

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DA INTERAÇÃO PNEU-SOLO PARA VEÍCULOS FORA-DE-  
ESTRADA E DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS PARA  
DESENVOLVIMENTO DO PROJETO MINI BAJA**

Artur Filipe Rempel

São Paulo  
2006

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DA INTERAÇÃO PNEU-SOLO PARA VEÍCULOS FORA-DE-  
ESTRADA E DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS PARA  
DESENVOLVIMENTO DO PROJETO MINI BAJA**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Graduação em Engenharia

Artur Filipe Rempel

Orientador: Marcelo Augusto Leal Alves

Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica

São Paulo  
2006

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

**Rempel, Artur Filipe**

**Estudo da interação pneu-solo para veículos fora-de-estrada  
e determinação de parâmetros para desenvolvimento do projeto  
mini baja / A.F. Rempel. -- São Paulo, 2006.**

**75 p.**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1.Engenharia automotiva 2.Veículos de competição (Aplica-  
ção) 3.Pneus (Resistência) I.Universidade de São Paulo. Escola  
Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.**

*Dedico este trabalho a Deus, fonte de inspiração.  
“Consagre ao Senhor tudo o que você faz, e os seus planos serão bem-sucedidos.”*

*Provérbios 16:3*

*Este trabalho contou indiretamente com a dedicação de:  
Gerhard Rempel, meu bisavô, mecânico de máquinas agrícolas na Sibéria;  
Johann Rempel, meu avô, um pioneiro nato;  
Klaus Rempel, meu pai, engenheiro, professor e companheiro.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a equipe Poli de Mini Baja pelo empenho em enfrentar os desafios da prática da engenharia;

Ronnie R. Rego pelos conceitos de transmissão de veículos e de trabalho em equipe passados com paciência e dedicação.

Felipe Marchensin pelo apoio com bibliografias e pela idéia de realizar este estudo.

Ao tempo e recursos investidos na aquisição de dados experimentais e na construção dos aparelhos de medição pelos integrantes e ex-integrantes da Equipe POLI que trouxeram somente benefícios ao sucesso deste estudo.

Pirelli representada pelo Professor Marco Barreto na participação na banca examinadora, Argemiro Costa no material didático cedido e Igor Zucato nos conceitos de pneus agrícolas passados.

Ao Professor Marcelo Alves pelo direcionamento neste projeto.

Escola Politécnica da USP e seus docentes, pela formação acadêmica crítica e integral fornecida pelo curso de Engenharia Mecânica.

## **RESUMO**

Este estudo tem o objetivo chegar ao fator de resistência ao rolamento para o veículo fora-de-estrada Mini Baja.

Primeiramente estudam-se as bibliografias automotivas comuns, que o apresentam de forma simplificada. No entanto, os resultados não possuem a precisão esperada.

Introduz-se então a teoria de mecânica e caracterização dos solos a fim de se basear o desenvolvimento do estudo da interação. No estudo da interação, conceitos principais são apresentados e três tipos de abordagem aplicados ao Mini Baja: o método empírico, usado comumente em veículos militares, o método semi-empírico de Bekker que admite o pneu como roda rígida e o método de Ageikin, o mais detalhado. Chega-se por meio destes métodos a fatores de resistência ao rolamento precisos.

Como forma de verificar a teoria apresentada pelas bibliografias realiza-se uma comparação entre simulação e teste experimental. Para se estimar o gráfico de resistência ao rolamento do veículo em função da distância percorrida simula-se o veículo sem resistência ao rolamento e testa-se o veículo em condições reais. Realiza-se esta comparação para o caso de aceleração e de rampa, obtendo-se em um fator de resistência ao rolamento experimental.

Os resultados bibliográficos, teóricos e experimentais são então comparados e chega-se às conclusões finais do trabalho de formatura.

Paralelamente ao estudo da interação, apresentam-se os pneus usados no tipo de solo em que o veículo trafega. Chega-se a conclusões sobre a forma construtiva externa e comprova-se a importância na otimização do contato dos pneus com o solo por meio de um teste de capacidade trativa do veículo.

## ABSTRACT

The main objective of this study is to reach the rolling resistance factor for the Mini Baja off-road vehicle.

Firstly, typical automotive bibliographies are studied. The rolling resistance factor is shown in a simplified way that doesn't have the desired precision.

Mechanics of grounds is introduced in order to basis the vehicle-soil interaction study. In the interaction study, the main principles are shown in three different methods: empirical method, used in military vehicles, semi-empirical method developed by Bekker, that assumes the tire as a rigid wheel, and the Ageikin method, which has the most detailed approach. With these methods, theoretical rolling resistance factors are calculated with more precision than the obtained on the automotive bibliographies.

In order to verify the theoretical and bibliographical factors, a simulation-test comparison is made. The vehicle is simulated without the rolling resistance force and the result is compared with the real measured force vs. distance graphic. The comparison is done for the acceleration and ramp conditions and the experimental rolling resistance factor is obtained.

The bibliographical, theoretical and experimental rolling resistance factors are compared and the final conclusions reached.

At the same time, the tires used in the soil where the Mini Baja vehicle runs are shown. Conclusions about the external architecture of the tire are made. The importance of the tire-soil contact optimization is also discussed by a traction capacity test.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Desenvolvimento de veículos fora-de-estrada.....	2
1.2 Caracterização do solo.....	3
1.1.1 Penetrômetro de cone .....	4
1.1.2 Técnica do bevâmetro.....	4
1.2 Contexto e necessidade do estudo.....	5
1.3 Objetivos finais .....	6
<b>2. RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO .....</b>	<b>7</b>
2.1 Fatores que determinam a resistência ao rolamento .....	7
2.2 Fatores que afetam a resistência ao rolamento .....	9
2.3 Valores típicos para os coeficientes $f_r$ .....	13
2.4 Cálculo dos coeficientes de resistência ao rolamento para o veículo .....	15
2.5 Conclusão e comentários .....	16
<b>3. MECÂNICA DOS SOLOS .....</b>	<b>17</b>
3.1 Principais características do solo .....	17
3.1.1 Plasticidade e coesão .....	17
3.1.2 Resistência ao cisalhamento.....	18
3.1.3 Estados e limites de consistência .....	19
3.2 Medição do comportamento do solo .....	20
3.2.1 Método do penetrômetro de cone.....	21
3.2.2 O método do bevâmetro.....	23
3.2.3 Resultados de medições .....	26
<b>4. PNEUS .....</b>	<b>27</b>
4.1 Pneus agrícolas.....	27
4.2 Pneus usados pela Equipe POLI .....	28
4.3 Medições dos Pneus usados pela Equipe.....	31
4.3.1 Medição da área de contato do pneu com o solo.....	32
4.3.2 Cálculo da pressão média de contato $p_c$ .....	33
<b>5. INTERAÇÃO PNEU-SOLO .....</b>	<b>34</b>
5.1 Conceitos básicos .....	35
5.2 Estudos simplificados da interação .....	37

5.2.1 Método empírico usado pelo Departamento Militar Norte-americano .....	37
5.2.2 Método semi-empírico desenvolvido por Bekker .....	40
5.3 Estudo da interação proposto por Ageikin .....	43
5.3.1 Hipóteses para estudo analítico da interação pneu-solo .....	43
5.3.2 Apresentação das fórmulas para cálculo.....	45
5.3.3 Dados para resolução do equacionamento .....	47
5.3.4 Resultados pela teoria de Ageikin .....	48
6. SIMULAÇÃO.....	50
6.1 Viabilidade.....	50
6.2 Equações de modelamento .....	50
6.2.1 Força trativa do veículo ( $F_T$ ) .....	50
6.2.2 Força de resistência ao rolamento .....	51
6.2.3 Força de resistência aerodinâmica.....	52
6.2.4 Força de resistência à rampa .....	52
6.2.5 Fator de massa rotacional equivalente.....	52
6.2.6 Cálculo da aceleração do veículo .....	54
6.3 Método incremental usado.....	55
6.4 Parâmetros usados na modelagem .....	55
6.4.1 Simulação da aceleração.....	57
6.4.2 Simulação de Rampa .....	58
7. TESTES.....	60
7.1 Teste de aceleração.....	60
7.2 Teste de rampa .....	61
7.3 Teste de capacidade de tração.....	63
8. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS .....	64
8.1 Resultado de aceleração .....	64
8.2 Resultado de rampa .....	66
8.3 Teste de capacidade trativa .....	67
8.4 Conclusões das comparações realizadas .....	68
9. CONCLUSÕES DO ESTUDO.....	71
10. BIBLIOGRAFIA .....	74
11. ANEXO .....	75

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Coeficientes de Resistência ao Rolamento (Fonte: CANALE, p. 63).....	14
Tabela 2 – Coeficientes de resistência ao rolamento obtidos nas bibliografias .....	16
Tabela 3 – Parâmetros de tensão de cisalhamento (Fonte: WONG 1989, p.230).....	26
Tabela 4 – Parâmetros de pressão e aprofundamento (Fonte: WONG 1989, p.230) .	26
Tabela 5 - Cálculo da inércia total do sistema de transmissão.....	53
Tabela 6 – Coeficientes de resistência ao rolamento obtidos para o Mini Baja.....	71

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Veículo de Exploração Lunar (Fonte: NASA) .....	1
Figura 2 - Pneu do <i>LRV</i> (Fonte: NASA) .....	2
Figura 3 - Diagrama de desenvolvimento de um veículo fora-de-estrada .....	3
Figura 4 - Veículo fora-de-estrada ultrapassando um obstáculo .....	4
Figura 5 - Coeficiente de resistência ao rolamento $f_r$ em função do diâmetro dos pneus para três tipos de solo (Fonte: FENTON, p. 391).....	10
Figura 6 - Coeficiente de resistência ao rolamento $f_r$ em função da pressão dos pneus para três tipos de solo (Fonte: GILLESPIE, p. 113).....	10
Figura 7 - Resistência ao rolamento em função da temperatura para pneus de diferentes polímeros.....	12
Figura 8 – Gráficos de eficiência trativa em função do deslizamento do pneu (fonte: PIRELLI, p. 46) .....	13
Figura 9 - Coeficientes para a equação acima (Fonte: CANALE, p.61) .....	14
Figura 10 - Limites de consistência do solo .....	20
Figura 11 - Penetrômetro de cone desenvolvido pela <i>WES</i> .....	21
Figura 12 - Foto de uma carreta com um penetrômetro digital instalado .....	22
Figura 13 - Esquema de um bevâmetro proposto por BEKKER (1956) .....	25
Figura 14 – Placa com pás para determinar parâmetros cisalhantes do solo .....	25
Figura 15 – Pneu trativo PD22 (Fonte: PIRELLI).....	27
Figura 16 – Pneu trativo MB39 (Fonte: PIRELLI) .....	27
Figura 17 – Pneu trativo TM93 (Fonte: PIRELLI).....	28
Figura 18 – Pneu direcional multiraiado (Fonte: PIRELLI) .....	28
Figura 19 – Pneu direcional de sulcos longitudinais (Fonte: PIRELLI).....	28

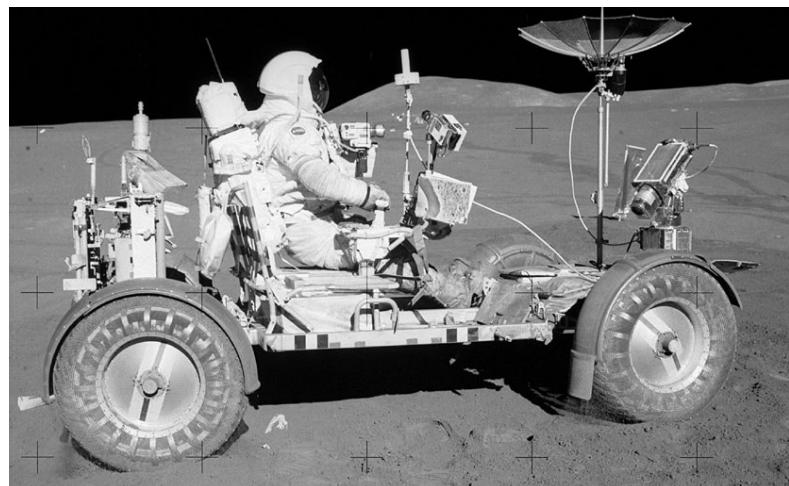
Figura 20 - Pneu Holeshot usado nas rodas dianteiras do protótipo 2006.....	29
Figura 21 – Pneu trativo Maxxis usado nas rodas traseiras do protótipo 2006.....	30
Figura 22 – Pneu remoldado usado na dianteira do protótipo 2006.....	31
Figura 23 – Pneu trativo da marca Maxxis .....	31
Figura 24 – Medição da largura da banda do pneu Maxxis .....	32
Figura 25 – Obtenção da área de contato do pneu Maxxis .....	32
Figura 26 – Determinação da área de contato do pneu Maxxis .....	33
Figura 27 - Impressão do pneu de um veículo no solo .....	34
Figura 28 - Fluência de areia por baixo de uma roda rígida (Fonte: WONG, 2001)..	36
Figura 29 – Diagrama de distribuição de tensões normais e de cisalhamento medidas no solo .....	37
Figura 30 – Categoria, índice de cone veicular para determinados veículos militares .....	39
Figura 31 – Diagrama esquemático para a interação pneu-solo durante o movimento da roda (Fonte: AGEIKIN) .....	44
Figura 32 - Composição da componente do peso criada pela inclinação da rampa ...	52
Figura 33 – Diagrama de blocos da Simulação de Aceleração de um Mini Baja .....	55
Figura 34 - Projeto Mini Baja.....	55
Figura 35 - Gráfico do Torque do motor em função de sua rotação usado no modelamento .....	56
Figura 36 - Gráfico da relação de transmissão da CVT em função da rotação da roda .....	57
Figura 37 – Resultado da distância em função do tempo para simulação de aceleração .....	58
Figura 38 – Resultado da força trativa para simulação de aceleração .....	58
Figura 39 - Resultado da distância em função do tempo para simulação de rampa....	59
Figura 40 – Resultado da força trativa para simulação de rampa.....	59
Figura 41 - Curva da redução da CVT em aceleração .....	60
Figura 42 - Distância percorrida e força trativa em função do tempo para uma aceleração .....	61
Figura 43 - Curva da redução da CVT em uma rampa de 22° .....	62

Figura 44 - Distância percorrida e força trativa em função do tempo para uma rampa de 22° .....	62
Figura 45 – Esquema de teste de capacidade de tração para o veículo Mini Baja .....	63
Figura 46 - Medição da capacidade trativa do Mini Baja .....	63
Figura 47 – Comparação da distância percorrida na simulação e no teste em função do tempo para uma aceleração .....	64
Figura 48 – Comparação da força trativa na simulação e no teste em função da distância para uma aceleração .....	65
Figura 49 – Gráfico da força de resistência do rolamento em função da distância para uma aceleração .....	65
Figura 50 – Comparação da distância percorrida na simulação e no teste em função do tempo para uma rampa de 22° .....	66
Figura 51 – Comparação da força trativa na simulação e no teste em função da distância para uma rampa de 22° .....	66
Figura 52 – Gráfico da força de resistência do rolamento em função da distância para uma rampa de 22° .....	67
Figura 53 – Gráfico da força de resistência do rolamento em função da distância ....	69

## 1. INTRODUÇÃO

A história da locomoção sob rodas deu-se início com a invenção da roda aproximadamente 3500 A.C. Desde então, a locomoção sobre solos fora-de-estrada foi guiada pelo empirismo. Por milênios, veículos foram continuamente transformados para melhorar o desempenho da interação com o solo. Primeiramente, nas carroças, as rodas de madeira foram usadas como elemento de contato com o solo. No século da Revolução Industrial, desenvolveram-se veículos cujas rodas eram unicamente de aço. Já o advento do automóvel forçou o desenvolvimento do pneu a fim de garantir propriedades de contato com o solo rígido significativas.

Os parâmetros envolvendo o contato de pneus e rodas em solos deformáveis não foram investigados ao longo da história por diversas razões. Entre elas destaca-se a complexidade do problema, relacionada à deformação das duas superfícies e pelo fato deste ser um problema que envolve duas ciências distintas: engenharia automotiva e mecânica dos solos.



**Figura 1 - Veículo de Exploração Lunar (Fonte: NASA)**

Os primeiros estudos científicos sobre o assunto foram publicados por Dr. M. G. Bekker durante a guerra fria. Desejava-se desenvolver um veículo para exploração da Lua (*LRV - Lunar Roving Vehicle*). Mas até aquele momento era inviável obter resultados empíricos de testes. Isto forçou o estudo teórico de diversos parâmetros de projeto do veículo, do contato do veículo em solos deformáveis e do comportamento do solo. Entre os principais problemas do *LRV* estava a baixa gravidade e as propriedades diferentes do solo lunar, chamado regolito.



**Figura 2 - Pneu do LRV (Fonte: NASA)**

Para o desenvolvimento do veículo explorador lunar, Bekker buscou estudar uma série de veículos de exploração de superfícies e robôs automotores. Após uma exaustiva pesquisa, chegou-se a um veículo de quatro rodas cujos pneus foram fabricados em metal: com garras de titânio sustentadas por uma grade de aço.

Este tipo configuração possui ótima elasticidade, tração e durabilidade com o mínimo peso. Além disso, ele atendia aos problemas de vácuo e gradiente de temperaturas da superfície lunar. O projeto foi um sucesso, pois proporcionou alto desempenho na exploração da Lua pelo *LRV*.

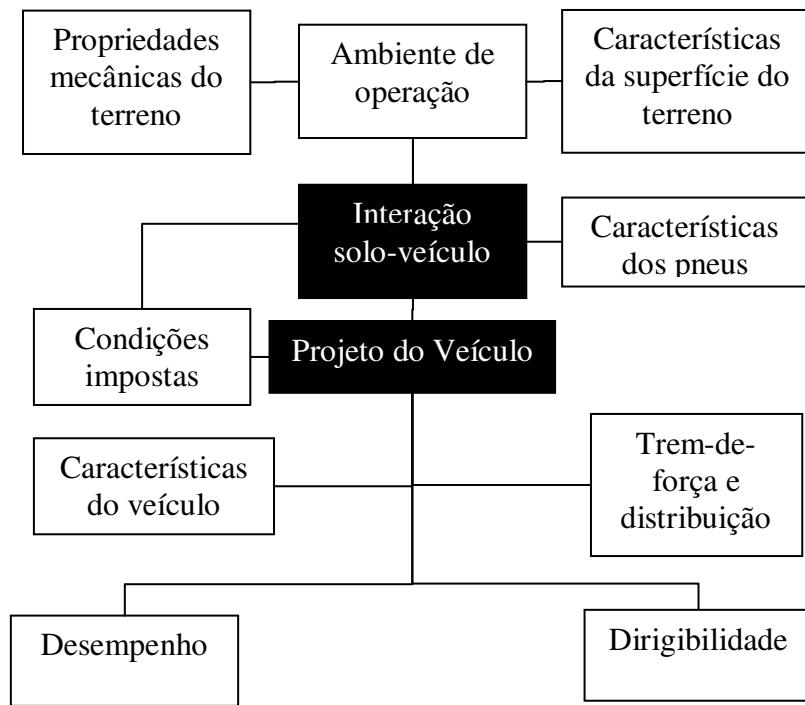
### **1.1 Desenvolvimento de veículos fora-de-estrada**

Segundo WONG (1989) o termo inglês usado para caracterizar os princípios mecânicos de locomoção em terrenos fora de estrada chama-se: “*Terramechanics*”. O termo significa o estudo do desempenho de um veículo no meio em que está se locomovendo. Isto é, a introdução de princípios para o modelamento, desenvolvimento e avaliação de veículos fora-de-estrada, garantindo tanto que os obstáculos encontrados na sua trajetória sejam ultrapassados quanto uma alta eficiência energética na interação com o solo.

No projeto de um veículo fora-de-estrada, os fatores que estão relacionados com a interação veículo-solo são:

- Ambiente de operação: propriedades mecânicas e características da superfície do terreno;
- Tipo e características dos pneus usados;
- Condições impostas: gradientes a serem enfrentados (terrenos inclinados);

- Trem de força e de distribuição: curva de torque do motor e curva de funcionamento do sistema de transmissão;
- Características do veículo:  
Físicas: peso, coeficiente aerodinâmico, área frontal, etc.  
Dinâmicas: rigidez da suspensão, mecanismo de direção e suspensão, etc.
- Desempenho e dirigibilidade esperados.



**Figura 3 - Diagrama de desenvolvimento de um veículo fora-de-estrada**

## 1.2 Caracterização do solo

O estudo da interação veículo-solo necessita do conhecimento de técnicas usadas na caracterização de solos e da mecânica do mesmo. Conhecimentos de composição mineral, granulometria, umidade do solo e permeabilidade são importantes para uma análise detalhada desta ciência. No entanto, tais conhecimentos devem ser aplicáveis aos problemas de mobilidade sobre o solo. KARAFIATH (1978) afirma em seu trabalho que a solução dos problemas por meio da engenharia aplicada deve estar acima da validação da análise computacional das teorias de mecânica dos solos de extrema precisão. Para ele, as soluções propostas de engenharia devem representar um “balanço coerente entre exatidão teórica e prática” (p. 274).



**Figura 4 - Veículo fora-de-estrada ultrapassando um obstáculo**

Partindo deste princípio, a medição e caracterização do terreno a ser enfrentado pelo veículo define o desempenho do veículo sob os seguintes aspectos:

- Caracterização da geometria do terreno: influenciarão a qualidade da dirigibilidade e a capacidade de enfrentar obstáculos;
- Propriedades do solo: irão influenciar as propriedades trativas do carro.

De acordo novamente com WONG (1989), no âmbito da engenharia, são utilizadas as seguintes técnicas de caracterização de solos:

#### 1.1.1 Penetrômetro de cone

O penetrômetro de cone foi desenvolvido primeiramente pela *Waterways Experiment Station* (WES) na Segunda Guerra Mundial. Ele possui um cone de base circular no qual pode-se medir a resistência de penetração do terreno por unidade de base do cone. Isto representa a qualidade de compactação do solo. Além de obter parâmetros importantes em agronomia, o uso do penetrômetro é útil para caracterizar a mobilidade do veículo sobre o solo estudado. No capítulo 3 é discutido com mais detalhe a forma de aquisição de dados pelo pentrômetro. A correlação entre o desempenho do veículo e o resultado de medição do penetrômetro é indicada no capítulo 4.

#### 1.1.2 Técnica do bevâmetro

Desenvolvida por BEKKER esta técnica baseia-se na premissa de que as propriedades do terreno podem ser medidas com mais precisão quando em condições

de carga semelhantes àquelas exercidas por um veículo fora-de-estrada. Para simular as forças normais e de cisalhamento que um veículo exerce sobre a superfície do terreno, a técnica do bevâmetro é dividida em duas etapas de testes: o teste de penetração de uma placa e o teste de cisalhamento. Baseado nestas duas medidas, o aprofundamento do veículo no solo e a resistência à locomoção podem ser definidos. Assim o limite de tração do veículo naquele solo pode ser estimado.

## 1.2 Contexto e necessidade do estudo

Com o presente trabalho deseja-se conceber novas abordagens de estudo ao projeto Mini Baja da Equipe POLI. Ao longo do desenvolvimento do veículo, a disponibilidade de parâmetros que provêm da interação veículo-solo tornam-se necessários.

Especificamente no âmbito do dimensionamento da caixa de redução, aplica-se o coeficiente de resistência ao rolamento para dimensionamento de relação de transmissão requerida pelo veículo. Referências como CANALE, GILLESPIE e FENTON apresentam faixas de resultados focadas para uma abordagem inicial de projeto. Além disso, as características específicas do terreno que compõem a pista de competição enfrentada pelo Mini Baja são apresentadas nestas bibliografias. As abordagens das bibliografias AGEIKIN, WONG e KARAFIATH permitem chegar a resultados coerentes, expressivos e competitivos para a Equipe POLI.

A segunda área que vêm demandando estudos é a seleção do perfil de pneu a ser usado para que a interação solo-veículo seja otimizada tanto nos pneus dianteiros quanto nos traseiros. O capítulo 4 discute a aplicação de perfis de pneus agrícolas e sua relação com o veículo Mini Baja.

A terceira necessidade que a Equipe enfrenta é o estudo do comportamento do veículo na etapa de projeto, ou seja, enquanto o veículo está em processo de modelamento. Sabe-se da existência de programas de simulações dinâmicas para veículos, no entanto, a falta de acesso a destes *softwares* demandou que uma análise dinâmica simplificada fosse elaborada. No capítulo 5 está descrita a metodologia de dimensionamento desta análise.

### **1.3 Objetivos finais**

Pretende-se, portanto, apresentar um estudo sobre a interação veículo-solo para que seja assimilado pela Equipe, torne-se um trabalho documentado e inicie a discussão de um assunto anteriormente não estudado. O coeficiente de resistência ao rolamento, parâmetro obtido neste projeto, será usado nos cálculos de dimensionamento da transmissão dos veículos Mini Baja. Por fim, apesar da grande diferença entre a teoria e os testes práticos, este estudo também ajudará na seleção e utilização dos pneus a serem usados pela Equipe nos próximos projetos.

## 2. RESISTÊNCIA AO ROLAMENTO

O pneu sofre deformações cíclicas provenientes da carga sobre a roda e do movimento de rolamento. Estas deformações cíclicas, por efeito em parte da histerese do material e em parte do atrito ao escorregamento, produzem a transformação da energia do movimento em outros tipos de energia, que podem ser traduzidos através de uma força contrária ao movimento da roda, a força de resistência ao rolamento. Esta força atua em todos os instantes desde o início do movimento e possui diversos parâmetros que a compõem.

Sendo o principal objetivo deste trabalho determinar os parâmetros de desempenho de um veículo específico, procurou-se levantar, em algumas bibliografias conhecidas, conceitos de interação pneu-solo. Tais conceitos vão desde rolamento e escorregamento de um pneu sobre o solo até a determinação do coeficiente de resistência ao rolamento ( $f_r$ ) para um dado veículo.

Pretende-se apresentar neste capítulo a resistência ao rolamento e discutir os parâmetros que o regem e quais as consequências das suas variações.

### **2.1 Fatores que determinam a resistência ao rolamento**

A força de resistência ao rolamento é significativa no equacionamento da movimentação de um veículo sobre o solo. Ela está presente desde o início do deslocamento do veículo. Em veículos de passeio, a força de resistência aerodinâmica passa a ter a mesma magnitude que a força de resistência ao rolamento a partir de aproximadamente 80 km/h. Mas para veículos fora-de-estrada a resistência ao rolamento é a resistência mais significante a ser vencida, tanto pelo fato de não desempenharem velocidades altas, quanto devido ao contato do pneu com solos deformáveis que geram um alto grau de escorregamento do pneu.

Enquanto as outras forças de resistência passam a atuar de forma significativa a partir de certas condições de movimentação, a resistência ao rolamento está presente desde o instante em que as rodas começam a girar. Este tipo de força está relacionado à perda de energia das seguintes fontes:

- Deflexão das laterais próximas e à área de contato com o solo;
- Deflexão nas regiões de contato;
- Atrito de contato e escorregamento entre as duas superfícies;
- Deslizamento do pneu nas direções longitudinais e laterais;

- Deformação da superfície do solo.

Considerando o veículo como um todo, a resistência de rolamento total é a soma das resistências de todos os pneus, ou seja:

$$R_x = R_{xf} + R_{xr} = f_r \cdot W \quad (1)$$

Onde:  $R_{xf}$  – Resistência ao rolamento das rodas dianteiras;

$R_{xr}$  – Resistência ao rolamento das rodas traseiras;

$f_r$  – Coeficiente de resistência ao rolamento;

$W$  – Peso do veículo.

Para cálculos teóricos de alto grau de precisão, a variação de peso dinâmico, incluindo os efeito da aceleração, força de reboque vertical no eixo traseiro e a componente vertical da resistência aerodinâmica são usadas. No entanto, GILLESPIE admite que, para estimativas de desempenho, o efeito da variação de peso dinâmica proporciona uma complexidade matemática sem um aumento significativo na precisão dos resultados. Por este motivo, admitir o somente o peso total do veículo no cálculo da resistência ao rolamento é suficiente para resultados esperados neste estudo.

Em grande parte das referências, as considerações para estudo do coeficiente de resistência ao rolamento são aplicadas somente para o deslocamento do veículo em retas. Quando o veículo está realizando uma curva, a direção da força de resistência ao rolamento difere da direção de deslocamento do veículo sendo necessário que a força trativa vença a resultante vetorial da força lateral aplicada somada à resistência ao rolamento. Por este motivo os casos de forças laterais presentes em curvas foram desconsiderados.

O coeficiente de resistência ao rolamento,  $f_r$ , é um fator adimensional que expressa os efeitos de propriedades físicas complexas e que dependem do pneu e do solo. O estabelecimento dos efeitos das variáveis que regem a interação pneu-solo, como a estrutura do material do solo, composição da borracha do pneu, elementos de projeto do pneu, temperatura, entre outros, levam a uma estimativa de tal coeficiente, mas não de seu valor exato, pois o fenômeno é altamente complexo e não-linear.

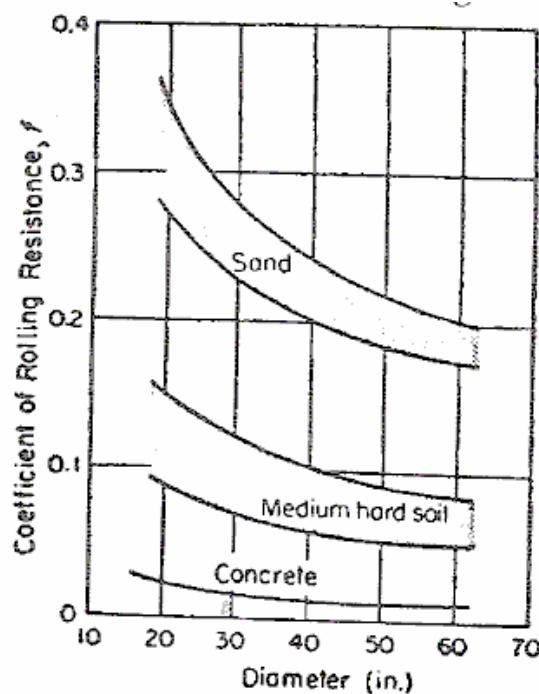
Para determinação do coeficiente  $f_r$  várias equações matemáticas têm sido desenvolvidas para diversos tipos de veículos rolando principalmente no concreto e

no asfalto. As variáveis destas equações são geralmente pressão do pneu, velocidade do veículo e carga aplicada nas rodas.

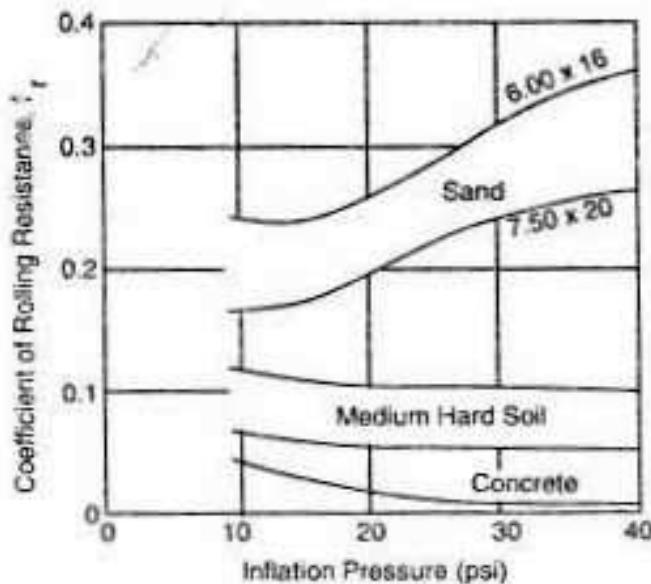
## 2.2 Fatores que afetam a resistência ao rolamento

Os principais parâmetros determinantes da força de resistência ao rolamento e seus efeitos são apresentados abaixo:

- Temperatura do pneu: Por causa do aumento da resistência ao rolamento devido à deflexão e perda de energia no material do pneu, a temperatura tem um efeito na resistência ao rolamento. Na maioria dos casos, quando a roda inicia o rolamento em uma condição de temperatura ambiente. Sua temperatura interna tende a aumentar e a resistência ao rolamento diminuir durante o período de funcionamento do veículo. Vale ressaltar a influência da temperatura dissipada pelo sistema de freios do veículo quando próximo ao conjunto de rodas.
- Dimensão dos pneus (figura 5): A dimensão do pneu é um parâmetro que altera o fator de resistência ao rolamento. Quanto menor o diâmetro do pneu, maior será o deslocamento de matéria realizado no próprio pneu. Mantida a velocidade de deslocamento, o pneu de diâmetro reduzido necessita de maior velocidade angular e, portanto, de uma maior freqüência de trabalho de flexão realizada em uma mesma sessão transversal. Devido à histerese, tal fato gera o aumento da temperatura de trabalho do pneu o que aumenta a resistência ao rolamento. No caso do solo em contato composto por partículas, a presença do pneu de diâmetro menor intensifica o fator de resistência ao rolamento por possuir uma menor área de contato com o solo. Isto induz à maior facilidade de aprofundamento do pneu no solo e consequente deslocamento maior de partículas do solo, aumentando a resistência ao rolamento.
- Pressão dos pneus: De forma generalizada, a pressão dos pneus determina sua elasticidade e, juntamente com a carga aplicada aos pneus, determina a deflexão das paredes laterais e da região de contato. A figura 6 demonstra como o coeficiente varia com a pressão em diferentes tipos de superfícies.



**Figura 5 - Coeficiente de resistência ao rolamento  $f_r$  em função do diâmetro dos pneus para três tipos de solo (Fonte: FENTON, p. 391)**



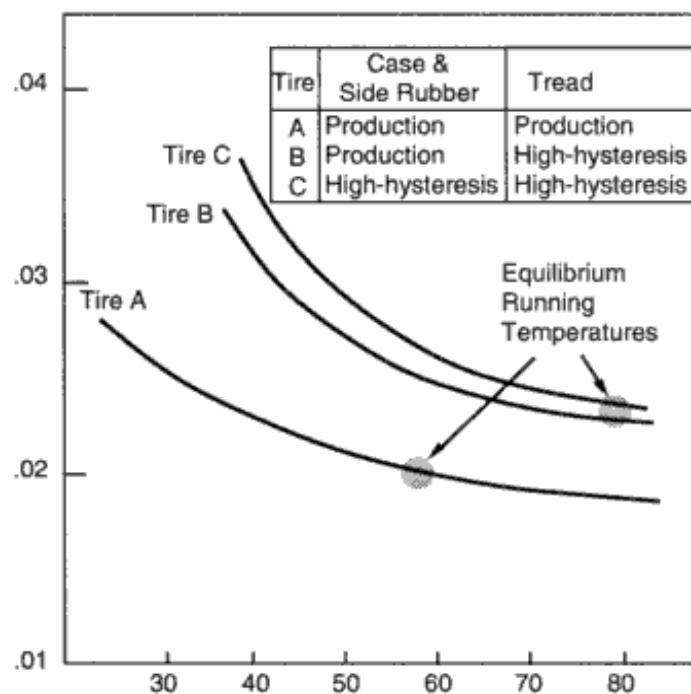
**Figura 6 - Coeficiente de resistência ao rolamento  $f_r$  em função da pressão dos pneus para três tipos de solo (Fonte: GILLESPIE, p. 113)**

Como é possível observar, a resistência ao rolamento também depende da elasticidade do solo. Em solos pouco coesivos como a areia, altas pressões dos pneus representam um trabalho de penetração crescente no solo e, consequentemente, coeficientes maiores. Por outro lado, pressões menores, que diminuem a penetração no solo, aumentam o trabalho de flexão. Portanto,

a pressão ótima depende das características de deformação da superfície de contato, da pressão do pneu e da carga em que é submetido.

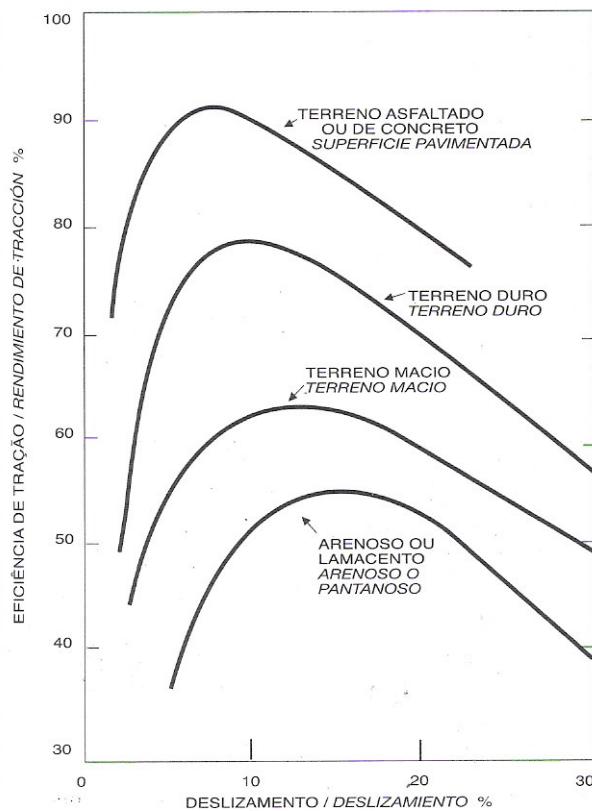
Em superfícies de deformação plástica intermediária, ou seja, superfície de dureza média, os efeitos da variação de pressão no pneu e a penetração no solo balanceiam-se e o coeficiente de resistência ao rolamento varia pouco com a variação de pressão. Já em superfícies pavimentadas, cujo solo é mais duro, o coeficiente diminui com o aumento da pressão do pneu, uma vez que o trabalho de flexão do corpo do pneu é reduzido.

- Velocidade: O coeficiente de resistência ao rolamento é diretamente proporcional à velocidade devido ao trabalho de flexão e à vibração do corpo do pneu. A influência da velocidade passa a se tornar expressiva quando a velocidade é combinada à baixa pressão dos pneus.
- Material do pneu e disposição das ranhuras: Os materiais e espessuras dos dois lados do pneu e a superfície de contato determinam o arrasto e perda de energia no pneu em movimento. A figura 7 demonstra a resistência ao rolamento de pneus construídos com diferentes tipos de borracha nas laterais e na banda de rodagem. O gráfico expressa claramente a perda derivada da mudança da histerese da banda de rodagem. Apesar da histerese da borracha da banda ser importante para garantir tração em superfícies molhadas, ela influencia negativamente o desempenho da força de resistência ao rolamento. Pneus usados e desgastados apresentam coeficientes até 20% menores que pneus novos. Ranhuras bem definidas, por outro lado, aumentam os coeficientes na ordem de 25%. O material das paredes possui uma influência pequena na variação do coeficiente de resistência.



**Figura 7 - Resistência ao rolamento em função da temperatura para pneus de diferentes polímeros**

- Força de tração: O escorregamento causado pela força de tração (ou de frenagem) está relacionado ao fator  $f_r$ . Ambos estão atrelados ao carregamento em que o pneu é submetido, sua pressão e o solo em que está interando. Existe uma força máxima de tração para cada configuração destes três parâmetros. Pneus submetidos a carregamentos insuficientes e pressão alta patinam facilmente, provocando perda de velocidade, desgaste rápido da banda de rodagem e consumo excessivo de combustível. Por outro lado, o carregamento excessivo e baixa pressão aumentam o trabalho de compressão do solo e a resistência ao rolamento.



**Figura 8 – Gráficos de eficiência trativa em função do deslizamento do pneu (fonte: PIRELLI, p. 46)**

### 2.3 Valores típicos para os coeficientes $f_r$

Em diversas bibliografias equações para a resistência ao rolamento são apresentadas. As variáveis destas equações são, normalmente, a pressão, a velocidade e a carga. A precisão destas equações é limitada, portanto, pela influência dos fatores que foram negligenciados.

Os múltiplos fatores inter-relacionados que afetam a resistência ao rolamento tornam a criação de uma fórmula que os leve em conta, impossível. Portanto, antes de se selecionar um valor ou relação para o coeficiente de resistência ao rolamento para uma certa aplicação, deve-se estabelecer o nível de acurácia requerido para os cálculos.

De forma mais simplificada, o coeficiente de resistência ao rolamento pode ser estimado como constante. A tabela 1 abaixo lista alguns valores típicos que podem ser usados neste caso.

**Tabela 1 – Coeficientes de Resistência ao Rolamento (Fonte: CANALE, p. 63)**

Veículo	Concreto	Dureza Média	Areia
<b>Carros de Passageiros</b>	0,015	0,10	0,30
<b>Caminhões Pesados</b>	0,012	0,08	0,25
<b>Tratores</b>	0,02	0,04	0,20

Para cálculos de precisão menor, admitindo a pressão dos pneus em torno de 26 psi,  $f_r$  pode ser calculado como função linear da velocidade v:

$$f_r = 0,01 \cdot (1 + 0,0160934 \cdot v) \quad (2)$$

Onde: v – Velocidade em km/h.

Para uma gama de velocidades maiores, o coeficiente aumenta em uma proporção próxima a velocidade elevada a um certo valor. O Instituto de Tecnologia de Stuttgart desenvolveu a seguinte equação para o movimento sobre uma superfície de concreto:

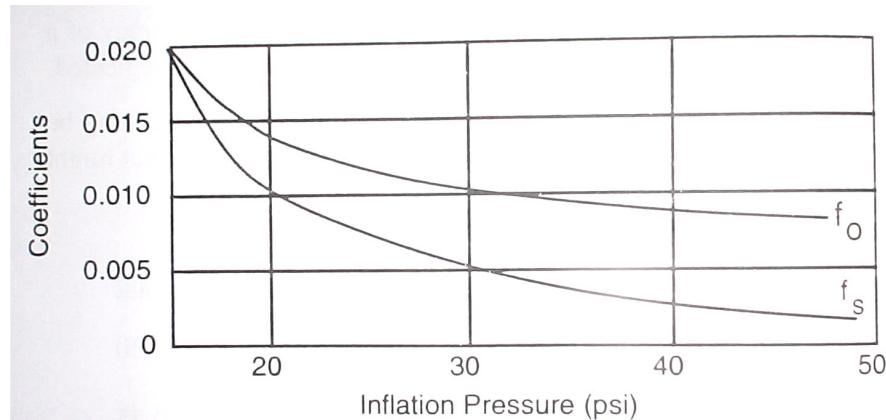
$$f_r = f_0 + 3,24 \cdot f_s \cdot (0,0160934 \cdot v)^{2,5} \quad (3)$$

Onde: v – Velocidade em km/h;

$f_0$  – Coeficiente básico;

$f_s$  – Coeficiente de efeito da velocidade.

Os dois coeficientes  $f_s$  e  $f_0$  dependem da pressão e são determinados pelo gráfico da figura 9, abaixo:



**Figura 9 - Coeficientes para a equação acima (Fonte: CANALE, p.61)**

No University of Michigan Transportation Research Institute equações similares para estimar a resistência ao rolamento de pneus de caminhões pesados:

$$f_r = (0,0041 + 0,000066 \cdot v) \cdot C_h \text{ para pneus Radiais (4)}$$

$$f_r = (0,0066 + 0,000074 \cdot v) \cdot C_h \text{ para pneus do tipo "Bias" (5)}$$

Onde:  $v$  – Velocidade em km/h;

$C_h$  – Coeficiente da superfície do solo (1,0 para concreto liso; 1,2 para concreto rugoso, paralelepípedo e asfalto frio; 1,5 para asfalto quente)

A resistência ao rolamento é claramente menor em superfícies duras, lisas e secas. Uma rua irregular pode causar o incremento de 100% no valor da resistência ao rolamento em ruas regulares. Em superfícies molhadas, altas resistências ao rolamento são observadas provavelmente causadas pelo aumento excessivo do escorregamento do pneu.

#### 2.4 Cálculo dos coeficientes de resistência ao rolamento para o veículo

O veículo Mini Baja é um veículo que trafega em solos pavimentados de terra. É por este motivo que a maioria das fórmulas empíricas propostas não se aplicam com grande sucesso na determinação do valor real do coeficiente de resistência ao rolamento para esta aplicação. Outra implicância é o baixo peso do veículo que está em torno de 1700 N e também a dimensão do diâmetro do pneu deste veículo que não passa de 512 mm.

Apesar destas implicâncias, os cálculos foram realizados e obteve-se os resultados apresentados na tabela 2, de acordo com os parâmetros abaixo:

- Velocidade máxima: 50 km/h;
- Diâmetro do Pneu: 512 mm ou 20 pol;
- Pressão dos pneus: 10 psi.

**Tabela 2 – Coeficientes de resistência ao rolamento obtidos nas bibliografias**

<b>Fonte</b>	<b>Método</b>	<b>Valor de <math>f_r</math></b>	<b>Critério usado</b>
Figura 5	Gráfico	0,275	Diâmetro do pneu de 10 pol e solo arenoso
Figura 5	Gráfico	0,150	Diâmetro do pneu de 10 pol e solo de dureza média
Figura 6	Gráfico	0,1650	Pressão do pneu de 10 psi e solo arenoso
Figura 6	Gráfico	0,1160	Pressão do pneu de 10 psi e solo de dureza média
Tabela 1	Seleção	0,1000	Carro de passeio e solo de dureza média
Tabela 1	Seleção	0,3000	Carro de passeio e areia
Equação 2	Cálculo	0,0180	Solo pavimentado e pressão do pneu de 26 psi
Equação 3	Cálculo	0,0410	Movimento sobre uma superfície de concreto
Equação 4	Cálculo	0,0089	Caminhão pesado em concreto rugoso e pneus radiais
Equação 5	Cálculo	0,0124	Caminhão pesado em concreto rugoso e pneus “Bias”

## 2.5 Conclusão e comentários

Conclui-se que as referências apresentadas são úteis para obtenção de resultados abrangentes e simplificados. Especificamente nos projetos da Equipe POLI, têm-se usado como referência o gráfico de GILLESPIE (figura 6). O dimensionamento do sistema de transmissão do veículo, usando a faixa de coeficientes entre 0,11 e 0,17, resultou em um desempenho satisfatório do veículo nos anos de 2005 e 2006.

No entanto, os valores dos coeficientes de resistência ao rolamento obtidos pela fórmulas são pouco aplicáveis ao veículo Mini Baja, pois os critérios de utilização são para solos pavimentados (equações 3 e 4) e para caminhões (equações 5 e 6).

Portanto torna-se necessária uma análise mais precisa do problema da interação pneu-solo. Mais especificamente, o estudo da interação pneu-solo para solos não pavimentados próxios aos solos enfrentados pelo veículo Mini Baja.

### **3. MECÂNICA DOS SOLOS**

A fim de aprofundar a teoria de interação pneu-solo para veículos é necessário que sejam apresentados conceitos do âmbito da mecânica dos solos. Para tanto, existem diversas hipóteses que regem tanto a estática quanto a dinâmica dos solos. O tema é largamente estudado pela ciência da mecânica dos solos e aplicada na Engenharia Civil. Nesta ciência, o foco é dado às fundações de estruturas.

A aplicação dos conceitos de mecânica dos solos para a locomoção de veículos fora-de-estrada centraliza-se na superfície do solo. Os parâmetros que definem a locomoção não dependem somente da composição do solo, mas de outras fontes como a umidade e a compactação superficial.

#### **3.1 Principais características do solo**

As propriedades mecânicas do solo são governadas pela sua composição granulométrica, conteúdo de umidade, densidade e matéria vegetal presentes nas camadas superficiais. Dentre elas, a composição granulométrica é a característica mais estável dos solos e é normalmente considerada como a base da sua caracterização. O cisalhamento, plasticidade, coesão e limites de consistência são fatores que definem a interação da composição granulométrica do solo e servem de base para entendimento da interação pneu-solo. Abaixo, serão descritos os três conceitos de forma intuitiva:

##### **3.1.1 Plasticidade e coesão**

A capacidade de certos sólidos serem moldados sem apreciável variação de volume ou sem ocorrer ruptura, chama-se plasticidade. Já a resistência a esforços externos pela ação da capilaridade entre os grãos chama-se coesão.

Solos com partículas de grande tamanho são pouco plásticos, pois são porosos. Apesar de parte do espaço entre as partículas grandes ser ocupado por outras partículas menores, não há preenchimento total do espaço o que permite a compactação do solo com alteração expressiva de volume. Conforme a proporção de umidade, poderá haver alteração no comportamento coesivo, por modificar a porosidade do solo.

Os solos caracterizados por partículas finas são pouco porosos. Neste caso, o comportamento será devido à fração fina do solo e é predominantemente plástico.

Uma pequena variação na proporção de partículas grossas pouco altera sua plasticidade e coesão. Portanto, a forma dos grãos, cujo diâmetro é inferior a 0,1 mm nos solos finos, é extremamente importante na definição do seu comportamento.

Nas argilas, os grãos tendem a ter formas lamelares, escamosas ou filiformes. Estes grãos possuem larguras pequenas em relação às outras dimensões. Isto torna a relação entre a área superficial e o volume das partículas grande. Além disto, a argila, por ser um solo fino e úmido é chamada de coesiva. Entende-se que a plasticidade das argilas existe por causa da coesão e do teor de umidade presente na superfície dos grãos.

A plasticidade também depende do mineral que compõe o material. Como a forma dos grãos depende da estrutura cristalina e que essa é peculiar a cada espécie mineral, conclui-se que cada espécie possuirá plasticidade diferente, isto é, capacidade de serem moldadas sem variação de volume.

### 3.1.2 Resistência ao cisalhamento

A falha, na maioria dos materiais sólidos, ocorre quando uma condição específica de tensão é imposta e se iguala ou excede a tensão limite específico. A ruptura do material pode ocorrer devido à tensão, compressão ou cisalhamento. Nos problemas envolvendo a interação do solo com a movimentação do veículo a principal falha encontrada é devido ao cisalhamento. Quando a tensão de cisalhamento se iguala à tensão limite de cisalhamento, ou seja, quando as tensões principais correspondentes à falha excedem um certo valor, ocorre a ruptura.

A tensão limite de cisalhamento do solo, diferentemente dos sólidos, não possui um único valor fixo. O valor de tensão de cisalhamento é afetado pelas condições de aplicação do carregamento (que pode ser uniaxial, biaxial ou triaxial), a umidade (que pode ser saturada, parcialmente saturada ou seca), a velocidade de aplicação do carregamento e o histórico de carregamento (grau de compactação do solo).

Como em outros materiais, a falha nos solos pode ser avaliada pelos seguintes critérios: Mohr-Coulomb, Tresca e Von Mises. Tais critérios são usados para materiais isotrópicos. Em uma grande extensão o critério mais usado é o de Mohr-Coulomb. A equação de Mohr-Coulomb relaciona as tensões normais e de cisalhamento. KARAFIATH a apresenta da seguinte forma:

$$s = c + \sigma_{NORMAL} \cdot \tan(\phi) \quad (6)$$

Onde:  $s$  – resistência ao cisalhamento;

$c$  – grau de coesão do solo;

$\sigma_{NORMAL}$  – tensão normal;

$\phi$  – ângulo de cisalhamento.

Analogamente, para a interação veículo-solo a força trativa ( $H$ ) obtida entre o solo e o pneu do veículo depende basicamente da área de contato com o solo ( $A$ ) e seu peso ( $W$ ). Sua relação é definida pela seguinte fórmula:

$$H = cA + W \tan(\phi) \quad (7)$$

### 3.1.3 Estados e limites de consistência

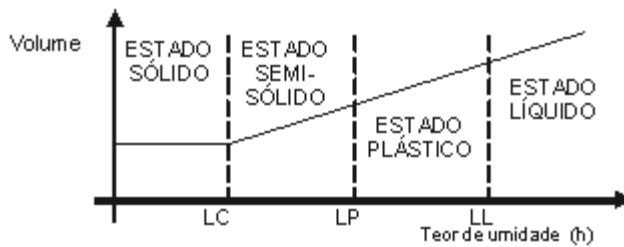
Se a umidade de um solo coesivo é muito elevada, a ponto deste solo se apresentar como um fluido denso, se diz que o solo se encontra no estado líquido.

À medida que se retira a água, o solo torna-se mais viscoso. Até que, a partir de um certo teor de umidade  $h_1 \leq LL$  (limite de liquidez), perde sua capacidade de fluir e atinge o estado plástico. Ou seja, ele passa a ser moldado facilmente e conservar sua forma.

Com a continuação da retirada de umidade, a capacidade de ser moldado diminui, até que a partir do teor de umidade  $h_2 \leq LP$  (limite de plasticidade), o mesmo fratura ao ser moldado. Este é o chamado estado semi-sólido, no qual o solo sofre reduções de volume com a perda de umidade.

Continuando a secagem, observa-se a passagem gradual para o estado sólido, onde praticamente não mais ocorre variação de volume devida à perda de umidade. O limite entre esses dois últimos estados é o teor de umidade  $h_3 = LC$  (limite de contração).

A figura seguinte ilustra esquematicamente esses três estados físicos, chamados estados de consistência e suas fronteiras, os chamados limites de consistência.



**Figura 10 - Limites de consistência do solo**

Em cada uma das regiões citadas o solo possui os seguintes comportamentos mecânicos:

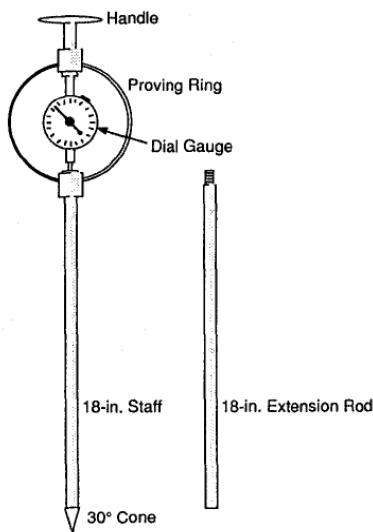
- Acima do L.L. se comporta como um líquido viscoso no qual a resistência ao cisalhamento é proporcional à velocidade de deformação. O coeficiente de proporcionalidade entre resistência ao cisalhamento e o gradiente da velocidade de deformação  $dv/dz$  é chamado viscosidade. Neste caso, a mobilidade de um veículo torna-se inviável sobre este solo.
- Na zona plástica a resistência ao cisalhamento é proporcional à deformação até um certo limite. A partir deste limite, ela é constante e independente da deformação. Neste patamar, o veículo passa a poder transitar sobre o solo. O cálculo deste limite é de alta complexidade, pois depende de diversos parâmetros, entre eles a composição do solo.
- No estado semi-sólido há um ponto limite onde o solo se fratura, correspondente à propriedade de friabilidade perfeita. Neste patamar, o estudo da mobilidade do veículo é possível de ser realizado.

### 3.2 Medição do comportamento do solo

A medição e caracterização do comportamento do terreno e a identificação de suas propriedades, apesar de complexos, são os pré-requisitos para o estudo da interação pneu-solo. Até o momento, não foram desenvolvidas metodologias aceitas universalmente. Como foi mencionado no capítulo 1, existem dois tipos de técnicas propostas por WONG (1989) para medição dos terrenos: a técnica de penetrômetro de cone e a técnica do bevâmetro. Ambas, são do tipo “in loco” pois dependem das condições originais do terreno para sua caracterização como umidade, grau de compactação superficial e presença de vegetação. A seleção destas duas técnicas depende do grau de precisão necessário do estudo de mobilidade do veículo.

### 3.2.1 Método do penetrômetro de cone

A medição do solo por meio do penetrômetro de cone foi desenvolvida originalmente para fornecer à Inteligência Militar Americana um método simples de garantir a capacidade de tráfego de veículos sobre o terreno analisado. O penetrômetro de cone foi desenvolvido pela *Waterways Experimental Station (WES)* e é um instrumento mecânico portátil. Ele possui uma haste de penetração de 1,59 cm de diâmetro cuja ponta possui um cone de 30° de inclinação e área de base de 3,23 cm<sup>2</sup>. Ligado à haste, um ponteiro faz a marcação da força aplicada ao instrumento em uma superfície graduada. Recomenda-se uma velocidade de penetração de 3 cm/s para aprofundar o penetrômetro no solo. A força por unidade de base do cone chama-se índice de cone (*CI*). Apesar de ser um parâmetro adimensional, o índice de cone é essencialmente a força exercida no penetrômetro dividida pela área da base do cone. Durante o uso, a primeira tomada de dados é feita quando a base do cone penetra por inteiro no solo. Seqüencialmente, são obtidos os dados a cada 7,6 cm de penetração até a profundidade de 30,5 cm. Após os 30,5 cm a medição é feita de 15,2 cm em 15,2 cm até a profundidade total de 76,2 cm ou até o valor de índice de cone de  $CI=300$  que representa a máxima capacidade do penetrômetro de cone desenvolvido pela *WES*.



**Figura 11 - Penetrômetro de cone desenvolvido pela WES**

Na última década, o desenvolvimento da tecnologia eletrônica e computacional foi aplicado ao método do penetrômetro de cone. Uma variedade de penetrômetros, que usam sensores eletrônicos e elétricos para monitorar a força e

profundidade de penetração, foi criada. Hoje a tecnologia computacional é usada para armazenar e processar os dados coletados. Alguns destes penetrômetros são portáteis, enquanto outros podem ser instalados em veículos instrumentais ou em carretas.

No âmbito da agricultura tal instrumento é fundamental para o planejamento da mecanização e determinante na escolha do manejo que economicamente melhor conserve o solo e proporcione uma produtividade estável. Entre os efeitos nocivos da compactação estão: a diminuição da altura das plantas, dificuldade para desenvolvimento vertical das raízes, deficiências nutricionais, susceptibilidade a períodos secos de curta duração e formação de camada impermeável que dificulta a infiltração da água e a aeração do solo.



**Figura 12 - Foto de uma carreta com um penetrômetro digital instalado**

Além do índice de penetração, outros índices podem ser obtidos usando o penetrômetro de cone. Por exemplo, para se avaliar a mudança de propriedades do terreno que pode ocorrer por causa do tráfego repetitivo de veículos, usa-se o índice de remoldagem (*RCI*). Ele representa a relação entre o índice de cone de um solo depois da compressão causada pelo tráfego e o índice de cone antes do tráfego.

Para indicar a capacidade de um veículo trafegar sobre um solo, o índice de cone veicular (*VCI*) é usado. O menor índice de cone de um solo na camada crítica permite que um certo veículo realize um número específico de passadas sem ocorrer derrapagem. A profundidade da camada crítica varia com o tipo de veículo e seu peso. A princípio, é sugerido que a profundidade da camada crítica para veículos

que possuem rodas carregadas acima de 22 toneladas esteja entre 150 e 300 mm de profundidade. Para veículos mais leves a profundidade crítica varia entre 230 e 380 mm.

O penetrômetro de cone têm sido largamente utilizado em estudos de tráfego de veículos em terrenos principalmente devido à sua simplicidade. No capítulo 5 é apresentada a relação entre o índice de cone medido por um penetrômetro de cone e o índice de mobilidade de um veículo. O atrelamento entre estes dois parâmetros é empírico e também calculado. A metodologia de uso é simples e é descrita no apêndice E do FIELD MANUAL FM 5-430-00-01 desenvolvido pelo Departamento Militar Norte-americano.

No entanto, de acordo com WONG (1989), o uso do penetrômetro de cone não é suficiente para determinar detalhadamente propriedades mecânicas pertinentes dos terrenos para a mobilidade do veículo. Seus estudos têm mostrado que, em solos de camada superficial compacta, as proporções de cisalhamento e compressão variam com a umidade do solo. À medida que a umidade do solo aumenta, o índice de cone torna-se insensível às mudanças de tensões cisalhantes e de compressão.

Diante deste fato, concluiu-se que, para se alcançar mais acurácia na previsão do comportamento do pneu em superfícies úmidas, seria necessário uma relação entre o gradiente de resistência à penetração do penetrômetro de cone e de resistência à penetração do pneu. Isto significa que o conceito original de uma simples penetração de cone usada em solos para se determinar o grau de compactação do solo teria que ser trocado novos conceitos de análise de solos.

### 3.2.2 O método do bevâmetro

Diante da variância de comportamento mecânico apresentada no item 3.1.3, torna-se necessário encontrar uma aproximação que estabeleça uma relação entre dados medidos e a teoria. Tal aproximação deve representar de forma conveniente o comportamento mecânico do solo em função do seu teor de umidade, ou seja, ao seu estado de consistência. Para isso, BEKKER propôs uma equação que relaciona a pressão e penetração da seguinte forma:

$$p = \left( \frac{k_c}{b} + k_\phi \right) \cdot z^n \quad (8)$$

Onde:  $p$  – pressão exercida sobre o solo (em  $\text{kN}/\text{m}^2$ );

$k_c$  e  $k_\phi$  – coeficientes de Bekker da relação entre pressão e aprofundamento ( $[k_c] = \text{kN}/\text{m}^{n+1}$  e  $[k_\phi] = \text{kN}/\text{m}^{n+2}$ );

$b$  – é o raio ou a menor dimensão da placa circular ou retangular usada na penetração (em  $m$ );

$z$  – aprofundamento medido (em  $m$ );

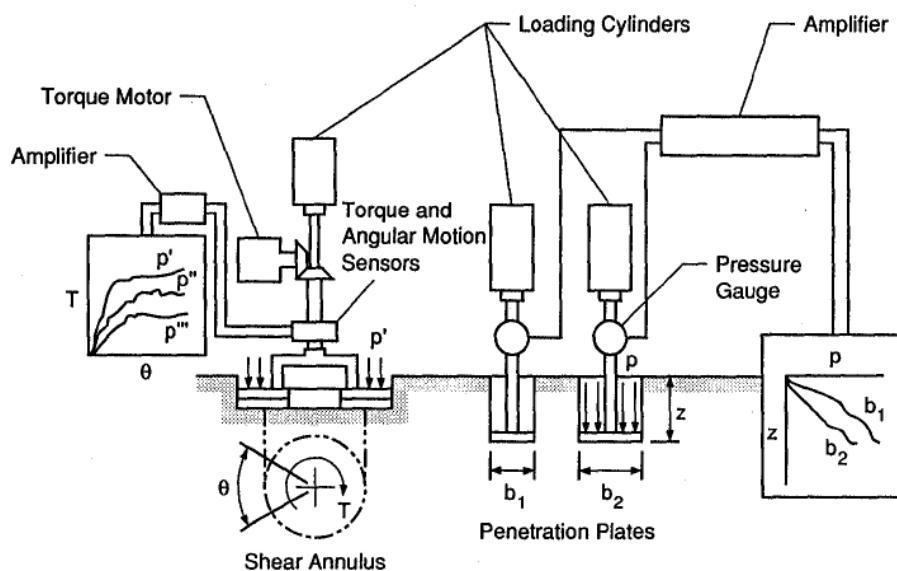
$n$  – expoente de aprofundamento.

Como o valor do expoente  $n$  define a dimensão dos parâmetros da relação entre pressão e aprofundamento,  $k_c$  e  $k_\phi$ , observa-se que este equacionamento é essencialmente experimental e depende de dados que derivam somente de medições realizadas no terreno.

Estes parâmetros são medidos de forma mais precisa sob condições de carga próximas àquelas exercidas por um veículo fora-de-estrada. Portanto, os dados do terreno obtidos pelo bevâmetro podem ser usados em estudos detalhados da interação veículo-solo.

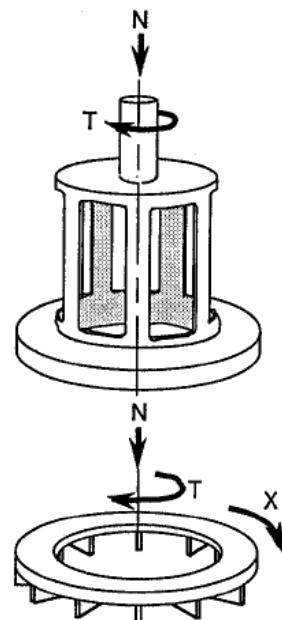
Uma vez que o veículo exerce carregamentos normais e de cisalhamento na superfície de um terreno, o método do bevâmetro comporta dois tipos de testes: o de penetração de uma placa plana e de cisalhamento do terreno.

No teste de penetração, uma placa de medidas específicas é usada para simular a área de contato veículo-terreno em funcionamento obtendo-se a relação pressão-aprofundamento. Este teste é usado para determinar a distribuição normal de pressão na interface pneu-solo. Para garantir a aplicação dos resultados medidos no desempenho do veículo, recomenda-se o uso de uma placa equivalente à superfície de contato do pneu com o solo. No bevâmetro da figura 13, um pistão hidráulico montado verticalmente é usado para aplicar um carregamento normal à placa de aprofundamento.



**Figura 13 - Esquema de um bevâmetro proposto por BEKKER (1956)**

Já no teste de cisalhamento, mede-se a relação entre pressão normal e tensão de cisalhamento por meio de uma placa com pás que é rotacionada por um motor e pressionada ao solo por outro pistão hidráulico. Durante estes testes, a placa com pás está livre para aprofundar-se enquanto rotaciona. Este é um fenômeno de cisalhamento aliado ao aprofundamento define os valores  $k_c$  e  $k_\phi$  mencionados anteriormente.



**Figura 14 – Placa com pás para determinar parâmetros cisalhantes do solo**

Também pode-se medir com o bevâmetro o comportamento do solo sob condições repetitivas de carregamento. Isto fornece dados de desempenho do veículo

para várias passadas no mesmo local e o aprofundamento dos pneus no solo devido ao escorregamento.

### 3.2.3 Resultados de medições

Os resultados que podem ser obtidos por meio dos métodos de caracterização se solo apresentados anteriormente estão representados nas tabelas abaixo. Tais dados serão usados nos cálculos efetuados no capítulo 5:

**Tabela 3 – Parâmetros de tensão de cisalhamento (Fonte: WONG 1989, p.230)**

<b>Tipo de terreno</b>	<b>Cisalhamento do solo</b>		<b>Cisalhamento no contato solo-borracha</b>	
	<i>c</i> (kPa)	$\Phi$ (graus)	<i>c</i> (kPa)	$\Phi$ (graus)
<b>Solo médio</b>	8,62	22,5	4,64	19,9
<b>Solo escorregadio</b>	7,58	14	4,08	12,4

**Tabela 4 – Parâmetros de pressão e aprofundamento (Fonte: WONG 1989, p.230)**

<b>Tipo de terreno</b>	<i>n</i>	$k_c$ (kN/m <sup>n+2</sup> )	$k_\phi$ (kN/m <sup>n+2</sup> )
<b>Solo médio</b>	0,8	29,76	2083
<b>Solo escorregadio</b>	0,6	38,08	499,7

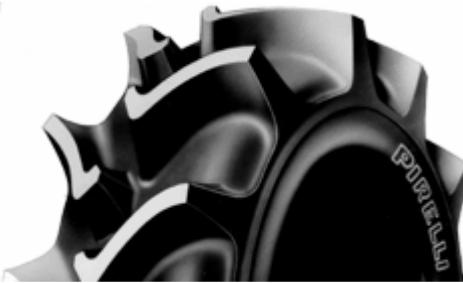
## 4. PNEUS

Antes de desenvolver o assunto do contato pneu-solo, serão apresentados os tipos de pneus encontrados no mercado e medidos os parâmetros pertinentes a fim de tornar o estudo o mais aplicável possível.

### 4.1 Pneus agrícolas

Os pneus agrícolas da marca Pirelli são empregados essencialmente em máquinas usadas em atividades relacionadas ao trabalho com solos. Empregam-se basicamente dois tipos de pneus: os trativos e os direcionais. Ambos possuem geometria externa em função do tipo de trabalho que devem desempenhar. Tais pneus são usados em meios que se assemelham ao meio em que o veículo Mini Baja e são apresentados abaixo:

- **PD22**: É indicado para terrenos inconsistentes e alagadiços. O desenho da banda de rodagem, formado por barras transversais de altura elevada, oferece ótima tração e auto-limpeza (expurgo de materiais), com baixo índice de arrancamento e patinagem.



**Figura 15 – Pneu trativo PD22 (Fonte: PIRELLI)**

- **MB39**: Associado às barras transversais que formam a sua larga banda de rodagem, proporciona boa tração, auto-limpeza e baixa resistência ao rolamento em terrenos consistentes, pois proporciona uma distribuição do peso do veículo.



**Figura 16 – Pneu trativo MB39 (Fonte: PIRELLI)**

- **TM93**: O desenho da banda de rodagem é formado por barras transversais robustas, resultando em um elevado índice de durabilidade, excelente tração e auto-limpeza.



**Figura 17 – Pneu trativo TM93 (Fonte: PIRELLI)**

Abaixo são apresentados dois tipos de pneus direcionais, sua aplicação e configuração externa:

- **Multiraiados:** Indicado para operação em solos compactados ou estradas pavimentadas. Seu uso em locais pavimentados é restrito.



**Figura 18 – Pneu direcional multiraiado (Fonte: PIRELLI)**

- **De sulcos longitudinais:** A estrutura diagonal e os sulcos longitudinais da banda proporciona maior área de contato entre o pneu e o solo, aumentando a auto-flutuação. Desta forma garante melhor dirigibilidade através da oposição aos arrastes laterais em solos não compactos.



**Figura 19 – Pneu direcional de sulcos longitudinais (Fonte: PIRELLI)**

#### **4.2 Pneus usados pela Equipe POLI**

Como o carro possui tração traseira, os pneus dianteiros necessitam de baixo coeficiente de rolagem quando o veículo está andando em linha reta. Isto garante boa eficiência ao deslocamento. No entanto, ao iniciar uma curva, os pneus devem fornecer resultantes de forças laterais que sejam significativas a fim de fornecer ao

piloto uma boa estabilidade do veículo em curvas durante o enduro de resistência e na prova específica de dirigibilidade.

Já os pneus traseiros, em função da necessidade de contato com o solo, requerem boa aderência no sentido da sua rotação para garantirem uma boa capacidade de tração. A relação entre aderência e coeficiente de rolagem deve ser otimizada a fim de otimizar a eficiência do veículo.

Baseado nestes dois preceitos, a Equipe de 2006 decidiu usar os pneus Holeshot nas rodas dianteiras e Maxxis nas traseiras para a competição de abril de 2006. A disposição dos gomos no pneu Holeshot é na forma de “x” alongados paralelamente ao sentido de rotação. Já os pneus Maxxis possuem gomos em forma de “v” alongados perpendicularmente ao sentido de rotação, sendo que seu vértice aponta para frente do carro quando o gomo está em contato com o chão. Com gomos dispostos perpendicularmente nos pneus traseiros, percebeu-se uma melhoria da dirigibilidade do carro nas pistas de terra.



**Figura 20 - Pneu Holeshot usado nas rodas dianteiras do protótipo 2006**



**Figura 21 – Pneu trativo Maxxis usado nas rodas traseiras do protótipo 2006**

Após o campeonato de abril de 2006, usando os princípios dos pneus agrícolas e optando-se por otimizar a dirigibilidade do veículo, remoldou-se a banda de rodagem dos pneus dianteiros. Após submetê-los a um processo de usinagem dos gomos originais, foram alocados gomos paralelos ao sentido de rotação da roda dispostos continuamente no centro e espaçados na periferia. Além disto, optou-se por adicionar sulcos para expurgo de material aderente do solo, proporcionando a capacidade de autolimpeza ao pneu, como mostra a figura 22. Esta configuração garantiu o desempenho esperado dos pneus dianteiros, reduziu-se a sua resistência ao rolamento e possibilitou bom funcionamento do veículo em solos com alto teor de umidade, ou seja, próximos ao limite de liquidez.

Portanto, a escolha da configuração de pneus descrita acima atingiu os requisitos de projeto do veículo, pois atendeu aos requisitos de desempenho e dirigibilidade esperados.



Figura 22 – Pneu remoldado usado na dianteira do protótipo 2006

#### 4.3 Medições dos Pneus usados pela Equipe

De acordo com a bibliografia estudada, a medição de propriedades do pneu usado no Mini Baja é essencial. Portanto, foram realizadas medições de parâmetros do pneu trativo Maxxis para obtenção de parâmetros de resistência ao rolamento úteis ao protótipo, objetivo deste trabalho.



Figura 23 – Pneu trativo da marca Maxxis

### Dados obtidos

- Largura do pneu:  $l_{pneu} = 150mm$  ;  
 Altura da banda de rodagem:  $h_{banda\_rodagem} = 130mm$  ;  
 Diâmetro externo:  $d_{ext} = 512mm$  ;  
 Raio do pneu:  $r_{ext} = 256mm$  .

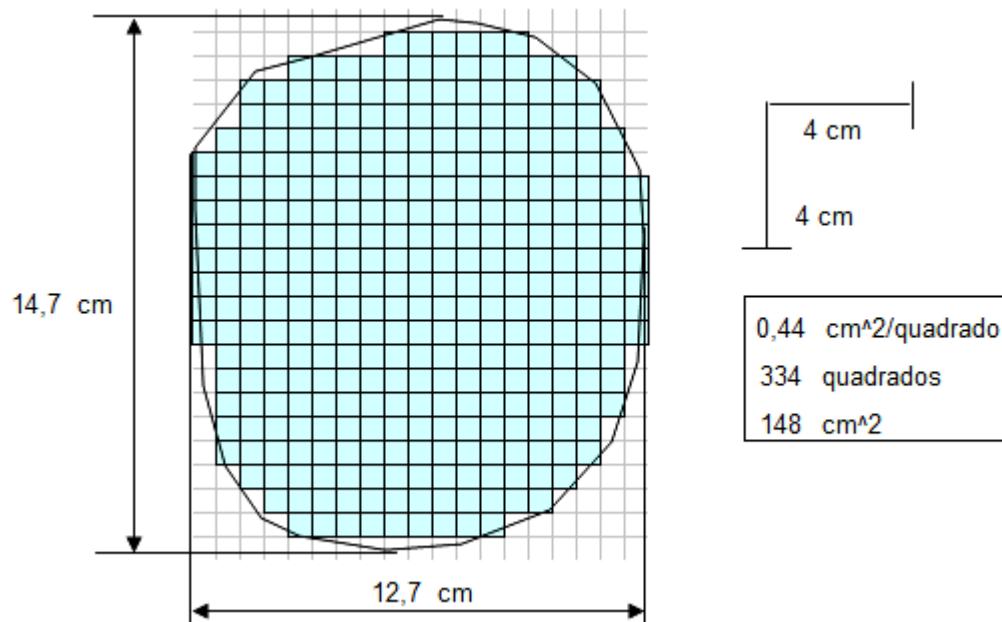


Figura 24 – Medição da largura da banda do pneu Maxxis

#### 4.3.1 Medição da área de contato do pneu com o solo



Figura 25 – Obtenção da área de contato do pneu Maxxis



**Figura 26 – Determinação da área de contato do pneu Maxxis**

Área de contato:  $A_c = 148 \text{ cm}^2$ ;

Largura de contato:  $l_c = 12,7 \text{ cm}$ ;

Comprimento de contato:  $c_c = 14,7 \text{ cm}$ .

#### 4.3.2 Cálculo da pressão média de contato $p_c$

$$p_c = \frac{W}{4 \cdot A_c} = \frac{170 \text{ kgf}}{4 \cdot 148 \text{ cm}^2} = 0,287 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = 28,72 \text{ kPa}$$

## 5. INTERAÇÃO PNEU-SOLO

A interação pneu-solo é de extrema complexidade e depende de considerações do veículo, do solo e do pneu. Procura-se neste trabalho apresentar estes três fatores para apresentar o tema de forma coerente.

Primeiramente, no capítulo 2, o fator de resistência ao rolamento é estudado. Para o Mini Baja, chega-se a resultados estimados e baseados em fórmulas empíricas em veículos automotivos que se movem sobre superfícies pavimentadas, como o asfalto e o concreto. Também se obtém faixas de valores de coeficientes para solos arenosos e de dureza média. No entanto, em tais cálculos, conceitos de mecânica dos solos necessitam ser introduzidos. Assim, as propriedades do solo apresentadas no capítulo 3 tornam-se úteis ao estudo.

Já no capítulo 4 apresenta-se o elemento que faz o contato do veículo com o solo: o pneu. Observa-se que sua construção externa é essencial para que o veículo possua um desempenho otimizado.



**Figura 27 - Impressão do pneu de um veículo no solo**

WONG (1989) afirma que o principal objetivo no estudo da interação veículo-solo é estabelecer uma relação teórica entre o desempenho de um veículo

fora-de-estrada, seus parâmetros de projeto e características do terreno a ser enfrentado. Isto permite que haja uma boa previsão do desempenho do veículo sob condições de operação diferentes.

O desempenho de uma máquina fora-de-estrada é, na maioria dos casos, dependente da maneira com que a máquina interage com um dado terreno. Nesta interação o elemento de contato, o pneu, exerce forças normais e de cisalhamento na interface. Se mensuradas, as forças podem criar uma distribuição de pressões na área e contato com o pneu com o terreno como mostra o diagrama da figura 29, mais à frente.

Desde que o desempenho de um veículo fora-de-estrada, definido em termos da resistência ao rolamento, esforço trativo, condições de funcionamento, as tensões normais e de cisalhamento na interface veículo-solo sejam determinados, é possível estabelecer um modelo matemático para prever as forças de interação entre o veículo e o terreno baseado em conhecimentos de comportamento do solo e nas condições de projeto e operacionais do veículo.

Identificar os parâmetros que influenciam significativamente a interação veículo-solo é de importância na formulação deste modelo matemático. Portanto, as características do pneu devem ser consideradas para se determinar com exatidão as forças envolvidas na interação pneu-solo.

### **5.1 Conceitos básicos**

As características que definem a resistência ao rolamento pela rolagem da borracha sólida em superfície rígida estão relacionadas de acordo com a equação abaixo:

$$R_x = f_r \cdot F = C \cdot \frac{F^2}{D} \cdot \sqrt{\frac{h_t}{w}} \quad (9)$$

Onde:  $R_x$  – Resistência ao rolamento;

$f_r$  – fator de resistência ao rolamento;

$F$  – Força empregada na roda;

$C$  – Constante relativa às características elásticas da borracha;

$D$  – Diâmetro externo do cilindro de borracha;

$h_t$  – Altura da seção da borracha;

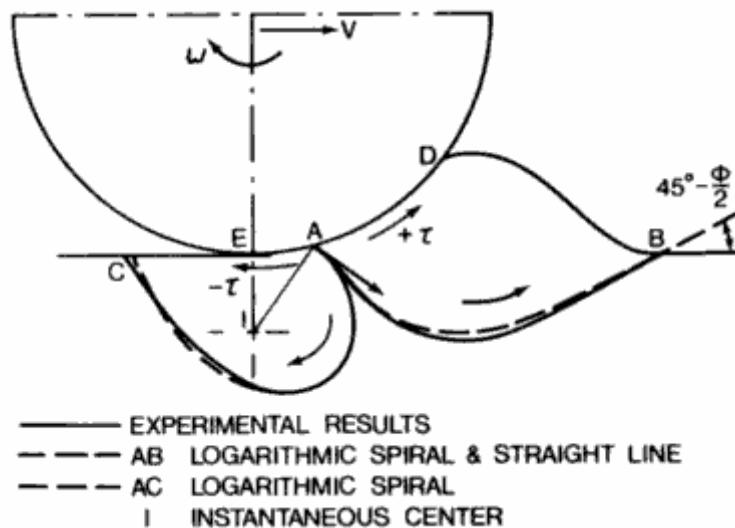
$w$  – Largura da seção da borracha.

A partir desta formulação, observa-se que a resistência ao rolamento é sensível ao carregamento aplicado, ou seja, cresce diretamente com a carga. Pneus largos têm coeficientes de resistência ao rolamento menores, assim como pneus de baixa relação altura-largura.

Portanto, o conceito básico do rolamento de uma roda sobre uma superfície leva em conta as características do elemento que está em contato e da força a ele aplicada. Estas características do elemento, tanto dimensionais, quanto do material que o compõe, estão contidas no fator de resistência ao rolamento.

Para solos deformáveis, o conceito de resistência ao rolamento passa a depender de outro elemento que sofre deformação, o solo. Em tese, também devem ser levadas em conta as características que o compõe e sua geometria, que é alterada pela interação.

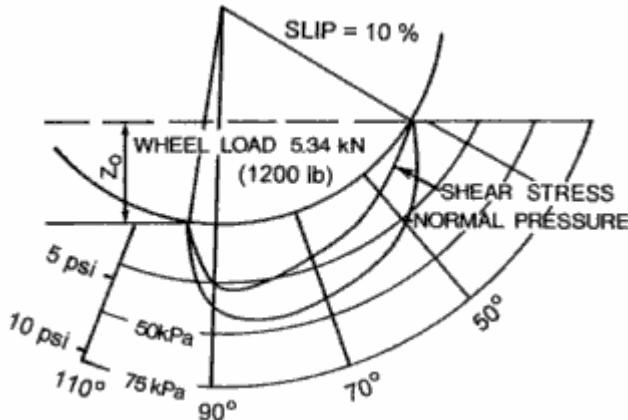
A deformação identificada no solo é a chave para a determinação das forças envolvidas na interação. Uma vez medida, usando-se as relações tensão-deformação teóricas, chega-se às pressões, e por meio da área de contado, das forças envolvidas no problema. A partir destas forças, a determinação do fator de resistência ao rolamento é simples.



**Figura 28 - Fluênci a de areia por baixo de uma roda rígida (Fonte: WONG, 2001)**

Na prática, sabe-se que o solo deformável sob um pneu flui de maneira complexa. A figura 28 demonstra um diagrama de fluxo de matéria no plano longitudinal sob uma roda rígida. Este fluxo de partículas varia com o grau de escorregamento do pneu. Como resultado da interação pneu-solo, tensões normais e

de cisalhamento desenvolvidas na interface e suas distribuições sob a área de contato variam com o projeto do veículo, os parâmetros operacionais do pneu e das condições do terreno. A figura 29 indica a distribuição das tensões normais e de cisalhamento na interface de um pneu em um solo arenoso.



**Figura 29 – Diagrama de distribuição de tensões normais e de cisalhamento medidas no solo**  
(Fonte: WONG, 2001)

## 5.2 Estudos simplificados da interação

Os estudos da interação pneu-solo propostos por WONG (1989) são divididos em três partes: Método empírico, método semi-empírico e método computacional. Destes, o terceiro é o mais preciso e utiliza o método de elementos finitos. Está fora do escopo do estudo utilizar o método computacional. Serão, portanto, apresentados e estudados os métodos empírico e semi-empírico.

### 5.2.1 Método empírico usado pelo Departamento Militar Norte-americano

No método utilizado pela Agência Militar Norte-americana, as condições do terreno são identificadas usando um penetrômetro de cone conforme descrito no capítulo 3. Assim, partindo de correlações empíricas obtidas em testes de diversos veículos e terrenos chega-se ao índice de mobilidade (*MI*). O índice de cone veicular (*VCI*) representa a mínima tensão da camada crítica que é necessária para um veículo realizar uma passada ou mais passadas com sucesso.

Para um veículo automotivo, o índice de cone veicular está relacionado com o índice de mobilidade pelas seguintes equações empíricas:

$$\text{Para uma passada: } VCI_1 = 11,48 + 0,2 \cdot MI - \left( \frac{39,2}{MI + 3,74} \right) \quad (10)$$

$$\text{Para 50 passadas: } VCI_{50} = 28,23 + 0,43 \cdot MI - \left( \frac{92,67}{MI + 3,67} \right) \quad (11)$$

Já a equação que rege o índice de mobilidade para um veículo em que todas as rodas são tracionadas é:

$$\begin{aligned} \text{Índice de Mobilidade} &= \frac{\text{Fator de pressão de contato} \times \text{Fator de peso}}{\text{Fator do pneu} \times \text{Fator de amplificação}} + \frac{\text{Fator de carregamento do pneu}}{\text{Fator de abertura de caminho no solo}} - \frac{\text{Fator do motor}}{\text{Fator da transmissão}} \\ &= \frac{1,45 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{W}{b_t \cdot r_{PNEU} \cdot n_{PNEUS}}}{1,243 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{W}{n_{EIXOS}}} + \frac{1,45 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1700N}{0,150m \cdot 0,256m \cdot 4}}{\frac{10 + 0,2248 \cdot W}{100}} - \frac{1,605 N/m^2}{\frac{10 + 0,2248 \cdot 1700N}{100}} \end{aligned} \quad (12)$$

Salvo a restrição de número de rodas tracionadas, aplicado ao Mini Baja, os fatores possuem os seguintes valores:

Fator de pressão de contato:

$$1,45 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{W}{b_t \cdot r_{PNEU} \cdot n_{PNEUS}} = 1,45 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1700N}{0,150m \cdot 0,256m \cdot 4} = 1,605 N/m^2$$

Fator de peso:

$$\bar{Y} = 1,243 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{W}{n_{EIXOS}} = 1,243 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1700N}{2} = 0,1057N$$

Fator do pneu:  $\frac{10 + 0,2248 \cdot W}{100} = \frac{10 + 0,2248 \cdot 1700N}{100} = 3,92N$

Fator de amplificação: sem correntes é igual a 1,00

Fator de carregamento do pneu:  $2,248 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{W}{n_{EIXOS}^2} = 0,09554N$

Fator de abertura de caminho no solo:

$$\frac{0,0254 \cdot 2 \cdot b_t}{10} = \frac{0,0254 \cdot 0,150m}{5} = 0,000762$$

Fator do motor: a relação potência peso é menor que 10hp/ton, portanto o valor é 1,05

Fator da transmissão: automática, portanto é igual a 1,00

Onde:  $W$  – peso do veículo (1700 N);

$b_t$  – largura do pneu (0,150 m);

$r_{PNEU}$  – raio do pneu (0,256 m);

$n_{PNEUS}$  – número de pneus (4);

$n_{EIXOS}$  – número de eixos (2).

Portanto o valor de índice de mobilidade do veículo Mini Baja é:

$$MI = \left( \frac{1,605 \cdot 0,1057}{3,92 \cdot 1,00} + 0,09554 - 0,000762 \right) \cdot 1,05 \cdot 1,00 = 0,145$$

E os valores esperados de índices de mobilidade resultam:

Para uma passada:  $VCI_1 = 1,42$

Para 50 passadas:  $VCI_{50} = 4,00$

De acordo com o FIELD MANUAL FM 5-430-00-01 capítulo 7, página 19, valores típicos para veículos militares são classificados de acordo com a figura abaixo:

Category	Range		Vehicles
	VCI, 1	VCI <sub>50</sub>	
1	12 or less	29 or less	Lightweight vehicles with low contact pressures (less than 2.0 psi)
2	12-21	30-49	Engineer and high-speed tractors with comparatively wide tracks and low contact pressures
3	21-26	50-59	Tractors with average contact pressures, tanks with comparatively low contact pressures, and some trailed vehicles with very low contact pressures
4	26-30	60-69	Most medium tanks, tractors with high contact pressures, and all-wheel-drive trucks and trailed vehicles with low contact pressures
5	31-35	70-79	Most all-wheel-drive trucks, a great number of trailed vehicles, and heavy tanks
6	35-44	80-99	A great number of all-wheel-drive and rear-wheel-drive trucks and trailed vehicles intended primarily for highway use
7	45 or greater	100 or greater	Rear-wheel-drive vehicles and others that generally are not expected to operate off roads, especially in wet soils

Figura 30 – Categoria, índice de cone veicular para determinados veículos militares

Observa-se, portanto, que o Mini Baja estaria classificado na categoria 1. No entanto, a faixa de valores e índice de cone para uma passada ( $VCI_1$ ) é 8,5 vezes maior e para 50 passadas é ( $VCI_{50}$ ) 7,25 vezes maior que o limite.

A verificação de capacidade de tráfego do Mini Baja no terreno que enfrentar é possível se for realizado o teste de penetração com o penetrômetro de cone especificado pela WES. O resultado obtido simplesmente prevê se o veículo enfrentará o terreno com sucesso ou fracasso.

Como ambos valores de  $VCI_1$  e  $VCI_{50}$  para o Mini Baja são menores que 32, valor típico encontrado em solos deformáveis, o veículo teria capacidade de enfrentar este terreno de acordo com o método empírico proposto por WONG (1989).

### 5.2.2 Método semi-empírico desenvolvido por Bekker

Um dos métodos primeiros desenvolvidos para prever o desempenho de pneus foi desenvolvido por BEKKER e é chamado de método semi-empírico. Nele pressupõe-se que, quando a pressão do pneu é suficientemente alta e o terreno macio, a deformação do pneu será insignificante em comparação à deformação do terreno. Sob estas circunstâncias, o pneu é assumido como uma roda rígida.

Além disto, a partir da hipótese de que as reações do terreno na circunferência da roda rígida são essencialmente radiais e são iguais à pressão normal de contato de uma placa horizontal à mesma profundidade medida pelo bevâmetro, a capacidade de aprofundamento do pneu  $z_r$  pode ser determinada pela seguinte equação:

$$z_r = \left( \frac{3 \cdot W}{b_{tr} \cdot (3-n) \left( \frac{k_c}{b} + k_\phi \right) \cdot \sqrt{D}} \right)^{\frac{2}{(2n+1)}} \quad (13)$$

Onde:  $W$  – peso do veículo;

$b$  – menor dimensão da área de contato com o pneu;

$b_{tr}$  – largura do pneu;

$D$  – diâmetro do pneu;

$n$  – expoente de aprofundamento;

$k_c$  e  $k_\phi$  – coeficientes de Bekker da relação entre pressão e aprofundamento.

Assumindo que a distribuição de pressão na interface entre roda rígida e solo implica que a resistência ao deslocamento é atribuída ao trabalho realizado para fazer uma marca no solo de largura  $b_{tr}$  e profundidade  $z_r$ . A resistência ao rolamento é referida como  $R_x$  e vale:

$$R_x = b_{tr} \cdot \left( \frac{z_r^{n+1}}{n+1} \right) \cdot \left( \frac{k_c}{b} + k_\phi \right) \quad (14)$$

Adicionalmente à  $R_x$ , Bekker propõe que a resistência de deformação horizontal do terreno seja levada em conta. Tal força também deve ser adicionada no cálculo da resistência ao rolamento total do veículo. Observa-se que a deflexão do solo ocorre nas rodas dianteiras e obedece à seguinte relação, que leva em conta a falha do solo na região à frente do pneu:

$$R_b = b_{tr} \cdot (0,67 \cdot c \cdot z_r \cdot K_{pc} + 0,5 \cdot z_r^2 \cdot \gamma \cdot K_{p\gamma}) \quad (15)$$

Onde:  $c$  – coesão do terreno;

$\gamma$  – densidade do solo.

Os demais parâmetros são apresentados a seguir:

$$K_{pc} = (N_c - \tan(\phi')) \cdot \cos^2(\phi') \quad (16)$$

$$K_{p\gamma} = \left( \frac{2N_\gamma}{\tan(\phi')} + 1 \right) \cdot \cos^2(\phi') \quad (17)$$

Onde:  $N_c$  e  $N_\gamma$  – fatores de capacidade de rolamento de Terzaghi e valem 18

e 4, respectivamente;

$$\phi' = \phi = \arctan\left(\frac{2}{3} \cdot \tan(\phi)\right).$$

Portanto a força total de rolamento é a soma das forças  $R_b$  e  $R_x$ . E o fator de resistência ao rolamento obedece à seguinte fórmula:

$$f_r = \frac{4 \cdot R_x + 2 \cdot R_b}{W_{tot}} = 0,190 \quad (18)$$

Onde:  $W_{tot}$  é o peso total do veículo.

### Fatores do solo

Para se calcular o fator de resistência ao rolamento, é necessário conhecer as propriedades do solo. Uma boa seleção destes parâmetros é um dos maiores desafios para determinar o desempenho do veículo. Isto por causa da heterogeneidade e

instabilidade da superfície do solo, das condições climáticas e da vegetação que está presente no solo. No estudo teórico, no entanto, optou-se por usar os valores de medição presentes nas bibliografias. No caso o solo de dureza média. Assim, nas tabelas 3 e 4 obtém-se os seguintes valores:

$$\text{Peso específico do solo: } \gamma = 1,55 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3};$$

$$\text{Parâmetros do terreno: } n = 0,8, k_c = 29,76 \frac{\text{kN}}{\text{m}^{1,8}}, k_\phi = 2083 \frac{\text{kN}}{\text{m}^{2,8}};$$

$$\text{Ângulo de cisalhamento do contato do pneu no solo: } \phi = 19,9^\circ;$$

$$\text{Coesão do contato do pneu com o solo: } c = 4,64 \text{ kPa}.$$

#### Fatores do veículo

$$\text{Peso total do veículo: } W_{tot} = 1700 \text{ N};$$

$$\text{Altura da banda de rolagem: } h = 0,13 \text{ m};$$

$$\text{Largura do pneu: } b_{tr} = 0,15 \text{ m};$$

$$\text{Menor dimensão da área de contato com o pneu: } b = 0,127 \text{ m};$$

$$\text{Diâmetro do pneu: } D = 0,512 \text{ m};$$

$$\text{Pressão média do contato pneu-solo: } p_g = 28,72 \text{ kPa}.$$

#### Resultado do método semi-empírico de Bekker

$$\text{Resistência ao rolamento do solo: } R_x = 43,7 \text{ N};$$

$$\text{Resistência devido à deformação do solo: } R_b = 73,9 \text{ N};$$

$$\text{Coeficiente de resistência ao rolamento do veículo: } f_r = 0,190.$$

### 5.3 Estudo da interação proposto por Ageikin

AGEIKIN é outra referência que apresenta o cálculo do coeficiente de resistência ao rolamento. Nele, é assumido um pneu cuja seção transversal se assemelha a um toróide. Sua vantagem de possuir um modelamento mais desenvolvido que o método semi-empírico de Bekker é compensada pelo número de parâmetros que devem ser determinados para seu equacionamento. Alguns parâmetros usados nesta abordagem foram estimados, baseando-se na bibliografia e nas medições realizadas. Foi necessário impor um escorregamento do pneu de 20%. Abaixo, são descritas as hipóteses, a resolução deste método e apresentação dos resultados.

#### 5.3.1 Hipóteses para estudo analítico da interação pneu-solo

Ageikin define as seguintes hipóteses para fazer um exame analítico da interação entre um pneu elástico e o solo:

- A deformação do pneu e do solo durante o contato é controlada pela pressão média da área de contato;
- Na avaliação da resistência à deformação do solo, a influência da direção das forças atuantes no solo é levada em conta;
- As forças tangenciais médias na largura de contato são controladas pelas propriedades adesivas do solo, e também pela magnitude de pressão e deslocamento dos elementos do pneu relativos ao solo;
- A perda de energia em função do deslocamento do pneu sob o solo não é considerada;
- A superfície de contato entre o pneu e o solo é plana. Isto torna a largura do pneu igual à largura da impressão do pneu no solo. A seção de contato do pneu com o solo possui uma forma toroidal cujo raio da seção longitudinal é  $R$  e da seção axial  $r_s$ ;
- A pressão média sobre a zona de contato é expressa em termos da pressão sobre uma superfície plana e corrigida por um fator:  $q_p = \zeta_z \cdot q$ ;
- A deformação do solo é determinada pela pressão média sobre uma área plana de contato e as dimensões da superfície de contato que incluem a zona curvilínea.

As equações constitutivas usadas por Ageikin das componentes das forças nas direções  $x$  e  $z$  e a equação para o momento relativo ao eixo são:

$$\int_{x_2}^{x_1} b \cdot (q \cdot \cos(\alpha_w) + \tau \cdot \sin(\alpha_w)) \cdot \frac{dx}{\cos(\alpha_w)} = \int_{x_2}^{x_1} b \cdot (q + \tau \cdot \tan(\alpha_w)) \cdot dx = G_w \quad (19)$$

$$\int_{x_2}^{x_1} b \cdot (\tau - q \cdot \tan(\alpha_w)) \cdot dx = T \quad (20)$$

$$\int_{x_2}^{x_1} b \cdot [(q + \tau \cdot \tan(\alpha_w)) \cdot x + (\tau - q \cdot \tan(\alpha_w)) \cdot (\xi + z_{ap})] \cdot dx = M_w \quad (21)$$

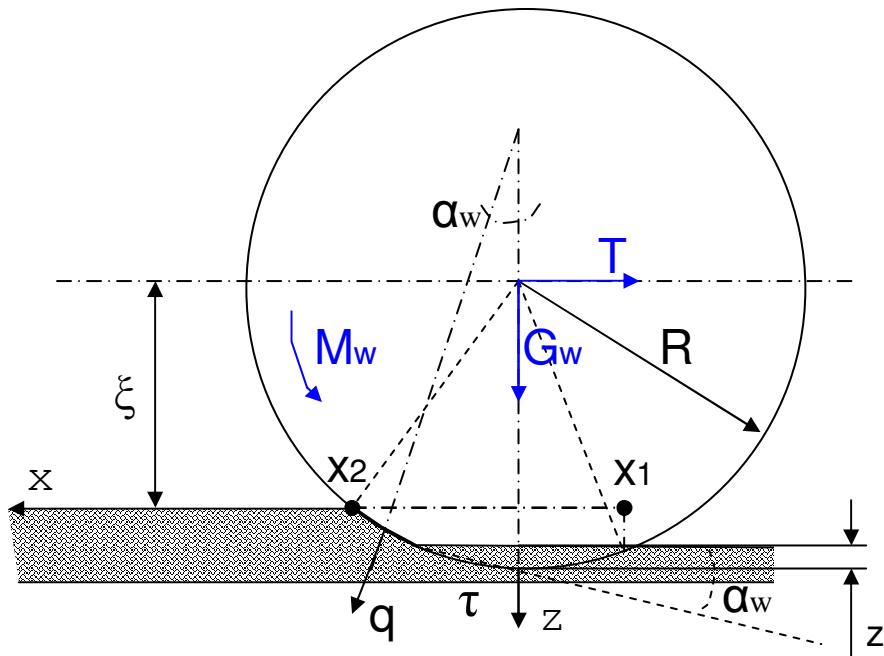
Onde:  $b$  – largura de contato;

$q$  e  $\tau$  – reações médias normal e tangencial do solo sobre a largura de contato;

$\xi$  – distância do eixo do pneu até a superfície do solo;

$z_{ap}$  – aprofundamento do pneu no solo.

De acordo com a representação abaixo:



**Figura 31 – Diagrama esquemático para a interação pneu-solo durante o movimento da roda**  
(Fonte: AGEIKIN)

### 5.3.2 Apresentação das fórmulas para cálculo

Para Ageikin, o coeficiente de resistência ao rolamento é definido pela seguinte equação:

$$f_r = \frac{P_{fg} + P_{ft} + P_{fa}}{W} \quad (22)$$

Onde:  $P_{fg}$  – resistência ao rolamento do solo;

$P_{ft}$  – resistência ao rolamento devido à deformação do pneu;

$P_{fa}$  – resistência devido à adesão.

A resistência ao rolamento do solo ( $P_{fg}$ ) é o trabalho realizado para deformar o terreno, ou seja, imprimir o pneu no solo:

$$P_{fg} = \zeta_z \cdot q \cdot h \cdot b_t \quad (23)$$

Onde:  $\zeta_z$  – relação entre pressão média aplicada na zona curva de contato com o solo ( $q_s$ ) e pressão média no solo ( $q$ );

$q$  – pressão média no solo;

$h$  – profundidade da placa de aprofundamento;

$b_t$  – largura do rastro deixado pelo pneu, ou seja, da banda de rodagem do pneu na compressão.

A resistência ao rolamento devido à deformação do pneu pode ser subdividida em duas componentes:

- Perdas devido à histerese da borracha do pneu;
- Perda devido à resistência das paredes do pneu durante o processo de compressão e descompressão.

Desconsiderando a histerese interna do pneu conforme a bibliografia, o cálculo de  $P_{ft}$  pode ser resumido pela seguinte fórmula:

$$P_{ft} = k_t \cdot b_t \cdot \delta \quad (24)$$

Onde:  $k_t$  – rigidez da carcaça do pneu controlada pela sua pressão interna;

$\delta$  – deformação radial do pneu.

A resistência ao rolamento devida à adesão do solo no pneu ( $P_{fa}$ ) é expressa na seguinte equação:

$$P_{fa} = (b_t + 2 \cdot h) \cdot \frac{x_1^2 \cdot P_a}{2 \cdot R_{w0}} \quad (25)$$

Onde:  $x_1$  – distância horizontal do ponto de descolamento do pneu com o

solo ao centro de rotação do pneu, ou seja,  $x_1 = \sqrt{(D - \delta) \cdot \delta}$ ;

$P_a$  – é a força específica de destacamento de uma placa de borracha do solo;

$R_{w0}$  – raio da rotação pura.

Os coeficientes  $P_a$ ,  $G_w$  e  $q$  são apresentados nas equações a seguir:

$$P_a = \frac{G_w}{q} \cdot \left( \frac{1}{\frac{1}{\tau_{\max}} + \frac{\zeta_j \cdot q \cdot b_t}{E' \cdot G_w \cdot \delta_s}} \right) \quad (26)$$

Onde:  $\tau_{\max}$  – tensão máxima de cisalhamento;

$\zeta_j$  – coeficiente da distribuição não uniforme do cisalhamento da superfície do solo em contato com o pneu (varia entre 2 e 3);

$E'$  – módulo de cisalhamento do solo;

$\delta_s$  – coeficiente de escorregamento.

$$G_w = 2,5 \cdot (p_w + k_t) \cdot \sqrt{D \cdot B} \cdot (\delta + 0,5 \cdot \zeta_z \cdot h) \quad (27)$$

Onde:  $p_w$  – pressão do pneu;

$D$  – diâmetro externo do pneu;

$B$  – largura total do pneu;

$$q = \frac{p_w + k_t}{b_t} \cdot \sqrt{B \cdot \delta} \quad (28)$$

O cálculo de  $h$  e de  $\zeta_z$  dependem do tipo de solo. Ageikin subdivide em solos do tipo I que possuem uma camada adjacente compacta e do tipo II que não possuem esta camada. Portanto:

$$h_I = \frac{a \cdot b_t \cdot q \cdot q_s}{E \cdot (q_s - q)} \quad (29)$$

$$h_{II} = \frac{q \cdot H_s}{E + q} \quad (30)$$

Onde:  $a = 1 + \frac{B}{H_s}$ ;

$E$  – módulo de deformação do solo;

$q_s$  – pressão média aplicada na zona curva de contato com o solo;

$H_s$  – profundidade da camada de solo macia.

$$\zeta_{zI} \approx \frac{E \cdot h_I + b_t \cdot q_s}{E \cdot h_I + 2 \cdot b_t \cdot q_s} \quad (31)$$

$$\zeta_{zII} \approx \frac{H_s - h_{II}}{2 \cdot H_s - h_{II}} \quad (32)$$

Por fim,  $\tau_{max}$  é calculado pela equação abaixo:

$$\tau_{max} = q \cdot \left[ m \cdot \phi_r + (1-m) \cdot \left( \tan(\phi_0) + \frac{c_0}{q} \right) \right] \quad (33)$$

Onde:  $m$  – coeficiente de não similaridade de deslocamento horizontal e vertical do solo;

$\phi_r$  – coeficiente de atrito entre a borracha e o solo;

$\phi_0$  – ângulo de fricção do solo;

$c_0$  – coesão interna do solo.

### 5.3.3 Dados para resolução do equacionamento

Os parâmetros necessários para o cálculo são: módulo de deformação do solo  $E$ , a espessura da camada deformável do solo  $H_s$ , o peso específico  $\gamma$ , o ângulo interno de cisalhamento  $\phi_0$  e coesão interna do solo.

#### Fatores do solo

Para ruas não pavimentadas cujos solos possuem superfície compacta durante o verão, temos:

Porcentagem de umidade no solo:  $\%w = 52\%$  [Tab. 13, AGEIKIN];

Peso específico do solo:  $\gamma = 1,55 \text{ kg/cm}^3$  [Tab. 13, AGEIKIN];

Módulo de elasticidade do solo:  $E = 150 \text{ kgf/cm}^2$  [Tab. 13, AGEIKIN];

Pressão na zona de contato com o solo:  $q_s = 1,50 \text{ kgf/cm}^2$  [Fig 103, AGEIKIN];

Ângulo de cisalhamento do solo:  $\phi_0 = 21,7^\circ$  [Fig 103, AGEIKIN];

Adesão específica do solo:  $c_0 = 0,27 \text{ kgf/cm}^2$  [Fig 103, AGEIKIN];

Coeficiente de atrito borracha-solo (Dry, dirt road):  $\phi_r = 0,5 \rightarrow 0,7 \approx 0,6$  [Tab. 14, AGEIKIN];

Profundidade da camada fofa do solo:  $H_s = 60\text{cm}$  [Tab 15, AGEIKIN];

Cálculo estimado do módulo de cisalhamento do solo  $E'$ :

$$E' = 4 \frac{kgf}{cm^2} + 20 \cdot c_0 = 9,4 \frac{kgf}{cm^2};$$

Cálculo estimado de  $a$  admitindo  $B=0,05$ :  $a = 1 + \frac{B}{H_s} \approx 1$ ;

Coeficiente de não similaridade do deslocamento do solo:  $m = 2$ ;

Coeficiente da distribuição não uniforme do cisalhamento:  $\zeta_j = 2$ .

#### Fatores do veículo

Peso do veículo:  $W = 170kgf$ ;

Carregamento submetido pelo pneu:  $G_w = \frac{W}{4} = 42,5kgf$ ;

Largura máxima do pneu:  $B = 15cm$ ;

Altura da banda de rolagem:  $H = 13cm$ ;

Deformação do pneu no solo:  $\delta = 0,4cm$ ;

Largura da banda de rodagem deformada:  $b_t = 12,7cm$ ;

Diâmetro do pneu:  $D = 51,2cm$ ;

Pressão do pneu:  $p_w = 10psi = 0,703 \frac{kgf}{cm^2}$ .

#### Fatores impostos

Fator de escorregamento:  $\delta_s = 0,2$ , ou seja 20%;

Pressão do contato pneu-solo:  $k_t = 0,287 \frac{kgf}{cm^2}$ .

#### 5.3.4 Resultados pela teoria de Ageikin

Os resultados obtidos referem-se às forças de resistência ao rolamento para cada pneu individualmente interando com uma superfície compacta de solo no período do verão, equivalente a uma estrada de terra batida. Eles apresentam dois tipos de resultados um para camada adjacente compacta, outro sem a presença da camada adjacente compacta. Os resultados obtidos são descritos abaixo:

##### Solo com camada adjacente compacta (tipo I)

Resistência ao rolamento do solo:  $P_{fg} = 0,0135kgf$ ;

Resistência ao rolamento devido à deformação do pneu:  $P_{ft} = 0,7kgf$ ;

Resistência devido à adesão do solo:

$$P_{fa} = 1,6420 \text{kgf} ;$$

Coeficiente de resistência ao rolamento para cada pneu:

$$f_r = 0,0554 ;$$

Coeficiente de resistência ao rolamento para o veículo:

$$f_r = 0,2216 .$$

Solo sem camada adjacente compacta (tipo II)

Resistência ao rolamento do solo:

$$P_{fg} = 0,0130 \text{kgf} ;$$

Resistência ao rolamento devido à deformação do pneu:

$$P_{ft} = 0,7 \text{kgf} ;$$

Resistência devido à adesão do solo:

$$P_{fa} = 1,661 \text{kgf} ;$$

Coeficiente de resistência ao rolamento para cada pneu:

$$f_r = 0,0571 ;$$

Coeficiente de resistência ao rolamento para o veículo:

$$f_r = 0,2284 .$$

## 6. SIMULAÇÃO

Propõe-se neste trabalho que o modelamento matemático do desempenho do veículo seja a forma de avaliar a coerência do estudo teórico realizado. Nesta etapa do trabalho, uma simulação é realizada e fim e se obter como resultado qual a variação da resistência ao rolamento enfrentada pelo veículo quando submetido a condições de funcionamento. Tal resultado é possível devido aos dados de aceleração e rampa obtidos na competição de 2005.

Pretende-se comparar ao final do capítulo 7 os resultados da simulação com os resultados de testes e chegar a um fator de resistência ao rolamento estimado para o Mini Baja.

### 6.1 Viabilidade

Para o modelamento matemático foi utilizado o programa *INRIA Scilab 4.0*. Disponível gratuitamente na Internet e suficiente para o nível de complexidade que se deseja chegar.

Dados do veículo foram adotados com base nas medições já realizadas pela Equipe. A curva de torque do motor, obtida no final de 2005 foi utilizada e a curva de comportamento da CVT também obtida em 2005 forneceram dados para os cálculos das simulações.

### 6.2 Equações de modelamento

#### 6.2.1 Força trativa do veículo ( $F_T$ )

A força trativa é a força empregada ao solo pelo veículo. Ela depende do torque que é empregado aos pneus trativos e seus respectivos raios. O torque empregado aos pneus, por sua vez, depende do torque do motor, da relação de transmissão entre o motor e da eficiência do sistema de transmissão. O cálculo da força trativa do veículo se resume na seguinte fórmula:

$$F_T = \frac{T_{MOTOR} \cdot \eta_{sist} \cdot i_{TOTAL}}{r_{PNEU}} \quad (34)$$

Onde:  $T_{MOTOR}$  é o torque do motor;

$\eta_{sist}$  é a eficiência do sistema de transmissão;

$i_{TOTAL}$  é a relação de transmissão total;

$r_{PNEU}$  é o raio do pneu trativo.

A relação de transmissão total é calculada pela multiplicação de todas as relações de engrenamento e a relação entre diâmetros das polias da CVT. O veículo Mini Baja possui dois sistemas de transmissão distintos que são a CVT e a caixa de redução. A CVT (abreviação para *Continuous Variable Transmission* ou transmissão continuamente variável) é constituída por uma correia e um par de polias. As polias possuem a propriedade de variar o diâmetro de contato da correia em suas pistas em função do torque empregado pelo motor na transmissão e pelo torque resistente empregado na polia movida que está ligada às rodas.

Já a caixa de redução é empregada para reduzir a rotação da polia movida da CVT e, consequentemente, aumentar o torque de saída nas rodas para valores que garantam o bom desempenho do veículo. A caixa de redução do veículo Mini Baja 2006 foi projetada possuindo duas marchas. O objetivo de se ter uma marcha reduzida é garantir o bom funcionamento do veículo em condições severas de inclinações e de carreta às quais o veículo seria submetido em algumas provas durante a competição. A trambulação entre marchas durante o uso do veículo em locais pouco exigentes não se mostra necessária uma vez que a variação da força trativa e velocidade do veículo se dão pela CVT automaticamente.

Portanto, a equação da relação de transmissão total, fica:

$$i_{TOTAL} = i_{CVT} \cdot i_{CDR} = i_{CVT} \cdot (i_{engrenamento1A} \cdot i_{engrenamento2}) \quad ou \quad i_{CVT} \cdot (i_{engrenamento1B} \cdot i_{engrenamento2}) \quad (35)$$

Onde:  $i_{CVT}$  é a relação de transmissão da CVT;

$i_{CDR}$  é a relação de transmissão da caixa de redução que é a multiplicação da relação de engrenamento dos dois pares de engrenagem da caixa de transmissão dependendo da marcha engatada que irá definir o engrenamento 1A ou 1B.

### 6.2.2 Força de resistência ao rolamento

Como já foi apresentada no Capítulo 2, a força de resistência ao rolamento é uma força de reação ao movimento do veículo. Ela é expressa pela seguinte relação:

$$R_x = f_r \cdot W \quad (36)$$

Nesta simulação esta força será anulada, pois o objetivo da simulação é obter um comportamento ideal do veículo. A comparação com os testes irá evidenciar esta força de resistência.

### 6.2.3 Força de resistência aerodinâmica

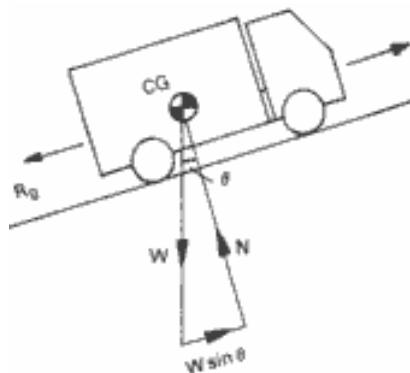
A força de resistência aerodinâmica é a reação do escoamento do ar em torno do veículo. Ela depende da área frontal do veículo ( $A$ ), da velocidade do veículo ( $v$ ), do coeficiente de arrasto aerodinâmico do veículo ( $C_D$ ) e da densidade do ar ( $\rho$ ). Tais parâmetros estão relacionados da seguinte forma:

$$D_A = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot C_D \cdot A \quad (37)$$

### 6.2.4 Força de resistência à rampa

A força devido à rampa é uma composição da componente do peso do veículo que cria uma força favorável ao deslocamento quando o veículo se encontra em um declive e contrária ao deslocamento quando o veículo enfrenta um acrivo. Equaciona-se esta força pela multiplicação do peso do veículo pelo seno do ângulo de inclinação da rampa. O sentido do veículo na rampa determina se a força de resistência é positiva ou negativa.

$$R_g = W \cdot \sin(\theta) \quad (38)$$



**Figura 32 - Composição da componente do peso criada pela inclinação da rampa**

### 6.2.5 Fator de massa rotacional equivalente

O fator de massa rotacional equivalente ( $\gamma$ ) é um valor que é multiplicado à massa do veículo que representa a inércia rotacional presente no veículo. O resultado

representa a massa do veículo ( $M$ ) somada à massa rotacional do veículo ( $M_R$ ). O cálculo de  $\gamma$  é feito através da equação abaixo:

$$\gamma = \frac{M + M_R}{M} \quad (39)$$

E a massa rotacional é obtida pela seguinte fórmula:

$$M_R = \frac{I_{TOTAL}}{r_{PNEU}^2} \quad (40)$$

Onde:  $I_{TOTAL}$  é a inércia rotacional total do veículo.

O cálculo da inércia rotacional total do veículo foi realizada da seguinte forma para o carro engatado na marcha lenta:

**Tabela 5 - Cálculo da inércia total do sistema de transmissão**

Nome do sistema	Nome do componente	Inércia (g.mm <sup>2</sup> )	Soma de componentes de mesma rotação	Multiplicação pela relação do segundo engrenamento ao quadrado	Multiplicação pela relação do primeiro engrenamento ao quadrado
<b>Motor</b>	Motor	44427491,33			
<b>CVT</b>	Polia da CVT motora	18025410,66	62452902	72696040	988495790
	Polia da CVT movida	11639740,20			
<b>Caixa de Redução</b>	Castelo	93537,90	11953634	16254141	189200450
	Pinhão 1A	135410,30			
	Pinhão 1B	45476,73			
	Eixo 1	39468,81			
	Coroa 1A	1429852,33			
	Coroa 1B	1888660,50			
	Eixo 2	101815,80			
	Coroa 2	6582733,80			
	Eixo 3	131027,23			
	Espaçador	11995,58			
<b>Elementos traseiros</b>	Cruzetas	3454319,30	3420329	46508453	
	Discos de freio	14033602,00			
	Semi-eixos	1829416,10			
	Cubos traseiros	2979465,60			
<b>Elementos dianteiros</b>	Cubos dianteiros	2979465,60	631276400		
	Discos de freio	3748634,50			
<b>Conjunto Pneu-rodas</b>	Rodas	57241757,00			
	Pneus	53828398,00			

O resultado da inércia total para a marcha 1A e marcha reduzida 1B segue as seguintes equações:

$$I_{TOTALM1A} = 144593900 + 401329440 \cdot i_{CVT}^2 \quad (41)$$

$$I_{TOTALM1B} = 256978930 + 988495790 \cdot i_{CVT}^2 \quad (42)$$

Nota-se que o valor de relação de transmissão da CVT é uma incógnita, uma vez que é variável, como será mostrado mais adiante.

#### 6.2.6 Cálculo da aceleração do veículo

GILLESPIE propõe, a fim de se obter a modelagem matemática de uma situação de aceleração do veículo que sejam subtraídas todas as forças de resistência da força de tração do veículo. Esta força de aceleração é a força que será responsável por fazer o veículo acelerar, ou seja, alterar a velocidade da massa do veículo e a rotação dos seus componentes internos:

$$F_x = (M + M_r) \cdot a_x \quad (43)$$

Substituindo as forças descritas nos itens 5.1.1, 5.1.2, 5.1.3 e 5.1.4 e a equação 37, têm-se:

$$(F_T - R_X - D_A - R_{DP} - R_g) = \gamma \cdot M \cdot a_x \quad (44)$$

Obtém-se por fim a equação usada na simulação para cálculo da aceleração do veículo:

$$a_x = \frac{1}{\gamma \cdot M} \cdot \left( \frac{T_{MOTOR} \cdot \eta_{sist} \cdot i_{TOTAL}}{r_{PNEU}} - R_X - D_A - R_{DP} - W \cdot \sin(\theta) \right) \quad (45)$$

Onde:  $a_x$  é a aceleração instantânea do veículo;

$\gamma$  é o fator de massa rotacional equivalente;

$M$  é a massa do veículo;

$T_{MOTOR}$  é o torque do motor;

$i_{TOTAL}$  é a relação de transmissão total;

$r_{PNEU}$  é o raio do pneu;

$R_X$  é a força de resistência ao rolamento;

$D_A$  é a força de arrasto aerodinâmico;

$R_{DP}$  é a força de resistência de carreta (se houver);

$W$  é o peso do veículo;

$\theta$  é a inclinação da rampa (se houver).

### 6.3 Método incremental usado

O método incremental usado para obtenção dos resultados desejados foi feito com um intervalo de tempo  $\Delta t = 0,01\text{s}$ . Assim, posição, velocidade e aceleração instantânea foram obtidos, por meio das seguintes equações:

$$a_x^{i+1} = \frac{F_x^i}{\gamma \cdot M} \quad (46)$$

$$v^{i+1} = v^i + a_x^{i+1} \cdot \Delta t \quad (47)$$

$$s^{i+1} = s^i + v^{i+1} \cdot \Delta t \quad (48)$$

$$t^{i+1} = t^i + \Delta t \quad (49)$$

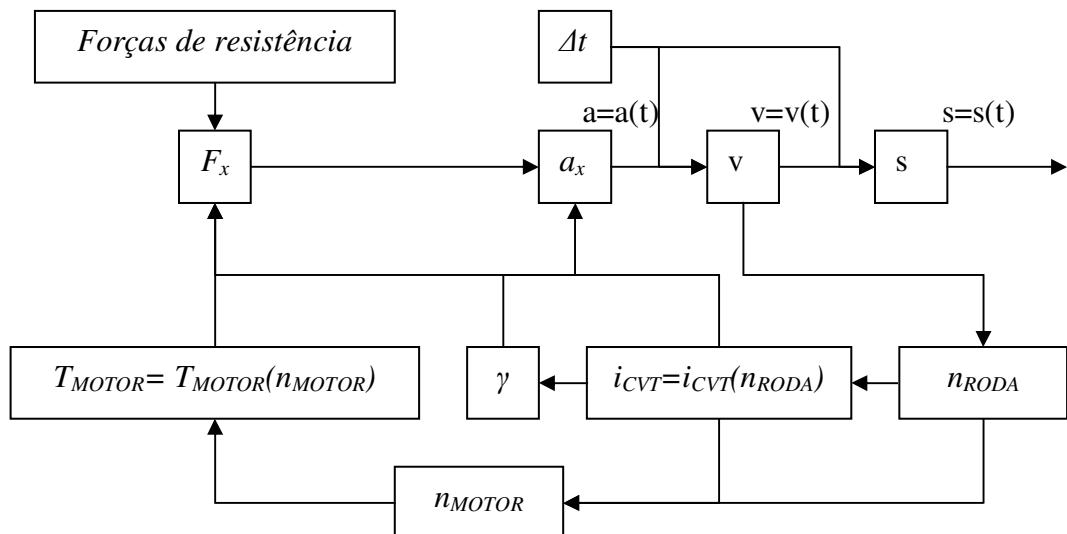


Figura 33 – Diagrama de blocos da Simulação de Aceleração de um Mini Baja

Desta forma, chegou-se a aos parâmetros de aceleração, velocidade e posição instantâneas.

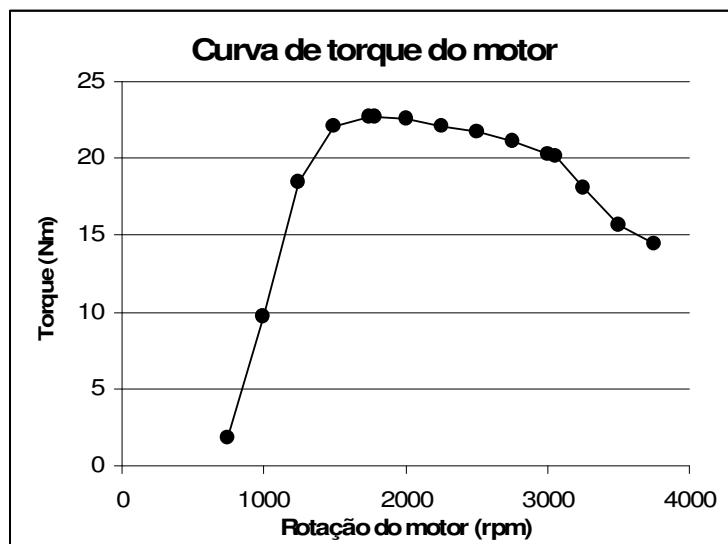
### 6.4 Parâmetros usados na modelagem



Figura 34 - Projeto Mini Baja

Os parâmetros de dimensionamento do veículo foram os seguintes:

- Peso do veículo: 170 kgf;
- Reduções do veículo: 1<sup>a</sup> marcha – 12:1; 2<sup>a</sup> marcha – 8:1;
- Raio do Pneu: 256 mm;
- Eficiência do trem-de-força: 90%;
- Temperatura ambiente: 27 °C;
- Pressão atmosférica ambiente: 100 kPa;
- Coeficiente de arrasto aerodinâmico ( $C_d$ ): 1,25;
- Área frontal do veículo: 0,95 m<sup>2</sup>;
- Curva de torque do motor obtida em testes:



**Figura 35 - Gráfico do Torque do motor em função de sua rotação usado no modelamento**

- E a curva de funcionamento da CVT

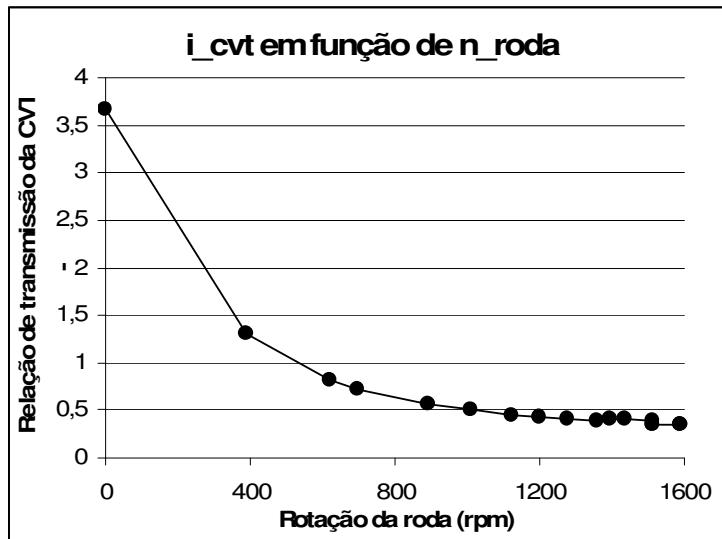


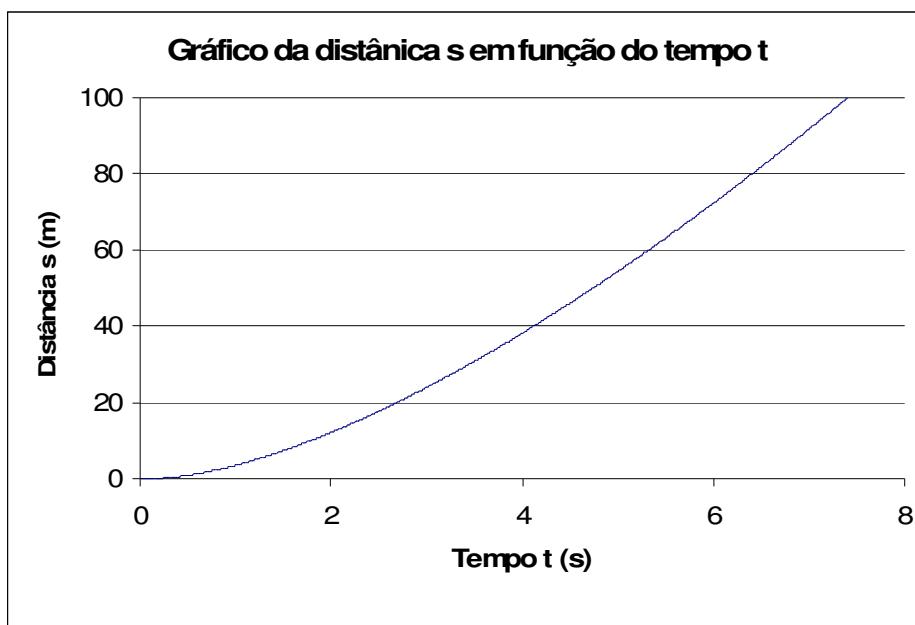
Figura 36 - Gráfico da relação de transmissão da CVT em função da rotação da roda

## 6.5 Resultados da simulação

Como foi descrito anteriormente, o objetivo da simulação é chegar a um valor estimado da força de resistência ao rolamento e  $R_x$  para o veículo Mini Baja. Para isso, é necessário que a simulação não leve em conta esta força de resistência. Desta forma, a comparação entre simulação e teste pode ser realizada a fim de se chegar ao resultado esperado.

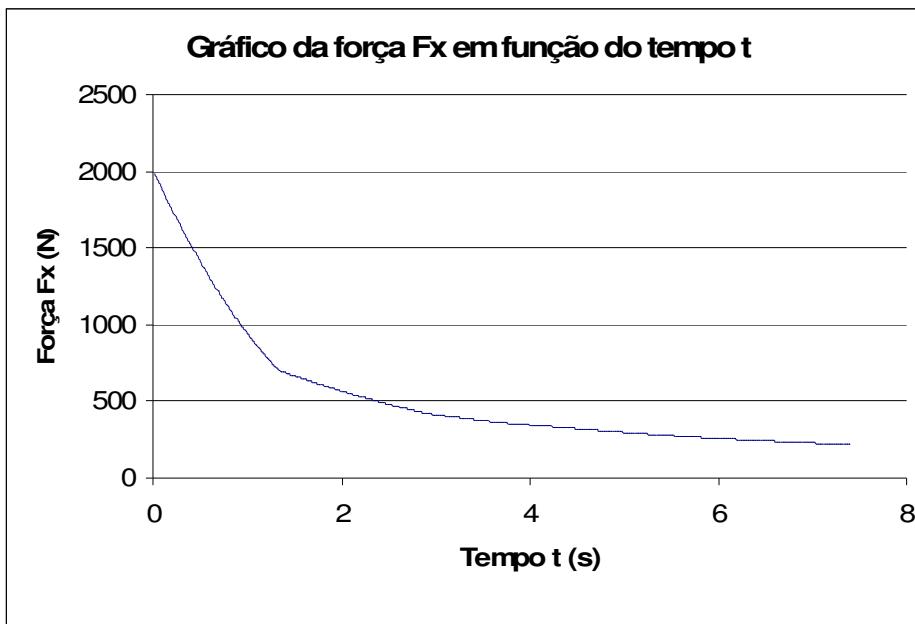
### 6.4.1 Simulação da aceleração

Os gráficos abaixo mostram o resultado da simulação realizada para uma aceleração de 0-100m.



**Figura 37 – Resultado da distância em função do tempo para simulação de aceleração**

Para este caso também foi realizada a simulação da força trativa. Chegou-se ao seguinte gráfico:



**Figura 38 – Resultado da força trativa para simulação de aceleração**

#### 6.4.2 Simulação de Rampa

A simulação de rampa tomou como base a inclinação de rampa de  $22^\circ$ . Para tanto, obteve-se os dois seguintes gráficos:

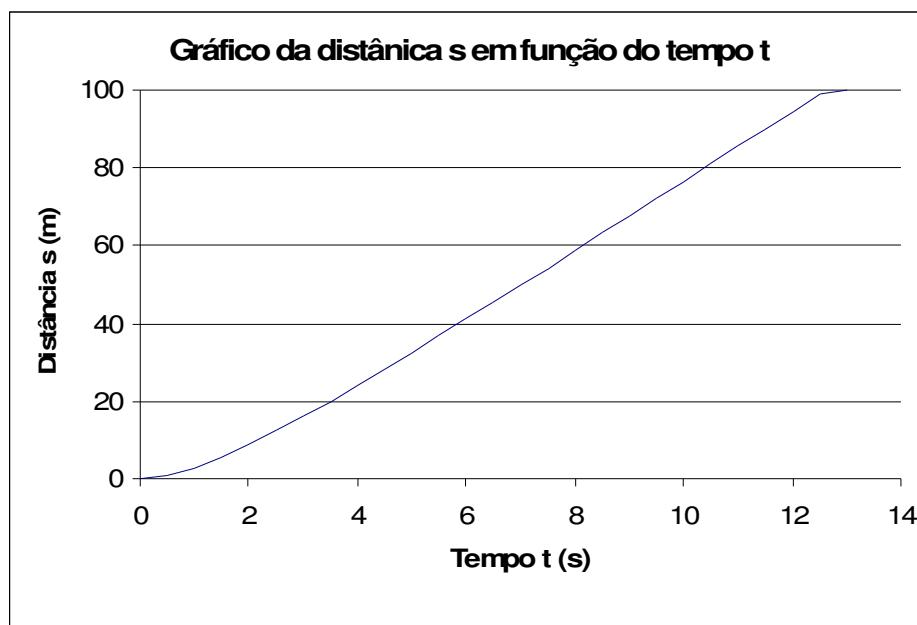


Figura 39 - Resultado da distância em função do tempo para simulação de rampa

Para este caso também foi realizada a simulação da força trativa em função da distância percorrida. Chegou-se ao seguinte gráfico:

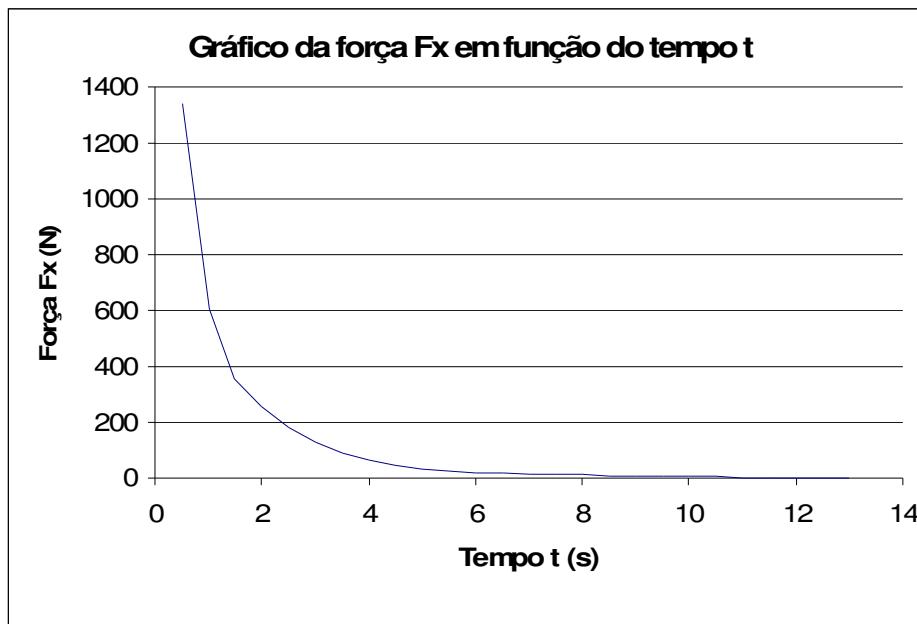


Figura 40 – Resultado da força trativa para simulação de rampa

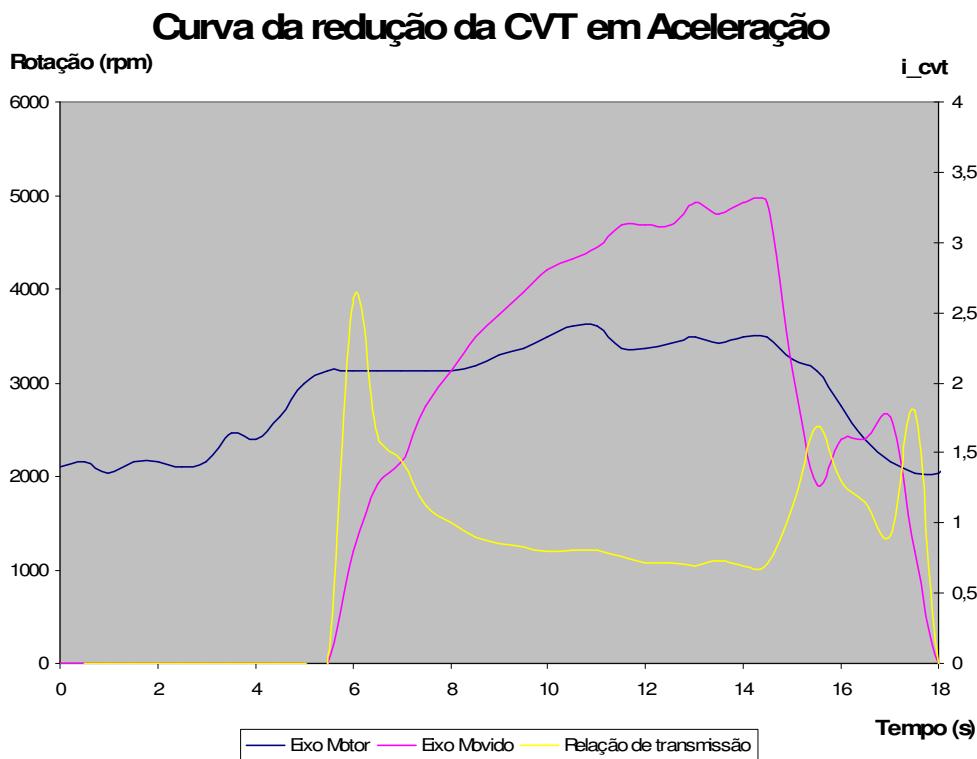
## 7. TESTES

Em junho de 2005, a Equipe POLI realizou testes a fim de coletar dados de desempenho do veículo com o objetivo de desenvolver futuros projetos de Mini Baja. Estes dados úteis servirão para e comparar as curvas obtidas na simulação com as curvas obtidas nestes testes para assim chegar a um parâmetro prático estimado de resistência ao rolamento.

Para obtenção destes dados a Equipe obteve as rotações das polias do conjunto de CVT. Por meio de um microprocessador, um circuito foi montado a fim de se armazenar os valores de rotação dos eixos motor e movido. Obtiveram-se gráficos reais de rotação do eixo movido e do eixo motor em um intervalo de tempo de tomada de dados de até 2 minutos.

### 7.1 Teste de aceleração

Em uma pista plana, acelerou-se o veículo em uma distância de 100m, chegando-se às seguintes curvas:



**Figura 41 - Curva da redução da CVT em aceleração**

A partir destas curvas, é possível se chegar ao gráfico da distância percorrida pelo tempo e também da força trativa, pelo seguinte equacionamento, análogo ao equacionamento realizado na etapa de simulação:

$$v^i = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{Movido}^i \cdot i_{CDR}}{60} \cdot r_{PNEU} \quad (50)$$

$$s^{i+1} = s^i + v^{i+1} \cdot (t^{i+1} - t^i) \quad (51)$$

$$a^{i+1} = \frac{v^{i+1} - v^i}{t^{i+1} - t^i} \quad (52)$$

$$F_x^i = \gamma^i \cdot M \cdot a^i \quad (53)$$

### Distância e Força Trativa para Aceleração

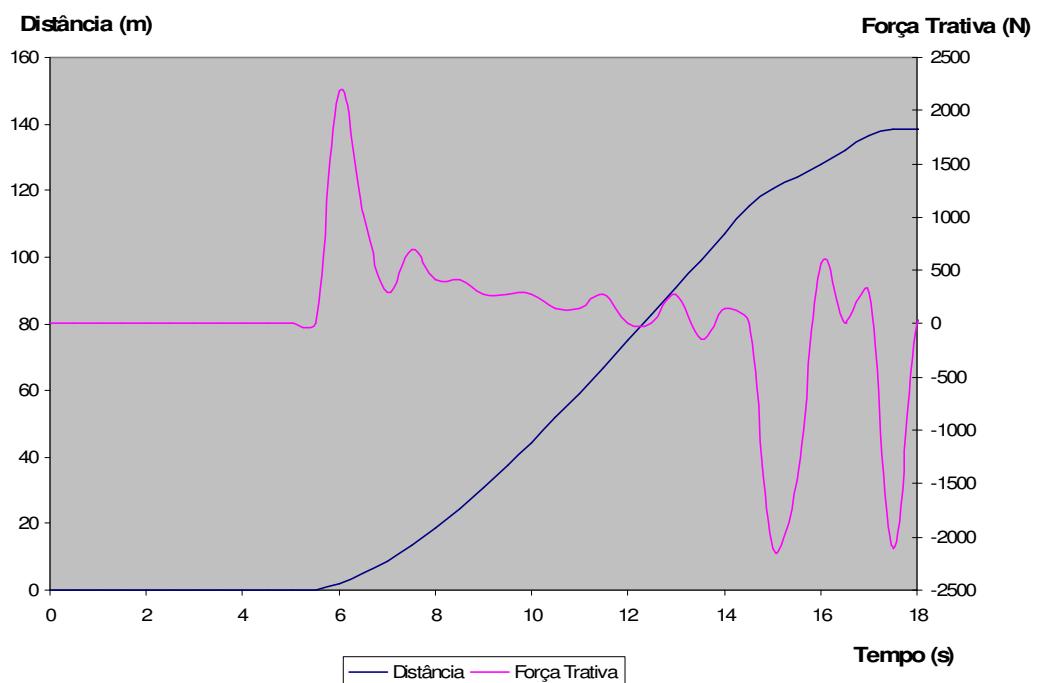


Figura 42 - Distância percorrida e força trativa em função do tempo para uma aceleração

### 7.2 Teste de rampa

Para uma rampa de terra de inclinação de 22 graus, foi realizada a mesma medição que resultou nos dois seguintes gráficos:

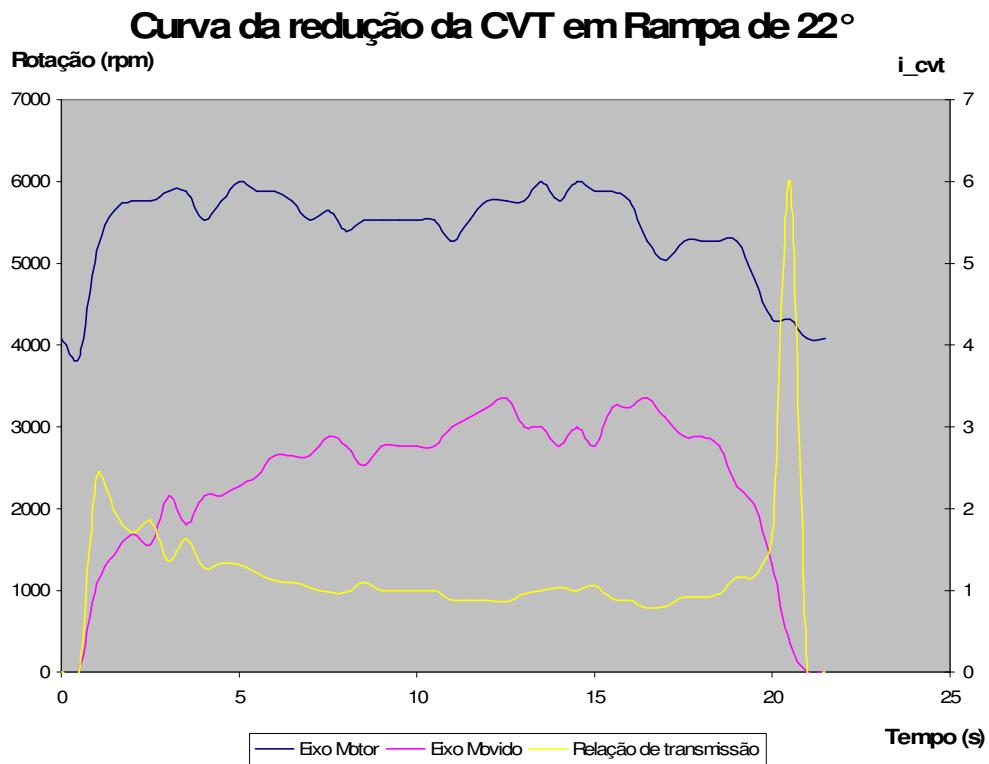


Figura 43 - Curva da redução da CVT em uma rampa de 22°

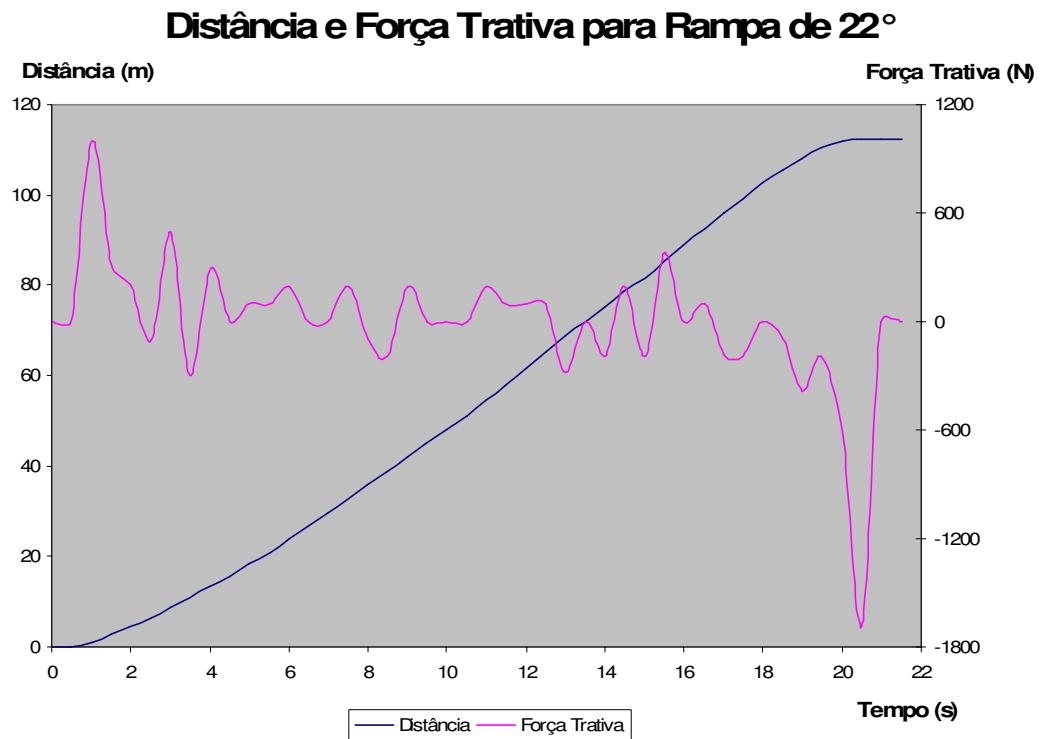


Figura 44 - Distância percorrida e força trativa em função do tempo para uma rampa de 22°

### 7.3 Teste de capacidade de tração

Por meio de uma verificação simples de capacidade trativa do Mini Baja, mediu-se por meio de uma balança qual a máxima força trativa realizada pelo veículo, de acordo como mostra a figura abaixo:



**Figura 45 – Esquema de teste de capacidade de tração para o veículo Mini Baja**

O teste comprovou que a variação de tração à medida que ocorre o deslizamento do pneu sobre o solo é grande. Observaram-se picos de até 230 kgf na medição sobre um solo de camada compacta. Ou seja, nenhum valor da força trativa superou este patamar.



**Figura 46 - Medição da capacidade trativa do Mini Baja**

## 8. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Uma vez que na simulação não foi considerada a força de resistência ao rolamento, pode-se obter um gráfico da força de resistência ao rolamento usando subtraindo as forças obtidas na simulação e no teste, de acordo com a fórmula:

$$F_x^{teste} - F_x^{simulação} = R_x \quad (54)$$

### 8.1 Resultado de aceleração

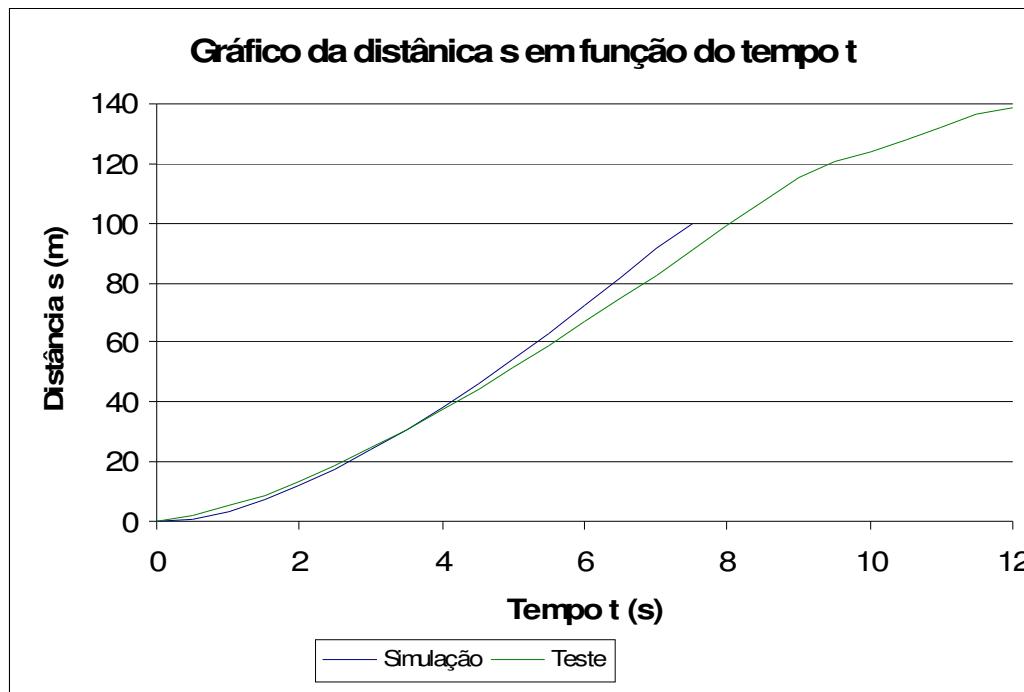


Figura 47 – Comparação da distância percorrida na simulação e no teste em função do tempo para uma aceleração

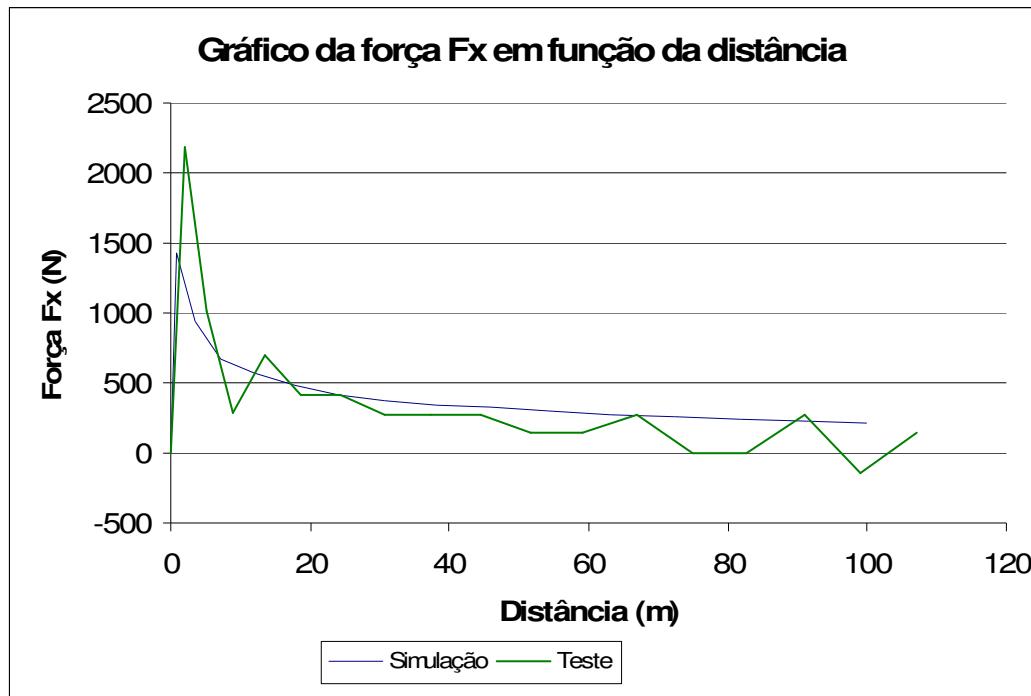


Figura 48 – Comparação da força trativa na simulação e no teste em função da distância para uma aceleração

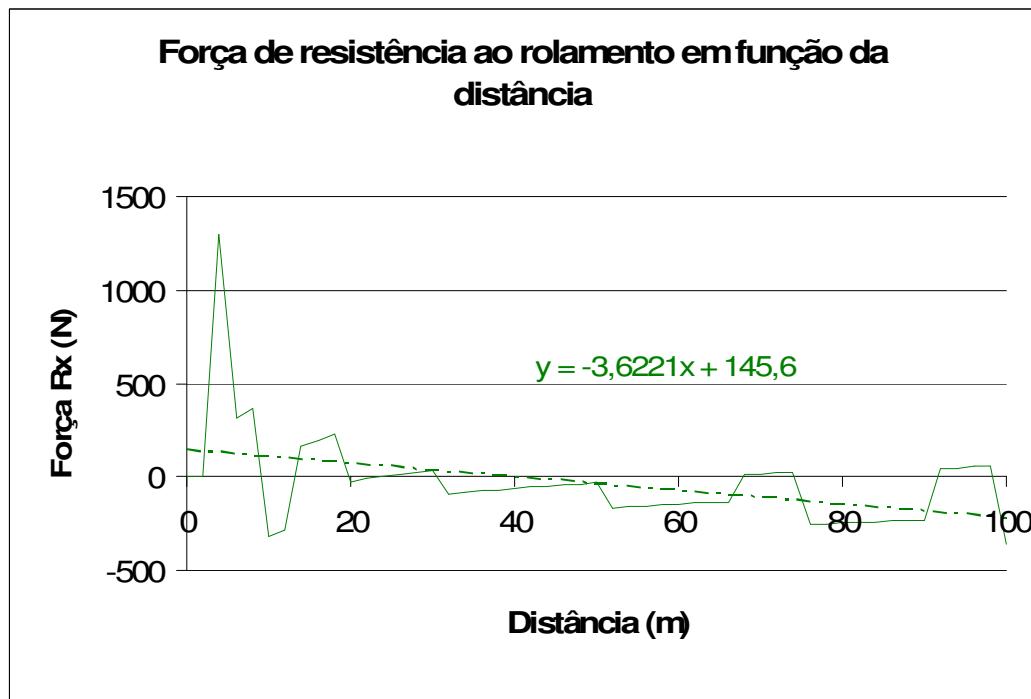


Figura 49 – Gráfico da força de resistência do rolamento em função da distância para uma aceleração

## 8.2 Resultado de rampa

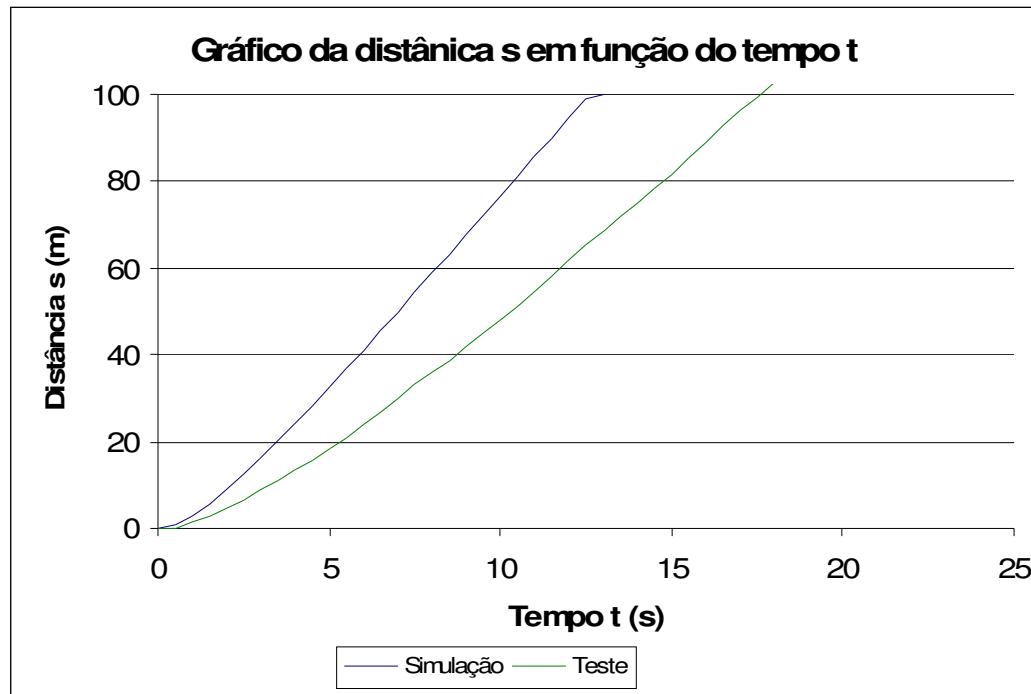


Figura 50 – Comparaçāo da distância percorrida na simulação e no teste em função do tempo para uma rampa de  $22^\circ$

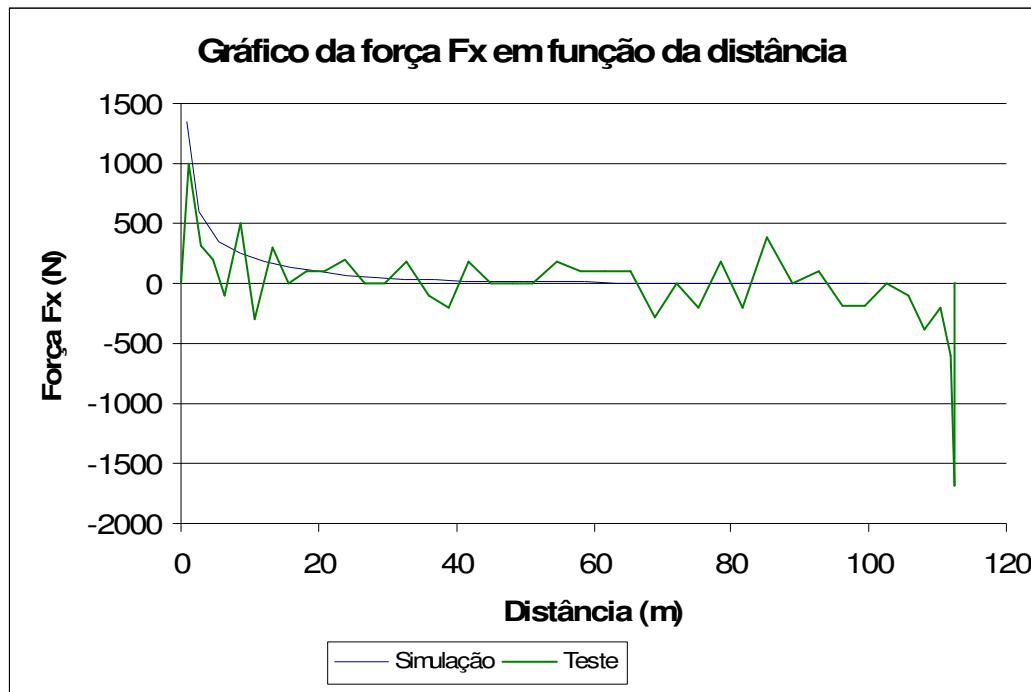


Figura 51 – Comparaçāo da força trativa na simulação e no teste em função da distância para uma rampa de  $22^\circ$

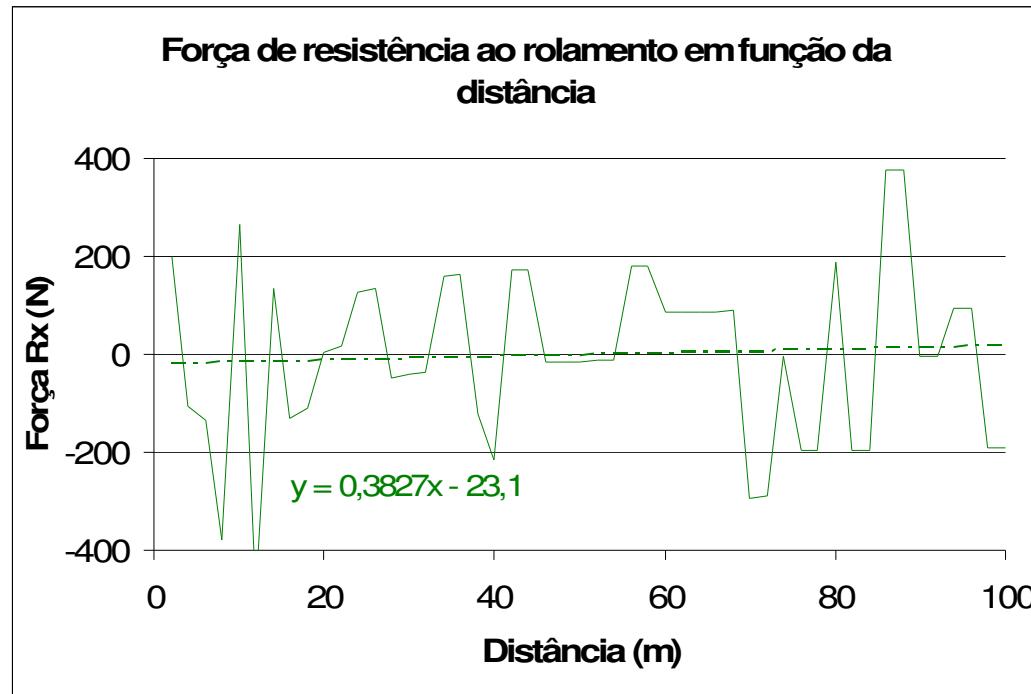


Figura 52 – Gráfico da força de resistência do rolamento em função da distância para uma rampa de 22°

### 8.3 Teste de capacidade trativa

De acordo com a teoria de GILLESPIE sobre limites de tração, para um veículo de eixo trativo traseiro blocado, ou seja, sem diferencial, têm-se uma fórmula que relaciona propriedades geométricas do veículo, seu peso e o coeficiente de atrito pneu-solo. A fórmula 2-24 de GILLESPIE, portanto é apresentada da seguinte forma:

$$F_{xMÁX} = \frac{\mu \cdot \frac{W \cdot c}{L}}{1 + \frac{h}{L} \cdot \mu} \quad (55)$$

Onde:  $\mu$  – coeficiente de atrito pneu-solo – da tabela 14 de AGEIKIN  
 o coeficiente de atrito borracha-solo (*dirt dry road*) está entre 0,5 e 0,7. Será admitido o valor de 0,6;  
 $h$  – altura do CG – valor usado 0,6 m;  
 $W$  – peso do veículo – 170 kgf = 1700 N;  
 $c$  – distância entre o eixo de tração e o CG – 0,55 m;  
 $L$  – entre eixos do veículo – 1,4 m.

Portanto, o valor da força máxima trativa que um veículo Mini Baja pode desenvolver é de 318,75 N.

#### 8.4 Conclusões das comparações realizadas

As curvas de comparação entre dados teóricos e práticos mostram que existe uma similaridade entre a simulação realizada e os testes.

Optou-se não filtrar os dados práticos, para evitar que informações fossem interpretadas de forma errônea ou tendenciosa. Somente nos gráficos de força de resistência ao rolamento, chegou-se a uma equação usando-se o método de regressão linear representando o comportamento da força de resistência ao rolamento do veículo associada ao tipo de teste: aceleração ou rampa.

Observa-se pelas equações que existe uma diferença entre a prova de aceleração e de rampa. Primeiramente pelo fato do coeficiente da reta ser negativo (-3,6221 N/m) no caso do teste de aceleração e no caso do teste de rampa ser positivo (+0,3827 N/m). Outro motivo é a constante que vale +145,6 N no primeiro teste e -23,1 N no segundo. Estas duas diferenças são identificadas, pois em ambos os casos a regressão contempla as variações de medição encontradas.

Uma vez que era de se esperar que os resultados das regressões lineares do teste de aceleração e de rampa possuíssem resultados similares, pois a força de resistência ao rolamento é uma força constante, conclui-se que o estudo de comparação de resultados teóricos e práticos apresenta uma incerteza de resultado considerável.

A união de ambos resultados dos testes de rampa e de tração, gera a seguinte curva, cuja equação linear também está indicada na figura:

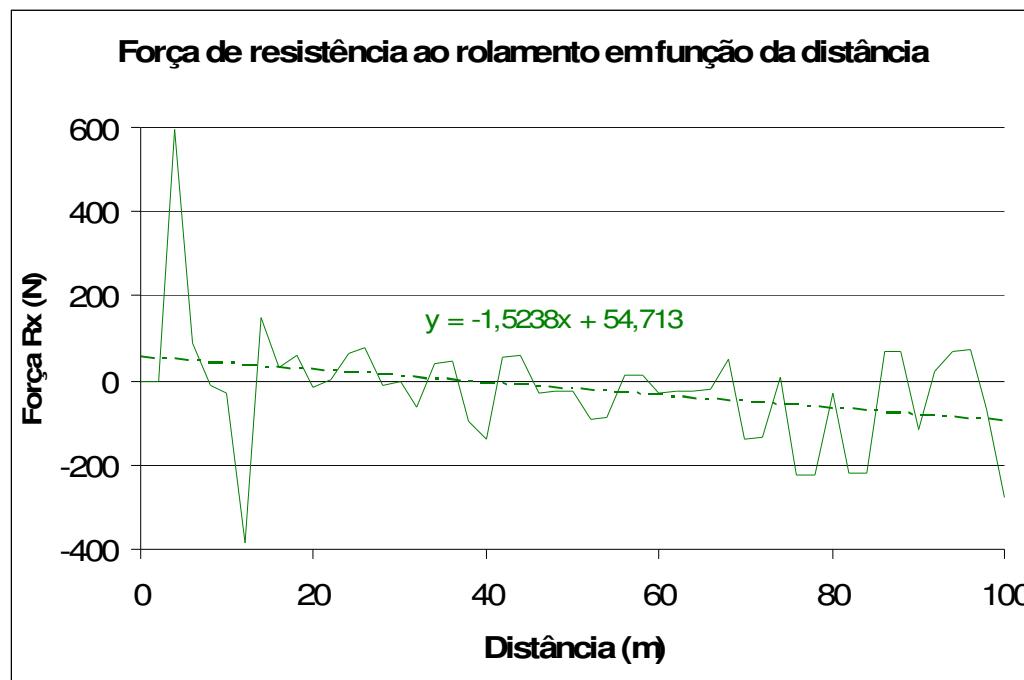


Figura 53 – Gráfico da força de resistência do rolamento em função da distância

Até 35,9 m esta função linear obtida é positiva. O valor médio desta função no patamar positivo vale 27,61 N, como mostram as equações abaixo:

$$R_x = -1,5238 \cdot s + 54,713$$

$$\text{para } R_x = 0N \quad s = \frac{54,713}{1,5238} = 35,57m$$

$$R_{x\text{MÉDIO}} = -1,5238 \cdot \frac{35,57}{2} + 54,713 = 27,61N$$

O fator de resistência ao rolamento, neste caso, vale

$$f_r = \frac{R_{x\text{MÉDIO}}}{W} = \frac{27,61N}{1700N} = 0,016$$

Observa-se que o valor obtido é menor que os fatores de resistência ao rolamento calculados pelas bibliografias de WONG e AGEIKIN, e também menor que os estimados de acordo com FENTON, GILLESPIE e CANALE.

As seguintes causas podem ter levado a esta incoerência:

- Dados de entrada da simulação: os dados de eficiência do trem-de-força e do coeficiente de resistência aerodinâmica foram estimados e podem estar incorretos;

- A curva da relação de transmissão da CVT usada no modelamento possui poucos pontos para baixas velocidades do veículo. Isto pode ter causado o valor negativo para a força de resistência em baixa velocidade;
- O cálculo da inércia rotacional do veículo foi realizado usando desenhos computacionais das peças e não usando as peças reais;
- Os resultados de medição obtidos não foram filtrados o que pode ter influenciado o resultado real realizado pelo veículo no dia do teste;
- Local de teste.

Dentre estas, a principal causa identificada é o local de medição nos testes. Em 2005, os testes foram realizados no asfalto, para a prova de aceleração e no gramado, para a prova de rampa. É de se considerar que existe diferença de comportamento do veículo entre os solos altamente deformáveis usados para o cálculo através das bibliografias e solos pouco ou indeformáveis usados nos testes. Por este motivo que a diferença encontrada entre teoria e prática neste estudo foi da ordem de 10 vezes. Tal diferença é grande, mas não está fora dos resultados de fator de resistência no asfalto encontrados na tabela 2. Por exemplo, a equação 3, cujo resultado de 0,018 é aplicado para um veículo a passeio à 50 km/h.

Por fim, a comparação entre teoria e prática no teste de capacidade trativa foi outro fator que apresentou discrepância. O valor de 318,75 N calculado está bem abaixo do valor de 230 kgf obtido experimentalmente. Durante o teste, observou-se claramente que os gomos dos pneus trativos realizaram o trabalho de escavação do solo. Caso os pneus fossem lisos, ocorreria somente o deslizamento entre as superfícies. No entanto, o trabalho de escavação proporcionou um aumento significativo da capacidade trativa do veículo.

Para se chegar ao grau de influência da disposição dos gomos no comportamento do solo, seria necessário realizar um estudo aprofundado do assunto. Recentemente têm-se procurado estudar este assunto por meio de métodos computacionais como é o caso da referência de OIDA.

Para fins simplificados, é possível afirmar por meio da comparação de capacidade trativa realizada que a influência dos gomos nos pneus de tração do Mono Baja pode chegar a um aumento de até 7 vezes do valor de capacidade teórico.

## 9. CONCLUSÕES DO ESTUDO

Ao longo deste estudo, os resultados obtidos para o coeficiente de resistência ao rolamento pertinentes à aplicação no projeto Mini Baja foram:

**Tabela 6 – Coeficientes de resistência ao rolamento obtidos para o Mini Baja**

Fonte	Método	Valor de $f_r$	Observação
Figura 5	Gráfico	0,275	Diâmetro dos pneus de 20 pol e solo arenoso
Figura 5	Gráfico	0,150	Diâmetro dos pneus de 20 pol e solo de dureza média
Figura 6	Gráfico	0,1650	Pressão dos pneus de 10 psi e solo arenoso
Figura 6	Gráfico	0,1160	Pressão dos pneus de 10 psi e solo de dureza média
Tabela 1	Tabela	0,1000	Carro de passeio e solo de dureza média
Tabela 1	Tabela	0,3000	Carro de passeio e areia
Item 4.2.2	Cálculo	0,190	Mini Baja em solo de baixa dureza
Item 4.3.4	Cálculo	0,2216	Mini Baja sobre solo de média dureza com camada compacta
Item 4.3.4	Cálculo	0,2284	Mini Baja sobre solo de média dureza sem camada compacta
Item 7.4	Comparação	0,016	Mini Baja sobre solo indeformável

Os resultados mostram que o coeficiente de resistência ao rolamento pode variar até 4 vezes em função da forma de sua obtenção. Os resultados das figuras 5 e 6 são provenientes de uma interpolação gráfica. Os dados da tabela 1 possuem uma diferença da ordem de 200%. Os resultados obtidos graficamente e da tabela, apesar da simplicidade de obtenção, não representam a exatidão desejada o dimensionamento do veículo Mini Baja.

Os resultados dos métodos teóricos foram diferenciados pelos seus enfoques. No método empírico desenvolvido pela WES entradas de características do veículo e o índice do cone, ou seja, a capacidade de penetração do solo, determinaram, por meio de relações empíricas, se o veículo enfrentaria o solo com sucesso ou não.

No método semi-empírico de Bekker o parâmetro de deformação do solo definido pelas constantes de aprofundamento e cisalhamento do solo, as dimensões do pneu e o carregamento aplicado definiram a resistência ao rolamento.

Por fim, no método de Ageikin, a deformação do solo somada à deformação do pneu definiram a resistência ao rolamento. Além dos parâmetros usados no

método de Bekker, aplicados neste método, também foi necessário obter na prática a pressão de contato entre as duas superfícies.

A obtenção dos fatores de resistência ao rolamento teóricos foi baseada em terrenos apresentados nas bibliografias e suas condições. Tais terrenos possuem semelhança com os terrenos transitados pelo veículo Mini Baja. O resultado do método semi-empírico de Bekker foi obtido para a movimentação do veículo em solo de baixa dureza e os resultados de Ageikin para solos de dureza média. O tipo de solo que melhor representa o terreno enfrentado pelo Mini Baja é o solo de dureza média, portanto os resultados de Ageikin estão mais próximos do valor do coeficiente de resistência real.

Portanto, coeficiente de resistência ao rolamento obtido neste estudo e que pode ser aplicado para realizar o projeto do Mini Baja é  $f_r = 0,2216$ . Tal fator pode ser usado no dimensionamento da transmissão do veículo com a garantia de que o veículo enfrentará o terreno presente nas pistas de competição.

O valor do fator de resistência ao rolamento encontrado por meio da comparação entre simulação e teste ( $f_r = 0,016$ ) é útil para um veículo Mini Baja sobre superfícies não deformáveis como o asfalto e pode ser usado no desenvolvimento do veículo para a prova de aceleração da competição nacional que tem usado pistas pavimentadas para sua execução nos últimos anos.

A diferença encontrada entre o teste de capacidade trativa e o cálculo teórico comprova a necessidade de haver uma disposição de gomos nos pneus que otimize a capacidade trativa do veículo.

O estudo de pneus agrícolas e dos pneus usados no Mini Baja trouxe à tona a diferença essencial entre os pneus dianteiros (direcionais) e traseiros (trativos). A partir desta observação e comparação com os pneus agrícolas da marca Pirelli foi possível determinar com segurança a forma construtiva das garras dos pneus da Equipe POLI.

Por fim, propõe-se que mais testes sejam realizados pela Equipe para se chegar a resultados precisos de desempenho do veículo tanto nas provas de aceleração e rampa, quanto nas demais provas que o veículo enfrenta durante uma competição. Também se recomenda a manutenção constante nos instrumentos de medição e a realização de testes em locais que mais se assemelham ao terreno de

competição. O procedimento correto garantirá que a Equipe chegue ao coeficiente de resistência ao rolamento enfrentado pelo veículo mais próximo do real.

## 10. BIBLIOGRAFIA

- AGEIKIN, Ia. S., “Off-the-road Wheeled and Combined Traction Devices: Theory and Calculation”, A.A. Balkema, Rotterdam, 1988.
- BEKKER, M. G., “Theory of Land Locomotion”, The University of Michigan Press, Michigan, 1956.
- CANALE, A. C., “Automobilística: dinâmica, desempenho”, Livros Érica Editora LTDA, São Paulo, 10<sup>a</sup> ed., 1993.
- FENTON, J., “Handbook of Automotive Powertrains and Chassis Design”, Professional Engineering Publishing Limited, London and Bury St Edmunds, 1998.
- FIELD MANUAL FM 5-430-00-01, “Planning and Design of Roads, Airfields and Heliports in the Theater of Operations – Road Design”, Vol 1, Headquarters, Department of the Army, Washington, 1994.
- GILLESPIE, T.D., “Fundamentals of Vehicle Dynamics”, Society of Automotive Engineers, Inc., Nova York, 1992.
- HEISLER, H. “Advanced Vehicle Technology”, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2. ed., 2002.
- KARAFIATH L. L., “Soil Mechanics for Off-Road Vehicle Engineering”, Trans Tech Publications, Clausthal, 1978.
- OIDA, S., SETA, E., HEGURI, H. e KATO, K., “Soil/Tire Interaction Analysis Using FEM and FVM”, Tire Science and Technology, TSTCA, vol. 33, n. 1, 2005.
- PIRELLI, “Manual Técnico de Pneus para Agricultura”, Pirelli, GCOM, 2002.
- WONG, J. Y., “Terramechanics and Off-Road Vehicles”, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 1989.
- WONG, J. Y., “Theory of Ground Vehicles”, John Wiley & Sons Inc., New York, 3<sup>a</sup> ed., 2001.

## 11. ANEXO

### 11.1 Linhas de comando das simulações

Linhas de comando usadas na simulação de aceleração no software *Scilab*:

```

//Dados gerais
massa_carro=170; //kg
acel_grav=9.8; //m/s^2
peso_carro=massa_carro*acel_grav; //N
i_caixa_de_reducao=[8 12]; //para as três marchas do veículo
raio_pneu=0.256;
eficiencia=0.9;
temperatura_ambiente=27; //Graus Célcius
pressao_ambiente=100; //KiloPascal
rho_ar=1.225*(pressao_ambiente/101.325)*(288.16/(273.16+temperatura_ambiente));
//kg/m^3
Cd=0.25; //coeficiente de arrasto aerodinâmico para uma superfície plana (GILLESPIE,
p. 98)
Area_frontal=0.95; //m^2
halt();
//Dados específicos
marcha=1; //marcha usada nesta prova
i_cdr=i_caixa_de_reducao(marcha);
inclinacao=0; //%% de inclinação
exec('C:\Academicos\programs\motor\inercias.sce');
halt();
//Dados iniciais da iteração
i=1;
i_cvt(i)=i_curva_cvt(1);
r_mot(i)=3000; //rpm
r_mov(i)=0; //rpm
a(i)=0; //m/s^2
v(i)=0; //m/s
s(i)=0; //m
t(i)=0; //s
delta_t=0.01; //s
while (s(i)<=100),
//Iteração do Motor
pontos=size(n_mot);
i2=1;
while (r_mot(i)>n_mot(i2) & (r_mot(i)<n_mot(pontos(1))),
i2=i2+1;
end;
if (r_mot(i)>=n_mot(pontos(1))) then
r_mot(i)=n_mot(pontos(1));
i2=pontos(1)-1;
end
T(i)=interp(r_mot(i),n_mot(i2-1),n_mot(i2),T_mot(i2-1),T_mot(i2));
Pot(i)=interp(r_mot(i),n_mot(i2-1),n_mot(i2),Pot_mot(i2-1),Pot_mot(i2));
//Cálculo de parâmetros
Rx(i)=0; //peso_carro*fr; //Resistência ao rolamento
Da(i)=1/2*rho_ar*v(i)^2*Cd*Area_frontal; //Força de resistência aerodinâmica
I_total_1(i)=(144593900+401329440*i_cvt(i)^2)*1E-9;
M_rot(i)=I_total_1(i)/raio_pneu^2;
fator_gama(i)=(massa_carro+M_rot(i))/massa_carro; //Fator das inércias rotativas
//Cálculo da aceleração, velocidade e posição instantânea
Fx(i)=(T(i)*i_cvt(i)*i_cdr*eficiencia/raio_pneu)-
(peso_carro)*sin(0.45*pi/180*inclinacao)-Rx(i)-Da(i);
a(i+1)=(1/(massa_carro*fator_gama(i)))*Fx(i);
v(i+1)=v(i)+a(i+1)*delta_t;
s(i+1)=s(i)+v(i+1)*delta_t;
t(i+1)=t(i)+delta_t;
r_mov(i+1)=60*v(i+1)/(2*pi*raio_pneu)*i_cdr;
//Iteração da CVT
i3=1;
while (r_mov(i+1)>n_mov_cvt(i3) & (r_mov(i+1)<=n_mov_cvt(pontos_cvt)),
i3=i3+1;
end;
if r_mov(i+1)>n_mov_cvt(pontos_cvt) then i_cvt(i+1)=i_curva_cvt(pontos_cvt);
else i_cvt(i+1)=interp(r_mov(i+1),n_mov_cvt(i3-1),n_mov_cvt(i3),i_cvt(i3-1),i_cvt(i3));
end
r_mot(i+1)=n_mot_cvt(i3);

//Incremento da iteração
i=i+1;
end

```