

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

MODELO DINÂMICO DE VEÍCULOS EM PAVIMENTOS IRREGULARES

Marcelo Del Valhe Martins Batista

São Paulo

2010

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

MODELO DINÂMICO DE VEÍCULOS EM PAVIMENTOS IRREGULARES

Trabalho de formatura apresentado à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Graduação em Engenharia

Marcelo Del Valhe Martins Batista

Orientador: Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica

São Paulo

2010

Batista, Marcelo Del Valhe Martins
Modelo dinâmico de veículos em pavimentos irregulares /
Marcelo Del Valhe Martins Batista. – São Paulo, 2010.
72 p.

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1.Modelo veicular 2.Dinâmica veicular 3.Suspensão automo-
tiva 4.Resposta em freqüência I.Universidade de São Paulo.
Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.**

RESUMO

O estudo da interação dos veículos automotores com a pista é fundamental para decidir as características mais relevantes para o projeto. Em geral, cada veículo reage de uma forma única quando em movimento sobre um pavimento irregular, logo é necessário prever este comportamento ainda na fase de projeto, a fim de evitar ou melhorar certas características do sistema. O estudo das relações de cada item do sistema de suspensão e a sua respectiva contribuição para a segurança e o conforto é cada vez mais necessário para o aprimoramento dos sistemas atualmente existentes.

Abstract

The study of automotive vehicles and road interaction is a key point to new features development. During project phase is crucial to evaluate the actual behavior of the system, so changes and corrections can be arranged. Every vehicle is unique when exposed to road irregularities and these characteristics have to be known before the advanced project phases are reached. Studying the response to road irregularities is a efficient way to understand and predict system behavior. This work will develop the main vehicles models and evaluate them when exposed to periodic irregularities, such as normalized ones (ISO) and sand road obtained from the literature.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
2	PROJETO	14
3	SUSPENSÃO.....	15
3.1	Pneus	15
3.2	Molas.....	16
3.3	Amortecedores	16
4	Modelo de um quarto de carro	18
4.1	Simulação.....	20
4.1.1	Força de contato.....	20
4.1.2	Amortecedor	21
4.1.3	Pneu	22
4.1.4	Conforto	23
5	Modelo de meio carro	25
5.1	Simulação.....	27
5.1.1	Movimento vertical.....	28
5.1.2	Movimento de rotação	29
5.1.3	Movimento das rodas.....	30
5.2	Entradas.....	32
5.3	Análise	32
6	Modelo de meio carro equivalente.....	34
7	Resposta ao pavimento	39
8	Modelo Completo	43
9	Conclusão.....	60
10	BIBLIOGRAFIA	62
	Apêndices	63
	A.1 Programa em Matlab	63

Índice de Tabelas

Tabela 1: Constantes do modelo	20
Tabela 2: Constantes do modelo	27
Tabela 3: Constante do sistema.....	33
Tabela 4: Modos de resposta do modelo completo.....	51

Índice de Figuras

Figura 1: Suspensão típica	15
Figura 2: Esquema das camadas que compõe um pneu	16
Figura 3: Molas helicoidais.....	16
Figura 4: Desenho esquemático de um amortecedor	17
Figura 5: Suspensão MacPherson	17
Figura 6: Suspensão de Braços Arrastados	17
Figura 7: Modelo de um quarto de carro.....	18
Figura 8: Diagrama de Bode Eq. 4.9.....	21
Figura 9: Diagrama de Bode	22
Figura 10: Diagrama de Bode Eq. 4.11	23
Figura 11: Faixas de freqüência tolerável Norma ISO-2631	24
Figura 12: Diagrama de Bode Eq. 4.12.....	24
Figura 13: Diagrama de meio carro	25
Figura 14: Resposta em freqüência de X com entrada Y	28
Figura 15: Resposta em freqüência da aceleração com entrada Y	28
Figura 16: Resposta em freqüência da rotação com entrada Y	29
Figura 17: Resposta em freqüência da aceleração rotacional com entrada Y	29
Figura 18: Resposta em freqüência das rodas dianteiras	30
Figura 19: Resposta em freqüência da aceleração das rodas dianteiras.....	30
Figura 20: Resposta em freqüência das rodas traseiras.....	31
Figura 21: Resposta em freqüência da aceleração das rodas traseiras	31
Figura 22: Efeito alternado vertical.....	34
Figura 23: Efeito alternado rotacional.....	34
Figura 24: Resposta em freqüência da aceleração vertical do habitáculo.....	37

Figura 25: Resposta em freqüência da aceleração rotacional do habitáculo.....	38
Figura 26: Resposta em freqüência das acelerações rotacional e vertical do habitáculo	38
Figura 27: Exemplo de um Pavimetro®	39
Figura 28: Exemplo de medição de irregularidade para uma auto-estrada.....	40
Figura 29: PSD de uma auto-estrada.....	40
Figura 30: Comparação PSD de uma pista de terra e ISO classe C.....	41
Figura 31: Simulação do modelo em Pista normatizada.....	42
Figura 32: Simulação do modelo em pista de terra.....	42
Figura 33: Modelo de veículo completo	43
Figura 34 : Diagrama de Bode movimento vertical	52
Figura 35: Diagrama de Bode movimento de arfagem	52
Figura 36: Diagrama de Bode movimento de rolamento	53
Figura 37 : Resposta do rolamento.....	54
Figura 38: Resposta da arfagem	55
Figura 39: Resposta do movimento vertical.....	55
Figura 40: Resposta do rolamento a entrada da pista normatizada.....	56
Figura 41: Resposta da arfagem a entrada da pista normatizada	57
Figura 42: Resposta do movimento vertical a entrada da pista normatizada.....	57
Figura 43: Resposta do rolamento a entrada da pista de terra.....	58
Figura 44: Resposta da arfagem a entrada da pista de terra.....	58
Figura 45: Resposta do movimento vertical à entrada da pista de terra.....	59
Figura 46: Rolagem quando beta é zero.....	59

1 INTRODUÇÃO

A humanidade desde o princípio das civilizações tem desenvolvido meios de locomoção mais eficientes que o caminhar. Inicialmente com a invenção das carroças tracionadas por animais, o conforto e a dirigibilidade destes veículos não eram aspectos relevantes, pois as velocidades de deslocamento eram muito pequenas em decorrência da ausência de vias apropriadas. Com o advento das estradas, a velocidade de deslocamento aumentou significativamente, o que destacou aspectos cruciais no projeto dos veículos até então utilizados. As excessivas irregularidades das estradas tornaram imprescindível a adoção de um sistema de suspensão rudimentar, uma vez que a ausência deste sujeitaria os passageiros a vibrações e solavancos, além de impedir o contato contínuo da roda com o solo.

No século XVIII o desenvolvimento dos chamados automóveis provocou uma mudança significativa do papel da suspensão. Como a força trativa era produzida no veículo e transferida ao solo pelo contato da roda ou pneu, se essa força não fosse sempre superior a certo valor, a tração seria impossível, bem como o controle da máquina, já que isto impediria também a ação das forças de atrito laterais que permitem controlar a trajetória do veículo.

A interação do veículo com a via abrange a reação do veículo às oscilações do piso, uma vez que é impossível construir uma estrada exatamente retilínea e o modo como essas reações afetam os passageiros. Deve-se considerar que o veículo pode alterar o pavimento, principalmente os de baixa resistência, tais como areia e terra provocando uma relação de mutua interferência.

Logo, tornou-se imprescindível estudar métodos de aprimoramento dos sistemas até então utilizados. O passo subseqüente nesse desenvolvimento foi à criação de modelos físico-matemáticos que pudessem prever o comportamento dinâmico do veículo. A aplicação de sistemas massa-mola é muito comum e os resultados obtidos satisfatórios. Dependendo da velocidade para a qual se deseja estudar o comportamento é necessário acrescentar graus de liberdade ao sistema. Para velocidades até 120 km por hora o modelo de dois graus de liberdade é suficiente.

2 PROJETO

O foco principal deste trabalho é contribuir para o desenvolvimento e análise dos modelos existentes. As normas prevêem diversas qualidades de vias possíveis. O comportamento dos sistemas de suspensão pode ser previsto utilizando-se esses modelos normatizados como entradas. Contudo, nem sempre as vias construídas seguem estritamente a qualidade prevista, alem de existirem vias não padronizadas, como as de terra e por ultimo, deve se considerar as alterações que os veículos causam nas vias, tai como pesados caminhões que em dias muito quentes podem provocar deformações permanentes no asfalto.

Os modelos futuros serão direcionados para o conforto dos ocupantes dos veículos e para a interação do sistema de suspensão com as vias nas quais estará trafegando. Tendo em vista que os modelos serão empregados para o deslocamento retilíneo do veículo em velocidades constantes, dentro dos parâmetros normais, a segurança será um tópico secundário e será dada maior ênfase ao conforto dos passageiros.

Inicialmente será estudado o movimento vertical do veículo, no entanto, modelos mais sofisticados serão empregados para prever também as acelerações rotacionais ("pitch"). Ao término dos dois semestres será proposta uma modelagem com as respectivas análises do ponto de vista do conforto dos passageiros quando submetido aos mais diversos pavimentos e irregularidades conhecidas.

3 SUSPENSÃO

Em um veículo, o subsistema responsável por transmitir as oscilações do solo para a carroceria é denominado suspensão. Em geral, pode-se dividi-la em alguns componentes principais.

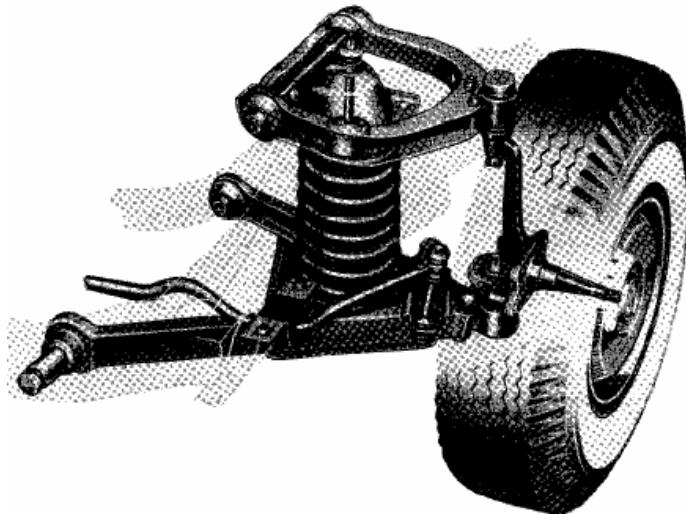


Figura 1: Suspensão típica

3.1 Pneus

Os pneus são responsáveis pela interface com o solo, tem importância crucial para o bom desempenho do conjunto mecânico e são constituídos por vários materiais, normalmente um mix de borrachas sintéticas e naturais entrelaçadas com camadas de aço aplicadas de forma a obter a resistência e elasticidade desejadas. As deformações são resistidas pelo ar em seu interior; a dissipação de energia devido a histerese da borracha depende da temperatura do pneu, portanto o comportamento deste componente muda consideravelmente com o movimento.



Figura 2: Esquema das camadas que compõe um pneu

3.2 Molas

As molas são os componentes fundamentais de um sistema de suspensão, tornam possível controlar a transmissibilidade das vibrações da roda para a carroceria, minimizando os efeitos das irregularidades do solo sobre os ocupantes. Existem diversas configurações empregadas: molas torcionais, helicoidais (Figura 3) e feixes de molas, entre outras.



Figura 3: Molas helicoidais

3.3 Amortecedores

Os amortecedores foram introduzidos no sistema de suspensão para se obter um maior controle das respostas do conjunto a diferentes pisos. A dissipação da energia pelas molas é muito pequena, assim as oscilações as quais a carroceria estaria sujeita

tenderiam a se alongar por muito tempo. Dessa forma incluí-se um componente em que esta dissipação é conhecida e muito superior a das molas.



Figura 4: Desenho esquemático de um amortecedor

A união de todos esses componentes forma o que se denomina sistema de suspensão. Existem diversas configurações desenvolvidas ao longo dos anos, cada uma com vantagens e desvantagens. Durante o projeto de um automóvel o sistema de suspensão deve ser projetado cuidadosamente e cada componente deve ser estudado e dimensionado de acordo com a finalidade do veículo. Alguns exemplos são mostrados nas

Figura 5 e Figura 6.

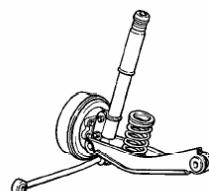


Figura 5: Suspensão MacPherson

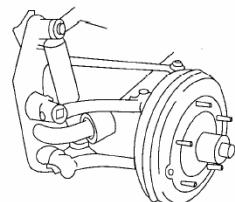


Figura 6: Suspensão de Braços Arrastados

4 Modelo de um quarto de carro

O modelo de um quarto de carro com dois graus de liberdade é suficiente para as considerações que serão feitas. Considerando que a massa suspensa é a parcela da massa total do carro, a qual o sistema de suspensão em questão está sujeito e a massa não suspensa, como a soma das massas da roda, pneu, mola, amortecedor e outros mecanismos necessários para o funcionamento, temos:

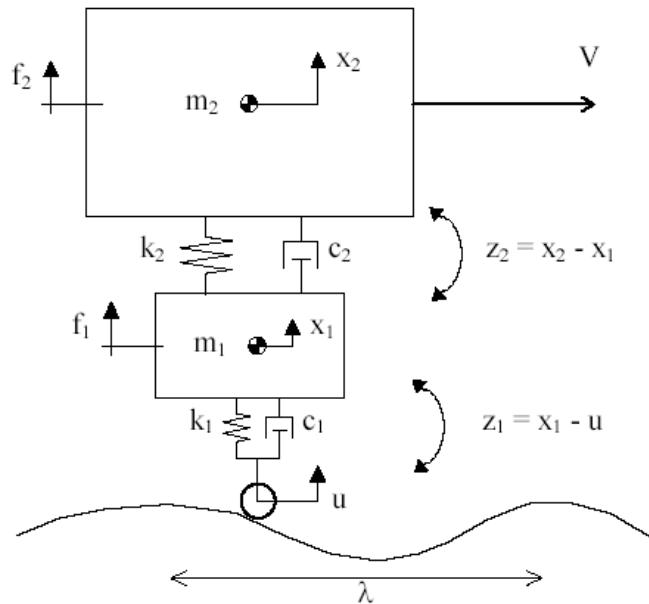


Figura 7: Modelo de um quarto de carro

Escrevendo as equações dinâmicas:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 (\dot{x}_1 - \dot{u}) + k_1 (x_1 - u) - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 (x_2 - x_1) = f_1$$

Eq. 4.1

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) = f_2$$

Eq. 4.2

Tomando $z_1 = x_1 - u$ e $z_2 = x_2 - x_1$

$$m_1(\ddot{z}_1 + \ddot{u}) + c_1 \dot{z}_1 + k_1 z_1 - c_2 \dot{z}_2 - k_2 z_2 = 0$$

Eq. 4.3

$$m_2(\ddot{z}_2 + \ddot{z}_1 + \ddot{u}) + c_2 \dot{z}_2 + k_2 z_2 = 0$$

Eq. 4.4

$$c_1 \dot{z}_1 + k_1 z_1 = f_c$$

Eq. 4.5

Fazendo a transformada de Laplace das equações:

$$[m_1 s^2 + c_1 s + k_1] Z_1(s) - [c_2 s + k_2] Z_2(s) = (-m_1 s^2) U(s)$$

Eq. 4.6

$$[m_2 s^2 + c_2 s + k_2] Z_2(s) + [m_2 s^2] Z_1(s) = (-m_2 s^2) U(s)$$

Eq. 4.7

$$F_c(s) = [c_1 s + k_1] Z_1(s)$$

Eq. 4.8

Resulta na função de transferência:

$$\frac{F_c(s)}{U(s)} = \frac{(c_1 s + k_1)((m_2 s^2 + c_2 s + k_2)(m_1 s^2) + (m_2 s^2)(c_2 s + k_2))}{((m_2 s^2 + c_2 s + k_2)(m_1 s^2 + c_1 s + k_1) + (m_2 s^2)(c_2 s + k_2))}$$

Eq. 4.9

De forma análoga:

$$\frac{Z_2(s)}{U(s)} = \frac{m_1 m_2 s^4 - m_2 s^2(m_1 s^2 + c_1 s + k_1)}{((m_2 s^2 + c_2 s + k_2)(m_1 s^2 + c_1 s + k_1) + (m_2 s^2)(c_2 s + k_2))}$$

Eq. 4.10

$$\frac{Z_1(s)}{U(s)} = \frac{-(m_2 s^2(c_2 s + k_2) + m_1 s^2(m_2 s^2 + c_2 s + k_2))}{((m_2 s^2 + c_2 s + k_2)(m_1 s^2 + c_1 s + k_1) + (m_2 s^2)(c_2 s + k_2))}$$

Eq. 4.11

$$\frac{X_2(s)}{U(s)} = \frac{(c_2 s + k_2)(c_1 s + k_1)}{((m_2 s^2 + c_2 s + k_2)(m_1 s^2 + c_1 s + k_1) + (m_2 s^2)(c_2 s + k_2))}$$

Eq. 4.12

4.1 Simulação

Utilizando o software comercial de simulação numérica Matlab, foi simulado o modelo proposto para a obtenção da resposta em freqüência das funções de transferência. As constantes empregadas foram baseadas na bibliografia [4].

Tabela 1: Constantes do modelo

Característica	Corpo do veículo	Roda
Massa	375 kg	30 kg
Rigidez	18,25 kN/m	146 kN/m
Amortecimento	1825 Ns/m	182,5 Ns/m

4.1.1 Força de contato

Analizando a função proposta na Eq. 4.9., verifica-se que demonstra o comportamento da força de contato do pneu com o solo, muito empregada no estudo da dirigibilidade e na determinação da velocidade limite de segurança para a condução de um veículo sujeito a uma excitação periódica pelo pavimento.

Do gráfico fica claro que quanto maior a velocidade maior a probabilidade de o pneu perder o contato com o solo, situação na qual o motorista não será capaz de controlar o veículo.

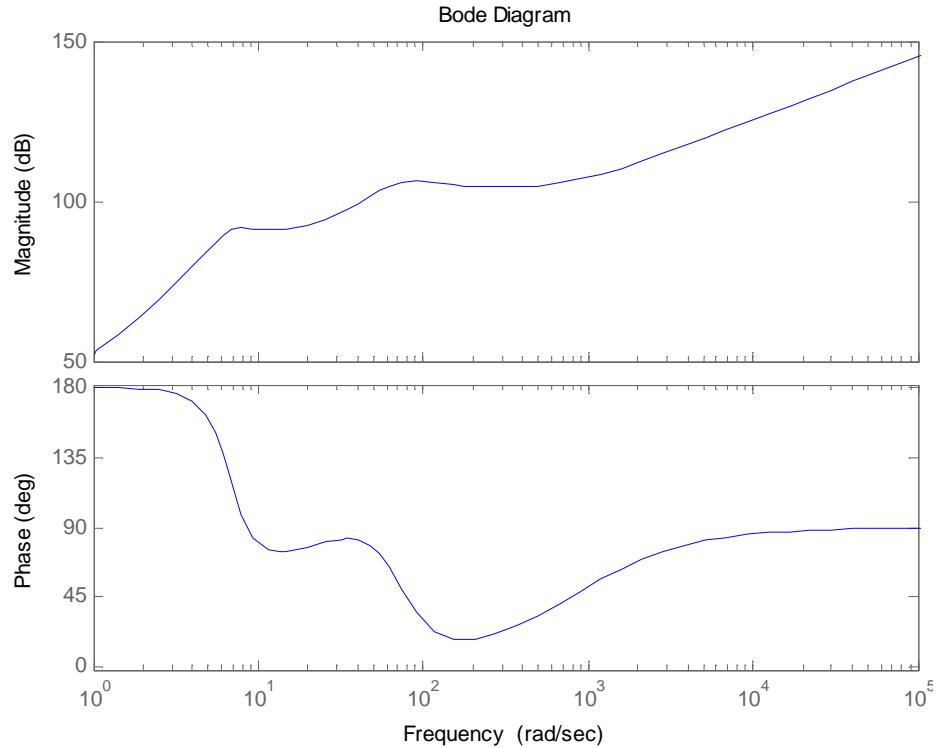


Figura 8: Diagrama de Bode Eq. 4.9

4.1.2 Amortecedor

A função de transferência da

Eq. 4.10 representa o comportamento ao qual está sujeito o amortecedor do veículo. É muito empregado para a escolha adequada deste item crucial do sistema.

O diagrama demonstra a existência de um intervalo de velocidades para o qual o amortecedor é mais solicitado, portanto com maior desgaste deste componente quando o veículo estiver se deslocando nesta faixa de velocidades.

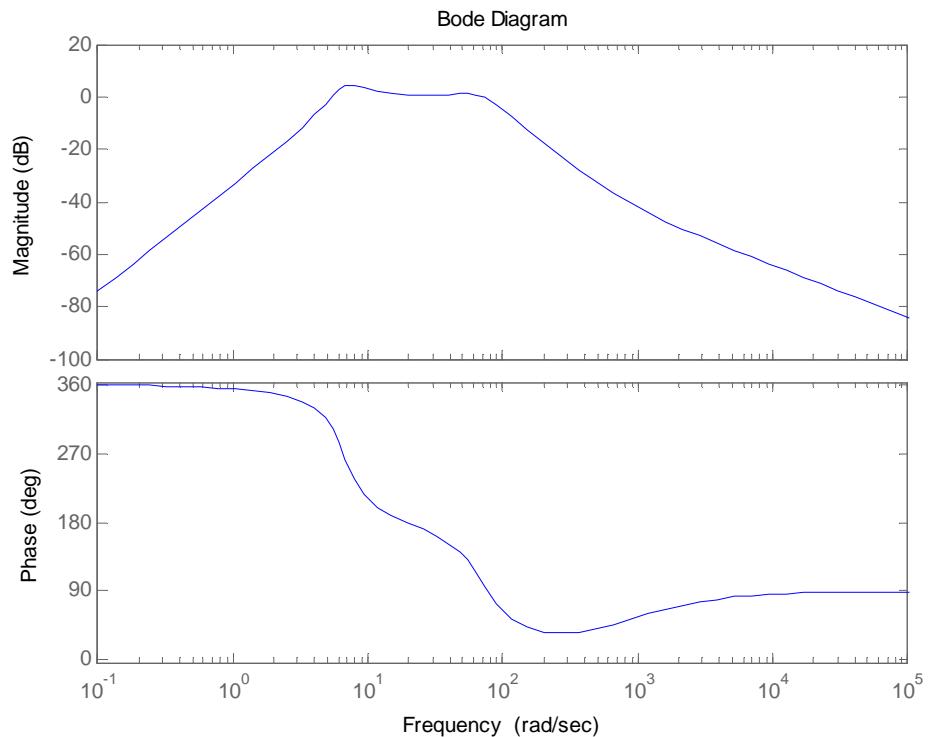


Figura 9: Diagrama de Bode

Eq. 4.10

4.1.3 Pneu

A Eq. 4.11 é a função de transferência representativa do pneu do veículo. Devido à grande importância deste componente, esta análise é particularmente importante para a indústria, pois esta deve conciliar o conforto e a segurança com a durabilidade.

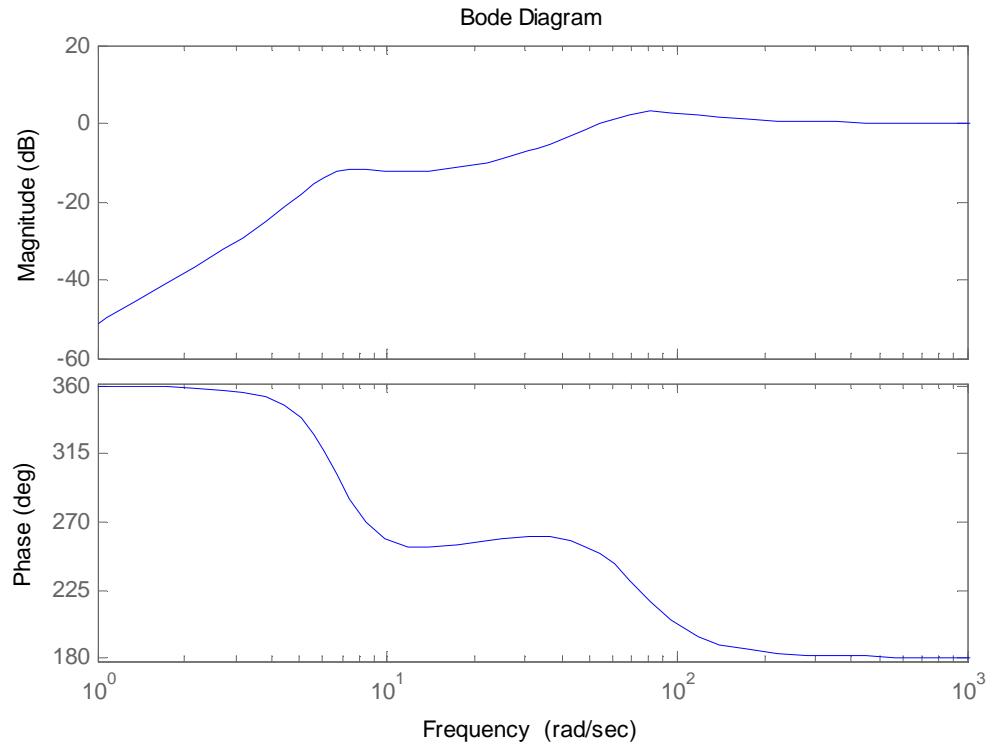


Figura 10: Diagrama de Bode Eq. 4.11

4.1.4 Conforto

A Eq. 4.12 descreve a variação da posição ao qual o corpo do veículo está sujeito. Este aspecto é crucial para o conforto dos ocupantes, uma vez que está diretamente ligado as acelerações as quais os passageiros são submetidos. Considerando que os órgãos internos humanos também respondem às excitações periódicas, as piores faixas para o conforto são conhecidas e podem ser obtidas da norma especificada na bibliografia [4]. Da análise conjunta dos gráficos (**Erro! Fonte de referência não encontrada.** e **Erro! Fonte de referência não encontrada.**) pode-se verificar que a faixa dos maiores ganhos da função de transferência do conforto coincide com a faixa menos tolerável para os ocupantes, relação largamente estudada por consequência.

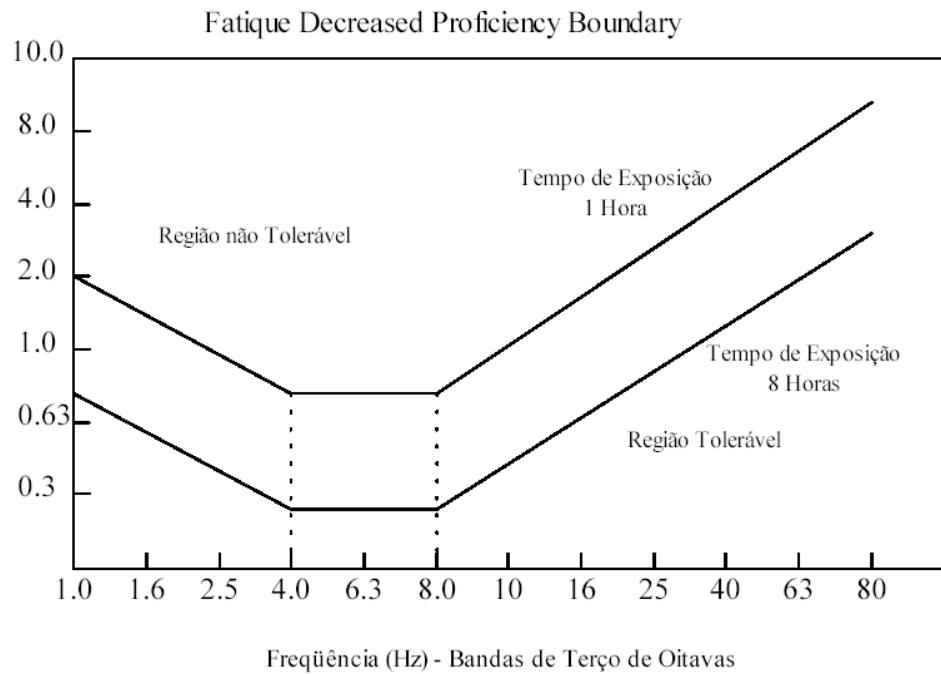


Figura 11: Faixas de freqüência tolerável Norma ISO-2631

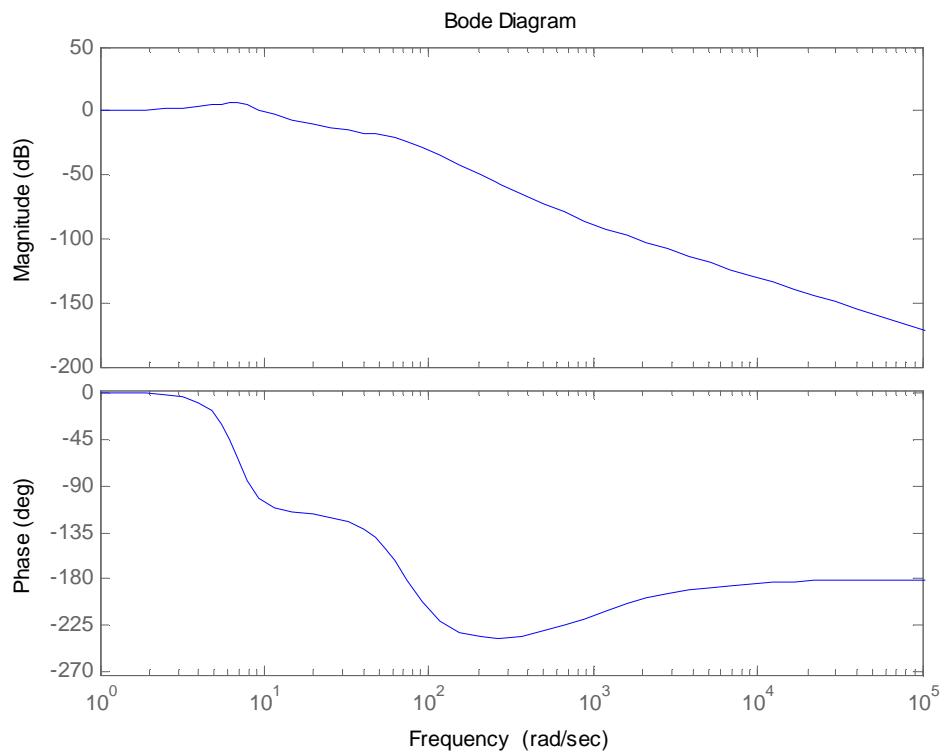


Figura 12: Diagrama de Bode Eq. 4.12

5 Modelo de meio carro

O modelo de meio carro representa o comportamento longitudinal do veículo, é possível analisar os efeitos verticais e de pitch, os quais são os mais importantes considerando o veículo deslocando-se em movimento retilíneo uniforme.

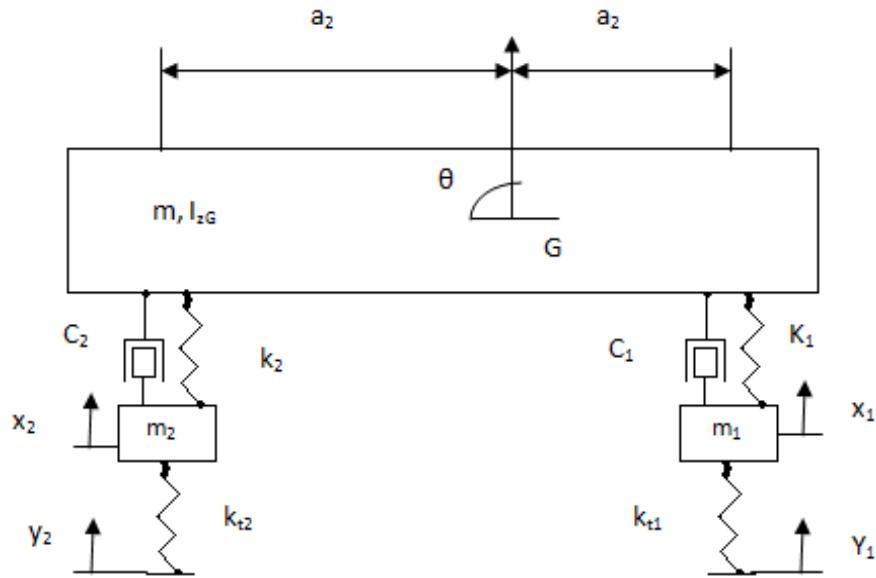


Figura 13: Diagrama de meio carro

De acordo com a bibliografia [4] o amortecimento dos pneus pode ser desprezado por serem muito menor que o dos amortecedores.

Pelo método de Lagrange:

$$K = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}I_z\dot{\theta}^2$$

Eq. 5.1

$$V = \frac{1}{2}k_{t1}(x_1 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_{t2}(x_2 - y_2)^2 + \frac{1}{2}k_1(x - x_1 - a_1\theta)^2 + \frac{1}{2}k_2(x - x_2 - a_2\theta)^2$$

Eq. 5.2

Dissipação:

$$D = \frac{1}{2} c_1 (\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1 \dot{\theta})^2 + \frac{1}{2} c_2 (\dot{x} - \dot{x}_2 - a_2 \dot{\theta})^2$$

Eq. 5.3

O método de Larange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} + \frac{\partial D}{\partial q_r} = f_r$$

Eq. 5.4

Assim obtém as seguintes equações:

$$\begin{aligned} m \ddot{x} + c_1 (\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1 \dot{\theta}) + c_2 (\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2 \dot{\theta}) + k_1 (x - x_1 - a_1 \theta) \\ + k_2 (x - x_2 + a_2 \theta) = 0 \end{aligned}$$

Eq. 5.5

$$\begin{aligned} I_z \ddot{\theta} - a_1 c_1 (\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1 \dot{\theta}) + a_2 c_2 (\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2 \dot{\theta}) - a_1 k_1 (x - x_1 - a_1 \theta) \\ + a_2 k_2 (x - x_2 + a_2 \theta) = 0 \end{aligned}$$

Eq. 5.6

$$m_1 \ddot{x}_1 - c_1 (\dot{x} - \dot{x}_1 - a_1 \dot{\theta}) + k_{t1} (x_1 - y_1) - k_1 (x - x_1 - a_1 \theta) = 0$$

Eq. 5.7

$$m_2 \ddot{x}_2 - c_2 (\dot{x} - \dot{x}_2 + a_2 \dot{\theta}) + k_{t2} (x_2 - y_2) - k_2 (x - x_2 + a_2 \theta) = 0$$

Eq. 5.8

Desenvolvendo as transformadas de Laplace das expressões:

$$\begin{aligned} [ms^2 + (c_1 + c_2)s + (k_1 + k_2)] X(s) - [c_1 s + k_1] X_1(s) - [c_2 s + k_2] X_2(s) \\ - [(c_1 a_1 - c_2 a_2)s + (k_1 a_1 - k_2 a_2)] \theta(s) = 0 \end{aligned}$$

Eq. 5.9

$$\begin{aligned}
& [I_z s^2 + (a_1^2 c_1 + a_2^2 c_2) s + (a_1^2 k_1 + a_2^2 k_2)] \theta(s) \\
& - [(c_1 a_1 - c_2 a_2) s + (k_1 a_1 - k_2 a_2)] X(s) + [c_1 a_1 s + k_1 a_1] X_1(s) \\
& - [c_2 a_2 s + k_2 a_2] X_2(s) = 0
\end{aligned}$$

Eq. 5.10

$$\begin{aligned}
& [m_1 s^2 + c_1 s + (k_{t1} + k_1)] X_1(s) - [c_1 s + k_1] X(s) + [c_1 a_1 s + k_1 a_1] \theta(s) \\
& = [k_{t1}] Y_1(s)
\end{aligned}$$

Eq. 5.11

$$\begin{aligned}
& [m_2 s^2 + c_2 s + (k_{t2} + k_2)] X_2(s) - [c_2 s + k_2] X(s) - [c_2 a_2 s + k_2 a_2] \theta(s) \\
& = [k_{t2}] Y_2(s)
\end{aligned}$$

Eq. 5.12

É possível simplificar o modelo, considerando as duas entradas Y1 e Y2 como sendo iguais. As funções de transferência forma obtidas pelo Matlab. Assim, pode-se simular a resposta em freqüência.

5.1 Simulação

Utilizando o software comercial de simulação numérica Matlab, foi simulado o modelo proposto para a obtenção da resposta em freqüência das funções de transferência. As constantes empregadas foram baseadas na bibliografia [4].

Tabela 2: Constantes do modelo

Característica	Dianteira	Traseira
Massa carroceria	750 kg	
Momento de Inércia	700 kg.m ²	
Distancia ao CG	1 m	1,4 m
Rigidez da mola	18,25 kN/m	
Constante de amortecimento	1825 N.s/m	
Rigidez do Pneu	150 kN/m	

5.1.1 Movimento vertical

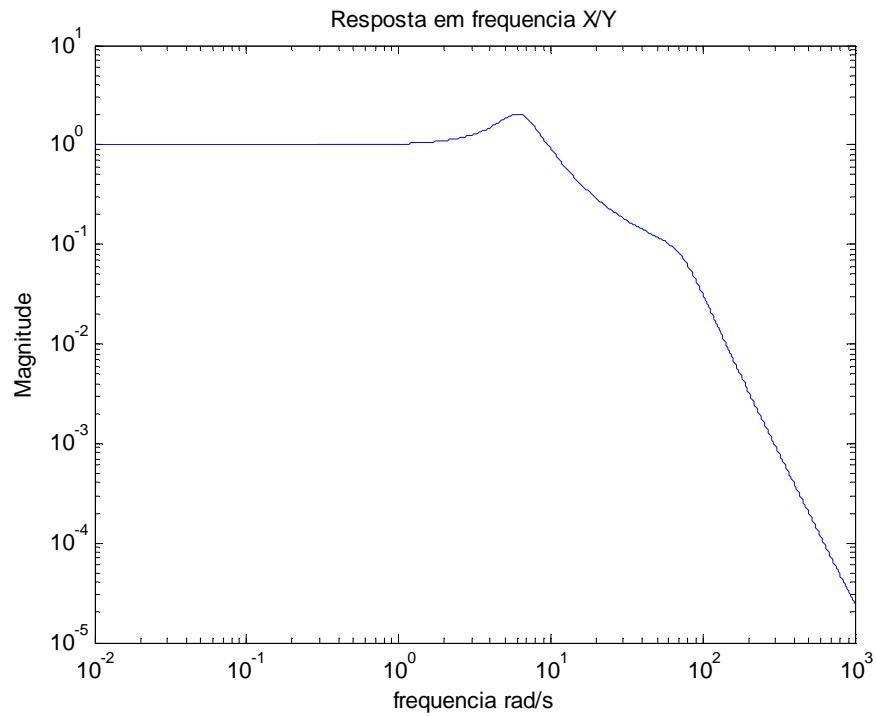


Figura 14: Resposta em freqüência de X com entrada Y

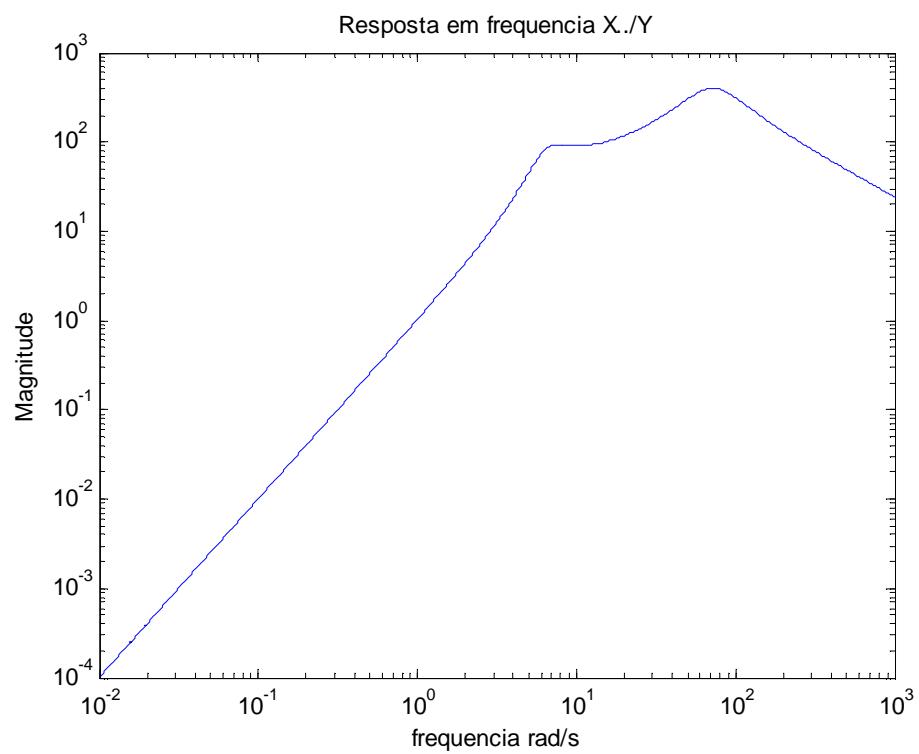


Figura 15: Resposta em freqüência da aceleração com entrada Y

5.1.2 Movimento de rotação

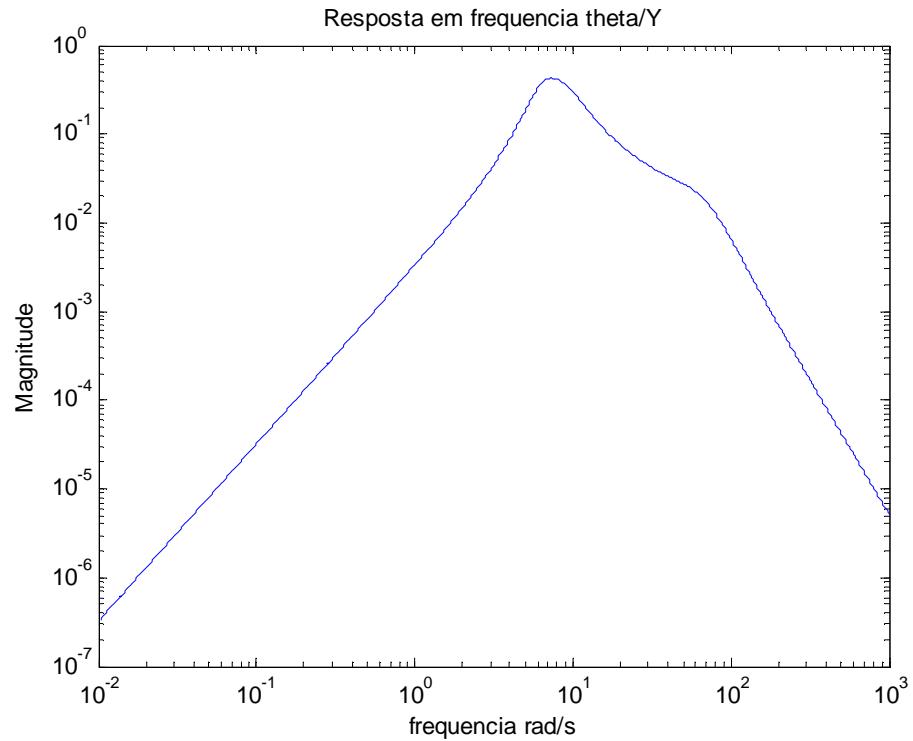


Figura 16: Resposta em freqüência da rotação com entrada Y

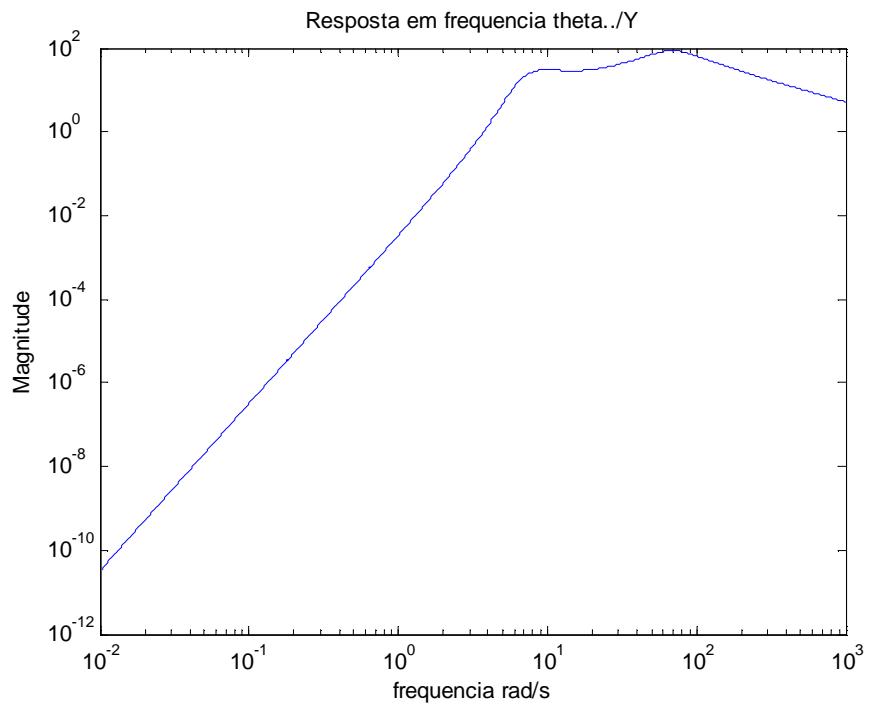


Figura 17: Resposta em freqüência da aceleração rotacional com entrada Y

5.1.3 Movimento das rodas

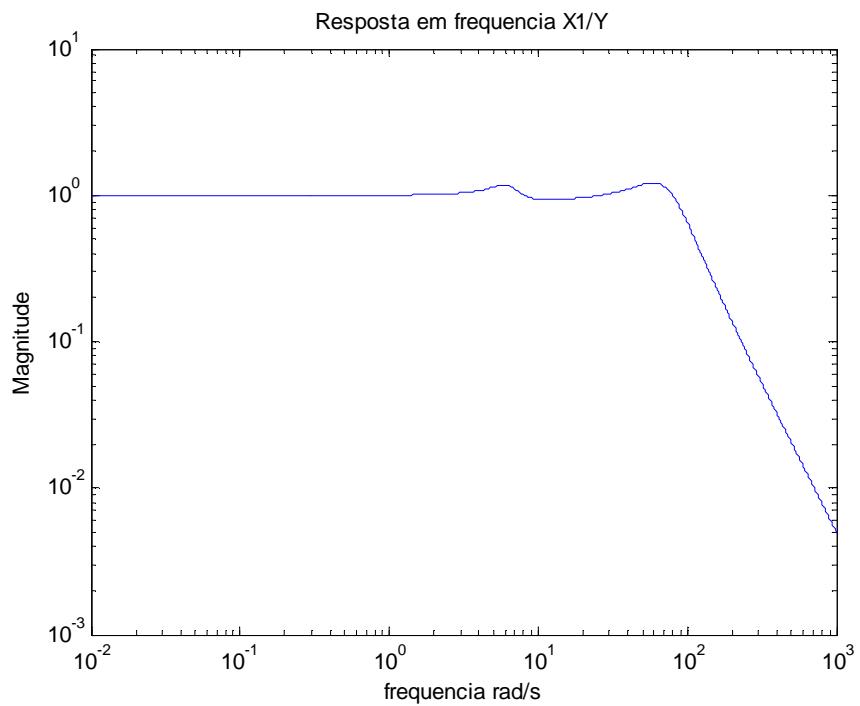


Figura 18: Resposta em freqüênciadas rodas dianteiras

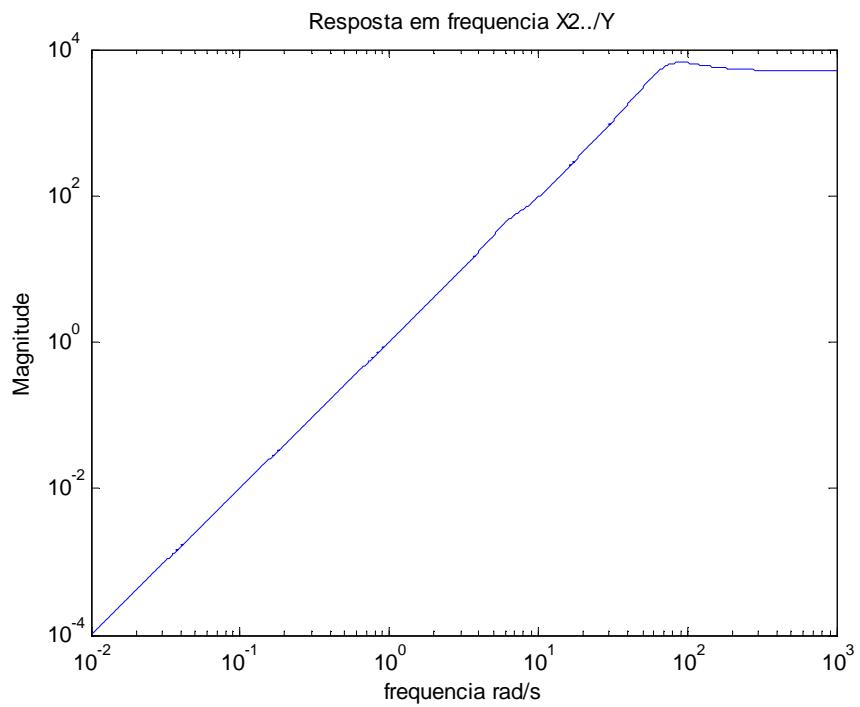


Figura 19: Resposta em freqüênciadaceleração das rodas dianteiras

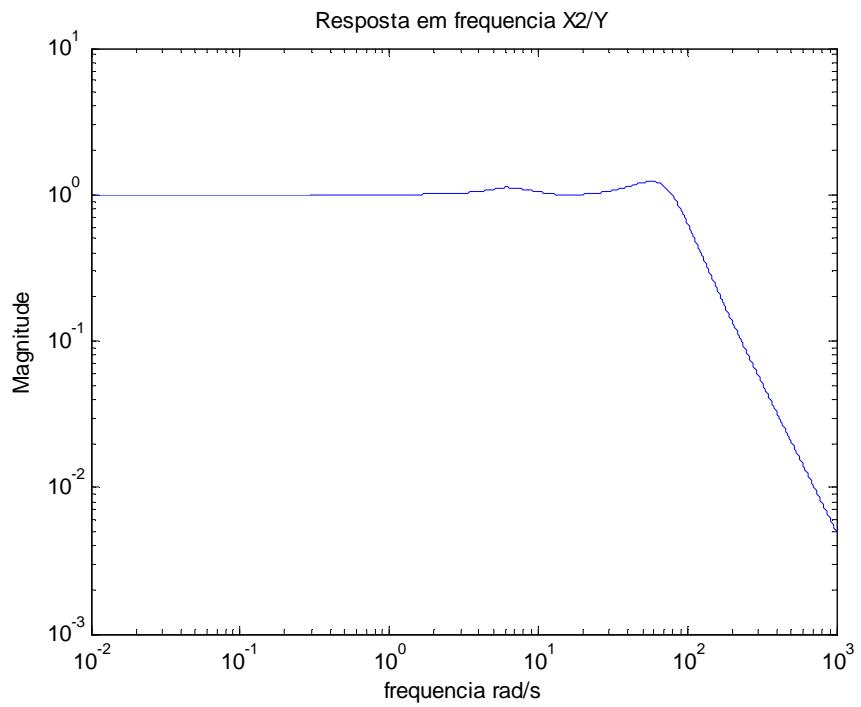


Figura 20: Resposta em freqüência das rodas traseiras

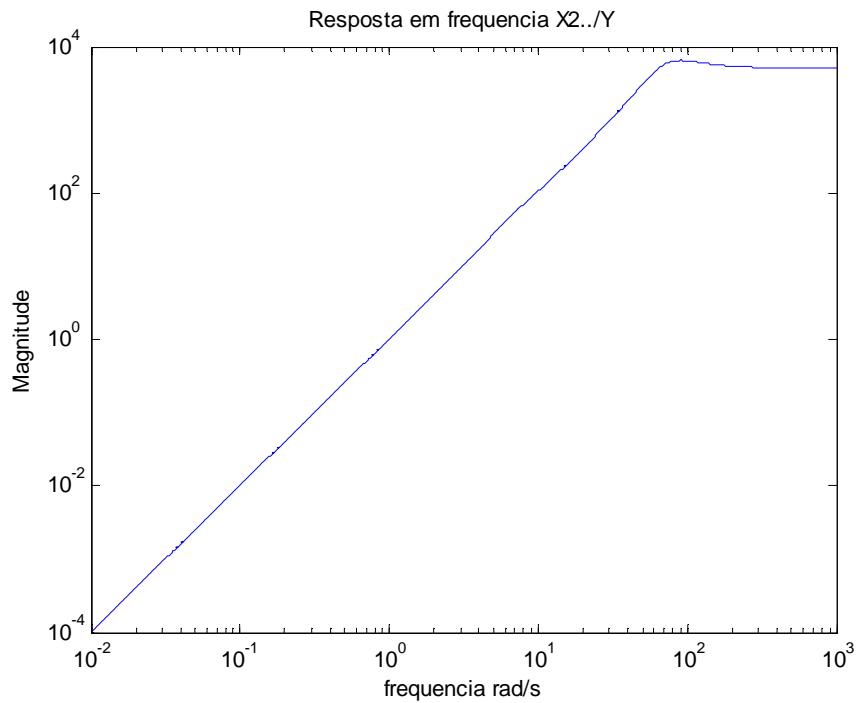


Figura 21: Resposta em freqüência da aceleração das rodas traseiras

5.2 Entradas

A freqüência de entrada do sistema está diretamente ligada à velocidade de deslocamento do veículo e ao comprimento das imperfeições regulares do piso.

Como $v = f \cdot \lambda$

Onde:

v é a velocidade de deslocamento do veículo

f é a freqüência de excitação

λ é o comprimento de onda da oscilação

Logo arrumando a equação:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Eq. 5.13

Assim, para certo conjunto de oscilações com λ variando de 0,5~1,0 metros e considerando que a velocidade de um veículo normalmente se encontra entre 0 e 100km/h. É coerente afirmar que as freqüências pelas quais um veículo é excitado estão entre 0 e 55 Hz (0 e 350 rad/s). Observando os gráficos de resposta em freqüência, verifica-se que o modelo proposto responde adequadamente a esse range de freqüências, logo sua aplicação para análises posteriores é suficiente.

5.3 Análise

Observando as curvas de resposta, o comportamento do sistema para diversas freqüências de entrada fica evidente. As freqüências em que o ganho sofre um aumento abrupto são conhecidas como freqüência de ressonância e é de crucial importância no projeto de um sistema de suspensão, pois quando excitados nestas freqüências a resposta do sistema é acrescida de um ganho considerável. Como o sistema prevê vários graus de liberdade é natural que se encontrem mais de uma freqüência notável, cada uma dessas é considerado um modo de oscilação do veículo e quando excitado desta forma cada componente oscilará de forma predominante.

Costuma-se explicitar os valores pertinentes do amortecimento e da freqüência de ressonância.

Tabela 3: Constante do sistema

Modo	1	2	3	4	5	6
Freq. Hz	1,034	1,40	11,45	11,68	11,92	11,92
Amortecimento	0,29	0,39	0,41	0,42	0,41	0,41

6 Modelo de meio carro equivalente

O modelo de meio carro consegue produzir as saídas dos movimentos tanto verticais quanto rotacionais. Um veículo deslocando-se em trajetória retilínea em velocidade uniforme, sobre um pavimento de irregularidade periódica, estará sujeito a excitações somente verticais ou rotacionais ou uma combinação delas dependendo da relação entre o seu comprimento entre eixos, o comprimento de onda da irregularidade do piso e de sua velocidade. A Figura 23 ilustra este fenômeno.

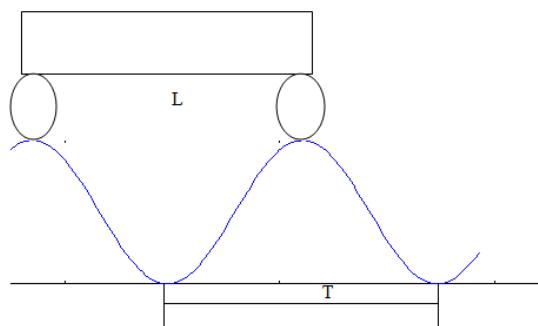


Figura 22: Efeito alternado vertical

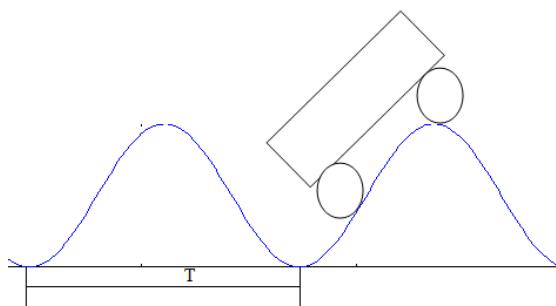


Figura 23: Efeito alternado rotacional

Porém, a grandeza T está diretamente ligada à velocidade do veículo e, portanto a freqüência de excitação, deste modo, os diagramas de resposta em freqüência não conseguem descrever este fenômeno, uma vez que representam apenas uma entrada por vez.

Utilizando-se o modelo de meio carro demonstrado anteriormente. As funções de transferência G podem ser facilmente obtidas.

Manipulando algebricamente as equações apresentadas obtém-se, entre outras, as seguintes funções de transferência:

$$\frac{Z_1(s)}{Y_1(s)} = G_{11}(s)$$

Eq. 6.1

$$\frac{Z_1(s)}{Y_2(s)} = G_{12}(s)$$

Eq. 6.2

$$\frac{\theta(s)}{Y_1(s)} = G_{\theta 1}(s)$$

Eq. 6.3

$$\frac{\theta(s)}{Y_2(s)} = G_{\theta 2}(s)$$

Eq. 6.4

Considerando-se que o veículo desloca-se em velocidade constante sobre um pavimento com irregularidades periódicas, as entradas Y_1 e Y_2 não são independentes. A segunda é a primeira defasada por uma constante proporcional ao entre - eixos do veículo. Desse modo, a segunda entrada é exatamente igual à primeira em certo instante anterior define-se:

$$w_1 = Y_1$$

$$w_2 = Y_2$$

Mas w_2 é defasada no tempo:

$$w_2(T - t) = w_1(t)$$

Eq. 6.5

$$T = \frac{L}{v}$$

$$w_2 \left(\frac{L}{v} - t \right) = w_1(t)$$

Eq. 6.6

A transformada de Laplace em s fica:

$$W_2(s) = W_1(s) \cdot e^{-\frac{L}{v}s}$$

Eq. 6.7

A resposta de Z_1 é função da combinação das entradas, pode-se somar o efeito de cada entrada ponderada pela função de transferência dela mesma.

$$Z_1(s) = G_{11}(s) \cdot W_1(s) + G_{12}(s) \cdot W_2(s)$$

Eq. 6.8

$$W_2(s) = W_1(s) \cdot e^{-\frac{L}{v}s}$$

Eq. 6.9

$$= \left(G_{11}(s) + G_{12}(s) \cdot e^{-\frac{L}{v}s} \right) \cdot W_1(s)$$

Eq. 6.10

W_1 torna-se a única entrada do sistema.

$$W_1(s) = U(s)$$

$$\frac{Z_1(s)}{U(s)} = G_{11}(s) + G_{12}(s) \cdot e^{-k \cdot i}$$

Eq. 6.11

Definindo k como:

$$k = \frac{L}{v} \cdot \omega$$

Eq. 6.12

Analogamente, calcula-se a função de transferência para a rotação:

$$\frac{\theta(s)}{U(s)} = G_{\theta 1}(s) + G_{\theta 2}(s). e^{-k.i}$$

Eq. 6.13

As duas entradas do sistema ficam reduzidas a combinação linear uma única entrada. Assim, pode-se representar o comportamento do veículo nos diagramas de resposta em freqüência.

O foco deste trabalho é avaliar o conforto dos passageiros, desse modo as acelerações são as características mais importantes para serem analisadas. A resposta em freqüência das acelerações é mostrada nos gráficos seguintes. Foram utilizadas as mesmas constantes empregadas na análise do modelo de meio carro.

A alternância dos efeitos rotacionais e verticais é evidenciada sobrepondo-se as curvas de resposta. O formato dos gráficos evidencia que o modelo de meio carro, é capaz de mostrar o comportamento geral do sistema, mas não contempla esse efeito alternado muito importante para a avaliação de um sistema adequado.

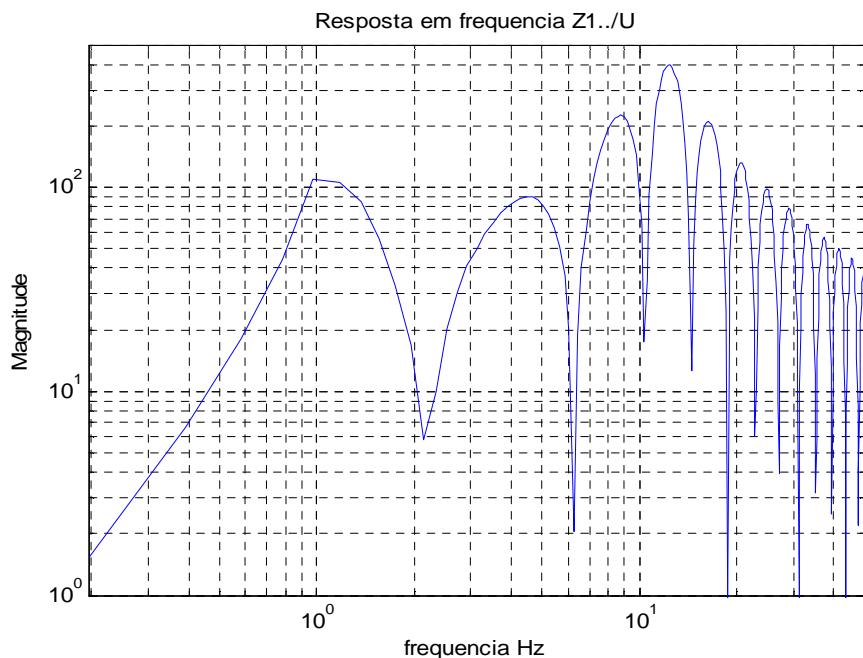


Figura 24: Resposta em freqüência da aceleração vertical do habitáculo

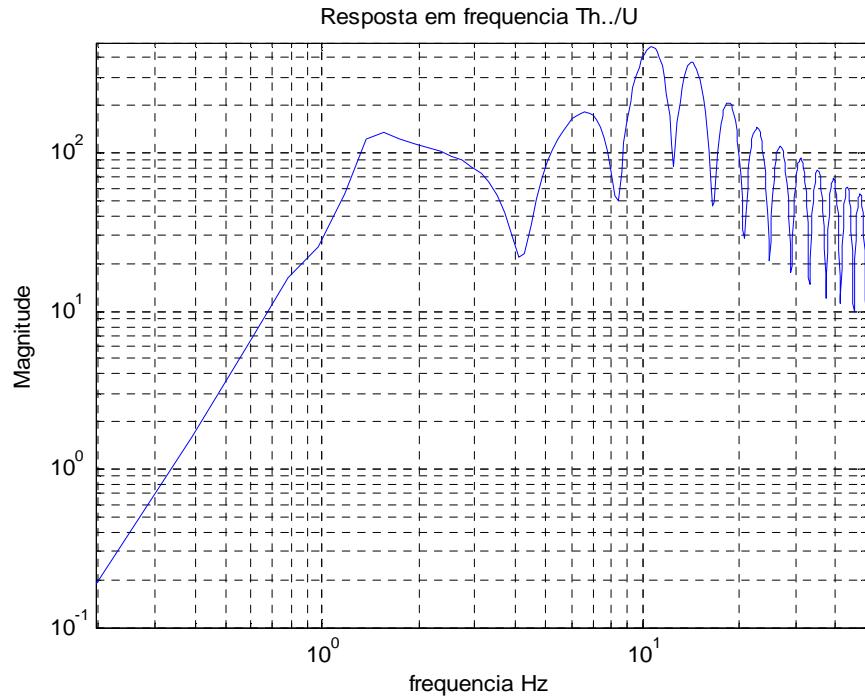


Figura 25: Resposta em freqüênciada aceleração rotacional do habitáculo

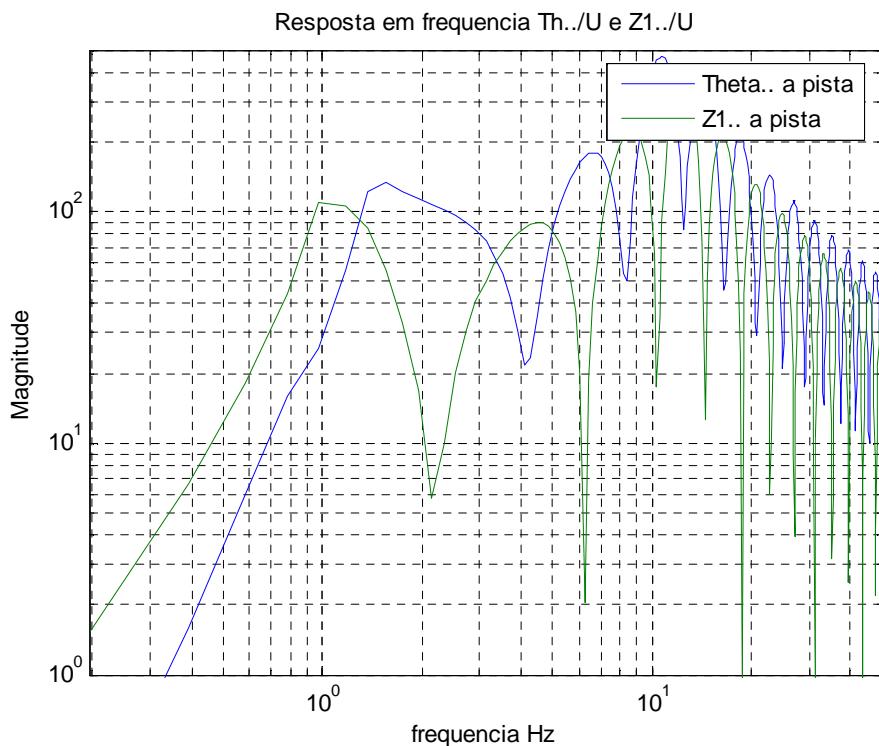


Figura 26: Resposta em freqüênciadas acelerações rotacional e vertical do habitáculo

7 Resposta ao pavimento

Uma das considerações mais importantes no projeto e análise de sistemas de suspensão é a correta determinação do pavimento no qual o veículo em questão deverá operar. Nesse trabalho não se discutirá defeitos de pista pontuais, como “buracos”, “olhos de gato”, “lombadas”, etc. Serão tratadas as irregularidades periódicas presentes em todos os pavimentos.

As irregularidades periódicas do pavimento são medidas utilizando-se instrumentos específicos como o Pavimetro, uma marca registrada. Esses equipamentos percorrem a pista discretizando o comprimento em pontos igualmente espaçados, para cada ponto a cota vertical é determinada em relação a um referencial.

Um exemplo dos dados obtidos na medição pode ser observado na Figura 28. Estes são tratados pela técnica chamada de análise espectral que obtém o PSD (Power Spectral Density). Figura 29. De acordo com a norma ISO-8608:1995 as rodovias podem ser classificadas de A a H de acordo com as irregularidades, na qual A é a melhor possível.



Figura 27: Exemplo de um Pavimetro® .

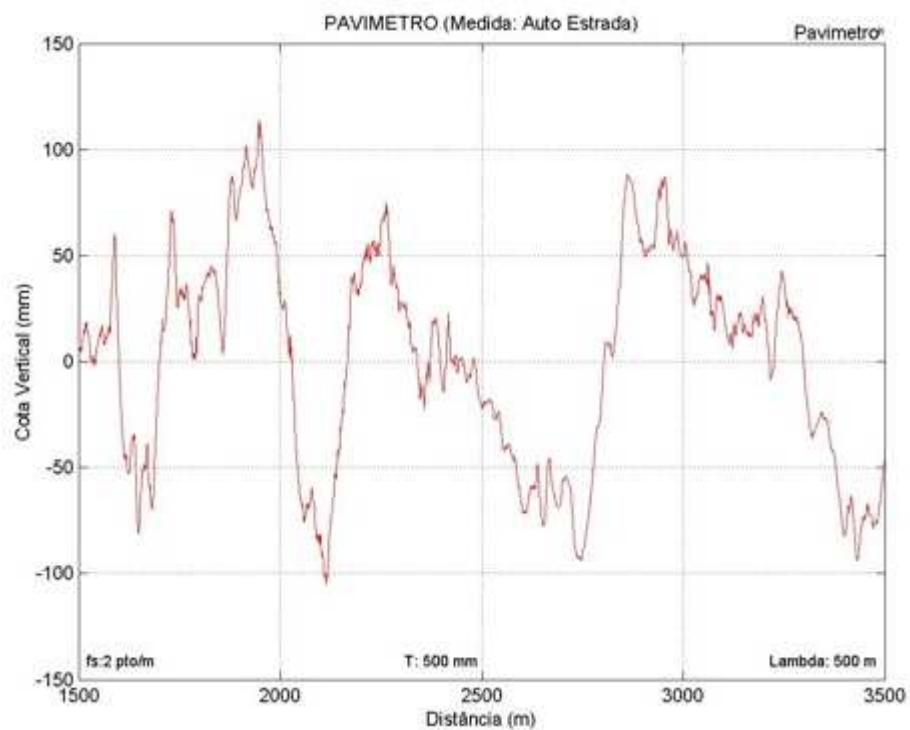


Figura 28: Exemplo de medição de irregularidade para uma auto-estrada

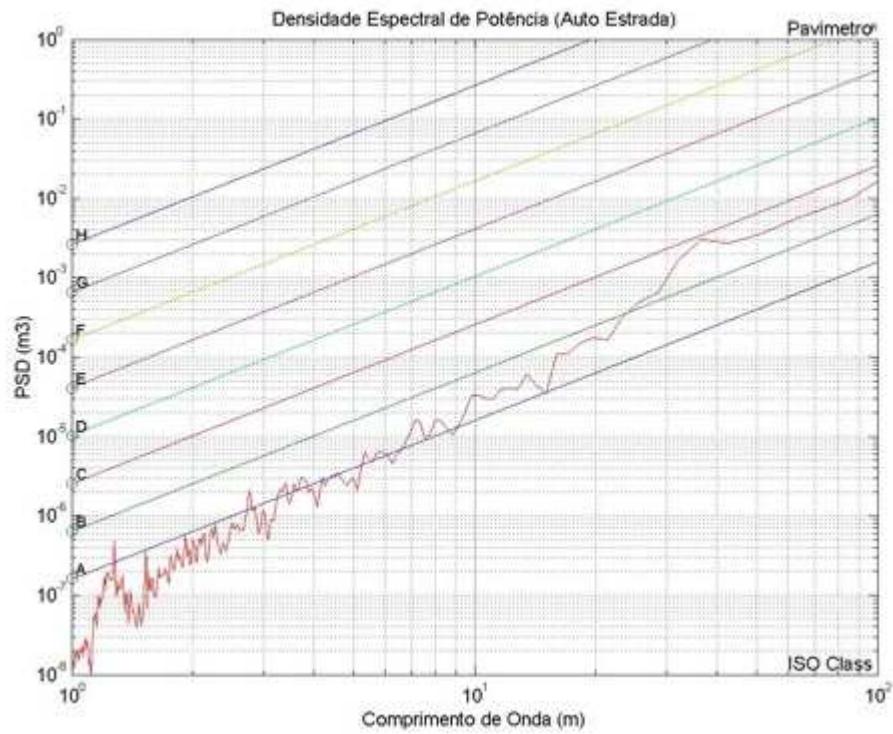


Figura 29: PSD de uma auto-estrada

As pistas normatizadas são caracterizadas como linhas retas no PSD. A Figura 30 mostra dois pavimentos, normatizado ISO classe C considerado boas estradas e uma pista de terra.

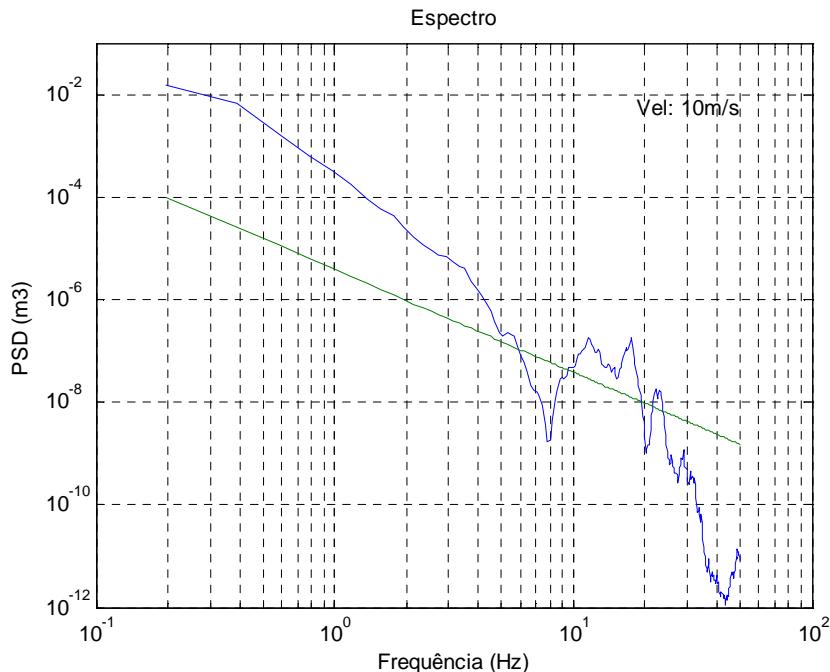


Figura 30: Comparação PSD de uma pista de terra e ISO classe C.

O modelo proposto foi simulado considerando esses dois pavimentos como entrada. Ver Figura 31 e Figura 32. Como esperado a resposta da carroceria acompanha o comportamento da pista.

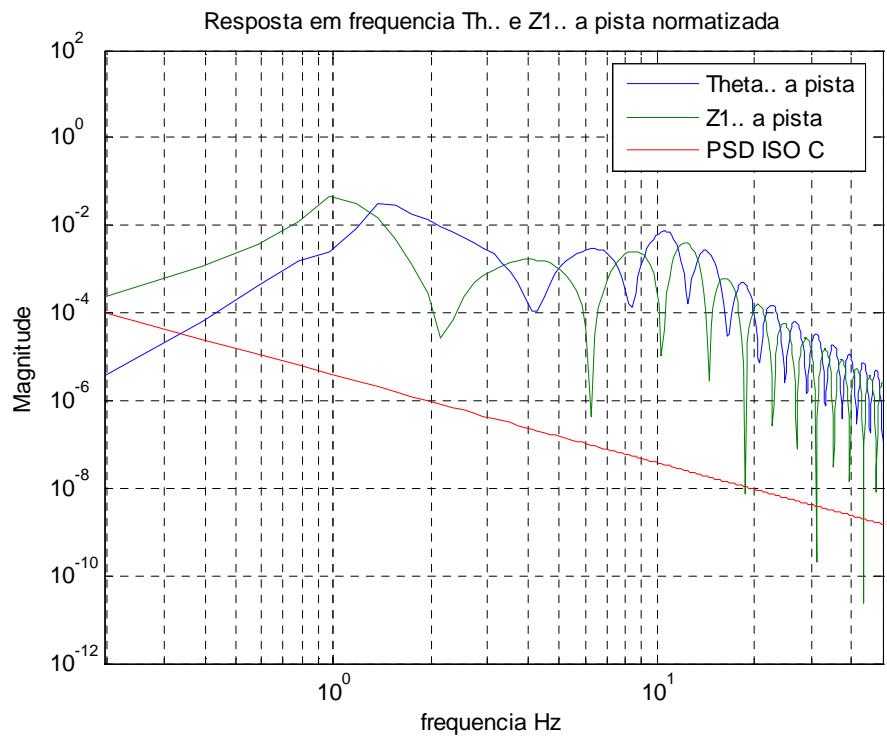


Figura 31: Simulação do modelo em Pista normatizada

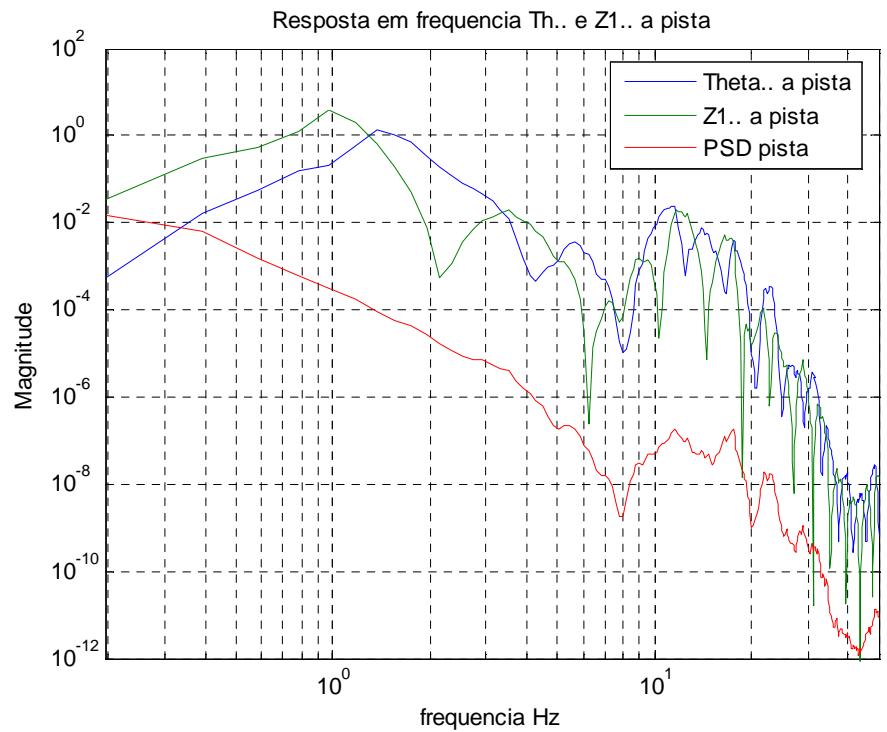


Figura 32: Simulação do modelo em pista de terra

8 Modelo Completo

Até este ponto, todos os modelos trataram os movimentos do veículo de forma isolada. O primeiro considerou apenas o movimento vertical, o segundo acrescentou o “pitch” ou arfagem. Agora propõem se um modelo capaz de verificar além desses movimentos o “roll” ou rolamento do veículo.

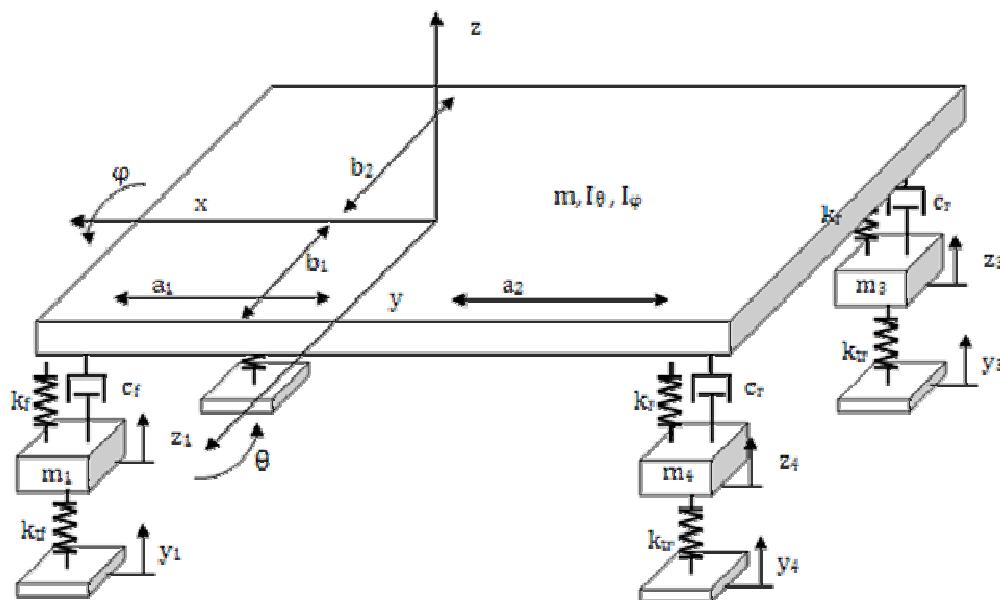


Figura 33: Modelo de veículo completo

Equacionando o modelo e desprezando os amortecimentos dos pneus, que são muito pequenos quando comparados ao dos amortecedores [5].

Pelo método de Lagrange:

A energia cinética:

— — — — —

Eq. 8.1

A energia potencial:

$$\begin{aligned}
V = & \frac{1}{2}k_f(z - z_1 + b_1\varphi - a_1\theta)^2 + \frac{1}{2}k_f(z - z_2 - b_2\varphi - a_1\theta)^2 \\
& + \frac{1}{2}k_r(z - z_3 - b_1\varphi + a_2\theta)^2 \\
& + \frac{1}{2}k_r(z - z_4 + b_2\varphi + a_2\theta)^2 + \frac{1}{2}k_{tf}(z_1 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_{tf}(z_2 - y_2)^2 \\
& + \frac{1}{2}k_{tr}(z_3 - y_3)^2 + \frac{1}{2}k_{tr}(z_4 - y_4)^2
\end{aligned}$$

Eq. 8.2

Dissipação:

$$\begin{aligned}
D = & \frac{1}{2}c_f(\dot{z} - \dot{z}_1 + b_1\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}c_f(\dot{z} - \dot{z}_2 - b_2\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta})^2 \\
& + \frac{1}{2}c_r(\dot{z} - \dot{z}_3 - b_1\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}c_r(\dot{z} - \dot{z}_4 + b_2\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta})^2
\end{aligned}$$

Eq. 8.3

A expressão de Lagrange define:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r}\right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} + \frac{\partial D}{\partial q_r} = f_r$$

Eq. 8.4

As seguintes equações resultam do modelo:

$$\begin{aligned}
m\ddot{z} + c_f(\dot{z} - \dot{z}_1 + b_1\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) + c_f(\dot{z} - \dot{z}_2 - b_2\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) \\
+ c_r(\dot{z} - \dot{z}_3 - b_1\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta}) + c_r(\dot{z} - \dot{z}_4 + b_2\dot{\varphi} + a_2\dot{\theta}) \\
+ k_f(z - z_1 + b_1\varphi - a_1\theta) + k_f(z - z_2 - b_2\varphi - a_1\theta) \\
+ k_r(z - z_3 - b_1\varphi + a_2\theta) + k_r(z - z_4 + b_2\varphi + a_2\theta) = 0
\end{aligned}$$

Eq. 8.5

$$I_\theta\ddot{\theta} - a_1c_f(\dot{z} - \dot{z}_1 + b_1\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta}) - a_1c_f(\dot{z} - \dot{z}_2 - b_2\dot{\varphi} - a_1\dot{\theta})$$

$$+a_2c_r(\dot{z}-\dot{z}_3-b_1\dot{\varphi}+a_2\dot{\theta})+a_2c_r(\dot{z}-\dot{z}_4+b_2\dot{\varphi}+a_2\dot{\theta})$$

$$-a_1k_f(z-z_1+b_1\varphi-a_1\theta)-a_1k_f(z-z_2-b_2\varphi-a_1\theta)$$

$$+a_2k_r(z-z_3-b_1\varphi+a_2\theta)+a_2k_r(z-z_4+b_2\varphi+a_2\theta)=0$$

Eq. 8.6

$$I_\varphi\ddot{\varphi}+b_1c_f(\dot{z}-\dot{z}_1+b_1\dot{\varphi}-a_1\dot{\theta})-b_2c_f(\dot{z}-\dot{z}_2-b_2\dot{\varphi}-a_1\dot{\theta})$$

$$-b_1c_r(\dot{z}-\dot{z}_3-b_1\dot{\varphi}+a_2\dot{\theta})+b_2c_r(\dot{z}-\dot{z}_4+b_2\dot{\varphi}+a_2\dot{\theta})$$

$$+b_1k_f(z-z_1+b_1\varphi-a_1\theta)-b_2k_f(z-z_2-b_2\varphi-a_1\theta)$$

$$-b_1k_r(z-z_3-b_1\varphi+a_2\theta)+b_2k_r(z-z_4+b_2\varphi+a_2\theta)=0$$

Eq. 8.7

$$m_f\ddot{z}_1-c_f(\dot{z}-\dot{z}_1+b_1\dot{\varphi}-a_1\dot{\theta})-k_f(z-z_1+b_1\varphi-a_1\theta)+k_{tf}(z_1-y_1)=0$$

$$m_f\ddot{z}_2-c_f(\dot{z}-\dot{z}_2-b_2\dot{\varphi}-a_1\dot{\theta})-k_f(z-z_2-b_2\varphi-a_1\theta)+k_{tf}(z_2-y_2)=0$$

$$m_r\ddot{z}_3-c_r(\dot{z}-\dot{z}_3-b_1\dot{\varphi}+a_2\dot{\theta})-k_r(z-z_3-b_1\varphi+a_2\theta)+k_{tf}(z_3-y_3)=0$$

$$m_r\ddot{z}_4-c_r(\dot{z}-\dot{z}_4+b_2\dot{\varphi}+a_2\dot{\theta})-k_r(z-z_4+b_2\varphi+a_2\theta)+k_{tf}(z_4-y_4)=0$$

Eq. 8.8

Reescrevendo as equações:

$$\begin{aligned} \ddot{z}m+\dot{z}2(c_f+c_r)-\dot{z}_1c_f-\dot{z}_2c_f-\dot{z}_3c_r-\dot{z}_4c_r+2(k_f+k_r)-z_1k_f-z_2k_f \\ -z_3k_r-z_4k_r+\dot{\varphi}\left((b_1-b_2)c_f+(b_2-b_1)c_r\right)+\dot{\theta}2(a_2c_r-a_1c_f) \\ +\varphi\left((b_1-b_2)k_f+(b_2-b_1)k_r\right)+\theta2(a_2k_r-a_1k_f)=0 \end{aligned}$$

Eq. 8.9

$$I_\varphi\ddot{\varphi}+\dot{z}\left((b_1-b_2)c_f+(b_2-b_1)c_r\right)-\dot{z}_1b_1c_f+\dot{z}_2b_2c_f+\dot{z}_3b_1c_r-\dot{z}_4b_2c_r$$

$$+z\left((b_1-b_2)k_f+(b_2-b_1)k_r\right)-z_1b_1k_f+z_2b_2k_f+z_3b_1k_r-z_4b_2k_r$$

$$\begin{aligned}
& +\dot{\varphi} \left((b_1^2 + b_2^2) c_f + (b_1^2 + b_2^2) c_r \right) + \varphi \left((b_1^2 + b_2^2) k_f + (b_1^2 + b_2^2) k_r \right) \\
& + \dot{\theta} (b_2 - b_1) (a_1 c_f + a_2 c_r) + \theta (b_2 - b_1) (a_1 k_f + a_2 k_r) = 0
\end{aligned}$$

Eq. 8.10

$$\begin{aligned}
I_\theta \ddot{\theta} + \dot{z} 2 (a_2 c_r - a_1 c_f) + \dot{z}_1 a_1 c_f + \dot{z}_2 a_1 c_f - \dot{z}_3 a_2 c_r - \dot{z}_4 a_2 c_r \\
+ z (a_2 k_r - a_1 k_f) + z_1 a_1 k_f + z_2 a_1 k_f - z_3 a_2 k_r - z_4 a_2 k_r \\
+ \dot{\varphi} (b_2 - b_1) (a_1 c_f + a_2 c_r) + \varphi (b_2 - b_1) (a_1 k_f + a_2 k_r) \\
+ \dot{\theta} 2 (a_1^2 c_f + a_2^2 c_r) + \theta 2 (a_1^2 k_f + a_2^2 k_r) = 0
\end{aligned}$$

Eq. 8.11

$$\begin{aligned}
m_f \ddot{z}_1 - \dot{z} c_f + \dot{z}_1 c_f - \dot{\varphi} b_1 c_f + \dot{\theta} a_1 c_f - z k_f + z_1 (k_f + k_{tf}) - \varphi b_1 k_f + \theta a_1 k_f - y_1 k_{tf} = 0 \\
m_f \ddot{z}_2 - \dot{z} c_f + \dot{z}_2 c_f + \dot{\varphi} b_2 c_f + \dot{\theta} a_1 c_f - z k_f + z_2 (k_f + k_{tf}) + \varphi b_2 k_f + \theta a_1 k_f - y_2 k_{tf} = 0 \\
m_r \ddot{z}_3 - \dot{z} c_r + \dot{z}_3 c_r + \dot{\varphi} b_1 c_r - \dot{\theta} a_2 c_r - z k_r + z_3 (k_r + k_{tr}) + \varphi b_1 k_r - \theta a_2 k_r - y_3 k_{tr} = 0 \\
m_r \ddot{z}_4 - \dot{z} c_r + \dot{z}_4 c_r - \dot{\varphi} b_2 c_r - \dot{\theta} a_2 c_r - z k_r + z_4 (k_r + k_{tr}) - \varphi b_2 k_r - \theta a_2 k_r - y_4 k_{tr} = 0
\end{aligned}$$

Eq. 8.12

A transformada de Laplace das equações:

$$\begin{aligned}
& [ms^2 + 2(c_f + c_r)s + 2(k_f + k_r)] Z(s) - [c_f s + k_f] Z_1(s) - [c_f s + k_f] Z_2(s) \\
& - [c_r s + k_r] Z_3(s) - [c_r s + k_r] Z_4(s) + [2(a_2 c_r - a_1 c_f)s + 2(a_2 k_r - a_1 k_f)] \theta(s) \\
& + \left[((b_1 - b_2) c_f + (b_2 - b_1) c_r)s + (b_1 - b_2) k_f + (b_2 - b_1) k_r \right] \varphi(s) = 0
\end{aligned}$$

Eq. 8.13

$$\begin{aligned}
& \left[I_\varphi s^2 + \left((b_1^2 + b_2^2) c_f + (b_1^2 + b_2^2) c_r \right) s + \left(b_1^2 + b_2^2 \right) k_f + \left(b_1^2 + b_2^2 \right) k_r \right] \varphi(s) \\
& + \left[((b_1 - b_2) c_f + (b_2 - b_1) c_r)s + (b_1 - b_2) k_f + (b_2 - b_1) k_r \right] Z(s)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -[b_1 c_f s + b_1 k_f] Z_1(s) + [b_2 c_f s + b_2 k_f] Z_2(s) + [b_1 c_r s + b_1 k_r] Z_3(s) \\ & \quad - [b_2 c_r s + b_2 k_r] Z_4(s) \end{aligned}$$

$$+[(b_2 - b_1)(a_1 c_f + a_2 c_r)s + (b_2 - b_1)(a_1 k_f + a_2 k_r)] \theta(s) = 0$$

Eq. 8.14

$$\begin{aligned} & [I_\theta s^2 + 2(a_1^2 c_f + a_2^2 c_r)s + 2(a_1^2 k_f + a_2^2 k_r)] \theta(s) + [a_1 c_f s + a_1 k_f] Z_1(s) \\ & \quad + [2(a_2 c_r - a_1 c_f)s + (a_2 k_r - a_1 k_f)] Z(s) + [a_1 c_f s + a_1 k_f] Z_2(s) \end{aligned}$$

$$-[a_2 c_r s + a_2 k_r] Z_3(s) - [a_2 c_r s + a_2 k_r] Z_4(s)$$

$$+[(b_2 - b_1)(a_1 c_f + a_2 c_r)s + (b_2 - b_1)(a_1 k_f + a_2 k_r)] \varphi(s) = 0$$

Eq. 8.15

$$\begin{aligned} & [m_f s^2 + c_f s + (k_f + k_{tf})] Z_1(s) - [c_f s + k_f] Z(s) + [a_1 c_f s + a_1 k_f] \theta(s) \\ & \quad - [b_1 c_f s + b_1 k_f] \varphi(s) = [k_{tf}] Y_1(s) \end{aligned}$$

Eq. 8.16

$$\begin{aligned} & [m_f s^2 + c_f s + (k_f + k_{tf})] Z_2(s) - [c_f s + k_f] Z(s) + [a_1 c_f s + a_1 k_f] \theta(s) \\ & \quad + [b_2 c_f s + b_2 k_f] \varphi(s) = [k_{tf}] Y_2(s) \end{aligned}$$

Eq. 8.17

$$\begin{aligned} & [m_r s^2 + c_r s + (k_r + k_{tr})] Z_3(s) - [c_r s + k_r] Z(s) - [a_2 c_r s + a_2 k_r] \theta(s) \\ & \quad + [b_1 c_r s + b_1 k_r] \varphi(s) = [k_{tr}] Y_3(s) \end{aligned}$$

Eq. 8.18

$$\begin{aligned} & [m_r s^2 + c_r s + (k_r + k_{tr})] Z_4(s) - [c_r s + k_r] Z(s) - [a_2 c_r s + a_2 k_r] \theta(s) \\ & \quad - [b_2 c_r s + b_2 k_r] \varphi(s) = [k_{tr}] Y_4(s) \end{aligned}$$

Eq. 8.19

Analogamente ao raciocino empregado de meio carro, as entradas não são independentes, na verdade, a segunda entrada é exatamente igual à primeira em certo instante anterior, assim define-se:

$$w_1 = Y_1$$

$$w_2 = Y_2$$

$$w_3 = Y_3$$

$$w_4 = Y_4$$

Mas w_3 e w_4 são defasadas no tempo:

$$w_4(T - t) = w_1(t)$$

$$w_3(T - t) = w_2(t)$$

$$T = \frac{L}{v}$$

Onde, L é o entre eixos do veículo e v a velocidade em que está se deslocando, desse modo define-se:

$$w_4\left(\frac{L}{v} - t\right) = w_1(t)$$

Eq. 8.20

A transformada de Laplace em s fica:

$$W_4(s) = W_1(s) \cdot e^{-\frac{L}{v}s}$$

Eq. 8.21

A resposta de Z é função da combinação das entradas, pode-se somar o efeito de cada entrada ponderada pela função de transferência dela mesma.

$$Z(s) = \frac{Z(s)}{Y_1(s)} \cdot W_1(s) + \frac{Z(s)}{Y_4(s)} \cdot W_4(s)$$

Eq. 8.22

$$W_4(s) = W_1(s) \cdot e^{-\frac{L}{v}s}$$

$$= \left(\frac{Z(s)}{Y_1(s)} + \frac{Z(s)}{Y_4(s)} \cdot e^{-\frac{L}{v}s} \right) \cdot W_1(s)$$

Eq. 8.23

W_1 torna-se a única entrada do sistema.

$$W_1(s) = U_e(s)$$

$$\frac{Z(s)}{U_e(s)} = \frac{Z(s)}{Y_1(s)} + \frac{Z(s)}{Y_4(s)} \cdot e^{-k_i}$$

Eq. 8.24

Definindo k como:

$$k = \frac{L}{v} \cdot \omega$$

Eq. 8.25

Analogamente, calcula-se a função de transferência para os demais casos, assim:

$$\frac{Z(s)}{U_e(s)} = \frac{Z(s)}{Y_1(s)} + \frac{Z(s)}{Y_4(s)} \cdot e^{-k_i}$$

Eq. 8.26

$$\frac{Z(s)}{U_d(s)} = \frac{Z(s)}{Y_2(s)} + \frac{Z(s)}{Y_3(s)} \cdot e^{-k_i}$$

Eq. 8.27

$$\frac{\theta(s)}{U_e(s)} = \frac{\theta(s)}{Y_1(s)} + \frac{\theta(s)}{Y_4(s)} \cdot e^{-k_i}$$

Eq. 8.28

$$\frac{\theta(s)}{U_d(s)} = \frac{\theta(s)}{Y_2(s)} + \frac{\theta(s)}{Y_3(s)} \cdot e^{-k_i}$$

Eq. 8.29

$$\frac{\varphi(s)}{U_e(s)} = \frac{\varphi(s)}{Y_1(s)} + \frac{\varphi(s)}{Y_4(s)} \cdot e^{-k_i}$$

Eq. 8.30

$$\frac{\varphi(s)}{U_d(s)} = \frac{\varphi(s)}{Y_2(s)} + \frac{\varphi(s)}{Y_3(s)} \cdot e^{-k_i}$$

Eq. 8.31

Do ponto de vista deste trabalho, seria interessante estudar o efeito do veículo trafegando sobre um pavimento irregular, no qual a irregularidades enfrentadas pelas rodas esquerdas e direitas pudessem ser correlacionadas, de modo que a entrada do sistema torna-se única. Considerando-se verdadeira essa suposição, diversos métodos de correlação podem ser empregados. Como o objetivo é apenas avaliar a validade do modelo um coeficiente simples será empregado. É possível assumir que U_d é U_e são defasados no tempo de forma proporcional a defasagem entre as rodas dianteiras e traseiras.

Desse modo, define-se um coeficiente:

$$k_d = \beta \cdot k$$

E assim:

$$\frac{\varphi(s)}{U(s)} = \frac{\varphi(s)}{U_e(s)} + \frac{\varphi(s)}{U_d(s)} \cdot e^{-k_d \cdot i}$$

Eq. 8.32

$$\frac{\theta(s)}{U(s)} = \frac{\theta(s)}{U_e(s)} + \frac{\theta(s)}{U_d(s)} \cdot e^{-k_d \cdot i}$$

Eq. 8.33

$$\frac{Z(s)}{U(s)} = \frac{Z(s)}{U_e(s)} + \frac{Z(s)}{U_d(s)} \cdot e^{-k_d \cdot i}$$

Eq. 8.34

A análise dos diagramas de Bode e dos autovalores das funções de transferência revela os modos de resposta do sistema.

Tabela 4: Modos de resposta do modelo completo

Freqüência	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Modo 7
rad/s	9,26	9,75	12,06	73,56	74,06	74,17	74,89
Hz	1,47	1,55	1,92	11,71	11,79	11,80	11,92
Movimento	Vertical	Rolamento	Arfagem	Rodas			

Observando as freqüências obtidas é evidente que nos gráficos de análise de resposta os picos ficarão sobrepostos.

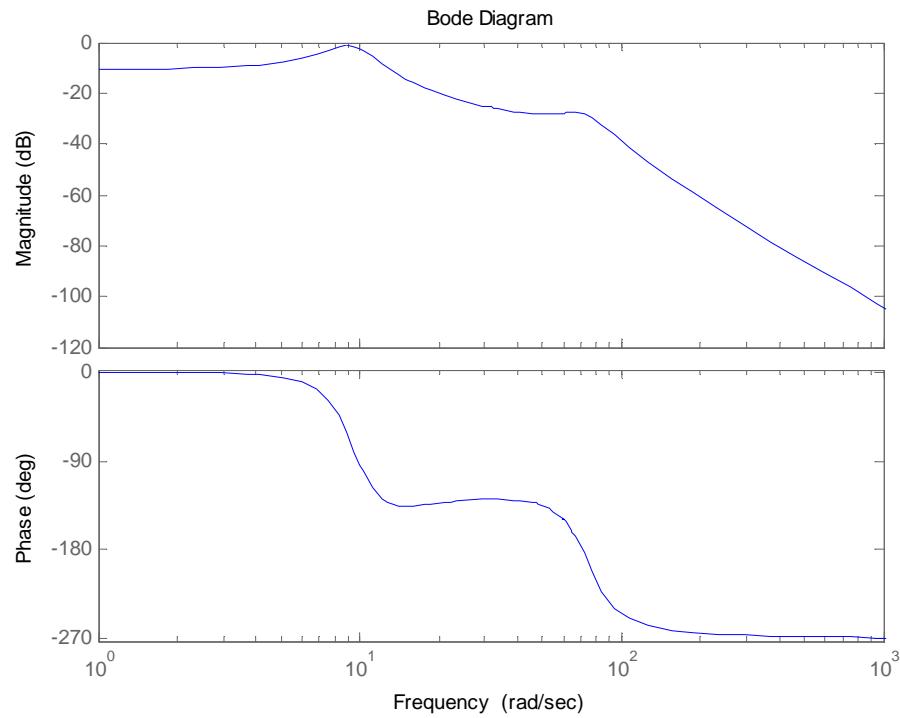


Figura 34 : Diagrama de Bode movimento vertical

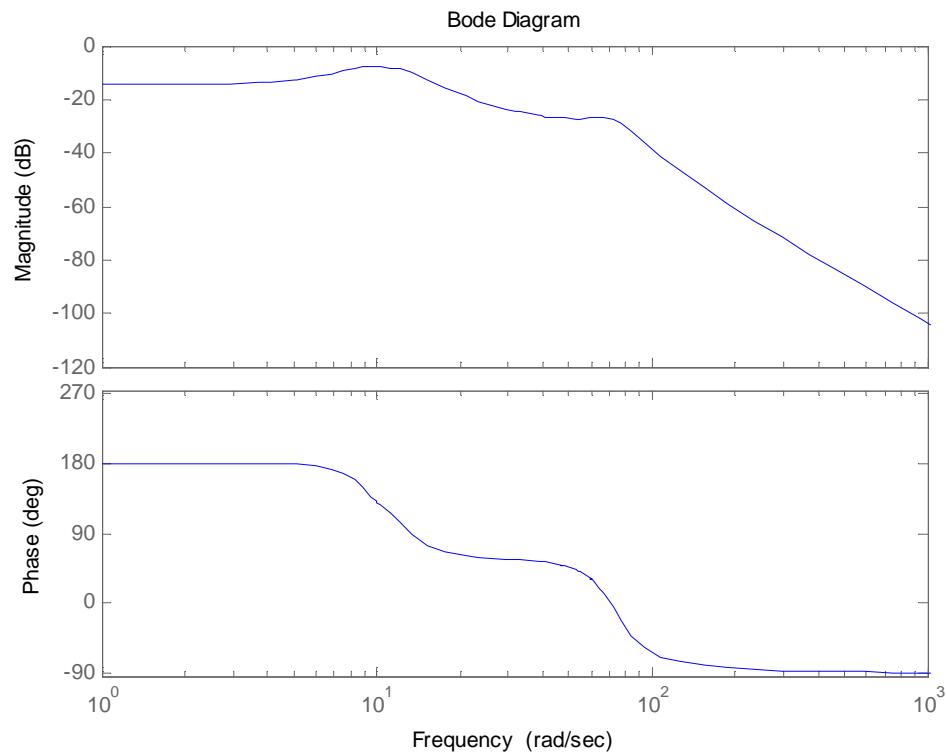


Figura 35: Diagrama de Bode movimento de arfagem

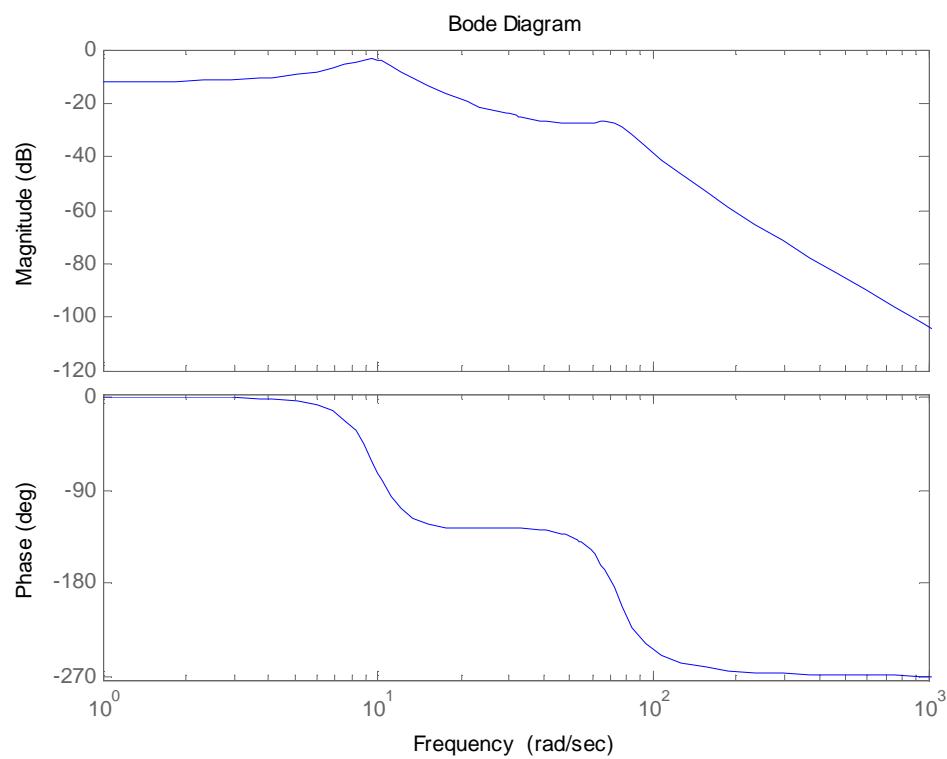


Figura 36: Diagrama de Bode movimento de rolamento

Simulando o modelo em Matlab, será possível avaliar sua eficácia. Para $\beta=1$, ou seja com as entradas das rodas esquerdas defazadas em relação as da direita.

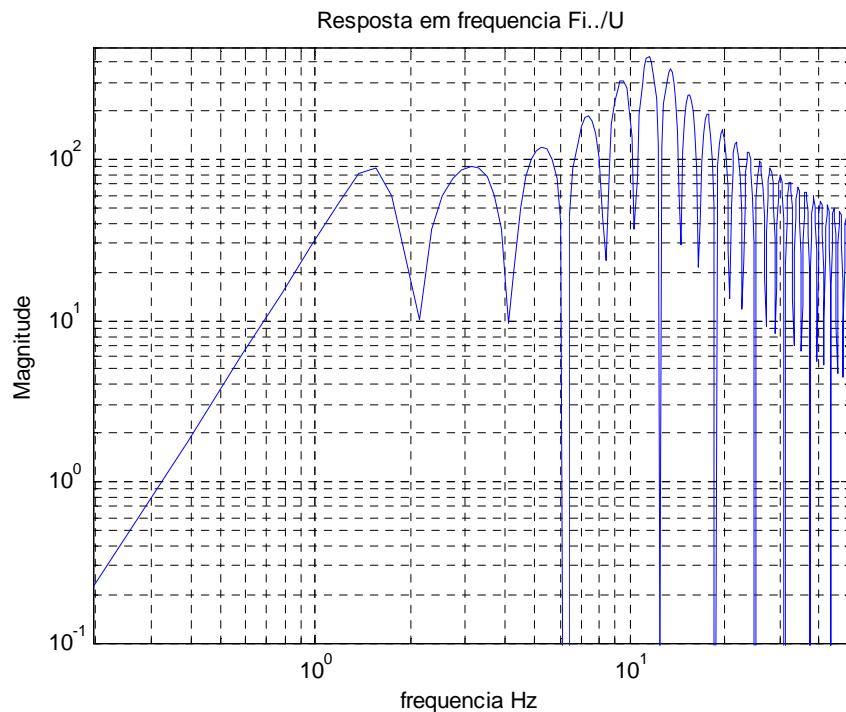


Figura 37 : Resposta do rolamento

Conforme esperado, o movimento apresenta as ressonâncias sobrepostas, de modo que é impossível verificar nesses diagramas, os movimentos isoladamente. Contudo, o movimento apresenta as mesmas características já vistas quando se empregou o modelo de meio carro.

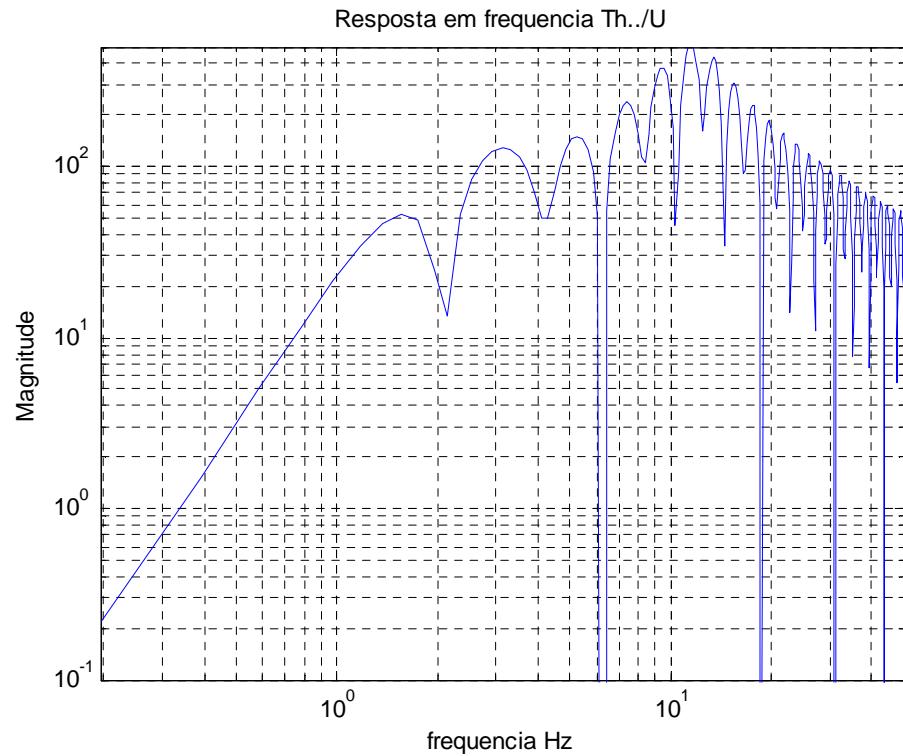


Figura 38: Reposta da arfagem

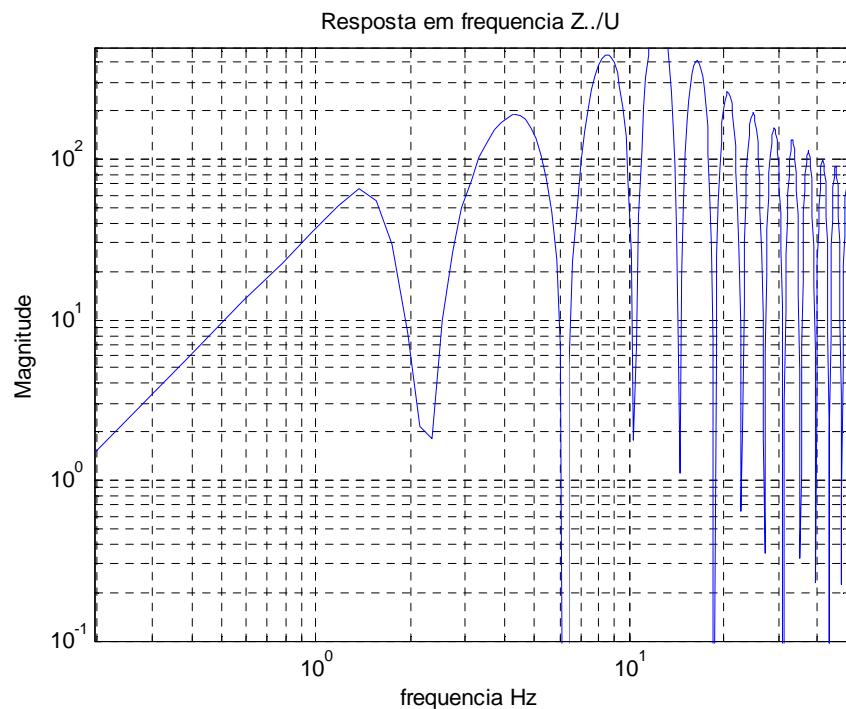


Figura 39: Resposta do movimento vertical

A análise da resposta do modelo a diversos pavimentos é fundamental no projeto e desenvolvimento de sistemas de suspensão, serão novamente empregadas as entradas utilizadas anteriormente, Normatizada classe C e um pavimento de terra.

O comportamento conforme esperado segue as mesmas características observadas, o rolamento, no entanto, apresenta o pico de magnitude um pouco superior aos demais. Essa ocorrência está diretamente ligada a correlação entre o lado direito e esquerdo escolhida e as dimensões do veículo. Porém neste caso específico fica claro o desconforto sentido pelos passageiros a baixas velocidades.

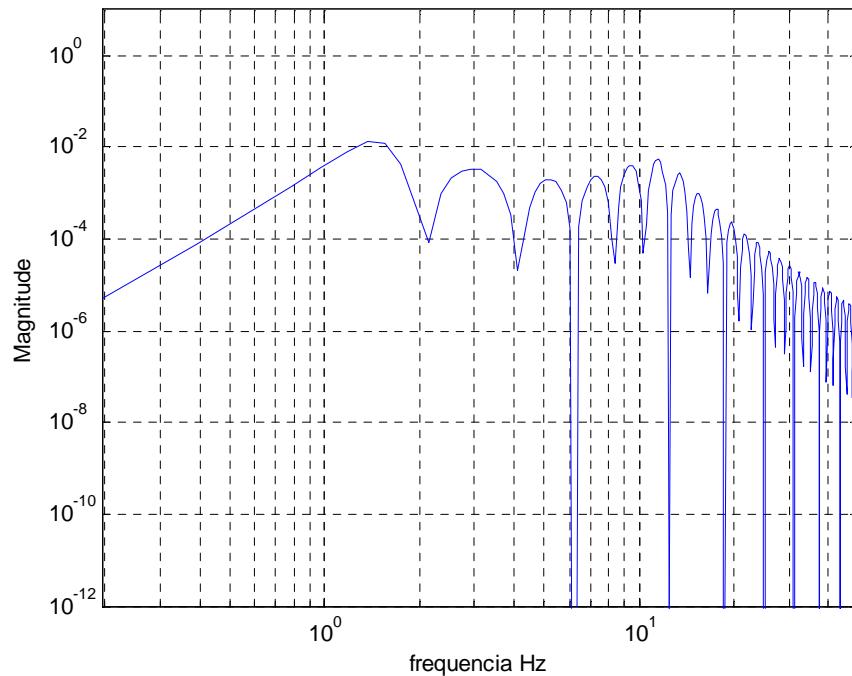


Figura 40: Resposta do rolamento a entrada da pista normatizada

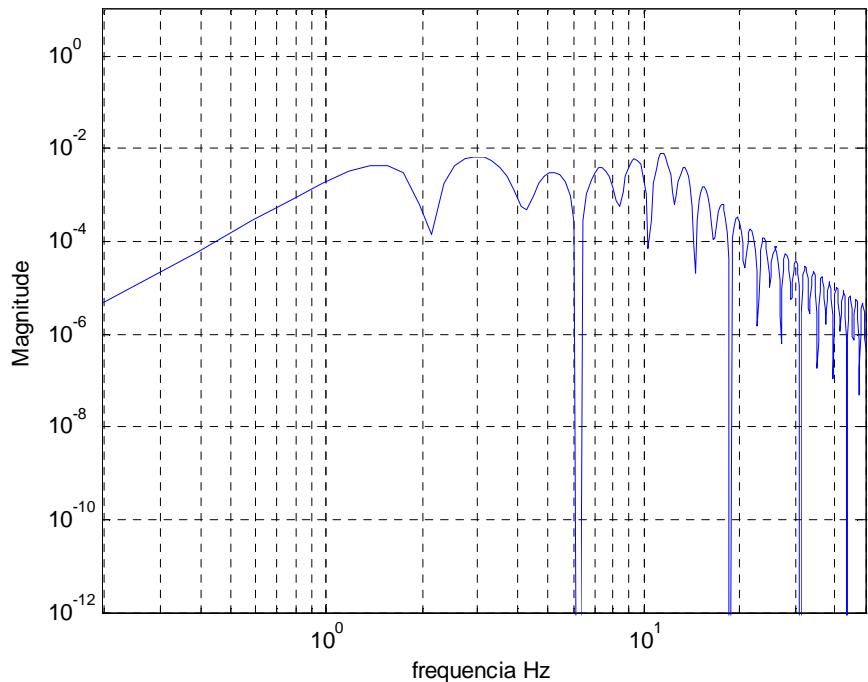


Figura 41: Resposta da arfagem a entrada da pista normatizada

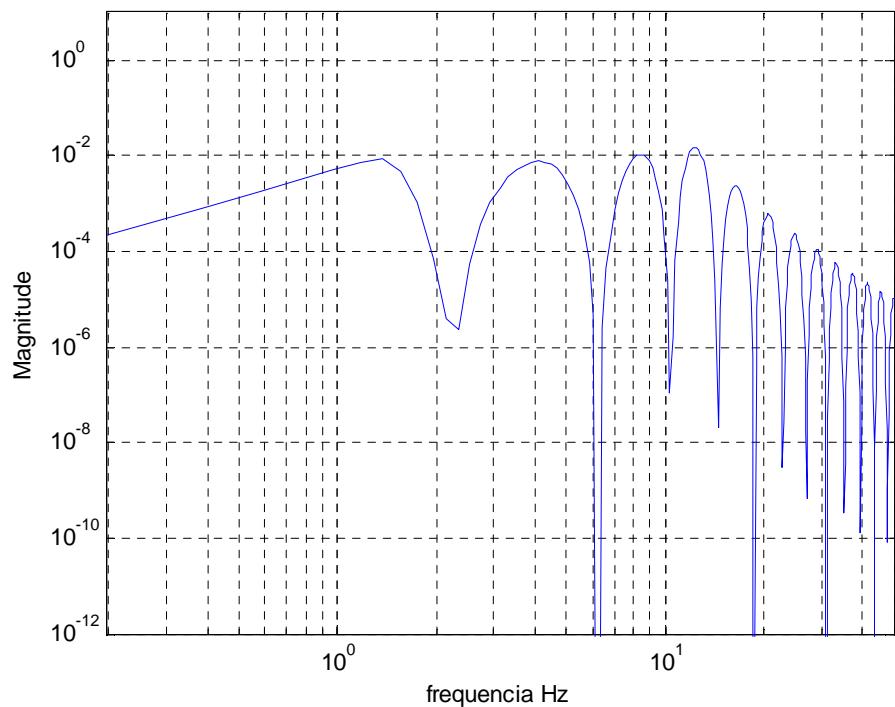


Figura 42: Resposta do movimento vertical a entrada da pista normatizada

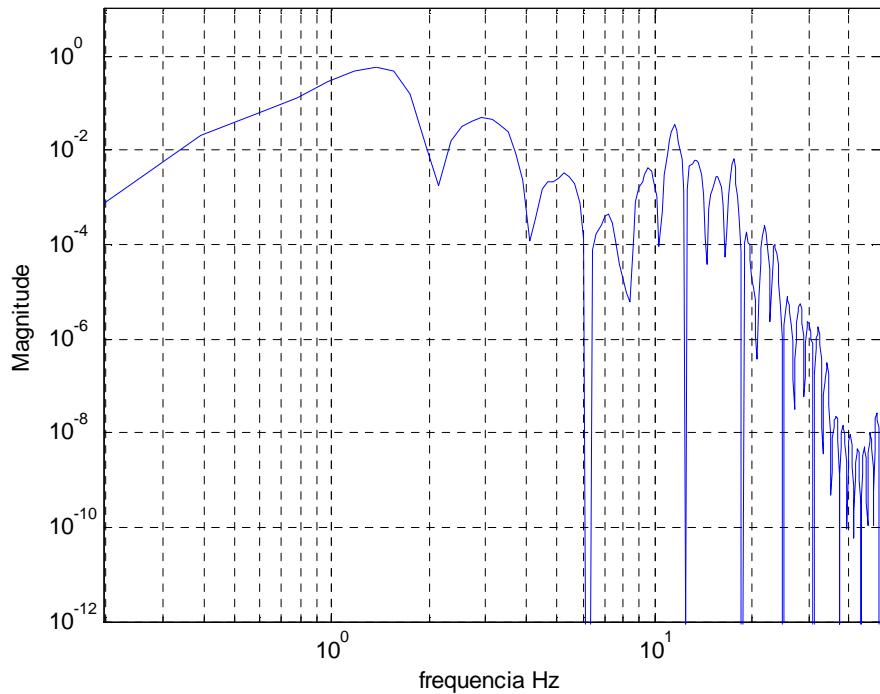


Figura 43: Resposta do rolamento a entrada da pista de terra

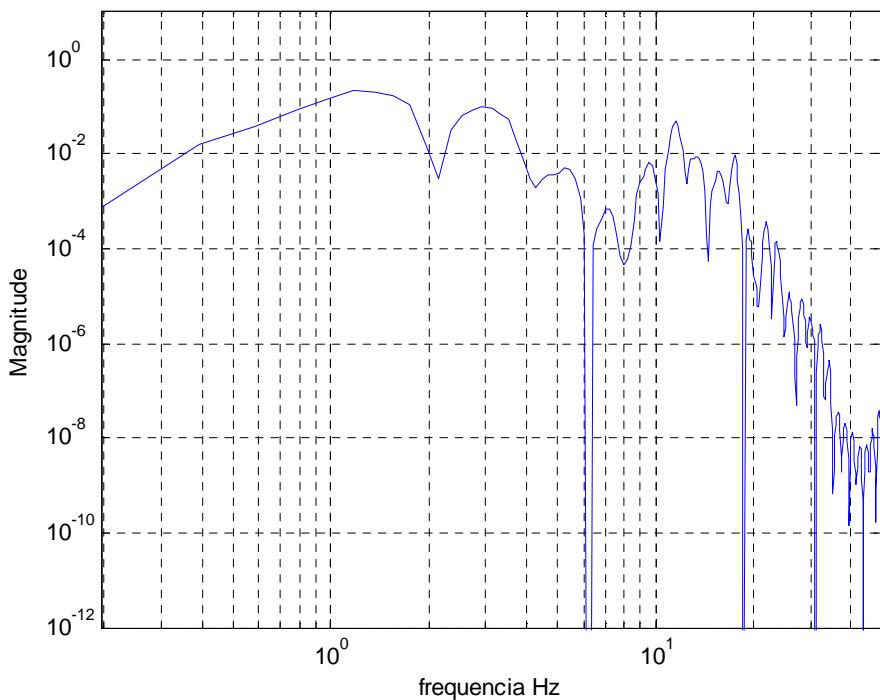


Figura 44: Resposta da arfagem a entrada da pista de terra

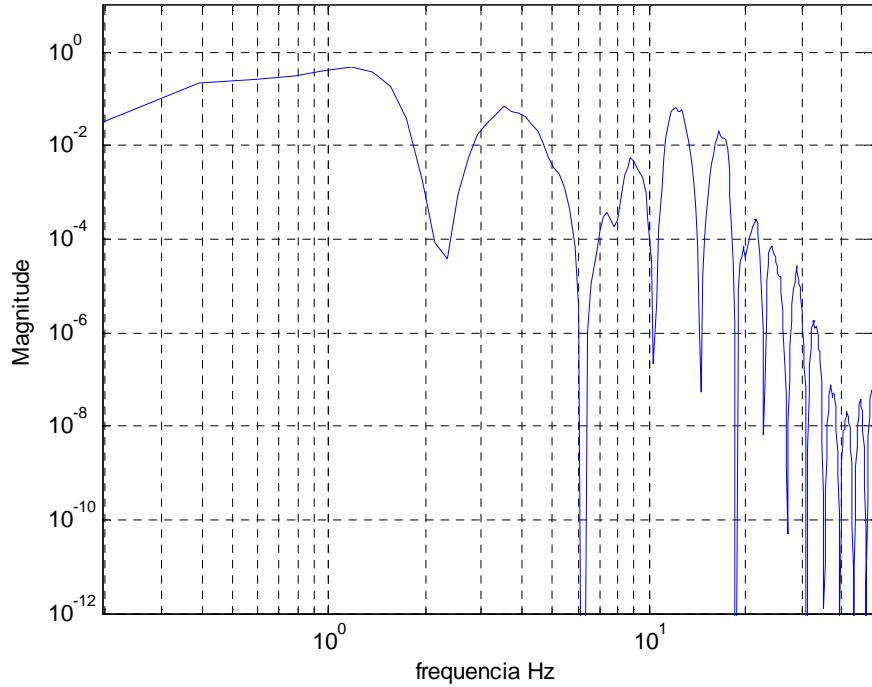


Figura 45: Resposta do movimento vertical à entrada da pista de terra

Quando se adota um coeficiente de correlação entre direita e esquerda nulo, obtém-se respostas muito próximas nos movimentos, exceto o de rolagem que se torna nulo. Na resposta em freqüência da rolagem neste caso é possível observar o acoplamento entre as variáveis de movimento.

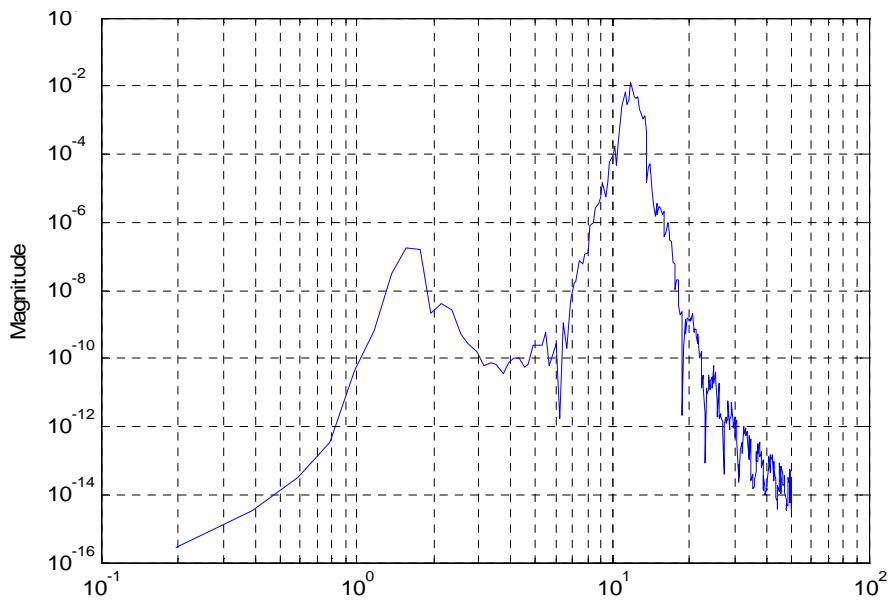


Figura 46: Rolagem quando beta é zero

9 Conclusão

Os modelos empregados na análise dos sistemas mecânicos estão fortemente ligados ao tipo de resultado desejado. Especificamente para veículos automotivos, fica clara essa relação quando se coloca diversos modelos lado a lado.

O modelo de um quarto de carro é ideal para análise simples ou de baixa velocidade, no qual é possível obter sem grande complexidade matemática o comportamento geral do movimento vertical.

O modelo de meio carro é suficiente para análises mais profundas que desejem verificar a arfagem da carroceria, bem como diferenciar os efeitos das rodas dianteiras das traseiras. Neste modelo, um real acréscimo as análise que haviam sido feitas é o modelo de entradas alternadas, capaz de relacionar de forma conclusiva e coerente as entradas dianteiras e traseiras, permitindo a análise direta sob a óptica da resposta em freqüência.

O modelo de carro completo é uma ferramenta bastante sofisticada e trabalhosa, que nem sempre compensa ser utilizada. Conforme foi observado, os resultados obtidos não acrescentam muito aos verificados no modelo anterior. Um novo problema surge neste modelo, trata-se da unificação das entradas e uma correlação mais significativa do ponto de vista físico entre as rodas direitas e esquerdas. A correlação empregada é apenas uma simplificação sendo possível desenvolver parâmetros muito mais complexos e realistas.

Ao se utilizar os PSD das pistas como entrada do modelo, torna-se possível a explicitação do tipo de aceleração a qual a carroceria e os passageiros são submetidos. A magnitude do ganho dessas acelerações é de crucial importância no estudo do conforto e segurança dos ocupantes. É possível destacar uma relação não comprovada nesse estudo, quando se observa o PSD da pista de terra (Figura 30), verifica-se que parte do gráfico na qual o pavimento está mais perturbado (na ordem de 10 Hz) é a ordem de grandeza da freqüência natural das rodas dos veículos de passeio. Essa característica pode indicar que a deformação da pista foi causada pelas rodas dos veículos ao serem excitadas pelo pavimento, o que corresponderia a uma realimentação positiva entre a suspensão e a pista.

A sofisticação dos modelos é sempre possível, espera-se que no futuro continue-se a evoluir os modelos clássicos e compondo-os com outros, como modelos de pneus e melhores entradas, para se obter cada vez mais resultados realistas que possam ajudar a entender a interação veículo pavimento, que é cada vez mais importante tanto para segurança e desempenho quanto para o conforto dos ocupantes, que nem sempre é uma prioridade nos projetos nacionais.

10 BIBLIOGRAFIA

- [1] BARBOSA RS, NETO AC. Safety Vehicle Traffic Speed Limit. XI-DINAME. 2005.
- [2] BARBOSA RS. Interação veículo/ pavimento conforto e segurança veicular. ABPv. 1998.
- [3] GILLESPIE, TD. Fundamental of vehicles dynamics. 1992.
- [4] ISO – International Standard (1985), Mechanical Vibration and Shock – Evaluation of Human Exposure to Whole Body Vibration, International Standard ISO 2631.
- [5] DUKKIPATI RV, JIANG P, MOHAMAD SQ. Road Vehicles Dynamics. 2008
- [6] <http://www.pirelli.com.br/web/technology/about-tyres/default.page> acessado em 16/04/2009 às 15h35min.
- [7] International Organisation for Standardisation (1995). Mechanical Vibration Road Surface Profiles - Reporting of Measured Data. International Standard ISO-8608:1995.
- [8] JAZAR, N R. Vehicle Dynamics: Theory and Application. 2008.
- [9] <http://www.pavimetro.com.br> acessado em 10/04/2010 às 20h10min.

Apêndices

A.1 Programa em Matlab

```

clc
clear all
close all

%%%%%%%%%%%%%% calculo das funções de
transferencia
%%%%%%%%%%%%%% para as com entrada Y1 deve-se
considerar Y2=0
%%%%%%%%%%%%%% e vice versa, serão apresentadas 4
respostas na
%%%%%%%%%%%%%% ordem Z1,Theta,Z2,Z3.
a = sym('a','real');
b = sym('b','real');
c = sym('c','real');
d = sym('d','real');
e = sym('e','real');
f = sym('f','real');
g = sym('g','real');
h = sym('h','real');
i = sym('i','real');
j = sym('j','real');
k = sym('k','real');
l = sym('l','real');
m = sym('m','real');
n = sym('n','real');
o = sym('o','real');
p = sym('p','real');
q=sym('q','real');
r=sym('r','real');
s=sym('s','real');
t=sym('t','real');
u=sym('u','real');
v=sym('v','real');
x=sym('x','real');
z=sym('z','real');
aa=sym('aa','real');
ab=sym('ab','real');
ac=sym('ac','real');
ad=sym('ad','real');
ae=sym('ae','real');
af=sym('af','real');
ag=sym('ag','real');
ah=sym('ah','real');
ai=sym('ai','real');
aj=sym('aj','real');
ak=sym('ak','real');
al=sym('al','real');
am=sym('am','real');
an=sym('an','real');
ao=sym('ao','real');
ap=sym('ap','real');
aq=sym('aq','real');

```

```

ar=sym('ar','real');
as=sym('as','real');
at=sym('at','real');
au=sym('au','real');
av=sym('av','real');
ax=sym('ax','real');
az=sym('az','real');
ba=sym('ba','real');
bb=sym('bb','real');
bc=sym('bc','real');
bd=sym('bd','real');
be=sym('be','real');
Y1=1;
Y2=1;
Y3=1;
Y4=1;

```

```

A=[a b c -d -e -f -g;
   h i j -k l m -n;
   o p q r s -t -u;
   -v x -z aa 0 0 0;
   -ae af ag 0 ai 0 0;
   -al -am an 0 0 aq 0;
   -as -at -au 0 0 0 ba];

```

```
AA=Inv(A);
```

```

B1=[0;0;0;bb*Y1;0;0;0];
B2=[0;0;0;0;bc*Y2;0;0];
B3=[0;0;0;0;0;bd*Y3;0];
B4=[0;0;0;0;0;0;be*Y4];

```

```

GY1=AA*B1;
GY2=AA*B2;
GY3=AA*B3;
GY4=AA*B4;

```

```

% constantes do sistema
m=750;%massa não suspensa
mf=30;%massa da roda dianteira
mr=30;%massa da roda dianteira
Ith=700;%Momento de inercia da carroceria pitch
Ifi=700;%Momento de inercia da carroceria roll
a1=1;%distancia entre a roda dianteira e o CG
a2=1.4;%distancia entre a roda traseira e o CG
b1=1;%distancia entre a roda esquerda ao CG
b2=1;%distancia entre a roda direita ao CG
kf=18250;%Cte da mola dianteira
kr=18250;% cte da mola traseira
cf=1825/2;%Coeficiente de amortecimento frente
cr=1825/2;% coeficiente de amortecimento traseiro
ktf=150000;% rigidez do pneu dianteiro
ktr=150000;% rigidez do pneu traseiro
L=a1+a2;% entre eixos

```

```

% Constantes utilizadas para solução do sistema linear
a=tf([m 2*(cf+cr) 2*(kf+kr)], [1]);

```

```

b=tf([2*(a2*cr-a1*cf) 2*(a2*kr-a1*kf)], [1]);
c=tf([(b1-b2)*cf+(b2-b1)*cr (b1-b2)*kf+(b2-b1)*kr], [1]);
d=tf([cf kf], [1]);
e=tf([cf kf], [1]);
f=tf([cr kr], [1]);
g=tf([cr kr], [1]);
h=tf([(b1-b2)*cf+(b2-b1)*cr (b1-b2)*kf+(b2-b1)*kr], [1]);
i=tf([(b2-b1)*(a1*cf+a2*cr) (b2-b1)*(a1*kf+a2*kr)], [1]);
j=tf([lfi (b1^2+b2^2)*cf+(b1^2+b2^2)*cr (b1^2+b2^2)*(kf+kr)], [1]);
k=tf([b1*cf b1*kf], [1]);
l=tf([b2*cf b2*kf], [1]);
m=tf([b1*cr b1*kr], [1]);
n=tf([b2*cr b2*kr], [1]);
o=tf([2*(a2*cr-a1*cf) (a2*kr-a1*kf)], [1]);
p=tf([lth 2*(a1^2*cf+a2^2*cr) 2*(a1^2*kf+a2^2*kr)], [1]);
q=i;
r=tf([a1*cf a1*kf], [1]);
s=tf([a1*cf a1*kf], [1]);
t=tf([a2*cr a2*kr], [1]);
u=tf([a2*cr a2*kr], [1]);
v=tf([cf kf], [1]);
x=tf([a1*cf a1*kf], [1]);
z=tf([b1*cf b1*kf], [1]);
aa=tf([mf cf kf+ktf], [1]);
ab=0;
ac=0;
ad=0;
ae=v;
af=x;
ag=tf([b2*cf b2*kf], [1]);
ah=0;
ai=aa;
aj=0;
ak=0;
al=tf([cr kr], [1]);
am=tf([a2*cr a2*kr], [1]);
an=tf([b1*cr b1*kr], [1]);
ao=0;
ap=0;
aq=tf([mr cr kr+ktr], [1]);
ar=0;
as=al;
at=am;
au=tf([b2*cr b2*kr], [1]);
av=0;
ax=0;
az=0;
ba=aq;
bb=tf([ktf], [1]);
bc=tf([ktf], [1]);
bd=tf([ktr], [1]);
be=tf([ktr], [1]);

```

%Funções de transferencia obtidas da solução so sistema de equações

```

FTY1=eval(GY1);
FTY2=eval(GY2);
FTY3=eval(GY3);
FTY4=eval(GY4);

```

```

%%Atribui nome as funções
ZY1=FTY1(1);
ThY1=FTY1(2);
FiY1=FTY1(3);

ZY2=FTY2(1);
ThY2=FTY2(2);
FiY2=FTY2(3);

ZY3=FTY3(1);
ThY3=FTY3(2);
FiY3=FTY3(3);

ZY4=FTY4(1);
ThY4=FTY4(2);
FiY4=FTY4(3);

Figure(99)
bode(ZY1)
Figure(98)
bode(ThY1)
Figure(97)
bode(FiY1)

clear i k;

% desenho o grafico de PSD
%arquivo comp em m e mag em m3
v=10; %m/s
fid = fopen('exp_ter.txt', 'r');
exp_ter = textscan(fid, '%n %n', 258);
exp_ter = cell2mat(exp_ter);
w=v.*exp_ter(:,1)*2*pi;

%Rodovia classe iso C
n=exp_ter(:,1);
G=(512*v.*n).^2;

%grafico do piso de terra e rodovia classe C
figure(1)
loglog(v.*exp_ter(:,1),exp_ter(:,2),v.*exp_ter(:,1),G),
title('Espectro'),
xlabel('Frequência (Hz)'),
ylabel('PSD (m3)'),
axis([0.1 100 1e-12 1e-1]);
V=axis;deltax=V(2)-V(1);deltay=V(4)-V(3);
text(0.5*deltax+V(1),0.1*deltay+V(3),['Vel: ' num2str(v)
'm/s'], 'FontSize', 10, 'HorizontalAlignment', 'right', 'VerticalAlignment', 'top');
grid

% Vetor das frequencias
w=v.*exp_ter(:,1)*2*pi;

k=L/v*w;

% empregando a transformada do atraso da função de entrada , obtém-se as
% resposta a uma única entrada U

```

```
%Resposta a U

%Lado Esquierdo Ue
ZUe=ZY1+ZY4*exp(-i*k);
ThUe=ThY1+ThY4*exp(-i*k);
FiUe=FiY1+FiY4*exp(-i*k);

%Lado direito Ud
ZUd=ZY2+ZY3*exp(-i*k);
ThUd=ThY2+ThY3*exp(-i*k);
FiUd=FiY2+FiY3*exp(-i*k);

%%%%% ZUd %%%%%%%%%%%%%%
% extrai os dados da FT
[num,den] = tfdata(ZUd,'v');
num=cell2mat(num);
den=cell2mat(den);
double(num);
double(den);
%calcula a acelerancia para cada frequencia
for a=1:257
Zud(a)=abs(polyval(num(a,:),i*w(a))/polyval(den(a,:),i*w(a)))*w(a)^2;
end

figure(2)
loglog(w/(2*pi),Zud),grid,title('Resposta em frequencia Z../Ud');xlabel('frequencia
Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e0 5e2])

%%%%% ZUe %%%%%%%%%%%%%%
% extrai os dados da FT
[num,den] = tfdata(ZUe,'v');
num=cell2mat(num);
den=cell2mat(den);
double(num);
double(den);
%calcula a acelerancia para cada frequencia
for a=1:257
Zue(a)=abs(polyval(num(a,:),i*w(a))/polyval(den(a,:),i*w(a)))*w(a)^2;
end

figure(3)
loglog(w/(2*pi),Zue),grid,title('Resposta em frequencia Z../Ue');xlabel('frequencia
Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e0 5e2])

%%%%% ThUd %%%%%%%%%%%%%%
[num,den] = tfdata(ThUd,'v');
num=cell2mat(num);
den=cell2mat(den);
double(num);
double(den);
```

```

for a=1:257
Thud(a)=abs(polyval(num(a,:),i*w(a))/polyval(den(a,:),i*w(a)))*w(a)^2;
end

figure(4)
loglog(w/(2*pi),Thud),grid,title('Resposta em frequencia Th../Ud');xlabel('frequencia
Hz');ylabel('Magnitude');
vaxis;axis([0 50 1e-1 5e2])

%%%%% ThUe %%%%%%%%%%%%%%
[num,den] = tfdata(ThUe,'v');
num=cell2mat(num);
den=cell2mat(den);
double(num);
double(den);

for a=1:257
Thue(a)=abs(polyval(num(a,:),i*w(a))/polyval(den(a,:),i*w(a)))*w(a)^2;
end

figure(5)
loglog(w/(2*pi),Thue),grid,title('Resposta em frequencia Th../Ue');xlabel('frequencia
Hz');ylabel('Magnitude');
vaxis;axis([0 50 1e-1 5e2])

%%%%% FiUd %%%%%%%%%%%%%%
[num,den] = tfdata(FiUd,'v');
num=cell2mat(num);
den=cell2mat(den);
double(num);
double(den);

for a=1:257
Fiud(a)=abs(polyval(num(a,:),i*w(a))/polyval(den(a,:),i*w(a)))*w(a)^2;
end

figure(6)
loglog(w/(2*pi),Fiud),grid,title('Resposta em frequencia Fi../Ud');xlabel('frequencia
Hz');ylabel('Magnitude');
vaxis;axis([0 50 1e-1 5e2])

%%%%% FiUe %%%%%%%%%%%%%%
[num,den] = tfdata(FiUe,'v');
num=cell2mat(num);
den=cell2mat(den);
double(num);
double(den);

for a=1:257
Fiue(a)=abs(polyval(num(a,:),i*w(a))/polyval(den(a,:),i*w(a)))*w(a)^2;
end

figure(7)
loglog(w/(2*pi),Fiue),grid,title('Resposta em frequencia Fi../Ue');xlabel('frequencia
Hz');ylabel('Magnitude');
vaxis;axis([0 50 1e-1 5e2])

```



```

%%%%% ZU %%%%%%%%
for a=1:257
ZU(a)=ZUe(a)+ZUd(a)*exp(-i*kd(a));
end

ZU=ZU';

[num,den] = tfdata(ZU,'v');
num=cell2mat(num);
den=cell2mat(den);
double(num);
double(den);

for a=1:257
Zu(a)=abs(polyval(num(a,:),i*w(a))/polyval(den(a,:),i*w(a)))*w(a)^2;
end

figure(10)
loglog(w/(2*pi),Zu),grid,title('Resposta em frequencia Z../U');xlabel('frequencia
Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-1 5e2])

%%%%% Resposta a pista normatizada
%%%%% FiUe %%%%%%
for a=1:257
Fiuep(a)=Fiue(a)^2*G(a);
end

figure(11)
loglog(w/(2*pi),Fiuep),grid,title('Resposta em frequencia Fi../Ue a pista
normatizada');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%% ThUe %%%%%%
for a=1:257
Thuep(a)=Thue(a)^2*G(a);
end

figure(12)
loglog(w/(2*pi),Thuep),grid,title('Resposta em frequencia Th../Ue a pista
normatizada');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%% FiU %%%%%%
for a=1:257
Fiup(a)=Fiu(a)^2*G(a);
end

figure(13)

```

```

loglog(w/(2*pi),Fiup),grid,title('Resposta em frequencia Fi./U a pista normatizada na
esquerda e direita defasada');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%% ZUe %%%%%%
for a=1:257
Zuep(a)=Zue(a)^2*G(a);
end

figure(14)
loglog(w/(2*pi),Zuep),grid,title('Resposta em frequencia Z./Ue a pista
normatizada');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%% ThU%%%%%
for a=1:257
Thup(a)=Thu(a)^2*G(a);
end

figure(15)
loglog(w/(2*pi),Thup),grid,title('Resposta em frequencia Th./U a pista normatizada na
esquerda e direita defasada');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%% ZU%%%%%
for a=1:257
Zup(a)=Zu(a)^2*G(a);
end

figure(16)
loglog(w/(2*pi),Zup),grid,title('Resposta em frequencia Z./U a pista normatizada na
esquerda e direita defasada');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%% Resposta à pista de terra %%%%%%
%Resposta à pista de terra
%%%%% FiUe %%%%%%
for a=1:257
Fiuet(a)=Fieu(a)^2*exp_ter(a,2);
end

figure(17)
loglog(w/(2*pi),Fiuet),grid,title('Resposta em frequencia Fi./Ue a pista de
terra');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%% ThUe %%%%%%
for a=1:257
Thuet(a)=Thue(a)^2*exp_ter(a,2);
end

figure(18)

```

```

loglog(w/(2*pi),Thuet),grid,title('Resposta em frequencia Th../Ue a pista de
terra');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%%% FiU%%%%%%%
for a=1:257
Fiut(a)=Fiu(a)^2*exp_ter(a,2);
end

figure(19)
loglog(w/(2*pi),Fiut),grid,title('Resposta em frequencia Fi../U a pista de terra na esquerda e
direita defasada');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%%% ZUe %%%%%%
for a=1:257
Zuet(a)=Zue(a)^2*exp_ter(a,2);
end

figure(20)
loglog(w/(2*pi),Zuet),grid,title('Resposta em frequencia Z../Ue a pista de
terra');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%%% ThU%%%%%%
for a=1:257
Thut(a)=Thu(a)^2*exp_ter(a,2);
end

figure(21)
loglog(w/(2*pi),Thut),grid,title('Resposta em frequencia Th../U a pista de terra na esquerda e
direita defasada');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

%%%%%% ZU%%%%%
for a=1:257
Zut(a)=Zu(a)^2*exp_ter(a,2);
end

figure(22)
loglog(w/(2*pi),Zut),grid,title('Resposta em frequencia Z../U a pista de terra na esquerda e
direita defasada');xlabel('frequencia Hz');ylabel('Magnitude');
v=axis;axis([0 50 1e-12 1e1])

```