

RODRIGO CATOIA

Nota final
9,1 (nove e um)
harry

**TESTE VIRTUAL DOS SUPORTES DE EQUIPAMENTO DE
UM CARRO FERROVIÁRIO**

Monografia apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São
Paulo para a conclusão do curso de
Engenharia Mecatrônica

Área de Concentração:
Engenharia Mecatrônica

Orientador:
Prof. Dr. Carlos Alberto Nunes Dias

São Paulo
2005

DEDALUS - Acervo - EPMN



31600011845

1493241

FICHA CATALOGRÁFICA

Catoia, Rodrigo

Teste virtual dos suportes de equipamento de um carro ferroviário / R. Catoia. -- São Paulo, 2005.

69 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1.Método dos elementos finitos 2.Engenharia reversa I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos II.t.

RESUMO

Este trabalho apresenta a análise do conjunto de suportes de um equipamento de um sistema ferroviário que circulará na malha metroviária dos Estados Unidos e está sendo fabricado no Brasil. Este tipo de análise é aplicável já que em condições de operação, o equipamento sustentado pelos suportes sofre acelerações e desacelerações que combinadas com a elevada massa do equipamento resultam em constante solicitação dos suportes. O equipamento que terá seus suportes analisados será um dos inversores. Estes equipamentos fazem parte do sistema de tração e têm como função transformar a energia recebida pela tensão de alimentação (600 VDC) em sinal que possa ser utilizado pelo motor de tração e outros equipamentos elétricos e eletrônicos. Embora o carregamento seja notoriamente dinâmico serão conduzidas simulações estáticas para que resultados sejam passíveis de comparação com o teste estrutural estático já realizado neste conjunto de suportes. Logo o trabalho apresenta dois enfoques: O primeiro aborda e utiliza o método dos elementos finitos como ferramenta matemática para a realização do estudo teórico e numérico do problema, contando com o auxílio de um software para as simulações que terão como resposta as tensões e deslocamentos da estrutura; a segunda abordagem é experimental, ou seja, o detalhamento do ensaio será feito e o princípio de funcionamento dos vários sensores utilizados será ressaltado. Por fim, é realizada uma comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e os provenientes das simulações computacionais sendo aplicáveis neste ponto conclusões e observações relativas ao projeto caracterizando o que é conhecido como engenharia reversa, em outras palavras, a análise de uma solução já concebida para o problema.

ABSTRACT

This work presents the analysis of the set of brackets of an equipment associated to a rail system that will operate at United States and it is being manufactured in Brazil. When the rail car is in operation, high levels of acceleration acting on the equipment mass resulting in a continuous loading to the brackets. The equipment that has their supports analyzed is one of the inverters, equipments that belong to the traction system and its function is to treat the signal received of the feed system (600VDC) in order to supply the traction system and the other electric and electronics equipment. Although the acceleration loading is associated to the dynamic phenomena, static analyses are conducted in order to perform a comparison between static test results already done. Thus, this work has two main objectives: the first one uses the Finite Element Method as the analysis tool to perform the theoretical and numerical studies, it is used a specific software to simulate the problem and acting stresses and displacements of the structure are collected; the second one is the experimentation, the detailed description of the test is made and the operation principle of all transducers applied is emphasized. Finally, the results of both views are compared and some observations and conclusions are taken. This process of analyzing a solution already designed is known as reverse engineering.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1	MOTIVAÇÃO	8
2	OBJETIVOS	11
3	ESTRUTURA PRIMÁRIA DE UM PROJETO FERROVIÁRIO	12
4	DESCRÍÇÃO DOS SUPORTES	14
5	ANÁLISE EXPERIMENTAL	16
6	TRANSDUTORES	23
6.1	Transdutores de deslocamento (LVDT)	23
6.2	Extensômetros resistivos (Strain gauges)	26
6.3	Células de carga	33
7	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	35
8	COMPARAÇÃO – ELEMENTOS FINITOS x TEÓRICO	40
9	MODELO COMPUTACIONAL DOS SUPORTES	46
9.1	Modelagem usando somente elementos de casca	46
9.2	Modelagem usando elementos de casca e de viga	56
9.3	Comparação entre os modelos	61
10	CONCLUSÃO	64
11	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66

ANEXO A – Desenhos do suporte N-1 e localização dos extensômetros

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estrutura Primária	13
Figura 2 - Estrutura Primária – Vista frontal.....	13
Figura 3 - Disposição de equipamentos e respectivos suportes.....	14
Figura 4 - Modelo em CAD do suporte de estudo.....	15
Figura 5 - Curva tensão x deformação para o aço A588	15
Figura 6 – Extensômetros uni-axiais e tri-axiais	17
Figura 7 – “Jig” de apoio da caixa.....	18
Figura 8 - “Jig” de aplicação de carga	18
Figura 9 - Arranjo para aplicação da carga Vertical e Longitudinal.....	20
Figura 10 - Arranjo para aplicação da carga lateral.....	20
Figura 11 - Arranjo para aplicação da carga.....	21
Figura 12 – Sensores & transdutores	23
Figura 13 – Esquema construtivo de um LVDT	24
Figura 14 – LVDT utilizado (curso de ± 25.4 mm) – (fonte: catálogo Schaevitz)	25
Figura 15 – Extensômetro utilizado no ensaio (fonte: Catálogo HBM)	27
Figura 16 – Ponte de Wheatstone	28
Figura 17 – Ponte de Wheatstone – Divisores resistivos.....	29
Figura 18 – Ponte de Wheatstone – Configurações	31
Figura 19 – Calibração usando uma resistência “shunt”.....	32
Figura 20 – Circuito para compensação do efeito da temperatura	33
Figura 21 – Célula de carga (50 kN) - (fonte: Catálogo HBM)	34
Figura 22 – Elemento de casca	36
Figura 23 – Elemento de casca = membrana + flexão	37
Figura 24 – Modelo com 35 elementos e respectivas tensões no eixo X	41
Figura 25 – Resultados para modelo com 34853 elementos.....	41
Figura 26 – Deslocamento central em função do número de elementos.....	42
Figura 27 – Tensão radial em função do número de elementos.....	42
Figura 28 – Viga em balanço	43
Figura 29 – Tensão normal em S1 e em S2 (Top e Bottom, respectivamente)	44
Figura 30 – Tensão normal em S1 e em S2, respectivamente	45

Figura 31 – Tensão normal em S1 e em S2 (máxima e mínima, respectivamente) .	45
Figura 32 – Ligação do suporte ao “jig” de aplicação de carga	47
Figura 33 – Técnica de modelagem da ligação	47
Figura 34 – Suporte N1 discretizado	48
Figura 35 – Modelo somente com elementos de casca.....	48
Figura 36 – Modelo somente com elementos de casca (detalhe das ligações).....	49
Figura 37 – Deslocamento máximo na direção longitudinal (10 mm)	49
Figura 38 – Deslocamentos na direção longitudinal (X) para o suporte N-1.....	50
Figura 39 – Deslocamentos na direção transversal (Y) para o suporte N-1	50
Figura 40 – Deslocamentos na direção vertical (Z) para o suporte N-1.....	50
Figura 41 – Tensões na direção z (extensômetro N°2 do suporte N-1) – “element solu”.....	52
Figura 42 – Tensões na direção z (extensômetro N°2 do suporte N-1) – “nodal solu”	52
Figura 43 – modelo misto de viga e casca	56
Figura 44 – Junção parafusada	57
Figura 45 – Deslocamento máximo na direção longitudinal (7.5 mm)	57
Figura 46 – Deslocamentos na direção longitudinal (X) para o suporte N-1.....	57
Figura 47 – Deslocamentos na direção transversal (Y) para o suporte N-1	58
Figura 48 – Deslocamentos na direção vertical (Z) para o suporte N-1.....	58
Figura 49 – Tensões equivalentes de Von Mises para o modelo de casca (N-1)....	61
Figura 50 – Tensões equivalentes de Von Mises para o modelo misto (N-1).....	61
Figura 51 – Tensões equivalentes no reforço para o modelo de casca (N-1)	62
Figura 52 – Tensões equivalentes no reforço para o modelo misto (N-1)	62

LISTA DE TABELAS

Tabela I - Resultados do modelo só com elementos de casca - N1 e N2	54
Tabela II - Resultados do modelo só com elementos de casca – N3 e N4.....	55
Tabela III - Resultados do modelo misto (casca e viga) - N1 e N2.....	59
Tabela IV - Resultados do modelo misto (casca e viga) – N3 e N4.....	60
Tabela V – Comparaçāo dos modelos.....	63

1 MOTIVAÇÃO

Em boa parte do curso de engenharia são abordados problemas com simplificações do fenômeno físico e da geometria que aparecem no problema real. Por exemplo, nos problemas de transferência de calor em meios infinitos, escoamento de fluidos desconsiderando a sua viscosidade, problemas estruturais onde as vigas são consideradas delgadas e apresentam pequenos deslocamentos. Com tais simplificações, a solução analítica das equações que regem o fenômeno pode ser encontrada e os principais conceitos mais claramente entendidos.

Entretanto, a maior dos problemas práticos de engenharia apresenta alto grau de complexidade não sendo possível resolvê-los analiticamente. Geralmente, a complexidade está associada à geometria envolvida, às equações que governam o fenômeno (por exemplo, a plasticidade em estruturas) ou a variação das grandezas envolvidas (grandes deslocamentos, por exemplo). Assim, resolver um problema complicado utilizando um grande número de hipóteses simplificadoras pode comprometer a precisão dos resultados requerida, fazendo-se necessária a recorrência a métodos numéricos implementados computacionalmente.

Um dos campos da engenharia onde a simulação computacional primeiramente iniciou-se e teve grande impacto foi a área de cálculo estrutural fornecendo o estímulo necessário para o aparecimento dos primeiros softwares de simulação que utilizavam o método dos elementos finitos para a obtenção de resultados. Com isso e com a evolução acelerada dos computadores, atualmente é possível a solução de problemas antes encarados como extremamente trabalhosos ou até mesmo impossíveis.

Logo, o conhecimento de simulação computacional e métodos numéricos utilizados para a solução é de extrema importância para o engenheiro independente de sua especialização tendo em vista que métodos como, por exemplo, o método dos elementos finitos aplica-se à solução de problemas de diversas áreas (cálculo estrutural, transferência de calor, otimização, mecânica dos fluidos, eletromagnetismo, bioengenharia,...).

Atualmente, é possível afirmar que um dos fatores determinantes para o estabelecimento do preço de um produto é a utilização ou não de simulação computacional no seu processo de desenvolvimento.

Vale destacar que, embora a tamanha potencialidade dos métodos numéricos assim como dos softwares de simulação, não se deve desconsiderar a grande importância dos problemas simplificados apresentados durante a curso de engenharia já que é a partir da experiência adquirida com estes que será possível identificar possíveis falhas na simulação, por exemplo.

Outro fato que se mostra também motivador, é a crescente utilização de sensores (transdutores) em engenharia. Podendo ser tanto componentes de um sistema de controle quanto na condução de uma análise experimental como abordado neste trabalho.

Assim, o entendimento do princípio de funcionamento dos sensores mostra-se essencial, assim como a simulação computacional, em vários ramos da engenharia visto que esses “medidores” podem estar sendo empregados para o controle de um braço manipulador, para a análise de vibrações da estrutura de um prédio ou até mesmo na monitoração de um processo químico.

Por fim, o último ponto de destaque é a forte tendência a comparação de resultados obtidos experimentalmente a resultados obtidos numericamente.

Destaca-se o fato de que as diferenças entre os métodos de análise decrescem continuamente, fazendo com que a escolha do processo a ser adotado no futuro seja determinada pelo custo envolvido em cada processo.

2 OBJETIVOS

- Aplicar os conhecimentos adquiridos durante o curso em um problema real de engenharia;
- Tendo em vista uma aplicação real do Método dos elementos finitos, elaborar um modelo passível de comparação com ensaio experimental realizado;
- Abordar de maneira aprofundada o ensaio experimental, de forma a destacar o princípio de funcionamento dos transdutores utilizados;
- Mostrar que um modelo em elementos finitos pode descartar soluções ruins para o projeto, evitando testes mais custosos.

3 ESTRUTURA PRIMÁRIA DE UM PROJETO FERROVIÁRIO

Primeiramente, define-se como estrutura primária todo o conjunto de componentes que devem resistir aos esforços solicitantes que decorrem da operação do sistema ferroviário, como por exemplo, o carregamento vertical derivado do peso dos passageiros, cargas cíclicas que podem causar fadiga, cargas aerodinâmicas relevantes e até mesmo a carga proveniente de uma possível colisão. Tecnicamente, esse conjunto é denominado de "CAIXA" e caracteriza-se por ser uma estrutura fechada composta por chapas de aço unidas por soldas visando a interligação de todos os outros elementos do sistema (equipamentos, revestimento,...) com a finalidade de formar um monobloco resistente.

A caixa que será descrita pode ser dividida em 3 partes: laterais, cobertura e estrado. Tais partes são fabricadas em linhas de montagem diferenciadas e posteriormente unidas em um estágio denominado "fechamento da caixa"; cada parte exerce determinada função e têm características especiais.

As laterais são compostas por um painel conhecido como "painel de lateral" e montantes (vistas na vertical e horizontal garantindo maior rigidez ao conjunto) soldados a ponto, sendo interessante lembrar que essa é uma parte aparente do carro, logo existe um cuidado especial com estes pontos de solda.

A cobertura é formada de um perfil corrugado e uma série de vigas curvadas dispostas transversalmente ao carro denominadas "cambotas".

O estrado é composto basicamente de duas cabeças de estrado (estrutura de chapas espessas de aço carbono – aço de baixa liga menos suscetível a deformações nos processos de soldagem e com maior capacidade de absorção de energia), duas vigas laterais (perfil "C") que tem papel fundamental quando cargas

de compressão estão atuando e as travessas dispostas na direção transversal que além de garantirem maior rigidez ao estrado, também servem para a fixação dos equipamentos – fato abordado neste trabalho.

As figuras abaixo mostram uma caixa de um projeto já em operação.

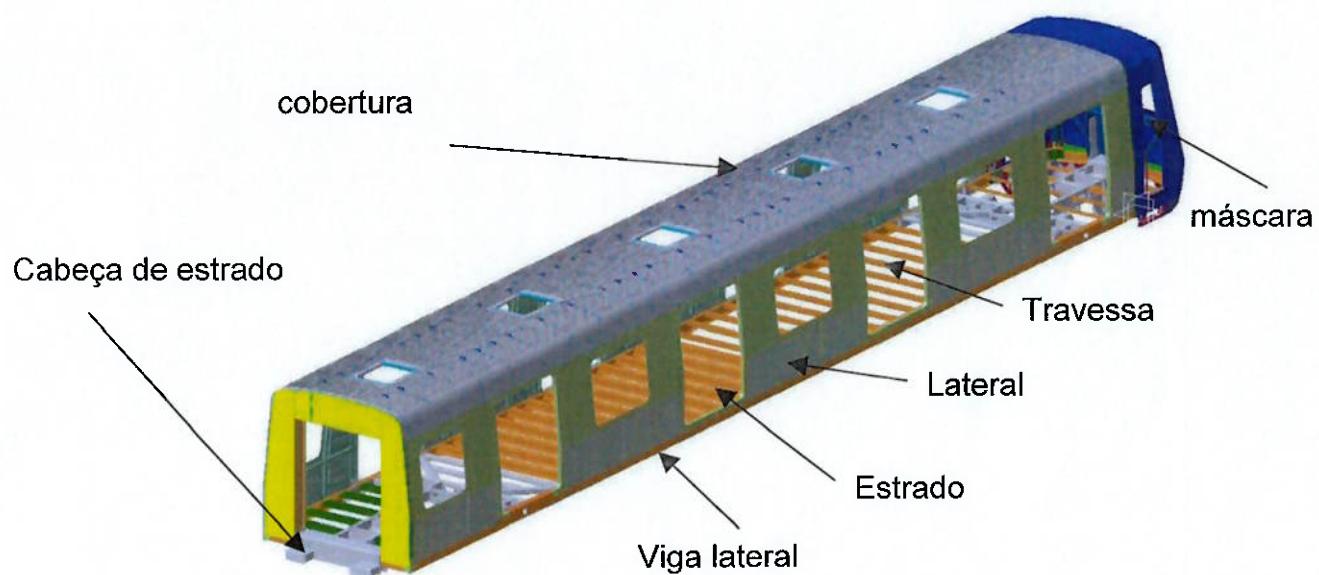


Figura 1 - Estrutura Primária

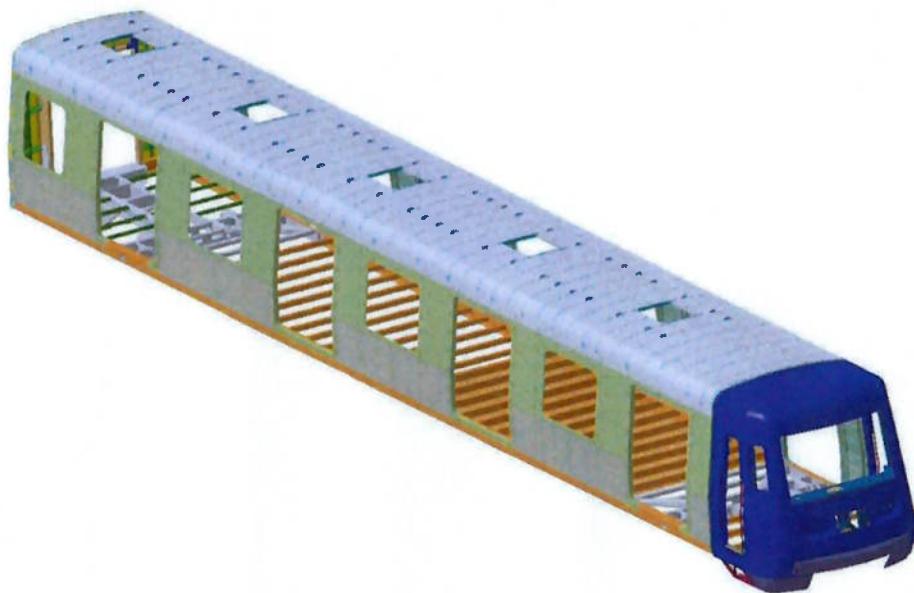


Figura 2 - Estrutura Primária – Vista frontal

4 DESCRIÇÃO DOS SUPORTES

Os suportes a serem estudados neste trabalho serão os respectivos ao “INVERTER SLAVE” cuja disposição na estrutura da caixa é mostrada na figura abaixo. Os suportes são formados por chapas soldadas de aço A588 cujo módulo de Young é 29700 ksi (204774 MPa) e a tensão de escoamento é de 50 ksi (345 MPa). São fixados nas travessas por meio de rebites e o furo na parte inferior é responsável pela fixação de uma das abas do equipamento.

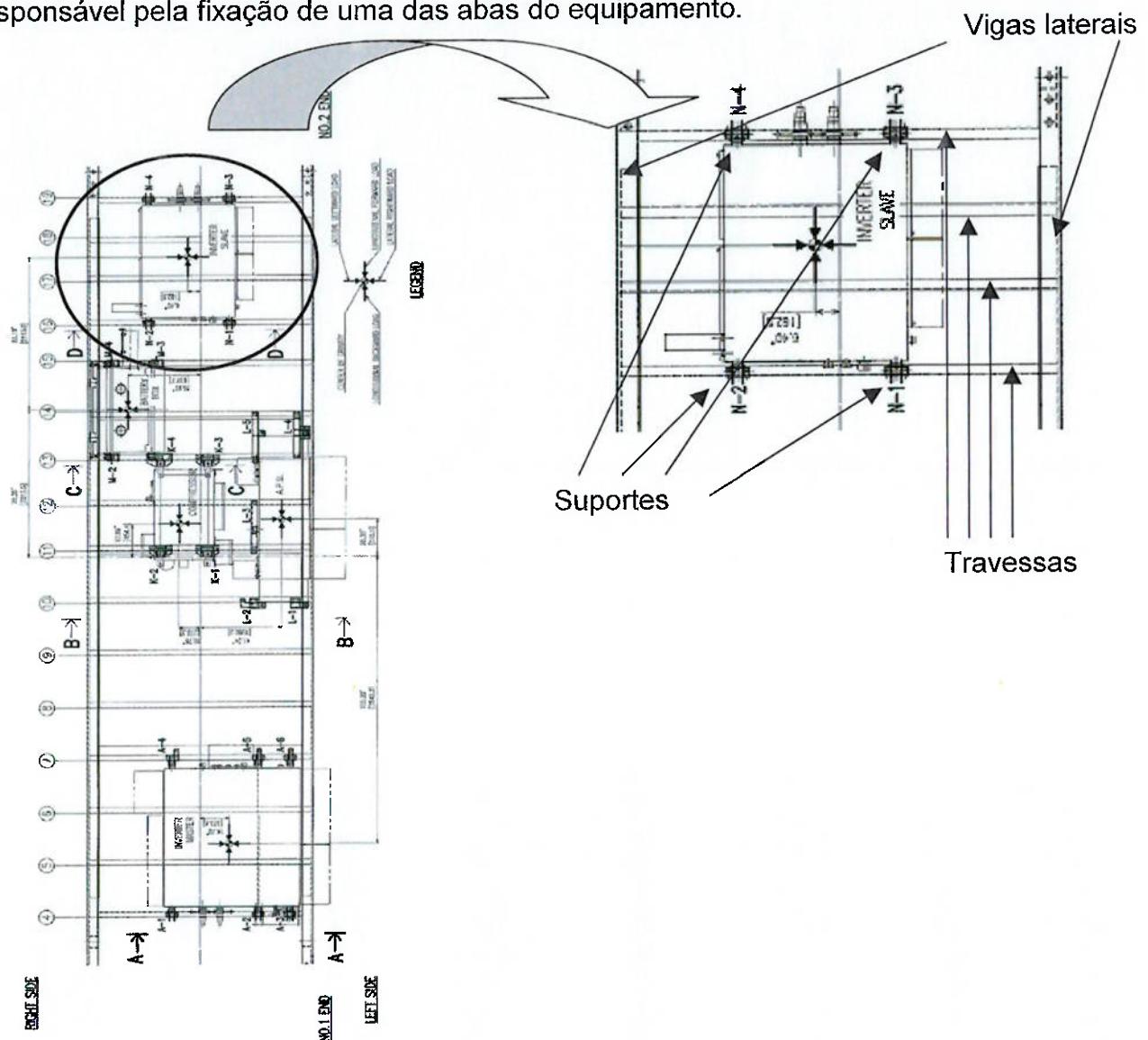


Figura 3 - Disposição de equipamentos e respectivos suportes

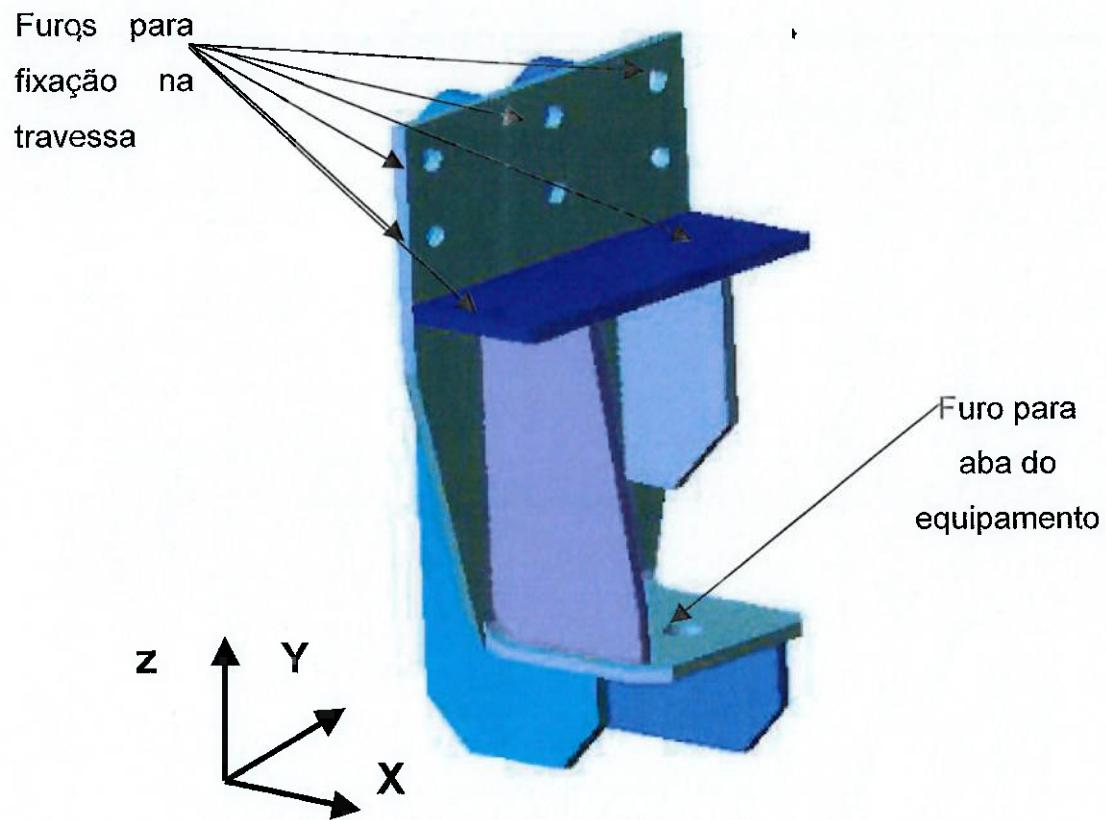


Figura 4 - Modelo em CAD do suporte de estudo

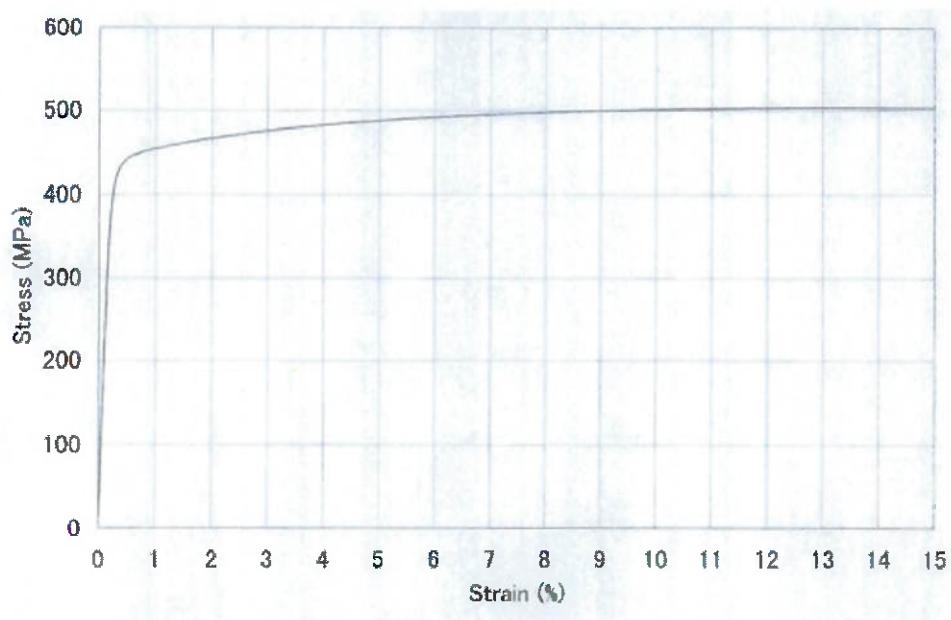


Figura 5 - Curva tensão x deformação para o aço A588

5 ANÁLISE EXPERIMENTAL

Durante o mês de março, a análise experimental dos suportes em questão foi realizada tendo como objetivo a verificação da produção e a demonstração de que os suportes atendem as exigências da especificação técnica:

- Os suportes dos três equipamentos mais pesados e um equipamento escolhido pelo cliente devem ser testados
- A carga aplicada deve ser igual a massa do equipamento multiplicada por um fator de carga que tem a forma $\lambda * g$, onde λ é uma constante definida para cada eixo e g é a aceleração da gravidade.
- Os testes devem ser repetidos com um suporte a menos e nos suportes remanescentes deve ser aplicada metade da carga que foi aplicada para todos os suportes.

Com isso, os ensaios foram submetidos aos suportes de 5 equipamentos: "inverter master" (2050 lb), "inverter slave" (1370 lb), caixa de baterias (1400 lb), unidade de potência auxiliar (1202 lb) e compressor (1200 lb). Os testes dos quatro primeiros itens foram conduzidos isoladamente, e o compressor foi testado em conjunto com a caixa de baterias.

Os transdutores utilizados foram extensômetros tanto uni-axiais (eixo de medição em um único eixo) quanto tri-axiais (três eixos de medição no mesmo ponto a 0°, 45° e 90°), células de carga e transdutores de deslocamento.

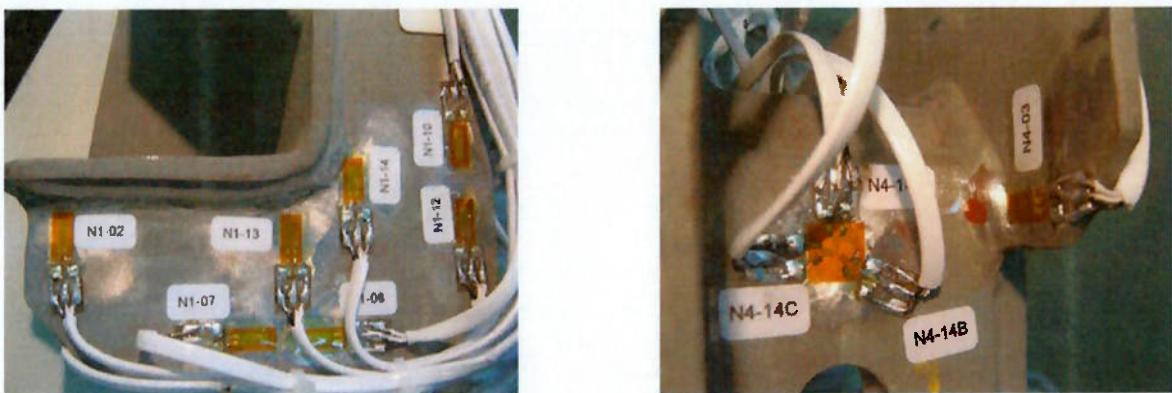


Figura 6 – Extensômetros uni-axiais e tri-axiais

As direções e localizações dos extensômetros foram pré-definidas por documento da empresa que realizou o projeto dos suportes. Os uni-axiais foram alinhados com os eixos principais da peça (definido na Figura 4). Os tri-axiais foram instalados geralmente próximos a furos, raios e regiões próximas a descontinuidades; no caso desses extensômetros as tensões principais foram calculadas.

As células de carga foram posicionadas entre o ponto de aplicação da carga e o atuador hidráulico sendo estas usadas como controle e verificação da carga aplicada. Os sensores de deslocamento (LVDT's) foram posicionados no ponto de aplicação de carga e alinhados com o eixo da carga.

Para a realização do ensaio os suportes foram instalados em uma caixa completa, sendo esta apoiada a uma estrutura que garante; além da distância, entre o chão e o estrado da caixa, necessária para a realização do teste; garantia de que a caixa não se move em nenhuma direção.



Figura 7 – “Jig” de apoio da caixa

A carga deve ser aplicada no centro de gravidade de cada equipamento, visto que seria inviável o uso do equipamento para a realização do teste, **uma estrutura composta de vigas de aço ASTM A36 ligadas por parafusos “simula” o equipamento e o respectivo centro de gravidade** tornando factível a aplicação da carga.

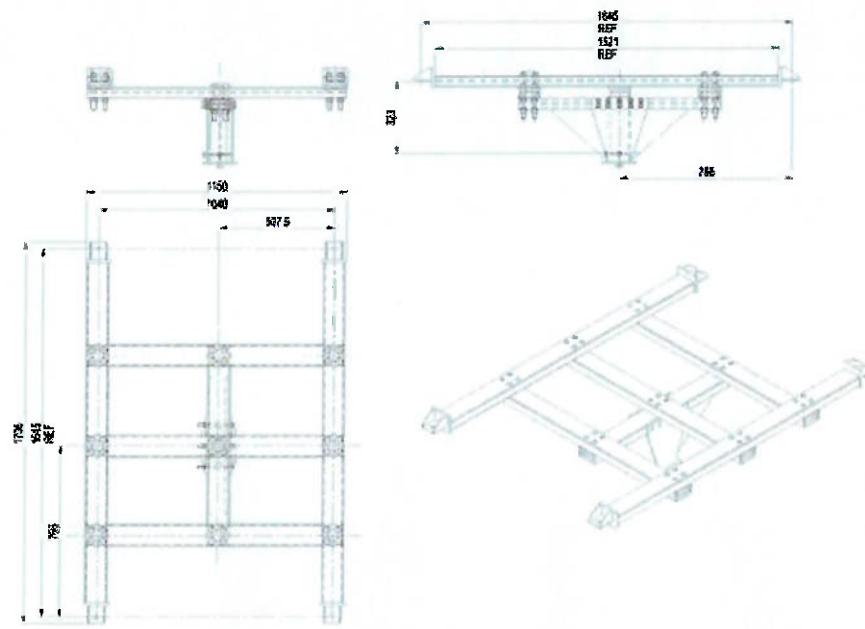


Figura 8 - “Jig” de aplicação de carga

Vale lembrar que o objetivo deste trabalho não é a “simulação virtual” – análise por elementos finitos – de todos os equipamentos realizados. **Este trabalho tem**

como intenção à comparação dos resultados obtidos no ensaio do suportes do “inverter slave” para um dos casos de carregamento. Os suportes relativos ao equipamento são N1, N2, N3 e N4. (Figura 3). O suporte retirado, no ensaio em que o “jig de aplicação de carga” foi ligado a apenas três dos suportes, foi a peça N3.

O sistema de aplicação da carga é composto por um atuador hidráulico controlado por uma bomba acionada, manualmente. Assim, ressalta-se a necessidade da célula de carga posicionada entre o atuador e o jig de aplicação de carga para a monitoração da magnitude do carregamento.

A carga aplicada na direção **longitudinal** foi de **6850 lb ou 30482,5 N** (massa do equipamento multiplicada por 5 vezes a aceleração da gravidade) tanto para frente quanto para trás, de **4110 lb ou 18289,5 N** (3g) na direção **vertical** tanto para cima quanto para baixo e de **2740 lb ou 12193 N** (2g) na direção **lateral** para direita e para esquerda. Para o ensaio com um suporte retirado as cargas tiveram magnitude diminuída pela metade.

Todos os transdutores são ligados a um sistema de aquisição de dados já configurado para exibir os sinais em unidades de engenharia (microstrain, N, mm,...) sendo possível o acompanhamento dos resultados em tempo real. O sistema também permite operações matemáticas com os canais de leitura (permitindo, por exemplo, obtenção de deslocamentos relativos), além da construção de gráficos e outros recursos visuais que facilitam a análise experimental.

As figuras que seguem apresentam o arranjo geral dos testes para essas cargas.

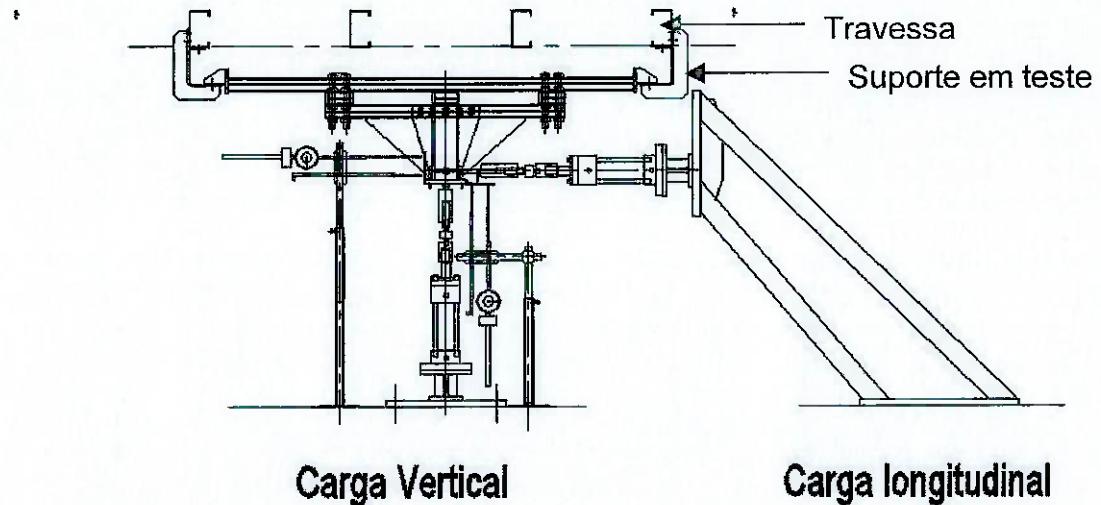


Figura 9 - Arranjo para aplicação da carga Vertical e Longitudinal

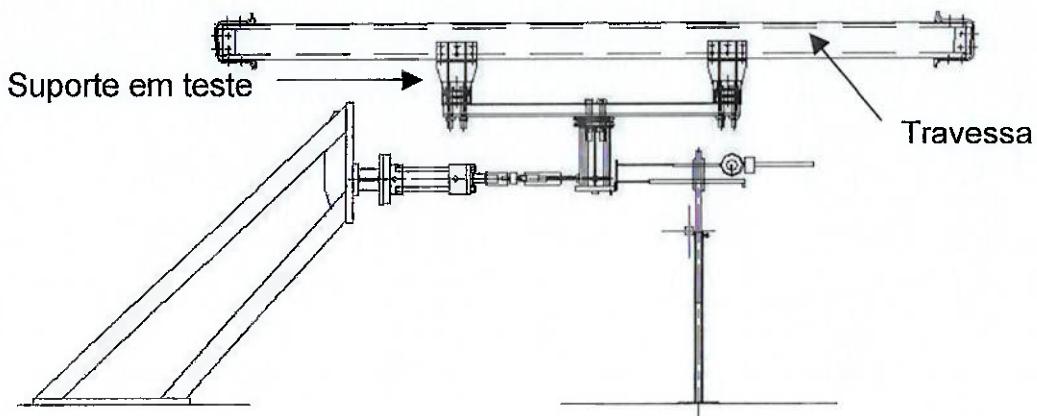


Figura 10 - Arranjo para aplicação da carga lateral

A foto que segue apresenta os dispositivos já posicionados para o início do teste dos suportes do "inverter slave".

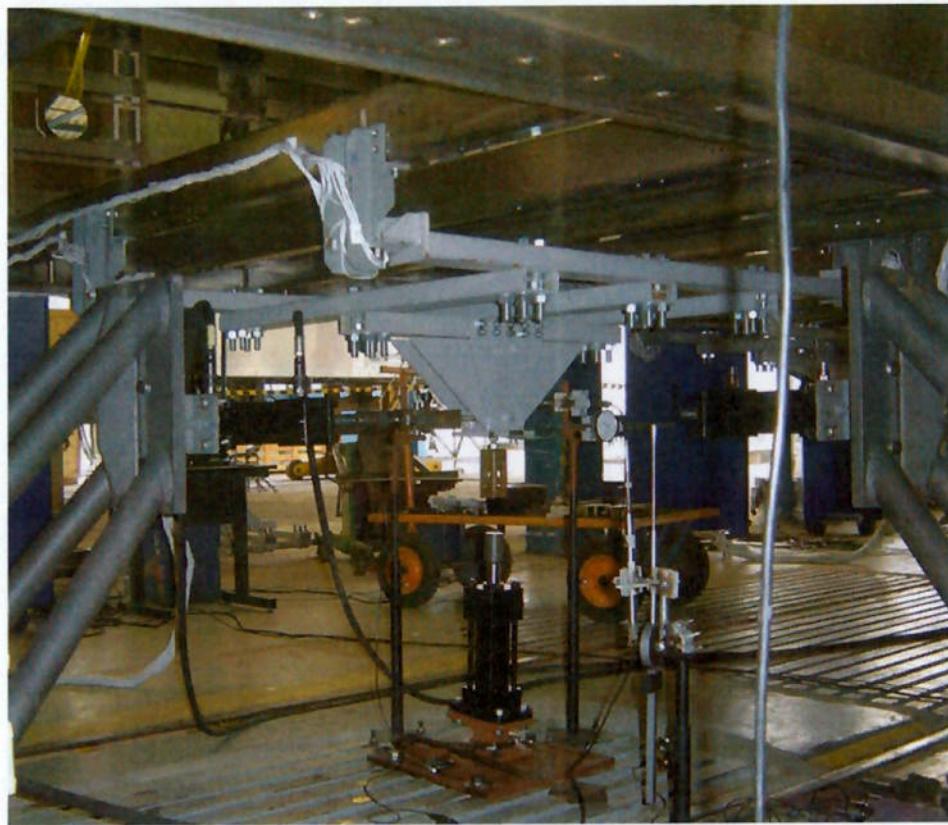


Figura 11 - Arranjo para aplicação da carga

O sinal de deformação fornecido pelos extensômetros ao sistema de aquisição deve ser convertido a valores de tensão; logo, o seguinte procedimento foi adotado:

- Para os extensômetros uniaxiais:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1)$$

onde σ é a tensão na eixo do extensômetro;

E é a módulo de elasticidade do material;

ε corresponde a deformação.

- Para os extensômetros tri-axiais:

$$\sigma_1 = (E/(1-\nu^2)) * (\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) \quad (2)$$

$$\sigma_2 = (E/(1-\nu^2)) * (\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1) \quad (3)$$

$$\varepsilon_1 = (\varepsilon_0 + \varepsilon_{90})/2 + \sqrt{((\varepsilon_0 + \varepsilon_{90})/2 - \varepsilon_{45})^2 + ((\varepsilon_0 - \varepsilon_{90})/2)^2} \quad (4)$$

$$\varepsilon_2 = (\varepsilon_0 + \varepsilon_{90})/2 - \sqrt{((\varepsilon_0 + \varepsilon_{90})/2 - \varepsilon_{45})^2 + ((\varepsilon_0 - \varepsilon_{90})/2)^2} \quad (5)$$

onde σ_i são as tensões principais;

ε_i corresponde aa deformações principais.

E é a módulo de elasticidade do material;

ν é a coeficiente de Poisson do material;

6 TRANSDUTORES

Um sensor é um dispositivo que responde ou detecta a uma quantidade física e transmite o sinal resultante. Desse modo, um sistema mecânico que converte movimento de rotação em um movimento linear pode ser chamado de sensor. Por outro lado, um transdutor é um sensor que converte uma forma de energia em outra, não necessariamente de forma direta.

Assim, todo sensor ou transdutor pode ser encarado como um sistema que tem como entrada um “mensurando” e como saída um sinal geralmente condicionado (amplificado, filtrado,...) para um pós-processamento.

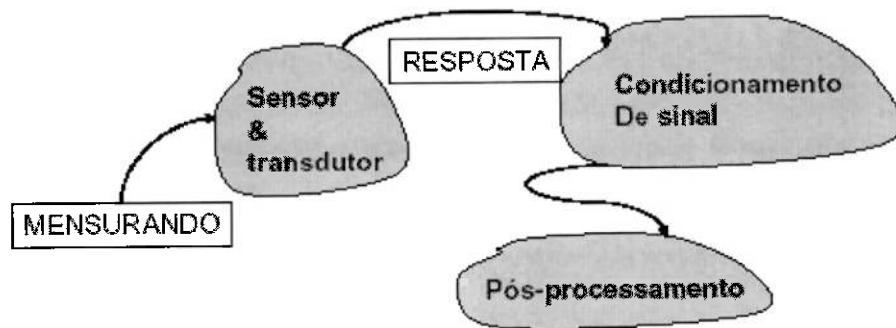


Figura 12 – Sensores & transdutores

6.1 Transdutores de deslocamento (LVDT)

Um LVDT (*“Linear Variable Differential Transformer”*) tem como princípio de funcionamento a indução eletromagnética. Basicamente, é composto de 3 elementos como mostra a figura.

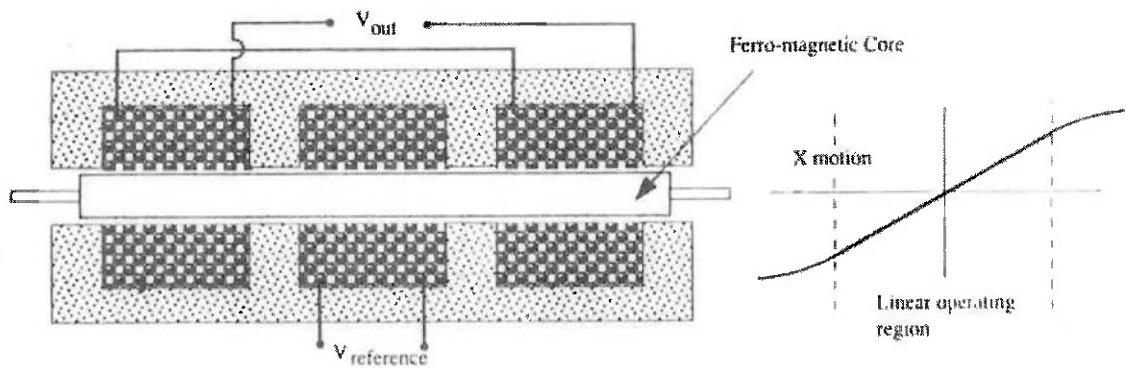


Figura 13 – Esquema construtivo de um LVDT

A carcaça (1) é composta de material sem características ferromagnéticas diferentemente da haste ou núcleo (2) composto de uma liga de bom material ferromagnético que após sofrer a ação de um campo magnético não apresenta magnetismo residual. O terceiro componente é o transformador (3) que consiste de um primário, uma bobina excitada por uma tensão alternada, e um secundário formado por duas bobinas cercadas por uma isolação magnética.

Com o movimento sem contato do núcleo ferromagnético e com a alimentação do primário com tensão alternada, uma tensão é induzida nas bobinas do secundário. Com a combinação dos dois sinais é possível determinar a posição da haste.

Os transdutores de deslocamento deste tipo, geralmente, possuem cursos que variam entre 1 a 2500 mm, são capazes de medir em freqüências de até 2500 Hz, apresentam linearidade de $\pm 0,25\%$ e devem ser alimentados com um sinal alternado com tensão de pico de 5V. Quanto à sensibilidade, as características construtivas têm grandes influências no seu valor sendo mV/mm a unidade empregada para expressar essa grandeza.

A figura ilustra o LVDT empregado na análise experimental.

GCA/GCD Series Precision Gage Heads

Spring-Loaded Design for $\pm 0.050"$ to $\pm 2.00"$ Range Measurement

Features

- CE compliant (DC models)
- All-welded construction
- Resistant to harsh environments
- MS-type connector
- Electronics hermetically sealed
- Calibration certificate supplied with every gage head
- Compatible with all Schaevitz[®] signal conditioners
- Special contact tips (see page 82)

Applications

- In-process measurements to close loop with PLC or CNC controller
- Environments requiring hermetically sealed transducers
- High temperatures (300°F for AC units)

Stainless steel construction enables the GCA/GCD Series gage head to perform in environments containing moisture, dirt and other contaminants. Electronic components are hermetically sealed for added protection against hostile conditions. These are heavy duty, long stroke units with ranges up to $\pm 2.0"$ (50mm). Maximum spring force is typically 8 oz (226.8g), dependent upon probe position. The working end or probe has a removable chrome plated, hardened tool steel tip threaded to the probe with a 4-48 UNF-2A threading. Schaevitz replacement and alternate contact tips are available (see page 82). Tips are also interchangeable with AGD dial indicator tips.

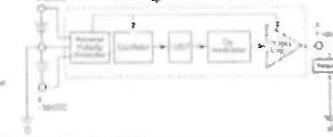
Internal construction prevents the core and shaft from rotating as they move longitudinally. Units terminating into connectors allow for easy cable replacement if damage should occur. Installation and adjustment are facilitated by external threading; locknuts are provided.

GCA/GCD Series gage heads are available in AC and DC versions. AC-operated units utilize external signal conditioning (see the Instrumentation section of this catalog). DC-operated units incorporate the core, LVDT and all necessary electronics in one housing. Use of monolithic, surface mount circuitry eliminates most of the volume, weight and cost of conventional AC excitation, amplification and demodulation equipment.

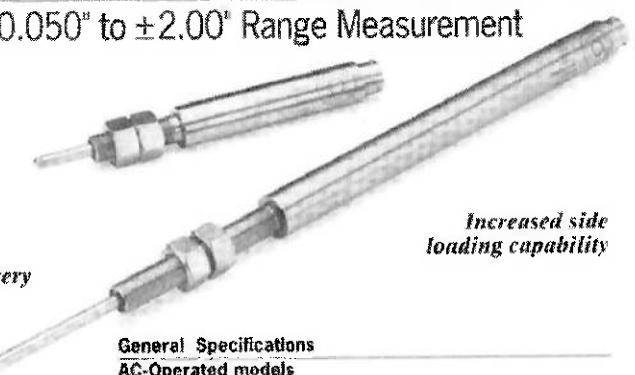
Wiring – AC Models



Internet: www.schaevitz.com
Fax Back System: 916/431-6541



North America Tel: 800/745-8008
Europe Tel: (01753) 537622



General Specifications

AC-Operated models

Excitation	3 V rms (nom)
Frequency Range	400 Hz to 10 kHz
Null Voltage	Less than 0.5% full scale output
Linearity	$\pm 0.25\%$ of full range output
Repeatability	0.000025" (0.0006 mm)
Operating Temperature Range	-65°F to 300°F (-55°C to 150°C)
Shock Survival	1000 g for 11 milliseconds
Vibration Tolerance	20 g up to 2 kHz
Housing Material	AISI 400 series stainless steel
Electrical Termination	6-pin connector

DC-Operated models

Excitation	± 15 VDC ± 30 mA max
Null Voltage	0 VDC
Linearity	$\pm 0.25\%$ of full range output
Repeatability	0.000025" (0.0006 mm)
Operating Temperature Range	32°F to 160°F (-0°C to 70°C)
Shock Survival	250 g for 11 milliseconds half sine
Vibration Tolerance	10 g up to 2 kHz
Housing Material	AISI 400 series stainless steel
Electrical Termination	6-pin connector

How to Order

Specify the appropriate model number, followed by the desired Gaging Range suffix. For example: GCA-121-050 is AC operated with a $\pm 0.050"$ range. Special contact tips are also available and can be ordered separately (see page 82).

Model Number	Operation	Gaging Range	Description
GCA-121	AC	050	$\pm 0.050"$ (1.27 mm)
GCD-121	DC	125	$\pm 0.125"$ (3.17 mm)
		250	$\pm 0.250"$ (6.35 mm)
		500	$\pm 0.50"$ (12.7 mm)
		1000	$\pm 1.00"$ (25.4 mm)
		2000	$\pm 2.00"$ (50.8 mm)

Figura 14 – LVDT utilizado (curso de ± 25.4 mm) – (fonte: catálogo Schaevitz)

6.2 Extensômetros resistivos (Strain gauges)

O princípio de funcionamento desse tipo de transdutor é baseado na relação entre a deformação e a resistência de um condutor elétrico, fato descoberto por wheatstone e Thomson.

Qualquer condutor elétrico tem sua resistência alterada quando é sujeito a um esforço (deformação). A variação da resistência dá-se parcialmente pela deformação do condutor e parcialmente pela mudança de sua resistividade como resultado de mudanças microestruturais, sendo a primeira razão mais expressiva. A expressão a seguir ilustra o fenômeno.

$$\frac{\partial R}{R_0} = \varepsilon(1 + 2\nu) + \frac{d\rho}{\rho} \quad (6)$$

A segunda parcela ($\frac{d\rho}{\rho}$) pode ser desprezada para extensômetros metálicos,

diferentemente dos extensômetros semicondutores onde a mudança na resistividade é a principal responsável pela mudança na resistência. Com isso, chegamos a seguinte expressão que relaciona deformação e variação de resistência.

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \varepsilon(1 + 2\nu) \xrightarrow{\nu=0.5 \text{ (valor típico)}} \frac{\Delta R}{R_0} = 2\varepsilon \quad (7)$$

O fator “2” expresso na expressão anterior é conhecido como “gauge factor” e seu valor exato deve ser fornecido pelo fabricante do extensômetro.

Logo, trata-se de um sensor que pode ser usado diretamente em peças na avaliação de deformações superficiais ou em diversos sistemas mecânicos, compondo assim transdutores para grandezas como pressão, força, aceleração,etc. Seu funcionamento baseia-se na variação da resistência de um material metálico

depositado sobre um polímero, que pode ser colado na superfície em análise. A figura apresenta o extensômetro utilizado no ensaio.

Order designation of preference types		Variable order designation	Nominal resis- tance	Dimensions (mm) [1 inch = 25,4 mm]				Max. perm. effective bridge supply voltage	Solder terminals	LY11	LY13
Steel	Aluminum	Other	Ω	Measuring grid		Measuring grid Carrier		V		Temperature variation adjusted to steel with $\alpha = 10.0 \cdot 10^{-6}/K$	Temperature variation adjusted to Aluminum with $\alpha = 23 \cdot 10^{-6}/K$
				a	b	c	d	V		LY1x	LY1x
										Temperature variation adjusted acc. to customer specification see page 12	
1-LY11-0,6/120	1-LY13-0,6/120	1-LY1x-0,6/120#	120	0.6	1	5	3.2	1.5	LS 7	Illustrations show actual size (Dimensions: Grid length in mm)	
1-LY11-1,5/120	1-LY13-1,5/120	1-LY1x-1,5/120	120	1.5	1.2	6.5	4.7	2.5	LS 7	Contents per package: 10 pcs.	
1-LY11-3/120	1-LY13-3/120	1-LY1x-3/120	120	3	1.4	8.5	4.5	4	LS 7		
1-LY11-3/120A		1-LY1x-3/120A	120	3	1.4	8.5	4.5	4	LS 7		
1-LY11-6/120	1-LY13-6/120	1-LY1x-6/120	120	6	2.8	13	6	8	LS 5		
1-LY11-6/120A		1-LY1x-6/120A	120	6	2.8	13	6	8	LS 5		
1-LY11-10/120	1-LY13-10/120	1-LY1x-10/120	120	10	4.9	18.5	9.5	13	LS 5		
1-LY11-10/120A		1-LY1x-10/120A	120	10	4.9	18.5	9.5	13	LS 5		
1-LY11-1,5/350	1-LY13-1,5/350		350	1.5	1.2	5.7	4.7	4.5	LS 212		
1-LY11-3/350	1-LY13-3/350	1-LY1x-3/350	350	3	1.5	8.5	4.5	7	LS 7		
		1-LY1x-3/350A	350	3	1.5	8.5	4.5	7	LS 7		
1-LY11-6/350	1-LY13-6/350	1-LY1x-6/350	350	6	2.0	13	6	14	LS 5		
1-LY11-6/350A		1-LY1x-6/350A	350	6	2.0	13	6	14	LS 5		
1-LY11-10/350		1-LY1x-10/350	350	10	5	18.5	9.5	23	LS 5		
1-LY11-10/350A		1-LY1x-10/350A	350	10	5	18.5	9.5	23	LS 5		

Order designation of preference types		Variable order designation	Nominal resis- tance	Dimensions (mm) [1 inch = 25,4 mm]				Max. perm. effective bridge supply voltage	Solder terminals	RY11	RY13	
Steel	Aluminum	Other	Ω	a	b	c	d	V		$\sigma_{AS/90^\circ}$ - rosette Temperature variation adjusted to steel with $\alpha = 10.0 \cdot 10^{-6}/K$	$\sigma_{AS/90^\circ}$ - rosette Temperature variation adjusted to Aluminum with $\alpha = 23 \cdot 10^{-6}/K$	
										RY1x	RY1x	
										Temperature variation adjusted acc. to customer specification see page 12		
1-RY11-3/120	1-RY13-3/120	1-RY1x-3/120#	120	0.8	3	0.8	7	7	1.5	LS 7	Illustrations show actual size (Dimensions: a ₁ in mm)	
1-RY11-6/120	1-RY13-6/120	1-RY1x-6/120	120	2	6	1.2	11	11	3	LS 5		
1-RY11-10/120		1-RY1x-10/120	120	2.8	10	2.6	15.4	15.4	5	LS 4		
										Contents per package: 5 pcs.		

Figura 15 – Extensômetro utilizado no ensaio (fonte: Catálogo HBM)

Dado que as variações de resistência em um extensômetro são pequenas, conseqüentemente o sinal de saída do transdutor também segue a mesma tendência. Para resolver tal problema, um circuito proposto pelo inglês Charles Wheatstone em 1843 vem sendo utilizado.

O circuito proposto ficou conhecido como “ponte de Wheatstone” e pode ser aplicado tanto para a determinação do valor absoluto de uma resistência por comparação com uma resistência conhecida quanto para a determinação da variação relativa da resistência (de 10^{-4} a $10^{-2} \Omega/\Omega$) com grande acurácia.

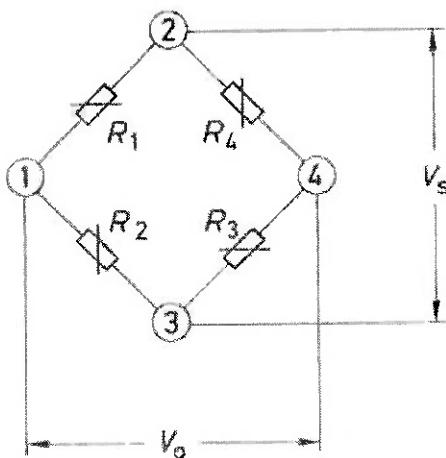


Figura 16 – Ponte de Wheatstone

A ponte é composta por quatro resistências R_1 até R_4 ; sendo a tensão de alimentação V_s , a diferença de potencial imposta entre os pontos 2 e 3 e a tensão de saída V_0 , a diferença de potencial entre os pontos 1 e 4.

Para equacionarmos o circuito de forma a obter a relação entre a tensão de alimentação e a tensão de saída, deve-se perceber que cada par de resistências (R_1 & R_2 e R_3 & R_4) forma um divisor resistivo como mostrado na figura abaixo.

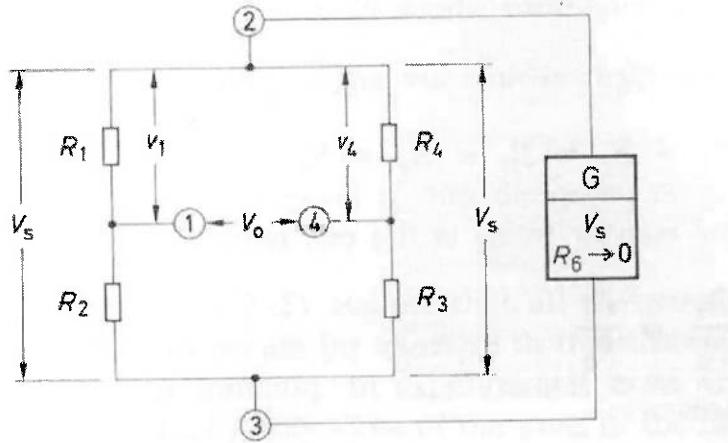


Figura 17 – Ponte de Wheatstone – Divisores resistivos

Desse modo,

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_s \text{ e } v_4 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_s \quad (8)$$

A diferença entre essas duas tensões fornecerá a tensão de saída do circuito V_0 :

$$V_0 = V_s \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) \quad (9)$$

ou

$$\frac{V_0}{V_s} = \frac{R_1 \cdot R_3 - R_2 \cdot R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)} \quad (10)$$

Logo, quando a relação entre as resistências do mesmo ramo ($\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$) for

igual diz-se que a ponte está equilibrada $\frac{V_0}{V_s} = 0$.

Agora, adicionando uma pequena variação no valor de cada resistência temos:

$$V_0 = V_s \left(\frac{R_1 + \Delta R_1}{R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2} - \frac{R_4 + \Delta R_4}{R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4} \right) \quad (11)$$

Devido à pequena não-linearidade (ΔR_s da ordem de 10^{-3}), as variações de resistência no denominador são desprezadas e em aplicações práticas é usual utilizar a expressão que segue:

$$\frac{V_0}{V_s} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) \quad (12)$$

Lembrando que $\frac{\Delta R}{R} = k\varepsilon$ e reescrevendo a expressão acima, encontramos a

seguinte expressão:

$$\frac{V_0}{V_s} = \frac{k}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (13)$$

A partir da análise da expressão acima, observa-se que resistências do mesmo ramo (R_1 & R_2 e R_3 & R_4) anulam o sinal quando apresentam sinais de deformação idênticos ou duplicam o sinal quando o sinal de deformação é oposto. Assim, pode-se utilizar desta característica do circuito para aplicações onde se deseja anular o efeito da temperatura ou até mesmo amplificar um sinal de deformação causado por flexão ao mesmo tempo em que o sinal causado por deformação é anulado.

A figura abaixo apresenta as configurações em que o circuito de ponte pode apresentar-se: a) $\frac{1}{4}$ de ponte – uma resistência é variável (extensômetro) enquanto as 3 restantes apresentam valor fixo, b) $\frac{1}{2}$ ponte – duas resistências do mesmo ramo são variáveis, c) ponte diagonal – resistências em ramos opostos são variáveis, d) ponte completa – todas as resistências da ponte são variáveis.

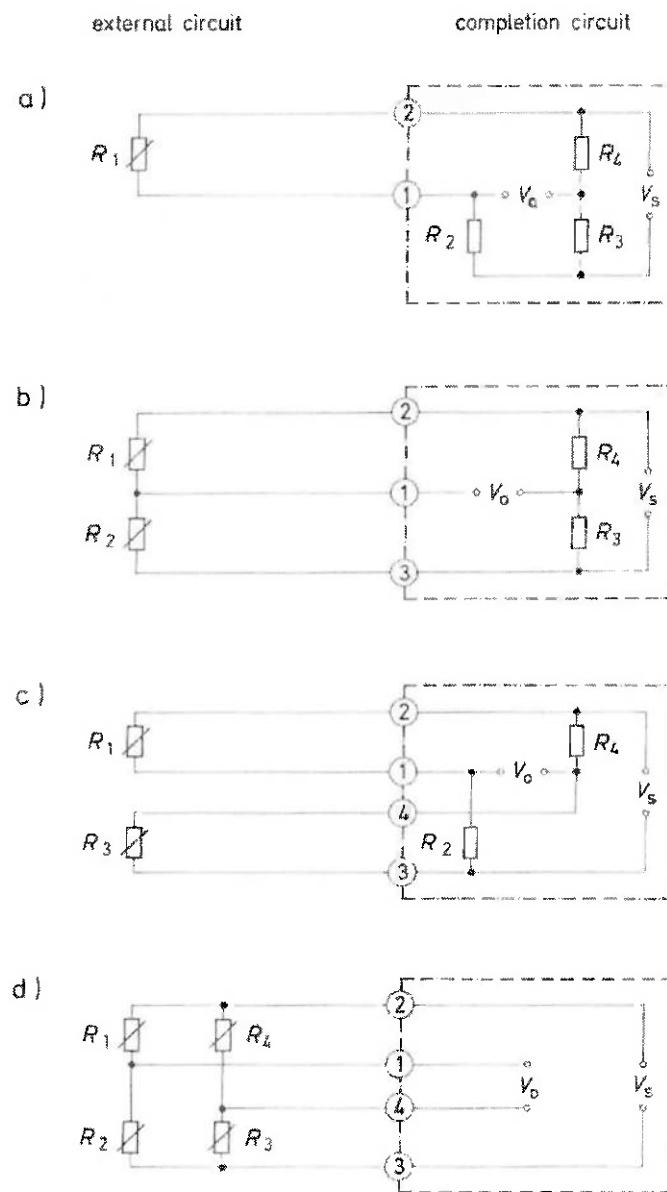


Figura 18 – Ponte de Wheatstone – Configurações

Para a obtenção das deformações no ensaio experimental o circuito em ¼ de ponte foi utilizado. Para verificação da correta instalação e bom funcionamento do extensômetro uma resistência “shunt” foi utilizada. A figura ilustra a técnica.

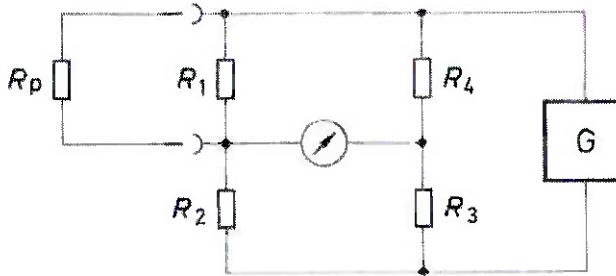


Figura 19 – Calibração usando uma resistência “shunt”

Para obter a tensão de saída do circuito V_o e o sinal de deformação produzido, basta notar que $R_p \parallel R_1$.

$$\frac{V_0}{V_s} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} \quad (14)$$

$$R_p \parallel R_1 \rightarrow R_r$$

$$\frac{V_0}{V_s} = \frac{1}{4} \cdot \frac{R_r - R_1}{R_1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\frac{R_1 \cdot R_p}{R_1 + R_p} - R_1}{R_1} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{R_p}{R_1 + R_p} - 1 \right) \quad (15)$$

Se $R_p = R_1$ temos,

$$\frac{V_0}{V_s} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_1} - 1 \right) = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{R_1}{2R_1} - 1 \right) = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{8} \quad (16)$$

Portanto, a tensão de saída é: $V_0 = -\frac{V_s}{8}$

$$\text{Para a deformação: } \frac{\Delta R}{R} = k\varepsilon \Rightarrow \left(\frac{R_p}{R_1 + R_p} - 1 \right) = k\varepsilon$$

Se $R_p = R_1$ temos,

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \left(\frac{R_1}{R_1 + R_1} - 1 \right) = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) = -\frac{1}{2k} \quad (17)$$

Para a realização da compensação da temperatura, um circuito com três cabos é utilizado. A figura mostra a configuração do circuito tradicional (a) e o circuito que elimina o efeito da temperatura.

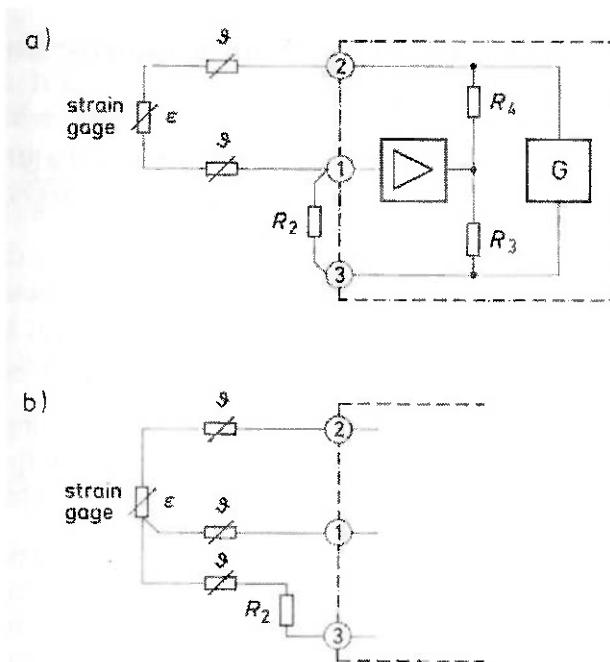


Figura 20 – Circuito para compensação do efeito da temperatura

6.3 Células de carga

A célula de carga empregada na análise experimental possui extensômetros distribuídos em um circuito de ponte completa de forma a anular os efeitos de temperatura, de flexão e torção, sendo sensível a cargas da tração e compressão. A figura apresenta a célula de carga utilizada no ensaio.

U9B

Force Transducers



Special features

- Tensile / compressive force transducers in non-rusting material
- Nominal forces 500 N ... 50 kN
- Small size
- Accuracy class 0.5
- Maintenance-free knuckle eye as force-introduction aid

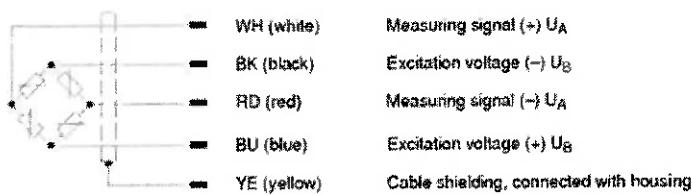


Figura 21 – Célula de carga (50 kN) - (fonte: Catálogo HBM)

7 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos é um método numérico de análise amplamente aplicado a um grande número de problemas em engenharia. Por ser passível de implementação computacional, atualmente, existem softwares que misturam interfaces bastante amigáveis, poderosas técnicas de computação gráfica e similaridade com programas de CAD na criação geométrica do modelo.

Na década de 50 pela indústria aeronáutica, os engenheiros da “Boeing Airplane Company” partindo de uma técnica conhecida como “método da matriz de deslocamentos” tiveram a idéia de dividir a estrutura de uma asa em vários triângulos buscando uma solução matemática aproximada. A partir disso, com o avanço dos computadores e o maior aprofundamento no estudo teórico o método dos elementos finitos difundiu-se enormemente.

Logo, o método dos elementos finitos é uma técnica que tem como princípio dividir (discretizar) um modelo complexo em um número finito de regiões ou elementos que possuem modelo matemático disponível.

Na teoria dos elementos finitos , o comportamento do elemento, quando sujeito a esforços, é descrito através de funções de interpolação e os graus de liberdade não conhecidos são definidos como nós que apresentarão deslocamentos.

Uma formulação mais recente e, geralmente, mais utilizada pelos programas comerciais é a chamada teoria dos elementos isoparamétricos. Para esse caso quando existem nós apenas nos vértices dos elementos as funções de forma são lineares, porém quando nós adicionais são acrescentados a ordem destas funções é aumentada. Em geral, elementos com funções de interpolação mais elevadas convergem mas rapidamente para solução exata.

O elemento usado para a criação do modelo neste trabalho é o elemento conhecido como “shell element” ou, simplesmente “elemento de casca fina”. Na prática, estruturas que fornecerão resultados satisfatórios quando modeladas com elementos de casca são de espessura (t) pequena e sofrem carregamentos no plano do elemento que resultam em **tensões de membrana** e esforços de flexão que refletem em **tensões de flexão** distribuídas linearmente na espessura fazendo com que o elemento deformado tenha sua superfície deslocado com relação ao plano original.

Um grande trabalho na formulação deste tipo de elemento, notoriamente de grande complexidade, tem sido desenvolvido; porém a mais popular e aceita forma de tratar o problema é assumindo que o elemento de casca é uma combinação do elemento de membrana e um elemento com graus de liberdade relativos a flexão.

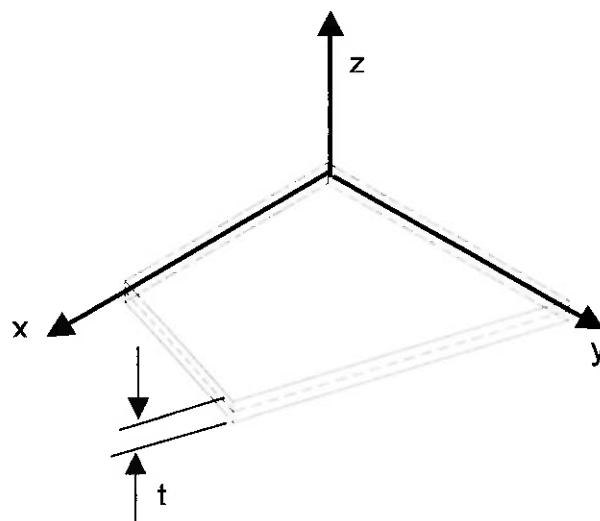


Figura 22 – Elemento de casca

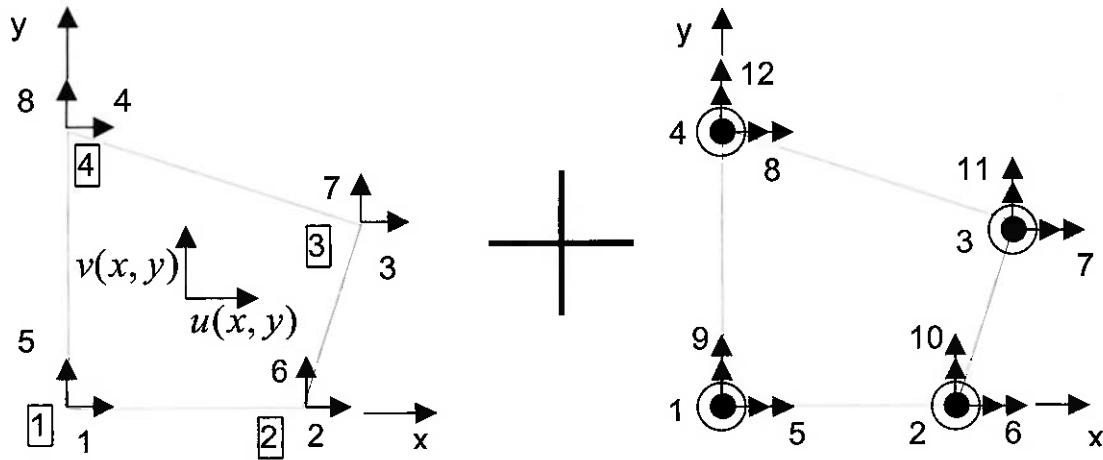


Figura 23 – Elemento de casca = membrana + flexão

Para o elemento quadrilátero de estado plano (8 graus de liberdade no plano), a determinação de sua matriz de rigidez (matriz que relaciona as cargas nodais com os deslocamentos nodais) pode ser determinada da seguinte maneira:

Primeiramente as funções de interpolação são determinadas:

$$u(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \quad (18)$$

$$v(x, y) = \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy \quad (19)$$

Escrevendo de forma matricial:

$$\Delta(x, y) = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} = \Phi(x, y) \cdot \alpha = \begin{bmatrix} \varphi(x, y) & 0 \\ 0 & \tilde{\varphi}(x, y) \end{bmatrix} \alpha \quad (20)$$

Sendo,

$$\alpha = [\alpha_1 \dots \alpha_8] \text{ o vetor de coordenadas generalizadas;} \quad (21)$$

$\Phi(x, y)$ a matriz de coordenadas generalizadas;

$$\varphi(x, y) = [1 \quad x \quad y \quad xy] \quad (22)$$

Aplicando as condições de contorno, temos:

$$q_1 = u(x_1, y_1) = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 + \alpha_4 x_1 y_1 \quad (23)$$

$$q_8 = v(x_4, y_4) = \alpha_5 + \alpha_6 x_4 + \alpha_7 y_4 + \alpha_8 x_4 y_4$$

$$Q = \begin{bmatrix} \varphi_0 & 0 \\ 0 & \tilde{\varphi}_0 \end{bmatrix} \alpha \text{ sendo } \varphi_0 = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3 y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4 y_4 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Definindo:

$$H(x, y) = \Phi(x, y) \cdot \Phi^{-1}(x_i, y_i) = \begin{bmatrix} h_u(x, y) \\ h_v(x, y) \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$B = \begin{bmatrix} \partial h_u / \partial x \\ \partial h_v / \partial y \\ \partial h_u / \partial x + \partial h_v / \partial y \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & 0 \\ -\nu/E & 1/E & 0 \\ 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \quad (27)$$

Com isso todos os parâmetros para a determinação da matriz de rigidez (deduzida a partir da igualdade do trabalho realizado pelos esforços das extremidades e do trabalho realizado pelos esforços internos) estão definidos:

$$K = \int_V B^T C B dV \quad (28)$$

Para o elemento quadrilátero de casca fina, procedendo de maneira análoga, é possível determinar a matriz B a partir da teoria de cascadas. Colocando a coordenada z em evidência, esta matriz pode ser escrita como $B = -z \bar{B}$.

Substituindo na expressão acima, encontra-se a matriz de rigidez com dimensão 12x12 para o elemento:

$$K = \frac{t^3}{12} \iint_{B^-} C \bar{B}^T \bar{B} dx dy \quad (29)$$

8 COMPARAÇÃO – ELEMENTOS FINITOS x TEÓRICO

Este item tem como objetivo a comparação dos resultados fornecidos pela análise em elementos finitos com a solução analítica de um problema relativamente simples.

O problema de uma placa circular, com as bordas engastadas na qual age pressão normal à sua superfície, é abordado. A solução analítica do problema é:

- Máxima tensão radial $\Rightarrow \sigma_{radial}(\max) = \frac{3wA}{4\pi t^2}$
- Deflexão no centro da placa $\Rightarrow y_{centro} = \frac{3wA(m^2 - 1)r^2}{16\pi Em^2 t^3}$

w é a carga por unidade de área atuante na superfície;

A é a área da superfície da placa;

t é a espessura da chapa;

m é o inverso do coeficiente de “Poison” do material;

E é o módulo de elasticidade do material;

r é o raio da placa.

Os parâmetros adotados para a solução do problema foram: $w = 20$, $t = 0.5$, $m = 3$, $E = 3.10^7$ e $r = 50$. Substituindo os valores nas expressões apresentadas acima o **deslocamento máximo** no centro da placa é **5,556** e a **máxima tensão radial**, que acontece em todo o contorno, é de **150000**.

A seguir, são apresentadas figuras dos modelos elaborados para verificar a influência da malha nos resultados e a convergência para a solução teórica (analítica). Foram criados 5 modelos com malhas sendo refinadas gradativamente. O

o modelo mais simples tem 35 elementos enquanto que o modelo com malha mais refinada possui 34853 elementos.

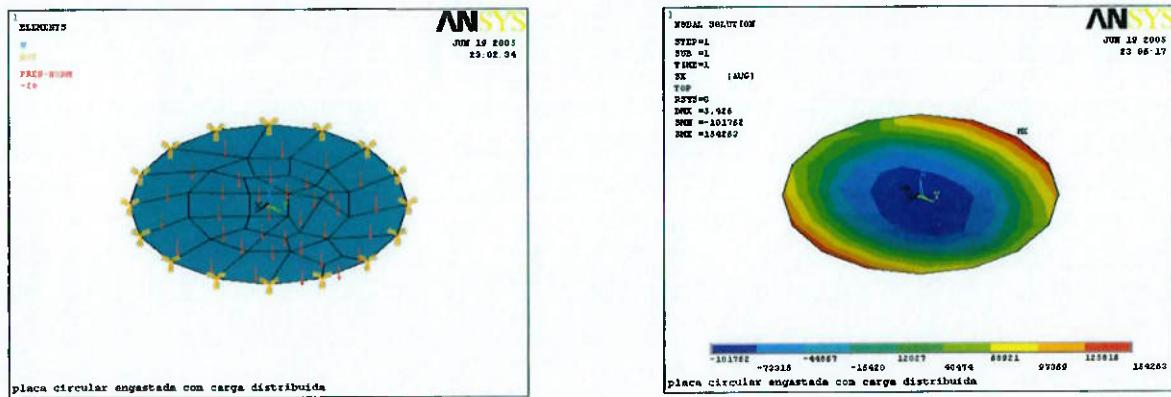


Figura 24 – Modelo com 35 elementos e respectivas tensões no eixo X

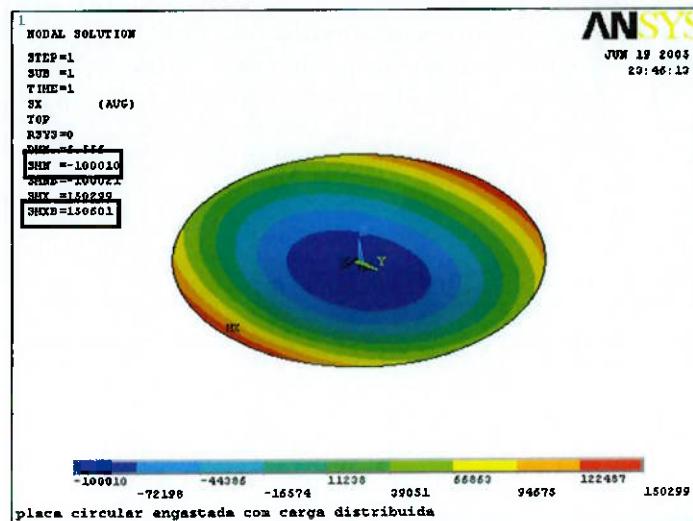


Figura 25 – Resultados para modelo com 34853 elementos

Os gráficos abaixo mostram o comportamento do deslocamento e da tensão radial à medida que o número de elementos do modelo é aumentado. Vale lembrar que um fato muito importante também é observado: Com a diminuição do tamanho do elemento, nota-se que o custo computacional apresentou uma característica não-linear, ou em outras palavras, o tempo de processamento não é proporcional à

quantidade de elementos do modelo tendo comportamento semelhante ao de uma curva exponencial.

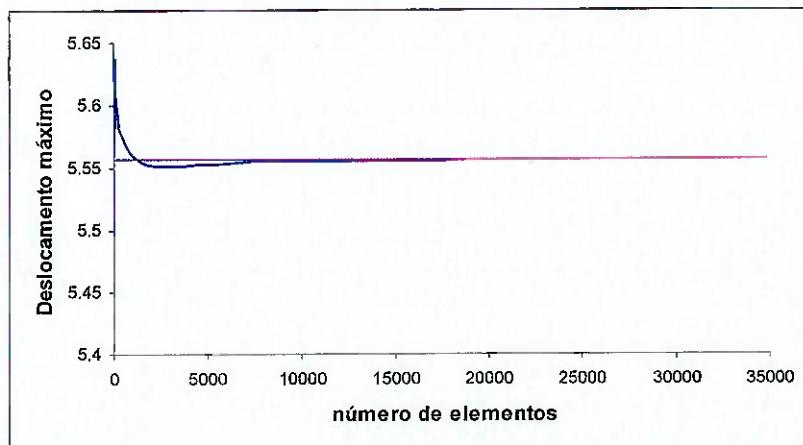


Figura 26 – Deslocamento central em função do número de elementos

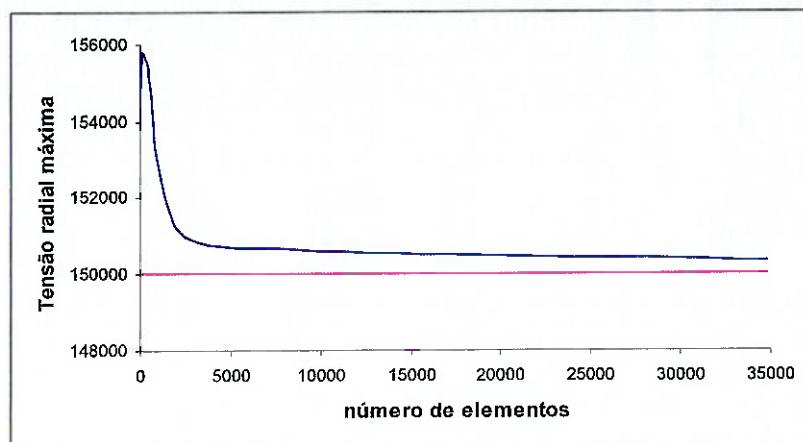


Figura 27 – Tensão radial em função do número de elementos

Analizando os gráficos percebemos que, em ambos, por volta de 2500 elementos acontece um ponto de grande inflexão, ou seja, o resultado passa a ser menos influenciado com o aumento do número de elementos a partir deste ponto.

Para a tensão radial o resultado numérico distanciava-se do teórico para 2105, 8822 e 34853 elementos- respectivamente- 0,73%, 0,39% e 0,20%. O modelo com 2105 elementos, para o valor do deslocamento, já apresenta apenas 0,09% de

diferença com relação ao analítico. Assim, cabe a quem analisa o problema perceber tal fato para alcançar resultados satisfatórios, de acordo com a precisão desejada, com o mínimo custo computacional.

Outro aspecto que esta seção pretende discutir é como os resultados de tensão podem ser visualizados através do programa. Para ilustrar a discussão, é discutido o problema onde uma viga engastada numa extremidade sofre cargas aplicadas na outra extremidade livre. A figura abaixo exibe graficamente o problema assim como o modelo em elementos finitos elaborado para a solução do problema.

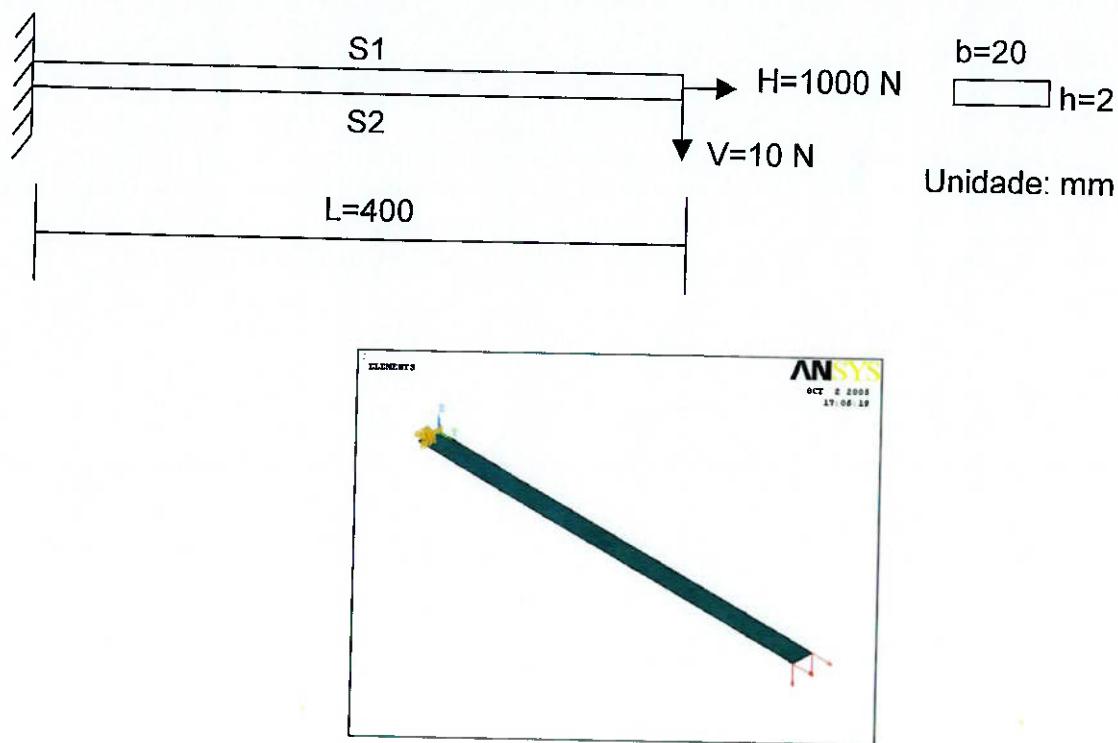


Figura 28 – Viga em balanço

Sendo $S1$ a superfície superior da viga, $S2$ a inferior, H a força que age horizontalmente na viga, V a força que age verticalmente, L comprimento, b largura h espessura, σ_S a tensão normal máxima (em valor absoluto) relativa a cada superfície e $\sigma_{membrana}$ a tensão de membrana apresentada pela viga; a solução

analítica para obtenção das tensões máxima e mínima para o problema é facilmente obtida e o desenvolvimento é mostrado abaixo:

$$\sigma_{S1} = \frac{H}{bh} + \frac{VLh/2}{bh^3/12} = \frac{1000}{40} + \frac{10.400.1}{20.8/12} = 325 MPa \quad (30)$$

$$\sigma_{S2} = \frac{H}{bh} - \frac{VLh/2}{bh^3/12} = \frac{1000}{40} - \frac{10.400.1}{20.8/12} = -275 MPa \quad (31)$$

$$\sigma_{membrana} = \frac{H}{bh} = 25 MPa \quad (32)$$

A Figura 29 ilustra um das formas de exibição de tensões em modelos de casca: apenas os resultados em uma das superfícies do elemento são mostrados, sendo função do usuário relacionar a área ao resultado.

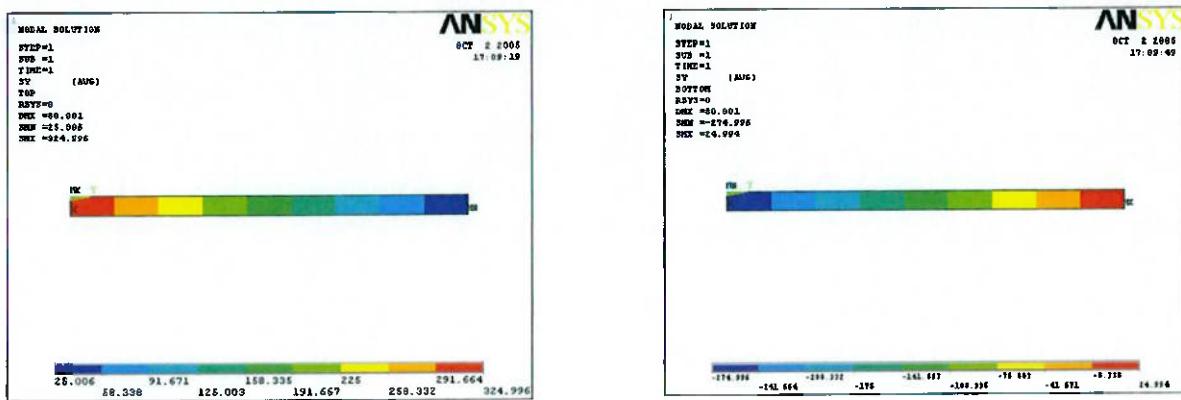


Figura 29 – Tensão normal em S1 e em S2 (Top e Bottom, respectivamente)

Para a Figura 30, as tensões foram obtidas com a forma do elemento ativada, ou seja as duas superfícies são mostradas ao mesmo tempo ficando mais claro para qual superfície é a tensão mostrada.

Esta forma de exibição também fornece a possibilidade da observação das tensões distribuídas na espessura do elemento como mostra a Figura 31.

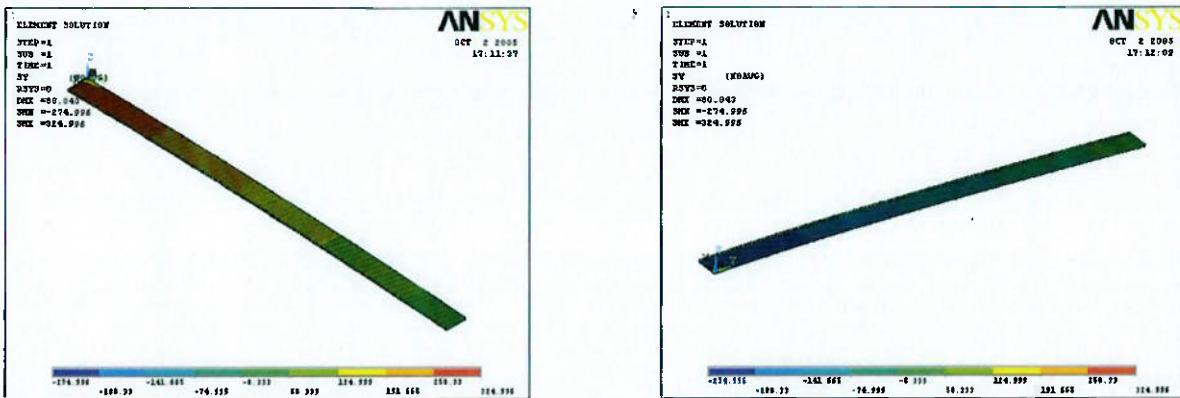


Figura 30 – Tensão normal em S1 e em S2, respectivamente

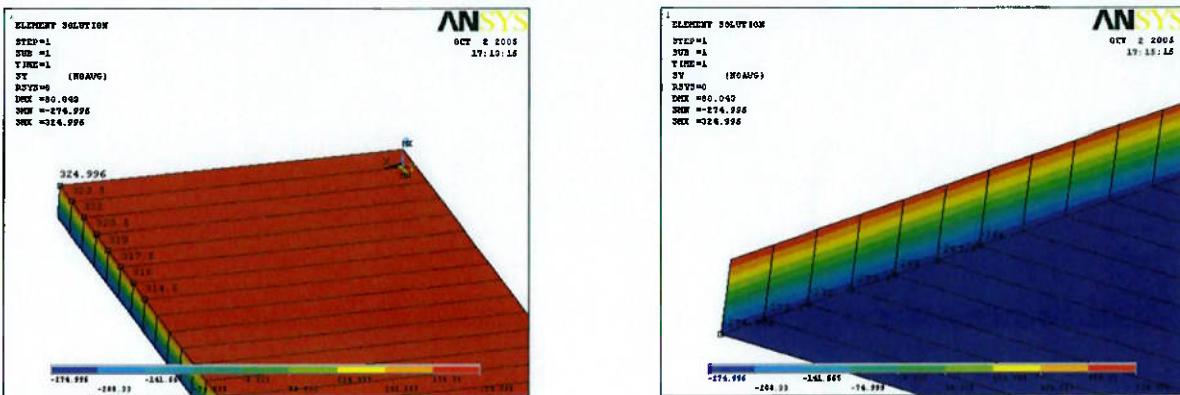


Figura 31 – Tensão normal em S1 e em S2 (máxima e mínima, respectivamente)

9 MODELO COMPUTACIONAL DOS SUPORTES

A implementação computacional do problema foi realizada com o uso do software “ANSYS” versão 7.0. Foram desenvolvidos dois modelos em elementos finitos sendo o primeiro, em sua totalidade, constituído de elementos de casca elásticos lineares, e o segundo composto por elementos de casca (suportes e travessas) e elementos de viga (jig de aplicação de carga). Devido à viabilidade computacional, o segundo modelo possui os suportes de equipamento com malha mais refinada quando comparada com a malha do primeiro modelo. Os elementos de casca no primeiro modelo têm dimensões de 5 x 5 mm enquanto que no modelo misto as dimensões são 3 x 3mm.

O caso de carga longitudinal para frente com magnitude de 30482,5 N foi aplicado e os resultados comparados com os fornecidos pelo ensaio.

9.1 Modelagem usando somente elementos de casca

As ligações dos suportes com a travessa são feitas através do uso de rebites e as ligações dos suportes com o “jig” de aplicação de carga são parafusadas. Logo, no modelo, essas regiões são conectadas entre si, isto é, as áreas que representam os furos (para parafusamento ou rebitamento) nas peças reais, têm nós conectados.

A figura abaixo mostra um exemplo de ligação realizada no corpo de prova e como essa ligação é modelada:



Figura 32 – Ligação do suporte ao “jig” de aplicação de carga

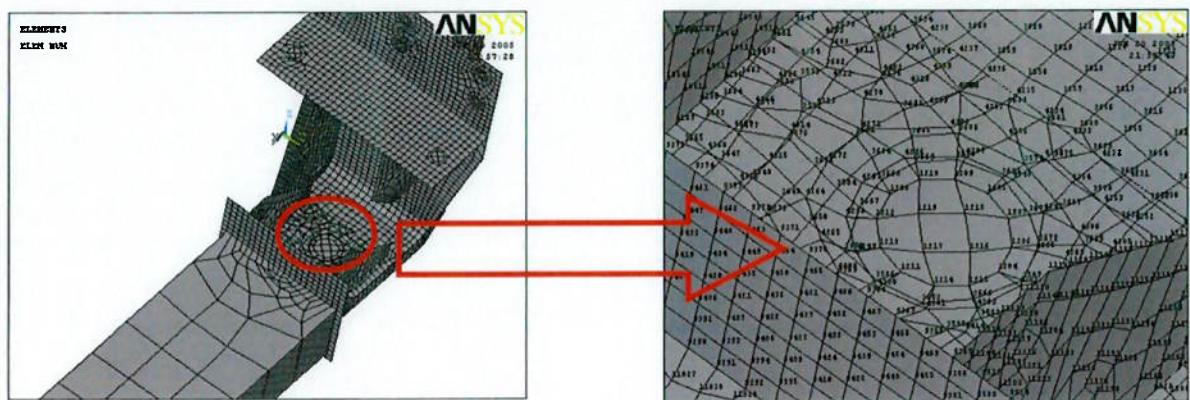


Figura 33 – Técnica de modelagem da ligação

Com a observação criteriosa da figura acima é possível perceber que a região circular com o diâmetro do furo, tanto do suporte quanto do “jig”, apresenta mesmos nós, enquanto que a região ao redor da ligação apresenta duas áreas que, embora estejam sobrepostas não apresentam ligação nenhuma para o modelo matemático já que não apresentam nós em comum.

O modelo, apresenta os 4 suportes modelados por completo e o jig de aplicação de carga. Também é interessante ressaltar que a malha do “jig” de aplicação de carga é menos refinada do que a malha dos suportes, pois os resultados que essa estrutura apresentar não são de interesse da análise.

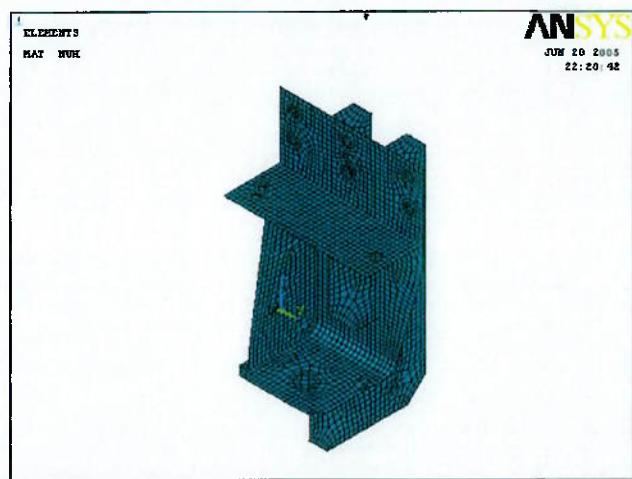


Figura 34 – Suporte N1 discretizado

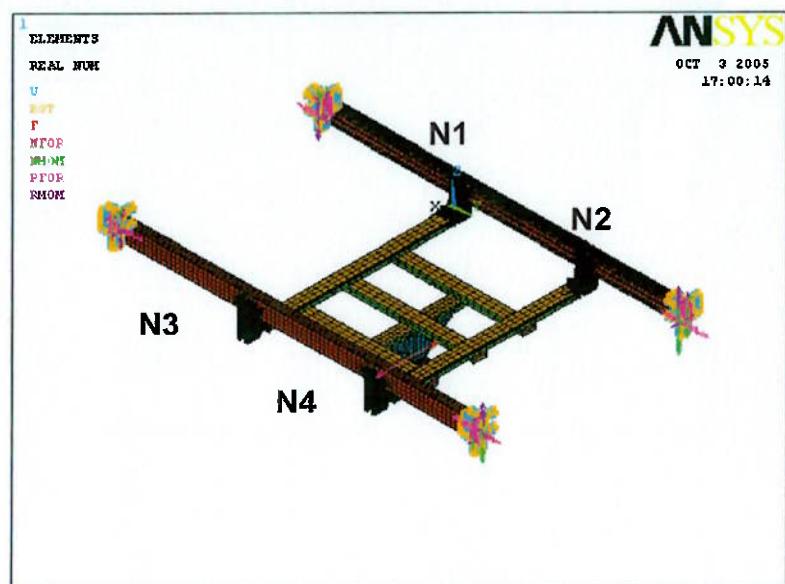


Figura 35 – Modelo somente com elementos de casca

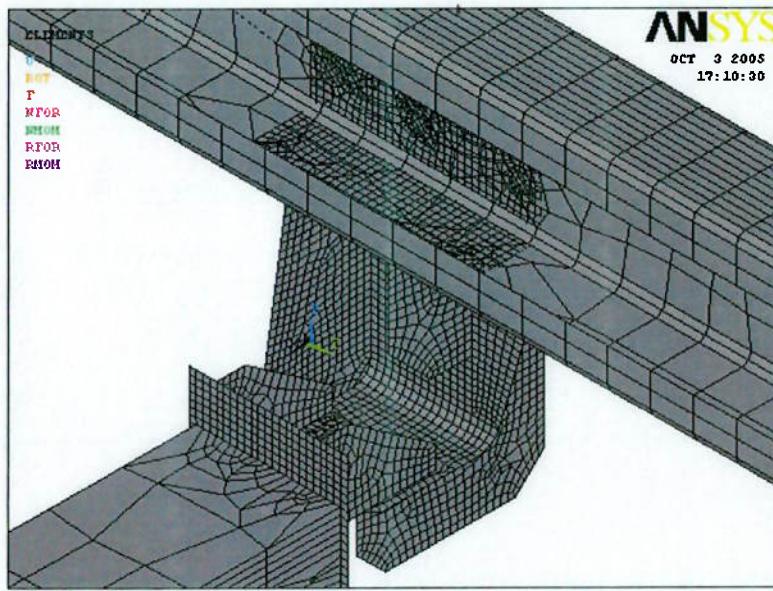


Figura 36 – Modelo somente com elementos de casca (detalhe das ligações)

As figuras que seguem apresentam os resultados de deslocamento e tensões extraídos do modelo. Com relação aos deslocamentos o modelo mostrou-se consistente, visto que a estrutura deformou-se como esperado e os resultados são próximos aos apresentados no ensaio (deslocamento máximo no ponto de aplicação de carga na direção longitudinal de 14 mm).

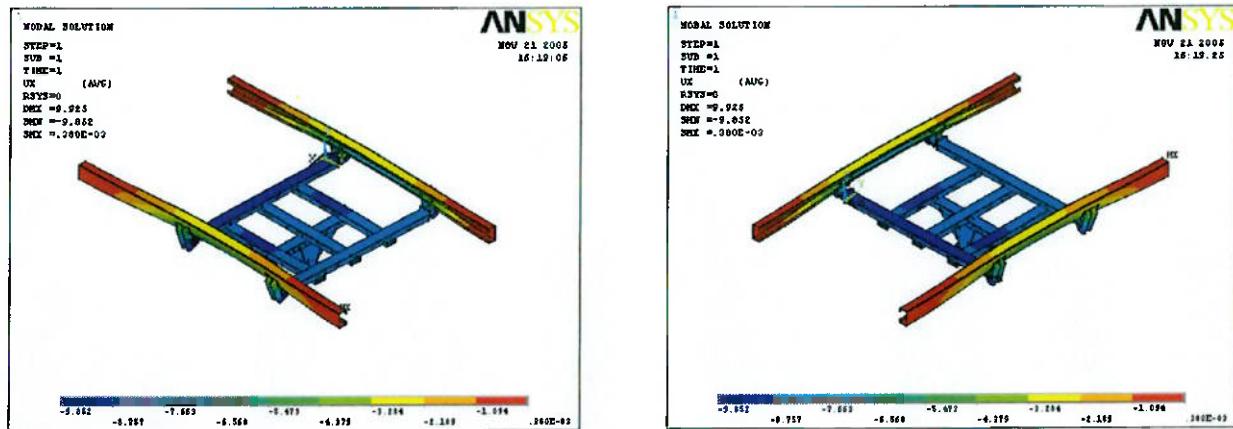


Figura 37 – Deslocamento máximo na direção longitudinal (10 mm)

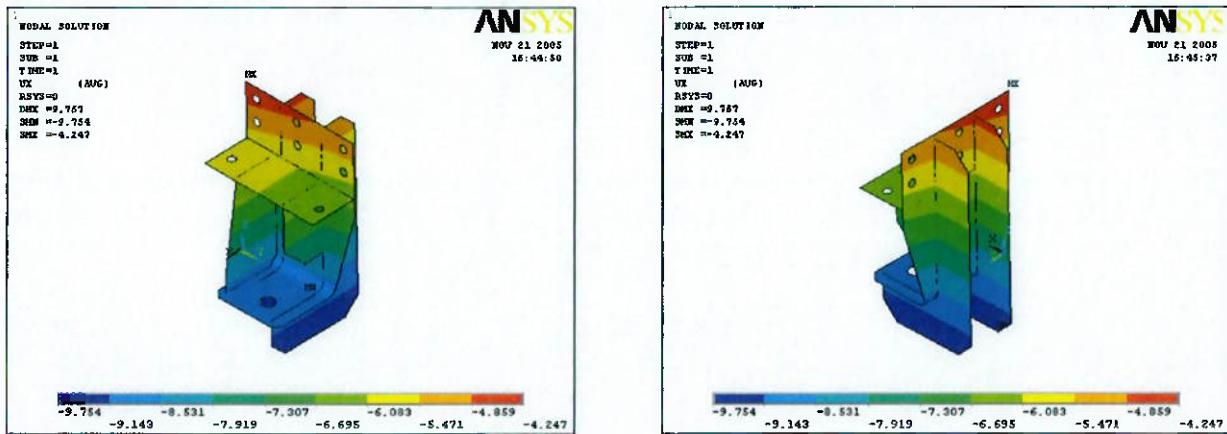


Figura 38 – Deslocamentos na direção longitudinal (X) para o suporte N-1

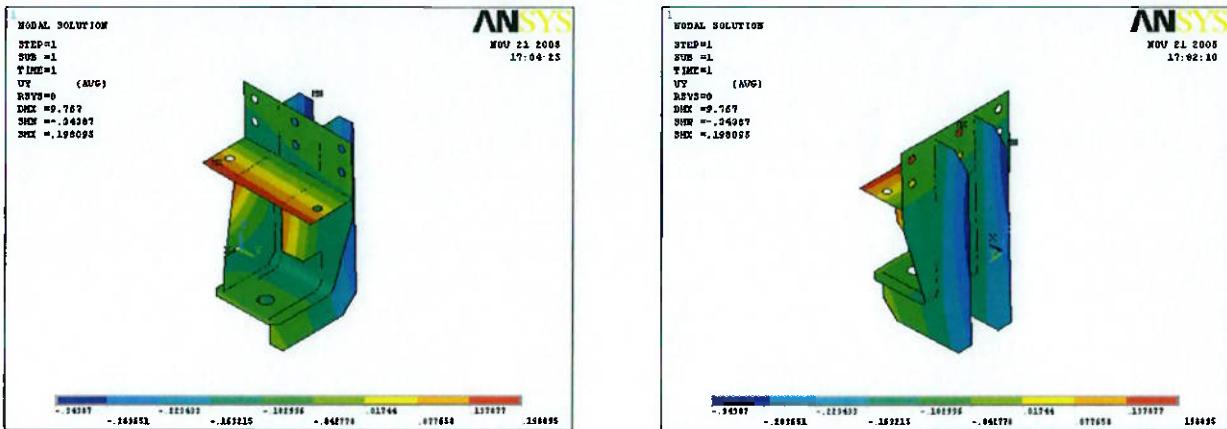


Figura 39 – Deslocamentos na direção transversal (Y) para o suporte N-1

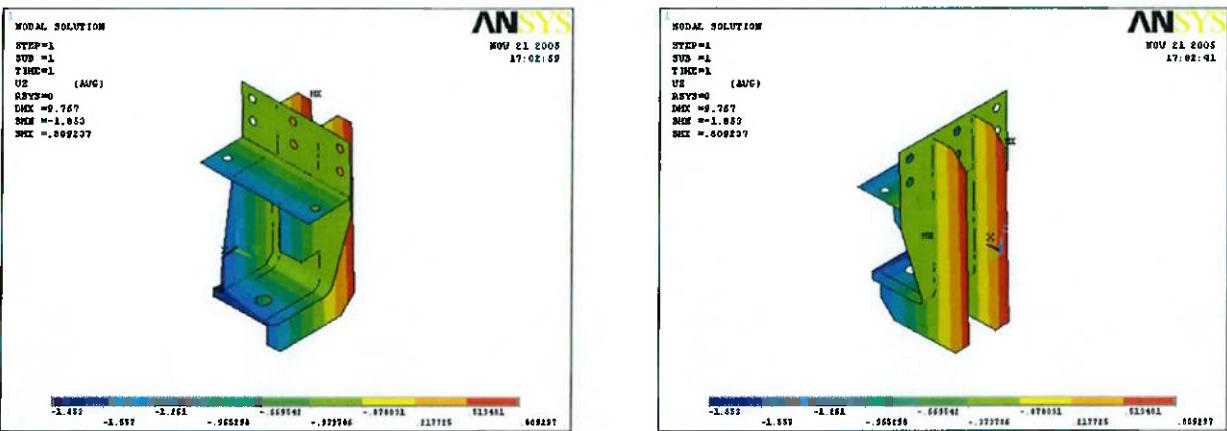


Figura 40 – Deslocamentos na direção vertical (Z) para o suporte N-1

A partir das figuras acima é possível observar que acontece uma pequena torção em relação ao eixo z, porém nota-se que a rotação em relação ao eixo Y e a força na direção X foram mais expressivas. Tal fato pode ser comprovado tanto pela observação dos pequenos deslocamentos que acontecem na direção transversal quanto pela observação dos extensômetros posicionados em faces opostas do reforço do suporte, isto é, tais extensômetros apresentarão pouca flexão sendo predominante a tensão de membrana. Por exemplo, nos extensômetros 1 e 2 mostrados na Tabela I, a tensão para ambos é de tração com amplitude muito próxima.

Quanto às tensões, vale destacar que estas podem ser apresentadas de duas maneiras pelo programa: 1 - “**nodal solu**”, que mostra a solução com isofaixas - cores que definem uma faixa de valores- **contínuas** entre as fronteiras dos elementos. As isofaixas são determinadas por interpolação linear, dentro de cada elemento derivado, dos valores nodais que são a média das tensões de todos os elementos conectados pelo nó. 2- “**element solu**”, que mostra a solução com isofaixas **descontínuas** entre as fronteiras dos elementos. As isofaixas são determinadas por interpolação linear dentro de cada elemento sem levar em conta os elementos ao redor, sendo que a descontinuidade entre isofaixas de elementos adjacentes é uma indicação de um gradiente cruzando os elementos. As figuras a seguir mostram os dois tipos de exibição de resultados.

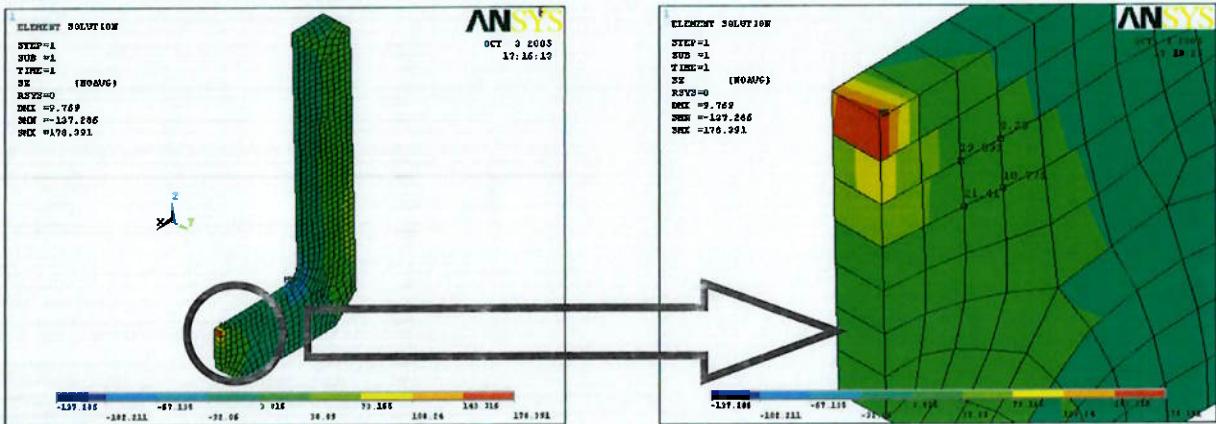


Figura 41 – Tensões na direção z (extensômetro N°2 do suporte N-1) – “element solu”

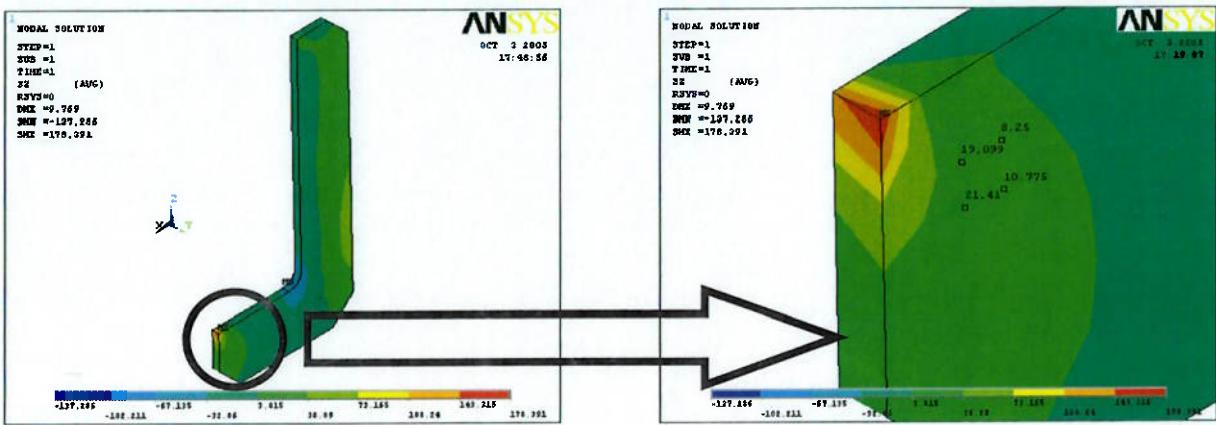


Figura 42 – Tensões na direção z (extensômetro N°2 do suporte N-1) – “nodal solu”

As figuras acima mostram os resultados de forma que a espessura do elemento e, consequentemente, as duas superfícies do elemento possam ser observadas, porém este é apenas um recurso visual, isto é, o elemento não é sólido e sim um elemento de casca onde a espessura é fornecida e não “retirada” geometricamente; como já comentado na seção 8 onde é feita uma breve análise de como os resultados podem ser visualizados. Em outras palavras, o modelo é constituído apenas de áreas e o recurso de exibição da forma do elemento é utilizado devido a maior facilidade de observação dos resultados.

Para extração das tensões do modelo procedeu-se da seguinte maneira:

- Localiza-se a face e posição que o extensômetro está localizado.
- Os resultados dos nós que rodeiam essa posição são apresentados na figura.

Para realizar a comparação com os resultados do ensaio são propostos **dois** critérios:

1. Realizar a média simples da tensão nodal (média da tensão dos elementos que tem este nó em comum) dos quatro nós que rodeiam a posição exata dos extensômetros. Este critério de comparação justifica-se devido a possível imprecisão de posicionamento dos extensômetros.
2. Se o resultado do ensaio está entre os resultados dos nós adjacentes a posição no modelo adota-se o resultado do ensaio também como do modelo. Se a tensão do ensaio é maior que todas as tensões dos nós adjacentes adota-se a tensão do nó com maior valor para ser comparada com o resultado de teste e vice-versa quando a tensão do ensaio é menor do que aquelas encontradas no modelo.

Para apresentar de maneira mais clara os dois critérios, um exemplo numérico é exposto. Os resultados para o extensômetro N°2 do suporte N-1, mostrados na Figura 41 e na Figura 42, são: 21.4, 8.2 ,19.1, 10.7 cuja média é 14.9 (critério 1). Para completar a coluna relativa ao critério 2 deve usar o valor, entre os 4 exibidos, mais próximo ao resultado do teste (23.9); logo, o valor de 21.4 Mpa é escolhido.

A tabela que segue faz um resumo da comparação dos resultados encontrados no modelo com os resultados do ensaio realizado.

Tabela I - Resultados do modelo só com elementos de casca - N1 e N2

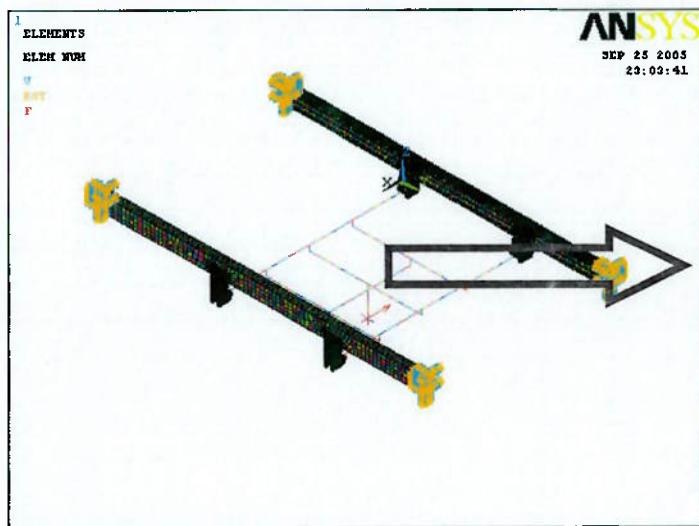
Suporte	Extensômetro	Ensaio (Mpa)	Critério 1		Critério 2	
			MEF (Mpa)	Diferença (%)	MEF (Mpa)	Diferença (%)
N-1	1	23.2	19.6	-15%	23.2	0%
	2	23.9	14.9	-38%	21.4	-10%
	3	4.7	16.8	258%	6.6	41%
	4	-4.3	1.9	-145%	-3.8	-12%
	5	19.1	26.3	38%	19.1	0%
	6	-41.1	-43.4	5%	-41.1	0%
	7	33.9	32.4	-4%	33.9	0%
	8	28.3	32.2	14%	28.3	0%
	9	28.5	30.4	6%	28.5	0%
	10	23.5	34.3	46%	28.8	23%
	11	18.8	17.9	-5%	18.8	0%
	12	15.6	27.9	79%	20.4	31%
	13	-15.6	-38.0	144%	-32.6	109%
	14	-13.9	-11.8	-15%	-13.9	0%
	15-max	64.9	67.0	3%	64.9	0%
	15-min	19.2	-2.0	-110%	0.0	-100%
	16-max	13.7	41.6	203%	36.1	163%
	16-min	-28.8	-29.7	3%	-28.8	0%
N-2	1	76.5	75.9	-1%	76.5	0%
	2	50.9	26.4	-48%	43.7	-14%
	3	-66.3	-3.8	-94%	-7.6	-89%
	4	-26.7	-3.0	-89%	-7.7	-71%
	5	-68.7	-81.9	19%	-71.0	3%
	6	35.6	36.6	3%	35.6	0%
	7	120.1	97.0	-19%	112.0	-7%
	8	100.9	97.3	-4%	100.9	0%
	9	96.4	90.4	-6%	96.4	0%
	10	76.5	59.5	-22%	76.5	0%
	11	69.3	54.7	-21%	69.3	0%
	12	61.7	71.6	16%	61.7	0%
	13	-30.1	-75.5	151%	-64.6	115%
	14	23.2	-30.1	-230%	-11.3	-149%
	15-max	16.4	0.1	-99%	0.1	-99%
	15-min	-104.0	-105.0	1%	-104.0	0%
	16	19.4	17.0	-13%	19.4	0%
	17-max	30.6	43.6	43%	35.4	16%
	17-min	-30.5	-0.1	-100%	-0.1	-100%
	18-max	22.0	27.9	27%	25.9	17%
	18-min	-29.5	-21.8	-26%	-25.2	-15%

Tabela II - Resultados do modelo só com elementos de casca – N3 e N4

Suporte	Extensômetro	Ensaio (Mpa)	Critério 1		Critério 2	
			MEF (Mpa)	Diferença (%)	MEF (Mpa)	Diferença (%)
N-3	1	-57.8	-24.0	-59%	-35.2	-39%
	2	6.2	7.1	13%	6.2	0%
	3	-3.3	-7.1	116%	-5.6	70%
	4	2.1	6.0	186%	4.5	114%
	5	3.9	4.5	16%	3.9	0%
	6	20.1	20.7	3%	20.1	0%
	7	-45.5	-54.2	19%	-45.5	0%
	8	-32.5	-41.0	26%	-36.8	13%
	9	-11.9	-10.3	-14%	-11.9	0%
	10	-13.3	-15.2	14%	-13.3	0%
	11	17.4	32.6	88%	25.8	49%
	12	6.6	16.6	152%	14.8	125%
	13-max	15.2	20.9	38%	18.7	23%
	13-min	-51.8	-44.0	-15%	-49.0	-5%
	14-max	33.4	50.1	50%	43.6	30%
	14-min	-24.5	-7.5	-70%	-8.9	-64%
N-4	1	-41.3	-43.5	5%	-41.3	0%
	2	66.7	64.8	-3%	66.7	0%
	3	-47.7	-45.5	-5%	-47.6	0%
	4	-38.7	-32.5	-16%	-35.7	-8%
	5	59.2	63.9	8%	59.2	0%
	6	-58.5	-33.6	-43%	-38.9	-33%
	7	-48.4	-50.0	3%	-48.4	0%
	8	-39.9	-33.2	-17%	-37.5	-6%
	9	16.4	4.5	-73%	6.8	-59%
	10	62.4	66.8	7%	64.9	4%
	11	-18.8	-50.8	171%	-49.8	165%
	12-max	31.4	22.7	-28%	24.5	-22%
	12-min	-23.1	-33.4	45%	-30.5	32%
	14-max	2.3	6.3	171%	5.5	138%
	14-min	-66.7	-65.6	-2%	-66.7	0%
	15-max	12.7	16.5	30%	15.8	25%
	15-min	-29.5	-15.7	-47%	-18.4	-38%

Analisando a tabela nota-se que a comparação mostrou-se satisfatória, já que o comportamento global do ensaio e do modelo é bastante semelhante. Com a utilização do critério 2, um grande número de posições apresentou tensão exatamente igual à coletada no ensaio.

9.2 Modelagem usando elementos de casca e de viga



Vigas com secção transversa de área A e momentos de inércia I_x , I_y , e I_z .

Figura 43 – modelo misto de viga e casca

Para este modelo, o jig de aplicação de carga é modelado com elementos de viga. Para as vigas dispostas longitudinalmente e transversalmente, a área e os momentos de inércia que devem ser informados ao programa foram calculados de acordo com a secção transversal mostrada nos desenhos do anexo B; para a região inferior do jig, composta por chapas e reforçadores, a estrutura também é simulada como uma viga, porém com inércia muito maior comparada às outras.

As travessas e os suportes permanecem sendo elementos de casca. A ligação parafusada entre o suporte e o jig de aplicação de carga agora é simulada por vigas infinitamente rígidas como mostra a figura. Também pode ser notada a dimensão dos elementos do suporte diminuída em relação ao primeiro modelo.

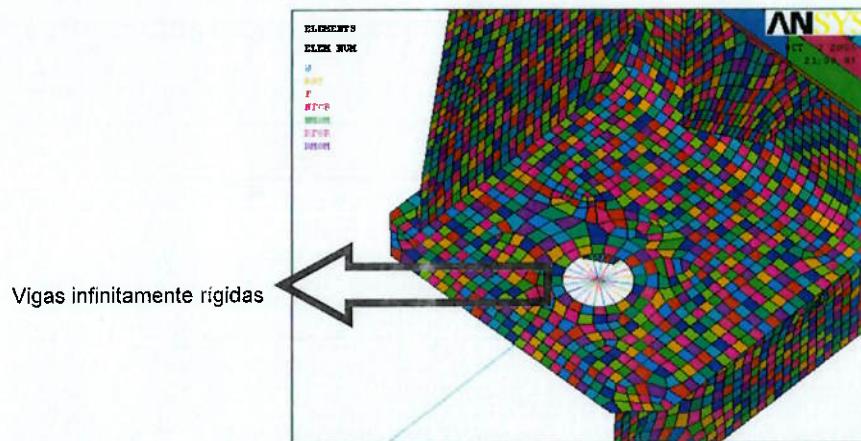


Figura 44 – Junção parafusada

As figuras que seguem apresentam a estrutura deformada, sendo mostrada a intensidade dos deslocamentos na direção longitudinal.

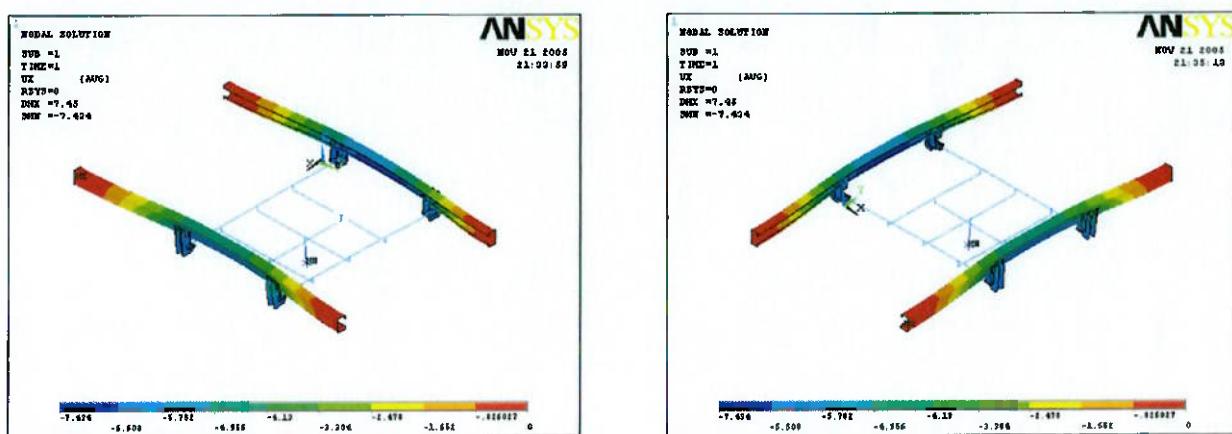


Figura 45 – Deslocamento máximo na direção longitudinal (7.5 mm)

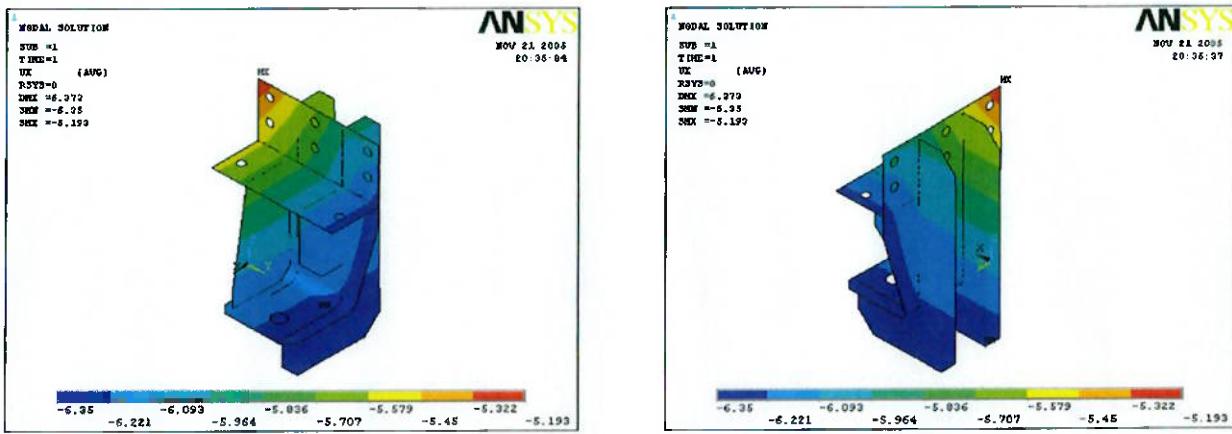


Figura 46 – Deslocamentos na direção longitudinal (X) para o suporte N-1

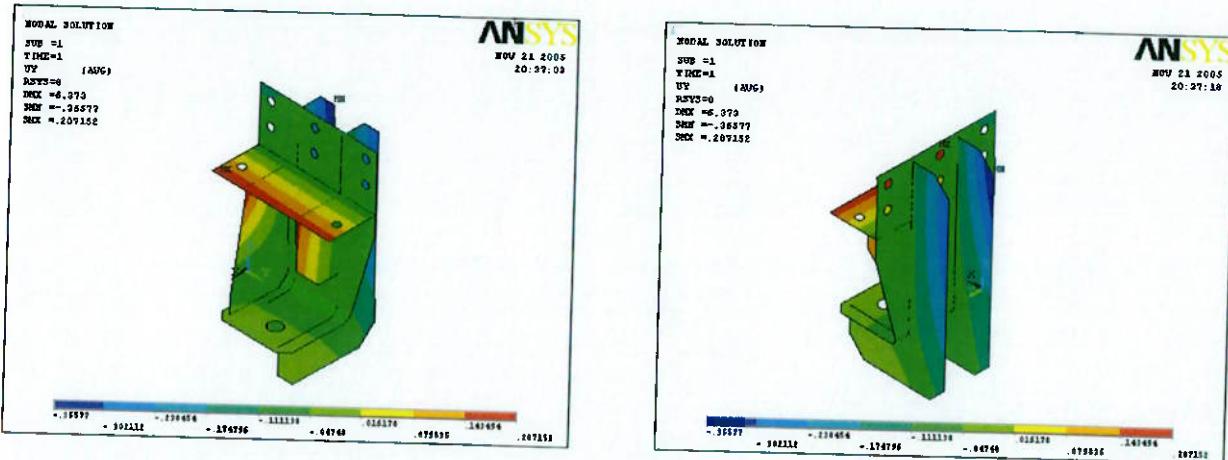


Figura 47 – Deslocamentos na direção transversal (Y) para o suporte N-1

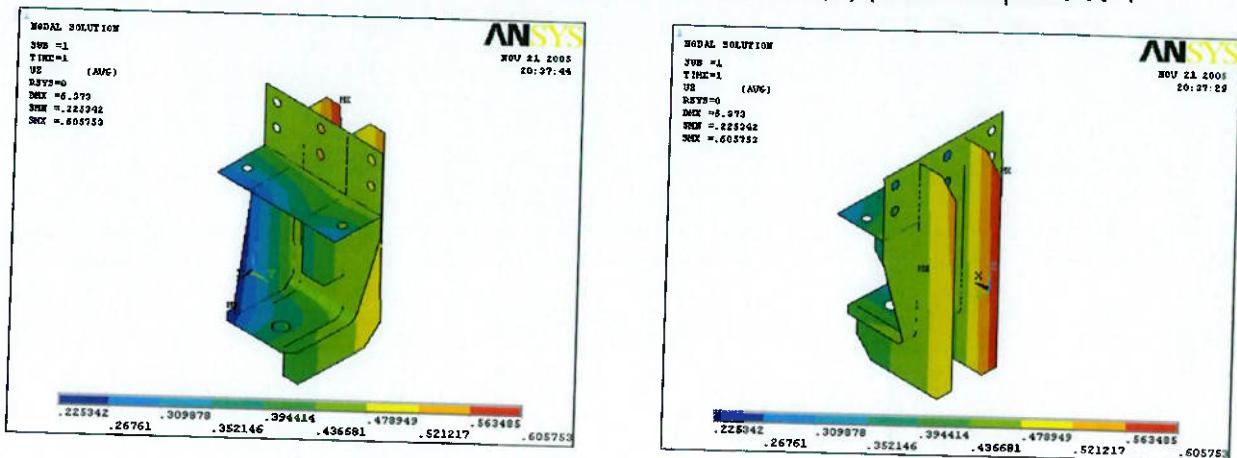


Figura 48 – Deslocamentos na direção vertical (Z) para o suporte N-1

De maneira geral, este modelo apresentou deslocamentos similares ao modelo composto somente por elementos de casca, porém destaca-se o fato das amplitudes de deslocamento serem, consideravelmente, menores. Na Figura 38 os deslocamentos deram-se numa faixa de $-9,7\text{mm}$ até $-4,2\text{mm}$, enquanto que na Figura 46 essas amplitudes caem para $-6,35\text{mm}$ até $-5,2\text{mm}$. Apesar disso, os resultados de tensão não foram prejudicados, assim como mostra a Tabela III e a Tabela IV, onde observa-se boa correlação entre os resultados experimentais e os do modelo.

Para este modelo adotam-se os mesmos critérios de comparação já descritos e a tabela que segue faz um resumo da comparação dos resultados encontrados no modelo com os resultados do ensaio realizado.

Tabela III - Resultados do modelo misto (casca e viga) - N1 e N2

Suporte	Extensômetro	Ensaio (Mpa)	Critério 1		Critério 2	
			MEF (Mpa)	Diferença (%)	MEF (Mpa)	Diferença (%)
N-1	1	23.2	8.6	-63%	10.9	-53%
	2	23.9	12.0	-50%	14.9	-38%
	3	4.7	1.7	-63%	4.7	0%
	4	-4.3	-4.1	-5%	-4.3	0%
	5	19.1	11.8	-38%	19.1	0%
	6	-41.1	-57.0	39%	-52.3	27%
	7	33.9	22.5	-34%	25.4	-25%
	8	28.3	20.4	-28%	27.9	-1%
	9	28.5	19.0	-34%	21.0	-26%
	10	23.5	23.1	-1%	23.5	0%
	11	18.8	13.3	-29%	14.7	-22%
	12	15.6	14.9	-4%	15.6	0%
	13	-15.6	-15.8	1%	-15.6	0%
	14	-13.9	-13.8	-1%	-13.9	0%
	15-max	64.9	73.3	13%	69.1	7%
	15-min	19.2	7.0	-64%	10.0	-48%
	16-max	13.7	16.2	18%	13.7	0%
	16-min	-28.8	-26.1	-10%	-28.1	-3%
N-2	1	76.5	74.9	-2%	76.5	0%
	2	50.9	56.5	11%	50.9	0%
	3	-66.3	-62.9	-5%	-65.7	-1%
	4	-26.7	-27.3	2%	-26.7	0%
	5	-68.7	-72.0	5%	-69.7	1%
	6	35.6	47.3	33%	45.0	26%
	7	120.1	89.2	-26%	115.8	-4%
	8	100.9	147.8	46%	144.0	43%
	9	96.4	97.1	1%	96.4	0%
	10	76.5	77.1	1%	76.5	0%
	11	69.3	51.5	-26%	55.1	-21%
	12	61.7	55.4	-10%	59.0	-4%
	13	-30.1	-26.8	-11%	-28.9	-4%
	14	23.2	26.0	12%	23.2	0%
	15-max	16.4	13.7	-16%	14.9	-9%
	15-min	-104.0	-99.3	-5%	-100.0	-4%
	16	19.4	10.5	-46%	14.8	-24%
	17-max	30.6	27.1	-12%	28.9	-5%
	17-min	-30.5	-31.6	4%	-30.5	0%
	18-max	22.0	26.9	22%	24.0	9%
	18-min	-29.5	-54.4	84%	-50.0	69%

Tabela IV - Resultados do modelo misto (casca e viga) – N3 e N4

Suporte	Extensômetro	Ensaio (Mpa)	Critério 1		Critério 2	
			MEF (Mpa)	Diferença (%)	MEF (Mpa)	Diferença (%)
N-3	1	-57.8	-44.7	-23%	-45.0	-22%
	2	6.2	8.5	37%	7.0	12%
	3	-3.3	-1.9	-41%	-2.5	-24%
	4	2.1	2.9	37%	2.1	0%
	5	3.9	3.7	-6%	3.9	0%
	6	20.1	19.8	-1%	20.1	0%
	7	-45.5	-43.6	-4%	-43.9	-3%
	8	-32.5	-30.5	-6%	-30.8	-5%
	9	-11.9	-13.0	10%	-12.0	1%
	10	-13.3	-18.5	39%	-16.7	26%
	11	17.4	19.4	12%	19.2	11%
	12	6.6	7.2	10%	6.6	0%
	13-max	15.2	16.3	7%	15.2	0%
	13-min	-51.8	-49.9	-4%	-51.8	0%
	14-max	33.4	17.1	-49%	19.0	-43%
	14-min	-24.5	-11.9	-51%	-13.0	-47%
N-4	1	-41.3	-45.8	11%	-44.3	7%
	2	66.7	71.1	7%	69.0	3%
	3	-47.7	-36.1	-24%	-37.0	-22%
	4	-38.7	-21.7	-44%	-23.9	-38%
	5	59.2	90.6	53%	89.0	50%
	6	-58.5	-87.5	50%	-86.0	47%
	7	-48.4	-47.7	-2%	-48.4	0%
	8	-39.9	-35.4	-11%	-36.7	-8%
	9	16.4	14.5	-12%	16.4	0%
	10	62.4	58.2	-7%	60.0	-4%
	11	-18.8	-16.6	-12%	-18.4	-2%
	12-max	31.4	45.8	46%	44.1	40%
	12-min	-23.1	-21.6	-7%	-23.1	0%
	14-max	2.3	4.8	107%	4.5	95%
	14-min	-66.7	-65.9	-1%	-66.7	0%
	15-max	12.7	13.8	9%	12.7	0%
	15-min	-29.5	-19.2	-35%	-20.0	-32%

9.3 Comparação entre os modelos

Para a condução de uma análise qualitativa dos resultados, as tensões equivalentes de Von Mises para os dois modelos (para o suporte N-1) são apresentadas na figuras que seguem. Por fim, é apresentada uma tabela onde os resultados para o suporte N-1 são resumidos de forma a comparar ambos os modelos com o ensaio.

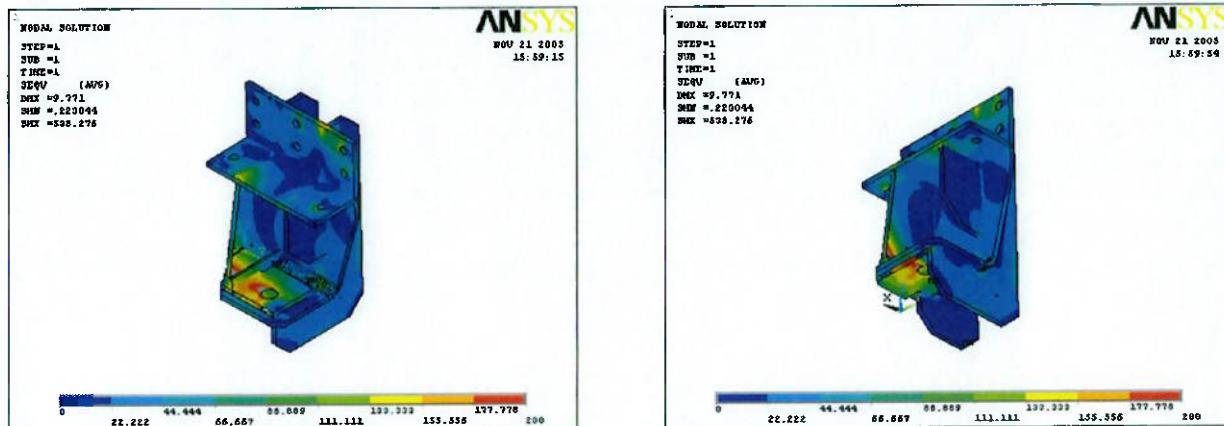


Figura 49 – Tensões equivalentes de Von Mises para o modelo de casca (N-1)

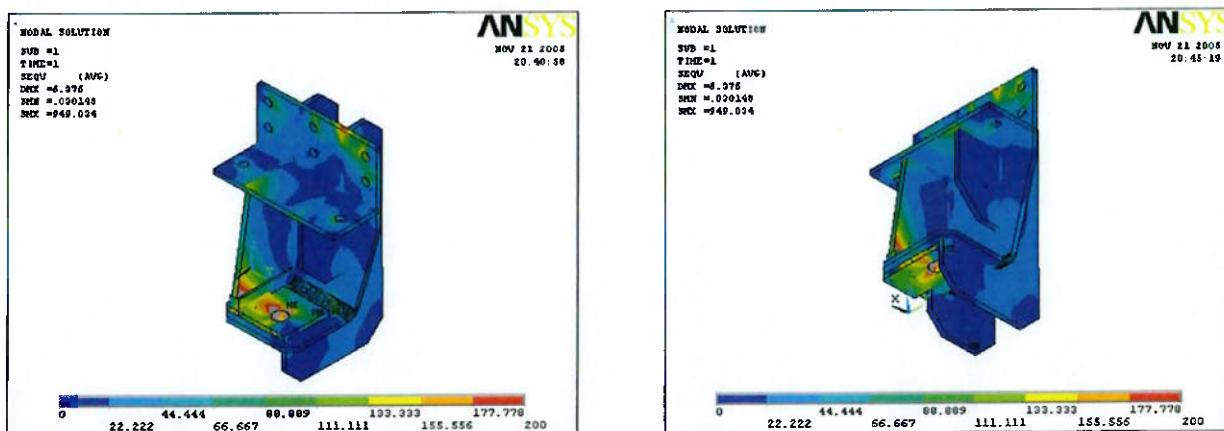


Figura 50 – Tensões equivalentes de Von Mises para o modelo misto (N-1)

Como observa-se nas figuras, os modelos mostraram-se muito semelhantes tanto no fato de com as tensões distribuem-se até na amplitude de valores. As concentrações de tensão deram-se nos mesmos locais sendo bastante intensa no furo onde o jig de aplicação de carga une-se com o suporte através do parafuso.

As figuras abaixo destacam a distribuição das tensões no reforçador maior do suporte. Tal distribuição também é semelhante entre os modelos, no entanto, nota-se que as tensões mais altas foram concentradas em regiões menores, fato derivado do refinamento da malha e não do diferente tipo de modelagem do jig.

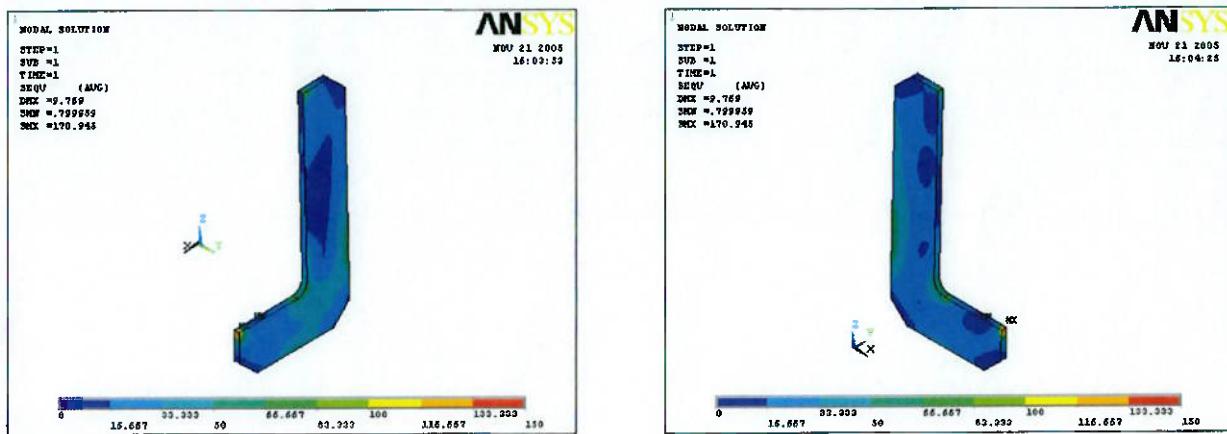


Figura 51 – Tensões equivalentes no reforço para o modelo de casca (N-1)

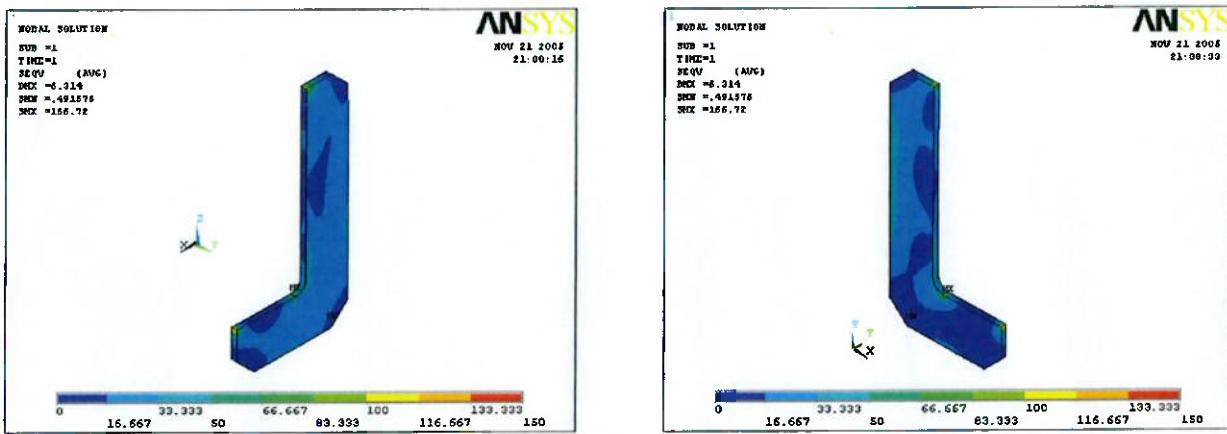


Figura 52 – Tensões equivalentes no reforço para o modelo misto (N-1)

Tabela V – Comparação dos modelos

Suporte	Extensômetro	Ensaio (Mpa)	MODELO DE CASCA				MODELO DE CASCA E VIGA			
			Critério 1		Critério 2		Critério 1		Critério 2	
			MEF (Mpa)	Diferença (%)	MEF (Mpa)	Diferença (%)	MEF (Mpa)	Diferença (%)	MEF (Mpa)	Diferença (%)
N-1	1	23.2	19.6	-15%	23.2	0%	8.6	-63%	10.9	-53%
	2	23.9	14.9	-38%	21.4	-10%	12.0	-50%	14.9	-38%
	3	4.7	16.8	258%	6.6	41%	1.7	-63%	4.7	0%
	4	-4.3	1.9	-145%	-3.8	-12%	-4.1	-5%	-4.3	0%
	5	19.1	26.3	38%	19.1	0%	11.8	-38%	19.1	0%
	6	-41.1	-43.4	5%	-41.1	0%	-57.0	39%	-52.3	27%
	7	33.9	32.4	-4%	33.9	0%	22.5	-34%	25.4	-25%
	8	28.3	32.2	14%	28.3	0%	20.4	-28%	27.9	-1%
	9	28.5	30.4	6%	28.5	0%	19.0	-34%	21.0	-26%
	10	23.5	34.3	46%	28.8	23%	23.1	-1%	23.5	0%
	11	18.8	17.9	-5%	18.8	0%	13.3	-29%	14.7	-22%
	12	15.6	27.9	79%	20.4	31%	14.9	-4%	15.6	0%
	13	-15.6	-38.0	144%	-32.6	109%	-15.8	1%	-15.6	0%
	14	-13.9	-11.8	-15%	-13.9	0%	-13.8	-1%	-13.9	0%
	15-max	64.9	67.0	3%	64.9	0%	73.3	13%	69.1	7%
	15-min	19.2	-2.0	-110%	0.0	-100%	7.0	-64%	10.0	-48%
	16-max	13.7	41.6	203%	36.1	163%	16.2	18%	13.7	0%
	16-min	-28.8	-29.7	3%	-28.8	0%	-26.1	-10%	-28.1	-3%

Analisando a tabela, conclui-se que ambos os modelos mostraram-se satisfatórios, visto que um grande número de boas correlações foi obtido, principalmente utilizando o segundo critério. No modelo composto somente por elementos de casca nota-se diferenças bastante elevadas para algumas posições, como por exemplo os extensômetros 3, 4 e 13. Tal fato, foi bem contornado pelo modelo misto que apresentou disparidade máxima de 64% em valor absoluto.

Outro aspecto a ser destacado é a considerável melhora que o extensômetro 15, localizado muito próximo ao furo onde a técnica de modelagem foi modificada, apresentou. Consagrando, assim, a segunda técnica um bom procedimento já que apresenta boa concordância com o real e tem baixo custo computacional.

10 CONCLUSÃO

O trabalho apresenta a análise a ser estudada, localizando os suportes na estrutura da “caixa” e destacando suas propriedades: geometria, material e processo de montagem, nas seções 3 e 4. Nas seções 5 e 6, o enfoque é voltado a parte experimental: é exposto o arranjo geral do teste (condições de contorno, equipamentos utilizados e o procedimento de teste); é dada atenção especial às características dos transdutores utilizados no ensaio (extensômetros, LVDT's e células de carga). As seções 7 e 8 abordam o método dos elementos finitos, sendo a primeira seção responsável pela contextualização histórica do método e desenvolvimento teórico; e a segunda responsável pela introdução de algumas características do software utilizado abordando problemas clássicos em que a solução analítica é simples e conhecida, podendo assim demonstrar as potencialidades do método. Por fim, a seção 9 apresenta a análise do problema apresentado abordando os dois modelos elaborados.

Os objetivos definidos foram satisfeitos visto que um modelo de geometria complexa foi elaborado e mostrou-se satisfatório quando comparados aos resultados experimentais. O trabalho abordou conceitos de várias disciplinas, desde princípios básicos de mecânica dos sólidos até conhecimentos mais específicos como a instrumentação de ensaios mecânicos e o método dos elementos finitos. A demonstração de que a simulação computacional pode substituir testes mais custosos foi realizada dado que os resultados do modelo mostraram-se satisfatórios. Cabe aqui destacar que os resultados se tornariam ainda mais consistentes se computadores mais potentes fossem empregados para resolver o modelo com malhas mais refinadas.

Vale comentar que, embora os modelos mostrarem-se cabíveis à solução do problema, outras análises do mesmo problema podem ainda ser realizadas. Por exemplo, a modelagem dos suportes utilizando elementos sólidos poderia ser realizada com o intuito da comparação deste tipo de elemento com o elemento de casca fina. Outra abordagem pode ser tomada com relação à modelagem das ligações (parafusos, rebites, soldas,...), com a utilização de ferramentas disponíveis no software ou até mesmo, artifícios de embasamento teórico. As condições de contorno também poderiam ser estudadas, já que é sempre complicado garantir que

a escolhida é a mais adequada ao problema. Outro ponto a ser explorado é a busca por simetrias no problema, já que o ponto de aplicação de carga não é “levemente” deslocado do ponto central entre os suportes. Sub-modelos também poderiam ser propostos, ou seja, as cargas seriam levadas até o furo de fixação do suporte, tendo assim um modelo menor, geometricamente, podendo possuir mais elementos sem acrescentar grandes custos no tempo de solução.

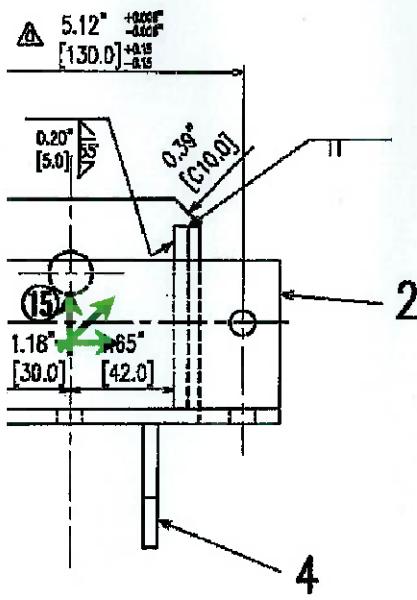
Em linhas gerais o trabalho mostrou-se interessante e proveitoso no sentido do aprendizado de novas técnicas em engenharia e da consolidação de conhecimentos essenciais a um engenheiro.

11 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

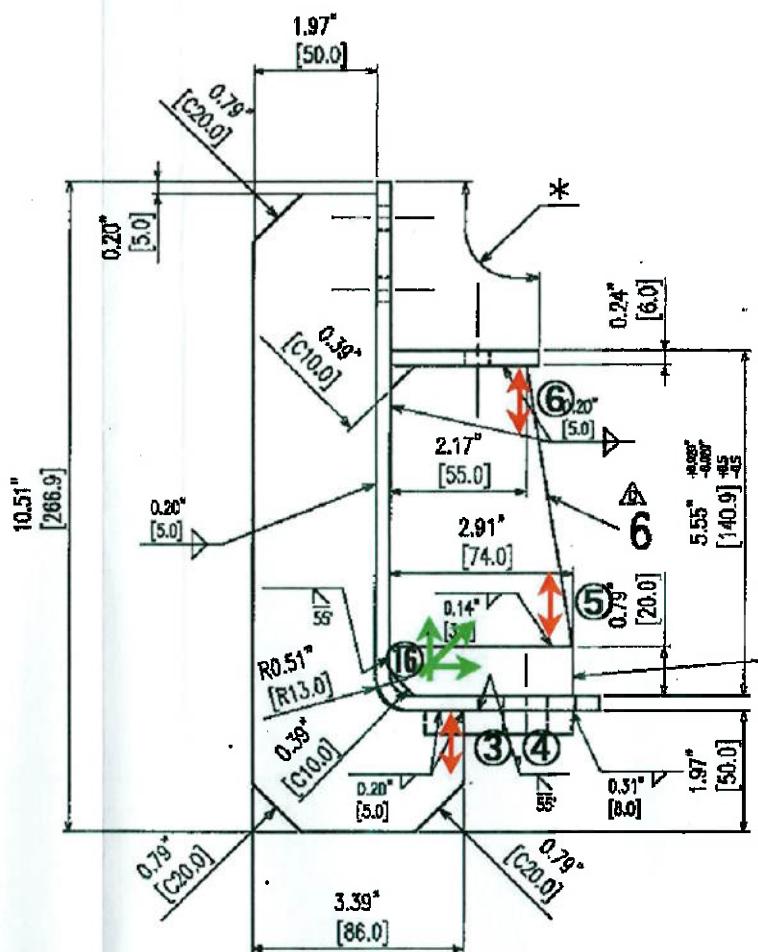
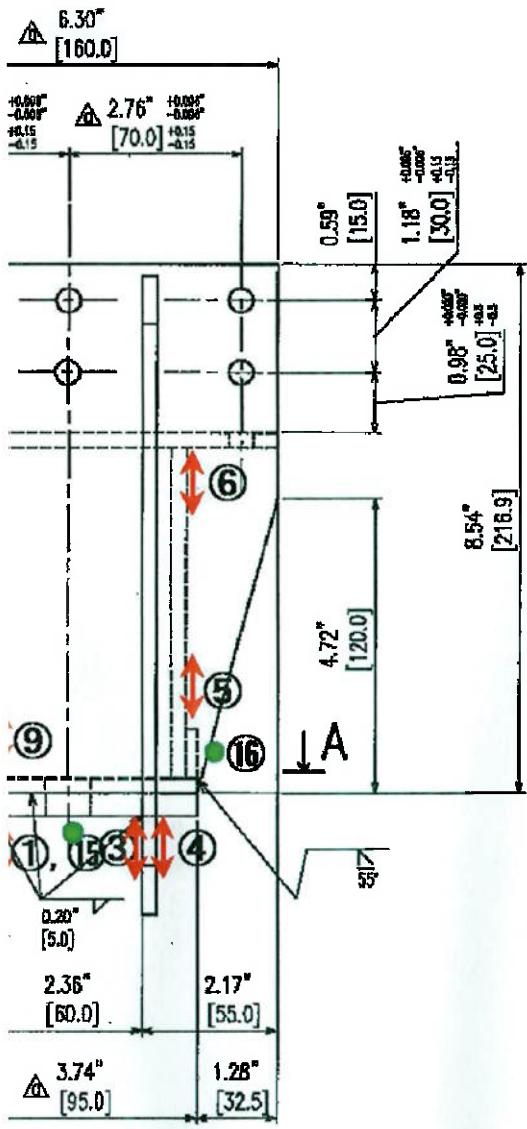
1. BATHE, K. J. **Finite Element Procedures.** Prentice-Hall, 1996
2. FIGLIOLA, R.S. E BEASLEY, D.E. **Theory and Design for Mechanical Measurements.** John Wiley & Sons , Inc. 3º edição, 2000.
3. HOFFMAN, K. **An Introduction to Measurements Using Strain Gages.** Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, 1989
4. SLOCUM, A. H. **Precision Machine Design.** H. Slocum, SME (Society of Manufacturing Engineering), 1992
5. TIMOSHENKO, S.P. E GERE, J.E., **Mecânica dos Sólidos - Volume 1,** Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1983
6. TIMOSHENKO, S.P. E GERE, J.E., **Mecânica dos Sólidos - Volume 2,** Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1983
7. TIMOSHENKO, S. P. E WOINOWSKI-KRIEGER, S. **Theory of plates and shells.** McGraw-Hill, ISE, 1959
8. YOUNG.W.C. ROARK'S. **Formulas for Stress and Strain.** McGraw-Hill, 1989
9. WHEELER, A.J E GANJI, A.R. **Introduction to engineering experimentation,** Prentice Hall, 1996
10. ZIENKIEWICZ, O.C. **The finite element method.** McGraw-Hill, 4th ed., 1989(vol.1) e 1991(vol.2).

Anexo A

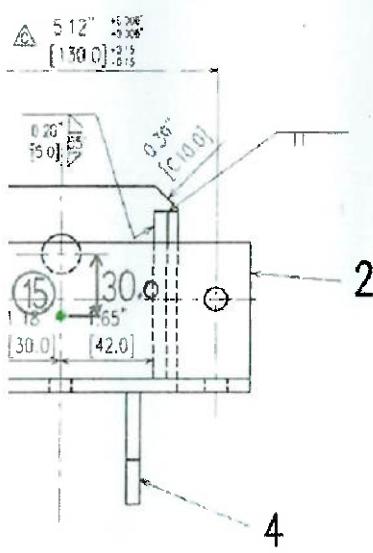
Desenhos do suporte N-1 e localização dos extensômetros



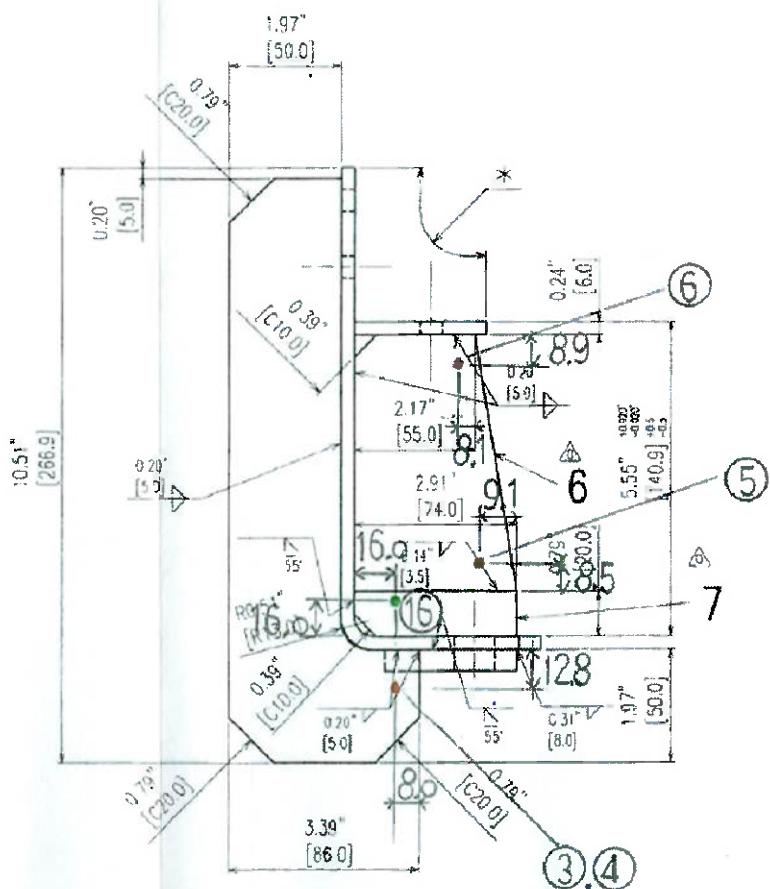
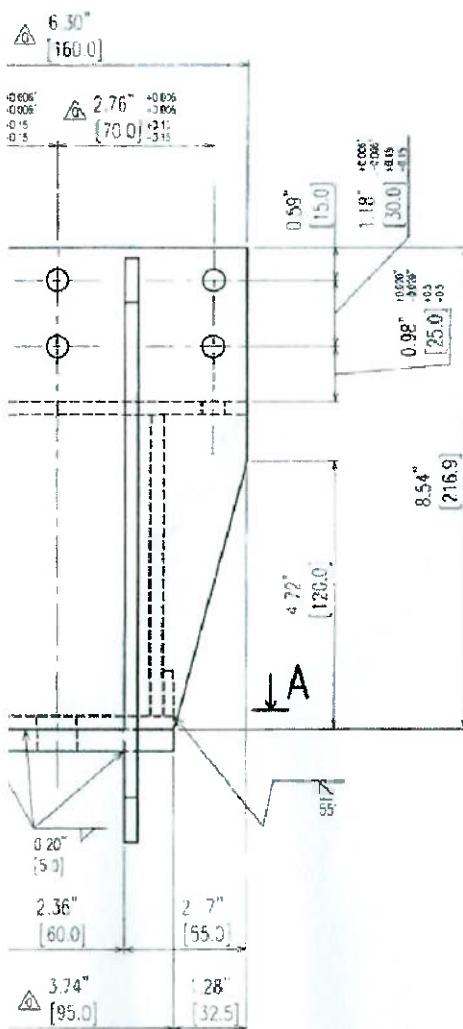
N-1



-  : tri-axial type strain gauges
-  : mono-axial type strain gauges



NM



- : tri-axial type strain gauges
 - : mono-axial type strain gauges