

JOAQUIM DE ALBUQUERQUE CAVALCANTI FERREIRA NOVO

ESTUDO DE METODOLOGIAS PARA AVALIAR O CUPOM CAMBIAL BRASILEIRO

São Paulo

2016

JOAQUIM DE ALBUQUERQUE CAVALCANTI FERREIRA NOVO

ESTUDO DE METODOLOGIAS PARA AVALIAR O CUPOM CAMBIAL BRASILEIRO

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do Diploma de Engenheiro de
Produção

São Paulo

2016

JOAQUIM DE ALBUQUERQUE CAVALCANTI FERREIRA NOVO

ESTUDO DE METODOLOGIAS PARA AVALIAR O CUPOM CAMBIAL BRASILEIRO

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do Diploma de Engenheiro de
Produção

Orientador: Professor Doutor Antonio Rafael
Namur Muscat

São Paulo

2016

FICHA CATALOGRÁFICA

Novo, Joaquim de Albuquerque Cavalcanti Ferreira
Estudo de metodologias para avaliar o cupom cambial brasileiro / J. A. C.
F. Novo -- São Paulo, 2016.
192 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Engenharia financeira 2. Curvas de juros 3. Cupom cambial
4. Interpolação numérica I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia de Produção II. t.

Dedico este trabalho à minha família

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família, principalmente minha mãe Ana Carolina e meu pai Fernando, por terem me dado condições de alcançar tudo que já conquistei, por terem construído meu caráter e pelo apoio em todas as escolhas que fiz em minha vida.

Aos meus amigos, por todos os bons momentos compartilhados.

Aos colegas de trabalho no Morgan Stanley, pelas chances oferecidas e por motivarem-me a desenvolver minhas capacidades todos os dias.

Aos professores da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, por todo o conhecimento oferecido durante minha graduação.

Ao meu orientador, Professor Doutor Antonio Rafael Namur Muscat, por ter aceitado o desafio de desenvolver comigo o presente trabalho em um tema complexo e pouco explorado.

Por fim, agradeço em especial ao meu avô Marcos, que durante toda minha vida compartilhou comigo o sonho de um dia me tornar um engenheiro.

It's hard to make predictions,
especially about the future.

(Niels Bohr)

RESUMO

O conceito de cupom cambial é abordado de diversas maneiras na literatura existente, podendo ser definido com uma perspectiva econômica, onde ele é tratado de forma genérica como sendo a remuneração ao capital estrangeiro investido no país, ou então com uma abordagem matemática, onde tal remuneração ao capital é modelada utilizando conceitos de juros e construindo curvas (estruturas temporais) que permitem comparar as taxas de retorno de cupom cambial estimadas para diferentes prazos.

Este trabalho tem por objetivo estudar diversas metodologias capazes de projetar, ao longo do dia, o perfil da estrutura temporal da curva à vista de juros de cupom cambial brasileiro, a partir de valores observados no mercado para derivativos financeiros que apresentam baixa liquidez, e com isso desenvolver um sistema que permita monitorar variações nesta curva para ser utilizado pela mesa de operações de um banco de investimentos estrangeiro.

Inicialmente, é apresentado o conceito de cupom cambial, juntamente com metodologias para modelá-lo na forma de uma curva de juros, implícita em diversos derivativos financeiros, bem como metodologias de interpolação numéricas e métricas para avaliar os resultados obtidos através de diferentes projeções.

São apresentadas diversas metodologias elaboradas pelo autor de interpolação da curva de juros de cupom cambial a partir de valores para contratos futuros negociados na BM&FBovespa e alguns outros produtos negociados em outros mercados.

A análise de resultados deste trabalho apresenta os valores obtidos através de simulações realizadas para diversas datas passadas utilizando as diferentes metodologias de interpolação propostas, tendo como ferramentas de análise as métricas de avaliação de projeções propostas bem como ferramentas estatísticas.

Por fim, é apresentado brevemente o modelo aplicado na empresa onde o autor realiza seu estágio supervisionado, o qual utiliza a melhor metodologia de interpolação para a curva ao longo do dia obtida através das simulações com dados históricos.

PALAVRAS-CHAVE: Cupom cambial – Curvas de juros – Interpolação numérica – Projeções

ABSTRACT

The concept of cambial coupon is described in different ways on existing literature, being defined either through an economic perspective, where it is treated as a generic remuneration to capital invested in the country, or through a mathematic perspective, where this remuneration is modeled with concepts of yield rates and used to determine yield curves (term structures) where it is possible to compare the expected cambial coupon return rate for different maturities.

The purpose of this paper is to study different methodologies capable of projecting, through a regular trading day, the term structure of the Brazilian cambial coupon yield curve, utilizing values observed in the market for low liquidity financial products, and then use it to develop a system to monitor moves on this curve to be used by the operations desk of a foreigner investment bank.

For that purpose, the concept of cambial coupon is initially presented together with methodologies to estimate its term structure as a zero curve, as well as numeric interpolation methods and metrics to evaluate the results obtained from different projections.

Next, multiple interpolation methodologies for the forward cambial coupon yield curve developed by the author are presented, using exchange-traded future contracts and few other products traded on other markets.

The results analysis section of this paper presents the results obtained through simulations for past dates using the multiple interpolation methodologies described above, using as a decision-making criteria the metrics to evaluate different projections as well as statistic tools.

In the end, it is presented the model developed for the company where the author is developing this project as well as his internship, using the best-fitting interpolation methodology attained through simulations with historical data.

KEY WORDS: Cambial coupon– Yield curves – Numeric interpolation – Projection

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação visual de um FRA entre duas datas futuras.	35
Figura 2 – Fórmula de Lagrange para obtenção de um polinômio de grau N-1 a partir de uma série de dados.	37
Figura 3 - Representação visual de uma interpolação por <i>Cubic Spline</i>	39
Figura 4 - Esquema de fluxos de ativos para o investidor estrangeiro que deseja atuar no Brasil.....	42
Figura 5 - Exemplo de fluxo de taxas e moedas para o investidor estrangeiro que deseja atuar no Brasil.....	43
Figura 6 - Exemplo de investimento para investidor estrangeiro através da operação do Casado.	45
Figura 7 - Representação temporal das datas relevantes para obtenção da curva à vista implícita de cupom cambial.....	53
Figura 8 - Representação temporal das datas e taxas relevantes ao cálculo de um NDF <i>onshore</i> a partir de produtos negociados na BM&FBovespa.	56
Figura 9 - Representação hipotética da estrutura temporal de uma curva de juros para demonstrar seus componentes na forma de um polinômio de segundo grau.	57
Figura 10 - Exemplo de conversa onde se negocia o Casado.....	66
Figura 11 - Melhores ofertas de compra e venda para contratos de futuro de DI1 ao longo do dia 17 de agosto de 2016.	68
Figura 12 - Tabela oficial com os ajustes para os contratos de DI1 futuro no dia 17/08/2016.	70
Figura 13 - Tabela oficial com os ajustes para os contratos de DI1 futuro no dia 17/08/2016.	71
Figura 14 - Melhores ofertas de compra e venda para contratos de futuro de FRC ao longo do dia 17 de agosto de 2016.	72
Figura 15 - Volume negociado de contratos de operação estruturada de FRA de cupom cambial (FRC) ao longo do mês de julho.	77
Figura 16 - Proposta inicial de desenvolvimento do modelo.	79
Figura 17 - Primeiro refinamento da proposta inicial de construção do modelo – a curva interpolada de variações a partir dos pontos definidos.....	89
Figura 18 - Representação do conceito de interpolar uma curva de juros desejada a partir de uma curva de referência e suas variações esperadas.	90
Figura 19 - Curva a termo de cupom cambial, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC no dia 22 de abril de 2016.	92

Figura 20 - Curva a termo de cupom cambial de referência, interpolada a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC no dia 22 de abril de 2016.	92
Figura 21 - Melhores ofertas de compra e venda para os contratos de FRC no dia 22 de abril de 2016.....	94
Figura 22 - Diferenças consideradas entre os pontos observados para a curva a termo de cupom cambial a partir dos contratos FRC e seu valor de referência para o dia 21 de abril de 2016.....	96
Figura 23 - Interpolação linear sobre as diferenças entre os pontos observáveis no dia 22 de abril de 2016 e seus valores de referência para o dia anterior.	97
Figura 24 - Metodologia proposta pelo autor para desenvolvimento do modelo de interpolação da curva à vista implícita de cupom cambial ao longo do dia a partir de derivativos financeiros.	98
Figura 25 - Curva a termo, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC no dia 22 de abril de 2016.	101
Figura 26 - Curva a termo de cupom cambial, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC (em azul), interpolada pelo método de regressão sobre múltiplos períodos (em vermelho) e utilizando uma suavização exponencial sobre a regressão em múltiplos períodos (em verde).	104
Figura 27 - Construção da curva a termo de cupom cambial teórica de fechamento, estimada a partir de regressões em períodos de 12 meses em contratos de FRC, e sua construção a partir de uma suavização exponencial com $\alpha = 30\%$	106
Figura 28 - Pontos considerados para se realizar a regressão polinomial com janela fixa ou móvel.....	108
Figura 29 - Construção da curva a termo de cupom cambial teórica de fechamento, estimada a partir de regressões em períodos de 12 meses móveis em contratos de FRC, e os parâmetros dos polinômios obtidos para cada janela móvel.....	109
Figura 30 - Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC utilizando interpolação linear entre os vértices definidos.....	113
Figura 31 - Comparação entre as diversas alternativas propostas para interpolação das variações esperadas ao longo do dia na curva de FRC aplicadas aos dados do dia 13 de abril de 2016 às 16h.....	118
Figura 32 - Comparação entre diversas alternativas propostas para interpolação das variações esperadas ao longo do dia na curva de FRC aplicadas aos dados do dia 26 de junho de 2016 às 13h.....	118

Figura 33 - Comparação entre diversas alternativas propostas para interpolação das variações esperadas ao longo do dia na curva de FRC aplicadas aos dados do dia 26 de junho de 2016 às 13h.	119
Figura 34 - Curvas a termo construídas a partir das metodologias 1 e 2 propostas pelo autor às 16h do dia 26 de agosto de 2016.	121
Figura 35 - Diferenças entre as curvas a termo de cupom cambial projetadas e seu valor oficial de fechamento.....	126
Figura 36 - Diferenças percentuais entre as curvas a termo de cupom cambial projetadas e seu valor oficial de fechamento.	127
Figura 37 - Exemplo da média dos erros percentuais obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as diferentes metodologias.	128
Figura 38 - Exemplo da média dos erros percentuais obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação da curva de variações.	129
Figura 39 - Exemplo da média dos erros percentuais absolutos obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as diferentes metodologias.....	129
Figura 40 - Exemplo da média dos erros percentuais absolutos obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação da curva de variações.	130
Figura 41 - Exemplo da média dos erros percentuais obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as diferentes metodologias para vencimentos selecionados.....	130
Figura 42 - Exemplo da média dos erros percentuais obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação da curva de variações para vencimentos selecionados.	131
Figura 43 - Exemplo da média dos erros percentuais absolutos obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as diferentes metodologias para vencimentos selecionados.	131
Figura 44 - Exemplo da média dos erros percentuais absolutos obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação da curva de variações para vencimentos selecionados.....	132
Figura 45 - Exemplo do erro percentual absoluto máximo obtido na projeção da curva de cupom a termo com as diferentes metodologias.....	132
Figura 46 - Exemplo do erro percentual absoluto máximo obtido na projeção da curva de cupom a termo com as metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação da curva de variações....	133
Figura 47 - Valores projetados para os contratos de FRC ao longo do dia 26 de agosto de 2016.	134

Figura 48 - Variação nos valores projetados de hora em hora para cada contrato de FRC na figura 47.	135
Figura 49 - Variação percentual absoluta nos valores projetados de hora em hora para cada contrato de FRC na figura 47.	135
Figura 50 - Média das variações percentuais da curva a termo projetada ao longo do dia 26/08/2016 pelas diversas metodologias de interpolação propostas.	136
Figura 51 - Média das variações percentuais da curva a termo projetada ao longo do dia 26/08/2016 pelas metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação propostas.	136
Figura 52 - Média das variações percentuais da curva a termo projetada ao longo do dia 26/08/2016 pelas diversas metodologias de interpolação propostas considerando apenas vencimentos selecionados.	137
Figura 53 - Média das variações percentuais da curva a termo projetada ao longo do dia 26/08/2016 pelas metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação propostas considerando apenas vencimentos selecionados.	137
Figura 54 - Média das variações percentuais da curva projetada ao longo do dia para as diversas metodologias de interpolação da curva de variações propostas.	138
Figura 55 - Média das variações percentuais da curva projetada ao longo do dia através das múltiplas propostas de interpolação para diversas datas passadas.	139
Figura 56 - Exemplo das médias das variações na curva projetada ao longo do dia para cada alternativa de interpolação da curva de referência proposta.	140
Figura 57 - Diferença nas médias dos erros percentuais absolutos para a curva projetada em datas passadas pelas metodologias 3 e 4 de interpolação da curva de referência.	141
Figura 58 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença nos erros máximos cometidos com ou sem suavização exponencial (alternativas 3 e 4).	142
Figura 59 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença nos erros máximos cometidos com ou sem suavização exponencial (alternativas 5 e 6).	142
Figura 60 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença nos erros máximos cometidos com ou sem suavização exponencial (alternativas 3 e 4) para os vencimentos selecionados.	142
Figura 61 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença nos erros máximos cometidos com ou sem suavização exponencial (alternativas 5 e 6) para os vencimentos selecionados.	143
Figura 62 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença na variação da curva projetada ao longo do dia com ou sem suavização exponencial (alternativas 3 e 4)... ..	143

Figura 63 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença na variação da curva projetada ao longo do dia com ou sem suavização exponencial (alternativas 5 e 6)....	143
Figura 64 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença na variação da curva projetada ao longo do dia com ou sem suavização exponencial (alternativas 3 e 4) para os vencimentos selecionados.	144
Figura 65 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença na variação da curva projetada ao longo do dia com ou sem suavização exponencial (alternativas 5 e 6) para os vencimentos selecionados.	144
Figura 66 - Média das variações percentuais absolutas da curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao longo do dia para todos os dias simulados.	144
Figura 67 - Média das variações percentuais absolutas da curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao longo do dia para todos os dias simulados para os vencimentos selecionados.	145
Figura 68 - Média dos erros máximos da curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao final do dia para todos os dias simulados.	146
Figura 69 - Média dos erros percentuais absolutos cometidos na curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao final do dia para todos os dias simulados.	146
Figura 70 - Média dos erros percentuais absolutos cometidos na curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao final do dia para todos os dias simulados apenas nos vencimentos selecionados.	147
Figura 71 - Média dos erros percentuais cometidos na curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao final do dia para todos os dias simulados.	147
Figura 72 - Média dos erros absolutos cometidos na curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao final do dia para todos os dias simulados apenas considerando vencimentos selecionados.	148
Figura 73 - <i>Tracking signal</i> para cada metodologia de interpolação da curva a termo de cupom cambial ao longo de todos os dias simulados.	148
Figura 74 - Comparação entre as alternativas de interpolação da curva de referência para o dia anterior ao longo de todos os dias simulados.	149
Figura 75 - Modelo em tempo real desenvolvido pelo aluno e aplicado na empresa.	152
Figura 76 - Representação visual de uma interpolação linear.	157
Figura 77 - Representação visual de uma regressão polinomial de terceiro grau.	157
Figura 78 - Tabela oficial com os ajustes para os contratos de FRC futuro no dia 17/08/2016.	166

Figura 79 - Tabela oficial com os ajustes para os contratos de FRC no dia 17/08/2016.....	166
Figura 80 - Preço de ajuste para contratos de DI1 com vencimento entre 2018 e 2020 nos primeiros dias de negociação de 2016.	168
Figura 81 - Curva a termo de cupom cambial, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC (em azul) e curva interpolada pelo método de regressão sobre todo o período (em vermelho).	169
Figura 82 - Curva a termo de cupom cambial, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC (em azul) e curva interpolada pelo método de regressão sobre todo o período (em vermelho).	170
Figura 83 - Construção da curva a termo de cupom cambial teórica de fechamento, estimada a partir de regressões em períodos de 12 meses em contratos de FRC (acima) e os respectivos parâmetros dos polinômios obtidos para cada período (abaixo).	171
Figura 84 - Curva a termo de cupom cambial, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC (em azul) e curva interpolada pelo método de regressão sobre múltiplos períodos (em vermelho).	172
Figura 85 - Construção da curva a termo de cupom cambial teórica de fechamento, estimada a partir de regressões em períodos de 12 meses móveis em contratos de FRC, e seus valores após uma suavização exponencial com $\alpha=30\%$	173
Figura 86 - Representação gráfica da curva a termo de cupom cambial teórica de fechamento, estimada a partir de regressões em períodos de 12 meses móveis em contratos de FRC, a mesma curva após uma suavização exponencial com $\alpha=30\%$ e seus valores originais.....	174
Figura 87 - Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC a partir de uma regressão linear sobre todos os vértices definidos.	175
Figura 88 - Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC a partir de uma regressão polinomial de segundo grau sobre todos os vértices definidos.	176
Figura 89 - Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC a partir de uma regressão polinomial de quarto grau sobre todos os vértices definidos.	177
Figura 90 - Curvas a termo construídas a partir das metodologias 3 e 4 propostas pelo autor às 16h do dia 26 de agosto de 2016.....	178
Figura 91 - Curvas a termo construídas a partir das metodologias 1 e 2 propostas pelo autor às 16h do dia 26 de agosto de 2016.....	179
Figura 92 – Resultados resumidos obtidos para simulações (I).....	184
Figura 93 - Resultados resumidos obtidos para simulações (II)	185
Figura 94 - Resultados resumidos obtidos para simulações (III).....	186

Figura 95 - Resultados resumidos obtidos para simulações (IV)	187
Figura 96 - Resultados resumidos obtidos para simulações (V)	188
Figura 97 - Resultados resumidos obtidos para simulações (VI)	189
Figura 98 - Resultados resumidos obtidos para simulações (VII).....	190
Figura 99 - Resultados resumidos obtidos para simulações (VIII)	191
Figura 100 - Calendarios de feriados no Brasil e nos EUA.....	192

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Distribuição de funcionários entre as áreas da empresa em 2015.....	29
Tabela 2 - Preço de fechamento (último negócio) do Casado em R\$/1000US\$ entre os dias 5 e 17 no mês de Agosto de 2016.....	67
Tabela 3 - Padrão internacional de letras utilizadas para representar meses de vencimentos em contratos futuros.	69
Tabela 4 - Valores em pontos negociados para o Casado ao longo do mês de abril de 2016, taxa de juros de cupom cambial implícita negociada nestes pontos e impacto da variação de 0,1 pontos no Casado sobre a taxa calculada.....	75
Tabela 5 - Quantidade de contratos de FRC com ofertas de compra e venda ao longo do dia para diversas datas do ano de 2016.	82
Tabela 6 - Valores calculados para o fator α minimizando a diferença entre a curva de juros a termo de cupom cambial interpolada e a original construída a partir dos valores de fechamento dos contratos de FRC.	105
Tabela 7 - Exemplo de distorções em uma interpolação por <i>Cubic Spline</i> com poucos pontos de referência na interpolação.	116
Tabela 8 – Alternativas de interpolação da curva de referência para o dia anterior.....	123
Tabela 9 - Alternativas de interpolação da curva de variações ao longo do dia.....	124
Tabela 10 - Exemplo de ajustes financeiros resultantes do carregamento de uma posição comprada em 10 contratos de dólar futuro.....	159
Tabela 11 - Preços de ajustes para o primeiro contrato de dólar futuro e para a operação de Casado ao longo do mês de janeiro de 2016.	167
Tabela 12 - Preço de ajuste para contratos de FRC ao longo do mês de janeiro de 2016. Valores em taxa de juros percentual nominal anualizada.....	167

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E TERMOS

BACEN	Banco Central do Brasil
BM&FBovespa	Bolsa de Valores, Mercadorias & Futuros de São Paulo
Casado	Operação estruturada de câmbio dólar-real
Carrego	Ato de manter uma posição em contratos futuros até a data de seu vencimento
CC	Cupom cambial
CDI	Certificado de Depósito Interbancário
CETIP	Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos
DI1	Contrato futuro de Depósito Interbancário
DDI	Contrato futuro de Cupom Cambial (Dólar – DI)
DOL	Contrato futuro de câmbio de reais por dólar comercial
EUA	Estados Unidos da América
<i>Forward</i>	Valor de certo ativo em data futura
FRA	<i>Forward Rate Agreement</i>
FRC	Contrato futuro de FRA de Cupom Cambial
IED	<i>Institutional Equities Division</i> – área da empresa onde o aluno realiza seu estágio supervisionado na qual será desenvolvido o trabalho, especializada em derivativos financeiros de renda variável
FID	<i>Fixed Income Division</i> – área da empresa especializada em derivativos financeiros de renda fixa
Futuro	Contrato que negocia o valor de certo ativo em uma data futura e prevê ajustes financeiros diários sobre a variação deste valor

LIBOR	<i>London Interbank Offered Rate</i>
<i>Market Maker</i>	Instituição que atua no mercado financeiro como formadora de mercado
NDF	Non Deliverable Forward
<i>Offshore</i>	Adjetivo utilizado no mercado financeiro referente a operações fora do país ao qual se esteja referindo
<i>Onshore</i>	Adjetivo utilizado no mercado financeiro referente a operações no próprio país ao qual se esteja referindo
<i>Player</i>	Participante do mercado financeiro
<i>Proxy</i>	Taxa de referência (genérica) aplicável ao contexto
PTAX	Taxa de Câmbio de reais por dólar de referência do mercado calculada diariamente pelo BACEN
<i>Spot</i>	Valor de certo ativo no presente
<i>Trader</i>	Profissional que atua no mercado financeiro na compra e venda de títulos de valor e seus derivativos
VBA	<i>Visual Basic for Applications</i> – Linguagem de programação do pacote Office da Microsoft voltada ao usuário final

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	23
1.1 Contextualização	23
1.2 Objetivo do trabalho	24
1.3 Motivação.....	25
1.3.1 <i>Motivação para a empresa.....</i>	<i>25</i>
1.3.2 <i>Motivação pessoal.....</i>	<i>26</i>
1.3.3 <i>Motivação acadêmica.....</i>	<i>27</i>
1.4 A Empresa.....	27
1.4.1 <i>Global.....</i>	<i>27</i>
1.4.1.1 <i>Área de renda variável (Institutional Equities Division).....</i>	<i>28</i>
1.4.1.2 <i>Área de renda fixa (Fixed Income Division).....</i>	<i>28</i>
1.4.2 <i>Local.....</i>	<i>29</i>
1.4.3 <i>Área onde o aluno realiza estágio supervisionado</i>	<i>30</i>
2. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO.....	31
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	33
3.1 Introdução ao conceito de juros.....	33
3.1.1 <i>Regime de capitalização simples.....</i>	<i>33</i>
3.1.2 <i>Regime de capitalização composto.....</i>	<i>34</i>
3.1.3 <i>Regime de capitalização contínuo.....</i>	<i>34</i>
3.1.4 <i>O conceito de FRA – Forward Rate Agreement.....</i>	<i>35</i>
3.2 Introdução ao conceito de interpolação numérica	36
3.2.1 <i>Interpolação linear.....</i>	<i>36</i>
3.2.2 <i>Regressão polinomial</i>	<i>36</i>
3.2.3 <i>Cubic Spline.....</i>	<i>37</i>
3.2.4 <i>Suavização exponencial.....</i>	<i>39</i>
3.3 O mercado de câmbio e juros no Brasil	40
3.4 A operação de dólar Casado e a origem do cupom cambial.....	41
3.5 Principais derivativos financeiros utilizados na construção da curva de juros de cupom cambial.....	47
3.5.1 <i>O contrato de dólar futuro (DOL).....</i>	<i>47</i>
3.5.2 <i>O Contrato Futuro de DII.....</i>	<i>48</i>
3.5.3 <i>Títulos do governo brasileiro</i>	<i>49</i>
3.5.4 <i>O contrato de futuro de cupom cambial (DDI).....</i>	<i>49</i>
3.5.5 <i>O contrato de operação estruturada de futuro do cupom cambial (FRC).....</i>	<i>50</i>
3.6 Construção da curva de juros pré-fixados no mercado brasileiro	51

3.7	Construção da curva à vista de cupom cambial brasileiro	51
3.7.1	<i>Ciclo de liquidação e calendários</i>	51
3.7.2	<i>O primeiro ponto da curva à vista de cupom cambial a partir do Casado</i>	53
3.7.3	<i>A curva à vista de cupom cambial para demais prazos implícita nos contratos de FRC e DI</i>	54
3.8	Comparação entre a curva à vista e a curva a termo de cupom cambial	57
3.9	Métricas utilizadas para avaliação de interpolações e projeções	58
3.9.1	<i>Erro médio</i>	59
3.9.2	<i>Erro médio absoluto.....</i>	59
3.9.3	<i>Erro médio absoluto quadrático.....</i>	59
3.9.4	<i>Erro médio percentual</i>	59
3.9.5	<i>Erro médio percentual quadrático.....</i>	60
3.9.6	<i>Tracking signal – sinal de busca.....</i>	60
3.10	Teste de hipótese para comparação de médias	60
4.	ANÁLISE DOS DADOS DISPONÍVEIS NO MERCADO E PLANEJAMENTO DO MODELO	63
4.1	Fontes dos dados utilizados no modelo	64
4.2	Dados da curva de juros pré-fixados no Brasil	67
4.3	Dados da curva de juros a termo do cupom cambial	71
4.4	Dados adicionais necessários à construção da curva à vista de cupom cambial ..	73
4.5	Dados em tempo real	73
4.6	Calendários.....	74
4.7	Principais desafios identificados nos dados disponíveis	74
4.8	Proposta inicial de construção do modelo	78
5.	COLETA DE DADOS PARA DESENVOLVIMENTO DO MODELO	81
5.1	Base de dados consolidada	81
5.2	Dados em tempo real para o modelo	82
6.	DESENVOLVIMENTO DO MODELO	85
6.1	Métricas que serão utilizadas na avaliação de propostas de soluções ao modelo	86
6.1.1	<i>Variação da curva projetada ao longo do dia.....</i>	87
6.1.2	<i>Diferença entre a curva projetada e a curva oficial de fechamento do dia</i>	88
6.2	Propostas de modelo a serem avaliadas.....	88
6.2.1	<i>Refinamento da proposta inicial de construção do modelo.....</i>	89
6.2.2	<i>Interpolação da curva de cupom cambial a termo considerada para o dia anterior ao dia desejado.....</i>	99
6.2.2.1	<i>Construção da curva sem interpolações com relação ao fechamento oficial</i>	100

6.2.2.2	<i>Construção da curva utilizando uma regressão polinomial sobre todo o período avaliado</i>	101
6.2.2.3	<i>Construção da curva utilizando múltiplas regressões sobre fragmentos do período avaliado</i>	102
6.2.2.4	<i>Construção da curva utilizando múltiplas regressões sobre fragmentos do período avaliado com suavização exponencial</i>	103
6.2.2.5	<i>Construção da curva utilizando regressões diferentes para cada vencimento considerado</i>	106
6.2.2.6	<i>Construção da curva utilizando regressões diferentes para cada vencimento considerado com suavização exponencial</i>	110
6.2.3	<i>Interpolação da curva das variações a partir de pontos observáveis</i>	111
6.2.3.1	<i>Interpolação da curva de variações com uma interpolação linear simples</i> ...	112
6.2.3.2	<i>Interpolação da curva de variações ao longo do dia por uma reta</i>	114
6.2.3.3	<i>Interpolação da curva de variações por um polinômio de segundo grau</i>	114
6.2.3.4	<i>Interpolação da curva de variações por um polinômio de quarto grau</i>	115
6.2.3.5	<i>Interpolação da curva de variações com uma regressão linear sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples (6.2.3.1)</i>	117
6.2.3.6	<i>Interpolação da curva de variações com uma regressão polinomial de segundo grau sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples (6.2.3.1)</i>	117
6.2.3.7	<i>Interpolação da curva de variações com uma regressão polinomial de quarto grau sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples (6.2.3.1)</i>	117
6.2.4	<i>Curva a termo de cupom cambial estimada ao longo do dia a partir da curva suavizada e de sua curva de variações esperadas ao longo do dia</i>	119
7.	ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS	123
7.1	Preparação dos dados obtidos por simulações passadas para análise	124
7.1.1	<i>Comparação entre a curva oficial de fechamento e a projetada momentos antes a cada dia</i>	124
7.1.1.1	<i>Média dos erros percentuais obtidos para todos os vencimentos</i>	128
7.1.1.2	<i>Média dos erros percentuais absolutos obtidos para todos os vencimentos</i> ..	129
7.1.1.3	<i>Média dos erros percentuais obtidos para vencimentos selecionados</i>	130
7.1.1.4	<i>Média dos erros percentuais absolutos obtidos para vencimentos selecionados</i> 131	
7.1.1.5	<i>Erro percentual absoluto máximo obtido para todos os vencimentos</i>	132
7.1.2	<i>Comparação entre as diversas projeções da curva ao longo do dia</i>	133
7.1.2.1	<i>Média das variações percentuais da curva ao longo do dia em todos os pontos</i> 133	
7.1.2.2	<i>Comparação entre as diversas projeções da curva ao longo do dia para pontos selecionados</i>	136
7.2	As alternativas 3 e 4 de interpolação de dados ao longo do dia	137

7.3	Consolidação dos dados simulados para múltiplas datas passadas	138
7.4	Comparação entre as propostas com e sem suavização exponencial para interpolação da curva de referência.....	140
7.5	Comparação entre as propostas de interpolação da curva de variações ao longo do dia.....	144
7.6	Comparação entre as propostas de interpolação da curva de referência para o dia anterior	149
8.	O MODELO EM TEMPO REAL DESENVOLVIDO A PARTIR DA MELHOR ALTERNATIVA ENCONTRADA	151
9.	CONCLUSÃO	153
10.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	155
	APÊNDICE A - Representação visual de uma interpolação linear	157
	APÊNDICE B - Representação visual de uma interpolação Polinomial	157
	APÊNDICE C - Dinâmica de um contrato de dólar futuro.....	157
	APÊNDICE D - Especificações de um contrato de DI1	160
	APÊNDICE E - Letra do Tesouro Nacional - LTN	161
	APÊNDICE F - Especificações de um contrato de DDI.....	162
	APÊNDICE G - Exemplo de tabelas de ajuste dos contratos de FRC.....	166
	APÊNDICE H - Exemplos de preços de referência obtidos na base de dados consolidada	167
	APÊNDICE I - Curvas de referência interpoladas de acordo com as metodologias propostas.....	169
	APÊNDICE J - Curvas de variação ao longo do dia interpoladas de acordo com as metodologias propostas	175
	APÊNDICE K - Curvas a termo de cupom cambial, construídas a partir das metodologias propostas	178
	APÊNDICE L - Macros em VBA utilizadas no trabalho.....	180
	a) Código para interpolação por cubic spline	180
	b) Código para encontrar o alfa mínimo nas suavizações exponenciais	181
	c) Código para interpolar por regressão polinomial de segundo grau	182
	d) Código para interpolar por regressão polinomial de quarto grau.....	182
	APÊNDICE M - Resultados resumidos obtidos para as simulações.....	184
	APÊNDICE N - Calendário de feriados no Brasil e nos EUA	192

1. INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O tema a ser desenvolvido neste trabalho tem por base o local onde o autor realiza seu estágio supervisionado, a mesa de operações de renda variável de um banco de investimentos estrangeiro. Tratando-se de um participante externo ao mercado brasileiro, uma das principais diferenças com relação aos seus pares locais é quanto ao custo de capital dos recursos alocados para as operações, uma vez que enquanto o investidor local tem seu capital em reais e uma taxa anual de retorno esperada atrelada à referência de juros interna, o participante externo tem seu capital em uma moeda estrangeira e uma taxa anual de retorno atrelada às referências globais, como a LIBOR (Taxa de referência para empréstimos em dólar, apurada diariamente pela Associação dos Banqueiros Britânicos em Londres).

De acordo com Garcia (2003), “um investidor dos EUA deve ser indiferente entre investir em títulos dos EUA recebendo a taxa de juros i , em dólares, e investir em títulos brasileiros recebendo a taxa de juros i^* em reais, travando a taxa de câmbio futura”. Em outras palavras, temos que, para um investidor estrangeiro que possua dólares, sua rentabilidade ao convertê-los em reais e aplicá-los no Brasil (protegendo-se da variação cambial no período) deve ser a mesma, acrescida de um prêmio, por manter este capital investido no país.

Tal prêmio pode ser atribuído a diversas causas, como perspectivas macroeconômicas para o chamado “risco-país”, onde entram na conta fatores como o risco de inadimplência do governo brasileiro em honrar seus títulos de dívida pública ou então a possibilidade de o governo instituir novamente uma tributação sobre transações de câmbio.

Para o investidor estrangeiro atuar no Brasil, é necessário que este possua reais, pois esta é a única moeda aceita em transações regularizadas. No entanto, o mercado de câmbio à vista não possui liquidez, e o que temos é a existência de uma operação estruturada denominada “Casado”, onde o investidor troca seus dólares por reais e automaticamente recebe uma posição em tamanho equivalente, mas no sentido inverso, em contratos de dólar futuro, tendo a troca *spot* (parte da operação onde ele efetivamente adquire os dólares que podem ser utilizados no país) sendo efetivamente realizada em uma data próxima acordada (usualmente, dois dias úteis após a data da negociação). Nesta estrutura, o contrato de dólar futuro não corresponde a uma troca física de moedas, sendo apenas um derivativo que garante proteção contra variações cambiais.

Seguindo o princípio de não arbitrariedade de juros descrito por Garcia (2003), devemos ter que a quantidade de pontos negociados em um negócio de Casado (diferença entre as taxa de câmbio da operação à vista e a do contrato de dólar futuro) deve equivaler à diferença de se manter, desde a data de liquidação da operação à vista até o vencimento do contrato futuro, os dólares por sua taxa de referência (por exemplo, a LIBOR) ou então os reais pela taxa de juros referência no mercado local (CDI).

No entanto, tal paridade equivaleria a dizer que o risco de se ter dólares investidos nos Estados Unidos ou no Brasil é o mesmo, o que não representa a percepção dos investidores globais. Por conta disso, a operação do Casado apresenta um diferencial de pontos menor do que o esperado, e esta diferença é atribuída ao que o mercado chama de cupom cambial.

O cupom cambial é, portanto, uma remuneração implícita ao capital estrangeiro investido no Brasil, que pode ser observada na estrutura do Casado bem como em outros derivativos financeiros complexos que serão descritos mais a fundo na revisão bibliográfica deste trabalho.

Uma vez que o cupom cambial é inferido a partir de operações que envolvem contratos futuros, temos que ele pode ser indiretamente negociado e estimado para diferentes prazos. Com isso, é possível modelar o cupom cambial através da construção da estrutura temporal de uma curva de juros, com rentabilidade diferente para prazos distintos.

Tendo em vista que o banco onde o aluno realiza seu estágio é, para todos os efeitos práticos, um investidor estrangeiro no mercado brasileiro, temos que a correta avaliação do cupom cambial e seu impacto no valor dos portfólios são de suma importância para a gestão do risco e tomada de decisões.

Atualmente, por se tratar de uma mesa de operações de renda variável com pouco contato com produtos de renda fixa, os gestores não dispõem de uma ferramenta eficiente para avaliar a curva de juros de cupom cambial ao longo do dia e estimar o impacto que variações na estrutura temporal desta curva têm sobre o valor de seus portfólios.

1.2 OBJETIVO DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é fornecer à mesa de operações onde o aluno realiza seu estágio uma ferramenta, na forma de planilha de Excel, capaz de auxiliar na tomada de decisões para

gestão de seus portfólios que estão sujeito às variações na estrutura temporal curva de juros de cupom cambial.

Para isto, o maior desafio é estabelecer um método capaz de estimar de forma precisa a estrutura temporal desta curva de juros ao longo do dia, tendo em vista que ela é a base para a precificação de muitos dos ativos de seus portfólios.

Como os derivativos financeiros a partir dos quais esta curva pode ser inferida apresentam baixa (ou em sua maioria, nenhuma) liquidez ao longo do dia, será preciso explorar alternativas para sua construção. Por baixa liquidez, entende-se um baixo volume de negócios nestes produtos, bem como poucas ofertas de compra e venda por parte dos participantes do mercado. A questão da baixa liquidez será discutida mais detalhadamente no capítulo de apreciação dos dados disponíveis no mercado e planejamento do modelo.

O autor irá propor e avaliar, ao longo deste trabalho, alternativas baseadas em métodos estatísticos e numéricos, tendo como base trabalhos já realizados anteriormente no tema de cupom cambial e também outras curvas de juros ao redor do mundo, utilizando as que melhor possam ser adaptadas ao contexto trabalhado.

A metodologia mais adequada será aquela que fornecer a menor diferença entre a curva estimada ao longo do dia e a real, obtida ao final do dia, o que pode ser verificado a partir de uma série de testes retroativos com dados históricos. Também é desejado que a metodologia de interpolação seja robusta, de forma a não apresentar grandes variações nas projeções como resultado de mudanças nos dados disponíveis ao longo do dia.

Por fim, tendo uma metodologia bem definida e validada a partir de testes históricos, será possível desenvolver uma ferramenta computacional em Excel que possa ser utilizada pelos gestores da mesa de operações para avaliar o comportamento da curva de juros de cupom cambial e auxiliá-los na tomada de decisões para seu portfólio.

1.3 MOTIVAÇÃO

1.3.1 Motivação para a empresa

Por ser um investidor estrangeiro no mercado brasileiro, a mesa de *Market Making* (formadora de mercado) de renda variável possui uma exposição natural ao cupom cambial brasileiro, devido à necessidade de se trazer capital e mantê-lo investido no país como forma

de cobrir garantias exigidas pela bolsa de valores local, bem como realizar operações de compra e venda de ativos no país.

Recentemente, devido ao cenário econômico e político agitado, nota-se que a percepção de risco-país do Brasil tem se tornado cada vez mais alta, o que é refletido diretamente na curva de juros do cupom cambial, uma vez que esta pode ser encarada como um “termômetro” para o risco de inadimplência do governo.

Por conta disso, a rentabilidade que pode ser obtida a partir de uma posição aplicada em cupom cambial é cada vez maior, bem como os riscos atribuídos à mesma. Para se ter um comparativo, temos que os níveis atuais de rentabilidade aos dólares investidos no país (medida através das taxas negociadas para cupom cambial) não eram vistos desde a crise financeira mundial iniciada em 2008, onde o cenário era catastrófico para o universo de investimentos em renda variável.

Buscando explorar tal cenário favorável para estar aplicado em cupom cambial (posição inerente à natureza dos negócios do banco) e visando um melhor controle de seus riscos, os gestores da mesa de renda variável têm buscado expandir seu portfólio através de operações em contratos futuros que negociam o cupom cambial para prazos maiores, o que lhes oferece uma rentabilidade maior atrelada a um risco que resulta em grandes variações no valor de seus portfólios no dia a dia. Tais operações são realizadas principalmente através de contratos de futuro de FRA de cupom cambial e estão descritas mais detalhadamente nas seções 3.5.4 e 3.5.5 deste trabalho.

Entretanto, estas operações são relacionadas a produtos de renda fixa, e os gestores da mesa de renda variável não dispõe de ferramentas eficientes e adaptadas ao perfil da mesa capazes de lhes fornecer um acompanhamento diário do movimento da curva de juros de cupom cambial e estimar variações do valor de seus portfólios.

1.3.2 Motivação pessoal

Por conta da situação descrita acima, o aluno identificou que existe espaço para se desenvolver um trabalho sobre o tema do cupom cambial na mesa de renda variável, uma vez que esta possui uma grande exposição ao produto, mas poucas ferramentas para acompanhá-lo e auxiliar na tomada de decisão.

Além de contribuir para seu desenvolvimento pessoal, expandindo seus conhecimentos, o aluno considera relevante o aprofundamento no tema, pois este tem impactos diretos no dia a dia da mesa de operações, e o desenvolvimento de uma ferramenta eficiente para a gestão de tais riscos irá garantir-lhe uma maior visibilidade frente a seus gestores, bem como aumentar a eficácia e eficiência da gestão dos portfólios da mesa.

1.3.3 Motivação acadêmica

Do ponto de vista acadêmico, o aluno considera que o aprofundamento no tema do cupom cambial, com foco na construção de sua curva de juros ao longo do dia quando seus produtos de referência possuem pouca liquidez, seja algo que possa contribuir à literatura referente ao tema, uma vez que ele próprio teve dificuldade em encontrar materiais acessíveis e com explicações facilmente reproduzíveis acerca da construção da estrutura temporal desta curva de juros.

Além disso, uma descrição do mercado atual de câmbio e juros no Brasil (e suas origens históricas) irá ajudar a compreender porque existem tantas peculiaridades neste mercado, com situações como a baixa liquidez em negócios para liquidação à vista de operações cambiais ou então a operação estruturada de contrato de futuro de FRA de cupom cambial (derivativo utilizado para negociar taxas de juros de cupom cambial entre duas datas futuras, descrito na seção 3.5.5 deste trabalho).

1.4 A EMPRESA

1.4.1 Global

A empresa onde o aluno realiza seu estágio e será utilizada como base para o desenvolvimento do trabalho é, conforme mencionado anteriormente, um banco de investimentos estrangeiro, sediado na cidade de Nova Iorque e com dezenas de escritórios ao redor do globo.

A instituição oferece a seus clientes uma vasta gama de produtos e serviços financeiros, desde áreas de *Investment Banking* como fusões, aquisições e ofertas públicas para abertura da sociedade até atividades de *Sales & Trading*, que são seu principal foco.

Apesar de ser um banco com atividades diversificadas, por motivos históricos a empresa não oferece serviços de banco de varejo, com atendimento a pessoas físicas. Seus serviços são

destinados exclusivamente a clientes institucionais, como fundos de investimentos, gestoras de carteiras, outros bancos e até governos.

A área de *Sales & Trading*, por sua vez, é segregada em outras duas principais: a de renda variável e a de renda fixa. As principais funções exercidas por cada área são as seguintes:

1.4.1.1 Área de renda variável (*Institutional Equities Division*)

- *Cash* (corretora) – oferece serviços de execução em transações relacionadas a ativos para seus clientes, principalmente ações, recibos de depósitos e cotas de fundos negociados em bolsas.
- *Prime Brokerage* (corretagem de primeira linha) – os serviços da área de *Prime Brokerage* do banco buscam oferecer aos clientes um atendimento personalizado para auxiliá-los na gestão de seus portfólios.
- *Equity Derivatives* – A área de derivativos de renda variável funciona como *Market Maker* (formadora de mercado) para os principais produtos financeiros negociados no mundo todo. Dentre estes produtos, podemos destacar opções, futuros, *swaps*, garantias, notas estruturadas, índices, carteiras e estruturas exóticas.
- *Electronic Trading* – A área de *trading* eletrônico do banco oferece a seus clientes plataformas e algoritmos de execução para que estes possam operar de forma autônoma nos mercados onde o banco está presente, através de sua corretora.

1.4.1.2 Área de renda fixa (*Fixed Income Division*)

- *Commodities* - assim como a área de derivativos para renda variável, a área de commodities do banco funciona como formadora de mercado, oferecendo produtos e gestão de risco para seus clientes.
- *Macro Products* – A área de produtos macro oferece liquidez em produtos como taxas de juros no mercado global e moedas, atuando como formadora de mercado para seus clientes.
- *Global Credit Products* – a GCP (em português, produtos de crédito globais) é a área que estrutura e negocia produtos relacionados a créditos corporativos e governamentais ao redor do globo, desde ativos municipais até títulos de alto retorno.

•*Distribution* – a área de distribuição atua principalmente no papel de vendas da instituição, estabelecendo relacionamentos com clientes institucionais, outros bancos, companhias de seguros, *hedge funds*, gestores de carteira, fundos de pensão e fundos mútuos. Os executivos desta área buscam auxiliar o investidor a atingir seus objetivos, oferecendo sua *expertise* nos produtos, bem como facilitando contato com as outras áreas do banco.

Fonte dos dados apresentados: Adaptado da seção de relacionamento com o investidor do *site* oficial da empresa.

1.4.2 Local

No Brasil, a empresa está presente desde 1997, quando abriu seu primeiro escritório. As áreas de atuação são muito semelhantes às existentes no resto do mundo, sendo que a maior parte do seu *front office* está concentrado nas áreas de *Sales & Trading*.

A partir de uma conversa com o departamento de Recursos Humanos da empresa (RH), foi possível levantar dados referentes à distribuição de funcionários entre as áreas de *Investment Banking* (IBD/GCM), IED, *Research*, FID e *Infrastructure* no Brasil ao final do ano de 2015. Comparando estes números com os de 2005, quando o total de funcionários no escritório em São Paulo era de apenas 61 e não existia um controle formal da separação entre as áreas, podemos evidenciar o rápido crescimento da instituição.

Além da forte presença de *Sales & Trading*, podemos destacar também o tamanho da equipe de *Research*, que tem como principais atribuições elaborar relatórios para uso das mesas de operação do banco e seus clientes.

Tabela 1 - Distribuição de funcionários entre as áreas da empresa em 2015.

Área	Funcionários
IBD/GCM	43
IED	36
Research	21
FID	21
Infra	111
Total	232

Fonte: Conversa com o departamento de Recursos Humanos da empresa.

1.4.3 Área onde o aluno realiza estágio supervisionado

O aluno e autor deste trabalho realiza seu estágio na mesa de operações de renda variável do banco. O principal objetivo da mesa, ao participar do mercado, é atuar como *Market Maker* (formador de mercado) para os principais produtos de renda variável relacionados aos ativos negociados no país, de forma a prover liquidez e acesso a seus clientes, sendo estes tanto locais quanto estrangeiros. No papel de formadores de mercado, os gestores de risco têm de assumir posições em negócios com seus clientes e oferecer preços para qualquer operação que lhes for solicitada. Seu desafio é, portanto, gerenciar os riscos resultantes de entrar em tais operações, sendo que a exposição ao movimento do mercado é apenas um deles.

Tais gestores de risco são comumente chamados de *traders* pelo mercado, nome em inglês que, de acordo com o dicionário Michaelis (2015), pode ser traduzido como comerciante ou negociante e será adotado neste trabalho por adequar-se ao contexto estudado e para facilitar a leitura dos que já estão familiarizados com o termo.

Na mesa de renda variável do Brasil, os *traders* são divididos em três principais grupos: *swaps*, derivativos e sistemáticos. Além disso, existem os corretores, que operam em nome de clientes e, por isso, não assumem riscos, mas interagem diretamente com o mercado.

O aluno atualmente auxilia os *traders* sistemáticos em suas atividades diárias, o que envolve o desenvolvimento e acompanhamento de relatórios periódicos com indicadores de riscos genéricos da mesa como um todo, acompanhamento de estratégias de arbitragem do mercado, desenvolvimento de modelos de mapeamento de mercado, gestão de portfólios de derivativos futuros e auxílio na integração entre os diversos grupos da mesa de operações.

Além disso, o aluno passou um longo período acompanhando e auxiliando os *traders* de derivativos da mesa, o que lhe rendeu conhecimento amplo acerca da gestão de risco em portfólios de derivativos, bem como uma base matemática acerca da precificação de opções e desenvolvimento de modelos de risco de forma genérica.

2. DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

O trabalho a ser desenvolvido irá contemplar as seguintes etapas:

- Introdução
- Revisão bibliográfica
- Análise dos dados disponíveis no mercado e planejamento inicial do modelo
- Coleta de dados para validação
- Desenvolvimento do modelo
- Análise de resultados obtidos
- Desenvolvimento do modelo aplicado na empresa
- Conclusão

Os objetivos de cada etapa e o motivo para se adotar tal ordem serão discutidos no início do capítulo 4 - Análise dos dados disponíveis no mercado e planejamento inicial do modelo.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE JUROS

O primeiro conceito técnico a ser abordado no desenvolvimento deste trabalho é o de juros. Para Securato (2008), o conceito de juros pode ser definido como sendo a remuneração pelo uso de capital (expresso em forma monetária).

De acordo com Securato (2008), a medida direta de juros em sua forma monetária pode ser calculada de acordo com a seguinte fórmula:

$$J = F - P$$

Onde J representa os juros em dado intervalo de tempo, F é o capital final (montante) e P é o capital inicial (principal).

No mercado financeiro, a forma mais utilizada para se tratar juros é através de taxas, pois estas são mais representativas para comparações e facilitam os cálculos. Uma taxa de juros pode ser entendida como sendo a remuneração em dado intervalo de tempo ao capital inicial. Em símbolos, temos:

$$i = \frac{J}{P}$$

Onde i representa a taxa de juros no período, J os juros na forma monetária e P é o principal.

Muitas vezes, o que interessa é lidar com diferentes taxas em uma única base de comparação, para facilitar os cálculos. No entanto, é preciso para isso definir qual é o regime de capitalização ao qual o capital está sujeito: este pode ser discreto (simples ou composto) ou, então, contínuo.

3.1.1 Regime de capitalização simples

Em um regime de capitalização simples, temos que uma determinada taxa de juros é aplicada a todos os períodos, considerando sempre o montante inicial. Desta forma, temos que os juros resultantes são dados por:

$$J = n.P.i$$

Onde n é o número de períodos considerados e i é a taxa de juros para o respectivo período.

Tal forma de capitalização é pouco comum no Brasil, porém é muito utilizada nos mercados externos devido à sua praticidade uma vez que o conceito de juros já era utilizado há muitos séculos antes de existirem os poderosos computadores presentes em instituições financeiras hoje em dia.

Por ser avaliado como uma taxa de retorno indireta ao investidor estrangeiro, inferido a partir da diferença de rentabilidade de dólares investidos no Brasil ou nos Estados Unidos, o cupom cambial é um dos raros casos no Brasil onde se utiliza tal metodologia de modelagem.

3.1.2 Regime de capitalização composto

Em um regime de capitalização composto, temos que uma determinada taxa é aplicada a cada período considerando o montante inicial acrescido dos juros acumulados até o momento. Desta forma, utilizando a mesma notação apresentada por Securato (2008), temos que ao se aplicar certa taxa i em um montante inicial P por n períodos, o capital final F obtido será:

$$F = P(1 + i)^n$$

Tal forma de capitalização é a mais comum no Brasil, sendo amplamente utilizada nos cálculos de rentabilidade de títulos públicos e demais derivativos atrelados ao mercado de renda fixa. Neste trabalho, temos que este é o método utilizado na modelagem da curva brasileira de juros pré-fixados a partir dos contratos de DI futuro, descritos em detalhes na seção 3.5.2 deste trabalho.

3.1.3 Regime de capitalização contínuo

O regime de capitalização contínua pode ser entendido como uma adaptação do de capitalização composta, considerando-se intervalos infinitesimais de tempo. Com um pouco de manipulação algébrica simples e conceitos de cálculo diferencial, partindo dos conceitos apresentados por Securato (2008) e Hull (1998), chegamos à seguinte fórmula:

$$F = P.e^{i.n}$$

Tal forma de capitalização de juros é pouco utilizada na construção de curvas de juros atreladas a títulos públicos, porém é a mais comum ao se lidar com modelos avançados de precificação de derivativos como o de Black & Scholes, utilizado para se precificar opções reais (HULL, 1998). Um dos motivos para isto são as propriedades algébricas ao se lidar com funções exponenciais e premissas de continuidade em tais modelos.

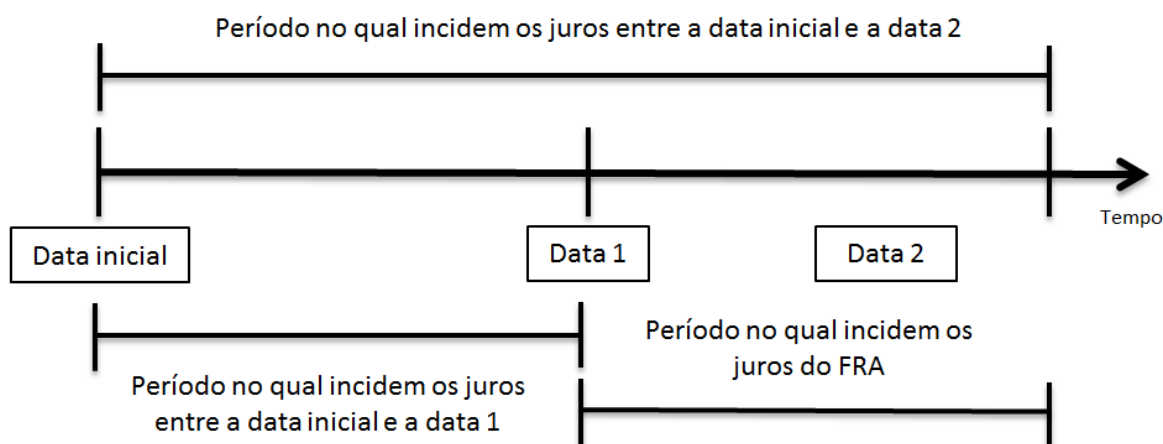
3.1.4 O conceito de FRA – *Forward Rate Agreement*

O conceito de FRA (*Forward Rate Agreement*) será amplamente utilizado neste trabalho, por estar presentes em muitos dos derivativos financeiros apresentados neste trabalho e por ser muito comum ao estudo de curvas de juros.

Um FRA corresponde a uma taxa de juros teórica entre duas datas futuras. Tal taxa pode ser calculada conhecendo-se as taxas de juros entre qualquer outra data e as duas do FRA (usualmente, tem-se a taxa entre as diversas datas futuras e a data inicial).

A figura 1, elaborada pelo autor, ilustra em uma estrutura temporal a representação de um FRA. O cálculo efetivo da taxa de juros implícita no FRA é realizado considerando-se o regime de capitalização em questão, assumindo-se um princípio de não arbitrariedade segundo o qual os juros resultantes de se aplicar um montante inicial à rentabilidade oferecida entre a data inicial e a data 1 e posteriormente entre a data 1 e a data 2 (FRA) devem ser iguais a rentabilidade obtida ao aplicar tal montante entre a data inicial e a data 2.

Figura 1 - Representação visual de um FRA entre duas datas futuras.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.2 INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE INTERPOLAÇÃO NUMÉRICA

Nesta seção do trabalho, serão apresentadas algumas técnicas utilizadas para se interpolar séries numéricas computacionalmente. Tais técnicas serão utilizadas futuramente no trabalho tanto para o tratamento de dados históricos, obtendo valores aproximados para juros incidentes em que não se encontram explicitamente definidos em contratos negociados na BM&FBovespa ou similares, quanto para construção de interpolações e projeções de curvas de forma dinâmica ao longo do dia no modelo a ser desenvolvido.

3.2.1 Interpolação linear

O método mais simples de interpolação entre dois pontos definidos em um plano cartesiano é a interpolação linear. Tal método supõe que, tendo definidas as coordenadas X e Y de dois pontos e traçando-se uma reta que os una, o valor Y de um terceiro ponto qualquer dado seu X deve ser aquele que faz com que o novo ponto definido por suas coordenadas (X,Y) também pertença à reta. Uma representação visual de uma interpolação linear está disponível no apêndice A deste trabalho

Algebricamente, podemos definir a interpolação linear da seguinte maneira, a partir do que é proposto por Andersen e Piterbarg (2010, apud CARREIRA e BROSTOWICZ, 2016) para a interpolação linear de taxas de juros:

$$Y(X_1, X_2, Y_1, Y_2, X) = Y_1 + (Y_2 - Y_1) * \frac{X - X_1}{X_2 - X_1}$$

Onde X_1 , X_2 , Y_1 e Y_2 representam os valores X e Y para os dois pontos conhecidos e X representa o valor conhecido para o ponto no qual se deseja estimar Y. No caso da interpolação linear de curvas de juros, utilizam-se como variáveis X as datas futuras ou a quantidade de dias (úteis ou totais) compreendidos entre a data futura e a data inicial de referência, e Y é o valor dos juros definido para as respectivas datas.

3.2.2 Regressão polinomial

Entre dois pontos quaisquer, existe uma única linha. Entre três pontos, uma única quadrática, etc. A interpolação polinomial de grau N-1 através de N pontos é dada explicitamente pela fórmula clássica de Lagrange (Press, Teukolsky, Vetterling e Flannery, 1992).

Figura 2 – Fórmula de Lagrange para obtenção de um polinômio de grau N-1 a partir de uma série de dados.

$$P(x) = \frac{(x - x_2)(x - x_3)\dots(x - x_N)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)\dots(x_1 - x_N)}y_1 + \frac{(x - x_1)(x - x_3)\dots(x - x_N)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)\dots(x_2 - x_N)}y_2 \\ + \dots + \frac{(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_{N-1})}{(x_N - x_1)(x_N - x_2)\dots(x_N - x_{N-1})}y_N$$

Fonte: Press, Teukolsky, Vetterling e Flannery, 1992.

O parágrafo acima ilustra uma das propriedades mais importantes das funções polinomiais, a de que, para cada conjunto de N pontos, existe um polinômio de grau N-1 que é capaz de interpolar perfeitamente todos eles. No entanto, a obtenção de tal polinômio é uma atividade exaustiva e muitas vezes pouco representativa, quando se deseja interpolar uma série de dados nos quais se sabe que existem pontos suspeitos, uma vez que a capacidade de suavizar tais distorções é desejável na hora de realizar uma projeção futura.

Desta forma, a ideia ao utilizar uma regressão polinomial é obter, para dado conjunto de N pontos, um polinômio de grau igual ou menor a N-2 que melhor se ajuste aos pontos dados, uma vez que o polinômio de grau N-1 poderia ser obtido a partir da fórmula mencionada na figura 2. Desta forma, o polinômio obtido serve para estimar quaisquer outros pontos próximos aos iniciais de forma satisfatória, bem como avaliar o quanto os pontos já existentes aproximam-se de seus valores interpolados.

Para obtenção do polinômio na regressão, o método mais comumente utilizado é o dos Mínimos Múltiplos Quadrados, que consiste em minimizar o quadrado das diferenças entre os valores $Y = f(X)$ calculados para cada X do conjunto original de N pontos e seus respectivos valores Y originais.

Uma representação visual de uma interpolação polinomial está disponível no apêndice B deste trabalho.

3.2.3 Cubic Spline

Na seção anterior, onde foi definida uma interpolação através de regressão polinomial, foi mencionado que para cada conjunto de N pontos existe um polinômio de grau N-1 que é capaz de interpolar perfeitamente todos eles.

O *Cubic Spline* é, segundo definição de Varga (2010), um processo de ajuste que gera um caminho suave entre todos os pontos disponíveis. O conceito de “suave” pode ser mais bem explicado através de sua definição matemática formal, que corresponde a dizer que o “caminho” gerado entre todos os pontos disponíveis em *Cubic Spline* corresponde a uma função polinomial cujas primeira e segunda derivadas existem para todos os pontos nos quais a função é definida.

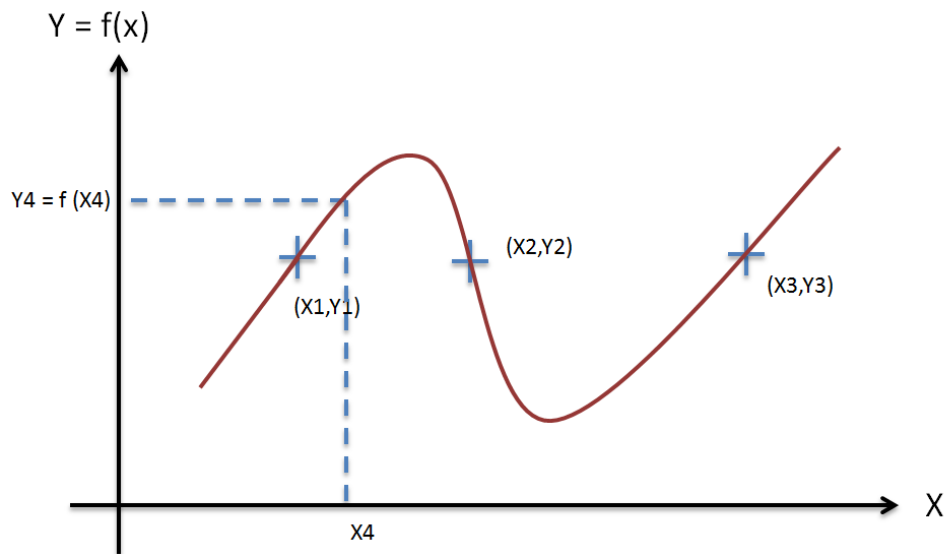
O método através do qual o *Cubic Spline* garante a continuidade da função consiste em obter, para cada par de pontos N e $N+1$, um polinômio de terceiro grau cujas derivadas sejam contínuas com relação aos polinômios dos pares de pontos adjacentes ($N-1$ e N ; $N+1$ e $N+2$). Desta forma, o polinômio resultante da sobreposição de todos os polinômios parciais obtidos pelo *Cubic Spline* para dado conjunto de N pontos é um polinômio de grau $2N + 1$.

O interessante do método de *Cubic Spline* é que não é necessário saber nem construir tal polinômio único, uma vez que para a interpolação (ou extrapolação) de valores a partir de uma série de dados inicial é utilizado um método computacional iterativo.

O uso de *Cubic Splines* é amplamente difundido em diversas áreas de engenharia e finanças, e muitos softwares já possuem em suas bibliotecas de cálculo funções de *Cubic Spline*. Apesar disso, o Microsoft Excel não possui tal ferramenta, o que levou o autor a desenvolver um pequeno código em linguagem VBA capaz de realizar tal interpolação. Códigos semelhantes podem ser obtidos facilmente na internet, e o utilizado neste estudo está disponível apêndice L deste trabalho.

Na figura 3, podemos ver a representação visual do método de *Cubic Spline*, utilizado para obter uma interpolação para o valor de Y_4 a partir dos pontos conhecidos (X_1, Y_1) , (X_2, Y_2) , (X_3, Y_3) e X_4 .

Figura 3 - Representação visual de uma interpolação por *Cubic Spline*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na representação da figura 3 temos que, para cada intervalo compreendido entre X e $X+1$ do conjunto inicial de pontos (X, Y) , o algoritmo utilizado calculou um único *Cubic Spline* que é utilizado para estimar quaisquer outros pontos cujas coordenadas X encontrem-se neste intervalo. A curva vermelha da figura nada mais é que a junção dos diversos *splines* calculados ao longo de todo o eixo X . Podemos notar que a curva apresenta um perfil contínuo ao longo de todo o intervalo considerado.

3.2.4 Suavização exponencial

O conceito de suavização exponencial, conforme descrito por Hyndman e Athanasopoulos (2013), é uma técnica utilizada para interpolar séries temporais nas quais não é possível identificar fatores de tendência ou sazonalidade, na qual a estimativa de valores futuros é obtida a partir de valores passados, onde a taxa com a qual o peso de medidas passadas influencia na estimativa futura decai exponencialmente de acordo com o fator α . Uma estimativa de valor futuro pode ser obtida da seguinte maneira:

$$X(T+1)|T = \alpha * X|T + \alpha(1-\alpha) * X|(T-1) + \alpha(1-\alpha)^2 * X|(T-2) + \dots$$

Onde α é o fator de decaimento exponencial do modelo, $X(T+1)|T$ representa o valor esperado para X no instante $(T+1)$ estimado no instante T , $X|T$ é o valor observado para X no instante T , $X|(T-1)$ é o valor observado para X no instante $(T-1)$ e assim por diante.

Uma vez que estimativas futuras dependem somente de medidas passadas, um modelo que utilize suavização exponencial aproxima-se de um que utilize uma média móvel para estimar valores futuros, com a diferença principal sendo a taxa de decaimento exponencial que valores passados têm na estimativa atual.

3.3 O MERCADO DE CÂMBIO E JUROS NO BRASIL

O mercado de câmbio e juros no Brasil é, na visão de diversos autores citados ao longo deste trabalho, um dos mais peculiares do mundo. Diversos produtos e conceitos são únicos ao nosso país, sendo o mais marcante deles, para o escopo deste trabalho, sendo o uso de juros com capitalização composta com base em um calendário de 252 dias úteis ao ano, enquanto o resto do mundo utiliza em sua grande maioria juros na forma linear anualizada na base 360 com capitalização simples.

Tal fato leva a peculiaridades exclusivas ao nosso mercado, como a existência de produtos modelados através de duas taxas com base em calendários e formas de capitalização diferentes, como é o caso do Casado e dos contratos de câmbio futuro.

Para entender como tais peculiaridades funcionam, é importante entender como surgiram. “Se você vê uma tartaruga no topo de um poste, você se questiona: ‘Quem colocou isto aí?’. (...) existem tartarugas que não apenas estão em cima de postes, mas elas também estão fazendo malabarismo com serras elétricas”.

É com a analogia acima que os autores Carreira e Brostowicz (2016) iniciam a discussão sobre o estado atual do mercado de derivativos de câmbio e juros no Brasil, dada a complexidade do cenário atual. Ao longo do capítulo inicial de sua obra, eles buscam identificar as “origens” das tartarugas acima, e um breve resumo disto será apresentado aqui.

O modelo de juros no Brasil, na forma como existe hoje, teve início no começo da década de 90, com o surgimento do Plano Real. Na época, um dos maiores problemas econômicos que o país enfrentava era a inflação em patamares elevadíssimos, chegando a níveis como 2% ao dia (aproximadamente 720% ao ano em regime de capitalização simples).

Tal cenário representava uma enorme dificuldade para a economia como um todo, pois afastava os investimentos e prejudicava imensamente a qualidade da vida da população. Neste ambiente, era comum que as pessoas buscassem gastar o mais rapidamente possível pagamentos obtidos e estocassem produtos, com medo de perder seu poder de compra. Isso

teve grande impacto na forma como os bancos lidavam com suas posses financeiras, e o surgimento do regime de capitalização composto é atribuído por muitos que estudam o mercado atual em parte a tal fato.

O Plano Real foi um grande sucesso na medida em que foi capaz de segurar a inflação e a desvalorização cambial (para se comparar o valor de 1 dólar com a moeda brasileira em anos anteriores ao Plano Real, é necessário utilizar uma escala logarítmica, tamanha foi a desvalorização de tais moedas). Com isso, teve início a formação de um mercado aberto a participantes externos e muito mais bem regulamentado, com o surgimento também de diversos derivativos financeiros negociados na bolsa de valores nacional de grande importância, como o contrato de dólar futuro (DOL) e o contrato de futuro de depósito interbancário (DI1).

Tal modelo econômico, onde a taxa de câmbio é flutuante e a inflação é controlada através de uma taxa de juros definida pelo governo, possibilitou a estabilização da economia nacional e uma grande abertura ao mercado estrangeiro. No entanto, tais intervenções tiveram um custo ao governo, que foi um grande aumento na dívida pública, que permanece até hoje e continua sem solução.

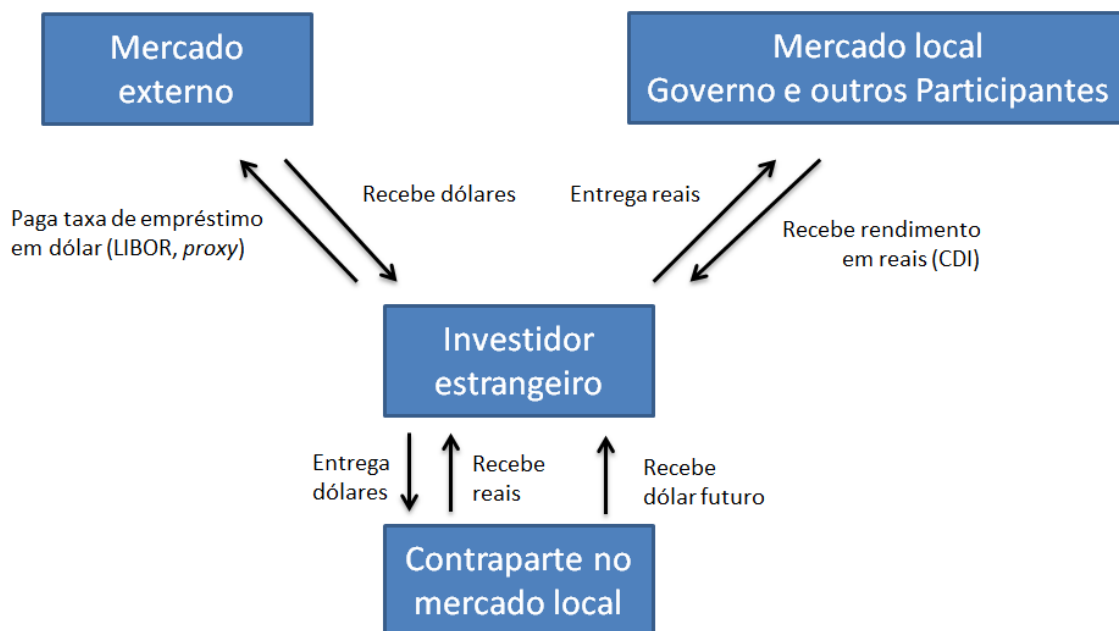
Cabe aqui ressaltar que, atualmente, 25 anos depois do início do Plano Real, o Brasil continua sendo o país dentre os emergentes e desenvolvidos que apresenta a maior taxa de juros real em moeda local, e uma das maiores taxas de juros dolarizadas globais (identificável, no nosso caso, através do cupom cambial, uma vez que este é uma medida da remuneração aos dólares investidos no Brasil livre da variação cambial no período). Outros exemplos notáveis são países como a Índia e a Rússia, que apresentam também uma elevada taxa de juros dolarizada, apesar das dimensões de seus mercados de juros e câmbio serem inferior.

3.4 A OPERAÇÃO DE DÓLAR CASADO E A ORIGEM DO CUPOM CAMBIAL

Ao lidar com o conceito de cupom cambial no Brasil, o primeiro passo é identificar sua origem, que está na estrutura fundamental para a entrada de investidores estrangeiros no Brasil, uma operação comumente chamada de Casado pelos participantes do mercado, termo que será adotado neste trabalho.

O esquema a seguir, juntamente com seu exemplo, busca ilustrar de forma simplificada como se dá tal operação e identificar a origem do cupom cambial.

Figura 4 - Esquema de fluxos de ativos para o investidor estrangeiro que deseja atuar no Brasil.



Fonte: Elaborado pelo autor.

No esquema da figura 4, temos as seguintes trocas de ativos que permitem ao investidor levantar dólares, convertê-los em reais e investi-los no Brasil:

O Investidor vai ao mercado externo e obtém um empréstimo (normalmente nos Estados Unidos, onde a oferta de dólares é maior), ao qual paga uma taxa de remuneração referenciada em taxas globais atreladas ao dólar. Para instituições financeiras, pode ser uma *proxy* (termo do mercado que significa taxa interna de remuneração) já pré-definida ou então uma taxa a mercado como a LIBOR, ou seja, uma taxa oferecida por outra contraparte no mercado disposta a fazer o empréstimo, mas que pode variar dependendo das condições econômicas na data.

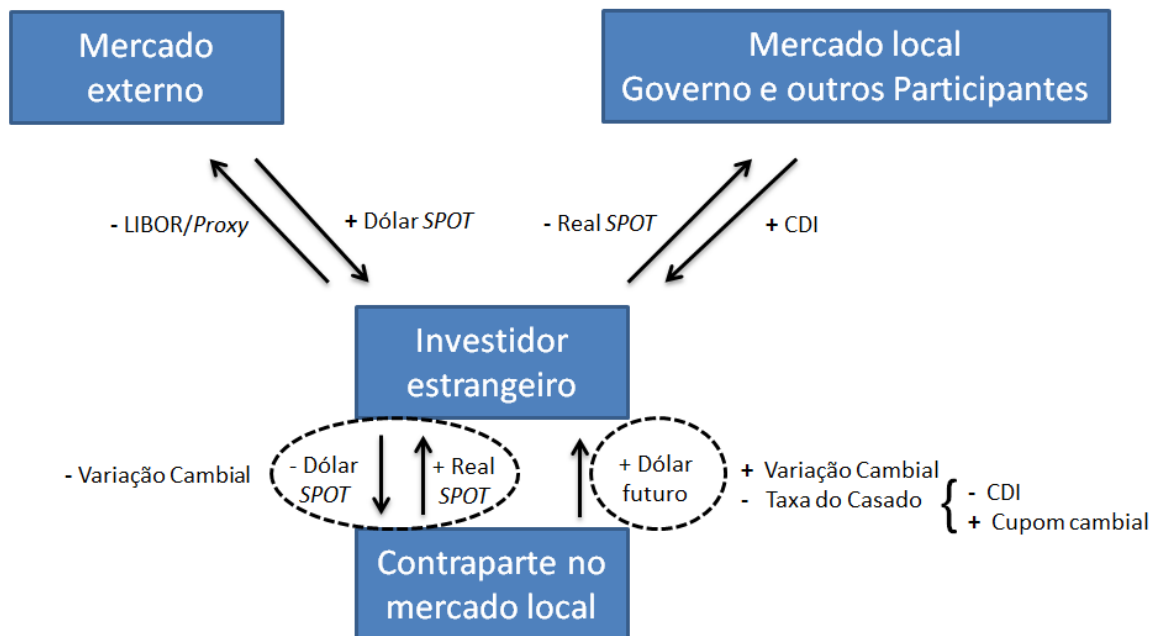
O Investidor entra em acordo com uma contraparte local para realizar uma operação de Casado (normalmente outra instituição financeira, seja esta local ou estrangeira), onde troca os Dólares obtidos no mercado externo por reais que possam ser utilizados no mercado local. Além disso, recebe uma posição comprada em contratos de dólar futuro para uma quantidade equivalente de dólares, o que lhe garante não estar exposto à variação cambial. O Casado é negociado como sendo a diferença entre a taxa de câmbio negociada para o contrato de dólar futuro da operação e a taxa *spot* utilizada para a troca física de dólares por reais. A unidade do Casado é a mesma dos contratos de dólar futuro negociados na BM&FBovespa, R\$/1000US\$.

O Investidor utiliza os reais obtidos para investir no mercado local, obtendo remuneração aos reais. O exemplo mais simples de investimento é adquirir títulos do governo, tendo assim uma rentabilidade livre de risco equivalente ao CDI (sigla que significa Certificado de Depósitos Interbancários, e é a taxa de juros de referência no Brasil).

A dinâmica da precificação do dólar futuro será discutida a fundo mais adiante na seção 3.5.1 devido a sua grande importância. Por ora, resta saber que, ao obter uma posição comprada em tal produto como parte da operação de Casado, o Investidor irá receber a variação cambial no período e pagar o diferencial de pontos negociados na operação, o que se modela através de uma taxa que representa a diferença entre a taxa de juros livre de riscos local (CDI) e o cupom cambial.

Desta forma, podemos reescrever o esquema acima, ilustrando somente as taxas efetivas e trocas de moedas às quais o investidor está sujeito, calculando assim sua rentabilidade final. Tal exemplo consta na figura 5.

Figura 5 - Exemplo de fluxo de taxas e moedas para o investidor estrangeiro que deseja atuar no Brasil.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os fluxos do investidor com cada contraparte são os seguintes, onde cada F representa um fluxo parcial:

Investidor com o mercado externo:

$$F1 = -Proxy/LIBOR + \text{Dólar } SPOT$$

Investidor com a contraparte local:

$$F2 = -\text{Dólar } SPOT + \text{Real } SPOT + \text{Dólar futuro}$$

Investidor com o mercado local:

$$F3 = -\text{Real } SPOT + \text{CDI}$$

Podemos quebrar F2 em seus componentes mais fundamentais, a fim de explicitar como muitos dos termos irão se cancelar na operação de Casado como um todo. Considerando que F2 seja igual a F2', podemos então quebrar o fluxo nas igualdades da seguinte maneira:

$$F2 = F2'$$

$$F2' = -\text{Dólar } SPOT + \text{Real } SPOT - \text{CDI} + \text{cupom cambial}$$

Desta forma o fluxo final F obtido pelo investidor, F1+F2+F3, pode ser escrito como:

$$F = F1 + F2 + F3 = F1 + F2' + F3$$

$$F = -Proxy/LIBOR + \text{Dólar } SPOT - \text{Dólar } SPOT + \text{Real } SPOT - \text{CDI} + \text{cupom cambial} \\ - \text{Real } SPOT + \text{CDI}$$

De onde obtemos, ao cancelar os termos que se anulam:

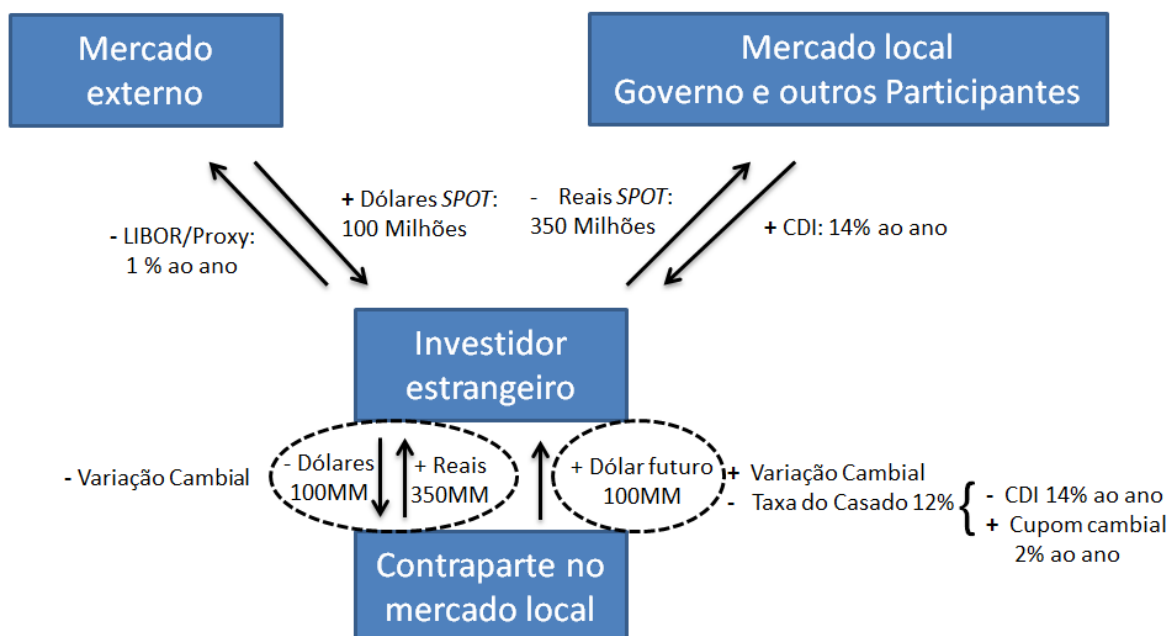
$$\mathbf{F = -Proxy/LIBOR + Cupom Cambial}$$

Desta forma, temos que, em sua estrutura mais simples, o investidor estrangeiro pode tomar emprestados dólares no mercado externo a uma determinada taxa e investi-los no Brasil, obtendo com isso uma rentabilidade livre de riscos relacionados aos movimentos preços de ativos no mercado, denominada formalmente por cupom cambial, que existe devido ao desconto entre os valores negociados para a operação de Casado e o valor teórico que pode ser calculado a partir das diferenças de rentabilidade de investimentos em reais ou em dólares, descontando-se o efeito da variação cambial.

Cabe ressaltar aqui que, apesar de os contratos de dólares futuros terem duração máxima de apenas um mês quando negociados no Casado, tem-se que a rentabilidade do cupom cambial é negociada na rolagem de tais contratos (troca de um contrato com vencimento no primeiro futuro negociado pelo segundo vencimento, acrescido de um diferencial de pontos). Ao final do período do investimento, quando o investidor assumir a ponta contrária no Casado, temos que sua rentabilidade total será a somatória de todas as taxas de cupom cambial negociadas, ponderadas por sua duração, decrescidas da taxa à qual tomou os dólares emprestados.

Na figura 6, temos exemplo numérico elaborado pelo autor para ilustrar os conceitos apresentados:

Figura 6 - Exemplo de investimento para investidor estrangeiro através da operação do Casado.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste exemplo, iremos considerar que o investidor manteve esta posição por apenas 15 dias corridos, dentre os quais 4 correspondem a finais de semana e 1 foi feriado brasileiro, resultando em 10 dias úteis. As taxas de juros no mercado brasileiro (CDI) são anuais com base 252 e compostas; as taxas de rentabilidade externas (LIBOR, *proxy* e cupom cambial) são anuais lineares com base 360. A taxa do Casado é um caso especial, pois é composta a partir de duas outras. Na prática, o que se negocia é o diferencial de pontos entre o dólar futuro e o *spot*, portanto a abordagem como taxa não será explorada.

Iremos analisar cada fluxo de forma separada, para ao fim somarmos todos os fluxos e chegar ao lucro (ou prejuízo) que um investidor obtém ao fazer uso desta estratégia.

O Investidor vai ao mercado externo e obtém um empréstimo de 100 milhões de dólares, devendo remunerar ao seu credor uma taxa de 1% ao ano, aplicada ao período durante o qual mantiver o empréstimo. Como irá manter a posição por apenas 15 dias corridos, os juros incidentes sobre o montante inicial serão de 41,6 mil dólares (regime de capitalização de juros simples), os quais deverão ser entregues ao ser credor ao final do empréstimo juntamente com os 100 milhões iniciais.

O Investidor entra em acordo com uma contraparte local para realizar uma operação de Casado. É neste ponto onde o investidor negocia qual será de fato sua taxa de rentabilidade obtida no Brasil. Por hora, vamos assumir apenas os valores numéricos, sem entrar em detalhes do mecanismo de funcionamento do Dólar futuro. Suponhamos que o investidor e a contraparte cheguem a um acordo de 15,5 pontos de Casado, o que representa uma taxa (já anualizada) de 12% em um regime de capitalização simples, considerando uma taxa de câmbio para o dólar próximo aos R\$3,50. Cada ponto no Casado corresponde a 1 real para cada 1.000 dólares negociados. Desta forma, o investidor consegue trocar os 100 milhões de dólares por 350 milhões de reais, mas recebe uma operação sintética de mesmo montante em contratos de dólar futuro à cotação de 3,5155. Assim, independentemente do movimento da taxa de câmbio, ele estará pagando este diferencial de pontos ao entrar na operação. Para simplificar os cálculos utilizando como base uma única moeda, temos que isso representa um custo de 442,8 mil dólares no período (valor em reais convertido pela taxa de câmbio da transação, já que o investidor não está exposto à variação cambial).

O Investidor utiliza os reais obtidos para investir no mercado local, adquirindo, por exemplo, 350 milhões em títulos do governo, os quais lhe garantem uma rentabilidade real equivalente ao CDI. Assumindo que esta seja de 14% ao ano, em regime de capitalização composta ao longo dos 10 dias úteis, o retorno obtido será cerca de 1,8 milhões de Reais. Convertendo isto pela taxa de câmbio do início da operação, já que não existe exposição à mesma, temos um ganho de 521,3 mil dólares.

Somando todos os fluxos de caixa resultantes das operações descritas acima, temos um retorno final de 36.9 mil dólares, a partir de um valor inicial de 100 milhões tomados de empréstimo. Tal valor representa uma taxa anualizada muito próxima a 1%, o que se

aproxima do valor teórico calculado a partir da diferença entre o cupom cambial implícito (2%) e a taxa de juros paga ao empréstimo inicial (1%). Na seção 3.7 deste capítulo, iremos demonstrar como realizar tais cálculos com maior precisão, explicitando os principais pontos de não arbitrariedade assumidos e o cálculo efetivo da taxa de retorno negociada em uma operação de Casado considerando a natureza híbrida (linear 360 e composta 252) na composição do cupom cambial.

3.5 PRINCIPAIS DERIVATIVOS FINANCEIROS UTILIZADOS NA CONSTRUÇÃO DA CURVA DE JUROS DE CUPOM CAMBIAL

3.5.1 O contrato de dólar futuro (DOL)

Conforme visto no exemplo acima, temos que o contrato de dólar futuro negociado na BM&FBovespa (Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo) tem um papel chave na teoria de precificação do cupom cambial, uma vez que este pode ser entendido como uma taxa implícita de remuneração ao capital estrangeiro via operações de Casado.

Iremos, portanto, analisar de forma mais profunda como são dados seu uso, sua precificação, seus fluxos de caixa esperado e principais fatores que têm impacto na sua dinâmica.

No *site* oficial da BM&FBovespa, encontra-se a seguinte definição para o contrato de dólar futuro, que recebe a denominação oficial de (contrato) de “Futuro de Taxa de Câmbio de Reais por Dólar Comercial”:

“O Contrato Futuro de Dólar dos Estados Unidos da América pode servir para proteção ou especulação sobre o preço da moeda em data futura, assim como para investidores que, por exemplo, tenham recebíveis em dólares dos Estados Unidos da América, ou exposição para pagamentos de passivos na moeda em datas futuras ou até mesmo negociar sobre a tendência da moeda no futuro e assim auferir lucro.”

A partir desta definição, podemos inferir dois perfis de investidores que se utilizam dos contratos de dólar futuro: os que o utilizam como proteção contra a variação cambial em determinado período e os que o utilizam para especular sobre o movimento do câmbio, lucrando com eventuais movimentos direcionais. Além disso, podemos destacar também a presença de arbitradores, participantes deste que ao explorar pequenas ineficiências buscam lucro com pouco risco e garantem ao mercado um funcionamento próximo ao ideal (sem

oportunidades de arbitragem), o que é fundamental para o funcionamento de diversos modelos.

Com relação ao exemplo do Casado tratado na seção 3.4, temos o contrato de dólar futuro sendo utilizado como mecanismo de proteção sobre a variação da moeda na operação. Para entender melhor a utilização deste como ferramenta de especulação e arbitragem, é preciso definir as características do produto. As relevantes para o escopo deste estudo são:

- Tamanho do contrato: US\$50.000,00 (cinquenta mil dólares)
- Cotação: Reais por mil dólares (R\$/1000US\$)
- Vencimento: primeiro dia útil de cada mês
- Condição de liquidação: taxa de câmbio oficial divulgada no dia anterior ao vencimento do contrato

A taxa de câmbio oficial, conhecida popularmente como PTAX, é definida da seguinte maneira pela BM&FBovespa em sua documentação oficial:

“Taxa de câmbio de BRL por USD, cotação de venda, negociada no segmento de taxas livremente pactuadas, para entrega pronta, transação PTAX800, contratada nos termos da Resolução 3.568/2008, conforme alterada, do Conselho Monetário Nacional (CMN), apurada e divulgada pelo Banco Central do Brasil”.

Um exemplo da dinâmica de funcionamento de um contrato de dólar futuro elaborado pelo autor está disponível no apêndice C deste trabalho.

3.5.2 O Contrato Futuro de DI1

O contrato futuro de DI1 é o nome utilizado para o Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia (DI1) (denominação oficial da BM&FBovespa).

O objetivo deste contrato é oferecer aos investidores uma maneira de proteger ou alavancar sua exposição à variação da taxa de juros referência utilizada no mercado brasileiro, o CDI. Para isto, o contrato oferece um retorno (com ajustes diários) equivalente à diferença entre a taxa negociada para determinada data e o CDI diário acumulado no período, e não requer

desembolso inicial de caixa, apenas pagamentos ou recebimentos referentes a seus ajustes diários.

Um maior detalhamento da dinâmica de funcionamento de um contrato futuro de DI1 está disponível no apêndice D deste trabalho.

O contrato futuro de DI1 é utilizado principalmente por investidores que desejam trocar os rendimentos de seus títulos pré-fixados pela taxa efetiva de CDI (referência do mercado brasileiro), especuladores que visam lucro acreditando que o CDI acumulado será diferente do implícito na taxa negociada nos contratos e outros participantes do mercado que desejam proteger-se de variações no CDI acumulado projetado até certa data utilizado como parâmetro em modelos de precificação de outros derivativos, como opções e swaps.

Além disso, o contrato de DI futuro é de suma importância para o objetivo deste trabalho pois seus preços de ajuste diários são utilizados pela BM&FBovespa como base para se calcular o preço de ajuste de diversos outros derivativos financeiros, entre eles os contratos de DDI.

3.5.3 Títulos do governo brasileiro

Os principais títulos do governo brasileiro que se encaixam no escopo deste trabalho são aqueles que visam oferecer ao investidor uma rentabilidade equivalente ao CDI, uma vez que isto é uma premissa base para se realizar uma operação de Casado e obter a rentabilidade do cupom cambial.

Desta forma, os dois principais a serem discutidos são a LTN (Letra do Tesouro Nacional) e a LFT (Letra Financeira do Tesouro). Outros títulos como a NTN-F (Nota do Tesouro Nacional, série F) podem ser utilizados para o mesmo fim, porém exigem modelagem e gestão de riscos mais avançadas e fogem do escopo do trabalho.

Um maior detalhamento da dinâmica de uma LTN é apresentado no apêndice E deste trabalho.

3.5.4 O contrato de futuro de cupom cambial (DDI)

O contrato futuro de cupom cambial, denominado por DDI, é o mecanismo encontrado pela BM&FBovespa para permitir que os participantes do mercado possam negociar taxas de juros de cupom cambial. De acordo com Carreira e Brostowicz (2016), seu nome (DDI) significa

Dólar DI, uma alusão ao fato de que a dinâmica de um contrato de DDI é muito semelhante à que se pode obter com uma posição combinada de um contrato de dólar futuro (DOL) e um contrato de futuro de taxa média de depósitos interfinanceiros de um dia (DI1).

Sua dinâmica é muito semelhante ao contrato de DI1, onde temos preços unitários (PUs) que podem ser calculados a partir de uma taxa de referência, uma data futura e a quantidade de dias entre a data presente e o vencimento do contrato.

As diferenças, que garantem o funcionamento do contrato para seu propósito, são a diferença do regime de capitalização (neste caso, os juros são tratado de forma nominal anualizada com capitalização simples), o cálculo do fator de ajuste diário (existe um fator multiplicativo referente à variação cambial entre duas datas), a existência de um multiplicador no contrato (para sua base, originalmente 100,000, tornar-se a mesma do contrato de dólar futuro, 50,000) e o fato de o cálculo do valor do ajuste diário ser dividido pela PTAX de referência da data anterior para converter sua unidade de dólares para reais.

Um maior detalhamento do contrato de DDI é apresentado no apêndice F deste trabalho.

3.5.5 O contrato de operação estruturada de futuro do cupom cambial (FRC)

O contrato de Operação de *Forward Rate Agreement* de Cupom Cambial (FRC) foi o modo encontrado pela BMF&Bovespa para permitir que os participantes do mercado consigam negociar o cupom cambial de forma “limpa”, sem os ajustes relativos à PTAX de referência no cálculo do cupom cambial.

O contrato de FRC é negociado como sendo o valor da taxa de juros nominal linear com base anual 360, em pontos percentuais, de cupom cambial negociada entre duas datas futuras, sendo estas a data de vencimento do primeiro contrato de DDI e as demais datas negociadas.

Ao negociar um contrato de FRC, o investidor recebe um contrato de DDI para a data negociada e automaticamente outro, com direção inversa, para o primeiro vencimento. Desta forma, ele não está exposto à variação cambial (os efeitos do movimento do dólar de um contrato de DDI cancelam os do outro) nem ao cupom cambial entre a data presente e o vencimento do primeiro contrato, uma vez que tal exposição inerente ao Casado acaba por estar presente nos dois contratos de DDI, cancelando-se.

3.6 CONSTRUÇÃO DA CURVA DE JUROS PRÉ-FIXADOS NO MERCADO BRASILEIRO

A construção da curva brasileira de juros pré-fixados no mercado, necessária à construção da curva implícita de cupom cambial, pode ser estimada a partir dos valores negociados para os contratos de DI1 negociados na BMF&Bovespa.

Tais contratos representam a expectativa do mercado quanto aos juros acumulados para datas futuras, e apresentam liquidez de negociação consideravelmente boa. Por conta disso, ao longo deste trabalho, serão estes os ativos utilizados no cálculo da curva de juros pré-fixados toda vez que esta for mencionada.

Para datas nas quais não existem contratos de DI1 futuro negociados, o autor irá estimar o valor da curva de juros pré-fixados através da metodologia de *Cubic Spline* definida anteriormente na seção 3.2.3. Tal metodologia é a mais utilizada em todo o mercado e recomendada por autores como Garcia (2003).

3.7 CONSTRUÇÃO DA CURVA À VISTA DE CUPOM CAMBIAL BRASILEIRO

3.7.1 Ciclo de liquidação e calendários

O primeiro passo para a construção da curva à vista de cupom cambial é determinar as referências de calendário a serem utilizadas. No desenvolvimento deste trabalho, será apresentado o modelo mais utilizado no mercado por seus participantes, que tem como premissa que o dia inicial do período no qual se deseja calcular o cupom cambial é o dia de liquidação de uma operação de Casado. O padrão para tais negócios é que isso ocorra após dois dias úteis considerando um calendário que contemple os feriados dos Estados Unidos da América e os do Brasil. Tal modelo é o mesmo apresentado por Carreira e Brostowicz (2016).

Outras datas importantes a se considerar são as que correspondem a cada vencimento de contratos futuros padrão negociados na BM&FBovespa, comumente denominadas por cabeças de mês, e são as datas até as quais se deseja estimar o cupom cambial implícito a partir da data inicial de referência.

O padrão utilizado pelos participantes do mercado de câmbio e juros brasileiro estabelece que essa data deva ser a data na qual uma NDF (*Non-deliverable forward*) *offshore* fixada com a mesma referência que uma onshore, para dado vencimento, irá ser liquidada financeiramente.

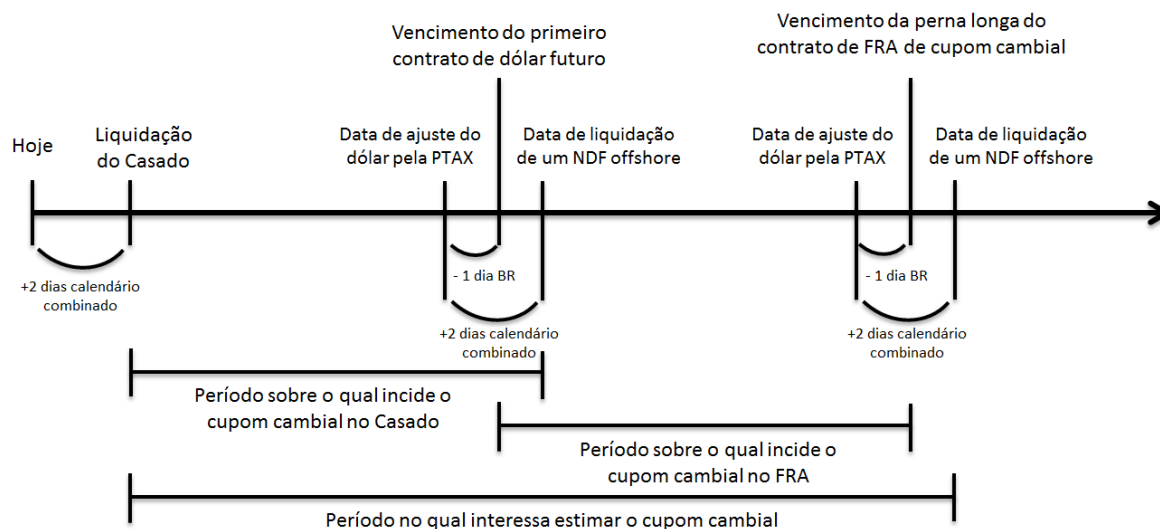
Uma NDF *offshore* é muito semelhante a um contrato de dólar futuro negociado na BM&FBovespa, com a principal diferença de ser negociado entre duas contrapartes localizadas fora do Brasil e por conta disso seguir o calendário combinado de feriados (brasileiros e estadunidenses). Além disso, um contrato do tipo *forward* não prevê fluxos de caixa diário entre as duas contrapartes.

Tal definição pode parecer demasiadamente arbitrária, mas faz sentido para os participantes uma vez que esta seria a data efetiva até a qual algum investidor poderia obter retorno para um investimento aplicado em cupom cambial a partir de uma operação de Casado encerrada de fato no último dia do mês, ou simplesmente um investidor que deseje expor-se ao efeito do cupom cambial através de NDFs *offshore* com diferentes vencimentos.

Para determinar tal data, basta obter o primeiro dia útil de cada mês, que é quando temos os vencimentos dos contratos negociados na BM&FBovespa; recuar um dia útil pelo calendário de feriados brasileiro, que é quando é definida a PTAX pela qual serão liquidados os contratos de dólar futuro e DDI em questão, e então avançar dois dias úteis pelo calendário combinado de feriados dos Estados Unidos da América e os do Brasil, que será a data na qual um negócio de Casado ou de NDF para a cabeça daquele mês será liquidado.

A figura 7, elaborada pelo autor, ilustra como tais datas são definidas e quais são os períodos nos quais cada de juros incide.

Figura 7 - Representação temporal das datas relevantes para obtenção da curva à vista implícita de cupom cambial.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Cabe aqui ressaltar que, apesar do aparente descasamento entre o período no qual incide o cupom cambial no Casado e no FRA de cupom cambial, trata-se apenas da referência adotada para os cálculos, uma vez que a data de vencimento do dólar futuro para qualquer vencimento é a mesma que para um contrato de DDI (data inicial do FRA de cupom cambial).

3.7.2 O primeiro ponto da curva à vista de cupom cambial a partir do Casado

O primeiro ponto da curva à vista de cupom cambial a ser obtido é o negociado implicitamente no Casado. Para seu cálculo, utilizam-se os seguintes parâmetros:

- Preço do contrato de dólar futuro para o primeiro vencimento
- Pontos negociados no Casado
- Taxa implícita de juros do mercado brasileiro, que é a taxa negociada em um contrato futuro de DI para o mesmo vencimento do contrato de dólar futuro.
- Dias úteis e dias corridos compreendidos entre a data de liquidação do Casado e a data de liquidação de um NDF *offshore* para o mesmo vencimento do contrato de dólar futuro.

Todos os parâmetros podem ser obtidos facilmente a partir de observações no mercado, dada a razoável liquidez dos produtos envolvidos. Com isto, o cupom cambial expresso na forma

de taxa de juros nominal linear anualizada na base 360, de acordo com Ferreira (2006), é definido como sendo:

$$CC_{t,Casado} = \frac{360}{DC} * \left(\frac{Fut - Casado}{Fut} * (1 + Pre)^{\frac{DU}{252}} - 1 \right)$$

Onde $CC_{t,Casado}$ é o cupom cambial anualizado de forma linear no período entre a data inicial e a data de vencimento do primeiro contrato de dólar futuro; Fut é o preço do contrato de dólar futuro, Casado são os pontos negociados em uma operação de Casado (em R\$/1000US\$); Pre é a taxa de juros anualizada do mercado brasileiro para a data; DU e DC representam respectivamente os dias úteis e dias corridos definidos acima.

3.7.3 A curva à vista de cupom cambial para demais prazos implícita nos contratos de FRC e DI

Tendo definido qual é o cupom cambial implícito na operação de Casado, que é o primeiro vértice da estrutura temporal da curva de juros de cupom cambial, a construção dos demais segue uma lógica semelhante. A partir da figura 7, pode-se notar que existe certa semelhança entre o período sobre o qual incide o cupom cambial no Casado e o período para o qual interessa estimar o cupom cambial para datas futuras: ambas têm como data final uma data de liquidação de um *NDF offshore*. Por conta disso, podemos adaptar a fórmula utilizada acima da seguinte maneira:

$$CC_{t,T} = \frac{360}{DC} * \left(\frac{Spot}{NDF} * (1 + Pre)^{\frac{DU}{252}} - 1 \right)$$

Onde $CC_{t,T}$ representa o cupom cambial que incide sobre o período que se deseja estimar (entre a data inicial, t, e a data de liquidação do *NDF offshore*, T); Spot representa o valor do câmbio à vista para liquidação em dois dias úteis pelo calendário combinado de feriados (estadunidenses e brasileiros) negociado em uma operação de Casado; NDF representa o valor de um *NDF offshore* calculado a partir do mesmo valor de dólar futuro para o Casado negociado; Pre é a taxa implícita de juros do mercado brasileiro para a data T; DU e DC representam respectivamente os dias úteis e dias corridos entre a data t e a T.

Note que o único parâmetro desconhecido na fórmula acima é o valor do NDF offshore para uma data futura. Para obtê-lo, iremos partir do seguinte pressuposto: Um contrato de dólar futuro negociado offshore (NDF offshore), para certa cabeça de mês, deve possuir sempre o

mesmo valor que um contrato de dólar futuro negociado *onshore* para esta mesma data, do contrário existiria uma arbitrariedade no mercado.

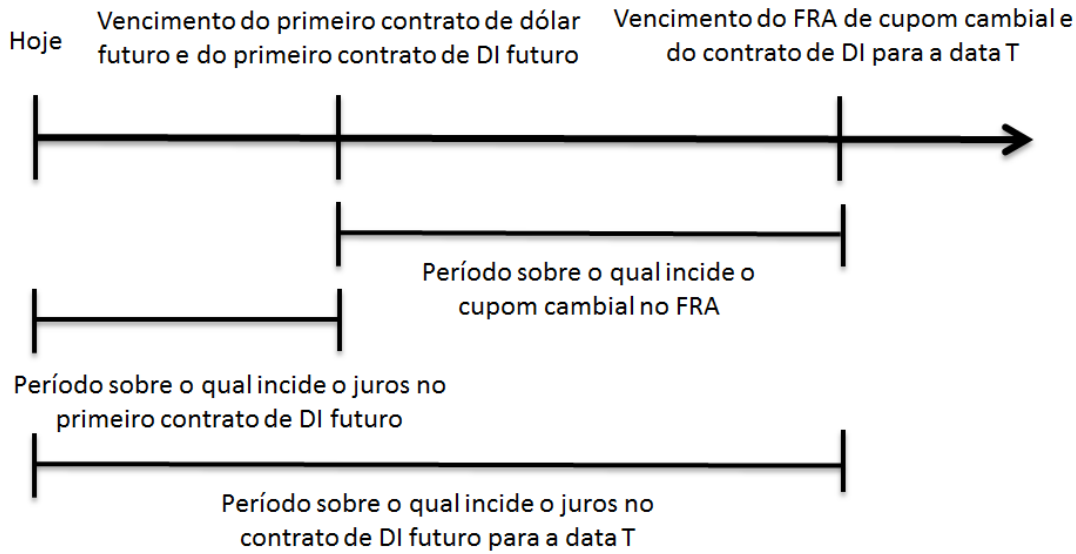
Temos também que o valor de um contrato de dólar futuro *onshore* para uma data futura T pode ser construído a partir de certos produtos negociados na BM&FBovespa: o contrato de dólar futuro negociado para o primeiro vencimento, os contratos de DI futuro para o vencimento do primeiro dólar futuro e para a data T e o contrato de FRA de cupom cambial (FRC) para a data T.

Com exceção dos contratos de FRA de cupom cambial (FRC) negociados para datas futuras, todos os outros produtos listados acima apresentam considerável liquidez de negociação e podem ser inferidos ou então interpolados com precisão ao longo do dia a partir de observações do mercado.

A figura 8 ilustra como tais produtos se relacionam em uma estrutura temporal de forma a construir um contrato de dólar futuro (*NDF*) *onshore*; ele é a projeção do primeiro contrato de dólar futuro negociado em certa data futura a partir da taxa de juros base (taxa pré-fixada inferida a partir dos contratos de DI futuro) e de desconto (taxa de cupom cambial implícita no FRA de cupom cambial).

Tal metodologia é a mesma utilizada pela BM&FBovespa para apurar o valor de ajuste dos contratos de dólar futuro listados para prazos maiores (não negociados). Cabe aqui ressaltar que tais produtos, apesar de existirem, muito raramente são negociados (com exceção do primeiro vencimento). Portanto, seria inviável buscar interpolar a curva implícita de cupom cambial ao longo do dia a partir de tais produtos.

Figura 8 - Representação temporal das datas e taxas relevantes ao cálculo de um NDF *onshore* a partir de produtos negociados na BM&FBovespa.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A fórmula que pode ser utilizada para o cálculo de um NDF *onshore* a partir dos diversos produtos listados acima é dada por Carreira e Brostowicz (2016) como sendo:

$$NDF = Fut * \frac{Fator_{Cupom}}{Fator_{Pre}}$$

Onde *NDF* representa o valor do NDF *onshore* que se deseja calcular para uma data futura; *Fut* é o valor do contrato de dólar futuro negociado para o primeiro vencimento listado, *Fator_{Pre}* e *Fator_{Cupom}*, são os fatores de desconto de taxas de juros definidos por Carreira e Brostowicz (2016) como sendo:

$$Fator\ Pre = \frac{1}{\left(\frac{(1 + Pre2)^{\frac{DU2}{252}}}{(1 + Pre1)^{\frac{DU1}{252}}} \right)}$$

$$Fator\ Cupom = \frac{1}{(1 + FRA * \frac{DC}{360})}$$

Onde *Pre1* e *Pre2* representam as taxas de juros inferidas a partir de contratos de DI futuro entre hoje e as datas de liquidação do primeiro dólar futuro e a data para a qual deseja-se calcular o NDF *onshore*, respectivamente; *DU1* e *DU2* são os dias úteis aos quais tais taxas aplicam-se, respectivamente; *FRA* é a taxa negociada no FRA de cupom cambial para a data

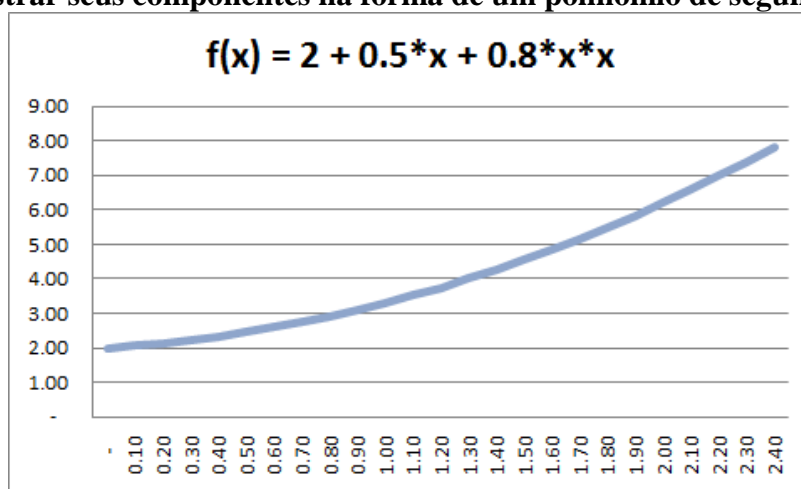
para a qual se deseja calcular o NDF onshore; DC representa a quantidade de dias úteis entre a data de vencimento do primeiro contrato de dólar futuro e o vencimento do contrato de FRA de cupom cambial (data para a qual se calcula o NDF *onshore*).

3.8 COMPARAÇÃO ENTRE A CURVA À VISTA E A CURVA A TERMO DE CUPOM CAMBIAL

A estrutura temporal da curva de cupom cambial pode ser mais bem explicada considerando-se uma curva a termo (curva de juros compreendida entre o primeiro vencimento listado de contratos futuros da BM&FBovespa e as demais datas futuras), ao invés de uma curva à vista (curva de juros compreendida entre a data presente e as demais datas futuras). Tal propriedade foi explorada por Ferreira (2006) em seu estudo por análise de componentes principais aplicado às duas formas da curva (à vista e à termo), onde foi identificado que três componentes explicam mais de 94% da variabilidade da curva para períodos de 1, 2 ou 3 anos.

Os três componentes identificados por Ferreira em seu estudo podem ser atribuídos aos componentes de nível, inclinação e curvatura da curva. Uma representação visual disso pode ser vista na figura 9, em um exemplo de estrutura temporal de curva de juros a partir de um polinômio de grau dois.

Figura 9 - Representação hipotética da estrutura temporal de uma curva de juros para demonstrar seus componentes na forma de um polinômio de segundo grau.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste exemplo hipotético, temos uma curva de juros representada através de um polinômio de grau dois. O termo que multiplica X^0 corresponde ao nível da curva, o termo que multiplica X^1 corresponde à sua inclinação e o termo que multiplica X^2 corresponde à sua curvatura.

O poder explicativo destes três componentes em uma estrutura temporal de taxas de juros é um assunto que já foi abordado em diversos estudos anteriores, tanto no mercado nacional quanto internacional. Ferreira (2006) cita, por exemplo, o trabalho de Litterman e Scheinkman (1991), pioneiro na área, que identificou que estes três componentes foram capazes de explicar 98,4% da variação na curva de juros obtida a partir de títulos pré-fixados do governo dos Estados Unidos; bem como o estudo de Varga e Valli (2002) onde se identificou que estes componentes foram capazes de descrever 94,3% dos movimentos da curva de juros pré-fixados no Brasil a partir de swaps Pré x DI1 BM&F de até um ano.

3.9 MÉTRICAS UTILIZADAS PARA AVALIAÇÃO DE INTERPOLAÇÕES E PROJEÇÕES

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo capaz de projetar a curva de cupom cambial ao longo do dia, quando os produtos necessários à sua construção (em especial, o Casado e os contratos de FRC) não estão bem definidos devido à sua baixa liquidez de ofertas e volume negociado.

Desta forma, temos que o objetivo a ser atingido não é a obtenção de um modelo perfeito, que seja o único capaz de interpolar a curva de juros desejada da melhor maneira possível, e sim aquele que, dentro das possibilidades disponíveis, melhor se adeque ao que é desejado.

Não existe consenso entre os pesquisadores sobre qual é a melhor medida ao se avaliar o modelo de previsão mais adequado (Levine, Berenson & Stephan, 1999). Desta forma, ao se comparar as diferentes alternativas de interpolação propostas neste trabalho, serão utilizadas diversas métricas de comparação que irão avaliar o quão bem cada alternativa se adequa à realidade (comparando a curva projetada ao longo do dia com a real obtida após todos os ativos terem seu preço definido), assim como o comportamento de cada proposta ao longo do dia (influência de pequenas variações em certos ativos na projeção da curva inteira) e também comparando-se o desempenho de cada proposta ao longo de vários dias (buscando vícios como interpolações constantemente abaixo do valor final obtido).

Para isso, as métricas apresentadas a seguir, presentes na literatura referente a modelos de previsão, pesquisa operacional e interpolações numéricas, serão utilizadas.

3.9.1 Erro médio

O erro médio de uma projeção, conforme descrito por Hyndman e Athanasopoulos (2013), é dado pela seguinte fórmula:

$$EMA = média(erro)$$

Tal fórmula é aplicável a uma série de dados comparando as projeções estimadas com as obtidas, a fim de se obter o erro médio cometido. Os principais problemas desta métrica são a dependência de escala, e o fato de que dois erros de sinais opostos na série se anulam.

3.9.2 Erro médio absoluto

$$EMA = média(módulo(erro))$$

Esta métrica é muito semelhante a anterior, porém utiliza os módulos dos erros observados, a fim de evitar o cancelamento de dois erros de sinais opostos. Apesar disso, ainda existe o problema da dependência da escala nas medidas.

Uma desvantagem deste método é que se torna impossível avaliar se determinada projeção está fornecendo estimativas inferiores, superiores ou alternadas à realidade obtida.

3.9.3 Erro médio absoluto quadrático

$$EMAQ = média\sqrt{erro^2}$$

O erro médio absoluto quadrático é calculado como sendo a média da soma da raiz quadrada do valor de todos os erros ao quadrado.

3.9.4 Erro médio percentual

O erro médio percentual (EMP) é calculado da mesma forma que o erro médio. No entanto, utilizam-se valores percentuais para o erro.

O erro na sua forma percentual por ser obtido da seguinte maneira:

$$Erro\ percentual = \frac{erro}{valor\ real} - 1$$

Desta forma,

$$EMP = \text{média (erro percentual)}$$

3.9.5 Erro médio percentual quadrático

O erro médio percentual quadrático (EMPQ) é calculado da mesma maneira que o erro médio absoluto quadrático, considerando-se os erros em sua forma percentual, conforme descrito no item 3.9.4 acima. Assim, temos que:

$$EMAQ = \text{média } \sqrt{\text{erro percentual}^2}$$

3.9.6 *Tracking signal* – sinal de busca

O método de sinal de busca é utilizado para comparar os resultados obtidos por uma projeção ao longo de um período de simulações. Seu objetivo é verificar se existe, ou não, uma tendência na projeção que a faz estimar para cima ou para baixo os valores desejados de forma recorrente.

Dada uma série de projeções e seus erros com relação ao valor real observado, podemos calcular o valor para o indicador *tracking signal* como sendo:

$$TS = \frac{\sum(\text{erros})}{EMA}$$

Onde EMA é o erro médio absoluto descrito na seção 3.9.2, calculado para esta mesma série de dados. Bozarth (2011) propõe que, para certa projeção realizada, caso o valor em módulo do TS seja menor do que 4, temos que o modelo funciona corretamente.

Uma das vantagens obtidas ao aplicar o TS é verificar se uma dada projeção é viciada, e com isso propor mudanças no método utilizado.

3.10 TESTE DE HIPÓTESE PARA COMPARAÇÃO DE MÉDIAS

Para comparar resultados obtidos em duas projeções diferentes, uma das ferramentas que será utilizada pelo autor é o teste de hipótese.

No caso de termos dois conjuntos de dados emparelhados, para os quais se deseja determinar se a média de ambas é igual ou diferente, as condições necessárias para se realizar o teste de hipótese de acordo com Illowski (2016) são as seguintes:

- Os dados são obtidos sempre aos pares
- Os conjuntos de pares de dados são obtidos aleatoriamente da população
- Os conjuntos de dados pertencem a uma população normal ou o número de pares é maior do que 30

Sendo válidas as condições descritas acima, temos que o teste de hipótese para comparar as médias de dois conjuntos de dados é apresentado da seguinte maneira:

$$H_0: \text{Diferença} = 0$$

$$H_1: \text{Diferença} \neq 0$$

Onde diferença é o valor calculado para a diferença entre as médias das duas séries de dados.

Para se realizar o teste de hipótese, deve-se primeiro calcular, a partir de dois vetores, cada um contendo os valores obtidos para uma série, um terceiro vetor contendo as diferenças entre cada um deles.

Calcula-se então, para este novo vetor resultante (no qual se deseja demonstrar que a média é zero), a média e o desvio-padrão dos dados. Tendo isso, pode-se obter o valor t de Student calculado para o teste de hipótese:

$$t = \frac{\text{média}}{\frac{\text{desvio} - \text{padrão}}{\sqrt{N}}}$$

Onde N é o número total de valores presentes no vetor. Calcula-se então o valor para t crítico do teste de hipótese, sendo esse o valor obtido para o t de Student com o α desejado (neste trabalho utilizaremos 5%) e com N-1 graus de liberdade.

Caso t calculado seja maior do que t crítico, deve rejeitar-se H_0 . Do contrário, deve-se aceitá-lo, concluindo que a média para as duas séries de dados observadas é igual.

4. ANÁLISE DOS DADOS DISPONÍVEIS NO MERCADO E PLANEJAMENTO DO MODELO

Antes de iniciar a descrição detalhada dos dados que serão utilizados no modelo e a forma que será utilizada para obtê-los, cabe aqui um pequeno parêntese justificando a escolha adotada pelo autor de realizar uma coleta preliminar dos dados necessários ao modelo antes de aprofundar seu desenvolvimento.

Conforme foi apresentado na introdução deste trabalho, o objetivo que o autor busca atingir é o desenvolvimento de um modelo a ser utilizado pela mesa de operações onde realiza seu estágio supervisionado que permita avaliar o estado da curva de cupom cambial brasileira ao longo do dia, construindo-a a partir de diversos derivativos financeiros, entre eles os contratos futuros de FRA de cupom cambial, que apresentam baixa liquidez diária exceto durante seu leilão eletrônico de fechamento.

A partir da experiência obtida ao longo de seu estágio, o autor acredita que a principal dificuldade a ser enfrentada consiste na escassez dos dados disponíveis a serem utilizados para a construção da curva implícita de cupom cambial. Por conta disso, torna-se necessário mensurar a quantidade e qualidade dos dados disponibilizados ao longo do dia para que se possa desenvolver um modelo condizente com tal realidade.

O processo adotado para o desenvolvimento do modelo de previsão deste trabalho será o proposto por Montgomery, Jennings e Kulahci (2015), o qual propõe as seguintes etapas:

- Definição do problema
- Coleta de dados
- Análise dos dados
- Seleção e adequação do modelo
- Validação do modelo
- Aplicação do modelo
- Monitoramento do desempenho do modelo

A definição do problema a ser resolvido já foi apresentada na introdução deste trabalho. A etapa seguinte, que compreende a coleta e análise dos dados, será abordada ao longo deste

capítulo, e servirá como base para o desenvolvimento de alternativas de solução. Após isso, serão realizados diversos testes com dados históricos com o intuito de validar o funcionamento das diversas soluções propostas e identificar qual a que melhor se adequa ao objetivo pretendido.

As etapas finais, de aplicação e monitoramento do modelo, ficarão sob responsabilidade dos usuários que irão utilizá-lo na empresa (incluindo o autor deste trabalho). Para auxiliar nisto, serão sugeridas métricas e formas de se avaliar e calibrar o modelo de forma a mantê-lo adequado ao seu propósito ao longo do tempo.

4.1 FONTES DOS DADOS UTILIZADOS NO MODELO

Os dados a serem utilizados tanto na validação do modelo proposto quanto na versão final do modelo a ser implementado para uso da mesa de operações são dados históricos e em tempo real de ativos negociados no mercado de balcão e no pregão eletrônico da BM&FBovespa.

Todos os dados utilizados neste trabalho têm como fonte a base de dados da Bloomberg, uma empresa de comunicações especializada em fornecer informações do mercado financeiro em tempo real aos seus clientes. Tal serviço é pago, e a consulta a esta base de dados global foi cedida ao aluno pela empresa onde realiza seu estágio para o desenvolvimento deste trabalho.

Apesar da praticidade das ferramentas disponibilizadas pelo software da Bloomberg, que permite consulta a qualquer dado desejado através de sua interface com o Excel, existem diversas outras formas de se obter as informações desejadas. Sistemas de informação similares, como o da agência europeia Reuters, também disponibilizam em tempo real tudo que é necessário para reproduzir o que será desenvolvido neste trabalho.

Outra fonte secundária de informação que convém ser consultada é o *site* oficial da BMF&Bovespa, que divulga diariamente os valores oficiais (preços de ajuste) de todos os ativos que são negociados em seu pregão eletrônico. Para este estudo, são utilizados os preços dos contratos de dólar futuro, DI1 futuro (o Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia) e o DDI futuro (Contrato Futuro de Cupom Cambial), bem como a operação estruturada de FRA de cupom cambial (FRA de Cupom, FRC), todos os quais têm seus valores oficiais de ajuste disponibilizados gratuitamente no *site* da BM&FBovespa.

Também é possível aos investidores institucionais licenciados obter em tempo real o preço de todos estes ativos através da plataforma oficial de negociações eletrônicas da BM&FBovespa,

o ePuma. Aos investidores profissionais que não atuam em uma corretora licenciada, é possível obter tais dados solicitando-os aos funcionários de corretoras oficiais.

Além dos dados referentes aos contratos futuros mencionados acima, temos que outro parâmetro fundamental para o desenvolvimento do modelo é o valor negociado na operação estruturada do Casado.

Por se tratar de uma operação estruturada complexa, o Casado é negociado somente no mercado balcão, e os valores acordados não são divulgados abertamente (diferentemente do que ocorre na operação estruturada do FRA de cupom cambial, FRC). No entanto, existem no mercado diversos corretores (no linguajar do mercado, *brokers*) que desempenham o papel de informar aos participantes a que preço existem contrapartes dispostas a fechar um negócio de Casado.

Caso encontre duas contrapartes dispostas a realizar negócio em certo preço, o corretor se encarrega de executar no mercado a ponta da operação que é negociada na BM&FBovespa, o contrato de dólar futuro, e informa então aos dois participantes quem é a contraparte do negócio para que elas possam executar o resto da operação entre elas (no caso, a troca de dólares por reais na data acordada).

Um exemplo de como funciona a dinâmica do mercado de balcão do Casado ajuda a ilustrar melhor a situação. A conversa da figura 10, elaborada pelo autor com base em outras conversas reais com corretores especializados no mercado de Casado, exemplifica um trecho da conversa diária através do qual o corretor informa seus clientes sobre como está sendo negociado o Casado no momento. Em um dia normal, diversos corretores divulgam simultaneamente em conversas privadas tais dados a todos seus clientes, os quais podem participar do mercado ao informar suas ofertas ou então simplesmente acompanhar o fluxo do mercado. Cabe aqui ressaltar que, ao longo destas conversas, usualmente o corretor é o único que se manifesta, como é o caso do exemplo da figura. Desta forma, a conversa torna-se semelhante a um monólogo, onde um único locutor narra todos os acontecimentos.

Figura 10 - Exemplo de conversa onde se negocia o Casado.

28.20/27.20 vale 25mm no casado

28.00/27.40 vale 25mm

28.00/27.50 vale 25mm p/ 50mm

Compraram 25mm no 27.5

Fonte: Elaborado pelo autor.

A referência da operação é em relação à perna em dólares na liquidação financeira do negócio, ou seja, quem compra o Casado irá receber dólares em troca de reais na data combinada e irá ficar vendido em uma posição de dólares futuros para o próximo vencimento listado na BM&FBovespa. Como o que está sendo negociado é o diferencial de pontos da operação à vista de dólar futuro, temos que a lógica de preços de compra e venda é invertida: ao comprador, interessa comprar o Casado pelo maior valor possível, pois irá receber uma quantidade fixa de dólares a uma taxa de câmbio mais baixa, enquanto ao vendedor interessa vender os dólares na maior taxa possível (o que implica no menor valor de Casado possível).

Neste exemplo, temos que inicialmente havia um comprador disposto a pagar 28,2 pontos de diferencial na operação para um montante de 25 milhões de dólares, enquanto o vendedor estava com seu preço limitado no 27,2. Alguns momentos depois, vemos que ambos melhoraram em 0,2 pontos de diferencial seus preços. Por fim, temos que surgiu um novo vendedor com um preço melhor (27,5) ofertando um montante ainda maior (50 milhões de dólares) na operação. O comprador, aparentemente satisfeito com o preço ofertado, decidiu comprar seus 25 milhões de dólares de Casado ao preço de 27,5.

Conforme podemos ver pelo exemplo acima, a negociação do Casado se dá em um ambiente informal e pouco aberto. Cada participante conta com diversos corretores que buscam informar onde é possível realizar negócio de forma simultânea e, ocasionalmente, arbitrável: um comprador está disposto a comprar com certo corretor a determinado preço melhor do que outro corretor oferece venda; no entanto, devido à natureza do mercado de balcão, muitas vezes estes participantes se desconhecem e acabam por não fechar o negócio.

Por conta da dispersão nos dados existentes no mercado de Casado, torna-se por vezes difícil determinar qual é o valor exato que deve ser utilizado em um modelo. No entanto, existe uma funcionalidade da Bloomberg que fornece um valor aproximado para o Casado que está sendo negociado no mercado, através do ativo simbólico “CASADO CMPN Curncy”.

Após acompanhar de perto o mercado de balcão para o Casado e os valores fornecidos pelo ativo simbólico da Bloomberg, o autor concluiu que os dados são suficientemente próximos uns aos outros para o funcionamento do modelo a ser desenvolvido. Na tabela 2, podemos notar que os preços finais da Bloomberg para o ativo simbólico “CASADO CMPN Curncy” são bastante próximos aos valores do último negócio do Casado fornecidos por três diferentes corretores independentes com os quais o autor negocia diariamente em nome da instituição financeira onde realiza seu estágio.

Tabela 2 - Preço de fechamento (último negócio) do Casado em R\$/1000US\$ entre os dias 5 e 17 no mês de Agosto de 2016.

Dia	Casado Bloomberg	Corretor 1	Corretor 2	Corretor 3	Média dos Corretores
5-ago-16	26.70	26.70	26.70	26.80	26.73
8-ago-16	24.80	24.65	24.90	24.95	24.83
9-ago-16	23.10	23.00	23.20	23.10	23.10
10-ago-16	21.90	21.90	21.90	21.90	21.90
11-ago-16	20.50	20.00	20.45	20.40	20.28
12-ago-16	19.00	19.00	19.20	19.30	19.17
15-ago-16	17.40	17.35	17.40	17.40	17.38
16-ago-16	16.20	16.15	16.30	16.15	16.20
17-ago-16	15.10	15.10	15.00	15.00	15.03

Fonte: Elaboração do autor a partir de dados da Bloomberg e de corretores independentes.

4.2 DADOS DA CURVA DE JUROS PRÉ-FIXADOS NO BRASIL

A primeira série de dados necessária para o desenvolvimento do modelo é a que permita construir a estrutura à vista da curva de juros pré-fixados no mercado brasileiro.

O melhor produto para suprir tal necessidade são os contratos futuros de taxa média de depósitos interfinanceiros de um dia negociados na BM&FBovespa, conhecidos por sua sigla DI1. Os contratos futuros de DI1, conforme descritos na seção 3.5.2 da revisão bibliográfica, oferecem ao investidor uma rentabilidade equivalente à diferença entre a taxa em que são negociados e a taxa de CDI acumulada durante seu período de duração. Desta forma, temos que seu valor de taxa negociada reflete a expectativa do mercado dos juros acumulados entre o presente e a data de vencimento do contrato.

As taxas negociadas nos contratos futuros de DI1 são nominais anualizadas, com base em um ano de 252 dias úteis e regime de capitalização composto.

Durante o dia, os contratos futuros de DI1 apresentam liquidez consideravelmente alta, principalmente nos contratos negociados para o primeiro mês de cada ano, mesmo antes do leilão eletrônico de fechamento que ocorre todo dia ao final da tarde.

Para o desenvolvimento deste trabalho, o aluno utilizou-se da ferramenta do Bloomberg para o Excel para construir uma planilha capaz de fornecer como se encontravam as ofertas de compra e venda para cada contrato de DI1 ao longo do dia em diversos horários para datas passadas. Um exemplo disso pode ser observado na figura 11. As ofertas foram consideradas no período de até 10 minutos que antecede o horário de referência indicado na figura.

Figura 11 - Melhores ofertas de compra e venda para contratos de futuro de DI1 ao longo do dia 17 de agosto de 2016.

-	ODU6 Comdty	set-16	ODV6 Comdty	out-16	ODX6 Comdty	nov-16
Horário	Compra	Venda	Compra	Venda	Compra	Venda
17/8/16 10:00 AM	14.10	14.13	14.12	14.13		14.11
17/8/16 10:30 AM	14.12	14.13	14.12	14.13	14.09	14.10
17/8/16 11:00 AM	14.12	14.13	14.12	14.13	14.09	14.10
17/8/16 11:30 AM	14.12		14.12	14.13	14.09	14.10
17/8/16 12:00 PM			14.12	14.13		14.10
17/8/16 12:30 PM			14.12	14.12		14.10
17/8/16 1:00 PM			14.12	14.12		14.10
17/8/16 1:30 PM			14.12	14.13		14.10
17/8/16 2:00 PM	14.13		14.12	14.13	14.09	
17/8/16 2:30 PM	14.13		14.12	14.13	14.09	
17/8/16 3:00 PM	14.13	14.13			14.09	
17/8/16 3:30 PM	14.13	14.13	14.12	14.13	14.09	14.10
17/8/16 4:00 PM		14.13	14.12	14.12	14.09	14.10

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados fornecidos pelo Bloomberg.

Na figura 11, temos que cada par de colunas corresponde às ofertas de compra e venda obtidas para os horários indicados nas linhas para o produto destacado. A unidade negociada para os contratos futuros de DI1 é a taxa de juros em porcentagem anualizada segundo o regime de capitalização composto com base em um ano de 252 dias úteis. O código “OD[XX] Comdty” refere-se a código utilizado pela Bloomberg para designar os diversos contratos de DI1 negociados. Para cada vencimento de contrato negociado, existe uma única referência ([XX] ou [XXX]) que serve para designar o mês e ano do vencimento do contrato. O primeiro dígito sempre indica o mês de vencimento do contrato, e é representado por uma letra, segundo o padrão internacional utilizado para contratos futuros. Os dígitos seguintes

representam o final do ano referente ao vencimento do contrato em negociação (Adaptado de Carreira e Brostowicz, 2016).

Para contratos com vencimento até dezembro de 2016, o padrão utilizava somente um único número referente ao ano. ODV6 Comdty, por exemplo, representa o contrato de DI1 com vencimento para o primeiro dia útil do mês de outubro 2016. Para contratos com vencimento de janeiro de 2017 em diante, o padrão começou a utilizar 2 dígitos. Segundo esta lógica, o contrato com vencimento para janeiro de 2021 é designado por ODF21 Comdty.

Tabela 3 - Padrão internacional de letras utilizadas para representar meses de vencimentos em contratos futuros.

Letra	Mês
F	Janeiro
G	Fevereiro
H	Março
J	Abril
K	Maio
M	Junho
N	Julho
Q	Agosto
U	Setembro
V	Outubro
X	Novembro
Z	Dezembro

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Carreira e Brostowicz (2016).

Além dos dados indicados, a planilha elaborada permite examinar simultaneamente os preços de todos os contratos negociados, tornando assim possível determinar a estrutura temporal da curva de juros brasileira negociada pelo mercado para um período de até 15 anos.

Durante o leilão eletrônico de fechamento, todos os contratos entram em fase de negociação de leilão aos pares por ordem temporal de vencimento, e o preço que permitir que o maior número de negócios seja realizado é então utilizado como referência para o fechamento do dia e utilizado nos cálculos que a BM&FBovespa emprega para realizar os ajustes diários para todos os investidores que possuem posições em aberto nestes contratos.

Caso determinado contrato não possua ofertas que permitam que seja realizado ao menos um negócio durante seu leilão, a BM&FBovespa disponibiliza um preço oficial de ajuste seguindo seus critérios de decisão. Maiores detalhes acerca de tais critérios podem ser obtidos

na documentação oficial da BM&FBovespa que detalha o funcionamento de tais produtos, intitulada Manual de Apreçamento da BM&FBovespa. Uma versão atualizada é publicada anualmente, e a versão de 2015 pode ser obtida no *site* oficial através do link <http://www.bmfbovespa.com.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId=8A828D295048C0EF01508524C5A5613D> (disponível em 17 de outubro de 2016).

Ao final do dia, é divulgado na plataforma eletrônica da BM&FBovespa quais foram os preços oficiais de ajuste considerados. Um exemplo pode ser visto nas figuras 12 e 13 abaixo:

Figura 12 - Tabela oficial com os ajustes para os contratos de DI1 futuro no dia 17/08/2016.

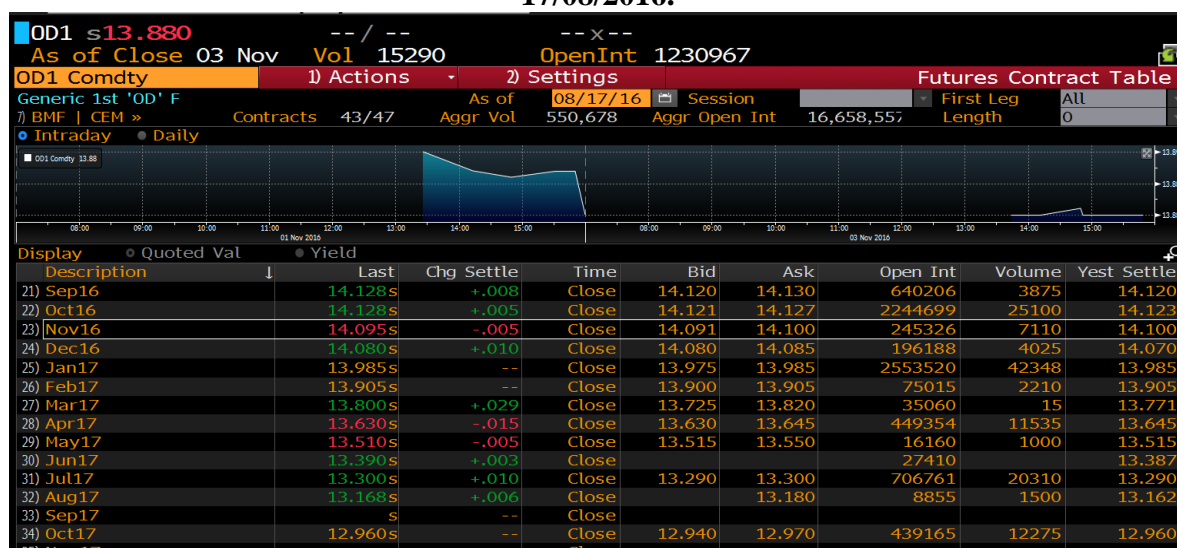
➤ DI DE 1 DIA (contrato = R\$100.000,00; cotação = taxa de juro)

VENCTO	CONTR. ABERT. (1)	NÚM. NEGOC.	CONTR. NEGOC.	AJUSTE ANTER. (3)	ÚLT. PREÇO	AJUSTE
U16	638.837	10	3.875	99.425,15	14,130	99.424,81
V16	2.244.361	30	25.100	98.336,47	14,127	98.335,90
X16	243.306	9	7.110	97.314,95	14,100	97.315,74
Z16	194.163	18	4.025	96.308,85	14,080	96.306,24
F17	2.548.183	413	42.348	95.235,11	13,980	95.234,63
G17	72.805	16	2.210	94.183,70	13,905	94.182,97
H17	35.045	1	15	93.370,76	13,800	93.356,93
J17	446.395	58	11.535	92.341,86	13,640	92.347,89
K17	16.025	1	1.000	91.575,21	13,525	91.576,04
M17	27.410	0	0	90.647,67	0,000	90.643,44
N17	707.191	293	20.310	89.770,31	13,300	89.760,82
Q17	7.355	1	1.500	88.937,38	13,180	88.929,90
V17	435.927	86	12.275	87.255,44	12,960	87.251,87
F18	2.039.455	2.339	76.860	84.986,02	12,700	84.971,51
J18	720.356	92	10.270	82.762,24	12,540	82.734,03
N18	527.945	487	14.235	80.568,03	12,380	80.536,50
V18	180.156	37	9.575	78.408,02	12,250	78.373,40
F19	1.515.497	3.695	89.800	76.420,34	12,110	76.382,85

Fonte: Adaptado a partir dos dados disponíveis no *site* oficial da BM&FBovespa acessados em http://www2.bmf.com.br/pages/portal/bmfbovespa/boletim1/SistemaPregao_excel1.asp?Data=17/08/2016&Mercadoria=di1; acessado em 02/10/2016.

De maneira semelhante, a plataforma Bloomberg disponibiliza os ajustes para todos os contratos ao final de cada dia. Tais informações também podem ser facilmente exportadas para uma planilha de Excel.

Figura 13 - Tabela oficial com os ajustes para os contratos de DI1 futuro no dia 17/08/2016.



Fonte: Adaptado a partir da plataforma eletrônica da Bloomberg.

Com estes dados, é possível construir qual é a expectativa da curva nominal de juros brasileiros projetados pelo mercado tanto ao longo do dia quanto ao final, após a apuração dos preços oficiais de ajuste. Para a construção da curva ao longo do dia, basta utilizar uma interpolação simples entre os diversos pontos que possuem liquidez, pois estes apresentam diferencial pequeno entre os valores das ofertas de compra, venda e negócios realizados.

4.3 DADOS DA CURVA DE JUROS A TERMO DO CUPOM CAMBIAL

Os dados necessários para a construção da curva de juros a termo de cupom cambial podem ser obtidos de maneira semelhante aos dados necessários para a construção da curva a termo de juros do mercado brasileiro, utilizando a plataforma Bloomberg (ou similares) para acompanhar preços ao longo do dia e de fechamento, ou então o *site* da BM&FBovespa para consultar valores de -ajuste ao final do dia.

O produto a ser utilizado para a construção da curva a termo do cupom cambial é o contrato futuro de FRA de cupom cambial, representado oficialmente pela sigla FRC. Tal contrato representa na realidade uma operação estruturada envolvendo dois contratos DDI (contrato futuro de cupom cambial), que ao serem negociados simultaneamente oferecem ao investidor exposição à taxa a termo entre o primeiro vencimento listado de DDI e a data para a qual se está negociando o FRC sem o efeito indesejado da defasagem da variação cambial.

Tal contrato está descrito detalhadamente na seção 3.5.5 da revisão bibliográfica deste trabalho; cabe agora apenas lembrar que a estrutura temporal da curva de juros a termo do

cupom cambial que pode ser inferida a partir dos valores negociados para o FRC representa uma curva de juros entre a data de vencimento do primeiro contrato futuro negociado (primeiro dia útil do próximo mês) e a data para o qual se negocia o FRC.

De maneira análoga ao que foi construído para os contratos de DI1, o autor desenvolveu uma planilha que permite obter dados acerca de como estavam sendo negociados os contratos futuros de FRA de cupom cambial ao longo do dia para qualquer data passada utilizando-se da base de dados da Bloomberg. Um exemplo disso pode ser observado na figura 14, onde as cotações são dadas na forma de taxa de juros linear em pontos percentuais anualizada em uma base de 360 dias ao ano. Janelas onde não há dados representam horários para os quais não houve ofertas de compra ou venda dos produtos.

Figura 14 - Melhores ofertas de compra e venda para contratos de futuro de FRC ao longo do dia 17 de agosto de 2016.

	Produto	Vencimento	Produto	Vencimento	Produto	Vencimento	Produto	Vencimento	Produto	Vencimento
-	GDV6 Curncy	out-16	GDX6 Curncy	nov-16	GDZ6 Curncy	dez-16	GDF7 Curncy	jan-17	GDG7 Curncy	fev-17
Horário	Compra	Venda	Compra	Venda	Compra	Venda	Compra	Venda	Compra	Venda
17/8/16 10:00 AM										
17/8/16 10:30 AM										
17/8/16 11:00 AM	1.95	1.97	1.99							
17/8/16 11:30 AM	1.95	1.97	2.00	2.02						
17/8/16 12:00 PM	1.92	1.94	1.98				1.95			
17/8/16 12:30 PM	1.92						1.98			
17/8/16 1:00 PM										
17/8/16 1:30 PM										
17/8/16 2:00 PM										
17/8/16 2:30 PM	1.92	1.93		2.00	1.96		1.96	1.99		
17/8/16 3:00 PM	1.87	1.90	1.92				1.95	1.98		
17/8/16 3:30 PM	1.88		1.93					1.95		
17/8/16 4:00 PM	1.88	1.90	1.83							

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados fornecidos pela Bloomberg.

De maneira análoga ao contrato de DI1, “GD[XX] Comdty” refere-se a código utilizado pela Bloomberg para designar os diversos contratos de FRC negociados. Para cada vencimento de contrato negociado, existe uma única referência ([XX] ou [XXX]) que serve para designar o mês e ano do vencimento do contrato. O primeiro dígito sempre indica o mês de vencimento do contrato, e é representado por uma letra, segundo o padrão internacional utilizado para contratos futuros. Os dígitos seguintes representam o final do ano referente ao vencimento do contrato em negociação (Adaptado de Carreira e Brostowicz, 2016).

Podemos notar que, diferentemente dos contratos de DI1 futuro, os contratos de FRC apresentam menor liquidez ao longo do dia, permanecendo diversos horários sem ofertas de compra e venda ou então apresentando diferenças de preço muito grande entre estas.

Do mesmo modo que os contratos futuros de DI1, os contratos de FRC entram em leilão eletrônico ao final da tarde seguindo a mesma lógica. Os preços de ajuste oficiais divulgados

pela BM&FBovespa podem ser encontrados nos mesmos canais que os de DI1 futuro. Exemplos para o dia 17 de agosto de 2016 estão disponíveis no apêndice G deste trabalho.

Com estes dados, é possível construir qual é a expectativa da curva a termo de cupom cambial projetada pelo mercado tanto ao longo do dia quanto ao final, após a apuração dos preços oficiais de ajuste. Para a construção da curva ao longo do dia, tal verificação torna-se mais difícil, uma vez que, conforme ilustrado no exemplo da figura 14 acima, os dados são escassos.

4.4 DADOS ADICIONAIS NECESSÁRIOS À CONTRUÇÃO DA CURVA À VISTA DE CUPOM CAMBIAL

Além dos dados acerca da curva de juros brasileira e da estrutura a termo da curva de cupom cambial que podem ser obtidos a partir de derivativos negociados na BM&FBovespa descritos acima, o modelo a ser desenvolvido também irá utilizar os valores para o dólar futuro negociados e de ajuste, além de preços de referência para o Casado.

Os valores para o contrato de dólar futuro negociado na BM&FBovespa são facilmente obtidos utilizando a plataforma Bloomberg, tanto valores ao longo do dia quanto seu valor diário de ajuste. Dado sua altíssima liquidez (em detrimento da liquidez em operações de câmbio à vista), não é necessário elaborar um modelo que interpole o valor teórico para o contrato de dólar futuro ao longo do dia.

Para os valores do Casado, conforme foi discutido no início desta seção do trabalho, o autor irá utilizar-se do valor fornecido pelo Bloomberg para o Casado a cada dia caso necessite de uma referência para datas passadas durante a validação do modelo, dentre outros motivos por conta da variação dos preços ao longo do dia nos valores fornecidos por diferentes corretores. De maneira similar, o autor irá adotar um valor fixo para o contrato de dólar futuro todos os dias, utilizando-se do valor de ajuste oficial do contrato.

4.5 DADOS EM TEMPO REAL

Para a aplicação do modelo em tempo real, o autor irá utilizar funcionalidades fornecidas pela ferramenta da Bloomberg que permitem acompanhar em tempo real todas as ofertas de compra e venda para os diversos produtos mencionados nesta seção do trabalho. Tais dados também podem ser obtidos de outras maneiras, conforme foi mencionado na introdução desta seção, utilizando serviços de informação similares.

Dados referentes aos produtos negociados no mercado de balcão são mais difíceis de obter em tempo real. O caso particular do Casado, fundamental ao desenvolvimento do modelo desejado, será descrito em maiores detalhes na seção 4.7 do trabalho.

4.6 CALENDÁRIOS

O modelo a ser desenvolvido irá utilizar os calendários brasileiro e estadunidense de feriados, uma vez que estes são necessários para se construir as datas de liquidação de negócios de Casado, NDFs e determinar os vencimentos dos contratos futuros negociados na BM&F.

Uma tabela com os calendários de feriados utilizados pode ser encontrada no apêndice N deste trabalho.

4.7 PRINCIPAIS DESAFIOS IDENTIFICADOS NOS DADOS DISPONÍVEIS

A partir dos dados históricos obtidos para serem utilizados na validação e no uso do modelo, o autor identificou dois principais desafios. Primeiro, temos a imprecisão dos dados de preço do Casado, que, por se tratar de um produto negociado no mercado de balcão, são esparsos ao longo do dia e não apresentam um preço único de fechamento a ser considerado como referência. Outro problema do Casado é o impacto de uma variação em seu preço na construção da curva à vista de cupom cambial, que é diferente ao longo do mês. Quando faltam poucos dias para o final do mês, o Casado é negociado a preços absolutos baixos, e uma variação de 0,1 em seu preço (menor unidade negociada) acaba tendo um impacto muito maior do que o que ocorreria no início do mês. Um exemplo disso pode ser visto abaixo, onde o autor utilizou os dados obtidos para o mês de Abril de 2016 para avaliar o impacto de variações no Casado sobre o cupom cambial implícito negociado para o período.

Tabela 4 - Valores em pontos negociados para o Casado ao longo do mês de abril de 2016, taxa de juros de cupom cambial implícita negociada nestes pontos e impacto da variação de 0,1 pontos no Casado sobre a taxa calculada.

Data	Casado (R\$\$/1000US\$)	Cupom cambial - taxa anualizada linear	Impacto
1-abr-16	27.83	2.81%	0.04%
4-abr-16	27.00	2.64%	0.04%
5-abr-16	27.60	1.97%	0.04%
6-abr-16	27.30	1.36%	0.04%
7-abr-16	26.30	1.27%	0.04%
8-abr-16	23.90	1.29%	0.05%
11-abr-16	20.80	1.62%	0.05%
12-abr-16	20.40	0.96%	0.05%
13-abr-16	17.90	1.30%	0.06%
14-abr-16	16.80	0.99%	0.07%
15-abr-16	15.40	0.94%	0.07%
18-abr-16	14.05	0.75%	0.08%
19-abr-16	11.70	1.20%	0.09%
20-abr-16	10.10	1.28%	0.13%
22-abr-16	8.70	0.97%	0.14%
25-abr-16	6.60	1.42%	0.17%
26-abr-16	5.00	1.11%	0.20%
27-abr-16	3.70	-0.03%	0.26%
28-abr-16	2.40	-5.88%	1.03%

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados fornecidos pela Bloomberg.

O mês de abril de 2016 foi escolhido arbitrariamente pelo autor para demonstrar o efeito desejado, pois foi um mês onde o cupom cambial implícito no Casado variou bastante e chegou ao cenário extremo (e bastante improvável) de ser negociado como uma taxa negativa no final do mês. Temos, no entanto, que efeito semelhante ocorre em todos os meses do ano, e o impacto da variação de 0,1 pontos no Casado representa uma distorção existente no mercado, mas que se torna pouco representativa para a construção da curva à vista ao longo do dia (o que é o objetivo deste trabalho), uma vez que este tipo de distorção pode ser atribuído principalmente a fluxos de negócio ao longo do dia e não aos três componentes inerentes à curva descritos por Ferreira (2006).

Por conta destes problemas na correta avaliação do Casado, tanto ao longo do dia quanto como referência para datas passadas, o autor acredita que terá mais sucesso ao basear seu modelo em interpolações da curva de juros a termo de cupom cambial, que pode ser observada (e negociada) a partir dos contratos de operação estruturada de FRA de cupom cambial (FRA de cupom cambial, FRC), negociados no pregão eletrônico da BM&FBovespa.

Tal escolha apresenta uma série de vantagens, por permitir que o modelo seja testado para diversas datas passadas (a partir da base de dados descrita na seção anterior deste trabalho), bem como funcionar com dados reais ao longo do dia considerando todas as ofertas disponíveis no mercado e os negócios realizados nos contratos de FRA de cupom cambial para diversos vencimentos. Além disso, a construção de uma curva a termo evita o ruído na curva à vista de cupom cambial resultante das oscilações no preço do Casado, conforme descrito acima.

Temos, no entanto, o segundo problema identificado pelo autor que representa um desafio à precisa interpolação da curva de cupom cambial (seja à vista ou a termo) ao longo do dia: os contratos de operação estruturada de FRA de cupom cambial possuem baixa liquidez ao longo do dia, com exceção do leilão eletrônico de fechamento no qual seus preços de ajuste são definidos. Tal fato é mencionado por Carreira e Brostowicz (2016) e será discutido mais adiante neste trabalho.

Cabe aqui uma breve ressalva, justificando a “baixa liquidez” assumida como premissa neste trabalho. Por baixa liquidez entende-se tanto um baixo volume de ofertas abertas ao mercado, disponíveis como ofertas de compra ou venda aos ativos em questão, quanto um baixo volume de negócios efetivamente realizados.

O baixo volume de ofertas disponíveis ao mercado ao longo do dia já foi discutindo na seção deste trabalho referente à análise dos dados disponíveis. De forma complementar, o autor elaborou um estudo referente ao volume negociado para os contratos de operação estruturada de FRA de cupom cambial ao longo do mês de julho, explicitando os negócios que ocorreram durante o pregão eletrônico de negociação. Os resultados podem ser observados na figura 15.

Figura 15 - Volume negociado de contratos de operação estruturada de FRA de cupom cambial (FRC) ao longo do mês de julho.

Primeiro contrato de operação estruturada de FRA de cupom cambial				Segundo contrato de operação estruturada de FRA de cupom cambial				Quinto contrato de operação estruturada de FRA de cupom cambial			
Data	Total	Leilão	% fora do Leilão	Data	Total	Leilão	% fora do Leilão	Data	Total	Leilão	% fora do Leilão
7/1/2016	19,240	10,500	45.4%	7/1/2016	4,760	3,400	28.6%	7/1/2016	26,310	11,010	58.2%
7/4/2016	4,860	4,860	0.0%	7/4/2016	3,180	3,180	0.0%	7/4/2016	16,680	9,630	42.3%
7/5/2016	15,600	13,900	10.9%	7/5/2016	8,760	5,500	37.2%	7/5/2016	8,190	6,200	24.3%
7/6/2016	5,480	2,080	62.0%	7/6/2016	26,000	3,750	85.6%	7/6/2016	9,320	7,300	21.7%
7/7/2016	6,950	1,300	81.3%	7/7/2016	11,560	9,400	18.7%	7/7/2016	7,580	3,300	56.5%
7/8/2016	47,840	7,300	84.7%	7/8/2016	3,100	3,100	0.0%	7/8/2016	4,170	4,040	3.1%
7/11/2016	21,000	13,400	36.2%	7/11/2016	160	-	100.0%	7/11/2016	9,780	9,080	7.2%
7/12/2016	44,110	12,800	71.0%	7/12/2016	8,370	1,600	80.9%	7/12/2016	14,600	9,400	35.6%
7/13/2016	33,660	8,050	76.1%	7/13/2016	12,430	1,700	86.3%	7/13/2016	8,290	3,200	61.4%
7/14/2016	37,060	16,710	54.9%	7/14/2016	3,450	2,600	24.6%	7/14/2016	12,540	3,010	76.0%
7/15/2016	33,090	11,140	66.3%	7/15/2016	8,060	4,510	44.0%	7/15/2016	2,410	1,650	31.5%
7/18/2016	29,460	9,810	66.7%	7/18/2016	8,300	4,800	42.2%	7/18/2016	1,400	1,400	0.0%
7/19/2016	47,500	15,510	67.3%	7/19/2016	12,490	7,400	40.8%	7/19/2016	11,760	9,100	22.6%
7/20/2016	62,590	14,700	76.5%	7/20/2016	9,460	3,300	65.1%	7/20/2016	18,500	7,100	61.6%
7/21/2016	73,640	21,150	71.3%	7/21/2016	10,850	4,400	59.4%	7/21/2016	10,140	6,910	31.9%
7/22/2016	58,710	28,500	51.5%	7/22/2016	4,100	4,100	0.0%	7/22/2016	1,450	1,400	3.4%
7/25/2016	133,270	30,260	77.3%	7/25/2016	5,440	4,630	14.9%	7/25/2016	16,160	3,300	79.6%
7/26/2016	219,750	42,430	80.7%	7/26/2016	30,290	9,110	69.9%	7/26/2016	54,770	9,500	82.7%
7/27/2016	175,790	51,830	70.5%	7/27/2016	18,060	5,400	70.1%	7/27/2016	19,280	9,850	48.9%
7/28/2016	21,100	8,500	59.7%	7/28/2016	7,140	1,600	77.6%	7/28/2016	1,200	400	66.7%
7/29/2016	41,220	31,600	23.3%	7/29/2016	24,000	4,000	83.3%	7/29/2016	520	500	3.8%
Média	53,901	16,968	58.8%	Média	10,474	4,166	49.0%	Média	12,145	5,585	39.0%

Décimo contrato de operação estruturada de FRA de cupom cambial				Décimo quinto contrato de operação estruturada de FRA de cupom cambial				Vigésimo contrato de operação estruturada de FRA de cupom cambial			
Data	Total	Leilão	% fora do Leilão	Data	Total	Leilão	% fora do Leilão	Data	Total	Leilão	% fora do Leilão
7/1/2016	900	500	44.4%	7/1/2016	8,980	2,920	67.5%	7/1/2016	10	-	100.0%
7/4/2016	600	600	0.0%	7/4/2016	1,260	500	60.3%	7/4/2016	-	-	
7/5/2016	1,600	1,100	31.3%	7/5/2016	5,760	3,760	34.7%	7/5/2016	-	-	
7/6/2016	500	500	0.0%	7/6/2016	5,840	1,700	70.9%	7/6/2016	520	-	100.0%
7/7/2016	500	500	0.0%	7/7/2016	3,400	3,400	0.0%	7/7/2016	850	-	100.0%
7/8/2016	800	800	0.0%	7/8/2016	3,150	3,150	0.0%	7/8/2016	-	-	
7/11/2016	600	600	0.0%	7/11/2016	4,200	3,100	26.2%	7/11/2016	-	-	
7/12/2016	1,200	700	41.7%	7/12/2016	13,260	6,770	48.9%	7/12/2016	-	-	
7/13/2016	900	600	33.3%	7/13/2016	13,310	5,090	61.8%	7/13/2016	700	700	0.0%
7/14/2016	690	200	71.0%	7/14/2016	8,200	3,240	60.5%	7/14/2016	900	-	100.0%
7/15/2016	500	500	0.0%	7/15/2016	2,310	1,310	43.3%	7/15/2016	-	-	
7/18/2016	1,600	1,600	0.0%	7/18/2016	5,790	4,690	19.0%	7/18/2016	1,250	1,250	0.0%
7/19/2016	-	-		7/19/2016	3,800	1,000	73.7%	7/19/2016	-	-	
7/20/2016	100	100	0.0%	7/20/2016	3,860	1,700	56.0%	7/20/2016	-	-	
7/21/2016	530	530	0.0%	7/21/2016	1,700	1,300	23.5%	7/21/2016	-	-	
7/22/2016	2,020	500	75.2%	7/22/2016	4,320	2,000	53.7%	7/22/2016	100	100	0.0%
7/25/2016	-	-		7/25/2016	2,120	2,120	0.0%	7/25/2016	-	-	
7/26/2016	250	-	100.0%	7/26/2016	9,420	4,420	53.1%	7/26/2016	100	100	0.0%
7/27/2016	-	-		7/27/2016	2,450	1,700	30.6%	7/27/2016	-	-	
7/28/2016	2,320	1,950	15.9%	7/28/2016	-	-		7/28/2016	-	-	
7/29/2016	1,330	1,300	2.3%	7/29/2016	-	-		7/29/2016	-	-	
Média	807	599	23.1%	Média	4,911	2,565	41.2%	Média	211	102	50.0%

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados fornecidos pela Bloomberg.

Podemos notar que, apesar do contrato para a data futura mais próxima (identificado na figura acima como primeiro contrato de operação estruturada de FRA de cupom cambial) apresentar um volume de negócios elevado, com uma parte considerável destes ocorrendo fora do leilão eletrônico do final do dia, conforme se avança para contratos de prazo mais longos, o volume diário médio negociado decai rapidamente e a fração de negócios realizados fora do leilão

torna-se irregular, até atingir-se uma situação binária como a que ocorre para o vigésimo vencimento listado onde todos os negócios do dia ocorrem ou durante ou fora do leilão.

4.8 PROPOSTA INICIAL DE CONSTRUÇÃO DO MODELO

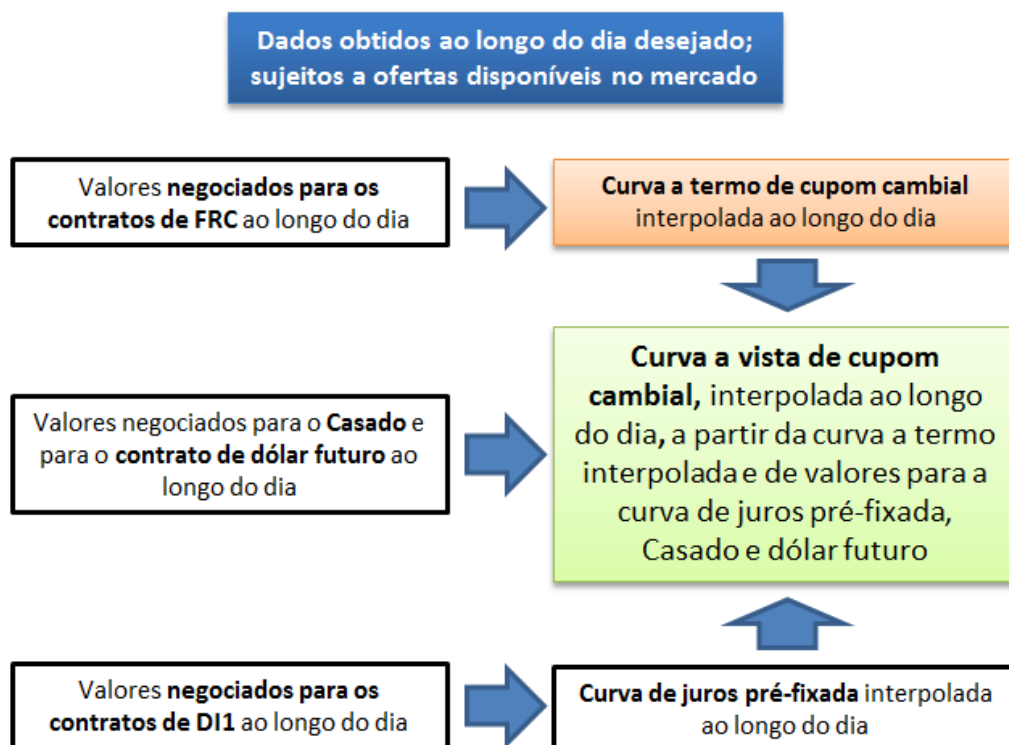
De forma geral, podemos resumir o que foi discutido neste tópico da seguinte maneira:

A interpolação da curva de juros de cupom cambial à vista é prejudicada por conta de efeitos indesejados no preço do Casado, sendo a interpolação de sua curva a termo mais representativa para o objetivo desejado neste trabalho. Tal escolha justifica-se também devido ao maior poder de explicação nos movimentos da curva a termo a partir de seus componentes principais, sendo estes o nível, a inclinação e a curvatura da estrutura temporal da curva, em comparação com os resultados obtidos para a curva à vista (FERREIRA, 2006).

A construção da estrutura temporal da curva de cupom cambial a termo, por sua vez, implica em outra dificuldade a ser superada: os valores observáveis da curva ao longo do dia a partir dos contratos de FRC são poucos, uma vez que tais contratos apresentam baixa liquidez. Por conta disso, será necessário adotar métodos de interpolação numérica a partir dos dados disponíveis a cada instante para obter uma estimativa dos demais.

Na figura 16, temos uma representação da proposta inicial para o modelo a ser desenvolvido. Os dados necessários à construção da curva à vista de cupom cambial ao longo do dia podem ser obtidos a partir das fontes citadas neste capítulo ou, então, a partir de outras fontes disponíveis ao leitor caso este assim deseje.

Figura 16 - Proposta inicial de desenvolvimento do modelo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesta proposta inicial, pode-se observar em laranja a etapa de maior interesse a ser trabalhada em mais detalhes ao longo do desenvolvimento do modelo: a construção da curva a termo de cupom cambial interpolada ao longo do dia a partir dos contratos de FRC.

Tal etapa merece maior destaque, pois é a que, no estado atual, representa maior desafio ao desenvolvimento do trabalho, uma vez que as demais condições necessárias à construção da curva à vista de acordo com a metodologia descrita na revisão bibliográfica não oferecem muitas oportunidades de serem trabalhadas pelos seguintes motivos:

- Valores para o Casado – deverão ser escolhidos de forma arbitrária pelos usuários do modelo ao longo do dia a partir de valores observados no mercado de balcão.
- Valores para o dólar futuro – trata-se de um dos produtos de maior volume negociado na BMF&Bovespa. Portanto é possível obter valores em tempo real.
- Curva de juros pré-fixados – a estrutura temporal da curva de juros pré-fixados pode ser estimada em tempo real com precisão a partir dos valores negociados para os

contratos de DI1, uma vez que estes possuem boa liquidez (ofertas de compra, venda e negócios realizados) para a grande maioria dos vencimentos negociados.

5. COLETA DE DADOS PARA DESENVOLVIMENTO DO MODELO

5.1 BASE DE DADOS CONSOLIDADA

Tendo definidas todas as bases de dados a serem utilizadas para o desenvolvimento do modelo, o autor desenvolveu uma base de dados consolidada contendo os valores oficiais de ajuste para todos os contratos mencionados acima, o que irá facilitar simulações do modelo para diferentes datas ao longo do último ano.

Além dos valores oficiais de ajuste, a base de dados permite também a consulta de dados ao longo do dia para ofertas de compra e venda dos contratos de DI1 e FRC, os quais serão utilizados na avaliação das projeções da curva de cupom cambial ao longo do dia, conforme foi indicado na seção de análise de dados disponíveis do trabalho.

Por fim, a base de dados conta com os diversos calendários de feriados necessários à construção de curvas de juros no Brasil e nos Estados Unidos.

Exemplos dos dados obtidos podem ser vistos nas tabelas 11 e 12 disponíveis no apêndice H deste trabalho, extraídas pelo autor de sua base de dados consolidada a partir de dados fornecidos pela plataforma Bloomberg.

A base de dados permite também consultas a valores disponíveis de ofertas de compra e venda para contratos de FRC e de DI1 ao longo do dia para datas passadas, conforme foi apresentado brevemente na seção de apreciação dos dados disponíveis. Um exemplo da quantidade de contratos de FRC que apresentavam ofertas de compra e venda ao longo do dia para diversas datas é apresentado na tabela 5.

Devido à quantidade exorbitante de dados que seriam gerados e armazenados caso o autor buscasse elaborar uma única planilha contendo todas as ofertas ao longo do dia para todas as datas disponíveis, este optou por utilizar a ferramenta de consulta à base de dados da Bloomberg através do Excel, mediante solicitação de dados para certa data. Desta forma, ao rodar simulações para uma data passada, os dados necessários para simular o comportamento ao longo do dia são obtidos em questão de minutos.

Apesar da pequena demora enfrentada entre duas consultas para datas diferentes, devido ao tempo que a ferramenta da Bloomberg para Excel demora em buscar dados históricos da base de dados da agência e exportar para a planilha, o autor considera que esta demora não terá

impacto algum no desempenho do modelo a ser construído, uma vez que estes dados servirão apenas para validar o desempenho em datas passadas e dados em tempo real podem ser obtidos sem atrasos significativos por múltiplas fontes.

Tabela 5 - Quantidade de contratos de FRC com ofertas de compra e venda ao longo do dia para diversas datas do ano de 2016.

Data/Horário	11h	12h	13h	14h	15h	16h	Média
5-abr-16	4	3	2	1	5	5	3.33
7-abr-16	3	4	3	1	4	5	3.33
11-abr-16	3	2	4	0	3	2	2.33
13-abr-16	13	8	4	0	7	10	7.00
15-abr-16	5	6	3	4	3	11	5.33
19-abr-16	5	0	2	1	3	7	3.00
22-abr-16	5	2	1	2	6	3	3.17
26-abr-16	9	7	9	8	4	2	6.50
3-mai-16	3	3	0	0	6	4	2.67
5-mai-16	5	6	2	1	1	4	3.17
9-mai-16	0	8	1	0	1	1	1.83
12-mai-16	4	1	4	2	4	4	3.17
16-mai-16	1	1	0	0	0	0	0.33
18-mai-16	1	5	3	1	4	4	3.00
20-mai-16	3	0	0	1	3	2	1.50
24-mai-16	4	4	2	4	6	3	3.83
3-jun-16	0	0	2	1	1	0	0.67
6-jun-16	4	4	2	1	4	5	3.33
8-jun-16	3	2	3	3	3	6	3.33
10-jun-16	1	3	0	3	3	2	2.00
14-jun-16	5	3	1	0	1	1	1.83
16-jun-16	5	4	4	4	3	4	4.00
20-jun-16	1	2	0	0	1	0	0.67
22-jun-16	5	4	5	3	5	3	4.17
24-jun-16	4	7	4	3	4	8	5.00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tal base de dados permitirá ao autor avaliar o comportamento do cupom cambial em datas passadas, analisando suas variações e comparando-as com as fornecidas por suas interpolações a fim de se determinar o método mais adequado através das métricas propostas.

5.2 DADOS EM TEMPO REAL PARA O MODELO

Para desenvolver o modelo a ser utilizado pela mesa de operações, os dados necessários à construção da curva de cupom cambial à vista devem ser fornecidos ao modelo com agilidade suficientemente boa para que possam ser tomadas decisões de gestão de risco em cima dos resultados obtidos.

Para isso, o autor dispõe de três fontes de dados em tempo real para todos os produtos negociados na BMF&Bovespa, as quais muito provavelmente também se encontram ao

alcance do leitor que busca, ao ler este trabalho, desenvolver algo semelhante em sua área de atuação. São estas:

- Conexão direta com o mercado via plataforma Bloomberg
- Conexão direta com o mercado via plataforma Reuters
- Conexão direta com o mercado via plataforma ePuma

As plataformas Bloomberg e Reuters podem ser encontradas facilmente nas diversas mesas de operação ao redor do mundo todo, podendo também ser acessadas por pessoas que assinem o serviço individualmente. Cabe ressaltar que tais serviços cobram valores adicionais caso ofereçam dados em tempo real no plano mensal, e o custo total necessário apenas para o desenvolvimento deste trabalho pode levar o autor a buscar alternativas mais econômicas.

A plataforma ePuma é a plataforma oficial da BM&FBovespa para negociações no pregão eletrônico, e seu uso é restrito a corretoras autorizadas. Ela permite acesso a informações do mercado no Excel em estações de trabalho onde um operador autorizado (cadastrado e habilitado para operar no ePuma) esteja conectado.

6. DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Para iniciar o desenvolvimento do modelo, o autor irá utilizar como base a metodologia proposta por Carreira e Brostowicz (2016) para desenvolver uma plataforma sólida e consistente para precificação e gestão de riscos de derivativos financeiros de juros e moedas no mercado brasileiro, adaptando-a ao escopo deste trabalho.

Primeiramente, é preciso definir quais serão os produtos utilizados como base para a construção das curvas de juros desejadas. A escolha inicial a ser feita é quanto aos produtos utilizados para estimar a parte curta da curva à vista de cupom cambial (seu primeiro vértice), uma vez que o trio Casado – dólar *spot* – dólar futuro necessita de apenas dois deles para ser definido. Para o desenvolvimento deste trabalho, o autor irá utilizar como valores de referência o Casado e o dólar futuro, por serem estes os dois valores diretamente observáveis no mercado devido à natureza do mercado de câmbio brasileiro.

É importante ressaltar que tal escolha se baseia na realidade atual e pode ser facilmente alterada em função de mudanças na dinâmica do mercado de câmbio no Brasil. Em um cenário hipotético, onde as transações cambiais pudessem ocorrer livremente (sem serem intermediadas pelo Banco Central) e o mercado de dólar *spot* apresentasse liquidez muito superior ao mercado de contratos futuros (como ocorre em outras moedas negociadas por dólares como o peso mexicano e o euro), poderíamos utilizar os valores dos negócios *spot* e dos contratos futuros para estimar o Casado.

Para estimar o restante da estrutura temporal da curva de cupom cambial (todos os demais pontos da curva), serão utilizados os contratos de operação estruturada de futuro de FRA de cupom cambial (FRC) combinados com os contratos futuros de taxa média de depósitos interfinanceiros de um dia (DI1), uma vez que são estes os que melhor se adequam ao escopo deste estudo.

Alternativas para estimar a parte longa da curva de cupom cambial, propostas por Carreira e Brostowicz (2016), seriam utilizar os próprios contratos de dólar futuro negociados na BMF&Bovespa ou então similares negociados no mercado de balcão (*Non Deliverable Forwards* – NDFs). A primeira alternativa não permite que sejam realizados estudos de desempenho do modelo ao longo do dia para datas passadas, uma vez que contratos de dólar futuro (exceto pelo de vencimento mais próximo) são negociados muito esporadicamente, sem que ofertas de compra ou venda sejam observáveis no mercado. A segunda alternativa

resultaria em dificuldades semelhantes às encontradas para se estimar valores para o Casado, devido à natureza do mercado de balcão. Por conta disso, o autor evitou discorrer sobre tais alternativas na seção de apreciação dos dados disponíveis no mercado.

Após a definição de quais produtos serão utilizados na construção do modelo, é preciso definir como será estruturada a curva de juros. O método a ser empregado na construção da curva à vista de cupom cambial será o mesmo descrito na seção 3.7 da revisão bibliográfica deste trabalho, a partir do qual se obtêm uma curva à vista entre a data de liquidação de uma operação de Casado e as demais datas futuras.

É possível, embora não recomendado, adotar outras referências como base para a curva à vista de cupom cambial (ou até mesmo trabalhar apenas com a curva a termo observável nos contratos de FRC). A principal vantagem de se trabalhar com uma curva como a apresentada neste estudo é a facilidade de se calcular os riscos existentes no portfólio na mesma referência dos produtos que são negociados com considerável liquidez no mercado (Casado, DDI, dólar futuro) e conseguir assim uma melhor explicação para variações nos preços dos ativos, bem como maior facilidade para se determinar os *hedges* a serem efetuados.

Por fim, temos que é de suma importância ter bem definidas como serão realizadas as diversas interpolações necessárias ao modelo. Não existe consenso sobre qual método é o mais adequado para se interpolar cada tipo de curva, apesar de existirem casos onde certo modelo é amplamente utilizado pelos participantes do mercado (como é o caso da interpolação log-linear para a curva de juros pré-fixados a partir dos contratos de DI1). Isto nos leva a um dos desafios deste trabalho, que é o de se determinar, dentre as diversas propostas de interpolação possíveis, qual alternativa melhor se adequa ao desejado.

6.1 MÉTRICAS QUE SERÃO UTILIZADAS NA AVALIAÇÃO DE PROPOSTAS DE SOLUÇÕES AO MODELO

O modelo a ser adotado terá como base a interpolação da curva de juros a termo de cupom cambial, construída a partir dos preços dos contratos de operação estruturada de FRA de cupom cambial, que poderão ser utilizados para obter estrutura temporal da a curva à vista de juros de cupom cambial.

Torna-se necessário, portanto, definir o que é uma boa interpolação da curva de juros a termo ao longo do dia, uma vez que qualquer modelo a ser proposto consiste em uma aproximação

teórica dos valores negociados pelo mercado, cujos valores que podem ser inferidos a partir de observações são muito mais imprecisos e difíceis de estimar do que outras curvas de juros como a curva de juros pré-fixados à vista no mercado brasileiro.

Para tal efeito, serão consideradas duas principais características da curva interpolada ao longo do dia para comparar diversas metodologias de interpolação que serão propostas neste trabalho: seu desempenho (variabilidade) ao longo do dia em função de variações nos parâmetros disponíveis e sua acurácia ao final do dia.

As métricas que serão utilizadas para se avaliar e comparar as diversas propostas de solução têm por base as métricas utilizadas para se avaliar previsões de séries temporais, principalmente as propostas por Hyndman e Athanasopoulos (2013). O autor irá adaptá-las de forma a adequá-las ao contexto trabalhado e aplicá-las aos resultados observados nos testes realizados com as diversas propostas de interpolação.

6.1.1 Variação da curva projetada ao longo do dia

A primeira medida utilizada a ser avaliada é o quão consistente uma interpolação é ao longo do dia, que pode ser entendida como o quanto a curva projetada varia em função dos parâmetros de entrada fornecidos ao modelo.

Uma interpolação consistente deve ser capaz de definir a curva ao longo do dia sem oscilações bruscas resultantes de variações pouco representativas nas ofertas de compras e vendas nos ativos.

Para comparar o quanto a curva projetada por diversos modelos varia ao longo do dia, o autor irá comparar as variações entre a projeção da curva de hora em hora para diversas datas passadas, tanto para estimativa da curva a termo como um todo quanto escolhendo prazos para vencimento dos contratos de FRC de maneira arbitrária e atribuindo importância maior aos de vencimento mais próximo. Esta escolha por atribuir pesos maiores aos vencimentos próximos foi uma solicitação dos gestores da mesa de operações, uma vez que o portfólio gerido possui exposição maiores à variações na estrutura temporal da curva de juros de cupom cambial para prazos mais próximos, tornando-os mais importantes do que os demais do ponto de vista gerencial para a mesa.

Tal métrica faz sentido na aplicação prática do modelo, pois, ao longo do dia, é desejável à mesa de operações na qual o modelo será aplicado que este permita uma valoração do

portfólio ao longo do dia sem grandes variações bruscas, além de ser importante na hora de se precificar ativos cujo preço está sujeito a variações na estrutura temporal da curva de juros à vista de cupom cambial e cujo *hedge* é realizado em contratos de FRC.

6.1.2 Diferença entre a curva projetada e a curva oficial de fechamento do dia

A segunda métrica a ser considerada na avaliação do desempenho das propostas de interpolação da curva de juros à termo de cupom cambial é a diferença entre a projeção (interpolação) ao longo do dia e a oficial de fechamento para o dia que é a obtida a partir dos preços negociados para os contratos de FRC no leilão eletrônico de fechamento.

Apesar de ser uma métrica bastante óbvia, pode ser difícil avaliar o quanto as propostas se adequam ao longo do dia, pelo simples fato de ocorrerem eventos ao longo do dia que interferem na estrutura da curva a termo de cupom cambial. Desta maneira, uma interpolação muito próxima da realidade às 10 horas da manhã pode acabar sendo muito diferente do aspecto que a curva irá adquirir às 5 horas da tarde, após o leilão de fechamento, mas nem por isso deixa de ser correta.

Por conta disso, a diferença entre a curva projetada e a curva oficial de fechamento do dia será considerada apenas para a projeção realizada com os dados disponíveis às 16 horas (último horário de livre negociação de todos os contratos antes do leilão de fechamento) e a curva de fechamento do dia.

Da mesma maneira que na métrica anterior, o autor irá realizar testes com diversas metodologias de interpolação para diversas datas passadas, tanto para a curva a termo como um todo quanto escolhendo prazos para vencimento dos contratos de FRC de maneira arbitrária e atribuindo importância maior aos de vencimento mais próximo.

6.2 PROPOSTAS DE MODELO A SEREM AVALIADAS

Nesta seção, o autor irá descrever diversas propostas elaboradas por ele para interpolar a curva a termo de cupom cambial ao longo do dia a partir dos contratos de operação estruturada de FRA de cupom cambial negociados na BM&FBovespa, utilizando-se da base de dados descrita na seção 5.1 deste trabalho.

Em diversas propostas, serão utilizadas interpolações lineares, log-lineares, polinomiais, por *Cubic Spline* ou contendo suavizações exponenciais dos dados. Os métodos utilizados para se realizar tais interpolações estão descritos na seção 3.2 da revisão bibliográfica deste trabalho.

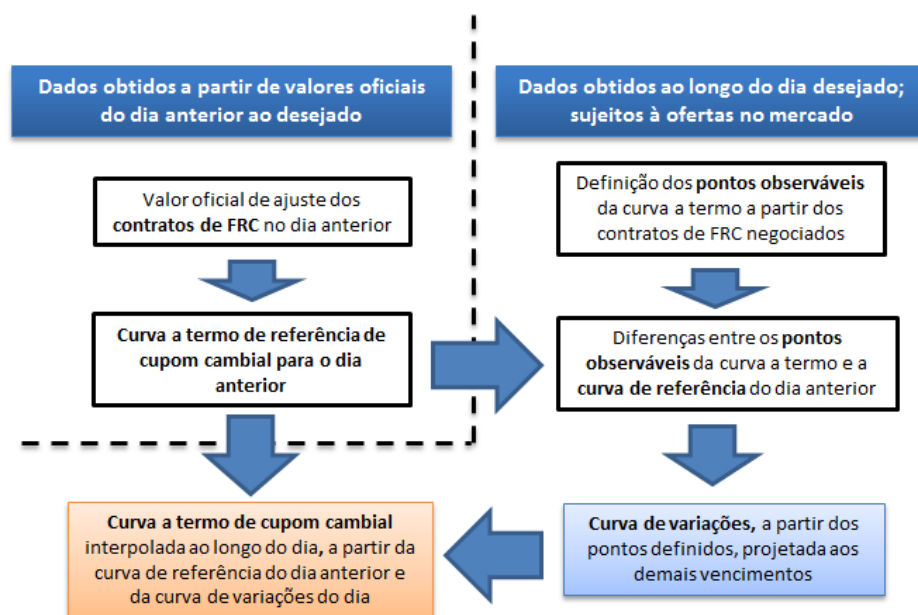
6.2.1 Refinamento da proposta inicial de construção do modelo

O objetivo das interpolações, que é **avaliar a projeção da curva a termo ao longo do dia**, pode ser entendido também como uma **avaliação de como cada ponto da curva está variando em relação ao seu valor de referência do dia anterior**. Por conta disso, o autor irá utilizar interpolações em cima da variação dos pontos da curva a termo no dia, ao invés de interpolar diretamente os pontos disponíveis.

Um dos objetivos pretendidos com isso é preservar as características de inclinação, curvatura e concavidade da estrutura temporal da curva a termo de um dia para o outro, bem como ser capaz de estabelecer uma estimativa razoável para a curva em momentos nos quais poucas ou nenhuma oferta válida pode ser observada no mercado.

Na figura 17, temos um esquema elaborado pelo autor que busca ilustrar em que consiste este pequeno refinamento a ser adicionado à proposta inicial, definida anteriormente na seção 4.8 deste trabalho.

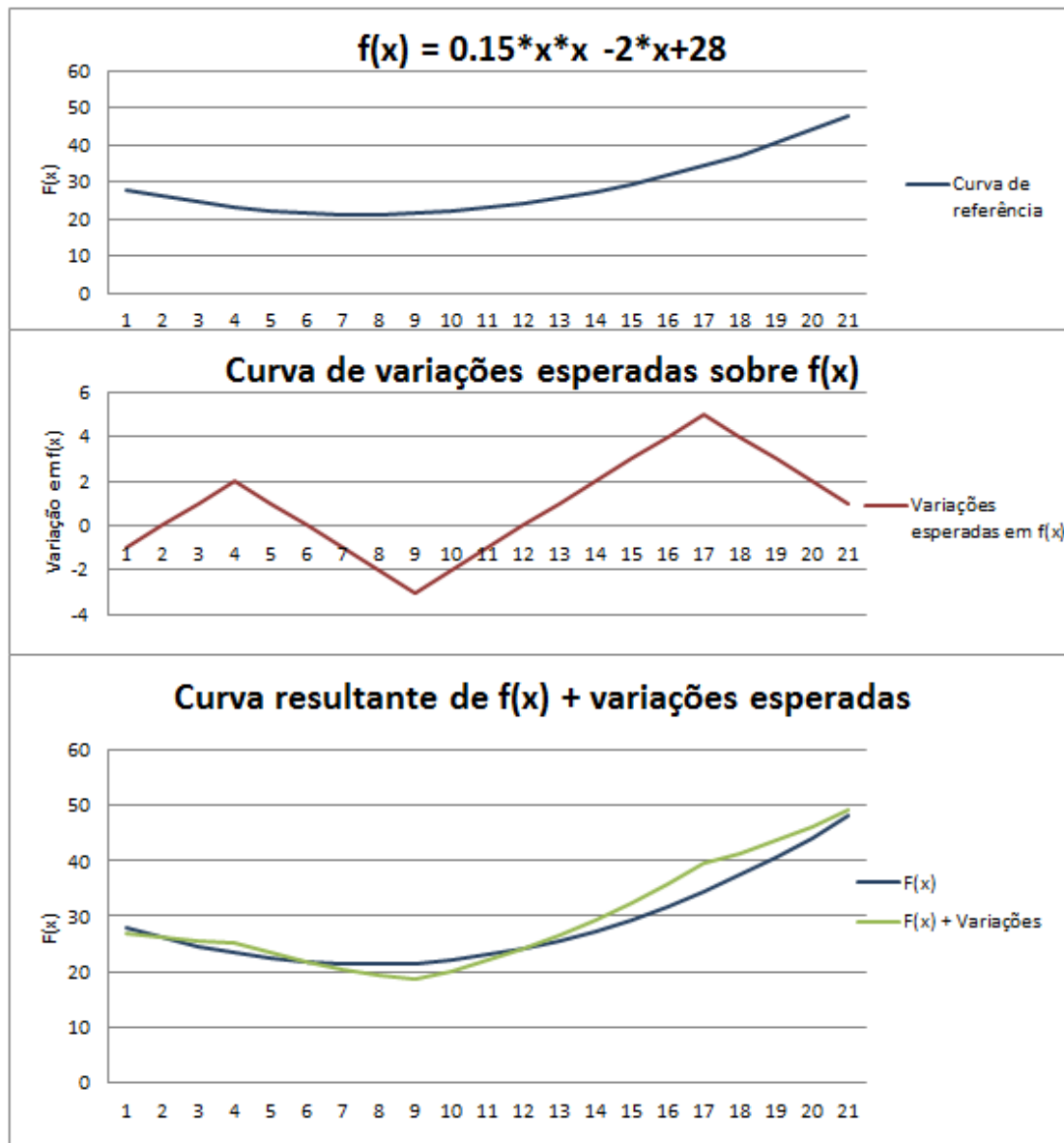
Figura 17 - Primeiro refinamento da proposta inicial de construção do modelo – a curva interpolada de variações a partir dos pontos definidos.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O autor elaborou o esquema da figura 18 para ilustrar o conceito de aproximar a projeção da curva desejada a partir de uma curva de referência e movimentos (variações) esperados em para ponto da curva.

Figura 18 - Representação do conceito de interpolar uma curva de juros desejada a partir de uma curva de referência e suas variações esperadas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Note que, a partir de certa curva de referência $f(x)$ (no topo da figura 18), conhecendo os valores para certos pares $[x, f(x)]$ em um momento seguinte é possível calcular qual é a variação de $f(x)$ para estes pontos. Projetando estas variações ao longo de todos os valores de x , é possível construir uma curva das variações esperadas sobre $f(x)$ entre dois instantes. No caso da figura 18, o autor utilizou uma interpolação linear simples para determinar os demais

pontos da curva de variações. Por fim, temos que a curva resultante pode ser estimada a partir da soma entre $f(x)$ e suas variações esperadas para todos os pontos.

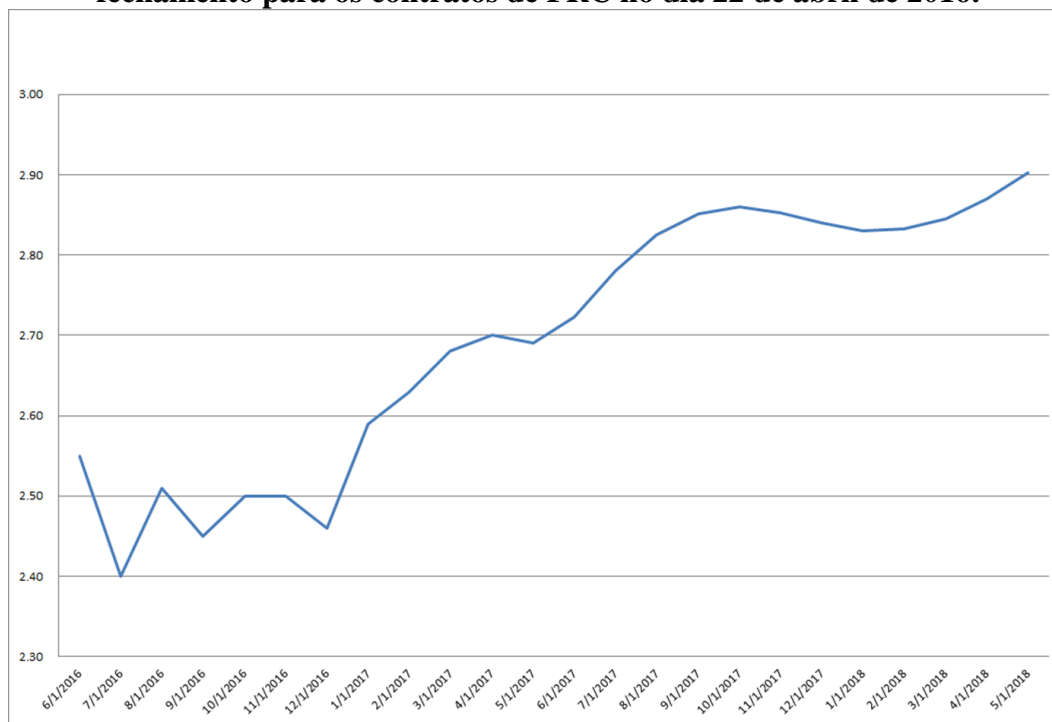
Ao estimar a projeção da curva a termo ao longo do dia utilizando para isso uma curva base de referência somada a uma curva teórica de variações observadas durante o dia, temos que uma das condições de contorno intuitivas ao modelo, segundo a qual, caso não se possa observar nenhuma variação em pontos da curva ao longo do dia, sua melhor projeção deve ser igual à última observação da curva, é atendida.

Por conta disso, temos que todas as alternativas de modelo propostas a seguir serão compostas de duas etapas: **determinar de uma curva de referência para o dia anterior** a partir dos dados oficiais de fechamento e **construir uma curva de variações esperadas** para cada ponto ao longo do dia.

Para a curva de referência do dia anterior, além da alternativa intuitiva de adotar para cada ponto o valor oficial de ajuste dos contratos de FRC, o autor irá propor também alternativas onde tal curva é interpolada, obtendo-se assim uma curva teórica, que pode ser interpretada como sendo a curva a termo que deveria ter sido a oficial de fechamento do dia anterior em um cenário hipotético onde não houvesse distorções nos preços de fechamento dos contratos de FRC.

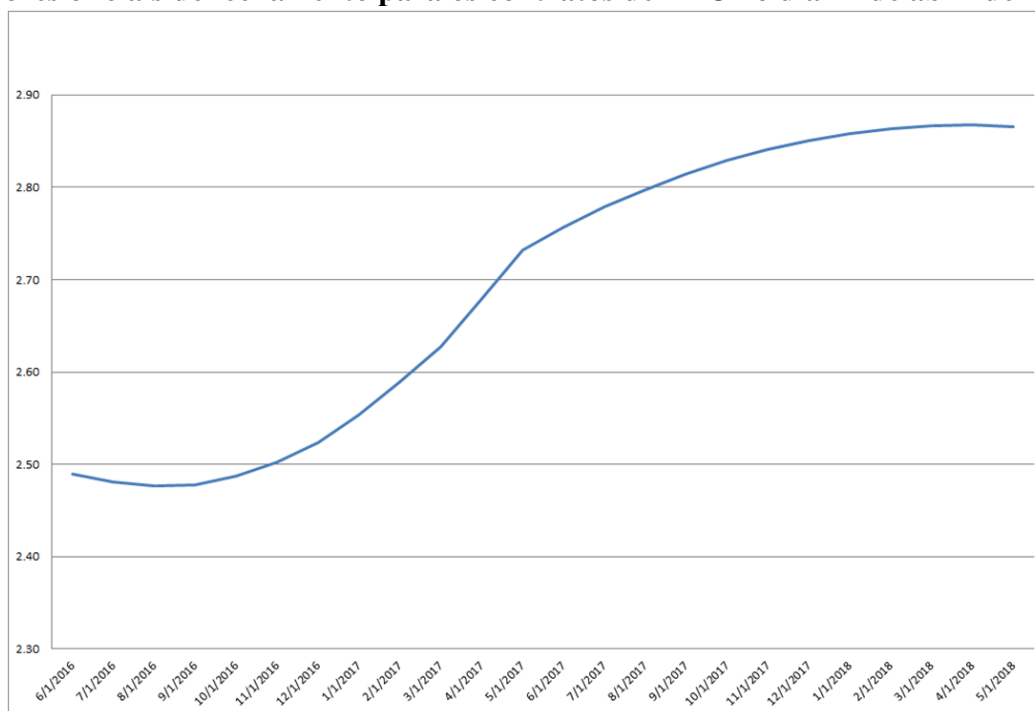
O objetivo pretendido ao considerar uma curva de referência interpolada é evitar que distorções na curva sejam propagadas para a interpolação do dia seguinte caso os pontos distorcidos sejam os únicos observáveis. Um exemplo disso pode ser visto nas figuras 19 e 20, nas quais podemos perceber que distorções existentes em certos pontos da curva a termo de cupom cambial que estão suavizadas na curva de referência interpolada.

Figura 19 - Curva a termo de cupom cambial, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC no dia 22 de abril de 2016.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 20 - Curva a termo de cupom cambial de referência, interpolada a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC no dia 22 de abril de 2016.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A ideia por detrás deste método reside no fato de que em qualquer mercado onde existam múltiplos participantes, dos quais diversos desempenham papel de arbitradores, distorções de

preços quanto à referência considerada justa pelos participantes tende a ser rapidamente desfeita. Por conta disso, em diversos modelos utilizados no mercado financeiro, aplica-se o princípio de não arbitrariedade dos ativos, principalmente modelos de construção de curvas de juros.

Desta forma, as diversas propostas de interpolação da curva a termo de cupom cambial ao longo do dia terão como base uma curva a termo suavizada de referência para o dia anterior, como forma de mitigar distorções resultantes do leilão de fechamento. Além disso, serão testadas também alternativas utilizando como curva de referência a própria curva oficial de ajustes dos contratos de FRC. Tais alternativas, utilizando a terminologia de projeções numéricas na literatura existente, podem ser denominadas como sendo alternativas *naïve* (simples), e têm como principal propósito ilustrar o efeito de se utilizar suavizações na curva de referência.

O passo seguinte ao modelo proposto consiste em estimar quais pontos da curva a termo de cupom cambial podem ser determinados ao longo do dia a partir dos negócios para os contratos de FRC. Conversas do autor com os gestores da mesa de operações onde realiza seu estágio supervisionado e com diversos outros participantes do mercado (corretores que realizam negócios com o mesmo) levaram este a concluir que a melhor forma para se determinar tais pontos é a partir das melhores ofertas de compra e venda disponíveis para cada contrato de FRC; apenas para os contratos que possuam ambas simultaneamente.

Tal escolha baseia-se em dois motivos:

- O valor observado para o último negócio realizado nos contratos é pouco representativo, uma vez que este pode ter ocorrido muitas horas antes do instante desejado. Tais valores também podem ser enviesados na medida em que é possível que qualquer um cruze (compre e venda para si mesmo) os contratos por qualquer preço; dentro dos limites máximos determinados pela BM&FBovespa.
- Valores de compra ou venda sozinhos são pouco representativos, uma vez que não é possível estabelecer a partir de uma única oferta qual é o valor justo estimado pelo mercado para certo contrato. Dificilmente o valor seria equivalente ao valor ofertado, pois, caso isso fosse verdade, o negócio seria rapidamente realizado.

Desta forma, o método que será utilizado para determinar o valor estimado pelo mercado para os contratos de FRC será a média aritmética simples entre a melhor oferta de compra e a melhor oferta de venda de cada contrato a cada instante.

Na figura 21, pode-se observar um exemplo aplicado desta metodologia. A partir da base de dados desenvolvida pelo autor que permite consultar como estavam, a cada instante, as ofertas de compras e vendas para todos os contratos de FRC em datas passadas, pode-se inferir o valor estimado pelo mercado para os pontos nos horários desejados, identificados como sendo os pontos observáveis (média simples entre ofertas de compra e venda).

Figura 21 - Melhores ofertas de compra e venda para os contratos de FRC no dia 22 de abril de 2016.

Vencimento do FRC	11h		12h		13h		Pontos observáveis		
	COMPRA	VENDA	COMPRA	VENDA	COMPRA	VENDA	11h	12h	13h
1-Jun-16		2.48	2.44	2.47	2.48	2.52		2.455	2.5
1-Jul-16	2.21	2.29	2.22	2.29	2.29		2.25	2.255	
1-Aug-16		2.47		2.47					
1-Sep-16	2.4	2.42					2.41		
1-Oct-16	2.38	2.44					2.41		
1-Nov-16	2.34	2.36					2.35		
1-Dec-16	2.21	2.43	2.45				2.32		
1-Jan-17		2.57			2.45				
1-Feb-17									
1-Mar-17									
1-Apr-17									

Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se notar que, conforme esperado pela premissa de que os contratos de FRC possuem pouca liquidez ao longo do dia, a quantidade de pontos observáveis é consideravelmente baixa frente ao total de vencimentos que são negociados. Exceto pelos primeiros pontos negociados (contratos FRC para vencimentos mais próximos), os demais permanecem boa parte do dia sem definição (sem ofertas de compra e venda disponíveis).

A partir dos pontos que podem ser observados, o próximo passo no modelo proposto consiste em estimar qual é a variação entre os pontos observáveis e seu valor esperado para o fechamento do dia anterior, para que seja possível posteriormente interpolar as variações observáveis nos pontos existentes aos demais pontos não observáveis.

O objetivo desejado ao construir esta curva de juros teórica das variações no valor da curva a termo de cupom cambial, ao invés de simplesmente buscar estimar a curva toda puramente a partir destes pontos é, conforme citado anteriormente, preservar as características da curva

anterior (seu nível, inclinação e concavidade), uma vez que esperar que estas não variem demasiadamente de um momento para o outro é uma premissa bastante razoável.

Além disso, temos que, em diversas ocasiões, não é possível determinar nenhum ponto observável a partir dos contratos de FRC, o que nos leva a uma situação onde não seria possível adotar nenhuma interpolação sensata para a curva como um todo sem se utilizar dos valores obtidos para a curva do dia anterior.

Na figura 22, podemos ver o resultado da construção das variações teóricas para cada contrato de FRC que possui pontos observáveis ao longo do dia, a partir dos valores obtidos com as ofertas de compra e venda disponíveis na figura 21 e de uma curva teórica para o fechamento do dia anterior.

Neste exemplo, temos que a curva de referência utilizada foi a curva composta pelos valores oficiais de fechamento (ajuste) para os contratos de FRC no dia anterior ao dia 22 de abril de 2016, para os quais se observa os pontos ao longo do dia. Tal representação é a alternativa mais simples possível a ser utilizada pelo modelo (alternativa *naïve*).

Outro detalhe importante na figura 22 é a premissa de que, para os pontos mais extremos da curva, sendo estes o primeiro e o último vencimento de contrato de FRC no período considerado, caso não seja possível determinar um ponto observável utilizar-se-á o valor zero como referência de movimento para tal contrato.

Tal condição de contorno é necessária para que se possa realizar uma interpolação justa sobre todas as variações observáveis. Ela também é bastante intuitiva no caso onde não é possível determinar nenhum ponto observável na curva a termo de cupom a partir dos contratos de FRC (ausência de ofertas de compra e venda) e a melhor estimativa possível para a curva é a de que ela permanece igual ao seu último valor observável.

Figura 22 - Diferenças consideradas entre os pontos observados para a curva a termo de cupom cambial a partir dos contratos FRC e seu valor de referência para o dia 21 de abril de 2016.

Vencimento do FRC	Referência	11h	12h	13h
1-Jun-16	2.55	0.00	0.00	0.05
1-Jul-16	2.40	-0.04	-0.03	
1-Aug-16	2.51			
1-Sep-16	2.45	0.03		
1-Oct-16	2.50	0.01		
1-Nov-16	2.50	0.00		
1-Dec-16	2.46	-0.11		
1-Jan-17	2.59			
1-Feb-17	2.63			
1-Mar-17	2.68			
1-Apr-17	2.70			
1-May-17	2.69			

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tendo definido, para cada hora do dia, quais são os pontos observáveis considerados da curva, o próximo passo no desenvolvimento de uma alternativa de solução para o modelo é estimar qual é a variação esperada para os demais contratos de FRC.

Tal passo faz sentido uma vez que a curva a termo de cupom cambial apresenta um perfil suficientemente contínuo ao longo de seus vencimentos, que se mantém ao longo dos dias, exceto por distorções resultantes de fluxos de mercado.

Temos também que a maior parte das variações na curva a termo de cupom cambial pode ser explicada a partir de variações em seu nível (FERREIRA, 2006), o que nos leva a crer que, caso certo contrato esteja sendo negociado a um valor superior ao seu valor de fechamento no dia anterior, é razoável supor que tal aumento de preço também seja notado nos demais pontos da curva, em especial nos contratos para vencimentos mais próximos. Do contrário, teríamos que movimentações da curva a termo de cupom cambial seriam explicáveis por efeitos de ordem superior (torções na curva, modeladas por polinômios de ordem elevada), o que não é o caso.

Desta forma, temos que o modelo a ser desenvolvido deverá ser capaz de projetar as variações observadas em certos pontos da curva a termo de cupom cambial aos seus demais. Ora, existem múltiplas maneiras de se interpolar curvas a partir de dois ou mais pontos definidos, conforme foi apresentado na seção 3.2 da revisão bibliográfica deste trabalho.

À primeira vista, não existe uma maneira intuitiva através da qual devem ser interpoladas as variações na curva a termo de cupom cambial a partir dos pontos observáveis. Desta forma, o

autor irá propor diversas formas possíveis para realizar isso, as quais serão testadas juntamente com as múltiplas propostas de interpolação da curva de referência para o dia anterior, a fim de se determinar qual é a que melhor se adequa ao objetivo desejado.

Na figura 23, podemos ver um exemplo no qual foi utilizada uma interpolação linear utilizando todos os pontos disponíveis para o dia 22 de abril de 2016, apresentados na figura 21, segundo a metodologia de interpolação linear.

Figura 23 - Interpolação linear sobre as diferenças entre os pontos observáveis no dia 22 de abril de 2016 e seus valores de referência para o dia anterior.

11h	12h	13h	14h	15h	16h
0.00	0.00	0.05	0.08	0.08	0.07
-0.04	-0.03	0.05	0.06	0.05	0.04
-0.01	-0.03	0.05	0.05	0.05	-0.01
0.03	-0.03	0.05	0.05	0.04	-0.01
0.01	-0.03	0.05	0.05	0.04	-0.01
0.00	-0.03	0.04	0.05	0.04	-0.01
-0.11	-0.03	0.04	0.05	0.03	-0.01
-0.11	-0.03	0.04	0.05	0.03	-0.01
-0.10	-0.03	0.04	0.05	0.03	-0.01
-0.10	-0.03	0.04	0.05	0.02	-0.01
-0.10	-0.03	0.04	0.04	0.02	-0.01
-0.10	-0.03	0.04	0.04	0.02	-0.01
-0.09	-0.03	0.04	0.04	0.01	-0.01
-0.09	-0.03	0.04	0.04	0.01	-0.01
-0.09	-0.03	0.04	0.04	0.01	-0.01
-0.09	-0.02	0.03	0.04	0.00	-0.01
-0.08	-0.02	0.03	0.04	0.00	-0.01

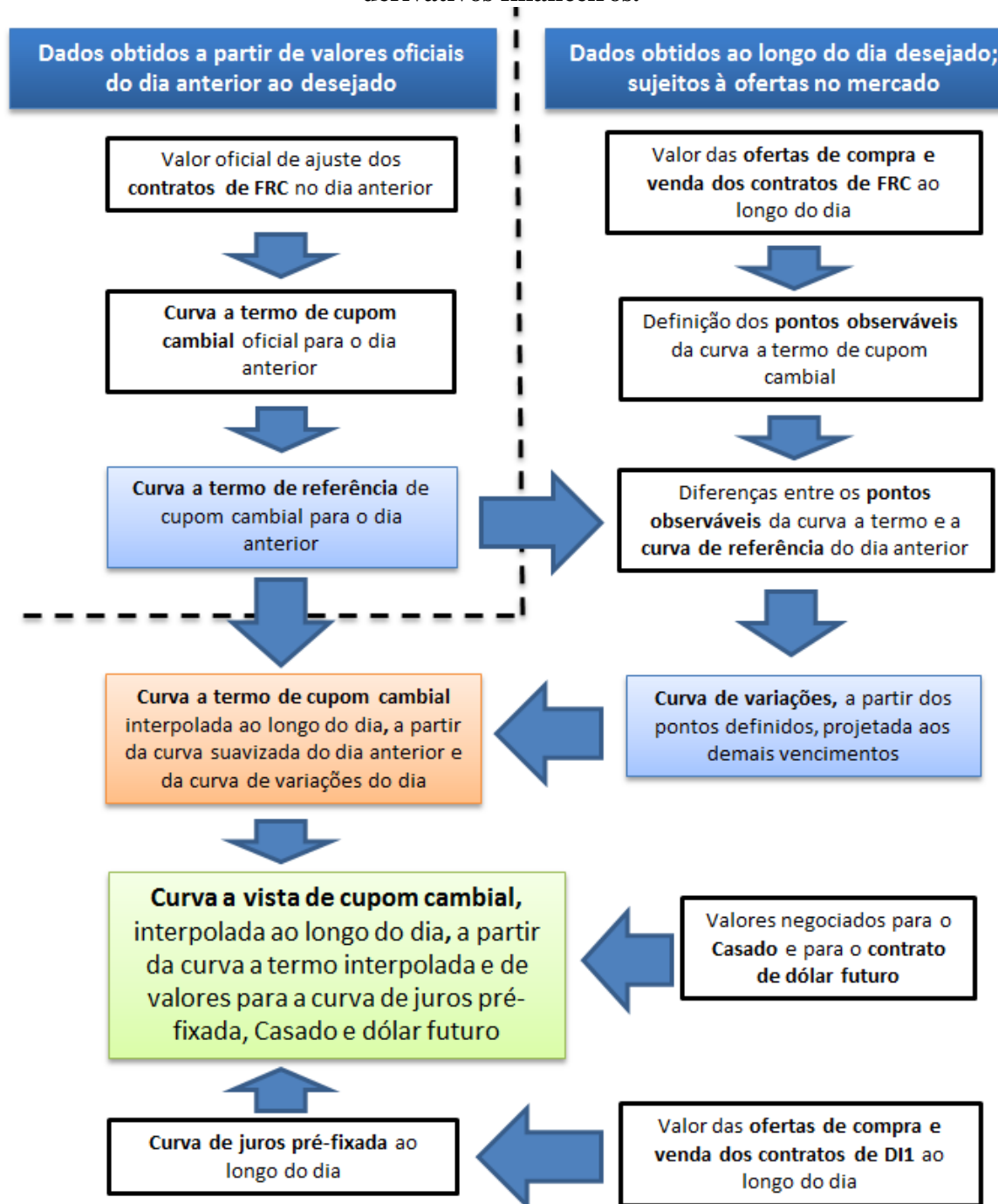
Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, temos que a curva a termo de cupom cambial ao longo do dia pode ser estimada como sendo a soma entre a curva de referência para o dia anterior utilizada e a curva de variações estimada para o dia, obtida a partir de uma interpolação sobre a variação estimada nos pontos observáveis com relação à mesma curva de referência.

Uma vez que se obtenham todos os valores da curva a termo de cupom cambial interpolada ao longo do dia, temos que a construção da curva à vista de cupom cambial é uma tarefa simples a partir da curva de juros pré-fixados observável nos contratos de DI1 e dólar futuro negociados na BMF&Bovespa (com boa liquidez de ofertas de compra e venda) e de um valor arbitrário para o Casado, utilizando a metodologia descrita na seção 3.6 da revisão bibliográfica deste trabalho.

De forma geral, podemos resumir a proposta de modelo a ser desenvolvido para estimar a curva à vista implícita de cupom cambial ao longo do dia da maneira apresentada na figura 24.

Figura 24 - Metodologia proposta pelo autor para desenvolvimento do modelo de interpolação da curva à vista implícita de cupom cambial ao longo do dia a partir de derivativos financeiros.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na figura 24, podemos observar que o principal diferencial proposto pelo modelo é o de se obter uma boa estimativa para a curva a termo de cupom cambial ao longo do dia, utilizando os valores que podem ser observados ao longo do dia para certos vencimentos a partir dos contratos de FRC.

O modelo utilizará tanto dados do dia anterior (em destaque acima, à esquerda) quanto dados disponíveis em tempo real ao longo do dia desejado. Por motivos já mencionados, o modelo não irá tentar estimar o valor da curva à vista de cupom cambial, uma vez que esta depende do valor adotado para o Casado, o qual tem de ser arbitrariamente escolhido tanto para datas anteriores quanto ao longo do dia e resulta em diversas anomalias no perfil da curva, resultantes de fluxos inerentes à dinâmica do mercado.

Na figura 24, podemos notar também em azul claro os dois principais pontos do modelo que serão abordados de forma detalhada e consistem em seu principal desafio: a obtenção de uma curva a termo de cupom cambial de referência, a partir de interpolação sobre os dados oficiais de ajuste para cada contrato FRC no dia anterior, bem como uma interpolação para os valores da curva de variações de cada contrato FRC ao longo do dia. Em laranja, temos o resultado obtido ao se somarem os valores obtidos nas duas interpolações a serem construídas: a projeção da curva a termo de cupom cambial ao longo do dia, que pode ser utilizada por sua vez na construção da curva à vista desejada.

Ao longo dos próximos itens deste capítulo, serão abordadas diversas metodologias propostas para cada uma das interpolações necessárias mencionadas acima. Ao final, teremos um número consideravelmente grande de propostas genéricas para o modelo desenvolvido, uma vez que para cada alternativa de interpolação da curva de referência poderão ser utilizadas N alternativas de interpolação da curva de variações ao longo do dia.

Uma vez definidas todas as possíveis alternativas de solução para o modelo, o autor irá aplicá-las à diversas datas passadas utilizando sua base de dados consolidada, comparando os resultados obtidos utilizando as métricas propostas anteriormente na seção 3.9 deste trabalho. Os resultados obtidos serão apresentados e discutidos no capítulo seguinte – Análise dos resultados obtidos – onde será possível avaliar qual é a combinação de interpolações que melhor se adequa ao objetivo proposto.

6.2.2 Interpolação da curva de cupom cambial a termo considerada para o dia anterior ao dia desejado

Para a construção da curva de fechamento de determinado dia, o autor propõe inicialmente quatro maneiras de se avaliar a curva, duas delas contendo uma etapa adicional que será considerada na interpolação utilizada, totalizando seis maneiras de se considerar a curva a termo de referência.

As diferentes maneiras de se avaliar a curva de fechamento de certo dia propostas pelo autor são as seguintes, listadas em ordem de complexidade envolvida em sua construção:

6.2.2.1 Construção da curva sem interpolações com relação ao fechamento oficial

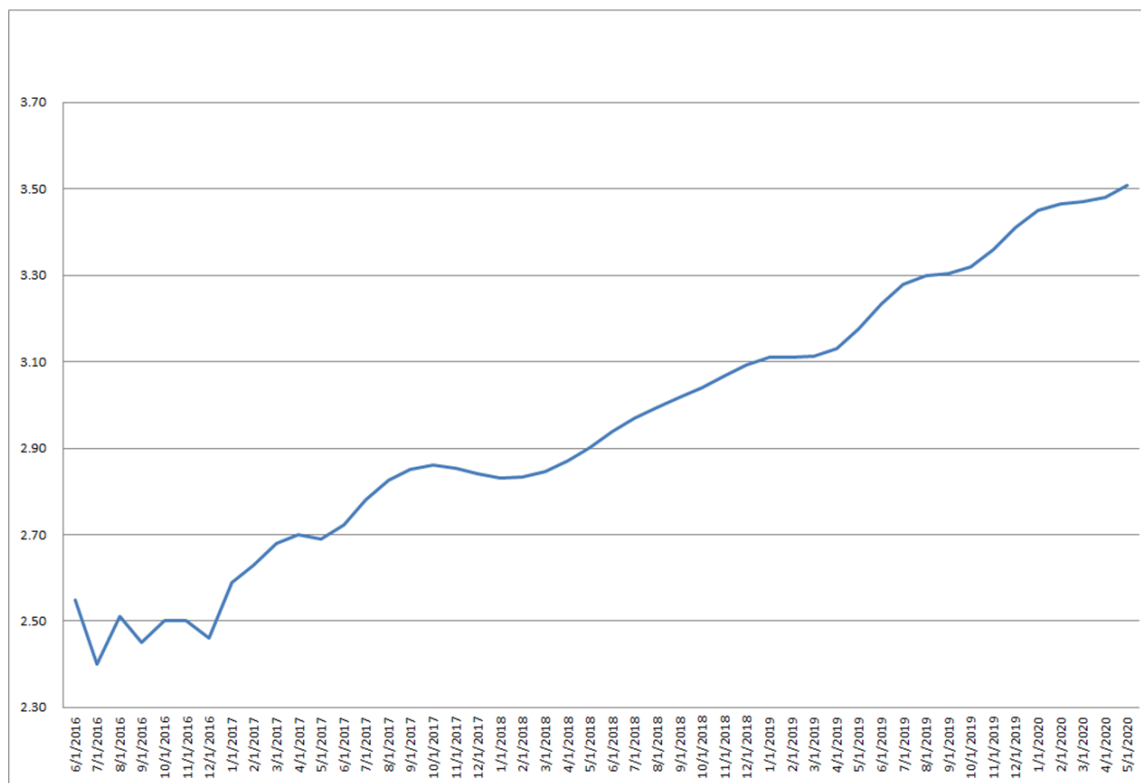
A mais simples proposta a ser considerada é utilizar como referência para a curva a termo de cupom cambial do fechamento de certo dia os valores oficiais de ajuste para os diversos contratos FRC conforme definidos pela BM&FBovespa, sendo esta a alternativa *naïve* mencionada na seção anterior.

O principal problema, conforme foi descrito no início deste capítulo, consiste na propagação de distorções na curva de um dia para o outro. Por outro lado, temos que esta alternativa é bastante direta, e não é necessário trabalhar de forma complexa os dados disponíveis na base de dados para a utilizar.

Para os vencimentos de contratos futuros de FRA de cupom cambial que não são negociados na BM&FBovespa, o autor irá utilizar uma interpolação por *Cubic Spline* em cima dos dados existentes a fim de obter um valor aproximado de referência que possa ser utilizado nas contas.

Na figura 25, temos um exemplo da estrutura temporal da curva de juros a termo de cupom cambial para um período de quatro anos, construída a partir dos dados de fechamento dos contratos futuros de FRA de cupom cambial negociados na BM&FBovespa.

Figura 25 - Curva a termo, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC no dia 22 de abril de 2016.



Fonte: Elaborado pelo autor.

6.2.2.2 Construção da curva utilizando uma regressão polinomial sobre todo o período avaliado

A segunda solução alternativa de curva a ser considerada para o fechamento de determinado dia proposta pelo autor é utilizar-se de uma regressão polinomial de grau dois nos dados do período para o qual se deseja estimar a curva (nos exemplos aqui apresentados, utiliza-se um período de 48 vencimentos de contratos de FRC, o que corresponde a uma estrutura temporal de quatro anos a partir da data de vencimento do primeiro contrato).

A regressão pode ser construída com o auxílio de uma planilha de Excel utilizando como parâmetros os valores de ajuste para os contratos futuros de FRA de cupom cambial e a quantidade de dias corridos compreendidos entre o vencimento do primeiro contrato e o vencimento dos demais contratos. O Excel utiliza um método de mínimos quadrados para estimar os parâmetros da regressão polinomial.

Tal alternativa mostrou-se bastante satisfatória para muitos dos períodos anteriores estudados pelo autor, com a grande vantagem de apresentar uma interpretação direta para os três

componentes presentes na regressão, podendo estes ser interpretados como o nível, a inclinação e a curvatura da estrutura temporal da curva a termo.

A comparação entre a curva oficial de fechamento, definida no item anterior, e a curva proposta por esta metodologia, construída a partir de uma regressão em cima dos dados de fechamento considerados, pode ser observada na figura 81 do apêndice I deste trabalho.

No entanto, em períodos nos quais a curva a termo de cupom cambial apresenta forma atípica, temos que uma simples regressão através de um polinômio de segundo grau pode tornar-se insuficiente para explicar a estrutura temporal apresentada pela curva. Em períodos nos quais o mercado apresenta pouca oferta de entrada de dólares no Brasil (fluxo de vendedores de operação de Casado), a tendência é que os primeiros contratos de FRC sejam negociados a valores mais elevados, representando o maior prêmio que pode ser obtido por investidores ao aplicarem seus dólares no país.

Um exemplo da situação descrita acima pode ser visto na figura 82 do apêndice I deste trabalho, construído a partir de valores de fechamento para os contratos de FRC no dia 24 de julho de 2016. A pouca oferta de entrada de dólares no mercado brasileiro (fluxo de venda de Casado) resultou em uma forte alta nos valores negociados para os dois primeiros vencimentos negociados para os contratos de FRC. Entretanto, por se tratar de uma situação que os participantes do mercado consideravam instável e temporária, os preços dos contratos para os demais vencimentos continuaram em linha com o esperado para uma situação estável, onde a curva pode ser bem representada a partir de um polinômio de segundo grau.

6.2.2.3 Construção da curva utilizando múltiplas regressões sobre fragmentos do período avaliado

A alternativa seguinte explorada pelo autor consiste em segmentar a curva a termo de cupom cambial em segmentos menores, todos de igual comprimento, e aplicar regressões polinomiais independentes em cada um deles. Desta forma, a versão final da curva contendo todos os segmentos seria composta por uma regressão polinomial de grau maior.

O autor optou por segmentar a curva em trechos menores, ao invés de buscar diretamente uma regressão polinomial de grau mais elevado, pois, além de ser computacionalmente mais eficiente lidar com os dados desta forma, o grau do polinômio mais elevado a ser utilizado teria de ser definido de maneira arbitrária, uma vez que a interpretação dos componentes do

polinômio de grau dois como sendo nível, inclinação e curvatura da estrutura a termo da curva de cupom cambial não seria mais válida.

Em um caso extremo, um polinômio de grau mais elevado que melhor se adeque à curva de fechamento de certo dia pode ser obtido utilizando-se um *Cubic Spline*, onde todos os vértices utilizados serão soluções do novo polinômio. No entanto, isso foge ao objetivo desejado ao se buscar uma regressão polinomial para a curva, que é mitigar a propagação de distorções na construção da curva a partir de dados em tempo real no dia seguinte.

O comprimento de cada segmento considerado nesta alternativa de solução proposta foi definido arbitrariamente pelo autor como sendo de 12 meses, de forma que o período total analisado de quatro anos será interpolado a partir de quatro regressões por polinômio de segundo grau.

Para isso, o autor utilizou-se novamente das ferramentas do Excel que permitem obter de forma dinâmica os parâmetros desejados em uma regressão polinomial de grau dois a partir do método de mínimos múltiplos quadrados.

Um problema nesta alternativa proposta é que pode ser notado na figura 84 do apêndice I deste trabalho é a existência de “bicos” na curva interpolada nos vencimentos que se situam ao final de cada período segmentado da curva. Os dados utilizados para a construção da figura 84 são apresentados na figura 83. Isso ocorre, pois cada trecho da curva apresenta uma inclinação e curvatura diferente, e não necessariamente os dois polinômios vizinho obtidos resultam em um mesmo valor interpolado para este vencimento.

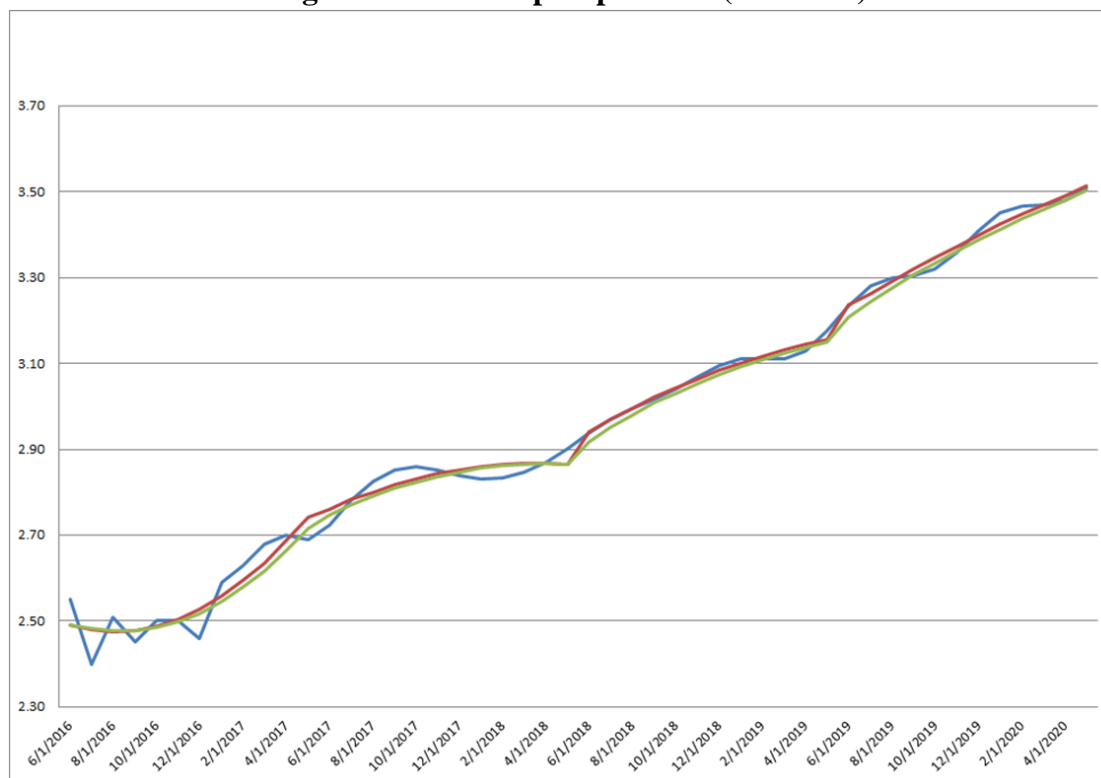
Uma forma encontrada pelo autor para mitigar este efeito é descrita na próxima alternativa proposta.

6.2.2.4 Construção da curva utilizando múltiplas regressões sobre fragmentos do período avaliado com suavização exponencial

O conceito de suavização exponencial foi discutido anteriormente na seção 3.2.4 revisão bibliográfica deste trabalho, e é utilizado para modelos de previsão de valores em séries temporais. O autor irá adaptar este conceito em seu modelo de interpolação da estrutura temporal de uma curva de juros por dois motivos:

O primeiro e mais intuitivo motivo é o de que, ao se utilizar uma suavização exponencial em cima de uma curva construída a partir da junção de trechos de múltiplos polinômios, o efeito dos “bicos” mencionados na proposta de solução anterior é parcialmente mitigado. Uma demonstração visual disso pode ser observada na figura 26 abaixo, onde o mesmo gráfico apresentado na figura 25 é reapresentado incluindo também a curva obtida aplicando-se uma suavização exponencial com α de 30% sobre a curva obtida na proposta de alternativa anterior.

Figura 26 - Curva a termo de cupom cambial, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC (em azul), interpolada pelo método de regressão sobre múltiplos períodos (em vermelho) e utilizando uma suavização exponencial sobre a regressão em múltiplos períodos (em verde).



Fonte: Elaborado pelo autor.

No modelo, a suavização exponencial pode ser aplicada à curva obtida conforme a metodologia de regressão em múltiplos períodos descrita no item 6.2.2.3 desta seção. Para isso, fixa-se o ponto inicial da curva (primeiro vencimento de contrato de FRC) como sendo igual ao valor obtido na regressão inicial e calculam-se os demais utilizando a seguinte fórmula:

$$X_T = X_{T-1} * \alpha + R_T * (1 - \alpha)$$

Onde X_T é o valor obtido para o vencimento T da curva a partir da suavização exponencial, X_{T-1} é o valor obtido para o vencimento imediatamente anterior a T da curva a partir da suavização exponencial, R_T é o valor obtido para o vencimento T da curva a partir da regressão inicial e α é o fator de decaimento exponencial.

O valor a ser utilizado para α é arbitrário, sendo que quanto maior o α utilizado, maior será o peso que os valores interpolados para os primeiros pontos da curva a termo de cupom cambial terá nos demais pontos.

Para o desenvolvimento deste modelo, o autor utilizou a ferramenta Solver do Excel para realizar diversos testes em datas aleatórias escolhidas ao longo do ano de 2016 testando qual o valor de α que minimiza as diferenças (pelo método dos mínimos múltiplos quadrados) entre os pontos iniciais utilizados para o início das interpolações (valores de ajuste para os contratos de FRC ao final de cada dia) e os pontos interpolados a partir de regressões múltiplas no período estudado, tratados por uma suavização exponencial com fator α . Os resultados obtidos podem ser observados na tabela 6.

Tabela 6 - Valores calculados para o fator α minimizando a diferença entre a curva de juros a termo de cupom cambial interpolada e a original construída a partir dos valores de fechamento dos contratos de FRC.

Data	α	Data	α
10-jan-16	13.5%	25-mai-16	7.9%
25-jan-16	5.3%	10-jun-16	23.9%
10-fev-16	14.7%	25-jun-16	27.3%
25-fev-16	7.4%	10-jul-16	34.4%
10-mar-16	5.5%	25-jul-16	28.8%
25-mar-16	22.9%	10-ago-16	30.6%
10-abr-16	3.8%	25-ago-16	25.7%
25-abr-16	32.7%	10-set-16	25.0%
10-mai-16	3.0%	25-set-16	11.0%
Média		18.0%	

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos notar que os valores de α são variados, mas em meses como julho e agosto onde a curva a termo de cupom cambial estava deformada devido a estresses nos primeiros vencimentos de contrato de FRC decorrentes de fluxos do mercado e de afastava da curva teórica (aproximada por um único polinômio de segundo grau), os valores de α situam-se próximos a 30%. Por conta disso, o autor irá adotar como referência para este trabalho o valor de $\alpha = 30\%$ em todas as suavizações exponenciais que for utilizar, como forma também de

obter resultados mais nitidamente diferentes entre alternativas propostas com e sem suavização exponencial.

Os dados utilizados para a construção da figura 26 estão disponíveis na figura 27. Podemos notar que ambas as curvas, a estimada a partir da regressão sobre múltiplos períodos e a suavizada exponencialmente, são muito próximas umas das outras, divergindo de forma perceptível apenas nos pontos onde a curva original apresenta “bicos” em sua interpretação visual, que são os trechos onde duas regressões diferentes se encontram (extremidades de cada trecho).

Figura 27 - Construção da curva a termo de cupom cambial teórica de fechamento, estimada a partir de regressões em períodos de 12 meses em contratos de FRC, e sua construção a partir de uma suavização exponencial com $\alpha = 30\%$.

Curva a termo de cupom cambial, a partir dos valores de fechamento para os contratos de FRC, aplicando uma suavização exponencial									
Período	Vencimento	Fechamento	Estimado	Suavizado	Período	Vencimento	Fechamento	Estimado	Suavizado
1M - 12M	jun-16	2.55	2.49	2.49	25M - 36M	jun-18	2.94	2.94	2.93
	jul-16	2.40	2.48	2.48		jul-18	2.97	2.97	2.96
	ago-16	2.51	2.48	2.48		ago-18	3.00	2.99	2.99
	set-16	2.45	2.48	2.48		set-18	3.02	3.02	3.02
	out-16	2.50	2.49	2.49		out-18	3.04	3.04	3.04
	nov-16	2.50	2.50	2.50		nov-18	3.07	3.06	3.06
	dez-16	2.46	2.53	2.52		dez-18	3.09	3.08	3.08
	jan-17	2.59	2.56	2.55		jan-19	3.11	3.10	3.10
	fev-17	2.63	2.59	2.59		fev-19	3.11	3.12	3.12
	mar-17	2.68	2.63	2.63		mar-19	3.11	3.13	3.13
	abr-17	2.70	2.69	2.68		abr-19	3.13	3.14	3.14
13M - 24M	mai-17	2.69	2.74	2.74		mai-19	3.18	3.16	3.15
	jun-17	2.72	2.76	2.76	37M - 48M	jun-19	3.23	3.24	3.23
	jul-17	2.78	2.78	2.78		jul-19	3.28	3.26	3.26
	ago-17	2.83	2.80	2.80		ago-19	3.30	3.29	3.29
	set-17	2.85	2.82	2.82		set-19	3.31	3.32	3.32
	out-17	2.86	2.83	2.83		out-19	3.32	3.35	3.34
	nov-17	2.85	2.84	2.84		nov-19	3.36	3.37	3.37
	dez-17	2.84	2.85	2.85		dez-19	3.41	3.40	3.40
	jan-18	2.83	2.86	2.86		jan-20	3.45	3.42	3.42
	fev-18	2.83	2.86	2.86		fev-20	3.47	3.45	3.45
	mar-18	2.85	2.87	2.87		mar-20	3.47	3.47	3.47
	abr-18	2.87	2.87	2.87		abr-20	3.48	3.49	3.49
	mai-18	2.90	2.87	2.87		mai-20	3.51	3.51	3.51

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.2.2.5 Construção da curva utilizando regressões diferentes para cada vencimento considerado

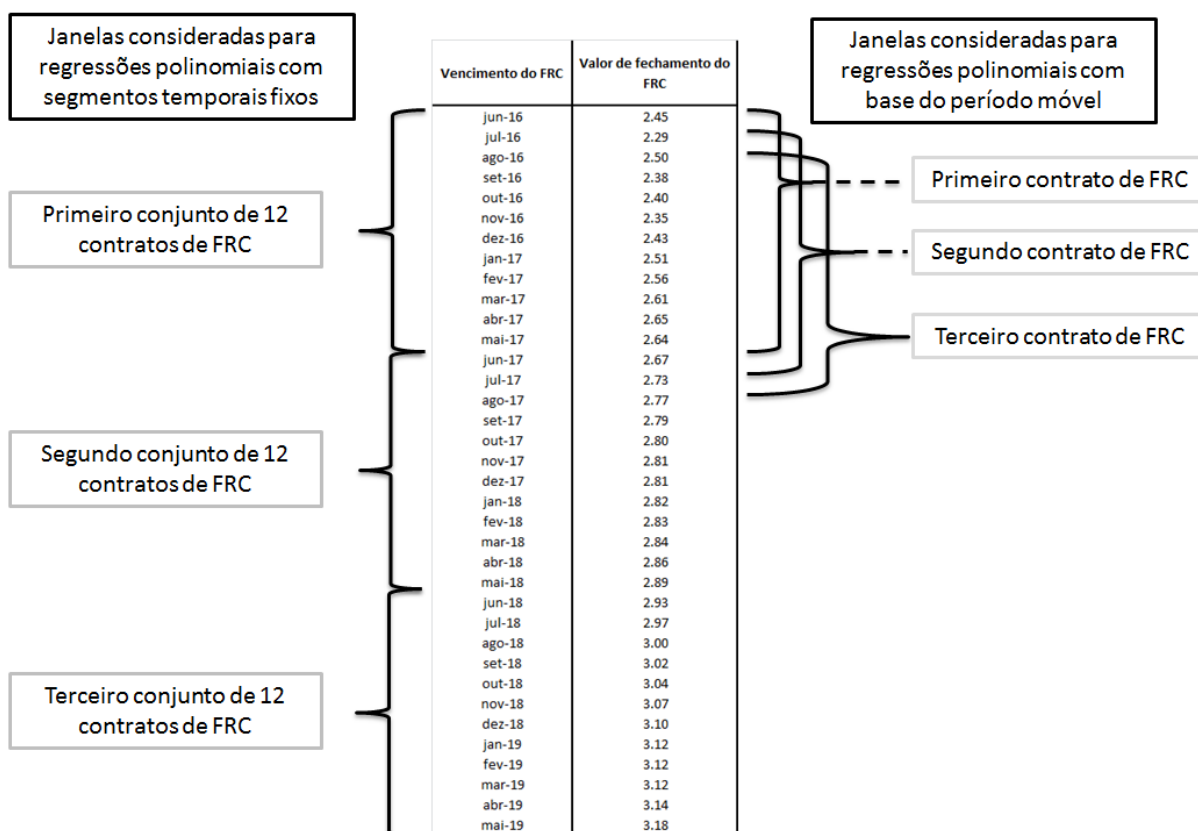
Uma nova alternativa proposta pelo autor para interpolar a curva de cupom cambial a termo de referência para o dia anterior é utilizar períodos variáveis nas regressões polinomiais para cada ponto da curva.

Desta forma, temos que cada ponto considerado é função apenas dos demais pontos ao seu redor e dele mesmo. Como a janela que contém tais pontos considerados é constantemente alterada (escolhe-se um período arbitrário de vencimentos a serem considerados e move-se sua referência para cada ponto), temos que o resultado é uma curva suave e sem a presença de “bicos”.

Para a interpolação a ser testada no modelo, o autor optou por utilizar uma janela correspondente a 12 contratos de FRC em cada período móvel, sendo esta compreendida entre o próprio ponto em questão e os onze pontos seguintes. Assim, cada ponto possui uma função polinomial de segundo grau única, que será utilizada para estimar seu valor de referência interpolado.

Na figura 28, vemos um exemplo elaborado pelo autor indicando quais são os pontos considerados para se realizar a regressão polinomial, tanto para as duas propostas de alternativa anteriores (janelas fixas para cada período de 12 contratos de FRC) quanto nesta nova alternativa proposta (janelas móveis).

Figura 28 - Pontos considerados para se realizar a regressão polinomial com janela fixa ou móvel.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na figura 29, vemos o resultado obtido para tal método de interpolação a partir dos valores oficiais de fechamento dos contratos de FRC do dia 20 de abril de 2016. É interessante notar que, para contratos com vencimentos mais longos, os termos de ordem mais alta na regressão apresentam valores mais baixos, o que condiz com o fato observável na curva a termo de que esta apresenta comportamento quase linear para prazos mais distantes.

Figura 29 - Construção da curva a termo de cupom cambial teórica de fechamento, estimada a partir de regressões em períodos de 12 meses móveis em contratos de FRC, e os parâmetros dos polinômios obtidos para cada janela móvel.

Vencimento do FRC	Oficial	Termos do polinômio obtido na regressão na forma $f(x) = a \cdot X^2 + b \cdot x + c$			Interpolado
		X2	X1	X0	
6/1/2016	2.45	0.0000040	-0.00050	2.407	2.41
7/1/2016	2.29	0.0000017	0.00038	2.339	2.35
8/1/2016	2.50	0.0000028	-0.00027	2.418	2.41
9/1/2016	2.38	-0.0000001	0.00131	2.225	2.34
10/3/2016	2.40	-0.0000012	0.00201	2.126	2.36
11/1/2016	2.35	-0.0000025	0.00288	1.989	2.37
12/1/2016	2.43	-0.0000020	0.00248	2.060	2.45
1/2/2017	2.51	-0.0000017	0.00221	2.117	2.51
2/1/2017	2.56	-0.0000018	0.00226	2.112	2.56
3/1/2017	2.61	-0.0000019	0.00233	2.098	2.60
4/3/2017	2.65	-0.0000021	0.00260	2.029	2.63
5/2/2017	2.64	-0.0000021	0.00272	1.979	2.65
6/1/2017	2.67	-0.0000010	0.00155	2.267	2.70
7/3/2017	2.73	0.0000007	-0.00027	2.758	2.76
8/1/2017	2.77	0.0000018	-0.00162	3.150	2.79
9/1/2017	2.79	0.0000022	-0.00219	3.333	2.80
10/2/2017	2.80	0.0000020	-0.00195	3.274	2.80
11/1/2017	2.81	0.0000016	-0.00137	3.091	2.80
12/1/2017	2.81	0.0000010	-0.00058	2.820	2.80
1/2/2018	2.82	0.0000004	0.00036	2.474	2.80
2/1/2018	2.83	-0.0000003	0.00132	2.105	2.81
3/1/2018	2.84	-0.0000009	0.00239	1.681	2.83
4/2/2018	2.86	-0.0000015	0.00331	1.307	2.86
5/2/2018	2.89	-0.0000015	0.00341	1.265	2.90
6/1/2018	2.93	-0.0000009	0.00233	1.722	2.94
7/2/2018	2.97	0.0000001	0.00048	2.542	2.98
8/1/2018	3.00	0.0000011	-0.00130	3.363	3.01
9/3/2018	3.02	0.0000015	-0.00218	3.797	3.03
10/1/2018	3.04	0.0000014	-0.00194	3.714	3.05

Fonte: Elaborado pelo autor.

Notemos também que, ao utilizar esta regressão com base móvel de 12 períodos iniciando-se pelo ponto desejado, é necessário utilizar uma base de dados contendo valores para onze prazos além do prazo mais distante desejado.

A ideia de utilizar tal método de regressão com janela móvel surgiu ao autor após estudos sobre modelos de projeção de demanda que utilizam médias móveis, como o modelo de *Holt-*

Winters, muito comuns em estudos de pesquisa operacional e que são utilizados em estimativas de séries temporais.

6.2.2.6 Construção da curva utilizando regressões diferentes para cada vencimento considerado com suavização exponencial

Da mesma maneira como o autor utilizou uma suavização exponencial nos resultados obtidos na construção da curva utilizando regressões por polinômios de segundo grau sobre períodos fixos, será aplicada a mesma técnica na construção da curva utilizando regressões diferentes para cada vencimento.

O α ser adotado em tais suavizações continuará sendo o mesmo, 30%, a fim de se explicitar o impacto da adoção de uma suavização exponencial contra a alternativa inicial sem a suavização.

Além disso, temos que, neste caso, o uso da suavização exponencial pode aumentar a acurácia da interpolação, uma vez que, ao optar por utilizar uma janela móvel contendo apenas vencimentos em prazos mais longos para cada vencimento, os valores estimados desconsideram o perfil da curva nos demais prazos anteriores, o que é compensado ao se utilizar a suavização exponencial.

Na figura 85 do apêndice I deste trabalho, temos os mesmo valores apresentados na figura 29, contendo também os valores obtidos para a curva de referência a partir de uma suavização exponencial sobre os valores resultantes da interpolação com regressões em janelas móveis.

Temos também neste mesmo item do apêndice I a representação gráfica comparando os resultados obtidos para a interpolação com janelas móveis de referência com e sem a suavização exponencial, comparando-as com a curva original de referência (figura 86). Nota-se que a suavização exponencial aumenta a precisão obtida para valores onde a curva está distorcida, mas acaba por prejudicar a interpolação de pontos mais longos da curva, uma vez que ela ignora a tendência natural da estrutura a termo da curva de juros de apresentar valores mais altos para prazos mais longos.

6.2.3 Interpolação da curva das variações a partir de pontos observáveis

Para a construção de uma curva de variações nos pontos observáveis da curva de cupom cambial, a primeira tarefa é determinar quais são estes pontos observáveis. Conforme foi descrito na seção 6.2.1 deste capítulo, o autor irá utilizar como pontos observáveis ao longo do dia os valores de contratos de FRC nos quais, em determinado instante do dia, sejam observadas simultaneamente ofertas de compra e venda, assumindo como valor para a curva a termo de cupom cambial naquele vencimento a média simples entre as duas melhores ofertas.

A partir dos pontos observáveis, calcula-se a variação entre estes e o valor da curva de referência para o dia anterior, obtendo-se assim vértices da curva de variações que podem então ser interpolados. É importante notar que, como foram definidas seis maneiras de se determinar a curva de referência para o dia anterior, os diferentes métodos de interpolação da curva de variações deverão ser testados com relação a cada uma das curvas de referência propostas.

Para realizar esta interpolação e projetar as variações observáveis ao longo de toda a curva a termo, o autor idealizou inicialmente sete propostas a serem testadas. No entanto, após verificar os resultados obtidos ao simular o modelo com dados históricos, duas delas foram rapidamente descartadas como sendo possibilidades válidas a serem aplicadas na versão final do modelo, por apresentarem comportamento demasiadamente fora do desejado, fornecendo valores absurdos para estimativas em momentos onde a disponibilidade de pontos definidos ao longo do dia foi baixa. Elas serão, contudo, descritas nos próximos itens deste capítulo, uma vez que o racional utilizado em seu desenvolvimento resultou em alternativas que se mostraram bastante válidas.

Cabe também destacar novamente que, para momentos onde não é possível determinar a variação observável em pontos nas extremidades do período considerado (primeiro vencimento de contrato de FRC e o último no período), será adotada a condição de contorno arbitrária de que a variação neste ponto é zero.

Tal condição de contorno faz-se necessária, pois, para todas as metodologias de interpolação apresentadas neste trabalho, devemos ter ao menos outros dois valores definidos a serem utilizados como base.

6.2.3.1 Interpolação da curva de variações com uma interpolação linear simples

A primeira proposta de interpolação sobre as variações observáveis consiste em uma simples interpolação linear entre os pontos observáveis, incluindo os pontos pertencentes à condição de contorno definida acima.

A metodologia de interpolação linear utilizada será a descrita na seção 3.2.1 da revisão bibliográfica deste trabalho, a qual pode ser facilmente aplicada em uma planilha de Excel.

Na figura 30 a seguir, podemos ver um exemplo de aplicação da metodologia proposta sobre os pontos observáveis da curva a termo de cupom cambial no dia 13 de abril de 2016, utilizando como referência para comparação a curva original de fechamento do dia anterior, conforme definida no item 6.2.2.1. Este dia foi escolhido arbitrariamente pelo autor por ter sido um dia onde a quantidade de pontos observáveis da curva ao longo do dia foi excepcionalmente alta, o que irá permitir uma melhor comparação visual entre as diversas alternativas aqui propostas.

Figura 30 - Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC utilizando interpolação linear entre os vértices definidos.

Vencimento do contrato de FRC	Variação calculada a partir de pontos observáveis de FRC em diversos horários						Interpolação linear sobre os demais pontos a partir dos observáveis					
	11h	12h	13h	14h	15h	16h	11h	12h	13h	14h	15h	16h
junho-16	-0.34	-0.29	0.00	0.00	-0.27	-0.48	-0.34	-0.29	0.00	0.00	-0.27	-0.48
julho-16	-0.33	-0.27	-0.23		-0.24	-0.38	-0.33	-0.27	-0.23	0.00	-0.24	-0.38
agosto-16	-0.32					-0.41	-0.32	-0.27	-0.21	0.00	-0.24	-0.41
setembro-16	-0.34	-0.28				-0.37	-0.34	-0.28	-0.19	0.00	-0.24	-0.37
outubro-16	-0.33	-0.25			-0.24	-0.36	-0.33	-0.25	-0.17	0.00	-0.24	-0.36
novembro-16	-0.31	-0.21					-0.31	-0.21	-0.15	0.00	-0.21	-0.31
dezembro-16	-0.27					-0.26	-0.27	-0.16	-0.13	0.00	-0.19	-0.26
janeiro-17	-0.25	-0.10	-0.11		-0.16	-0.21	-0.25	-0.10	-0.11	0.00	-0.16	-0.21
fevereiro-17	-0.26						-0.26	-0.10	-0.10	0.00	-0.15	-0.20
março-17	-0.28						-0.28	-0.09	-0.09	0.00	-0.15	-0.19
abril-17					-0.14		-0.26	-0.08	-0.08	0.00	-0.14	-0.18
maio-17							-0.25	-0.07	-0.07	0.00	-0.13	-0.17
junho-17							-0.24	-0.06	-0.06	0.00	-0.12	-0.16
julho-17							-0.22	-0.06	-0.05	0.00	-0.11	-0.15
agosto-17							-0.21	-0.05	-0.04	0.00	-0.10	-0.13
setembro-17							-0.19	-0.04	-0.03	0.00	-0.09	-0.12
outubro-17							-0.17	-0.03	-0.02	0.00	-0.08	-0.11
novembro-17							-0.16	-0.02	-0.01	0.00	-0.07	-0.10
dezembro-17							-0.15	-0.01	0.00	0.00	-0.06	-0.09
janeiro-18	-0.13	-0.01	0.01		-0.05	-0.08	-0.13	-0.01	0.01	0.00	-0.05	-0.08
fevereiro-18							-0.13	-0.01	0.02	0.00	-0.04	-0.06
março-18							-0.14	-0.01	0.02	0.00	-0.04	-0.05
abril-18	-0.14						-0.14	-0.01	0.03	0.00	-0.03	-0.04
maio-18							-0.14	-0.01	0.04	0.00	-0.02	-0.03
junho-18							-0.14	-0.02	0.04	0.00	-0.02	-0.02
julho-18			0.05		-0.01	0.00	-0.13	-0.02	0.05	0.00	-0.01	0.00
agosto-18							-0.13	-0.02	0.05	0.00	-0.01	-0.02
setembro-18							-0.13	-0.02	0.05	0.00	-0.01	-0.04
outubro-18							-0.13	-0.02	0.04	0.00	-0.01	-0.05
novembro-18							-0.12	-0.03	0.04	0.00	-0.01	-0.07
dezembro-18							-0.12	-0.03	0.04	0.00	-0.01	-0.09
janeiro-19	-0.12	-0.03				-0.11	-0.12	-0.03	0.04	0.00	-0.01	-0.11
fevereiro-19							-0.11	-0.03	0.03	0.00	-0.01	-0.10
março-19							-0.11	-0.03	0.03	0.00	-0.01	-0.09
abril-19							-0.10	-0.02	0.03	0.00	-0.01	-0.09
maio-19							-0.09	-0.02	0.03	0.00	-0.01	-0.08
junho-19							-0.08	-0.02	0.03	0.00	0.00	-0.07
julho-19							-0.08	-0.02	0.02	0.00	0.00	-0.07
agosto-19							-0.07	-0.02	0.02	0.00	0.00	-0.06
setembro-19							-0.06	-0.02	0.02	0.00	0.00	-0.05
outubro-19							-0.05	-0.01	0.02	0.00	0.00	-0.05
novembro-19							-0.05	-0.01	0.01	0.00	0.00	-0.04
dezembro-19							-0.04	-0.01	0.01	0.00	0.00	-0.03
janeiro-20							-0.03	-0.01	0.01	0.00	0.00	-0.03
fevereiro-20							-0.02	-0.01	0.01	0.00	0.00	-0.02
março-20							-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01
abril-20							-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01
maio-20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Fonte: Elaborado pelo autor.

6.2.3.2 Interpolação da curva de variações ao longo do dia por uma reta

A alternativa seguinte elaborada pelo autor para interpolar a curva de variações ao longo do dia é estimá-la como uma reta, a partir de regressão linear, utilizando os pontos existentes na curva.

A ideia que sustenta tal alternativa de interpolação é a de que, conforme foi estudado por Ferreira (2006), a curva a termo de cupom cambial pode ter suas variações explicadas em função de três componentes principais, sendo que os componentes de nível e inclinação da curva são os de maior peso.

Desta forma, é justo esperar que variações nestes componentes da curva fossem distribuídas uniformemente ao longo da curva. Do contrário, teríamos torções que seriam mais bem modeladas por polinômios de graus mais elevados e resultariam em um menor poder de explicação dos três componentes encontrados por Ferreira (2006), o que não é o caso.

Ao modelar as variações na curva por meio de uma reta, temos que as variações projetadas podem ser entendidas diretamente como mudanças no nível e inclinação da curva. Desta forma, o autor fará uso novamente de pequenos programas em VBA, elaborados por ele próprio e disponibilizados no apêndice L deste trabalho, capazes de auxiliá-lo no processo de encontrar o polinômio de primeiro grau que resulta na interpolação linear mais adequada para os pontos observáveis através do método dos mínimos múltiplos quadrados.

Os resultados obtidos para tal processo de interpolação aplicado à mesma data da proposta anterior podem ser conferidos no apêndice J deste trabalho.

6.2.3.3 Interpolação da curva de variações por um polinômio de segundo grau

De maneira similar à alternativa de solução anterior, o autor considerou válido testar uma metodologia de regressão polinomial grau dois sobre os pontos observáveis da curva de variações, uma vez que ter a curva de variações modelada assim torna possível a analogia de que cada termo do polinômio obtido representa a variação em cada um dos três fatores identificados por Ferreira (2006) como sendo os mais explicativos para variações na curva a termo de cupom cambial.

Na figura 87 do apêndice J, temos um exemplo para o dia 13 de abril de 2016 para os resultados obtidos com auxílio de um programa em VBA para Excel, desenvolvido pelo autor, capaz de interpolar os pontos desejados a partir de uma regressão polinomial de grau dois

sobre os observados no mercado existentes, de maneira similar ao proposto na alternativa anterior, tendo, como base de comparação para o dia anterior, a curva inalterada de ajuste dos contratos de FRC (descrita no item 6.2.2.1).

6.2.3.4 Interpolação da curva de variações por um polinômio de quarto grau

Dando continuidade às interpolações polinomiais sobre as curvas de variação, o autor cogitou inicialmente aplicar o método de *Cubic Spline* sobre os pontos observáveis, a fim de obter um polinômio de grau elevado capaz de explicar de forma suavizada a curva de variações como um todo.

Entretanto, após alguns testes rápidos, percebeu que o resultado obtido fugia muito do esperado, uma vez que o método de *Cubic Spline* resulta em distorções muito grandes na projeção da curva em casos onde pontos próximos apresentam variações bruscas. Isto ocorre pois os polinômios gerados nesta região têm de apresentar derivadas elevadas, de forma que o polinômio resultante da junção dos múltiplos *splines* seja contínuo.

Na tabela 7, temos um exemplo elaborado pelo autor para ilustrar tal efeito. Note como pontos próximos aos definidos (novembro 2017 – janeiro 2018) apresentam grandes distorções, muito superiores à magnitude dos movimentos observados.

Tabela 7 - Exemplo de distorções em uma interpolação por *Cubic Spline* com poucos pontos de referência na interpolação.

Vencimento	Observado	Interpolado	Vencimento	Observado	Interpolado
1-jun-16	0.00	0.00	1-jun-18		-1.04
1-jul-16		-0.02	2-jul-18		-1.13
1-ago-16		-0.06	1-ago-18		-1.19
1-set-16		-0.13	3-set-18		-1.23
3-out-16		-0.22	1-out-18		-1.25
1-nov-16		-0.31	1-nov-18		-1.24
1-dez-16		-0.41	3-dez-18		-1.21
2-jan-17		-0.52	2-jan-19		-1.17
1-fev-17		-0.61	1-fev-19		-1.11
1-mar-17		-0.68	1-mar-19		-1.05
3-abr-17		-0.74	1-abr-19		-0.97
2-mai-17		-0.78	2-mai-19		-0.88
1-jun-17		-0.78	3-jun-19		-0.78
3-jul-17		-0.74	1-jul-19		-0.69
1-ago-17		-0.66	1-ago-19		-0.59
1-set-17		-0.53	2-set-19		-0.48
2-out-17		-0.34	1-out-19		-0.39
1-nov-17	-0.10	-0.10	1-nov-19		-0.30
1-dez-17	0.10	0.10	2-dez-19		-0.22
2-jan-18	-0.10	-0.10	2-jan-20		-0.15
1-fev-18		-0.36	3-fev-20		-0.08
1-mar-18		-0.57	2-mar-20		-0.04
2-abr-18		-0.76	1-abr-20		-0.01
2-mai-18		-0.92	4-mai-20	0.00	0.00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Desta forma, o autor optou por avaliar o impacto do uso de um polinômio de grau quatro nas interpolações da curva de variações observadas. A escolha do grau foi arbitrária com base na facilidade com a qual tal alternativa pode ser desenvolvida no Excel a partir da proposta já desenvolvida de regressão por polinômio de segundo grau e, caso o poder explicativo desta alternativa se prove superior ao obtido com graus menores, alternativas utilizando graus mais elevados podem ser testadas para este fim.

Para obter a regressão polinomial de quarto grau, o autor utilizou novamente do mesmo programa utilizado nas alternativas propostas anteriores, de elaboração própria, adaptando-o para estimar os pontos desejados de acordo com o grau do polinômio escolhido para a regressão.

Na figura 88 do apêndice J deste trabalho, podemos ver o resultado obtido para as interpolações ao longo do dia 13 de abril, utilizando como curva de referência para o dia anterior os próprios valores de fechamento dos contratos de FRC inalterados (item 6.2.2.1).

As alternativas 6.2.3.5, 6.2.3.6 e 6.2.3.7 a seguir podem ser obtidas utilizando as técnicas apresentadas respectivamente nas alternativas 6.2.3.2, 6.2.3.3 e 6.2.3.4 usando como base para os pontos observados o resultado obtido na alternativa 6.2.3.1.

6.2.3.5 Interpolação da curva de variações com uma regressão linear sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples (6.2.3.1)

Utilizando-se da curva de variações obtidas a partir da interpolação linear simples como sendo a base de pontos a serem interpolados, a ideia desta alternativa é replicar o método de regressão linear utilizado na alternativa 6.2.3.2, de forma a obter uma única reta representativa para as variações observadas ao longo da curva.

6.2.3.6 Interpolação da curva de variações com uma regressão polinomial de segundo grau sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples (6.2.3.1)

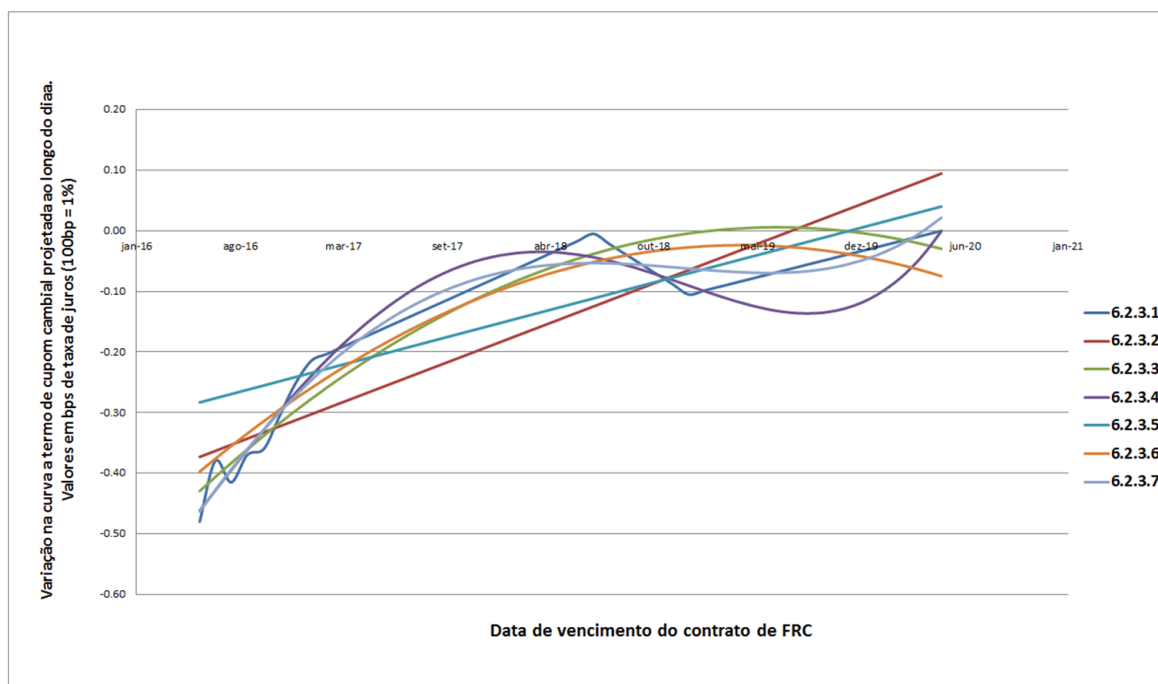
Da mesma forma que a alternativa anterior se espelha na 6.2.3.2, esta alternativa replica o método de regressão por polinômio grau dois, utilizando os valores obtidos a partir da interpolação linear simples como base de dados.

6.2.3.7 Interpolação da curva de variações com uma regressão polinomial de quarto grau sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples (6.2.3.1)

Esta última alternativa de interpolação, seguindo a lógica das duas anteriores, aplica o método de regressão polinomial de grau quatro aos valores obtidos para a interpolação linear simples explorada anteriormente (proposta 6.2.3.1).

Na figura 31, temos uma representação gráfica das curvas de variação na curva a termo de cupom cambial negociada nos contratos de FRC, projetadas a partir dos diversos métodos propostos para um mesmo conjunto de dados. Podemos notar que todas as alternativas propostas forneceram soluções semelhantes umas às outras, de forma que não é possível, a partir de uma simples análise visual, inferir qual alternativa melhor se adequa ao objetivo pretendido, nem eliminar alternativas como sendo inadequadas.

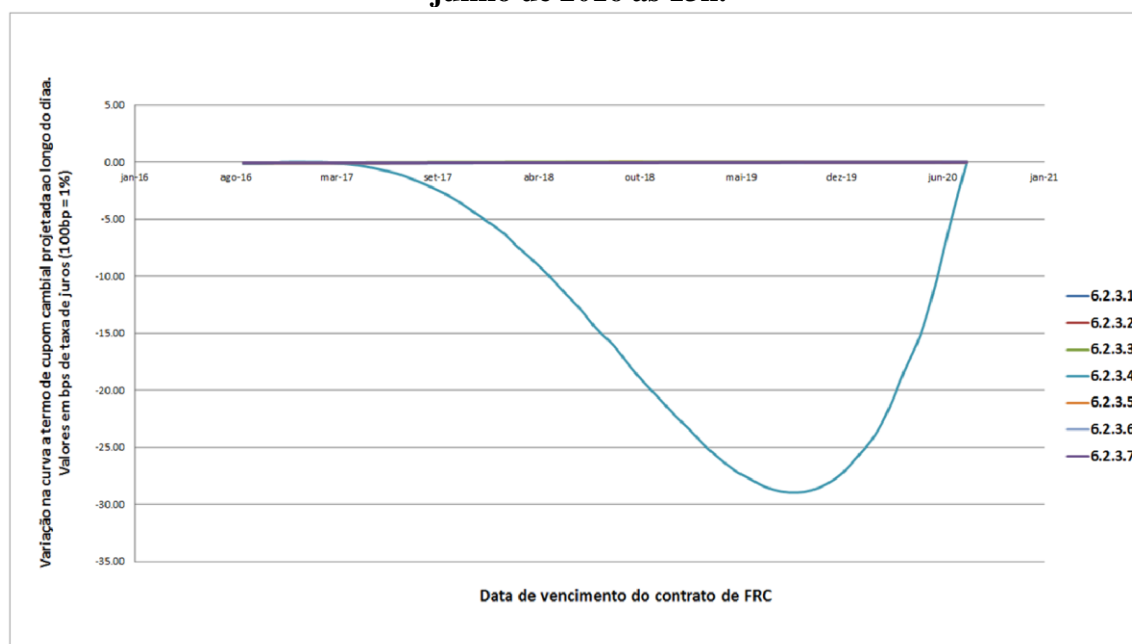
Figura 31 - Comparação entre as diversas alternativas propostas para interpolação das variações esperadas ao longo do dia na curva de FRC aplicadas aos dados do dia 13 de abril de 2016 às 16h.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para efeito de comparação, temos abaixo a figura 32, construída com os dados disponíveis às 13h do dia 26 de junho de 2016.

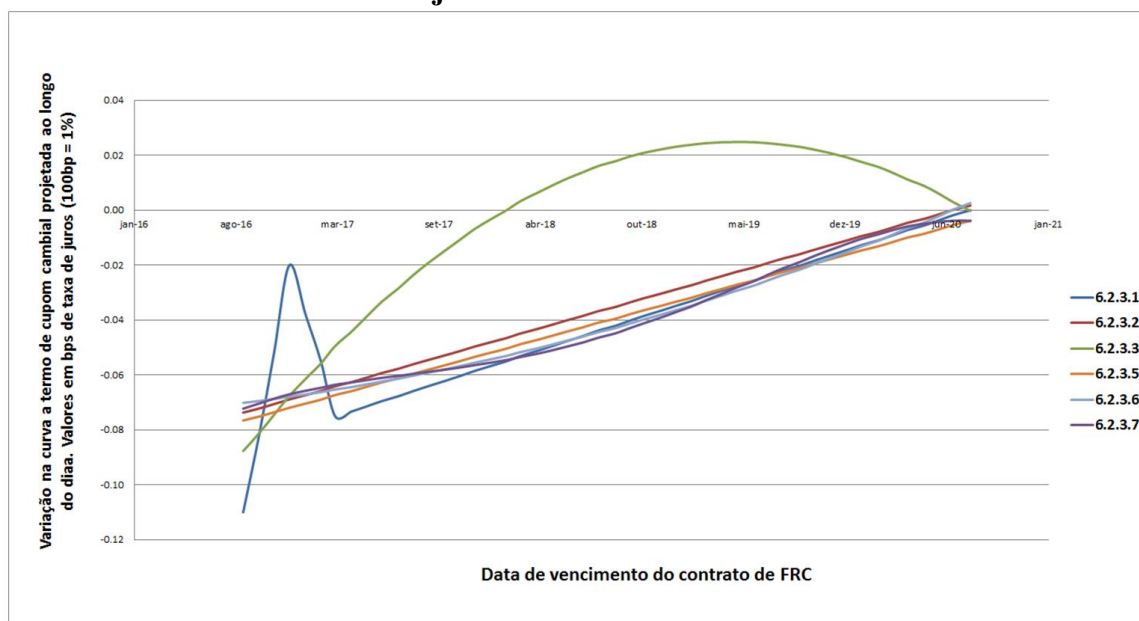
Figura 32 - Comparação entre diversas alternativas propostas para interpolação das variações esperadas ao longo do dia na curva de FRC aplicadas aos dados do dia 26 de junho de 2016 às 13h.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos claramente notar que a interpolação obtida pelo método 6.2.3.4 neste caso não é nada representativa. Isto ocorreu por conta de motivos semelhantes aos levantados como problemas para a interpolação pelo método de *Cubic Spline* na seção 6.3.2.4 deste capítulo. Omitindo esta interpolação, as demais podem ser observadas na figura 33 da página seguinte com maior facilidade.

Figura 33 - Comparação entre diversas alternativas propostas para interpolação das variações esperadas ao longo do dia na curva de FRC aplicadas aos dados do dia 26 de junho de 2016 às 13h.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos ver agora que as demais metodologias de interpolação proposta produzem neste caso resultados suficientemente próximos uns dos outros para a maioria dos pontos, exceto pela metodologia 6.2.3.3 que resultou em um perfil de curva ligeiramente diferente. A ocorrência de tal fato em diversas simulações testadas pelo autor durante a elaboração destas propostas fez com que este se questionasse quanto à confiabilidade desta alternativa, porém tal desconfiança será averiguada futuramente durante a análise dos resultados obtidos comparando as diversas opções para diversas simulações.

6.2.4 Curva a termo de cupom cambial estimada ao longo do dia a partir da curva suavizada e de sua curva de variações esperadas ao longo do dia

Uma vez que se têm definidas diversas propostas de construção de uma curva de cupom cambial a termo de referência para o dia anterior, bem como múltiplas alternativas de interpolação para as variações destas curvas de referência ao longo do dia, o resultado

desejado, conforme descrito na seção 6.2.1, pode ser obtido simplesmente somando-se as duas curvas. Algebricamente:

$$FRC_{(t,T)} = FRCr_{(t-1,T)} + VARr_{(t,T)}$$

Onde $FRC_{(t,T)}$ representa o valor estimado no instante t para o contrato de FRC com vencimento na data T , $FRCr_{(t-1,T)}$ é o valor considerado como referência na data $t-1$ para o contrato de FRC com vencimento na data T e $VARr_{(t,T)}$ é o valor obtido na data t para a curva de variações esperadas para o contrato de FRC com vencimento para a data T , tendo como referência o valor de $FRCr_{(t-1,T)}$.

Na figura 34, podemos ver o resultado final obtido. Para as metodologias de interpolação da curva de referência para os contratos de FRC no dia anterior 1 e 2 (itens 6.2.1.1 e 6.2.1.2 deste capítulo), aplicam-se as sete diferentes metodologias para determinar as variações ao longo do dia nesta curva. O modelo é capaz de reproduzir isso para qualquer instante de datas passadas, assumindo uma estrutura temporal da curva a termo dos FRC em um período de 48 meses.

Os resultados obtidos utilizando as demais metodologias de interpolação da curva de referência para o dia anterior (3 a 6) encontram-se nas figuras 90 e 91 do apêndice J.

É desnecessário dizer que o volume de dados produzidos é demasiadamente grande para ser analisado sem o auxílio de métricas que permitam comparar de forma dinâmica os resultados obtidos. Tal tópico será abordado no próximo capítulo.

Na figura adiante, bem como na análise de resultados obtidos, os métodos de interpolação da curva de variações (1-7) referem-se respectivamente aos sete métodos propostos neste capítulo, na mesma ordem. Os resultados obtidos para as demais metodologias de interpolação da curva de referência (3 a 6) são apresentados no apêndice K deste trabalho.

Figura 34 - Curvas a termo construídas a partir das metodologias 1 e 2 propostas pelo autor às 16h do dia 26 de agosto de 2016.

Método de interpolação da curva de referência para o dia anterior		1 - Sem interpolações							2 - regressão polinomial simples sobre todo o período considerado						
Método de interpolação da curva de variações		1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
Data de vencimento dos contratos de FRC	03-out-16	0.06	0.07	0.06	0.06	0.09	0.09	0.08	1.92	1.96	1.92	1.92	1.99	1.98	1.97
	01-nov-16	0.04	0.02	0.04	0.04	0.04	0.04	0.03	2.03	1.99	2.03	2.03	2.02	2.02	2.01
	01-dez-16	-0.01	-0.02	0.02	0.21	-0.01	-0.01	-0.02	2.06	2.03	2.14	2.63	2.06	2.05	2.05
	02-jan-17	-0.02	-0.03	0.04	0.84	-0.02	-0.02	-0.03	2.10	2.06	2.25	4.31	2.09	2.09	2.09
	01-fev-17	0.01	0.00	0.10	2.02	0.01	0.01	0.01	2.13	2.10	2.36	7.33	2.13	2.12	2.12
	01-mar-17	0.01	0.00	0.12	3.70	0.01	0.01	0.01	2.16	2.13	2.45	11.72	2.16	2.16	2.16
	03-abr-17	0.06	0.05	0.20	6.64	0.06	0.06	0.06	2.20	2.17	2.56	19.22	2.20	2.19	2.20
	02-mai-17	0.04	0.03	0.20	10.06	0.04	0.04	0.04	2.23	2.20	2.65	28.18	2.23	2.23	2.24
	01-jun-17	0.03	0.02	0.21	14.61	0.03	0.03	0.03	2.27	2.24	2.74	40.01	2.26	2.26	2.27
	03-jul-17	0.01	0.00	0.21	20.65	0.01	0.01	0.01	2.31	2.27	2.83	55.72	2.30	2.30	2.31
	01-ago-17	0.01	0.00	0.23	27.25	0.01	0.01	0.01	2.34	2.31	2.91	72.86	2.33	2.33	2.34
	01-set-17	0.00	-0.01	0.25	35.53	0.00	0.00	0.01	2.37	2.34	3.00	94.34	2.37	2.37	2.38
	02-out-17	0.01	0.00	0.27	45.11	0.01	0.01	0.01	2.41	2.38	3.08	119.15	2.41	2.41	2.41
	01-nov-17	0.01	0.00	0.28	55.60	0.01	0.01	0.01	2.44	2.42	3.15	146.34	2.44	2.44	2.45
	01-dez-17	0.01	0.00	0.30	67.29	0.01	0.01	0.01	2.48	2.45	3.22	176.63	2.47	2.48	2.48
	02-jan-18	0.01	0.00	0.31	81.04	0.01	0.01	0.01	2.52	2.49	3.29	212.27	2.51	2.51	2.52
	01-fev-18	0.01	0.00	0.32	95.09	0.01	0.01	0.01	2.55	2.52	3.36	248.67	2.55	2.55	2.55
	01-mar-18	0.01	0.00	0.33	109.15	0.00	0.01	0.01	2.58	2.56	3.41	285.11	2.58	2.58	2.58
	02-abr-18	0.01	0.00	0.34	126.26	0.01	0.01	0.01	2.62	2.60	3.48	329.44	2.62	2.62	2.62
	02-mai-18	0.01	0.00	0.35	143.21	0.01	0.01	0.01	2.65	2.63	3.53	373.33	2.65	2.66	2.66
	01-jun-18	0.01	0.00	0.36	160.91	0.01	0.01	0.01	2.69	2.67	3.58	419.18	2.69	2.69	2.69
	02-jul-18	0.02	0.01	0.37	179.85	0.01	0.02	0.02	2.73	2.70	3.63	468.25	2.72	2.73	2.73
	01-ago-18	0.02	0.01	0.37	198.66	0.02	0.02	0.02	2.76	2.74	3.67	516.97	2.76	2.76	2.76
	03-set-18	0.01	0.00	0.37	219.68	0.01	0.01	0.01	2.80	2.78	3.72	571.43	2.80	2.80	2.80
	01-out-18	0.02	0.01	0.37	237.63	0.01	0.02	0.01	2.83	2.81	3.75	617.91	2.83	2.84	2.83
	01-nov-18	0.01	0.01	0.37	257.39	0.01	0.02	0.01	2.87	2.85	3.79	669.09	2.87	2.87	2.87
	03-dez-18	0.02	0.01	0.37	277.43	0.02	0.02	0.02	2.91	2.89	3.82	720.99	2.91	2.91	2.91
	02-jan-19	0.02	0.02	0.38	295.62	0.02	0.03	0.02	2.94	2.93	3.85	768.12	2.94	2.95	2.94
	01-fev-19	0.02	0.01	0.37	312.98	0.02	0.02	0.02	2.98	2.96	3.87	813.10	2.98	2.98	2.98
	01-mar-19	0.01	0.01	0.35	328.19	0.01	0.01	0.01	3.01	3.00	3.89	852.51	3.01	3.02	3.01
	01-abr-19	0.01	0.01	0.35	343.62	0.01	0.01	0.01	3.05	3.04	3.91	892.51	3.05	3.05	3.05
	02-mai-19	0.01	0.01	0.34	357.26	0.01	0.01	0.01	3.09	3.07	3.92	927.84	3.09	3.09	3.09
	03-jun-19	0.01	0.01	0.33	369.06	0.01	0.01	0.01	3.13	3.11	3.93	958.43	3.13	3.13	3.12
	01-jul-19	0.01	0.01	0.32	377.17	0.01	0.01	0.01	3.16	3.15	3.94	979.47	3.16	3.16	3.16
	01-ago-19	0.01	0.00	0.30	383.37	0.01	0.01	0.01	3.20	3.19	3.94	995.56	3.20	3.20	3.20
	02-set-19	0.00	0.00	0.28	386.28	0.00	0.00	0.00	3.24	3.23	3.94	1003.15	3.24	3.24	3.24
	01-out-19	0.00	0.00	0.26	385.47	0.00	0.00	0.00	3.27	3.26	3.94	1001.07	3.27	3.27	3.27
	01-nov-19	0.01	0.00	0.25	380.53	0.01	0.01	0.01	3.31	3.30	3.94	988.33	3.31	3.31	3.31
	02-dez-19	0.02	0.02	0.25	370.94	0.02	0.02	0.02	3.35	3.34	3.93	963.51	3.35	3.35	3.35
	02-jan-20	0.03	0.03	0.24	356.19	0.03	0.03	0.03	3.39	3.38	3.91	925.34	3.39	3.39	3.39
	03-fev-20	0.03	0.03	0.22	335.01	0.03	0.03	0.03	3.42	3.42	3.89	870.53	3.43	3.42	3.43
	02-mar-20	0.03	0.03	0.20	311.06	0.03	0.03	0.03	3.46	3.45	3.88	808.57	3.46	3.46	3.46
	01-abr-20	0.03	0.03	0.17	279.31	0.03	0.03	0.03	3.50	3.49	3.85	726.42	3.50	3.50	3.50
	04-mai-20	0.03	0.03	0.14	236.50	0.03	0.03	0.03	3.54	3.53	3.82	615.68	3.54	3.54	3.54
	01-jun-20	0.03	0.03	0.12	193.21	0.03	0.03	0.03	3.57	3.57	3.80	503.64	3.57	3.57	3.57
	01-jul-20	0.03	0.03	0.09	139.18	0.03	0.03	0.03	3.61	3.61	3.76	363.81	3.61	3.61	3.61
	03-ago-20	0.03	0.03	0.06	69.94	0.03	0.03	0.03	3.65	3.65	3.72	184.63	3.65	3.65	3.65
	01-set-20	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69	3.68	3.68

Fonte: Elaborado pelo autor.

7. ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Conforme foi apresentado no capítulo anterior, o autor conseguiu gerar com suas diversas propostas para interpolar a curva a termo de cupom cambial a partir de preços negociados para os contratos de FRC ao longo do dia, um total de 42 possíveis curvas projetadas ao longo do dia.

Como o objetivo final do trabalho, que é desenvolver um modelo a ser aplicado para se estimar a curva de cupom cambial ao longo do dia, necessita de uma única curva a termo de referência, é necessário comparar as diversas alternativas que surgiram para selecionar a que melhor se adequa ao necessário.

Para isso, o autor fará uso de diversas métricas para comparação entre as projeções obtidas, usando também ferramentas estatísticas para validar suas observações. As métricas e um breve resumo das ferramentas estatísticas utilizadas encontram-se na revisão bibliográfica deste trabalho.

Para facilitar a forma pela qual serão referenciadas as alternativas de interpolação propostas no capítulo 6, estas serão classificadas numericamente de acordo com a ordem apresentada. Tal classificação está resumida nas tabelas 8 e 9 a seguir.

Tabela 8 – Alternativas de interpolação da curva de referência para o dia anterior.

Número de referência	Seção do trabalho	Alternativa de interpolação
1	6.2.2.1	Construção da curva sem interpolações com relação ao fechamento oficial.
2	6.2.2.2	Construção da curva utilizando uma regressão polinomial sobre todo o período avaliado.
3	6.2.2.3	Construção da curva utilizando múltiplas regressões sobre fragmentos do período avaliado.
4	6.2.2.4	Construção da curva utilizando múltiplas regressões sobre fragmentos do período avaliado com suavização exponencial
5	6.2.2.5	Construção da curva utilizando regressões diferentes para cada vencimento considerado
6	6.2.2.6	Construção da curva utilizando regressões diferentes para cada vencimento considerado com suavização exponencial

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 9 - Alternativas de interpolação da curva de variações ao longo do dia.

Número de referência	Seção do trabalho	Alternativa de interpolação
1	6.2.3.1	Interpolação da curva de variações com uma interpolação linear simples
2	6.2.3.2	Interpolação da curva de variações por uma reta
3	6.2.3.3	Interpolação da curva de variações por um polinômio de segundo grau
4	6.2.3.4	Interpolação da curva de variações por um polinômio de quarto grau
5	6.2.3.5	Interpolação da curva de variações com uma regressão linear sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples
6	6.2.3.6	Interpolação da curva de variações com uma regressão polinomial de segundo grau sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples
7	6.2.3.7	Interpolação da curva de variações com uma regressão polinomial de quarto grau sobre os pontos obtidos na

Fonte: Elaborado pelo autor.

7.1 PREPARAÇÃO DOS DADOS OBTIDOS POR SIMULAÇÕES PASSADAS PARA ANÁLISE

Conforme foi apresentado no capítulo anterior, o autor desenvolveu um modelo capaz de simular as projeções obtidas através das metodologias propostas para qualquer horário do dia em diversas datas passadas. Um exemplo de resultado desta simulação pode ser observado na figura 35.

Comparar simultaneamente todos os valores obtidos para as projeções em todas as datas passadas seria inviável. Desta forma, o autor elaborou métricas capazes de sintetizar os resultados obtidos para cada projeção a cada dia, de forma que seja possível comparar os resultados obtidos ao rodar o modelo para diversas datas passadas.

7.1.1 Comparação entre a curva oficial de fechamento e a projetada momentos antes a cada dia

A primeira forma de se avaliar os resultados obtidos com as projeções será comparar a projeção fornecida por cada alternativa no último momento possível do dia antes do leilão eletrônico de fechamento e o valor oficial de fechamento para cada contrato de FRC obtido no leilão.

Para isso, serão utilizados os dados referentes às ofertas de compra e venda disponíveis às 16 horas de Brasília de cada data. Comparando os valores obtidos com os oficiais de fechamento do dia, é possível calcular o erro de cada projeção como sendo a diferença entre o valor final do dia e o projetado às 16h. Com isso, é possível construir uma nova tabela de diferenças entre as duas para todos os vencimentos de contrato de FRC em todos os dias.

Na figura 35, temos tais diferenças exibidas para os valores projetados para cada vencimento de contrato de FRC às 16h no dia 26 de agosto de 2016 e os respectivos valores oficiais de fechamento. Estão reproduzidos apenas os valores obtidos através das projeções que utilizam como curva de referência a curva oficial de ajuste do dia anterior (proposta 1 – alternativa *naïve*). Contudo, o modelo realiza simultaneamente as comparações para todas as alternativas.

Figura 35 - Diferenças entre as curvas a termo de cupom cambial projetadas e seu valor oficial de fechamento.

Método de interpolação da curva de referência para o dia anterior		1 - Sem interpolações						
Método de interpolação da curva de variações		1	2	3	4	5	6	7
Data de vencimento dos contratos de FRC	03-out-16	0.06	0.07	0.06	0.06	0.09	0.09	0.08
	01-nov-16	0.04	0.02	0.04	0.04	0.04	0.04	0.03
	01-dez-16	-0.01	-0.02	0.02	0.21	-0.01	-0.01	-0.02
	02-jan-17	-0.02	-0.03	0.04	0.84	-0.02	-0.02	-0.03
	01-fev-17	0.01	0.00	0.10	2.02	0.01	0.01	0.01
	01-mar-17	0.01	0.00	0.12	3.70	0.01	0.01	0.01
	03-abr-17	0.06	0.05	0.20	6.64	0.06	0.06	0.06
	02-mai-17	0.04	0.03	0.20	10.06	0.04	0.04	0.04
	01-jun-17	0.03	0.02	0.21	14.61	0.03	0.03	0.03
	03-jul-17	0.01	0.00	0.21	20.65	0.01	0.01	0.01
	01-ago-17	0.01	0.00	0.23	27.25	0.01	0.01	0.01
	01-set-17	0.00	-0.01	0.25	35.53	0.00	0.00	0.01
	02-out-17	0.01	0.00	0.27	45.11	0.01	0.01	0.01
	01-nov-17	0.01	0.00	0.28	55.60	0.01	0.01	0.01
	01-dez-17	0.01	0.00	0.30	67.29	0.01	0.01	0.01
	02-jan-18	0.01	0.00	0.31	81.04	0.01	0.01	0.01
	01-fev-18	0.01	0.00	0.32	95.09	0.01	0.01	0.01
	01-mar-18	0.01	0.00	0.33	109.15	0.00	0.01	0.01
	02-abr-18	0.01	0.00	0.34	126.26	0.01	0.01	0.01
	02-mai-18	0.01	0.00	0.35	143.21	0.01	0.01	0.01
	01-jun-18	0.01	0.00	0.36	160.91	0.01	0.01	0.01
	02-jul-18	0.02	0.01	0.37	179.85	0.01	0.02	0.02
	01-ago-18	0.02	0.01	0.37	198.66	0.02	0.02	0.02
	03-set-18	0.01	0.00	0.37	219.68	0.01	0.01	0.01
	01-out-18	0.02	0.01	0.37	237.63	0.01	0.02	0.01
	01-nov-18	0.01	0.01	0.37	257.39	0.01	0.02	0.01
	03-dez-18	0.02	0.01	0.37	277.43	0.02	0.02	0.02
	02-jan-19	0.02	0.02	0.38	295.62	0.02	0.03	0.02
	01-fev-19	0.02	0.01	0.37	312.98	0.02	0.02	0.02
	01-mar-19	0.01	0.01	0.35	328.19	0.01	0.01	0.01
	01-abr-19	0.01	0.01	0.35	343.62	0.01	0.01	0.01
	02-mai-19	0.01	0.01	0.34	357.26	0.01	0.01	0.01
	03-jun-19	0.01	0.01	0.33	369.06	0.01	0.01	0.01
	01-jul-19	0.01	0.01	0.32	377.17	0.01	0.01	0.01
	01-ago-19	0.01	0.00	0.30	383.37	0.01	0.01	0.01

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tais diferenças também podem ser obtidas na forma percentual, o que é mais desejável para comparar os erros obtidos, uma vez que os valores esperados para a curva a termo de cupom cambial variam entre seus vencimentos, e um erro absoluto de 0,01 pontos de taxa de juros anual de cupom cambial para vencimentos onde a taxa é próxima a 2% ao ano é muito maior do que para vencimentos onde a taxa é superior a 5% ao ano.

Desta forma, podemos construir novamente a mesma tabela da figura 35, explicitando os erros obtidos para cada projeção em sua forma percentual. Os resultados obtidos utilizando os mesmos dados trabalhados podem ser observados na figura 36.

Figura 36 - Diferenças percentuais entre as curvas a termo de cupom cambial projetadas e seu valor oficial de fechamento.

Método de interpolação da curva de referência para o dia anterior		1 - Sem interpolações						
Método de interpolação da curva de variações		1	2	3	4	5	6	7
Data de vencimento dos contratos de FRC	03-out-16	3.2%	3.2%	4.0%	3.2%	4.6%	4.7%	4.2%
	01-nov-16	2.0%	2.0%	1.3%	2.0%	1.8%	1.9%	1.5%
	01-dez-16	-0.5%	1.0%	-1.2%	10.1%	-0.7%	-0.6%	-0.8%
	02-jan-17	-1.0%	1.9%	-1.7%	40.0%	-1.2%	-1.1%	-1.2%
	01-fev-17	0.4%	4.6%	-0.2%	94.6%	0.3%	0.3%	0.3%
	01-mar-17	0.4%	5.6%	-0.2%	170.5%	0.3%	0.3%	0.3%
	03-abr-17	2.7%	9.1%	2.1%	305.8%	2.6%	2.6%	2.7%
	02-mai-17	1.7%	9.0%	1.1%	451.3%	1.6%	1.7%	1.7%
	01-jun-17	1.3%	9.4%	0.7%	646.5%	1.2%	1.2%	1.3%
	03-jul-17	0.4%	9.4%	-0.2%	905.5%	0.3%	0.3%	0.4%
	01-ago-17	0.3%	9.8%	-0.2%	1149.9%	0.3%	0.3%	0.4%
	01-set-17	0.2%	10.2%	-0.3%	1465.0%	0.1%	0.1%	0.2%
	02-out-17	0.3%	11.0%	-0.2%	1848.7%	0.3%	0.2%	0.4%
	01-nov-17	0.3%	11.5%	-0.1%	2250.9%	0.3%	0.3%	0.4%
	01-dez-17	0.3%	11.8%	-0.2%	2678.5%	0.2%	0.2%	0.3%
	02-jan-18	0.3%	12.1%	-0.1%	3178.1%	0.3%	0.2%	0.3%
	01-fev-18	0.2%	12.4%	-0.1%	3692.6%	0.2%	0.2%	0.3%
	01-mar-18	0.2%	12.7%	-0.2%	4212.4%	0.2%	0.2%	0.3%
	02-abr-18	0.2%	13.0%	-0.1%	4837.6%	0.2%	0.2%	0.3%
	02-mai-18	0.4%	13.3%	0.0%	5435.3%	0.4%	0.3%	0.4%
	01-jun-18	0.5%	13.4%	0.1%	6031.9%	0.5%	0.4%	0.5%
	02-jul-18	0.6%	13.6%	0.3%	6661.3%	0.6%	0.5%	0.6%
	01-ago-18	0.6%	13.6%	0.3%	7266.8%	0.6%	0.6%	0.6%
	03-set-18	0.4%	13.2%	0.1%	7918.6%	0.4%	0.4%	0.4%
	01-out-18	0.5%	13.2%	0.3%	8456.5%	0.6%	0.5%	0.5%
	01-nov-18	0.5%	13.0%	0.3%	8997.5%	0.5%	0.5%	0.5%
	03-dez-18	0.7%	12.9%	0.5%	9547.7%	0.7%	0.7%	0.7%
	02-jan-19	0.8%	12.7%	0.6%	10021.1%	0.9%	0.8%	0.8%
	01-fev-19	0.7%	12.3%	0.5%	10463.0%	0.7%	0.7%	0.6%
	01-mar-19	0.5%	11.7%	0.3%	10851.5%	0.5%	0.4%	0.4%
	01-abr-19	0.4%	11.4%	0.3%	11266.4%	0.5%	0.4%	0.4%
	02-mai-19	0.4%	11.0%	0.2%	11616.0%	0.4%	0.4%	0.4%
	03-jun-19	0.4%	10.5%	0.3%	11907.3%	0.4%	0.4%	0.4%
	01-jul-19	0.4%	10.1%	0.3%	12088.9%	0.4%	0.4%	0.4%
	01-ago-19	0.2%	9.5%	0.1%	12191.8%	0.3%	0.3%	0.2%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para comparar os erros obtidos ao longo de toda a curva, o autor utilizará as métricas apresentadas a seguir.

7.1.1.1 Média dos erros percentuais obtidos para todos os vencimentos

O cálculo da média dos erros percentuais obtidos ao longo de todos os vencimentos cujos valores foram projetados é realizado de acordo com o método para o cálculo de erros percentuais, descrito na seção 3.9 da revisão bibliográfica deste trabalho.

Uma vez que se possui, para as diversas alternativas de solução proposta, os valores de erro percentual observado para cada vencimento de contrato de FRC ao final do dia, tal processo torna-se fácil. Aplicando-o para os dados trabalhados referentes ao dia 26 de agosto de 2016, o erro percentual médio observado para cada uma das 42 metodologias propostas pode ser observado na tabela abaixo, onde foi utilizada uma formatação condicional para facilitar a comparação entre os resultados obtidos.

Figura 37 - Exemplo da média dos erros percentuais obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as diferentes metodologias.

Média dos Erros Percentuais obtidos - Todos os vencimentos de FRC									
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia								
		1	2	3	4	5	6	7	Média
	1	1%	0%	9%	5857%	1%	1%	1%	838%
	2	0%	0%	21%	15160%	0%	0%	0%	2169%
	3	1%	0%	20%	13467%	1%	1%	1%	1927%
	4	1%	0%	23%	15869%	1%	1%	1%	2271%
	5	1%	0%	17%	11271%	1%	1%	1%	1613%
	6	1%	0%	21%	14332%	1%	1%	1%	2051%
	Média	1%	0%	18%	12660%	1%	1%	1%	1812%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma simples visual dessa tabela já nos indica que as metodologias 3 e 4 de interpolação da curva de variações ao longo do dia podem ser inadequadas ao modelo proposto. Tal resultado será verificado e confirmado mais adiante após serem testados os resultados para mais simulações.

Uma visualização da mesma tabela acima, excluindo-se os resultados obtidos considerando as alternativas 3 e 4 de interpolação da projeção da curva de variações ao longo do dia, consta na figura 38.

Figura 38 - Exemplo da média dos erros percentuais obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação da curva de variações.

Média dos Erros Percentuais obtidos - Todos os vencimentos de FRC							
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia						
		1	2	5	6	7	Média
	1	0.6%	0.3%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%
	2	0.4%	-0.3%	0.4%	0.4%	0.4%	0.2%
	3	1.1%	0.4%	1.1%	1.1%	1.1%	0.9%
	4	0.7%	0.0%	0.8%	0.7%	0.7%	0.6%
	5	0.9%	0.3%	0.9%	0.9%	0.9%	0.8%
	6	0.6%	-0.1%	0.6%	0.6%	0.6%	0.5%
	Média	0.7%	0.1%	0.7%	0.7%	0.7%	1%

Fonte: Elaborado pelo autor.

7.1.1.2 Média dos erros percentuais absolutos obtidos para todos os vencimentos

Da mesma forma como se calcula a média dos erros percentuais, pode ser obtida também a média dos erros percentuais absolutos. Para os mesmos dados trabalhados no item anterior, obtemos os seguintes resultados:

Figura 39 - Exemplo da média dos erros percentuais absolutos obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as diferentes metodologias.

Média dos Erros Percentuais Absolutos obtidos - Todos os vencimentos de FRC									
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia								
		1	2	3	4	5	6	7	Média
	1	1%	1%	9%	5857%	1%	1%	1%	838%
	2	1%	1%	21%	15160%	1%	1%	1%	2169%
	3	1%	1%	20%	13467%	1%	1%	1%	1927%
	4	1%	1%	23%	15869%	1%	1%	1%	2271%
	5	1%	1%	17%	11271%	1%	1%	1%	1613%
	6	1%	1%	21%	14332%	1%	1%	1%	2051%
	Média	1%	1%	18%	12660%	1%	1%	1%	1812%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ou então, excluindo-se os resultados obtidos considerando as alternativas 3 e 4 de interpolação da projeção da curva de variações ao longo do dia, temos os resultados apresentados na figura 40.

Figura 40 - Exemplo da média dos erros percentuais absolutos obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação da curva de variações.

Média dos Erros Percentuais Absolutos obtidos - Todos os vencimentos de FRC							
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia						
		1	2	5	6	7	Média
	1	0.7%	0.6%	0.7%	0.7%	0.7%	0.7%
	2	0.8%	1.0%	0.9%	0.9%	0.9%	0.9%
	3	1.1%	0.7%	1.1%	1.1%	1.1%	1.0%
	4	0.8%	0.5%	0.8%	0.8%	0.8%	0.7%
	5	0.9%	0.6%	0.9%	0.9%	0.9%	0.9%
	6	0.7%	0.6%	0.7%	0.7%	0.7%	0.7%
	Média	0.8%	0.7%	0.8%	0.8%	0.8%	1%

Fonte: Elaborado pelo autor.

7.1.1.3 Média dos erros percentuais obtidos para vencimentos selecionados

De maneira similar à proposta no item 7.1.1.1, serão calculados dados referentes apenas a certos vencimentos escolhidos pelo autor de maneira arbitrária.

Atendendo à solicitação dos gestores da mesa de operações de que o modelo desenvolvido deve priorizar uma maior precisão para a estimativa da curva em vencimentos mais próximos, serão considerados, portanto, os contratos de FRC com vencimento para 1, 2, 3 e 6 meses, juntamente com os contratos com vencimento para 1, 2, 3 e 4 anos, de forma a se obter uma amostra onde o peso de contratos com vencimento próximo é maior. Assim, replicando o mesmo procedimento descrito no item 7.1.1.1, obtemos os seguintes resultados:

Figura 41 - Exemplo da média dos erros percentuais obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as diferentes metodologias para vencimentos selecionados.

Média dos Erros Percentuais obtidos - Vencimentos selecionados de FRC									
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia								
		1	2	3	4	5	6	7	Média
	1	1%	1%	6%	2717%	1%	1%	1%	389%
	2	1%	0%	13%	7031%	1%	1%	1%	1007%
	3	1%	0%	12%	6245%	1%	1%	1%	895%
	4	1%	0%	14%	7359%	1%	1%	1%	1054%
	5	1%	0%	10%	5227%	1%	1%	1%	749%
	6	1%	0%	13%	6647%	1%	1%	1%	952%
	Média	1%	0%	11%	5871%	1%	1%	1%	841%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 42 - Exemplo da média dos erros percentuais obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação da curva de variações para vencimentos selecionados.

Média dos Erros Percentuais obtidos - Vencimentos selecionados de FRC							
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia						
		1	2	5	6	7	Média
	1	0.8%	0.5%	1.0%	0.9%	0.8%	0.8%
	2	0.7%	0.0%	1.1%	1.0%	0.8%	0.7%
	3	1.0%	0.4%	1.3%	1.2%	1.0%	1.0%
	4	0.8%	0.1%	1.2%	1.1%	0.8%	0.8%
	5	1.0%	0.5%	1.3%	1.2%	1.0%	1.0%
	6	0.8%	0.1%	1.1%	1.0%	0.8%	0.8%
	Média	0.9%	0.3%	1.2%	1.1%	0.9%	1%

Fonte: Elaborado pelo autor.

7.1.1.4 Média dos erros percentuais absolutos obtidos para vencimentos selecionados

Replicando a metodologia do item 7.1.1.2 apenas para os vencimentos selecionados, descritos no item 7.1.1.3 acima, obtemos:

Figura 43 - Exemplo da média dos erros percentuais absolutos obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as diferentes metodologias para vencimentos selecionados.

Média dos Erros Percentuais Absolutos obtidos - Vencimentos selecionados de FRC									
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia								
		1	2	3	4	5	6	7	Média
	1	1%	1%	6%	2717%	1%	1%	1%	390%
	2	1%	2%	13%	7031%	2%	2%	2%	1007%
	3	1%	1%	12%	6245%	1%	1%	1%	895%
	4	1%	1%	14%	7359%	1%	1%	1%	1054%
	5	1%	1%	10%	5227%	1%	1%	1%	749%
	6	1%	1%	13%	6647%	1%	1%	1%	952%
	Média	1%	1%	11%	5871%	1%	1%	1%	841%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 44 - Exemplo da média dos erros percentuais absolutos obtidos na projeção da curva de cupom a termo com as metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação da curva de variações para vencimentos selecionados.

Média dos Erros Percentuais Absolutos obtidos - Vencimentos selecionados de FRC							
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia						
		1	2	5	6	7	Média
	1	0.9%	1.0%	1.1%	1.1%	1.0%	1.0%
	2	1.3%	1.8%	1.8%	1.8%	1.6%	1.7%
	3	1.0%	1.1%	1.3%	1.2%	1.1%	1.2%
	4	0.9%	1.3%	1.3%	1.2%	1.0%	1.2%
	5	1.1%	1.1%	1.4%	1.3%	1.2%	1.2%
	6	0.9%	1.4%	1.3%	1.3%	1.2%	1.2%
	Média	1.0%	1.3%	1.4%	1.3%	1.2%	1%

Fonte: Elaborado pelo autor.

7.1.1.5 Erro percentual absoluto máximo obtido para todos os vencimentos

A última métrica que será considerada para avaliar a precisão de cada uma das propostas é comparar qual é o erro absoluto máximo observado ao longo de toda a curva projetada.

Isto é necessário, pois, apesar de a maior precisão nos vencimentos selecionados ser desejada, temos também que ter uma boa estimativa para a curva como um todo é fundamental, bem como evitar que existam distorções muito significativas para certos vencimentos de contrato de FRC.

Utilizando a mesma tabela de erros percentuais absolutos que foi utilizada nos itens 7.1.1.2 e 7.1.1.4, basta procurar ao longo de todos os vencimentos de contrato de FRC qual é o erro percentual absoluto máximo obtido. Abaixo, temos o resultado obtido para o exemplo ilustrado neste capítulo.

Figura 45 - Exemplo do erro percentual absoluto máximo obtido na projeção da curva de cupom a termo com as diferentes metodologias.

Erros Percentuais Absolutos máximo observado - Todos os vencimentos de FRC									
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia								
		1	2	3	4	5	6	7	Média
	1	3%	14%	4%	12192%	5%	5%	4%	1747%
	2	3%	34%	5%	31561%	7%	7%	6%	4518%
	3	3%	31%	5%	28033%	6%	7%	5%	4013%
	4	3%	36%	5%	33034%	7%	7%	6%	4728%
	5	3%	25%	5%	23462%	6%	6%	5%	3359%
	6	3%	32%	5%	29834%	7%	7%	6%	4270%
	Média	3%	29%	5%	26352%	6%	6%	5%	3772%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 46 - Exemplo do erro percentual absoluto máximo obtido na projeção da curva de cupom a termo com as metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação da curva de variações.

Erros Percentuais Absolutos máximo observado - Todos os vencimentos de FRC							
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia						
		1	2	5	6	7	Média
	1	3.2%	13.6%	4.6%	4.7%	4.2%	6.1%
	2	3.2%	34.4%	6.7%	7.1%	5.7%	11.4%
	3	3.3%	31.1%	6.3%	6.7%	5.5%	10.6%
	4	3.2%	36.3%	6.9%	7.3%	5.9%	11.9%
	5	3.2%	25.4%	5.8%	6.1%	5.1%	9.1%
	6	3.2%	32.1%	6.5%	6.9%	5.6%	10.9%
	Média	3.2%	28.8%	6.1%	6.5%	5.3%	10%

Fonte: Elaborado pelo autor.

7.1.2 Comparação entre as diversas projeções da curva ao longo do dia

É desejável que o modelo seja capaz de interpolar a curva a termo de cupom cambial a partir dos contratos de FRC sem sofrer grandes variações ao longo do dia resultantes de variações nos dados disponíveis. Para isso, o autor irá comparar as variações entre as projeções obtidas para cada ponto de hora em hora ao longo de cada dia, a fim de determinar qual alternativa de interpolação resulta em menor variação.

7.1.2.1 Média das variações percentuais da curva ao longo do dia em todos os pontos

A primeira etapa para comparar as variações das projeções da curva de contratos de FRC ao longo do dia é simular todas as projeções para cada alternativa proposta em diversos horários a partir de um mesmo conjunto de dados.

Para isso, o autor utilizou a mesma lógica apresentada no item 6.2.4 do capítulo anterior, onde foram calculadas as projeções da curva de acordo com diversas métricas para certa hora do dia. Repetindo esse procedimento para múltiplos horários, pode-se comparar como as projeções de cada ponto variaram de uma hora para a outra.

Na figura 47, está representada tal simulação, utilizando como método de interpolação a combinação entre a curva de referência considerada como sendo a mesma de fechamento para o dia anterior (alternativa *naïve*) e a curva de variações ao longo do dia interpolada de forma linear.

Para as análises a serem realizadas, as simulações exibidas foram realizadas de forma simultânea para todas as 42 alternativas de interpolação propostas.

Figura 47 - Valores projetados para os contratos de FRC ao longo do dia 26 de agosto de 2016.

Data de vencimento dos contratos de FRC	Hora do dia	11:00 AM	12:00 PM	1:00 PM	2:00 PM	3:00 PM	4:00 PM
	03-out-16	1.92	1.89	1.83	1.90	1.92	1.92
	01-nov-16	2.01	1.99	1.94	1.98	2.00	2.03
	01-dez-16	2.03	2.00	1.99	2.00	2.02	2.05
	02-jan-17	2.06	2.02	2.04	2.02	2.05	2.07
	01-fev-17	2.13	2.08	2.09	2.09	2.12	2.14
	01-mar-17	2.17	2.11	2.11	2.13	2.16	2.18
	03-abr-17	2.22	2.16	2.15	2.19	2.21	2.23
	02-mai-17	2.26	2.20	2.19	2.23	2.25	2.27
	01-jun-17	2.28	2.22	2.21	2.25	2.28	2.29
	03-jul-17	2.28	2.22	2.21	2.25	2.28	2.29
	01-ago-17	2.37	2.31	2.30	2.34	2.37	2.38
	01-set-17	2.42	2.36	2.36	2.39	2.42	2.43
	02-out-17	2.44	2.38	2.38	2.41	2.44	2.45
	01-nov-17	2.47	2.42	2.41	2.44	2.47	2.48
	01-dez-17	2.51	2.46	2.45	2.48	2.51	2.52
	02-jan-18	2.55	2.50	2.49	2.52	2.55	2.56
	01-fev-18	2.57	2.53	2.52	2.55	2.57	2.58
	01-mar-18	2.59	2.54	2.54	2.56	2.59	2.60
	02-abr-18	2.61	2.56	2.56	2.59	2.61	2.62
	02-mai-18	2.64	2.59	2.59	2.61	2.64	2.64
	01-jun-18	2.67	2.63	2.62	2.65	2.67	2.68
	02-jul-18	2.71	2.67	2.66	2.69	2.71	2.72
	01-ago-18	2.74	2.70	2.70	2.72	2.74	2.75
	03-set-18	2.78	2.74	2.74	2.76	2.78	2.79
	01-out-18	2.82	2.78	2.78	2.80	2.82	2.83
	01-nov-18	2.87	2.84	2.83	2.85	2.87	2.87
	03-dez-18	2.92	2.89	2.88	2.90	2.92	2.93
	02-jan-19	2.97	2.94	2.93	2.95	2.97	2.97
	01-fev-19	3.01	2.98	2.97	2.99	3.01	3.01
	01-mar-19	3.03	3.01	3.00	3.02	3.03	3.04
	01-abr-19	3.06	3.03	3.03	3.05	3.06	3.06
	02-mai-19	3.08	3.06	3.06	3.07	3.08	3.09
	03-jun-19	3.11	3.09	3.08	3.10	3.11	3.11
	01-jul-19	3.13	3.11	3.10	3.12	3.13	3.13
	01-ago-19	3.15	3.13	3.13	3.14	3.15	3.15
	02-set-19	3.17	3.15	3.15	3.16	3.17	3.18
	01-out-19	3.21	3.19	3.19	3.20	3.21	3.21
	01-nov-19	3.27	3.25	3.25	3.26	3.27	3.27
	02-dez-19	3.33	3.31	3.31	3.32	3.33	3.33
	02-jan-20	3.39	3.38	3.38	3.38	3.39	3.39
	03-fev-20	3.44	3.43	3.43	3.43	3.44	3.44
	02-mar-20	3.47	3.46	3.46	3.47	3.47	3.48
	01-abr-20	3.51	3.50	3.50	3.51	3.51	3.51
	04-mai-20	3.55	3.54	3.54	3.54	3.55	3.55
	01-jun-20	3.59	3.58	3.58	3.59	3.59	3.59
	01-jul-20	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63	3.63
	03-ago-20	3.67	3.67	3.67	3.67	3.67	3.67
	01-set-20	3.71	3.71	3.71	3.71	3.71	3.71

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir destes dados, é possível obter a variação percentual de cada ponto de uma hora para a outra. Um exemplo a partir de parte dos dados exibidos na figura 47 pode ser observado abaixo:

Figura 48 - Variação nos valores projetados de hora em hora para cada contrato de FRC na figura 47.

Data de vencimento dos contratos de FRC	Período	11->12	12->13	13->14	14->15	15->16
	03-out-16	-0.03	-0.06	0.07	0.02	0.00
	01-nov-16	-0.02	-0.05	0.04	0.02	0.03
	01-dez-16	-0.03	-0.01	0.01	0.02	0.03
	02-jan-17	-0.04	0.02	-0.02	0.02	0.02
	01-fev-17	-0.05	0.01	0.00	0.02	0.02
	01-mar-17	-0.06	0.00	0.02	0.03	0.02
	03-abr-17	-0.07	-0.01	0.04	0.03	0.02
	02-mai-17	-0.06	-0.01	0.04	0.03	0.01
	01-jun-17	-0.06	-0.01	0.04	0.03	0.01
	03-jul-17	-0.06	-0.01	0.04	0.03	0.01
	01-ago-17	-0.06	-0.01	0.04	0.03	0.01
	01-set-17	-0.06	-0.01	0.04	0.03	0.01

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para analisar tais variações, o autor optou por utilizar uma média percentual absoluta das mesmas. Desta forma, a mesma figura acima pode ser reproduzida da maneira indicada na figura 49 a seguir.

Figura 49 - Variação percentual absoluta nos valores projetados de hora em hora para cada contrato de FRC na figura 47.

Data de vencimento dos contratos de FRC	Período	11->12	12->13	13->14	14->15	15->16
	03-out-16	1.6%	3.3%	3.7%	1.0%	0.0%
	01-nov-16	1.0%	2.6%	2.1%	1.1%	1.4%
	01-dez-16	1.6%	0.7%	0.7%	1.1%	1.3%
	02-jan-17	2.2%	1.2%	0.9%	1.1%	1.1%
	01-fev-17	2.5%	0.6%	0.1%	1.2%	1.0%
	01-mar-17	2.7%	0.1%	0.9%	1.2%	0.9%
	03-abr-17	3.0%	0.5%	1.8%	1.2%	0.8%
	02-mai-17	2.9%	0.4%	1.8%	1.2%	0.6%
	01-jun-17	2.8%	0.4%	1.7%	1.3%	0.5%
	03-jul-17	2.7%	0.4%	1.7%	1.3%	0.4%
	01-ago-17	2.5%	0.4%	1.5%	1.3%	0.3%
	01-set-17	2.4%	0.4%	1.5%	1.3%	0.3%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Para facilitar as comparações, será calculada então a média das variações percentuais absolutas que cada alternativa de solução fornece para todos os pontos da curva ao longo do dia. Desta forma, teremos uma única métrica resultante final, que representa o valor médio esperado de variação para cada ponto interpolado da curva ao longo de cada dia segundo cada alternativa de interpolação.

Para os dados do dia 26 de agosto de 2016 (os mesmos utilizados nos demais exemplos deste capítulo), temos os seguintes resultados para a variação média absoluta observada em cada interpolação:

Figura 50 - Média das variações percentuais da curva a termo projetada ao longo do dia 26/08/2016 pelas diversas metodologias de interpolação propostas.

Média das variações percentuais da curva ao longo do dia para todos os vencimentos de FRC									
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia								
		1	2	3	4	5	6	7	Média
	1	1%	1%	3%	1139%	1%	1%	1%	164%
	2	1%	1%	6%	2334%	1%	1%	1%	335%
	3	1%	1%	5%	2443%	1%	1%	1%	350%
	4	1%	1%	6%	3441%	1%	1%	1%	493%
	5	1%	1%	5%	2132%	1%	1%	1%	306%
	6	1%	1%	6%	2513%	1%	1%	1%	360%
	Média	1%	1%	5%	2334%	1%	1%	1%	335%

Fonte: Elaborado pelo autor

Onde as alternativas de interpolação referenciadas por seu número são as mesmas apresentadas na seção 7.1.1 deste capítulo. Excluindo-se as alternativas 3 e 4 de interpolação da curva ao longo do dia, temos:

Figura 51 - Média das variações percentuais da curva a termo projetada ao longo do dia 26/08/2016 pelas metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação propostas.

Média das variações percentuais da curva ao longo do dia - todos os vencimentos de FRC							
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia						
		1	2	5	6	7	Média
	1	0.7%	0.5%	0.7%	0.7%	0.7%	0.7%
	2	0.9%	0.6%	0.7%	0.8%	0.8%	0.8%
	3	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%
	4	0.7%	0.6%	0.6%	0.6%	0.7%	0.6%
	5	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%
	6	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%
	Média	0.7%	0.6%	0.7%	0.7%	0.7%	1%

Fonte: Elaborado pelo autor.

7.1.2.2 Comparação entre as diversas projeções da curva ao longo do dia para pontos selecionados

Da mesma maneira que foram definidas as métricas na seção 7.1.1 tanto para todos os vencimentos ao longo da curva como somente para vencimentos selecionados, será feito o mesmo para a comparação entre as diversas projeções da curva ao longo do dia. Utilizando os mesmos prazos definidos no item 7.1.1.3, aplicando a metodologia definida no item 7.1.2, obtemos os resultados a seguir para o dia 26 de agosto de 2016.

Figura 52 - Média das variações percentuais da curva a termo projetada ao longo do dia 26/08/2016 pelas diversas metodologias de interpolação propostas considerando apenas vencimentos selecionados.

Média das variações percentuais da curva ao longo do dia para vencimentos selecionados									
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia								
		1	2	3	4	5	6	7	Média
	1	1%	1%	2%	556%	1%	1%	1%	80%
	2	1%	1%	4%	1096%	1%	1%	1%	158%
	3	1%	1%	4%	1172%	1%	1%	1%	169%
	4	1%	1%	4%	1316%	1%	1%	1%	189%
	5	1%	1%	3%	1026%	1%	1%	1%	148%
	6	1%	1%	4%	1205%	1%	1%	1%	173%
	Média	1%	1%	4%	1062%	1%	1%	1%	153%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 53 - Média das variações percentuais da curva a termo projetada ao longo do dia 26/08/2016 pelas metodologias 1, 2, 5, 6 e 7 de interpolação propostas considerando apenas vencimentos selecionados.

Média das variações percentuais da curva ao longo do dia - vencimentos selecionados							
Alternativa de interpolação da curva de referência	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia						
		1	2	5	6	7	Média
	1	0.9%	0.8%	1.0%	0.9%	0.9%	0.9%
	2	1.3%	0.9%	1.1%	1.1%	1.2%	1.1%
	3	1.1%	0.9%	1.0%	1.0%	1.0%	1.0%
	4	1.2%	0.9%	0.9%	1.0%	1.1%	1.0%
	5	1.0%	0.9%	0.9%	0.9%	1.0%	0.9%
	6	1.1%	0.9%	0.9%	1.0%	1.0%	1.0%
	Média	1.1%	0.9%	1.0%	1.0%	1.0%	1%

Fonte: Elaborado pelo autor.

7.2 AS ALTERNATIVAS 3 E 4 DE INTERPOLAÇÃO DE DADOS AO LONGO DO DIA

O leitor que acompanhou atentamente o trabalho até aqui deve ter, assim como o autor, suspeitas de que as alternativas 3 e 4 de interpolação da curva ao longo do dia (regressões polinomiais de grau 2 e 4, respectivamente, sobre as variações nos pontos observáveis da curva de FRC) não sejam adequadas para o desenvolvimento do trabalho.

Os exemplos ilustrados ao longo do item 7.1 deste capítulo já demonstram claramente que a alternativa 4 é totalmente absurda (ao menos, para o dia em questão), e que a alternativa 3 também é provavelmente inadequada. Para comprovar sua teoria, o autor simulou a métrica descrita no item 7.1.2, comparação entre as diversas projeções da curva ao longo do dia, para diversas datas do ano, e calculou qual foi a média desta métrica para cada alternativa de

interpolação da curva de variações a cada um destes dias. Os resultados encontram-se na figura 54.

Figura 54 - Média das variações percentuais da curva projetada ao longo do dia para as diversas metodologias de interpolação da curva de variações propostas.

Média das variações percentuais da curva ao longo do dia para todos os vencimentos de FRC								
Dia simulado	Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia							
	-	1	2	3	4	5	6	7
	1	0.9%	0.8%	5.8%	556.5%	1.0%	0.9%	0.9%
	2	1.3%	0.9%	10.3%	1095.6%	1.1%	1.1%	1.2%
	3	0.3%	0.1%	4.6%	625.0%	0.1%	0.1%	0.3%
	4	0.9%	0.3%	21.0%	1891.3%	1.9%	0.5%	1.2%
	5	1.0%	0.9%	8.1%	1025.7%	0.9%	0.9%	1.0%
	6	1.1%	0.9%	9.9%	205.5%	0.9%	1.0%	1.0%
	7	1.0%	0.1%	3.9%	816.0%	0.9%	0.4%	0.3%
	8	0.3%	0.8%	4.9%	1904.0%	0.3%	1.4%	1.1%
	9	0.1%	0.5%	7.9%	1214.0%	1.7%	1.5%	1.1%
	10	0.9%	1.2%	11.2%	354.0%	0.8%	0.5%	1.1%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se notar que os resultados obtidos através das alternativas 3 e 4 são de fato muito inferiores aos obtidos utilizando-se as demais. Desta forma, tais alternativas serão descartadas para a continuidade deste trabalho, e temos, portanto, apenas 30 alternativas de interpolação a serem avaliadas.

7.3 CONSOLIDAÇÃO DOS DADOS SIMULADOS PARA MÚLTIPLAS DATAS PASSADAS

Uma vez que estão definidas, para cada dia a ser avaliado, todas as métricas a serem consideradas para a comparação entre as diferentes interpolações, é possível então simular o modelo para diversas datas passadas e comparar os resultados obtidos.

Para isso, o autor simulou todas as interpolações propostas definidas para diversas datas ao longo do ano de 2016. Para cada dia, os dados armazenados para comparação futura são os descritos na seção 7.1 deste capítulo.

Foram armazenadas também estatísticas referentes à quantidade de pontos disponíveis para construção da curva a cada hora ao longo do dia.

Na figura 55, pode-se ver um exemplo da base de dados de resultados consolidados obtida. Para cada vencimento, temos tabelas semelhantes às apresentadas nas seções anteriores deste capítulo, onde cada linha representa uma alternativa de interpolação da curva ao longo do dia e cada coluna representa uma alternativa de interpolação da curva de referência.

Figura 55 - Média das variações percentuais da curva projetada ao longo do dia através das múltiplas propostas de interpolação para diversas datas passadas.

Média das variações percentuais da curva - toda a curva							
Data	-	1	2	3	4	5	6
05-abr-16	1	1.2%	2.3%	1.2%	1.3%	0.6%	0.5%
	2	0.7%	1.6%	0.8%	0.9%	0.5%	0.4%
	5	1.1%	2.1%	1.1%	1.1%	0.6%	0.4%
	6	1.1%	2.2%	1.1%	1.2%	0.6%	0.4%
	7	1.1%	2.2%	1.1%	1.2%	0.6%	0.4%
	MÉDIA	1.0%	2.1%	1.1%	1.1%	0.6%	0.4%
07-abr-16	1	0.7%	2.8%	1.2%	1.2%	0.7%	0.9%
	2	0.4%	2.1%	0.8%	0.8%	0.5%	0.6%
	5	0.6%	2.7%	1.1%	1.2%	0.7%	0.9%
	6	0.7%	2.7%	1.2%	1.2%	0.7%	0.9%
	7	0.7%	2.7%	1.1%	1.2%	0.7%	0.5%
	MÉDIA	0.6%	2.6%	1.1%	1.1%	0.7%	0.8%
11-abr-16	1	1.0%	1.8%	1.1%	1.0%	1.0%	1.0%
	2	1.0%	2.2%	1.0%	0.9%	0.9%	0.8%
	5	0.9%	1.6%	1.1%	0.9%	1.0%	0.9%
	6	0.9%	1.5%	1.1%	1.0%	1.0%	0.9%
	7	1.0%	1.7%	1.1%	1.0%	1.0%	0.7%
	MÉDIA	0.9%	1.8%	1.1%	0.9%	1.0%	0.9%
13-abr-16	1	2.2%	2.2%	2.2%	2.1%	2.2%	2.1%
	2	2.4%	2.7%	2.4%	2.3%	2.4%	2.3%
	5	2.3%	2.3%	2.3%	2.1%	2.3%	2.1%
	6	2.2%	2.3%	2.2%	2.1%	2.2%	2.1%
	7	2.3%	2.3%	2.2%	2.2%	2.3%	1.5%
	MÉDIA	2.3%	2.4%	2.3%	2.2%	2.3%	2.0%
15-abr-16	1	1.0%	1.5%	1.4%	1.5%	1.1%	1.2%
	2	0.5%	2.3%	0.9%	0.9%	0.7%	0.7%
	5	0.7%	1.3%	0.8%	0.9%	0.8%	0.8%
	6	0.8%	1.4%	1.2%	1.3%	1.0%	1.0%
	7	0.9%	1.3%	1.3%	1.3%	1.0%	1.0%
	MÉDIA	0.8%	1.6%	1.1%	1.2%	0.9%	0.9%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Além disso, o autor armazenou também estatísticas resumidas para cada dia, onde foi calculada uma média das variações de todas as propostas de interpolação ao longo do dia para cada alternativa de interpolação da curva de referência. Um exemplo disso encontra-se na figura 56, e os dados obtidos nas simulações para as demais métricas propostas encontram-se no apêndice M deste trabalho.

Figura 56 - Exemplo das médias das variações na curva projetada ao longo do dia para cada alternativa de interpolação da curva de referência proposta.

Data	1	2	3	4	5	6
5-abr-16	1.0%	2.1%	1.1%	1.1%	0.6%	0.4%
7-abr-16	0.6%	2.6%	1.1%	1.1%	0.7%	0.8%
11-abr-16	0.9%	1.8%	1.1%	0.9%	1.0%	0.9%
13-abr-16	2.3%	2.4%	2.3%	2.2%	2.3%	2.0%
15-abr-16	0.8%	1.6%	1.1%	1.2%	0.9%	0.9%
19-abr-16	1.0%	1.3%	1.7%	1.8%	1.4%	1.7%
22-abr-16	0.8%	2.2%	1.8%	1.8%	1.4%	1.5%
26-abr-16	0.5%	0.9%	0.6%	0.6%	0.7%	0.6%
3-mai-16	1.0%	1.0%	1.2%	1.3%	1.0%	1.2%
5-mai-16	0.5%	2.5%	1.7%	1.9%	1.8%	1.8%
9-mai-16	1.9%	2.7%	2.1%	2.3%	2.3%	2.4%
12-mai-16	0.5%	1.4%	1.8%	1.8%	0.8%	1.0%
16-mai-16	0.1%	0.7%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%
18-mai-16	0.4%	1.4%	1.0%	1.0%	0.9%	0.9%
20-mai-16	0.4%	2.0%	0.9%	1.0%	1.0%	1.0%
24-mai-16	0.3%	1.0%	0.8%	0.8%	0.6%	0.6%
3-jun-16	0.6%	3.0%	1.2%	1.3%	1.6%	1.2%
8-jun-16	0.7%	2.3%	0.9%	0.9%	1.0%	0.9%
10-jun-16	0.4%	3.7%	1.3%	1.2%	1.1%	1.1%
14-jun-16	0.4%	2.9%	1.1%	1.0%	1.0%	1.0%

Fonte: Elaborado pelo autor.

7.4 COMPARAÇÃO ENTRE AS PROPOSTAS COM E SEM SUAUVIZAÇÃO EXPONENCIAL PARA INTERPOLAÇÃO DA CURVA DE REFERÊNCIA

O primeiro teste em cima dos dados obtidos a ser realizado é uma comparação entre as propostas de interpolação da curva de referência com e sem suavização exponencial. Para isso, o autor irá utilizar testes de hipótese.

O autor deseja saber se existe diferença entre o erro cometido pelas estimativas que consideram a curva de referencia interpolada com e sem suavização exponencial. Para isso, utilizará os dados consolidados descritos na seção 7.3 referentes aos pares de metodologia 3 & 4 e 5 & 6.

Inicialmente, serão comparadas as médias dos erros percentuais absolutos para toda a curva.

O teste de hipótese realizado para cada par de dados envolve a comparação entre duas médias de séries de dados para pares emparelhados. Deseja-se saber se as médias são iguais ou

diferentes. Para isso, calculamos a diferença entre o erro médio cometido para cada dia, e iremos verificar se a média destes valores obtidos é ou não igual a zero. Desta forma, temos:

$$H_0: \text{Diferença} = 0$$

$$H_1: \text{Diferença} \neq 0$$

Caso o t calculado pelo teste de hipótese seja superior ao t crítico, rejeitaremos H_0 , e concluímos que existe diferença ao se interpolar a curva de referência com ou sem suavização exponencial. Para os testes realizados, utilizaremos um α de 5%.

As diferenças nas médias dos erros percentuais absolutos para toda a curva, considerando os dados obtidos através de simulações em datas passadas, podem ser observadas na figura 57.

Figura 57 - Diferença nas médias dos erros percentuais absolutos para a curva projetada em datas passadas pelas metodologias 3 e 4 de interpolação da curva de referência.

Data	3	4	Dif	Data	3	4	Dif
5/4/16	2.0%	2.0%	0.0%	6/7/16	1.2%	1.4%	-0.3%
7/4/16	1.5%	1.5%	-0.1%	8/7/16	2.4%	2.1%	0.3%
11/4/16	2.4%	2.3%	0.1%	12/7/16	4.4%	4.8%	-0.4%
13/4/16	2.3%	2.4%	0.0%	14/7/16	0.5%	0.7%	-0.2%
15/4/16	1.4%	1.5%	0.0%	18/7/16	0.8%	0.7%	0.2%
19/4/16	2.2%	2.2%	0.0%	20/7/16	1.5%	1.4%	0.1%
22/4/16	1.2%	1.0%	0.1%	22/7/16	2.0%	1.8%	0.2%
26/4/16	2.6%	2.5%	0.1%	26/7/16	3.8%	3.6%	0.2%
3/5/16	1.9%	1.8%	0.1%	2/8/16	2.0%	2.1%	-0.2%
5/5/16	1.7%	1.8%	-0.1%	4/8/16	1.8%	2.4%	-0.6%
9/5/16	3.4%	3.9%	-0.5%	8/8/16	1.7%	1.8%	-0.1%
12/5/16	1.4%	1.5%	-0.1%	11/8/16	1.1%	1.2%	-0.1%
16/5/16	1.3%	1.8%	-0.4%	15/8/16	1.5%	1.1%	0.4%
18/5/16	4.6%	4.8%	-0.2%	17/8/16	1.4%	1.3%	0.2%
20/5/16	2.1%	2.2%	-0.2%	19/8/16	1.3%	1.4%	-0.1%
24/5/16	2.9%	3.1%	-0.2%	23/8/16	1.3%	1.4%	-0.1%
3/6/16	2.1%	1.8%	0.3%	25/8/16	2.6%	2.8%	-0.2%
8/6/16	1.6%	1.6%	0.1%	2/9/16	2.2%	1.9%	0.3%
10/6/16	1.3%	1.6%	-0.2%	6/9/16	0.7%	0.9%	-0.2%
14/6/16	2.0%	2.2%	-0.2%	9/9/16	1.1%	1.5%	-0.4%
16/6/16	1.6%	1.8%	-0.2%	13/9/16	0.9%	1.2%	-0.3%
20/6/16	4.0%	4.4%	-0.3%	15/9/16	1.3%	1.2%	0.1%
22/6/16	3.3%	2.9%	0.4%	21/9/16	1.2%	1.0%	0.2%
24/6/16	2.4%	2.4%	-0.1%	23/9/16	0.9%	0.9%	0.0%
4/7/16	1.0%	1.1%	-0.2%	4/10/16	0.7%	0.7%	0.0%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Aplicando um teste de hipótese com α de 5%, chegamos aos resultados apresentados na figura 58.

Figura 58 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença nos erros máximos cometidos com ou sem suavização exponencial (alternativas 3 e 4).

Média	-0.06%
Desvio-padrão	0.22%
N	50
t calculado	-1.939
t crítico	2.009

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como o módulo de t calculado é inferior ao t crítico, aceitamos H_0 e temos que não existem diferenças estatisticamente significantes ao usar-se ou não uma suavização exponencial neste caso.

Repetindo o mesmo procedimento para as alternativas 5 e 6, chegamos aos resultados apresentados na figura 59.

Figura 59 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença nos erros máximos cometidos com ou sem suavização exponencial (alternativas 5 e 6).

Média	-0.02%
Desvio-padrão	0.24%
N	50
t calculado	-0.680
t crítico	2.009

Fonte: Elaborado pelo autor.

Onde concluímos que o uso da suavização exponencial é igualmente indiferente neste caso.

Para os resultados obtidos considerando-se somente os vencimentos selecionados, o resultado dos testes de hipótese quanto à diferença nas médias é o seguinte:

Figura 60 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença nos erros máximos cometidos com ou sem suavização exponencial (alternativas 3 e 4) para os vencimentos selecionados.

Média	-0.05%
Desvio-padrão	0.19%
N	50
t calculado	-1.689
t crítico	2.009

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 61 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença nos erros máximos cometidos com ou sem suavização exponencial (alternativas 5 e 6) para os vencimentos selecionados.

Média	-0.05%
Desvio-padrão	0.29%
N	50
t calculado	-1.123
t crítico	2.009

Fonte: Elaborado pelo autor.

Novamente, vemos que o uso ou não da suavização exponencial é indiferente.

Vamos agora comparar se o uso de suavizações exponenciais influencia a variação da curva ao longo do dia. Para isso, utilizaremos novamente os mesmos testes de hipótese, tendo como dados de referência as médias das variações percentuais da curva ao longo do dia para cada um dos métodos de interpolação da curva de referência. Os resultados obtidos pelo teste de hipótese são os seguintes:

Figura 62 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença na variação da curva projetada ao longo do dia com ou sem suavização exponencial (alternativas 3 e 4).

Média	-0.03%
Desvio-padrão	0.11%
N	50
t calculado	-1.938
t crítico	2.009

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 63 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença na variação da curva projetada ao longo do dia com ou sem suavização exponencial (alternativas 5 e 6).

Média	0.00%
Desvio-padrão	0.12%
N	50
t calculado	0.134
t crítico	2.009

Fonte: Elaborado pelo autor.

Novamente, aplicando os testes apenas para os vencimentos selecionados desejados, obtemos os resultados apresentados nas figuras 64 e 65 a seguir.

Figura 64 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença na variação da curva projetada ao longo do dia com ou sem suavização exponencial (alternativas 3 e 4) para os vencimentos selecionados.

Média	-0.03%
Desvio-padrão	0.12%
N	50
t calculado	-1.934
t crítico	2.009

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 65 - Resultado do teste de hipótese para verificar se existe diferença na variação da curva projetada ao longo do dia com ou sem suavização exponencial (alternativas 5 e 6) para os vencimentos selecionados.

Média	0.02%
Desvio-padrão	0.19%
N	50
t calculado	0.905
t crítico	2.009

Fonte: Elaborado pelo autor.

Com isso, concluímos que não há diferenças estatisticamente significativas nos resultados obtidos ao se considerar a curva de referência para o dia anterior com ou sem a suavização exponencial proposta.

7.5 COMPARAÇÃO ENTRE AS PROPOSTAS DE INTERPOLAÇÃO DA CURVA DE VARIAÇÕES AO LONGO DO DIA

Para comparar as diversas propostas de interpolação da curva de variações ao longo do dia, inicialmente iremos comparar a média das variações percentuais absolutas da curva ao longo do dia. A figura 66 contém as médias de movimento para todos os dias simulados.

Figura 66 - Média das variações percentuais absolutas da curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao longo do dia para todos os dias simulados.

Média das variações percentuais absolutas da curva ao longo do dia - todos vencimentos								
Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia	Alternativa de interpolação da curva de referência							Média
		1	2	3	4	5	6	
	1	0.9%	1.8%	1.2%	1.2%	1.1%	1.1%	1.2%
	2	0.7%	1.6%	0.9%	0.9%	0.9%	0.9%	1.0%
	5	0.8%	1.7%	1.1%	1.1%	1.0%	1.0%	1.1%
	6	0.8%	1.7%	1.1%	1.2%	1.0%	1.1%	1.2%
	7	0.9%	1.8%	1.1%	1.2%	1.0%	0.9%	1.2%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os mesmos resultados, para os vencimentos de maior interesse deste estudo, são apresentados na figura 67.

Figura 67 - Média das variações percentuais absolutas da curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao longo do dia para todos os dias simulados para os vencimentos selecionados.

Média das variações percentuais absolutas da curva ao longo do dia - vencimentos selecionados								
Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia	Alternativa de interpolação da curva de referência							
		1	2	3	4	5	6	Média
	1	1.1%	2.4%	1.6%	1.6%	1.4%	1.5%	1.6%
	2	1.0%	2.2%	1.3%	1.3%	1.2%	1.2%	1.4%
	5	1.1%	2.4%	1.5%	1.6%	1.4%	1.4%	1.6%
	6	1.1%	2.4%	1.5%	1.6%	1.4%	1.4%	1.6%
	7	1.1%	2.4%	1.5%	1.6%	1.4%	1.2%	1.5%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos notar que todas as alternativas de solução propostas para a interpolação da curva de variações ao longo do dia apresentam comportamento semelhante para o período estudado, no que se refere às variações resultantes de mudanças nos dados disponíveis a cada momento observado.

Notemos também que a alternativa de interpolação da curva de referência 2 foi a que resultou em piores resultados (maiores variações na curva interpolada ao longo do dia) em ambos os casos.

Desta maneira, o critério que será utilizado para comparar as diversas alternativas de interpolação da curva referência será o desempenho de cada alternativa ao final do dia, comparando o erro cometido com relação ao valor oficial de fechamento para cada contrato de FRC.

Comparando-se as médias obtidas para o erro máximo cometido por cada metodologia de interpolação, temos o resultado na figura 68.

Figura 68 - Média dos erros máximos da curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao final do dia para todos os dias simulados.

Média dos erros máximos cometidos por cada interpolação - todos os vencimentos								
Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia	Alternativa de interpolação da curva de referência							
		1	2	3	4	5	6	Média
	1	3.5%	6.9%	5.1%	5.3%	4.4%	4.5%	5.0%
	2	5.2%	13.5%	8.5%	9.0%	7.0%	7.5%	8.4%
	5	3.5%	8.7%	5.5%	5.8%	4.6%	4.7%	5.5%
	6	3.5%	9.4%	5.7%	5.9%	4.7%	4.8%	5.7%
	7	3.5%	7.5%	5.5%	5.8%	4.5%	4.6%	5.2%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos notar novamente que a alternativa 2 de interpolação da curva de referência é a pior neste caso.

Quanto às alternativas de interpolação da curva de variações ao longo do dia, temos que a alternativa 2 é a de pior desempenho neste critério, enquanto as outras apresentam resultados semelhantes.

Verificaremos agora o desempenho de cada metodologia quanto ao erro percentual médio absoluto cometido, analisando os resultados indicados nas figuras 69 e 70.

Figura 69 - Média dos erros percentuais absolutos cometidos na curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao final do dia para todos os dias simulados.

Média dos erros percentuais absolutos cometidos - todos os vencimentos								
Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia	Alternativa de interpolação da curva de referência							
		1	2	3	4	5	6	Média
	1	1.6%	2.2%	1.9%	1.9%	1.8%	1.8%	1.9%
	2	1.6%	2.6%	1.9%	2.0%	1.9%	1.9%	2.0%
	5	1.6%	2.4%	1.9%	1.9%	1.8%	1.8%	1.9%
	6	1.6%	2.5%	1.9%	1.9%	1.8%	1.8%	1.9%
	7	1.6%	2.3%	1.9%	1.9%	1.8%	1.8%	1.9%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 70 - Média dos erros percentuais absolutos cometidos na curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao final do dia para todos os dias simulados apenas nos vencimentos selecionados.

Média dos erros percentuais absolutos cometidos - vencimentos selecionados								
Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia	Alternativa de interpolação da curva de referência							
		1	2	3	4	5	6	Média
	1	1.6%	2.6%	2.1%	2.2%	1.9%	2.0%	2.1%
	2	1.7%	3.4%	2.4%	2.5%	2.1%	2.2%	2.4%
	5	1.7%	3.4%	2.4%	2.5%	2.1%	2.2%	2.4%
	6	1.6%	3.3%	2.3%	2.4%	2.1%	2.1%	2.3%
	7	1.6%	3.0%	2.3%	2.4%	2.0%	2.1%	2.2%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Notemos que, considerando todos os vencimentos da curva, não existem grandes diferenças nos resultados observáveis para cada metodologia de interpolação da curva de variações ao longo do dia.

No entanto, para os vencimentos selecionados como sendo os de maior relevância, temos que as alternativas 1, 6 e 7 são melhores que as demais.

Por ser necessário escolher uma única alternativa de interpolação para a curva de variações ao longo do dia, o critério final analisado será a soma dos erros percentuais cometidos por cada alternativa ao longo do período analisado. Para todos os vencimentos considerados, temos o seguinte resultado:

Figura 71 - Média dos erros percentuais cometidos na curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao final do dia para todos os dias simulados.

Soma dos percentuais médios cometidos ao final do dia - todos os vencimentos								
Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia	Alternativa de interpolação da curva de referência							
		1	2	3	4	5	6	Média
	1	-4.0%	-9.5%	-9.4%	-20.8%	-8.2%	-19.5%	-11.9%
	2	-4.7%	7.1%	-5.8%	-20.0%	-4.7%	-19.0%	-7.8%
	5	-3.7%	0.3%	-7.5%	-18.2%	-6.5%	-17.4%	-8.9%
	6	-3.9%	-0.2%	-7.6%	-18.4%	-6.7%	-17.6%	-9.0%
	7	-3.9%	-0.9%	-7.7%	-18.5%	-6.8%	-17.8%	-9.3%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Onde vê-se que a alternativa 1 é a que pior atende o objetivo desejado. Para os prazos de maior relevância selecionados, temos os resultados apresentados na figura 72.

Figura 72 - Média dos erros absolutos cometidos na curva projetada de acordo com as diversas metodologias ao final do dia para todos os dias simulados apenas considerando vencimentos selecionados.

Soma dos percentuais médios cometidos ao final do dia - vencimentos selecionados								
Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia	Alternativa de interpolação da curva de referência							
		1	2	3	4	5	6	Média
	1	-9.8%	-16.8%	-12.4%	-19.6%	-18.4%	-25.1%	-17.0%
	2	-9.3%	-2.1%	-7.4%	-13.6%	-15.3%	-20.9%	-11.4%
	5	-7.6%	-13.1%	-10.1%	-11.8%	-17.9%	-18.9%	-13.2%
	6	-9.8%	-12.5%	-11.0%	-16.0%	-17.7%	-21.8%	-14.8%
	7	-10.2%	-5.6%	-9.1%	-15.8%	-15.2%	-21.6%	-12.9%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Aqui, podemos notar que as alternativas de interpolação da curva de variações ao longo do dia 2 e 7 são as que produzem melhor resultado. No entanto, temos que a alternativa 2 foi a pior em todos os outros critério testados, portanto **concluimos que a melhor alternativa para se interpolar a curva de variações ao longo do dia é a alternativa 7** - interpolar da curva de variações com uma regressão polinomial de quarto grau sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples.

Um último teste consiste em se aplicar o conceito de *tracking signal*. Calculando as somas dos erros percentuais totais para todos os dias simulados e as médias dos erros percentuais absolutos cometidos, chegamos aos seguintes valores para o indicador de *tracking signal* em cada alternativa de interpolação:

Figura 73 - Tracking signal para cada metodologia de interpolação da curva a termo de cupom cambial ao longo de todos os dias simulados.

Tracking Signal calculado para cada metodologia de interpolação ao longo do período considerado								
Alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia	Alternativa de interpolação da curva de referência							
		1	2	3	4	5	6	Média
	1	-2.5	-4.3	-5.1	-10.9	-4.6	-10.7	-6.3
	2	-2.8	2.7	-3.1	-10.2	-2.5	-10.1	-4.3
	5	-2.3	0.1	-4.0	-9.4	-3.6	-9.5	-4.8
	6	-2.4	-0.1	-4.1	-9.5	-3.7	-3.6	-3.9
	7	-2.5	-0.4	-4.1	-9.5	-3.8	-3.7	-4.0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Vemos que a alternativa 7 é a adequada neste critério, por apresentar valores absolutos para o *tracking signal* de baixo módulo para a maioria das situações.

7.6 COMPARAÇÃO ENTRE AS PROPOSTAS DE INTERPOLAÇÃO DA CURVA DE REFERÊNCIA PARA O DIA ANTERIOR

Primeiramente, cabe ressaltar que, a partir dos resultados obtidos para o item anterior, temos que a alternativa de interpolação da curva de variações ao longo do dia mais adequada é a 7. Por conta disso, para compararmos as diversas propostas de interpolação da curva de referência, utilizaremos sempre os resultados obtidos mediante interpolação da curva de variações ao longo do dia com uma regressão polinomial de grau 4 sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples.

Serão avaliadas todas as métricas calculadas e armazenadas no banco de dados de simulações realizadas, comparando apenas os resultados obtidos para as diversas interpolações de curva de referência considerando a metodologia 7 de interpolação ao longo do dia. Tais comparações constam na figura 74 abaixo.

Figura 74 - Comparação entre as alternativas de interpolação da curva de referência para o dia anterior ao longo de todos os dias simulados.

Média das variações percentuais da curva ao longo do dia para todos os vencimentos de FRC							
Dia simulado	Alternativa de interpolação da curva de referência para o dia anterior						
	-	1	2	3	4	5	6
	Média das variações totais ao final do dia - todos os vencimentos	0.9%	1.8%	1.1%	1.2%	1.0%	0.9%
	Média das variações totais ao final do dia - vencimentos selecionados	1.1%	2.4%	1.5%	1.6%	1.4%	1.2%
	Média das diferenças máxima observada ao final do dia	3.5%	7.5%	5.5%	5.8%	4.5%	4.6%
	Média dos erros percentuais absolutos ao final do dia - todos os vencimentos	1.6%	2.3%	1.9%	1.9%	1.8%	1.8%
	Média dos erros percentuais absolutos ao final do dia - vencimentos selecionados	1.6%	3.0%	2.3%	2.4%	2.0%	2.1%
	Média dos erros percentuais ao final do dia - todos os vencimentos	-0.1%	0.0%	-0.2%	-0.4%	-0.1%	-0.3%
	Média dos erros percentuais ao final do dia - vencimentos selecionados	-0.2%	-0.1%	-0.2%	-0.3%	-0.3%	-0.4%
	Tracking signal - todos os vencimentos	-2.5	-0.4	-4.1	-9.5	-3.8	-3.7
	Tracking signal - vencimentos selecionados	-6.3	-1.9	-3.9	-6.6	-3.6	-3.4

Fonte: Elaborado pelo autor.

Comparando-se as diversas alternativas, podemos ver que a pior de todas é certamente a alternativa 2, o que confirma suspeitas levantadas anteriormente. Nota-se também que as

alternativas 3 & 4 e 5 & 6 apresentam resultados muito semelhantes, o que já era de se esperar devido aos testes de hipótese realizados.

Para definir, a partir dos resultados exibidos acima, qual é a melhor metodologia de interpolação da curva de referência ao longo do dia, resta decidir entre as alternativas 1, 5 ou 6, que são as que apresentam melhor resultado.

Com base no critério de *Tracking Signal* para os vencimentos selecionados, pode-se notar que a alternativa 1 foge ao que é definido por Bozarth (2011) como sendo um bom modelo de projeção (valor em módulo do *Tracking Signal* superior a 4).

Desta forma, temos que as alternativas 5 ou 6 são as mais indicadas para o objetivo desejado. Comparando-se as duas, podemos notar que a alternativa 6 é ligeiramente melhor do que a 5, apesar de já ter sido demonstrado anteriormente que os resultados obtidos para as duas alternativas são estatisticamente indiferentes.

Desta forma, o autor irá optar pela alternativa de interpolação da curva de referência 6 – construir a curva de referência para o dia anterior utilizando regressões diferentes para cada vencimento considerado com suavização exponencial – como sendo a mais adequada ao objetivo proposto, uma vez que é necessário optar por uma única alternativa no desenvolvimento do modelo ao longo do dia.

8. O MODELO EM TEMPO REAL DESENVOLVIDO A PARTIR DA MELHOR ALTERNATIVA ENCONTRADA

A partir das conclusões obtidas pela análise dos dados resultantes das múltiplas alternativas de solução para a interpolação da curva a termo de cupom cambial no capítulo anterior, temos que o modelo desenvolvido para interpolar em tempo real a curva de cupom cambial irá utilizar:

- Construção da curva a termo de referência para o dia anterior utilizando regressões diferentes para cada vencimento considerado com suavização exponencial.
- Interpolação da curva a termo de variações com uma regressão polinomial de quarto grau sobre os pontos obtidos na interpolação linear simples.

Para os demais dados necessários ao modelo, que são a curva de juros pré-fixados, o valor do Casado e o valor para o contrato de dólar futuro, o modelo irá:

- Curva de juros pré-fixados: O modelo irá calcular o valor da curva de juros pré-fixados para cada ponto como sendo a média dos valores de ofertas de compra e venda para contratos de DI1. Para pontos onde tais valores não podem ser definidos, será utilizada uma interpolação linear sobre os demais pontos.
- Casado: O valor para o Casado será manualmente fornecido ao modelo por seus usuários manualmente. Tratando-se de um produto negociado somente no mercado de balcão, não é possível estimá-lo de forma melhor por nenhuma outra metodologia.
- Contrato de dólar futuro: será considerado o valor do último negócio realizado para o primeiro contrato de dólar futuro negociado.

Na figura 75 podemos ver como é a versão final do modelo de interpolação da curva à vista de cupom cambial desenvolvido pelo autor para ser utilizado na mesa de operações.

Note que, devido ao fato de a instituição onde o aluno realiza seu estágio ser um banco de investimentos norte-americano, todos os nomes estão escritos em inglês.

Figura 75 - Modelo em tempo real desenvolvido pelo autor e aplicado na empresa.

Future	3156.55						
Casado	6.500						
Spot	3.1500						
PRE Curve		FRC Curve			Coupon		
General	Live Curve	FRC	Live Curve		Close	Live	Move
Expiry	Curve	Close	Curve	Move			
Dec-16	13.805	1.920	1.950	3.0	2.88	2.30	(58.1)
Jan-17	13.602	1.840	1.770	(7.0)	2.26	2.08	(18.5)
Feb-17	13.410	1.860	1.870	1.0	2.27	2.10	(17.3)
Mar-17	13.290	1.850	1.840	(1.0)	2.01	1.93	(8.2)
Apr-17	13.100	1.860	1.852	(0.8)	1.97	1.89	(8.3)
May-17	12.935	1.860	1.852	(0.8)	1.96	1.89	(6.6)
Jun-17	12.761	1.870	1.864	(0.6)	1.95	1.90	(5.6)
Jul-17	12.645	1.880	1.876	(0.4)	1.95	1.91	(4.7)
Aug-17	12.483	1.890	1.888	(0.2)	2.01	1.98	(3.8)
Sep-17	12.341	1.970	1.970	0.0	2.03	1.99	(3.3)
Oct-17	12.240	2.000	2.004	0.4	2.08	2.06	(2.5)
Jan-18	11.920	2.050	2.058	0.8	2.09	2.08	(1.9)
Apr-18	11.720	2.150	2.169	1.9	2.18	2.18	(0.1)
Jul-18	11.540	2.230	2.260	3.0	2.26	2.27	1.4
Oct-18	11.380	2.350	2.365	1.5	2.37	2.37	0.2
Jan-19	11.250	2.440	2.440	0.0	2.46	2.45	(1.1)
Apr-19	11.180	2.540	2.525	(1.5)	2.56	2.53	(2.4)
Jul-19	11.140	2.630	2.600	(3.0)	2.64	2.61	(3.8)
Oct-19	11.120	2.700	2.655	(4.5)	2.71	2.66	(5.2)
Jan-20	11.110	2.800	2.740	(6.0)	2.81	2.74	(6.6)
Apr-20	11.115	2.900	2.878	(2.2)	2.91	2.88	(2.7)
Jul-20	11.130	3.000	3.015	1.5	3.01	3.02	1.1
Oct-20	11.115	3.110	3.163	5.3	3.12	3.16	4.8
Jan-21	11.090	3.220	3.311	9.1	3.23	3.31	8.7
		3.330	3.460	13.0	3.33	3.46	12.6

Fonte: Elaborado pelo autor.

Temos que o modelo permite aos gestores da mesa de operações compararem, a todo instante, tanto os valores de referência negociados para os contratos de FRC quanto o valor para a curva à vista de cupom cambial.

No caso acima, é interessante notar que, para o primeiro vencimento de contrato de FRC negociado, apesar de este estar sendo negociado a um valor superior ao valor de referência de fechamento para o dia anterior, a curva de cupom cambial à vista projetada até este vencimento está em um nível mais baixo, quando comparado ao valor de fechamento do dia anterior.

9. CONCLUSÃO

Ao longo deste trabalho, o autor buscou explorar principalmente o conceito de juros de cupom cambial, a diferença entre a estrutura temporal de suas curvas à vista e a termo e a forma como cada uma é negociada e representada. Com isso, o intuito foi, além de auxiliar no desenvolvimento do modelo proposto, contribuir para a literatura que trata do tema, uma vez que esta é bastante escassa.

Foram explorados também diversos conceitos de interpolações numéricas e suas aplicações em curvas de juros, bem como métricas utilizadas para comparar alternativas de interpolações que têm por base métodos de avaliar projeções de séries temporais.

O autor obteve soluções elaboradas para resolver as interpolações propostas, e os resultados obtidos comprovaram que as mais complexas foram as que melhor se adequaram ao objetivo proposto.

Desta forma, foi possível desenvolver um modelo em Excel e aplicá-lo na mesa de operações onde o aluno realiza seu estágio supervisionado que é capaz de fornecer com considerável acurácia uma boa estimativa para o comportamento da curva à vista de cupom cambial ao longo do dia, em momentos onde os valores para pontos necessários à sua construção apresentam baixa liquidez.

A instituição não autorizou o aluno a divulgar valores referentes aos resultados financeiros obtidos tanto em períodos anteriores quanto posteriores à aplicação do modelo. No entanto, é possível afirmar que uma melhor gestão dos riscos referentes as variações na estrutural temporal da curva de juros de cupom cambial contribuiu de maneira expressiva para um aumento dos resultados financeiros da empresa.

10. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOZARTH, C. **Measuring Forecast Accuracy: Approaches to Forecasting : A Tutorial**, 2011- .Disponível em: < <https://scm.ncsu.edu/scm-articles/article/measuring-forecast-accuracy-approaches-to-forecasting-a-tutorial>>. Acesso em: 16 out. 2016.

CARREIRA, M; BROSTOWICZ, R. **Brazilian Derivatives and securities: pricing and risk management of FX and interest-rate portfolios for local and global markets**. Macmillan, 2016.

FABOZZI, F. **The handbook of fixed income securities**. McGraw-Hill, 1997.

FERREIRA, L. C. L.. **Análise da curva de cupom cambial brasileira: uma aplicação da análise de componentes principais com ênfase em sua utilização para imunização de carteiras** - 2006. 66 f.

GARCIA, M; DIDLER, T. **Taxa de juros, risco cambial e risco Brasil**. Pesquisa e Planejamento Econômico, v.33, n.2, 2003.

HULL, J. **Options, Futures and Other Derivatives**. 3rd ed. Prentice Hall, 1998.

HYNDMAN, R.J.; ATHANASOPOULOS, G. **Forecasting: principles and practice**. 2013- . Disponível em: < <http://otexts.org/fpp/> >. Acesso em: 22 ago. 2016.

ILLOWSKY, B. **Collaborative Statistics**. Boundless, 2016- . Disponível em: < <https://www.boundless.com/users/235422/textbooks/collaborative-statistics/hypothesis-testing-two-means-paired-data-two-proportions-11/hypothesis-testing-two-population-means-and-two-population-proportions-146/introduction-380-15928/>>. Acesso em: 23 out. 2016.

LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J.. **Common factors affecting bond returns**. Journal of Fixed Income, v.1, 1991.

MANUAL DE APREÇAMENTO DA BM&FBOVESPA. São Paulo, 2015- . Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId=8A828D295048C0EF01508524C5A5613D>. Acesso em: 17 ago. 2016.

MICHAELIS DICIONÁRIO BRASILEIRO DA LÍNGUA PORTUGUESA. São Paulo, 2015- . Disponível em: < <http://michaelis.uol.com.br/> > Acesso em: 12 out. 2016.

MONTGOMERY, D. C; JENNINGS, C. L; KULAHCI M. **Introduction to Time Series Analysis and Forecasting**, 2nd edition, 2015.

PRESS, W. H; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, T. W; FLANNERY, B. P. **Numerical Reciepes in C – The Art of Scientific Computing**. 2nd edition. Cambridge University Press, 1992.

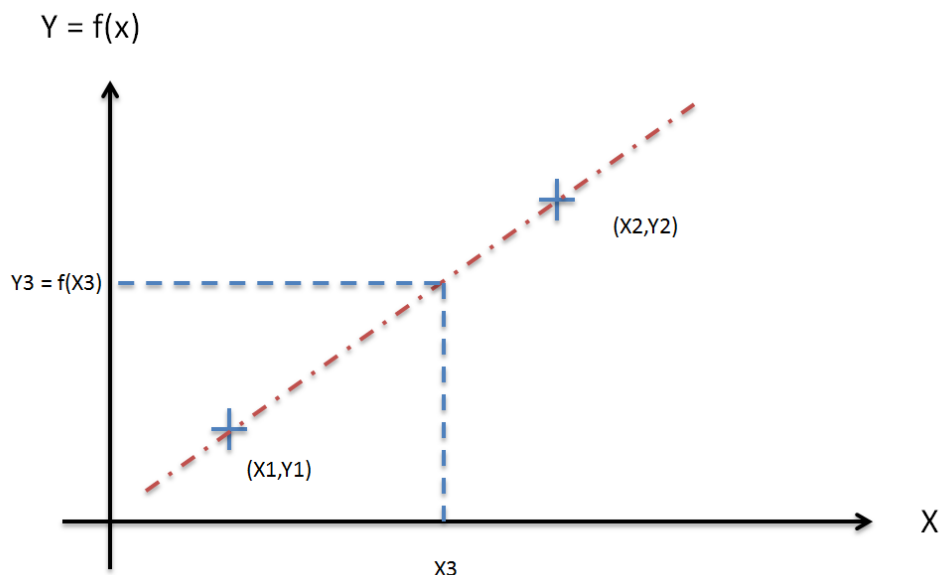
SECURATO, J. R. et al. **Cálculo Financeiro das Tesourarias, Bancos e Empresas**. 3^a ed. São Paulo: Saint Paul Institute of Finance, 2008.

VARGA, G. **Interpolação por cubic spline para a estrutura a termo brasileira**. Resenha BM&F, n 140, 2000.

VARGA, G.; VALLI, M. **Movimentos da Estrutura a Termo da Taxas de Juros Brasileira e Imunização**. Revista de Estudos Avançados da USP, 2001.

APÊNDICE A - REPRESENTAÇÃO VISUAL DE UMA INTERPOLAÇÃO LINEAR

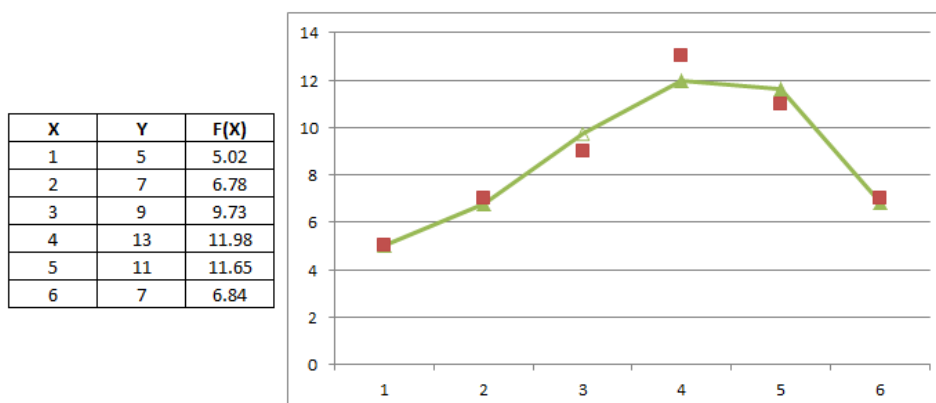
Figura 76 - Representação visual de uma interpolação linear.



Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE B - REPRESENTAÇÃO VISUAL DE UMA INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL

Figura 77 - Representação visual de uma regressão polinomial de terceiro grau.



Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE C - DINÂMICA DE UM CONTRATO DE DÓLAR FUTURO

O modo mais fácil de entender como funciona a dinâmica de um contrato de Dólar futuro é através de um exemplo numérico. Suponhamos que um investidor adquira hoje 10 contratos

de dólar futuro para o próximo vencimento pela cotação de 3.500,00 R\$/1000US\$. O montante ao qual estará exposto será de $10 \times 50.000,00 = 500.000,00$ dólares.

Chegando ao dia do vencimento, ele terá o direito de receber estes 500.000 dólares pelo preço acordado no início da operação, que foi de R\$3,50 por cada dólar, ou R\$1.750.000,00. Supondo que a cotação oficial divulgada no dia anterior tenha sido de R\$3,60, o investidor terá realizado um ganho de 10 centavos para cada dólar do montante principal, o equivalente a 50,000 Reais (sua posição de 500 mil Dólares estaria valendo R\$1.800.000,00).

No entanto, os contratos de dólar futuro, bem como outros futuros negociados no ambiente da bolsa, apresentam duas peculiaridades fundamentais: Primeiramente, não existe liquidação física do contrato (que seria a troca efetiva de Dólares por Reais à taxa acordada na data de liquidação), apenas um ajuste financeiro do diferencial entre a taxa acordada no início da operação e a taxa oficial na data de vencimento.

Além disso, os contratos futuros apresentam outra característica marcante que os diferenciam de contratos a termo: eles apresentam ajuste diário. Desta forma, ao invés de o investidor realizar seu lucro ou prejuízo somente no vencimento do contrato, todo dia ele irá desembolsar ou receber um ajuste considerando o valor atual de sua posição, diretamente contra a bolsa, de forma que sua contraparte (que irá receber ou pagar a ponta oposta) permanece anônima, reduzindo também o risco de inadimplência aos detentores do contrato.

As fórmulas utilizadas pela BM&FBovespa para calcular o valor do ajuste são as seguintes:

Fórmula para cálculo do ajuste para contratos abertos no dia:

$$A = (Pa - Po) * N * 50$$

Onde A representa o valor financeiro do ajuste em Reais, Pa é o preço de ajuste de referência para o dia, Po é o preço da operação realizada, N é o número de contratos negociados na operação e 50 é apenas um fator corretivo, já que cada contrato representa 50 mil dólares e o fator de escala 1000 já está refletido na cotação dos preços.

De forma semelhante, temos a seguinte fórmula para cálculo do ajuste para contratos abertos em algum dia anterior:

$$A = (Pa - Pt) * N * 50$$

Onde A representa o valor financeiro do ajuste em reais, Pa é o preço de ajuste de referência para o dia, Pt é o último preço de ajuste utilizado para o cálculo de ajustes (preço de referência para o dia útil anterior), N é o número de contratos negociados na operação e 50 é apenas um fator corretivo, já que cada contrato representa 50 mil dólares e o fator de escala 1000 já está refletido na cotação dos preços.

O preço de ajuste, calculado diariamente, é uma média ponderada por volume de todos os negócios do contrato de dólar futuro de maior liquidez, exceto pelo dia anterior ao vencimento do contrato, quando este tem o valor da PTAX oficial do dia.

No exemplo citado anteriormente, vamos supor que a duração do negócio foi de 10 dias, e os valores de ajuste para o dólar futuro assumiram os valores que estão indicados na tabela 10. A cada dia, teremos os respectivos valores de ajuste diário, calculados pelas fórmulas indicadas acima.

Tabela 10 - Exemplo de ajustes financeiros resultantes do carregamento de uma posição comprada em 10 contratos de dólar futuro.

DIA	Ajuste oficial (R\$/1000US\$)	Ajuste financeiro (R\$)
1	3,509.39	4,695.00
2	3,598.29	44,450.00
3	3,524.13	(37,080.00)
4	3,579.70	27,785.00
5	3,537.96	(20,870.00)
6	3,550.79	6,415.00
7	3,577.78	13,495.00
8	3,513.42	(32,180.00)
9	3,534.96	10,770.00
10	3,600.00	32,520.00
TOTAL		50,000.00

Fonte: Elaborado pelo autor.

Podemos notar que, apesar da grande variação no valor da posição de um dia para o outro, o resultado final poderia ser facilmente obtido comparando-se o valor da PTAX de vencimento do contrato com o valor inicial acordado (R\$3,60 e R\$3,50).

APÊNDICE D - ESPECIFICAÇÕES DE UM CONTRATO DE DI1

Ao se adquirir um contrato de DI futuro (negociado na forma de taxa), o investidor recebe um contrato cujo valor será de 100.000 Reais na data de vencimento. Para obter seu valor presente PU , utiliza-se a seguinte fórmula, disponível na documentação oficial da BM&FBovespa:

$$PU = \frac{100.000}{\left(1 + \frac{i}{100}\right)^{\frac{n}{252}}}$$

Onde temos que PU é o valor presente do contrato, i é a taxa negociada e n é o número de dias corridos entre a data da operação, inclusive, e a data de vencimento do contrato, exclusive.

A cada dia, o valor de ajuste recebido pelo investidor referente à sua posição aberta em contratos futuros de DI1 será calculado pela BM&FBovespa de acordo com a seguinte fórmula:

$$ADt = (Pt - (Pa \cdot FC)) \cdot M \cdot N$$

Onde ADt refere-se ao ajuste diário na data t recebido pelo investidor, Pt representa o valor de ajuste do contrato na data t (calculado a partir da fórmula apresentada para PU , considerando-se a taxa oficial de fechamento no caso de posições abertas anteriormente ou então a taxa negociada no dia para posições novas), Pa é o preço oficial de fechamento do contrato calculada na seção de negócios anterior, FC é o fator de correção diário do contrato, M é o valor em reais de cada ponto de PU (no caso do DI1 futuro, 1 Real por ponto) e N é o número de contratos.

O fator de correção diário é utilizado para garantir que a rentabilidade do contrato será o diferencial entre a taxa negociada e o CDI acumulado do período, caso contrário ele teria rentabilidade semelhante a um título do governo pré-fixado (a única diferença seria o ajuste diário). Pode ser calculado de acordo com a seguinte fórmula:

$$FC = \left(1 + \frac{DI}{100}\right)^{\frac{1}{252}}$$

Onde DI refere-se à taxa de CDI apurada pela CETIP para a data anterior ao dia de referência para os cálculos. Caso por algum motivo em certa data não possa ser realizado o ajuste no contrato futuro de DI, na próxima data válida o FC deve ser calculado como o produto de todos os FC aplicáveis ao período.

Para facilitar o entendimento da dinâmica do contrato futuro de DI1 deve-se encará-lo como um swap entre uma taxa pré-fixada (negociada no contrato) e uma pós-fixada (CDI acumulado no período).

APÊNDICE E - LETRA DO TESOURO NACIONAL - LTN

Uma LTN é o mais simples dos títulos oferecidos pelo governo brasileiro. Ao comprar uma LTN, o investidor tem a garantia de receber, na data de vencimento do título, um valor pré-fixado de 1.000 reais por contrato. Desta forma, podemos calcular qual a taxa efetiva de rentabilidade do título a partir do valor negociado na data presente e considerando regime de capitalização composto. Usualmente, tal rentabilidade é expressa através de uma taxa anual (base 252 dias úteis), e pode ser calculada de acordo com a seguinte fórmula:

$$i = \left(\frac{1.000}{PU} \right)^{\frac{252}{n}} - 1$$

Onde i é a taxa de rentabilidade do título expressa na base anual 252, PU é o valor negociado para um contrato de LTN e n é o número de dias corridos entre a data da operação, inclusive, e a data de vencimento do contrato, exclusive.

Analogamente, podemos calcular o valor presente de determinada LTN conhecendo sua taxa negociada da mesma fórmula que calculamos o PU de um contrato futuro de DI1, considerando a base 1.000, de acordo com a seguinte fórmula:

$$PU = \frac{1.000}{\left(1 + \frac{i}{100} \right)^{\frac{n}{252}}}$$

Desta forma, temos que o investidor é capaz de desembolsar certa quantidade de caixa hoje ao comprar uma LTN a fim de obter uma rentabilidade pré-definida implícita no valor presente do contrato. Para obter, como é normalmente o desejo de mesas de tesouraria, uma

rentabilidade equivalente ao CDI no período, basta comprar certa quantidade de contratos futuros de DDI de forma a trocar a taxa pré-fixada pelo CDI.

Em condições reais de mercado, existe certo descolamento entre a taxa efetiva negociada para uma LTN e o respectivo DDI para certo vencimento, efeito que é conhecido como “Casada” pelos participantes do mercado. No entanto, tal descolamento não é constante em módulo nem direção (a rentabilidade real obtida pode ser maior ou menor do que a desejada). Desta forma, iremos desconsiderar tal efeito nos cálculos da curva a termo de juros brasileira e consequentemente na curva de cupom cambial.

APÊNDICE F - ESPECIFICAÇÕES DE UM CONTRATO DE DDI

O PU de um contrato de DDI é calculado de acordo com a seguinte fórmula pela BM&FBovespa:

$$PU = \frac{100.000}{\left(1 + i * \frac{n}{360}\right)}$$

Onde i é a taxa de juros (cupom cambial sujo) negociada e o número de dias corridos compreendido no período entre a data (inclusive) e o vencimento do contrato (exclusive).

O termo cupom cambial sujo refere-se à taxa de cupom cambial calculada utilizando-se o valor da PTAX do dia anterior e o valor de ajuste do primeiro contrato de dólar futuro como referência. Tal metodologia, que pode causar estranheza à primeira vista, é resultado do fato de não existir um valor oficial de ajuste para os negócios de Casado do dia. Então foi necessário obter um valor de referência para a taxa *Spot* na conta.

De acordo com Carreira e Brostowicz (2016), o uso da PTAX do dia anterior decorre do fato de a PTAX, quando surgiu o contrato de DDI, ser divulgada apenas após as 17h30 de cada dia, diferente do que ocorre hoje em dia onde ela é publicada no começo da tarde.

Apesar disso, é importante indicar que tal aparente descasamento não tem impacto sobre o resultado dos ajustes financeiros dos contratos de DDI de um dia para o outro, uma vez que a presença dos termos de PTAX nos ajustes dos PUs de um dia para o outro, bem como na fórmula do cálculo financeiro do ajuste, cancelam tal descasamento e resultam no efeito desejado.

O ajuste diário para um contrato de DDI é dado pela seguinte fórmula:

$$ADt = (Pt - (Pa.FC)).M.N.PTAX^{-1}$$

Onde ADt se refere ao ajuste diário na data t recebido pelo investidor, Pt representa o valor de ajuste do contrato na data t (calculado a partir da fórmula apresentada para PU, considerando-se a taxa oficial de fechamento no caso de posições abertas anteriormente ou então a taxa negociada no dia para posições novas), Pa é o preço oficial de fechamento do contrato calculada na seção de negócios anterior, FC é o fator de correção diário do contrato, M é o valor em reais de cada ponto de PU (no caso do DDI futuro, 0,5 dólar por ponto), N é o número de contratos e $PTAX^{-1}$ é o valor da PTAX de referência para o dia anterior, definida na seção 3.5.1 deste trabalho.

O fator de correção diário de um contrato de DDI é dado pela seguinte fórmula:

$$FC = \frac{\left(1 + \frac{CDI}{100}\right)^{\frac{1}{252}}}{\frac{PTAX^{-1}}{PTAX^{-2}}}$$

Onde CDI se refere à taxa de CDI apurada pela CETIP para a data anterior ao dia de referência para os cálculos, $PTAX^{-1}$ é o valor da PTAX de referência para o dia anterior e $PTAX^{-2}$ é o valor da PTAX de referência para dois dias anteriores. Caso, por algum motivo, em certa data não possa ser realizado o ajuste no contrato futuro de DDI, na próxima data válida o FC deve ser calculado como o produto de todos os FC aplicáveis ao período.

O valor do cupom sujo, calculado para cada contrato de DDI, é função dos preços de ajuste dos contratos de DI1 e de DOL para todos os vencimentos listados. Estes, por sua vez, são função dos contratos de operação estruturada de futuro de cupom cambial (FRC), descritos na próxima seção deste trabalho.

Para o cálculo do cupom sujo do primeiro contrato de DDI em aberto, a BM&FBovespa utiliza a PTAX de referência do dia anterior, o valor de ajuste do primeiro contrato de DOL do dia e o valor de ajuste do primeiro contrato de DI1, de acordo com a fórmula a seguir.

$$CCs = \left[\left(\frac{1 + \frac{DI1}{100}}{\frac{DOL}{PTAX^{-1}}} \right)^{\frac{DU}{252}} - 1 \right] * (36000/DC)$$

Onde CCs é o cupom cambial sujo definido para este contrato de DDI, DI1 é o valor de ajuste do primeiro contrato de DI1 no dia, DOL é o valor de ajuste do primeiro contrato de DOL no dia, DC é o número de dias corridos entre a data e o vencimento do contrato, DU é o número de dias úteis entre a data e o vencimento do contrato e $PTAX^{-1}$ é o valor da PTAX de referência para o dia anterior.

Para os demais vencimentos de contratos de DDI, o valor do cupom cambial sujo pode ser calculado com a mesma fórmula, substituindo-se os valores de DOL e DI1 pelos contratos relativos ao vencimento desejado e alterando-se DC e DU para os respectivos valores.

No entanto, a metodologia utilizada pela BM&FBovespa parte dos valores de ajuste dos contratos de FRC (descritos na seção seguinte), que são utilizados também no cálculo dos valores de ajuste dos demais contratos de DOL. Desta forma, para evitar um maior número de operações, a fórmula utilizada é a seguinte:

$$CCs' = \left\{ \left[1 + \left(CCs * \frac{N1}{36000} \right) \right] * \left[1 + \left(FRC * \frac{N2 - N1}{36000} \right) \right] - 1 \right\} * \left(\frac{36000}{N2} \right)$$

Onde CCs' é o cupom cambial sujo calculado para o vencimento do contrato de DDI desejado, CCs é o cupom cambial sujo calculado para o primeiro contrato de DDI, FRC é o valor de ajuste para o contrato de FRC desta data, N1 é o número de dias corridos entre hoje e o vencimento do primeiro contrato de DDI e N2 é o número de dias corridos entre hoje e o vencimento do contrato de DDI desejado.

Podemos notar que esta fórmula nada mais é que uma ponderação de duas taxa de juros entre datas conhecidas (hoje e o vencimento do primeiro DDI, o vencimento do primeiro DDI e o vencimento do DDI desejado) de forma a obter a taxa nominal equivalente.

A seguir, temos manipulações algébricas realizados pelo autor a fim de verificar que os ajustes diários resultantes de uma posição em contrato de DDI independem dos valores para a PTAX utilizados em seus cálculos.

Substituindo a fórmula do cálculo do cupom cambial sujo (CCs') na fórmula do cálculo do PU de um DDI, temos que:

$$PU = \frac{100.000}{\left(1 + \left[\left(\frac{\left(1 + \frac{DI1}{100}\right)^{\frac{DU}{252}}}{\frac{DOL}{PTAX^{-1}}}\right) - 1\right] * \frac{100 * n}{DC}\right)}$$

Onde todos os termos estão definidos anteriormente. Substituindo a fórmula para PU obtida na fórmula utilizada para o cálculo do ajuste diário de um contrato de DDI, obtemos:

$$ADt = \left(\frac{100.000}{\left(1 + \left[\left(\frac{\left(1 + \frac{DI1^0}{100}\right)^{\frac{DU^0}{252}}}{\frac{DOL^0}{PTAX^{-1}}}\right) - 1\right] * \frac{100 * n^0}{DC^0}\right)} - \frac{100.000}{\left(1 + \left[\left(\frac{\left(1 + \frac{DI1^1}{100}\right)^{\frac{DU^1}{252}}}{\frac{DOL^1}{PTAX^{-2}}}\right) - 1\right] * \frac{100 * n^1}{DC^1}\right)} \right) * FC * M.N.PTAX^{-1}$$

Onde os todos os termos já estão definidos anteriormente e os valores 0, 1 e 2 indicam a data à qual cada valor de ajuste para os contratos se refere.

É possível também substituir o valor de FC na fórmula acima, uma vez que seu cálculo já foi definido anteriormente. Fazendo isso, e com um pouco de manipulação algébrica na fórmula, chegamos em:

$$ADt = 50 * \left(\frac{DOL^0}{\left(1 + \frac{DI1^0}{100}\right)^{\frac{DU^0}{252}}} - \frac{DOL^1}{\left(1 + \frac{DI1^1}{100}\right)^{\frac{DU^1}{252}}} \right) * (1 + CDI)^{\frac{1}{252}}$$

Onde é possível notar que todos os termos referentes à PTAX são cancelados e temos que o ajuste depende somente dos valores de ajuste dos contratos de DOL, DI1 e do CDI de cada dia.

APÊNDICE G - EXEMPLO DE TABELAS DE AJUSTE DOS CONTRATOS DE FRC

Figura 78 - Tabela oficial com os ajustes para os contratos de FRC futuro no dia 17/08/2016.

► FRA DE CUPOM (tamanho = US\$50.000,00; cotação = taxa de jurc

atualizado em: 17/08/2016

VENCTO	NÚM. NEGOC.	CONTR. NEGOC.	VOL.	AJUSTE DE REF.	VAR. PTOS.	ÚLT.OF. COMPRA	ÚLT.OF. VENDA
V16	177	43.530	13.851.647.109	1,87	0,10-	0,00	0,00
X16	70	7.160	2.274.827.919	1,94	0,08-	0,00	0,00
Z16	20	6.000	1.903.707.363	1,95	0,05-	1,90	1,96
F17	20	14.220	4.501.450.185	1,98	0,04-	0,00	1,98
G17	5	2.100	663.648.959	2,00	0,06-	0,00	0,00
H17	2	540	170.439.595	2,06	0,05-	0,00	2,05
J17	6	1.230	387.422.045	2,07	0,04-	2,05	2,07
K17	0	0	0	2,11	0,04-	0,00	0,00
M17	8	1.200	376.227.678	2,14	0,03-	0,00	0,00
N17	9	1.150	359.570.759	2,16	0,05-	0,00	0,00
Q17	9	1.700	530.963.679	2,21	0,06-	0,00	0,00
V17	3	300	93.469.552	2,32	0,04-	0,00	0,00
F18	32	10.490	3.236.081.973	2,43	0,07-	0,00	2,43
J18	4	2.280	697.683.621	2,51	0,07-	0,00	0,00
N18	6	700	212.548.718	2,59	0,08-	0,00	0,00
V18	2	100	30.029.256	2,70	0,08-	0,00	0,00
F19	9	1.000	299.183.689	2,81	0,08-	0,00	0,00
J19	0	0	0	2,90	0,08-	0,00	0,00
N19	0	0	0	2,99	0,08-	0,00	0,00
V19	3	300	87.116.312	3,07	0,08-	0,00	0,00
F20	8	1.150	329.996.516	3,21	0,07-	3,21	3,24
J20	3	300	85.168.708	3,34	0,08-	0,00	0,00
N20	0	0	0	3,42	0,08-	0,00	0,00
V20	0	0	0	3,56	0,08-	0,00	0,00
F21	10	1.760	482.926.665	3,65	0,09-	0,00	0,00
J21	0	0	0	3,74	0,09-	0,00	0,00
N21	0	0	0	3,85	0,09-	0,00	0,00
F22	0	0	0	4,01	0,09-	0,00	0,00
F23	3	600	149.114.952	4,39	0,10-	0,00	0,00
F24	0	0	0	4,84	0,10-	0,00	0,00
F25	7	1.310	287.819.121	5,24	0,11-	0,00	0,00
F26	0	0	0	5,74	0,11-	0,00	0,00
F27	0	0	0	6,19	0,11-	0,00	0,00
F28	0	0	0	6,50	0,11-	0,00	0,00
F29	0	0	0	6,81	0,11-	0,00	0,00
F30	0	0	0	7,10	0,11-	0,00	0,00

Fonte: Adaptado a partir dos dados disponíveis no site oficial da BM&FBovespa acessados em http://www2.bmf.com.br/pages/portal/bmfbovespa/boletim1/SistemaPregao_excel1.asp?Data=17/08/2016 & Mercadoria=frc; acessado em 02/10/2016.

Figura 79 - Tabela oficial com os ajustes para os contratos de FRC no dia 17/08/2016.



Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados fornecidos pela Bloomberg.

**APÊNDICE H - EXEMPLOS DE PREÇOS DE REFERÊNCIA OBTIDOS NA
BASE DE DADOS CONSOLIDADA**

Tabela 11 - Preços de ajustes para o primeiro contrato de dólar futuro e para a operação de Casado ao longo do mês de janeiro de 2016.

Data	Dólar futuro R\$\$/1000USD\$	Casado (R\$\$/1000US\$)
4-jan-16	4087.10	34.90
5-jan-16	4047.52	34.28
6-jan-16	4046.29	32.60
7-jan-16	4076.07	29.80
8-jan-16	4060.99	27.20
11-jan-16	4071.03	24.70
12-jan-16	4063.87	22.55
13-jan-16	4012.17	20.33
14-jan-16	4018.93	16.98
15-jan-16	4066.63	22.40
18-jan-16	4046.66	15.40
19-jan-16	4058.08	13.40
20-jan-16	4135.77	12.45
21-jan-16	4156.98	11.50
22-jan-16	4121.22	9.88
26-jan-16	4066.10	8.10
27-jan-16	4069.92	5.80
28-jan-16	4078.80	3.65
29-jan-16	4042.80	2.10

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Tabela 12 - Preço de ajuste para contratos de FRC ao longo do mês de janeiro de 2016.
Valores em taxa de juros percentual nominal anualizada.**

Data / Vencimento do contrato de FRC	abr-16	mai-16	jun-16	jul-16	ago-16	set-16	out-16	nov-16	dez-16
4-jan-16	2.95	3.10	3.31	3.52	3.87	4.11	4.27	4.32	4.32
5-jan-16	2.75	2.92	3.14	3.38	3.71	3.89	4.10	4.15	4.18
6-jan-16	2.69	2.90	3.13	3.37	3.73	3.86	4.08	4.13	4.16
7-jan-16	2.88	3.03	3.25	3.49	3.86	3.98	4.18	4.25	4.29
8-jan-16	2.86	3.04	3.27	3.52	3.90	3.99	4.16	4.24	4.29
11-jan-16	2.96	3.13	3.37	3.53	3.90	4.00	4.15	4.20	4.27
12-jan-16	2.95	3.08	3.34	3.53	3.85	4.00	4.13	4.22	4.28
13-jan-16	2.85	3.00	3.23	3.43	3.75	3.89	4.02	4.11	4.19
14-jan-16	2.95	3.05	3.32	3.49	3.84	4.00	4.14	4.24	4.30
15-jan-16	2.98	3.08	3.30	3.51	3.86	4.01	4.15	4.27	4.32
18-jan-16	2.95	3.05	3.26	3.42	3.75	3.90	4.05	4.18	4.24
19-jan-16	3.08	3.17	3.32	3.50	3.80	3.91	4.12	4.25	4.34
20-jan-16	3.18	3.25	3.40	3.59	3.90	4.02	4.25	4.37	4.46
21-jan-16	3.00	3.07	3.23	3.48	3.74	3.90	4.09	4.20	4.28
22-jan-16	2.98	3.05	3.22	3.43	3.69	3.87	4.02	4.15	4.21
26-jan-16	2.83	2.91	3.08	3.29	3.54	3.76	3.93	4.08	4.12
27-jan-16	2.77	2.84	3.04	3.20	3.47	3.71	3.90	4.10	4.11
28-jan-16	2.91	2.91	3.11	3.25	3.54	3.75	3.93	4.08	4.15
29-jan-16	2.60	2.62	2.82	2.99	3.25	3.41	3.60	3.76	3.78

Fonte: Elaborado pelo autor.

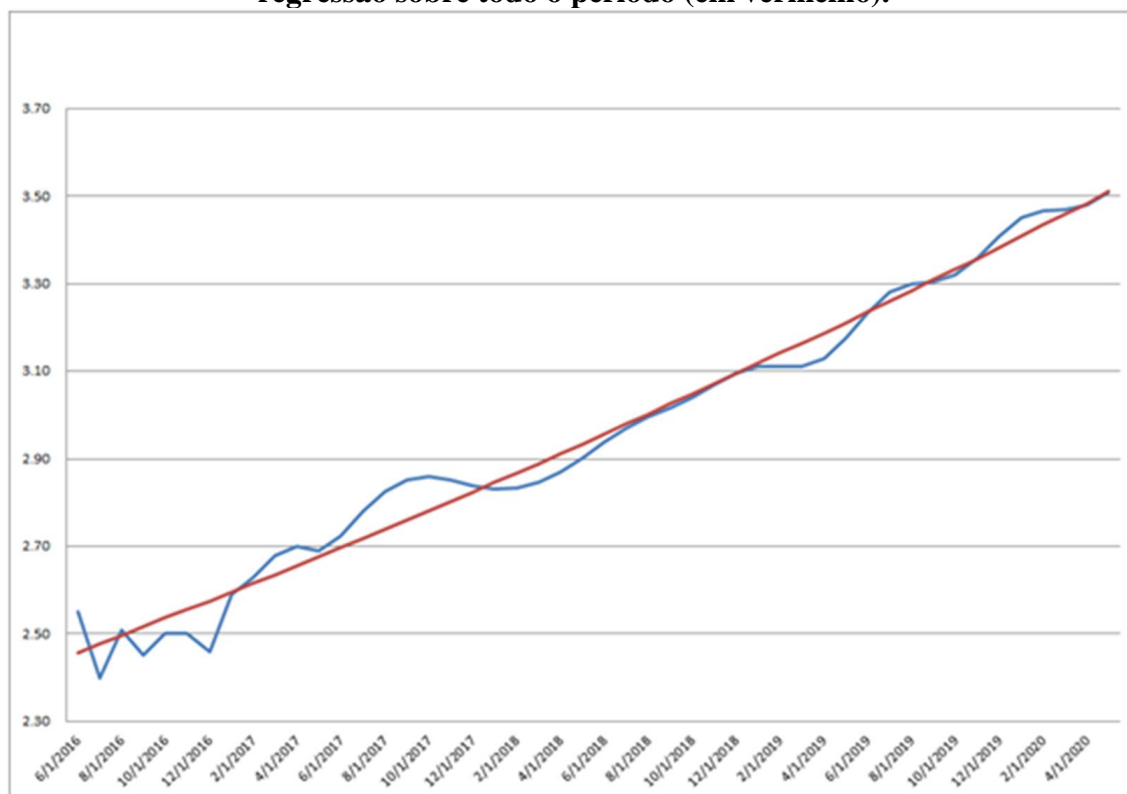
Figura 80 - Preço de ajuste para contratos de DI1 com vencimento entre 2018 e 2020 nos primeiros dias de negociação de 2016.

Valores de fechamento para os contratos de DI1 com vencimento entre 2018 e 2020 ao longo do início de 2016												
vencimento do contrato futuro	jan-18	abr-18	jul-18	out-18	jan-19	abr-19	jul-19	out-19	jan-20	abr-20	jul-20	out-20
Código internacional para o vencimento	F18	J18	N18	V18	F19	J19	N19	V19	F20	J20	N20	V20
Data de referência	04-jan-16	16.50	16.59	16.67	16.69	16.70	16.70	16.70	16.65	16.61	16.60	16.59
	05-jan-16	16.21	16.29	16.36	16.38	16.40	16.40	16.39	16.36	16.34	16.31	16.29
	06-jan-16	16.07	16.16	16.22	16.24	16.26	16.27	16.27	16.25	16.23	16.20	16.17
	07-jan-16	16.15	16.24	16.32	16.37	16.39	16.40	16.40	16.38	16.37	16.34	16.33
	08-jan-16	16.15	16.24	16.32	16.36	16.39	16.40	16.41	16.41	16.40	16.38	16.37
	11-jan-16	16.20	16.29	16.37	16.40	16.43	16.44	16.44	16.42	16.41	16.39	16.38
	12-jan-16	16.15	16.25	16.33	16.37	16.41	16.41	16.43	16.43	16.42	16.39	16.37
	13-jan-16	16.14	16.24	16.32	16.36	16.40	16.42	16.43	16.43	16.42	16.40	16.38
	14-jan-16	16.24	16.35	16.44	16.49	16.53	16.54	16.55	16.55	16.55	16.52	16.49
	15-jan-16	16.31	16.45	16.53	16.59	16.64	16.66	16.67	16.69	16.66	16.64	16.62
	18-jan-16	16.31	16.44	16.50	16.56	16.60	16.61	16.62	16.62	16.59	16.57	16.55
	19-jan-16	16.30	16.43	16.53	16.61	16.67	16.69	16.70	16.72	16.73	16.71	16.70
	20-jan-16	16.37	16.53	16.67	16.75	16.82	16.86	16.89	16.89	16.88	16.85	16.82
	21-jan-16	16.03	16.26	16.44	16.56	16.65	16.71	16.77	16.78	16.80	16.78	16.78
	22-jan-16	15.83	16.03	16.21	16.34	16.44	16.51	16.57	16.60	16.62	16.63	16.64
	26-jan-16	15.57	15.76	15.92	16.05	16.16	16.22	16.28	16.36	16.35	16.36	16.36
	27-jan-16	15.51	15.70	15.88	16.02	16.15	16.22	16.31	16.37	16.39	16.41	16.44
	28-jan-16	15.16	15.36	15.54	15.72	15.86	15.95	16.03	16.10	16.16	16.17	16.20
	29-jan-16	15.17	15.36	15.50	15.61	15.71	15.77	15.86	15.90	15.92	15.94	15.96
	01-fev-16	14.90	15.07	15.20	15.31	15.39	15.47	15.53	15.58	15.62	15.63	15.64
	02-fev-16	15.03	15.21	15.37	15.50	15.61	15.70	15.78	15.82	15.85	15.86	15.87
	03-fev-16	15.07	15.24	15.39	15.52	15.62	15.70	15.76	15.80	15.83	15.82	15.81
	04-fev-16	15.21	15.37	15.53	15.65	15.74	15.82	15.89	15.92	15.94	15.95	15.96
	05-fev-16	15.23	15.39	15.53	15.65	15.75	15.81	15.87	15.90	15.92	15.93	15.93
	10-fev-16	15.11	15.28	15.44	15.56	15.66	15.74	15.80	15.84	15.87	15.87	15.88
	11-fev-16	15.20	15.39	15.56	15.71	15.83	15.93	16.02	16.05	16.08	16.10	16.12
	12-fev-16	15.11	15.31	15.47	15.62	15.74	15.84	15.92	15.97	16.01	16.03	16.05
	15-fev-16	15.04	15.23	15.41	15.56	15.68	15.79	15.88	15.92	15.98	15.98	15.99
	16-fev-16	14.87	15.07	15.27	15.45	15.59	15.71	15.81	15.88	15.94	15.96	15.98
	17-fev-16	14.75	14.94	15.11	15.26	15.38	15.49	15.59	15.64	15.69	15.71	15.72
	18-fev-16	14.83	15.02	15.19	15.35	15.48	15.60	15.70	15.76	15.81	15.83	15.85
	19-fev-16	14.67	14.87	15.03	15.18	15.30	15.42	15.53	15.60	15.65	15.68	15.71

Fonte: Elaborado pelo autor.

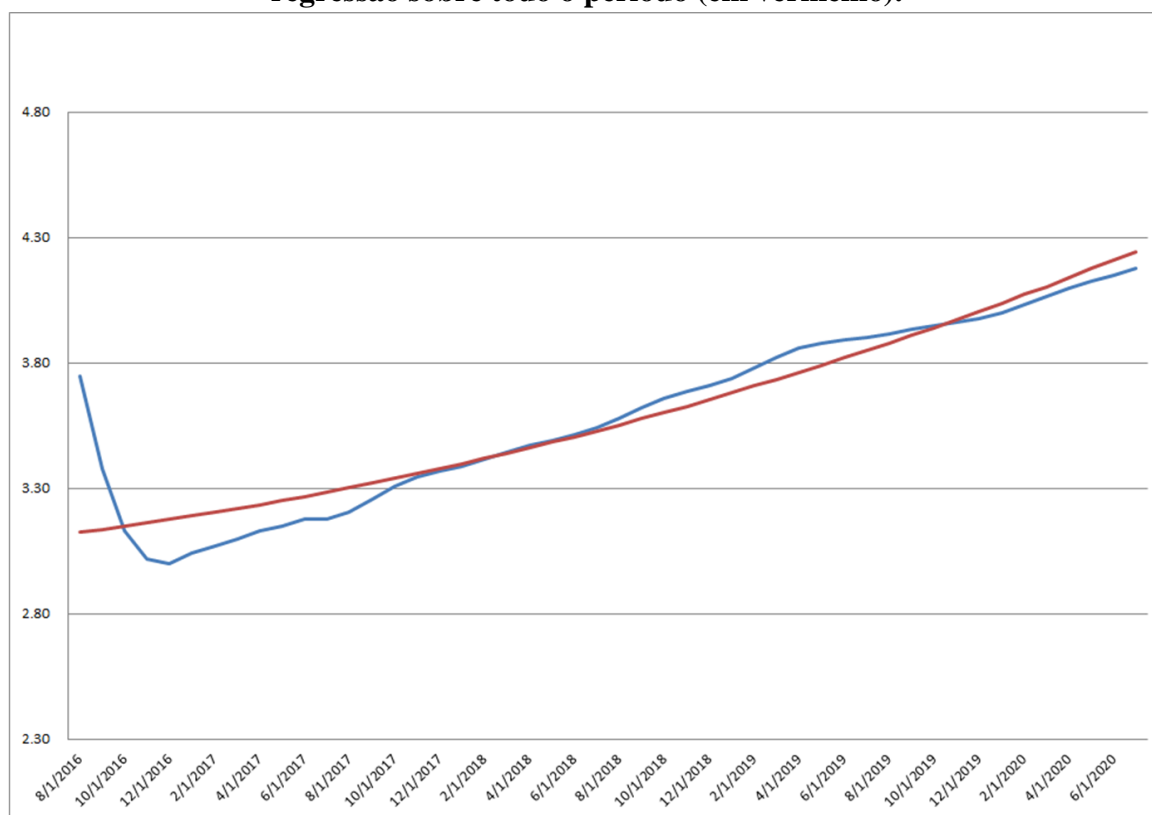
APÊNDICE I - CURVAS DE REFERÊNCIA INTERPOLADAS DE ACORDO COM AS METODOLOGIAS PROPOSTAS

Figura 81 - Curva a termo de cupom cambial, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC (em azul) e curva interpolada pelo método de regressão sobre todo o período (em vermelho).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 82 - Curva a termo de cupom cambial, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC (em azul) e curva interpolada pelo método de regressão sobre todo o período (em vermelho).



Fonte: Elaborado pelo autor.

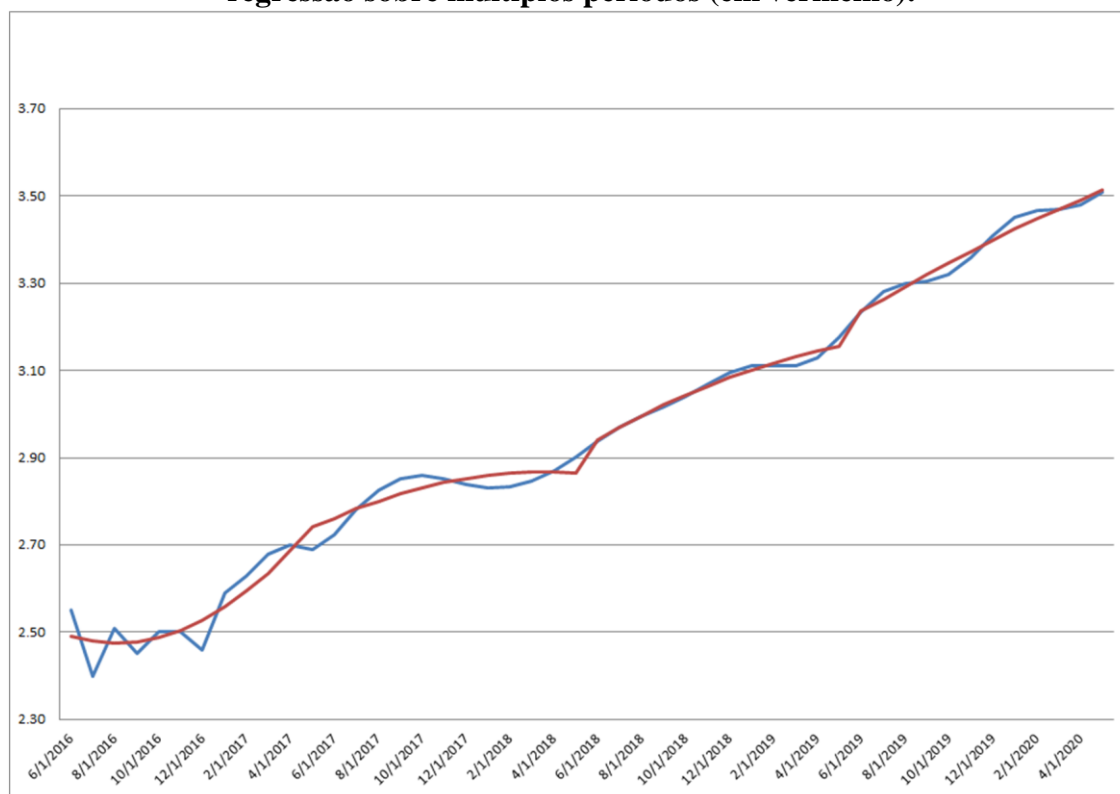
Figura 83 - Construção da curva a termo de cupom cambial teórica de fechamento, estimada a partir de regressões em períodos de 12 meses em contratos de FRC (acima) e os respectivos parâmetros dos polinômios obtidos para cada período (abaixo).

Curva a termo de cupom cambial, a partir dos valores de fechamento para os contratos de FRC							
Período	encimement	echament	Estimado	Período	encimement	echament	Estimado
1M - 12M	jun-16	2.55	2.49	25M - 36M	jun-18	2.94	2.94
	jul-16	2.40	2.48		jul-18	2.97	2.97
	ago-16	2.51	2.48		ago-18	3.00	2.99
	set-16	2.45	2.48		set-18	3.02	3.02
	out-16	2.50	2.49		out-18	3.04	3.04
	nov-16	2.50	2.50		nov-18	3.07	3.06
	dez-16	2.46	2.53		dez-18	3.09	3.08
	jan-17	2.59	2.56		jan-19	3.11	3.10
	fev-17	2.63	2.59		fev-19	3.11	3.12
	mar-17	2.68	2.63		mar-19	3.11	3.13
	abr-17	2.70	2.69		abr-19	3.13	3.14
	mai-17	2.69	2.74		mai-19	3.18	3.16
13M - 24M	jun-17	2.72	2.76	37M - 48M	jun-19	3.23	3.24
	jul-17	2.78	2.78		jul-19	3.28	3.26
	ago-17	2.83	2.80		ago-19	3.30	3.29
	set-17	2.85	2.82		set-19	3.31	3.32
	out-17	2.86	2.83		out-19	3.32	3.35
	nov-17	2.85	2.84		nov-19	3.36	3.37
	dez-17	2.84	2.85		dez-19	3.41	3.40
	jan-18	2.83	2.86		jan-20	3.45	3.42
	fev-18	2.83	2.86		fev-20	3.47	3.45
	mar-18	2.85	2.87		mar-20	3.47	3.47
	abr-18	2.87	2.87		abr-20	3.48	3.49
	mai-18	2.90	2.87		mai-20	3.51	3.51

Período	X2	X1	X0
1M-12M	0.000	(0.000)	2.490
13M-24M	(0.000)	0.002	2.331
25M-36M	(0.000)	0.002	1.804
37M-48M	(0.000)	0.002	1.600

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 84 - Curva a termo de cupom cambial, construída a partir de valores oficiais de fechamento para os contratos de FRC (em azul) e curva interpolada pelo método de regressão sobre múltiplos períodos (em vermelho).



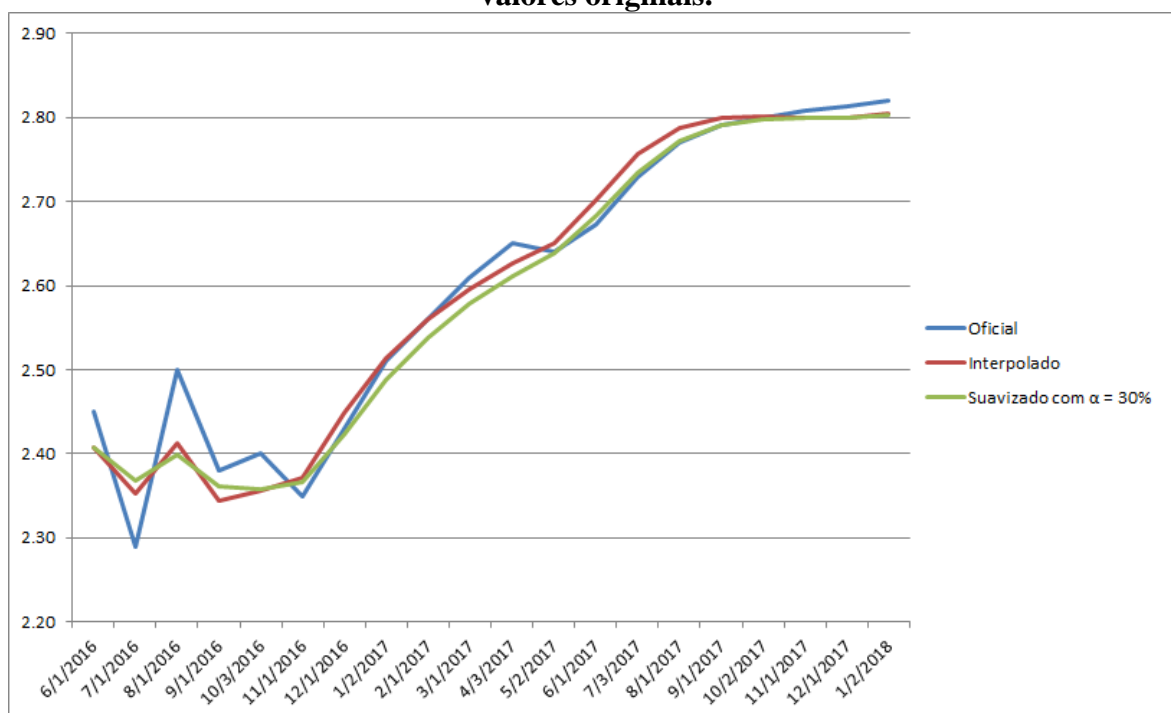
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 85 - Construção da curva a termo de cupom cambial teórica de fechamento, estimada a partir de regressões em períodos de 12 meses móveis em contratos de FRC, e seus valores após uma suavização exponencial com $\alpha=30\%$.

Vencimento do FRC	Oficial	Termos do polinômio obtido na regressão na forma $f(x) = a \cdot X^2 + b \cdot x + c$			Interpolado	Suavizado com $\alpha = 30\%$
		X2	X1	X0		
6/1/2016	2.45	0.0000040	-0.00050	2.407	2.41	2.41
7/1/2016	2.29	0.0000017	0.00038	2.339	2.35	2.37
8/1/2016	2.50	0.0000028	-0.00027	2.418	2.41	2.40
9/1/2016	2.38	-0.0000001	0.00131	2.225	2.34	2.36
10/3/2016	2.40	-0.0000012	0.00201	2.126	2.36	2.36
11/1/2016	2.35	-0.0000025	0.00288	1.989	2.37	2.37
12/1/2016	2.43	-0.0000020	0.00248	2.060	2.45	2.42
1/2/2017	2.51	-0.0000017	0.00221	2.117	2.51	2.49
2/1/2017	2.56	-0.0000018	0.00226	2.112	2.56	2.54
3/1/2017	2.61	-0.0000019	0.00233	2.098	2.60	2.58
4/3/2017	2.65	-0.0000021	0.00260	2.029	2.63	2.61
5/2/2017	2.64	-0.0000021	0.00272	1.979	2.65	2.64
6/1/2017	2.67	-0.0000010	0.00155	2.267	2.70	2.68
7/3/2017	2.73	0.0000007	-0.00027	2.758	2.76	2.73
8/1/2017	2.77	0.0000018	-0.00162	3.150	2.79	2.77
9/1/2017	2.79	0.0000022	-0.00219	3.333	2.80	2.79
10/2/2017	2.80	0.0000020	-0.00195	3.274	2.80	2.80
11/1/2017	2.81	0.0000016	-0.00137	3.091	2.80	2.80
12/1/2017	2.81	0.0000010	-0.00058	2.820	2.80	2.80
1/2/2018	2.82	0.0000004	0.00036	2.474	2.80	2.80
2/1/2018	2.83	-0.0000003	0.00132	2.105	2.81	2.81
3/1/2018	2.84	-0.0000009	0.00239	1.681	2.83	2.82
4/2/2018	2.86	-0.0000015	0.00331	1.307	2.86	2.85
5/2/2018	2.89	-0.0000015	0.00341	1.265	2.90	2.88
6/1/2018	2.93	-0.0000009	0.00233	1.722	2.94	2.92
7/2/2018	2.97	0.0000001	0.00048	2.542	2.98	2.96
8/1/2018	3.00	0.0000011	-0.00130	3.363	3.01	2.99
9/3/2018	3.02	0.0000015	-0.00218	3.797	3.03	3.02
10/1/2018	3.04	0.0000014	-0.00194	3.714	3.05	3.04

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 86 - Representação gráfica da curva a termo de cupom cambial teórica de fechamento, estimada a partir de regressões em períodos de 12 meses móveis em contratos de FRC, a mesma curva após uma suavização exponencial com $\alpha=30\%$ e seus valores originais.



Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE J - CURVAS DE VARIAÇÃO AO LONGO DO DIA INTERPOLADAS DE ACORDO COM AS METODOLOGIAS PROPOSTAS

Figura 87 - Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC a partir de uma regressão linear sobre todos os vértices definidos.

Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC ao longo do dia 13 de abril de 2016. Valores expressos em bps de taxa de juros da curva a termo de cupom cambial - contratos de FRC. (100bps = 1%)												
Vencimento do contrato de FRC	Variação calculada a partir de pontos observáveis de FRC em diversos horários						Interpolação linear sobre os demais pontos a partir dos observáveis					
	11h	12h	13h	14h	15h	16h	11h	12h	13h	14h	15h	16h
junho-16	-0.34	-0.29	0.00	0.00	-0.27	-0.48	-0.33	-0.24	-0.10	0.00	-0.22	-0.37
julho-16	-0.33	-0.27	-0.23		-0.24	-0.38	-0.33	-0.24	-0.10	0.00	-0.22	-0.36
agosto-16	-0.32					-0.41	-0.32	-0.23	-0.09	0.00	-0.21	-0.35
setembro-16	-0.34	-0.28				-0.37	-0.31	-0.22	-0.09	0.00	-0.21	-0.34
outubro-16	-0.33	-0.25			-0.24	-0.36	-0.30	-0.22	-0.09	0.00	-0.20	-0.33
novembro-16	-0.31	-0.21					-0.29	-0.21	-0.08	0.00	-0.19	-0.32
dezembro-16	-0.27					-0.26	-0.29	-0.20	-0.08	0.00	-0.19	-0.31
janeiro-17	-0.25	-0.10	-0.11		-0.16	-0.21	-0.28	-0.20	-0.08	0.00	-0.18	-0.30
fevereiro-17	-0.26						-0.27	-0.19	-0.07	0.00	-0.18	-0.29
março-17	-0.28						-0.27	-0.19	-0.07	0.00	-0.17	-0.28
abril-17					-0.14		-0.26	-0.18	-0.07	0.00	-0.16	-0.27
maio-17							-0.25	-0.17	-0.06	0.00	-0.16	-0.26
junho-17							-0.24	-0.17	-0.06	0.00	-0.15	-0.25
julho-17							-0.23	-0.16	-0.06	0.00	-0.14	-0.24
agosto-17							-0.23	-0.15	-0.05	0.00	-0.14	-0.23
setembro-17							-0.22	-0.15	-0.05	0.00	-0.13	-0.22
outubro-17							-0.21	-0.14	-0.05	0.00	-0.13	-0.21
novembro-17							-0.20	-0.13	-0.05	0.00	-0.12	-0.20
dezembro-17							-0.20	-0.13	-0.04	0.00	-0.11	-0.19
janeiro-18	-0.13	-0.01	0.01		-0.05	-0.08	-0.19	-0.12	-0.04	0.00	-0.11	-0.18
fevereiro-18							-0.18	-0.11	-0.04	0.00	-0.10	-0.17
março-18							-0.17	-0.11	-0.03	0.00	-0.10	-0.16
abril-18	-0.14						-0.17	-0.10	-0.03	0.00	-0.09	-0.15
maio-18							-0.16	-0.09	-0.03	0.00	-0.08	-0.14
junho-18							-0.15	-0.09	-0.02	0.00	-0.08	-0.13
julho-18			0.05		-0.01	0.00	-0.14	-0.08	-0.02	0.00	-0.07	-0.12
agosto-18							-0.14	-0.07	-0.02	0.00	-0.07	-0.11
setembro-18							-0.13	-0.07	-0.01	0.00	-0.06	-0.10
outubro-18							-0.12	-0.06	-0.01	0.00	-0.05	-0.10
novembro-18							-0.11	-0.06	-0.01	0.00	-0.05	-0.08
dezembro-18							-0.11	-0.05	0.00	0.00	-0.04	-0.07
janeiro-19	-0.12	-0.03				-0.11	-0.10	-0.04	0.00	0.00	-0.04	-0.06
fevereiro-19							-0.09	-0.04	0.00	0.00	-0.03	-0.05
março-19							-0.08	-0.03	0.00	0.00	-0.02	-0.05
abril-19							-0.08	-0.02	0.01	0.00	-0.02	-0.04
maio-19							-0.07	-0.02	0.01	0.00	-0.01	-0.03
junho-19							-0.06	-0.01	0.01	0.00	-0.01	-0.02
julho-19							-0.05	0.00	0.02	0.00	0.00	-0.01
agosto-19							-0.05	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00
setembro-19							-0.04	0.01	0.02	0.00	0.01	0.01
outubro-19							-0.03	0.02	0.03	0.00	0.02	0.02
novembro-19							-0.02	0.02	0.03	0.00	0.02	0.03
dezembro-19							-0.02	0.03	0.03	0.00	0.03	0.04
janeiro-20							-0.01	0.04	0.04	0.00	0.04	0.05
fevereiro-20							0.00	0.04	0.04	0.00	0.04	0.06
março-20							0.01	0.05	0.04	0.00	0.05	0.07
abril-20							0.01	0.05	0.05	0.00	0.05	0.08
maio-20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.06	0.05	0.00	0.06	0.09

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 88 - Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC a partir de uma regressão polinomial de segundo grau sobre todos os vértices definidos.

Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC ao longo do dia 13 de abril de 2016. Valores expressos em bps de taxa de juros da curva a termo de cupom cambial - contratos de FRC. (100bps = 1%)												
Vencimento do contrato de FRC	Variação calculada a partir de pontos observáveis de FRC em diversos horários						Interpolação por regressão linear sobre os demais pontos a partir dos observáveis					
	11h	12h	13h	14h	15h	16h	11h	12h	13h	14h	15h	16h
junho-16	-0.34	-0.29	0.00	0.00	-0.27	-0.48	-0.33	-0.24	-0.10	0.00	-0.22	-0.37
julho-16	-0.33	-0.27	-0.23		-0.24	-0.38	-0.33	-0.24	-0.10	0.00	-0.22	-0.36
agosto-16	-0.32					-0.41	-0.32	-0.23	-0.09	0.00	-0.21	-0.35
setembro-16	-0.34	-0.28				-0.37	-0.31	-0.22	-0.09	0.00	-0.21	-0.34
outubro-16	-0.33	-0.25			-0.24	-0.36	-0.30	-0.22	-0.09	0.00	-0.20	-0.33
novembro-16	-0.31	-0.21					-0.29	-0.21	-0.08	0.00	-0.19	-0.32
dezembro-16	-0.27					-0.26	-0.29	-0.20	-0.08	0.00	-0.19	-0.31
janeiro-17	-0.25	-0.10	-0.11		-0.16	-0.21	-0.28	-0.20	-0.08	0.00	-0.18	-0.30
fevereiro-17	-0.26						-0.27	-0.19	-0.07	0.00	-0.18	-0.29
março-17	-0.28						-0.27	-0.19	-0.07	0.00	-0.17	-0.28
abril-17					-0.14		-0.26	-0.18	-0.07	0.00	-0.16	-0.27
maio-17							-0.25	-0.17	-0.06	0.00	-0.16	-0.26
junho-17							-0.24	-0.17	-0.06	0.00	-0.15	-0.25
julho-17							-0.23	-0.16	-0.06	0.00	-0.14	-0.24
agosto-17							-0.23	-0.15	-0.05	0.00	-0.14	-0.23
setembro-17							-0.22	-0.15	-0.05	0.00	-0.13	-0.22
outubro-17							-0.21	-0.14	-0.05	0.00	-0.13	-0.21
novembro-17							-0.20	-0.13	-0.05	0.00	-0.12	-0.20
dezembro-17							-0.20	-0.13	-0.04	0.00	-0.11	-0.19
janeiro-18	-0.13	-0.01	0.01		-0.05	-0.08	-0.19	-0.12	-0.04	0.00	-0.11	-0.18
fevereiro-18							-0.18	-0.11	-0.04	0.00	-0.10	-0.17
março-18							-0.17	-0.11	-0.03	0.00	-0.10	-0.16
abril-18	-0.14						-0.17	-0.10	-0.03	0.00	-0.09	-0.15
maio-18							-0.16	-0.09	-0.03	0.00	-0.08	-0.14
junho-18							-0.15	-0.09	-0.02	0.00	-0.08	-0.13
julho-18			0.05		-0.01	0.00	-0.14	-0.08	-0.02	0.00	-0.07	-0.12
agosto-18							-0.14	-0.07	-0.02	0.00	-0.07	-0.11
setembro-18							-0.13	-0.07	-0.01	0.00	-0.06	-0.10
outubro-18							-0.12	-0.06	-0.01	0.00	-0.05	-0.10
novembro-18							-0.11	-0.06	-0.01	0.00	-0.05	-0.08
dezembro-18							-0.11	-0.05	0.00	0.00	-0.04	-0.07
janeiro-19	-0.12	-0.03				-0.11	-0.10	-0.04	0.00	0.00	-0.04	-0.06
fevereiro-19							-0.09	-0.04	0.00	0.00	-0.03	-0.05
março-19							-0.08	-0.03	0.00	0.00	-0.02	-0.05
abril-19							-0.08	-0.02	0.01	0.00	-0.02	-0.04
maio-19							-0.07	-0.02	0.01	0.00	-0.01	-0.03
junho-19							-0.06	-0.01	0.01	0.00	-0.01	-0.02
julho-19							-0.05	0.00	0.02	0.00	0.00	-0.01
agosto-19							-0.05	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00
setembro-19							-0.04	0.01	0.02	0.00	0.01	0.01
outubro-19							-0.03	0.02	0.03	0.00	0.02	0.02
novembro-19							-0.02	0.02	0.03	0.00	0.02	0.03
dezembro-19							-0.02	0.03	0.03	0.00	0.03	0.04
janeiro-20							-0.01	0.04	0.04	0.00	0.04	0.05
fevereiro-20							0.00	0.04	0.04	0.00	0.04	0.06
março-20							0.01	0.05	0.04	0.00	0.05	0.07
abril-20							0.01	0.05	0.05	0.00	0.05	0.08
maio-20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.06	0.05	0.00	0.06	0.09

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 89 - Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC a partir de uma regressão polinomial de quarto grau sobre todos os vértices definidos.

Construção de curva de variações sobre os contratos de FRC ao longo do dia 13 de abril de 2016. Valores expressos em bps de taxa de juros da curva a termo de cupom cambial - contratos de FRC. (100bps = 1%)												
Vencimento do contrato de FRC	Variação calculada a partir de pontos observáveis de FRC em diversos horários						Interpolação regressão polinomial de quarto grau sobre os demais pontos a partir dos observáveis					
	11h	12h	13h	14h	15h	16h	11h	12h	13h	14h	15h	16h
junho-16	-0.34	-0.29	0.00	0.00	-0.27	-0.48	-0.34	-0.30	-0.09	0.00	-0.26	-0.46
julho-16	-0.33	-0.27	-0.23		-0.24	-0.38	-0.34	-0.28	-0.12	0.00	-0.25	-0.43
agosto-16	-0.32					-0.41	-0.33	-0.26	-0.14	0.00	-0.24	-0.39
setembro-16	-0.34	-0.28				-0.37	-0.32	-0.24	-0.15	0.00	-0.23	-0.36
outubro-16	-0.33	-0.25			-0.24	-0.36	-0.31	-0.22	-0.16	0.00	-0.22	-0.33
novembro-16	-0.31	-0.21					-0.30	-0.20	-0.16	0.00	-0.20	-0.30
dezembro-16	-0.27					-0.26	-0.29	-0.18	-0.16	0.00	-0.19	-0.27
janeiro-17	-0.25	-0.10	-0.11		-0.16	-0.21	-0.28	-0.16	-0.15	0.00	-0.18	-0.24
fevereiro-17	-0.26						-0.27	-0.14	-0.14	0.00	-0.17	-0.21
março-17	-0.28						-0.25	-0.12	-0.12	0.00	-0.15	-0.19
abril-17					-0.14		-0.24	-0.10	-0.11	0.00	-0.14	-0.16
maio-17							-0.23	-0.08	-0.09	0.00	-0.13	-0.14
junho-17							-0.21	-0.07	-0.07	0.00	-0.12	-0.12
julho-17							-0.20	-0.05	-0.06	0.00	-0.10	-0.11
agosto-17							-0.19	-0.04	-0.04	0.00	-0.09	-0.09
setembro-17							-0.18	-0.03	-0.02	0.00	-0.08	-0.08
outubro-17							-0.17	-0.02	-0.01	0.00	-0.07	-0.06
novembro-17							-0.16	-0.01	0.01	0.00	-0.06	-0.05
dezembro-17							-0.15	0.00	0.02	0.00	-0.05	-0.05
janeiro-18	-0.13	-0.01	0.01		-0.05	-0.08	-0.14	0.01	0.03	0.00	-0.05	-0.04
fevereiro-18							-0.14	0.01	0.04	0.00	-0.04	-0.04
março-18							-0.13	0.01	0.04	0.00	-0.03	-0.03
abril-18	-0.14						-0.13	0.01	0.05	0.00	-0.03	-0.03
maio-18							-0.12	0.01	0.05	0.00	-0.02	-0.04
junho-18							-0.12	0.01	0.04	0.00	-0.02	-0.04
julho-18			0.05		-0.01	0.00	-0.12	0.01	0.04	0.00	-0.01	-0.04
agosto-18							-0.12	0.00	0.03	0.00	-0.01	-0.05
setembro-18							-0.12	0.00	0.02	0.00	-0.01	-0.06
outubro-18							-0.12	-0.01	0.01	0.00	0.00	-0.06
novembro-18							-0.12	-0.02	0.00	0.00	0.00	-0.07
dezembro-18							-0.12	-0.02	-0.01	0.00	0.00	-0.08
janeiro-19	-0.12	-0.03				-0.11	-0.12	-0.03	-0.03	0.00	0.00	-0.09
fevereiro-19							-0.12	-0.04	-0.05	0.00	0.00	-0.10
março-19							-0.13	-0.05	-0.06	0.00	0.00	-0.11
abril-19							-0.13	-0.06	-0.08	0.00	-0.01	-0.12
maio-19							-0.13	-0.07	-0.10	0.00	-0.01	-0.12
junho-19							-0.13	-0.08	-0.11	0.00	-0.01	-0.13
julho-19							-0.13	-0.08	-0.13	0.00	-0.01	-0.13
agosto-19							-0.13	-0.09	-0.14	0.00	-0.01	-0.14
setembro-19							-0.12	-0.09	-0.15	0.00	-0.01	-0.14
outubro-19							-0.12	-0.09	-0.15	0.00	-0.01	-0.13
novembro-19							-0.11	-0.09	-0.15	0.00	-0.01	-0.13
dezembro-19							-0.10	-0.08	-0.14	0.00	-0.01	-0.12
janeiro-20							-0.09	-0.08	-0.13	0.00	-0.01	-0.10
fevereiro-20							-0.07	-0.06	-0.11	0.00	-0.01	-0.09
março-20							-0.05	-0.05	-0.09	0.00	-0.01	-0.07
abril-20							-0.03	-0.03	-0.05	0.00	-0.01	-0.04
maio-20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE K - CURVAS A TERMO DE CUPOM CAMBIAL, CONSTRUÍDAS A PARTIR DAS METODOLOGIAS PROPOSTAS

Figura 90 - Curvas a termo construídas a partir das metodologias 3 e 4 propostas pelo autor às 16h do dia 26 de agosto de 2016.

Método de interpolação da curva de referência para o dia anterior		3 - Múltiplas regresões em períodos de 12 meses							4 - Múltiplas regresões em períodos de 12 meses com suavização exponencial						
Método de interpolação da curva de variações		1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
Data de vencimento dos contratos de FRC	03-out-16	1.92	1.95	1.92	1.92	1.98	1.98	1.96	1.92	1.96	1.92	1.92	2.00	1.99	1.97
	01-nov-16	2.03	2.00	2.03	2.03	2.02	2.02	2.01	2.03	1.99	2.03	2.03	2.02	2.02	2.00
	01-dez-16	2.07	2.04	2.14	2.57	2.07	2.06	2.06	2.07	2.03	2.15	2.66	2.06	2.06	2.05
	02-jan-17	2.11	2.08	2.25	4.08	2.11	2.11	2.10	2.11	2.07	2.27	4.43	2.10	2.10	2.10
	01-fev-17	2.16	2.12	2.36	6.77	2.15	2.15	2.15	2.15	2.11	2.39	7.59	2.14	2.14	2.14
	01-mar-17	2.19	2.16	2.45	10.68	2.19	2.19	2.19	2.19	2.15	2.49	12.19	2.18	2.18	2.18
	03-abr-17	2.24	2.21	2.56	17.36	2.23	2.23	2.24	2.23	2.19	2.61	20.05	2.22	2.22	2.23
	02-mai-17	2.27	2.24	2.65	25.32	2.27	2.27	2.27	2.27	2.23	2.71	29.43	2.26	2.26	2.27
	01-jun-17	2.31	2.28	2.74	35.84	2.31	2.31	2.32	2.31	2.27	2.81	41.82	2.30	2.30	2.31
	03-jul-17	2.35	2.33	2.83	49.81	2.35	2.35	2.36	2.35	2.31	2.91	58.27	2.34	2.34	2.35
	01-ago-17	2.39	2.36	2.91	65.04	2.39	2.39	2.39	2.38	2.35	2.99	76.21	2.38	2.38	2.39
	01-set-17	2.43	2.40	2.99	84.13	2.43	2.43	2.43	2.42	2.39	3.08	98.70	2.42	2.42	2.43
	02-out-17	2.47	2.45	3.07	106.18	2.47	2.47	2.48	2.47	2.43	3.17	124.67	2.46	2.46	2.47
	01-nov-17	2.50	2.48	3.14	130.33	2.50	2.50	2.51	2.50	2.47	3.25	153.13	2.49	2.49	2.50
	01-dez-17	2.53	2.50	3.20	157.23	2.53	2.53	2.53	2.52	2.50	3.31	184.83	2.52	2.52	2.53
	02-jan-18	2.56	2.53	3.26	188.88	2.55	2.56	2.56	2.55	2.53	3.38	222.12	2.55	2.55	2.56
	01-fev-18	2.59	2.56	3.31	221.21	2.58	2.59	2.59	2.58	2.55	3.44	260.21	2.58	2.58	2.58
	01-mar-18	2.61	2.59	3.36	253.57	2.61	2.61	2.61	2.61	2.58	3.49	298.34	2.60	2.61	2.61
	02-abr-18	2.64	2.62	3.41	292.94	2.64	2.64	2.64	2.64	2.61	3.54	344.73	2.63	2.64	2.64
	02-mai-18	2.67	2.65	3.45	331.93	2.67	2.67	2.67	2.67	2.64	3.59	390.67	2.66	2.67	2.67
	01-jun-18	2.70	2.68	3.50	372.66	2.70	2.70	2.70	2.69	2.67	3.64	438.65	2.69	2.70	2.69
	02-jul-18	2.73	2.71	3.54	416.24	2.73	2.73	2.73	2.72	2.70	3.68	490.01	2.72	2.73	2.72
	01-ago-18	2.76	2.74	3.58	459.51	2.76	2.76	2.76	2.75	2.73	3.72	540.99	2.75	2.75	2.75
	03-set-18	2.79	2.77	3.61	507.89	2.79	2.79	2.79	2.78	2.76	3.75	597.99	2.78	2.79	2.78
	01-out-18	2.84	2.82	3.66	549.19	2.84	2.84	2.84	2.83	2.81	3.80	646.65	2.83	2.83	2.83
	01-nov-18	2.89	2.87	3.71	594.67	2.89	2.89	2.89	2.87	2.86	3.85	700.23	2.87	2.88	2.87
	03-dez-18	2.94	2.92	3.75	640.78	2.94	2.94	2.93	2.92	2.90	3.89	754.56	2.92	2.92	2.92
	02-jan-19	2.98	2.96	3.79	682.65	2.98	2.98	2.97	2.96	2.95	3.92	803.90	2.96	2.97	2.96
	01-fev-19	3.01	3.00	3.81	722.60	3.01	3.02	3.01	3.00	2.98	3.94	850.97	3.00	3.00	3.00
	01-mar-19	3.04	3.03	3.83	757.61	3.04	3.05	3.04	3.03	3.02	3.96	892.23	3.03	3.04	3.03
	01-abr-19	3.07	3.06	3.84	793.14	3.07	3.08	3.07	3.07	3.05	3.97	934.09	3.07	3.07	3.06
	02-mai-19	3.10	3.09	3.85	824.52	3.10	3.10	3.10	3.09	3.08	3.98	971.06	3.09	3.10	3.09
	03-jun-19	3.13	3.12	3.85	851.68	3.13	3.13	3.13	3.12	3.11	3.97	1003.06	3.12	3.12	3.12
	01-jul-19	3.14	3.13	3.84	870.35	3.14	3.15	3.14	3.14	3.13	3.96	1025.06	3.14	3.14	3.14
	01-ago-19	3.16	3.15	3.83	884.63	3.16	3.16	3.16	3.16	3.15	3.95	1041.89	3.16	3.16	3.16
	02-set-19	3.17	3.17	3.81	891.35	3.17	3.18	3.17	3.17	3.16	3.92	1049.80	3.17	3.17	3.17
	01-out-19	3.22	3.22	3.83	889.52	3.22	3.23	3.22	3.21	3.20	3.92	1047.63	3.21	3.21	3.21
	01-nov-19	3.28	3.27	3.84	878.22	3.28	3.28	3.28	3.26	3.25	3.92	1034.30	3.26	3.26	3.26
	02-dez-19	3.33	3.33	3.85	856.19	3.33	3.33	3.33	3.31	3.30	3.92	1008.33	3.31	3.31	3.31
	02-jan-20	3.38	3.38	3.86	822.31	3.38	3.38	3.39	3.36	3.36	3.92	968.39	3.36	3.36	3.37
	03-fev-20	3.43	3.43	3.85	773.64	3.43	3.43	3.44	3.41	3.41	3.91	911.03	3.41	3.41	3.42
	02-mar-20	3.47	3.47	3.85	718.61	3.48	3.47	3.48	3.46	3.45	3.90	846.18	3.46	3.46	3.46
	01-abr-20	3.52	3.51	3.84	645.65	3.52	3.52	3.52	3.50	3.50	3.88	760.20	3.50	3.50	3.50
	04-mai-20	3.56	3.56	3.82	547.29	3.56	3.56	3.56	3.54	3.54	3.85	644.28	3.55	3.54	3.55
	01-jun-20	3.60	3.60	3.80	447.79	3.60	3.60	3.60	3.58	3.58	3.82	527.02	3.59	3.58	3.58
	01-jul-20	3.64	3.63	3.77	323.59	3.64	3.63	3.64	3.62	3.62	3.78	380.65	3.62	3.62	3.62
	03-ago-20	3.67	3.67	3.74	164.43	3.68	3.67	3.67	3.66	3.66	3.74	193.09	3.66	3.65	3.65
	01-set-20	3.70	3.71	3.70	3.70	3.71	3.70	3.70	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69	3.69

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 91 - Curvas a termo construídas a partir das metodologias 1 e 2 propostas pelo autor às 16h do dia 26 de agosto de 2016.

Método de interpolação da curva de referência para o dia anterior		5 - Múltiplas regressões sobre períodos móveis para cada vencimento							6 - Múltiplas regressões sobre períodos móveis para cada vencimento com suavização exponencial						
Método de interpolação da curva de variações		1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
Data de vencimento dos contratos de FRC	03-out-16	1.92	1.95	1.92	1.92	1.97	1.97	1.95	1.92	1.96	1.92	1.92	1.99	1.98	1.96
	01-nov-16	2.03	2.00	2.03	2.03	2.03	2.02	2.01	2.03	1.99	2.03	2.03	2.02	2.02	2.01
	01-dez-16	2.06	2.03	2.11	2.48	2.05	2.05	2.04	2.06	2.02	2.13	2.59	2.05	2.05	2.04
	02-jan-17	2.10	2.07	2.22	3.75	2.09	2.09	2.09	2.10	2.06	2.25	4.19	2.09	2.09	2.09
	01-fev-17	2.16	2.13	2.32	6.02	2.15	2.15	2.15	2.15	2.11	2.36	7.06	2.14	2.14	2.14
	01-mar-17	2.19	2.16	2.41	9.29	2.19	2.18	2.19	2.19	2.15	2.46	11.22	2.18	2.18	2.18
	03-abr-17	2.23	2.20	2.50	14.89	2.23	2.22	2.23	2.23	2.19	2.57	18.32	2.22	2.22	2.23
	02-mai-17	2.26	2.23	2.57	21.55	2.25	2.25	2.26	2.26	2.22	2.65	26.79	2.25	2.25	2.26
	01-jun-17	2.28	2.26	2.64	30.35	2.28	2.28	2.28	2.28	2.25	2.74	37.97	2.28	2.28	2.29
	03-jul-17	2.33	2.30	2.72	42.04	2.32	2.32	2.33	2.32	2.29	2.83	52.83	2.32	2.32	2.33
	02-ago-17	2.40	2.37	2.83	54.83	2.39	2.39	2.40	2.38	2.35	2.93	69.06	2.38	2.38	2.39
	01-set-17	2.44	2.41	2.91	70.81	2.43	2.43	2.44	2.43	2.40	3.03	89.38	2.43	2.43	2.43
	02-out-17	2.47	2.44	2.97	89.26	2.46	2.46	2.47	2.46	2.43	3.10	112.83	2.46	2.46	2.47
	01-nov-17	2.50	2.48	3.03	109.49	2.50	2.50	2.51	2.50	2.47	3.17	138.54	2.49	2.50	2.50
	01-dez-17	2.54	2.52	3.10	132.02	2.54	2.54	2.54	2.53	2.51	3.24	167.18	2.53	2.53	2.54
	02-jan-18	2.57	2.55	3.15	158.51	2.56	2.57	2.57	2.56	2.54	3.31	200.87	2.56	2.56	2.57
	01-fev-18	2.59	2.57	3.19	185.57	2.58	2.59	2.59	2.59	2.56	3.36	235.27	2.58	2.59	2.59
	01-mar-18	2.60	2.58	3.22	212.65	2.60	2.60	2.60	2.60	2.58	3.40	269.70	2.60	2.60	2.61
	02-abr-18	2.62	2.60	3.26	245.59	2.62	2.62	2.62	2.62	2.60	3.44	311.59	2.62	2.62	2.62
	02-mai-18	2.65	2.63	3.30	278.22	2.64	2.65	2.65	2.64	2.62	3.48	353.07	2.64	2.65	2.65
	01-jun-18	2.67	2.66	3.34	312.31	2.67	2.68	2.67	2.67	2.65	3.52	396.41	2.67	2.67	2.67
	02-jul-18	2.71	2.69	3.38	348.80	2.71	2.71	2.71	2.70	2.68	3.56	442.79	2.70	2.70	2.70
	01-ago-18	2.74	2.73	3.42	385.02	2.74	2.74	2.74	2.74	2.72	3.61	488.85	2.73	2.74	2.73
	03-set-18	2.79	2.77	3.47	425.53	2.79	2.79	2.79	2.78	2.76	3.65	540.34	2.78	2.78	2.78
	01-out-18	2.84	2.82	3.52	460.11	2.83	2.84	2.83	2.82	2.80	3.70	584.29	2.82	2.83	2.82
	01-nov-18	2.89	2.88	3.58	498.19	2.89	2.89	2.89	2.88	2.86	3.75	632.70	2.87	2.88	2.87
	03-dez-18	2.95	2.94	3.63	536.80	2.95	2.95	2.95	2.93	2.92	3.80	681.78	2.93	2.93	2.93
	02-jan-19	3.00	2.99	3.67	571.86	3.00	3.00	3.00	2.98	2.97	3.84	726.35	2.98	2.99	2.98
	01-fev-19	3.03	3.02	3.70	605.30	3.03	3.04	3.03	3.02	3.01	3.87	768.87	3.02	3.03	3.02
	01-mar-19	3.06	3.05	3.71	634.60	3.06	3.06	3.05	3.05	3.04	3.89	806.13	3.05	3.05	3.05
	01-abr-19	3.07	3.06	3.72	664.33	3.07	3.08	3.07	3.07	3.06	3.89	843.93	3.07	3.07	3.07
	02-mai-19	3.09	3.08	3.71	690.58	3.09	3.09	3.08	3.09	3.07	3.88	877.30	3.09	3.09	3.08
	03-jun-19	3.10	3.09	3.70	713.31	3.10	3.10	3.10	3.10	3.09	3.87	906.20	3.10	3.10	3.10
	01-jul-19	3.11	3.10	3.70	728.93	3.11	3.11	3.11	3.11	3.10	3.86	926.07	3.11	3.11	3.11
	01-ago-19	3.13	3.13	3.69	740.89	3.13	3.14	3.13	3.13	3.12	3.84	941.26	3.13	3.13	3.13
	02-set-19	3.17	3.16	3.70	746.54	3.17	3.17	3.17	3.16	3.15	3.84	948.43	3.16	3.16	3.16
	01-out-19	3.22	3.21	3.72	745.02	3.22	3.22	3.22	3.21	3.20	3.85	946.48	3.21	3.21	3.21
	01-nov-19	3.28	3.28	3.75	735.58	3.28	3.28	3.28	3.26	3.25	3.86	934.45	3.26	3.26	3.26
	02-dez-19	3.34	3.34	3.78	717.16	3.34	3.34	3.34	3.32	3.31	3.87	911.01	3.32	3.32	3.32
	02-jan-20	3.39	3.39	3.79	688.80	3.39	3.39	3.40	3.37	3.37	3.88	874.94	3.37	3.37	3.38
	03-fev-20	3.43	3.43	3.79	648.07	3.44	3.43	3.44	3.42	3.41	3.87	823.14	3.42	3.42	3.42
	02-mar-20	3.47	3.46	3.78	602.01	3.47	3.47	3.47	3.45	3.45	3.85	764.56	3.46	3.45	3.46
	01-abr-20	3.50	3.50	3.77	540.95	3.51	3.50	3.51	3.49	3.49	3.83	686.91	3.49	3.49	3.49
	04-mai-20	3.55	3.55	3.76	458.63	3.55	3.55	3.55	3.53	3.53	3.81	582.22	3.53	3.53	3.53
	01-jun-20	3.59	3.59	3.76	375.36	3.60	3.59	3.59	3.58	3.57	3.79	476.32	3.58	3.57	3.58
	01-jul-20	3.64	3.64	3.76	271.43	3.64	3.64	3.64	3.62	3.62	3.77	344.14	3.62	3.62	3.62
	03-ago-20	3.69	3.69	3.74	138.23	3.69	3.68	3.69	3.67	3.67	3.74	174.76	3.67	3.66	3.67
	01-set-20	3.73	3.73	3.73	3.73	3.73	3.72	3.72	3.71	3.71	3.71	3.71	3.71	3.70	3.70

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE L - MACROS EM VBA UTILIZADAS NO TRABALHO

a) Código para interpolação por *cubic spline*

O código VBA abaixo foi desenvolvido pelo autor para ser utilizado neste trabalho a partir de diversos outros fragmentos de códigos disponíveis de maneira gratuita em fóruns de programação VBA online.

```
Function spline(periodcol As Range, ratecol As Range, x As Range)

Dim period As Integer
Dim rate_count As Integer

ReDim xin(period) As Single
ReDim yin(period) As Single

Dim c As Integer
For c = 1 To period
    xin(c) = periodcol(c)
    yin(c) = ratecol(c)
Next c

Dim n As Integer
Dim i, k As Integer
Dim p, qn, sig, un As Single

ReDim u(period - 1) As Single
ReDim yt(period) As Single

n = period
yt(1) = 0
u(1) = 0

For i = 2 To n - 1
    sig = (xin(i) - xin(i - 1)) / (xin(i + 1) - xin(i - 1))
    p = sig * yt(i - 1) + 2
    yt(i) = (sig - 1) / p
    u(i) = (yin(i + 1) - yin(i)) / (xin(i + 1) - xin(i)) - (yin(i) - yin(i - 1)) / (xin(i) - xin(i - 1))
    u(i) = (6 * u(i) / (xin(i + 1) - xin(i - 1)) - sig * u(i - 1)) / p
Next i
```

```

For k = n - 1 To 1 Step -1
    yt(k) = yt(k) * yt(k + 1) + u(k)
Next k

Dim klo, khi As Integer
Dim h, b, a As Single
klo = 1
khi = n

Do
    k = khi - klo
    If xin(k) > x Then
        khi = k
    Else
        klo = k
    End If
    k = khi - klo
Loop While k > 1

h = xin(khi) - xin(klo)
a = (xin(khi) - x) / h
b = (x - xin(klo)) / h
y = a * yin(klo) + b * yin(khi) + ((a ^ 3 - a) * yt(klo) + (b ^ 3 - b) * yt(khi)) * (h ^ 2) / 6

spline = y

End Function

```

b) Código para encontrar o alfa mínimo nas suavizações exponenciais

O código abaixo foi desenvolvido pelo autor para utilizar a ferramenta Solver do Excel através de um simples código VBA.

```

Sub minAlfta()

    SolverOk SetCell:="$G$7", MaxMinVal:=2, ValueOf:=0, ByChange:="$F$5",
Engine:=1 _
    , EngineDesc:="GRG Nonlinear"
    SolverOk SetCell:="$G$7", MaxMinVal:=2, ValueOf:=0, ByChange:="$F$5",
Engine:=1 _
    , EngineDesc:="GRG Nonlinear"
    SolverSolve
End Sub

```

c) Código para interpolar por regressão polinomial de segundo grau

O código abaixo foi desenvolvido pelo autor para se realizar facilmente interpolações por regressão polinomial de segundo grau.

```
Function jotALInterp(arrX As Variant, arrY As Variant, refX As Double)

    v = Application.WorksheetFunction.LinEst(arrX2, Application.Power(arrY2, Array(1, 2)))
    jotALInterp = v(3) + refX * v(2) + refX * refX * v(1)

End Function
```

d) Código para interpolar por regressão polinomial de quarto grau

O código abaixo foi desenvolvido pelo autor para se realizar facilmente interpolações por regressão polinomial de quarto grau.

```
Sub jotalin4()

Dim l, c As Integer
Dim v, arrX2(), arrY2() As Variant

    l = 9
    c = 216
    Do While c < 252
        l = 9
        Do While l < 57
            Erase arrX2, arrY2
            arrY = Sheets("linear_aux").Range(Sheets("linear_aux").Cells(92, c - 214), Sheets("linear_aux").Cells(126, c - 214))
```



```

arrX    =    Sheets("linear_aux").Range(Sheets("linear_aux").Cells(56,    c    -    214),
Sheets("linear_aux").Cells(90, c - 214))

    i = 1
    For b = LBound(arrX) To UBound(arrX)
        If arrX(b, 1) <> vbNullString Then
            i = i + 1
        End If
    Next b
    ReDim Preserve arrX2(i - 1, 1)
    ReDim Preserve arrY2(i - 1, 1)
    i = 1
    For b = LBound(arrX) To UBound(arrX)
        If arrX(b, 1) <> vbNullString Then
            arrX2(i, 1) = arrX(b, 1)
            arrY2(i, 1) = arrY(b, 1)
            i = i + 1
        End If
    Next b
    v = Application.WorksheetFunction.LinEst(arrX2, Application.Power(arrY2,
Array(1, 2, 3, 4)))
    Sheets("FRC_intra").Cells(1, c) = v(5) + Sheets("FRC_intra").Cells(1, 3) * v(4) +
Sheets("FRC_intra").Cells(1, 3) * Sheets("FRC_intra").Cells(1, 3) * v(3) +
Sheets("FRC_intra").Cells(1, 3) * Sheets("FRC_intra").Cells(1, 3) *
Sheets("FRC_intra").Cells(1, 3) * v(2) + Sheets("FRC_intra").Cells(1, 3) *
Sheets("FRC_intra").Cells(1, 3) * Sheets("FRC_intra").Cells(1, 3) *
Sheets("FRC_intra").Cells(1, 3) * v(1)
    l = l + 1
    Loop
    c = c + 1
    Loop
End Sub

```

APÊNDICE M - RESULTADOS RESUMIDOS OBTIDOS PARA AS SIMULAÇÕES

Figura 92 – Resultados resumidos obtidos para simulações (I)

	Button 1		Pontos definidos					
Data	média	desvio-padr.	11h	12h	13h	14h	15h	16h
5-abr-16	3.333	1.633	4	3	2	1	5	5
7-abr-16	3.333	1.366	3	4	3	1	4	5
11-abr-16	2.333	1.366	3	2	4	0	3	2
13-abr-16	7.000	4.561	13	8	4	0	7	10
15-abr-16	5.333	3.011	5	6	3	4	3	11
19-abr-16	3.000	2.608	5	0	2	1	3	7
22-abr-16	3.167	1.941	5	2	1	2	6	3
26-abr-16	6.500	2.881	9	7	9	8	4	2
3-mai-16	2.667	2.338	3	3	0	0	6	4
5-mai-16	3.167	2.137	5	6	2	1	1	4
9-mai-16	1.833	3.061	0	8	1	0	1	1
12-mai-16	3.167	1.329	4	1	4	2	4	4
16-mai-16	0.333	0.516	1	1	0	0	0	0
18-mai-16	3.000	1.673	1	5	3	1	4	4
20-mai-16	1.500	1.378	3	0	0	1	3	2
24-mai-16	3.833	1.329	4	4	2	4	6	3
3-jun-16	0.667	0.816	0	0	2	1	1	0
8-jun-16	3.333	1.366	3	2	3	3	3	6
10-jun-16	2.000	1.265	1	3	0	3	3	2
14-jun-16	1.833	1.835	5	3	1	0	1	1
16-jun-16	4.000	0.632	5	4	4	4	3	4
20-jun-16	0.667	0.816	1	2	0	0	1	0
22-jun-16	4.167	0.983	5	4	5	3	5	3
24-jun-16	5.000	2.000	4	7	4	3	4	8
4-jul-16	1.167	1.602	1	4	0	0	0	2
6-jul-16	1.167	0.753	2	1	1	2	0	1
8-jul-16	1.000	0.632	1	0	1	1	1	2
12-jul-16	3.167	3.125	3	9	1	0	3	3
14-jul-16	2.500	2.074	5	0	3	0	3	4
18-jul-16	1.500	1.049	1	0	2	3	1	2
20-jul-16	3.500	1.871	4	3	2	2	3	7
22-jul-16	1.833	1.472	1	3	0	1	2	4
26-jul-16	3.000	0.632	2	3	3	3	3	4
2-ago-16	3.667	2.733	7	7	1	3	1	3
4-ago-16	1.833	1.472	4	2	3	0	1	1
8-ago-16	1.667	1.366	0	2	1	1	2	4
11-ago-16	2.000	2.449	1	6	0	0	1	4
15-ago-16	1.500	1.517	0	2	4	0	1	2
17-ago-16	2.667	1.966	2	6	1	1	4	2
19-ago-16	2.167	1.329	2	2	0	3	2	4
23-ago-16	3.167	1.941	6	5	3	2	1	2
25-ago-16	2.500	2.429	7	2	0	1	2	3
2-set-16	0.500	0.837	0	2	0	0	1	0
6-set-16	2.833	0.983	3	4	2	2	4	2
9-set-16	1.333	1.506	4	1	0	1	0	2
13-set-16	3.167	1.722	4	4	4	5	1	1
15-set-16	4.667	2.338	5	6	2	2	5	8
21-set-16	3.500	1.517	5	4	3	1	3	5
23-set-16	3.000	1.673	1	4	1	4	5	3
4-out-16	3.833	2.041	5	7	1	3	4	3
6-out-16	3.333	3.141	5	5	0	1	1	8

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 93 - Resultados resumidos obtidos para simulações (II)

Data	Ao longo do dia - Média das variações					
	1	2	3	4	5	6
5-abr-16	1.0%	2.1%	1.1%	1.1%	0.6%	0.4%
7-abr-16	0.6%	2.6%	1.1%	1.1%	0.7%	0.8%
11-abr-16	0.9%	1.8%	1.1%	0.9%	1.0%	0.9%
13-abr-16	2.3%	2.4%	2.3%	2.2%	2.3%	2.0%
15-abr-16	0.8%	1.6%	1.1%	1.2%	0.9%	0.9%
19-abr-16	1.0%	1.3%	1.7%	1.8%	1.4%	1.7%
22-abr-16	0.8%	2.2%	1.8%	1.8%	1.4%	1.5%
26-abr-16	0.5%	0.9%	0.6%	0.6%	0.7%	0.6%
3-mai-16	1.0%	1.0%	1.2%	1.3%	1.0%	1.2%
5-mai-16	0.5%	2.5%	1.7%	1.9%	1.8%	1.8%
9-mai-16	1.9%	2.7%	2.1%	2.3%	2.3%	2.4%
12-mai-16	0.5%	1.4%	1.8%	1.8%	0.8%	1.0%
16-mai-16	0.1%	0.7%	0.6%	0.6%	0.6%	0.6%
18-mai-16	0.4%	1.4%	1.0%	1.0%	0.9%	0.9%
20-mai-16	0.4%	2.0%	0.9%	1.0%	1.0%	1.0%
24-mai-16	0.3%	1.0%	0.8%	0.8%	0.6%	0.6%
3-jun-16	0.6%	3.0%	1.2%	1.3%	1.6%	1.2%
8-jun-16	0.7%	2.3%	0.9%	0.9%	1.0%	0.9%
10-jun-16	0.4%	3.7%	1.3%	1.2%	1.1%	1.1%
14-jun-16	0.4%	2.9%	1.1%	1.0%	1.0%	1.0%
16-jun-16	0.7%	1.8%	1.3%	1.1%	0.9%	0.9%
20-jun-16	0.3%	1.1%	0.4%	0.6%	0.5%	0.3%
22-jun-16	0.6%	2.1%	0.8%	1.0%	0.8%	0.7%
24-jun-16	0.8%	2.0%	1.0%	0.9%	0.8%	0.8%
4-jul-16	0.6%	0.6%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%
6-jul-16	1.4%	1.2%	1.3%	1.4%	1.4%	1.4%
8-jul-16	0.4%	0.9%	0.6%	0.6%	0.5%	0.5%
12-jul-16	0.6%	1.0%	1.0%	1.1%	0.7%	0.7%
14-jul-16	0.7%	0.7%	0.6%	0.7%	0.8%	0.9%
18-jul-16	0.7%	0.8%	0.5%	0.4%	0.4%	0.4%
20-jul-16	0.3%	1.1%	0.4%	0.4%	0.3%	0.2%
22-jul-16	0.5%	2.2%	0.3%	0.3%	0.3%	0.2%
26-jul-16	7.6%	8.7%	8.0%	8.2%	7.8%	7.9%
2-ago-16	0.6%	1.0%	0.6%	0.8%	0.6%	0.7%
4-ago-16	0.5%	0.7%	0.3%	0.6%	0.5%	0.4%
8-ago-16	0.9%	1.6%	1.2%	1.5%	1.0%	1.2%
11-ago-16	0.3%	0.4%	0.5%	0.5%	0.4%	0.4%
15-ago-16	0.7%	0.6%	0.6%	0.7%	0.7%	0.8%
17-ago-16	0.6%	1.0%	0.8%	0.8%	0.7%	0.7%
19-ago-16	0.3%	0.4%	0.5%	0.5%	0.3%	0.4%
23-ago-16	0.5%	0.7%	0.5%	0.6%	0.4%	0.4%
25-ago-16	1.0%	0.8%	1.1%	1.1%	0.8%	0.9%
2-set-16	0.2%	0.6%	0.2%	0.1%	0.5%	0.3%
6-set-16	0.4%	0.8%	0.6%	0.6%	0.4%	0.5%
9-set-16	1.3%	1.7%	0.9%	0.9%	1.0%	0.9%
13-set-16	1.0%	2.3%	1.2%	1.2%	1.1%	1.1%
15-set-16	0.9%	1.9%	0.9%	0.9%	0.9%	0.9%
21-set-16	0.7%	2.8%	1.2%	1.0%	1.4%	1.0%
23-set-16	0.6%	3.6%	1.1%	1.2%	0.9%	1.0%
4-out-16	0.5%	1.2%	0.6%	0.7%	0.5%	0.5%
6-out-16	0.6%	1.5%	0.7%	0.7%	0.6%	0.5%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 94 - Resultados resumidos obtidos para simulações (III)

	Ao longo do dia - Média das variações					
Data	1	2	3	4	5	6
5-abr-16	1.4%	2.7%	1.7%	1.7%	0.7%	0.7%
7-abr-16	0.8%	3.2%	1.8%	1.9%	1.2%	1.3%
11-abr-16	1.3%	3.3%	1.5%	1.3%	1.3%	1.2%
13-abr-16	3.7%	4.2%	3.8%	3.6%	3.7%	3.2%
15-abr-16	1.0%	3.3%	2.1%	2.1%	1.7%	1.7%
19-abr-16	1.6%	2.0%	2.7%	2.8%	2.3%	2.7%
22-abr-16	0.9%	2.7%	2.3%	2.4%	1.8%	2.0%
26-abr-16	0.6%	0.9%	0.7%	0.7%	0.7%	0.7%
3-mai-16	1.3%	1.4%	1.6%	1.8%	1.3%	1.6%
5-mai-16	0.6%	3.6%	2.5%	2.8%	2.5%	2.6%
9-mai-16	2.2%	3.1%	2.4%	2.7%	2.6%	2.8%
12-mai-16	0.8%	1.9%	2.2%	2.2%	1.1%	1.4%
16-mai-16	0.2%	1.2%	0.9%	0.9%	0.9%	0.9%
18-mai-16	0.5%	1.7%	1.3%	1.4%	1.2%	1.2%
20-mai-16	0.7%	3.1%	1.5%	1.7%	1.6%	1.6%
24-mai-16	0.4%	1.5%	1.2%	1.4%	1.0%	1.1%
3-jun-16	0.6%	3.8%	1.5%	1.6%	1.8%	1.5%
8-jun-16	1.1%	4.0%	1.6%	1.6%	1.8%	1.5%
10-jun-16	0.4%	4.8%	1.6%	1.6%	1.4%	1.4%
14-jun-16	0.4%	3.9%	1.3%	1.3%	1.2%	1.2%
16-jun-16	1.0%	2.9%	1.7%	1.6%	1.4%	1.3%
20-jun-16	0.3%	1.4%	0.4%	0.5%	0.5%	0.3%
22-jun-16	0.6%	3.1%	1.1%	1.2%	1.1%	0.9%
24-jun-16	0.9%	3.2%	1.1%	1.2%	1.0%	1.0%
4-jul-16	0.8%	0.7%	0.5%	0.5%	0.6%	0.6%
6-jul-16	1.5%	1.6%	1.4%	1.5%	1.8%	1.6%
8-jul-16	0.6%	1.1%	0.8%	0.7%	0.7%	0.6%
12-jul-16	0.8%	1.4%	1.2%	1.3%	0.8%	0.9%
14-jul-16	1.1%	1.4%	1.1%	1.3%	1.3%	1.4%
18-jul-16	1.1%	1.3%	0.7%	0.6%	0.6%	0.5%
20-jul-16	0.5%	1.6%	0.5%	0.5%	0.4%	0.3%
22-jul-16	0.6%	2.9%	0.4%	0.4%	0.4%	0.4%
26-jul-16	10.3%	11.8%	10.8%	10.9%	10.5%	10.6%
2-ago-16	0.8%	1.4%	0.9%	1.0%	0.8%	0.9%
4-ago-16	0.7%	0.8%	0.4%	0.7%	0.6%	0.5%
8-ago-16	1.3%	1.8%	1.6%	1.8%	1.3%	1.6%
11-ago-16	0.4%	0.6%	0.6%	0.7%	0.5%	0.5%
15-ago-16	0.9%	0.7%	0.8%	0.8%	0.9%	0.9%
17-ago-16	0.9%	1.2%	1.1%	1.1%	1.0%	1.0%
19-ago-16	0.5%	0.6%	0.7%	0.8%	0.5%	0.6%
23-ago-16	0.6%	0.7%	0.6%	0.7%	0.5%	0.6%
25-ago-16	1.6%	1.2%	1.5%	1.6%	1.2%	1.4%
2-set-16	0.1%	0.7%	0.1%	0.1%	0.5%	0.4%
6-set-16	0.7%	0.8%	0.9%	1.0%	0.7%	0.8%
9-set-16	1.8%	2.5%	1.2%	1.2%	1.4%	1.2%
13-set-16	1.0%	3.3%	1.4%	1.4%	1.4%	1.3%
15-set-16	1.0%	2.3%	1.1%	1.1%	1.0%	1.0%
21-set-16	0.7%	3.3%	1.3%	1.0%	1.4%	1.1%
23-set-16	0.6%	4.2%	1.4%	1.6%	1.0%	1.2%
4-out-16	0.6%	1.4%	0.8%	0.9%	0.7%	0.6%
6-out-16	0.8%	1.6%	0.8%	0.8%	0.7%	0.6%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 95 - Resultados resumidos obtidos para simulações (IV)

Data	Final do dia - Diff % máxima					
	1	2	3	4	5	6
5-abr-16	6.2%	6.4%	5.9%	6.1%	3.9%	4.6%
7-abr-16	4.1%	7.9%	4.3%	4.3%	4.1%	4.4%
11-abr-16	6.2%	6.9%	6.9%	6.2%	8.3%	7.4%
13-abr-16	7.5%	12.4%	9.0%	8.9%	8.0%	8.3%
15-abr-16	2.9%	11.7%	8.3%	8.3%	5.4%	6.1%
19-abr-16	7.2%	8.8%	9.9%	9.2%	9.3%	8.6%
22-abr-16	8.1%	7.2%	3.6%	3.8%	4.0%	3.4%
26-abr-16	4.3%	6.1%	5.3%	5.5%	5.3%	5.2%
3-mai-16	3.1%	8.3%	6.4%	6.8%	5.2%	5.7%
5-mai-16	2.7%	10.1%	6.9%	7.5%	5.8%	6.5%
9-mai-16	2.7%	14.9%	13.1%	14.1%	9.1%	11.4%
12-mai-16	2.9%	8.0%	8.6%	8.8%	5.4%	5.8%
16-mai-16	2.1%	7.3%	6.1%	6.7%	5.7%	5.7%
18-mai-16	5.4%	6.9%	7.4%	7.2%	6.3%	6.1%
20-mai-16	1.5%	8.9%	9.4%	9.8%	5.4%	6.7%
24-mai-16	3.2%	10.1%	8.8%	9.6%	5.9%	7.4%
3-jun-16	3.8%	8.3%	5.5%	5.8%	3.6%	3.7%
8-jun-16	2.2%	10.3%	5.5%	5.9%	4.1%	4.7%
10-jun-16	2.9%	20.8%	9.3%	11.1%	4.5%	6.6%
14-jun-16	3.5%	18.4%	6.3%	7.5%	4.2%	4.4%
16-jun-16	2.1%	11.5%	5.7%	7.0%	2.9%	3.0%
20-jun-16	7.5%	22.9%	10.9%	10.9%	10.9%	10.9%
22-jun-16	4.5%	20.3%	7.9%	9.6%	6.8%	6.4%
24-jun-16	3.1%	11.0%	6.7%	6.9%	3.9%	4.1%
4-jul-16	4.0%	4.9%	4.9%	5.5%	3.0%	3.0%
6-jul-16	8.0%	8.3%	5.6%	5.6%	7.3%	6.7%
8-jul-16	4.9%	6.5%	5.4%	5.0%	5.4%	4.7%
12-jul-16	5.5%	9.9%	6.9%	7.6%	5.1%	5.4%
14-jul-16	2.3%	6.1%	3.9%	3.6%	3.1%	2.6%
18-jul-16	4.6%	8.1%	3.0%	3.1%	3.2%	1.7%
20-jul-16	2.6%	4.7%	3.6%	3.7%	2.8%	2.6%
22-jul-16	2.6%	6.1%	3.7%	3.6%	3.2%	2.6%
26-jul-16	5.0%	5.8%	5.5%	5.4%	5.7%	5.4%
2-ago-16	3.3%	4.8%	3.8%	4.1%	3.4%	3.7%
4-ago-16	2.6%	5.3%	3.1%	4.0%	3.3%	3.5%
8-ago-16	3.7%	5.9%	5.6%	5.4%	4.5%	4.4%
11-ago-16	2.0%	3.0%	2.2%	2.5%	1.8%	2.2%
15-ago-16	2.2%	3.9%	3.4%	4.1%	3.4%	3.7%
17-ago-16	2.8%	3.6%	2.9%	2.9%	2.9%	2.8%
19-ago-16	3.3%	3.8%	3.2%	3.1%	3.2%	3.2%
23-ago-16	3.2%	7.8%	7.8%	8.8%	4.3%	6.4%
25-ago-16	3.9%	4.4%	4.1%	4.4%	3.8%	4.1%
2-set-16	3.3%	7.2%	3.8%	4.0%	4.3%	4.2%
6-set-16	3.7%	14.5%	11.2%	11.6%	8.5%	9.8%
9-set-16	6.7%	21.8%	15.9%	16.5%	13.7%	15.0%
13-set-16	4.0%	12.2%	5.7%	5.7%	5.7%	5.6%
15-set-16	3.1%	4.8%	3.4%	3.7%	3.0%	3.0%
21-set-16	2.0%	12.2%	3.2%	3.3%	3.1%	3.0%
23-set-16	1.9%	12.9%	4.5%	5.0%	4.5%	4.9%
4-out-16	2.1%	7.4%	2.1%	2.0%	3.3%	2.7%
6-out-16	2.7%	7.7%	3.4%	3.2%	2.5%	2.6%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 96 - Resultados resumidos obtidos para simulações (V)

	Final do dia - Média Absoluta Percentual dos Erros - toda curva					
Data	1	2	3	4	5	6
5-abr-16	2.9%	2.2%	2.0%	2.0%	2.7%	2.6%
7-abr-16	1.2%	3.1%	1.5%	1.5%	1.3%	1.3%
11-abr-16	1.9%	2.2%	2.4%	2.3%	2.5%	2.4%
13-abr-16	2.4%	2.7%	2.3%	2.4%	2.4%	2.5%
15-abr-16	1.1%	2.5%	1.4%	1.5%	1.2%	1.2%
19-abr-16	2.0%	2.3%	2.2%	2.2%	2.6%	2.5%
22-abr-16	1.1%	1.4%	1.2%	1.0%	1.0%	0.9%
26-abr-16	2.5%	2.9%	2.6%	2.5%	2.6%	2.5%
3-mai-16	1.8%	2.1%	1.9%	1.8%	1.8%	1.7%
5-mai-16	1.2%	1.6%	1.7%	1.8%	1.7%	1.7%
9-mai-16	1.4%	5.9%	3.4%	3.9%	3.3%	3.8%
12-mai-16	1.2%	1.5%	1.4%	1.5%	1.4%	1.4%
16-mai-16	1.0%	1.4%	1.3%	1.8%	1.2%	1.7%
18-mai-16	4.3%	4.5%	4.6%	4.8%	4.5%	4.6%
20-mai-16	0.8%	2.2%	2.1%	2.2%	1.7%	1.8%
24-mai-16	1.5%	4.0%	2.9%	3.1%	2.7%	3.0%
3-jun-16	1.9%	2.3%	2.1%	1.8%	2.0%	1.7%
8-jun-16	1.5%	1.9%	1.6%	1.6%	1.8%	1.5%
10-jun-16	1.3%	5.5%	1.3%	1.6%	1.1%	1.3%
14-jun-16	1.5%	5.6%	2.0%	2.2%	1.9%	1.9%
16-jun-16	1.1%	3.3%	1.6%	1.8%	1.2%	1.5%
20-jun-16	4.1%	4.4%	4.0%	4.4%	4.3%	4.5%
22-jun-16	2.1%	3.3%	3.3%	2.9%	2.2%	1.9%
24-jun-16	1.6%	2.6%	2.4%	2.4%	1.6%	1.7%
4-jul-16	0.7%	1.1%	1.0%	1.1%	0.7%	0.7%
6-jul-16	1.2%	1.2%	1.2%	1.4%	1.2%	1.2%
8-jul-16	2.7%	2.4%	2.4%	2.1%	2.6%	2.4%
12-jul-16	4.1%	4.0%	4.4%	4.8%	3.7%	4.3%
14-jul-16	0.4%	0.9%	0.5%	0.7%	0.5%	0.6%
18-jul-16	0.9%	2.0%	0.8%	0.7%	1.1%	0.7%
20-jul-16	1.8%	1.6%	1.5%	1.4%	1.8%	1.7%
22-jul-16	1.7%	2.4%	2.0%	1.8%	2.0%	1.7%
26-jul-16	3.6%	3.5%	3.8%	3.6%	3.9%	3.7%
2-ago-16	1.7%	2.2%	2.0%	2.1%	2.0%	2.1%
4-ago-16	1.2%	2.9%	1.8%	2.4%	1.7%	2.3%
8-ago-16	1.5%	1.7%	1.7%	1.8%	1.5%	1.6%
11-ago-16	1.0%	1.0%	1.1%	1.2%	1.1%	1.2%
15-ago-16	1.2%	1.6%	1.5%	1.1%	1.5%	1.1%
17-ago-16	1.5%	1.4%	1.4%	1.3%	1.5%	1.3%
19-ago-16	1.3%	1.7%	1.3%	1.4%	1.2%	1.3%
23-ago-16	1.1%	1.2%	1.3%	1.4%	1.1%	1.3%
25-ago-16	2.5%	2.8%	2.6%	2.8%	2.4%	2.7%
2-set-16	2.2%	2.1%	2.2%	1.9%	2.4%	2.0%
6-set-16	0.4%	1.3%	0.7%	0.9%	0.7%	0.7%
9-set-16	0.8%	1.7%	1.1%	1.5%	1.0%	1.4%
13-set-16	0.8%	1.7%	0.9%	1.2%	0.9%	1.1%
15-set-16	1.1%	1.6%	1.3%	1.2%	1.2%	1.1%
21-set-16	1.3%	1.5%	1.2%	1.0%	1.3%	1.1%
23-set-16	0.6%	2.9%	0.9%	0.9%	1.0%	1.1%
4-out-16	0.6%	1.4%	0.7%	0.7%	0.8%	0.8%
6-out-16	1.1%	1.8%	1.2%	1.2%	1.2%	1.1%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 97 - Resultados resumidos obtidos para simulações (VI)

	Final do dia - Média Absoluta Percentual dos Erros - pontos selecionados					
Data	1	2	3	4	5	6
5-abr-16	3.2%	2.7%	2.5%	2.5%	2.7%	2.8%
7-abr-16	1.2%	3.3%	2.2%	2.1%	1.6%	1.7%
11-abr-16	2.0%	3.3%	3.1%	2.8%	2.8%	2.6%
13-abr-16	3.6%	4.8%	3.7%	3.7%	3.5%	3.6%
15-abr-16	1.4%	3.6%	2.8%	2.6%	2.1%	2.2%
19-abr-16	3.1%	3.9%	3.4%	3.3%	3.7%	3.4%
22-abr-16	1.9%	1.8%	1.4%	1.3%	1.3%	1.4%
26-abr-16	2.5%	3.0%	2.4%	2.3%	2.7%	2.5%
3-mai-16	1.4%	2.5%	2.5%	2.5%	1.9%	2.0%
5-mai-16	1.2%	3.2%	2.9%	3.1%	2.6%	2.8%
9-mai-16	1.3%	6.9%	4.5%	5.1%	4.0%	4.7%
12-mai-16	1.5%	3.3%	3.4%	3.5%	2.4%	2.7%
16-mai-16	0.7%	2.4%	2.6%	2.9%	1.8%	2.3%
18-mai-16	3.4%	4.0%	4.0%	4.1%	3.7%	3.8%
20-mai-16	0.7%	3.3%	3.0%	3.2%	2.2%	2.5%
24-mai-16	1.4%	4.9%	3.7%	4.1%	3.1%	3.6%
3-jun-16	1.5%	3.1%	2.8%	2.8%	2.1%	1.9%
8-jun-16	1.4%	3.5%	2.3%	2.4%	2.1%	1.9%
10-jun-16	1.0%	7.8%	3.0%	3.5%	1.5%	2.2%
14-jun-16	2.0%	7.1%	2.9%	3.2%	2.4%	2.2%
16-jun-16	0.9%	4.3%	2.5%	2.8%	1.6%	1.7%
20-jun-16	4.6%	7.2%	4.3%	4.3%	5.7%	5.3%
22-jun-16	2.1%	5.6%	4.4%	4.4%	3.0%	2.5%
24-jun-16	1.3%	3.7%	2.0%	2.2%	1.6%	1.5%
4-jul-16	1.3%	1.3%	1.2%	1.3%	0.8%	0.9%
6-jul-16	1.4%	2.3%	1.7%	1.7%	1.7%	1.6%
8-jul-16	2.5%	3.0%	2.7%	2.5%	3.0%	2.7%
12-jul-16	3.1%	2.9%	2.8%	3.1%	2.7%	3.0%
14-jul-16	0.8%	1.5%	1.0%	1.0%	1.0%	0.9%
18-jul-16	0.9%	2.0%	1.0%	0.8%	1.1%	0.8%
20-jul-16	1.7%	1.7%	1.7%	1.7%	1.6%	1.6%
22-jul-16	1.6%	3.0%	1.9%	1.6%	1.7%	1.4%
26-jul-16	3.1%	3.2%	3.1%	3.1%	3.1%	3.1%
2-ago-16	1.6%	2.2%	2.0%	2.1%	1.7%	1.9%
4-ago-16	0.9%	3.2%	2.1%	2.7%	1.3%	2.1%
8-ago-16	1.6%	2.3%	2.0%	2.1%	1.7%	1.9%
11-ago-16	0.8%	1.3%	1.1%	1.2%	0.9%	1.1%
15-ago-16	1.2%	1.6%	1.4%	1.2%	1.5%	1.3%
17-ago-16	1.2%	1.3%	1.5%	1.5%	1.4%	1.4%
19-ago-16	1.2%	1.5%	1.0%	1.1%	0.9%	1.0%
23-ago-16	1.1%	1.3%	1.4%	1.5%	1.3%	1.4%
25-ago-16	1.9%	2.1%	2.2%	2.4%	2.0%	2.3%
2-set-16	2.3%	2.6%	2.0%	2.0%	2.6%	2.2%
6-set-16	0.5%	1.7%	1.1%	1.3%	1.0%	1.0%
9-set-16	1.3%	2.8%	1.5%	1.7%	1.6%	1.5%
13-set-16	1.5%	3.1%	1.5%	1.7%	1.4%	1.5%
15-set-16	1.3%	2.1%	1.4%	1.5%	1.5%	1.4%
21-set-16	1.2%	3.6%	1.4%	1.3%	1.8%	1.3%
23-set-16	0.5%	3.7%	1.5%	1.6%	1.3%	1.6%
4-out-16	0.8%	1.5%	1.0%	0.9%	0.8%	0.8%
6-out-16	1.3%	2.0%	1.7%	1.7%	1.2%	1.3%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 98 - Resultados resumidos obtidos para simulações (VII)

	Final do dia - Média dos Erros Percentuais - toda curva					
Data	1	2	3	4	5	6
5-abr-16	-2.6%	-1.7%	-1.5%	-1.5%	-2.4%	-2.2%
7-abr-16	0.4%	1.4%	0.2%	0.4%	0.2%	0.3%
11-abr-16	-0.7%	-1.7%	-0.3%	-0.5%	0.0%	-0.3%
13-abr-16	2.2%	1.5%	2.1%	2.1%	2.2%	2.1%
15-abr-16	0.0%	0.9%	0.5%	0.4%	0.1%	0.1%
19-abr-16	1.1%	0.9%	1.3%	1.2%	1.6%	1.5%
22-abr-16	-0.9%	0.6%	0.7%	0.3%	0.3%	0.2%
26-abr-16	2.1%	2.6%	2.3%	2.2%	2.2%	2.1%
3-mai-16	1.5%	1.5%	1.3%	1.2%	1.4%	1.2%
5-mai-16	-1.2%	-1.1%	-1.5%	-1.5%	-1.5%	-1.4%
9-mai-16	-1.1%	-5.9%	-3.4%	-3.9%	-3.3%	-3.8%
12-mai-16	-0.7%	0.4%	-0.2%	-0.3%	0.0%	-0.3%
16-mai-16	-1.0%	-1.0%	-1.0%	-1.5%	-1.0%	-1.5%
18-mai-16	-4.3%	-4.2%	-4.5%	-4.7%	-4.4%	-4.5%
20-mai-16	-0.6%	-1.9%	-2.0%	-2.2%	-1.6%	-1.7%
24-mai-16	-1.5%	-4.0%	-2.9%	-3.1%	-2.7%	-3.0%
3-jun-16	1.9%	2.0%	1.9%	1.7%	1.8%	1.5%
8-jun-16	1.3%	1.2%	1.2%	1.1%	1.5%	1.3%
10-jun-16	-1.2%	5.2%	0.3%	0.3%	0.0%	0.1%
14-jun-16	-1.4%	3.0%	-0.3%	-0.3%	-0.6%	-0.5%
16-jun-16	-0.3%	-0.1%	0.0%	-0.1%	-0.3%	-0.3%
20-jun-16	-4.1%	-3.9%	-4.0%	-4.3%	-4.3%	-4.5%
22-jun-16	1.5%	1.4%	3.1%	2.6%	1.4%	1.4%
24-jun-16	-1.5%	-1.3%	-2.0%	-2.0%	-1.5%	-1.6%
4-jul-16	0.4%	-0.3%	-0.3%	-0.7%	0.4%	-0.1%
6-jul-16	0.7%	-1.0%	-0.9%	-1.3%	0.0%	-0.4%
8-jul-16	2.3%	1.8%	1.7%	1.5%	2.0%	1.8%
12-jul-16	-4.0%	-3.8%	-4.4%	-4.8%	-3.7%	-4.3%
14-jul-16	-0.1%	-0.3%	-0.2%	-0.5%	0.0%	-0.2%
18-jul-16	0.7%	1.8%	0.4%	0.0%	0.9%	0.3%
20-jul-16	1.8%	1.4%	1.5%	1.4%	1.8%	1.6%
22-jul-16	1.4%	2.0%	1.6%	1.4%	1.7%	1.4%
26-jul-16	3.6%	3.4%	3.8%	3.6%	3.9%	3.7%
2-ago-16	-1.5%	-2.0%	-1.9%	-2.0%	-1.9%	-1.9%
4-ago-16	-1.1%	-2.9%	-1.8%	-2.4%	-1.7%	-2.3%
8-ago-16	-0.1%	0.6%	0.4%	0.3%	-0.1%	-0.2%
11-ago-16	-0.2%	-0.2%	-0.3%	-0.3%	-0.3%	-0.4%
15-ago-16	1.1%	1.4%	1.4%	1.0%	1.4%	1.0%
17-ago-16	1.3%	1.0%	1.0%	0.6%	1.0%	0.6%
19-ago-16	0.6%	1.0%	0.7%	0.4%	0.5%	0.2%
23-ago-16	-0.4%	-0.5%	0.0%	-0.4%	-0.5%	-0.7%
25-ago-16	-2.4%	-2.6%	-2.4%	-2.7%	-2.2%	-2.5%
2-set-16	1.3%	1.3%	1.3%	0.8%	1.2%	0.7%
6-set-16	0.3%	0.8%	-0.2%	-0.7%	0.2%	-0.5%
9-set-16	0.2%	0.9%	-0.7%	-1.2%	-0.3%	-0.9%
13-set-16	-0.7%	-1.6%	-0.7%	-1.1%	-0.6%	-1.0%
15-set-16	1.1%	1.3%	1.1%	1.0%	1.0%	1.0%
21-set-16	0.9%	0.0%	0.7%	0.5%	0.6%	0.5%
23-set-16	0.0%	-0.9%	-0.1%	-0.4%	-0.3%	-0.8%
4-out-16	0.3%	0.7%	0.0%	-0.3%	0.0%	-0.3%
6-out-16	-0.4%	0.3%	-0.4%	-0.5%	-0.6%	-0.8%

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 99 - Resultados resumidos obtidos para simulações (VIII)

	Final do dia -Média dos Erros Percentuais - pontos selecionados					
Data	1	2	3	4	5	6
5-abr-16	-0.9%	-0.3%	0.2%	0.2%	-1.1%	-0.9%
7-abr-16	0.0%	0.8%	-0.4%	-0.3%	-0.5%	-0.5%
11-abr-16	-0.9%	-1.6%	0.2%	-0.3%	0.1%	-0.4%
13-abr-16	3.2%	3.6%	3.3%	3.3%	3.2%	3.2%
15-abr-16	-0.6%	1.4%	0.2%	0.3%	-0.2%	-0.3%
19-abr-16	-1.4%	-0.8%	-0.9%	-0.9%	-1.0%	-1.0%
22-abr-16	-1.7%	0.3%	0.1%	-0.1%	-0.4%	-0.5%
26-abr-16	0.5%	1.4%	0.7%	0.8%	0.5%	0.5%
3-mai-16	0.9%	1.1%	0.6%	0.6%	1.1%	0.9%
5-mai-16	-1.2%	-0.7%	-1.4%	-1.4%	-1.3%	-1.2%
9-mai-16	-0.8%	-6.9%	-4.5%	-5.1%	-4.0%	-4.7%
12-mai-16	-0.8%	0.8%	-0.5%	-0.5%	0.3%	-0.1%
16-mai-16	-0.7%	-0.3%	-0.7%	-1.2%	-0.4%	-0.9%
18-mai-16	-3.4%	-2.5%	-3.0%	-3.1%	-2.9%	-2.9%
20-mai-16	-0.2%	-2.5%	-2.8%	-2.9%	-1.9%	-2.0%
24-mai-16	-1.4%	-4.9%	-3.7%	-4.1%	-3.1%	-3.6%
3-jun-16	1.5%	0.8%	2.0%	1.9%	0.9%	1.0%
8-jun-16	0.5%	-0.1%	0.9%	0.9%	0.6%	0.6%
10-jun-16	-0.6%	7.5%	2.4%	2.8%	0.8%	1.4%
14-jun-16	-2.0%	3.4%	0.3%	0.6%	-1.2%	-0.6%
16-jun-16	-0.2%	0.1%	0.9%	1.1%	-0.8%	-0.2%
20-jun-16	-4.5%	-6.1%	-4.3%	-3.9%	-5.7%	-5.3%
22-jun-16	0.5%	1.4%	3.5%	3.4%	0.0%	0.8%
24-jun-16	-1.2%	-1.6%	-1.1%	-0.9%	-1.5%	-1.3%
4-jul-16	1.0%	-0.3%	0.2%	-0.1%	0.7%	0.3%
6-jul-16	0.7%	-2.0%	-1.3%	-1.5%	-0.7%	-0.9%
8-jul-16	1.1%	0.4%	0.6%	0.4%	0.6%	0.5%
12-jul-16	-2.4%	-2.6%	-2.7%	-3.0%	-2.2%	-2.6%
14-jul-16	-0.3%	-0.9%	-0.4%	-0.6%	-0.4%	-0.4%
18-jul-16	0.0%	0.9%	-0.1%	-0.5%	0.2%	-0.3%
20-jul-16	1.7%	0.8%	1.7%	1.7%	1.6%	1.6%
22-jul-16	0.5%	0.4%	0.7%	0.6%	0.8%	0.6%
26-jul-16	3.1%	2.5%	3.1%	3.1%	3.1%	3.1%
2-ago-16	-0.8%	-1.3%	-1.3%	-1.3%	-1.2%	-1.2%
4-ago-16	-0.6%	-3.2%	-2.1%	-2.7%	-1.3%	-2.1%
8-ago-16	0.4%	1.0%	0.5%	0.6%	0.4%	0.3%
11-ago-16	-0.5%	-0.1%	-0.5%	-0.4%	-0.3%	-0.3%
15-ago-16	0.5%	0.9%	0.7%	0.5%	0.9%	0.6%
17-ago-16	0.9%	0.3%	0.1%	-0.1%	0.4%	0.1%
19-ago-16	0.4%	0.7%	0.2%	0.1%	0.2%	0.1%
23-ago-16	0.2%	0.3%	0.4%	0.2%	0.2%	0.1%
25-ago-16	-1.5%	-1.3%	-1.6%	-1.6%	-1.1%	-1.3%
2-set-16	-0.3%	-0.5%	-0.3%	-0.7%	0.0%	-0.5%
6-set-16	0.1%	0.7%	-0.5%	-0.9%	0.0%	-0.6%
9-set-16	0.9%	1.6%	-0.2%	-0.5%	0.6%	0.0%
13-set-16	-1.5%	-3.1%	-1.4%	-1.5%	-1.2%	-1.4%
15-set-16	1.3%	1.0%	1.4%	1.4%	1.4%	1.4%
21-set-16	0.2%	-2.2%	0.1%	0.3%	-0.2%	0.0%
23-set-16	0.1%	-0.4%	0.2%	0.1%	-0.4%	-0.6%
4-out-16	0.5%	1.0%	0.1%	-0.2%	0.0%	-0.2%
6-out-16	0.2%	1.0%	0.2%	0.1%	-0.1%	-0.2%

Fonte: Elaborado pelo autor.

APÊNDICE N - CALENDÁRIO DE FERIADOS NO BRASIL E NOS EUA

Figura 100 - Calendarios de feriados no Brasil e nos EUA.

BRASIL		EUA	
2-nov-15	25-dez-19	1-jan-15	7-set-17
15-nov-15	1-jan-20	19-jan-15	9-out-17
25-dez-15	24-fev-20	16-fev-15	12-out-17
1-jan-16	25-fev-20	17-fev-15	2-nov-17
8-fev-16	10-abr-20	3-abr-15	15-nov-17
9-fev-16	21-abr-20	21-abr-15	23-nov-17
25-mar-16	1-mai-20	1-mai-15	25-dez-17
21-abr-16	11-jun-20	25-mai-15	1-jan-18
1-mai-16	7-set-20	4-jun-15	15-jan-18
26-mai-16	12-out-20	7-set-15	12-fev-18
7-set-16	2-nov-20	12-out-15	13-fev-18
12-out-16	15-nov-20	2-nov-15	19-fev-18
2-nov-16	25-dez-20	11-nov-15	30-mar-18
15-nov-16	1-jan-21	15-nov-15	21-abr-18
25-dez-16	15-fev-21	26-nov-15	1-mai-18
1-jan-17	16-fev-21	25-dez-15	28-mai-18
27-fev-17	2-abr-21	1-jan-16	31-mai-18
28-fev-17	21-abr-21	18-jan-16	4-jul-18
14-abr-17	1-mai-21	8-fev-16	3-set-18
21-abr-17	3-jun-21	9-fev-16	7-set-18
1-mai-17	7-set-21	15-fev-16	8-out-18
15-jun-17	12-out-21	25-mar-16	12-out-18
7-set-17	2-nov-21	21-abr-16	2-nov-18
12-out-17	15-nov-21	1-mai-16	12-nov-18
2-nov-17	25-dez-21	26-mai-16	15-nov-18
15-nov-17	1-jan-22	30-mai-16	22-nov-18
25-dez-17	28-fev-22	4-jul-16	25-dez-18
1-jan-18	1-mar-22	5-set-16	1-jan-19
12-fev-18	15-abr-22	7-set-16	21-jan-19
13-fev-18	21-abr-22	10-out-16	18-fev-19
30-mar-18	1-mai-22	12-out-16	4-mar-19
21-abr-18	16-jun-22	2-nov-16	5-mar-19
1-mai-18	7-set-22	11-nov-16	19-abr-19
31-mai-18	12-out-22	15-nov-16	21-abr-19
7-set-18	2-nov-22	24-nov-16	1-mai-19
12-out-18	15-nov-22	25-dez-16	27-mai-19
2-nov-18	25-dez-22	26-dez-16	20-jun-19
15-nov-18	1-jan-23	1-jan-17	4-jul-19
25-dez-18	20-fev-23	2-jan-17	2-set-19
1-jan-19	21-fev-23	16-jan-17	7-set-19
4-mar-19	7-abr-23	20-fev-17	12-out-19
5-mar-19	21-abr-23	27-fev-17	14-out-19
19-abr-19	1-mai-23	28-fev-17	2-nov-19
21-abr-19	8-jun-23	14-abr-17	11-nov-19
1-mai-19	7-set-23	21-abr-17	15-nov-19
20-jun-19	12-out-23	1-mai-17	28-nov-19
7-set-19	2-nov-23	29-mai-17	25-dez-19
12-out-19	15-nov-23	15-jun-17	1-jan-20
2-nov-19	25-dez-23	4-jul-17	20-jan-20
15-nov-19	31-dez-15	4-set-17	17-fev-20

Fonte: Elaborado pelo autor.