

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Celso Jacinto de Siqueira Neto

**Modelagem de uma turbina radial operando em um ciclo
Rankine orgânico**

São Carlos

2020

Celso Jacinto de Siqueira Neto

**Modelagem de uma turbina radial operando em um
ciclo Rankine orgânico**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Luben Cabezas
Gómez

São Carlos
2020

FOLHA DE AVALIAÇÃO

Candidato: Celso Jacinto de Siqueira Neto - Nº USP: 8955070

Título: Modelagem de uma turbina radial operando em um ciclo Rankine orgânico.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo
Curso de Engenharia Mecânica.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Associado Luben Cabezas Gómez
(Orientador)

Nota atribuída: 9,5 (Nove pontos e meio)

Luben Cabezas Gómez

(assinatura)

Prof. Cristiano Bigonha Tibiriça

Nota atribuída: 9,5 (Nove pontos e meio)

p/ *Luben Cabezas Gómez*

(assinatura)

Doutorando MSc. Tiago Augusto Moreira

Nota atribuída: 9,5 (Nove pontos e meio)

p/ *Luben Cabezas Gómez*

(assinatura)

Média: 9,5 (Nove pontos e meio)

Resultado: Aprovado

Data: 23/12/2020

Este trabalho tem condições de ser hospedado no Portal Digital da Biblioteca da EESC

SIM X NÃO ☐ Visto do orientador *Luben Cabezas Gómez*

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

J394m Jacinto de Siqueira Neto, Celso
Modelagem de uma turbina radial operando em um
ciclo Rankine orgânico / Celso Jacinto de Siqueira
Neto; orientador Luben Cabezas Gómez. São Carlos,
2020.

Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) --
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, 2020.

1. Turbina de fluxo radial. 2. Mapa de eficiência
da turbina. 3. Coeficiente de perda de pressão. 4.
Método da linha média. 5. Ciclo Rankine orgânica. I.
Título.

*Dedico esse trabalho aos meus avôs, grandes exemplos de força, persistência e,
acima de tudo, grandes exemplos de sabedoria.*

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, José e Ana Lúcia, por me ajudarem a me tornar quem eu sou.

Às minhas irmãs, Luciana e Bárbara, com as quais dividi minha infância, compartilhando momentos de alegria e superando momentos de tristeza.

À minha esposa, Geovana, por me ajudar a me tornar uma pessoa melhor a cada dia, e pela sua paciência e companheirismo.

Ao meu filho, Antônio, fonte de inspiração e luz nos momentos mais difíceis da vida.

Aos meus amigos e colegas, com os quais dividi vivências que jamais serão esquecidas.

À Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, por toda estrutura, suporte e qualidade no ensino, garantindo o aprendizado e a formação diferenciados do aluno.

Um agradecimento especial ao Prof. Dr. Luben Cabezas Gómez, pela confiança em mim depositada, orientação, disposição, compreensão e didática, me auxiliando durante o desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso e durante minha graduação.

“O insucesso é apenas uma oportunidade para recomeçar com mais inteligência.”
Henry Ford

RESUMO

Devido à grande importância que as turbinas radiais passaram a desempenhar, estudos cada vez mais aprofundados relacionados à eficiência destes equipamentos em função de uma série de parâmetros adimensionais tem tomado cada vez mais espaço, em busca de um modelo que permita fazer uma pré análise da turbina da maneira mais condizente possível com a realidade. Apesar de todos esses pontos, atualmente a quantidade de trabalhos publicados relacionados ao tema continua reduzida. Uma das grandes aplicações de turbinas radiais são como unidades expansoras em ciclos Rankine orgânico, em que geralmente a fonte de energia é de baixa temperatura, o que vai de encontro com a preocupação global na utilização de fontes de energias renováveis a fim de reduzir emissões de gases poluentes e amenizar as mudanças climáticas causada em grande parte pelo uso descontrolado de combustíveis fósseis, uma vez que uma grande aplicação para o ciclo é a de reaproveitamento de calor residual. O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo matemático utilizando o método unidimensional da linha média em conjunto com o procedimento de análise de *design* e *performance* sugerido por Aungier (2005) para análise e pré-projeto de uma turbina de fluxo radial orgânica, sendo o modelo capaz de gerar um mapa de eficiência da turbina em função de parâmetros adimensionais de *design* (velocidade específica e a razão de velocidades) e capaz de descrever geometricamente os componentes da turbina. O modelo é feito utilizando o *software Matlab* (2015), considerando o R245fa como fluido operante. O mapa obtido neste estudo assim como as geometrias encontradas pelo modelo são comparados com resultados encontrados na literatura, afim de validar o modelo matemático desenvolvido.

Palavras-chave: Turbina de fluxo radial, Mapa de eficiência da Turbina, Coeficiente de perda de pressão, Método da linha média, Ciclo Rankine Orgânico

ABSTRACT

Due to the great importance that radial turbines started to perform, increasingly in-depth studies regarding the efficiency of these equipments in function of a series of dimensionless parameters are taking place, in search of a model that allows a closer to reality pre-analysis of these turbines. Despite this, the quantity of published researches related to the topic is still scarce. One of the most common applications of radial turbines is as an expansion unit of organic Rankine's cycles, in which the energy source is, usually, of low temperature. This meets the global concern in the usage of renewable energy sources to reduce the emission of polluting gases and in the mitigation the climatic changes caused by the excessive and uncontrolled usage of fossil fuels since one of the applications of these cycles is to reuse waste heat. The objective of the current work is to develop a mathematical model using the one-dimensional midline method in conjunction with the design and performance analysis procedure suggested by Aungier (2005) for the analysis and pre-design of an organic radial flow turbine, being the model able to produce an efficiency map of the turbine as a function of design's dimensionless parameters (specific speed and speed ratio) and able to geometrically describe the turbine's components. The model was made on *Matlab* (2015), considering R245fa as the operating fluid. The map obtained in this study as well as the geometries are compared with results found in the literature, in order to validate the mathematical model developed.

Keywords: Inflow radial turbine, Turbine map efficiency, Pressure loss coefficient, Mean-line method, Organic Rankine cycle.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Diagrama T -s para água e fluidos orgânicos utilizados em sistemas ORC (QUOILIN, 2011).	29
Figura 2: Ciclo Rankine ideal (ÇENGEL; BOULES, 2013).	30
Figura 3: Triângulo de velocidades no bocal (AUNGIER, 2005).	32
Figura 4: Triângulo de velocidades no rotor (AUNGIER, 2005).	32
Figura 5 Volume de controle para uma turbomáquina generalizada (HALL; DIXON, 2013).	33
Figura 6: Volume de controle e trocas de energia para uma turbina com uma entrada e uma saída (HALL; DIXON, 2013).	34
Figura 7: Processo de expansão em uma turbina (HALL; DIXON, 2013).	35
Figura 8: Componentes de uma turbina radial representados em um plano meridional (AUNGIER, 2005).	37
Figura 9: Principais regiões consideradas em uma turbina radial (RAHBAR et. al, 2015a).	38
Figura 10: Nomenclatura da camada limite (AUNGIER, 2005).	41
Figura 11: Fluxograma da modelagem.	44
Figura 12: Componentes da turbina de fluxo radial, vista no plano meridional (RAHBAR et al., 2015b).	45
Figura 13: Contorno do cubo para o caso em que o raio de curvatura é igual ao valor do comprimento axial (AUNGIER, 2005).	52
Figura 14: Geometria meridional do rotor (AUNGIER, 2005).	53
Figura 15: Sistema de coordenadas utilizado para a obtenção da geometria do rotor (AUNGIER, 2005).	54
Figura 16: Parâmetros geométricos da pá do bocal (AUNGIER, 2005).	58
Figura 17: Ângulos da pá do bocal (LIO; MANENTE; LAZZARETTO, 2017)	58
Figura 18: Distribuição da velocidade do escoamento sobre as superfícies de alta e baixa pressão (AUNGIER, 2005).	60
Figura 19: Seção transversal da voluta: a) seção externa; b) seção interna (AUNGIER, 2005). .	62
Figura 20: Regiões analisadas na voluta na etapa de performance (AUNGIER, 2005).	64
Figura 21: Região de entrada, saída e garganta do bocal (AUNGIER, 2005).	68
Figura 22: Procedimento para o cálculo da vazão mássica procurada.	76
Figura 23: Procedimento para o cálculo da pressão procurada.	78
Figura 24: Mapa de eficiência da turbina em função da velocidade específica e da razão de velocidades obtido a partir do modelo desenvolvido utilizando-se os valores de entrada indicados na tabela 1.	103
Figura 25: Mapa de eficiência da turbina (LIO; MANENTE; LAZZARETTO; 2017).	104

Figura 26: Geometria meridional do rotor (lado esquerdo gerado pelo modelo, lado direito retirado de Lio, Manente e Lazzaretto (2017)).....	107
Figura 27: Geometria meridional do rotor (lado esquerdo gerado pelo modelo, lado direito retirado de Lio, Manente e Lazzaretto (2017)).....	108
Figura 28: Geometria meridional do rotor (lado esquerdo gerado pelo modelo, lado direito retirado de Lio, Manente e Lazzaretto (2017)).....	108
Figura 29: Distribuição do ângulo da pá ao longo da distância meridional (lado esquerdo gerado pelo modelo, lado direito modelo previsto por Aungier (2005) para um valor qualquer de ângulo na saída do rotor).	109
Figura 30: Eficiência em função da razão de velocidades para vários valores de velocidade específica utilizando-se os valores de entrada indicados na tabela 1.....	109

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Dados de entrada assumidos para a modelagem da turbina de fluxo radial.	46
Tabela 2: Restrições geométricas aplicadas ao rotor.	50
Tabela 3: Coeficiente de perda de pressão total na voluta em função da velocidade específica e da razão de velocidades.	94
Tabela 4: Coeficiente de perda de pressão total no bocal em função da velocidade específica e da razão de velocidades.	95
Tabela 5: Coeficiente de perda de pressão total no rotor em função da velocidade específica e da razão de velocidades.	96
Tabela 6: Coeficiente de perda de pressão total na turbina em função da velocidade específica e da razão de velocidades.	97
Tabela 7: Energia cinética na saída do rotor em kJ/kg em função da velocidade específica e da razão de velocidades.	98
Tabela 8: Queda de entalpia devido ao atrito no disco do rotor com as interfaces da turbina (atrito no disco dado em J/kg).	99
Tabela 9: Valores de eficiência total-to-static em função da velocidade específica e da razão de velocidades.....	100
Tabela 10: Formação de escoamento bloqueado na região de saída do bocal em função da velocidade específica e da razão de velocidades (1 significa que há escoamento supersônico e 0 que não há).	101
Tabela 11: Número de pás obtidas para o rotor em função da velocidade específica e da razão de velocidades.....	101
Tabela 12: Número de pás obtidas para o bocal em função da velocidade específica e da razão de velocidades.....	102
Tabela 13: Comparação entre o modelo desenvolvido e o proposto por Lio, Manente e Lazzaretto (2017).....	106

LISTA DE SIGLAS

CFD	Dinâmica dos fluidos computacional
EESC	Escola de engenharia de São Carlos
IFR	Turbina radial de fluxo interno
ORC	Ciclo Rankine Orgânico
GWP	Potencial de aquecimento global
ODP	Destruição da camada de ozônio

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS

A	Área [m^2]
a	Velocidade do som [m/s]
b	Largura [m]
C	Velocidade do escoamento [m/s]
c_f	<i>Skin friction</i>
c	Corda da pá [m]
d	Diâmetro [m]
e	Folga [m]
$esse$	Passo entre as pás [m]
h	Entalpia [kJ/kg]
I	Rotalpia [kJ/kg]
k_b	Fator de bloqueio devido à geometria do componente
L	Comprimento do escoamento [m]
Ma	Número de Mach
$\dot{m}$	Vazão mássica [kg/m^3]
m	Comprimento meridional [m]
N	Número de pás
n_s	Velocidade específica
o	Largura da garganta [m]
P	Pressão [bar]
q	Calor trocado [kJ/kg]
r	Raio [m] / coordenada radial
Re	Número de Reynolds
R_h	Grau de reação
s	Entropia [kJ/kgK]

T	Temperatura [$^{\circ}\text{C}$ ou K]
t	Espessura [m]
U	Velocidade linear do rotor [m/s]
v_s	Razão de velocidades
W	Velocidade relativa do escoamento [m/s]
$\dot{w}$	Trabalho específico [kJ/kg]
x	Coordenada horizontal (plano cartesiano normal ao eixo)
Y	Coeficiente de perda de pressão
y	Coordenada vertical (plano cartesiano normal ao eixo)
z	Coordenada axial

LETRAS GREGAS

α	Ângulo entre a velocidade absoluta e sua componente tangencial ($^{\circ}$)
β	Ângulo formado entre a pá e a direção tangencial ($^{\circ}$)
η	Eficiência
θ	Ângulo formado entre a coordenada radial e a coordenada vertical / ângulo polar ($^{\circ}$) / Momentum thickness [m]
δ^*	Displacement thickness [m]
τ	Torque [N/m]
ω	Velocidade angular do rotor [rad/s]
μ	Viscosidade dinâmica [kg/ms]
ρ	Densidade [kg/m^3]
ε	Erro máximo aceitável
ϕ	Ângulo entre a linha meridional e a horizontal

SUBSCRITOS

0	Ponto de estagnação
1	Entrada da voluta / entrada do componente
2	Saída da voluta / entrada do bocal / meio do componente
3	Saída do bocal / saída do componente
4	Entrada do rotor
5	Saída do rotor
a	Passagem anular
$aver$	Média da propriedade
b	Pá
bl	<i>Blade loading</i>

<i>bp</i>	Região de alta pressão na pá
<i>bs</i>	Região de baixa pressão na pá
<i>clr</i>	<i>Clearance</i>
<i>h</i>	Cubo do rotor
<i>hs</i>	<i>Hub-to-shroud</i>
<i>inc</i>	Incidente
<i>m</i>	Componente meridional
<i>máx</i>	Máximo
<i>n</i>	Bocal
<i>p</i>	<i>Profile</i>
<i>R</i>	Relativo
<i>r</i>	Rotor
<i>s</i>	Isentrópico / shroud (topo do rotor)
<i>t</i>	Componente tangencial
<i>ts</i>	<i>Total-to-static</i>
<i>tt</i>	<i>Total-to-total</i>
<i>v</i>	Voluta
<i>w</i>	Parede

SUPERSCRITO

'	Relativo
---	----------

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	25
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	28
2.1	Ciclo Rankine Orgânico (ORC)	28
2.2	Fundamentos de turbomáquinas	30
2.3	Turbinas Radiais	36
2.3.1	Análise Termodinâmica	37
2.3.2	Perdas	39
2.3.3	Turbinas radiais utilizadas em ORC	40
2.4	Análise da camada limite	41
3.	METODOLOGIA	43
3.1	<i>DESIGN ROUTINE</i>	44
3.1.1	Rotor	46
3.1.2	Bocal	55
3.1.3	Voluta	61
3.2	<i>PERFORMANCE ROUTINE</i>	63
3.2.1	Voluta	63
3.2.2	Bocal	68
3.2.3	Passagem anular	78
3.2.4	Rotor	82
4.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	93
4.1.	Mapa da turbina	93
4.2.	Análise dos resultados em comparação com a literatura	105
5.	CONCLUSÃO	111
	REFERÊNCIAS	113

1. INTRODUÇÃO

O mundo vem demandando cada vez mais energia, sendo necessário ao mesmo tempo reduzir a destruição na camada de ozônio, controlar as mudanças climáticas e economicamente vencer os altos preços do petróleo (VÉLEZ et al., 2012).

Tendo conhecimento dessa necessidade cada vez maior em relação a geração de energia e da manutenção do meio ambiente, pesquisadores traçam uma busca contínua para encontrar fontes renováveis de energia e formas de aumentar o reaproveitamento de calor residual (RAHBAR et al., 2014).

O calor residual geralmente é uma fonte de baixa temperatura o que torna a utilização de ciclos convencionais para geração de energia pouco eficientes para esses casos (VÉLEZ et al., 2012). Isso se deve à utilização de água como fluido de trabalho em que há a necessidade de uma fonte de calor de alta temperatura para evitar que o fluido condense na região de saída da turbina, durante a sua expansão (BAO; ZHAO, 2013).

Segundo Rahbar (2014), a utilização de fluidos orgânicos (hidrocarbonetos ou refrigerantes) em ciclos Rankine permite atender ao requisito de baixa temperatura, além de permitirem a utilização de unidades expansoras de menor escala uma vez que apresentam alta densidade e reduzem gastos com manutenção e material já que trabalham em faixas de temperatura e pressão inferiores às necessárias quando se utiliza água como fluido de trabalho.

Para Fiaschi, Manfrida e Maraschiello (2012), ciclo Rankine Orgânico vem se tornando líder no tocante de reaproveitamento de energia, sendo muito interessante seu uso em plantas de pequeno a médio porte (50-5000 kW). Dentro desta faixa de potência destacam-se duas aplicações: turbinas axiais com a configuração de apenas um estágio, baixo grau de reação e uma queda de entalpia significativa; e turbinas radiais, apresentando *performance* superior às turbinas axiais em aplicações de pequeno porte (FIASCHI; MANFRIDA; MARASCHIELLO, 2012).

Além disso, turbinas radiais mostram-se mais vantajosas uma vez que apresentam uma razão de alta eficiência por baixo peso de unidade e altos valores de eficiência (acima de 75%) comparadas com as turbinas axiais que sofrem com elevadas perdas devido a atrito e vazamentos (RAHBAR et al., 2015a).

A análise da eficiência da turbina radial depende da escolha dos parâmetros referentes ao *design* da mesma (coeficiente de carga, coeficiente de escoamento, grau de reação, velocidade específica, razão de velocidades entre outros), condições de operação, geralmente retiradas do próprio ciclo ao qual a turbina está associada, e do fluido de trabalho (LIO; MANENTE; LAZZARETTO, 2017).

Com os dados obtidos, a análise da turbina pode ser feita, utilizando geralmente métodos unidimensionais (linha média) e dinâmica dos fluidos computacional (CFD) (VENTURA; JACOBS; ROWLANDS; PETRIE-REPAR; SAURET, 2012).

O método da linha média é muito utilizado durante o pré projeto da turbina de fluxo radial na análise do campo de escoamento do fluido nos componentes da turbina (WEI, 2014). O método analisa a *performance* da turbina ao longo de uma linha média de fluxo e considera os resultados obtidos aplicável à toda extensão da turbina.

Rahbar et al. (2015a) desenvolveu um estudo no desempenho de turbinas radiais através de uma modelagem utilizando o método da linha média aplicando diferentes condições de operação e parâmetros geométricos para seis fluidos orgânicos, identificou a influência da variação da temperatura de entrada na turbina sobre a eficiência e otimizou os parâmetros geométricos.

Rahbar et al. (2015b) realizou um estudo sobre a eficiência de turbinas radiais, utilizando oito diferentes fluidos de trabalho orgânicos, para valores otimizados de parâmetros de entrada referentes à condições de operação e parâmetros geométricos, novamente utilizando o método da linha média e adotando modelo de gás real.

Persky, Sauret e Ma (2014) utilizando o método da linha média e adotando modelo de gás real, estudaram a eficiência da turbina radial em ciclos termodinâmicos orgânicos de Rankine utilizados em aplicações geotérmicas. Mantegazza (2016) comparou os estudos disponíveis na literatura e seus resultados com o que ele adquiriu por meio de uma modelagem unidimensional de uma turbina radial utilizando cinco fluidos orgânicos.

Lio, Manente e Lazzaretto (2017) apresentaram um estudo que avalia a influência das escolhas referentes ao *design* da turbina (variando valores de velocidade específica e de razão de velocidade) e das condições de operação (variando à razão de expansão e o tamanho da turbina) sobre a eficiência da turbina, utilizando modelo de gás real e o método da linha média aplicando o modelo sugerido por Aungier (2005), e com isso obtiveram um mapa de eficiência da turbina. Aungier (2005) sugere analisar as perdas da turbina por meio da camada limite formada devido ao escoamento dentro dos componentes e não através de correlações empíricas, resultando em um modelo de perdas mais abrangente, permitindo o estudo de várias condições de operação e várias dimensões de turbinas. Aungier (2005) também sugere que as perdas sejam contabilizadas em termos de coeficientes de perda de pressão e não como quedas de entalpia. O estudo realizado por Lio, Manente e Lazzaretto (2017) utiliza como fluido operante o R245fa. Análises sobre os aspectos econômicos e técnicos dos ciclos Rankine orgânicos foram produzidos por Vélez et al. (2012).

Estudos mais sofisticados que envolvem um tratamento tridimensional da turbomáquina foram realizados por Sauret e Gu (2014) utilizando dinâmica dos fluidos computacional, com o uso do *software* comercial ANSYS/CFX, utilizando como fluido de trabalho o R143a, em um sistema ORC para diversas condições de trabalho.

O objetivo do trabalho foi desenvolver um modelo numérico que seja capaz de resolver o campo de escoamento dentro dos componentes da turbina, para os vários estágios considerados, afim de encontrar um mapa de eficiência da turbina, seguindo o procedimento sugerido por Aungier (2005) utilizando o método unidimensional da linha média, em função

do par de valores de velocidade específica e razão de velocidades. Esses dois últimos se referem a parâmetros adimensionais que influenciam no dimensionamento da turbina afetando por consequência o valor da eficiência calculada.

Da mesma forma, o trabalho também teve como objetivo obter a partir do modelo numérico os parâmetros que definem geometricamente os componentes da turbina, de tal forma a gerar um dimensionamento completo da turbomáquina, para cada par de valores de velocidade específica e razão de velocidades.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para que este trabalho seja delimitado ao problema de pesquisa e para obter uma ideia precisa sobre o estado atual dos conhecimentos sobre o tema, sobre suas lacunas e sobre a contribuição da investigação para o desenvolvimento do conhecimento, os próximos itens abordarão sobre a revisão bibliográfica (LAKATOS; MARCONI, 2010).

2.1 Ciclo Rankine Orgânico (ORC)

Desde meados de 1970 o ciclo Rankine Orgânico está presente em pesquisas e plantas industriais (LI; REN, 2016), isso porque apresenta diversas vantagens em relação ao ciclo Rankine tradicional que resumidamente o torna uma alternativa rentável para plantas de geração de energia com produção limitada de energia elétrica (QUOILIN, 2011). Segundo Quoilin (2011), os sistemas ORC utilizam várias fontes de calor de baixa temperatura (ordem de 100-450°C) para geração de energia, na qual inclui-se o calor desperdiçado de processos industriais, energia solar, energia geotérmica, energia a partir da produção de biomassa e entre outras fontes de energia consideradas de baixa e média temperatura, que podem ser adotadas como uma das opções para aliviar o uso de fontes poluidoras como óleos, carvão e compostos derivados do metano.

Para simplificar, o fluido orgânico utilizado no ciclo Rankine orgânico substitui a água. Na maior parte dos casos este composto orgânico operante no sistema ORC é um refrigerante ou um hidrocarboneto e a característica essencial destes fluidos é o ponto de ebulição mais baixo do que o ponto da água, atribuindo aos compostos orgânicos a capacidade de absorção e utilização de calor proveniente de fontes de baixa temperatura (QUOILIN, 2011).

O fluido orgânico operante tem uma influência direta no desempenho térmico do sistema ORC sob diferentes fontes de calor (LI; REN, 2016), além disso, quando o fluido orgânico possui um alto peso molecular ele deve ser classificado de acordo com a inclinação da curva de vapor saturado, em três categorias: seco, isentrópico e úmido. Li e Ren (2016) destacam as propriedades consideradas principais do fluido de trabalho:

- Propriedades térmicas adequadas durante operação no ciclo;
- Estabilidade química sob as condições de operação;
- Baixo impacto sobre o meio ambiente, no que diz respeito a baixo potencial de aquecimento global (GWP) e baixo potencial de destruição da camada de ozônio (ODP);
- Não inflamável, não explosivo e não tóxico;
- Baixo custo e disponível no mercado.

Quoilin (2011) ao analisar e comparar um diagrama $T-s$ da água com alguns dos principais fluidos orgânicos utilizados em sistema ORC, conforme mostra a Fig. 1, afirmou que a inclinação da curva de vapor saturado da água tem valor negativo, enquanto a curva de vapor saturado apresenta um formato mais vertical para os compostos orgânicos. Dessa forma, a necessidade de superaquecimento do fluido anteriormente à entrada na unidade expansora é nula para fluidos orgânicos, à medida que para a água o superaquecimento do vapor na entrada da turbina torna-se uma medida essencial, a fim de garantir a saída de vapor da turbomáquina para que seus componentes não sejam danificados com a formação de água líquida durante o processo de expansão.

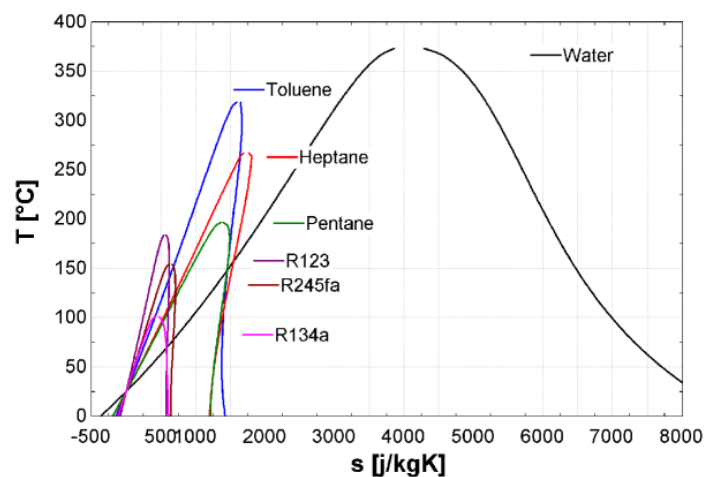


Figura 1: Diagrama $T-s$ para água e fluidos orgânicos utilizados em sistemas ORC (QUOILIN, 2011).

Para que o melhor fluido de trabalho seja escolhido, é necessário que a análise termodinâmica do sistema ORC ocorra. Uma das formas de avaliar o fluido operante é aferir o desempenho térmico do sistema ORC e a quantidade de calor necessária para operação utilizando diversos fluidos orgânicos sob diferentes temperaturas de evaporação (QUOILIN, 2011).

Çengel e Boles (2013) descrevem que o ORC é composto em sua essência por uma bomba, um evaporador, um componente expansor e um condensador. A Fig. 2 mostra os processos que ocorrem no ciclo em um diagrama $T-s$.

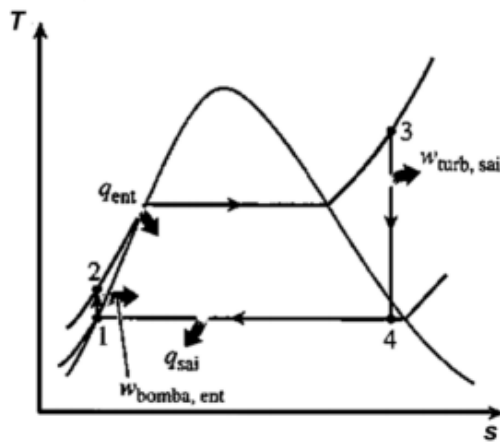


Figura 2: Ciclo Rankine ideal (ÇENGEL; BOULES, 2013).

Sendo para um ciclo ideal (ÇENGEL; BOLES, 2013):

1-2 O fluido de trabalho é bombeado de uma pressão baixa para uma pressão alta em um processo adiabático na bomba.

2-3 O fluido é aquecido à pressão constante até o seu estado de vapor superaquecido. O processo ocorre no evaporador (uma caldeira por exemplo).

3-4 O fluido expande em um processo adiabático isentrópico, gerando trabalho por meio da rotação do eixo da turbina que é a unidade expansora do ciclo.

4-1 O fluido troca calor com o condensador, onde é resfriado em um processo à pressão constante até a condição de líquido saturado.

São pouquíssimas variações disponíveis na arquitetura do ciclo (QUOILIN, 2011), como utilização de reaquecimento e variações na configuração e no tipo da turbina. A adição de um recuperador de calor após a exaustão da unidade expansora, poderia trazer uma modificação simples mas que resulta em um ciclo regenerativo. O recuperador tem a função de trocar calor entre o fluido saindo do expansor e o fluido bombeado, aumentando a temperatura deste anteriormente à entrada no evaporador, consequentemente melhorando a eficiência energética do ciclo.

2.2 Fundamentos de turbomáquinas

As turbomáquinas são definidas como todo equipamento ou máquina em que a energia é transferida para um fluido através de ação dinâmica de uma ou mais palhetas em movimento rotacional (HALL; DIXON, 2013).

Elas são classificadas de acordo com o trabalho que realizam: máquinas que absorvem potência para aumentar a pressão do escoamento de um fluido (bombas e compressores); e máquinas que produzem trabalho ao expandir um fluido de trabalho (turbinas a gás, a vapor,

hidráulicas e eólicas). Além disso, turbomáquinas também são classificadas em axiais, quando a direção do escoamento é paralela ao eixo de rotação da máquina; e radiais, quando a direção do escoamento é perpendicular ao eixo de rotação da máquina. Turbomáquinas de escoamento cruzado também fazem-se presentes (HALL; DIXON, 2013).

As turbomáquinas também podem ser classificadas em relação ao grau de reação, em que, nas turbinas de ação, a maior queda na entalpia do escoamento ocorre nos bocais, enquanto nas turbinas de reação a maior queda ocorre no rotor da máquina.

Baskharone (2006) define o grau de reação de uma turbomáquina, R_h , da seguinte forma:

$$R_h = \frac{\text{Queda de entalpia estática do rotor}}{\text{Queda de entalpia total do estágio}}$$

O valor de R_h varia entre 0 (turbinas de ação) e 1 (turbinas de reação).

Essas máquinas são compostas por pás estacionárias e rotativas acopladas em um eixo comum. Todavia, um sistema de coordenadas polar alinhado com o eixo de rotação da máquina deve ser utilizado para descrever a dinâmica do escoamento no interior da turbomáquina (BASKHARONE, 2006). Os três eixos são divididos em axial z (paralelo ao eixo de rotação da máquina), radial r e tangencial t (AUNGIER, 2005).

O escoamento ao longo da turbomáquina apresenta componentes de velocidade nas três direções. Para descrever o campo de velocidades no rotor é necessário adotar um sistema de coordenadas rotacional que acompanha a velocidade angular do rotor, dada por ω (AUNGIER, 2005).

Considerando que o fluido operante escoar em um plano axissimétrico à máquina, define-se uma componente meridional de velocidade, C_m , resultante das componentes axial e radial.

$$C_m = \sqrt{C_z^2 + C_r^2} \quad (2.1)$$

Com a velocidade absoluta dada por:

$$C = \sqrt{C_t^2 + C_m^2} \quad (2.2)$$

As componentes de velocidade para o sistema de coordenadas rotacional (velocidades relativas) aplicado para o rotor são:

$$W_m = C_m \quad (2.3)$$

$$W_t = C_t - \omega * r \quad (2.4)$$

$$W = \sqrt{W_t^2 + C_m^2} \quad (2.5)$$

Com essas velocidades se define os ângulos do escoamento em relação à direção tangencial para o sistema fixo de coordenadas e para o sistema rotacional respectivamente:

$$\alpha = \arctg\left(\frac{C_m}{C_t}\right) \quad (2.6)$$

$$\alpha' = \arctg\left(\frac{C_m}{W_t}\right) \quad (2.7)$$

Os triângulos de velocidades para a entrada e saída do bocal e do rotor estão ilustrados na Fig. 3 e 4 respectivamente.

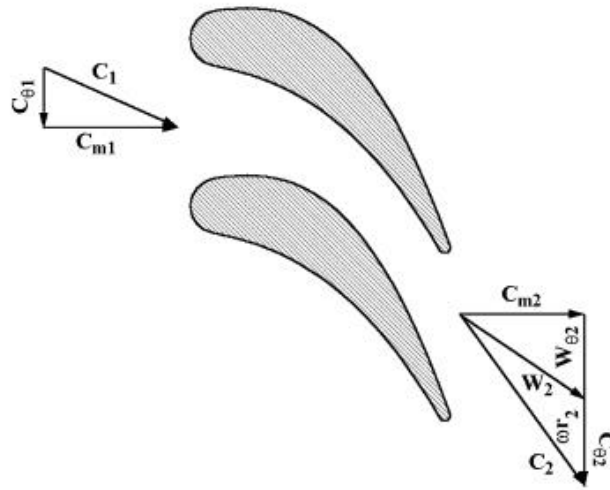


Figura 3: Triângulo de velocidades no bocal (AUNGIER, 2005).

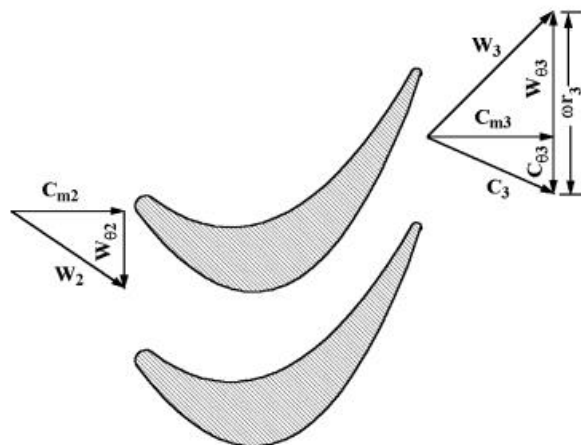


Figura 4: Triângulo de velocidades no rotor (AUNGIER, 2005).

A velocidade linear do rotor para um determinado raio é dada por:

$$U = \omega * r \quad (2.8)$$

A partir do volume de controle apresentado na Fig. 5, a conservação de momento linear é aplicada para o escoamento que entra no volume de controle com raio r_1 e velocidade tangencial C_{t1} , e o deixa com velocidade tangencial C_{t2} quando o raio do rotor é igual a r_2 .

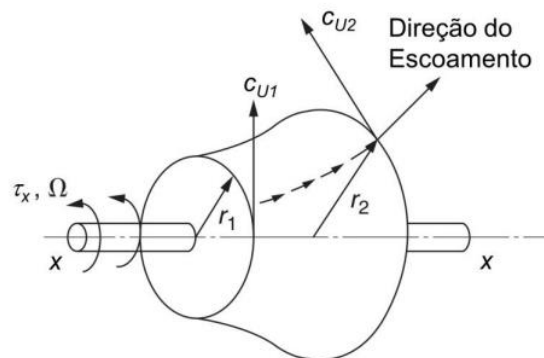


Figura 5 Volume de controle para uma turbomáquina generalizada (HALL; DIXON, 2013).

Para que o escoamento seja uniforme e unidimensional, o torque no eixo do rotor da turbomáquina é igual ao produto do somatório das forças tangenciais atuando sobre o eixo e o braço de cada componente da força, sendo este torque definido algebricamente por (AUNGIER, 2005):

$$\tau = \dot{m} * (r_2 * C_{t2} - r_1 * C_{t1}) \quad (2.9)$$

Segundo Aungier (2005), o torque obtido pela equação (2.9) deve balancear a taxa de trabalho realizada pelo fluido operante (potência) da seguinte forma:

$$\dot{w} = \omega * \tau \quad (2.10)$$

Considerando a turbina como um volume de controle, conforme indica a Fig. 5, da primeira lei da termodinâmica, que trata da conservação da energia, tem-se (AUNGIER, 2005):

$$\dot{q} - \dot{w} = \dot{m} * \Delta(h + \frac{C^2}{2}) \quad (2.11)$$

Sendo h a entalpia, a entalpia de estagnação pode ser dada por (AUNGIER, 2005):

$$h_0 = h + \frac{C^2}{2} \quad (2.12)$$

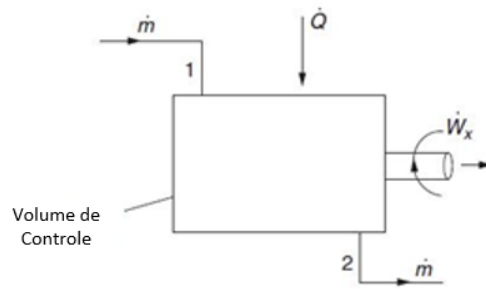


Figura 6: Volume de controle e trocas de energia para uma turbina com uma entrada e uma saída (HALL; DIXON, 2013).

Negligenciando a troca de calor e combinando as equações (2.10), (2.11) e (2.12), tem-se (AUNGIER, 2005):

$$h_{02} - h_{01} = \omega * (r_2 * C_{t2} - r_1 * C_{t1}) \quad (2.13)$$

A equação (2.13) é conhecida como a equação de Euler para turbinas. Rearranjando se tem:

$$I = h_{02} - U_2 * C_{t2} = h_{01} - U_1 * C_{t1} \quad (2.14)$$

A equação (2.14) define uma nova propriedade fluidodinâmica conhecida como rotação (I). A rotação é muito importante na análise de turbomáquinas, uma vez que, para um escoamento adiabático e ao longo de uma mesma linha de fluxo ocorrendo no rotor, seu valor é conservado.

A rotação pode ser também definida em termos da entalpia de estagnação relativa específica, h_{0R} :

$$h_{0R} = h + W^2/2 \quad (2.15)$$

$$I = h_0 - U * C_t = h + \frac{c^2}{2} - U * C_t \quad (2.16)$$

Combinando (2.15) e (2.16) e rearranjando se tem:

$$I = h_{0r} - U^2/2 \quad (2.17)$$

A qualidade aerodinâmica que uma turbina ou um de seus componentes apresenta pode ser mensurada por meio do valor calculado da eficiência da turbina (AUNGIER, 2005).

A eficiência de uma turbina pode ser dada pela relação entre o desempenho real que a turbina apresenta e o desempenho ideal que é resultante da adoção de processos reversíveis (HALL; DIXON, 2013)

Desta forma, existem vários tipos de eficiência que podem ser calculados para a turbina em função de como o processo ideal é definido

A Fig. 7 ilustra por meio de um diagrama h-s o processo de expansão em uma turbina.

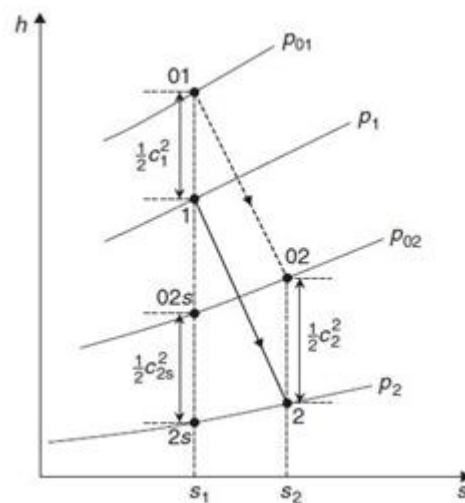


Figura 7: Processo de expansão em uma turbina (HALL; DIXON, 2013).

A eficiência *total-to-total* de uma turbina é dada pela variação da entalpia de estagnação do processo real dividida pela variação da entalpia de estagnação em um processo isentrópico (HALL; DIXON, 2013):

$$\eta_{tt} = (h_{01} - h_{02}) / (h_{01} - h_{02s}) \quad (2.18)$$

Enquanto que a eficiência *total-to-static* pode ser calculada pela relação entre variação da entalpia de estagnação do processo real dividida pela variação da entalpia de estagnação da entrada e a entalpia estática em um processo isentrópico (HALL; DIXON, 2013):

$$\eta_{ts} = (h_{01} - h_{02}) / (h_{01} - h_{2s}) \quad (2.19)$$

Sendo os subscritos referentes aos pontos indicados na Fig. 7.

A análise adimensional dos parâmetros e variáveis físicas que regem a dinâmica do equipamento pode trazer uma melhor compreensão, análise e projeto de uma turbomáquina. Essa análise adimensional permite a previsão do desempenho de uma turbomáquina através de testes experimentais em equipamentos de menor escala e a escolha da turbomáquina ideal para o processo analisado, dependendo de fatores que conduzem a análise energética do equipamento (HALL; DIXON, 2013). Dentre os parâmetros adimensionais se destacam, segundo Lio, Manente e Lazzaretto (2017): velocidade específica, razão de velocidade, razão volumétrica de expansão e o número de Reynolds descritos respectivamente pelas seguintes equações:

$$n_s = (\omega * \sqrt{\frac{\dot{m}}{\rho_{t5}}}) / (h_{01} - h_{2s})^{0.75} \quad (2.20)$$

$$v_s = U_4 / C_{0s} \quad (2.21)$$

$$VR = \dot{V}_{out} / \dot{V}_{in} \quad (2.22)$$

$$Re = \rho * C * D / \mu \quad (2.23)$$

Sendo C_{0s} chamada de *spouting velocity*, dada por:

$$C_{0s} = \sqrt{2 * (h_{01} - h_{2s})} \quad (2.24)$$

Os valores de velocidade específica e de razão de velocidade afetam no *design* da turbina enquanto que o valor de vazão volumétrica afeta as condições de trabalho do fluido operante.

É perceptível que a velocidade específica é independente de parâmetros geométricos da turbina. Segundo Moustapha et al. (2003), turbinas de fluxo radial mais eficientes apresentam valores de n_s entre 0.4 e 0.8. Já em relação ao valor da razão de velocidade, valores mais próximos de 0.7 apresentam melhores resultados para a eficiência (HALL; DIXON, 2013).

2.3 Turbinas Radiais

Os primeiros trabalhos experimentais com turbinas de fluxo radial foram realizados pela NASA entre 1965 e 1975 operando turbo expansores com gases ideais, como ar e hélio, com a finalidade de projetar turbinas radiais de alta eficiência para aplicações espaciais (FIASCHI; MANFRIDA; MARASCHIELLO, 2012).

Turbinas de fluxo radial (conhecidas em inglês *IFR Turbine – Inward Flow Radial Turbine*) operam para grandes faixas de potência, vazão mássica e velocidade de rotação, como por exemplo turbinas Francis de grande porte, utilizadas em usinas hidrelétricas para geração de megawatts de potência, até mesmo para pequenas turbinas radiais a gás utilizadas em ciclos fechados para aplicação aeroespacial e turbocompressores automotivos para motores a centelha e a diesel, com produção de kilowatts de potência (HALL; DIXON, 2013). Tais turbinas radiais também são utilizadas nas indústrias de processo, como gás natural, liquefação do ar; refinarias petroquímicas e plantas de geração de energia a partir de energia geotérmica (KORPELA, 2012).

As turbinas IFR são caracterizadas por possuírem geralmente um único estágio, pelo fluido operante sofrer uma rotação de 90° dentro do rotor, por apresentar uma maior simplicidade nas etapas de projeto e fabricação e pela robustez (AUNGIER, 2005). O trabalho gerado por um estágio da turbina radial é equivalente ao produzido por dois ou mais estágios de uma turbina axial, isto porque a velocidade de rotação na turbina radial é muito superior à velocidade de rotação na turbina axial (BOYCE, 2011). Uma outra vantagem apontada por Rahbar et. al (2015a) das turbinas radiais em relação as turbinas axiais é que a segunda apresenta grandes perdas devido ao atrito de seus componentes e por causa de regiões de escape do fluido de trabalho.

A Fig. 8 mostra os componentes de uma turbina em um plano meridional.

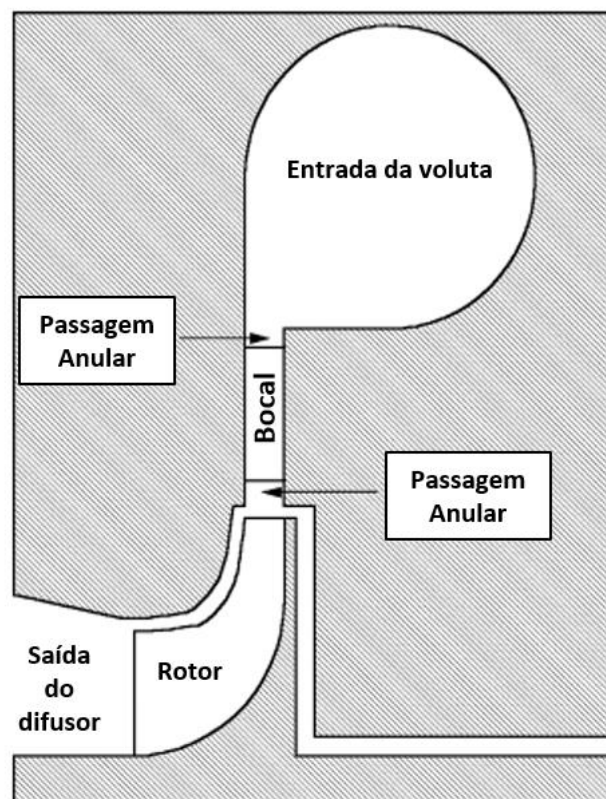


Figura 8: Componentes de uma turbina radial representados em um plano meridional (AUNGIER, 2005).

O fluido operante entra pela voluta, o componente mais simples da turbina e o único, excetuando-se as passagens anulares que conectam voluta e bocal e bocal e rotor, que não apresenta pás. A área de seção transversal da voluta diminui ao longo da circunferência de tal forma que permite que o fluido sofra uma aceleração. Após sair da voluta, o fluido passa pela passagem anular que liga voluta e bocal e entra no bocal, o elemento da turbina responsável por direcionar o escoamento para que o mesmo entre no rotor de tal maneira que maximize a eficiência da turbina. O bocal, assim como o rotor, apresenta pás, e, diferentemente do rotor, é um elemento fixo. Após sair do bocal e passar pela passagem anular que conecta bocal e rotor, o fluido entra no rotor. Dentro do rotor, as pás devem ter uma geometria que garanta a redução do efeito de curvatura no escoamento devido à rotação de 90° que este sofre dentro do rotor e que garanta que a velocidade tangencial do escoamento na saída do componente seja a menor possível (AUNGIER, 2005).

2.3.1 Análise Termodinâmica

A Fig. 9 ilustra as principais regiões a serem consideradas em uma turbina radial, sendo 1 a região de entrada da voluta, 2 a região de saída da voluta/entrada do bocal, 3 a região de saída

do bocal, 3-4 a passagem anular que liga o bocal ao rotor, 4 é a região de entrada e 5 a região de saída, ambas referentes ao rotor.

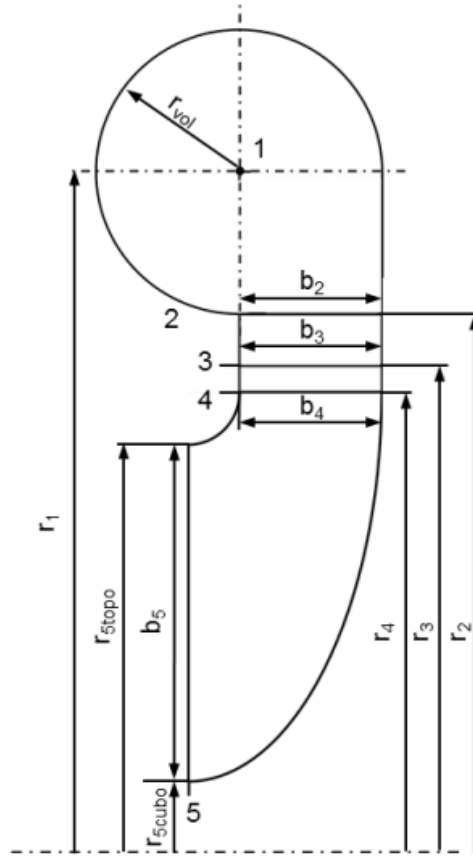


Figura 9: Principais regiões consideradas em uma turbina radial (RAHBAR et. al, 2015a).

A entalpia de estagnação pode ser considerada constante desde a região 1 até a região 4, de tal forma que (AUNGIER, 2005):

$$h_{01} = h_{02} = h_{03} = h_{04} \quad (2.25)$$

Assim, a queda da entalpia estática entre as regiões de entrada da voluta até a saída do bocal pode ser dada por:

$$h_1 - h_3 = \frac{1}{2} * (C_3^2 - C_1^2) \quad (2.26)$$

Resultando em uma queda de pressão (HALL; DIXON, 2013).

Considerando um processo adiabático no rotor, tem-se que a rothalpia se mantém constante, sendo assim

$$I = h_{04R} - \frac{U_4^2}{2} = h_{05R} - \frac{U_5^2}{2} \quad (2.27)$$

Com h_{0R} dado pela equação (2.15), a queda de entalpia estática que ocorre no rotor pode ser obtida:

$$h_4 - h_5 = \frac{1}{2} * [(U_4^2 - U_5^2) - (W_4^2 - W_5^2)] \quad (2.28)$$

O trabalho específico é dado por:

$$\dot{w} = h_{01} - h_{05} \quad (2.29)$$

Sabendo que $h_{04} = h_{01}$ e com a equação de Euler para turbomáquinas, tem-se:

$$\dot{w} = h_{04} - h_{05} = U_4 * C_{t4} - U_5 * C_{t5} \quad (2.30)$$

Sendo a entalpia de estagnação h_0 dada pela equação (2.12), a equação (2.30) pode ser rearranjada de tal forma que:

$$\dot{w} = \frac{1}{2} * [(U_4^2 - U_5^2) - (W_4^2 - W_5^2) + (C_4^2 - C_5^2)] \quad (2.31)$$

Cada termo do lado direito da equação contribui para o valor do trabalho específico realizado pela turbina. O primeiro termo, que se refere à diferença na velocidade linear das pás dada por U , tem uma contribuição significativa para o valor do trabalho no caso da turbina radial. Para o caso da turbina axial, a contribuição desse termo é nula uma vez que a velocidade nas pás entre as regiões de entrada e saída do rotor é constante. O segundo termo se refere à velocidade relativa do escoamento. Para o caso em que $W_5 > W_4$ a contribuição seria positiva, sendo esta relação uma importante norteadora para o projetista a fim de reduzir às perdas no escoamento. O último termo indica que a velocidade absoluta na entrada do rotor deveria ser superior a velocidade absoluta na saída, a fim de aumentar o trabalho específico (HALL; DIXON, 2013).

2.3.2 Perdas

Perdas em turbinas de fluxo radial podem ser divididas em perdas internas e externas (BOYCE, 2011), sendo as internas:

- Perda de carga nas pás ou perdas por difusão: devido ao aumento da espessura da camada limite e perda no momento linear do escoamento;
- Perda por cisalhamento ou atrito: relacionada às forças cisalhantes na carcaça da turbomáquina e nas pás;

As perdas externas estão relacionadas ao atrito presente nos rolamentos, engrenamentos, vedações e outras partes externas ao rotor.

Aungier (2005) adota uma abordagem um pouco diferente em relação à contabilização das perdas. Elas são dimensionadas em termos de coeficientes de perda de pressão e não em termos de queda de entalpia como geralmente é encontrado na literatura. Outro ponto importante é a forma como são abordados os cálculos destas perdas, sendo muitas delas obtidas em termos da formação da camada limite do escoamento nas paredes que constituem os componentes. Aungier (2005) considera diferentes perdas para cada componente, sendo:

- Para a voluta - *profile loss* e perda de distorção circunferencial.
- Para o bocal - *profile loss* e perda de incidência.

- Para a passagem anular entre bocal e rotor - *profile loss* e *entrance loss*.
- Para o rotor - *profile loss*, perda de incidência, carga nas pás, *hub-to-shroud loss* e *clearance loss*.

Cada uma das perdas e como são calculadas serão descritas de forma mais abrangente no tópico de metodologia.

Aungier (2005) também considera uma perda devido ao atrito entre o disco do rotor e as interfaces que este componente faz com o restante da turbina. Esta é uma perda considerada externa, e não afeta o campo de escoamento desenvolvido dentro da turbina (LIO; MANENTE; LAZZARETTO, 2017).

2.3.3 Turbinas radiais utilizadas em ORC

Bao e Zhao (2013) descrevem que turbinas axiais de um estágio são comumente utilizadas em sistemas com alto fluxo mássico e baixas quedas de pressão, enquanto as turbinas radiais de um estágio mostram-se apropriadas para unidades de baixo fluxo mássico e com altas quedas de pressão, o que as tornam adequadas para sistemas ORC.

Dentre os fatores mais importantes no projeto de uma turbina radial estão as propriedades termofísicas do fluido de trabalho. De forma genérica, turbinas utilizadas nos sistemas ORC não diferenciam-se das turbinas a vapor convencionais, porém, devido às propriedades termofísicas dos compostos orgânicos e da água serem distintas, as unidades expansoras utilizadas no ciclo Rankine orgânico apresentam algumas características distintas das turbinas convencionais (BAO; ZHAO, 2013), tais como:

- Fluidos orgânicos possuem uma massa molar maior, de modo que a velocidade do som torna-se menor que a velocidade do som para vapor. Desta forma, durante o projeto da turbomáquina, cuidados com escoamento supersônico na saída dos bocais devem ser tomados, uma vez que a formação de ondas de choque leva a perdas de carga devido à formação de escoamento bloqueado;
- Para certas diferenças de temperatura, turbinas utilizadas em ciclos orgânicos têm maior taxa de expansão e menor queda de entalpia comparado à água, especialmente para unidades que utilizam baixas fontes de calor;
- Compostos orgânicos apresentam maior densidade do que a água, o que permite que as dimensões da turbomáquina sejam menores para aplicações em sistemas ORC. Além disso, devido à inclinação positiva da curva de vapor saturado para os fluidos orgânicos, o vapor de saída da turbina é superaquecido, evitando o maior aquecimento do fluido na entrada da unidade expansora e contribuindo para a vida útil da turbina;

- Alguns fluidos orgânicos são inflamáveis, explosivos e/ou caros. Desta forma, cuidados especiais devem ser tomados com vazamentos e vedações da turbomáquina.

Essas propriedades dos fluidos orgânicos variam de forma abrupta com a pressão e temperatura. Portanto, não é possível prever as propriedades do fluido durante o ciclo termodinâmico, ou mesmo descrever o processo de expansão através de modelos de gás ideal, uma vez que o fluido de trabalho opera próximo à condição crítica. Contudo, um projeto aerodinâmico apropriado de turbinas radiais orgânicas exige modelos de gás real para o fluido operante (BAO; ZHAO, 2013).

2.4 Análise da camada limite

Uma vez que existem vários modelos tridimensionais relacionados à análise de escoamento e de formação de camada limite desenvolvidos em CFD disponíveis atualmente, torna-se mais interessante e mais viável uma abordagem mais simples para modelar a formação da camada limite em uma pré análise na eficiência de turbinas (AUNGIER, 2005).

Aungier (2005) adota um modelo bidimensional para realizar a análise da formação de camadas limites ao longo dos estágios dos componentes da turbina utilizado para prever as perdas geradas devido ao perfil do componente e prever o bloqueio que a formação da camada impõe sobre a área de passagem do escoamento.

Pai (1956) prevê o cálculo do *momentum thickness* a partir da seguinte equação:

$$\theta = \frac{c_f}{2 * u_e^5} * \int_0^L u_e^5 dx \quad (2.32)$$

Sendo c_f e L os valores de *skin friction* e do comprimento do caminho do escoamento percorrido pelo fluido dentro do componente respectivamente, enquanto que u_e se refere à componente da velocidade do escoamento paralela ao caminho do escoamento na interface limite que separa a camada, ilustrada na Fig. 10 (AUNGIER, 2005).

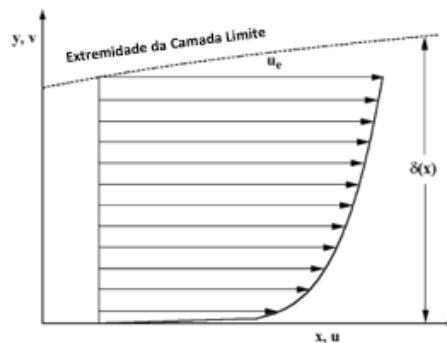


Figura 10: Nomenclatura da camada limite (AUNGIER, 2005).

Na Fig. 10, y se refere à componente normal à direção do caminho do escoamento, enquanto que x se refere à própria direção do caminho.

Aungier (2005) adapta a equação (2.32), simplificando o resultado a fim de prever o valor do *momentum thickness* na região de saída do elemento, considerando as velocidades na região de entrada, central e de saída do componente, chegando na seguinte expressão:

$$\theta = c_f * \rho_{aver} * \left[\left(\frac{u_1}{u_3} \right)^5 + 2 * \left(\frac{u_2}{u_3} \right)^5 + 1 \right] * L / (8 * \rho) \quad (2.33)$$

Sendo ρ_{aver} o valor da densidade média ao longo do componente, obtida pela média ponderada entre os valores da densidade na entrada, meio e saída, considerando peso 1 para entrada e saída e 2 para a região central.

O valor de u é dado pelo valor da velocidade relativa à parede analisada, sendo que para um componente fixo, $u = C$, e para um componente rotacional, $u = W$.

Vale lembrar que C e W são componentes paralelos à direção do caminho percorrido na parede sendo analisada da velocidade absoluta e relativa respectivamente, para as regiões de entrada (1), saída (3) e central (2) do componente.

Para se estimar a perda de pressão total devido à formação da camada limite, é necessário o cálculo do *displacement thickness* para a região de saída do elemento. Aungier (2005) adota a seguinte relação entre *displacement thickness* e *momentum thickness*:

$$\delta^* = 1.2857 * \theta \quad (2.34)$$

Este valor que relaciona os momentos é adotado considerando que a camada limite apresenta um regime turbulento na saída do componente.

As formas para se obter o *skin friction* e o comprimento do caminho do escoamento serão discutidas mais à frente, no tópico de metodologia.

3. METODOLOGIA

Foi desenvolvido um código no *software Matlab* (2015) para realizar uma pré análise dimensional e de *performance* de uma turbina de fluxo radial usando *CoolProp* (BELL et al., 2014) para calcular com precisão as propriedades termodinâmicas do fluido operante, disponível gratuitamente para os usuários. A pré análise consiste em uma etapa inicial para obter os parâmetros geométricos da turbina, chamada de *design routine*, e em uma etapa complementar para calcular os parâmetros termodinâmicos do escoamento e a eficiência da turbina, chamada de *performance routine*. As etapas avaliam os principais componentes da turbina de fluxo radial: a voluta, o bocal e o rotor, sendo que na fase da *performance routine* é considerado um componente a mais entre o bocal e o rotor chamado de passagem anular. Todo o desenvolvimento baseia-se no método unidimensional da linha média, em que se assume as propriedades do fluido de trabalho obtidas ao longo de uma linha de fluxo média aplicável à toda a extensão dos componentes da turbina radial.

A pré análise se inicia usando os dados de pressão e temperatura de estagnação na entrada da turbina, vazão mássica do escoamento, fluido de trabalho, pressão na saída da turbina, valores de velocidade específica e razão de velocidade escolhidas pelo próprio projetista e alguns chutes iniciais. Com esses dados se executa a *design routine*. Em seguida se executa a *performance routine* a partir dos dados gerados pela etapa anterior, da pressão e temperatura de estagnação na entrada da turbina e da pressão na saída da mesma. A Fig. 11 represente um fluxograma da pré análise.

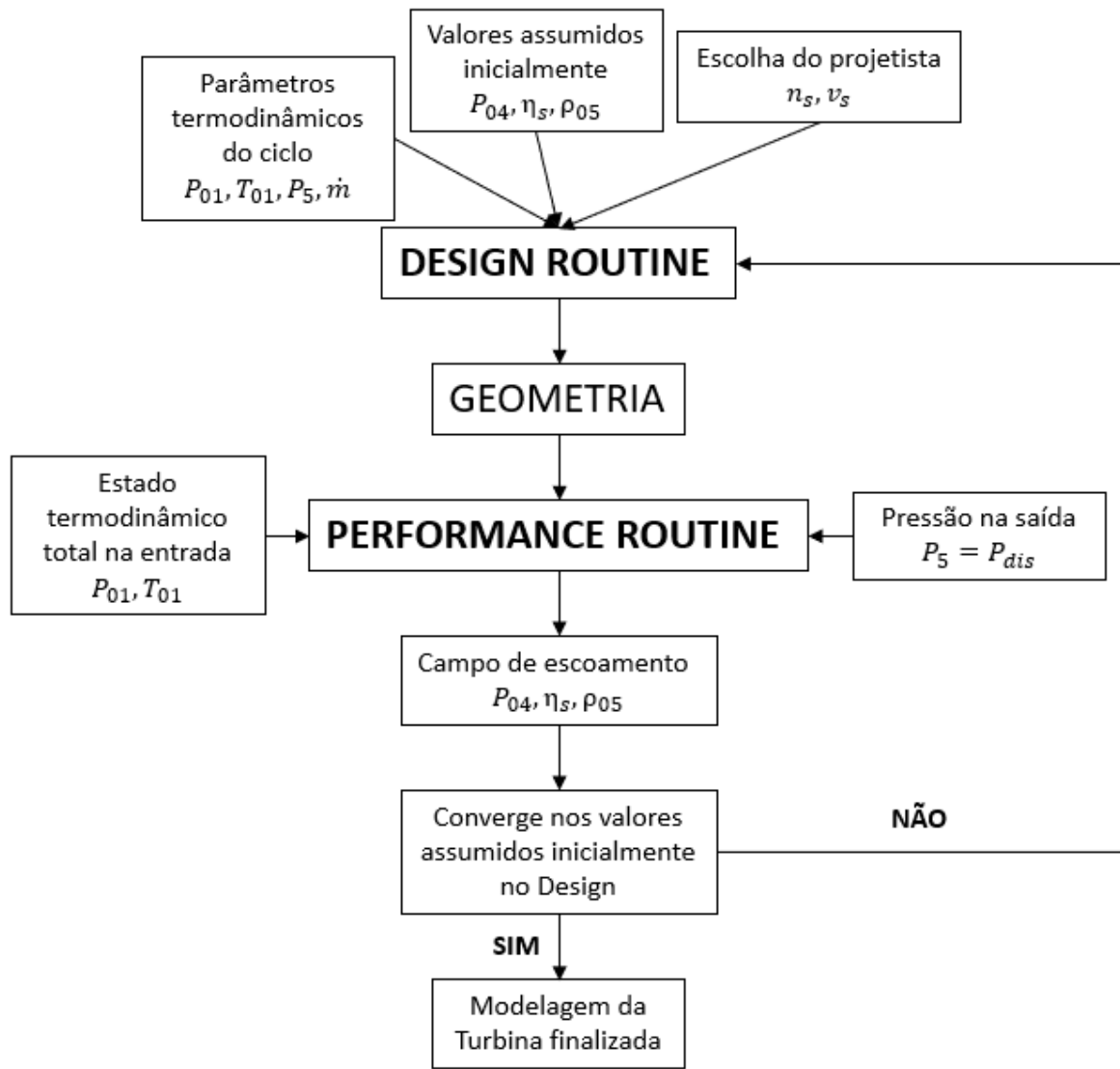


Figura 11: Fluxograma da modelagem.

Nas próximas seções serão descritas em maiores detalhes as etapas de *design* e *performance*.

3.1 DESIGN ROUTINE

Como descrito anteriormente, os dados de entrada para esta etapa são: pressão e temperatura de estagnação na entrada da turbina (P_{01} e T_{01}), pressão na saída da turbina (P_5), vazão mássica ($\dot{m}$), fluido de trabalho, velocidade específica e razão de velocidade (n_s e v_s) e os chutes iniciais de eficiência, pressão de estagnação na entrada do rotor e densidade de estagnação na saída do rotor (η_{ts} , P_{04} e ρ_{05}). A Fig. 12 mostra os componentes da turbina considerados na pré análise.

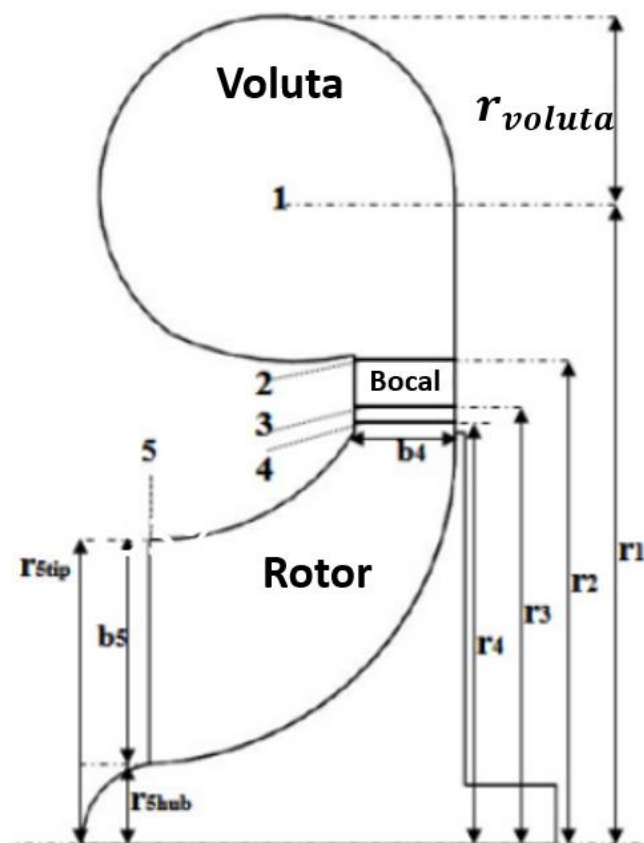


Figura 12: Componentes da turbina de fluxo radial, vista no plano meridional (RAHBAR et al., 2015b).

A etapa de *design routine* se inicia no rotor, passando pelo bocal e terminando na voluta. Para cada um dos três componentes se calcula os triângulos de velocidade e os estados termodinâmicos tanto na entrada como na saída. Com esses valores e se aplicando algumas características específicas pré definidas que serão descritas mais a frente, é possível se obter os parâmetros geométricos dos elementos que juntos constituem a turbina. A tabela 1 mostra os dados de entrada adotados neste trabalho.

Tabela 1: Dados de entrada assumidos para a modelagem da turbina de fluxo radial.

Parâmetro	Unidade	Valor
Temperatura de estagnação na região de entrada (T_{01})	°C	65
Pressão de estagnação na região de entrada (P_{01})	bar	4.63
Pressão de estagnação na região de saída (P_5)	bar	1.976
Fluido operante		R245fa
Velocidade específica (n_s)		0.35 a 0.50
Razão de velocidade (v_s)		0,50 a 0,80
Vazão mássica ($\dot{m}$)	kg/s	20

3.1.1 Rotor

A entalpia de estagnação (h_{01}) e a entropia (s_1) na região de entrada da turbina podem ser obtidas a partir de P_{01} e T_{01} . A entalpia isentrópica na região de saída da turbina (h_{5s}) é dada a partir de s_1 e P_5 . Tendo-se esses valores em mãos e sendo dado um chute inicial para o valor da eficiência *total-to-static* da turbina, obtém-se a entalpia de estagnação na saída da turbina (h_{05}) a partir da seguinte equação:

$$h_{05} = h_{01} - (h_{01} - h_{5s}) * \eta_{ts} \quad (3.1)$$

Em um primeiro momento é necessário estipular a densidade de estagnação na saída da turbina (ρ_{05}) como função da entalpia de estagnação (h_{05}) e da pressão (P_5). É importante destacar que o ideal seria o cálculo a partir da pressão de estagnação (P_{05}), porém esta é uma variável cujo valor só será obtido na *performance routine* e servirá para reabastecer os valores na iteração subsequente conforme mostrado na Fig. 11.

Em seguida, calcula-se a velocidade angular ω (rad/s), usando-se a velocidade específica escolhida pelo projetista, pela seguinte equação:

$$\omega = (n_s * (h_{01} - h_{5s})^{0.75}) / \sqrt{\left(\frac{\dot{m}}{\rho_{05}}\right)} \quad (3.2)$$

A velocidade isentrópica (C_{0s}) (*spouting velocity*) é obtida pela queda ideal de entalpia da entrada até a saída, dada por:

$$C_{0s} = \sqrt{2 * (h_{01} - h_{5s})} \quad (3.3)$$

Com o valor da razão de velocidade escolhida pelo projetista, tem-se a velocidade do topo da pá do rotor (U_4):

$$U_4 = v_s * C_{0s} \quad (3.4)$$

Com isso o raio da entrada do rotor (r_4) *(raio do topo do rotor)* é:

$$r_4 = U_4 / \omega \quad (3.5)$$

A partir da Equação de Euler para turbomáquinas, das definições de η_{ts} e v_s , e assumindo que a velocidade tangencial na saída do rotor (C_{t5}) é igual a zero, pode-se calcular a velocidade tangencial na entrada do rotor (C_{t4}):

$$C_{t4} = U_4 * \eta_{ts} / (2 * v_s^2) \quad (3.6)$$

Aungier (2005) fornece uma equação que relaciona o ângulo do escoamento na entrada do rotor (α_4) com a velocidade específica, conforme sugerido por Rohlik (1968):

$$\alpha_4 = 10.8 + 13.2 * n_s^2 \quad (3.7)$$

Com os valores da velocidade no topo da pá do rotor, ângulo de escoamento e velocidade tangencial, ambos da entrada do rotor, é possível obter o triângulo de velocidades da região 4 indicada na Fig. 12 pelas seguintes equações:

$$C_4 = C_{t4} / \cos(\alpha_4) \quad (3.8)$$

$$C_{m4} = C_4 * \sin(\alpha_4) \quad (3.9)$$

$$W_{t4} = C_{t4} - U_4 \quad (3.10)$$

$$\alpha'_4 = \arctg\left(\frac{C_{m4}}{W_{t4}}\right) \quad (3.11)$$

Em que C_4 é a velocidade do escoamento, C_{m4} é a velocidade meridional do escoamento, W_{t4} é a velocidade relativa do escoamento e α'_4 é o ângulo do escoamento relativo, todos obtidos na região de entrada do rotor.

Em seguida calcula-se a entalpia (h_4) e a pressão de estagnação (P_{04}) na região 4, dadas por:

$$h_4 = h_{04} - (C_4^2)/2 \quad (3.12)$$

$$P_{04} = P_{01} - (\rho_{01} * (h_{01} - h_{5s}) * (1 - \eta_{ts})/4 \quad (3.13)$$

É interessante ressaltar que, assim como a densidade de estagnação na saída do rotor, a pressão de estagnação na entrada do rotor é, em um primeiro momento, estipulada e depois o valor é realimentado com os valores obtidos na etapa de *performance routine*. A densidade de estagnação (ρ_{01}) utilizada para o cálculo da equação 3.13 é obtida a partir de T_{01} e P_{01} .

Com os valores de P_{04} e h_{04} em mãos, (a entalpia de estagnação é considerada constante desde a entrada da turbina até a entrada do rotor, com isso $h_{04} = h_{03} = h_{02} = h_{01}$) obtém-se o valor da entropia em 4 (s_4). Da mesma forma, com s_4 e h_4 obtém-se o valor da densidade na entrada do rotor (ρ_4). O número de pás do rotor está relacionado com o valor do ângulo do escoamento em 4, de tal forma que quanto maior o ângulo menor o número de pás, podendo ser calculado por:

$$N_r = (12 + 0.03 * (33 - \alpha_4)^2) \quad (3.14)$$

O número de pás do rotor é obtido arredondando-se a equação (3.14) para inteiro mais próximo.

A espessura nas pás e o raio do cubo na saída do rotor tem seus valores influenciados tanto por considerações aerodinâmicas como mecânicas. Aungier (2005) sugere que os valores de espessura das pás do rotor nas extremidades de entrada (t_{b4}) e de saída (t_{b5}) assim como o raio do cubo do rotor (r_{h5}) estão relacionados com o valor de r_4 , da seguinte forma:

$$t_{b4} = 0.04 * r_4 \quad (3.15)$$

$$t_{b5} = 0.02 * r_4 \quad (3.16)$$

$$r_{h5} = 0.185 * r_4 \quad (3.17)$$

Com esses valores assumidos, é possível obter o fator de bloqueio na entrada do rotor (k_{b4}) devido ao número de pás, à espessura e ao ângulo (β_4) das mesmas na região 4. Em seguida, calcula-se o valor da largura na entrada do rotor (b_4) aplicando-se a equação da continuidade.

$$k_{b4} = 1 - t_{b4} * N_r / (2 * \pi * r_4 * \sin(\beta_4)) \quad (3.18)$$

$$b_4 = \dot{m} / (\rho_4 * 2 * \pi * k_{b4} * r_4 * C_{m4}) \quad (3.19)$$

As equações acima descrevem a região de entrada do rotor, indicada pelo número 4 na Fig. 12. O passo seguinte é descrever a região de saída do rotor, indicada pelo número 5 na Fig. 12.

Assume-se que a velocidade meridional ao longo do rotor é aproximadamente constante, sendo que a velocidade tangencial de saída do escoamento, como dito anteriormente, é considerada zero.

Aungier (2005) estabelece uma relação entre a velocidade meridional na entrada (C_{m4}) do rotor e a velocidade meridional na saída do rotor (C_{m5}):

$$C_{m5} = \left(1 + 5 * \left(\frac{b_4}{r_4} \right)^2 \right) * C_{m4} \quad (3.20)$$

Com o valor de C_{m5} e já tendo em mãos o valor da entalpia de estagnação em (5), é possível calcular o valor da entalpia na saída do rotor (h_5):

$$h_5 = h_{05} - C_{m5}^2 / 2 \quad (3.21)$$

Com a entalpia calculada e sendo a pressão em (5) um valor de entrada, todo o estado termodinâmico do fluido operante está definido para a região de saída do rotor.

É necessário um processo iterativo para se obter a geometria do rotor em (5). Adota-se inicialmente um fator de bloqueio (k_{b5}) igual a 1. Desta forma e tendo assumido o valor do raio do cubo do rotor pela relação mostrada na equação (3.17), calcula-se o valor do raio do topo na saída do rotor (r_{s5}) pela equação da continuidade:

$$r_{s5} = \sqrt{\left(\frac{\dot{m}}{\rho_5 * k_{b5} * C_{m5} * \pi} + r_{h5}^2 \right)} \quad (3.22)$$

O valor da largura (b_5) e o valor do raio (r_5) são então calculados:

$$b_5 = (r_{s5} - r_{h5}) \quad (3.23)$$

$$r_5 = (r_{s5} + r_{h5}) / 2 \quad (3.24)$$

Com o valor obtido de r_5 são calculados os valores da velocidade relativa (W_5), da velocidade tangencial relativa (W_{t5}), do ângulo do escoamento relativo (α'_5) e o valor do ângulo da pá na saída do rotor (β_5), que é assumido igual ao módulo do ângulo do escoamento relativo, pelas seguintes equações:

$$W_5 = (C_{m5}^2 + (\omega * r_5)^2) \quad (3.25)$$

$$W_{t5} = -\omega * r_5 \quad (3.26)$$

$$\alpha'_5 = \arctg\left(\frac{C_{m5}}{W_{t5}}\right) \quad (3.27)$$

$$\beta_5 = |\alpha'_5| \quad (3.28)$$

Com esses dados, o valor do fator de bloqueio é recalculado através da seguinte equação:

$$k_{b5} = 1 - \frac{t_{b5} * N_r}{2 * \pi * r_5 * \sin(\beta_5)} \quad (3.29)$$

Com o novo fator de bloqueio calculado, repete-se o cálculo descrito desde a equação (3.22) até a equação (3.29). Esse processo iterativo é feito até que o erro no cálculo do fator de bloqueio seja menor que uma tolerância estabelecida.

No caso do valor encontrado para k_{b5} ser menor do que 0.5, o número de pás do rotor é subtraído de uma unidade e todos os parâmetros dependentes de N_r são recalculados, e o processo iterativo para obtenção do fator deve ser refeito. Essa etapa deve ser executada repetidamente até que um valor superior a 0.5 seja encontrado para o fator de bloqueio da saída do rotor.

A geometria encontrada seguindo os passos descritos acima deve atender a três restrições geométricas de tal forma que: I) evite uma curvatura excessiva no canal meridional, sendo necessário que o valor do raio do topo na saída do rotor tenha um valor máximo de sete décimos do valor do raio na entrada do rotor; II) o valor do raio do cubo deve ser superior a quatro décimos do valor do raio do topo na saída do rotor; III) a relação entre a área de saída (A_5) e área de entrada (A_4) da passagem do escoamento no rotor seja menor que 2.5, evitando separação do escoamento. As três restrições estão indicadas na tabela 2.

Tabela 2: Restrições geométricas aplicadas ao rotor.

Restrição	
Máximo valor para r_{s5}	$r_{s5} < 0.7r_4$

Mínimo valor para r_{h5}	$r_{h5} > 0.4r_{s5}$
Máxima relação entre áreas	$A_5 < 2.5A_4$

Como dito anteriormente, as relações descritas nas equações (3.16) e (3.17) são apenas sugestões, podendo seus valores serem modificados a fim de atender às restrições geométricas da tabela 2.

Com as restrições geométricas atendidas, é possível obter o número de Mach relativo na região (5) e com isso classificar o escoamento em relação à velocidade do som. No caso de Mach ser menor que 1 temos que a garganta na região da saída do rotor (o_5) é dada por:

$$o_5 = esse_5 * C_{m5}/W_5 \quad (3.30)$$

Em que $esse_5$ é um parâmetro obtido na região (5), dado por:

$$esse_5 = 2 * \pi * r_5 / N_r \quad (3.31)$$

Para o caso em que Mach tenha um valor igual ou superior a 1, o valor da garganta é recalculado, da seguinte forma:

$$o_5 = (esse_5 * \rho_5^* * C_{m5}) / (\rho_5^* * W_5^*) \quad (3.32)$$

Sendo ρ_5^* e W_5^* valores de densidade e velocidade relativa calculados considerando a velocidade do escoamento em (5) igual a velocidade do som a_5 .

O passo seguinte é obter as equações que descreveram os contornos das pás que constituem o rotor. Aungier (2005) descreve um passo a passo de como obter os contornos do cubo e do topo da pá, tendo como objetivo minimizar a curvatura dos mesmos.

Para o contorno do cubo, adota-se uma curvatura máxima R_c igual ao mínimo valor entre o comprimento axial do rotor (Δ_{zr}) e a diferença entre r_4 e r_{h5} , sendo o comprimento axial dado por:

$$\Delta_{zr} = 1.5 * (r_{s5} - r_{h5}) \quad (3.33)$$

Esse valor de curvatura permitirá a construção de um semicírculo cujo comprimento é igual a $(R_c * \pi)/2$. O restante do contorno é formado por um segmento linear na entrada do rotor (L_4), caso R_c seja igual ao comprimento axial, ou na saída do rotor (L_5), caso R_c seja igual a diferença entre r_4 e r_{h5} . O valor do segmento é facilmente obtido, sendo:

$$L_4 = r_4 - (r_{h5} + R_c) \quad (3.34)$$

$$L_5 = \Delta_{zr} - R_c \quad (3.35)$$

A Fig. 13 ilustra a construção do contorno do cubo no caso em que o raio de curvatura é igual ao valor do comprimento axial.

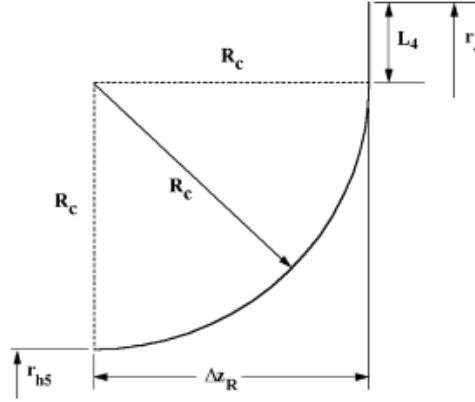


Figura 13: Contorno do cubo para o caso em que o raio de curvatura é igual ao valor do comprimento axial (AUNGIER, 2005).

A construção do contorno do topo da pá é um pouco mais complexa e bem menos intuitiva. Novamente, a ideia é reduzir o efeito da curvatura nas pás, obtendo uma distribuição razoável da área ao longo do rotor.

O contorno do topo é descrito a partir da seguinte relação entre a coordenada radial (r) e a axial (z):

$$r = r_{s5} + (r_4 - r_{s5}) * \xi^n \quad (3.36)$$

Em que n é um fator de potência que deve variar de 2 até 9, de tal forma que a área (A_m) formada entre os contornos do cubo e do topo no meio da distância meridional seja igual a média das áreas de entrada (A_4) e de saída (A_5) do rotor, e ξ é igual a:

$$A_4 = 2 * \pi * r_4 * b_4 \quad (3.37)$$

$$A_5 = 2 * \pi * r_5 * b_5 \quad (3.38)$$

$$A_m = (A_4 + A_5)/2 \quad (3.39)$$

$$\xi = z/(\Delta_{zr} - b_4) \quad (3.40)$$

A distância meridional (m) para cada um dos contornos pode ser dada integrando a equação abaixo:

$$dm = \sqrt{dz^2 + dr^2} \quad (3.41)$$

A Fig. 14 ilustra os contornos obtidos, indicando a área (A_m).

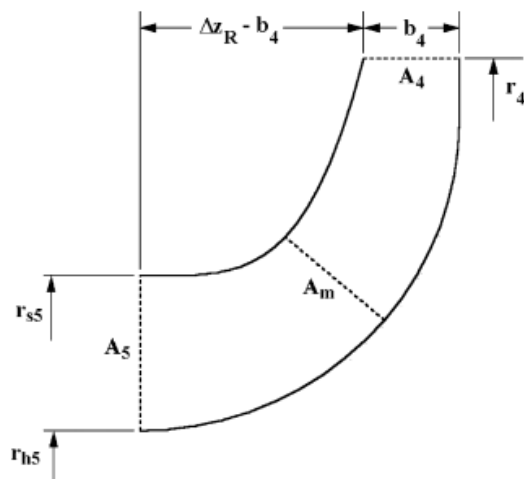


Figura 14: Geometria meridional do rotor (AUNGIER, 2005).

O último passo para a descrição completa da geometria das pás no rotor é obter a distribuição do ângulo β ao longo da coordenada meridional para ambos os contornos descritos anteriormente, e para linha média entre os contornos. O ângulo β é obtido a partir da seguinte equação:

$$\cot g(\beta) = r * \left(\frac{\partial \theta}{\partial m} \right) \quad (3.42)$$

E já tem seus valores definidos na região de entrada e saída do rotor, já que: (I) a turbina adotada no modelo tem o ângulo da pá na entrada do rotor igual a 90° ao longo de toda sua altura, desta forma β_{s4} , β_{s5} e β_4 são iguais a 90° ; (II) sendo assumido o valor da velocidade tangencial do escoamento na saída da turbina $C_{t5} = 0$ e a velocidade meridional C_{m5} constante ao longo de toda a altura da pá na saída do rotor, temos que:

$$r_{s5} * \tan(\beta_{s5}) = r_{h5} * \tan(\beta_{h5}) = r_5 * \tan(\beta_5) \quad (3.43)$$

Como se pode observar pela equação (3.42), o ângulo β depende do ângulo polar θ , ilustrado na Fig. 15.

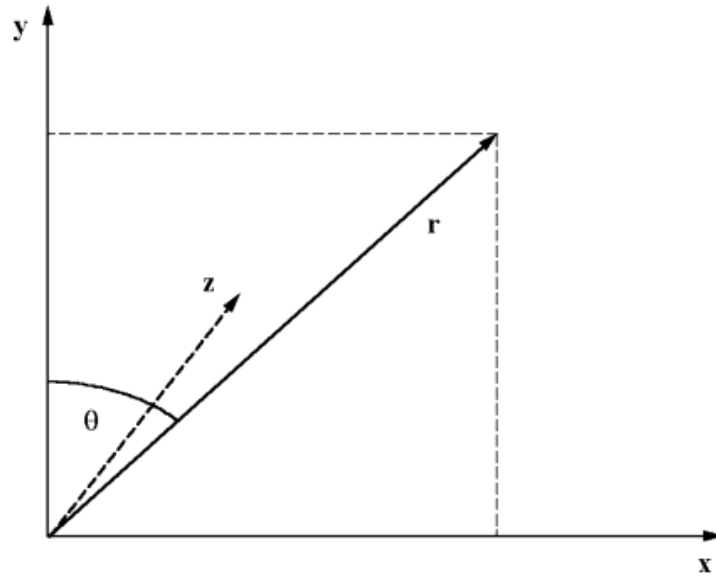


Figura 15: Sistema de coordenadas utilizado para a obtenção da geometria do rotor (AUNGIER, 2005).

Aungier (2005) fornece equações que descrevem o ângulo polar em função da coordenada meridional (m) para cada um dos contornos. Por conveniência a equação (3.41) será integrada da região de saída do rotor (5) até a região de entrada (4), de tal forma que $m_5 = 0$ e m_4 seja o valor da distância meridional total no contorno ao qual se refere. Lembrando que os subscritos s e h se referem ao contorno do topo da pá e ao contorno do cubo (base) da pá respectivamente.

Para o topo da pá temos:

$$\theta_s(m) = A * m_s + B * m_s^3 + C * m_s^4 \quad (3.44)$$

Os valores dos coeficientes A , B e C são definidos de tal forma que os valores do ângulo β_s nas extremidades sejam iguais aos já definidos e que as derivadas de primeira e segunda ordem nas extremidades (4) e (5) sejam zero.

Com essas condições e após um pouco de álgebra, temos:

$$A = \cot g(\beta_{s5})/r_{s5} \quad (3.45)$$

$$B = \left(\frac{1}{m_{s4}^2}\right) * \left[\frac{\cot g(\beta_4)}{r_4} - \frac{\cot g(\beta_{s5})}{r_{s5}}\right] \quad (3.46)$$

$$C = -B/(2 * m_{s4}) \quad (3.47)$$

Para o cubo do rotor (base da pá) temos a seguinte equação para o ângulo polar:

$$\theta_h(m) = D * m_h + E * m_h^2 + F * m_h^3 \quad (3.48)$$

Para o caso dos coeficientes D , E e F , as condições de contorno são: o valor do ângulo polar na região (4) é constante ao longo da altura da pá, dessa forma $\theta_{s4} = \theta_{h4}$, e os valores do ângulo β_h nas extremidades são iguais aos definidos inicialmente. Com isso temos:

$$\theta_4 = \left(\frac{m_{s4}}{2}\right) * \left[\frac{\cot g(\beta_4)}{r_4} + \frac{\cot g(\beta_{s5})}{r_{s5}}\right] \quad (3.49)$$

$$D = \cot g(\beta_{h5})/r_{h5} \quad (3.50)$$

$$E = 3 * \frac{\theta_4}{m_{h4}^2} - \frac{1}{m_{h4}} * [2 * \frac{\cot g(\beta_{h5})}{r_{h5}} + \frac{\cot g(\beta_4)}{r_4}] \quad (3.51)$$

$$F = \frac{1}{m_{h4}^2} * [\frac{\cot g(\beta_{h5})}{r_{h5}} + \frac{\cot g(\beta_4)}{r_4}] - 2 * \theta_4/m_{h4}^3 \quad (3.52)$$

Aplicando-se as equações obtidas para os ângulos polares na equação (3.42), obtém-se a distribuição dos valores do ângulo da pá (β) ao longo do rotor.

Adotando a geometria conhecida como *straight-line element*, na qual ligam-se os pontos correspondentes entre os contornos com linhas retas, é possível obter a distribuição de β ao longo de qualquer linha intermediária entre o topo e o cubo. Com isso, pode-se obter a distribuição ao longo da linha média, sendo qualquer ponto da linha média dado por:

$$x_m = x_h + (x_s - x_h) * 0.5 \quad (3.53)$$

$$y_m = y_h + (y_s - y_h) * 0.5 \quad (3.54)$$

$$z_m = z_h + (z_s - z_h) * 0.5 \quad (3.55)$$

$$r_m = \sqrt{x_m^2 + y_m^2} \quad (3.56)$$

$$\theta_m = \arctg(\frac{x_m}{y_m}) \quad (3.57)$$

Sendo x , y e z o sistema de coordenadas indicado na Fig. 15, e os subscritos s , h e m referentes ao topo, cubo e linha média respectivamente. É fácil notar, pela própria Fig. 15, que:

$$x = r * \sin(\theta) \quad (3.58)$$

$$y = r * \cos(\theta) \quad (3.59)$$

O próximo componente a ser descrito na turbina é o bocal.

3.1.2 Bocal

O primeiro ponto a ser assumido para o bocal é que a altura da passagem ao longo de toda sua extensão é constante e igual à altura da passagem na entrada do rotor, assim:

$$b_2 = b_3 = b_4 \quad (3.60)$$

O valor do raio na região de saída do bocal (r_3) pode ser obtido pela seguinte relação com o raio r_4 , já obtido no *design* do rotor:

$$r_3 = \left(1 + 2 * b_4 * \frac{\sin(\alpha_4)}{r_4}\right) * r_4 \quad (3.61)$$

A velocidade tangencial em (3) (C_{t3}) é calculada pela conservação do momento angular na passagem anular que liga a saída do bocal com a entrada do rotor, sendo assim:

$$C_{t3} = C_{t4} * r_4 / r_3 \quad (3.62)$$

Assume-se que a entropia na saída do bocal é igual a entropia na entrada do rotor, desta forma $s_3 = s_4$.

Para se descrever o campo do escoamento ao longo do bocal é necessário um processo iterativo que, basicamente, através da equação da continuidade, permite obter os triângulos de velocidade e os estados termodinâmicos do fluido na entrada e saída do bocal.

O valor da velocidade meridional do escoamento em (3) (C_{m3}) é dado por:

$$C_{m3} = \dot{m} / (\rho_3 * 2 * \pi * r_3 * b_3 * k_{b3}) \quad (3.63)$$

Os valores do fator de bloqueio k_{b3} e da densidade ρ_3 são, em um primeiro instante, chutes iniciais, que serão corrigidos pelos valores obtidos pelo processo iterativo.

Como chute inicial, adota-se $k_{b3} = 1$ e $\rho_3 = \rho_4$.

Com os valores de velocidade tangencial e meridional em mãos, calcula-se o valor da velocidade (C_3) e da entalpia (h_3):

$$C_3 = \sqrt{C_{m3}^2 + C_{t3}^2} \quad (3.64)$$

$$h_3 = h_{03} - C_3^2 / 2 \quad (3.67)$$

Desta forma, o valor da densidade ρ_3 pode ser recalculado em função da entalpia e da entropia. O novo valor realimenta a iteração, permitindo um novo cálculo de velocidades. O processo é refeito até que o erro do valor obtido para a densidade esteja abaixo de um valor aceitável.

O valor do ângulo do escoamento (α_3) é obtido por:

$$\alpha_3 = \arctg\left(\frac{C_{m3}}{C_{t3}}\right) \quad (3.68)$$

A largura da garganta na saída do bocal (o_3) é calculada considerando o tipo de escoamento, assim como é feito para o rotor. Para Mach menor que 1, temos:

$$o_3 = esse_3 * \sin(\alpha_3) \quad (3.69)$$

Para o caso em que Mach é igual ou superior a 1, temos:

$$o_3 = (esse_3 * \rho_3 * C_{m3}) / (\rho_3^* * C_3^*) \quad (3.70)$$

Em que $esse_3$ é um parâmetro obtido na região (3), dado por:

$$esse_3 = 2 * \pi * r_3 / N_n \quad (3.71)$$

Sendo ρ_3^* e C_3^* valores de densidade e velocidade calculados considerando a velocidade do escoamento em (3) igual a velocidade do som a_3 .

N_n é o número de pás do bocal. Como será descrito mais adiante, o número de pás no bocal varia de 18 a 33, sendo escolhido o menor número que atenda à condição de valor de carga nas pás menor ou igual a 1.

Assim como acontece para o rotor, alguns parâmetros geométricos no bocal tem seus valores adotados afim de atenderem condições aerodinâmicas e mecânicas. Aungier (2005) sugere que os valores de espessura das pás do bocal nas extremidades de entrada (t_{b2}) e de saída (t_{b3}), a máxima espessura ($t_{máx}$) e sua posição ao longo da pá (d) estejam relacionados com o valor da corda da pá (c_n), conforme mostram as equações a seguir:

$$t_{b2} = 0.025 * c_n \quad (3.72)$$

$$t_{b3} = 0.012 * c_n \quad (3.73)$$

$$t_{máx} = 0.06 * c_n \quad (3.74)$$

$$d = 0.4 * c_n \quad (3.75)$$

A corda da pá é a distância em linha reta entre as duas extremidades, e está relacionada com o valor de $esse_3$, da seguinte forma:

$$c_n = esse_3 / 0.75 \quad (3.75)$$

A equação que rege a distribuição de espessura (t) ao longo da pá do bocal é dada a seguir:

$$t = t_{ref} + (t_{máx} - t_{ref}) * \xi^e \quad (3.76)$$

$$t_{ref} = t_{b2} + (t_{b3} - t_{b2}) * \left(\frac{x}{d}\right) \quad (3.77)$$

$$\xi = (c_n - x) / (c_n - d); x > d \quad (3.78)$$

$$\xi = x / d; x \leq d \quad (3.79)$$

$$e = \sqrt{0.4 * d / c_n} * [0.95 * \left(1 - \frac{x}{c_n}\right) * (1 - \xi) + 0.05] \quad (3.80)$$

A Fig. 16 mostra cada um dos parâmetros da pá do bocal.

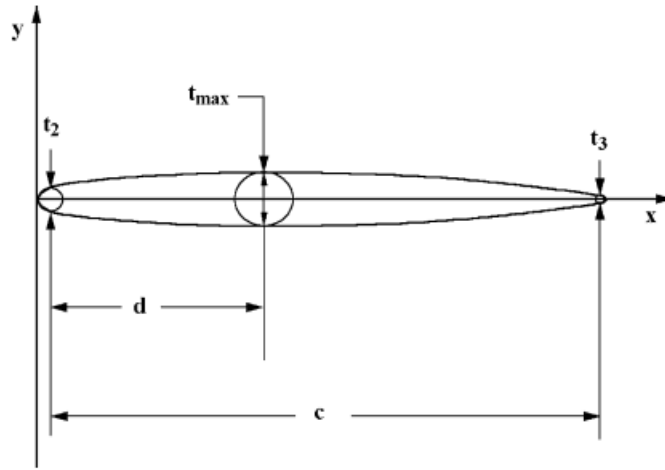


Figura 16: Parâmetros geométricos da pá do bocal (AUNGIER, 2005).

Com o valor da garganta na saída do bocal definido pela equação (3.69) ou (3.70) e com a distribuição da espessura ao longo da pá em mãos, é possível calcular o ângulo γ_3 através de um processo iterativo. É importante destacar que o ângulo γ_3 está diretamente ligado com a garganta na região (3), uma vez que existe um único γ_3 que satisfaça o valor encontrado para a garganta.

O cálculo começa com um chute inicial para γ_3 . Com esse chute, calcula-se o valor que a garganta teria ($\overline{o_3}$) dado o chute para o ângulo. Com o resultado obtido da garganta, um novo valor de γ_3 é calculado pela relação $\gamma_3 = \arcsen\left(\sin(\gamma_3) * \frac{o_3}{\overline{o_3}}\right)$. O processo se repete até que o erro no cálculo de γ_3 esteja abaixo de um valor aceitável.

A Fig. 17 ilustra os ângulos que a inclinação da pá do bocal forma com a direção tangente. Na figura, pode-se ver onde se localiza γ_3 .

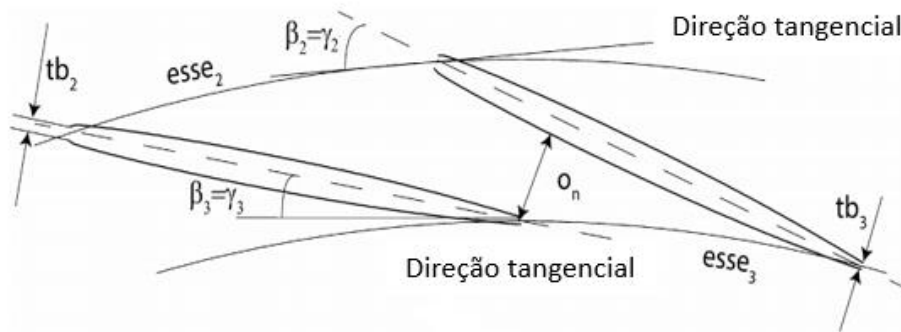


Figura 17: Ângulos da pá do bocal (LIO; MANENTE; LAZZARETTO, 2017)

A obtenção da relação entre a garganta e γ_3 é feita por pura trigonometria, sendo necessário desenhar duas pás seguidas, com o intuito de facilitar a visualização das relações trigonométricas.

Sendo o ângulo da pá na saída do bocal (β_3) igual à γ_3 , pode-se calcular o valor do fator de bloqueio em (3):

$$k_{b3} = 1 - t_{b3} * \frac{N_n}{2 * \pi * r_3 * \sin(\beta_3)} \quad (3.81)$$

O resultado reabastece o valor de k_{b3} utilizado no início do *design* do bocal. Todo o procedimento feito desde a equação (3.63) até a (3.81) deve ser refeito com o novo valor obtido. As iterações se repetem até que o erro no valor calculado para o fator de bloqueio da saída do bocal esteja abaixo de um valor aceitável.

Com os dados resultantes da convergência da iteração para obtenção de k_{b3} , calcula-se o valor do raio na entrada do bocal (r_2):

$$r_2 = \sqrt{r_3^2 + c_n^2 - 2 * r_3 * c_n * \cos(90 + \gamma_3)} \quad (3.82)$$

O passo seguinte para a obtenção das características geométricas no bocal é calcular a distribuição do ângulo β ao longo da corda c_n .

Com o ângulo β já calculado na extremidade de saída (β_3), temos:

$$\beta = \arccos\left(\cos(\beta_3) * \frac{r_3}{r}\right) \quad (3.83)$$

Em que r (raio) é a distância entre o ponto na corda da pá em que se deseja obter β e o centro do eixo de rotação da turbina.

Assim, o ângulo da pá na entrada do bocal (β_2) é:

$$\beta_2 = \arccos\left(\cos(\beta_3) * \frac{r_3}{r_2}\right) \quad (3.84)$$

Como dito anteriormente, é necessário um número mínimo de pás que seja capaz de manter um fator de carga igual ou inferior a 1. O fator de carga sobre as pás do bocal pode ser dado pela máxima diferença de velocidades entre a superfície de pressão e de sucção. A Fig. 18 mostra a distribuição da velocidade do escoamento ao longo da superfície de alta pressão e ao longo da superfície de baixa pressão nas pás do bocal.

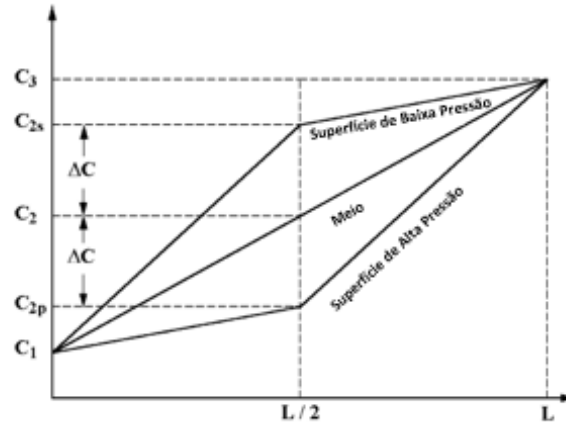


Figura 18: Distribuição da velocidade do escoamento sobre as superfícies de alta e baixa pressão (AUNGIER, 2005).

Segundo Aungier (2005), o valor da máxima diferença de velocidades do escoamento ($\Delta C_{m\acute{a}x}$), que ocorre entre as pás do bocal, pode ser dado por:

$$\Delta C_{m\acute{a}x} = 4 * \pi * (r_3 * C_{t3} - r_2 * C_{t2}) / (c_n * N_n) \quad (3.85)$$

O fator de carga sobre as pás é:

$$2 * \Delta C_{m\acute{a}x} / (C_2 + C_3) \leq 1 \quad (3.86)$$

Em que C_2 é a velocidade do escoamento na entrada do rotor. O valor de C_2 ainda é desconhecido, com isso, uma solução é assumir que a velocidade meridional em (2) é aproximadamente:

$$C_{m2} = C_{m3} * r_3 / r_2 \quad (3.87)$$

Com essa hipótese assumida, pode-se reorganizar a equação (3.86), resultando em:

$$4 * esse_3 * \sin(\alpha_2 - \alpha_3) / (c_n * \sin(\alpha_2) * \left(1 + r_3 * \frac{\sin(\alpha_3)}{r_2 * \sin(\alpha_2)}\right)) \leq 1 \quad (3.88)$$

O ângulo do escoamento na entrada do rotor (α_2) é aproximadamente igual ao ângulo da pá β_2 , reajustado por um fator i^* , a fim do seu valor se igualar ao ângulo de incidência ideal do escoamento para a entrada do rotor.

O fator i^* e o ângulo α_2 são:

$$i^* = \left[3.6 * \sqrt{10 * \frac{t_{b2}}{L_n} + \frac{|\beta_3 - \beta_2|}{3.4}} \right] * \sqrt{\frac{L_n}{esse_3}} - |\beta_3 - \beta_2| / 2 \quad (3.89)$$

$$\alpha_2 = \beta_2 - i^* * \text{sign}(\beta_3 - \beta_2) \quad (3.90)$$

A menor quantidade de pás que satisfaz a equação (3.88) e a desigualdade $\gamma_3 > 3^\circ$ é assumida como sendo a quantidade de pás do bocal. No caso em que as condições acima não são atendidas para a faixa de pás indo de 18 até 33, os valores de espessura das pás e o comprimento

da corda podem ser alterados, considerando que são apenas sugestões para valores iniciais, de tal forma que as condições sejam atendidas dentro do intervalo de 18 até 33 pás.

Um destaque a ser feito na etapa de *design* do bocal é que as equações de (3.63) até (3.90) devem ser refeitas e reavaliadas, assim como os processos iterativos, necessários durante o modelamento do bocal, devem ser refeitos até convergirem para cada quantidade de pás assumida.

Obtido o número de pás ideal para suportar a carga devido ao escoamento, é possível obter o triângulo de velocidades na região de entrada do bocal. A hipótese da equação (3.87) e a hipótese de que a entropia se mantém constante desde a voluta até a entrada do bocal ($s_2 = s_1$) são assumidas, juntamente com um chute inicial para a densidade ρ_2 , e com isso, tem-se:

$$C_2 = C_{m2}/\sin(\alpha_2) \quad (3.91)$$

$$h_2 = h_{02} - C_2^2/2 \quad (3.92)$$

A densidade ρ_2 pode ser recalculada em função do valor da entalpia h_2 e da entropia s_2 . Desta forma, C_{m2} é obtido por:

$$k_{b2} = 1 - t_{b2} * \frac{N_n}{2 * \pi * r_2 * \sin(\beta_2)} \quad (3.93)$$

$$C_{m2} = \dot{m}/(\rho_2 * 2 * \pi * r_2 * k_{b2} * b_2) \quad (3.94)$$

Sendo k_{b2} , o valor encontrado para o fator de bloqueio na entrada do bocal. Com o novo resultado obtido para a velocidade meridional, as equações de (3.91) até (3.94) são refeitas, até o valor de C_{m2} convergir, com um erro menor que um determinado valor aceitável.

Por fim, para finalizar o modelamento do bocal, a velocidade tangencial C_{t2} é calculada:

$$C_{t2} = \sqrt{C_2^2 - C_{m2}^2} \quad (3.95)$$

3.1.3 Voluta

A etapa de *design* da voluta é muito mais simples se comparada com os dois componentes descritos anteriormente, já que a mesma não possui pás.

O problema consiste em encontrar uma área A_1 e um raio r_1 , ambos na entrada da voluta, que conservem tanto a vazão mássica como o momento angular:

$$A_1 * \rho_1 * C_1 = \dot{m} \quad (3.96)$$

$$r_1 * C_1 = r_2 * C_{t2} \quad (3.97)$$

Sendo C_1 a velocidade do escoamento e ρ_1 a densidade, ambas referentes à região de entrada da voluta.

A seção transversal escolhida para a voluta fica totalmente externa, ou seja, totalmente acima do raio de entrada do bocal (r_2), e tem o formato elíptico. A Fig. 18-a ilustra o tipo de seção

descrita. Esta escolha resulta em um raio r_1 maior comparado à uma voluta interna (Fig. 18-b), porém, apresenta a vantagem de acelerar o escoamento de tal forma que a velocidade tangencial na entrada do bocal seja maior comparada com a velocidade que uma voluta interna proporcionaria para uma mesma velocidade C_1 .

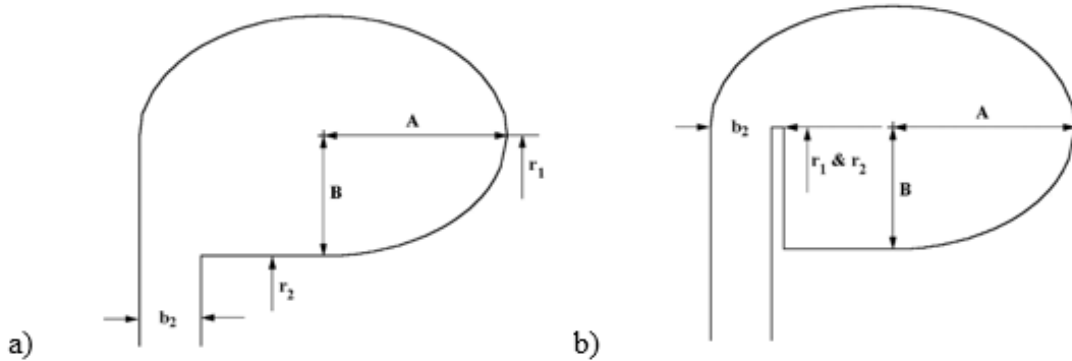


Figura 19: Seção transversal da voluta: a) seção externa; b) seção interna (AUNGIER, 2005).

A área e o raio da voluta escolhida podem ser dados por:

$$A_1 = \left(\pi * \frac{3}{4} + 1 \right) * A * B \quad (3.98)$$

$$r_1 = r_2 + B \quad (3.99)$$

A razão da forma da voluta é dada pela relação A/B . O valor da razão pode ser escolhido pelo próprio projetista e deve estar dentro da faixa de 0.75 a 1.5. O valor escolhido neste caso foi 1. Com isso, a equação (3.98) pode ser rearranjada:

$$A_1 = \left(\pi * \frac{3}{4} + 1 \right) * B^2 \quad (3.100)$$

Para a obtenção das características da voluta é necessário um processo iterativo que consiste na equação da continuidade.

Assume-se inicialmente que o raio de entrada da voluta é igual a r_2 . Com essa hipótese e com a equação (3.97), obtém-se o valor de C_1 . A entalpia pode então ser calculada:

$$h_1 = h_{01} - C_1^2/2 \quad (3.101)$$

A densidade ρ_1 pode ser obtida em função da entalpia e da entropia da região (1).

Com esses valores, a área e o valor de B da equação (3.100) são dados por:

$$A_1 = \dot{m}/(\rho_1 * C_1) \quad (3.102)$$

$$B = \sqrt{A_1/(0.75 * \pi + 1)} \quad (3.103)$$

Com o valor de B calculado, o valor de r_1 pode ser reajustado pela equação (3.99). O processo iterativo é refeito até que o valor do raio r_1 convirja com um erro menor que um determinado valor aceitável.

Ao final do processo, a geometria da voluta está definida, e a etapa de *design* dá lugar a etapa de *performance routine*.

3.2 PERFORMANCE ROUTINE

Diferente da etapa de *design routine*, a etapa de *performance routine* se inicia na voluta, em seguida bocal, passagem anular entre bocal e rotor, e termina com a análise do rotor.

A análise do campo de escoamento é feita em cada um dos quatro componentes citados acima, sendo considerado para cada componente três regiões: a entrada (subscrito 1), a região central (subscrito 2) e a região de saída (subscrito 3). Assumir três regiões dentro de cada componente para análise do campo do escoamento permite uma solução mais apurada no modelamento das perdas na turbina.

As perdas são calculadas a partir das correlações fornecidas em Aungier (2005) em termos de coeficientes de perda total de pressão (Y). As irreversibilidades são levadas em conta somente para a solução do escoamento na região 3 de cada componente, já que o modelo de perda considera entropia constante entre as regiões de entrada (1) e centrais (2).

Os valores de entrada para a execução da etapa de *performance routine* são: I) as geometrias definidas na etapa de *design*; II) pressão e temperatura de estagnação na entrada da turbina (P_{01} e T_{01}); III) e a pressão na saída da turbina (P_5).

A vazão mássica, diferentemente do que acontece na *design routine*, é calculada. Isso se dá devido a existência de um único valor de vazão que, com os valores calculados de geometria e condições termodinâmicas obtidas ao longo da turbina, resulta na pressão de saída do rotor (P_5). O valor dessa vazão mássica difere levemente do valor utilizado para a etapa de *design*. Isso ocorre devido a considerações feitas na *performance routine* que não são levadas em conta na *design routine*.

A base desta etapa de *performance* é a utilização recorrente de processos iterativos no balanço de massa. Basicamente, o processo se inicia com um valor inicial assumido para a densidade, o que permite o cálculo da velocidade do escoamento através da equação da continuidade. Com a velocidade calculada, pode-se obter a entalpia a partir da entalpia total, ou a partir da rothalpia (no caso do rotor). Então a densidade e a pressão podem ser calculadas em função da entalpia e da entropia. O novo valor da densidade realimenta o início dos cálculos. Esse loop se repete até que a convergência no valor de vazão mássica seja alcançada. Ao final do processo, obtém-se os triângulos de velocidade e o estado termodinâmico completo do escoamento para cada componente nas três regiões (entrada, meio e saída).

3.2.1 Voluta

A voluta é o primeiro componente a ser analisado na etapa de *performance*. Todos os valores referentes à geometria da voluta já foram obtidos na etapa de *design*, e servirão para os cálculos de balanço de massa nas regiões de entrada da voluta (1v), meio da voluta (2v) e saída da voluta (3v). A Fig. 20 exemplifica cada uma das regiões analisadas da voluta.

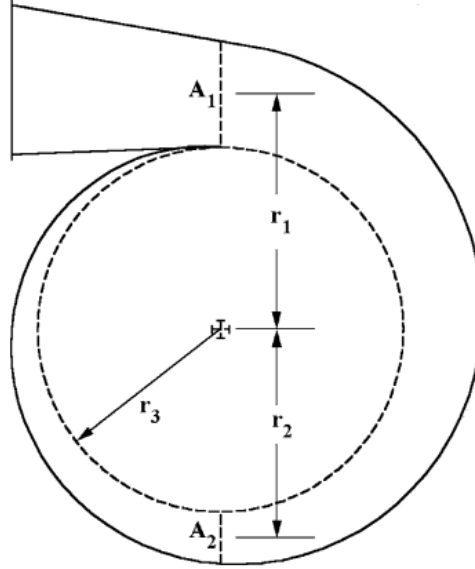


Figura 20: Regiões analisadas na voluta na etapa de *performance* (AUNGIER, 2005).

Desta forma, $A_{1v} = A_1$, $r_{1v} = r_1$, $r_{3v} = r_2$, $b_{3v} = b_2$ e:

$$A_{3v} = 2 * \pi * r_{3v} * b_{3v} \quad (3.104)$$

Adotando-se um valor inicial para a densidade ρ_{1v} em (1v) como sendo igual ao valor da densidade calculada em (1) na etapa de *design*, pode-se calcular a velocidade C_{1v} :

$$\rho_{1v} = \rho_1 \quad (3.105)$$

$$C_{1v} = \dot{m} / (\rho_{1v} * A_{1v}) \quad (3.105)$$

Os valores da entropia e da entalpia de estagnação em (1v) já estão definidos em função dos valores de entrada de temperatura e pressão de estagnação (P_{01} e T_{01}). Com isso, pode-se calcular a entalpia h_{1v} :

$$h_{1v} = h_{01v} - C_{1v}^2 / 2 \quad (3.107)$$

A densidade ρ_{1v} pode ser recalculada em função da entalpia, obtida em (3.107), e da entropia s_{1v} . O novo valor obtido para a densidade na entrada da voluta reabastece a equação (3.106). O processo iterativo é refeito até que o valor de ρ_{1v} convirja com um erro menor que um determinado valor aceitável.

Assim, o estado termodinâmico na entrada da voluta está definido.

Para obtenção do estado termodinâmico e das velocidades no meio da voluta, assume-se entropia constante desde a entrada até a região central da voluta, de tal maneira que $s_{2v} = s_{1v}$.

O raio na região central da voluta pode ser calculado como sendo a média entre os raios da entrada e da saída:

$$r_{2v} = (r_{1v} + r_{3v})/2 \quad (3.108)$$

Pela conservação do momento angular, temos que a velocidade na região do meio da voluta é:

$$C_{2v} = C_{1v} * r_{1v}/r_{2v} \quad (3.109)$$

A entalpia no meio da voluta é:

$$h_{2v} = h_{01} - C_{2v}^2/2 \quad (3.110)$$

A densidade ρ_{2v} pode ser obtida em função de h_{2v} e de s_{2v} . É importante lembrar que a entalpia de estagnação é considerada constante e igual a h_{01} desde a entrada da voluta até a entrada do rotor.

Aungier (2005) sugere que na região (2v) metade da vazão mássica do fluido de trabalho já atravessou para o bocal, com isso:

$$A_{2v} = 0.5 * \dot{m}/(C_{2v} * \rho_{2v}) \quad (3.111)$$

A última região a ser calculada na voluta é a região da saída (3v).

Pela conservação do momento angular, temos:

$$C_{t3v} = C_{1v} * r_{1v}/r_{3v} \quad (3.112)$$

Sendo C_{t3v} a velocidade tangencial do escoamento na região (3v). É importante destacar dois pontos: I) para as regiões de entrada e do meio da voluta, a velocidade não apresenta componente na direção meridional; II) a vazão mássica que atravessa a região de saída da voluta, assim como na entrada, é a vazão total do escoamento e não mais a metade, como é considerado nos cálculos para o meio da voluta.

Assume-se um valor inicial para a densidade ρ_{3v} sendo igual ao valor da densidade na região da entrada do bocal, obtido na etapa de *design*. Com isso, a velocidade meridional é dada por:

$$\rho_{3v} = \rho_2 \quad (3.113)$$

$$C_{m3v} = \frac{\dot{m}}{\rho_{3v} * A_{3v} * (1 - \Delta_{wv})} \quad (3.114)$$

Em que Δ_{wv} é a razão entre o valor da espessura da camada limite formada pelo escoamento nas paredes da voluta e a largura da passagem (b_{3v}) na região da saída da voluta.

Obtido o valor da velocidade meridional, calcula-se a entalpia h_{3v} :

$$h_{3v} = h_{01} - (C_{t3v}^2 + C_{m3v}^2)/2 \quad (3.115)$$

Com o valor da entalpia calculado e o valor da densidade assumido, o estado termodinâmico na região (3v) está definido.

Como dito anteriormente, as perdas nos componentes são contabilizadas na região de saída de cada um, por meio do coeficiente de perda total de pressão (Y).

Para cada componente são considerados diferentes tipos de perdas que dependem principalmente de sua geometria. No caso da voluta, um elemento geometricamente simples, são considerados apenas dois tipos de perda.

Uma das perdas é resultante da não uniformidade na conservação do momento angular circunferencial imposta na saída da voluta, chamada de perda de distorção circunferencial ($Y_{\theta v}$):

$$Y_{\theta v} = ((r_{1v} * \frac{C_{1v}}{r_{3v}} - C_{t3v})/C_{3v})^2 \quad (3.116)$$

Para este estudo desenvolvido a perda é nula visto que a voluta é projetada de tal forma que mantenha um momento angular uniforme na direção circunferencial como mostra a equação (3.112).

A outra perda considerada na voluta é chamada de *profile loss* (Y_{pv}) e ocorre devido a formação da camada limite ao longo das paredes da voluta. Segundo Aungier (2005), o coeficiente de perda de pressão devido a camada limite pode ser dado por:

$$Y_{pv} = (2 * \Theta_{wv} + \Delta_{wv}^2)/(1 - \Delta_{wv})^2 \quad (3.117)$$

Sendo Θ_{wv} e Δ_{wv} dados por:

$$\Theta_{wv} = 2 * (\frac{\theta_{wv}}{b_{3v}}) \quad (3.118)$$

$$\Delta_{wv} = 2 * (\frac{\delta_{wv}^*}{b_{3v}}) \quad (3.119)$$

Em que θ_{wv} é chamado de *momentum thickness* e δ_{wv}^* é chamado de *displacement thickness*.

O valor de θ_{wv} pode ser calculado por:

$$\theta_{wv} = c_{fv} * \rho_{averv} * \left[\left(\frac{C_{1v}}{C_{3v}} \right)^5 + 2 * \left(\frac{C_{2v}}{C_{3v}} \right)^5 + 1 \right] * L_v / (8 * \rho_{3v}) \quad (3.120)$$

Sendo o coeficiente de *skin friction* (c_{fv}) dependente do número de Reynolds (Re_{3v}), calculado na região da saída da voluta, da seguinte forma:

$$Re_{3v} = \rho_{3v} * C_{3v} * b_{3v} / \mu_{3v} \quad (3.121)$$

$$c_{fv} = 16/Re_{3v} \quad Re_{3v} < 2000 \quad (3.122)$$

$$\frac{1}{\sqrt{4 * c_{fv}}} = -2 * \log \left[\frac{2.51}{Re_{3v} * \sqrt{4 * c_{fv}}} \right] \quad Re_{3v} > 2000 \quad (3.123)$$

Para os casos da equação (3.123), em que o escoamento é turbulento, é utilizado o método numérico de *Newton* para obtenção do coeficiente. Os casos da equação (3.122) se referem ao escoamento laminar.

O valor da densidade média (ρ_{averv}) ao longo da voluta pode ser calculado por:

$$\rho_{averv} = (\rho_{1v} + 2 * \rho_{2v} + \rho_{3v})/4 \quad (3.124)$$

O comprimento do caminho médio percorrido pelo escoamento ao longo da voluta (L_v) é aproximado por:

$$L_{rv} = r_{1v} - r_{3v} \quad (3.125)$$

$$L_{bv} = r_{3v} * \text{sen}(\chi_n) / \text{sen}(90 - \frac{\chi_n}{2}) \quad (3.126)$$

$$L_v = \sqrt{(L_{bv}^2 + L_{rv}^2 - 2 * L_{bv} * L_{rv} * \cos(90 + \frac{\chi_n}{2}))} \quad (3.127)$$

Sendo L_{rv} a diferença entre os raios da entra e da saída da voluta, L_{bv} a distância entre as extremidades de duas pás consecutivas na entrada do bocal e χ_n o ângulo formado entre as pás do bocal, dado por:

$$\chi_n = 360/N_n \quad (3.128)$$

Por fim, Aungier (2005) assume um fator de forma da camada limite $H = 1.2857$, que relaciona δ_{wv}^* com θ_{wv} da seguinte forma:

$$\delta_{wv}^* = H * \theta_{wv} \quad (3.129)$$

Realizado os cálculos descritos anteriormente, o valor do coeficiente de perda total de pressão na voluta pode ser finalmente calculado:

$$Y_v = \frac{P_{01v} - P_{03v}}{P_{03v} - P_{3v}} = Y_{pv} + Y_{\theta v} \quad (3.130)$$

Lembrando que o valor de P_{01v} é igual ao valor de P_{01} e que P_{3v} pode ser obtido, uma vez que o estado termodinâmico do escoamento na saída da voluta já está definido pelo valor da entalpia e da densidade.

Rearranjando a equação (3.130), pode-se calcular o valor de pressão de estagnação em (3v):

$$P_{03v} = \frac{P_{01v} + Y_v * P_{3v}}{1 + Y_v} \quad (3.131)$$

Com isso, a entropia (s_{3v}) pode ser calculada em função da pressão P_{03v} e da entalpia de estagnação ($h_{03v} = h_{01}$). Com o valor da entropia e da entalpia (h_{3v}) em mãos, novos valores para a densidade ρ_{3v} e para a pressão P_{3v} são calculados. O novo valor da densidade realimenta o início dos cálculos. O loop se repetirá até que a convergência no valor de vazão mássica seja alcançada.

A relação para a análise de convergência é dada por:

$$\left| \frac{\dot{m}}{\rho_{3v} * A_{3v} * C_{m3v} * (1 - A_{wv})} - 1 \right| < \varepsilon_v \quad (3.132)$$

Em que ε_v se refere ao valor aceitável para o erro no cálculo da densidade. Com a condição da equação (3.132) atendida, a análise da voluta tem fim e dá lugar ao início da análise no bocal.

3.2.2 Bocal

A passagem anular entre voluta e bocal é considerada uma região muito pequena, cujas perdas são desprezadas neste modelo. Desta forma, o próximo elemento a ser considerado na modelagem da turbina é o bocal.

A análise feita é muito parecida com a executada ao longo da voluta. São consideradas 3 regiões para obtenção do campo de escoamento, sendo elas: entrada (1n), meio (2n) e a região da saída (3n). As características geométricas, muito importantes na etapa de *performance routine*, já foram calculadas na etapa de *design*. Novamente, a utilização de processos iterativos para o balanço de massa em cada uma das 3 regiões consideradas é recorrente.

A Fig. 21 destaca a entrada, a saída e a garganta do bocal.

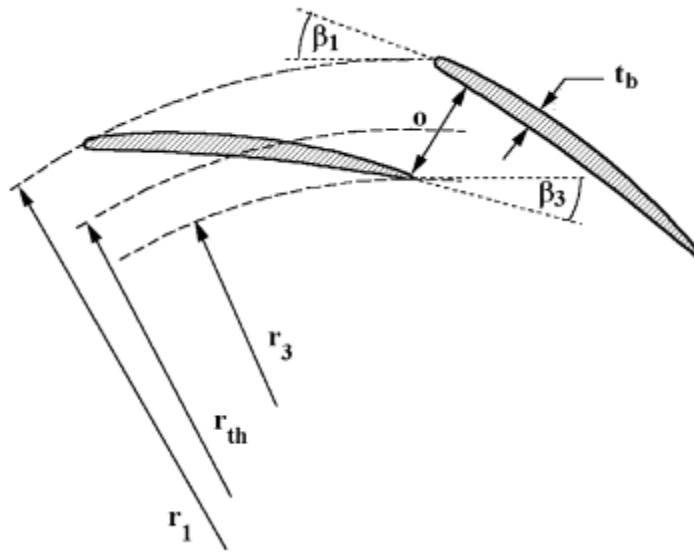


Figura 21: Região de entrada, saída e garganta do bocal (AUNGIER, 2005).

As áreas na região da entrada, meio e saída são respectivamente:

$$A_{1n} = 2 * \pi * r_{1n} * b_{1n} * k_{b1n} \quad (3.133)$$

$$A_{2n} = 2 * \pi * r_{2n} * b_{2n} * k_{b2n} \quad (3.134)$$

$$A_{3n} = 2 * \pi * r_{3n} * b_{3n} * k_{b3n} \quad (3.135)$$

Sendo:

$$r_{1n} = r_2 \quad (3.136)$$

$$b_{1n} = b_2 \quad (3.137)$$

$$k_{b1n} = k_{b2} \quad (3.138)$$

$$r_{3n} = r_3 \quad (3.139)$$

$$b_{3n} = b_3 \quad (3.140)$$

$$k_{b3n} = k_{b3} \quad (3.141)$$

$$r_{2n} = \sqrt{r_3^2 + \left(\frac{c_n}{2}\right)^2 - r_3 * c_n * \cos(90 + \gamma_3)} \quad (3.142)$$

$$b_{2n} = b_3 \quad (1.143)$$

$$k_{b2n} = 1 - t_{b2n} * \frac{N_n}{2 * \pi * r_{2n} * \beta_{2n}} \quad (1.144)$$

Em que β_{2n} é o ângulo da pá na região central do bocal, calculado por:

$$\beta_{2n} = \arccos(\cos(\gamma_3) * \frac{r_{3n}}{r_{2n}}) \quad (3.145)$$

E k_{b2n} o fator de bloqueio devido à geometria do bocal na região (2n), com a espessura t_{b2n} calculada pelas equações de (3.76) até (3.80).

Os valores de β_{1n} e β_{3n} são respectivamente iguais a β_2 e β_3 .

Como dito anteriormente, as perdas que poderiam ocorrer na passagem anular que liga a voluta ao bocal são desconsideradas, desta forma a entropia é considerada constante e:

$$s_{1n} = s_{3v} \quad (3.146)$$

Onde s_{1n} se refere à entropia na entrada do bocal. Um valor inicial para a densidade na entrada é assumido como sendo igual ao valor da densidade calculada na saída da voluta:

$$\rho_{1n} = \rho_{3v} \quad (3.147)$$

O valor da velocidade tangencial é obtido pela conservação do momento angular:

$$C_{t1n} = C_{t3v} * r_{3v} / r_{1n} \quad (3.148)$$

Como $r_{1n} = r_{3v}$, a equação pode ser simplificada para:

$$C_{t1n} = C_{t3v} \quad (3.149)$$

A velocidade meridional (C_{m1n}) pode ser calculada, assim como a entalpia (h_{1n}):

$$C_{m1n} = \dot{m} / (\rho_{1n} * A_{1n}) \quad (3.150)$$

$$h_{1n} = h_{01} - \frac{C_{m1n}^2 + C_{t1n}^2}{2} \quad (3.151)$$

A densidade na entrada, inicialmente assumida, pode ser recalculada em função dos valores de entalpia e de entropia. O novo valor realimenta a equação (3.150). O processo é repetido até que o valor da densidade convirja dentro de um erro aceitável.

O ângulo do escoamento (α_{1n}) pode ser calculado:

$$\alpha_{1n} = \arctg\left(\frac{C_{m1n}}{C_{t1n}}\right) \quad (3.152)$$

Assim, o triângulo de velocidades e o estado termodinâmico estão definidos para a entrada do bocal.

O mesmo procedimento, utilizado na região (1n), é adotado em (2n). Como já foi dito em outras oportunidades, o valor da entropia da região central do elemento é igual ao valor da região da entrada:

$$s_{2n} = s_{1n} \quad (3.153)$$

O valor inicial assumido para a densidade ρ_{2n} é igual a média aritmética entre os valores das densidades ρ_{1n} e ρ_3 :

$$\rho_{2n} = \frac{\rho_{1n} + \rho_3}{2} \quad (3.154)$$

A velocidade C_{2n} e a entalpia h_{2n} são então calculadas:

$$C_{2n} = \frac{\dot{m}}{\rho_{2n} * A_{2n} * \sin(\alpha_{2n})} \quad (3.155)$$

$$h_{2n} = h_{01} - C_{2n}^2 / 2 \quad (3.156)$$

O valor do ângulo do escoamento da região central é considerado igual ao valor do ângulo da pá na mesma região, ou seja:

$$\alpha_{2n} = \beta_{2n} \quad (3.157)$$

A densidade pode então ser recalculada em função da entalpia e da entropia. Conforme foi feito para a região 1n, a nova densidade obtida realimenta o cálculo da velocidade e o processo é refeito até que o valor da densidade na região 2n convirja dentro de um erro aceitável.

Alcançada a convergência, as velocidades meridional e tangencial da região central podem ser calculadas:

$$C_{m2n} = C_{2n} * \sin(\alpha_{2n}) \quad (3.158)$$

$$C_{t2n} = C_{2n} * \cos(\alpha_{2n}) \quad (3.159)$$

Está então definido o campo de escoamento para a região central do bocal.

A última etapa referente ao bocal permitirá a obtenção do campo de escoamento da saída e o cálculo das perdas para este componente.

Devido ao fato de ser comum ocorrer escoamento supersônico nesta região (3n), verifica-se a necessidade de se desenvolver duas soluções: uma específica para o caso de escoamento subsônico e outra específica para o caso de escoamento (super)sônico. As soluções serão apresentadas a seguir começando pela solução mais simples e que sempre deve ser considerada primeiro, em que o escoamento na saída do bocal é subsônico.

O ângulo do escoamento (α_{3n}) pode ser estimado pelas seguintes equações:

$$\sin(\alpha_{th}) = b_{th} * o_3 / (esse_3 * b_3) \quad (3.160)$$

$$\alpha_{3n} = \arctg(tg(\alpha_{th}) * \frac{r_3}{r_{th}}) \quad (3.161)$$

O subscrito th se refere à região da garganta do bocal destacada na Fig. 21. Uma vez que a largura ao longo do bocal é constante, temos que:

$$b_{th} = b_3 \quad (3.162)$$

O valor de r_{th} é dado por:

$$r_{th} = r_3 - \left[\frac{\partial r}{\partial m} \right]_3 * \frac{o_3}{2 * esse_3} \quad (3.163)$$

O gradiente de r (raio) em relação à m (meridional) calculado na região de saída do bocal é dado por diferenças finitas da seguinte forma:

$$\left[\frac{\partial r}{\partial m} \right]_3 = m_{3n} * \frac{r_{3n} - r_{2n}}{m_{2n} * (m_{3n} - m_{2n})} - (m_{3n} - m_{2n}) * \frac{r_{3n} - r_{1n}}{m_{3n} * m_{2n}} \quad (3.164)$$

$$m_{3n} = r_{1n} - r_{3n} \quad (3.165)$$

$$m_{2n} = r_{1n} - r_{2n} \quad (3.166)$$

O valor da densidade ρ_{3n} é inicialmente chutado, sendo considerado igual ao valor da densidade obtida na etapa de *design routine* para a mesma região, com isso:

$$\rho_{3n} = \rho_3 \quad (3.167)$$

As velocidades e a entalpia para a região (3n) podem ser então calculadas:

$$C_{3n} = \frac{\dot{m}}{\rho_{3n} * A_{3n} * (1 - \Delta_{wn}) * \sin(\alpha_{3n})} \quad (3.168)$$

$$C_{m3n} = C_{3n} * \sin(\alpha_{3n}) \quad (3.169)$$

$$C_{t3n} = C_{3n} * \cos(\alpha_{3n}) \quad (3.170)$$

$$h_{3n} = h_{01} - C_{3n}^2 / 2 \quad (3.171)$$

Em que Δ_{wn} é a razão entre o valor da espessura da camada limite formada pelo escoamento nas paredes do bocal e a largura da passagem (b_{3n}) na região da saída do bocal. É importante observar que as camadas limite que se formam devido ao escoamento nas pás do bocal são desprezadas para o cálculo de C_{3n} .

Obtido o valor da entalpia e assumido o valor da densidade, o estado termodinâmico do escoamento da saída do bocal está determinado.

O próximo passo é contabilizar as perdas que ocorrem no bocal. Apesar de ser um componente geometricamente mais complexo que a voluta por possuir pás, o bocal também considera apenas dois tipos de perda para os casos de escoamento subsônico, são elas: I) perda de incidência; II) e a perda chamada de *profile loss*.

A perda de incidência tem este nome por estar relacionada ao ângulo de incidência na região de entrada do bocal. Esta perda neste estudo é aproximadamente nula, já que o ângulo

calculado na etapa de *design* é calculado de tal forma que seja igual ao ângulo ótimo de incidência, e o ângulo obtido na etapa de *performance* tem seu valor muito próximo a este.

O coeficiente de perda de pressão devido ao ângulo de incidência é calculado por:

$$Y_{incn} = \text{sen}^2(\alpha_{1n} - \alpha_{1n}^*) * \frac{P_{01n} - P_{1n}}{P_{03n} - P_{3n}} \quad (3.172)$$

Sendo α_{1n}^* o ângulo ótimo de incidência, cujo valor, como dito acima, é igual ao ângulo α_2 calculado na etapa de *design*.

A pressão de estagnação P_{03n} pode ser obtida em função da entropia e da entalpia de estagnação. A entropia s_{3n} em um primeiro instante é considerada igual à s_3 , sendo que para as próximas iterações tem seu valor substituído pelo valor calculado, e a entalpia de estagnação é igual à h_{01} .

O valor da pressão estática P_{3n} pode ser obtido em função da entropia s_{3n} e da densidade ρ_{3n} .

As pressões referentes à região da entrada do bocal já foram obtidas no começo da análise do componente.

A outra perda considerada, chamada de *profile loss*, leva em conta a formação da camada limite nas paredes do componente. Diferente de como acontece na voluta, onde se tem apenas duas paredes, as paredes no bocal são tanto as que limitam axialmente o componente como as paredes das pás. Desta forma, é considerada a formação de quatro camadas limite, uma para cada parede.

Segundo Aungier (2005), o coeficiente de perda de pressão devido a formação das camadas limite pode ser calculado por:

$$Y_{pn} = (2 * \Theta_n + \Delta_n^2) / (1 - \Delta_n)^2 \quad (3.173)$$

Sendo Θ_n e Δ_n dados por:

$$\Theta_n = 1 - \left[1 - 2 * \left(\frac{\theta_{wn}}{b_{wn}} \right) \right] * \left[1 - \left(\frac{\theta_{bsn}}{b_{bn}} \right) + \left(\frac{\theta_{bpn}}{b_{bn}} \right) \right] \quad (3.174)$$

$$\Delta_n = 1 - \left[1 - 2 * \left(\frac{\delta_{wn}^*}{b_{wn}} \right) \right] * \left[1 - \left(\frac{\delta_{bsn}^*}{b_{bn}} \right) + \left(\frac{\delta_{bpn}^*}{b_{bn}} \right) \right] \quad (3.175)$$

Em que θ_{wn} é chamado de *momentum thickness* em relação as paredes que limitam axialmente o bocal, θ_{bsn} é o *momentum thickness* referente à superfície da pá sob baixa pressão, θ_{bpn} é o *momentum thickness* na superfície de alta pressão da pá e δ^* é chamado de *displacement thickness* referente a cada uma das superfícies conforme o subscrito.

A largura da passagem do escoamento quando a camada limite estudada se refere às paredes do bocal é dada por $b_{wn} = b_{3n}$. Já quando a camada sendo considerada é a formada nas pás, a largura da passagem é dada por $b_{bn} = \text{esse}_{3n} * \text{sen}(\beta_{3n})$.

Os valores dos *momentum thickness* são calculados da mesma forma como é descrito para a voluta. As diferenças entre os valores dos momentos são dadas pelas velocidades consideradas em cada um deles. Para o cálculo de θ_{wn} , θ_{bsn} e θ_{bpn} temos respetivamente:

$$\theta_{wn} = c_{fn} * \rho_{avern} * \left[\left(\frac{C_{m1n}}{C_{m3n}} \right)^5 + 2 * \left(\frac{C_{m2n}}{C_{m3n}} \right)^5 + 1 \right] * (r_{1n} - r_{3n}) / (8 * \rho_{3n}) \quad (3.176)$$

$$\theta_{bsn} = c_{fbsn} * \rho_{averbsn} * \left[\left(\frac{C_{bs1n}}{C_{bs3n}} \right)^5 + 2 * \left(\frac{C_{bs2n}}{C_{bs3n}} \right)^5 + 1 \right] * (L_n) / (8 * \rho_{bs3n}) \quad (3.177)$$

$$\theta_{bpn} = c_{fbpn} * \rho_{averbpn} * \left[\left(\frac{C_{bp1n}}{C_{bp3n}} \right)^5 + 2 * \left(\frac{C_{bp2n}}{C_{bp3n}} \right)^5 + 1 \right] * (L_n) / (8 * \rho_{bp3n}) \quad (3.178)$$

As velocidades empregadas nas equações (3.177) e (3.178) são as componentes da velocidade do escoamento paralelas à superfície da pá para cada uma das regiões, sendo calculadas por:

$$C_{bs1n} = C_{1n} * \cos(\beta_{1n} - \alpha_{1n}) \quad (3.179)$$

$$C_{bs2n} = C_{2n} + \Delta C_n \quad (3.180)$$

$$C_{bs3n} = C_{3n} * \cos(\beta_{3n} - \alpha_{3n}) * (1 - \Delta_{wn}) / (1 - \Delta_n) \quad (3.181)$$

$$C_{bp1n} = C_{bs1n} \quad (3.182)$$

$$C_{bp2n} = C_{2n} - \Delta C_n \quad (3.183)$$

$$C_{bp3n} = C_{bs3n} \quad (3.184)$$

A diferença entre as velocidades na região 2n é causada considerando o efeito da carga que o próprio escoamento gera sobre as pás. O valor da carga no meio da pá pode ser dado por:

$$\Delta C_n = 2 * \pi * |r_{3n} * C_{t3n} - r_{1n} * C_{t1n}| / (L_n * N_n) \quad (3.185)$$

Observa-se que a parcela referente à projeção do escoamento na pá não existe na região 2n uma vez que o ângulo do escoamento e o ângulo da pá nesta região têm o mesmo valor ($\cos(\beta_{2n} - \alpha_{2n}) = \cos(0) = 1$).

A Fig. 18 ilustra melhor a distribuição de velocidades ao longo das superfícies de alta e de baixa (sucção) pressão das pás devido às cargas geradas pelo escoamento.

A velocidade considerada nas pás na região da saída do bocal é ajustada para a obtenção do coeficiente de perda de pressão. A influência da formação das camadas limite nas pás altera o valor da área considerada para o escoamento, e por isso a necessidade de se ajustar o valor de C_{bp3n} e de C_{bs3n} em relação ao valor de C_{3n} pela razão $(1 - \Delta_{wn}) / (1 - \Delta_n)$.

Como se pode observar pelos subscritos nas equações (3.176) até (3.178) os valores das propriedades termodinâmicas são calculados para cada um dos momentos em função das

velocidades consideradas. Isso significa que o estado termodinâmico em uma determinada região para uma determinada parede é obtido da seguinte forma:

$$\text{entalpia estática} = \text{entalpia total} - (\text{velocidade na parede})^2/2 \quad (3.186)$$

$$\text{entropia na parede} = \text{entropia da região} \quad (3.187)$$

Sabendo que a entalpia total ao longo de todo o bocal é constante e igual a h_{01} e que o valor da entropia não varia entre as paredes, podemos obter os estados termodinâmicos para o cálculo de cada um dos momentos.

Para melhor entendimento, o cálculo de θ_{bsn} será desenvolvido a seguir por inteiro. O mesmo desenvolvimento vale para os demais momentos, desde que sejam consideradas as velocidades e geometrias corretas que se referem ao momento sendo calculado.

A obtenção do *skin friction* (c_{fbsn}) depende do número de Reynolds (Re_{bs3n}), calculado na região da saída do bocal referente à superfície de baixa pressão (sucção) da pá, da seguinte forma:

$$Re_{bs3n} = \rho_{bs3n} * C_{bs3n} * b_{bn} / \mu_{bs3n} \quad (3.188)$$

$$c_{fbsn} = 16/Re_{bs3n} \quad Re_{bs3n} < 2000 \quad (3.189)$$

$$\frac{1}{\sqrt{4 * c_{fbsn}}} = -2 * \log\left[\frac{2.51}{Re_{bs3n} * \sqrt{4 * c_{fbsn}}}\right] \quad Re_{bs3n} > 2000 \quad (3.190)$$

Conforme é descrito nas equações (3.186) e (3.187), o estado termodinâmico referente à superfície de sucção da pá usado para o cálculo do momento pode ser dado em função da entalpia h_{bs3n} e da entropia s_{bs3n} :

$$h_{bs3n} = h_{01} - C_{bs3n}^2/2 \quad (3.191)$$

$$s_{bs3n} = s_{3n} \quad (3.192)$$

Assim, torna-se possível a obtenção dos valores de densidade ρ_{bs3n} e de viscosidade dinâmica μ_{bs3n} .

O valor da densidade média ao longo do escoamento na superfície de sucção da pá é dado por:

$$\rho_{averbsn} = (\rho_{bs1n} + 2 * \rho_{bs2n} + \rho_{bs3n})/4 \quad (3.193)$$

Os valores de ρ_{bs1n} e de ρ_{bs2n} são calculados a partir da entalpia e da entropia obtidas seguindo o método descrito nas equações (3.186) e (3.187).

O comprimento do caminho percorrido pelo escoamento ao longo da linha média do bocal (L_n) é calculado por:

$$L_n = \int_0^{m_n} (dm / \sin(\beta_n)) \quad (3.194)$$

Sendo m_n a distância meridional total ao longo do bocal calculada através da equação (3.41), e β_n o ângulo da pá ao longo da corda c_n calculado pela equação (3.83).

Por fim, o mesmo fator de forma da camada limite $H = 1.2857$ utilizado para a voluta é utilizado no bocal para relacionar δ_{bsn}^* com θ_{bsn} da seguinte forma:

$$\delta_{bsn}^* = H * \theta_{bsn} \quad (3.195)$$

Os cálculos descritos para a obtenção do *momentum thickness* na superfície de sucção da pá devem ser realizados para obtenção dos demais momentos (θ_{wn} , θ_{bpn}).

O coeficiente de perda total de pressão para o bocal pode então finalmente ser obtido:

$$Y_n = \frac{P_{01n} - P_{03n}}{P_{03n} - P_{3n}} = Y_{pn} + Y_{incn} \quad (3.196)$$

A equação acima é rearranjada de tal forma que o valor da pressão de estagnação P_{03n} seja recalculado em função dos valores obtidos para Y_n , P_{01n} e P_{3n} :

$$P_{03n} = \frac{P_{01n} + Y_n * P_{3n}}{1 + Y_n} \quad (3.197)$$

Com isso, a entropia (s_{3n}) pode ser calculada em função da pressão P_{03n} e da entalpia de estagnação ($h_{03n} = h_{01}$). Com o valor da entropia e da entalpia (h_{3n}) em mãos, novos valores para a densidade ρ_{3n} e para a pressão P_{3n} são calculados. O novo valor da densidade realimenta o início dos cálculos. O loop se repetirá até que a convergência no valor de vazão mássica seja alcançada.

O processo ao mesmo tempo que busca a convergência avalia se o escoamento é (super)sônico pelas seguintes relações:

$$\left| \frac{\dot{m}}{\rho_{3n} * A_{3n} * C_{3n} * (1 - A_{wn}) * \sin(\alpha_{3n})} - 1 \right| < \varepsilon_n \quad (3.198)$$

$$\frac{(\rho_{3n} * C_{m3n})_{i-1} - (\rho_{3n} * C_{m3n})_i}{(C_{m3n})_{i-1} - (C_{m3n})_i} < 0 \quad (3.199)$$

$$1 - \frac{C_{3n}}{a_{3n}} < 0.1 \quad (3.200)$$

Em que ε_n se refere ao valor aceitável para o erro no cálculo da densidade, i e $i - 1$ se referem respectivamente a iteração atual e a iteração anterior, e a_{3n} é a velocidade do som calculada em função de ρ_{3n} e de s_{3n} . Com a condição da equação (3.198) atendida, a análise do bocal tem fim. Caso a condição seja falsa, o modelo avalia a condição descrita na equação (3.199). Caso seja falsa a próxima iteração continua com os valores obtidos, caso seja verdadeira o modelo analisa a equação (3.200). Se a condição da equação (3.200) for verdadeira o escoamento é (super)sônico, caso a condição seja falsa a próxima iteração começa novamente.

Se a partir da análise das equações o escoamento realmente for (super)sônico, uma nova perda é adicionada referente à formação de escoamento bloqueado na saída do bocal, e o modelo começa a procurar uma máxima vazão mássica $\dot{m}_{choke}$ capaz de atender a condição imposta pela

equação (3.198), sendo $\dot{m}_{choke} < \dot{m}$. Essa nova vazão será utilizada para a obtenção da perda devido à ocorrência do escoamento bloqueado. Ela pode ser calculada considerando uma faixa $\dot{m}_{min} < \dot{m}_{choke} < \dot{m}_{max}$. Caso $\dot{m}_{choke}$ resulte novamente em escoamento (super)sonico, o novo valor de $\dot{m}_{choke}$ para a próxima iteração deve se aproximar de $\dot{m}_{min}$, caso contrário, o valor deve se aproximar de $\dot{m}_{max}$. O processo é feito até que $\dot{m}_{min}$, $\dot{m}_{choke}$ e $\dot{m}_{max}$ converjam para um mesmo valor. A Fig. 22 exemplifica o procedimento para o cálculo da vazão mássica procurada.

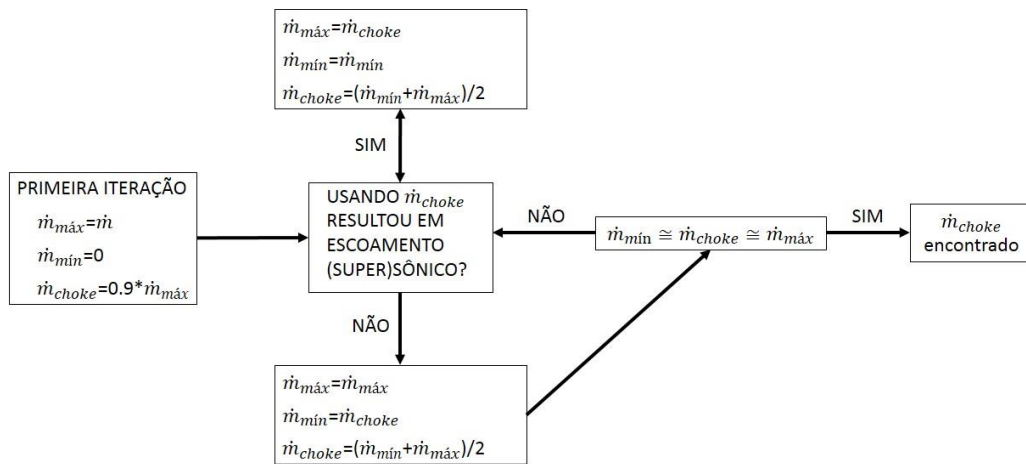


Figura 22: Procedimento para o cálculo da vazão mássica procurada.

O coeficiente de perda de pressão resultante do escoamento (super)sonico é calculado da seguinte forma:

$$Y_{exn} = ((M_{3n} - 0.9)/M_{3n})^2 \quad (3.201)$$

Sendo confirmado que o escoamento é (super)sonico na saída do bocal, as equações (3.168) até (3.197) são refeitas a fim de se obter o estado termodinâmico pouco antes do início do escoamento bloqueado. Isto é feito considerando o valor da velocidade pouco antes do escoamento se tornar bloqueado igual à velocidade do som na região, ou seja, para a equação (3.168) se assume $C_{3n} = a_{3n}$. Ao final da convergência, isto é, com a equação (3.198) atendida a pressão no início do escoamento bloqueado P_{03n}^{ch} é encontrada.

Obtido os valores de $\dot{m}_{choke}$ e de P_{03n}^{ch} , o próximo passo é a obtenção do real estado termodinâmico na saída do bocal. Novamente, trata-se de um processo iterativo, onde se procura uma pressão P_{3n} capaz de fazer com que a pressão na saída do rotor P_{3r} seja igual a pressão P_5 dada como dado de entrada no início do modelamento.

Em um primeiro momento é necessário chutar um valor para a pressão P_{3n} . Com este valor adotado, calcula-se a entalpia e a densidade na região $3n$ em função de P_{3n} e da entropia, que para a primeira iteração também deve ter seu valor adotado, sendo considerado igual a entropia s_3 obtida na etapa de *design*.

A velocidade e o ângulo do escoamento bloqueado resultante na região de saída do bocal devido ao mesmo ser (super)sônico podem ser calculados:

$$C_{3n} = \sqrt{2 * (h_{01} - h_{3n})} \quad (3.202)$$

$$\alpha_{3n} = \arcsen\left(\frac{\dot{m}_{choke}}{\rho_{3n} * A_{3n} * C_{3n} * (1 - A_{wn})}\right) \quad (3.203)$$

Com o estado termodinâmico definido em função da entalpia e da entropia, pode-se obter o número de Mach (M_{3n}), sendo a_{3n} o valor da velocidade do som na região:

$$M_{3n} = C_{3n} / a_{3n} \quad (3.204)$$

O valor encontrado em (3.204) é usada na equação (3.201), com isso o valor de Y_{exn} pode ser obtido. A pressão de estagnação P_{03n} é obtida pela seguinte relação:

$$P_{03n} = (P_{03n}^{ch} + Y_{exn} * P_{3n}) / (1 + Y_{exn}) \quad (3.205)$$

Desta forma, um novo valor para s_{3n} é calculado em função da pressão obtida em (3.205) e da entalpia de estagnação h_{01} .

O procedimento descrito de (3.202) até (3.205) é refeito até o valor da entropia convergir, com um erro menor que um determinado valor aceitável.

Finalizado esta etapa, o modelamento continua até a saída do rotor. O valor encontrado para a pressão P_{3r} é comparado com o valor de P_5 . Esta comparação permite estipular um novo valor para P_{3n} . Este novo valor realimenta a iteração que se inicia em (3.202) e termina no modelamento da saída do rotor. O procedimento se repete até que a pressão na saída do bocal (P_{3n}) seja encontrada.

O princípio para a obtenção de P_{3n} é o mesmo utilizado para a obtenção de $\dot{m}_{choke}$. O valor de P_{3n} está dentro de uma faixa, tal que $P_{min3n} < P_{3n} < P_{max3n}$. Ao final do modelamento do rotor, caso $P_{3r} < P_5$, o novo valor para P_{3n} se aproxima de P_{max3n} , do contrário, aproxima-se de P_{min3n} . A fig. 23 ilustra o procedimento para o cálculo da pressão procurada.

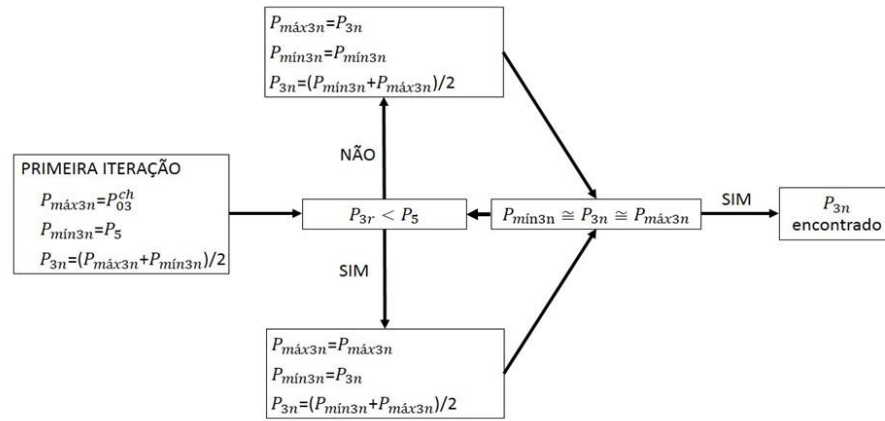


Figura 23: Procedimento para o cálculo da pressão procurada.

Após todo o procedimento descrito a modelagem do bocal está finalizada. O estado termodinâmico na região da saída é dado em função da entropia e da densidade e o triângulo de velocidades em 3n pode ser calculado por:

$$C_{t3n} = C_{3n} * \cos(\alpha_{3n}) \quad (3.206)$$

$$C_{m3n} = C_{3n} * \sin(\alpha_{3n}) \quad (3.207)$$

A modelagem da passagem anular que faz a ligação entre o bocal e o rotor da turbina radial é a próxima etapa dentro da *performance routine*.

3.2.3 Passagem anular

A fim de refinar o modelamento, a passagem anular entre o bocal e o rotor é considerada na etapa de *performance routine*. Apesar de ser uma região geometricamente simples e de dimensões pequenas em relação aos demais componentes da turbina, este estudo leva em conta as possíveis perdas que ocorrem no escoamento ao longo da passagem.

As regiões consideradas para este componente são as mesmas consideradas nos demais, sendo elas: entrada (1a), meio (2a) e saída (3a).

A geometria da passagem anular já foi definida na etapa de *design routine*, sendo:

$$r_{1a} = r_3 \quad (3.208)$$

$$r_{3a} = r_4 \quad (3.209)$$

$$r_{2a} = (r_{1a} + r_{3a})/2 \quad (3.210)$$

$$b_{1a} = b_3 \quad (3.211)$$

$$b_{3a} = b_4 \quad (3.212)$$

$$b_{2a} = (b_{1a} + b_{3a})/2 \quad (3.213)$$

$$A_{1a} = 2 * \pi * r_{1a} * b_{1a} \quad (3.214)$$

$$A_{2a} = 2 * \pi * r_{2a} * b_{2a} \quad (3.215)$$

$$A_{3a} = 2 * \pi * r_{3a} * b_{3a} \quad (3.216)$$

A velocidade tangencial na entrada da passagem anular pode ser obtida pela conservação do momento angular:

$$C_{t1a} = C_{t3n} * r_{3n} / r_{1a} \quad (3.217)$$

Com um valor assumido para a densidade na região 1a é possível calcular a velocidade meridional C_{m1a} e a entalpia h_{1a} :

$$C_{m1a} = \dot{m} / (\rho_{1a} * A_{1a}) \quad (3.218)$$

$$h_{1a} = h_{01} - (C_{m1a}^2 + C_{t1a}^2) / 2 \quad (3.219)$$

O valor da densidade pode ser recalculado em função da entalpia obtida em (3.219) e em função da entropia s_{1a} , considerada igual ao valor da entropia na saída do bocal (s_{3n}).

O novo valor recalculado reabastece os cálculos. O processo se repete até que o valor da densidade convirja com um erro menor que um determinado valor aceitável.

O ângulo do escoamento na região da entrada da passagem é dado por:

$$\alpha_{1a} = \arctg\left(\frac{C_{m1a}}{C_{t1a}}\right) \quad (3.220)$$

Considerando o escoamento isentrópico entre as regiões de entrada e central, s_{2a} acaba sendo igual a s_{1a} .

A velocidade tangencial na região do meio da passagem pode ser calculada a partir da conservação do momento angular:

$$C_{t2a} = C_{t1a} * r_{1a} / r_{2a} \quad (3.221)$$

A obtenção do estado termodinâmico assim como do triângulo de velocidades em 2a segue o mesmo procedimento adotado na região 1a.

Um valor para a densidade é assumido, o que permite o cálculo da velocidade meridional e da entalpia:

$$C_{m2a} = \dot{m} / (\rho_{2a} * A_{2a}) \quad (3.222)$$

$$h_{2a} = h_{01} - (C_{m2a}^2 + C_{t2a}^2) / 2 \quad (3.223)$$

A densidade ρ_{2a} pode ser recalculada em função da entalpia em (3.223) e da entropia.

Este valor realimenta os cálculos apresentados em (3.222) e em (3.223). O processo iterativo se repete até que a densidade ρ_{2a} convirja.

O ângulo do escoamento na região do meio da passagem pode ser calculado:

$$\alpha_{2a} = \arctg\left(\frac{C_{m2a}}{C_{t2a}}\right) \quad (3.224)$$

Como se pode ver, as regiões de entrada e central são facilmente obtidas. A região da saída da passagem anular envolve a obtenção das perdas neste elemento.

A velocidade tangencial na última região a ser calculada na passagem anular é obtida aplicando-se a conservação do momento angular:

$$C_{t3a} = C_{t1a} * r_{1a}/r_{3a} \quad (3.225)$$

Assume-se um valor inicial para a densidade ρ_{3a} sendo igual ao valor da densidade na região da entrada do rotor, obtido na etapa de *design*. Com isso, a velocidade meridional é dada por:

$$\rho_{3a} = \rho_4 \quad (3.226)$$

$$C_{m3a} = \frac{\dot{m}}{\rho_{3a} * A_{3a} * (1 - \Delta_{wa})} \quad (3.227)$$

Em que Δ_{wa} é a razão entre o valor da espessura da camada limite formada pelo escoamento nas paredes da passagem anular e a largura da passagem (b_{3a}) na região da saída do componente.

Obtido o valor da velocidade meridional, calcula-se a entalpia h_{3a} :

$$h_{3a} = h_{01} - (C_{t3a}^2 + C_{m3a}^2)/2 \quad (3.228)$$

Com o valor da entalpia calculado e o valor da densidade assumido, o estado termodinâmico na região (3a) está definido.

As perdas consideradas na passagem anular são devido à abrupta redução da área de passagem do escoamento e devido à formação da camada limite ao longo das paredes do componente

A primeira perda é chamada de *entrance loss* e resulta no seguinte coeficiente de perda de pressão:

$$Y_{ina} = \left[\left(\frac{A_{1a}}{A_{3a}} - 1 \right) * \sin(\alpha_{1a}) \right]^2 * (P_{01a} - P_{1a}) / (P_{03a} - P_{3a}) \quad (3.229)$$

A segunda perda é chama de *profile loss* cujo coeficiente de perda de pressão é dado por:

$$Y_{pa} = (2 * \Theta_{wa} + \Delta_{wa}^2) / (1 - \Delta_{wa})^2 \quad (3.230)$$

Sendo Θ_{wa} e Δ_{wa} dados por:

$$\Theta_{wa} = 2 * \left(\frac{\theta_{wa}}{b_{3a}} \right) \quad (3.231)$$

$$\Delta_{wa} = 2 * \left(\frac{\delta_{wa}^*}{b_{3a}} \right) \quad (3.232)$$

Em que θ_{wa} é chamado de *momentum thickness* e δ_{wa}^* é chamado de *displacement thickness*.

O valor de θ_{wa} pode ser calculado por:

$$\theta_{wa} = c_{fa} * \rho_{avera} * \left[\left(\frac{c_{1a}}{c_{3a}} \right)^5 + 2 * \left(\frac{c_{2a}}{c_{3a}} \right)^5 + 1 \right] * L_a / (8 * \rho_{3a}) \quad (3.233)$$

Sendo o coeficiente de *skin friction* (c_{fa}) dependente do número de Reynolds (Re_{3a}), calculado na região da saída da passagem anular, da seguinte forma:

$$Re_{3a} = \rho_{3a} * C_{3a} * b_{3a} / \mu_{3a} \quad (3.234)$$

$$c_{fa} = 16 / Re_{3a} \quad Re_{3a} < 2000 \quad (3.235)$$

$$\frac{1}{\sqrt{4 * c_{fa}}} = -2 * \log\left[\frac{2.51}{Re_{3a} * \sqrt{4 * c_{fa}}}\right] \quad Re_{3a} > 2000 \quad (3.236)$$

O valor da densidade média (ρ_{avera}) ao longo da voluta pode ser calculado por:

$$\rho_{avera} = (\rho_{1a} + 2 * \rho_{2a} + \rho_{3a}) / 4 \quad (3.237)$$

O comprimento do caminho médio percorrido pelo escoamento ao longo da passagem anular (L_a) é aproximado por:

$$L_a = \sqrt{(r_{1a} - r_{3a})^2 + b_{3a}^2} \quad (3.238)$$

O valor de δ_{wa}^* pode ser obtido a partir do cálculo de θ_{wa} considerando um fator de forma $H = 1.2857$:

$$\delta_{wa}^* = H * \theta_{wa} \quad (3.239)$$

Realizado os cálculos descritos anteriormente, o valor do coeficiente de perda total de pressão na passagem anular pode ser finalmente calculado:

$$Y_a = \frac{P_{01a} - P_{03a}}{P_{03a} - P_{3a}} = Y_{pa} + Y_{ina} \quad (3.240)$$

Lembrando que o valor de P_{01a} pode ser conseguido em função da entalpia de estagnação h_{01} e da entropia calculada para a região de entrada $1a$. P_{3a} pode ser obtido uma vez que o estado termodinâmico do escoamento na saída da passagem anular já está definido pelo valor da entalpia e da densidade.

Rearranjando a equação (3.240), pode-se calcular o valor de pressão de estagnação em (3a):

$$P_{03a} = \frac{P_{01a} + Y_a * P_{3a}}{1 + Y_a} \quad (3.241)$$

Com isso, a entropia (s_{3a}) pode ser calculada em função da pressão P_{03a} e da entalpia de estagnação ($h_{03a} = h_{01}$). Com o valor da entropia e da entalpia (h_{3a}) em mãos, novos valores para a densidade ρ_{3a} e para a pressão P_{3a} são calculados. O novo valor da densidade realimenta o início dos cálculos. O loop se repetirá até que a convergência no valor de vazão mássica seja alcançada.

A relação para a análise de convergência é dada por:

$$\left| \frac{\dot{m}}{\rho_{3a} * A_{3a} * c_{m3a} * (1 - \Delta_{wa})} - 1 \right| < \varepsilon_a \quad (3.242)$$

Em que ε_a se refere ao valor aceitável para o erro no cálculo da densidade. Com a condição da equação (3.242) atendida, a análise da passagem anular entre o bocal e o rotor tem fim.

O último passo para completar a *performance routine* é realizar a análise do rotor.

3.2.4 Rotor

Tanto a voluta como o bocal e a passagem anular são componentes fixos da turbina. O rotor é o único elemento modelado neste estudo que não é fixo, apresentando rotação em torno do eixo da turbomáquina. Por este motivo, faz-se necessário o dimensionamento deste último componente levando em conta o movimento relativo entre o escoamento e as regiões do rotor (entrada (1r), meio (2r) e saída(3r)).

A velocidade tangencial na entrada do rotor pode ser obtida pela conservação do momento angular, desta forma:

$$C_{t1r} = C_{t3a} * r_{3a}/r_{1r} \quad (3.243)$$

Lembrando que a geometria do rotor já foi definida na etapa de *design routine*, sendo:

$$r_{1r} = r_4 \quad (3.244)$$

$$r_{3r} = r_5 \quad (3.245)$$

$$\beta_{1r} = \beta_4 = 90^\circ \quad (3.246)$$

$$\beta_{3r} = \beta_5 \quad (3.247)$$

$$b_{1r} = b_4 \quad (3.248)$$

$$b_{3r} = b_5 \quad (3.249)$$

$$k_{b1r} = k_{b4} \quad (3.250)$$

$$k_{b3r} = k_{b5} \quad (3.251)$$

$$A_{1r} = 2 * \pi * r_{1r} * b_{1r} * k_{b1r} \quad (3.252)$$

$$A_{3r} = 2 * \pi * r_{3r} * b_{3r} * k_{b3r} \quad (3.253)$$

Os valores dos parâmetros geométricos para a região central podem ser obtidos a partir das equações (3.53) até (3.57), considerando que a região central é aquela em que o comprimento do caminho do escoamento é metade do comprimento total do caminho do escoamento, que é calculado por:

$$L_r = \int_0^{m_r} (dm/\sin(\beta_r)) \quad (3.254)$$

$$L_{2r} = L_r/2 \quad (3.255)$$

Sendo m_r a distância meridional total ao longo do rotor calculada através da equação (3.41), e β_r o ângulo da pá do rotor calculado pela equação (3.42). A fim de simplificar os cálculos, as equações (3.41) e (3.254) devem ser integradas da região de saída do rotor até a região de entrada do mesmo.

Após a obtenção do raio r_{2r} , do ângulo da pá β_{2r} e da largura b_{2r} , o fator de bloqueio e a área na região podem ser calculados:

$$k_{b2r} = 1 - t_{b4} * \frac{N_r}{2 * \pi * r_{2r} * \sin(\beta_{2r})} \quad (3.256)$$

$$A_{2r} = 2 * \pi * r_{2r} * b_{2r} * k_{b2r} \quad (3.257)$$

A distribuição da espessura da pá do rotor é considerada constante e igual à espessura t_{b4} até 90% do comprimento total do escoamento. Nos outros 10% restantes, a espessura diminui em uma proporção constante até atingir o valor de t_{b5} ao final da pá.

Como já foi dito, a rotação é uma importante propriedade na análise do rotor, visto que, para um escoamento adiabático e ao longo de uma mesma linha de fluxo ocorrendo neste componente, a rotação é conservada.

Sendo assim, considerando escoamento adiabático e ao longo da linha de fluxo média, o valor da rotação ao longo de todo rotor é igual a:

$$I = h_{01r} - \omega * r_{1r} * C_{t1r} \quad (3.258)$$

Lembrando que o valor de h_{01r} é igual ao valor de h_{01} .

A entropia na região de entrada é considerada como sendo igual à entropia na saída da passagem anular ($s_{1r} = s_{3a}$). Assim como acontece no modelamento dos outros componentes, a entropia na região central do rotor é igual a entropia na região da entrada, uma vez que o escoamento é considerado isentrópico entre estas duas regiões ($s_{2r} = s_{1r}$).

A obtenção do campo do escoamento recorre novamente a processos iterativos, envolvendo um chute inicial para a densidade, que permitirá calcular os triângulos de velocidade para cada uma das regiões assim como obter os estados termodinâmicos.

Assume-se um valor inicial para a densidade ρ_{1r} como sendo igual ao valor da densidade ρ_4 calculado na etapa de *design*.

A velocidade meridional e a entalpia na região 1r são dadas por:

$$C_{m1r} = \dot{m} / (\rho_{1r} * A_{1r}) \quad (3.259)$$

$$h_{1r} = I + \omega * r_{1r} * C_{t1r} - \frac{C_{m1r}^2 + C_{t1r}^2}{2} \quad (3.260)$$

A densidade pode ser recalculada em função da entropia s_{1r} e da entalpia calculada na equação descrita acima. O novo valor para a densidade ρ_{1r} realimenta os cálculos em (3.259) e (3.260). O loop se repete até que o valor para a densidade convirja com um erro inferior a um determinado valor aceitável.

Finalizado o processo iterativo, pode-se obter a velocidade tangencial relativa, a velocidade total relativa, a velocidade total, o ângulo do escoamento e o ângulo do escoamento relativo dados respectivamente por:

$$W_{t1r} = C_{t1r} - \omega * r_{1r} \quad (3.261)$$

$$W_{1r} = \sqrt{C_{m1r}^2 + W_{t1r}^2} \quad (3.262)$$

$$C_{1r} = \sqrt{C_{m1r}^2 + C_{t1r}^2} \quad (3.263)$$

$$\alpha_{1r} = \arctg\left(\frac{C_{m1r}}{C_{t1r}}\right) \quad (3.264)$$

$$\alpha'_{1r} = \arctg\left(\frac{C_{m1r}}{W_{t1r}}\right) \quad (3.265)$$

Assim, o campo do escoamento está definido para $1r$.

O mesmo procedimento se repete para a obtenção do campo do escoamento na região central do rotor.

O valor da densidade ρ_{2r} assumido inicialmente é dado pela média aritmética entre a densidade encontrada para a região da entrada do rotor e a densidade ρ_5 :

$$\rho_{2r} = (\rho_{1r} + \rho_5)/2 \quad (3.266)$$

Em seguida, o valor da velocidade total relativa e da entalpia são calculados:

$$W_{2r} = \dot{m}/(\rho_{2r} * A_{2r} * \sin(\alpha'_{2r})) \quad (3.267)$$

$$h_{2r} = I + (\omega * r_{2r})^2/2 - W_{2r}^2/2 \quad (3.268)$$

Um novo valor para a densidade pode ser obtido em função da entalpia h_{2r} e da entropia s_{2r} , o que permite o recálculo da velocidade e da entalpia. O processo se repete até a convergência do valor da densidade, com um erro menor que um determinado valor aceitável.

O valor do ângulo do escoamento relativo está relacionado com o valor do ângulo da pá β_{2r} da seguinte forma:

$$\alpha'_{2r} = 180 - \beta_{2r} \quad (3.269)$$

O campo do escoamento está definido para a região central do rotor, sendo:

$$W_{t2r} = W_{2r} * \cos(\alpha'_{2r}) \quad (3.270)$$

$$C_{m2r} = W_{2r} * \sin(\alpha'_{2r}) \quad (3.271)$$

$$C_{t2r} = W_{t2r} + \omega * r_{2r} \quad (3.272)$$

$$C_{2r} = \sqrt{C_{m2r}^2 + C_{t2r}^2} \quad (3.273)$$

$$\alpha_{2r} = \arctg\left(\frac{C_{m2r}}{C_{t2r}}\right) \quad (3.274)$$

A última região analisada no rotor é a região $3r$. Nela serão contabilizadas todas as perdas referentes ao escoamento no rotor.

O rotor é o componente da turbina radial que apresenta a geometria mais complexa. Essa geometria somada ao movimento de rotação do componente resultam em várias fontes de perda.

É importante destacar que o escoamento dentro do rotor geralmente sofre um giro de 90° da componente meridional, entrando radialmente e saindo axialmente. Este giro gera um grande gradiente no perfil do escoamento devido ao efeito da curvatura, que será traduzido em perdas.

O movimento que o rotor apresenta gera atritos na interface do componente com o restante da turbina que contribui com as perdas a serem consideradas. Além disso, as folgas necessárias para permitir esse movimento geram escapes, os mesmos também precisam ser contabilizados.

Ao total são consideradas cinco fontes internas de perdas no rotor que influenciarão na obtenção do campo do escoamento e uma perda, que também ocorre no rotor, considerada externa, que não influenciará na obtenção do campo.

Para cada uma das perdas internas é obtido um coeficiente de perda de pressão. A perda externa é contabilizada como sendo uma queda da entalpia, sem a necessidade do cálculo de um coeficiente.

Os coeficientes, seus nomes e como são calculados são descritos a seguir.

Assim como ocorre em cada um dos componentes já modelados neste estudo, é considerada uma perda devido à formação da camada limite ao longo do rotor. Os cálculos da perda chamada de *profile loss* se aproximam muito dos cálculos e do passo a passo adotado para a obtenção da mesma perda no bocal. São quatro camadas consideradas ao longo do rotor, duas referentes às paredes que limitam o componente axialmente e duas referentes às superfícies das pás.

Segundo Aungier (2005), o coeficiente de perda de pressão devido a formação das camadas limite no rotor pode ser calculado por:

$$Y_{pr} = (2 * \Theta_r + \Delta_r^2) / (1 - \Delta_r)^2 \quad (3.275)$$

Sendo Θ_r e Δ_r dados por:

$$\Theta_r = 1 - \left[1 - 2 * \left(\frac{\theta_{wr}}{b_{wr}} \right) \right] * \left[1 - \left(\frac{\theta_{bsr}}{b_{br}} \right) + \left(\frac{\theta_{bpr}}{b_{br}} \right) \right] \quad (3.276)$$

$$\Delta_r = 1 - \left[1 - 2 * \left(\frac{\delta_{wr}^*}{b_{wr}} \right) \right] * \left[1 - \left(\frac{\delta_{bsr}^*}{b_{br}} \right) + \left(\frac{\delta_{bpr}^*}{b_{br}} \right) \right] \quad (3.277)$$

Em que θ_{wr} é chamado de *momentum thickness* em relação as paredes que limitam axialmente o rotor, θ_{bsr} é o *momentum thickness* referente à superfície da pá sob baixa pressão, θ_{bpr} é o *momentum thickness* na superfície de alta pressão da pá e δ^* é chamado de *displacement thickness* referente a cada uma das superfícies conforme o subscrito.

A largura da passagem do escoamento quando a camada limite estudada se refere às paredes do rotor é dada por $b_{wr} = b_{3r}$. Já quando a camada sendo considerada é a formada nas pás, a largura da passagem é dada por $b_{br} = \text{esse}_{3r} * \text{sen}(\beta_{3r})$.

Aungier (2005) ainda sugere que a análise ao longo do rotor para as camadas limites deve ser feita considerando o estado termodinâmico de estagnação relativo, assim os *momentum thickness* são calculados pelas seguintes equações:

$$\theta_{wr} = c_{frR} * \rho_{0averrR} * \left[\left(\frac{C_{m1r}}{C_{m3r}} \right)^5 + 2 * \left(\frac{C_{m2r}}{C_{m3r}} \right)^5 + 1 \right] * (m_r) / (8 * \rho_{03rR}) \quad (3.278)$$

$$\theta_{bsr} = c_{fbsrR} * \rho_{0averbsrR} * \left[\left(\frac{W_{bs1r}}{W_{bs3r}} \right)^5 + 2 * \left(\frac{W_{bs2r}}{W_{bs3r}} \right)^5 + 1 \right] * (L_r) / (8 * \rho_{0bs3rR}) \quad (3.279)$$

$$\theta_{bpr} = c_{fbprR} * \rho_{0averbprR} * \left[\left(\frac{W_{bp1r}}{W_{bp3r}} \right)^5 + 2 * \left(\frac{W_{bp2r}}{W_{bp3r}} \right)^5 + 1 \right] * (L_r) / (8 * \rho_{0bp3rR}) \quad (3.280)$$

Sendo a letra *R* utilizada como subscrito para indicar que as propriedades foram calculadas considerando as velocidades relativas. As velocidades empregadas nas equações (3.279) e (3.280) são as componentes da velocidade relativa do escoamento paralelas à superfície da pá para cada uma das regiões, sendo calculadas por:

$$W_{bs1r} = C_{m1r} \quad (3.281)$$

$$W_{bs2r} = W_{2r} + \Delta W_r \quad (3.282)$$

$$W_{bs3r} = W_{3r} * (1 - \Delta_{wr}) / (1 - \Delta_r) \quad (3.283)$$

$$W_{bp1r} = C_{m1r} \quad (3.284)$$

$$W_{bp2r} = W_{2r} - \Delta W_r \quad (3.285)$$

$$W_{bp3r} = W_{3r} * (1 - \Delta_{wr}) / (1 - \Delta_r) \quad (3.286)$$

A diferença entre as velocidades na região *2r* é causada considerando o efeito da carga que o próprio escoamento gera sobre as pás. O valor da carga no meio da pá do rotor pode ser dado por:

$$\Delta W_r = 2 * \pi * |r_{3r} * C_{t3r} - r_{1r} * C_{t1r}| / (L_r * N_r) \quad (3.287)$$

O modelo adotado para representar a carga ao longo das pás é o mesmo modelo ilustrado na Fig. 18, basta substituir *C* por *W*.

Assim como acontece para o bocal, a velocidade considerada nas pás na região da saída do rotor é ajustada para a obtenção do coeficiente de perda de pressão. A influência da formação das camadas limite nas pás altera o valor da área considerada para o escoamento, e por isso a necessidade de se ajustar o valor de W_{bs3r} e de W_{bp3r} em relação ao valor de W_{3r} pela razão $(1 - \Delta_{wr}) / (1 - \Delta_r)$.

Como se pode observar pelos subscritos nas equações (3.278) até (3.280) os valores das propriedades termodinâmicas são calculados para cada um dos momentos em função das velocidades consideradas, e são utilizadas as propriedades de estagnação. Isso significa que o estado termodinâmico em uma determinada região para uma determinada parede é obtido da seguinte forma:

$$\text{entalpia total relativa} = \text{entalpia estática} + (\text{velocidade relativa na parede})^2 / 2 \quad (3.288)$$

$$\text{entropia na parede} = \text{entropia da região} \quad (3.289)$$

Para melhor entendimento, o cálculo de θ_{bsr} será desenvolvido a seguir por inteiro. O mesmo desenvolvimento vale para os demais momentos, desde que sejam consideradas as velocidades e geometrias corretas que se referem ao momento sendo calculado.

A obtenção do *skin friction* (c_{fbsrR}) depende do número de Reynolds (Re_{obs3rR}), calculado na região da saída do rotor referente à superfície de baixa pressão (sucção) da pá, da seguinte forma:

$$Re_{obs3rR} = \rho_{obs3rR} * W_{bs3r} * b_{br} / \mu_{obs3rR} \quad (3.290)$$

$$c_{fbsrR} = 16 / Re_{obs3rR} \quad Re_{obs3rR} < 2000 \quad (3.291)$$

$$\frac{1}{\sqrt{4 * c_{fbsrR}}} = -2 * \log \left[\frac{2.51}{Re_{obs3rR} * \sqrt{4 * c_{fbsrR}}} \right] \quad Re_{obs3rR} > 2000 \quad (3.292)$$

Conforme é descrito nas equações (3.288) e (3.289), o estado termodinâmico referente à superfície de sucção da pá usado para o cálculo do momento pode ser dado em função da entalpia total relativa h_{obs3rR} e da entropia s_{bs3r} :

$$h_{obs3rR} = h_{3r} + W_{bs3r}^2 / 2 \quad (3.293)$$

$$s_{bs3r} = s_{3r} \quad (3.294)$$

Assim, torna-se possível a obtenção dos valores de densidade ρ_{obs3rR} e de viscosidade dinâmica μ_{obs3rR} .

O valor da densidade média ao longo do escoamento na superfície de sucção da pá é dado por:

$$\rho_{0averbsrR} = (\rho_{obs1rR} + 2 * \rho_{obs2rR} + \rho_{obs3rR}) / 4 \quad (3.295)$$

Os valores de ρ_{obs1rR} e de ρ_{obs2rR} são calculados a partir da entalpia e da entropia obtidas seguindo o método descrito nas equações (3.288) e (3.289).

O comprimento do caminho percorrido pelo escoamento ao longo da linha média do rotor já foi calculado em (3.254). m_r se refere a distância meridional total no rotor obtida pela equação (3.41).

Usando um fator de forma da camada limite $H = 1.2857$, pode-se relacionar δ_{bsr}^* com θ_{bsr} da seguinte forma:

$$\delta_{bsr}^* = H * \theta_{bsr} \quad (3.296)$$

Os cálculos descritos para a obtenção do *momentum thickness* na superfície de sucção da pá devem ser realizados para obtenção dos demais momentos (θ_{wr} , θ_{bpr}).

Outra perda levada em conta no rotor que também acontece no bocal é a perda devido ao ângulo de incidência na entrada do mesmo. O coeficiente da perda pode ser calculada por:

$$Y_{incr} = \text{sen}^2(\alpha_{1r} - \alpha_{1r}^*) * \frac{P_{01rR} - P_{1r}}{P_{03rR} - P_{3r}} \quad (3.297)$$

Em que α_{1r}^* é o ângulo de incidência ótimo. Ele pode ser calculado por:

$$\sigma = 1 - |\text{sen}(\phi_3 - \phi_1)| / (N_r^{0.7}) \quad (3.298)$$

$$C_{t1r}^* = \sigma * (r_{1r} * \omega - C_{m1r} * \cot g(\beta_{1r})) \quad (3.299)$$

$$\alpha_{1r}^* = \arctg\left(\frac{C_{m1r}}{C_{t1r}^*}\right) \quad (3.300)$$

Sendo σ chamada de fator de escorregamento e ϕ o ângulo que a linha média do escoamento ao longo da meridional faz com a horizontal. A razão de raio no rotor é dada por $\varepsilon = r_{3r}/r_{1r}$. Para casos em que a razão exceda um limite ε_{lim} , o fator de escorregamento deve ser corrigido da seguinte forma:

$$\varepsilon_{lim} = (\sigma - \sigma_0) / (1 - \sigma_0) \quad (3.301)$$

$$\sigma_0 = \text{sen}(19^\circ + \frac{\beta_{1r}}{5}) \quad (3.302)$$

$$\sigma_{corrigido} = \sigma(1 - \xi) \quad (3.303)$$

$$\xi = \left[\frac{\varepsilon - \varepsilon_{lim}}{1 - \varepsilon_{lim}} \right] \sqrt{\left(\frac{\beta_{1r}}{10} \right)} \quad (3.304)$$

A pressão de estagnação relativa P_{03rR} pode ser obtida em função da entropia e da entalpia de estagnação relativa que são recalculadas cada vez que o valor da densidade adotada na região da saída do rotor é atualizado no processo iterativo que o modelamento recorre.

O valor da pressão estática P_{3r} pode ser obtido em função da entropia s_{3r} e da densidade ρ_{3r} , que também se atualizam cada vez que o processo iterativo se repete.

As pressões referentes à região da entrada do rotor já foram obtidas no começo da análise do componente.

O coeficiente de perda de pressão devido ao efeito da curvatura chamado de *hub-to-shroud loss* é dado por:

$$Y_{hsr} = \frac{1}{24} * \left(2 * \frac{\Delta W_r}{W_{3r}} \right)^2 \quad (3.305)$$

O cálculo da perda referente à folga nas pás chamada de *clearance loss* foi adaptado de Rahbar (2014), tendo seu coeficiente calculado neste estudo por:

$$e_x = 0.04 * (r_{s5} - r_{h5}) \quad (3.306)$$

$$e_r = e_x \quad (3.307)$$

$$C_x = (1 - \left(\frac{r_{s5}}{r_4}\right)) / (C_{m1r} * b_4) \quad (3.308)$$

$$C_r = \left(\frac{r_{s5}}{r_4}\right) * (\Delta_{zr} - b_{1r}) / (C_{m3r} * r_{3r} * b_{3r}) \quad (3.309)$$

$$\Delta h_{clearance} = (N_r * U_4^3) * \frac{0.4 * e_x * C_x + 0.75 * e_r * C_r - 0.3 * \sqrt{e_r * e_x * C_r * C_x}}{8 * \pi} \quad (3.310)$$

$$Y_{clr} = \Delta h_{clearance} * \rho_{0averrR} / (\omega * |C_{t1r} * r_{1r} - C_{t3r} * r_{3r}| * \rho_{averr}) \quad (3.311)$$

Sendo as densidades médias usadas na última equação calculadas pelo mesmo método indicado na equação (3.295)

A última perda considerada no rotor que vai influenciar o campo de escoamento é a perda referente à carga que o escoamento aplica sobre as pás do componente. O coeficiente de perda de pressão devido a esta carga pode ser calculado por:

$$Y_{blr} = \frac{1}{24} * (2 * \frac{\Delta W_r}{W_{3r}})^2 \quad (3.312)$$

Somando todos os cinco coeficientes calculados, tem-se o coeficiente de perda total de pressão no rotor:

$$Y_r = \frac{P_{03rsR} - P_{03rR}}{P_{03rR} - P_{3r}} = Y_{pr} + Y_{incr} + Y_{hsr} + Y_{clr} + Y_{blr} \quad (3.313)$$

O valor de P_{03rsR} pode ser obtido em função da entalpia de estagnação relativa h_{03rR} e da entropia na entrada do rotor s_{1r} .

Com as perdas descritas acima inicia-se a análise da região da saída do rotor.

Assim como foi feito para todas as outras regiões, é necessário adotar um valor inicial para a densidade. O valor inicial adotado é igual ao valor da densidade ρ_5 .

O valor da entropia s_{3r} em um primeiro momento também é adotado, sendo considerado igual a s_5 .

O ângulo do escoamento relativo α'_{3r} é obtido por:

$$\alpha'_{th} = b_{th} * (-o_5) / (esse_5 * b_{3r}) \quad (3.314)$$

$$\alpha'_{3r} = \arctg(tg(\alpha'_{th}) * \frac{r_3}{r_{th}}) \quad (3.315)$$

Sendo que o subscrito th se refere à região da garganta do rotor. O valor do raio e da largura na garganta são dados por:

$$r_{th} = r_{3r} - o_5^2 * \frac{\sin(\phi_3)}{2 * esse_5} \quad (3.316)$$

$$b_{th} = b_{3r} \quad (3.317)$$

Como neste estudo o valor de ϕ_3 é igual a 0° devido a geometria adotada para as pás do rotor, tem-se que o raio da garganta coincide com o raio r_{3r} .

Os triângulos de velocidade na região da saída do rotor podem ser obtidos:

$$W_{3r} = \dot{m} / (\rho_{3r} * A_{3r} * (1 - \Delta_{wr}) * \sin(\alpha'_{3r})) \quad (3.318)$$

$$C_{m3r} = W_{3r} * \sin(\alpha'_{3r}) \quad (3.319)$$

$$W_{t3r} = W_{3r} * \cos(\alpha'_{3r}) \quad (3.320)$$

$$C_{t3r} = W_{t3r} + \omega * r_{3r} \quad (3.321)$$

$$C_{3r} = \sqrt{C_{m3r}^2 + C_{t3r}^2} \quad (3.322)$$

Com os triângulos de velocidade obtidos, as entalpias podem ser calculadas:

$$h_{3r} = I + (\omega * r_{3r})^2 / 2 - W_{3r}^2 / 2 \quad (3.323)$$

$$h_{03r} = h_{3r} + C_{3r}^2 / 2 \quad (3.324)$$

$$h_{03rR} = h_{3r} + W_{3r}^2 \quad (3.325)$$

As entalpias juntamente com o valor da entropia s_{3r} estabelecem os estados termodinâmicos estático, de estagnação e de estagnação relativo respectivamente.

Com os triângulos e os estados obtidos, as perdas que ocorrem no rotor, descritas no início, podem ser calculadas.

Rearranjando a equação (3.313), o valor da pressão total de estagnação relativa pode ser calculada:

$$P_{03rR} = \frac{P_{03rsR} + Y_r * P_{3r}}{1 + Y_r} \quad (3.326)$$

Com o valor de P_{03rR} e de h_{03rR} se obtém um novo valor para a entropia na região da saída do rotor. A nova entropia juntamente com o valor de h_{3r} permitem o recálculo no valor da densidade. O processo se repete até que a densidade ρ_{3r} convirja com um erro menor que um determinado valor aceitável.

Como já foi dito, a possibilidade de escoamento bloqueado só é verificada na saída do bocal, posto que a saída do bocal é a região mais propensa a apresentar escoamento (super)sônico.

Uma última etapa é necessária para finalizar a *performance routine*. A vazão mássica deve ser corrigida repetidamente até que o valor encontrado para P_{3r} seja igual ao valor de P_5 .

O método empregado para corrigir o valor da vazão mássica consiste em aplicar uma linearização entre a dupla de valores $(P_{3r}; \dot{m})_i$ e $(P_{3r}; \dot{m})_{i-1}$, em que i e $i - 1$ indicam respectivamente o valor atual e o obtido da iteração anterior. A equação da reta que descreve a obtenção do novo valor de vazão mássica tem o coeficiente angular a :

$$a = (\dot{m}_i - \dot{m}_{i-1}) / (P_{3ri} - P_{3ri-1}) \quad (3.327)$$

O novo valor da vazão mássica para uma próxima iteração pode ser dado por:

$$\dot{m}_{i+1} = a * (P_5 - P_{3ri}) + \dot{m}_i \quad (3.328)$$

Este valor obtido realimenta toda a etapa de *performance routine*, de forma que toda ela deve ser executada novamente até a convergência de P_{3r} em P_5 .

A eficiência *total-to-static* resultante das etapas de *design* e *performance* é:

$$\eta_{ts} = (h_{01r} - h_{03r}) / (h_{01} - h_{5s}) \quad (3.329)$$

A eficiência obtida da equação (3.329), a pressão P_{01r} e a densidade ρ_{3r} servirão para substituir os valores assumidos de η_{ts} , P_{04} e ρ_5 no início da pré análise da turbina. Assim, todo o processo deve ser executado novamente, desde o *design* até a etapa de *performance*. O loop se repetirá até a convergência do valor da eficiência *total-to-static* ser atingida.

Uma última perda é considerada após a obtenção do valor da eficiência. É a perda que ocorre no rotor, anteriormente apresentada como uma perda externa, que não influencia nos cálculos do campo do escoamento. Esta perda se refere ao atrito no disco do rotor com o restante da turbina e pode ser calculada por:

$$\Delta h_{df} = C_M * \rho_{averr} * \omega^3 * r_{1r}^5 / (2 * \dot{m}) \quad (3.330)$$

Sendo C_M o coeficiente de torque. Aungier (2005), a partir dos estudos desenvolvidos por Daily e Nece (1960), apresenta quatro equações empíricas que permitem o cálculo deste coeficiente. Os quatro modelos empíricos de equação surgem devido a necessidade de se descrever quatro tipos diferentes de escoamento, que dependem do número de Reynolds calculado no disco Re_d e da folga do disco Δ , que vão influenciar na obtenção de C_M .

Os quatro tipos são:

1. Laminar, com camadas limites misturadas;
2. Laminar, com camadas limites separadas;
3. Turbulento, com camadas limites misturadas;
4. Turbulento, com camadas limites separadas.

As quatro equações que permitem obter o coeficiente de torque para cada caso de escoamento são respectivamente:

$$C_{M1} = \frac{2 * \pi}{\left(\frac{\Delta}{r_{1r}}\right) * Re_d} \quad (3.331)$$

$$C_{M2} = \frac{3.7 * \left(\frac{\Delta}{r_{1r}}\right)}{\sqrt{Re_d}} \quad (3.332)$$

$$C_{M3} = \frac{0.08}{\left(\frac{\Delta}{r_{1r}}\right)^{\frac{1}{6}} * Re_d^{\frac{1}{4}}} \quad (3.333)$$

$$C_{M4} = \frac{0.102 * \left(\frac{\Delta}{r_{1r}}\right)^{0.1}}{Re_d^{0.2}} \quad (3.334)$$

O valor do número de Reynolds calculado no disco pode ser obtido por:

$$Re_d = \rho_{1r} * \omega * r_{1r}^2 / \mu_{1r} \quad (3.335)$$

Assume-se que a folga do disco está relacionada com o raio do disco, sendo:

$$\Delta = r_{1r} * 0.217 \quad (3.336)$$

Com o valor calculado da queda de entalpia gerada pelo atrito no disco do rotor, o valor da eficiência é ajustado levando em conta Δh_{df} :

$$\eta_{ts} = (h_{01r} - h_{03r} - \Delta h_{df}) / (h_{01} - h_{5s}) \quad (3.337)$$

A equação (3.337) dá o valor da eficiência *total-to-static* da turbina obtido através das etapas de *design* e *performance* descritas e levando em consideração o atrito existente no disco do rotor. A descrição da pré análise adotada neste estudo foi concluída e seus resultados serão discutidos nos próximos tópicos do trabalho.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Implementando a metodologia apresentada em um código desenvolvido no *software Matlab* (2015) com os dados de entrada exibidos na tabela 1, foi possível obter o mapa de eficiência da turbina. Para este estudo, o mapa foi desenvolvido considerando uma faixa de variação em dois parâmetros adimensionais, são eles: a velocidade específica e a razão de velocidades.

4.1. Mapa da turbina

A faixa analisada para a velocidade específica foi de 0.35-0.53 com passo de 0.01, já para a razão de velocidades foi de 0.50-0.80 com passo de 0.03. Ao todo foram calculados 209 pontos. As limitações computacionais influenciaram na limitação da quantidade de pontos assim como na precisão de certos processos intermediários que envolviam integração por partes e diferenças finitas que acabaram por afetar os resultados já que os passos entre os pontos e os passos usados nos processos de diferenças finitas poderiam ser menores, garantindo um resultado mais preciso. Ainda assim, os resultados obtidos são válidos, sendo a escolha por passos menores meramente estética, já que permitiria um mapa de eficiência com linhas mais suaves e não as quebras que a Fig. 24 apresenta. Mais pra frente o mapa será comparado com um mapa presente na literatura, e será possível verificar que a tendência que ambos apresentam são muito parecidas.

As tabelas de 3 a 12 representam os resultados obtidos na simulação, indicando as perdas de pressão ao longo de cada componente, a perda total de pressão na turbina, perdas devido ao atrito no rotor, energia cinética na saída do rotor e os valores de eficiência encontrados. As tabelas também apresentam a quantidade de pás encontradas para o bocal e para o rotor, e ainda, a tabela 10 indica combinações de n_s e v_s que resultariam em escoamento bloqueado (supersônico) na região de saída do bocal.

Tabela 3: Coeficiente de perda de pressão total na voluta em função da velocidade específica e da razão de velocidades.

		Razão de velocidade										
		0.50	0.53	0.56	0.59	0.62	0.65	0.68	0.71	0.74	0.77	0.80
Velocidade Específica	0.35	0.0129	0.0142	0.0156	0.0171	0.0184	0.0199	0.0213	0.0227	0.0240	0.0258	0.0273
	0.36	0.0125	0.0138	0.0152	0.0165	0.0179	0.0195	0.0208	0.0222	0.0235	0.0247	0.0260
	0.37	0.0126	0.0133	0.0146	0.0159	0.0174	0.0188	0.0201	0.0214	0.0228	0.0240	0.0258
	0.38	0.0122	0.0129	0.0141	0.0154	0.0168	0.0181	0.0196	0.0208	0.0220	0.0232	0.0247
	0.39	0.0118	0.0125	0.0137	0.0150	0.0162	0.0177	0.0189	0.0201	0.0213	0.0226	0.0239
	0.40	0.0110	0.0121	0.0133	0.0146	0.0159	0.0171	0.0183	0.0197	0.0208	0.0219	0.0234
	0.41	0.0107	0.0118	0.0130	0.0141	0.0154	0.0166	0.0179	0.0190	0.0202	0.0212	0.0226
	0.42	0.0104	0.0114	0.0126	0.0138	0.0150	0.0162	0.0174	0.0185	0.0198	0.0208	0.0218
	0.43	0.0101	0.0113	0.0124	0.0136	0.0148	0.0159	0.0171	0.0182	0.0193	0.0206	0.0216
	0.44	0.0099	0.0110	0.0121	0.0132	0.0144	0.0156	0.0167	0.0177	0.0190	0.0200	0.0209
	0.45	0.0097	0.0108	0.0123	0.0129	0.0141	0.0152	0.0164	0.0174	0.0184	0.0194	0.0204
	0.46	0.0094	0.0105	0.0116	0.0127	0.0138	0.0149	0.0159	0.0170	0.0179	0.0191	0.0200
	0.47	0.0092	0.0102	0.0113	0.0123	0.0134	0.0145	0.0155	0.0167	0.0177	0.0186	0.0195
	0.48	0.0090	0.0100	0.0111	0.0120	0.0132	0.0142	0.0153	0.0163	0.0172	0.0182	0.0193
	0.49	0.0088	0.0098	0.0108	0.0119	0.0129	0.0139	0.0149	0.0159	0.0170	0.0179	0.0188
	0.50	0.0086	0.0096	0.0105	0.0116	0.0127	0.0136	0.0146	0.0157	0.0166	0.0175	0.0184
	0.51	0.0085	0.0094	0.0104	0.0113	0.0124	0.0133	0.0144	0.0153	0.0162	0.0173	0.0182
	0.52	0.0083	0.0092	0.0102	0.0112	0.0121	0.0131	0.0141	0.0150	0.0160	0.0169	0.0178
	0.53	0.0081	0.0091	0.0100	0.0109	0.0120	0.0129	0.0137	0.0148	0.0157	0.0165	0.0174

Pelos valores apresentados na tabela 3, observa-se que o valor do coeficiente de perda total de pressão na voluta aumenta conforme o valor da razão de velocidades. Já em relação à velocidade específica, conforme o valor desta aumenta o valor para o coeficiente de perda tende à diminuir.

A tabela 4 se refere aos valores de perda de pressão total encontrados para o bocal. Conforme se pode observar, o valor do coeficiente de perda de pressão tende a cair conforme o aumento da velocidade específica. Em relação à razão de velocidades, o comportamento do coeficiente não fica muito claro, sendo que em alguns momentos o valor parece não variar muito, em outros tende a aumentar e para $n_s > 0.50$, o coeficiente mostra uma tendência de queda conforme v_s aumenta.

Tabela 4: Coeficiente de perda de pressão total no bocal em função da velocidade específica e da razão de velocidades.

		Razão de velocidade										
		0.50	0.53	0.56	0.59	0.62	0.65	0.68	0.71	0.74	0.77	0.80
Velocidade Específica	0.35	0.0975	0.0883	0.0797	0.0736	0.0696	0.0744	0.0752	0.0759	0.0767	0.0768	0.0771
	0.36	0.0953	0.0865	0.0783	0.0723	0.0686	0.0733	0.0740	0.0747	0.0754	0.0762	0.0755
	0.37	0.0958	0.0854	0.0781	0.0717	0.0683	0.0728	0.0735	0.0741	0.0748	0.0756	0.0750
	0.38	0.0942	0.0842	0.0771	0.0705	0.0678	0.0724	0.0730	0.0736	0.0742	0.0748	0.0749
	0.39	0.0927	0.0831	0.0763	0.0705	0.0674	0.0721	0.0725	0.0730	0.0735	0.0743	0.0741
	0.40	0.0903	0.0820	0.0754	0.0697	0.0672	0.0716	0.0720	0.0726	0.0730	0.0736	0.0736
	0.41	0.0888	0.0815	0.0747	0.0696	0.0664	0.0712	0.0716	0.0720	0.0724	0.0728	0.0728
	0.42	0.0872	0.0803	0.0738	0.0692	0.0660	0.0709	0.0711	0.0713	0.0719	0.0723	0.0727
	0.43	0.0847	0.0786	0.0725	0.0681	0.0697	0.0697	0.0700	0.0702	0.0706	0.0712	0.0716
	0.44	0.0825	0.0773	0.0719	0.0675	0.0693	0.0694	0.0695	0.0697	0.0702	0.0705	0.0708
	0.45	0.0804	0.0757	0.0713	0.0668	0.0691	0.0690	0.0692	0.0693	0.0695	0.0697	0.0700
	0.46	0.0787	0.0740	0.0694	0.0664	0.0687	0.0687	0.0687	0.0687	0.0688	0.0694	0.0696
	0.47	0.0764	0.0723	0.0687	0.0658	0.0684	0.0683	0.0681	0.0684	0.0685	0.0687	0.0688
	0.48	0.0743	0.0704	0.0679	0.0651	0.0683	0.0678	0.0679	0.0678	0.0678	0.0679	0.0685
	0.49	0.0716	0.0698	0.0668	0.0687	0.0679	0.0677	0.0673	0.0672	0.0676	0.0676	0.0677
	0.50	0.0704	0.0684	0.0659	0.0684	0.0678	0.0672	0.0668	0.0670	0.0669	0.0669	0.0670
	0.51	0.0694	0.0676	0.0695	0.0680	0.0673	0.0667	0.0666	0.0663	0.0662	0.0667	0.0667
	0.52	0.0736	0.0710	0.0692	0.0680	0.0669	0.0666	0.0660	0.0657	0.0660	0.0659	0.0659
	0.53	0.0736	0.0711	0.0689	0.0676	0.0669	0.0660	0.0655	0.0655	0.0653	0.0652	0.0652

Tabela 5: Coeficiente de perda de pressão total no rotor em função da velocidade específica e da razão de velocidades.

		Razão de velocidade										
		0.50	0.53	0.56	0.59	0.62	0.65	0.68	0.71	0.74	0.77	0.80
Velocidade Específica	0.35	0.4500	0.4176	0.4420	0.4323	0.4490	0.5199	0.5583	0.6150	0.6944	0.8331	0.9137
	0.36	0.4486	0.4108	0.4295	0.4235	0.4283	0.4894	0.5205	0.5764	0.6445	0.7742	0.8284
	0.37	0.4514	0.4012	0.3814	0.4097	0.4145	0.4336	0.5051	0.5485	0.6111	0.7433	0.8018
	0.38	0.4405	0.3916	0.3721	0.3975	0.3995	0.4185	0.4504	0.5230	0.5810	0.7013	0.7968
	0.39	0.4264	0.3822	0.3614	0.3533	0.3869	0.4088	0.4334	0.4993	0.5535	0.6632	0.7505
	0.40	0.3717	0.3711	0.3524	0.3441	0.3742	0.3947	0.4110	0.4773	0.5279	0.6289	0.7100
	0.41	0.3606	0.3318	0.3436	0.3350	0.3630	0.3757	0.3961	0.4572	0.5043	0.5979	0.6896
	0.42	0.3515	0.3242	0.3350	0.3264	0.3276	0.3633	0.3822	0.4183	0.4837	0.5699	0.6685
	0.43	0.3525	0.3262	0.3294	0.3216	0.3227	0.3529	0.3681	0.3992	0.4570	0.5110	0.6034
	0.44	0.3345	0.3152	0.2995	0.3134	0.3145	0.3417	0.3559	0.3851	0.4383	0.5038	0.5792
	0.45	0.3161	0.3050	0.3250	0.3027	0.3060	0.3312	0.3449	0.3681	0.4220	0.4728	0.5493
	0.46	0.2757	0.2922	0.2804	0.2972	0.2961	0.3027	0.3340	0.3559	0.4043	0.4521	0.5296
	0.47	0.2590	0.2788	0.2730	0.2654	0.2910	0.2941	0.3267	0.3477	0.3935	0.4382	0.4921
	0.48	0.2416	0.2674	0.2630	0.2575	0.2836	0.2863	0.3175	0.3365	0.3654	0.4206	0.4708
	0.49	0.2261	0.2318	0.2529	0.2546	0.2762	0.2816	0.2911	0.3263	0.3530	0.4047	0.4564
	0.50	0.2085	0.2189	0.2447	0.2467	0.2691	0.2743	0.2831	0.3195	0.3449	0.3804	0.4381
	0.51	0.1931	0.2077	0.2372	0.2387	0.2419	0.2674	0.2782	0.2934	0.3338	0.3671	0.4121
	0.52	0.1807	0.1978	0.2288	0.2326	0.2349	0.2605	0.2709	0.2851	0.3238	0.3548	0.3970
	0.53	0.1640	0.1865	0.1972	0.2243	0.2302	0.2562	0.2639	0.2773	0.3174	0.3467	0.3867

A tabela 5 mostra os valores obtidos para o coeficiente de perda de pressão total que ocorre no rotor. Analisando os valores, o coeficiente tem comportamento inverso em relação à velocidade específica, isto é, conforme esta aumenta o valor do coeficiente diminui. Já para o caso da razão de velocidades, na maioria dos casos a tendência observada é o coeficiente aumentar conforme a razão aumenta.

A tabela 6 é o resultado da soma dos valores encontrados nas tabelas 3, 4 e 5 juntamente com os valores de coeficiente de perda para a passagem anular entre bocal e rotor, cujos dados não foram expostos já que seus resultados são muito baixos e pouco influenciam quando comparados com os demais coeficientes. Conforme acontece para todos os componentes, o coeficiente apresenta uma tendência clara de queda quando o valor da velocidade específica aumenta. No caso da relação com a razão de velocidades, para os pontos do canto superior esquerdo fica difícil de se perceber uma tendência, mas analisando os demais pontos na tabela, a tendência é do coeficiente aumentar conforme a razão aumenta.

Tabela 6: Coeficiente de perda de pressão total na turbina em função da velocidade específica e da razão de velocidades.

		Razão de velocidade										
		0.50	0.53	0.56	0.59	0.62	0.65	0.68	0.71	0.74	0.77	0.80
Velocidade Específica	0.35	0.5648	0.5246	0.5418	0.5275	0.5417	0.6190	0.6595	0.7184	0.8000	0.9406	1.0231
	0.36	0.5607	0.5156	0.5275	0.5170	0.5194	0.5869	0.6200	0.6780	0.7482	0.8799	0.9349
	0.37	0.5642	0.5044	0.4786	0.5019	0.5049	0.5299	0.6034	0.6487	0.7137	0.8478	0.9076
	0.38	0.5513	0.4932	0.4678	0.4880	0.4887	0.5137	0.5477	0.6222	0.6821	0.8042	0.9013
	0.39	0.5353	0.4822	0.4558	0.4433	0.4751	0.5032	0.5294	0.5972	0.6531	0.7649	0.8533
	0.40	0.4773	0.4696	0.4455	0.4329	0.4618	0.4881	0.5059	0.5743	0.6265	0.7292	0.8118
	0.41	0.4643	0.4294	0.4357	0.4232	0.4494	0.4681	0.4903	0.5529	0.6016	0.6968	0.7899
	0.42	0.4533	0.4203	0.4258	0.4138	0.4131	0.4550	0.4752	0.5129	0.5801	0.6678	0.7679
	0.43	0.4516	0.4204	0.4187	0.4078	0.4117	0.4430	0.4599	0.4923	0.5516	0.6075	0.7014
	0.44	0.4312	0.4078	0.3879	0.3985	0.4027	0.4313	0.4467	0.4771	0.5322	0.5990	0.6758
	0.45	0.4104	0.3958	0.4130	0.3869	0.3938	0.4199	0.4351	0.4594	0.5147	0.5668	0.6445
	0.46	0.3681	0.3810	0.3657	0.3807	0.3831	0.3909	0.4232	0.4462	0.4957	0.5453	0.6241
	0.47	0.3488	0.3656	0.3573	0.3479	0.3772	0.3814	0.4150	0.4375	0.4844	0.5302	0.5853
	0.48	0.3292	0.3522	0.3464	0.3390	0.3695	0.3728	0.4052	0.4252	0.4551	0.5114	0.5633
	0.49	0.3108	0.3156	0.3349	0.3396	0.3614	0.3677	0.3779	0.4139	0.4422	0.4950	0.5477
	0.50	0.2917	0.3012	0.3255	0.3311	0.3540	0.3596	0.3690	0.4068	0.4330	0.4695	0.5281
	0.51	0.2752	0.2890	0.3214	0.3225	0.3260	0.3518	0.3637	0.3797	0.4209	0.4557	0.5016
	0.52	0.2669	0.2824	0.3126	0.3162	0.3184	0.3447	0.3556	0.3704	0.4105	0.4423	0.4854
	0.53	0.2500	0.2710	0.2805	0.3073	0.3135	0.3396	0.3476	0.3622	0.4030	0.4331	0.4740

Outro ponto importante a se analisar é a participação do rotor em relação ao resultado total das perdas. Como é de se esperar, segundo o que a literatura mostra, as perdas no rotor contribuem com a maior parcela uma vez que: o rotor é o componente mais complexo da turbina, o único que apresenta movimento em relação ao escoamento, o que gera perdas por atrito e folga que ocorrem somente neste componente, e somado a tudo isso, o escoamento dentro do rotor sofre uma rotação de 90° graus na direção meridional, gerando perdas devido à curvatura do caminho percorrido pelo fluido. Fazendo um comparativo com os valores obtidos, o coeficiente de perda de pressão no rotor representa, em média, uma parcela de 80% em relação ao coeficiente total de perda de pressão. Este valor reafirma a importância que o rotor tem para a obtenção do valor de eficiência da turbina, sendo sua análise dimensional fundamental para o projeto da turbina, influenciando, em grande parte, o desempenho que a turbina irá apresentar.

Tabela 7: Energia cinética na saída do rotor em kJ/kg em função da velocidade específica e da razão de velocidades.

		Razão de velocidade										
		0.50	0.53	0.56	0.59	0.62	0.65	0.68	0.71	0.74	0.77	0.80
Velocidade Específica	0.35	0.8283	0.7228	0.6348	0.5645	0.5032	0.4480	0.4015	0.3596	0.3213	0.2892	0.2629
	0.36	0.8587	0.7465	0.6544	0.5812	0.5178	0.4612	0.4137	0.3705	0.3320	0.2930	0.2644
	0.37	0.8648	0.7739	0.6781	0.5995	0.5337	0.4754	0.4244	0.3807	0.3410	0.3003	0.2713
	0.38	0.8999	0.8030	0.7022	0.6183	0.5486	0.4890	0.4376	0.3910	0.3503	0.3090	0.2755
	0.39	0.9348	0.8339	0.7269	0.6402	0.5665	0.5024	0.4499	0.4019	0.3601	0.3179	0.2831
	0.40	1.0148	0.8665	0.7527	0.6611	0.5834	0.5177	0.4629	0.4131	0.3701	0.3273	0.2912
	0.41	1.0594	0.9032	0.7801	0.6834	0.5999	0.5333	0.4763	0.4250	0.3807	0.3370	0.2989
	0.42	1.1069	0.9397	0.8079	0.7069	0.6180	0.5500	0.4904	0.4391	0.3914	0.3469	0.3221
	0.43	1.1590	0.9741	0.8368	0.7291	0.6398	0.5671	0.5056	0.4527	0.4048	0.3617	0.3256
	0.44	1.2700	1.0238	0.8712	0.7547	0.6619	0.5848	0.5210	0.4662	0.4160	0.3713	0.3443
	0.45	1.3950	1.1167	0.8766	0.7820	0.6830	0.6035	0.5373	0.4804	0.4289	0.3898	0.3636
	0.46	1.5275	1.2177	0.9984	0.8409	0.7109	0.6243	0.5541	0.4949	0.4492	0.4128	0.3842
	0.47	1.6764	1.3275	1.0837	0.9063	0.7670	0.6653	0.5882	0.5251	0.4771	0.4377	0.4054
	0.48	1.8400	1.4505	1.1757	0.9786	0.8250	0.7136	0.6286	0.5597	0.5061	0.4637	0.4282
	0.49	2.0208	1.5786	1.2751	1.0474	0.8877	0.7649	0.6704	0.5962	0.5374	0.4911	0.4525
	0.50	2.2248	1.7224	1.3856	1.1297	0.9541	0.8199	0.7162	0.6361	0.5706	0.5195	0.4781
	0.51	2.4487	1.8799	1.4888	1.2185	1.0232	0.8786	0.7648	0.6761	0.6060	0.5497	0.5043
	0.52	2.6755	2.0332	1.6137	1.3169	1.0999	0.9407	0.8168	0.7199	0.6429	0.5822	0.5326
	0.53	2.9617	2.2221	1.7468	1.4214	1.1815	1.0077	0.8721	0.7659	0.6823	0.6162	0.5627

A energia cinética na saída do rotor, cujos dados estão mostrados na tabela 7, tem uma grande dependência com a dimensão da turbina, isto porque, uma turbina menor apresenta uma área menor para o escoamento. Levando isto em conta e considerando vazão mássica fixa, fica claro que a energia cinética na saída do rotor tende a aumentar conforme a dimensão da turbina diminui. Assim como será mostrado mais à frente, o aumento em n_s resulta em diminuição da turbina, enquanto que o aumento no valor de v_s gera aumento na dimensão da turbina. Estes pontos justificam o motivo dos valores da energia cinética mostrados na tabela acima diminuïrem do canto inferior esquerdo para o canto superior direito.

É interessante notar que para o caso do coeficiente de perda de pressão total da turbina a tendência é justamente oposta à observada para a energia cinética, isto é, o coeficiente tende a diminuir de valor do canto superior direito para o canto inferior esquerdo como mostra a tabela 6. Em outras palavras, o ponto que representa a maior energia cinética corresponde ao ponto de menor valor para o coeficiente de perda total de pressão, e vice-versa. Isso pode justificar as elipses inclinadas presentes no mapa da turbina, que será indicado mais à frente.

Tabela 8: Queda de entalpia devido ao atrito no disco do rotor com as interfaces da turbina (atrito no disco dado em J/kg).

		Razão de velocidade										
		0.50	0.53	0.56	0.59	0.62	0.65	0.68	0.71	0.74	0.77	0.80
Velocidade Específica	0.35	35.75	47.16	61.14	78.62	99.58	125.53	156.25	192.90	236.76	289.25	348.09
	0.36	34.02	44.88	58.20	74.70	94.77	119.39	148.49	183.17	224.56	274.01	323.60
	0.37	33.78	42.69	55.49	71.08	90.19	113.82	141.29	174.35	213.75	260.65	314.36
	0.38	32.22	40.67	52.89	67.73	85.90	108.46	134.84	166.22	203.74	248.34	300.92
	0.39	30.79	38.78	50.44	64.74	82.01	103.39	128.73	158.65	194.45	236.96	286.88
	0.40	28.09	37.03	48.18	61.87	78.36	98.84	123.08	151.63	185.85	226.38	273.98
	0.41	26.84	35.46	46.06	59.17	75.08	94.60	117.75	145.07	177.80	216.53	262.02
	0.42	25.66	33.92	44.04	56.64	72.22	90.61	112.78	139.09	170.35	207.40	251.09
	0.43	24.59	32.52	42.28	54.24	69.18	86.83	108.06	133.23	163.00	198.48	240.25
	0.44	23.55	31.18	40.60	52.02	66.43	83.33	103.70	127.86	156.45	190.42	230.06
	0.45	22.54	29.87	40.63	49.97	63.74	80.02	99.63	122.95	150.31	182.79	220.75
	0.46	21.70	28.64	37.40	47.95	61.35	77.04	95.77	118.21	144.49	175.61	211.86
	0.47	20.79	27.49	35.88	46.21	58.85	74.07	91.99	113.66	138.87	168.67	203.82
	0.48	19.95	26.36	34.48	44.44	56.60	71.24	88.51	109.35	133.79	162.28	196.14
	0.49	19.14	25.45	33.16	42.89	54.46	68.53	85.38	105.30	128.87	156.29	188.69
	0.50	18.38	24.47	31.85	41.31	52.46	66.01	82.27	101.28	124.11	150.70	181.82
	0.51	17.65	23.53	30.79	39.81	50.69	63.62	79.26	97.87	119.68	145.40	175.44
	0.52	17.02	22.74	29.65	38.32	48.89	61.37	76.46	94.44	115.54	140.32	169.33
	0.53	16.36	21.88	28.73	36.95	47.14	59.18	73.81	91.20	111.48	135.41	163.35

Assim como acontece para a energia cinética, a queda de entalpia resultante do atrito no disco do rotor depende diretamente da dimensão da turbina, uma vez que apresenta uma relação com o raio do rotor elevada a quinta potência. Sabendo que a dimensão da turbina tende a aumentar conforme o aumento da razão de velocidade e conforme a diminuição no valor da velocidade específica, fica justificado o motivo dos maiores valores de quedas ocorrerem na parte superior direito da tabela 8, enquanto os menores valores se encontram na parte inferior esquerda.

Tabela 9: Valores de eficiência total-to-static em função da velocidade específica e da razão de velocidades.

		Razão de velocidade										
		0.50	0.53	0.56	0.59	0.62	0.65	0.68	0.71	0.74	0.77	0.80
Velocidade Específica	0.35	0.8564	0.8707	0.8771	0.8836	0.8852	0.8832	0.8795	0.8720	0.8595	0.8449	0.8232
	0.36	0.8546	0.8699	0.8770	0.8834	0.8864	0.8855	0.8829	0.8761	0.8656	0.8439	0.8338
	0.37	0.8535	0.8685	0.8793	0.8829	0.8859	0.8896	0.8830	0.8776	0.8679	0.8460	0.8365
	0.38	0.8519	0.8671	0.8782	0.8825	0.8858	0.8897	0.8875	0.8790	0.8700	0.8497	0.8335
	0.39	0.8507	0.8656	0.8772	0.8849	0.8854	0.8892	0.8880	0.8802	0.8719	0.8531	0.8366
	0.40	0.8502	0.8641	0.8760	0.8841	0.8849	0.8892	0.8890	0.8814	0.8736	0.8562	0.8405
	0.41	0.8481	0.8653	0.8746	0.8829	0.8847	0.8897	0.8893	0.8824	0.8752	0.8589	0.8417
	0.42	0.8457	0.8634	0.8733	0.8817	0.8872	0.8895	0.8895	0.8858	0.8764	0.8613	0.8420
	0.43	0.8423	0.8611	0.8720	0.8808	0.8893	0.8898	0.8905	0.8878	0.8798	0.8702	0.8522
	0.44	0.8367	0.8587	0.8727	0.8796	0.8884	0.8895	0.8905	0.8882	0.8809	0.8697	0.8550
	0.45	0.8301	0.8534	0.8696	0.8786	0.8876	0.8891	0.8904	0.8890	0.8818	0.8730	0.8585
	0.46	0.8261	0.8479	0.8662	0.8749	0.8867	0.8909	0.8903	0.8892	0.8828	0.8746	0.8604
	0.47	0.8182	0.8419	0.8609	0.8743	0.8835	0.8892	0.8889	0.8883	0.8825	0.8752	0.8649
	0.48	0.8094	0.8349	0.8555	0.8702	0.8803	0.8870	0.8874	0.8877	0.8848	0.8763	0.8669
	0.49	0.7995	0.8307	0.8498	0.8687	0.8770	0.8841	0.8882	0.8868	0.8845	0.8770	0.8677
	0.50	0.7880	0.8226	0.8431	0.8641	0.8733	0.8814	0.8863	0.8850	0.8836	0.8789	0.8691
	0.51	0.7749	0.8132	0.8399	0.8592	0.8723	0.8784	0.8837	0.8862	0.8830	0.8790	0.8716
	0.52	0.7652	0.8074	0.8326	0.8532	0.8681	0.8750	0.8813	0.8845	0.8820	0.8789	0.8723
	0.53	0.7493	0.7965	0.8284	0.8473	0.8631	0.8711	0.8786	0.8826	0.8805	0.8780	0.8721

A tabela 9 exhibe o resultado encontrado para os valores de eficiência em função dos dois parâmetros adimensionais considerados no modelo. Os dados obtidos serão discutidos mais à frente, fazendo-se uma relação com os dados obtidos nas tabelas de coeficiente de perda total de pressão e de energia cinética na saída do rotor.

A tabela 10 se refere a formação de escoamento bloqueado na região da saída do bocal. Valores 1 encontrados na tabela indicam que foi constatado a ocorrência de escoamento bloqueado, enquanto que para valores 0 não foi verificado a ocorrência de tal escoamento. A ocorrência de escoamento bloqueado no bocal ocorre em situações chamadas pela literatura de *off-design conditions*, são situações em que a configuração dimensional da turbina ou a condição de operação fazem com que o escoamento apresente alguma característica indesejada, como por exemplo, regiões de escoamento supersônico. Essas condições extremas de escoamento geram perdas adicionais que em configurações diferentes não ocorreriam, por isso a turbina deve ser projetada de tal forma a não apresentar tais condições. Pelos dados da tabela, essas condições extremas são mais prováveis de ocorrer para valores menores de razão de velocidade e de velocidade específica.

Tabela 12: Número de pás obtidas para o bocal em função da velocidade específica e da razão de velocidades.

		Razão de velocidade										
		0.50	0.53	0.56	0.59	0.62	0.65	0.68	0.71	0.74	0.77	0.80
Velocidade Específica	0.35	33	33	33	33	33	33	33	33	33	32	31
	0.36	33	33	33	33	33	32	32	32	32	32	31
	0.37	33	33	33	33	32	32	32	32	31	31	30
	0.38	33	33	33	33	32	32	31	31	31	31	30
	0.39	33	33	33	32	32	31	31	31	31	30	30
	0.40	33	33	33	32	31	31	31	30	30	30	29
	0.41	33	33	32	32	31	31	30	30	30	30	29
	0.42	33	33	32	31	31	30	30	30	29	29	29
	0.43	33	32	31	30	30	30	29	29	29	28	28
	0.44	33	32	31	30	30	29	29	29	28	28	28
	0.45	32	31	30	30	29	29	28	28	28	28	28
	0.46	32	31	30	29	29	28	28	28	28	27	27
	0.47	32	31	30	29	29	28	28	27	27	27	27
	0.48	31	30	29	29	28	28	27	27	27	27	26
	0.49	31	30	29	28	28	27	27	27	26	26	26
	0.50	31	30	29	28	27	27	27	26	26	26	26
	0.51	30	29	28	28	27	27	26	26	26	25	25
0.52	30	29	28	27	27	26	26	26	25	25	25	
0.53	29	28	28	27	26	26	26	25	25	25	25	

As tabelas 11 e 12 se referem ao número de pás obtidas pelo modelo em função dos parâmetros adimensionais considerados. A tabela 11 se refere ao rotor e a tabela 12 se refere ao bocal. O número de pás do rotor é escolhido de tal forma a evitar escoamento reverso nas superfícies das pás do componente, sendo obtido em função do ângulo que o escoamento faz na entrada do rotor (α_4), enquanto que este ângulo é calculado em função da velocidade específica. Por isso, para uma determinada velocidade específica, o número de pás do rotor é constante, isto só não ocorrerá em casos que o número de pás adotada resulte em um fator de bloqueio geométrico no rotor que seja inferior a 0.50. Para estas condições, o número de pás deve ser reduzido até que o fator tenha um valor superior a 0.50.

O número de pás no bocal é escolhido de tal forma a gerar um valor para o fator de carga que o escoamento exerce sobre as pás igual ou menor que 1. Sendo que quanto mais pás menor será o fator de carga.

Tanto para o rotor como para o bocal, o aumento no número de pás resulta em uma redução na área do escoamento, gerando aumento na velocidade do mesmo. Ao mesmo tempo, o aumento no número de pás garante uma melhor distribuição na carga que o escoamento exerce sobre as pás do componente, o que resulta em uma redução na diferença de velocidades entre a

região de alta e de baixa pressão que ocorre nas pás, indicadas na Fig. 18 que se encontra no tópico de metodologia.

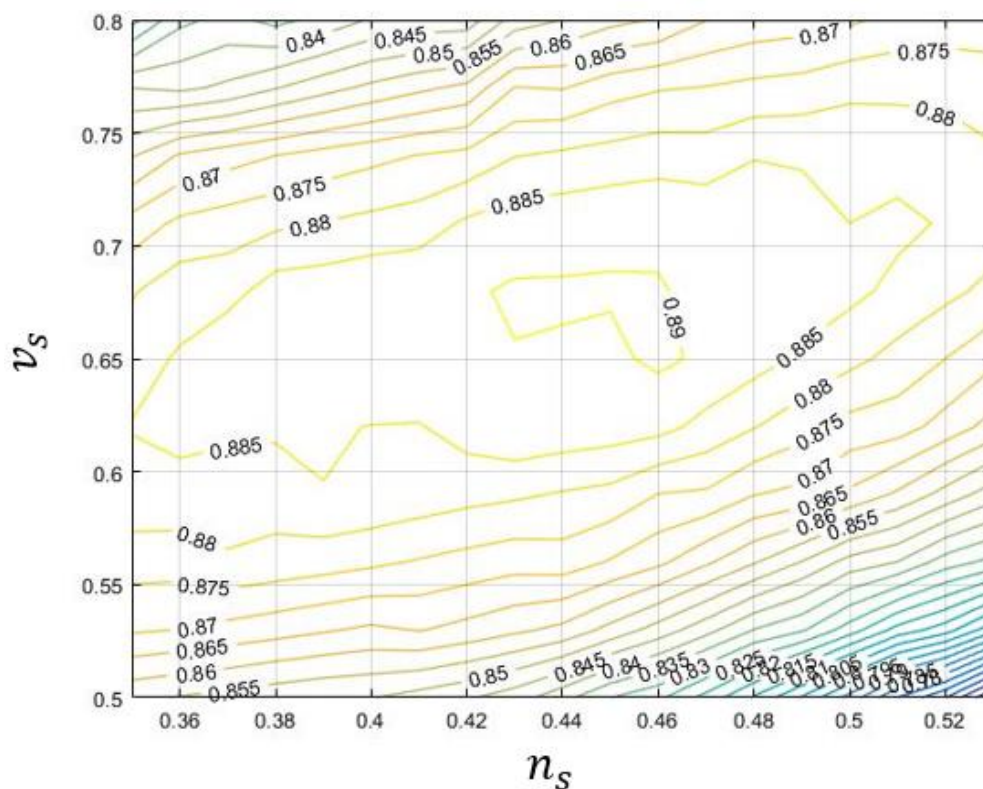


Figura 24: Mapa de eficiência da turbina em função da velocidade específica e da razão de velocidades obtido a partir do modelo desenvolvido utilizando-se os valores de entrada indicados na tabela 1.

A figura 24 representa o mapa de eficiência da turbina obtido a partir dos dados da tabela 9 em função da escolha de v_s e de n_s . Observa-se que o mapa é formado por um conjunto de elipses inclinadas, o que indica uma tendência do valor ótimo para v_s aumentar conforme o valor de n_s aumenta.

Comparando ambos os mapas, é possível verificar à semelhança em relação as curvas elípticas inclinadas.

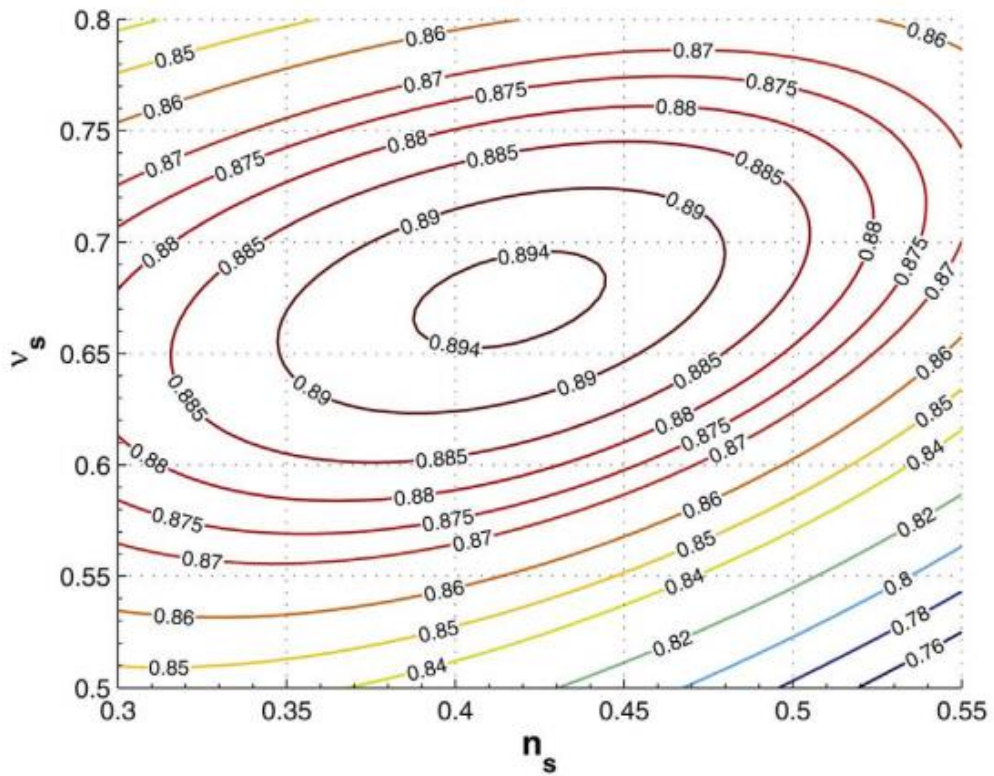


Figura 25: Mapa de eficiência da turbina (LIO; MANENTE; LAZZARETTO; 2017).

Com os dados do coeficiente de perda de pressão total presentes na tabela 6, nota-se que um aumento no valor da velocidade específica resulta em uma redução deste coeficiente, ao passo que, pela tabela 7, a energia cinética na saída da turbina aumenta substancialmente contrabalanceando o efeito positivo que a redução no valor do coeficiente proporcionaria para a eficiência da turbina. Ainda em relação ao aumento no valor de n_s , nota-se que, para valores mais baixos de v_s , o efeito do aumento na energia cinética se sobressai em relação à redução no valor do coeficiente de pressão, já que a eficiência da turbina apresenta uma queda em seu valor, como mostram os dados da tabela 9. Conforme o valor de v_s aumenta, o efeito é retardado, uma vez que começa-se a verificar um aumento no valor da eficiência conforme o aumento de n_s , isso ocorre até um determinado momento, quando a influência da energia cinética passa a ser novamente mais significativa, e resulta na queda do valor da eficiência, como se pode verificar observando os valores apresentados na tabela 9.

Das equações (3.2) e (3.5), pode-se esperar que um aumento no valor da velocidade específica resulte em um aumento no valor da velocidade angular. Com isso, a dimensão da turbina reduziria em função da redução do raio maior do rotor (r_4). Uma redução na dimensão da turbina resulta na redução das perdas devido ao *profile loss* que ocorre em todos os componentes da turbina uma vez que o comprimento do caminho do escoamento reduziria, seguindo a redução da dimensão da turbina. Outra perda que reduziria seria a originada por folgas no rotor (*clearance loss*), já que uma turbina menor apresenta menos folgas. Estes pontos podem explicar a redução

no coeficiente de perda total de pressão da turbina, enquanto que o aumento na energia cinética também pode ser justificado devido à redução de dimensão, posto que, uma redução na área de passagem do fluido resultaria em um aumento na velocidade do escoamento.

Para o caso da variação no valor da razão de velocidades, os dados da tabela de eficiência (tabela 9) mostram que a eficiência da turbina aumenta conforme v_s aumenta, até um determinado valor, a partir do qual a tendência é de queda no valor da eficiência. Assim como ocorre na análise para a variação na velocidade específica, os resultados sofrem forte influência em relação a geometria da turbina. Ao contrário do que acontece para n_s , um aumento no valor de v_s resulta em um aumento na dimensão da turbina. Essa tendência pode ser observada a partir das equações (3.4) e (3.5). Esse aumento na dimensão da turbina gera aumentos nas perdas por folga que ocorrem no rotor e nas perdas de *profile loss*. O coeficiente de perda de pressão no bocal apresenta uma certa instabilidade, aumentando em alguns casos e diminuindo para outros, ou até mesmo se mantendo constante. O aumento na dimensão da turbina também resulta em um aumento no tamanho das pás, o que ajuda na redução da perda devido a carga que o escoamento aplica sobre as pás do rotor, mas que não é suficiente para equilibrar as demais perdas, fazendo com que o valor do coeficiente de perda total de pressão na turbina cresça. Outra perda que aumenta é no atrito do rotor com as interfaces da turbina (tabela 8). Um ponto positivo em termos de eficiência é que um aumento na dimensão da turbina resulta em um aumento na área do escoamento, reduzindo a velocidade do escoamento, e com isso contribuindo para a redução no valor de energia cinética na saída do rotor.

As tendências apontadas acima também são verificadas por Lio, Manente e Lazzaretto (2017).

Os resultados acima sugerem que a eficiência da turbina de certa forma depende de como respondem a variação no valor de perda de pressão e a variação no valor da energia cinética na saída do componente conforme a dimensão da turbina varia em função dos parâmetros de velocidade específica e de razão de velocidades.

4.2. Análise dos resultados em comparação com a literatura

Lio, Manente e Lazzaretto (2017) apresentam dados encontradas para $v_s = 0.65$ e para $n_s = 0.45$ utilizando os mesmos valores de entrada considerados neste trabalho. Como tanto este modelo como o desenvolvido pelos autores supracitados baseiam-se nos estudos desenvolvidos por Aungier (2005), faz-se interessante uma comparação entre valores obtidos.

A tabela 13 mostra os resultados obtidos para este modelo desenvolvido e para o modelo proposto por Lio, Manente e Lazzaretto (2017). É importante lembrar que o fluido usado em ambos os modelos é o R245fa.

Tabela 13: Comparação entre o modelo desenvolvido e o proposto por Lio, Manente e Lazzaretto (2017).

<i>Design routine</i>	<i>Modelo desenvolvido</i>	<i>Lio, Manente e Lazzaretto (2017)</i>
<i>Rotor</i>		
r_4 (m)	0.245	0.246
N_r	23	23
β_4 (°)	90	90
k_{b4}	0.85	0.85
b_4 (m)	0.032	0.032
r_{s5} (m)	0.170	0.170
r_{h5} (m)	0.068	0.068
b_5 (m)	0.102	0.102
β_5 (°)	31.7	31.5
Δ_{2r} (m)	0.153	0.153
$esse_5$ (m)	0.033	0.033
o_5 (m)	0.0171	0.0170
<i>Bocal</i>		
b_3 (m)	0.032	0.032
b_2 (m)	0.032	0.032
r_3 (m)	0.261	0.260
o_3 (m)	0.0121	0.0122
c_n (m)	0.0753	0.0752
γ_3 (°)	9.0	9.0
r_2 (m)	0.28	0.28
γ_2 (°)	24.3	24.3
β_2 (°)	24.3	24.3
N_n	29	29
<i>Voluta</i>		
r_1 (m)	0.378	0.377
A_1 (m)	0.031	0.030
<i>Performance routine</i>		
Y_v	0.0152	0.0150
Y_n	0.0690	0.0707
Y_{exn}	/	/
Y_{pr}	0.1537	0.1520
Y_{incr}	0.0005	0.0006
Y_{blr}	0.0348	0.0590
Y_{clr}	0.0883	0.0881
Y_{hsr}	0.0535	0.0518
Y_r	0.3309	0.3515
Y_a	0.0046	0.0067
Y_{total}	0.4196	0.4439
η_{ts} (%)	88.9	88.9

Apesar da grande diferença entre os valores obtidos para o coeficiente de perda de pressão em relação à carga que o escoamento exerce sobre as pás do rotor (Y_{blr}), ambos os modelos apresentaram valores de eficiência muito próximos. É interessante comentar o valor encontrada para a perda devido a folga (Y_{clr}). O cálculo desta perda é adaptado de Rahbar (2014)

e apresentou um valor muito próximo do obtido pelo modelo de Lio, Manente e Lazzaretto (2017). Apesar dos modelos terem valores muito parecidos para este ponto em específico ($v_s = 0.65$ e $n_s = 0.45$), fica evidente na comparação entre os mapas que existem algumas diferenças nos valores obtidos. O máximo valor de eficiência encontrado por Lio, Manente e Lazzaretto (2017) foi para uma velocidade específica igual a 0.415 e para uma razão de velocidades de 0.65, sendo a eficiência igual a 89.4%. O modelo descrito neste trabalho encontra um valor máximo para eficiência como sendo igual a 89.1% que acontece em $v_s = 0.65$ e $n_s = 0.46$. Estas discrepâncias ocorrem não só pelo passo adotado, limitando o número de pontos calculados, como também por hipóteses que são assumidas durante o desenvolvimento e que não são claramente expostas pela literatura. Um grande exemplo é o triângulo de velocidades na região central do rotor, em que não há informações claras na literatura de como obtê-lo por completo. Além disso, a consideração ou não do efeito da rugosidade sobre o modelo pode afetar consideravelmente os resultados.

Mesmo com todos esses pontos que acabam gerando diferenças entre os modelos, vale destacar a semelhança encontrada referente à etapa de *design*. As figuras 26, 27 e 28 mostram uma comparação entre a geometria meridional do rotor encontrada por este modelo e pelo modelo de Lio, Manente e Lazzaretto (2017). A Fig. 29 compara a forma da distribuição do ângulo β ao longo do rotor prevista por Aungier (2005) e a forma obtida para este modelo, referente aos pontos $v_s = 0.65$ e $n_s = 0.45$.

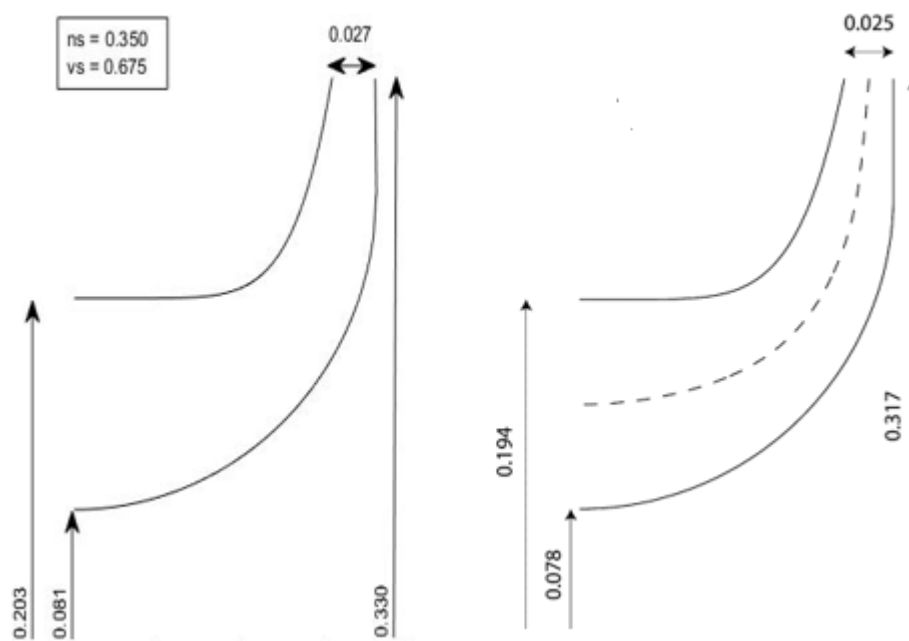


Figura 26: Geometria meridional do rotor (lado esquerdo gerado pelo modelo, lado direito retirado de Lio, Manente e Lazzaretto (2017)).

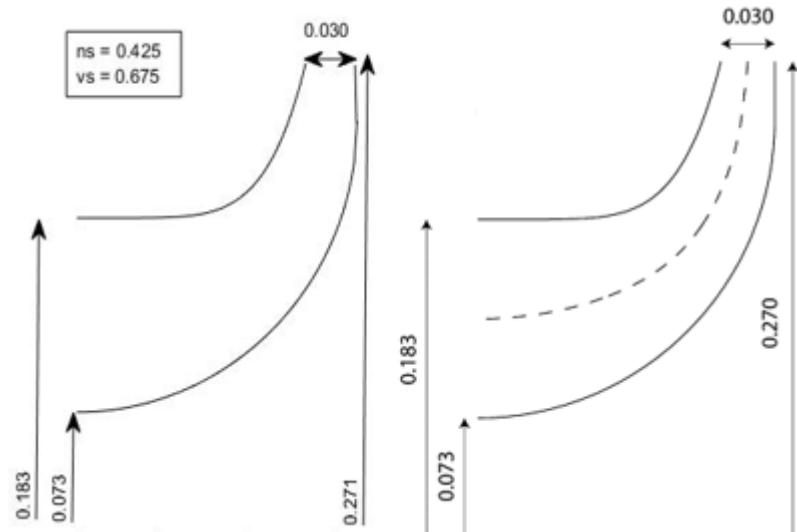


Figura 27: Geometria meridional do rotor (lado esquerdo gerado pelo modelo, lado direito retirado de Lio, Manente e Lazzaretto (2017)).

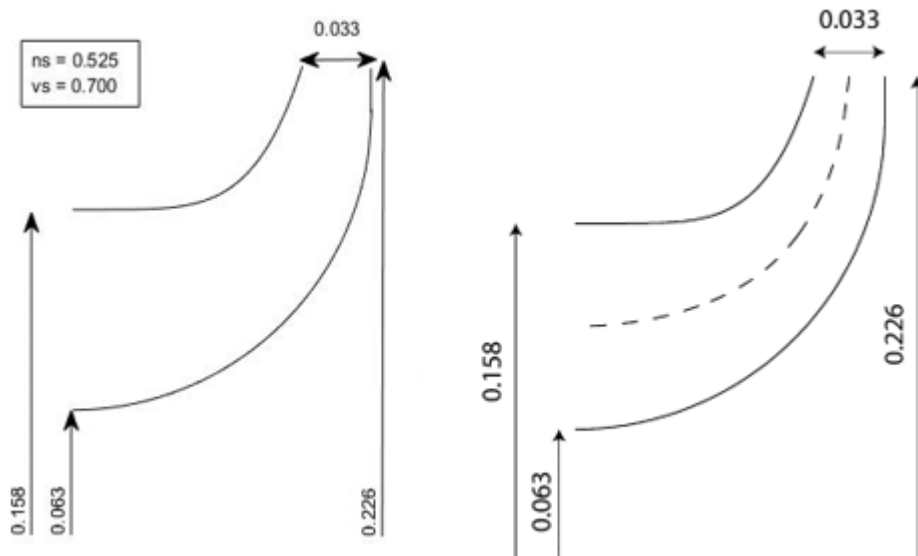


Figura 28: Geometria meridional do rotor (lado esquerdo gerado pelo modelo, lado direito retirado de Lio, Manente e Lazzaretto (2017)).

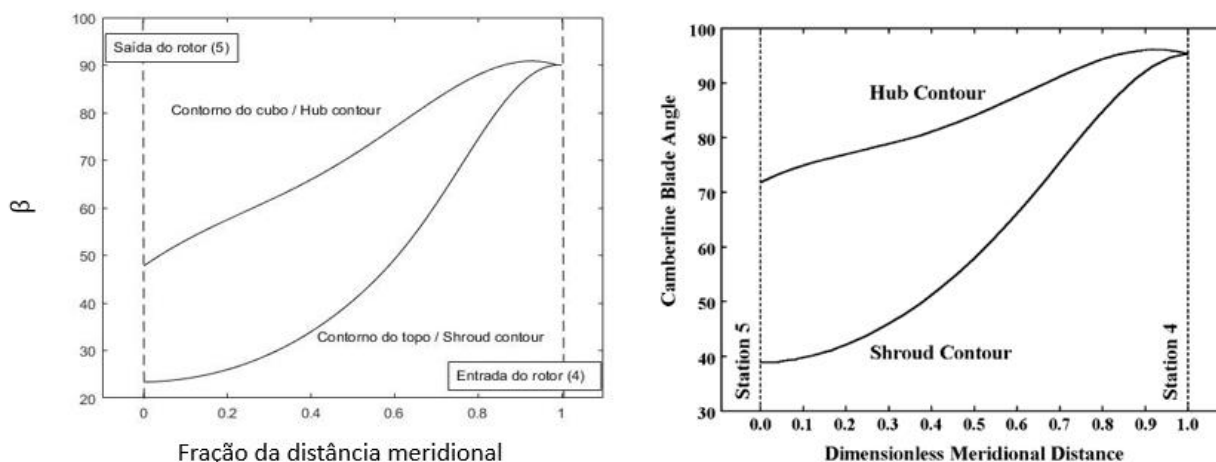


Figura 29: Distribuição do ângulo da pá ao longo da distância meridional (lado esquerdo gerado pelo modelo, lado direito modelo previsto por Aungier (2005) para um valor qualquer de ângulo na saída do rotor).

Conforme as figuras mostram, o modelo tem valores para alguns dos parâmetros geométricos no rotor muito próximos dos valores previstos por modelos presentes na literatura.

Ainda em relação aos parâmetros adimensionais, Lio, Manente e Lazzaretto (2017) sugerem que os melhores valores de eficiência para turbinas radiais são encontrados para o valor de razão de velocidades em uma pequena faixa centrada em 0.65.

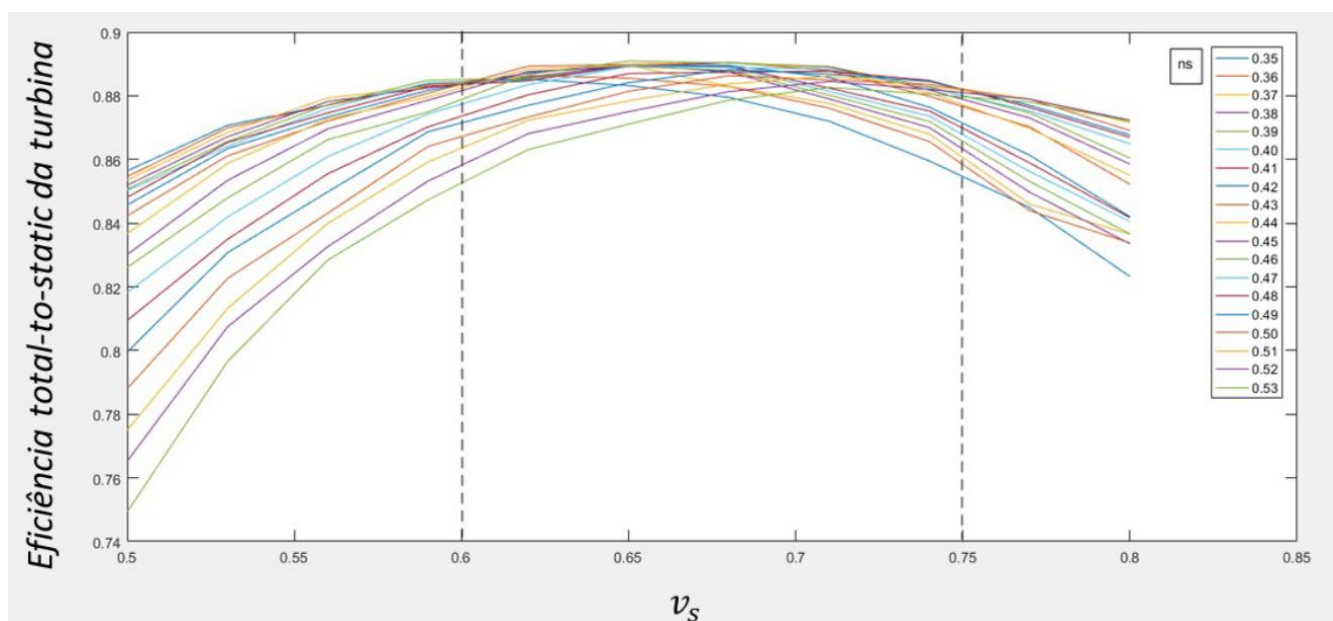


Figura 30: Eficiência em função da razão de velocidades para vários valores de velocidade específica utilizando-se os valores de entrada indicados na tabela 1.

Pelo gráfico mostrado na Fig. 30 obtido por este modelo, as máximas eficiências se encontram em uma faixa no valor de v_s entre 0.60-0.75, estando centradas em 0.675, um pouco

diferente do previsto por Lio, Manente e Lazzaretto (2017), mas que se pode considerar aceitável uma vez que o passo usado na simulação para o valor de v_s foi de 0.03. Vale lembrar que a máxima eficiência calculada pelo modelo foi para a razão de velocidades igual a 0.65.

Outra tendência que se extrai do gráfico é a do ótimo valor de razão de velocidades aumentar conforme o valor da velocidade específica aumenta, observando-se que para $n_s = 0.53$ o maior valor da eficiência ocorre para $v_s = 0.80$, enquanto que para $n_s = 0.35$ a máxima eficiência se dá em $v_s = 0.50$.

5. CONCLUSÃO

Turbinas radiais apresentam-se como uma ótima alternativa de unidade expansora para aplicação em ciclos orgânicos com fontes de calor de baixa temperatura e baixa a média potência. São turbinas compactas, com custos de projeto, instalação e manutenção relativamente baixos quando comparados com outros tipos de turbinas. Atualmente lideram o cenário de reaproveitamento de calor desperdiçado, contribuindo de forma significativa no desenvolvimento de processos cada vez mais sustentáveis.

Devido à grande importância que as turbinas radiais passaram a desempenhar, estudos cada vez mais aprofundados relacionados à eficiência destes equipamentos em função de uma série de parâmetros adimensionais tem tomado cada vez mais espaço tanto no meio acadêmico como no meio industrial, em busca de um modelo que permita fazer uma pré análise da turbina da maneira mais condizente possível com a realidade.

Apesar de todos esses pontos, atualmente a quantidade de trabalhos publicados relacionados ao tema continua reduzida.

O trabalho buscou desenvolver um modelo capaz de realizar a pré análise da turbina, adotando uma abordagem um pouco diferente em relação a contabilização das perdas. A análise das perdas envolveu o estudo do desenvolvimento da camada limite ao longo dos componentes da turbomáquina de tal forma que fosse capaz de considerar o perfil do escoamento nos cálculos. O modelo apresentou uma perspectiva em termos de coeficientes de perda de pressão no lugar da obtenção direta da queda de entalpia por meio de relações empíricas, permitindo o estudo de várias condições de operação e várias dimensões de turbinas.

Apesar do modelo poder ser considerado simplificado, uma vez que se baseia no método unidimensional da linha média, sendo o escoamento um problema tridimensional, ele se mostrou muito robusto justamente pela utilização de equações genéricas de perdas no lugar de correlações empíricas, sendo capaz de calcular a eficiência da turbina até mesmo para situações extremas em que ocorre formação de escoamento bloqueado.

Outro ponto importante a ser destacado é que o modelo é capaz de contabilizar a influência da rugosidade dos componentes sobre as perdas da turbina, e com isso, sobre a eficiência da turbina, aproximando ainda mais o modelo da realidade. Esta capacidade se dá novamente devido a utilização de equações mais abrangentes que levam em conta a formação da camada limite do escoamento.

Por fim, o trabalho não só realiza a análise termodinâmica na turbina, obtendo o campo do escoamento, como também realiza uma análise dimensional, fornecendo parâmetros cruciais para a construção de uma turbina.

O estudo é capaz de descrever a geometria completa do rotor, o componente mais complexo e o que apresenta a maior influência em relação ao somatório total das perdas, adotando as chamadas superfícies regradas. São necessários apenas a obtenção dos contornos das pás, que serão, pela própria definição de superfície regrada, ligados por linhas retas para formarem a superfície que define a pá.

Apesar de todos os pontos positivos, o trabalho ainda necessita de validação. Esta validação pode ser feita por meio de modelagem 3D, utilizando modelos desenvolvidos em dinâmica dos fluidos computacional e ensaios laboratoriais considerando a geometria encontrada pelo próprio modelo como base para construção física da turbina. Outro ponto que ainda se mostra importante, é a realização da simulação utilizando outros fluidos orgânicos, como o R123, R236fa entre vários outros. Mas ainda, antes mesmo da realização destes outros estudos, seria importante a simulação considerando uma malha de pontos menos espaçados, o que poderia gerar um mapa da turbina um pouco mais completo e preciso. Mais um estudo que seria interessante para o futuro, seria a análise da influência da rugosidade sobre a eficiência da turbina. Já existem uma série de trabalhos na literatura que tratam do assunto, e que serviriam de amparo para ajudar na análise dos resultados.

REFERÊNCIAS

AUNGIER, R. H. **Turbine Aerodynamics—Axial Flow and Radial Flow Turbine Design**. [S.l.]: ASME Press, 2005. v. 1.

BAI, T. et al. Effect of surface roughness on the aerodynamic performance of turbine blade cascade. **Propulsion and Power Research**, Original Article, v. 3(2), p. 82-89, 2013.

BAO, J.; ZHAO, L. A review of working fluid and expander selections for organic rankine cycle. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v. 24, p. 325–342, 2013.

BASKHARONE, E. A. **Principles of turbomachinery in air-breathing engines**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2006.

BELL, I. H. et al. Pure and pseudo-pure fluid thermophysical property evaluation and the open-source thermophysical property library coolprop. **Industrial & engineering chemistry research**, ACS Publications, v. 53, n. 6, p. 2498–2508, 2013.

BOYCE, M. P. **Gas turbine engineering handbook**. [S.l.]: Elsevier, 2011.

CHURCHILL, S. W. Friction-factor equation spans all fluid-flow regimes. **Chemical engineering**, MCGRAW HILL INC 1221 AVENUE OF THE AMERICAS, NEW YORK, NY 10020, v. 84, n. 24, p. 91–92, 1977.

DAILY, J. W.; NECE, R. E. Chamber Dimension Effects on Induced Flow and Frictional Resistance of Enclosed Rotating Disks. **Journal of Basic Engineering**, ASME, p. 217-230, 1960.

FIASCHI, D.; MANFRIDA, G.; MARASCHIELLO, F. Thermo-fluid dynamics preliminary design of turbo-expanders for orc cycles. **Applied energy**, Elsevier, v. 97, p. 601–608, 2012.

GLASSMAN, A. J. Computer program for design analysis of radial-inflow turbines. 1976.

HALL, C.; DIXON, S. L. **Fluid mechanics and thermodynamics of turbomachinery**. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2013.

KANG, S. H. Design and preliminary tests of orc (organic rankine cycle) with two-stage radial turbine. **Energy**, Elsevier, v. 96, p. 142–154, 2016.

KORPELA, S. A. **Principles of turbomachinery**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012.

LAKATOS, E. Maria; MARCONI, Marina. de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica: Técnicas de pesquisa**, v. 7, p. 166, 2010.

LI, Y.; REN, X. D. Investigation of the organic rankine cycle (orc) system and the radial-inflow turbine design. **Applied Thermal Engineering**, Elsevier, v. 96, p. 547–554, 2016.

LIO, L. D.; MANENTE, G.; LAZZARETTO, A. A mean-line model to predict the design efficiency of radial inflow turbines in organic rankine cycle (orc) systems. **Applied Energy**, Elsevier, v. 205, p. 187–209, 2017.

MANTEGAZZA, P. **Modelagem de uma Turbina Radial para o Ciclo de Rankine Orgânico Pelo Método da Linha Média**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso — Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, Brasil, 2016.

MOUSTAPHA, H. et al. **Axial and radial turbines**. [S.l.]: Concepts NREC White River Junction, VT, 2003. v. 2.

PAI, S. *Viscous Flow Theory, I - Laminar Flow*, Van Nostrand, Princeton, NJ, 1956.

PERSKY, R.; SAURET, E.; MA, L. Optimisation methods for coupled thermodynamic and 1d design of radial-inflow turbines. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. **ASME 2014 4th Joint US-European Fluids Engineering Division**

Summer Meeting collocated with the ASME 2014 12th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels. [S.l.], 2013. p. V01BT10A032–V01BT10A032.

QUOILIN, S. **Sustainable energy conversion through the use of organic Rankine cycles for waste heat recovery and solar applications**. 2011. Doutorado em Applied Sciences - University of Liège, Liège, Belgium, 2011.

RAHBAR, K. et al. Preliminary mean-line design and optimization of a radial turbo-expander for waste heat recovery using organic rankine cycle. **Energy Procedia**, Elsevier, v. 75, p. 860–866, 2015.

Modelling and optimization of organic rankine cycle based on a small-scale radial inflow turbine. **Energy conversion and management**, Elsevier, v. 91, p. 186–198, 2013.

_____. Parametric analysis and optimization of a small-scale radial turbine for organic rankine cycle. **Energy**, Elsevier, v. 83, p. 696–711, 2015.

ROHLIK, H. Analytical determination of radial inflow turbine design geometry for maximum efficiency. Tech rep TN D-4383. NASA, Lewis Research Center; 1975.

SAURET, E.; GU, Y. Three-dimensional off-design numerical analysis of an organic rankine cycle radial-inflow turbine. **Applied Energy**, Elsevier, v. 135, p. 202–211, 2013.

VÉLEZ, F. et al. A technical, economical and market review of organic rankine cycles for the conversion of low-grade heat for power generation. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Elsevier, v. 16, n. 6, p. 4175–4189, 2012.

VENTURA, C. A. et al. Preliminary design and performance estimation of radial inflow turbines: An automated approach. **Journal of Fluids Engineering**, American Society of Mechanical Engineers, v. 134, n. 3, p. 031102, 2012.

WEI, Z. Meanline analysis of radial inflow turbines at design and off-design conditions.

Carleton University, Canada, 2013.