

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

COMPARAÇÃO ENTRE KRIGAGEM ORDINÁRIA E KRIGAGEM LOGNORMAL,
APLICADAS A UMA BASE DE DADOS DE COBRE DA MINA SEQUEIRINHO

Yasmin Godinho Pinto

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha

Co-orientador: M.Sc. Gustavo Zanco Ramos

MONOGRAFIA

Número TF: 21/47

São Paulo, 2021

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

COMPARAÇÃO ENTRE KRIGAGEM ORDINÁRIA E KRIGAGEM LOGNORMAL,
APLICADAS A UMA BASE DE DADOS DE COBRE DA MINA SEQUEIRINHO

De acordo com _____

Yasmin Godinho Pinto

Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha

São Paulo, 2021

À minha família,

RESUMO

Na indústria mineral, os métodos de estimativas escolhidos para a avaliação de recursos e reservas minerais são de extrema importância, pois eles devem ser feitos da maneira mais exata e precisa possível, para que se tenha um bom grau de confiabilidade e não impacte negativamente as decisões de investimento. O objetivo deste estudo é correlacionar qual o método entre a krigagem ordinária e a krigagem lognormal, se adere melhor ao depósito Sequeirinho, cujo mineral de interesse é o cobre. Este depósito está inserido no contexto do Complexo de Mineração Sossego no município de Canaã do Carajás (PA). Para que esta correlação fosse feita, foi adotada uma análise comparativa entre um método reconhecido como padrão e o mais aplicado nos cálculos de estimativas, a krigagem ordinária, e um método não linear, a krigagem lognormal. Ambos foram aplicados à base de dados de cobre, de campanhas de sondagens realizadas entre 1997 e 2003. A distribuição amostral da base de dados apresenta um comportamento assimétrico positivo, onde há um predomínio de amostras de baixo teor e poucas de alto, isso é comumente visto em estimativas de depósitos metais preciosos. Um método aplicado na geoestatística é a transformação dos dados, para que a distribuição apresente um comportamento simétrico e assim prosseguir com os cálculos de estimativas. Neste trabalho foram seguidos todos os passos iniciais que precedem a estimativa, então foram feitos a validação e regularização da base de dados, a análise estatística e a análise geoestatística. E após isso foram feitas as estimativas para comparação de cada uma, com as especificações do comportamento amostral e do objetivo da avaliação de recursos e reservas minerais. Na análise comparativa, a krigagem lognormal mostrou-se como melhor método, pois conseguiu estimar melhor o minério de cobre, não suavizando a estimativa. Além disso, ela manteve uma boa correlação com a amostragem. E na krigagem ordinária foi visto que ocorre uma suavização dos resultados e uma perda da correlação com a amostras de maiores teores. Os resultados obtidos neste documento, apresentam pontos importantes da estimativa que devem ser levados em consideração e abordam que os depósitos devem ser tratados conforme sua variabilidade e especificações.

ABSTRACT

In the mineral industry, the estimation methods chosen for the evaluation of mineral resources and reserves are of extreme importance, because they must be done as accurately and precisely as possible, to have a good degree of reliability and not negatively impact investment decisions. The objective of this study is to correlate which method, between ordinary kriging and lognormal kriging, adheres best to the Sequeirinho deposit, whose mineral of interest is copper. This deposit is inserted in the context of the Sossego Mining Complex in the municipality of Canaã do Carajás (PA). To make this correlation, a comparative analysis was adopted between a method recognized as standard and the most applied in estimation calculations, the ordinary krigagem, and a non-linear method, the lognormal krigagem. Both were applied to the copper database, from survey campaigns conducted between 1997 and 2003. The sample distribution of the database presents a positive asymmetric behavior, where there is a predominance of low and few high samples, this is commonly seen in estimates of precious metal deposits. One method applied in geostatistics is the transformation of the data, so that the distribution presents a symmetrical behavior and thus to proceed with the estimation calculations. In this work all the initial steps that precede estimation were followed, then the validation and regularization of the database, the statistical analysis and the geostatistical analysis were done. And after that the estimates were made for comparison of each one, with the specifications of the sample behavior and the objective of the evaluation of mineral resources and reserves. In the comparative analysis, lognormal kriging proved to be the best method, because it was able to estimate copper ore better, by not smoothing the estimate. Moreover, it maintained a good correlation with the sampling. And in the ordinary kriging it was seen that there is a smoothing of the results and a loss of correlation with the samples of higher contents. The results obtained in this paper present important points of the estimation that should be taken into consideration and address that the deposits should be treated according to their variability and specifications.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Classificação de Recursos e Reservas Minerais.....	7
Figura 2: Ilustração de um histograma normal..	10
Figura 3: Ilustração de um histograma lognormal..	10
Figura 4: Variograma experimental e seus parâmetros.....	12
Figura 5: Tipos de anisotropia.)	13
Figura 6: Esquema do corpo de minério Sequeirinho.)	16
Figura 7: Fluxograma do método proposto..	17
Figura 8: Mapa de localização dos furos de perfuração.	18
Figura 9: Gráfico QQ-Plot, no exemplo ele compara uma distribuição amostral com um modelo teórico de distribuição frequência (lognormal, no caso observado)..	19
Figura 10: Histograma dos dados brutos de Cu (%)..	20
Figura 11: Gráfico <i>Boxplot</i> dos dados brutos de Cu (%).	21
Figura 12: Histograma dos dados regularizados de Cu (%)..	22
Figura 13: Gráfico <i>Boxplot</i> dos dados regularizados brutos de Cu (%)..	22
Figura 14: Eixo de rotação 45°.....	23
Figura 15: Variogramas experimentais e modelo para a variável Cu (%).....	25
Figura 16: Diagrama de Dispersão do Cu (%) amostral versus Cu (%) estimado.	26
Figura 17: Gráfico QQ-Plot com modelo logarítmico com os dados de cobre transformados.....	27
Figura 18: Variogramas experimentais e o ajuste do modelo da variável Cu (%) transformada.	28
Figura 19: Diagrama de Dispersão dos dados de Cobre transformados versus Cobre estimado.	29
Figura 20: Modelo de estimativa por Krigagem ordinária sem transformação de dados..	30
Figura 21: Modelo de estimativa por Krigagem ordinária com transformação de dados.	31
Figura 22: Modelo de estimativa por Krigagem ordinária com transformação de dados.	32

Figura 23: Diagrama QQ-Plot para comparação das distribuições de frequências da estimativa por krigagem ordinária sem transformação e da variável regularizada Cu (%).....	34
Figura 24: Diagrama QQ-Plot para comparação das distribuições de frequências da estimativa por krigagem ordinária com transformação e da variável regularizada Cu (%).....	34
Figura 25: Diagrama QQ-Plot para comparação das distribuições de frequências da estimativa por krigagem lognormal e da variável regularizada Cu (%)..	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Estatística descritiva dos dados brutos de Cu (%).	20
Tabela 2: Estatística descritiva dos dados de Cu (%) regularizados.	21
Tabela 3: Parâmetros para cálculo do variograma experimental.....	24
Tabela 4: Parâmetros para o ajuste do modelo.	24
Tabela 5: Parâmetros para definição de vizinhança.....	26
Tabela 6: Estatística descritiva dos dados de Cu transformados.	27
Tabela 7: Parâmetros para cálculo do variograma experimental.....	27
Tabela 8: Parâmetros para o ajuste do modelo de variograma.....	28
Tabela 9: Parâmetros para definição de vizinhança.....	29
Tabela 10: Parâmetros para discretização de blocos.....	30
Tabela 11: Estatística descritiva da estimativa da krigagem ordinária. Fonte: Autor. ...	30
Tabela 12: Modelo de estimativa por Krigagem ordinária com transformação de dados.	31
Tabela 13: Modelo de estimativa por Krigagem ordinária com transformação de dados.	32
Tabela 14: Estatísticas Descritivas das Estimativas e da variável regularizada Cobre (%).....	33

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	7
2 OBJETIVO	8
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
3.1 CONCEITOS ESTATÍSTICOS	9
3.1.1 <i>Distribuição de frequência</i>	9
3.1.1.1 Distribuição Normal	9
3.1.1.2 Distribuição Lognormal	10
3.2 GEOESTATÍSTICA	11
3.2.1 <i>Estimativas por krigagens</i>	13
3.2.1.1 Krigagem ordinária	13
3.2.1.2 Krigagem lognormal:	14
3.2.2 <i>Transformação de dados</i>	15
3.2.2.1 Transformação logarítmica	15
2.3 CONTEXTO GEOLÓGICO	15
4 MATERIAIS E MÉTODOS	17
4.1 BASE DE DADOS	18
4.2 MODELO DE BLOCOS	18
4.3 VALIDAÇÃO DA BASE DE DADOS	19
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	20
5.1 ANÁLISE EXPLORATÓRIA	20
5.2 REGULARIZAÇÃO DA BASE DE DADOS	21
5.3 ANÁLISE DO VARIOGRAMA PARA KRIGAGEM ORDINÁRIA SEM TRANSFORMAÇÃO	23
5.3.1 <i>Validação Cruzada</i>	25
5.4 TRANSFORMAÇÃO DOS DADOS EM LOGARITMO	26
5.5 ANÁLISE DO VARIOGRAMA PARA KRIGAGEM ORDINÁRIA COM OS DADOS TRANSFORMADOS	27
5.5.1 <i>Validação Cruzada</i>	29
5.6 ESTIMATIVA POR KRIGAGEM ORDINÁRIA SEM DADOS TRANSFORMADOS	30
5.7 ESTIMATIVA POR KRIGAGEM ORDINÁRIA COM DADOS TRANSFORMADOS	31
5.8 ESTIMATIVA POR KRIGAGEM LOGNORMAL	32
6 ANÁLISE COMPARATIVA	33
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	37

1 INTRODUÇÃO

A geoestatística é uma importante ferramenta para a estimativa de recursos e reservas minerais. É através dessa estimativa que posteriormente é feita a declaração e classificação dos recursos e reservas minerais a serem produzido. Dessa forma, é essencial que a quantificação das rochas mineralizadas seja feita da maneira mais exata e precisa possível, para que a classificação do depósito tenha um bom grau de confiabilidade que não impacte negativamente as decisões de investimento e o retorno financeiro. A avaliação baseia-se em variáveis obtidas através de amostragens na pesquisa mineral e na escolha apropriada do método para o cálculo de estimativa da reserva (Yamamoto, 2001).

Para a declaração e classificação de reservas e recursos minerais, foram criados sistemas internacionais e nacionais, em retorno a fraudes que causaram danos e perdas econômicas a investidores e empresas. Portanto, os padrões existem com a finalidade de que a declaração pública seja feita da forma mais transparente possível, e de que as informações provenientes em matéria de quantidade e qualidade sejam suficientes para a confiabilidade dos resultados. Alguns desses padrões mais notórios são o *Committee for Mineral Reserves International Reporting Standards* (CRIRSCO, 2013) e o *Australasian Code for Reporting of Exploration Results, Mineral Resources and Ore Reserves* (JORC, 2012), e ainda há o Guia CBRR (Comissão Brasileira de Recursos e Reservas) Para Declaração de Resultados de Exploração, Recursos e Reservas Minerais (CBRR, 2016). Essas normas estabelecem os critérios utilizados para as classificações em ordem crescente de medido, indicado e inferido, que se baseiam de acordo com grau confiança e conhecimento geológico (Figura 1).

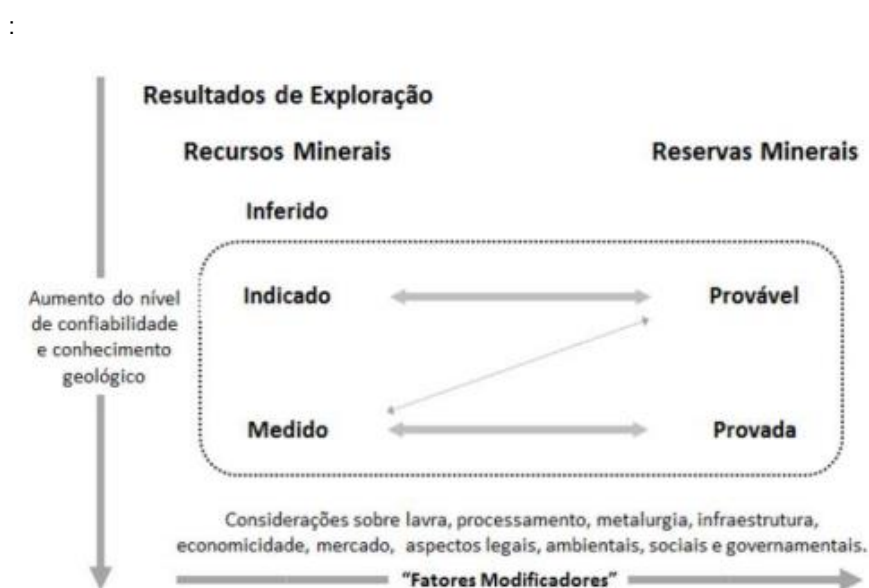


Figura 1 – Classificação de Recursos e Reservas Minerais. Fonte: CBRR (2016).

O método mais usado para o cálculo de estimativas é a krigagem ordinária. Vale ressaltar que a escolha do método mais apropriado depende de vários fatores, sendo os dois principais (Boufassa e Armstrong, 1989):

- A geometria do corpo;
- O conhecimento geológico da mineralização a ser avaliada.

É importante ressaltar que as técnicas de krigagem foram teoricamente desenvolvidas para estimativas em distribuições gaussianas, ou se muito, simétricas. Normalmente, quando os elementos de interesse apresentam distribuições assimétricas, nenhum tratamento prévio é realizado e as estimativas por krigagem ordinária são realizadas na presença de valores anômalos, o que pode potencializar o efeito de suavização inerente às técnicas.

Neste trabalho foi feita a comparação entre resultados obtido por dois estimadores: um de método linear, a krigagem ordinária; e um por método não linear, a krigagem lognormal, aplicados a uma base de dados de cobre da Mina Sequeirinho, parte de um Depósito de Óxido de Ferro-Cobre-Ouro de Sossego, localizado no estado do Pará, em Carajás. Os resultados serão apresentados de modo a verificar-se os efeitos que uma estimativa inadequada pode ter em dados que não apresentam uma distribuição simétrica, e se o uso da krigagem lognormal adere melhor aos dados amostrais.

Portanto, a relevância do tema se dá pela avaliação crítica dos resultados obtidos pelos dois métodos que serão empregados, de modo a tentar estabelecer as vantagens e desvantagens na aplicação de cada um.

2 OBJETIVO

O objetivo principal deste trabalho é apresentar a comparação entre os resultados da krigagem ordinária com e sem a transformação dos dados, com o da krigagem lognormal e indicar qual deles caracteriza melhor os dados da cava Sequeirinho do Complexo do Sossego em Carajás, Pará.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Conceitos estatísticos

A análise estatística tem como objetivo o melhor entendimento do comportamento das variáveis de interesse dentro do depósito, através da caracterização e descrição estatística das distribuições dos dados. Ademais, com essa análise é possível determinar o teor médio, a distribuição de frequências e a dispersão dos teores (Yamamoto, 2001).

3.1.1 *Distribuição de frequência*

A distribuição de frequência pode ser simples ou acumulada e é construída pelo levantamento dos dados da característica de interesse do depósito, a variável aleatória, em intervalos constantes (Yamamoto, 2001). A análise dessa distribuição facilita a compreensão do comportamento dos dados. No caso da geologia, mais especificamente na mineração, temos duas principais distribuições: a distribuição Normal ou Gaussiana e a distribuição Lognormal.

3.1.1.1 Distribuição Normal

A distribuição normal, segundo Yamamoto (2001), é a mais importante para o estudo de dados espaciais, pois muitas variáveis seguem esse modelo teórico e suas propriedades são muito bem conhecidas matematicamente, facilitando a análise.

O modelo da distribuição normal é caracterizado por dois parâmetros, a média (μ) e a variância (σ^2), e a função de densidade de probabilidade é dada por (Agterberg, 1974):

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left[\frac{X-\mu}{\sigma}\right]^2}$$

A principal propriedade é a simetria em que existe uma distribuição equitativa dos dados em torno da média (Figura 2).

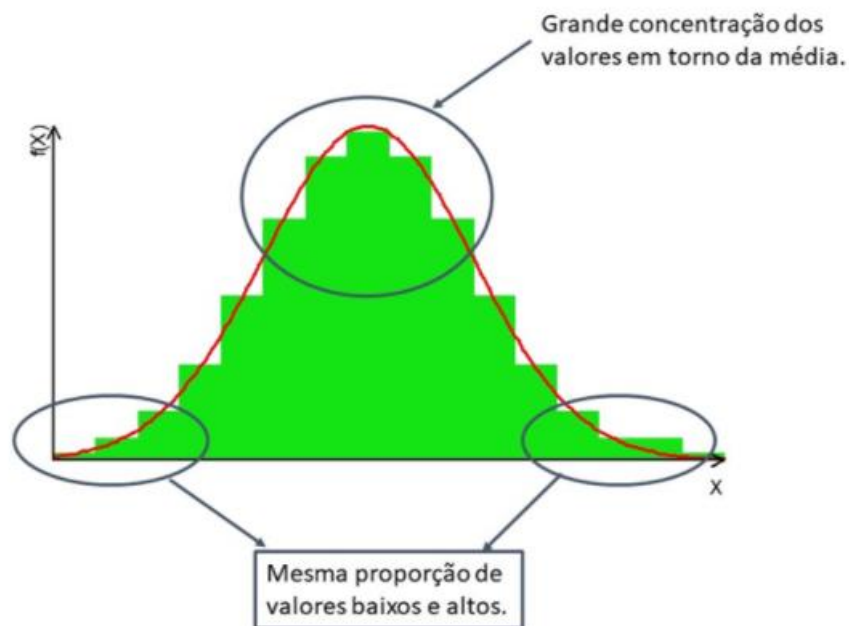


Figura 2: Ilustração de um histograma normal. Fonte: Geokrigagem (2021).

3.1.1.2 Distribuição Lognormal

A distribuição Lognormal é importante para geologia, pois está associada a fenômenos raros, de baixa ocorrência, e por vezes de grande interesse econômico, como por exemplo a presença de o ouro, cobre, entre outros metais raros em mineralizações. Ela apresenta uma assimetria positiva, que significa que a cauda da distribuição está sobre os valores altos (Figura 3), ou seja, uma grande frequência de valores baixos para o fenômeno e uma pequena quantidade de valores altos (Yamamoto, 2021).

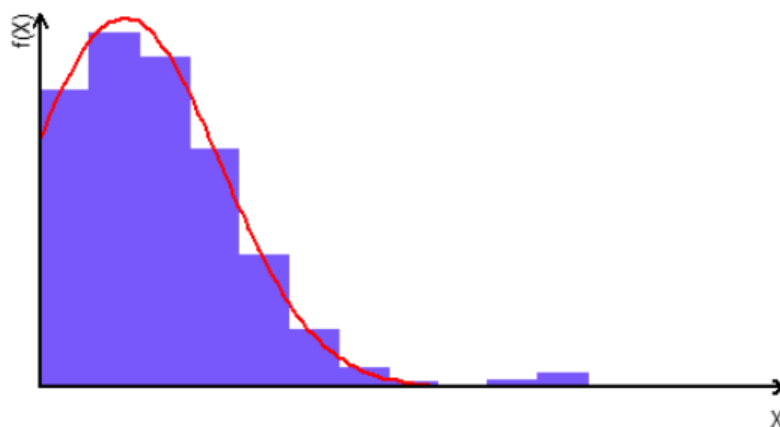


Figura 3: Ilustração de um histograma lognormal. Fonte: Geokrigagem (2021).

Essa distribuição é caracterizada pelos logaritmos dos valores seguirem uma distribuição normal (Koch e Link, 1970). A função de probabilidade lognormal é descrita por (Agterberg, 1974):

$$f(X) = \frac{1}{X\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]}$$

3.2 Geoestatística

A geoestatística consiste no estudo das variáveis regionalizadas, termo que foi introduzido por Matheron (1965), nas quais variáveis aleatórias são associadas às suas localizações no espaço.

Segundo Yamamoto (2001), as variáveis regionalizadas apresentam uma distribuição espacial que varia de um lugar para outro com uma aparente continuidade, esse é um conceito chamado de hipótese intrínseca, que é uma função que descreve o comportamento da variável dentro do espaço. Esta função é conhecida como semivariograma e a variação é estacionária a partir de certa distância se ela existir em todas as partes do espaço. Isso implica que o variograma deve ser o mesmo para todo o domínio e que ela está relacionada apenas à orientação e distância entre os pontos.

O variograma contextualiza a dimensão espacial considerando a distância entre pontos amostrais e a orientação delas, e por isso tem um papel importante na estimativa por krigagem. Dessa forma, é pertinente rever alguns conceitos sobre esse tema. Sua representação matemática é:

$$2\gamma(h) = 1/n \sum [w(x_i + h) - w(x_i)]^2$$

Onde, $2\gamma(h)$ é a função variograma, o n é o número de pares de pontos separados por uma distância h , $w(x_i + h)$ é o valor da variável regionalizada no ponto $(x_i + h)$; $w(x_i)$ é o valor da variável regionalizada no ponto x_i (Yamamoto, 2001).

O variograma ou semivariograma geralmente é apresentado a partir de um gráfico cartesiano, onde a distância h é plotada nos eixos das abscissas e a variância espacial $\gamma(h)$ no eixo das ordenadas. As principais propriedades do variograma estão representadas na Figura 4.

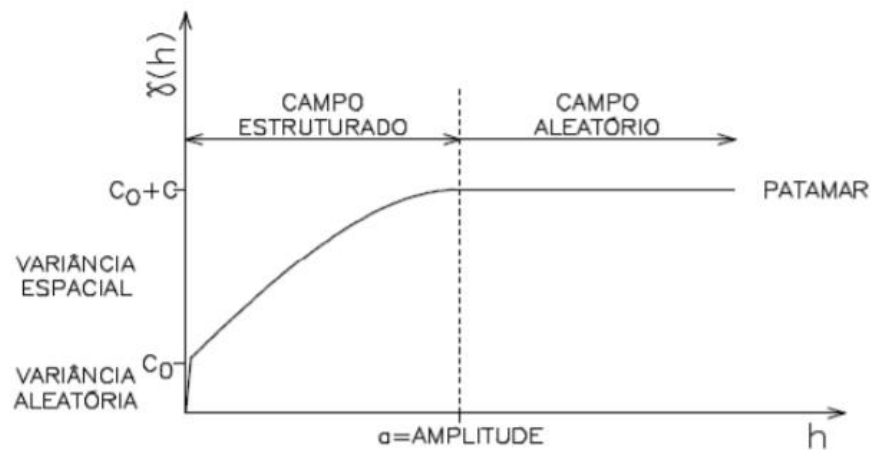


Figura 4: Variograma experimental e seus parâmetros. Fonte: Yamamoto (2001).

Definindo as propriedades do variograma experimental acima têm-se (Yamamoto e Landim, 2013):

- Patamar: é o valor no qual o variograma estabiliza-se e esse valor representa a soma do efeito pepita e da variância espacial.
- Amplitude: é a distância que separa o campo em que há correlação espacial entre amostras (campo estruturado) do campo aleatório, onde não há mais uma correlação espacial entre as amostras.
- Efeito pepita: corresponde ao valor da função variograma próximo à origem.
- Variância espacial: é a diferença entre o efeito pepita e o valor do patamar.
- Campo Geométrico: define a área em que ocorre a variável.

O corpo amostral pode apresentar diferentes orientações dentro do campo geométrico e isso pode ser observado nos variogramas com a anisotropia. Assim, a mudança de comportamento de um fenômeno espacial conforme a direção é definida como anisotropia (Yamamoto, 2001). Existem três tipos desse fenômeno (figura 5):

- Anisotropia geométrica: ocorre quando o patamar é constante e a amplitude varia conforme mudam-se as direções.
- Anisotropia Zonal: quando há uma variação do patamar conforme a direção e a amplitude se mantém constante.
- Anisotropia Mista: ocorre quando há variação do patamar e da amplitude conforme mudam as direções.

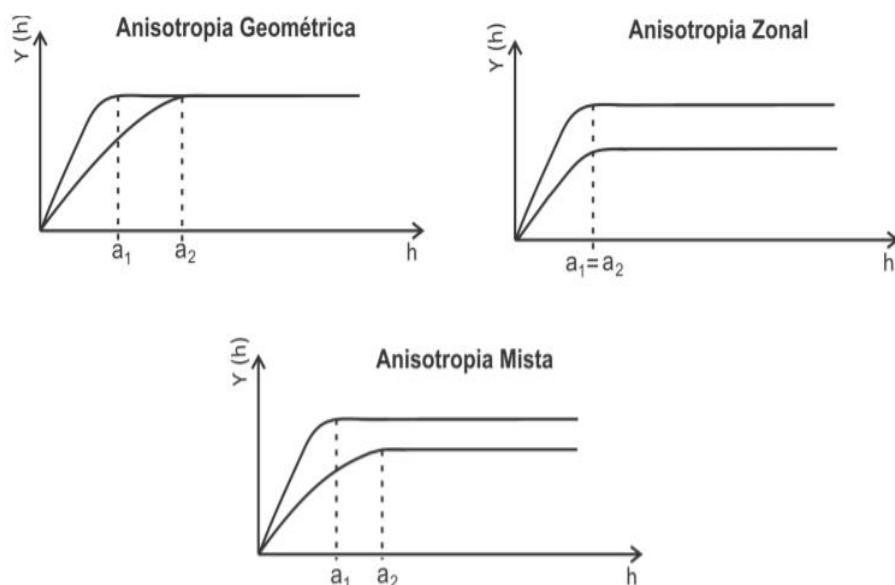


Figura 5: Tipos de anisotropia. Fonte: Yamamoto (2001)

3.2.1 Estimativas por krigagem

A krigagem corresponde a um processo estatístico de estimativa de valores distribuídos no espaço, baseando-se em valores próximos quando considerados interdependentes pela análise do variograma (Yamamoto e Landim, 2013).

3.2.1.1 Krigagem ordinária

Consiste em um método de estimativa linear, que é baseado na ponderação de amostras no entorno do ponto desconhecido, sendo os ponderadores dependentes da variância espacial que o domínio apresenta (Yamamoto, 2001).

O estimador Z_v^* poderá ser obtido como uma combinação linear dos dados disponíveis, conforme (Yamamoto, 2001):

$$z_v^* = \sum_{i=1}^n b_i \cdot z(x_i)$$

A krigagem ordinária não exige que a média populacional seja conhecida e seu erro de variância é mínimo. Para que essa última propriedade ocorra, há a condição que a soma dos pesos seja igual a 1. E segundo Yamamoto (2001), isto pode ser chamado de uma condição de não viés:

$$\sum_i^n b_i = 1$$

E esses ponderadores podem ser obtidos através de um sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_h - x_i) + \mu = \gamma(x_k - x_0) \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{cases}$$

3.2.1.2 Krigagem lognormal:

De acordo com Dowd (1982), assumindo uma conservação de logarítmica, ou seja, assumindo μ_w (o valor médio de x_i , teor da amostra, no bloco W), seja uma variável lognormal, com uma média μ e variância $\sigma(W; W)$ e $\ln \mu_w$ é uma variável normal com variância $\sigma_e(W; W)$, a relação que deve existir é:

$$\sigma[\mu_w] = \sigma(w; w) = \mu^2 (e^{\sigma_e(w; w)} - 1)$$

Considerando uma média μ conhecida, o estimador será calculado como (Dowd, 1982):

$$Z_w = \exp \left[\left(1 - \sum_i b_i \right) \ln \mu + \sum_i b_i \ln x_i + \frac{1}{2} \sum_i b_i \sigma_e(w_i, w_i) - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j b_i b_j \cdot \sigma_e(w_i, w_j) \right]$$

Sendo w_i e w_j o tamanho do suporte amostral, onde os pesos b_j seriam representados por (Rendu, 1979):

$$\sum_j b_j \sigma(w_i w_j) = \sigma(w_i; W)$$

Já para uma média μ desconhecida, o estimador Z_w será sem viés, se, e somente se:

$$\sum_i b_i = 1$$

O estimador então será calculado por:

$$Z_w = \exp \left[\sum_i b_i \ln x_i + \frac{1}{2} \sum_i b_i \sigma_e(w_i, w_i) - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j b_i b_j \cdot \sigma_e(w_i, w_j) \right]$$

Já o peso b_i (Rendu, 1979) será obtido pelo sistema de equação:

$$\sum_j b_j \sigma(w_i w_j) = \sigma(w_i; w) + \lambda$$

$$\sum_j b_j = 1$$

sendo λ um multiplicador de Lagrange.

3.2.2 Transformação de dados

Em alguns casos de estimativas e simulações estocásticas, a assimetria observada nas distribuições de frequências podem ser um problema, pois apresentam alta variabilidade. Portanto, a transformação dos dados nesses casos torna-se necessária.

Genericamente, a transformação é feita por uma função matemática e o principal objetivo é transformar os dados com comportamentos não lineares em distribuições de frequência simétricas (Koch e Link, 1970), nas quais os valores ficam igualmente espalhados em torno da tendência central ou da média (Yamamoto, 2001).

As transformadas mais usuais são: logarítmica, gaussiana, escores uniformes e indicadora.

3.2.2.1 Transformação logarítmica

Por definição, uma distribuição lognormal é considerada contínua e possui a propriedade de que os logaritmos dos valores observados seguem uma distribuição normal (Koch e Link, 1970). Dessa forma, a transformada logarítmica torna-se simples, sendo necessária apenas a aplicação de uma função logarítmica nos dados.

$$y = \ln(x)$$

Geralmente usa-se o logaritmo natural para a transformação, porém outras bases também podem ser usadas.

2.3 Contexto geológico

A base de dados usada neste trabalho pertence a campanhas de sondagens realizadas no corpo de minério Sequeirinho, que está inserido no depósito de Ferro-Cobre-Ouro Sossego, localizado na Província Mineral Carajás. Atualmente esse depósito é operado pela companhia Vale S.A..

O depósito de óxido de Fe-Cu-Au compreende dois corpos: o de Sossego e o de Sequeirinho e estão localizados ao longo de uma zona de cisalhamento. Segundo Augusto et al. (2008), os corpos apresentam-se entre contatos de rochas metavulcanossedimentares do Supergrupo Itacaiúnas e rochas gnáissicas e migmatitos do Complexo Xingu. De acordo com Monteiro et al. (2014) as mineralizações ocorrem nas brechas hidrotermais e possuem um forte controle estrutural por fraturas.

O corpo Sequeirinho (figura 6), cuja base de dados trabalhada pertence, apresenta predominantemente alterações sódicas e sódico-cálcica representadas por albita, ferro-endenita, actionolita/hornblendas magnesianas, magnetita, titanita, epídoto e calcita (Monteiro et al., 2008). As mineralizações desse corpo apresentam um controle estrutural por veios calcopiríticos junto a fraturas hidráulicas de brechas hidrotermais, e também podem ocorrer de forma disseminada.



Figura 6: Perfil esquemático mostrando o modelo conceitual das zonas de alteração do corpo de minério Sequeirinho. Fonte: modificado, Monteiro et. al. (2008a)

4 MATERIAIS E MÉTODOS

A proposta desta monografia é a comparação entre os resultados da krigagem ordinária e a krigagem lognormal aplicados em um estudo de caso. Para isso, foram aplicadas a análise estatística, a análise exploratória e em sequência, as estimativas de krigagem. O fluxograma ilustrado (Figura 7) a seguir apresenta os métodos propostos resumidos.

Para o tratamento dos dados foi utilizado o software de geoestatística da Isatis®, disponibilizado pela Geovariance para fins acadêmicos ao Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo.

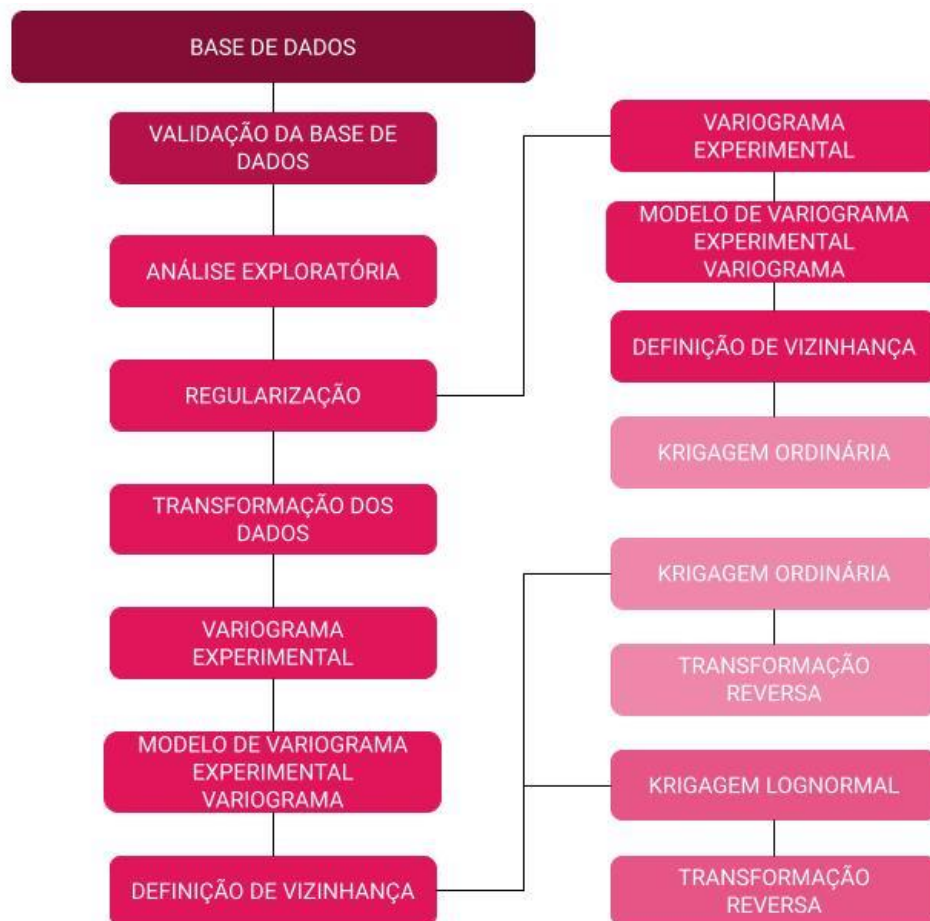


Figura 7: Fluxograma do método proposto. Fonte: Autor.

4.1 Base de dados

A base de dados utilizada nesse trabalho foi cedida pela Vale S. A., sendo composta por informações de 486 furos de sonda (Figura 8) que foram obtidos na Mina de Cobre do Sossego, Cava Sequeirinho, no estado do Pará. Os furos de sondagem foram realizados em campanhas realizadas entre 1997 e 2014. O banco de dados foi disponibilizado em formato .csv e foi subdividido em 3 arquivos:

- *header*: composto pelo *ID* do furo, localização da boca dos furos, profundidade máxima e o ano de execução;
- *assay*: apresenta informações das zonas mineralizadas e os teores;
- *survey*: apresenta a profundidade do mergulho e azimuth correspondente.

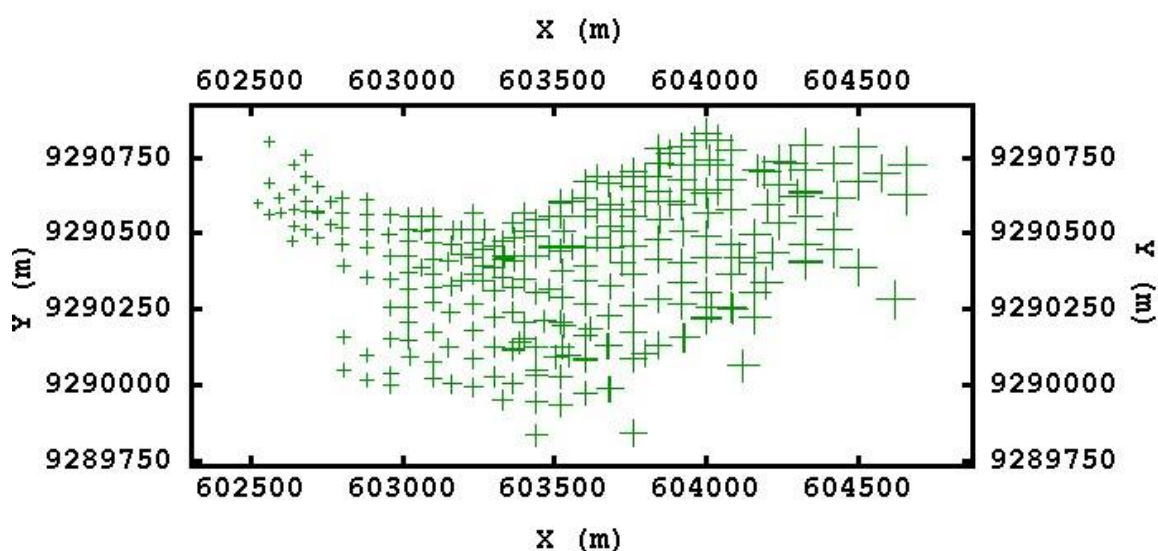


Figura 8: Mapa de localização dos furos de perfuração, onde o tamanho dos símbolos representa a quantificação de teor. Fonte: Autor

4.2 Modelo de blocos

O modelo de blocos é definido como uma malha regular representada graficamente, que apresenta as dimensões de um depósito mineral, onde há zonas de interesse, sendo essa área preenchida por blocos. As dimensões dos blocos podem variar dependendo do interesse na área, do modo de exploração e do conhecimento estrutural e composicional do depósito. Neste trabalho, utilizou-se um modelo de blocos com dimensões de 10 metros no eixo X e Y, e 16 metros no eixo Z. Essas dimensões foram atribuídas com base no modelo geológico definido e nas necessidades de planejamento de longo prazo do depósito (Ferreira, 2016).

4.3 Validação da base de dados

A base de dados foi validada para conferir se todas as informações presentes nas três planilhas (Header, Survey e Assay) estavam completas e correlacionavam-se. Outros problemas que poderiam ser encontrados, como intervalos sobrepostos, trechos com falta de informações e furos com a mesma localização foram identificados e corrigidos para que o banco de dados pudesse ser utilizado sem prejuízos.

Com a validação concluída, os dados foram importados para o software Isatis e então foi dada continuidade no tratamento dos dados.

4.4 Diagrama QQ-Plot

O diagrama QQ-plot (Figura 9) é uma ferramenta que permite a comparação direta entre duas distribuições de frequência, a partir de seus quantis representados no gráfico (os quantis são divisões percentuais das distribuições). Então o gráfico fornece uma exibição gráfica de como as propriedades, tais como medidas de tendência central, dispersão e assimetria são semelhantes ou diferentes nas duas distribuições (Deutsch e Journel, 1992).

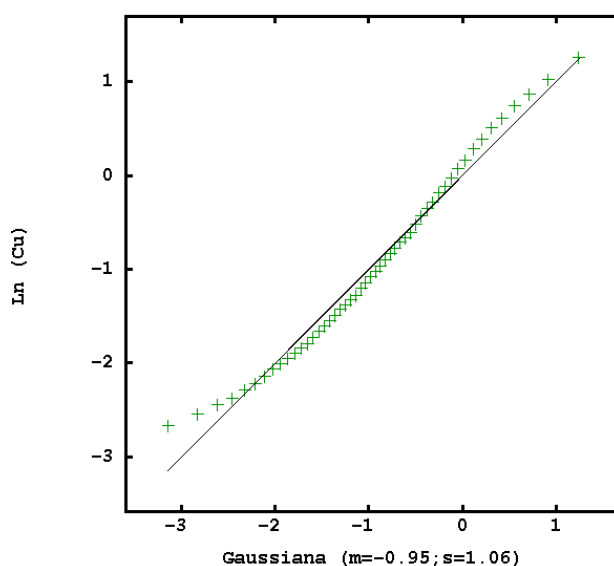


Figura 9: Gráfico QQ-Plot, no exemplo ele compara uma distribuição amostral com um modelo teórico de distribuição frequência (lognormal, no caso observado). A bissetriz apresenta como seria a correlação máxima entre as distribuições.

Esses diagramas serão utilizados para a análise comparativa entre as estimativas e aos dados amostrais, com a finalidade de descobrir qual estimativa se adere melhor aos dados amostrais de cobre do corpo mineralizado Sequeirinho.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Análise exploratória

As estatísticas descritivas da variável de estudo, Cobre, estão apresentadas na Tabela 1. A análise foi realizada a partir do conjunto de dados brutos, ou seja, dos dados não regularizados, no qual foram observadas 36.547 amostras.

Tabela 1: Estatística descritiva dos dados brutos de Cu (%). Fonte: Autor.

N° de Amostras	Mínimo	1° Quartil	Mediana	Média	3° Quartil	Máximo	Desvio Padrão
36547	0.05	0.1	0.26	0.79	0.74	39.08	1.59

Com os valores de mediana e média apresentados, a distribuição da variável Cu (%) é caracterizada por uma distribuição assimétrica positiva (Figura 10). E no gráfico *boxplot* é possível verificar os *outliers* distribuição (Figura 11).

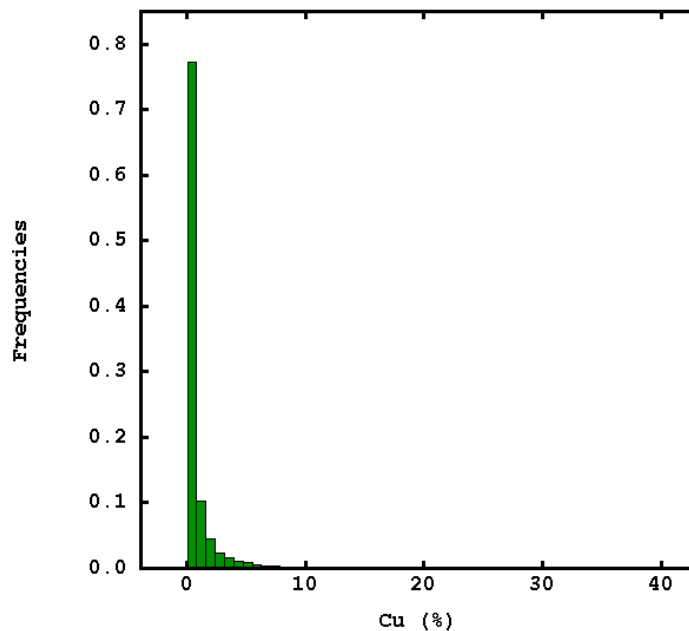


Figura 10: Histograma dos dados brutos de Cu (%). Fonte: Autor.

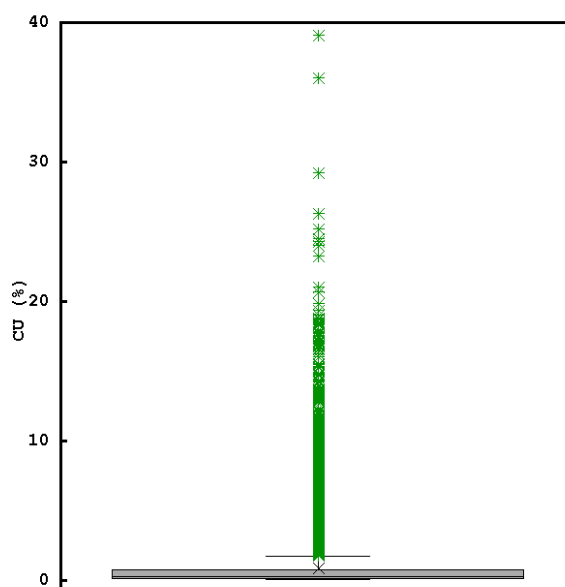


Figura 11: Gráfico *Boxplot* dos dados brutos de Cu (%). Fonte: Autor.

5.2 Regularização da base de dados

As amostras da base de dados variam bastante em relação ao seu comprimento, dessa forma, com o objetivo de homogeneizar o suporte e facilitar as interpretações, utilizou-se da regularização das amostras por bancada ou por comprimento.

Neste trabalho optou-se pela regularização pela altura da bancada, no caso 16 m. A Tabela 2, apresenta as estatísticas descritivas das amostras regularizadas.

Tabela 2: Estatística descritiva dos dados de Cu (%) regularizados. Fonte: Autor.

Nº de Amostras	Mínimo	1º Quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máximo	Desvio Padrão
2760	0.05	0.16	0.35	0.7	0.83	13.27	0.92

Não houve mudanças tão significativas na estatística descritiva após a regularização das amostras, com a pequena ressalva do desvio padrão, que diminuiu em relação à primeira análise. A distribuição (Figura 12) da base de dados regularizada continuou com a assimetria positiva e no gráfico *boxplot* (Figura 13) pode observar-se uma pequena redução nos valores de *outliers* em comparação aos dados brutos.

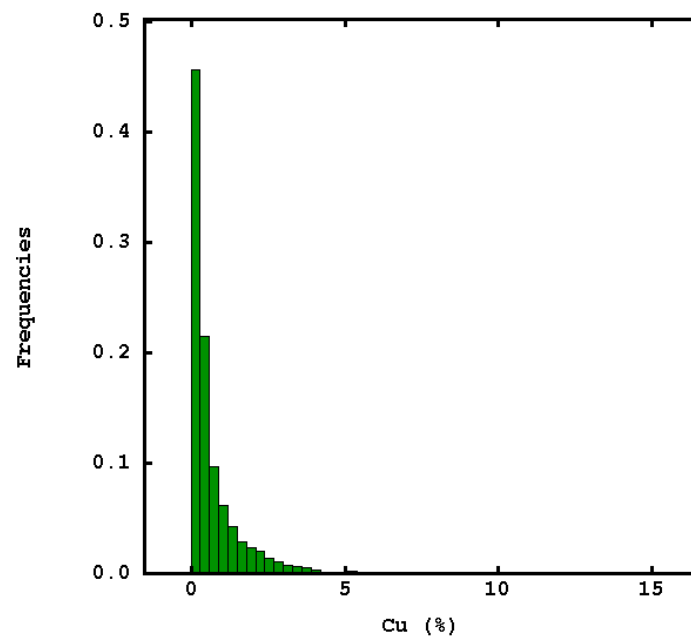


Figura 12: Histograma dos dados regularizados de Cu (%). Fonte: Autor.

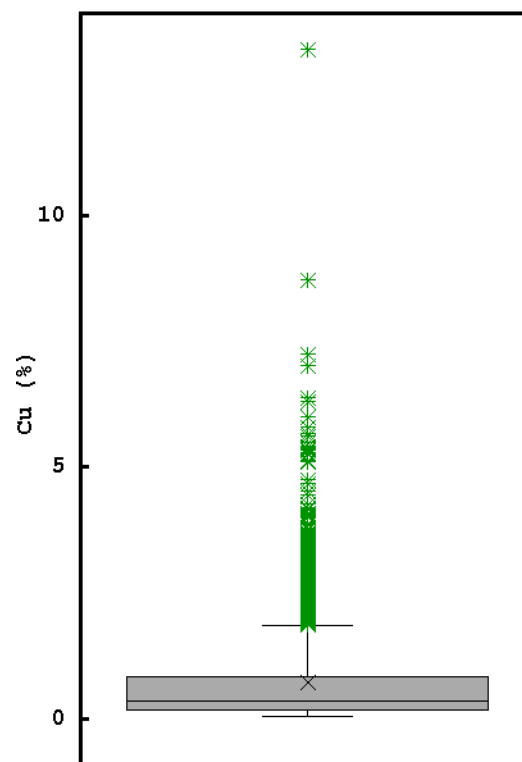


Figura 13: Gráfico *Boxplot* dos dados regularizados brutos de Cu (%). Fonte: Autor.

5.3 Análise do variograma para krigagem ordinária sem transformação

A análise variográfica foi realizada nos dados transformados e seguiram a análise exploratória tradicional. O levantamento de parâmetros para análise foi feito através da análise da malha de pontos (Figura 8) com o objetivo de observar o comportamento da variável em diferentes direções e a determinação de possível anisotropia. Os valores de campo geométrico correspondem à metade da maior distância entre os pontos na direção indicada, considerando uma tolerância angular de $22,5^\circ$. Os tamanhos de passo foram obtidos experimentalmente através da malha de pontos, o número de passos foi determinado dividindo o campo geométrico pelo número de passos, e a tolerância do passo é 50% do mesmo. Para que mais distâncias fossem contempladas, a tolerância angular da direção é 50% da diferença angular entre as direções ($22,5^\circ$). Para a realização da krigagem ordinária sem transformação, é necessário fazer a análise do variograma sem transformar os dados. Para o estudo, utilizamos as direções da análise exploratória tradicional, ou seja: $N0^\circ/0^\circ$; $N45^\circ/0^\circ$; $N90^\circ/0^\circ$; $N135^\circ/0^\circ$ e $N0^\circ/90^\circ$.

O conjunto das direções ortogonais que apresentaram melhor continuidade, estruturação e anisotropia nos variogramas experimentais foram as $N135^\circ/0^\circ$, $N45^\circ/0^\circ$ e $N0^\circ/90^\circ$, então essas três direções foram selecionadas para a modelagem do variograma. A Tabela 3 apresenta os parâmetros para o cálculo do variograma experimental, sendo a primeira direção a mais contínua, e portanto, a escolhida como direção de rotação (Figura 14) na modelagem do variograma.

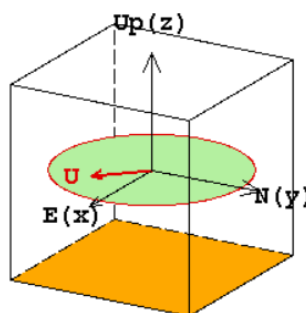


Figura 14: Eixo de rotação 45° . Fonte: Autor.

Tabela 3: Parâmetros para cálculo do variograma experimental. Fonte: Autor.

Direções	Passo	Número de Passos	Tolerância Angular	Tolerância na Distância
45°/0°	70	14	45°	35
135°/0°	77	10	45°	50
0°/90°	16	24	-	8

Na Figura 15 é apresentado o variograma experimental e o ajuste do modelo. Os parâmetros usados são observados na Tabela 4.

Tabela 4: Parâmetros para o ajuste do modelo. Fonte: Autor.

Esturturas	U (m)	V (m)	W (m)	Patamar	Modelo
Efeito Pepita	-	-	-	0.015	-
1ª Estrutura	250	115	75	0.72	Exponencial
2ª Estrutura	250	-	70	0.03	Exponencial
3ª Estrutura	250	-	-	0.3	Exponencial

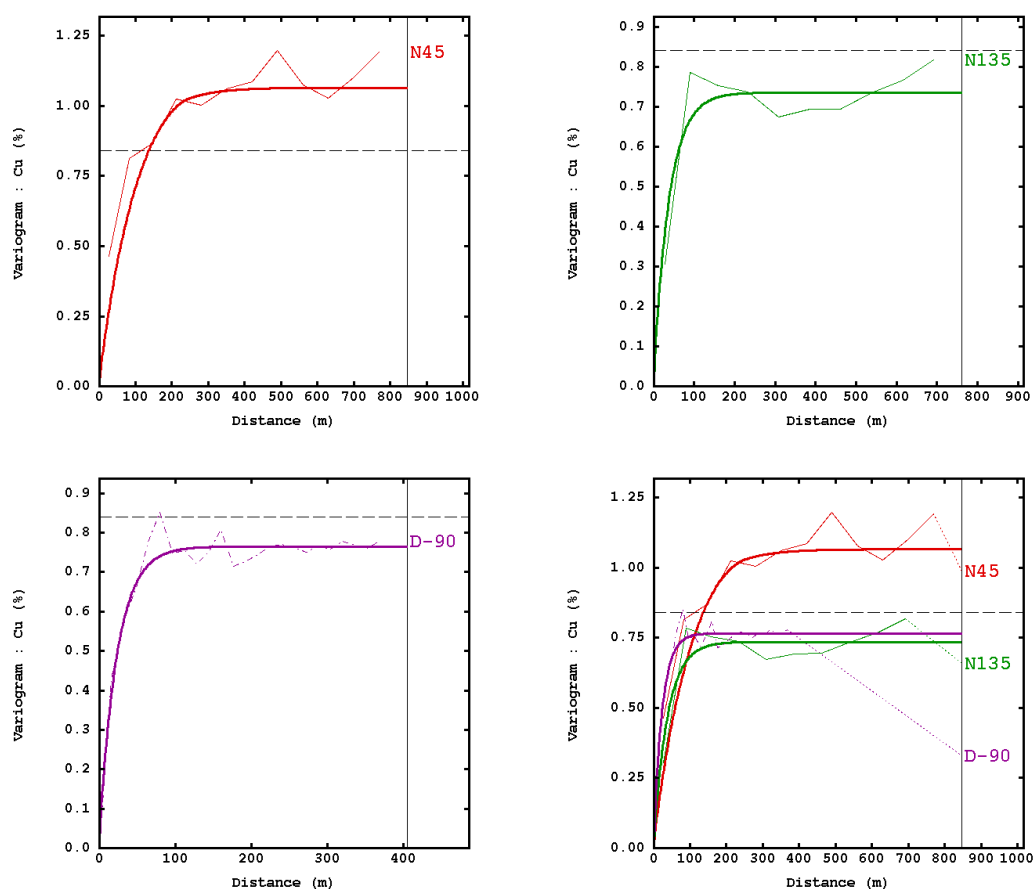


Figura 15: Variogramas experimentais e modelo para a variável Cu (%). Fonte: Autor.

5.3.1 Validação Cruzada

A Validação Cruzada é feita após a modelagem de variograma, para que se encontre os melhores parâmetros de vizinhança e assim dar prosseguimento às estimativas por krigagem. Os parâmetros estão apresentados na Tabela 5, e a partir deles foi obtido o digrama de dispersão (Figura 16), que correlaciona os valores amostrais com os valores estimados dos dados de Cobre (%) transformados. Os melhores parâmetros foram selecionados com base no maior coeficiente de correlação Person calculado, no valor de 0.636 com 2731 amostras estimadas.

Tabela 5: Parâmetros para definição de vizinhança.

Parâmetros	
Busca em U (m)	250
Busca em V (m)	115
Busca em W (m)	70
Número mínimo de amostras	4
Número de setores horizontais	8
Número ótimo de amostras por setor	4

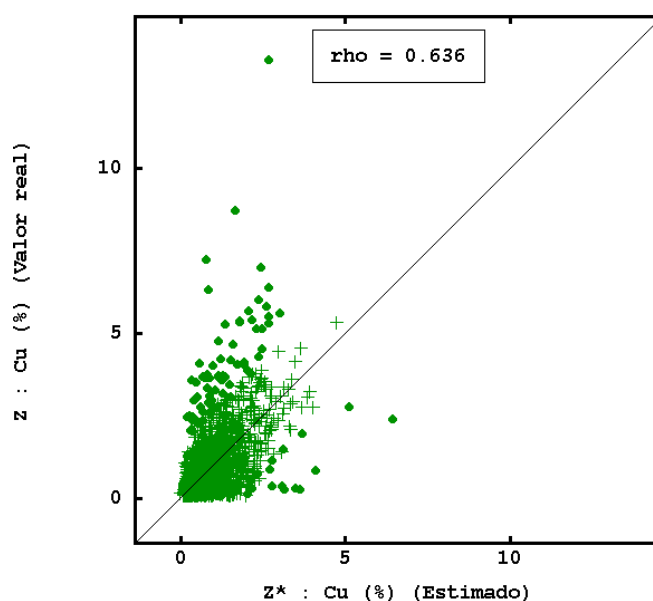


Figura 16: Diagrama de Dispersão do Cu (%) amostral versus Cu (%) estimado. Fonte: Autor.

5.4 Transformação dos dados em logaritmo

Para realizar a krigagem ordinária com os dados transformados, bem como a krigagem lognormal, é necessária a transformação dos dados de Cobre (%), que apresentam uma assimetria positiva para uma distribuição normal ou próxima disso. A técnica usada foi a transformação logarítmica, que consiste em aplicar a função logarítmica nos valores da variável de interesse. A tabela 6 apresenta as estatísticas dos dados transformados, enquanto a Figura 16 ilustra a distribuição dos teores de Cobre (%) após a transformação em um gráfico Q-Q Plot, comparando com um modelo gaussiano. Pelo gráfico, é possível observar que a distribuição dos dados passou a se comportar aproximadamente como uma distribuição normal.

Tabela 6: Estatística descritiva dos dados de Cu transformados. Fonte: Autor.

N° de Amostras	Mínimo	1° Quartil	Mediana	Média	3° Quartil	Máximo	Desvio Padrão
2760	-2.92	-1.82	-1.06	-0.95	-0.18	2.59	1.06

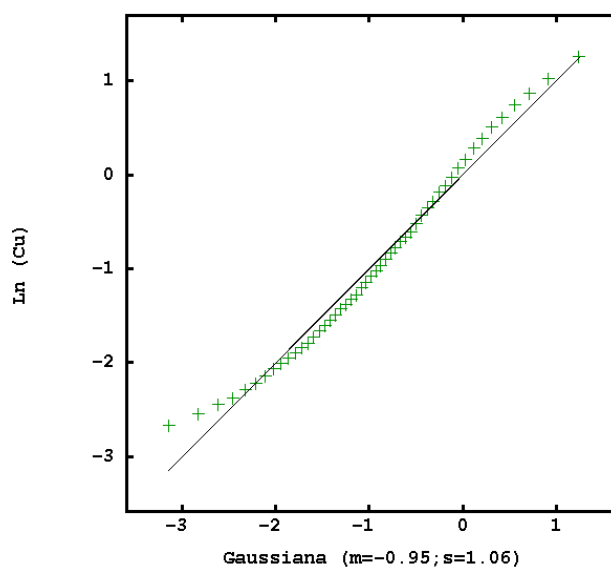


Figura 17: Gráfico QQ-Plot com modelo logarítmico com os dados de cobre transformados. Fonte: Autor

5.5 Análise do variograma para krigagem ordinária com os dados transformados

As direções escolhidas seguiram o padrão da análise exploratória, sendo elas: N0°/0°; N45°/0°; N90°/0°; N135°/0° e N0°/90°. Porém, as direções ortogonais entre si que apresentam melhor estruturação são N45°/0°, N135°/0° e N0°/90°. Os parâmetros para o cálculo da variograma experimental estão apresentados na Tabela 7.

Tabela 7: Parâmetros para cálculo do variograma experimental. Fonte: Autor.

Direções	Passo	Número de Passos	Tolerância Angular	Tolerância na Distância
45°/0°	70	10	45°	35
135°/0°	100	7	45°	50
0°/90°	16	24	-	8

A anisotropia interpretada no domínio é mista e a direção de maior continuidade é N45°/0°, sendo, portanto, escolhida como direção de referência para rotação (Figura 14) na etapa de modelagem do variograma. Os parâmetros utilizados encontram-se na Tabela 8 e o modelo ajustado está apresentado na Figura 18.

Tabela 8: Parâmetros para o ajuste do modelo de variograma. Fonte: Autor.

Esturturas	U (m)	V (m)	W (m)	Patamar	Modelo
Efeito Pepita	-	-	-	0.04	-
1ª Estrutura	250	120	70	0.6	Exponencial
2ª Estrutura	480	340	330	0.43	Exponencial
3ª Estrutura	480	-	-	0.26	Exponencial

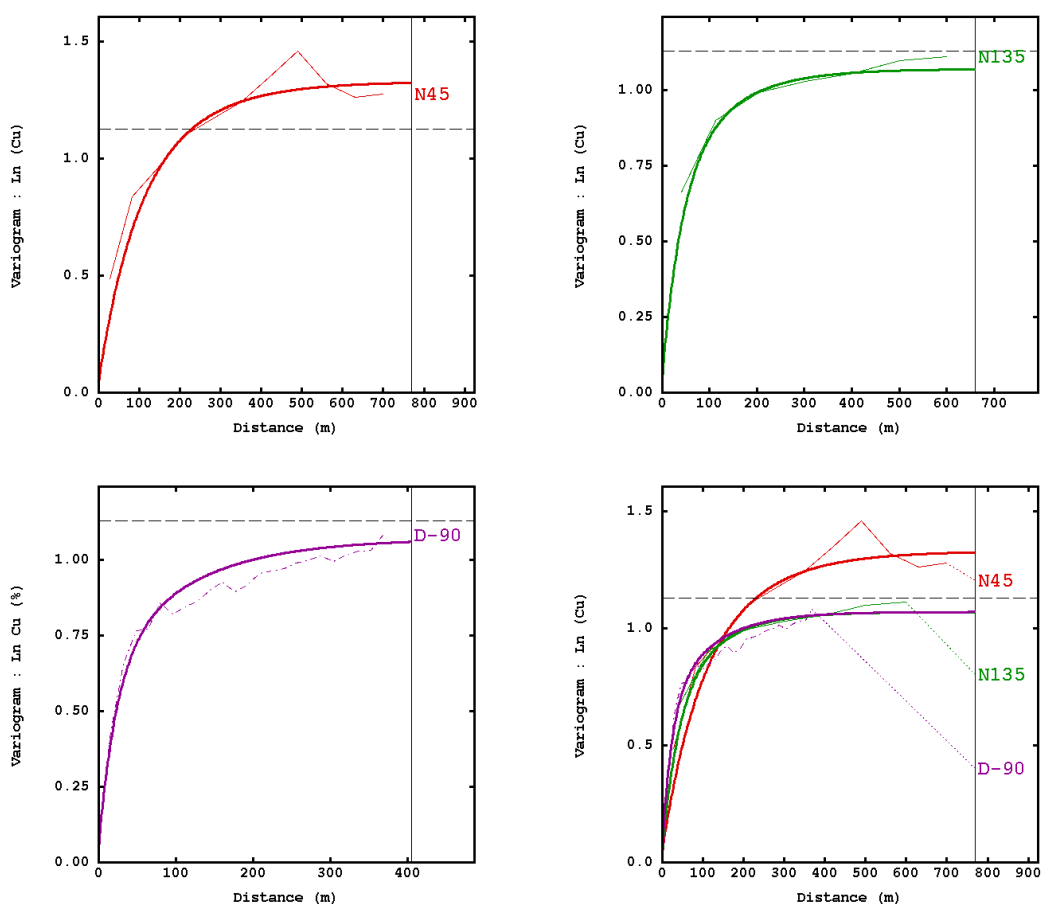


Figura 18: Variogramas experimentais e o ajuste do modelo da variável Cu (%) transformada. Fonte: Autor.

5.5.1 Validação Cruzada

A Validação cruzada é feita após a modelagem de variograma, para que se encontre os melhores parâmetros de vizinhança e assim dar prosseguimento às estimativas por krigagem. Os parâmetros utilizados na validação estão apresentados na Tabela 9, com os quais foi obtido o digrama de dispersão (Figura 19), que correlaciona os valores amostrais com os valores estimados dos dados de Cu (%) transformados. Os parâmetros com melhor resultado de correlação apresentaram coeficiente de correlação Person 0.706, com 2731 amostras estimadas.

Tabela 9: Parâmetros para definição de vizinhança. Fonte: Autor.

Parâmetros	
Busca em U (m)	250
Busca em V (m)	115
Busca em W (m)	70
Número mínimo de amostras	4
Número de setores horizontais	8
Número ótimo de amostras por setor	4

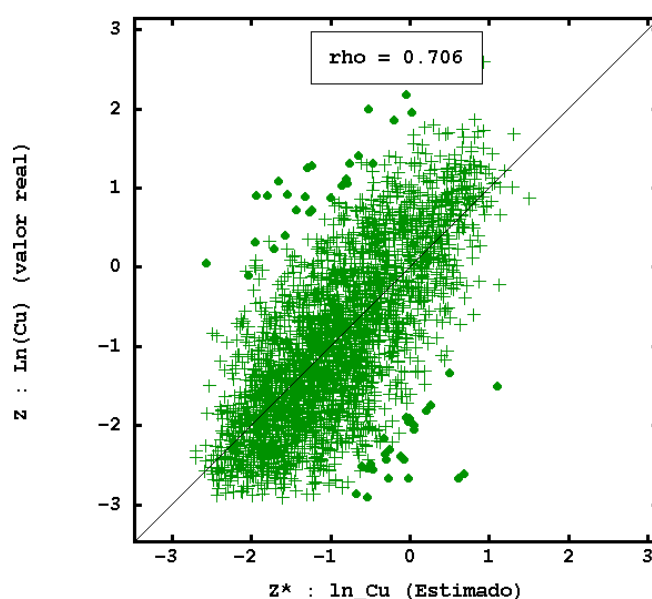


Figura 19: Diagrama de Dispersão dos dados de Cobre transformados versus Cobre estimado. Fonte: Autor.

5.6 Estimativa por krigagem ordinária sem dados transformados

A krigagem ordinária foi realizada com base no modelo de blocos determinado anteriormente (Item 4.2) na malha regular para a variável Cobre (%). Os parâmetros de vizinhança para os dados não transformados usados foram apresentados no item anterior (Tabela 5) e os parâmetros de discretização de blocos na Tabela 10.

Tabela 10: Parâmetros para discretização de blocos. Fonte: Autor.

	Dimensões	Dicretização
X	10	2
Y	10	2
Z	16	1

A estatística descritiva da estimativa da krigagem está apresentada na tabela 11 e na Figura 20, pode -se observar graficamente o modelo estimado.

Tabela 11: Estatística descritiva da estimativa da krigagem ordinária. Fonte: Autor.

N° de Amostras	Mínimo	1° Quartil	Mediana	Média	3° Quartil	Máximo	Desvio Padrão
589252	0	0.22	0.37	0.55	0.67	10.88	0.54

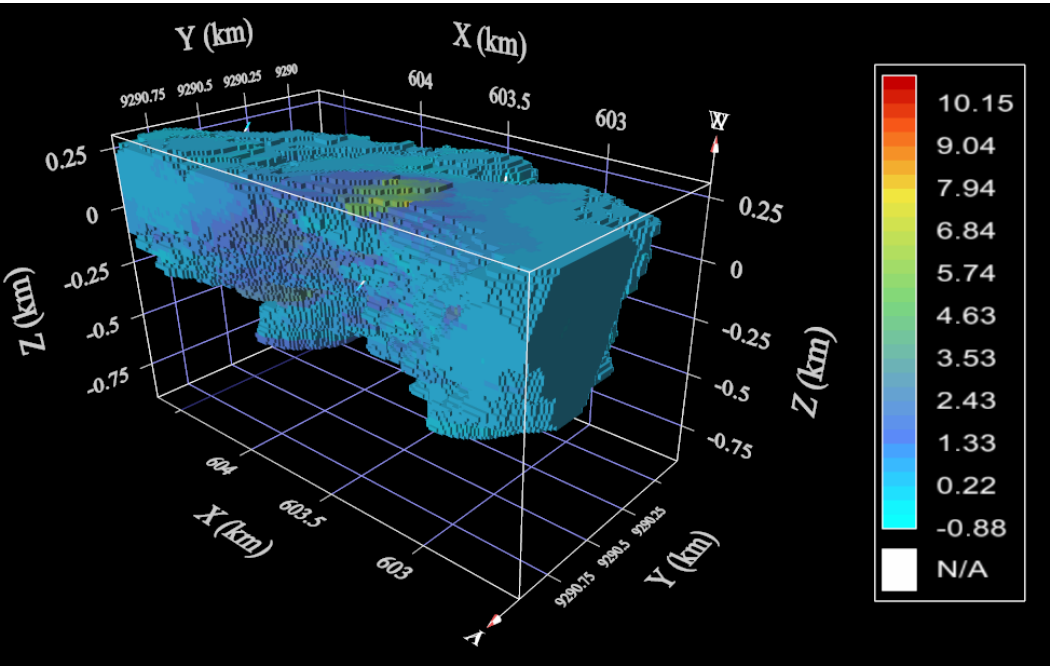


Figura 20: Modelo de estimativa por Krigagem ordinária sem transformação de dados. Fonte: Autor.

5.7 Estimativa por krigagem ordinária com dados transformados

A krigagem ordinária foi realizada com base no modelo de blocos do item 4.2. Os parâmetros de vizinhança usados foram apresentados no item 5.5.1 (Tabela 9) e os parâmetros de discretização de blocos encontram-se na Tabela 10.

Após a estimativa pela krigagem ordinária, é necessário fazer a transformação reversa para então realizar a análise descritiva do modelo obtido. A transformação reversa nada mais é do que tirar o expoente dos resultados estimados, retornando o comportamento da distribuição para lognormal. As estatísticas descritivas estão apresentadas na Tabela 12 e a ilustração do modelo estimado está na Figura 21.

Tabela 12: Modelo de estimativa por Krigagem ordinária com transformação de dados. Fonte: Autor.

N° de Amostras	Mínimo	1° Quartil	Mediana	Média	3° Quartil	Máximo	Desvio Padrão
589252	0.06	0.17	0.27	0.4	0.46	9	0.39

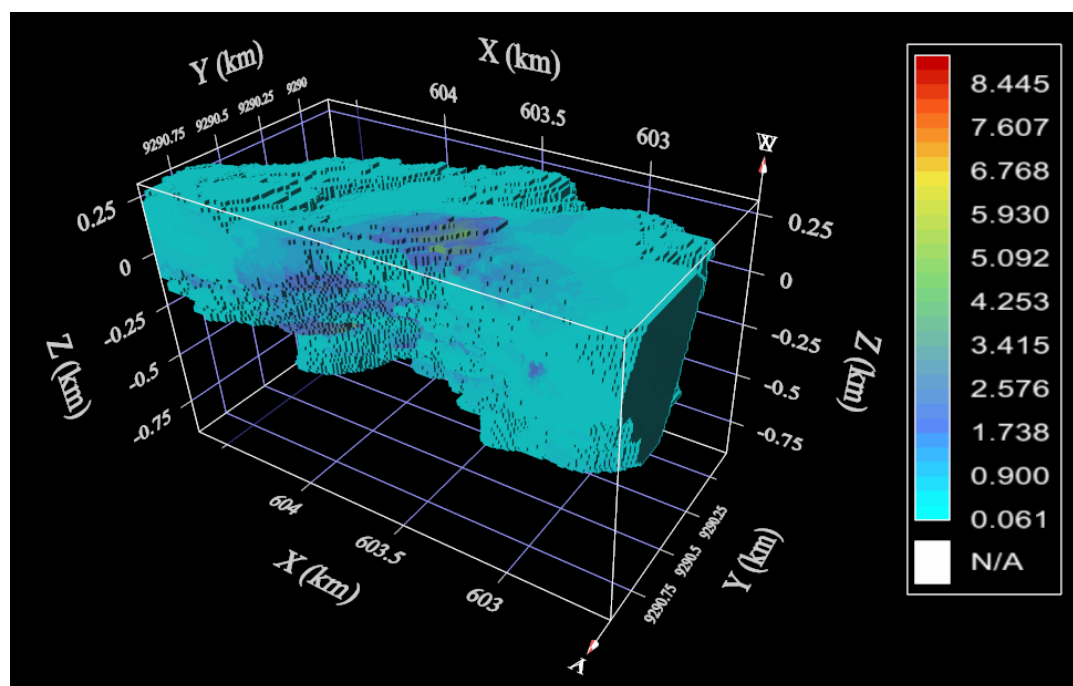


Figura 21: Modelo de estimativa por Krigagem ordinária com transformação de dados. Fonte: Autor.

5.8 Estimativa por krigagem Lognormal

A krigagem Lognormal foi realizada com base no modelo de blocos determinado anteriormente na malha regular para a variável Cobre (%). Para essa estimativa, os dados usados são os transformados. Portanto, todos os parâmetros, inclusive o modelo de variograma são os mesmos, usados para a estimativa anterior no item 5.7. Assim, a vizinhança utilizada está apresentada no item anterior 5.5.1 (Tabela 9) e os parâmetros de discretização de blocos encontram-se na Tabela 10.

As estatísticas descritivas dessa estimativa podem ser observadas na Tabela 13 e modelo estimado está representado na Figura 22.

Tabela 13: Modelo de estimativa por Krigagem ordinária com transformação de dados. Fonte: Autor.

N° de Amostras	Mínimo	1° Quartil	Mediana	Média	3° Quartil	Máximo	Desvio Padrão
589252	0.07	0.25	0.38	0.58	0.66	10.73	0.56

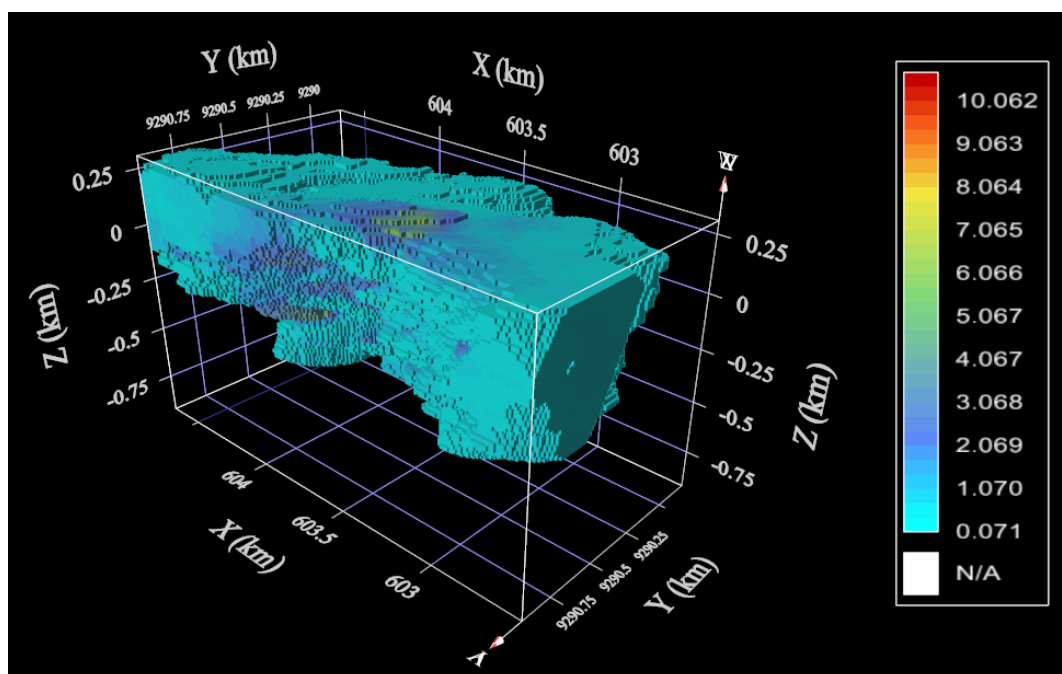


Figura 22: Modelo de estimativa por Krigagem ordinária com transformação de dados. Fonte: Autor.

6 ANÁLISE COMPARATIVA

Para a análise comparativa serão observados os diagramas QQ-Plot, das três estimativas por krigagens com o da variável de Cu (%) regularizada (Figuras 23, 24 e 25) e a Tabela 14 com as estatísticas descritivas.

Tabela 14: Estatísticas Descritivas das Estimativas e da variável regularizada Cobre (%). Fonte: Autor.

Amostras	Nº de amostras	Mínimo	1º Quartil	Mediana	Média	3º Quartil	Máximo	Desvio Padrão
Cu (%)	2760	0.05	0.16	0.35	0.7	0.83	13.27	0.92
Krigagem ordinária	589252	0	0.22	0.37	0.55	0.67	10.88	0.54
Krigagem ordinária com transformação	589252	0.06	0.17	0.27	0.4	0.46	9	0.39
Krigagem Lognormal	589252	0.07	0.25	0.38	0.58	0.66	10.73	0.56

A Tabela 14 mostra que a estatística descritiva da krigagem ordinária, com transformação (KOC), assemelha-se mais aos valores de teores de mínimo, 1º quartil e mediana, comparando-os com a da variável Cobre da base de dados. Além disso, ela também é a que mais se diferencia em relação à média, 3º quartil, máximo e desvio padrão, mostrando uma redução dos valores comparados aos dados originais. Já para a krigagem ordinária, sem transformação (KO), e a krigagem lognormal (KL) com a variável, observa-se que as duas estimativas mostram valores aproximados na estatística descritiva, com a diferença que a KO reduz o valor de teor mínimo para 0% e a KL estima valores sutilmente mais altos para valores de mínimo, 1º Quartil, Mediana e Média.

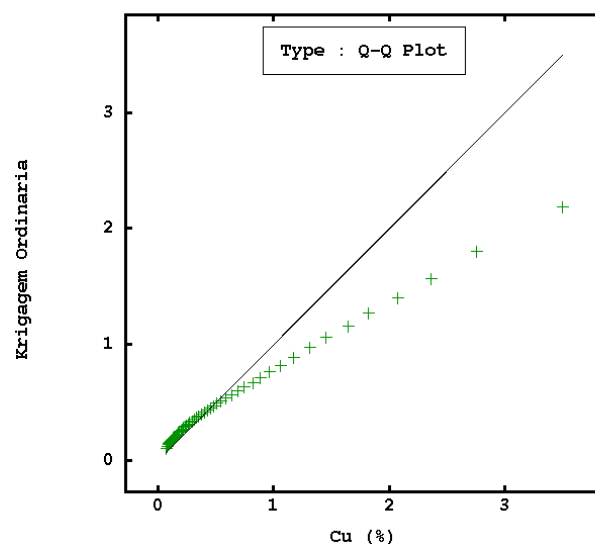


Figura 23: Diagrama QQ-Plot para comparação das distribuições de frequências da estimativa por krigagem ordinária sem transformação e da variável regularizada Cu (%). Fonte: Autor.

No primeiro gráfico, observa-se a relação entre a distribuição da estimativa por krigagem ordinária, sem transformação, com a da variável Cobre (%) da base de dados regularizadas. Essa relação tem uma forte aderência no início da bissetriz, o que demonstra uma boa correlação das distribuições para valores de baixos teores ou próximos a média. Entretanto, essas distribuições se distanciam ao longo da bissetriz, constando-se que a correlação diminui para valores com teores acima da média, ou de alto teor, os *outliers*.

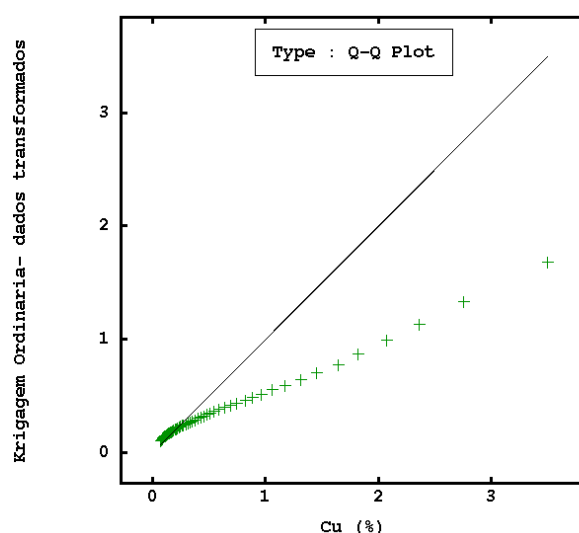


Figura 24: Diagrama QQ-Plot para comparação das distribuições de frequências da estimativa por krigagem ordinária com transformação e da variável regularizada Cu (%). Fonte: Autor.

Analisando o diagrama da Figura 23, verifica-se que as distribuições também se aderem na parte inicial da bissetriz, porém se distanciam ainda mais ao final. Assim, pode-se concluir que há uma correlação para valores de teores abaixo ou próximos a média e uma baixa correlação, inclusive menor que a anterior, para valores altos.

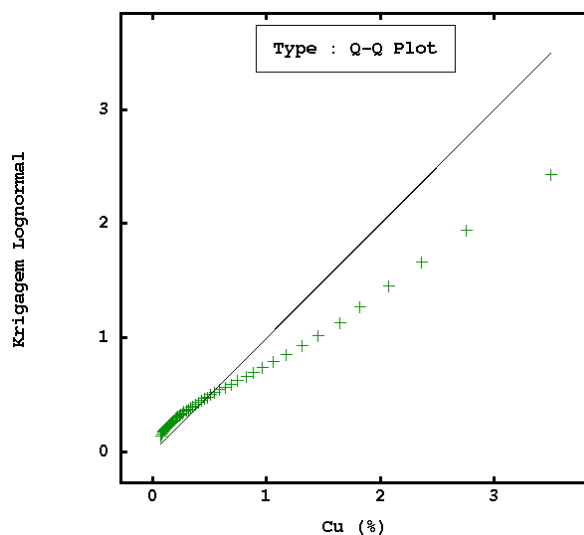


Figura 25: Diagrama QQ-Plot para comparação das distribuições de frequências da estimativa por krigagem lognormal e da variável regularizada Cu (%). Fonte: Autor.

Na comparação da distribuição da estimativa lognormal (Figura 24), nota-se que há uma correlação maior que as anteriores para valores altos e para os outliers, pois as distribuições se aproximam mais da bissetriz. Além disso, no início também existe uma correlação que se adere melhor a referência, porém ela é menor que as anteriores.

Portanto, pode-se concluir que as duas estimativas por krigagem ordinárias apresentam resultados suavizados em relação a distribuição amostral, que se caracteriza pela superestimativa dos valores baixos e a subestimativa dos valores altos. A diferença entre as duas é que a estimativa sem transformação, reduz o valor de teor mínimo, já estimativa com a transformação dos dados, reduz o valor de teor médio. Portanto, as duas krigagens acabam estimando bem, ou superestimando os valores que se aproximam da média e acabam reduzindo a influência na estimativa dos valores de teores mais altos.

Já a krigagem lognormal, tem o efeito contrário, ela estima valores relativamente mais altos que as estimativas anteriores, ou seja, há um aumento da influência dos outliers. Porém, isso ocorre sem perdas significativas da correlação à distribuição amostral, como pode ser observado no diagrama QQ-Plot da Figura 24.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No caso estudado temos que o melhor método de estimativa de recursos minerais (dentre os estudados neste trabalho) para o teor de Cobre do corpo de minério Sequeirinho é a Krigagem Lognormal, pois ela consegue estimar melhor os valores anômalos, sem perder a correlação com a distribuição amostral da base de dados. Nas outras duas estimativas por krigagem ordinária, verifica-se resultados suavizados em relação a distribuição amostral dos dados, ou seja, a subestimativa dos valores altos. Dessa forma, isso pode dificultar a detecção de valores extremos ou zonas ricas mineralizadas. Ou seja, isso pode ser um empecilho para uma avaliação de recursos minerais de metais preciosos, pois os valores de alto teor são escassos, o que caracteriza uma distribuição assimétrica positiva e, portanto, não podem ser ignorados na estimativa e na avaliação dos recursos.

Portanto, mostra-se necessário uma avaliação melhor do comportamento da distribuição amostral das mineralizações na indústria mineral, pois depósitos que apresentam alta variabilidade deve ser tratados de forma diferente dos depósitos de baixa variabilidade, para que a aplicação do método de estimativa, seja o mais representativo possível para o depósito estudado. E claro, tudo isso conciliado ao conhecimento geológico da geometria do corpo e das mineralizações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Agterberg, F. P., 1974, Geomathematics: Mathematical background and Geo-Science Applications. Amsterdam, Elsevier.
- Augusto, R. A., Monteiro, L. V., Xavier, R. P., Souza Filho, C. R., 2008, Zonas de alteração hidrotermal e paragênese do minério de cobre do Alvo Bacaba, Província Mineral de Carajás (PA). *Revista Brasileira de Geociências*, 38(2), 263 - 277.
- Boufassa, A., Armstrong, M., 1989, Comparison between different kriging estimators. *Mathematical Geology*, 21(3), 331–345.
- CBRR, 2016, Guia CBRR Para Declaração de Resultados de Exploração, Recursos e Reservas Minerais. Comissão Brasileira de Recursos e Reservas.
- CRIRSCO, 2013, International Reporting Template for the Public Reporting of exploration Results, Mineral Resources and Mineral Reserves. The Committee for Mineral Reserves International Reporting.
- Dowd, P. A., 1982, Lognormal kriging—the general case. *Mathematical Geology*, 14, 475–499.
- Deutsch, C. V., Journel, A. G., 1992, Gslib: Geostatistical Software Library And User's Guide (second edition): Oxford University Press.
- Ferreira, T. C. O., 2016, Análise de incertezas do modelo de teores associados aos investimentos de pesquisas de longo prazo. Dissertação (Mestrado em Recursos Minerais e Meio Ambiente). São Paulo: Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, São Paulo
- Koch, G.S.; Link, R. F., 1970, The coefficient of variation; a guide to the sampling of core deposits. *Economic Geology*, v.66, n.2, 293-301.
- Matheron, G., 1965, Les variables régionalisées et leur estimation. Paris: Masson.
- Monteiro, L. V. S., Xavier, R. P., Hitzman, M. W., Juliani, C., Souza Filho, C. R., Carvalho, E. R., 2008, Mineral chemistry of ore and hydrothermal alteration at the Sossego iron oxide-copper-gold deposit, Carajás Mineral Province, Brazil. *Ore Geology Reviews*, 34(3), 317-336.

- Monteiro, L. V. S., Xavier, R. P., Souza Filho, C. R. de Moreto, C. P. N., 2014, Metalogênese da Província Carajás, *in* Metalogênese das províncias tectônicas brasileiras: Belo Horizonte: CPRM, p. 43-92.
- Rendu, J. M. M., 1979, Normal and lognormal estimation: Journal of the International Association for Mathematical Geology, v. 11, no. 4, p. 407–422.
- Yamamoto, J. K., 2001, Avaliação e Classificação de Reservas Minerais (primeira edição): São Paulo, Editora da Universidade de São Paulo.
- Yamamoto, J. K., Landim, P. M., 2013, Geoestatística: Conceitos e Aplicações (primeira edição): São Paulo, Oficina de Textos.
- Yamamoto, J. K., 2020, Estatística, Análise e Interpolação de Dados Geoespaciais. São Paulo, Gráfica Paulos.