.722216%	0.3848	0.6354		
19/03/98	833.517	290.376	543.141	-0.725719%	-0.725719%	0.3484	0.6516		
22/03/98	783.643	467.904	315.739	-0.728651%	-0.728651%	0.5971	0.4029		
23/03/98	1.475.368	317.830	1.157.538	-0.734022%	-0.734022%	0.2154	0.7846		
24/03/98	1.403.964	1.250.192	153.772	-0.737317%	-0.737317%	0.8925	0.1095		
25/03/98	845.178	352.431	292.747	-0.741784%	-0.741784%	0.5463	0.4537		
26/03/98	605.246	589.408	15.838	-0.74582%	-0.74582%	0.9738	0.0262		
29/03/98	1.437.494	301.935	1.135.559	-0.749485%	-0.749485%	0.2100	0.7900		
30/03/98	1.444.250	58.351	1.385.889	-0.753033%	-0.753033%	0.0404	0.3592		
31/03/98	300.367	957	299.400	-0.757100%	-0.757100%	0.0392	0.9968		
05/04/98	1.222.598	1.012.070	(190.144)	-0.777211%	-0.777211%	0.7659	0.2311		
12/04/98	454.900	308.447	146.452	-0.780599%	-0.780599%	0.8278	0.1722		
13/04/98	887.289	353.102	534.187	-0.785129%	-0.785129%	0.0597	0.9403		
14/04/98	883.882	380.215	408.502	-0.788761%	-0.788761%	0.2869	0.7131		
08/04/98	1.130.071	724.180	405.822	-0.773072%	-0.773072%	0.6408	0.3592		
09/04/98	(247.290)	(190.144)	(57.146)	-0.777211%	-0.777211%	0.7659	0.2311		
12/04/98	1.204.99	210.528	456.452	-0.780599%	-0.780599%	0.6761	0.3219		
13/04/98	881.289	1.368.077	1.368.077	-0.785129%	-0.785129%	0.3980	0.6020		
14/04/98	883.882	475.380	534.187	-0.788761%	-0.788761%	0.5378	0.4622		
15/04/98	420.020	109.821	310.199	-0.792413%	-0.792413%	0.2615	0.7385		
16/04/98	330.513	20.685	309.829	-0.796523%	-0.796523%	0.0626	0.9374		
19/04/98	(290.029)	(42.900)	(42.900)	-0.800646%	-0.800646%	0.8521	0.1479		
20/04/98	(189.630)	(91.314)	(91.314)	-0.804743%	-0.804743%	0.5185	0.4615		
22/04/98	1.177.186	76.279	100.906	-0.808306%	-0.808306%	0.0648	0.9352		

* Calculada com base nas médias móveis dos últimos 25 dias úteis

Véitices	Vencimento	Cash Flow	IMPACTO do FLUXO			σ^* (prevista)	Correlação	X_1	X_2
			VÉRTICES	VÉRTICE n	VÉRTICE n-1				
23/04/99	953.838		588.825	388.311	-2.812373%	0.5940	0.4060		
26/04/99	1.026.292		56.858	969.634	-0.816427%	0.0552	0.9448		
27/04/99	1.027.858		403.773	624.085	-0.820468%	0.3928	0.8672		
28/04/99	1.407.873		270.170	1.137.704	-0.823862%	0.1919	0.8981		
29/04/99	(392.836)		(334.912)	(57.924)	-0.827873%	0.8525	0.1475		
30/04/99	620.879		56.924	561.955	-0.832512%	0.0948	0.9551		
03/05/99	470.655		121.793	348.862	-0.835956%	0.2958	0.7412		
04/05/99	1.121.081		702.892	418.389	-0.838928%	0.6268	0.3732		
05/05/99	455.633		420	455.413	-0.843886%	0.0009	0.9991		
06/05/99	1.050.411		265.835	784.476	-0.847532%	0.2532	0.7486		
07/05/99	905.920		559.549	346.371	-0.851764%	0.6177	0.3623		
10/05/99	854.323		199.137	655.186	-0.855583%	0.2331	0.7689		
11/05/99	1.119.028		472.322	646.706	-0.859588%	0.4221	0.5779		
12/05/99	1.280.604		623.234	667.370	-0.863481%	0.4639	0.5171		
13/05/99	341.150		286.297	74.853	-0.867390%	0.7806	0.2194		
14/05/99	1.252.683		440.155	812.527	-0.871226%	0.3514	0.6486		
17/05/99	1.413.482		24.482	1.389.020	-0.875079%	0.0173	0.9827		
18/05/99	1.122.067		194.745	927.322	-0.876919%	0.1736	0.8264		
19/05/99	1.139.422		839.155	300.267	-0.883329%	0.7365	0.2635		
20/05/99	591.945		74.686	507.259	-0.887148%	0.1283	0.8717		
21/05/99	594.713		372.180	222.523	-0.890980%	0.6258	0.3742		
24/05/99	1.482.454		751.743	740.710	-0.894740%	0.5037	0.4963		
25/05/99	1.204.908		15.311	1.189.587	-0.898114%	0.0127	0.9873		
26/05/99	(219.943)		(2.406)	(121.536)	-0.902881%	0.0169	0.9591		
27/05/99	374.618		248.542	126.076	-0.907238%	0.6635	0.3365		
28/05/99	1.440.907		1.436.719	4.188	-0.910833%	0.9971	0.0229		
31/05/99	463.850		309.000	154.850	-0.915344%	0.6662	0.3338		
01/06/99	(289.643)		(173.483)	(116.180)	-0.918432%	0.5990	0.4010		
02/06/99	886.437		489.402	407.035	-0.922753%	0.5459	0.4541		
04/06/99	725.944		655.259	70.865	-0.926447%	0.9026	0.0974		
05/06/99	311.176	62.896.810	19.745.535	28.598.930	-0.930752%	99.7936%	$\rho_{1,7}$		
08/06/99	1.339.910		1.264.817	75.083	-0.934424%	0.9440	0.0560		
09/06/99	(732.972)		(594.693)	(138.279)	-0.938052%	0.8113	0.1887		
10/06/99	(168.763)		(72.803)	(95.980)	-0.942361%	0.4314	0.5686		
11/06/99	(236.226)		(212.336)	(23.890)	-0.945986%	0.8989	0.1011		
14/06/99	1.298.460		1.290.044	6.416	-0.950258%	0.9851	0.0049		
15/06/99	851.589		517.976	333.613	-0.9583870%	0.6032	0.3918		
16/06/99	1.268.474		1.012.789	255.684	-0.965115%	0.7984	0.2016		
17/06/99	498.086		302.349	195.737	-0.981705%	0.6070	0.3930		
18/06/99	519.174		402.039	117.135	-0.985934%	0.7744	0.2256		
21/06/99	1.235.753		282.546	359.911	-0.988500%	0.4218	0.5782		
22/06/99	622.457		1.078.923	161.232	-0.9873712%	0.6029	0.3971		
23/06/99	965.027		581.858	383.169	-0.988398%	0.7350	0.2650		
24/06/99	844.028		620.352	223.676	-0.977918%	0.5494	0.4506		
25/06/99	518.525		284.935	233.681	-0.981451%	0.4653	0.5347		
01/07/99	1.437.120		402.039	117.135	-0.9885934%	0.7744	0.2256		
02/07/99	768.325		1.117.483	117.770	-0.984971%	0.9047	0.0953		
05/07/99	1.240.155		473.558	294.689	-1.005116%	0.6165	0.3835		
06/07/99	1.376.880		672.155	383.868	-1.003626%	0.8488	0.3512		
07/07/99	595.986		548.663	47.334	-1.012704%	0.9206	0.0794		
07/07/99	594.986		140.205	454.753	-1.017526%	0.2357	0.7543		

vértices	Vencimento	Cash Flow	IMPACTO do FLUJO			σ^* (prevista) diária	Correlação	X_1	X_2
			VÉRTICES	VÉRTICE n	VÉRTICE n+1				
08/07/98	897.718	618.858	378.386	-1.32861%		0,5780	0,4220		
09/07/98	1.314.425	695.633	658.792	-1.02508%		0,4986	0,5012		
12/07/98	(281.740)	(256.080)	(256.080)	-1.02917%		0,9089	0,0911		
13/07/98	1.289.849	980.464	329.185	-1.03256%		0,7447	0,2553		
14/07/98	1.463.185	582.539	900.847	-1.03686%		0,3846	0,6155		
15/07/98	(260.828)	(2.292)	(258.538)	-1.04073%		0,0086	0,8912		
16/07/98	1.410.763	710.784	699.979	-1.044814%		0,5936	0,4962		
19/07/98	1.421.137	844.410	984.822	-1.048884%		0,3211	0,8789		
20/07/98	1.299.567	455.157	455.157	-1.05223%		0,8496	0,3502		
21/07/98	1.368.180	719.570	646.610	-1.056277%		0,5267	0,4733		
22/07/98	(744.404)	(710.356)	(34.049)	-1.06325%		0,8543	0,0457		
23/07/98	886.600	3.925	892.676	-1.06388%		0,0044	0,9956		
26/07/98	828.861	168.558	682.303	-1.08400%		0,2099	0,7991		
27/07/98	(621.524)	(447.284)	(174.240)	-1.07688%		0,7197	0,2803		
28/07/98	(215.599)	(208.953)	(8.646)	-1.076449%		0,9599	0,0401		
29/07/98	1.214.496	473.436	741.061	-1.07915%		0,3996	0,6192		
30/07/98	1.385.406	895.283	500.123	-1.084471%		0,6390	0,3610		
02/08/98	1.390.235	1.235.859	154.375	-1.087718%		0,8890	0,1110		
03/08/98	811.672	538.885	274.787	-1.091109%		0,6615	0,3385		
04/08/98	752.440	274.526	477.914	-1.085694%		0,3848	0,6352		
05/08/98	1.033.000	394.968	638.902	-1.096672%		0,3815	0,6185		
06/08/98	907.038	2.439	904.598	-1.103644%		0,0027	0,9973		
09/08/98	1.334.153	828.848	505.305	-1.107609%		0,6213	0,3787		
10/08/98	536.780	294.410	242.351	-1.111588%		0,5485	0,4515		
11/08/98	841.690	812.780	28.911	-1.115520%		0,9657	0,0343		
12/08/98	(579.497)	(508.018)	(71.480)	-1.119485%		0,8767	0,1233		
13/08/98	941.468	764.619	176.789	-1.123404%		0,8122	0,1878		
16/08/98	471.836	9.280	462.556	-1.127336%		0,0197	0,9863		
17/08/98	718.681	270.080	448.820	-1.131262%		0,3758	0,6242		
18/08/98	981.638	660.070	321.568	-1.135180%		0,6724	0,3276		
19/08/98	481.688	7.839	473.849	-1.139093%		0,0163	0,9837		
20/08/98	1.476.151	57.370	1.418.762	-1.142999%		0,0389	0,9611		
23/08/98	(977.772)	(877.258)	(100.514)	-1.146988%		0,8972	0,1028		
24/08/98	586.825	384.283	222.562	-1.150790%		0,6207	0,3793		
25/08/98	521.828	234.155	287.673	-1.154676%		0,4487	0,5513		
26/08/98	1.190.089	126.093	1.063.976	-1.158556%		0,1080	0,8940		
27/08/98	1.483.215	1.173.450	309.765	-1.163246%		0,7912	0,2088		
30/08/98	472.636	58.679	413.957	-1.160349%		0,1242	0,8758		
31/08/98	1.072.567	543.554	529.014	-1.164386%		0,5068	0,4932		
01/09/98	999.522	279.304	720.218	-1.169043%		0,2794	0,7206		
02/09/98	625.414	22.769.094	23.598.504	-1.172289%		0,5338	0,4662		

ANEXO F

Determinação da constante de Alisamento Exponencial Simples

Para a determinação da constante de alisamento exponencial simples foram utilizados os dados dos retornos diários das curvas de taxas de agosto e setembro de 1998. As equações utilizadas estão novamente expostas:

$$\hat{Z}_t = (1 - \lambda)\hat{Z}_{t-1} + \lambda Z_{t-1} \quad (4.50)$$

$$\sum_{i=1}^n (Z_i - \hat{Z}_i)^2 \quad (4.51)$$

Os valores alisados forma gerados utilizando uma constante λ de alisamento que garantiam um mínimo valor para a equação 4.51. A garantia de mínimo valor é conseguida com a utilização do microsoft solver. Esse software utiliza um processo iterativo baseado no método **simplex**. No caso do trabalho utiliza-se a função objetivo do software para minimizar a equação 4.51, com as restrições de $0 < \lambda < 1$.

Os retornos diários apresentados aqui são calculados com base na diferença de logarítmico dos preços (1+ taxa), conforme equação 3.2.

Vértices	Variação real diária das taxas de juros em AGOSTO/1998												31/8							
	3/8	4/8	5/8	6/8	7/8	10/8	11/8	12/8	13/8	14/8	17/8	18/8	20/8	21/8	24/8	25/8	26/8	27/8	28/8	
1	-0,0002%	-0,0001%	-0,0002%	-0,0002%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0002%	-0,0002%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	-0,0001%	0,0001%	
21	-0,0069%	-0,0012%	-0,0011%	-0,0010%	0,0187%	0,0107%	0,0058%	0,0101%	-0,0248%	-0,0118%	0,0087%	-0,0043%	-0,0041%	0,0530%	0,1237%	0,0780%	-0,0464%	0,0546%	0,5194%	-0,2797%
42	-0,0245%	-0,0145%	0,0161%	-0,0043%	0,0402%	0,0484%	0,0227%	0,0256%	-0,0637%	-0,0246%	0,0358%	-0,0236%	-0,0026%	0,1409%	0,2368%	-0,0972%	-0,0737%	0,1363%	0,9556%	-0,3168%
63	-0,0374%	-0,0115%	0,0382%	-0,0061%	0,1152%	0,1188%	0,0218%	0,0732%	-0,1259%	-0,0355%	0,1043%	-0,1131%	0,0023%	0,2881%	0,4892%	-0,1263%	-0,1196%	0,2419%	-0,3914%	-0,0197%
126	-0,1225%	-0,0684%	0,1032%	0,0546%	0,4705%	0,1988%	-0,0059%	0,2875%	-0,3932%	-0,1188%	0,3985%	0,0004%	0,0193%	0,5762%	1,1426%	0,3399%	-0,3491%	0,5247%	2,6147%	-0,6842%
189	-0,0844%	0,0089%	0,0938%	-0,0157%	0,9543%	0,3059%	-0,1139%	0,4041%	0,7025%	-0,1951%	0,4224%	0,0585%	0,0674%	0,9599%	1,5451%	0,6583%	-0,6585%	0,8365%	3,9250%	-0,9407%
252	-0,1435%	0,0797%	0,0965%	-0,0705%	0,4112%	-0,2291%	0,5262%	-0,3937%	-0,2501%	0,4883%	0,1351%	0,1225%	1,3293%	1,9452%	-0,8005%	-0,7762%	1,1547%	5,2399%	-1,1914%	-0,1519%

Vértices	Variação real diária das taxas de juros em SETEMBRO/1998												30/9							
	1/9	2/9	3/9	4/9	5/9	9/9	10/9	11/9	14/9	15/9	17/9	18/9	21/9	22/9	24/9	25/9	26/9	28/9		
1	0,0002%	0,0001%	0,0002%	0,0006%	0,0336%	0,0021%	0,0021%	0,0015%	-0,0322%	-0,0031%	-0,0016%	0,0005%	0,0002%	0,0016%	0,0003%	0,0000%	-0,0014%	0,0018%	0,0003%	
21	-0,1179%	0,0564%	0,1830%	0,3839%	0,1685%	0,0021%	0,0021%	0,0042%	-0,0074%	-0,2018%	-0,3018%	-0,0317%	0,0325%	0,1270%	0,0919%	0,0839%	0,1337%	0,0861%	0,0160%	-0,1150%
42	-0,3931%	0,1327%	0,3830%	0,7561%	0,2548%	-0,0899%	0,8192%	-0,4339%	-0,3827%	-0,4339%	0,0709%	0,2219%	0,2707%	0,1394%	0,1156%	-0,3913%	0,1713%	-0,0162%	0,2580%	-0,0963%
63	-0,7039%	0,2839%	0,4156%	0,8809%	0,1987%	-0,0132%	1,3158%	-0,8122%	-0,6983%	-0,6983%	0,0860%	0,3256%	0,4527%	0,1078%	0,1063%	-0,5802%	0,1989%	0,0384%	0,2725%	-0,0990%
126	-0,6893%	0,3046%	0,9557%	0,6653%	0,4077%	0,1393%	1,8015%	-1,1505%	-1,5508%	-1,1980%	-0,0138%	0,7186%	0,7530%	-0,1028%	-0,0424%	0,1081%	0,2194%	0,2093%	0,2374%	-0,0826%
189	-0,9402%	0,2945%	1,5587%	0,8815%	0,3983%	0,1737%	2,6016%	-1,9252%	-2,3784%	-1,5833%	0,1793%	1,0754%	0,7822%	-0,0157%	-0,0354%	-1,8141%	0,3109%	0,3222%	0,2177%	-0,0644%
252	-1,1847%	0,2895%	2,1672%	1,1636%	0,3460%	0,2081%	3,4066%	-2,6935%	-3,1987%	-1,9617%	0,3793%	1,4364%	0,8172%	0,0487%	-0,0285%	-2,1336%	0,4086%	0,4405%	0,1754%	0,0789%

Variação real das taxas de juros de Agosto e Setembro de 1998

ANEXO G

Retornos diários das taxas de juros

Neste anexo está apresentado, em forma de gráficos, os retornos diários das taxas de juros nos vértices definidos pelo modelo.

GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 1 - 1 dia útil

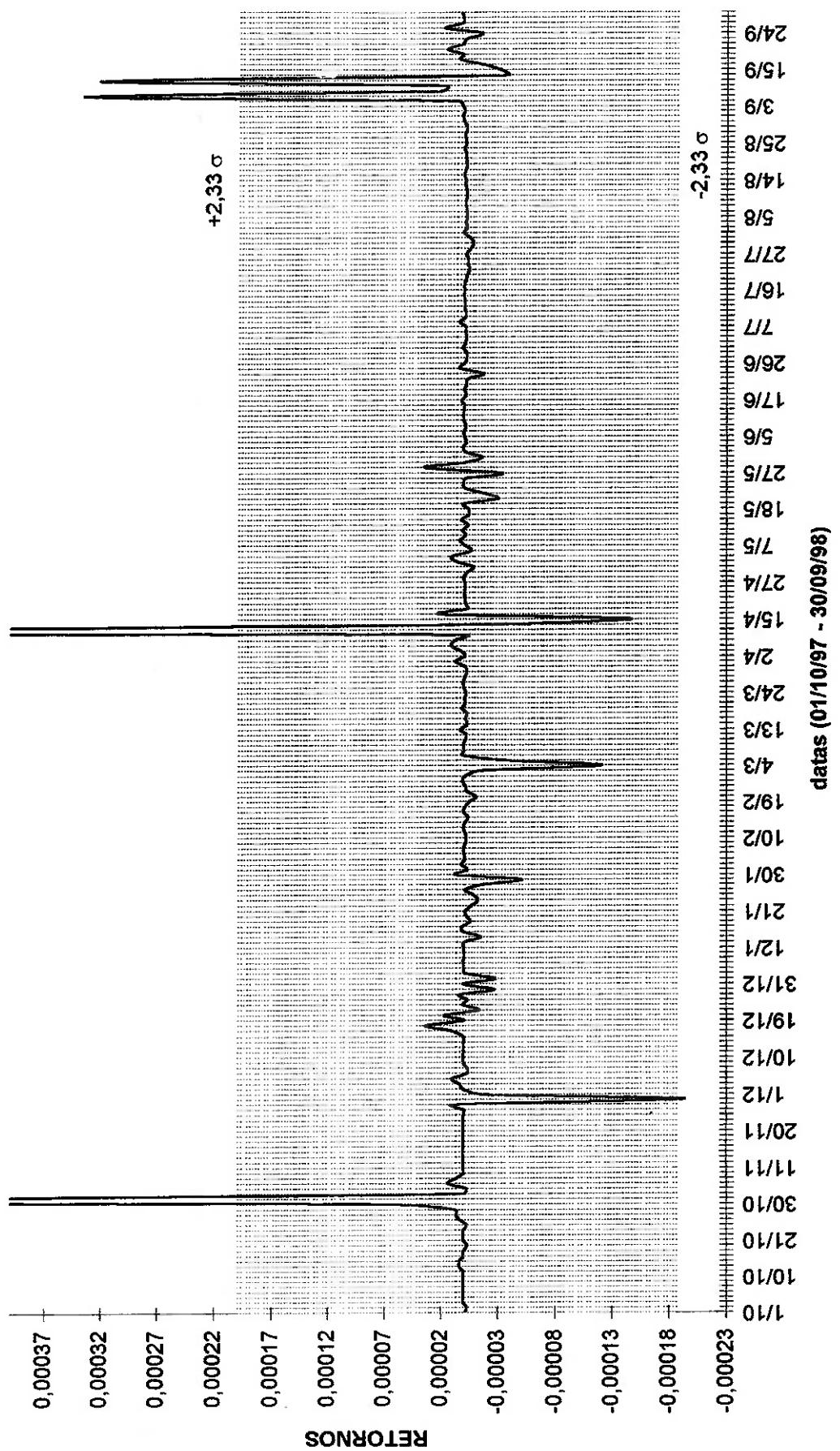


Gráfico Vértice 1. Elaborado pelo Autor.

GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 2 - 21 dias úteis

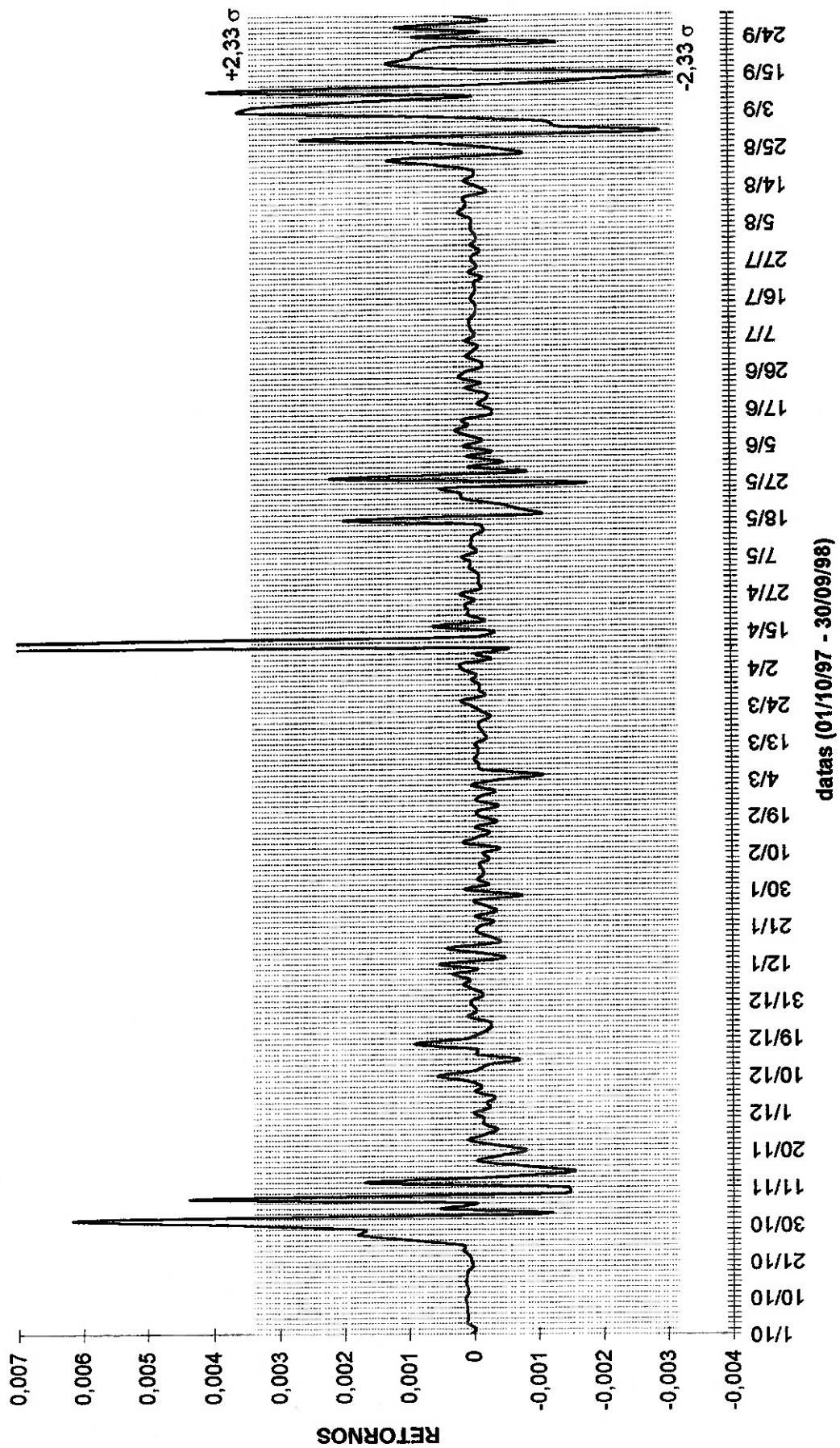


Gráfico Vértice 2. Elaborado pelo Autor.

GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 3 - 42 dias úteis

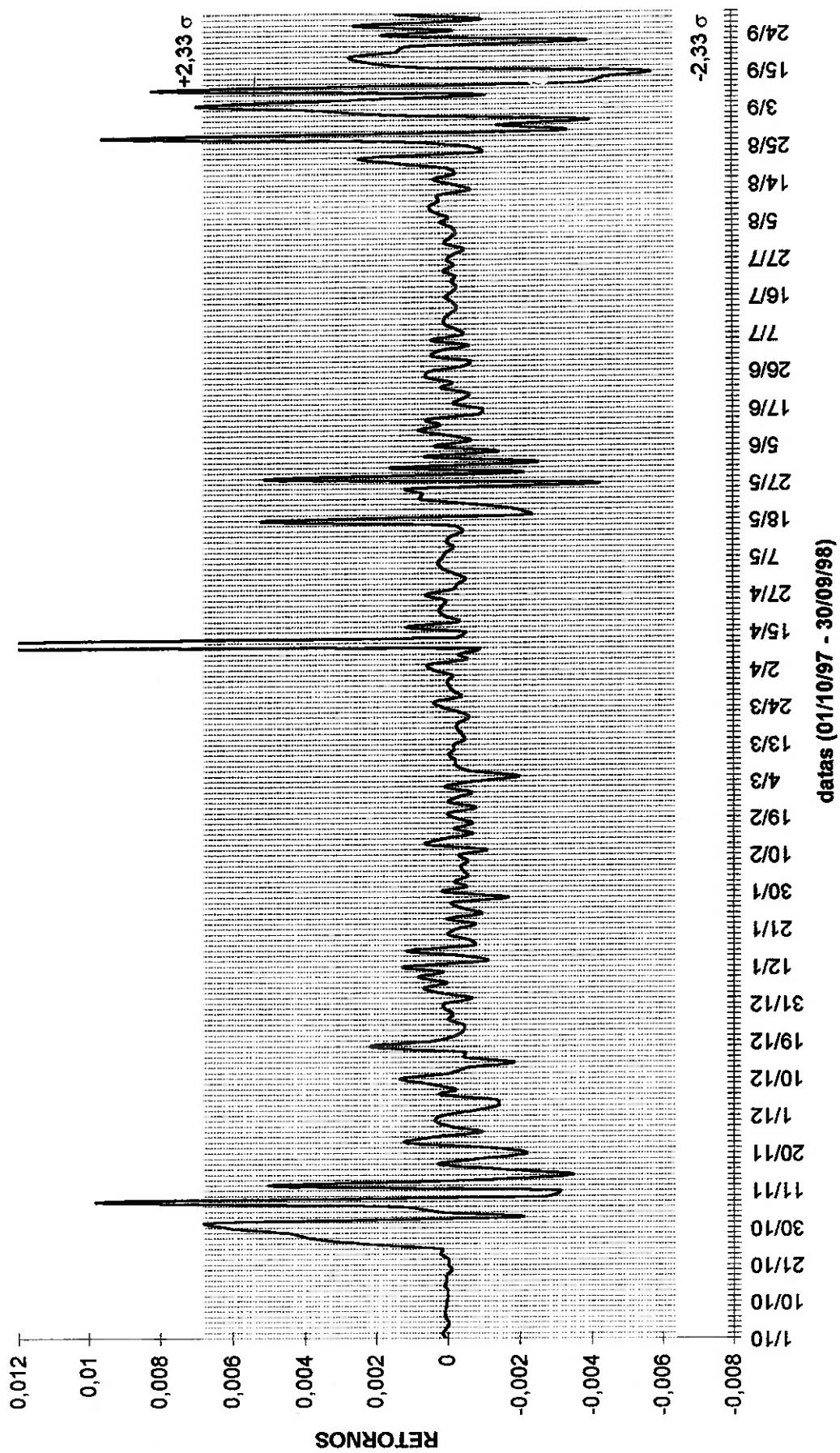


Gráfico Vértice 3. Elaborado pelo Autor.

GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 4 - 63 dias úteis

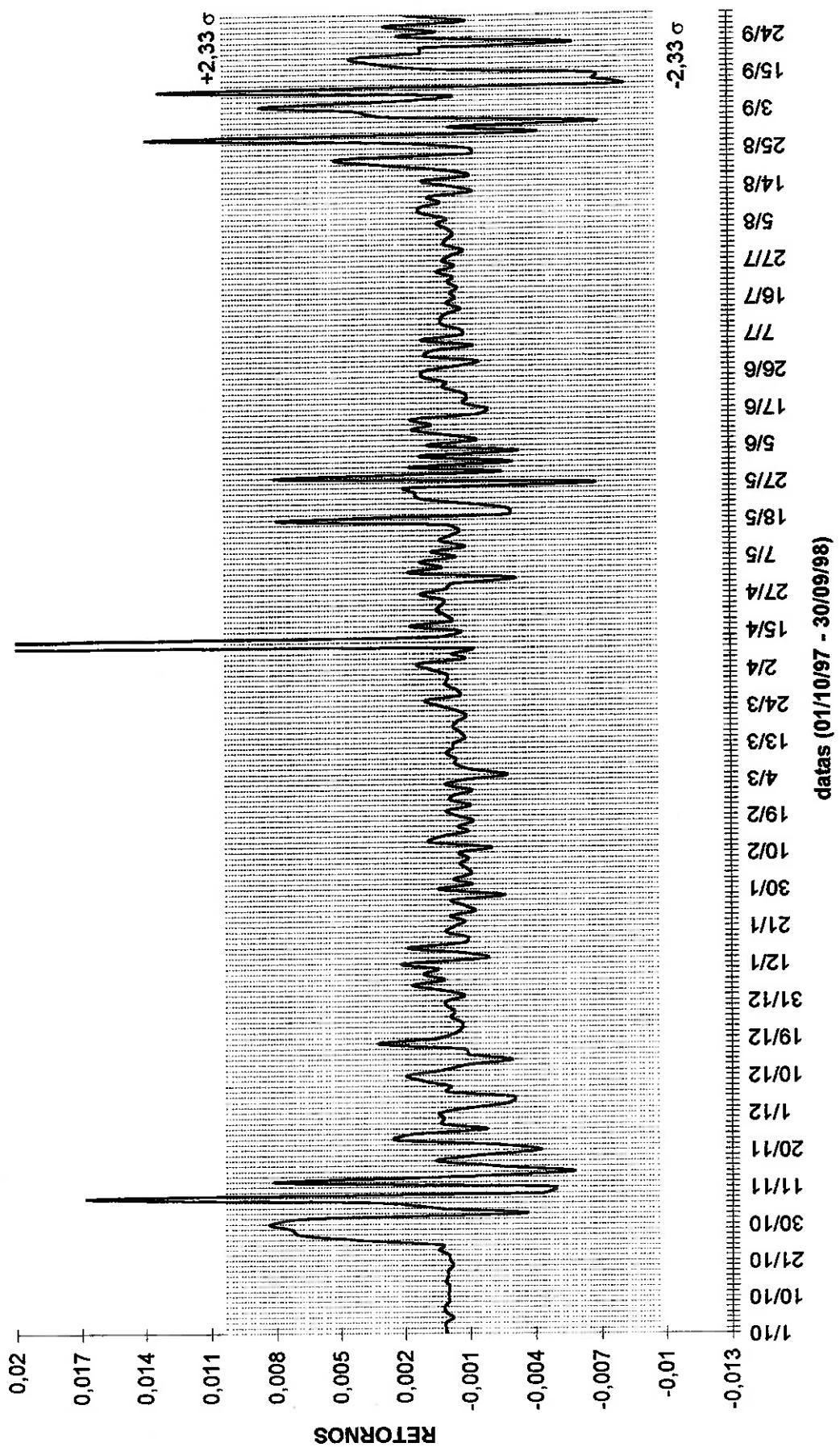


Gráfico Vértice 4. Elaborado pelo Autor.

GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 5 - 126 dias úteis

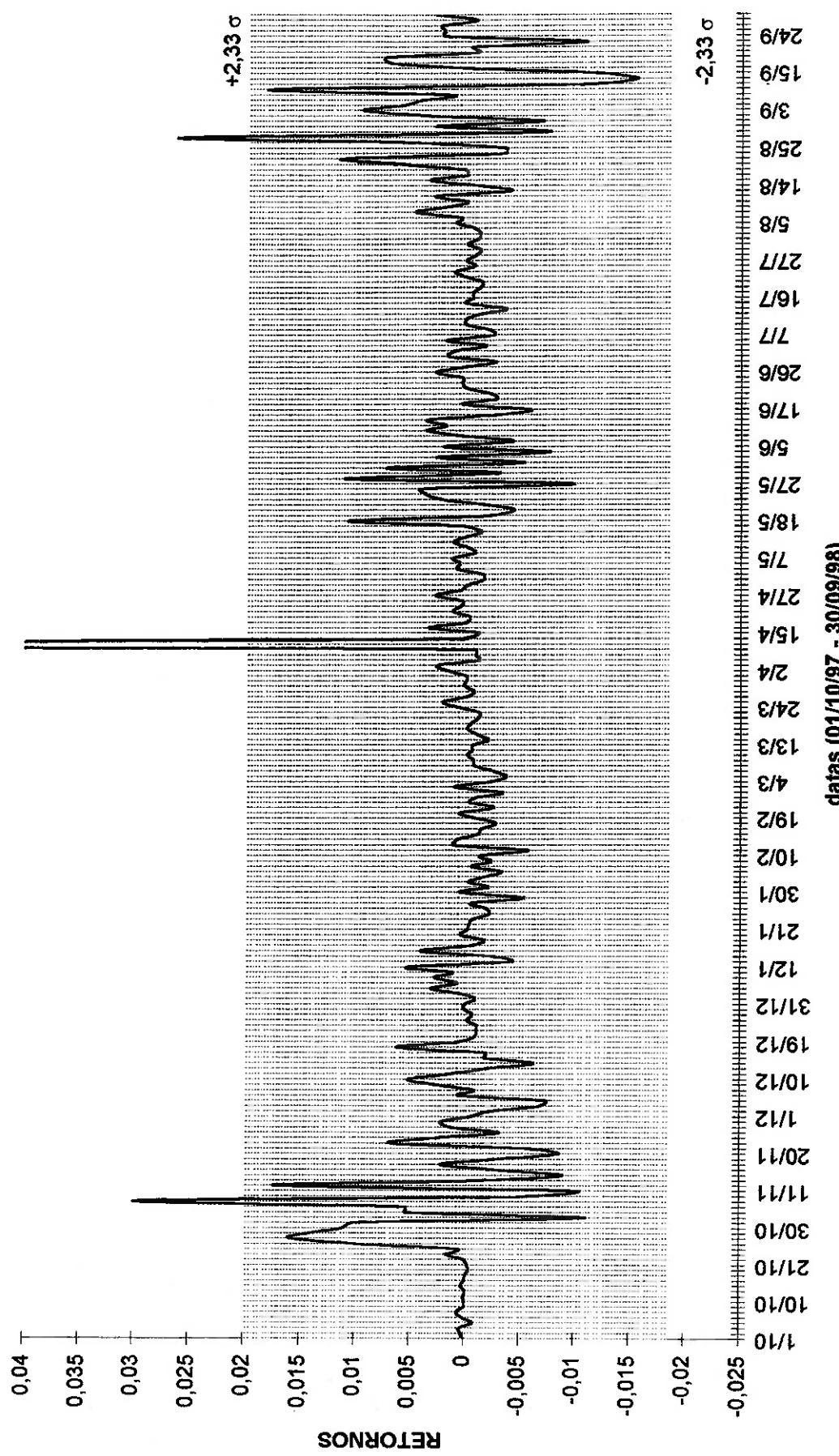


Gráfico Vértice 5. Elaborado pelo Autor.

GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 6 - 189 dias úteis

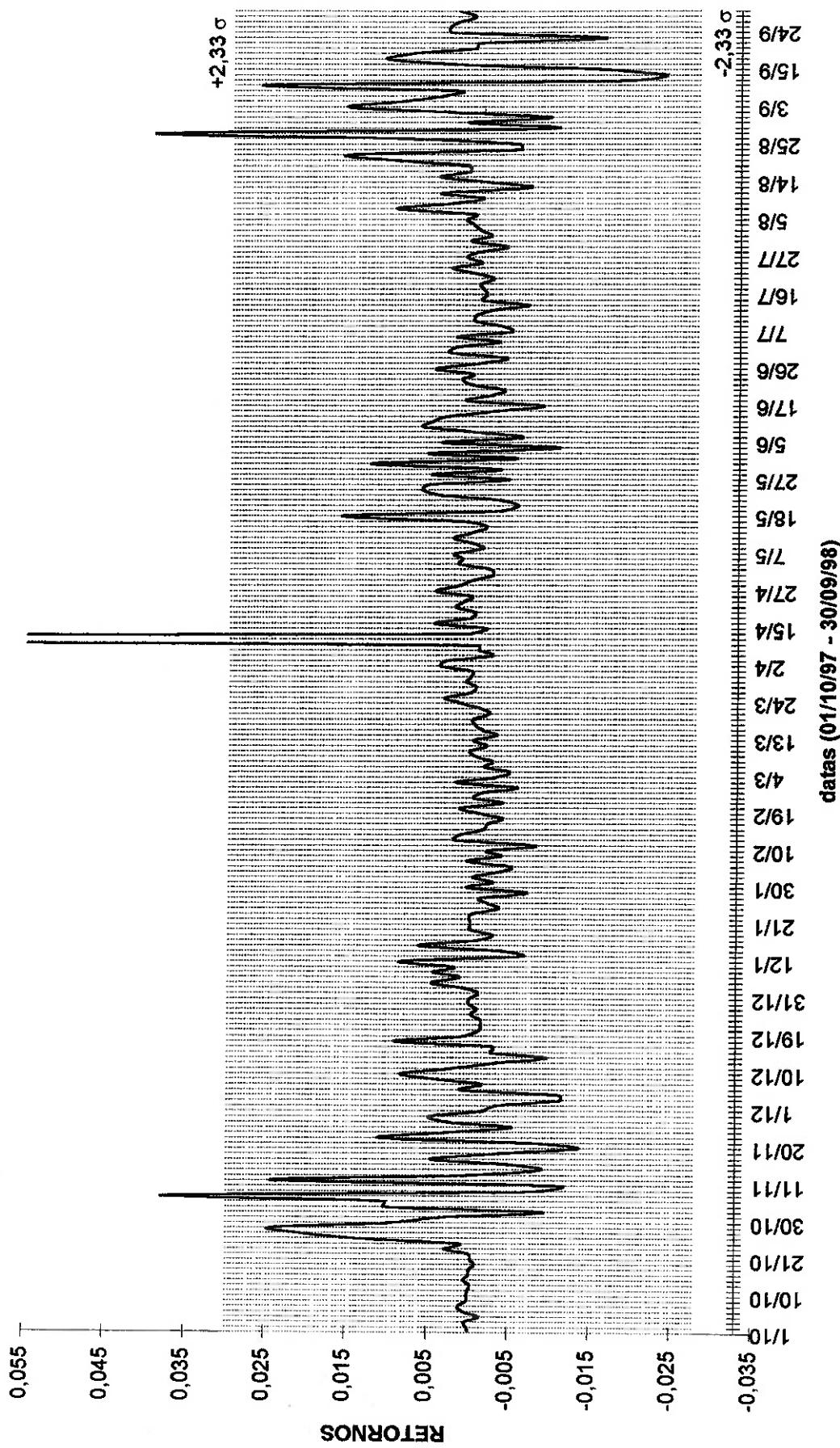


Gráfico Vértice 6. Elaborado pelo Autor.

GRÁFICO dos RETORNOS no VÉRTICE 7 - 252 dias úteis

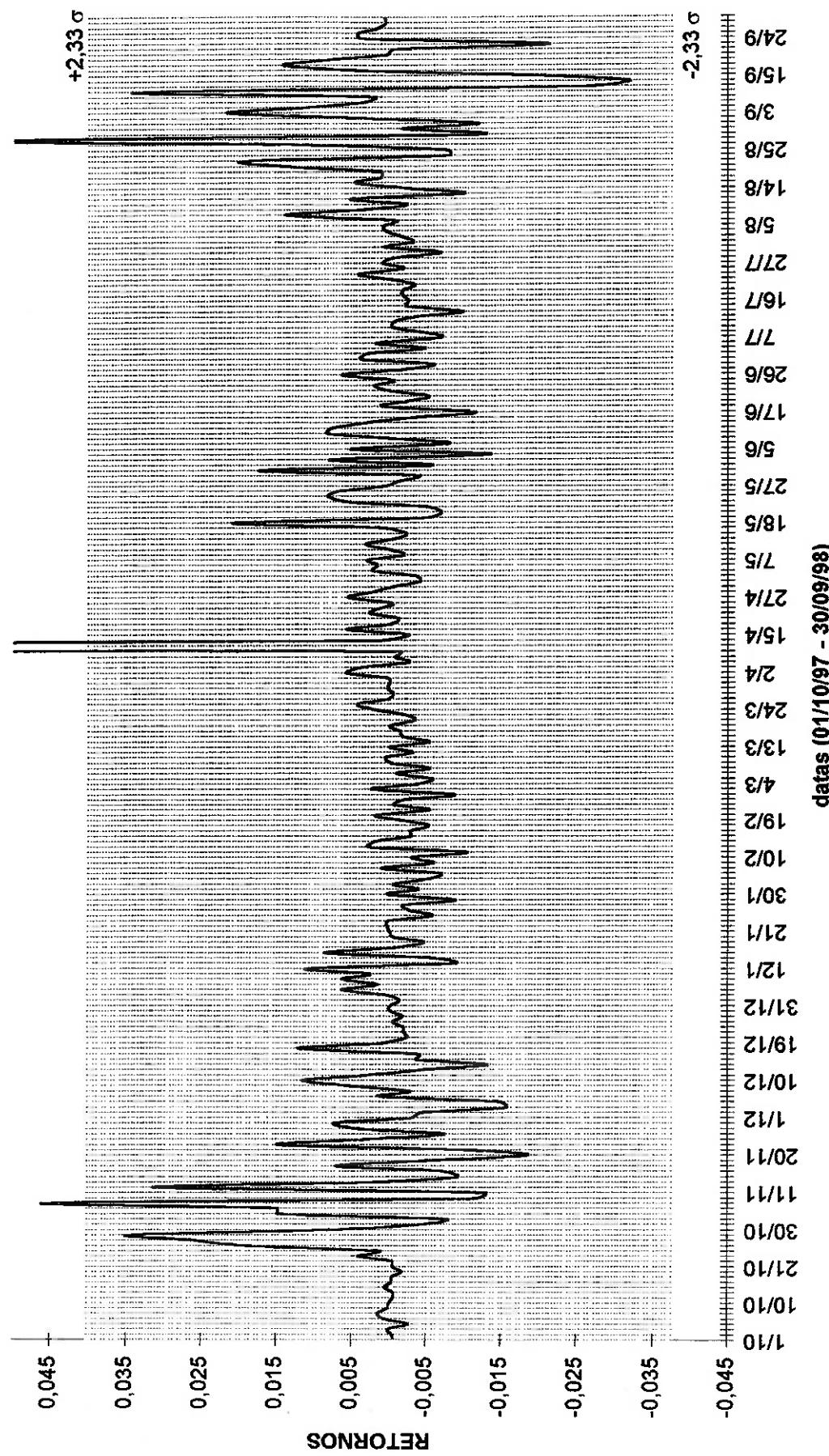


Gráfico Vértice 7. Elaborado pelo Autor.

ANEXO H

Simulação do modelo de risco

As expressões utilizadas no cálculo do risco no *portfolio* serão apresentadas novamente para facilitar a leitura.

$$\Delta M_t M_t^{\min} = \frac{-C}{(1+i_t^{\max})} (e^{\delta \sigma_t^{\text{vp}}} - 1) \equiv \frac{-C}{(1+i_t^{\max})} \delta \sigma_t^{\text{vp}} \quad (1)$$

O i máximo para o *portfolio* fictício será o maior valor possível alcançado pela taxa de juros e dado pela equação:

$$i_t^{\max} = e^{\delta \sigma_t^{\text{vp}}} (1+j_t) - 1 \quad (2)$$

Isto se deve por estarmos trabalhando com um *portfolio* ativado (composto por ativos). Apesar de existirem posições passivas, estas não aparecem nos vértices.

O fator de risco utilizado será o 2,33 para um intervalo de confiança de 99%.

Cada vértice fornecerá um valor para a expressão (1). Com os valores de risco em cada vértice definidos monta-se as matrizes $VAR^{\text{vértice}}$ e sua transposta $VART^{\text{vértice}}$. Com essas duas matrizes, e mais as matrizes de correlação (M) calcula-se finalmente o VAR, pela expressão a seguir:

$$VAR^2 = \begin{bmatrix} VAR^{\text{vértice}1} & \dots & VAR^{\text{vértice}7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \dots & \rho_{17} \\ \vdots & & & & \\ \rho_{71} & \rho_{72} & \rho_{73} & \dots & \rho_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VAR^{\text{vértice}1} \\ \vdots \\ VAR^{\text{vértice}7} \end{bmatrix} \quad (3)$$

O limite θ inicial será de R\$ 3.500.000 e os valores sugeridos para balanceamento foram executados, por isso percebe-se que o *portfolio* tem aumento em seu volume total.

O fator de folga (η) utilizado será de 1, ou seja, o modelo foi simulado sem a utilização de fator de folga.

Netse simulado a função objetivo $\phi = \sqrt{VAR^{\text{vértice}} \times M \times VART^{\text{vértice}}} - \eta\theta$ foi igualada a zero.

As restrições utilizadas pelo sistema são as seguintes:

$$-50.000.000 < C^{\text{vértice}1} < 50.000.000$$

$$-30.000.000 < C^{\text{vértice}2} < 30.000.000$$

$$-20.000.000 < C^{\text{vértice}5} < 20.000.000$$

$$-20.000.000 < C^{\text{vértice}7} < 20.000.000$$

Vértices	VOLATILIDADE* DIÁRIA NO MÊS DE SETEMBRO/1998									
	01/09/98	02/09/98	03/09/98	04/09/98	08/09/98	09/09/98	10/09/98	11/09/98	14/09/98	15/09/98
1	0,00019%	0,00019%	0,00014%	0,00012%	0,00012%	0,00012%	0,00012%	0,00013%	0,00013%	0,00013%
21	0,12838%	0,13060%	0,13256%	0,13442%	0,13601%	0,13741%	0,13867%	0,13973%	0,14057%	0,14148%
42	0,21706%	0,21989%	0,22187%	0,22417%	0,22603%	0,22721%	0,22815%	0,22924%	0,22964%	0,23044%
63	0,31895%	0,32203%	0,32333%	0,32557%	0,32722%	0,32767%	0,32805%	0,32884%	0,32829%	0,32927%
126	0,62947%	0,63377%	0,63595%	0,63913%	0,63923%	0,63725%	0,63526%	0,63585%	0,63473%	0,63649%
189	0,95129%	0,95996%	0,95813%	0,96405%	0,96326%	0,96352%	0,96400%	0,96470%	0,96162%	0,96174%
252	1,27817%	1,29120%	1,28606%	1,29511%	1,29457%	1,29498%	1,29761%	1,29872%	1,29408%	1,29202%

* Calculada com o desvio padrão das médias móveis de 25 dias

Vértices	VOLATILIDADE* DIÁRIA NO MÊS DE SETEMBRO/1998									
	16/09/98	17/09/98	18/09/98	21/09/98	22/09/98	23/09/98	24/09/98	25/09/98	28/09/98	29/09/98
1	0,00013%	0,00012%	0,00011%	0,00011%	0,00011%	0,00011%	0,00011%	0,00011%	0,00010%	0,00010%
21	0,14211%	0,14249%	0,14273%	0,14188%	0,14109%	0,14056%	0,13945%	0,13807%	0,13785%	0,13795%
42	0,23112%	0,23113%	0,23088%	0,22760%	0,22507%	0,22387%	0,22046%	0,21732%	0,21717%	0,21703%
63	0,33008%	0,32898%	0,32852%	0,32104%	0,31624%	0,31492%	0,30520%	0,29974%	0,29974%	0,29660%
126	0,63693%	0,63239%	0,63278%	0,60864%	0,59553%	0,59449%	0,58422%	0,57351%	0,57351%	0,56126%
189	0,96326%	0,95436%	0,95512%	0,91333%	0,89350%	0,89085%	0,87791%	0,86377%	0,86349%	0,85129%
252	1,29461%	1,28102%	1,28223%	1,22393%	1,19843%	1,19334%	1,17827%	1,16091%	1,16021%	1,14768%

* Calculada com o desvio padrão das médias móveis de 25 dias

Tabela dos Retornos da Taxa de Juros nos Vértices - Setembro de 1998

PORTFOLIO		02/09/98		σ^{VP^*} (alisado)	$\lambda = 0,99$	diária	i_{max}	VAR			Balanceamento nos vértices mais líquidos
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES	VÉRTICES					PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO		
1	03/09/98	7.762.242	0,000189%	1.0006959	(34,12)						
21	01/10/98	12.000.258	0,127091%	1,0188557	(34,87,85)						30.000.000,00
42	30/10/98	18.520.369	0,214886%	1,0404024	(89,127,65)						
63	30/11/98	33.005.874	0,315757%	1,0867750	(227,628,62)	LIMITE da MESA TESOURARIA					
126	25/02/99	39.025.014	0,6223175%	1,1617100	(487,765,64)	$\theta = 3.500.000$					20.000.000,00
189	25/05/99	50.479.350	0,941782%	1,2604863	(878,783,34)	FUNÇÃO OBJETIVO					
252	20/08/99	33.258.798	1,265386%	1,3681417	(716,727,78)	$\phi = 335,475$					20.000.000,00
		194.051.905		(2.434.944,99)							

Matriz de Correlação entre os Vértices 02/09/98						
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1 1,000000	0,041835	0,022121	0,028365	0,051766	0,042604	0,037055
vértice 2 0,041835	1,000000	0,965686	0,912493	0,885033	0,882113	0,878163
vértice 3 0,022121	0,965686	1,000000	0,981142	0,935224	0,927844	0,920727
vértice 4 0,028365	0,912493	0,981142	1,000000	0,958427	0,943724	0,931644
vértice 5 0,051766	0,885033	0,935224	0,958427	1,000000	0,990240	0,980058
vértice 6 0,042604	0,882113	0,927844	0,943724	0,990240	1,000000	0,997850
vértice 7 0,037055	0,878163	0,920727	0,931644	0,980058	0,997850	1,000000

Portfolio Original	Portfolio Balanceado
VAR^2 5,803E+12	VAR^2 1,001E+13

PORTRFOLIO

03/09/98

PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		σ^{VP^*} (alissado)	VAR			
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	$\lambda = 0,99$	diária	i^{\max}	VÉRTICES	PORTFOLIO BALANCEADO
1	04/09/98	9.856.741	0,000185%	1,0006958	(42,47)	
21	02/10/98	39.075.412	0,129295%	1,0189080	(115.532,61)	3.135.826
42	02/11/98	20.358.745	0,217690%	1,0404704	(99.246,82)	28.297.325,97
63	01/12/98	38.001.123	0,318805%	1,0668508	(264.590,15)	
126	26/02/99	56.585.088	0,627430%	1,1618251	(712.004,03)	
189	26/05/99	49.588.102	0,950363%	1,2607384	(870.959,83)	12.102.058,34
252	23/08/99	51.048.977	1,278293%	1,3685533	(1.110.993,66)	6.311.114,05
		264.514.188		(3.173.369,58)		0

Matriz de Correlação entre os Vértices 03/09/98

vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1 1,000000	vértice 2 0,097556	vértice 3 0,088601	vértice 4 0,073072	vértice 5 0,104558	vértice 6 0,100967	vértice 7 0,098214
vértice 2 0,097556	1,000000	0,967925	0,916295	0,893145	0,891535	0,888290
vértice 3 0,086601	0,967925	1,000000	0,977920	0,939180	0,933961	0,928088
vértice 4 0,073072	0,916295	0,977920	1,000000	0,959694	0,944689	0,932701
vértice 5 0,104558	0,893145	0,939180	0,959694	1,000000	0,990713	0,981057
vértice 6 0,100967	0,891535	0,933961	0,944689	0,990713	1,000000	0,997973
vértice 7 0,098214	0,888290	0,928088	0,932701	0,981057	0,997973	1,000000

Portfolio Original	Portfolio Balanceado
VAR^2 9,833E+12	VAR^2 1,225E+13

Portfolio Balanceado	VAR^2 1,225E+13

PORTFOLIO		PORTFOLIO ALOCADO		VP* (alisado)		VAR	
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	nos VÉRTICES	$\lambda = 0,99$	diária	i^{\max}	VÉRTICES	PORTFOLIO
1	07/09/98	11.107.066	0,000139%	1,0006971	(35,94)	3.403.022	3.500.000
21	05/10/98	66.122.412	0,131230%	1,0213971	(197.944,01)		27.232.944,19
42	03/11/98	20.358.745	0,219654%	1,0458981	(99.622,27)		
63	02/12/98	41.101.181	0,320101%	1,0743716	(285.326,74)	LIMITE da MESA TESOURARIA	
126	01/03/99	63.585.088	0,629588%	1,1766190	(792.739,85)	$\theta =$	6.757.895,50
189	27/05/99	52.089.202	0,948546%	1,2842658	(896.410,52)	FUNÇÃO OBJETIVO	(2.753.324,82)
252	24/08/99	56.348.991	1,273201%	1,4024235	(1.191.955,27)		
		310.712.685		(3.464.034,61)		$\phi =$	-

Matriz de Correlação entre os Vértices 04/09/98							
	Vértice 1	Vértice 2	Vértice 3	Vértice 4	Vértice 5	Vértice 6	Vértice 7
Vértice 1	1,000000	0,208971	0,165098	0,083744	0,095471	0,058182	0,034120
Vértice 2	0,208971	1,000000	0,975898	0,925361	0,842350	0,834919	0,827710
Vértice 3	0,165098	0,975898	1,000000	0,973135	0,872069	0,863143	0,854942
Vértice 4	0,083744	0,925361	0,973135	1,000000	0,926655	0,911959	0,900081
Vértice 5	0,095471	0,842350	0,872069	1,000000	1,000000	0,990277	0,979734
Vértice 6	0,058182	0,834919	0,863143	0,990277	0,990277	1,000000	0,997757
Vértice 7	0,034120	0,827710	0,854942	0,979734	0,979734	0,997757	1,000000

Portfolio Balanceado
VAR^2 1,225E+13

Portfolio Original
VAR^2 1,158E+13

		Matriz de Correlação entre os Vértices						08/09/98
		vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1	1,000000	0,207321	0,159453	0,080763	0,093882	0,056106	0,031779	
vértice 2	0,207321	1,000000	0,973897	0,925816	0,843653	0,837012	0,830047	
vértice 3	0,159453	0,973897	1,000000	0,971691	0,867827	0,859556	0,851584	
vértice 4	0,080763	0,925816	0,971691	1,000000	0,925776	0,911469	0,899681	
vértice 5	0,093882	0,843653	0,867827	0,990239	1,000000	0,990239	0,979617	
vértice 6	0,056106	0,837012	0,859556	1,000000	0,990239	1,000000	0,997734	
vértice 7	0,031779	0,830047	0,851584	0,997734	0,979617	0,997734	1,000000	

Portfolio Original
 VAR^2 1,182E+13

Portfolio Balanceado

PORTFOLIO

		PORTFOLIO ALOCADO		σ^{VP^*} (alisado)	VAR			
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	nos VÉRTICES	$\lambda = 0,99$	diária	i max	VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO
1	10/09/98	12.465.983	0,000121%	1,0010387	(35,19)			
21	08/10/98	93.529.495	0,134654%	1,0271467	(285,686,87)			
42	06/11/98	20.053.364	0,223769%	1,0566253	(98,951,21)			
63	07/12/98	42.080.550	0,323947%	1,0859242	(292,490,12)	LIMITE da MESA TESOURARIA		
126	04/03/99	64.021.164	0,632840%	1,1886898	(794,153,94)	$\theta =$	3.500.000	176.696,75
189	01/06/99	51.348.040	0,953626%	1,3009619	(876,987,25)			
252	27/08/99	57.312.756	1,281629%	1,4240778	(1.201.810,13)	FUNÇÃO OBJETIVO		
		340.811.352				$\phi =$	294.494,58	
						$\phi =$	0	

Matriz de Correlação entre os Vértices 09/09/98						
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
1,000000	0,196816	0,151755	0,081077	0,094724	0,060596	0,038382
0,196816	1,000000	0,978767	0,938680	0,874918	0,868455	0,861834
0,151755	0,978767	1,000000	0,976852	0,894599	0,886454	0,878933
0,081077	0,938680	0,976852	1,000000	0,937449	0,924205	0,913609
0,094724	0,874918	0,894599	0,982861	1,000000	0,991843	0,982861
0,060596	0,868455	0,886454	0,998080	0,991843	1,000000	0,998080
0,038382	0,861834	0,878933	0,982861	0,982861	0,998080	1,000000

Portfolio Original
VAR^2 1,219E+13

PORTFOLIO		10/09/98		VAR		PORTFOLIO BALANÇEADO		BALANÇAMENTO nos vértices mais líquidos	
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES	$\sigma^* \text{ (alissado)}$	i^{max}	VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANÇEADO	$\theta =$	$\phi =$
1	11/09/98	12.590.643	0,000122%	1,0010598	(35,74)	3.495.095	3.500.000		
21	09/10/98	92.126.553	0,136040%	1,02722015	(284.284,49)				77.256,21
42	09/11/98	20.253.897	0,224937%	1,0557045	(100.550,18)				
63	08/12/98	41.870.147	0,324396%	1,0857921	(291.466,73)				
126	05/03/99	64.661.376	0,630879%	1,1902918	(798.533,84)				
189	02/06/99	51.091.300	0,953889%	1,3032311	(871.323,05)				79.333,29
252	30/08/99	58.459.011	1,282027%	1,4270569	(1.223.666,60)				
						FUNÇÃO OBJETIVO		179.223,19	
								(3.589.880,63)	
								0	
						</td			

		Matriz de Correlação entre os Vértices						10/09/98	
		vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7	
vértice 1	1,00000	0,116540	-0,069382	-0,186957	-0,153691	-0,194708	-0,216735		
vértice 2	0,116540	1,000000	0,954950	0,890831	0,840571	0,827798	0,818794		
vértice 3	-0,069382	0,954950	1,000000	0,973938	0,901354	0,892792	0,885378		
vértice 4	-0,186957	0,890831	0,973938	1,000000	0,943922	0,933412	0,924443		
vértice 5	-0,153691	0,840571	0,901354	0,943922	1,000000	0,992392	0,984130		
vértice 6	-0,194708	0,827798	0,892792	0,933412	0,992392	1,000000	0,998262		
vértice 7	-0,216735	0,818794	0,885378	0,924443	0,984130	0,998262	1,000000		

Portfolio	Balanceado
VAR^2	1,225E+13

Portfolio Original	VAR ² 1,222E+13
--------------------	----------------------------

PORTFOLIO		PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		σ^{VP^*} (alissado)		VAR	
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	$\lambda = 0,99$	diária	i^{max}	VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO
1	14/09/98	12.527.689	0,000125%	1,0010753	(36,56)		
21	12/10/98	92.587.186	0,137286%	1,0313922	(287.150,32)	3.416.679	3.500.000
42	10/11/98	20.152.628	0,225871%	1,0644117	(99.641,22)		406.583,39
63	09/12/98	42.079.498	0,324773%	1,1001835	(289.428,52)		
126	08/03/99	64.338.069	0,6288907%	1,2118734	(777.952,84)	$\theta =$	1.796.660,13
189	03/06/99	51.346.756	0,954362%	1,3375946	(853.605,82)		
252	31/08/99	58.166.716	1,284634%	1,4765983	(1.179.091,77)	FUNÇÃO OBJETIVO	3.010.064,62
		341.198.543			(3.486.906,85)	$\phi =$	0

Matriz de Correlação entre os Vértices 11/09/98							
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7	
1,000000	0,139609	-0,036461	-0,146853	-0,099302	-0,137120	-0,157743	
0,139609	1,000000	0,957809	0,898125	0,847941	0,836535	0,828654	
-0,036461	0,957809	1,000000	0,975882	0,905594	0,898010	0,891584	
-0,146853	0,898125	0,975882	1,000000	0,945026	0,935746	0,927961	
-0,099302	0,847941	0,905594	0,945026	1,000000	0,993493	0,986411	
-0,137120	0,836535	0,898010	0,935746	0,993493	1,000000	0,998512	
-0,157743	0,828654	0,891584	0,927961	0,986411	0,998512	1,000000	

Portfolio Original	Portfolio Balanceado
VAR^2 1,167E+13	VAR^2 1,225E+13

Portfolio Balanceado
VAR^2 1,225E+13

PORTFOLIO		14/09/98		PORTFOLIO ALOCADO		σ^{VP^*} (alissado)		VAR	
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	$\lambda = 0,99$	diária	i max	i	VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO	Balanceamento nos vértices mais líquidos
1	15/09/98	12.402.412	0,000126%	1,0013974	(36,29)				
21	13/10/98	93.087.185	0,138329%	1,0313409	(290.908,20)				
42	11/11/98	19.951.102	0,226944%	1,0603728	(99.490,89)				
63	10/12/98	42.079.497	0,325549%	1,09113032	(292.480,82)				
126	09/03/99	65.459.759	0,629493%	1,1980272	(801.410,03)				
189	04/06/99	52.846.755	0,955057%	1,3121113	(898.257,64)				
252	01/09/99	60.695.800	1,285734%	1,4373933	(1.264.998,78)				
		346.522.510		(3.645.582,64)					
				$\phi =$	-				

Matriz de Correlação entre os Vértices						
	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6
vértice 1	1,000000	0,162533	-0,004318	-0,114996	-0,069210	-0,110091
vértice 2	0,162533	1,000000	0,962191	0,905501	0,861000	0,846391
vértice 3	-0,004318	0,962191	1,000000	0,976820	0,913554	0,903549
vértice 4	0,905501	0,976820	1,000000	0,949514	0,939973	0,931758
vértice 5	-0,114996	0,913554	0,949514	1,000000	0,993260	0,985674
vértice 6	0,861000	0,903549	0,939973	0,993260	1,000000	0,998407
vértice 7	0,846391	0,836439	0,895538	0,985674	0,998407	1,000000

Portfolio Original
VAR ² 1,280E+13

PORTFOLIO

15/09/98

		PORTFOLIO ALOCADO		$\sigma^{\text{VP*}} \text{ (alisado)}$		
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	PORTFOLIO nos VÉRTICES	$\lambda = 0,99$	diária	i_{max}	
1	16/09/98	12.278.388	0,000123%	1.00013599	(35,16)	
21	14/10/98	94.018.056	0,139163%	1.0292821	(296.181,82)	
42	12/11/98	19.751.591	0,227342%	1.0557917	(99.996,61)	
63	11/12/98	42.100.292	0,325005%	1.0838574	(294.143,62)	
126	10/03/99	63.605.162	0,628386%	1.1795612	(789.504,15)	LIMITE da MESA TESOURARIA
189	07/06/99	53.075.223	0,952003%	1.2811809	(918.915,07)	$\theta = 3.500.000$
252	02/09/99	57.588.842	1,281136%	1.3919794	(1.234.970,69)	FUNÇÃO OBJETIVO
		342.417.554			(3.632.846,90)	(2.277.483,77)
						$\phi = 0$

342.417.554

Matriz de Correlação entre os Vértices

15/09/98						
	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6
vértice 1	1,0000000	0,160523	-0,006638	-0,117165	-0,070921	-0,114690
vértice 2	0,160523	1,000000	0,962171	0,905560	0,862159	0,849325
vértice 3	-0,006638	0,962171	1,000000	0,976849	0,914359	0,906380
vértice 4	-0,117165	0,905560	0,976849	1,000000	0,950007	0,942127
vértice 5	-0,070921	0,862159	0,914359	0,950007	1,000000	0,992833
vértice 6	-0,114690	0,849325	0,906380	0,942127	0,992833	1,000000
vértice 7	-0,138774	0,839726	0,898833	0,934198	0,984589	0,998258

Portfolio Original

$VAR^2 1,271\text{E}+13$

Portfolio Balanceado
$VAR^2 1,225\text{E}+13$

PORTFOLIO

16/09/98

PORTFOLIO		σ^{VP^*} (alisado)	VAR	
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	$\lambda = 0,99$	i max	i
1	17/09/98	12.155.604	0,000124%	1.0013291 (35,07)
21	15/10/98	93.077.876	0,140080%	1.0262014 (295.995,44)
42	13/11/98	19.554.075	0,228138%	1.0499246 (98.999,60)
63	14/12/98	41.329.289	0,325981%	1.0763417 (291.645,72)
126	11/03/99	62.869.110	0,630126%	1.1655501 (791.934,65)
189	08/06/99	52.144.471	0,952126%	1.2610599 (917.323,91)
252	03/09/99	55.212.953	1,279103%	1.3648751 (1.205.617,78)
		336.343.378		(1.202.221,62)
			$\phi =$	-
				(3.601.552,17)

Matriz de Correlação entre os Vértices

16/09/98						
	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6
vértice 1	1,000000	0,156946	-0,009042	-0,118883	-0,073072	-0,116949
vértice 2	0,156946	1,000000	0,962534	0,906573	0,864039	0,851332
vértice 3	-0,009042	0,962534	1,000000	0,977096	0,914995	0,907043
vértice 4	-0,118883	0,906573	0,977096	1,000000	0,950092	0,942334
vértice 5	-0,073072	0,864039	0,914995	0,950092	1,000000	0,993112
vértice 6	-0,116949	0,851332	0,907043	0,942334	0,993112	1,000000
vértice 7	-0,140957	0,841899	0,899611	0,934549	0,985109	0,998301

Portfolio Original	Portfolio Balanceado
VAR^2 1,250E+13	VAR^2 1,225E+13

Portfolio Balanceado
VAR^2 1,225E+13

PORTRFOLIO

17/09/98

PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		σ^{VP^*} (alisado)	VAR		
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	$\lambda = 0,99$ diária	i_{\max}	VÉRTICES	PORTFOLIO BALANCEADO
1	18/09/98	12.094,826	0,000124%	1.00013134	(34,98)
21	16/10/98	92.612,487	0,140691%	1.0265502	(295.740,26)
42	16/11/98	19.456,304	0,228807%	1.0506857	(98.721,71)
63	15/12/98	41.122,643	0,326778%	1.0772879	(290.642,12)
126	12/03/99	62.554,765	0,630558%	1.1654004	(788.615,02)
189	09/06/99	51.883,748	0,953632%	1.2633680	(912.510,87)
252	06/09/99	54.936,888	1,281668%	1.3701430	(1.197.371,16)
		334.661,661		(3.583.636,12)	
				$\phi = 0$	

Matriz de Correlação entre os Vértices 17/09/98						
	vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6
vértice 1	1,000000	0,154186	-0,012472	-0,122182	-0,076765	-0,120073
vértice 2	0,154186	1,000000	0,961617	0,905750	0,863515	-0,143728
vértice 3	-0,012472	0,961617	1,000000	0,977591	0,916476	0,842823
vértice 4	-0,122182	0,905750	0,977591	1,000000	0,950990	0,899409
vértice 5	-0,076765	0,863515	0,916476	0,950990	1,000000	0,932988
vértice 6	-0,120073	0,852313	0,907955	0,942101	0,992119	0,982811
vértice 7	-0,143728	0,842823	0,899409	0,932988	0,982811	0,998036

Portfolio Original	Portfolio Balanceado
VAR^2 1,237E+13	VAR^2 1,225E+13

PORTFOLIO		PORTFOLIO ALOCADO		σ^{VP^*} (alisado)		VAR	
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	nos VÉRTICES	$\lambda = 0,99$	diária	i max	VÉRTICES	PORTFOLIO
1	21/09/98	12.215.775	0,000118%	1,0013181	(33,56)		
21	19/10/98	91.686.362	0,141068%	1,0278636	(293.194,38)	3.436.320	3.500.000
42	17/11/98	19.650.867	0,228815%	1,0530204	(99.491,16)		
63	16/12/98	40.917.029	0,325692%	1,0807735	(287.297,75)	LIMITE da MESA TESOURARIA	
126	15/03/99	61.791.991	0,628071%	1,1736831	(767.999,02)	$\theta =$	3.500.000
189	10/06/99	52.143.167	0,944815%	1,2767657	(899.060,80)		
252	07/09/99	54.936.257	1,268207%	1,3895301	(1.168.253,40)	FUNÇÃO OBJETIVO	2.208.646,82
		333.341.448		(3.515.330,06)		$\phi =$	-

Matriz de Correlação entre os Vértices 18/09/98							
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7	
1,000000	0,301766	0,303577	0,246527	0,157695	0,152953	0,150084	
0,301766	1,000000	0,976041	0,930904	0,844124	0,842011	0,838826	
0,303577	0,976041	1,000000	0,975733	0,872007	0,866513	0,861111	
0,246527	0,930904	0,975733	1,000000	0,926330	0,911800	0,906118	
0,157695	0,844124	0,872007	0,926330	1,000000	0,990885	0,981371	
0,152953	0,842011	0,866513	0,911800	0,990885	1,000000	0,996001	
0,150084	0,838826	0,861111	0,900618	0,981371	0,998001	1,000000	

Portfolio Original	Portfolio Balanceado
VAR^2 1,181E+13	VAR^2 1,225E+13

PORTFOLIO

21/09/98

		PORTFOLIO ALOCADO		σ_{VP^*} (alisado)	VAR		
vértices (dias úteis)	Data dos vértices	nos VÉRTICES	$\lambda = 0,99$	diária	i_{\max}	VÉRTICES	PORTFOLIO BALANCEADO
1	22/09/98	12.093,617	0,000112%	1.00013197	(31,64)		
21	20/10/98	92.144,793	0,141303%	1.0288140	(294,877,36)	3.470,326	3.500.000
42	18/11/98	19.847,376	0,228572%	1.0558692	(100,108,83)		
63	17/12/98	41.326,200	0,325234%	1.0854489	(288,514,27)	LIMITE da MESA TESOURARIA	
126	16/03/99	62.409,911	0,6266453%	1.1825649	(770,323,66)	$\theta =$	458.826,27
189	11/06/99	52.664,599	0,945571%	1.2868138	(901,681,25)	FUNÇÃO OBJETIVO	3.500.000
252	08/09/99	55.985,620	1,289410%	1.40099708	(1.181.966,56)		
		336.472,115			(3.537.503,56)		
						$\phi =$	0

Matriz de Correlação entre os Vértices

21/09/98

vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
1,000000	0,182061	0,060420	-0,035816	-0,019695	-0,054335	-0,073928
0,182061	1,000000	0,966402	0,913977	0,863959	0,856897	0,850532
0,060420	0,966402	1,000000	0,977994	0,909703	0,902719	0,895822
-0,035616	0,913977	0,977994	1,000000	0,947019	0,936177	0,926482
-0,019695	0,863959	0,909703	0,947019	1,000000	0,991670	0,982524
-0,054335	0,856897	0,902719	0,936177	0,991670	1,000000	0,998068
-0,073928	0,850532	0,926482	0,982524	0,998068	1,000000	

Portfolio Original

VAR² 1,204E+13

Portfolio Balanceado

VAR² 1,225E+13

PORTFOLIO		22/09/98		σ^{VP^*} (alisado)		VAR	
vértices	Data dos Vértices (dias úteis)	PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES	$\lambda = 0,99$ diária	i_{\max}	VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO
1	23/09/98	12.214,553	0,012935%	1,0016345	(3.675,17)	-	-
21	21/10/98	91.223,346	0,153288%	1,0299650	(316.334,69)	3.452,987	3.500.000
42	19/11/98	20.046,850	0,238143%	1,0575780	(105.173,25)	-	465.312,19
63	18/12/98	41.412,938	0,330652%	1,0867547	(293.583,02)	LIMITE da MESA TESOURARIA	-
126	17/03/99	63.034,010	0,615374%	1,1810452	(785.249,72)	$\theta =$	1.005.718,89
189	14/06/99	52.637,953	0,917020%	1,2857558	(874.732,81)	FUNÇÃO OBJETIVO	1.654.024,26
252	09/09/99	57.345,476	1,224513%	1,4001872	(1.168.510,09)	$\phi =$	0
		337.914,125		(3.527.258,76)			

Matriz de Correlação entre os Vértices 22/09/98							
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7	
vértice 1	1,000000	0,176241	0,040412	-0,059824	-0,043164	-0,077475	-0,096342
vértice 2	0,176241	1,000000	0,967436	0,915781	0,864158	0,858334	0,852586
vértice 3	0,040412	0,967436	1,000000	0,978115	0,908352	0,901258	0,894267
vértice 4	-0,059824	0,915781	0,978115	1,000000	0,945691	0,933451	0,922933
vértice 5	-0,043164	0,864158	0,908352	0,945691	1,000000	0,991228	0,981691
vértice 6	-0,077475	0,858334	0,901258	0,933451	0,991228	1,000000	0,997989
vértice 7	-0,096342	0,852586	0,894267	0,922933	0,981691	0,997989	1,000000

Portfolio Balanceado
VAR ² 1,225E+13

Portfolio Original
VAR ² 1,192E+13

PORTFOLIO		23/09/98		PORTFOLIO ALOCADO		σ^{VP^*} (alisado)		VAR	
Vértices (dias úteis)	Data dos vértices	PORTFOLIO nos VÉRTICES	$\lambda = 0,99$	diária	i^{max}	VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO	Balanceamento nos vértices mais líquidos
1	24/09/98	12.652.902	0,018356%	1,0017611	(5.402,06)				
21	22/10/98	90.309.729	0,157925%	1,0306252	(322.432,84)				505.460,93
42	20/11/98	20.145.061	0,241064%	1,0588738	(106.859,52)				
63	21/12/98	41.712.407	0,331320%	1,0879279	(295.984,00)	LIMITE da MESA TESOURARIA			
126	18/03/99	63.723.439	0,607816%	1,1803370	(764.576,85)	$\theta =$	3.500,000		952.652,35
189	15/06/99	52.857.105	0,902814%	1,2848370	(865.385,43)				
252	10/09/99	58.551.685	1,204696%	1,3991417	(1.174.656,79)	FUNCAO OBJETIVO			1.413.798,26
		339.952.329			(3.535.297,49)	$\phi =$	0		

Matriz de Correlação entre os Vértices 23/09/98						
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7
vértice 1 1,000000	0,161929	0,006423	-0,099726	-0,063535	-0,102674	-0,124249
vértice 2 0,161929	1,000000	0,969451	0,919239	0,866347	0,862194	0,855558
vértice 3 0,006423	0,969451	1,000000	0,977440	0,907311	0,901113	0,894822
vértice 4 -0,099726	0,919239	0,977440	1,000000	0,944684	0,931529	0,920684
vértice 5 -0,063535	0,866347	0,907311	0,944684	1,000000	0,991124	0,981661
vértice 6 -0,102674	0,862194	0,901113	0,931529	0,991124	1,000000	0,998008
vértice 7 -0,124249	0,857558	0,894822	0,920684	0,981661	0,998008	1,000000

Portfolio em t - 1	Portfolio Balanceado
VAR^2 1,196E+13	VAR^2 1,225E+13

PORTRFOLIO

24/09/98

vértices (dias úteis)	Data dos vértices	PORTFOLIO ALOCADO nos VÉRTICES		$\lambda = 0,99$	diária	i	max	VÉRTICES	PORTFOLIO	PORTFOLIO BALANCEADO	Balanceamento nos vértices mais líquidos
		PORTFOLIO	σ^{VP^*} (alisado)								
1	25/09/98	12.289.431	0,012158%	1.0016161	(3.475,87)						
21	23/10/98	90.810.777	0,151204%	1.0290866	(310.889,43)						
42	23/11/98	20.346.512	0,233674%	1.0545574	(105.047,39)						
63	22/12/98	41.412.955	0,3238222%	1.0813364	(288.959,67)						
126	19/03/99	65.229.223	0,600596%	1.1673559	(781.947,12)						
189	16/06/99	53.223.090	0,8939899%	1.2640055	(877.080,05)						
252	13/09/99	59.977.559	1.193450%	1.3692470	(1.218.056,09)						
		343.289.548		(3.585.455,63)							
				$\phi = 0$							

(298.568,22)

LIMITE da MESA TESOURARIA

$\theta = 3.500.000$

(179.140,93)

FUNÇÃO OBJETIVO

$\phi = 0$

Matriz de Correlação entre os Vértices 24/09/98											
vértice 1	vértice 2	vértice 3	vértice 4	vértice 5	vértice 6	vértice 7					
vértice 1	1,000000	0,186196	0,054498	-0,044561	-0,027650	-0,062008					
vértice 2	0,186196	1,000000	0,969797	0,918589	0,859203	0,853086	-0,080968				
vértice 3	0,054498	0,969797	1,000000	0,976671	0,899359	0,892058	0,847097				
vértice 4	-0,044561	0,918589	0,976671	1,000000	0,941012	0,928279	0,884963				
vértice 5	-0,027650	0,859203	0,899359	0,941012	1,000000	0,991075	0,917545				
vértice 6	-0,062008	0,853086	0,892058	0,928279	0,991075	1,000000	0,997956				
vértice 7	-0,080968	0,847097	0,884963	0,917545	0,981402	0,997956	1,000000				

Portfolio Balanceado
VAR ² 1,225E+13

Portfolio Original
VAR ² 1,231E+13