

**Escola Politécnica
da
Universidade de São Paulo**

**Departamento de Engenharia de
Energia e Automação Elétricas**



**Programa de Cálculo de Transitórios
Eletromagnéticos**

Fabricio Barbosa Bittencourt

Projeto de Formatura / 2001

**Escola Politécnica
da
Universidade de São Paulo**

**Departamento de Engenharia de
Energia e Automação Elétricas**



Projeto de Formatura / 2001

**Programa de Cálculo de Transitórios
Eletromagnéticos**

Aluno: Fabricio Barbosa Bittencourt
Orientador: Luiz Cera Zanetta Júnior

Agradecimentos e dedicatória

Este trabalho é, em parte, uma extensão natural do trabalho desenvolvido nos últimos anos no Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas (PEA) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), tanto no ensino como em projetos de pesquisa.

Durante todo esse período foi muito gratificante ter podido trabalhar com o Prof. Dr. Luís Cera Zanetta Júnior, seja como orientado no projeto de formatura, ou mesmo como estagiário. Agradeço pela fé depositada por ele em mim, pela compreensão oferecida e pelo tempo dispensado, seja transmitindo conhecimento como professor ou filosofando sobre a vida como amigo.

Agradeço, também, a mais dois professores que acreditaram e incentivaram esse trabalho, assim como a permanência na área: Prof. Dr. João Eduardo Kogler (Laboratório de Sistemas Integráveis – LSI – da mesma instituição supracitada) e Prof. Hernán Prieto Schmidt (PEA).

Meu reconhecimento às aulas que estimularam o meu interesse pela área de sistemas de potência e aos professores que as lecionaram: Prof. Dr. Luiz Cláudio Ribeiro Galvão (Prática de Sistemas de Potência I), Prof. Dr. Nelson Kagan (Sistemas de Potência II e Transporte de Energia) e Prof. Dr. José Aquiles Baesso Grimoni (Laboratório de Energia e Máquinas Elétricas II), todos com um bom humor notável e admirável; além dos já citados: Prof. Dr. Luís Cera Zanetta Júnior (Sistemas de Potência I e Laboratório de Energia e Máquinas Elétricas II), prof. Dr. Hernan Prieto Schmidt (Componentes Simétricas e Prática de Sistemas de Potência II).

Dedico, então esse trabalho aos meus amigos de faculdade que de uma forma ou outra me ajudaram (Daniela Wolter Ferreira, Fábio Augusto Baria Perdiz e Felipe Vivacqua Pinto) e a todos os professores supracitados, sem os quais este não existiria, tendo a honra de poder chamá-los de mestres.

Fabricio Barbosa Bittencourt

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	6
2.	OBJETIVOS.....	7
3.	METODOLOGIA.....	7
3.1	INTEGRAÇÃO TRAPEZOIDAL.....	8
3.2	LINHAS DE TRANSMISSÃO.....	10
3.3	MATRIZES ESPARSAS.....	12
3.4	ELIMINAÇÃO DE GAUSS.....	13
3.5	RETRO-SUBSTITUIÇÃO.....	16
3.6	ACOPLAMENTOS.....	16
3.7	INCLUSÃO DE PERDAS.....	20
3.8	REPRESENTAÇÃO DE CHAVES.....	21
3.9	INCLUSÃO DE NÃO LINEARIDADES.....	22
3.10	DEMAIS COMPONENTES.....	24
4.	O SOFTWARE.....	25
5.	COMPARANDO AO ATP.....	28
6.	DESENVOLVIMENTO.....	28
7.	O SOFTWARE ATP.....	32
8.	RESULTADOS OBTIDOS.....	35

9.	EXPANSÕES FUTURAS.....	37
10.	ANÁLISE DE IMPRECISÕES.....	38
11.	SIMPÓSIOS E PRÊMIO RECEBIDO.....	39
12.	CONCLUSÕES.....	39
13.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	40
ANEXO A – MODELAGEM DE COMPONENTES ELEMENTARES.....		42
ANEXO B – LINHAS DE TRANSMISSÃO.....		46
ANEXO C – <i>OPTIMALLY ORDERED FACTORIZATION (OOF)</i>		48

1) Introdução

Um programa de cálculo de transitórios eletromagnéticos se torna necessário a partir do momento em que se quer estudar o comportamento de uma rede elétrica, desde o estudo de seus fenômenos eletromagnéticos e seus efeitos, assim como a solução para problemas comuns de cálculo das grandezas envolvidas.

A partir dos resultados obtidos, o software a ser desenvolvido trará inúmeras vantagens para o usuário, tais como:

- possível construção de um diagrama demonstrativo do fluxo de potência relacionado à topologia da rede em questão;
- a possibilidade de estudo do curto-circuito em uma rede e como o curto afeta as grandezas envolvidas (estudo das condições de pré-falta e falta) torna-se viável.

Assim, verificamos a necessidade da existência de um software que efetuasse não só os cálculos supracitados, como também, pudesse englobar outros componentes e estudos pertinentes a redes elétricas, como por exemplo:

- inclusão de máquinas elétricas;
- estudo de partida de motores;
- controle do consumo de potência e energia;
- ensaio em vazio e de curto de transformadores.

Porém esses tópicos serão deixados para futuras expansões, demonstrando, assim, a complexidade do produto final e a sua importância. Dentre os objetivos desse trabalho, como será visto, temos a implementação de rotinas e o estudo de alguns temas relacionados com uma versão futura.

As rotinas a serem desenvolvidas estão intimamente relacionadas ao departamento de Energia e Automação Elétricas, mais especificamente à área de transmissão de energia. Abrange, ainda, as seguintes atividades profissionais:

- planejamento, estudos e projetos de sistemas de potência;
- estudos de fenômenos elétricos e seus efeitos.

Assim, nesse trabalho será apresentada a descrição do tratamento de elementos básicos como resistores, indutores e capacitores e o tratamento da linha de transmissão. Inicialmente, os modelos serão apresentados em uma base monofásica para posterior extensão a casos trifásicos, incluindo acoplamentos.

2) Objetivos

O objetivo principal é a implementação de rotinas de simulação de componentes de redes elétricas em um mini-programa de transitórios eletromagnéticos. As rotinas foram desenvolvidas para serem executadas em Matlab. Dentre as rotinas a serem implementadas temos:

- linhas de transmissão trifásicas com transposição;
- linhas de transmissão trifásicas sem transposição;
- rede equivalente trifásica com métodos matriciais, considerando seqüência zero, positiva e negativa;
- inclusão de elementos lineares (acoplamentos) na rede elétrica através da utilização de modelos equivalentes.

Outros objetivos pertinentes ao projeto envolvem:

- desenvolvimento de rotinas para análise de sistemas, incluindo pesquisa básica de modelos e métodos de otimização;
- estudo de modelos de componentes de redes elétricas;
- inclusão de perdas na linha de transmissão;
- equivalentes de redes;
- estudo do comportamento de redes elétricas com chaves;
- inclusão de não linearidades (para-raios).

3) Metodologia

Inicialmente foi realizada uma pesquisa bibliográfica abrangendo os temas propostos e o estudo de métodos de solução numérica. A seguir, apresentamos algumas técnicas que são utilizadas no

desenvolvimento do software e como alguns elementos elétricos são tratados:

3.1) Integração Trapezoidal

Para facilitarmos a solução numérica de redes elétricas complexas durante o período transitório, estaremos utilizando o método de integração trapezoidal, a partir do qual estaremos modelando os componentes elementares. Essa técnica de solução, apresentada por H. Dommel [1, 2, 3, 4], permitiu o desenvolvimento de programas eficientes para o cálculo de transitórios através da análise nodal. As memórias de cálculo detalhadas para a modelagem dos acoplamentos encontram-se no Anexo A.

- Modelo para indutância

Na figura 3.1 podemos observar um indutor com terminais nos nós k e m e percorrido por uma corrente $i_{km}(t)$ e seu modelo equivalente:

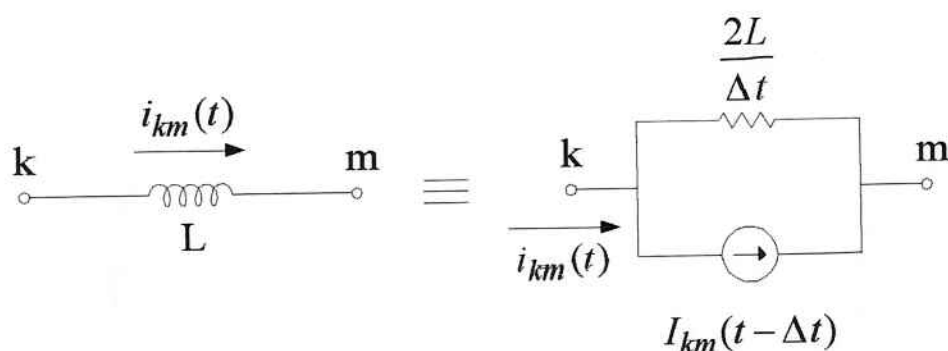


Figura 3.1 – Indutância e seu modelo equivalente

Aplicando o método de integração trapezoidal, do modelo equivalente podemos concluir que:

$$i_{km}(t) = \frac{\Delta t}{2L} [e_k(t) - e_m(t)] + I_{km}(t - \Delta t), \text{ onde} \quad (3.1)$$

$$I_{km}(t - \Delta t) = i_{km}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} [e_k(t - \Delta t) - e_m(t - \Delta t)] \quad (3.2)$$

No modelo equivalente temos uma resistência de valor $R = \frac{2L}{\Delta t}$ e um gerador de corrente $I_{km}(t - \Delta t)$ que é um vetor constituído por todas as informações passadas (as quais serão utilizadas para atualização de correntes e tensões no instante t) e Δt representando o passo de integração.

• Modelo para capacitância

Utilizando raciocínio análogo ao caso anterior, temos na figura 3.2 um capacitor com terminais nos nós k e m e percorrido por uma corrente $i_{km}(t)$ e seu modelo equivalente:

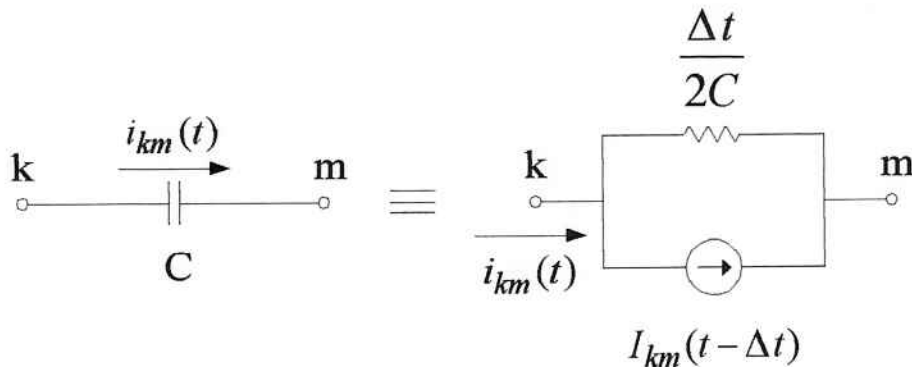


Figura 3.2 – Capacitância e seu modelo equivalente

Concluimos, analogamente, que:

$$i_{km}(t) = \frac{2C}{\Delta t} [e_k(t) - e_m(t)] + I_{km}(t - \Delta t), \text{ onde:} \quad (3.3)$$

$$I_{km}(t - \Delta t) = -i_{km}(t - \Delta t) - \frac{2C}{\Delta t} [e_k(t - \Delta t) - e_m(t - \Delta t)] \quad (3.4)$$

Nesse caso, o modelo equivalente é composto por uma resistência de valor $R = \frac{\Delta t}{2C}$.

- Modelo para resistência

Como as relações existentes entre tensão e corrente em resistências não envolvem equações diferenciais, não há a necessidade da aplicação do método de integração trapezoidal, sendo imediato o modelo:

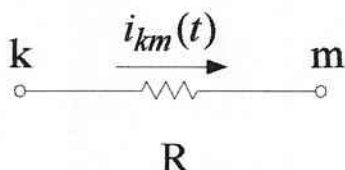


Figura 3.3 – Modelo equivalente para resistências

Aplicando a Lei de Ohm, temos:

$$i_{km}(t) = \frac{e_k(t) - e_m(t)}{R} \quad (3.5)$$

A partir das premissas acima estabelecidas podemos perceber a facilidade de transformamos uma rede elétrica em um circuito puramente resistivo. Portanto, bastou uma primeira familiarização com recursos computacionais e com equacionamento de redes elétricas em fenômenos transitórios para que tenha sido possível a implementação da regra de integração trapezoidal.

3.2) Linhas de Transmissão

Fazendo, ainda, referência à modelagem, passamos agora a análise de linhas de transmissão.

- Modelo para linha de transmissão

Estaremos admitindo, *a priori*, que os condutores e o dielétrico sejam perfeitos (condutividade infinita no condutor e nula no dielétrico), ou seja, uma linha de transmissão sem perdas [5].

A teoria referente a esse tópico pode ser encontradas no Anexo B.

Na figura abaixo, podemos observar uma linha de transmissão sem perdas entre os nós k e m, onde Z é a impedância característica da linha e τ é o tempo de trânsito da linha para percorrer uma distância x .

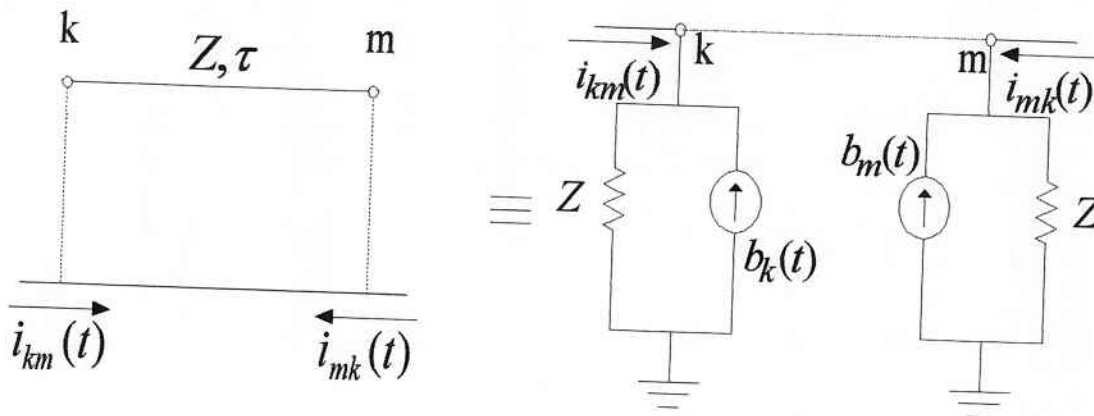


Figura 3.4 – Linha de transmissão e seu modelo equivalente

Do modelo equivalente, resulta:

$$i_{km}(t) = \frac{e_k(t)}{Z} - b_k(t) \text{ , onde:} \quad (3.6)$$

$$b_k(t) = f_m(t - \tau) \quad (3.7)$$

De acordo com a equação (3.7), a *backward* é igual à *forward* de um instante passado (informação conhecida) e isso ocorre devido ao fato de estarmos considerando uma linha de transmissão sem perdas, sendo assim possível estabelecer uma relação entre as ondas propagadas pela linha (*forward* e *backward*) em diferentes instantes de tempo.

Da mesma forma podemos estabelecer equações análogas às (3.6) e (3.7) relativas ao nó m:

$$i_{mk}(t) = \frac{e_m(t)}{Z} - b_m(t) \text{ , onde:} \quad (3.8)$$

$$b_m(t) = f_k(t - \tau) \quad (3.9)$$

Escrevemos as ondas progressivas em termos de corrente no instante t:

$$f_m(t) = \frac{e_m(t)}{Z} + i_{mk}(t), \text{ onde:} \quad (3.10)$$

$$f_k(t) = \frac{e_k(t)}{Z} + i_{km}(t) \quad (3.11)$$

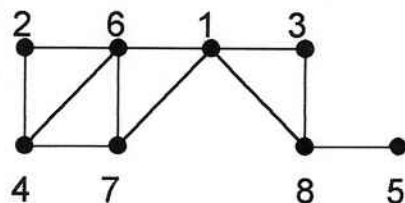
3.3) Matrizes Esparsas

As redes elétricas podem apresentar grande esparsidade, fornecendo matrizes de admitâncias muito esparsas [6].

Foi desenvolvido um programa computacional que trabalha com a matriz de admitância de uma rede elétrica, explorando sua esparsidade de modo eficiente. Para isso, foi implementado um algoritmo de ordenação dos nós de uma rede qualquer, sem alterar a posição das admitâncias, fontes de tensão e de correntes.

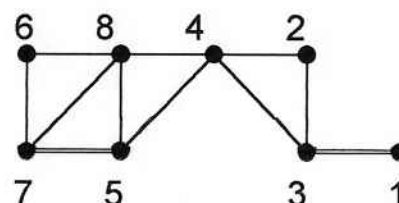
O algoritmo utilizado é o *Optimally Ordered Factorization* (OOF) [7], que ordena os nós de uma rede elétrica, colocando as admitâncias diferentes de zero mais próximos à diagonal principal. A explicação detalhada do algoritmo encontra-se no Anexo C.

Abaixo é citado um exemplo de ordenação de nós utilizando o algoritmo:



Matriz de admitâncias sem ordenação

X	O	X	O	O	X	X	X
O	X	O	X	O	X	X	O
X	O	X	O	O	O	O	X
O	X	O	X	O	X	X	O
O	O	O	O	X	O	O	X
X	X	O	X	O	X	X	O
X	O	O	X	O	X	X	O
X	O	X	O	X	O	O	X



Matriz de admitâncias após a ordenação

X	O	X	O	O	O	O	O
O	X	X	X	O	O	O	O
X	X	X	X	O	O	O	O
O	X	X	X	O	O	X	X
O	O	O	O	X	X	X	O
O	O	O	O	X	X	X	X
O	O	O	X	X	X	X	X
O	O	O	X	O	X	X	X

Figura 3.5 – Efeito da reordenação dos nós

Onde: os **O** representam elementos nulos;

e os **X** representam as admitâncias não nulas;

Das matrizes formadas acima, vemos que com uma boa ordenação, podemos colocar os elementos não nulos da matriz, o mais próximo da diagonal.

Ao se ordenar uma matriz e colocar os elementos nulos mais próximos à diagonal, teremos menos novos elementos formados após a triangularização da mesma, como é demonstrado no próximo item.

3.4) Eliminação de Gauss

Com a rede ordenada, montamos a matriz de admitâncias. Essa matriz é triangularizada para facilitar a resolução do sistema.

Para obter a matriz triangular superior, utilizamos o método de Eliminação de Gauss. O método é simples, consistindo em eliminarmos todos os elementos da matriz localizados abaixo da diagonal. Para a matriz genérica $A_{n \times n}$.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \dots & a_{3n} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & \dots & a_{4n} \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & a_{n4} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Utilizando as seguintes operações:

- trocar duas equações;
- multiplicar uma equação por uma constante não nula;
- adicionar um múltiplo de uma equação a uma outra equação;

Eliminamos todos os elementos abaixo da diagonal principal, obtendo:

$$A' = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & \dots & a_{3n} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & \dots & a_{4n} \\ & & & \vdots & & \\ & & & \vdots & & \\ & & & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

O passo seguinte é armazenar as admitâncias da matriz triangularizada em forma de vetor. O método utilizado consiste em armazenar os elementos da matriz em um vetor e utilizar um segundo vetor como ponteiro para endereçar os elementos. Serão armazenados só componentes não nulas, daí a vantagem da ordenação antes da triangularização.

Tomemos como exemplo a matriz triangularizada abaixo:

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Teremos dois vetores: o vetor dos elementos adjacentes (adj) e o vetor indicador (ip):

$$\begin{array}{l} \text{adj: } [1 \quad 3 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 6 \quad 5 \quad 6 \quad 6] \\ \text{ip: } [1 \quad \quad 3 \quad \quad 5 \quad \quad 8 \quad \quad 10 \quad \quad 12] \end{array}$$

Os vetores adj e ip fornecem só as posições dos elementos não nulos. Um terceiro vetor, armazena o valor dos elementos:

$$\text{elem: } [4 \quad 6 \quad 3 \quad 7 \quad 4 \quad 5 \quad 3 \quad 8 \quad 6 \quad 7 \quad 3 \quad 4]$$

Por exemplo, para identificar o valor do elemento existente na quarta linha com a quarta coluna da matriz, devemos ver o valor do quarto e do quinto elemento do vetor ip, correspondendo a 8 e 10 respectivamente. No vetor adj, devemos localizar o número 4 (quarta coluna) entre os vetores 8 e 9 (=10-1). No nosso caso, o número 4 é o

oitavo elemento do vetor adj. Assim, localizamos no vetor elem o oitavo valor, que é o número 8. Portanto, na quarta linha com a quarta coluna da matriz, temos o valor 8.

analogamente para um valor nulo: seja por exemplo o elemento da terceira linha com a quinta coluna. Vemos no vetor ip, que o terceiro e o quarto valor são 5 e 8, respectivamente. Seguindo, devemos encontrar o número 5 (equivalente a quinta coluna) no vetor adj entre as posições 5 e 7 ($=8-1$). Esse número é inexistente. Portanto o elemento presente na terceira linha com a quinta coluna é um elemento nulo.

Vemos que o armazenamento é um método muito simples e pode representar uma grande economia de memória, podendo essa vantagem ser demonstrada utilizando a rede do item anterior (figura 3.5):

Matriz original triangularizada

X	O	X	O	O	X	X	X
O	X	N	X	O	X	X	N
O	O	X	N	O	N	N	X
O	O	O	X	O	X	X	N
O	O	O	O	X	N	N	X
O	O	O	O	O	X	X	N
O	O	O	O	O	O	X	N
O	O	O	O	O	O	O	X

Matriz ordenada triangularizada

X	O	X	O	O	O	O	O
O	X	X	X	O	O	O	O
O	O	X	X	O	O	O	O
O	O	O	X	O	O	X	X
O	O	O	O	X	X	X	N
O	O	O	O	O	X	X	X
O	O	O	O	O	O	X	X
O	O	O	O	O	O	O	X

Figura 3.6 – Efeito da triangularização

Onde:

- > O - elementos nulos após a triangularização;
- > X – admitâncias não nulas;
- > N – elementos formados após a triangularização;

Como podemos observar, na matriz original formaram-se vários novos elementos (N), enquanto que na matriz ordenada tivemos apenas um novo elemento formado. Como no método de armazenamento das admitâncias só são de interesse os elementos não nulos, a matriz ordenada é mais econômica. Essa economia pode ser significativa no armazenamento das admitâncias para uma rede muito maior.

Tendo em mãos os vetores fornecidos, podemos resolver o sistema utilizando a retro-substituição.

3.5) Retro-substituição

O método para a resolução do sistema linear utilizado é o da retro-substituição.

Seja um sistema linear $A \cdot x = b$, onde A é uma matriz $n \times n$, triangular superior, com elementos da diagonal diferentes de zero e x e b são matrizes $n \times 1$,

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & \dots & a_{3n} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & \dots & a_{4n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

temos:

$$x_n = \frac{b_n}{a_{nn}} \quad (3.16)$$

$$x_k = \frac{b_k - \sum_{j=k+1}^n a_{kj} \times x_j}{a_{kk}}, \text{ para } k = n-1, \dots, 2, 1 \quad (3.17)$$

Donde obtemos todas as variáveis x_i .

3.6) Acoplamentos

Nos itens anteriores foi vista a representação de alguns elementos monofásicos básicos. O estudo de transitórios em um sistema de potência requer uma representação trifásica, pois existe

um acoplamento indutivo e capacitivo entre fases da linha de transmissão. Segue o tratamento básico de circuitos acoplados com parâmetros concentrados, constituídos por capacitores, indutores e resistores.

• Capacitâncias acopladas

A aplicação mais usual de capacitâncias acopladas é na representação de circuitos π de linhas, sendo todos os elementos incluídos na matriz de admitâncias.

Essa matriz é simétrica, sendo que na diagonal principal encontra-se a soma de todas as capacitâncias incidentes no nó, e fora da diagonal temos o valor negativo das capacitâncias entre os nós associados.

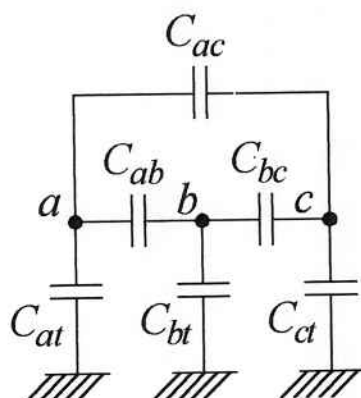


Figura 3.7 – Acoplamento capacitivo

$$[C] = \begin{bmatrix} c_a & c_{ab} & c_{ac} \\ c_{ac} & c_b & c_{bc} \\ c_{ac} & c_{bc} & c_c \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Onde:

$$c_a = C_{at} + C_{ab} + C_{ac} \quad (3.19)$$

$$c_{ab} = -C'_{ab} \quad (3.20)$$

Equacionando na forma trifásica:

$$\vec{i}_{km}(t) = \begin{bmatrix} \dot{i}_{km}^a(t) \\ \dot{i}_{km}^b(t) \\ \dot{i}_{km}^c(t) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\vec{e}_{\sim k}(t) = \begin{bmatrix} e_k^a(t) \\ e_k^b(t) \\ e_k^c(t) \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

$$\vec{e}_{\sim m}(t) = \begin{bmatrix} e_m^a(t) \\ e_m^b(t) \\ e_m^c(t) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Temos para esse circuito a relação nodal entre correntes e tensões:

$$\vec{i}_{\sim k}(t) = C \frac{d}{dt} \vec{e}_{\sim k}(t) \quad (3.24)$$

Observamos que a matriz $[C]$ em um circuito π representa metade da capacitância total do trecho, concentrado em cada extremidade.

Aplicando a regra da integração trapezoidal, de modo análogo à equação (3.3), temos:

$$\vec{i}_{\sim k}(t) = \frac{2[C]}{\Delta t} \left[\vec{e}_{\sim k}(t) \right] + \vec{I}_{\sim k}(t - \Delta t), \text{ onde:} \quad (3.25)$$

$$\vec{I}_{\sim k}(t - \Delta t) = -\vec{i}_{\sim k}(t - \Delta t) - \frac{2[C]}{\Delta t} \left[\vec{e}_{\sim k}(t - \Delta t) \right] \quad (3.26)$$

chamando $[G_c] = 2[C]/\Delta t$, fazemos sua inclusão na matriz Y para cada terminal do circuito π , da mesma forma que na base monofásica. Analogamente, pode ser feito o mesmo para capacitâncias da extremidade m.

• Indutâncias mútuas

Suporemos um circuito puramente indutivo representado por:

$$\begin{bmatrix} e_k^a(t) \\ e_k^b(t) \\ e_k^c(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_m^a(t) \\ e_m^b(t) \\ e_m^c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ac} & L_b & L_{bc} \\ L_{ac} & L_{bc} & L_c \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{km}^a(t) \\ i_{km}^b(t) \\ i_{km}^c(t) \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

onde a matriz de indutâncias é considerada simétrica:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{km}^a(t) \\ i_{km}^b(t) \\ i_{km}^c(t) \end{bmatrix} = [L]^{-1} \left[\begin{bmatrix} e_k^a(t) \\ e_k^b(t) \\ e_k^c(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_m^a(t) \\ e_m^b(t) \\ e_m^c(t) \end{bmatrix} \right] \quad (3.28)$$

Utilizando a mesma notação vetorial apresentada em (3.21), (3.22) e (3.23), encontramos aplicando a regra da integração trapezoidal:

$$i_{\sim km}(t) = \frac{\Delta t}{2} [L]^{-1} \left[e_{\sim k}(t) - e_{\sim m}(t) \right] + I_{\sim km}(t - \Delta t), \text{ onde} \quad (3.29)$$

$$I_{\sim km}(t - \Delta t) = i_{\sim km}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [L]^{-1} \left[e_{\sim k}(t - \Delta t) - e_{\sim m}(t - \Delta t) \right] \quad (3.30)$$

Podemos definir da mesma forma a matriz de condutâncias $[G] = \Delta t [L]^{-1}/2$ e é inserida na matriz de admitâncias de forma análoga à capacitância.

• Resistências acopladas

Podem aparecer como parte de impedâncias série de circuitos π ou como representação de linhas longas por impedâncias características próprias e mútuas.

Os termos da diagonal são as resistências próprias e os termos fora da diagonal são as resistências mútuas. O equacionamento é imediato:

$$i_{\sim km}(t) = [R]^{-1} \left[e_{\sim k}(t) - e_{\sim m}(t) \right] \quad (3.31)$$

Vale ressaltar que essa equação só pode ser resolvida quando R é não singular.

3.7) Inclusão de perdas

A resistência série distribuída é representada por trechos de linhas sem perdas e resistências concentradas em alguns pontos da linha. Testes efetuados demonstram que resistências concentradas em alguns pontos da linha já dão bons resultados (vide figuras 3.8 e 3.9).



Figura 3..8 - Resistências concentradas em 2 pontos.

Chamando:

$$Z_{eq} = Z + R/2 \quad (3.31)$$

$$h = \frac{Z - R/2}{Z + R/2} \quad (3.32)$$

Equacionando-se, resulta o modelo:

$$i_{km}(t) = \frac{e_k(t)}{Z_{eq}} - b_k(t) \quad (3.33)$$

$$b_k(t) = f_m(t - \tau) = \left[\frac{e_m(t - \tau)}{Z_{eq}} + h i_{km}(t - \tau) \right] \quad (3.34)$$

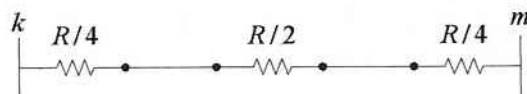


Figura 3.8 -Resistências concentradas em 3 pontos.

Analogamente, teríamos:

$$Z_{eq} = Z + R/4 \quad (3.35)$$

$$h = \frac{Z - R/4}{Z + R/4} \quad (3.36)$$

$$i_{km}(t) = \frac{e_k(t)}{Z_{eq}} - b_k(t) \quad (3.37)$$

$$b_k(t) = \frac{1+h}{2} \left[\frac{e_m(t-\tau)}{Z_{eq}} + h i_{km}(t-\tau) \right] + \frac{1-h}{2} \left[\frac{e_k(t-\tau)}{Z_{eq}} + h i_{mk}(t-\tau) \right] \quad (3.38)$$

3.8) Representação de chaves

Os transitórios são simulados através de variações na rede pela alteração de estado de chaves, de acordo com regras estabelecidas. a simulação de abertura e fechamento de disjuntores e ocorrência de defeitos são feitas com chaves que são representadas na rede através de resistências, que idealmente assumiriam valor nulo quando fechadas e valor infinito quando abertas ou em termos computacionais práticos, valores muito pequenos ou muito grandes, em relação aos demais elementos da rede.

Os nós com chaves são ordenados para ocupar a parte inferior da matriz. A triangularização é feita para os nós sem chaves. quando uma chave muda de estado, esta alteração é atualizada na parte inferior da matriz. No caso de fechamento da chave, deve-se proceder uma adição de linhas e colunas e armazenamento de apenas um nó. Posteriormente o processo de triangularização é completado.

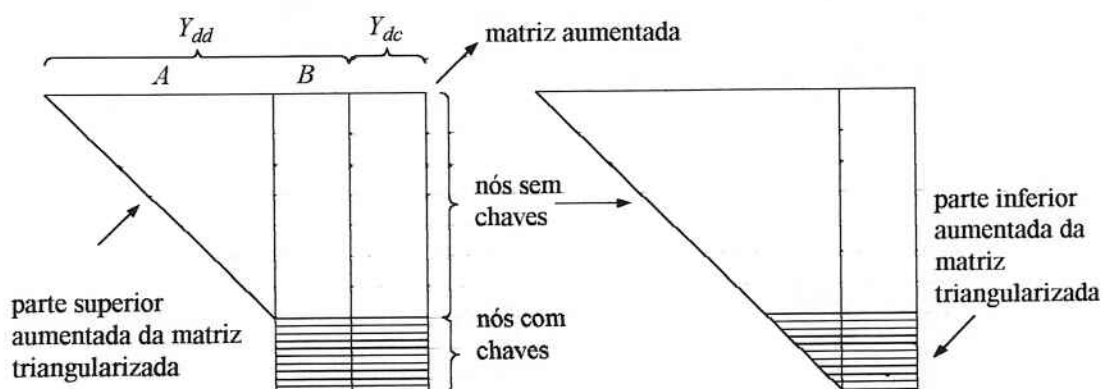


Figura 3.9 – Tratamento matricial de chaves

3.9) Inclusão de não linearidades

Referente à parte de não linearidades, estudos efetuados mostraram que quando existe apenas um elemento não linear (vide figura 3.10), o problema pode ser resolvido através da solução simultânea do sistema linear e da equação que representa o elemento não linear. A solução é obtida pela superposição dos efeitos (método da compensação).

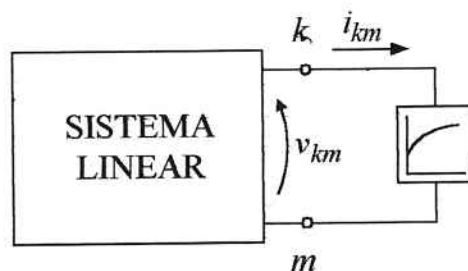


Figura 3.10 – Sistema e elemento não linear

O equacionamento do sistema linear é obtido através do equivalente de Thèvenin, vindo daí a restrição da necessidade de sistema linear.

$$e_k^0(t) - e_m^0(t) - Z_t i_{km}(t) = e_k(t) - e_m(t) \quad (3.39)$$

Onde:

$e_{\sim k}^0(t)$ e $e_{\sim m}^0(t)$ são as tensões obtidas com o elemento não linear desconectado, representando a tensão em vazio nos nós k e m, no instante t.

Z_té a impedância do equivalente de Thèvenin vista nos nós k e m.

O equacionamento não linear obedece à equação:

$$e_{\sim k}(t) - e_{\sim m}(t) = f(i_{km}(t)) \quad (3.40)$$

Onde f é uma função não linear, que relaciona tensão e corrente no elemento.

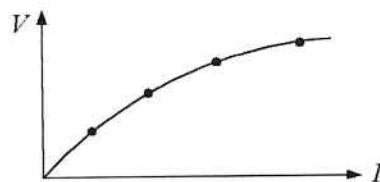


Figura 3.11 – Curva V x I do pára-raios

A solução simultânea do par de equações (3.39) e (3.40) conduz a um resultado que pode ser visto na figura a seguir:

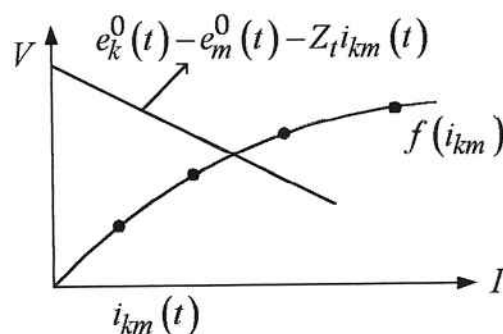


Figura 3.12 – Solução gráfica

Para o caso de inclusão de não linearidades estaremos, provavelmente, utilizando um pára-raio com centelhador, que só atua após a tensão ultrapassar o valor de disparo.

Quando existir mais do que um elemento não linear, o algoritmo descrito pode ainda ser utilizado desde que os pára-raios estejam presentes em redes topologicamente desconectadas, com cada sub-rede contendo apenas um.

3.10) Demais componentes

Os demais componentes mencionados nos objetivos serão modelados e estudados em futuras expansões. Existem, atualmente, programas que têm alguns centros de pesquisa que tornaram disponível o programa EMTP [8] desenvolvido pela BPA (*Bonneville Power Administration*) com inúmeros modelos de equipamentos de sistemas de potência, como transformadores, modelos de máquinas, linhas de transmissão, pára-raios, disjuntores, inclusão de não linearidades e possibilidade de simulação de sistemas de controle.

Após esse estudo de modelos teóricos, iniciou-se a familiarização com casos simples do programa ATP (*Alternative Transients Program*), cujo manual teve suas partes pertinentes estudadas [9].

O próximo passo foi a expansão da linha monofásica e de seus conceitos para uma linha trifásica. Foi realizado, em conjunto, o estudo de:

- linhas de transmissão trifásicas transpostas;
- linhas de transmissão trifásicas não transpostas;
- inclusão de perdas;
- equivalentes de redes;
- chaves;
- não linearidades.

Após esse estudo, segue-se para a implementação das rotinas previamente mencionadas nos objetivos do projeto em Matlab. Conforme sejam implementadas essas rotinas, foram realizados testes dos algoritmos e comparação com os resultados do programa ATP. Após o funcionamento eficaz das rotinas implementadas deu-se início à otimização das mesmas. O estudo de alguns tópicos (inclusão de

chaves, por exemplo) foi feito em paralelo com a implementação das rotinas, de tal forma que fosse possível a inclusão de novos componentes sem grandes alterações no código fonte do software; esse é o mesmo motivo pelo qual adotamos a resolução matricial.

4) O Software

Referente ao programa desenvolvido, o ambiente escolhido é o Matlab, uma ferramenta importante, potente e conceituada na área da engenharia. Tem-se a intenção de se criar uma versão em linguagem C futuramente.

Os cálculos estão equacionados na forma matricial, utilizando a matriz de admitâncias obtida a partir da análise nodal, assim como o conceito de seqüência zero, positiva e negativa.

A otimização do software torna-se possível fazendo uso do conceito existente de matrizes esparsas e da triangularização de matrizes, como já foi mostrado. Recapitulando, essa manipulação de matrizes (inclusão ou retirada de linhas e colunas) torna-se vital para a inclusão de chaves, enquanto que a idéia de matrizes esparsas, adotada pelos programas existentes, reduz o tempo de simulação devido à retirada de zeros da matriz de admitâncias.

Além disso, o software conta com uma lógica de alocação de dados, que permite que os cálculos sejam efetuados em menor tempo, utilizando menos memória, porém com mesma precisão. A idéia utilizada é a superposição de informações do passado recém utilizadas por dados recém calculados, fazendo uso, assim, de uma lógica computacional que estabelece uma relação entre um determinado instante de tempo e a casa de um vetor.

A interface consiste em menus e submenus em ambiente Matlab, como demonstrado a seguir:

- (0) Avançar para o próximo nó
- (1) Resistência
 - Parâmetros – valor (Ω)
 - Submenu – (1) Aterrada
 - (2) Conectada a outro nó
 - Parâmetros – número do outro nó
- (2) Indutância

Submenu – (1) Monofásica

Parâmetros – valor (mH)

Submenu – (1) Aterrada

(2) Conectada a outro nó

Parâmetros – número do nó

(2) Trifásica

Parâmetros – valor para cada uma das fases (mH)

valor da mútua (mH)

Submenu – (1) Aterrada

(2) Conectada a outro nó

Parâmetros – número do nó

(3) Capacitância

Submenu – (1) Monofásica

Parâmetros – valor (μF)

Submenu – (1) Aterrada

(2) Conectada a outro nó

Parâmetros – número do nó

(2) Trifásica

Parâmetros – valor para cada uma das fases (μF)

valor da mútua (μF)

Submenu – (1) Aterrada

(2) Conectada a outro nó

Parâmetros – número do nó

(4) Linha de Transmissão

Submenu – (1) Monofásica

Parâmetros – tempo de trânsito (s)

impedância característica

Submenu – (1) Aterrada

(2) Conectada a outro nó

Parâmetros – número do nó

(2) Trifásica

Parâmetros – tempo de trânsito (s) para cada uma das fases

impedância característica

Submenu – (1) Aterrada

(2) Conectada a outro nó

Parâmetros – número do nó

(5) Gerador

Submenu – (1) Gerador de corrente

Parâmetros – valor (A)
(2) Gerador de tensão
Parâmetros – valor (V)

(6) Encerrar topologia

A partir das escolhas dos elementos via menu, o software monta a matriz Y e processa os cálculos necessários apresentados.

Esse menu (já implementado) foi uma primeira idéia de interface, já estão previstos outros tipos e em outras linguagens para versões futuras:

- o mesmo menu em linguagem C (já implementado);
- o mesmo menu apresentado no formato de botões e janelas em ambiente Matlab (em análise);
- interface visual contendo o desenho dos componentes, necessitando de uma programação que envolve orientação a objetos, em Delphi (em processo).

5) Comparando ao ATP

Comparando-se o software desenvolvido (ainda sem nome estabelecido) ao ATP, percebemos o início de sucesso de nossas intenções:

- mesma precisão numérica;
- maior facilidade de entrada de dados, já que fará uso de botões e janelas, não havendo a necessidade de se consultar sempre um manual para verificar como proceder;
- no caso de acoplamentos a facilidade de não se precisar montar a matriz com mútuas;
- o software desenvolvido pode ser utilizado para estudos acadêmicos devido à sua facilidade de uso e também para estudo de casos onde tem-se apenas acoplamentos indutivos, por exemplo; simulação que o ATP não consegue desenvolver.

6) Desenvolvimento

Nesse item, estaremos apontando os passos seguidos, assim como um pouco da teoria envolvida nos métodos de resolução adotados.

Iniciamos o projeto pelo estudo mencionado e análise dos modelos anteriormente citados. Observando os modelos equivalentes fica clara nossa intenção de tornar uma rede elétrica qualquer em um circuito puramente resistivo. Então, demos o primeiro passo com um circuito que englobasse a teoria vista (figura 5.1) e aplicando-se a esse os modelos correspondentes (figura 5.2), pudemos chegar a uma equação matricial por análise nodal (5.2), relacionando tensões e correntes.

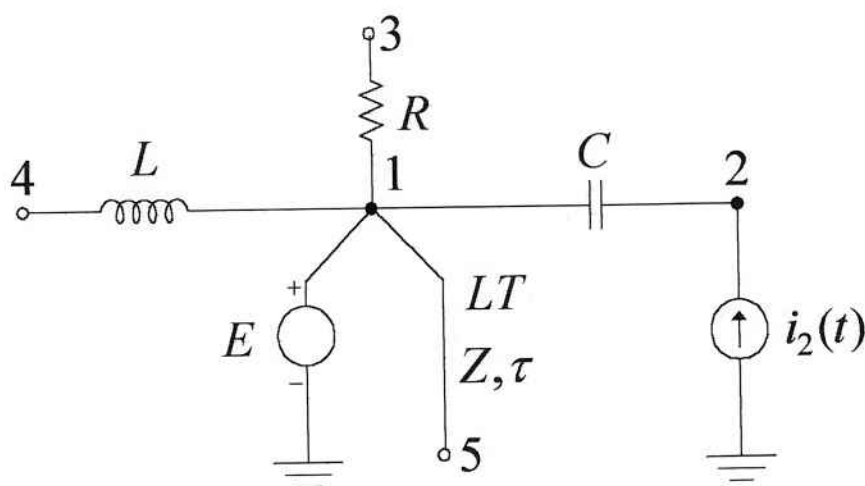


Figura 5.1 – Rede genérica

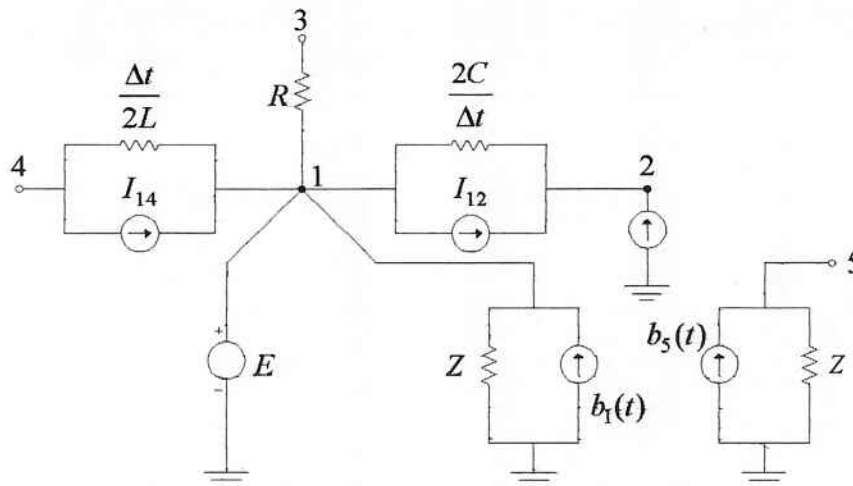


Figura 5.2 – Modelo equivalente

$$\begin{bmatrix} \tilde{i}(t) + \tilde{I}(t) \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} \tilde{e}(t) \end{bmatrix} \text{ onde:} \quad (5.1)$$

$\tilde{i}(t)$ - são geradores de corrente associados a fontes.

$\tilde{I}(t)$ - são geradores de corrente associados às informações do passado.

$\tilde{e}(t)$ - são as tensões nodais, onde em alguns nós teremos geradores de tensão, portanto, nós com tensão conhecida, e os demais com tensões desconhecidas.

Desse modo:

$$\begin{bmatrix} -I_{14}(t-\Delta t) - I_{12}(t-\Delta t) + b_1(t) \\ I_{12}(t-\Delta t) + i_2(t) \\ 0 \\ I_{14}(t-\Delta t) \\ b_5(t) \end{bmatrix} = [Y] \begin{bmatrix} e_1(t) = Ei_2(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \\ e_4(t) \\ e_5(t) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Onde:

$$[Y] = \begin{bmatrix} \frac{2C}{\Delta t} + \frac{1}{R} + \frac{\Delta t}{2L} + \frac{1}{Z} & -\frac{2C}{\Delta t} & -\frac{1}{R} & -\frac{\Delta t}{2L} & 0 \\ -\frac{2C}{\Delta t} & \frac{2C}{\Delta t} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R} & 0 & \frac{1}{R} & 0 & 0 \\ -\frac{\Delta t}{2L} & 0 & 0 & \frac{\Delta t}{2L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Z} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Utilizando os modelos mencionados e analisados, qualquer rede elétrica envolvendo os componentes correspondentes pode ser facilmente resolvida utilizando a equação (5.1).

Pois então, o próximo passo lógico foi a expansão para linha trifásica. Nessa primeira análise estaremos utilizando linhas trifásicas transpostas sem perdas e uma solução computacional matricial. Suporemos as tensões constantes durante todo o período de estudo (ou seja, τ pequeno) por mera simplicidade, já que a alteração das tensões nos geradores ao longo do tempo não é uma tarefa complicada.

Seja o sistema a ser estudado:

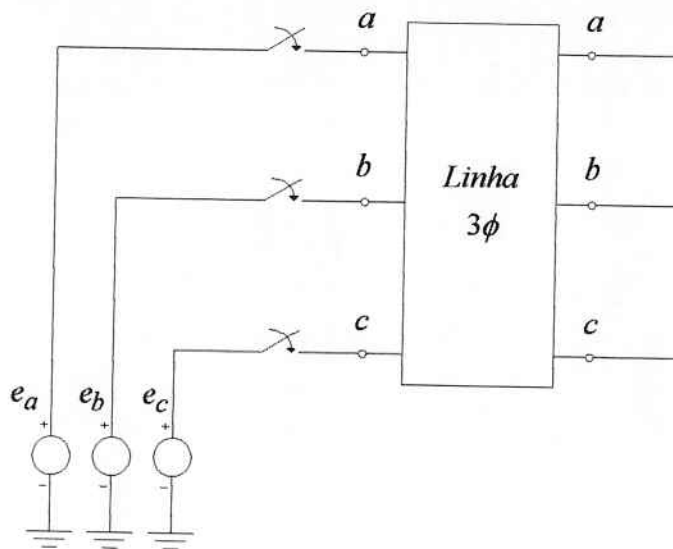


Figura 5.3 – Energização de linha trifásica

O equacionamento da rede, em programas de transitórios eletromagnéticos, usa a matriz de admitâncias trifásica e em valores de fase. Sendo assim, as linhas de transmissão devem ser incluídas adequadamente nesta matriz. Estudaremos a propagação de ondas no caso do fechamento da fase a em t_0^+ , com as fases b e c permanecendo abertas.

Temos as matrizes de transformação modal:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$P^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Sabendo que para calcularmos os valores de fase a partir dos modais basta fazer:

$$Y = P \bar{Y} P^{-1} \quad (5.6)$$

e tendo a matriz de admitâncias em valores modais pronta para ser utilizada, adotamos:

$$\Delta t = \frac{\tau_1}{2} = \frac{\tau_2}{2} \quad \text{e} \quad \tau_0 = 3\Delta t$$

Escrevemos para o nó 1 (início da linha) em valores modais:

$$\bar{b}_{\sim 1}(t) = \bar{Y} \begin{bmatrix} e_2^0(t - \tau_0) \\ e_2^1(t - \tau_1) \\ e_2^2(t - \tau_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{21}^0(t - \tau_0) \\ i_{21}^1(t - \tau_1) \\ i_{21}^2(t - \tau_2) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Passamos para valores de fase:

$$b_{\sim 1}(t) = P \bar{b}_{\sim 1}(t) \quad (5.8)$$

e calculamos as tensões a partir das equações nodais de rede:

$$\begin{bmatrix} Y & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{\sim 1}(t) \\ e_{\sim 2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{\sim 1}(t) \\ b_{\sim 2}(t) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

A partir desse raciocínio, podemos calcular facilmente as correntes (primeira lei de Kirchhoff) e reproduzir o cálculo para o nó 2 (fim da linha).

Como já fora dito anteriormente, após a implementação desses cálculos haverá a comparação dos resultados com os fornecidos pelo programa ATP (*Alternative Transient Program*).

6) O software ATP

O ATP é um programa digital que dispõe de versões específicas para diversos tipos de computadores e sistemas operacionais, como por exemplo: IBM, VAX, APOLLO, PCXT/AT, PC386 e SUN, sendo apropriado a micro-computadores e computadores de grande porte.

O programa ATP permite a simulação de transitórios eletromagnéticos em redes polifásicas, com configurações arbitrárias, por um método que utiliza a matriz de admitância de barras. A formulação matemática é baseada no método das características

(método de Bergeron) para elementos com parâmetros distribuídos e na regra de integração trapezoidal para parâmetros concentrados. Durante a solução são utilizadas técnicas de esparsidade e de fatorização triangular otimizada de matrizes.

Como um programa digital não permite obter uma solução contínua no tempo, são calculados valores a intervalos de tempo discretos.

O programa permite a representação de não-linearidades, elementos com parâmetros concentrados, elementos com parâmetros distribuídos, chaves, transformadores, reatores, etc

De uma forma geral, são considerados parâmetros em componentes de fase e em sequência zero e positiva, dependendo do modelo.

A documentação do ATP consiste basicamente de um manual (ATP Rule-Book) e de alguns estudos feitos por pesquisadores sobre o software [10], onde estão todas as informações sobre os modelos disponíveis. O LEC edita o EMTP News, onde são apresentados artigos de interesse dos usuários do programa. Devido a abrangência do ATP e a sua utilização a nível internacional, existe farta literatura sobre a sua utilização em artigos publicados na CIGRÉ no IEEE, no SNPTTE, etc...

O ATP recebe um arquivo texto de entrada (*Notepad*) e a partir desse processa as informações retornando outro arquivo texto e um arquivo de extensão *pl4* correspondente a um gráfico, que pode ser aberto pelo software *Plotxy*.

O usuário do ATP deve ser experiente para poder manejá-lo bem, já que segue o formato *FORTRAN*, ou seja, bem preciso no posicionamento de dados. Em outras palavras, essa linguagem possui algumas condições que para um novo usuário dificultam seu manuseio, por exemplo:

- cada dado deve ser colocado entre as colunas especificadas no manual;
- existe uma grande variedade de modelos para um mesmo componente;
- todo número deve ser seguido por ponto;
- as unidades são fixas (mH e μ F, por exemplo);
- devem haver espaços obrigatórios em alguns casos (*blanks*).

Enfim, no início da utilização do software é impossível fazê-lo sem estar consultando o manual frequentemente. O tempo gasto nisso foi realmente considerável.

Abaixo segue um exemplo simples de rotina do ATP, com as explicações pertinentes em itálico:

```
BEGIN NEW DATA CASE
1.E+0 20.E+0
```

Os números acima correspondem, respectivamente, ao passo de integração (Δt) e ao instante final.

```
1 1 1 1 1 0 0 2 0 0
C
-1A B 400. 3. 2
-1B C 400. 3. 2
```

Nas duas linhas acima temos a descrição da topologia da rede: o sinal de menos indica que o componente é uma linha de transmissão de impedância característica de 400 Ω com tempo de trânsito de 3s. Uma linha está entre o nó A e B e outra entre o nó B e C. O número 2 no final das linhas corresponde ao tipo de linha e de informação que será fornecida dela.

```
C
BLANK RAMOS
C CHAVES
BLANK CHAVES
C FONTES
11A -1 1.
```

O número 11 corresponde no ATP a um gerador de função degrau, como temos o -1, temos um gerador de corrente cujo degrau terá amplitude 1 A (próximo número).

```
C
BLANK FONTES
C SAIDA
C <BUS1><BUS2><BUS3><BUS4>
A B C
```

Aqui pede-se a tabela das tensões dos nós desejados.

```
BLANK SAIDA
BLANK PLOT
BEGIN NEW DATA CASE
```

Para esse arquivo ser recebido pelo programa ATP, passamos antes por uma janela DOS, onde escolhemos as opções que nos são pertinentes.

Selecionando apenas a tabela do arquivo texto retornado pelo programa, sem formatação adicional:

Step	Time	A	B	C
0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	1.0	400.	0.0	0.0
2	2.0	400.	0.0	0.0
3	3.0	400.	0.0	0.0
4	4.0	400.	400.	0.0
5	5.0	400.	400.	0.0
6	6.0	400.	400.	0.0
7	7.0	400.	400.	800.
8	8.0	400.	400.	800.
9	9.0	400.	400.	800.
10	10.	400.	800.	800.
11	11.	400.	800.	800.
12	12.	400.	800.	800.
13	13.	1200.	800.	800.
14	14.	1200.	800.	800.
15	15.	1200.	800.	800.
16	16.	1200.	1200.	800.
17	17.	1200.	1200.	800.
18	18.	1200.	1200.	800.
19	19.	1200.	1200.	1600.

Tabela 6.1 – Saída parcial do programa ATP

E o gráfico resultante dessa tabela:

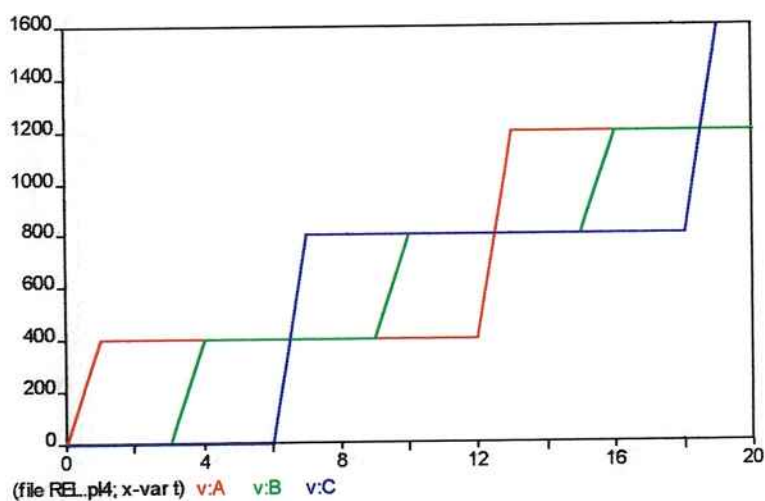


Gráfico 6.1 – Plotagem da saída do programa ATP

7) Resultados obtidos

A parte referente a estudos realizados já foi mencionada nesse relatório, portanto não cabe inseri-la aqui novamente.

A familiarização com o programa ATP tomou uma parcela de tempo considerável como já foi apontado nesse. Os componentes elementares correspondentes aos tópicos dessa primeira versão encontram-se já sob domínio, podendo ser simulada qualquer rotina, que os envolva, no ATP.

As rotinas envolvendo os tópicos mencionados foram concluídas com sobra de tempo. Fazendo, assim, parte da topologia:

- linhas de transmissão monofásicas sem perdas;
- linhas de transmissão trifásicas transpostas sem perdas;
- acoplamentos resistivos, indutivos e capacitivos;
- geradores de corrente (degrau, senoidal);
- geradores de tensão (degrau, senoidal);
- qualquer tipo de associação (paralelo ou série) entre os componentes supracitados, mesmo linhas de transmissão em paralelo.
- inclusão de perdas;

Referente ao software, temos inserido:

- resolução matricial;
- relação entre passo de integração e tempo de trânsito não múltipla, resultando assim na necessidade de interpolação. Não foi utilizada aqui a biblioteca própria do Matlab, para que não ficasse dependente desse software, mesmo assim atinge os valores fornecidos pelo ATP, com erro inferior a 10^{-6} ;
- otimização - algoritmo de alocação dos valores calculados em vetores, a fim de economizar memória e tempo de simulação;
- utilização de algoritmos de otimização: OOF, matrizes esparsas e eliminação de Gauss;
- possibilidade de alteração de passo de integração;
- plotagem dos gráficos desejados – com acerto de escala automático;

- valores reproduzidos para o usuário com início de contagem de tempo em $t = -\Delta t$ (condições iniciais);
- opção de entrada em valores modais ou de fase;
- construção da matriz Y de admitâncias, permitindo o fornecimento de qualquer topologia por parte do usuário;
- *a priori*, a interface não se dá visualizando o circuito, e sim por escolha numérica do componente quisto seguido pelo pedido das informações referentes a ele;
- sem limite para o número de linhas e nós.

Levando esses fatores em consideração, está representada abaixo um diagrama unifilar de uma rede trifásica que pode ser analisada pelo programa que está sendo elaborado:

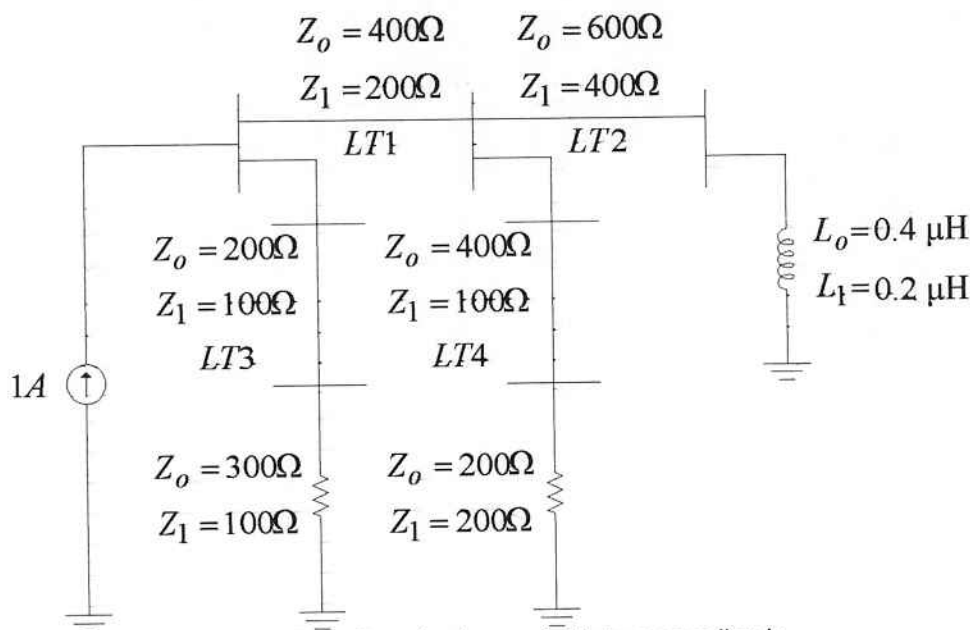


Figura 7.1 – Topologia possível de ser analisada

onde os tempos de trânsito das linhas são diferentes e não múltiplos.

8) Expansões futuras

Essa primeira versão do software pode ser considerada uma versão estudantil, já que abrange os conceitos elementares da graduação do curso de Engenharia Elétrica, além de conceitos

pertencentes à pós-graduação da área de Energia e Automação. Justamente nesse período (mestrado) é quando pretende-se expandir a capacidade do software. Já estão em andamento a implementação de linhas de transmissão trifásicas não transpostas e a inclusão de chaves.

O software foi construído de tal forma que quando da inserção de novos componentes ou de nova teoria, seja necessário apenas introduzir o modelo pertinente a ele, sendo possível, assim, sempre expandi-lo sem grandes alterações do código fonte. Tendo em vista isso, alguns estudos que dizem respeito a esse projeto já foram sendo realizados em paralelo, é o caso por exemplo do método matricial para equivalentes de rede em linhas trifásicas e de inclusão de chaves, perdas e não linearidades.

Para a inclusão de chaves no sistema, temos que ter o método matricial funcionando perfeitamente com todos os outros elementos, já que o estudo nos apontou a facilidade de incluir tal componente. Computacionalmente, o que estará ocorrendo será a eliminação ou adição de termos nas linhas e colunas da matriz de admitâncias, dependendo do fato ocorrido: abertura ou fechamento da chave.

Da mesma forma, estaremos em versões futuras adicionando dispositivos de proteção (disjuntores, por exemplo), que ao invés de estarem vinculados ao tempo como as chaves, terão sua abertura relacionada com o valor de corrente que se encontra passando em determinado ramo.

Com relação às perdas adotaremos o modelo atual, de trechos de linhas sem perdas intercalados com resistências concentradas em determinados pontos da linha. Testes efetuados demonstram que essa representação não é exata, porém apresenta bons resultados utilizando apenas duas resistências. Um modelo um pouco mais exato seria utilizarmos resistências concentradas em três pontos, porém essa escolha é desnecessária de ser feita para nossos objetivos, já que ambos os modelos são aproximações satisfatórias.

9) Análise de imprecisões

Os métodos numéricos de integração de equações diferenciais apresentam erros que dependem do passo de integração utilizado. O método de integração trapezoidal também está sujeito a imprecisões,

porém apresenta uma boa estabilidade numérica, sendo adequado para o cálculo de transitórios em sistemas de potência.

Pelo fato de trabalharmos com o sistema discretizado, uma análise rigorosa sobre os problemas de oscilações numéricas pode ser feita através da transformada z [11, 12], porém não é esse o nosso objetivo.

Outros erros, que aparecerão, serão oriundos da inclusão de não linearidades e do fato de admitâncias da mesma barra terem valores numéricos muito diferentes, já que elas levam em conta o passo de integração.

Outra consideração a ser feita é o fato de que os métodos numéricos, inclusive a integração trapezoidal, podem apresentar imprecisões quando as derivadas mudam bruscamente. Esse efeito é perceptível quando introduzimos variações de corrente em indutores ou de tensão em capacitores.

10) Simpósios e prêmio recebido

Esse trabalho foi apresentado no 9º Simpósio Internacional de Iniciação Científica da USP (SIICUSP) e recebeu da pró-reitoria da Universidade de São Paulo uma Menção Honrosa.

11) Conclusões

Pelo descrito nesse relatório final, percebe-se que o cronograma original foi seguido com relativa folga de tempo e todos os tópicos mencionados nos objetivos do plano de trabalho foram concluídos.

Além disso os estudos referentes aos tópicos da expansão do software já foram sendo efetuados em paralelos, visando que a estrutura do código fonte aceitasse inserções de novos componentes e de novos métodos ou algoritmos.

As imprecisões numéricas que devem aparecer futuramente já foram previstas, explicadas e sugeridas técnicas para minimizá-las.

Os resultados desse trabalho de graduação foram extremamente satisfatórios, correspondendo aos objetivos propostos.

Acreditamos que após a criação dessa versão estudantil e o conhecimento adquirido durante a execução desse trabalho anual uma chance muito grande está à nossa espera. A chance de sermos os primeiros no Brasil a alcançar um código fonte de mesma precisão que o ATP.

12) Referências Bibliográficas

[1] DOMMEL, H. W., "*Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks*" – *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS-08*, Abr. 1969, pp. 388-399.

[2] DOMMEL, H. W., "*Nonlinear and Time Varying Elements in Digital Simulation of Electromagnetic Transients*" – *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS* Nov./Dez. 1971.

[3] DOMMEL, H. W., "*Electromagnetic Transients Program Reference Manual*" (EMTP Theory Book) BP Ago. 1986.

[4] DOMMEL, H. W.; MEYER, W. S., "*Computation of Electromagnetic Transients*", *Proc. IEEE Transactions on Power Apparatus and System*, vol. 62, pp. 983-993, Jul. de 1974.

[5] MARIOTTO, P. A., "Ondas e Linhas", editora Guanabara Dois S. A., 1981.

[6] TINNEY, W. F. ; WALTER, J. W., "*Direct Solution of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization*" – *Proc. – IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. 55, pp. 1801-1809, Nov. 1967.

[7] WALLACH, Y, *Calculations & Programs for Power System Networks*, New Jersey, 1986.

[8] Bonneville Power Administration, "Electromagnetic Transients Program (EMTP) Rule Book", Apr. 82.

[9] Manual do ATP (*Alternative Transients Program*).

[10] M.P.PEREIRA, J. AMON FILHO, C.S. FONSECA, D. S. CARVALHO JR., "Experiência de Utilização do Programa ATP-Micro em Simulação de Transitórios Eletromagnéticos", XI SNPTEE, Rio de Janeiro, 1991.

[11] HUMPAGE, W. D.; WONG, K. P.; NGUIEN, T. T.; SUTANTO, D., "Z Transform Eletromagnetic Transient Analysis in Power Systems", IEE proc. Vol. 127, nº 6, Nov. 1980.

[12] HUMPAGE, W. D.; WONG, K. P.; NGUIEN, T. T., "Z Plane Synthesis of Response Functions and Interpolators in Z Transform Eletromagnetic Transient Analysis in Power Systems", IEE proc. Vol. 129, nº 3, Nov. 1982.

[13] ZANETTA JR., L. C., "Análise de Transitórios Eletromagnéticos em Sistemas de Potência", cap. 9, no prelo.



Anexo A

Modelagem dos Componentes Elementares

Para a modelagem dos componentes elementares estaremos fazendo uso do método de integração trapezoidal proposto por H. Dommel.

Então, por exemplo para uma indutância com terminais nos nós k e m e percorrida por uma corrente $i_{km}(t)$, temos a seguinte equação diferencial:

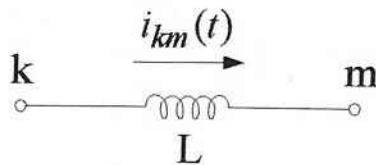


Figura A.1 - Indutância

$$e_k(t) - e_m(t) = L \frac{d}{dt} i_{km}(t) \quad (\text{A.1})$$

Para a integração numérica é necessária uma discretização no tempo, em intervalos regulares Δt . Podemos escrever, então:

$$i_{km}(t) = i_{km}(t - \Delta t) + \frac{1}{L} \int_{t-\Delta t}^t (e_k(t) - e_m(t)) dt \quad (\text{A.2})$$

cuja interpretação gráfica da integral é apresentada a seguir:

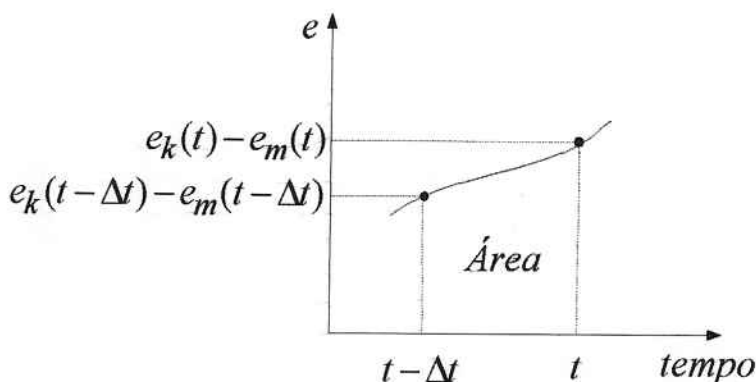


Figura A.2 – Integração no intervalo Δt

A área correspondente pode ser aproximada por um trapézio, portanto aplicando o método em (A.2):

$$i_{km}(t) = i_{km}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} [(e_k(t) - e_m(t)) + (e_k(t - \Delta t) - e_m(t - \Delta t))] \quad (\text{A.3})$$

Separando os termos do instante t dos termos do instante $t - \Delta t$:

$$i_{km}(t) = \frac{\Delta t}{2L} [e_k(t) - e_m(t)] + I_{km}(t - \Delta t), \text{ onde:} \quad (\text{A.4})$$

$$I_{km}(t - \Delta t) = i_{km}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} [e_k(t - \Delta t) - e_m(t - \Delta t)] \quad (\text{A.5})$$

Gerando, assim, o seguinte modelo equivalente:

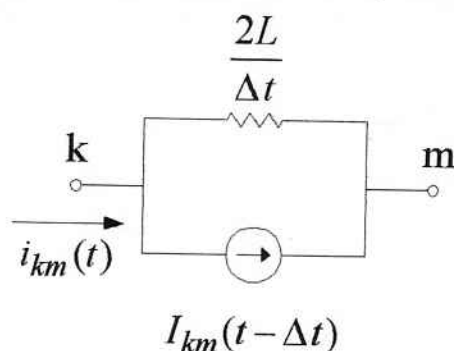


Figura A.3 – Modelo para indutância

O raciocínio é análogo para capacitâncias:

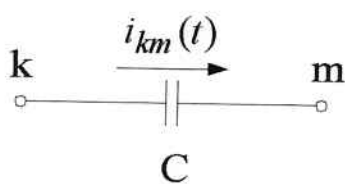


Figura A.4 – Capacitância

$$e_k(t) - e_m(t) = e_k(t - \Delta t) - e_m(t - \Delta t) + \frac{1}{C} \int_{t - \Delta t}^t i_{km}(t) dt \quad (\text{A.6})$$

Aplicando o método de integração trapezoidal:

$$e_k(t) - e_m(t) = e_k(t - \Delta t) - e_m(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2C} [i_{km}(t) + i_{km}(t - \Delta t)] \quad (\text{A.7})$$

sendo que:

$$i_{km}(t) = \frac{2C}{\Delta t} [e_k(t) - e_m(t)] + I_{km}(t - \Delta t), \text{ onde:} \quad (\text{A.8})$$

$$I_{km}(t - \Delta t) = -i_{km}(t - \Delta t) - \frac{2C}{\Delta t} [e_k(t - \Delta t) - e_m(t - \Delta t)] \quad (\text{A.9})$$

Originando o modelo:

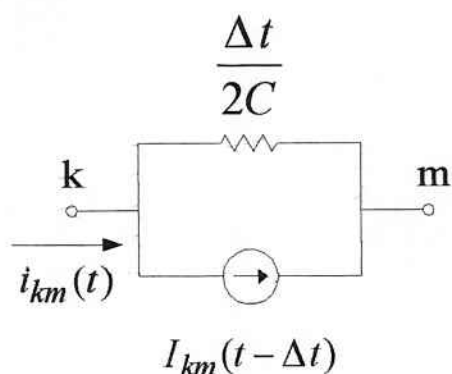


Figura A.5 – Modelo para capacitância

Já para resistências, não há necessidade de utilizarmos o método da integração trapezoidal tendo em vista que suas equações não são diferenciais.



Anexo B

Linhas de Transmissão

Uma linha de transmissão é constituída de dois ou mais condutores uniformes e paralelos. Ela é utilizada para transmitir energia eletromagnética de uma dada fonte (gerador) até uma dada carga.

Sendo uma linha de transmissão um dispositivo bem caracterizado, é de grande interesse conhecermos as relações de tensões e correntes na linha (mais acessíveis que as relações de campo).

Estaremos considerando que os condutores e o dielétrico sejam perfeitos (condutividade infinita no condutor e nula no dielétrico), ou seja, uma linha sem perdas.

Correntes circulando em condutores paralelos têm associado a elas um campo magnético que lhes é ortogonal. Por outro lado, também, devido aos condutores serem perfeitos não existe campo elétrico na direção das correntes e, portanto, o campo elétrico deve ser ortogonal às correntes.

Partindo da suposição que a linha transmite energia eletromagnética, então existe um vetor de Poynting não-nulo em pelo menos alguma região de um plano que corte os dois condutores, e portanto, existe tanto o campo E como o campo H , sendo ambos ortogonais às correntes.

Em consequência, o vetor de Poynting terá a direção dos condutores, significando que a energia eletromagnética flui somente ao longo da linha de transmissão.

O modelo equivalente demonstrado no corpo desse relatório é deduzido a partir da observação de propagação de ondas na linha de transmissão, tendo suas equações pertinentes demonstradas juntamente dele.



Anexo C

Optimally Ordered Factorization (OOF)

Para a ordenação dos nós foi utilizado o algoritmo *Optimally Ordered Factorization (OOF)*. Esse método é muito simples e consiste em contar o número de ligações de cada nó e eliminá-los do nó que possui o menor grau para o maior.

Os nós e suas ligações são obtidos em forma de matriz, onde cada linha representa um nó e, os elementos das colunas os nós adjacentes.

Tomemos por exemplo uma rede simples:



Figura C.1 – Grafo de uma rede qualquer

A matriz dos nós e suas ligações é dado por:

Nó	ligações	grau
1	[2 4]	2
2	[1 3 5]	3
3	[2 5]	2
4	[1 5]	2
5	[2 3 4]	3
6	[3]	1

De onde obtemos um vetor do grau de cada nó. Nesse caso:

Vetor grau: [2 3 2 2 3 1]

A partir desse vetor, eliminamos os nós de menor grau (nesse exemplo, o nó 6 de grau 1). E, feito uma atualização dos nós, exclui-se o segundo com menor grau e assim sucessivamente.

Caso haja empate no grau do nó, elimina-se o nó com menor índice, ou seja, entre os nós 2 e 5, que têm grau 3, deve ser escolhido o nó 2.

A seguir pode-se acompanhar a eliminação dos nós passo a passo:

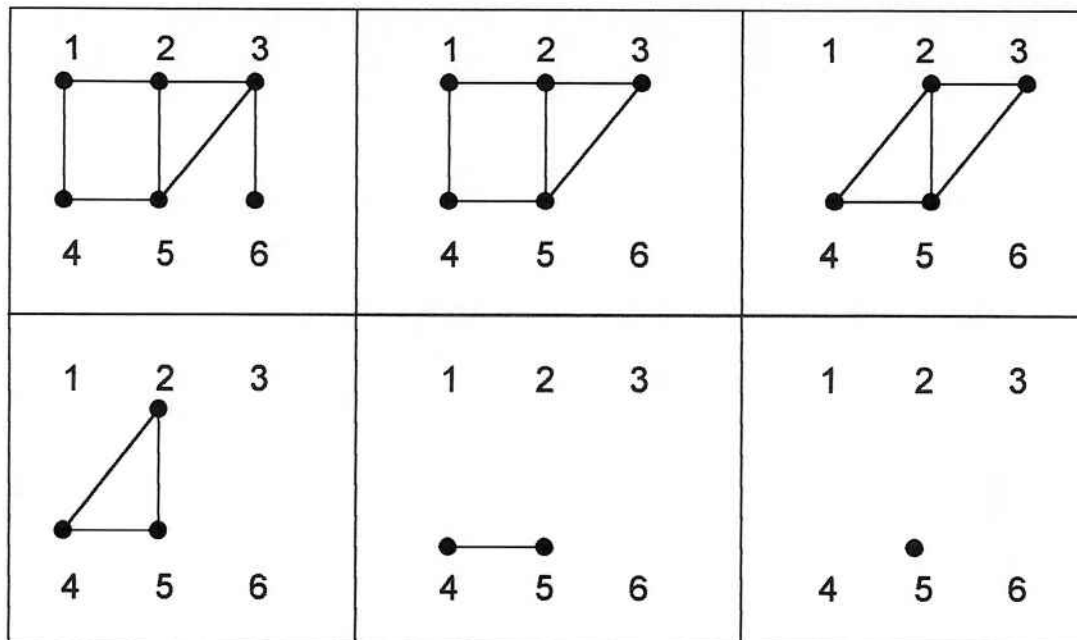


Figura C.2 – Ordem de eliminação dos nós

Portanto a ordem de eliminação seria dada por:

$$6 - 1 - 3 - 4 - 2 - 5$$

A rede é renomeada com a nova ordenação:

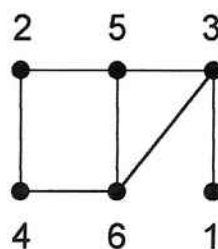


Figura C.3 – Rede renomeada

Na matriz original, após a triangularização, teríamos a formação de 4 novos elementos, enquanto que na matriz ordenada, teremos a formação de 2 novos elementos.