

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Marciel Alberto Gomes

**Modelagem e desenvolvimento de um mecanismo Jansen
para uso como material de apoio da disciplina de
Mecanismos**

São Carlos

2021

Marciel Alberto Gomes

**Modelagem e desenvolvimento de um mecanismo Jansen
para uso como material de apoio da disciplina de
Mecanismos**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecatrônica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Mecatrônico.

Orientador: Prof. Dr. Adriano Almeida Gonçalves Siqueira

VERSÃO CORRIGIDA

**São Carlos
2021**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

G633m Gomes, Marciel Alberto
 Modelagem e desenvolvimento de um mecanismo Jansen
 para uso como material de apoio da disciplina de
 Mecanismos / Marciel Alberto Gomes; orientador Adriano
 Almeida Gonçalves Siqueira. São Carlos, 2021.

 Monografia (Graduação em Engenharia Mecatrônica)
 -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade
 de São Paulo, 2021.

 1. Mecanismos.. 2. Jansen. 3. Equações de
 Movimento. 4. Mecanismo 4-Barras. 5. Arduino. I.
 Título.

FOLHA DE AVALIAÇÃO

Candidato: Marciel Alberto Gomes

Título: Modelagem e desenvolvimento de um mecanismo Jansen para uso como material de apoio da disciplina de Mecanismos

**Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo
Curso de Engenharia Mecatrônica.**

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Adriano Almeida Gonçalves Siqueira
(Orientador)

Nota atribuída: 9,0 (NOVE)

ASiqueira
(assinatura)

Prof. Dr. Thiago Boaventura Cunha

Nota atribuída: 9,0 (NOVE)

p/ *ASiqueira*
(assinatura)

Prof. Dr. Wilian Miranda dos Santos

Nota atribuída: 9,0 (NOVE)

p/ *ASiqueira*
(assinatura)

Média: 9,0 (NOVE)

Resultado: APROVADO

Data: 13 / 12 / 2021.

Este trabalho tem condições de ser hospedado no Portal Digital da Biblioteca da EESC

SIM NÃO Visto do orientador

ASiqueira

Dedico este trabalho à Deus, que foi meu guia, meu porto seguro nos momentos mais difíceis dessa jornada.

AGRADECIMENTOS

A motivação para o desenvolvimento e entrega deste trabalho se deu ao longo da disciplina de mecanismos da FHO-Uniararas, nas turmas do curso de graduação em Engenharia Mecânica. Por esta razão, agradeço às turmas de 2018 e 2019, em especial aos alunos Lucas Freitas e Eduardo Adolphi, que atuaram na impressão e montagem da primeira versão deste mecanismo, sob minha supervisão.

Agradeço ainda à todos os colegas da turma de Engenharia Mecatrônica 013, e aos professores da USP São Carlos que souberam transmitir conhecimentos ao longo desta graduação.

*“Study and in general the pursuit of truth and beauty is a sphere of activity in which we
are permitted to remain children all our lives.”*

Letter to Adrianna Enriques (October 1921), p. 83

Albert Einstein

RESUMO

Gomes, M.A. **Modelagem e desenvolvimento de um mecanismo Jansen para uso como material de apoio da disciplina de Mecanismos**. 2021. 95p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

Este trabalho tem como objetivo apresentar o desenvolvimento de um mecanismo do tipo *Jansen*, cuja finalidade é a sua utilização como material didático na disciplina de Mecanismos, lecionada nos cursos de engenharia Mecânica e Mecatrônica. O mecanismo *Jansen* é composto por oito links que simulam cada membro inferior (ou pés), que conectados em sistemas de 4 barras, formam uma cadeia cinemática que imita os movimentos do caminhar de um animal quadrupede. O movimento é gerado por um *link* de entrada, do tipo manivela, que pode ser acoplado a um atuador, como por exemplo um motor elétrico. O movimento dos demais *links* seguem a trajetória determinada pela manivela. O mecanismo *Jansen* é um modelo bastante utilizado no estudo de mecanismos em cursos de graduação em engenharia visto que envolve a modelagem das equações de posição, velocidade e aceleração de cada junta. Além disso, tal mecanismo pode ser usado como base prática em projetos de máquinas, sistemas de controle e disciplinas correlatas. O trabalho foi desenvolvido em 3 etapas: a modelagem matemática afim de se obter as equações de posição, velocidade e aceleração das juntas, a modelagem 3D e a construção do mecanismo, utilizando impressão 3D, e por fim a implementação de um controle dos motores com comunicação via *bluetooth*.

Palavras-chave: Mecanismos. Mecanismo Jansen. Equações de Movimento. Arduíno. Mecanismo 4-Barras.

ABSTRACT

Gomes, M.A. **Modeling and development of a Jansen mechanism to be used as support material for the Mechanisms discipline.** 2021. 95p. Monograph (Conclusion Course Paper) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

The main objective of this work is to present the development of a Jansen-type mechanism, whose purpose is its use as teaching material in the Mechanisms discipline, taught in Mechanical and Mechatronics engineering courses. The Jansen mechanism consists of 8 links which simulate each lower limb (or feet), connected in 4-bar systems, forming a kinematic chain that mimics the walking movements of a 4-legged animal. Motion is generated by an input crank link, which can be coupled to an actuator such as an electric motor. The standard trajectories of the other links are determined by the crank. The Jansen mechanism is a model widely used in the study of mechanisms in undergraduate engineering courses because it involves modeling the equations of position, velocity and acceleration of each joint. Furthermore, that mechanism can be used as a practical experiment in designing machines, control systems and related subjects. The work was developed in 3 stages: a mathematical modeling in order to obtain the equations of position, velocity and acceleration of the joints, 3D modeling and construction of the mechanism, using 3D printing, and finally the implementation of a motor control via bluetooth.

Keywords: Mechanism. Jansen Mechanism. Equations of Motion. Arduino. 4-Bar Mechanism.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Principais partes de uma pata do mecanismo <i>Jansen</i>	25
Figura 2 – Modelo 2D considerando 2 patas do <i>Jansen</i>	26
Figura 3 – Trajetória das extremidades de contato com o solo do <i>Jansen</i>	27
Figura 4 – Trajetória das juntas móveis do <i>Jansen</i>	28
Figura 5 – Notação adotada para os <i>links</i> neste trabalho.	31
Figura 6 – Representação vetorial para o 4-barras superior.	32
Figura 7 – Representação vetorial para o 4-barras inferior.	37
Figura 8 – Representação vetorial para o 4-barras paralelo.	38
Figura 9 – Soma vetorial para encontrar a posição do pé.	39
Figura 10 – Vistas da modelagem das patas do mecanismo	43
Figura 11 – Vista frontal da montagem em <i>SolidWorks</i>	44
Figura 12 – Vista isométrica da montagem em <i>SolidWorks</i>	44
Figura 13 – Primeira versão impressa e subconjuntos montados.	46
Figura 14 – Primeira versão impressa da montagem do mecanismo.	47
Figura 15 – Cascas do mecanismo.	47
Figura 16 – Cabeça do mecanismo.	47
Figura 17 – Base do modelo <i>Jansen</i>	48
Figura 18 – Modelo de motor DC utilizado no projeto.	49
Figura 19 – Arduino Mega 2560 utilizado no projeto	50
Figura 20 – <i>Shield</i> para controle PWM dos motores.	51
Figura 21 – Detalhes da placa HC-06	51
Figura 22 – Esquema de ligação do HC-06	52
Figura 23 – Módulo do sensor ultrassônico HC-SR04.	53
Figura 24 – Fonte de alimentação com saídas 5VDC e 12VDC.	53
Figura 25 – Tela inicial do app para controle via <i>bluetooth</i>	54
Figura 26 – Configuração dos botões no modo <i>Controller</i>	55
Figura 27 – Gráfico de posição para o 4-barras superior.	57
Figura 28 – Gráfico de posição para o 4-barras inferior.	58
Figura 29 – Gráfico de posição para o 4-barras paralelo.	59
Figura 30 – Gráfico de posição para o ângulo do pé.	59
Figura 31 – Gráfico de velocidade para o 4-barras superior.	60
Figura 32 – Gráfico de velocidade para o 4-barras inferior.	60
Figura 33 – Gráfico de velocidade para o 4-barras paralelo.	61
Figura 34 – Gráfico de aceleração para o 4-barras superior.	62
Figura 35 – Gráfico de aceleração para o 4-barras inferior.	62
Figura 36 – Gráfico de aceleração para o 4-barras paralelo.	63

Figura 37 – Mecanismo final completo.	64
Figura 38 – Plataforma <i>Arduino</i> e <i>Shield</i> dos motores.	65
Figura 39 – Detalhe do sensor de obstáculo HC-SR04.	65
Figura 40 – Circuito da eletrônica embarcada.	66
Figura 41 – LEDs indicadores de direção e <i>On/Off</i>	66
Figura 42 – Mecanismo em plataforma para testes.	67
Figura 43 – <i>Frame-by-frame</i> do mecanismo se movimentando.	68
Figura 44 – Alteração de velocidade dos motores.	69
Figura 45 – Limite superior de velocidade atingido.	69
Figura 46 – Alteração de direção.	70
Figura 47 – Detecção de obstáculo.	70
Figura 48 – Desenho dos links das patas	77
Figura 49 – Desenho do link de entrada	78
Figura 50 – Desenho do link acoplador com o eixo do motor	79
Figura 51 – Desenho do braço acoplador entre as patas e o eixo do motor	80
Figura 52 – Desenho da base do mecanismo	81
Figura 53 – Desenho do mecanismo montado	82
Figura 54 – Esquema do circuito elétrico	83
Figura 55 – Características do motor elétrico	85

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Motivação	19
1.2	Objetivos	21
1.3	Síntese Bibliográfica	22
2	DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	25
2.1	Síntese do Mecanismo	25
2.2	Modelagem Matemática do Mecanismo	30
2.2.1	Equações de Posição Angular	30
2.2.2	Equações de Velocidade Angular	38
2.2.3	Equações de Aceleração Angular	40
3	MODELAGEM E IMPRESSÃO 3D	43
3.1	Modelagem 3D	43
3.2	Impressão 3D	46
4	HARDWARE E APLICATIVO DE CONTROLE	49
4.1	Motores Elétricos	49
4.2	Componentes Arduino	50
4.3	Fonte de Alimentação	52
4.4	Aplicativo e Código Arduino	54
5	RESULTADOS	57
5.1	Gráficos de Movimento	57
5.1.1	Gráficos de Posição Angular	57
5.1.2	Gráficos de Velocidade Angular	60
5.1.3	Gráficos de Aceleração Angular	61
5.2	Montagem do Mecanismo	64
5.3	Controlador via Arduino	67
6	CONCLUSÃO	71
	REFERÊNCIAS	73
	ANEXOS	75
	ANEXO A – DESENHOS DAS PEÇAS	77

ANEXO B – CIRCUITO ELÉTRICO	83
ANEXO C – DETALHES DO MOTOR ELÉTRICO	85
ANEXO D – CÓDIGO DO ARDUINO	87
ANEXO E – PROPOSTA DE ROTEIRO DE APLICAÇÃO	93

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

A disciplina de **Mecanismos** é parte integrante da grade de vários cursos de engenharia, destacando-se os cursos de engenharia **Mecânica** e **Mecatrônica**. Dentre as diversas atribuições, tais cursos tem como objetivos comuns a formação de profissionais com uma base sólida em matemática, ciência dos mecanismos e projetos de máquinas, e que aplicarão essas habilidades para criar projetos inovadores na mecânica, mecatrônica e áreas afins. Além disso, o estudante deve aprimorar suas habilidades sociais, humanísticas e de comunicação, necessárias para integrar em um ambiente de trabalho em equipe em um mercado global. Nesse contexto, a aplicação de um projeto prático vinculado à teoria da disciplina, e em grupo, como o estudo e desenvolvimento de um mecanismo do tipo *Jansen*, pode ser inserido no início de um semestre no qual os alunos possam oportunamente aplicar os conhecimentos que aprenderam em disciplinas anteriores do curso, tais como **Cálculo, Álgebra Linear, EDO, Desenho Técnico, Processos de Fabricação, Elementos de Máquinas, Programação** entre outras. Vale ressaltar que a disciplina de Mecanismos é oferecida, em geral, na metade do curso de graduação.

A escolha do mecanismo *Jansen*, por sua vez, deve-se ao fato de que o mesmo possui aplicações na mecânica e na robótica, podendo ser a base para inúmeras criações e servindo para análise das **equações de movimento**. As equações de movimento (posição, velocidade e aceleração) são amplamente estudadas durante o curso de Mecanismos, e provêm uma base bastante sólida para o **Projeto Mecânico de Máquinas**, área essencial para a formação e atuação do engenheiro Mecânico e Mecatrônico.

O mecanismo *Jansen* é um mecanismo planar criado pelo artista *Theo Jansen*, (JANSEN, 2007), para simular um movimento do caminhar de um animal de 4 patas (ou 4 pés). O mecanismo *Jansen* possui mérito artístico e mecânico por sua simulação do movimento de caminhada natural usando apenas uma entrada rotativa e mecanismos simples de 4-barras, (NANSAI; ELARA; IWASE, 2013).

Esses mecanismos se assemelham a esqueletos de animais quadrúpedes, ou até mesmo algumas espécies de insetos, e são capazes de se movimentar usando apenas a força produzida pelo vento, desde que providas de mecanismo próprio para isso, ou ainda usando um atuador eletro-mecânico instalado no *link* de entrada (**manivela**). O dispositivo básico *Theo Jansen* é um sistema com 12 barras (dispostas em 8 corpos rígidos) que se movimentam quando uma manivela é colocada em movimento de rotação completa.

Além disso, o mecanismo de *Theo Jansen* está ganhando ampla popularidade entre os pesquisadores de robótica de pernas, devido ao seu **design escalável, eficiência**

energética, locomoção bio-inspirada, trajetória determinística do pé entre outras características, tornando-o um dispositivo bastante interessante para ser usado nos cursos de Engenharia Mecânica e Mecatrônica.

1.2 Objetivos

O objetivo principal da atividade é integrar a teoria dos mecanismos com o desenvolvimento de um equipamento físico que possa representar as equações de movimento estudadas na disciplina de Mecanismos utilizando como base o conhecimento adquirido em disciplinas básicas da graduação em cursos de engenharia. O projeto completo consiste na modelagem matemática das equações de movimento (posição, velocidade e aceleração), apresentação de gráficos das equações de movimento, na especificação dos parâmetros cinemáticos (tamanhos dos *links*), modelagem 3D, construção e montagem do modelo físico real. O roteiro apresentado neste trabalho poderá direcionar a aplicação de projetos práticos na disciplina de Mecanismos, permitindo aos discentes uma abordagem visual dos elementos e do funcionamento de estruturas básicas que compõe máquinas mecânicas.

1.3 Síntese Bibliográfica

O uso de atividades práticas é comum em cursos de graduação ao redor do mundo. No entanto, nas últimas décadas esse tipo de abordagem tem sido fator essencial e diferencial em diversas instituições, visto que tais atividades contribuem de forma significativa no aprendizado e também na motivação dos alunos, principalmente em cursos de engenharia e áreas correlatas.

Várias instituições ao redor do mundo tem utilizado estes tipos de abordagens em seus cursos e publicado resultados bastante animadores para contribuir com a disseminação dos projetos práticos em sala de aula. Como exemplos, podemos citar o trabalho em conjunto entre a Faculdade de Engenharia Mecânica e a Faculdade de Engenharia de Fabricação da **Brigham Young University**, que desenvolveram em conjunto um novo curso de Design de Produto de alto nível, voltados para projetos da indústria e manufatura. Esses projetos envolvem atividades de design de produto e processo, e os alunos são levados a entregar uma especificação funcional, o design de um produto e seu processo, além de um protótipo (TODD; SORENSEN; MAGLEBY, 1993). O autor ainda enfatiza a necessidade de se estabelecer um elo entre o que se é aprendido nas universidades, e o que a indústria espera do futuro profissional.

Já o autor (DYM, 1994) descreve uma série de projetos de caráter social, que são apresentados e levados aos alunos para que eles promovam propostas, relatórios e apresentações com argumentações. Como exemplo, o projeto de um balanço para alunos com cadeira de rodas, ou de um braço robótico para auxiliar na alimentação de alunos com deficiência motora, são idealizados e desenvolvidos pelos alunos, e podem até ter um protótipo que pode ser avaliado por um júri interno da instituição. Os projetos são complementados por palestras sobre metodologia de projetos e outros tópicos relacionados à prática de engenharia.

Neste mesmo tema, (SHEPPARD *et al.*, 1997) faz uma análise de exemplos de projetos que foram implementados em turmas de primeiro ano em cursos de engenharia de diferentes universidades dos Estados Unidos. Segundo o autor, a abordagem prática nos cursos de engenharia deve levar em consideração vários fatores, como o corpo discente, as instalações e os parceiros da indústria, bem como o tempo disponível para tais aplicações. Não menos importante, as diretrizes estabelecidas pela própria instituição e pelo governo local devem ser priorizadas.

Nessa linha de raciocínio, e considerando os cursos de engenharia Mecânica e Mecatrônica, destaca-se o trabalho desenvolvido por (LIU *et al.*, 2011) na **Universidade de Louisville (EUA)**, no qual um projeto prático de um mecanismo *Jansen* foi desenvolvido junto aos alunos. Os *feedbacks* dos alunos indicaram que o projeto foi uma atividade educativa e gratificante, na qual diversos conhecimentos e técnicas, tais como projeto

de engenharia, modelagem, desenho técnico, análise cinemática, materiais, usinagem, fabricação, eletrônica e muitos outros aspectos da engenharia foram aplicados.

Por sua geometria e demais características intrínsecas às disciplinas de engenharia, o modelo *Jansen* tem sido estudado em vários trabalhos acadêmicos, tais como (NANSAI *et al.*, 2015), que relata o projeto de um modelo *Jansen* reconfigurável que produz uma ampla variedade de ciclos de marcha, abrindo novas possibilidades para aplicações inovadoras. O mecanismo sugerido no artigo muda de uma cadeia cinemática de *Grübler* para um mecanismo de 5 graus de liberdade, utilizando juntas deslizantes durante o processo de reconfiguração. Isso permite que o mecanismo possa ser reconfigurado para produzir novas trajetórias das juntas. O mesmo autor ainda faz uma análise da dinâmica de um mecanismo *Jansen* usando o método da projeção, (NANSAI; ELARA; IWASE, 2013). Tal método resulta no uso de equações de *Lagrange* e restrições de forças aplicadas no mecanismos.

Análises dos mecanismos de caminhada similares ao modelo *Jansen* são apresentadas também em (VUJOŠEVIĆ *et al.*, 2018) que mostra ainda as vantagens dos mecanismos de caminhada em comparação com máquinas de engrenagens clássicas e o efeito de certos parâmetros em seus desempenhos. (MOHSENIZADEH; ZHOU, 2015) faz uso do método de equações fechadas usando o **Matlab** para análise cinemática de um mecanismo de *Jansen*, e ainda para a obtenção de posição e velocidade linear do mecanismo, mas usando o software *SolidWorks*. Utilizamos neste trabalho a mesma metodologia das equações fechadas para posição, velocidade e aceleração angulares do mecanismo *Jansen*.

Já em (GHASSAEI, 2011) a síntese e o equacionamento de posição, velocidade e aceleração são mostrados de forma de otimizar a trajetória gerada nos pés do mecanismo, fazendo com que a trajetória do pé, em contato com o solo seja mais linear, e requer uma menor movimentação vertical do conjunto.

Com base nesses trabalhos, mantendo-se a premissa de que nenhum processo de otimização de trajetória seja aplicado, é apresentado aqui a abordagem simplificada de equacionamento, construção e simulação de um mecanismo *Jansen* para uso educacional nos cursos de engenharia. A principal contribuição deste trabalho é oferecer os detalhes do desenvolvimento da teoria e prática, e ainda uma proposta de aplicação, com roteiro para desenvolvimento e entrega de cada etapa (ver Anexo E).

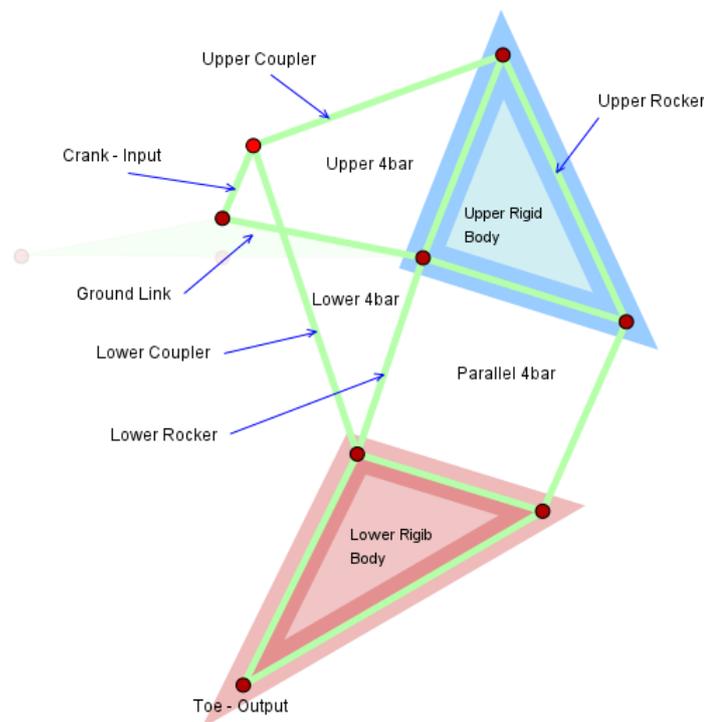
2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Este capítulo apresenta a síntese do mecanismo e a modelagem matemática das equações de posição, velocidade e aceleração das juntas.

2.1 Síntese do Mecanismo

O mecanismo do tipo *Jansen* possui apenas 1 Grau de Liberdade, 4 ou mais pernas que são compostas basicamente de vários mecanismos 4-barras que atuam para transmitir movimento de um atuador para seus diversos *links*. O *Jansen* possui um *link* de entrada (manivela ou *crank*), dois osciladores (*rockers*), e dois acopladores (*couplers*), todos conectados por juntas rotacionais, conforme [Figura 1](#).

Figura 1 – Principais partes de uma pata do mecanismo *Jansen*.



Fonte: Adaptado de (MOHSENIZADEH; ZHOU, 2015)

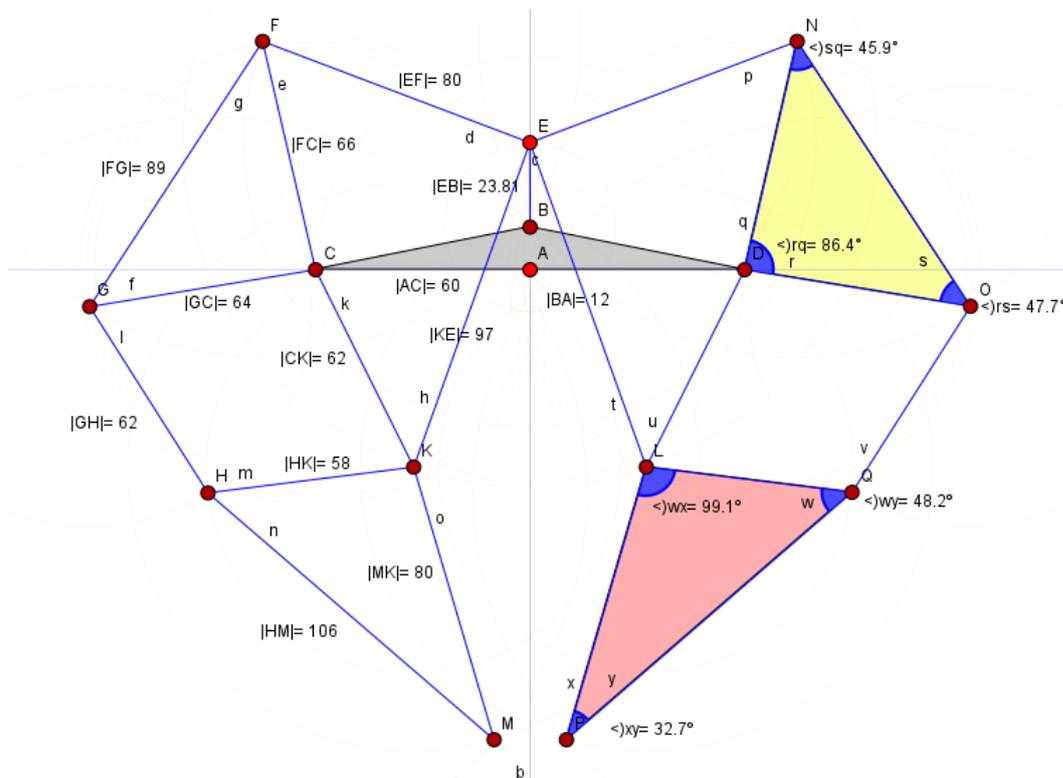
Cada conjunto que compõe uma perna consiste em 6 partes principais: dois mecanismos 3 barras rígidos (triangulares), dois 4-barras (*crank-rocker* ou manivela-oscilador), cujas equações de movimento são similares a qualquer outro mecanismo 4-barras do mesmo tipo, além de um 4-barras paralelo (mesmo que as barras não sejam totalmente paralelas, esse mecanismo recebe esse nome pela sua semelhança com um paralelogramo). Há ainda um *link* chamado de *ground* sobre o qual a manivela e o oscilador rotacionam. No caso do

Jansen, o *ground* é a referência para todos os outros mecanismos que se movimentam, e corresponde ao corpo do animal quadrúpede, quando comparado.

Baseado nesta estrutura, a primeira etapa do trabalho refere-se à **síntese do mecanismo**, ou seja, na definição dos tipos de **sub-mecanismos** que deverão compor o mecanismo global, e os tamanhos dos *links* para que se consiga atingir os movimentos desejados para o mecanismo *Jansen*. Nesse caso, como o mecanismo *Jansen* já é bem definido na literatura, o trabalho consiste em definir os tamanhos de cada *link*, considerando os movimentos desejados.

Desse modo, o mecanismo 2D considerando duas patas do *Jansen* foi desenhado no software Cinderella.2¹ e seus movimentos foram simulados até que fosse encontrado um modelo ideal (de acordo com a proposta). A Figura 2 mostra o modelo cinemático 2D das 2 patas consideradas. As medidas de comprimento dos *links* estão em *mm* (milímetro). A região triangular sombreada em cinza refere-se ao corpo do mecanismo, sendo aqui usado como a parte fixa (referência para o movimento das patas). A linha vertical *b* é a linha de simetria entre a parte dianteira e a traseira do mecanismo. Além disso, destaca-se na Figura 2 os *links* com 3 juntas (triangulares), cujos ângulos internos são mostrados.

Figura 2 – Modelo 2D considerando 2 patas do *Jansen*.

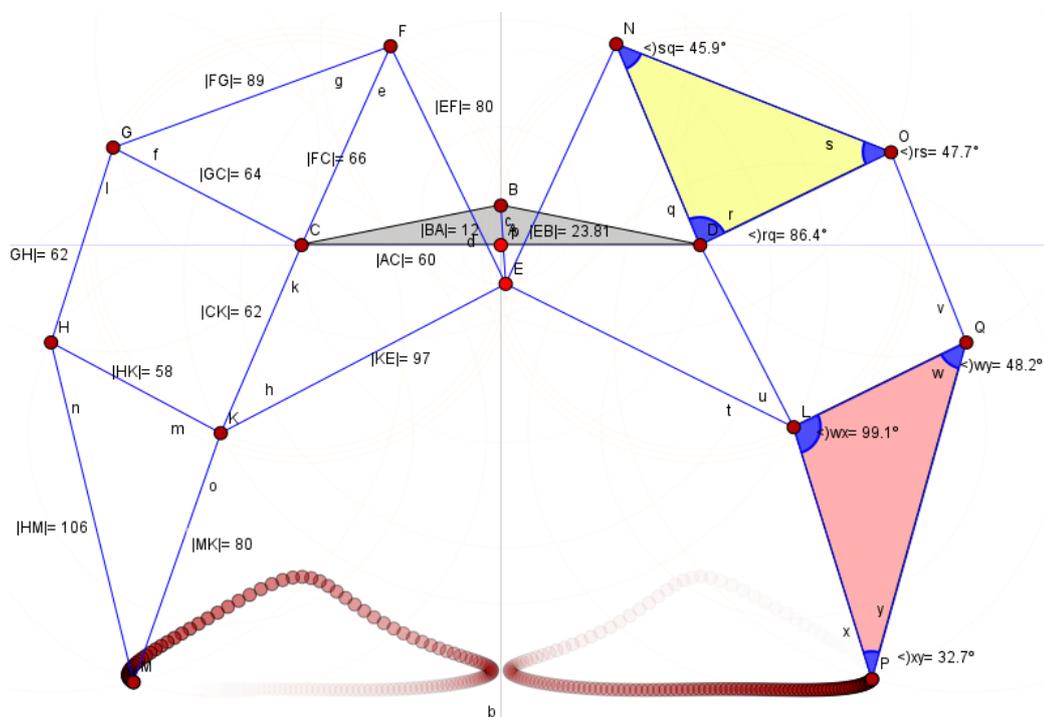


Fonte: Elaborado pelo autor

¹ <https://www.cinderella.de/tiki-index.php>

Baseado nessa estrutura, podemos simular os movimentos das juntas, e as trajetórias que elas conseguem seguir, impulsionadas pelo *link* de entrada *EB*, que será receberá o movimento de rotação do motor acoplado na junta *B*. A [Figura 3](#) mostra a trajetória gerada pelas patas do mecanismo (ponto de contato com o solo). Pode ser observado que, quando em contato com o solo, a extremidade inferior do *link* realiza uma trajetória quase que reta, permitindo que o mecanismo seja estável durante o movimento de caminhada, ou seja, enquanto uma pata realiza o movimento de balanço, a outra fica em contato com o solo.

Figura 3 – Trajetória das extremidades de contato com o solo do *Jansen*.

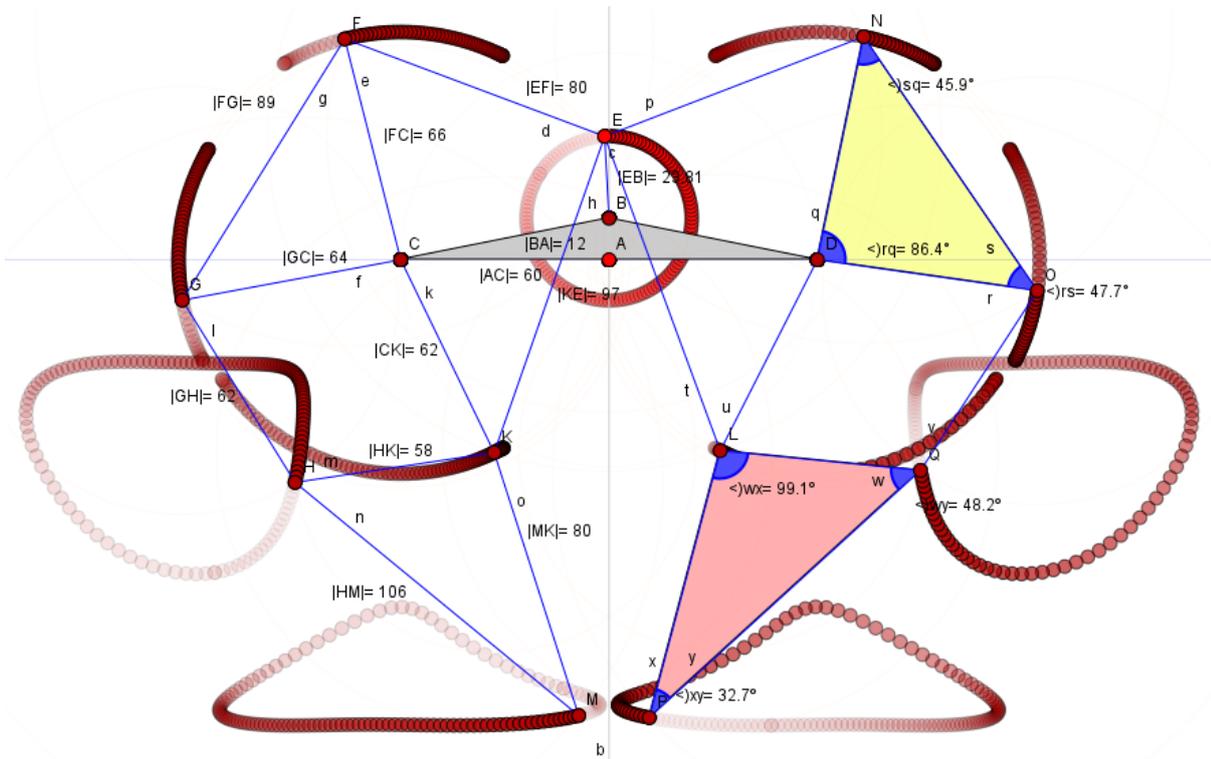


Fonte: Elaborado pelo autor

Já a [Figura 4](#) mostra todas as trajetórias das juntas móveis do mecanismo. Note que aqui não estamos considerando o movimento linear do mecanismo, ou seja, não estamos considerando o deslocamento do conjunto sobre o solo.

Na prática, o processo para definição das medidas dos *links* é, em geral, um processo empírico e iterativo, no qual se alternam a síntese e análise dos resultados. Para o nosso caso, focamos no movimento das extremidades inferiores dos *links* de contato com o solo, enquanto os demais *links* devem obedecer apenas os requisitos físicos para que os movimentos ocorram (sem interferência ou contato que possa impedir algum movimento).

Pensando na aplicação dentro da disciplina de Mecanismos, essa etapa de um

Figura 4 – Trajetória das juntas móveis do *Jansen*.

Fonte: Elaborado pelo autor

estudo de mecanismos pode ser introduzida junto aos conceitos de *Graus de Liberdade*² e a definição de um 4-barras e seus principais tipos. No caso do *Jansen*, podemos utilizar o critério de *Kutzbach* visto na [Equação 2.1](#), ([ANGELES, 1988](#)), para calcular o GDL:

$$N = 3.(B - 1) - 2.n_{J1} - n_{J2} \quad (2.1)$$

onde: N é o número de graus de liberdade; B é o número total de corpos, incluindo o *ground*; n_{J1} é o número de juntas com 1 GDL; n_{J2} é o número de juntas com 2 GDL.

É fácil notar que o mecanismo *Jansen* possui apenas juntas com 1 GDL (juntas rotacionais). No entanto, precisamos considerar 1 junta rotacional a cada par de *links*. Neste caso, encontramos um total de 10 juntas rotacionais. O número de *links* no mecanismo, por sua vez, nos dá um total de 8 (corpos rígidos). Substituindo na fórmula:

$$N = 3.(8 - 1) - 2.10 - 0 = 21 - 20 = 1GDL.$$

Outra forma de notarmos que o mecanismo possui apenas 1 GDL é através do cálculo de N para cada sub-mecanismo. Por se tratar de mecanismos 4-barras, todos terão apenas 1 GDL, e como estão acoplados, a saída de um se torna a entrada do próximo

² Graus de liberdade ou mobilidade é a quantidade de parâmetros independentes necessária para especificar a posição de cada elo do mecanismo

4-barras. Portanto, teremos apenas uma entrada que reproduz apenas uma saída no conjunto completo.

Outro critério que devemos adotar nesta etapa de síntese do mecanismo é a condição de *Grashof*. Essa condição nos diz se haverá rotação completa em ao menos 1 dos *links* do mecanismo, utilizando apenas o tamanho dos *links*. Essa condição precisa ser atendida para o mecanismo 4-barras superior e para o inferior, visto que o *link* de entrada l_2 estará acoplado ao motor elétrico, e deverá rotacionar livremente para os dois subsistemas. A condição de Grashof é descrita pela [Equação 2.2](#):

$$S + L \leq P + Q \quad (2.2)$$

onde S é o tamanho do menor *link*; L é o tamanho do maior *link*; P e Q são os tamanhos dos dois *links* restantes.

Para o nosso caso, temos:

Para o 4-barras Superior (configuração direta):

$S + L = 23.81 + 80 = 103.81$ e $P + Q = 66 + 61.19 = 127.19$. Logo, $103.81 \leq 127.19$ e a condição de Grashof é satisfeita para o 4-barras superior.

Para o 4-barras Inferior: (configuração cruzada)

$S + L = 23.81 + 97 = 120.81$ e $P + Q = 62 + 61.19 = 123.19$. Logo, $120.81 \leq 123.19$ e a condição de Grashof é satisfeita para o 4-barras inferior.

Para o 4-barras Paralelo:

Para esta configuração, não há a necessidade de que o critério de Grashof seja atendido, visto que o 4-barras não é acoplado diretamente no *link* de entrada.

Portanto, temos condições suficientes para que o mecanismo proposto possa se movimentar a partir de uma entrada rotacional e transmitir o movimento para as demais partes do mecanismo.

2.2 Modelagem Matemática do Mecanismo

As equações aqui mostradas são baseadas em (NORTON, 2009). Por simplicidade, assumimos notações similares à do autor da referência. Dessa forma, temos:

- l_i representa os *links* para $i = 1, \dots, n$
- R_i representa os vetores para $i = 1, \dots, n$ correspondentes aos *links* l_i
- S_i e C_i referem-se ao seno e cosseno do ângulo θ_i , para $i = 1, \dots, n$
- S_{ij} e C_{ij} referem-se ao seno e cosseno da soma dos ângulos $\theta_i + \theta_j$, para $i, j = 1, \dots, n$

Por se tratar de um mecanismo que envolve basicamente os modelos 4-barras, a modelagem é relativamente simples. Dessa forma, os princípios da *álgebra Linear* e das *Leis da Física* nos fornecem ferramentas básicas e essenciais para, a partir da criação de *modelos vetoriais*, desenvolver equações de movimento para tais mecanismos. Além disso, a diferença de um problema de cinemática ou dinâmica básico é que um mecanismo não é considerado como uma massa pontual e os elementos que o compõem apresentam combinações de movimentos relativos de rotação e translação. Para o estudo da dinâmica, no entanto, é necessário levar em conta conceitos como *centro de gravidade*, *momento de inércia*, *velocidade angular*, entre outros conceitos que influenciam na dinâmica do sistema.

No caso apresentado aqui, a análise do mecanismo deveria seguir as seguintes etapas:

1. Análise de posição
2. Análise de velocidade
3. Análise de aceleração
4. Análise dinâmica
5. Análise de esforços

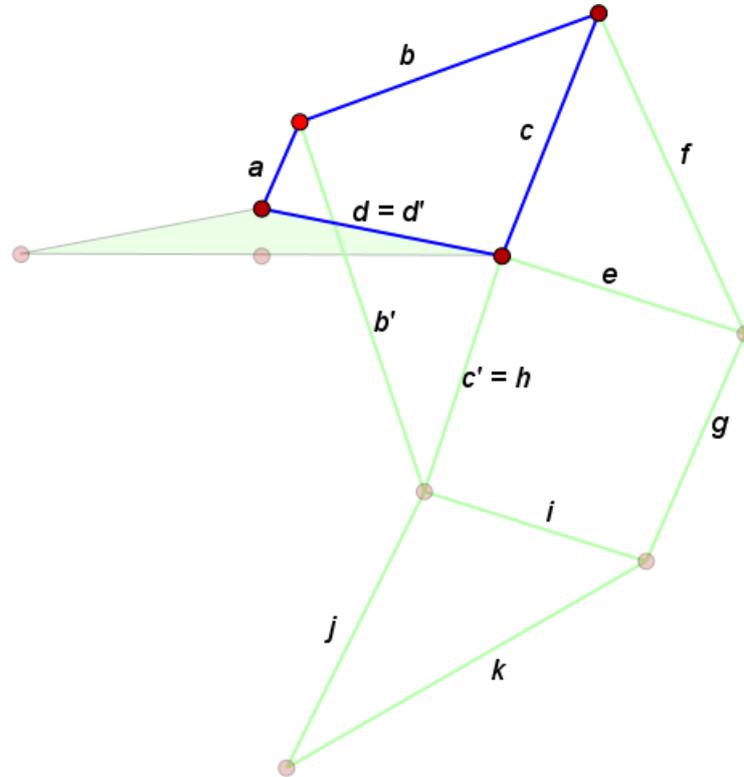
Consideraremos neste trabalho apenas as equações de posição, velocidade e aceleração, visto que não há esforços significativos envolvidos no problema proposto.

2.2.1 Equações de Posição Angular

A análise das equações de posição, velocidade e aceleração pode ser realizada utilizando-se um enfoque bidimensional, o que reduz o mecanismo a apenas um plano.

A [Figura 5](#) mostra um modelo 2D de uma das patas do mecanismo *Jansen*. Pode ser observado que temos o acoplamento de vários mecanismos 4-barras que compõe o projeto *Jansen*. Nesse caso, podemos simplificar a modelagem matemática, utilizando equações de um modelo 4-barras em cada caso. Inicialmente, vamos adotar a nomenclatura dos *links* como mostrado na [Figura 5](#) (letras minúsculas).

Figura 5 – Notação adotada para os *links* neste trabalho.



Fonte: Elaborado pelo autor

Para o modelo 4-barras superior, mostrado na Figura 5, podemos lançar mão do uso de equação vetorial para iniciarmos o equacionamento. Considere então o 4-barras formado pelos *links* R_1, R_2, R_3, R_4 , mostrados na Figura 6, os quais correspondem aos *links* d, a, b, c , temos que:

$$R_2 + R_3 - R_4 - R_1 = 0 \quad (2.3)$$

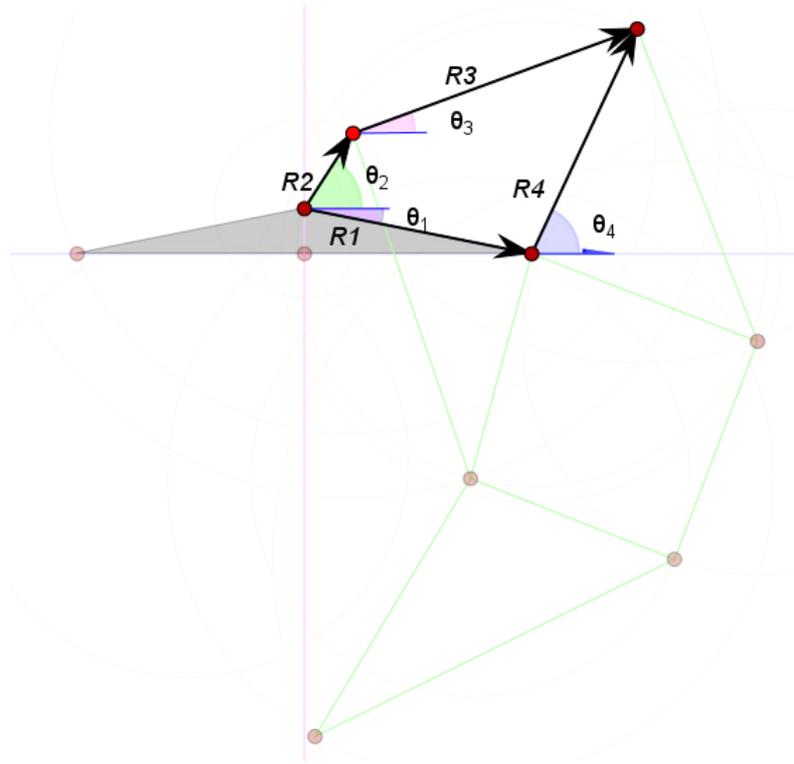
A equação vetorial 2.3 pode ser representada pela notação de Euler, usando funções exponenciais. Então temos:

$$l_2 e^{j\theta_2} + l_3 e^{j\theta_3} - l_4 e^{j\theta_4} - l_1 e^{j\theta_1} = 0 \quad (2.4)$$

onde adotamos a notação l_i para $i = 1, 2, 3, 4$ para os tamanhos dos *links*. Aqui, l_1, l_2, l_3, l_4 correspondem aos *links* d, a, b, c como mostrado na Figura 5. Dessa forma, temos:

$$l_2 (\cos(\theta_2) + j \sin(\theta_2)) + l_3 (\cos(\theta_3) + j \sin(\theta_3)) - l_4 (\cos(\theta_4) + j \sin(\theta_4)) - l_1 (\cos(\theta_1) + j \sin(\theta_1)) = 0 \quad (2.5)$$

Figura 6 – Representação vetorial para o 4-barras superior.



Fonte: Elaborado pelo autor

A representação por números de Euler pode ser separada em 2 partes: parte real e parte imaginária, pois $e^{j\theta} = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$.

Dessa forma, obtemos:

$$\begin{cases} \text{Re: } l_2 C_2 + l_3 C_3 - l_4 C_4 - l_1 C_1 = 0 \\ \text{Im: } l_2 S_2 + l_3 S_3 - l_4 S_4 - l_1 S_1 = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Para encontrar θ_3 e θ_4 , prosseguimos da seguinte maneira:

Obtenção de θ_4 :

Isolamos os termos que contém θ_3 para eliminarmos essa incógnita por meio de manipulações e substituições trigonométricas.

$$\begin{cases} \text{Re: } l_3 C_3 = l_1 C_1 - l_2 C_2 + l_4 C_4 \\ \text{Im: } l_3 S_3 = l_1 S_1 - l_2 S_2 + l_4 S_4 \end{cases} \quad (2.7)$$

Elevando ao quadrado as duas equações, temos:

$$\begin{cases} \text{Re: } l_3^2 C_3^2 = l_1^2 C_1^2 - l_2^2 C_2^2 + l_4^2 C_4^2 - 2l_2 l_2 C_1 C_2 + 2l_1 l_4 C_1 C_4 - 2l_2 l_4 C_2 C_4 \\ \text{Im: } l_3^2 S_3^2 = l_1^2 S_1^2 - l_2^2 S_2^2 + l_4^2 S_4^2 - 2l_2 l_2 S_1 S_2 + 2l_1 l_4 S_1 S_4 - 2l_2 l_4 S_2 S_4 \end{cases} \quad (2.8)$$

Somando as equações resultantes e sabendo que $C_i^2 + S_i^2 = 1$, temos:

$$l_1^2 + l_2^2 - l_3^2 + l_4^2 - 2l_1l_2(C_1C_2 + S_1S_2) + 2l_1l_4(C_1C_4 + S_1S_4) - 2l_2l_4(C_2C_4 + S_2S_4) = 0 \quad (2.9)$$

Se dividirmos a [Equação 2.9](#) por $2l_2l_4$ obtemos uma equação característica do 4-barras, chamada de **Equação de Freudeinstein**, ([WOO; FREUDENSTEIN, 1970](#)):

$$\underbrace{\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 - l_3^2 + l_4^2}{2l_2l_4}\right)}_a - \underbrace{\frac{l_1}{l_4}(C_1C_2 + S_1S_2)}_b + \underbrace{\frac{l_1}{l_2}}_d (C_1C_4 + S_1S_4) - (C_2C_4 + S_2S_4) = 0 \quad (2.10)$$

A [Equação 2.10](#) se reduz então à forma:

$$a - b + d(C_1C_4 + S_1S_4) - (C_2C_4 + S_2S_4) = 0 \quad (2.11)$$

Para finalmente encontrar θ_4 , usamos as seguintes identidades trigonométricas:

$$\sin(\theta) = \left(\frac{2 \tan(\theta/2)}{1 + \tan^2(\theta/2)} \right)$$

$$\cos(\theta) = \left(\frac{1 - \tan^2(\theta/2)}{1 + \tan^2(\theta/2)} \right)$$

Logo:

$$a - b + d \left[C_1 \left(\frac{1 - \tan^2(\frac{\theta_4}{2})}{1 + \tan^2(\theta_4/2)} \right) + S_1 \left(\frac{2 \tan(\theta_4/2)}{1 + \tan^2(\theta_4/2)} \right) \right] - C_2 \left(\frac{1 - \tan^2(\theta_4/2)}{1 + \tan^2(\theta_4/2)} \right) + \\ - S_2 \left(\frac{2 \tan(\theta_4/2)}{1 + \tan^2(\theta_4/2)} \right) = 0 \quad (2.12)$$

Fazendo uma rápida substituição de variáveis, sendo $\tan(\theta_4/2) = X$, encontramos uma equação quadrática, que pode ser facilmente resolvida pelo uso da fórmula de Baskhara:

$$\underbrace{(a - b - dC_1 + C_2)}_A X^2 + \underbrace{(2dS_1 - 2S_2)}_B X + \underbrace{(a - b + dC_1 - C_2)}_C = 0 \quad (2.13)$$

$$AX^2 + BX + C = 0 \quad (2.14)$$

Finalmente:

$$\theta_4 = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \right) \quad (2.15)$$

Note que a [Equação 2.15](#) nos dá 2 respostas, associadas ao sinal da raiz. Nesse caso, temos uma resposta para a configuração direta (ou aberta), e outra para a configuração cruzada (ou invertida) do 4-barras.

Obtenção de θ_3 :

Isolamos os termos que contém θ_4 para eliminarmos essa incógnita por meio de manipulações e substituições trigonométricas.

$$\begin{cases} \text{Re: } l_4 C_4 = -l_1 C_1 + l_2 C_2 + l_3 C_3 \\ \text{Im: } l_4 S_4 = -l_1 S_1 + l_2 S_2 + l_3 S_3 \end{cases} \quad (2.16)$$

Elevando ao quadrado as duas equações, temos:

$$\begin{cases} \text{Re: } l_4^2 C_4^2 = l_1^2 C_1^2 + l_2^2 C_2^2 + l_3^2 C_3^2 + 2l_2 l_3 C_2 C_3 - 2l_1 l_2 C_1 C_2 - 2l_1 l_3 C_1 C_3 \\ \text{Im: } l_4^2 S_4^2 = l_1^2 S_1^2 + l_2^2 S_2^2 + l_3^2 S_3^2 + 2l_2 l_3 S_2 S_3 + 2l_1 l_2 S_1 S_2 - 2l_1 l_3 S_1 S_3 \end{cases} \quad (2.17)$$

Somando as equações resultantes e sabendo que $C_i^2 + S_i^2 = 1$, temos:

$$l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_4^2 + 2l_2 l_3 (C_2 C_3 + S_2 S_3) - 2l_1 l_2 (C_1 C_2 + S_1 S_2) - 2l_1 l_3 (C_1 C_3 + S_1 S_3) = 0 \quad (2.18)$$

Se dividirmos a [Equação 2.18](#) por $-2l_2 l_3$ obtemos a equação característica do 4-barras, **Equação de Freudeinstein**:

$$\underbrace{\left(\frac{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_4^2}{2l_2 l_3} \right)}_f - \underbrace{\frac{l_1}{l_3} (C_1 C_2 + S_1 S_2)}_g + \underbrace{\frac{l_1}{l_2} (C_1 C_3 + S_1 S_3)}_h - (C_2 C_3 + S_2 S_3) = 0 \quad (2.19)$$

A [Equação 2.19](#) se reduz então à forma:

$$f + g + h(C_1 C_3 + S_1 S_3) - (C_2 C_3 + S_2 S_3) = 0 \quad (2.20)$$

Para finalmente encontrar θ_3 , usamos as seguintes identidades trigonométricas:

$$\sin(\theta) = \left(\frac{2 \tan(\theta/2)}{1 + \tan^2(\theta/2)} \right)$$

$$\cos(\theta) = \left(\frac{1 - \tan^2(\theta/2)}{1 + \tan^2(\theta/2)} \right)$$

Logo:

$$f + g + h \left[C_1 \left(\frac{1 - \tan^2(\theta_3/2)}{1 + \tan^2(\theta_3/2)} \right) + S_1 \left(\frac{2 \tan(\theta_3/2)}{1 + \tan^2(\theta_3/2)} \right) \right] - C_2 \left(\frac{1 - \tan^2(\theta_3/2)}{1 + \tan^2(\theta_3/2)} \right) + S_2 \left(\frac{2 \tan(\theta_3/2)}{1 + \tan^2(\theta_3/2)} \right) = 0 \quad (2.21)$$

Fazendo uma rápida substituição de variáveis, sendo $\tan(\theta_3/2) = Y$, encontramos uma equação quadrática, que pode ser facilmente resolvida pelo uso da fórmula de Baskhara:

$$\underbrace{(f + g + hC_1 + C_2)}_D Y^2 + \underbrace{(2hS_1 - 2S_2)}_E Y + \underbrace{(f + g + hC_1 - C_2)}_F = 0 \quad (2.22)$$

$$DY^2 + EY + F = 0 \quad (2.23)$$

Finalmente:

$$\theta_3 = 2 \tan^{-1} \left(\frac{-E \pm \sqrt{E^2 - 4DF}}{2D} \right) \quad (2.24)$$

Similar à equação para θ_3 , temos aqui duas respostas. Note que, nesse caso, tanto para θ_3 quanto para θ_4 , estamos interessados na configuração aberta para o 4-barras superior.

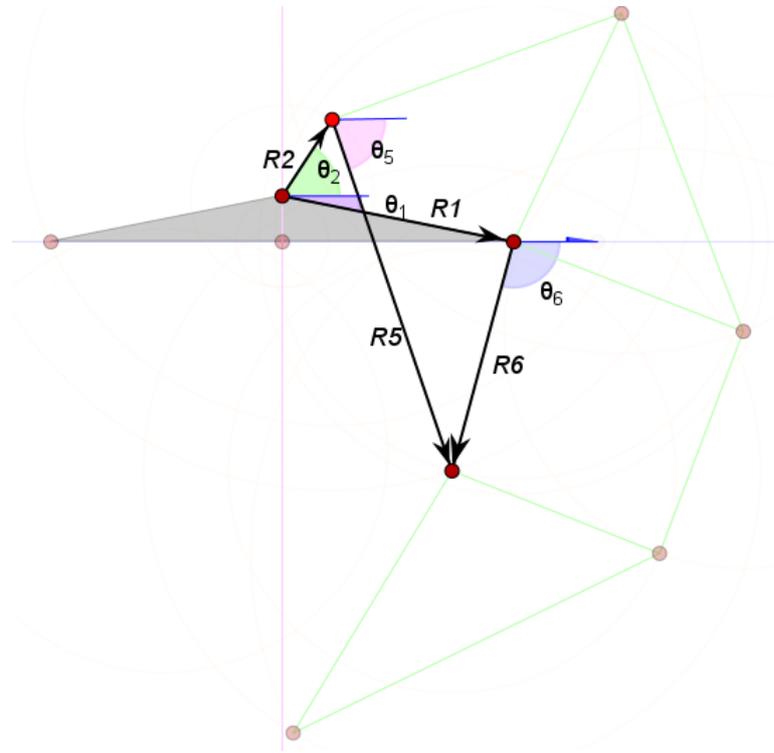
Para o mecanismo 4-barras inferior (invertido), mostrado na [Figura 7](#), temos que os ângulos θ_1 e θ_2 são os mesmos para o mecanismo anterior. Por similaridade, $\theta_5 \sim \theta_3$ e $\theta_6 \sim \theta_4$. Além disso, os vetores R_5 e R_6 correspondem aos vetores anteriores R_3 e R_4 , respectivamente.

Logo, temos as seguintes equivalências:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Links:} \quad (a, b, c, d) \equiv (a, b', c', d') \\ \text{Ângulos:} \quad (\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_1) \equiv (\theta_2, \theta_5, \theta_6, \theta_1) \\ \text{Vetores:} \quad (R_2, R_3, R_4, R_1) \equiv (R_2, R_5, R_6, R_1) \end{array} \right.$$

Note que, para esse mecanismo 4-barras, temos que considerar o sinal da raiz para o qual teremos os ângulo de θ_4 e θ_6 na configuração cruzada.

Figura 7 – Representação vetorial para o 4-barras inferior.



Fonte: Elaborado pelo autor

Para o mecanismo 4-barras paralelo mostrado na [Figura 8](#), temos as seguintes similaridades:

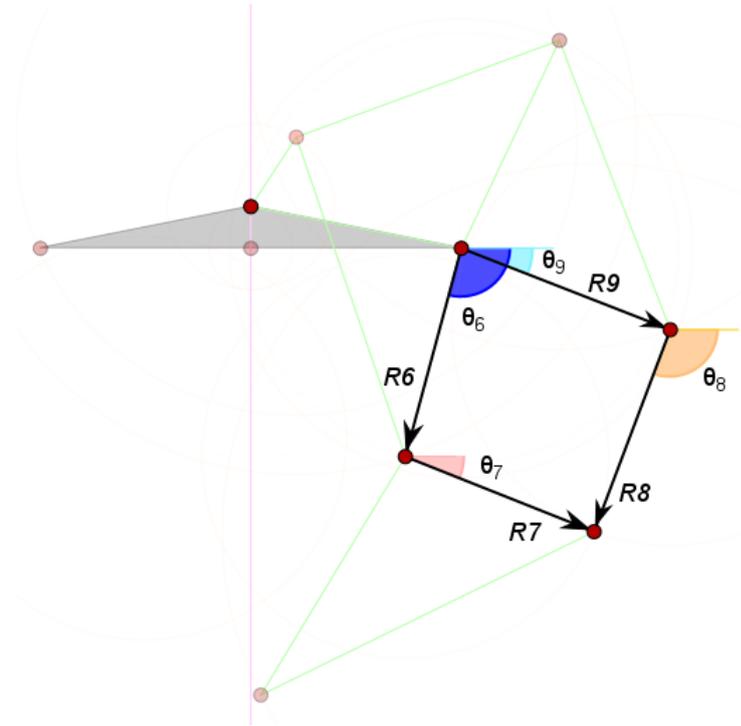
$$\begin{cases} \text{Links:} & (a, b, c, d) \equiv (h, i, g, e) \\ \text{Ângulos:} & (\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_1) \equiv (\theta_6, \theta_7, \theta_8, \theta_9) \\ \text{Vetores:} & (R_2, R_3, R_4, R_1) \equiv (R_6, R_7, R_8, R_9) \end{cases}$$

sendo o *link* e (vetor R_9) aqui considerado como *ground*. Neste mecanismo 4-barras, temos a configuração direta sendo aplicada.

Portanto, as equações para o 4-barras inferior e o 4-barras paralelo são as mesmas apresentadas para o 4-barras superior, bastando apenas a substituição dos tamanhos dos *links* e vetores, e seus respectivos ângulos de rotação.

Por fim, se estivermos interessados na posição da ponta do pé (toe), basta realizarmos uma soma vetorial de $R_1 + R_6 + R_{10}$ para obtermos as coordenadas x, y da extremidade do pé. A [Figura 9](#) mostra os vetores citados. Note que $\theta_{10} = \theta_7 + 99,1^\circ$, conforme ângulo entre os *links* i e j da [Figura 5](#). A posição da ponta do pé pode ser importante caso desejássemos obter a velocidade linear do conjunto.

Figura 8 – Representação vetorial para o 4-barras paralelo.



Fonte: Elaborado pelo autor

2.2.2 Equações de Velocidade Angular

Para derivar as equações de velocidade, utilizamos os mesmos conceitos das equações de posição. Partindo-se então da equação vetorial 2.25, temos:

$$l_2 e^{j\theta_2} + l_3 e^{j\theta_3} - l_4 e^{j\theta_4} - l_1 e^{j\theta_1} = 0 \quad (2.25)$$

Derivando-se a Equação 2.25, temos que:

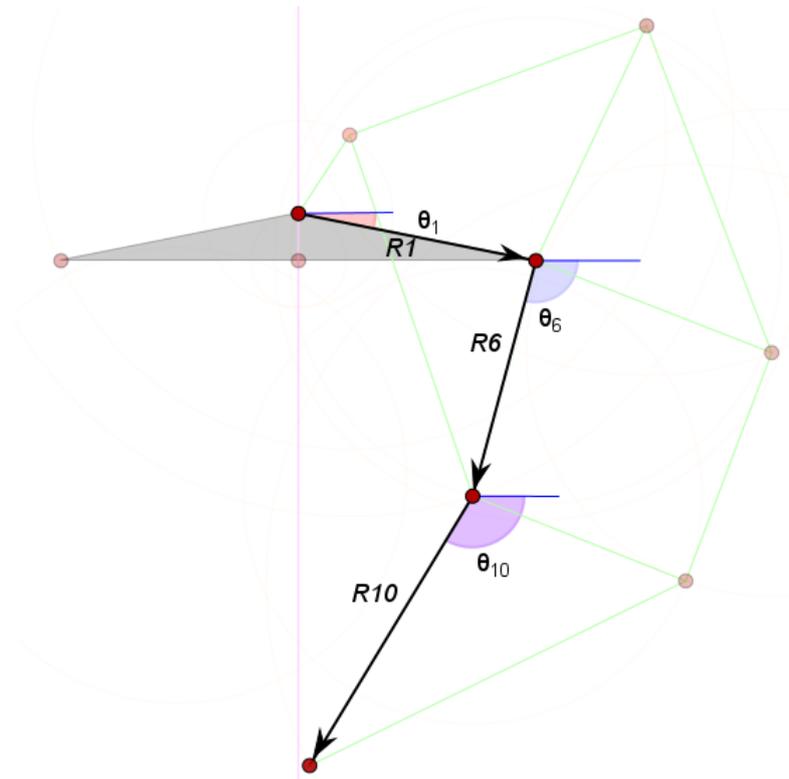
$$l_2 j \dot{\theta}_2 e^{j\theta_2} + l_3 j \dot{\theta}_3 e^{j\theta_3} - l_4 j \dot{\theta}_4 e^{j\theta_4} - l_1 j \dot{\theta}_1 e^{j\theta_1} = 0 \quad (2.26)$$

Como a velocidade do *link* 1 é zero, podemos desprezar o último termo. Além disso, adotamos as velocidades angulares como $\frac{d\theta_i}{dt} = \omega_i$ com $i = 1, \dots, 4$, ocorrendo:

$$l_2 j \omega_2 e^{j\theta_2} + l_3 j \omega_3 e^{j\theta_3} - l_4 j \omega_4 e^{j\theta_4} = 0 \quad (2.27)$$

Utilizando a identidade de Euler e separando parte real da parte imaginária, com $j^2 = -1$, temos que os termos em cosseno se tornam imaginários enquanto os termos com seno se tornam reais:

Figura 9 – Soma vetorial para encontrar a posição do pé.



Fonte: Elaborado pelo autor

$$\begin{cases} \text{Re: } -l_2\omega_2 \sin(\theta_2) - l_3\omega_3 \sin(\theta_3) + l_4\omega_4 \sin(\theta_4) = 0 \\ \text{Im: } l_2\omega_2 \cos(\theta_2) + l_3\omega_3 \cos(\theta_3) - l_4\omega_4 \cos(\theta_4) = 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

Para encontrar as velocidades angulares ω_3 e ω_4 basta isolarmos e igualarmos as duas equações mostradas na [Equação 2.28](#), em relação à ω_3 ou ω_4 , obtendo:

$$\omega_3 = \frac{l_2\omega_2 \sin(\theta_4 - \theta_2)}{l_3 \sin(\theta_3 - \theta_4)} \quad \omega_4 = \frac{l_2\omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{l_4 \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (2.29)$$

A utilização de identidades trigonométricas, como a soma de argumentos de seno e cosseno, para a obtenção da equação final é opcional e não interfere no resultado.

As velocidades angulares para os demais ângulos, nos sistemas 4-barras inferior e paralelo, são obtidas de modo similar, utilizando o mesmo princípio de similaridade das equações de posição.

Dessa forma, temos que:

$$\omega_5 = \frac{l_2\omega_2 \sin(\theta_6 - \theta_2)}{l_5 \sin(\theta_5 - \theta_6)} \quad \omega_6 = \frac{l_2\omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_5)}{l_6 \sin(\theta_6 - \theta_5)} \quad (2.30)$$

Para o 4-barras paralelo, temos que ajustar as equações, pois o *link* 9, correspondente ao *link* 1 da forma geral, agora não é fixo, ou seja, $\omega_1 \neq 0$. Nesse caso, temos:

$$l_6 j \dot{\theta}_6 e^{j\theta_6} - l_7 j \dot{\theta}_7 e^{j\theta_7} - l_8 j \dot{\theta}_8 e^{j\theta_8} + l_9 j \dot{\theta}_9 e^{j\theta_9} = 0 \quad (2.31)$$

Utilizando a identidade de Euler e separando parte real da parte imaginária:

$$\begin{cases} \text{Re:} & -l_6 \omega_6 \sin(\theta_6) + l_7 \omega_7 \sin(\theta_7) + l_8 \omega_8 \sin(\theta_8) - l_9 \omega_9 \sin(\theta_9) = 0 \\ \text{Im:} & l_6 \omega_6 \cos(\theta_6) - l_7 \omega_7 \cos(\theta_7) - l_8 \omega_8 \cos(\theta_8) + l_9 \omega_9 \cos(\theta_9) = 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

Note que, pela configuração do mecanismo, a velocidade de rotação do *link* l_9 é a mesma do *link* l_4 , pois eles pertencem ao mesmo corpo rígido e rotacionam em relação ao mesmo ponto. Então, para obter as velocidades ω_7 e ω_8 , basta isolarmos os termos como nos casos anteriores:

$$\omega_7 = \frac{l_6 \omega_6 \sin(\theta_8 - \theta_6) + l_9 \omega_9 \sin(\theta_9 - \theta_8)}{l_7 \sin(\theta_7 - \theta_8)} \quad \omega_8 = \frac{l_6 \omega_6 \sin(\theta_7 - \theta_6) + l_9 \omega_9 \sin(\theta_9 - \theta_7)}{l_8 \sin(\theta_8 - \theta_7)} \quad (2.33)$$

Por fim, note que a velocidade angular ω_{10} é a mesma velocidade do *link* l_7 , ω_7 , visto que fazem parte do mesmo corpo rígido e rotacionam em relação ao mesmo ponto.

2.2.3 Equações de Aceleração Angular

Para encontrar as equações de aceleração angular, aplicamos a derivada novamente nas equações exponenciais para cada 4-barras. Desse modo, podemos isolar as segundas derivadas, denotadas por α_i , com $i = 1, \dots, 4$, para se obter as acelerações angulares dos *links*. Note que a aceleração do *link* 1 é zero, e a aceleração do *link* 2 depende da velocidade da manivela do 4-barras considerado. Se a velocidade for constante, a aceleração α_2 também será zero. Assim, temos que

$$\alpha_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{l_2 \omega_2 \sin(\theta_4 - \theta_2)}{l_3 \sin(\theta_3 - \theta_4)} \right) \quad \alpha_4 = \frac{d\omega_4}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{l_2 \omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)}{l_4 \sin(\theta_4 - \theta_3)} \right) \quad (2.34)$$

Logo, aplicando a regra da cadeia nas equações acima, temos que:

$$\alpha_3 = \left(\frac{C_1 D_1 - A_1 F_1}{A_1 E_1 - B_1 D_1} \right) \quad \alpha_4 = \left(\frac{C_1 E_1 - B_1 F_1}{A_1 E_1 - B_1 D_1} \right) \quad (2.35)$$

sendo

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= l_4 \sin \theta_4 & \mathbf{B}_1 &= l_3 \sin \theta_3 & \mathbf{C}_1 &= l_2 \alpha_2 \sin \theta_2 + l_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 + l_3 \omega_3^2 \cos \theta_3 - l_4 \omega_4^2 \cos \theta_4 \\ \mathbf{D}_1 &= l_4 \cos \theta_4 & \mathbf{E}_1 &= l_3 \cos \theta_3 & \mathbf{F}_1 &= l_2 \alpha_2 \cos \theta_2 - l_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 - l_3 \omega_3^2 \sin \theta_3 + l_4 \omega_4^2 \sin \theta_4 \end{aligned} \quad (2.36)$$

O mesmo raciocínio pode ser utilizado para obter α_5 e α_6 :

$$\alpha_5 = \frac{d\omega_5}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{l_2 \omega_2 \sin(\theta_6 - \theta_2)}{l_5 \sin(\theta_5 - \theta_6)} \right) \quad \alpha_6 = \frac{d\omega_6}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{l_2 \omega_2 \sin(\theta_2 - \theta_5)}{l_6 \sin(\theta_6 - \theta_5)} \right) \quad (2.37)$$

Analogamente, aplicando a regra da cadeia:

$$\alpha_5 = \left(\frac{C_2 D_2 - A_2 F_2}{A_2 E_2 - B_2 D_2} \right) \quad \alpha_6 = \left(\frac{C_2 E_2 - B_2 F_2}{A_2 E_2 - B_2 D_2} \right) \quad (2.38)$$

sendo

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_2 &= l_6 \sin \theta_6 & \mathbf{B}_2 &= l_5 \sin \theta_5 & \mathbf{C}_2 &= l_2 \alpha_2 \sin \theta_2 + l_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 + l_5 \omega_5^2 \cos \theta_5 - l_6 \omega_6^2 \cos \theta_6 \\ \mathbf{D}_2 &= l_6 \cos \theta_6 & \mathbf{E}_2 &= l_5 \cos \theta_5 & \mathbf{F}_2 &= l_2 \alpha_2 \cos \theta_2 - l_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 - l_5 \omega_5^2 \sin \theta_5 + l_6 \omega_6^2 \sin \theta_6 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Esses resultados podem ser representados de formas diferentes, reduzindo-se as equações mostradas na [Equação 2.38](#) de forma conveniente. Neste caso, utilizamos a mesma padronização mostrada em ([NORTON, 2009](#)).

Para o 4-barras paralelo, seguimos o mesmo método. Porém, como o *link* que representa o *ground* não possui velocidade zero, $\omega_9 \neq 0$, as derivadas se tornam mais trabalhosas. Temos então:

$$\begin{aligned} \alpha_7 &= \frac{d\omega_7}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{l_6 \omega_6 \sin(\theta_8 - \theta_6) + l_9 \omega_9 \sin(\theta_9 - \theta_8)}{l_7 \sin(\theta_7 - \theta_8)} \right] \\ \alpha_8 &= \frac{d\omega_8}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{l_6 \omega_6 \sin(\theta_7 - \theta_6) + l_9 \omega_9 \sin(\theta_9 - \theta_7)}{l_8 \sin(\theta_8 - \theta_7)} \right] \end{aligned} \quad (2.40)$$

Aplicando a regra da cadeia, temos que:

$$\alpha_7 = \frac{G'F - GF'}{G^2}, \text{ onde}$$

$$G = l_7 \sin(\theta_7 - \theta_8) = l_7 (S_7 C_8 - S_8 C_7)$$

$$G' = l_7 [\cos(\theta_7 + \theta_8) \omega_8 + \cos(\theta_7 - \theta_8) \omega_7]$$

$$G' = l_7 [(C_7 C_8 - S_7 S_8) \omega_8 + (C_7 C_8 + S_7 S_8) \omega_7]$$

$$F = l_6 \omega_6 \sin(\theta_8 - \theta_6) + l_9 \omega_9 \sin(\theta_9 - \theta_8)$$

$$F' = l_6\omega_6^2(C_8C_6 - S_8S_6) + l_6\omega_6\omega_8(C_8C_6 + S_8S_6) + l_9\omega_8\omega_9(C_9C_8 - S_9S_8) + l_9\omega_9^2(C_8C_9 + S_8S_9) + l_6\alpha_6(S_8C_6 - C_8S_6) + l_9\alpha_9(S_9C_8 - C_9S_8)$$

De forma análoga, para α_8 :

$$\alpha_8 = \frac{Q'P - QP'}{Q^2}, \text{ onde}$$

$$Q = l_8 \sin(\theta_8 - \theta_7) = l_8 (S_8C_7 - S_7C_8)$$

$$Q' = l_8 [\cos(\theta_8 + \theta_7)\omega_7 + \cos(\theta_8 - \theta_7)\omega_8]$$

$$Q' = l_8 [(C_8C_7 - S_8S_7)\omega_7 + (C_8C_7 + S_8S_7)\omega_8]$$

$$P = l_6\omega_6 \sin(\theta_7 - \theta_6) + l_9\omega_9 \sin(\theta_9 - \theta_7)$$

$$P' = l_6\omega_6^2(C_7C_6 - S_7S_6) + l_6\omega_6\omega_8(C_7C_6 + S_7S_6) + l_9\omega_7\omega_9(C_9C_7 - S_9S_7) + l_9\omega_9^2(C_7C_9 + S_7S_9) + l_6\alpha_6(S_7C_6 - C_7S_6) + l_9\alpha_9(S_9C_7 - C_9S_7)$$

Note que para este caso, utilizamos a mesma notação da derivada do produto, apenas como forma de apresentar uma versão reduzida das equações obtidas.

3 MODELAGEM E IMPRESSÃO 3D

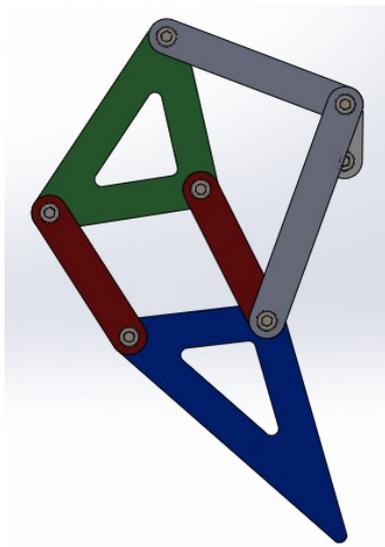
Com base no modelo cinemático e tendo em vista que o mecanismo 2D é funcional, baseado na síntese da [seção 2.1](#), foram modeladas as peças que compõe o mecanismo 3D para a sua construção, utilizando impressão 3D.

3.1 Modelagem 3D

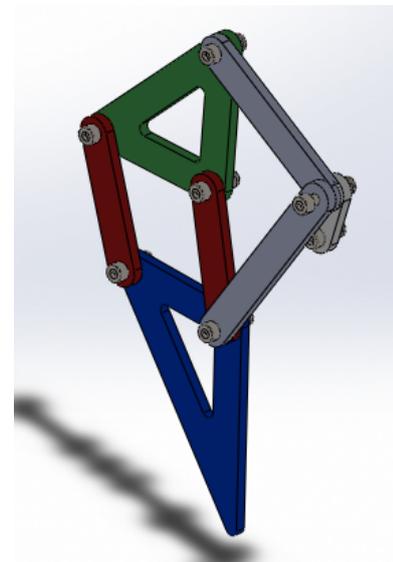
As peças foram modeladas no software *SolidWorks*¹, de modo que pudesse ser também simulado o movimento da montagem do mecanismo. A seguir são apresentadas algumas das peças modeladas.

A [Figura 10a](#) e a [Figura 10b](#) mostram uma das patas montadas em *SolidWorks* em sua vista frontal e isométrica. A base do mecanismo foi omitida nesta montagem.

Figura 10 – Vistas da modelagem das patas do mecanismo



(a) Vista frontal da pata.



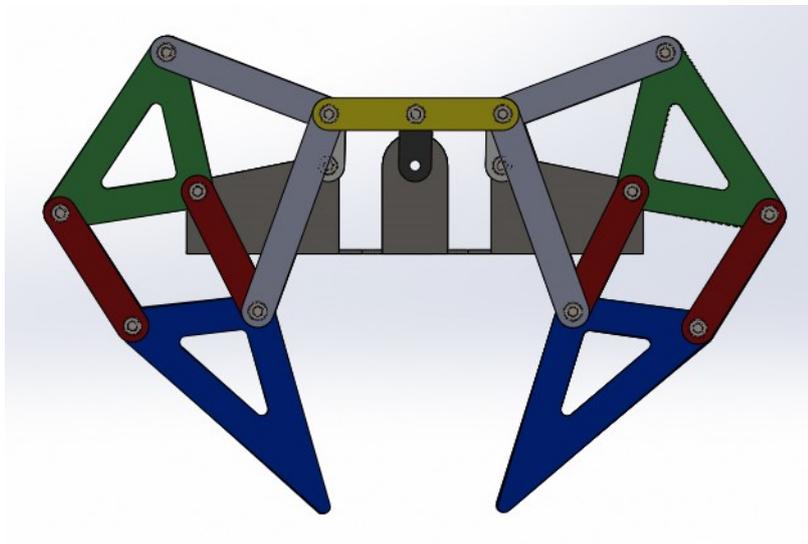
(b) Vista isométrica da pata.

Fonte: Elaborado pelo autor

Já a [Figura 11](#) e a [Figura 12](#) mostram o mecanismo *Jansen* completo modelado no *SolidWorks*, em suas vistas frontal e isométrica, respectivamente. A base é considerada como uma chapa de aço, recortada e furada de acordo com o projeto. As demais peças são consideradas como plástico **ABS** (*Acrilonitrila Butadieno Estireno*).

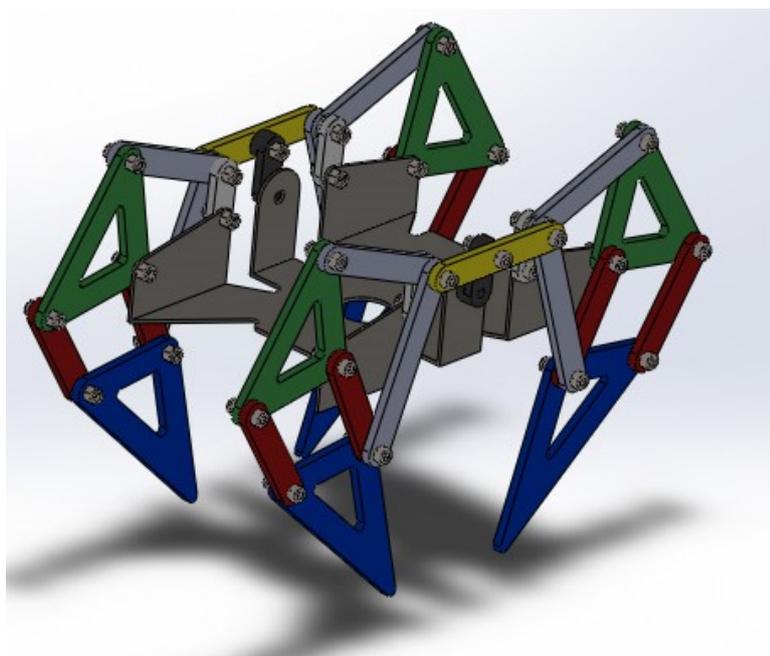
¹ <https://www.solidworks.com>

Figura 11 – Vista frontal da montagem em *SolidWorks*.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 12 – Vista isométrica da montagem em *SolidWorks*.



Fonte: Elaborado pelo autor

Como forma de evitar o acoplamento de diversos *links* diretamente ao *link* de entrada, os subconjuntos das patas foram espaçados em $40mm$, permitindo que o acoplamento de ambos fosse realizado em um mesmo plano de montagem (*link* amarelo na montagem).

3.2 Impressão 3D

O modelo em *SolidWorks* foi impresso utilizando a técnica de *Fabricação por Filamento Fundido*, ou *Fused Filament Fabrication* em inglês. Trata-se de um processo de impressão 3D que utiliza um filamento contínuo de material termoplástico, como o ABS. Algumas modificações foram feitas na aparência dos *links* (curvaturas e saliências), apenas como melhoria estética, assim como a impressão de uma casca para dar sentido e representação de uma espécie de escaravelho ao mecanismo.

Em uma primeira versão, foi considerado o uso de engrenagens para o acoplamento entre o *link* de entrada e os demais *links* do mecanismo. A [Figura 13](#) mostra os sub-conjuntos já impressos e montados.

Figura 13 – Primeira versão impressa e subconjuntos montados.



Fonte: Elaborado pelo autor

Como o uso de engrenagens não apresentou boa eficiência na transmissão de movimento do atuador para os demais *links*, seu uso foi descartado, e substituído por uma barra que conecta o *link* de entrada e os demais subconjuntos. A [Figura 14](#) apresenta a primeira versão do modelo *Jansen* montado com todas as peças impressas em impressora 3D.

A [Figura 15](#) e a [Figura 16](#) apresentam as cascas (carcaças) e a cabeça do modelo *Jansen*. Essas peças não possuem função específicas no mecanismo, sendo apenas para caracterização estética. No caso deste trabalho, o modelo *Jansen* foi inspirado em um escaravelho da família *Scarabaeidae Dynastinae*, o besouro Hércules (*Dynastes hercules*).

Figura 14 – Primeira versão impressa da montagem do mecanismo.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 15 – Cascas do mecanismo.



Fonte: Elaborado pelo autor

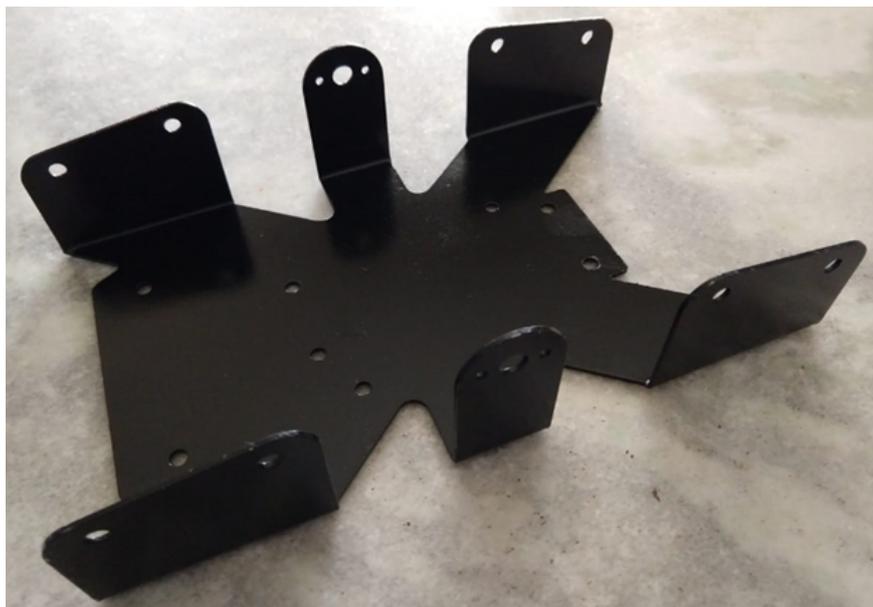
Figura 16 – Cabeça do mecanismo.



Fonte: Elaborado pelo autor

A [Figura 17](#) apresenta a base na qual todos os *links* que compõem os mecanismos das patas são fixados. Na base é montado o atuador (motor) que irá gerar o movimento da manivela, que movimentará todos os demais *links*. A base foi feita em aço *ABNT1020*, com 2mm de espessura, com cortes e dobras em equipamento apropriado.

Figura 17 – Base do modelo *Jansen*.



Fonte: Elaborado pelo autor

Os demais desenhos, com suas principais vistas e cotas podem ser vistos no [Anexo A](#).

4 HARDWARE E APLICATIVO DE CONTROLE

Neste capítulo são apresentados os principais componentes elétricos e eletrônicos utilizados no projeto, assim como uma breve descrição de cada um deles.

4.1 Motores Elétricos

Os atuadores utilizados neste projeto são motores **DC** com redução, modelo 25GA370, 280RPM, com redução 1:35,5, mostrado na [Figura 18](#). Para garantir a sincronia entre o lado esquerdo e direito do mecanismo, apenas uma entrada foi considerada para gerar o movimento. Dessa forma, os dois motores disponíveis foram utilizados para impulsionar o movimento do conjunto na mesma direção (para frente ou para trás). Isso garantiu maior torque no conjunto. As dimensões dos motores podem ser vistas no [Anexo C](#). Outras características dos motores são mostradas na [Tabela 1](#).

Figura 18 – Modelo de motor DC utilizado no projeto.



Fonte: Elaborado pelo autor

Descrição	Valor	Unidade
Tensão Nominal	12	V
Corrente sem carga	0,12	A
Rotação sem carga	280	RPM
Rotação com carga	230	RPM
Torque Nominal	0,7	kgf.cm
Torque Máximo	2,5	kgf.cm

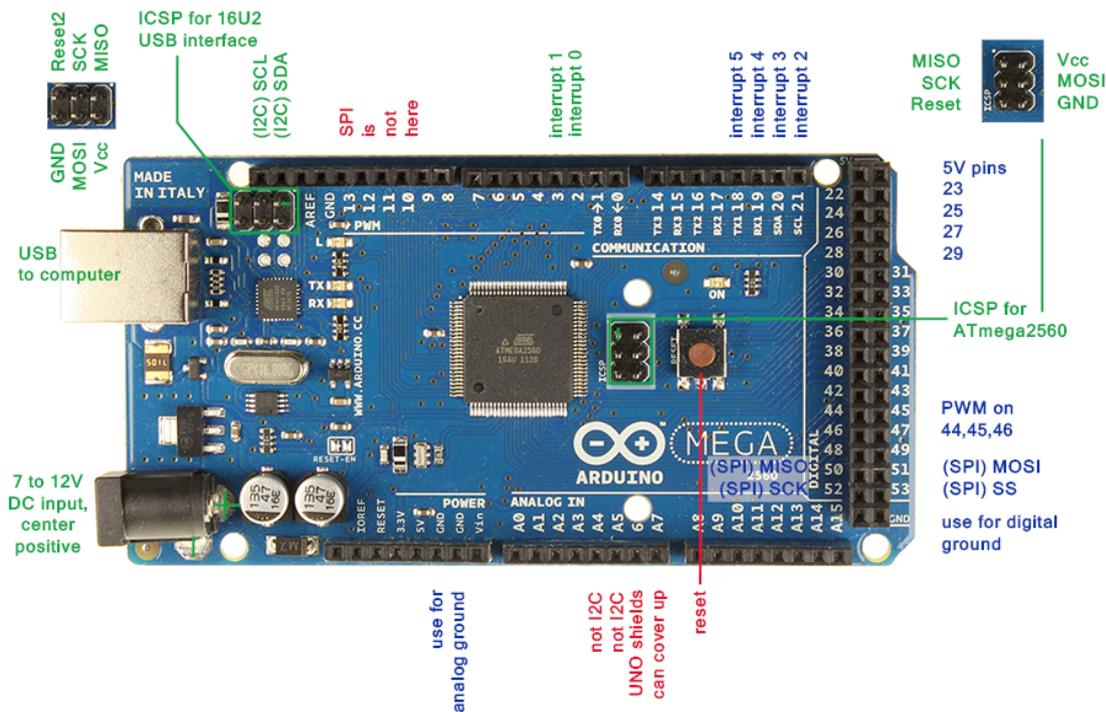
Tabela 1 – Características do motor DC usado no projeto

4.2 Componentes Arduino

Para controlar os motores elétricos, foi utilizada a plataforma *Arduino*, com sensores de proximidade para evitar a colisão do mecanismo com algum objeto, e também um hardware de transmissão de sinal via **bluetooth** para que o *Jansen* possa ser movimentado através de controles do celular. A escolha da plataforma *Arduino* deve-se ao fato de ser um equipamento de fácil acesso, tanto quanto ao preço, quanto à facilidade de ser encontrado no comércio de eletrônicos.

A [Figura 19](#) mostra alguns detalhes da plataforma *Arduino*. Para o trabalho aqui proposto, utilizamos as entradas analógicas. O modelo utilizado é o *Arduino Mega 2560*, uma das plataformas mais completas.

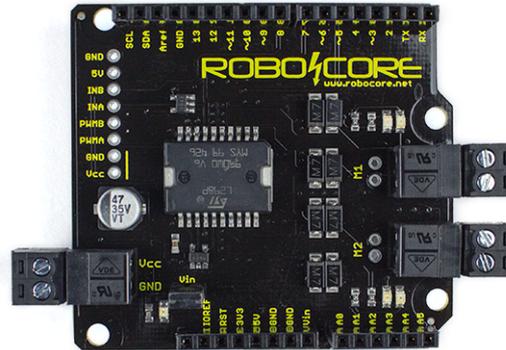
Figura 19 – Arduino Mega 2560 utilizado no projeto



Fonte: www.indiamart.com/saravanaelectronics-coimbatore/arduino-board.html

Além disso, para que os motores possam ser utilizados com controle PWM, foi utilizada uma placa do tipo *shield* da fabricante *Robocore*. Utilizamos o modelo *Motor Driver 2x2A* que pode ser alimentado com uma fonte DC 12V e possui duas saídas de 2A. Essa placa permite o controle de velocidade dos motores, além da inversão do sentido de rotação, e pode ser acoplada diretamente à vários modelos da plataforma *Arduino*.

Figura 20 – *Shield* para controle PWM dos motores.



Fonte: www.robocore.net/shields-arduino/arduino-shield-motor-driver-2x2a

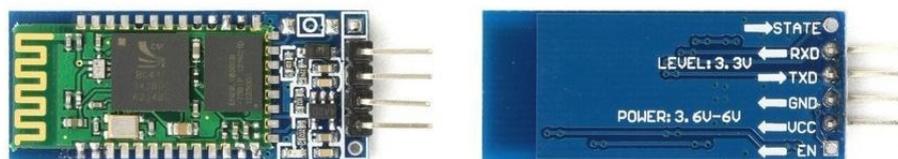
Algumas características da *shield*¹ são mostrada abaixo.

1. Tensão da lógica: 5V
2. Tensão drenada aos motores:
 - 7,5V a 12V (através do pino VIN)
 - 7,5V a 20V (através de fonte externa via jumper)
3. Controle de velocidade independente
4. Até 2A de corrente para cada motor
5. Controle de velocidade via PWM

A tensão da lógica pode ser proveniente da alimentação do *Arduino* ou ser jampeada através da fonte externa. Os pinos usados para mover os motores são os pinos 5,6,7 e 8, entre os quais o 5 e o 6 possuem controle PWM.

Para o controle via bluetooth, utilizou-se a placa *HC-06* com transmissor. A [Figura 21](#) mostra os detalhes da placa de comunicação HC-06, enquanto a [Figura 22](#) mostra os detalhes da configuração do HC-06 com a plataforma *Arduino*. Note que há um divisor de tensão no pino *RXD*, pois o mesmo só pode receber tensão de 3,3V.

Figura 21 – Detalhes da placa HC-06



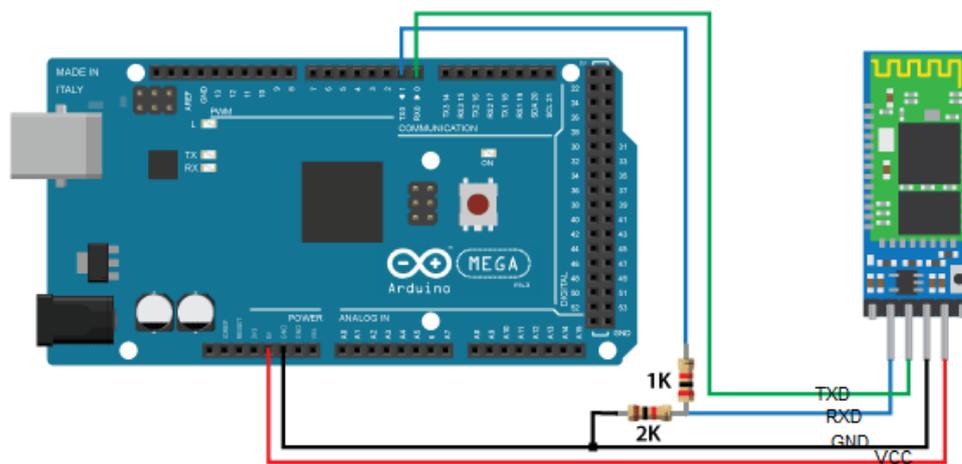
Fonte: Elaborado pelo autor

¹ <http://www.robocore.net/shields-arduino/arduino-shield-motor-driver-2x2a>

O módulo HC-06 possui as seguintes características:

1. Tensão de Alimentação 3,6 á 6V
2. Cobertura de Sinal até 10m
3. Frequência Banda de 2,4GHZ ISM
4. Perfis suportados: Bluetooth Serial Port (slave)
5. Taxa máxima de transmissão serial 1382400bps
6. Configuração padrão 9600bps
7. Antena embutida na placa

Figura 22 – Esquema de ligação do HC-06



Fonte: Adaptado de (NEDELKOVSKI, 2016)

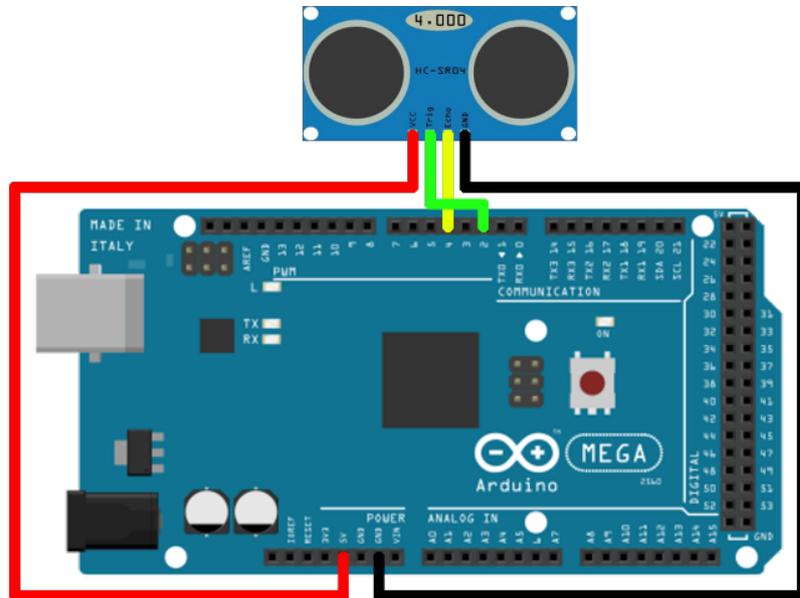
Por fim, foi utilizado um módulo *HC-SR04* que trata-se de um sensor ultrassônico, [Figura 23](#), para detectar obstrução à frente do mecanismo *Jansen*. A ideia é apenas evitar colisão dianteira do mecanismo com pessoas ou obstáculos que possam impedir o mecanismo de funcionar.

O esquema do circuito elétrico com a ligação dos componentes pode ser visto no [Anexo B](#).

4.3 Fonte de Alimentação

Para a alimentação dos componentes eletrônicos e dos motores, foi utilizada uma fonte DC com saídas 5V e 12V. A fonte é proveniente de um sistema de Hard Disk externo antigo, e foi reaproveitada por possuir as características necessárias para o projeto aqui apresentado. Com isso, foi possível alimentar tanto o *Arduino* com a saída 5V quanto o *driver* dos motores com a saída de 12V. Ambas possuem corrente máxima de 2A, ideal para uso no *driver* dos motores.

Figura 23 – Módulo do sensor ultrassônico HC-SR04.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 24 – Fonte de alimentação com saídas 5VDC e 12VDC.



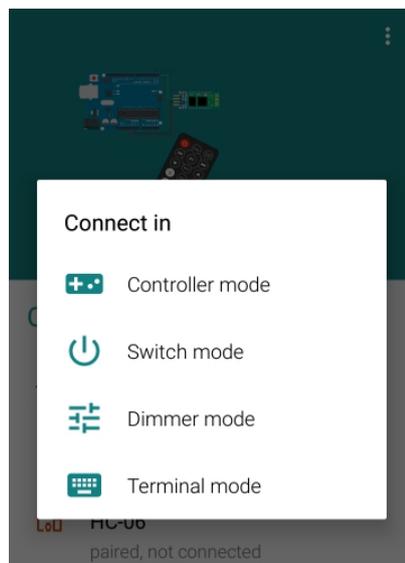
Fonte: Elaborado pelo autor

O uso da fonte com cabo foi escolhido para se excluir a recarga ou troca de baterias, além de diminuir o peso do conjunto final.

4.4 Aplicativo e Código Arduino

Para realizar o controle pelo celular, foi utilizado o aplicativo *Arduino Bluetooth Controller*², que possui 4 modos de configuração da interface: *Controller*, *Switch*, *Dimmer* e *Terminal*. O modo *Terminal* apresenta uma tela com linha de comando, na qual o usuário pode enviar os comandos através de linha de código. O modo *Controller* possui botões similares a um *joystick*, e pode ser configurado para acionar o mecanismo, além de alterar a velocidade dos motores. A configuração do modo *Controller* é feita de forma simples, apenas atribuindo uma letra ou número a cada botão.

Figura 25 – Tela inicial do app para controle via *bluetooth*.



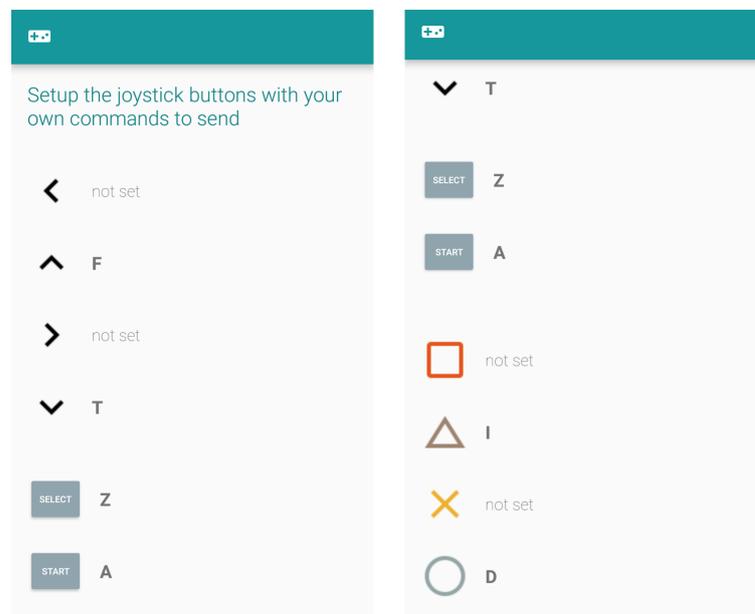
Fonte: Elaborado pelo autor

Dessa forma, os controles foram configurados como mostrado na [Figura 26](#).

Importante ressaltar que o *driver* motor do *Arduino* possui controle **PWM**, e com isso, a configuração dos botões no app podem ser bastante simples, e seus comandos são aplicados de acordo com o código enviado e gravado na placa do *Arduino*. Dessa forma, todos os cálculos necessários e o envio e recebimento de dados são realizados pelo código do *Arduino* (ver [Anexo D](#)).

² <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.giumig.apps.bluetoothserialmonitor>

Figura 26 – Configuração dos botões no modo *Controller*.



Fonte: Elaborado pelo autor

5 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados do projeto, mostrando tanto os gráficos de movimento do mecanismo, quanto a montagem do sistema mecânico e elétrico, e seu funcionamento.

5.1 Gráficos de Movimento

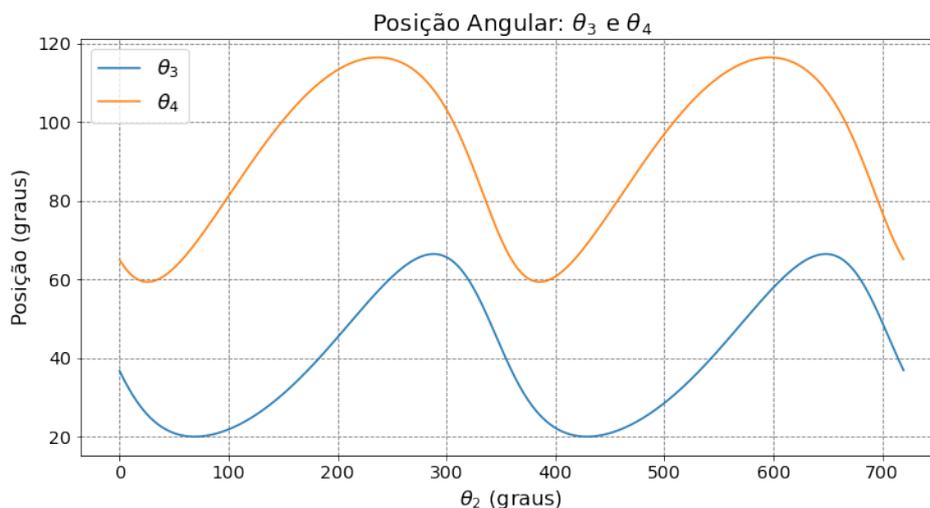
As equações descritas no [Capítulo 2](#) foram simuladas em Python, considerando os tamanhos dos *links* do mecanismo *Jansen*, propostos durante a etapa de síntese do mecanismo. Para cada pata do mecanismo existem 2 mecanismos 4-barras principais: um superior aberto, um superior cruzado e um 4-barras paralelo, os quais são analisados a seguir.

5.1.1 Gráficos de Posição Angular

Os gráficos de posição para os principais ângulos são mostrados a seguir. Importante observar que para os 4-barras superior e inferior cruzado, o ângulo θ_1 não varia, pois o *link* é considerado um *ground* (fixo na base).

Na [Figura 27](#) são mostradas as variações angulares de posição para os ângulos θ_3 e θ_4 em relação ao ângulo de entrada, θ_2 , correspondendo ao 4-barras superior na sua configuração direta.

Figura 27 – Gráfico de posição para o 4-barras superior.

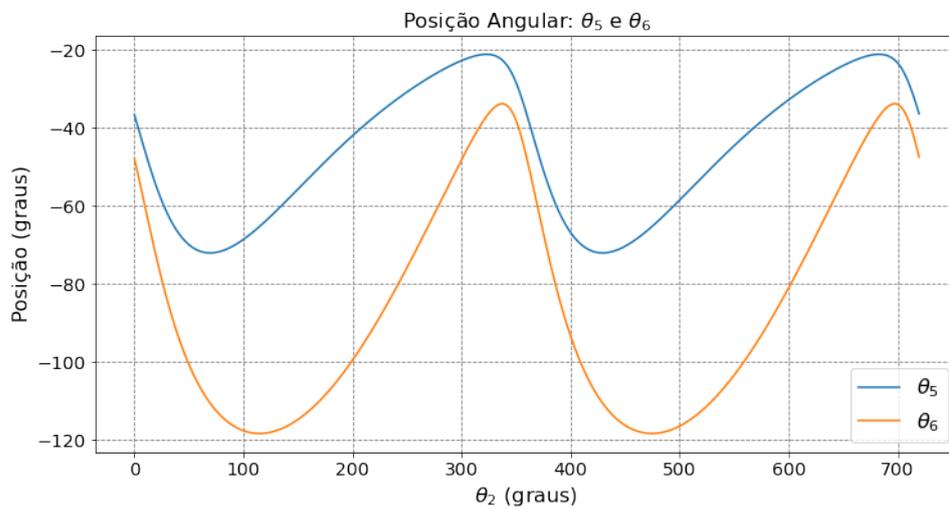


Fonte: Elaborado pelo autor

A configuração do 4-barras superior é constituída pelos *links* com as medidas $l_1 = 61.188mm, l_2 = 23.810mm, l_3 = 80.000mm, l_4 = 66.00mm$. Por consequência da inclinação do *link* l_1 , devemos considerar o ângulo $\theta_1 = -11.310^\circ$. O ângulo θ_2 é o valor de entrada. Com isso, para a simulação de movimento, o ângulo θ_2 foi considerado como entrada, variando de 0 à 720° (0 à 4π), ou duas rotação completas.

Para o 4-barras inferior, na sua configuração cruzada, as posições angulares para θ_5 e θ_6 são apresentadas na [Figura 28](#). As medidas dos *links* incluem $l_1 = 61.188mm, l_2 = 23.810mm, l_5 = 97.000mm, l_6 = 62.00mm$.

Figura 28 – Gráfico de posição para o 4-barras inferior.

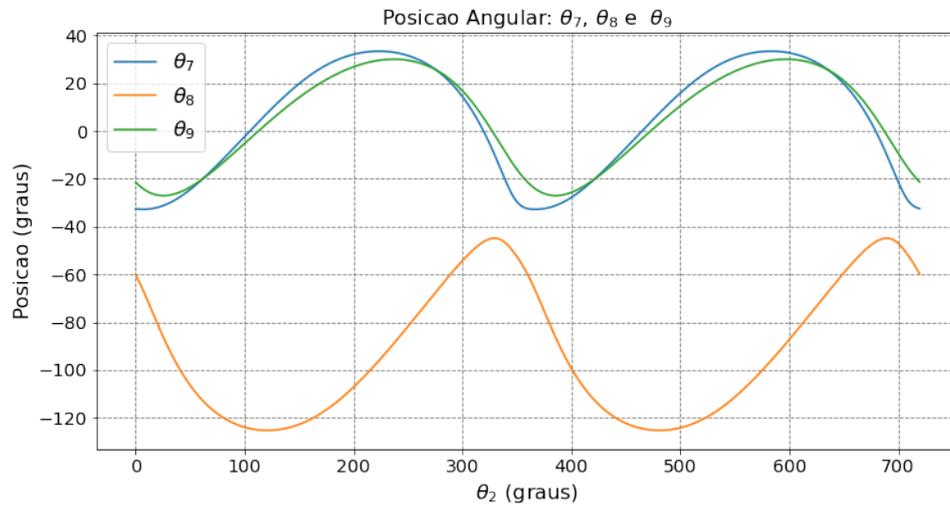


Fonte: Elaborado pelo autor

Para o mecanismo 4-barras paralelo, são mostrados os ângulos de posição para θ_7, θ_8 e θ_9 , [Figura 29](#). Para este caso, o *link ground*, θ_9 , não é fixo, e o ângulo de entrada θ_6 não realiza uma rotação completa. As medidas dos *links* são $l_6 = 62.000mm, l_7 = 58.000mm, l_8 = 62.000mm, l_9 = 64.000mm$.

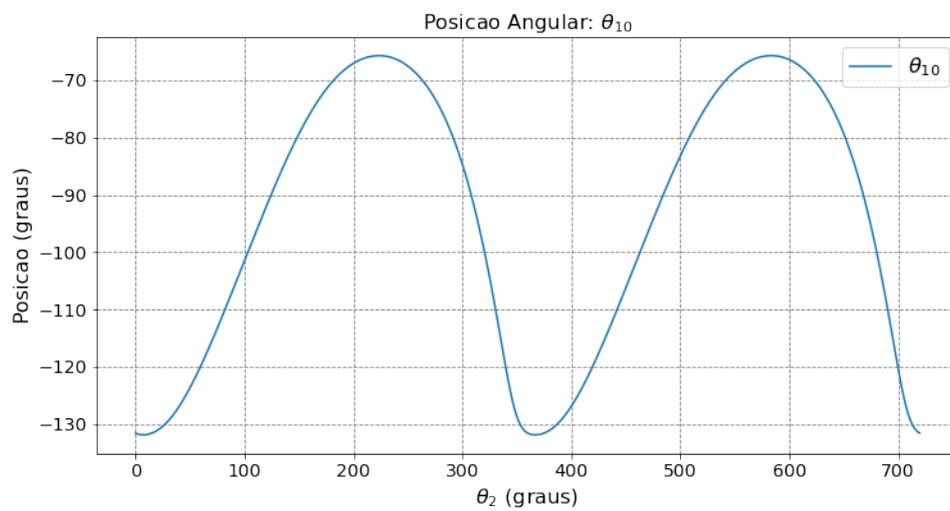
Por fim, o ângulo θ_{10} , que corresponde ao ângulo do pé do mecanismo, é mostrado na [Figura 30](#). Pode ser observado que este ângulo depende diretamente de θ_7 , que conecta diretamente o *link* rígido do pé ao restante do mecanismo. Para este caso, temos que $\theta_{10} = \theta_7 - 99.1^\circ$.

Figura 29 – Gráfico de posição para o 4-barras paralelo.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 30 – Gráfico de posição para o ângulo do pé.

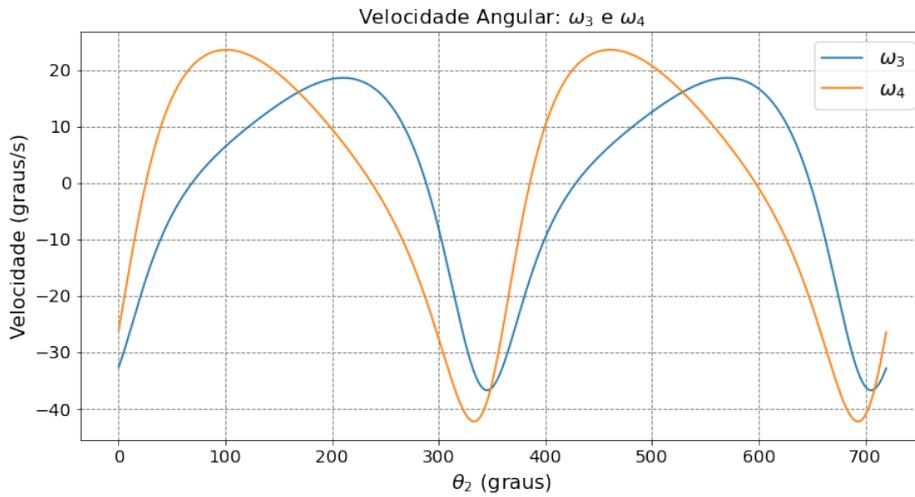


Fonte: Elaborado pelo autor

5.1.2 Gráficos de Velocidade Angular

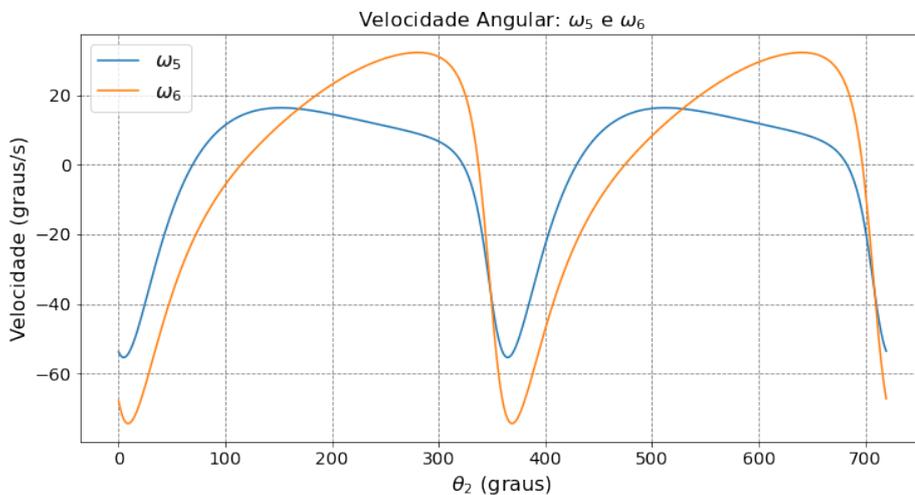
As velocidades angulares foram simuladas, considerando uma velocidade de entrada $\omega_2 = 1 \text{ rad/s}$ (valor constante). O gráfico da [Figura 31](#) mostra as velocidades ω_3 e ω_4 para o 4-barras superior com configuração aberta, enquanto a [Figura 32](#) mostra as velocidades dos *links* 5 e 6 para o 4-barras inferior na sua configuração cruzada. As unidades foram convertidas para *graus/s* para melhor compreensão do fenômeno.

Figura 31 – Gráfico de velocidade para o 4-barras superior.



Fonte: Elaborado pelo autor

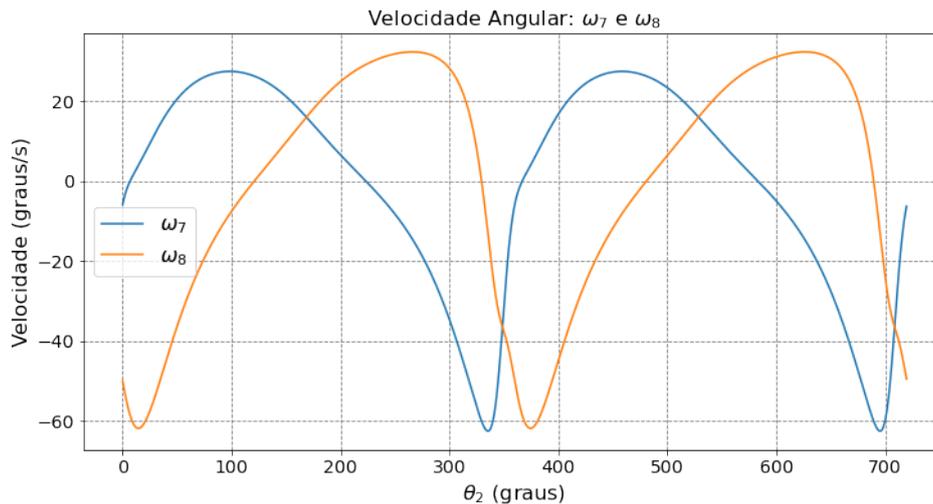
Figura 32 – Gráfico de velocidade para o 4-barras inferior.



Fonte: Elaborado pelo autor

Para o 4-barras paralelo, mostrado na [Figura 33](#), temos as curvas de velocidade para os *links* l_7 e l_8 . Note que a velocidade ω_{10} , como mencionado na [Capítulo 2](#), é a mesma de ω_7 , pois fazem parte do mesmo corpo rígido, e portanto, rotacionam sobre o mesmo eixo.

Figura 33 – Gráfico de velocidade para o 4-barras paralelo.



Fonte: Elaborado pelo autor

Podemos observar na [Figura 33](#) que há uma mudança rápida de velocidade no instantes inicial e final do ciclo do *link* de entrada, ou seja, entre 0 e 25° e entre 325° e 350°, o que torna o movimento brusco durante essa mudança de sentido de rotação dos *links*. Tal fenômeno pode ser estudado com maiores detalhes, retornando-se ao passo de síntese do mecanismo e alterando-se os tamanhos dos *links* de modo a suavizar as mudanças de velocidade.

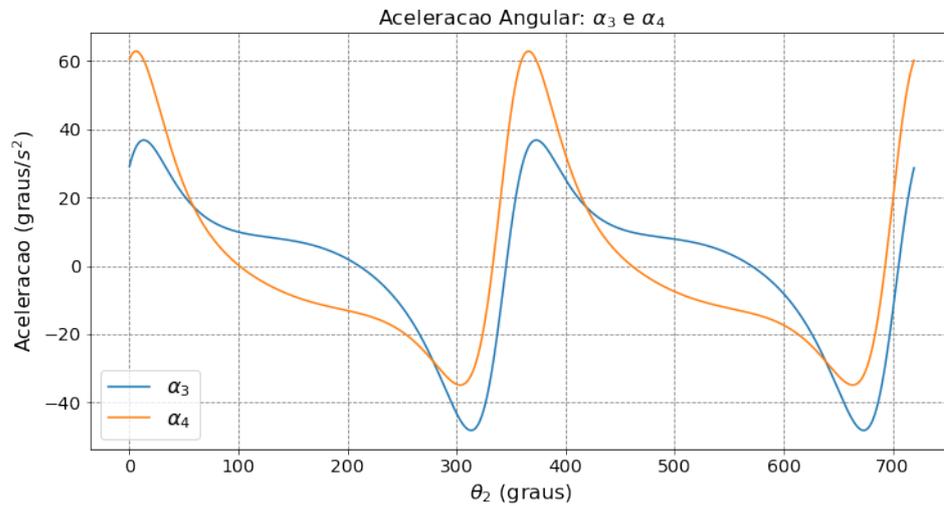
5.1.3 Gráficos de Aceleração Angular

A seguir são mostradas as curvas de aceleração para cada junta, considerando nula a aceleração do *link* de entrada, ou seja, $\alpha_2 = 0 \text{ rad/s}^2$, pois a sua velocidade é constante para o nosso caso.

O gráfico da [Figura 34](#) mostra as acelerações α_3 e α_4 para o 4-barras superior com configuração aberta, enquanto a [Figura 35](#) mostra as acelerações dos *links* 5 e 6 para o 4-barras inferior na sua configuração cruzada. As unidades foram convertidas para graus/s^2 para melhor compreensão do fenômeno.

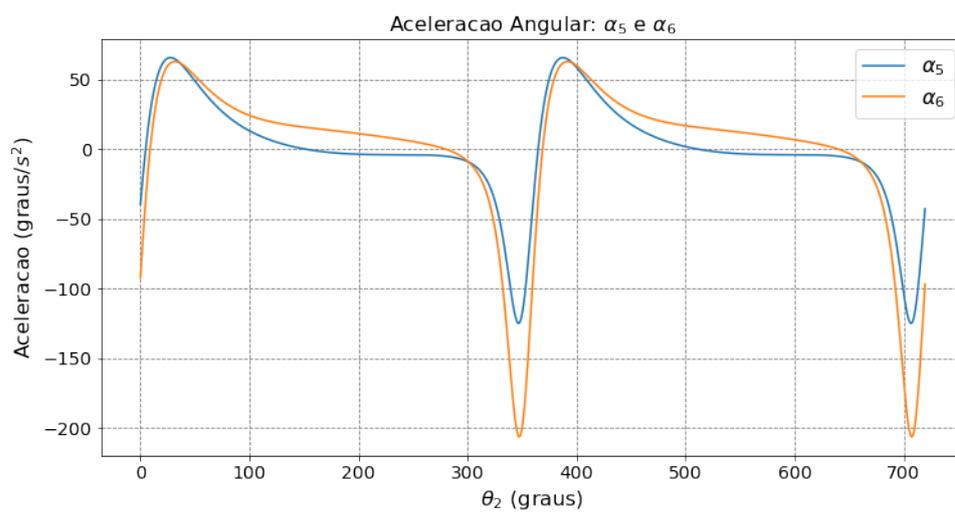
Por fim, a [Figura 36](#) mostra as curvas de aceleração angular para os *links* l_7 e l_8 . Aqui, de modo análogo à velocidade, não mostramos as curvas de aceleração para os ângulos θ_9 e θ_{10} , visto que suas acelerações são análogas à α_4 e α_7 , respectivamente.

Figura 34 – Gráfico de aceleração para o 4-barras superior.



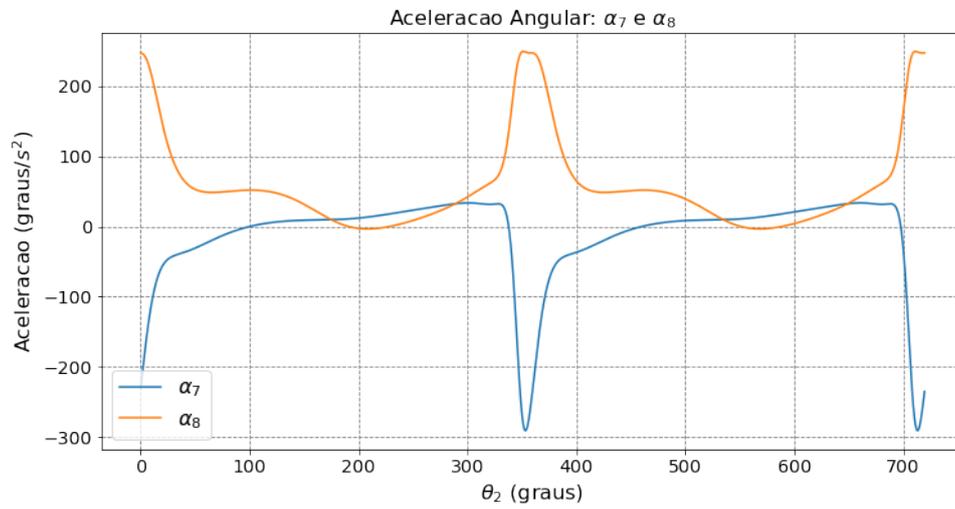
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 35 – Gráfico de aceleração para o 4-barras inferior.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 36 – Gráfico de aceleração para o 4-barras paralelo.



Fonte: Elaborado pelo autor

A mesma proposta e observação feita para os gráficos de velocidade pode ser feita observando os gráficos de aceleração, [Figura 34](#) até [Figura 36](#). As mudanças bruscas de aceleração também podem ser minimizadas alterando-se os tamanhos dos *links* para que os movimentos sejam mais suaves, ou ainda, realizando o controle de velocidade durante o movimento durante as trocas de sentido de rotação dos *links*.

5.2 Montagem do Mecanismo

Na montagem dos elementos que compõem o mecanismo foram utilizados parafusos *allen* M5 que serviram como eixo de rotação entre os *links*. Além disso, foram utilizadas com porcas *auto-travantes* como forma de proporcionar maior rigidez nos acoplamentos dos *links*, e garantir a movimentação com um mínimo de folga entre os elementos de fixação. O uso de graxa branca nos eixos também foi feito com o objetivo de se reduzir atritos nas juntas durante a sua movimentação.

A [Figura 37](#) mostra o mecanismo completamente montado, já com a eletrônica embarcada e a fonte de alimentação.

Figura 37 – Mecanismo final completo.



Fonte: Elaborado pelo autor

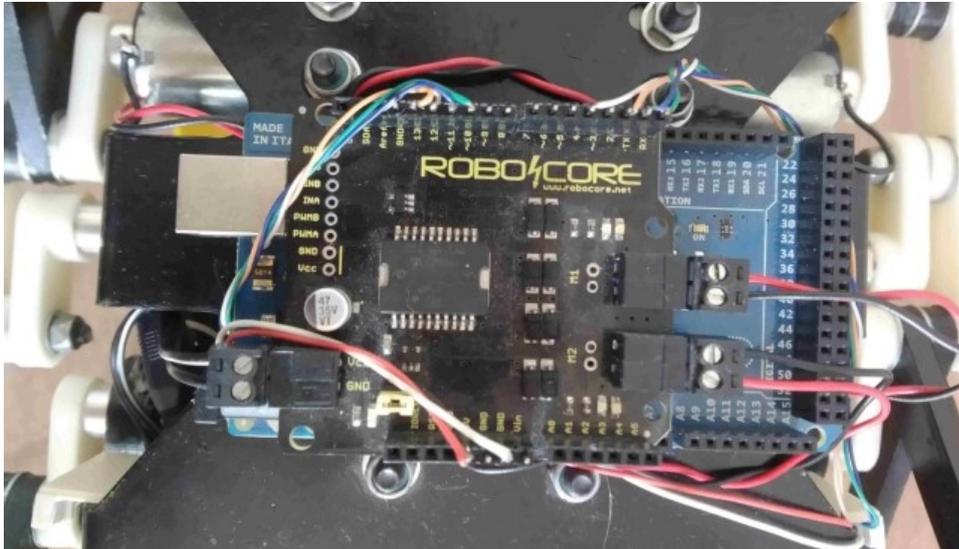
A plataforma *Arduino* e o *driver* dos motores, já acoplado à plataforma, são mostrados na [Figura 38](#). A alimentação do circuito através da fonte externa é feita pelo borne à esquerda da placa. Já os dois bornes à direita fazem a ligação com os motores. É possível observar ainda, o conjunto de transistores que realizam o chaveamento para a mudança de direção dos motores.

Pode ser observado ainda o sensor de obstáculo instalado na cabeça do mecanismo, em destaque na [Figura 39](#).

A [Figura 40](#) mostra a placa de circuito onde foram montados os demais componentes, como resistores, transistores, LEDs, etc.

Os LEDs indicadores de direção (para frente ou para trás) e o LED indicador de On/Off são mostrados na [Figura 41](#). Além disso, há um LED vermelho que é acionado de forma intermitente quando algum obstáculo é identificado.

Figura 38 – Plataforma *Arduino* e *Shield* dos motores.



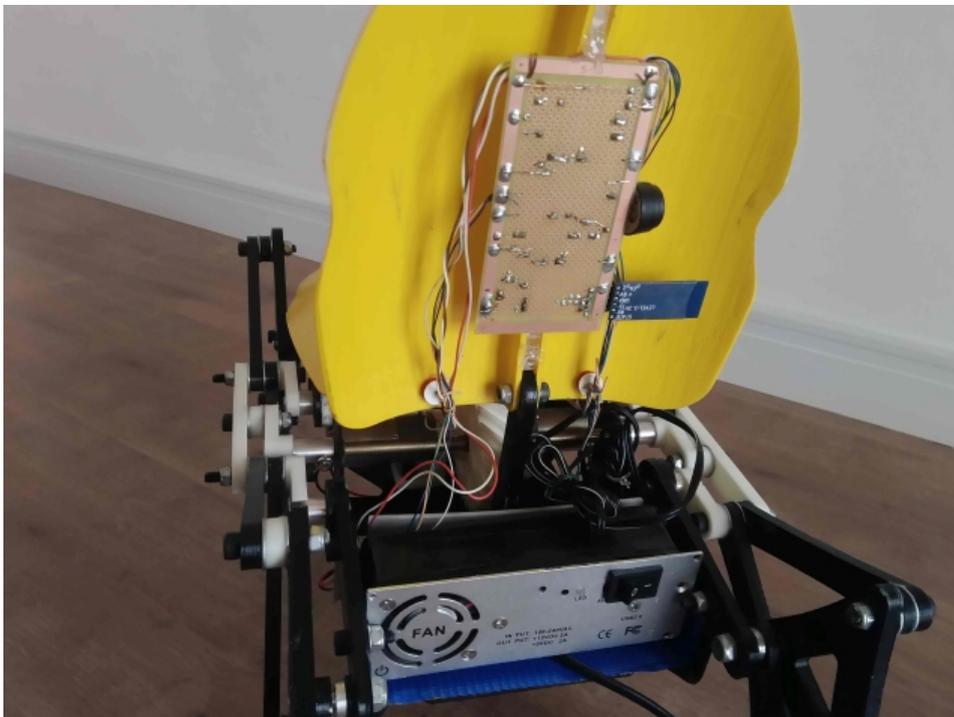
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 39 – Detalhe do sensor de obstáculo HC-SR04.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 40 – Circuito da eletrônica embarcada.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 41 – LEDs indicadores de direção e *On/Off*.

Fonte: Elaborado pelo autor

5.3 Controlador via Arduino

O funcionamento do mecanismo e o aplicativo de controle foram testados com o conjunto suspenso em uma plataforma, [Figura 42](#), e também com o mecanismo no solo. A velocidade pode variar enviando-se valores de 0 até 255, ou de 0V até 12V, respectivamente. Importante ressaltar que o mecanismo executa movimento apenas depois que o botão *start* é acionado. Desse modo, a sequência básica a ser executada é a seguinte:

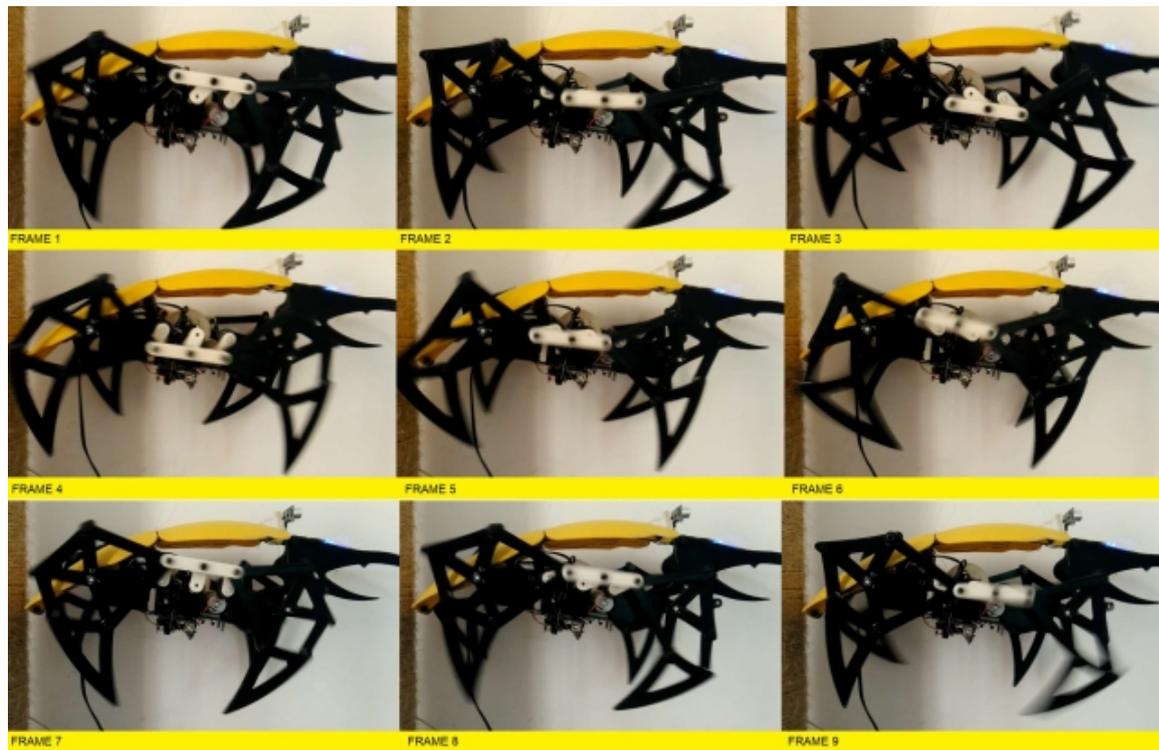
1. Ligar a fonte de alimentação
2. Conectar o app através do bluetooth ao *Arduino (HC-06)*
3. Acionar o botão *Start* do *app*
4. Acionar o botão de direção para Frente (▲) ou para Trás (▼)
5. Aumentar (△) ou diminuir (○) a velocidade dos motores

Figura 42 – Mecanismo em plataforma para testes.



Fonte: Elaborado pelo autor

O quadro apresentado na [Figura 43](#) mostra um *frame-by-frame* do movimento do mecanismo, em um teste com o conjunto suspenso.

Figura 43 – *Frame-by-frame* do mecanismo se movimentando.

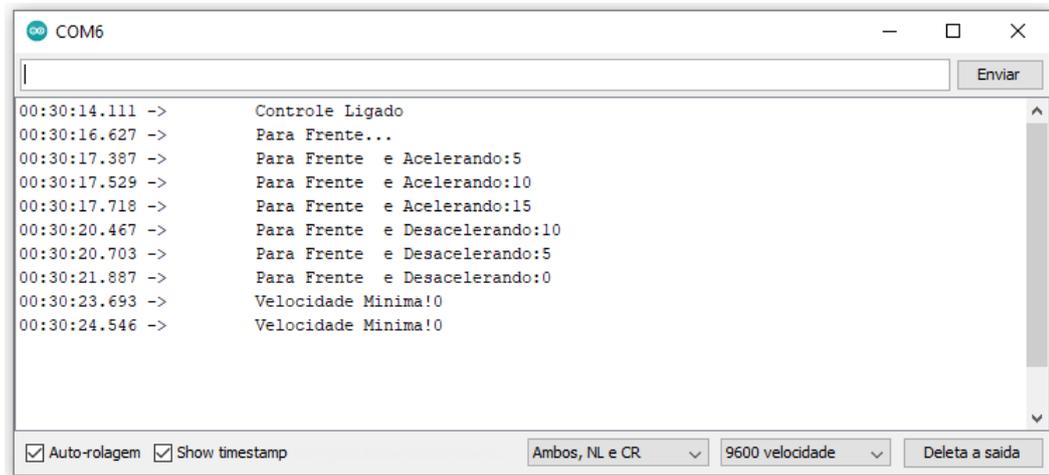
Fonte: Elaborado pelo autor

A [Figura 44](#) mostra alguns comandos de aumento e diminuição da velocidade sendo enviados para o *Arduino*. Ao atingir a velocidade zero (ou tensão de 0V), o circuito dispara uma alarme sonoro e um sinal luminoso (LED vermelho) para alertar o usuário de que o comando chegou ao limite. O mesmo acontece com o limite superior de velocidade, estabelecido aqui com o valor 150 (ou tensão de cerca de 7,1V), [Figura 45](#).

Na [Figura 46](#) são mostrados os comandos de direção, para frente e para trás. Esses comando podem ser executados a qualquer velocidade, visto que o PWM do driver do motor realiza todo o trabalho de desaceleração e aceleração para a troca do sentido de rotação.

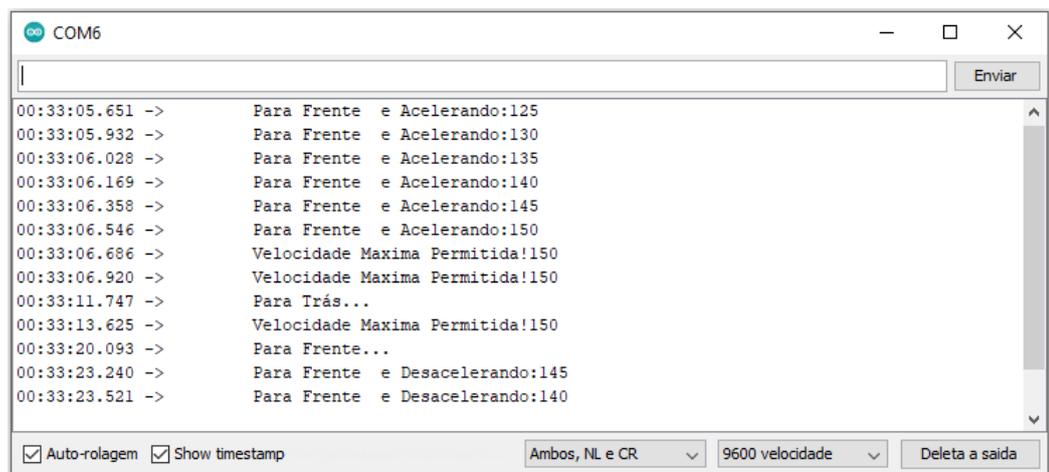
Por fim, a [Figura 47](#) apresenta o caso de obstrução, no qual o sensor de presença envia o sinal para o circuito, os movimentos cessam, e a velocidade é setada, por default, para o valor 40 (cerca de 1,9V). Essa tensão nos motores não é suficiente para movimentá-los, e isso garante mais segurança nos testes em solo, ou seja, ao detectar a obstrução, o usuário deve aumentar a velocidade de modo a movimentar o mecanismo novamente.

Figura 44 – Alteração de velocidade dos motores.



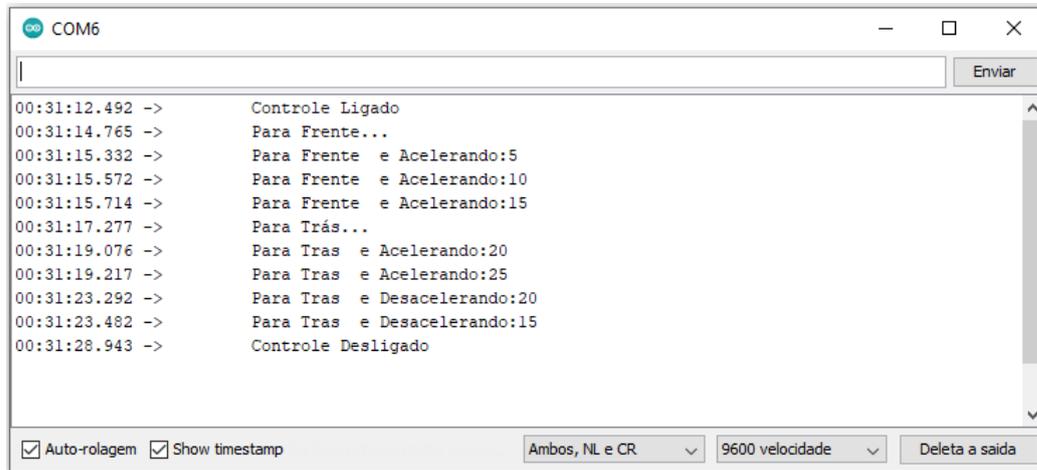
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 45 – Limite superior de velocidade atingido.



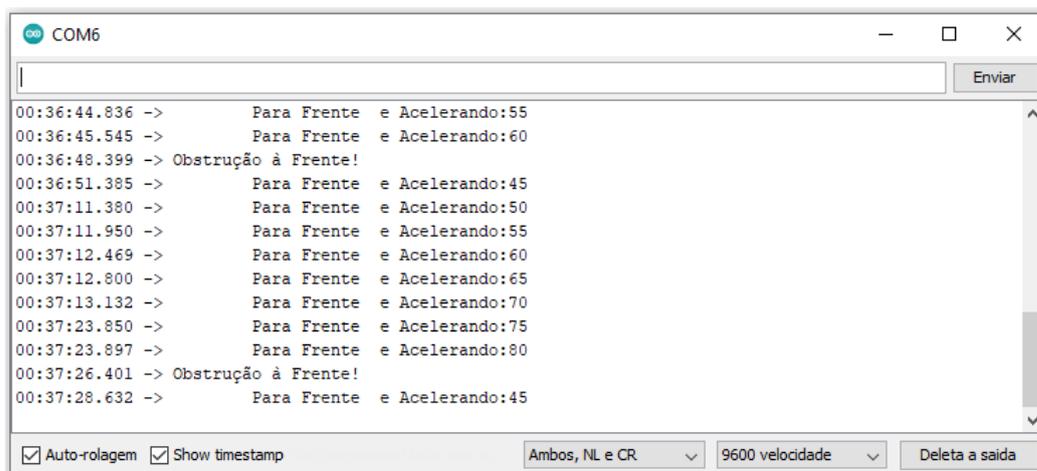
Fonte:

Figura 46 – Alteração de direção.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 47 – Detecção de obstáculo.



Fonte: Elaborado pelo autor

6 CONCLUSÃO

A aplicação da atividade prática vinculada a teoria das disciplinas de engenharia é uma poderosa ferramenta para compreensão e fixação de conteúdo por partes dos discentes. No caso aplicado neste trabalho, o desenvolvimento da teoria dos mecanismos, assim como as práticas de simulação e a construção do protótipo, contribuem para a interdisciplinaridade no curso, fazendo com que o discente aplique metodologias e teorias apreendidas em diversas outras disciplinas em um mesmo projeto.

Vale destacar que as disciplinas não trabalham isoladamente. Um curso é sempre uma combinação de outros cursos inter-relacionados que devem ser cuidadosamente integrados para desenvolver habilidades e conhecimento ao longo do programa. Essas inter-relações nem sempre são óbvias para os alunos, o que leva a equipe docente a apontar os caminhos quando necessário. Isso significa que a instituição, de forma coletiva, precisa projetar e implementar (e redesenhar, se necessário) um currículo que tenha múltiplas experiências e abordagens para o ensino de engenharia.

Ainda sobre o mecanismo *Jansen*, fora abordado neste trabalho apenas uma das diversas metodologias para resolução do mecanismo, podendo ainda ser estendida para o cálculo de posições, velocidades e acelerações lineares, assim como o uso da forma matricial de representação das equações. Esses enfoques dependem de como tais teorias e métodos podem ser amarradas no curso para que a investigação e o projeto prático corroborem com o aprendizado de maneira mais intuitiva para o discente.

O trabalho consistiu na apresentação de uma versão inicial de um protótipo para ser trabalhado e aprimorado nas disciplinas. Desse modo, sugere-se que o mecanismo possa compor uma plataforma flexível, com *links* intercambiáveis, ou mesmo parametrizáveis, para que possam gerar diversas trajetórias e marchas de caminhar, levando os alunos a aprofundarem tanto o desenvolvimento das equações, quanto a síntese do mecanismo em seu estado de pré-projeto.

REFERÊNCIAS

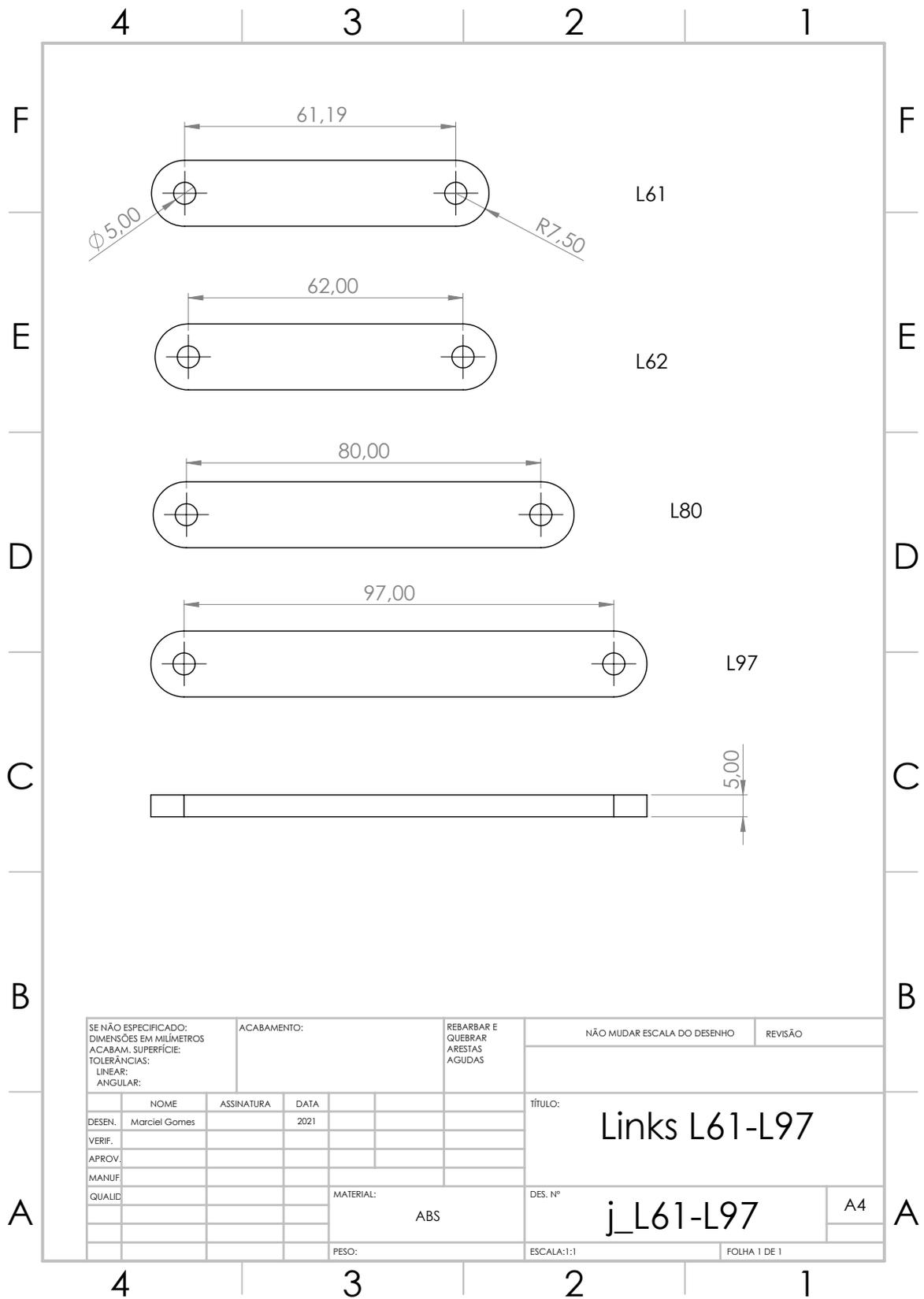
- ANGELES, J. **Rational Kinematics**. [S.l.: s.n.]: Springer-Verlag New York, 1988. v. 34. (Sprints Tracts in Natural Philosophy, v. 34). ISBN 13:978-1-4612-8400-0.
- DYM, C. L. Teaching design to freshmen: Style and content. **Journal of Engineering Education**, v. 83, n. 4, p. 303–310, 1994. ISSN 1069-4730.
- GHASSAEI, A. **The Design and Optimization of a Crank-Based Leg Mechanism**. 2011. 172 p. Dissertação (Master Thesis) — Pomona College Department of Physics and Astronomy, 2011.
- JANSEN, T. **The great pretender**. [S.l.: s.n.]: Nai010 Publishers, 2007. 263 p. ISBN 9462083444 9789462083448.
- LIU, Y. *et al.* Theo jansen project in engineering design course and a design example. **European Journal of Engineering Education**, Taylor & Francis, v. 36, n. 2, p. 187–198, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03043797.2011.573535>.
- MOHSENIZADEH, M.; ZHOU, J. Kinematic analysis and simulation of theo jansen mechanism. *In: .* [S.l.: s.n.], 2015.
- NANSAI, S.; ELARA, M. R.; IWASE, M. Dynamic analysis and modeling of jansen mechanism. **Procedia Engineering**, v. 64, p. 1562 – 1571, 2013. ISSN 1877-7058. International Conference on Design and Manufacturing (IConDM2013). Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705813017529>.
- NANSAI, S. *et al.* On a jansen leg with multiple gait patterns for reconfigurable walking platforms. **Advances in Mechanical Engineering**, v. 7, n. 3, p. 1687814015573824, 2015.
- NEDELKOVSKI, D. **Arduino and HC-05 Bluetooth Module Complete Tutorial**. 2016. Disponível em: <https://howtomechatronics.com/tutorials/arduino/arduino-and-hc-05-bluetooth-module-tutorial/>.
- NORTON, R. **Kinematics and Dynamics of Machinery**. McGraw-Hill, 2009. (SI units). ISBN 9780071278522. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=7idRPgAACAAJ>.
- SHEPPARD, S. *et al.* Examples of freshman design education. **International Journal of Engineering Education**, Tempus Publications, v. 13, n. 4, p. 248–261, 1 1997. ISSN 0949-149X.
- TODD, R. H.; SORENSEN, C. D.; MAGLEBY, S. P. Designing a senior capstone course to satisfy industrial customers. **JOURNAL OF ENGINEERING EDUCATION**, v. 82, p. 92–100, 1993.
- VUJOŠEVIĆ, V. *et al.* Robot based on walking jansen mechanism. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, IOP Publishing, v. 393, p. 012109, aug 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.10882F1757-899x2F3932F12F012109>.

WOO, L.; FREUDENSTEIN, F. Application of line geometry to theoretical kinematics and the kinematic analysis of mechanical systems. **Journal of Mechanisms**, v. 5, n. 3, p. 417–460, 1970. ISSN 0022-2569. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022256970900704>.

ANEXOS

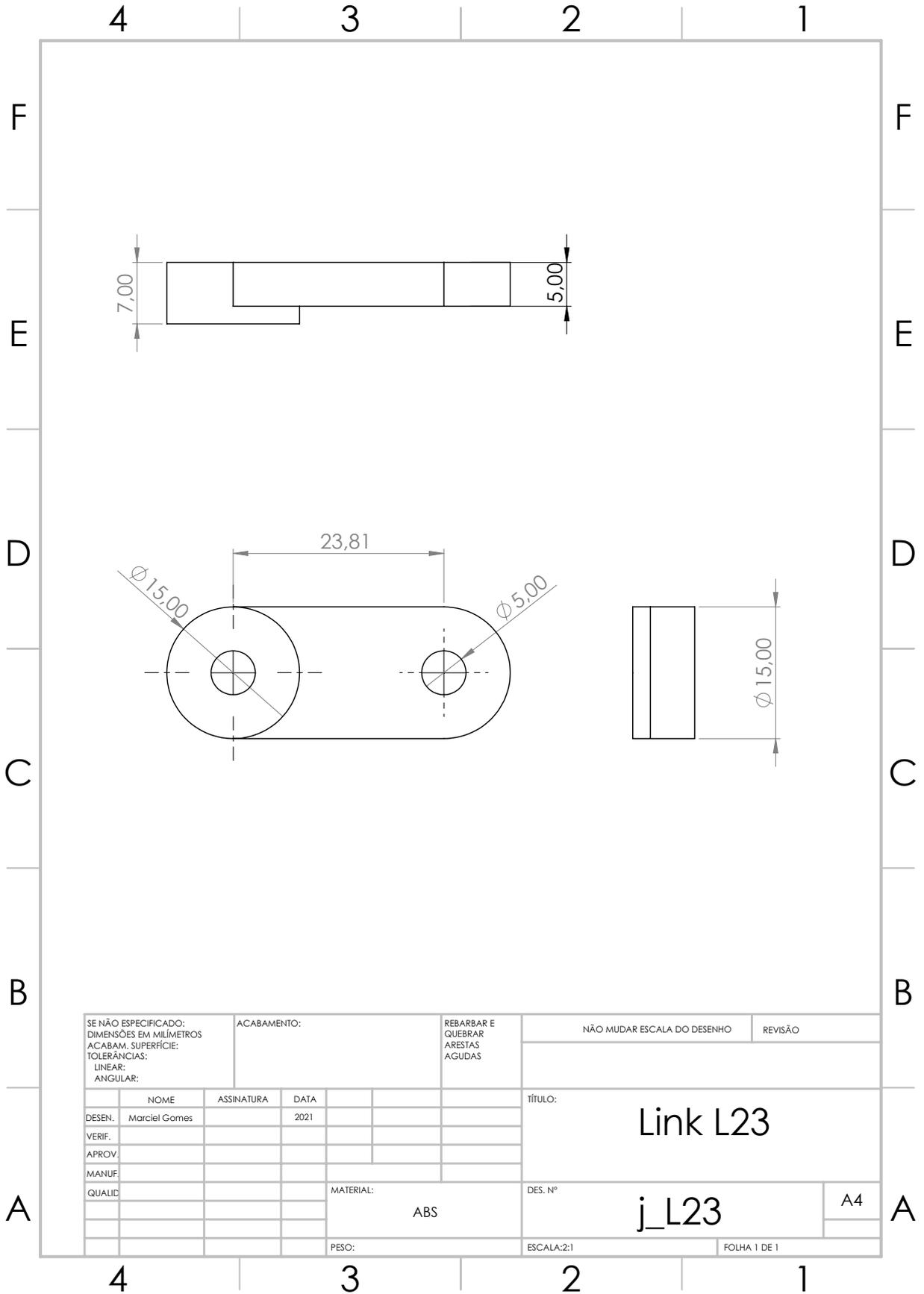
ANEXO A – DESENHOS DAS PEÇAS

Figura 48 – Desenho dos links das patas



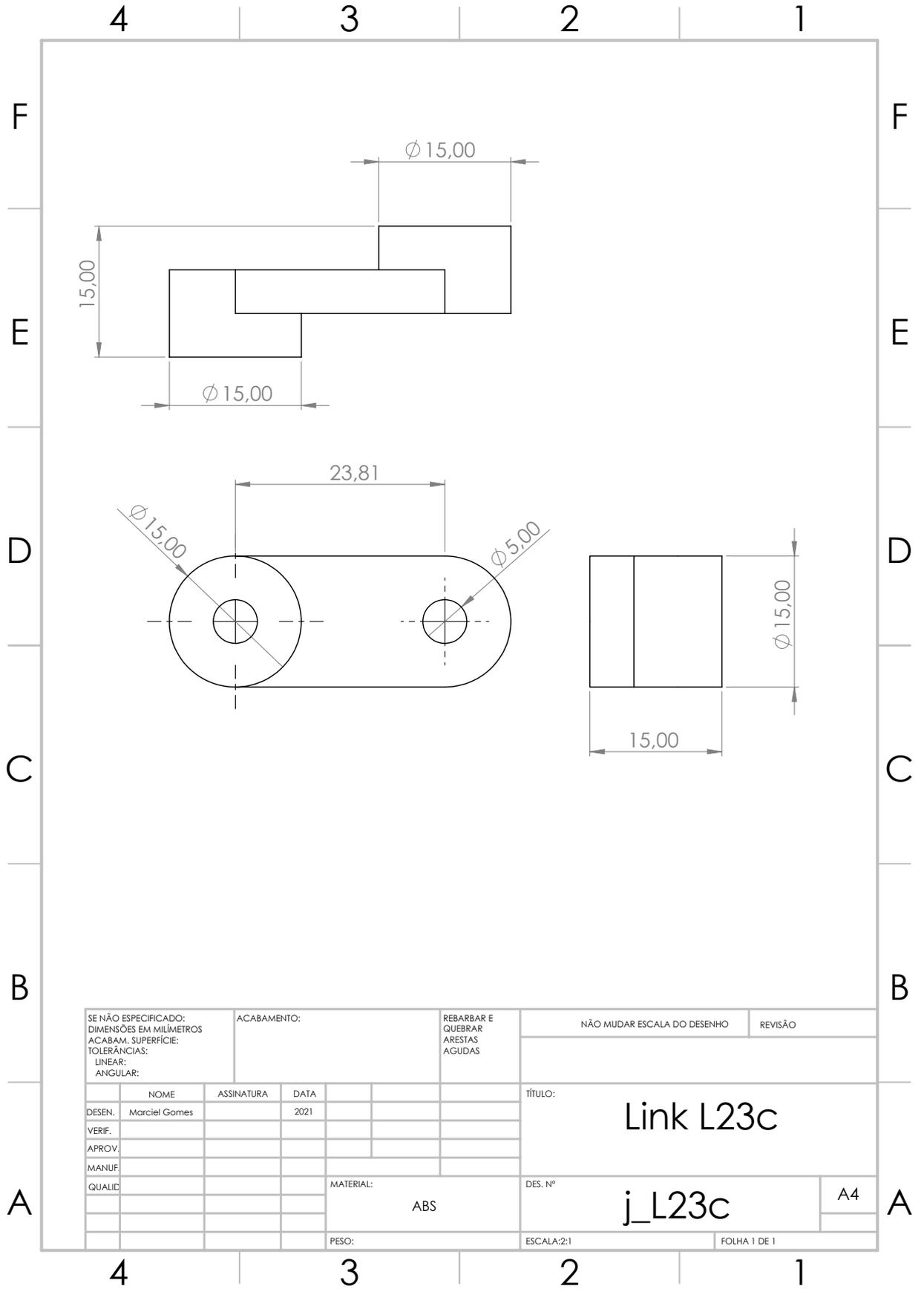
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 49 – Desenho do link de entrada



Fonte: Elaborado pelo autor

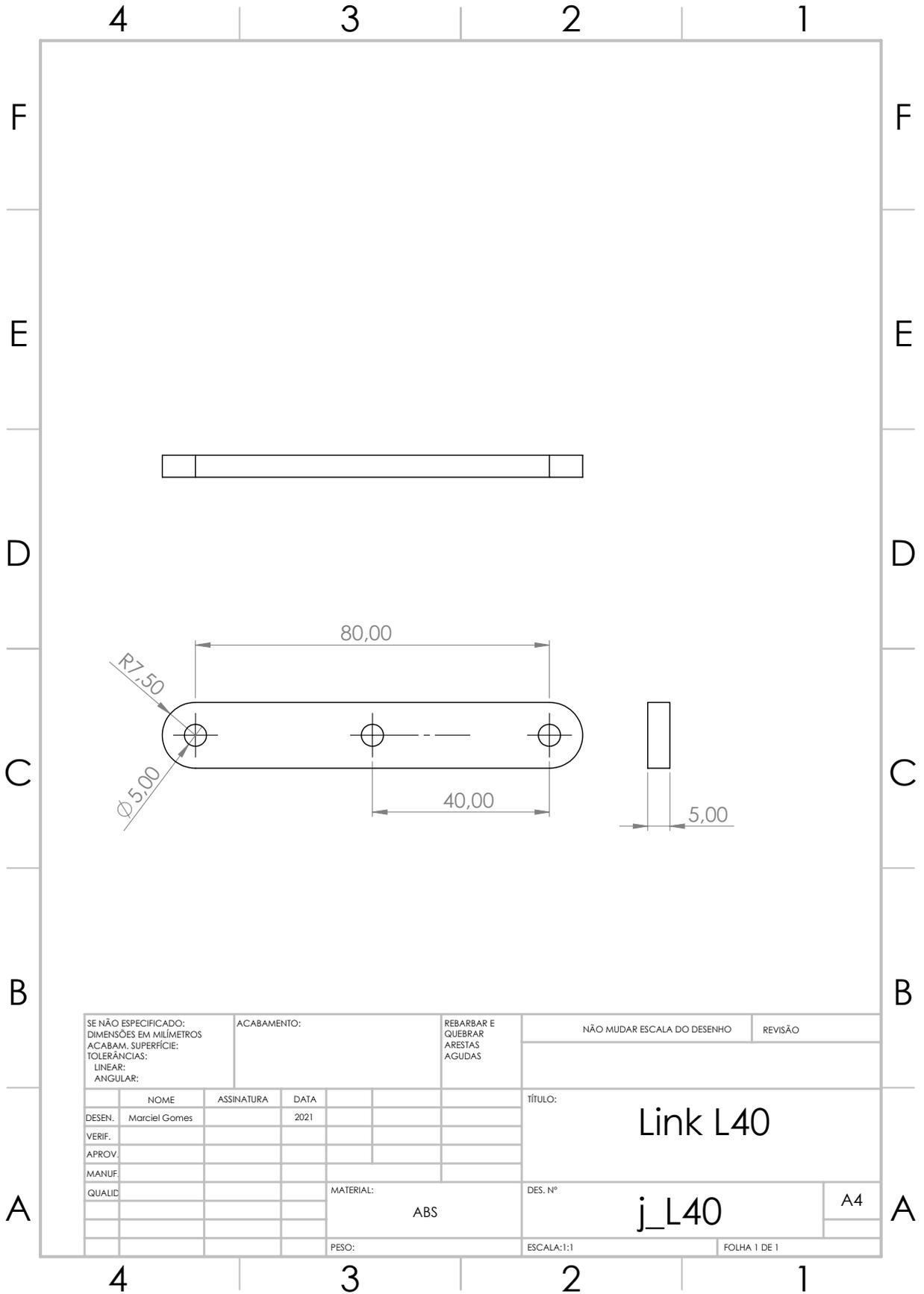
Figura 50 – Desenho do link acoplador com o eixo do motor



SE NÃO ESPECIFICADO: DIMENSÕES EM MILÍMETROS ACABAM. SUPERFÍCIE: TOLERÂNCIAS: LINEAR: ANGULAR:		ACABAMENTO:		REBARBAR E QUEBRAR ARESTAS AGUDAS		NÃO MUDAR ESCALA DO DESENHO		REVISÃO	
NOME		ASSINATURA		DATA		TÍTULO:			
DESEN. Marciel Gomes				2021		Link L23c			
VERIF.									
APROV.						DES. Nº		A4	
MANUF.						MATERIAL:			
QUALID.						ABS			
						PESO:			
						ESCALA:2:1		FOLHA 1 DE 1	

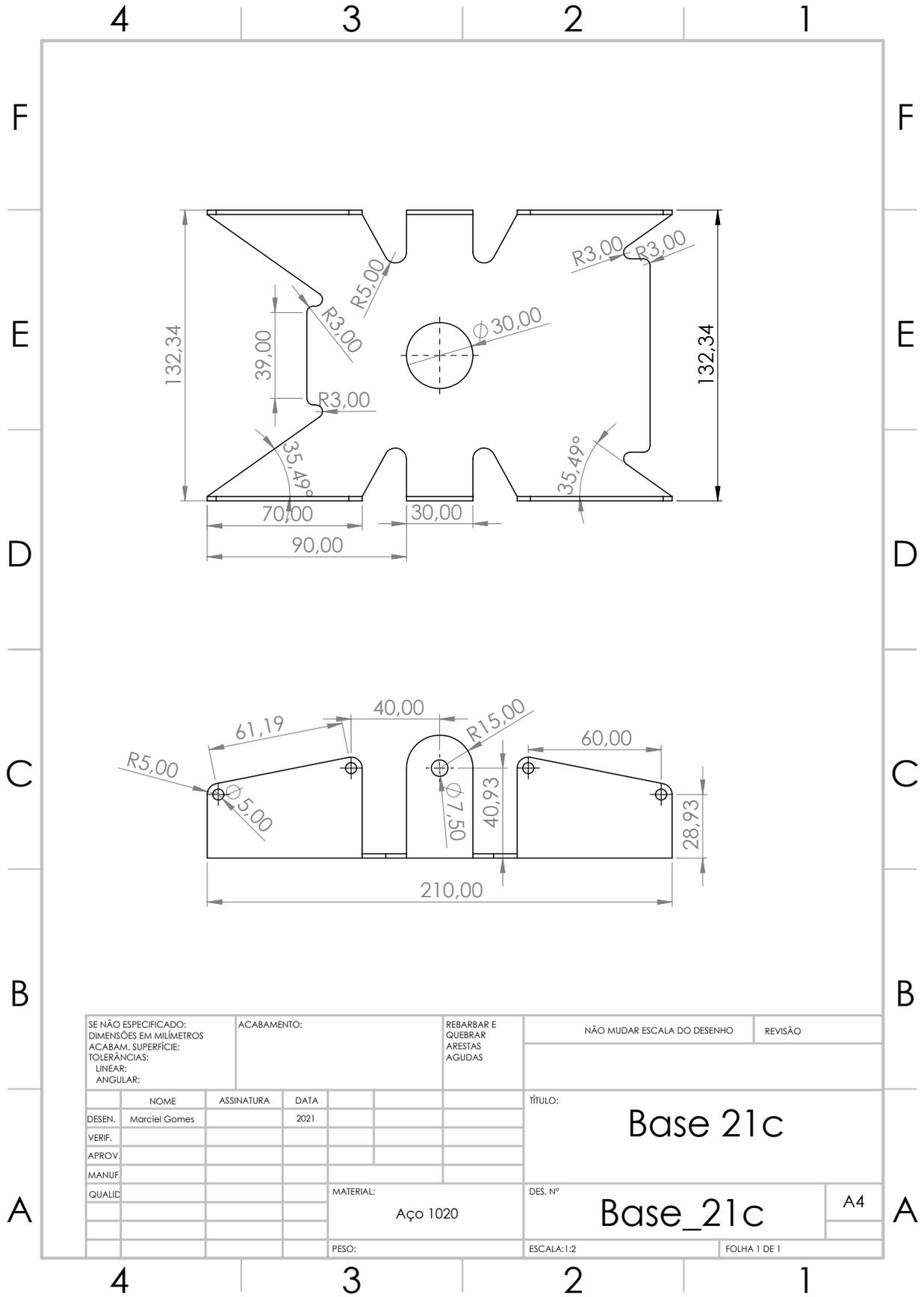
Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 51 – Desenho do braço acoplador entre as patas e o eixo do motor



Fonte: Elaborado pelo autor

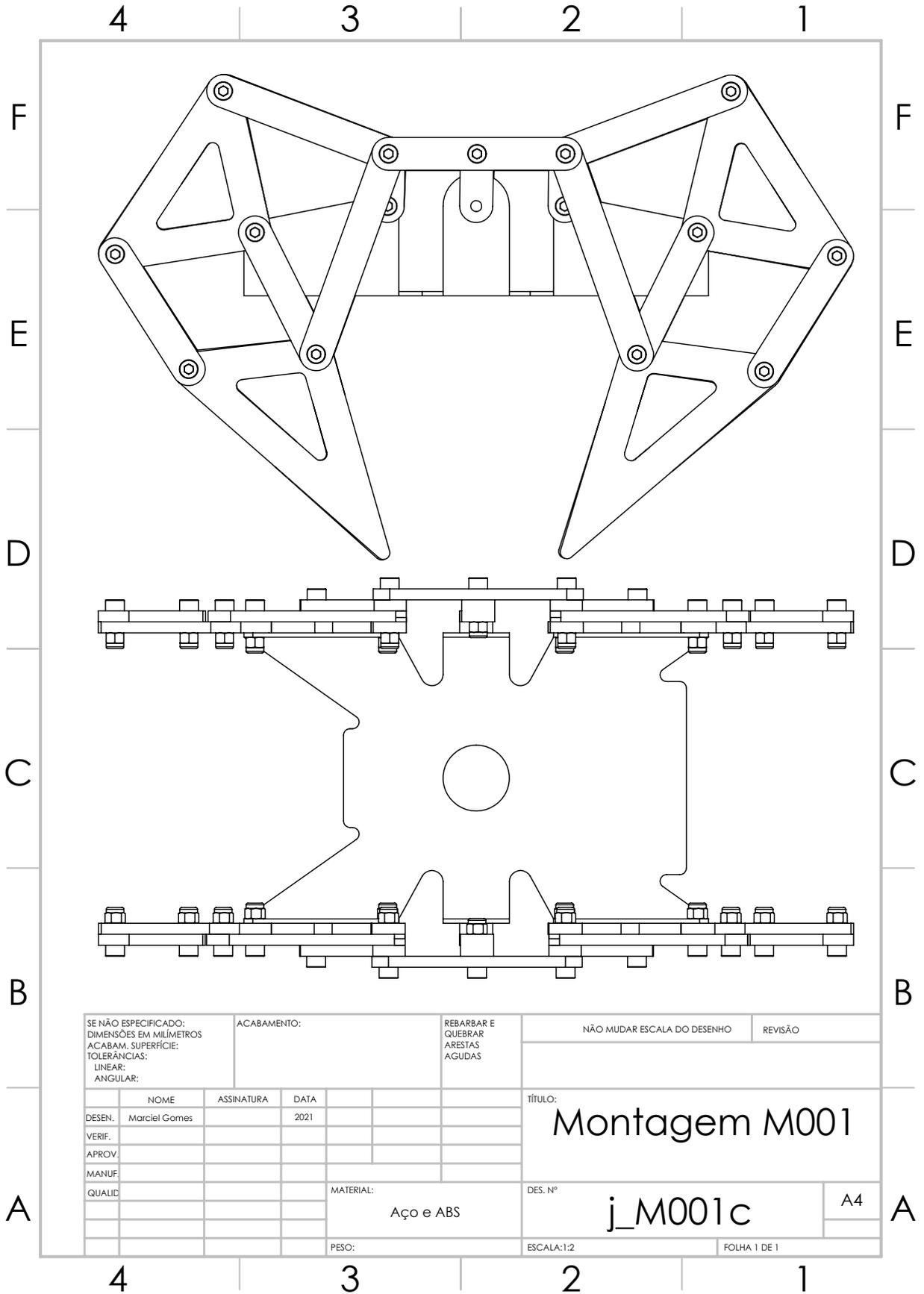
Figura 52 – Desenho da base do mecanismo



SE NÃO ESPECIFICADO: DIMENSÕES EM MILÍMETROS		ACABAMENTO:		REBARBAR E QUEBRAR ARESTAS AGUDAS		NÃO MUDAR ESCALA DO DESENHO		REVISÃO	
ACABAM. SUPERFÍCIE:									
TOLERÂNCIAS:									
LINEAR:									
ANGULAR:									
NOME		ASSINATURA		DATA		TÍTULO:			
DESEN. Marciel Gomes				2021		Base 21c			
VERIF.									
APROV.						DES. Nº		A4	
MANUF.						Base_21c			
QUALID.						MATERIAL:		ESCALA:1:2	
						Aço 1020		FOLHA 1 DE 1	
						PESO:			

Fonte: Elaborado pelo autor

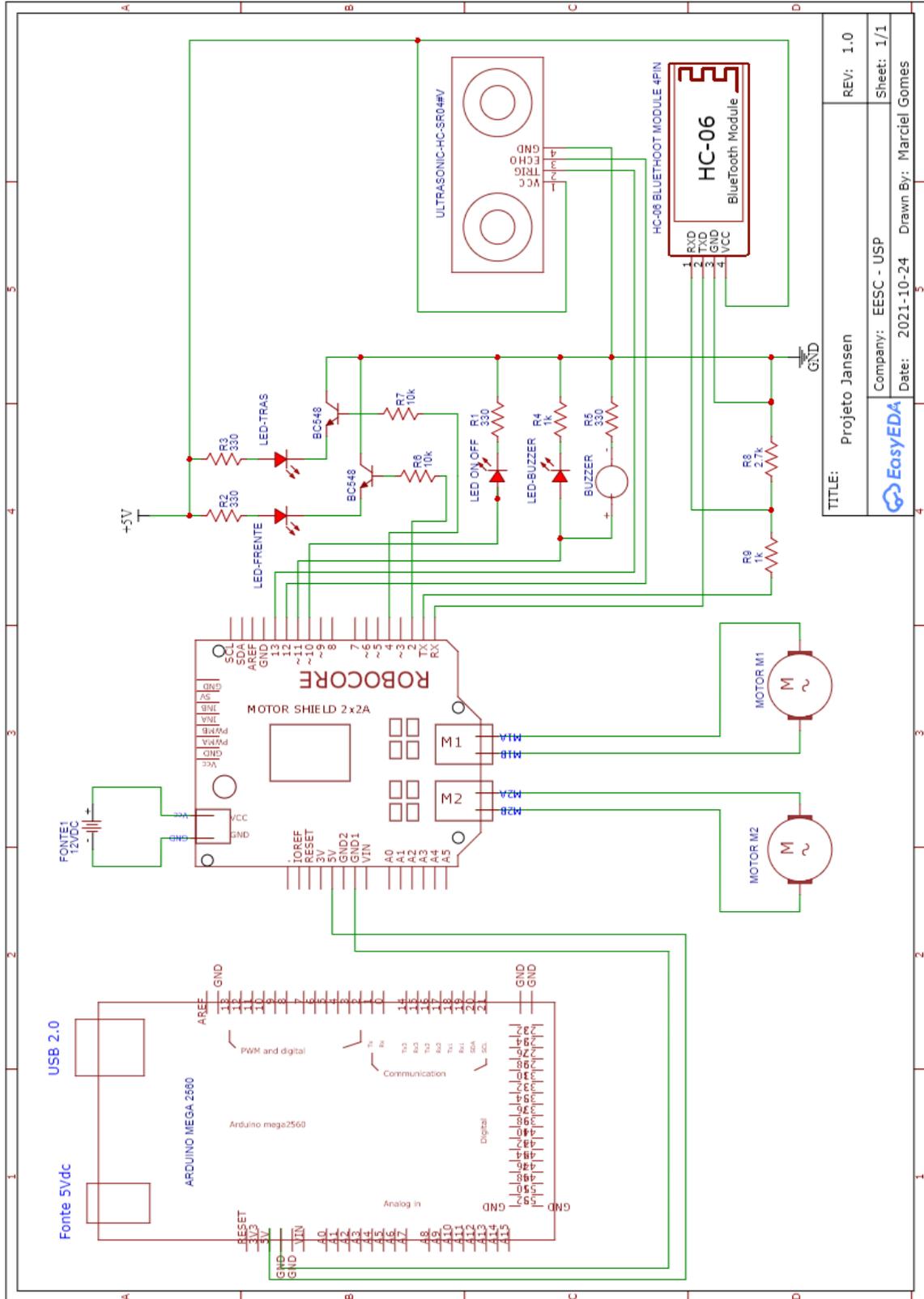
Figura 53 – Desenho do mecanismo montado



Fonte: Elaborado pelo autor

ANEXO B – CIRCUITO ELÉTRICO

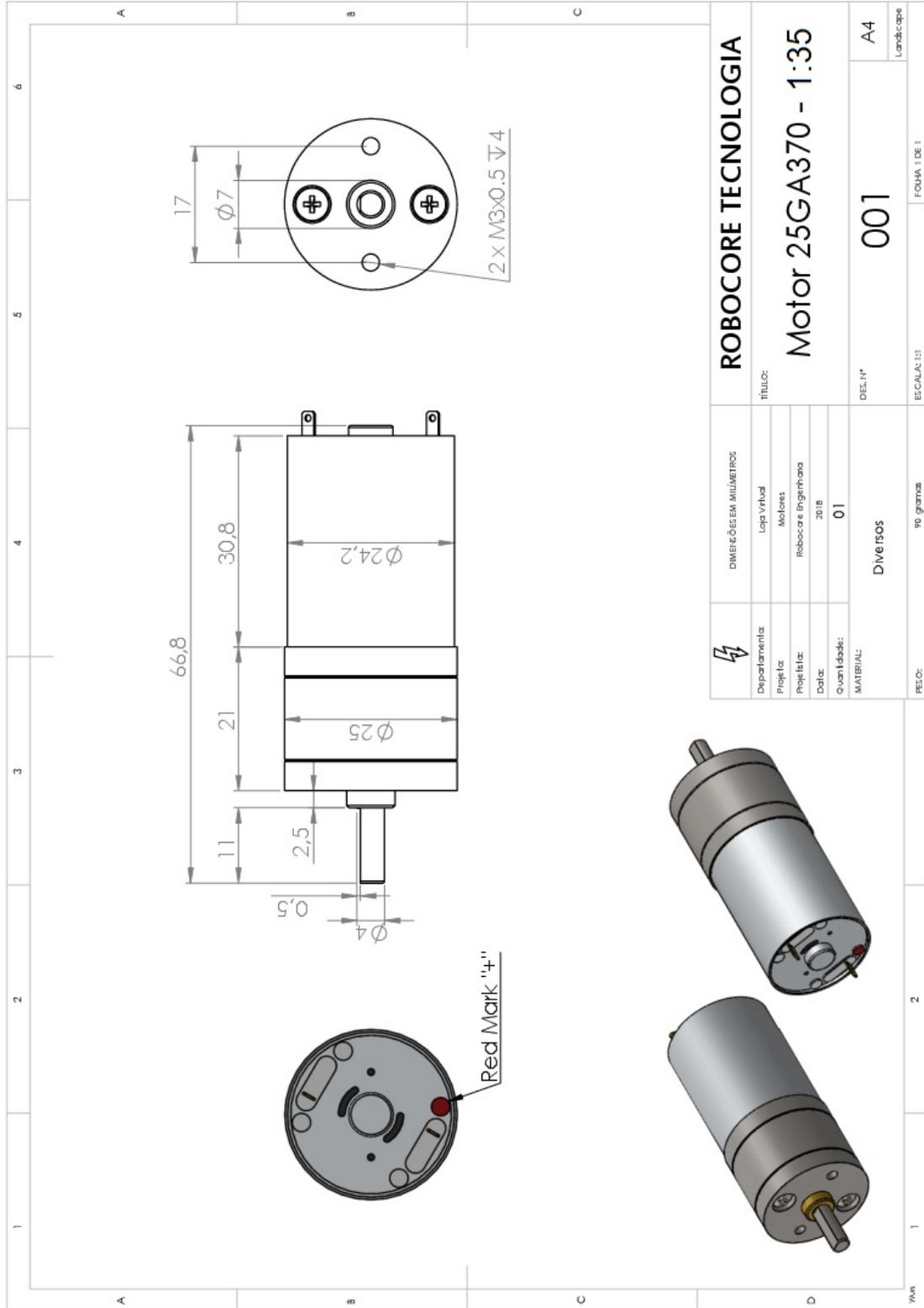
Figura 54 – Esquema do circuito elétrico



Fonte: Elaborado pelo autor

ANEXO C – DETALHES DO MOTOR ELÉTRICO

Figura 55 – Características do motor elétrico



Fonte: Robocore

ANEXO D – CÓDIGO DO ARDUINO

```

#include "Ultrasonic.h"
HC_SR04 sensor1(12,13); // (trigger, echo)

// Botoes do Bt
byte state; // Estado da Porta Serial/Bluetooth
int vm = 0; // Velocidade Media
char liga = '0'; // FFlag On-1/Off-0
// LEDs
const int LedA = 10; //LED ON Geral
const int buzzer = 11; //LED Vmax ou Vmin
const int ledf = 2; //LED Frente
const int ledt = 4; //LED Tras
// Motores
const int motorA = 5; // Velocidade do motorA
const int motorB = 6; // Velocidade do motorB
const int dirA = 7; // Direcao do motor A - HIGH ou LOW
const int dirB = 8; // Direcao do motor B - HIGH ou LOW
// Outras Variaveis
int tempo = 1000; // Delay
int maxspeed = 150; // Velocidade Maxima Permitida
int k = random(1000,2000);
String siga;
const int dist = 1000;

// Inicializacao
void setup() {
  Serial.begin(9600); // Default communication rate of the Bluetooth module
    9600
  // Define as portas como saidas
  pinMode(dirA, OUTPUT); // 0-frente; 1-tras
  pinMode(dirB, OUTPUT); // 0-frente; 1-tras
  pinMode(motorA, OUTPUT); // esquerda
  pinMode(motorB, OUTPUT); // direita
  //Inicia as portas com baixa tensao
  digitalWrite(dirA, LOW);
  digitalWrite(dirB, LOW);
  analogWrite(motorA,LOW);
  analogWrite(motorB,LOW);
  pinMode(buzzer,OUTPUT);
  analogWrite(buzzer,LOW);

```

```
}  
// Loop liga desliga  
void loop() {  
  // Controle Motor  
  if (Serial.available()) { // Checks whether data is coming from the serial  
    port  
    state = Serial.read(); // Reads the data from the serial port  
    switch (state){  
      case 'A': // Caso START seja ativado  
        analogWrite(LedA,255); // Liga LED A  
        //digitalWrite(LedA,HIGH);  
        Serial.println("\tControle Ligado");  
        phrase1();  
        phrase2();  
        controle();  
        break;  
      case 'Z': //Caso STOP seja ativado  
        vm = 0; //Zera velocidade  
        liga = 0;  
        analogWrite(motorA, vm);  
        analogWrite(motorB, vm);  
        analogWrite(LedA,0); //Desliga LED A  
        digitalWrite(ledf,0);  
        digitalWrite(ledt,0);  
        tone(buzzer,1000); delay(10);  
        tone(buzzer,500); delay(10);  
        tone(buzzer,100); delay(10);  
        noTone(buzzer);  
        Serial.println("\tControle Desligado");  
        break;  
    }  
    delay(tempo);  
  }  
}  
//  
void controle(){  
  while(state!='Z'){  
    state = Serial.read(); // Reads the data from the serial port  
    switch (state){  
      case 'F': // Para Frente  
        liga = '1';  
        phrase1();
```

```
digitalWrite(dirA,HIGH);
digitalWrite(dirB,HIGH);
siga = "Para Frente \r";
Serial.println("\tPara Frente...");
digitalWrite(ledf,HIGH);
digitalWrite(ledt,LOW);
state = 'M';
break;
case 'T': // Para Tras
  liga = '1';
  phrase2();
  digitalWrite(dirA,LOW);
  digitalWrite(dirB,LOW);
  siga = "Para Tras \r";
  Serial.println("\tPara Tras...");
  digitalWrite(ledf,LOW);
  digitalWrite(ledt,HIGH);
  state = 'M';
  break;
// Controle da Velocidade
case 'I': // Aumenta velocidade
  if(liga=='1'){
    // Caso velocidade mto alta
    if(vm>=maxspeed){
      vm = maxspeed;
      Serial.print("\tVelocidade Maxima Permitida!");
      Serial.println(vm);
      analogWrite(buzzer,200);
      delay(200);
      analogWrite(buzzer,100);
    }
    else{
      vm = vm + 5;
      Serial.print("\t");
      Serial.print(siga);
      Serial.print("\r e Acelerando:\r");
      Serial.print(vm);
      Serial.print("\n");
    }
  }
  analogWrite(motorA, vm);
  analogWrite(motorB, vm);
  state = 'M';
```

```
    }
    analogWrite(buzzer,0);
    break;
case 'D': // Diminui velocidade
    if(liga=='1'){
        if(vm<=0){
            vm = 0;
            // Caso velocidade mto alta
            Serial.print("\tVelocidade Minima!");
            Serial.println(vm);
            analogWrite(buzzer,100);
            delay(200);
            analogWrite(buzzer,50);
        }
        else{
            vm = vm - 5;
            Serial.print("\t");
            Serial.print(siga);
            Serial.print("\r e Desacelerando:\r");
            Serial.print(vm);
            Serial.print("\n");
        }
        analogWrite(motorA, vm);
        analogWrite(motorB, vm);
        state = 'M';
    }
    analogWrite(buzzer,0);
    break;
case 'Z':
    liga = '0';
    break;
}
// Sensor de obstaculo
if(sensor1.distance()<=30){
    analogWrite(motorA, 0);
    analogWrite(motorB, 0);
    analogWrite(buzzer,100);
    delay(200);
    analogWrite(buzzer,0);
    delay(200);
    if(vm>=40){
        vm = 40;
```

```
    }
    else{
        vm = 0;
    }
    Serial.println("Obstrucao a Frente!");
}
else{
    analogWrite(motorA, vm);
    analogWrite(motorB, vm);
    analogWrite(buzzer,0);
}
}
}

// Sons emitidos pelo arduino
void phrase1() {
    int k = random(1000,2000);
    for (int i = 0; i <= random(100,2000); i++){
        tone(buzzer, k+(-i*2));
        delay(random(.9,2));
    }
    for (int i = 0; i <= random(100,1000); i++){
        tone(buzzer, k + (i * 10));
        delay(random(.9,2));
    }
    noTone(buzzer);
}

void phrase2() {
    int k = random(1000,2000);
    for (int i = 0; i <= random(100,2000); i++){
        tone(buzzer, k+(i*2));
        delay(random(.9,2));
    }
    for (int i = 0; i <= random(100,1000); i++){
        tone(buzzer, k + (-i * 10));
        delay(random(.9,2));
    }
    noTone(buzzer);
}
```


ANEXO E – PROPOSTA DE ROTEIRO DE APLICAÇÃO

Com base nos dados apresentados neste trabalho, apresenta-se aqui uma sugestão de aplicação do projeto para a disciplina de Mecanismos, considerando que a mesma seja lecionada no 3º ano (5º ou 6º semestre) nos cursos de Engenharia Mecatrônica e Mecânica.

O roteiro é apresentado em 3 partes: **regras gerais** do projeto, **primeira parte** contendo modelagem 3D e equacionamento, e **segunda parte** contendo relatório final e protótipo.

Regras Gerais

Para que as atividades sejam realizadas de modo organizado e que todos os alunos possam usufruir e compartilhar tarefas similares, são estabelecidas algumas regras comuns:

1. Formação das Equipes

Os alunos devem ser estimulados a formarem grupos de trabalho de 4 a 6 membros. A formação de grupos deve ser realizada de maneira autônoma por partes dos alunos, sem interferência do professor. Cada grupo elege um líder que fica responsável pelo bom andamento do projeto, para sanar dúvidas junto ao professor e para resolver problemas em casos de omissão e não participação dos membros no desenvolvimento do trabalho. Para a formação das equipes pode ser estabelecido ainda um prazo de 1 mês, ou a critério do professor.

2. Especificações do Protótipo

O mecanismo de cada grupo deve ser projetado e construído de acordo com as especificações de um modelo proposto pelo professor, sendo este um modelo de uma perna com as definições dos *links*. Podem ser estabelecidas dimensões máximas e mínimas de comprimento (sugestão de 65cm até 35cm, respectivamente). Tais medidas podem ser adotadas para que os alunos tenham a liberdade de alterar a escala do projeto sem que haja disparidade nos resultados finais. A altura do mecanismo deve ser proporcional, de acordo com o modelo proposto.

O protótipo deve ser acionado por, ao menos, 1 motor elétrico, escolhido pelo grupo de alunos de acordo com seus estudos próprios. O uso de mais motores fica a critério de cada grupo e/ou do professor. O uso de controladores eletrônicos também fica a critério de cada equipe e/ou do professor, podendo ser feito desde que não interfira na estrutura do mecanismo. Os materiais para construção dos *links* poderiam ser escolhidos entre várias opções: plásticos, madeira ou alumínio. Fica proibido o uso de papelão ou isopor, pois estes materiais são frágeis e podendo implicar em falhas no mecanismo. O uso de materiais alternativos apenas para estética também fica livre.

3. Testes e Apresentação Como teste final do mecanismo, fica proposto que o modelo físico construído deve ser capaz de se movimentar em linha reta por pelo menos 2 metros, em local previamente determinado.

Entregas

A atividade pode ser dividida em 2 partes, sendo a primeira relativa à entrega e nota do 1º Bimestre e a segunda parte relativa à entrega e nota do 2º Bimestre.

1. Primeira parte do Projeto

Na primeira parte do projeto, cada grupo deve entregar um relatório que contenha:

- a) Capa;
- b) Introdução (os alunos devem pesquisar sobre esse tipo de mecanismo e escreve pelo menos 10 linhas sobre ele);
- c) Desenho 2D de um dos lados do mecanismo (contendo uma pata dianteira e uma pata traseira) e principais cotas (se houver alteração das medidas, deve ser explicado nessa parte);
- d) Desenho 3 D da montagem do mecanismo completo (apenas uma imagem da montagem completa);
- e) Modelagem das equações de posição de acordo com as instruções de aula;
- f) Implementação das equações de posição e os gráficos para θ_3 e θ_4 para as 4 barras superior e também para o 4 barras inferior (colocar o código fonte no relatório);
- g) Conclusões (os alunos podem verificar que tipo de movimento é reproduzido pelas 4 barras, dizer se eles são Grashof, etc);

2. Segunda parte do Projeto

Cada grupo deverá entregar um relatório completo do projeto, contendo a primeira parte e a segunda parte, além de apresentar o mecanismo construído e funcional e uma apresentação oral, com auxílio de *slides*, de 5 a 7 min sobre o seu projeto.

O relatório deve conter:

- a) Toda a primeira parte completa e atualizada; Será avaliado se o grupo fez as correções da primeira parte;
- b) Desenho e informações (tipo de material usado, processos usados na fabricação, etc) sobre o mecanismo final;
- c) Equacionamento das velocidades para o mecanismo superior e inferior, de acordo com as instruções de aula (abordagem analítica);

- d) Implementação das equações de velocidade e os gráficos para θ_3 e θ_4 para as 4 barras superior e também para o 4 barras inferior (colocar o código fonte no relatório); A implementação de velocidade depende dos resultados de posição. Portanto, é essencial que a primeira parte do projeto esteja correta;
- e) Conclusões Finais.

A apresentação final deve ser mostrar como foram realizadas as tarefas do projeto, os detalhes do equacionamento, dificuldades na construção, etc.