

Marcelo Alves Baratela
Paulo Fernando Escobar da Silva

ESTUDO SOBRE DISPOSITIVO DE
INVISIBILIDADE UTILIZANDO
METAMATERIAIS

São Carlos

2016

**MARCELO ALVES BARATELA
PAULO FERNANDO ESCOBAR DA SILVA**

ESTUDO SOBRE DISPOSITIVO DE INVISIBILIDADE UTILIZANDO METAMATERIAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Escola de Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia da Computação

Curso de Engenharia Elétrica com ênfase em
Eletrônica

ORIENTADOR: Prof. Dr. Ben-Hur Viana Borges

São Carlos
2016

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE
ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Baratela, Marcelo Alves

B226e Estudo sobre Dispositivo de Invisibilidade
utilizando Metamateriais / Marcelo Alves Baratela, Paulo
Fernando Escobar da Silva;
orientador Ben-Hur Viana Borges. São Carlos, 2016.

Monografia (Graduação em Engenharia de Computação e
Engenharia Elétrica com ênfase em Eletrônica) -- Escola
de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2016.

1. Metamateriais. 2. Ótica Transformacional. 3.
Cloak. 4. Invisibilidade I. Silva, Paulo Fernando
Escobar da. II. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Marcelo Alves Baratela

Título: “Estudo sobre dispositivo de invisibilidade utilizando metamateriais”

Trabalho de Conclusão de Curso defendido em 30/11/2016.

Comissão Julgadora:

Resultado:

Prof. Associado Ben-Hur Viana Borges
(Orientador) - SEL/EESC/USP

APROVADO

Prof. Dr. Marcelo Basílio Joaquim
SEL/EESC/USP

APROVADO

Mestre Achilles Fontana da Mota
Doutorando - SEL/EESC/USP

APROVADO

Coordenador do Curso Interunidades Engenharia de Computação pela EESC:

Prof. Dr. Maximilian Luppe

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Paulo Fernando Escobar da Silva

Título: "Estudo sobre dispositivo de invisibilidade utilizando metamateriais"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado
em 30 / 11 / 2016,

com NOTA 8,7 (OITO, SETE), pela Comissão Julgadora:

Prof. Associado Ben-Hur Viana Borges - Orientador - SEL/EESC/USP

Prof. Dr. Marcelo Basílio Joaquim - SEL/EESC/USP

Mestre Achilles Fontana da Mota - Doutorando - SEL/EESC/USP

Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:
Prof. Associado José Carlos de Melo Vieira Júnior

Resumo

Com o descobrimento do conceito de metamateriais, torna-se possível a obtenção de meios com parâmetros constituintes não encontrados na natureza. Suas aplicações se tornam interdisciplinares, indo da acústica ao uso em prevenções de desastres causados por abalos sísmicos. No campo do eletromagnetismo, a ótica transformacional se mostra como uma ótima ferramenta para a obtenção de materiais com os mais variados tipos de comportamento. Um dos mais estudados é a invisibilidade, ou *cloaking*. Neste trabalho, primeiramente são apresentadas as fundamentações teóricas que possibilitam o entendimento desse comportamento. É então feita uma rápida abordagem sobre o estado da arte, fornecendo uma visão geral dos principais ramos de pesquisa envolvendo a ótica transformacional. Em seguida são apresentadas as simulações de *cloaks* ideais utilizando transformadas lineares e quadráticas, assim como uma comparação entre as duas. Por fim, é feita uma simulação de um dispositivo de *cloak* com comportamento dispersivo, sendo analisada sua resposta a um pulso retangular.

Palavras-chave: Metamateriais. Ótica Transformacional. Cloak. Invisibilidade.

Abstract

With the discovery of the metamaterial concept, it became possible to obtain media with constitutive parameters not previously found in nature. Their applications became interdisciplinary, ranging from acoustics to the prevention of earthquake disasters. In the electromagnetism field, transformation optics is shown as a great tool to obtain materials with the most varied types of behavior. One of the most studied is cloaking. In this work, the theoretical foundations that allow the understanding of this behavior are presented first. A rapid state-of-the-art approach is then given, providing an overview of the major branches of research involving transformation optics. Following are the ideal cloak simulations using linear and quadratic transformations, as well as a comparison between the two. Finally, a simulation of a cloak device with dispersive behavior is performed and its response to a rectangular pulse is analyzed.

Keywords: Metamaterials. Transformation Optics. Cloaking. Invisibility.

Lista de ilustrações

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Arranjo de fios metálicos utilizados para obter permissividade negativa no trabalho de Rotman | 26 |
| Figura 2 – Modelo de um SRR apresentado por Pendry em 1999 | 27 |
| Figura 3 – Foto do metamaterial LHM realizado por Smith et al [11]. | 27 |
| Figura 4 – Classificação dos metamateriais no domínio $\mu \times \epsilon$ | 29 |
| Figura 5 – À esquerda, o sistema ortogonal LHM. À direita, RHM | 33 |
| Figura 6 – Refração de uma onda na interface entre dois meios | 34 |
| Figura 7 – Comportamento de raios de luz em meio não homogêneo retratado em azul | 35 |
| Figura 8 – Discretização de um meio não homogêneo | 36 |
| Figura 9 – Transformação para cloak cilíndrico | 39 |
| Figura 10 – Ilustração do funcionamento da rotação de permissividade, onde os tensores contendo elementos do sistema de coordenadas cartesianas são rotacionados para equivaler a elementos no sistema de coordenadas cilíndricas. | 46 |
| Figura 11 – Editor de objetos do Lumerical contendo elementos utilizados para construção do problema | 47 |
| Figura 12 – Variação de ϵ_r ao longo do raio para transformada linear. | 48 |
| Figura 13 – Variação de ϵ_ϕ ao longo do raio para transformada linear. | 48 |
| Figura 14 – Variação de ϵ_z ao longo do raio para transformada linear. | 49 |
| Figura 15 – Perfil de permissividade ideal para transformada linear. | 49 |
| Figura 16 – Perfil de permissividade para transformada linear utilizando modelo de 8 camadas. | 50 |
| Figura 17 – Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de <i>cloak</i> projetado com transformada linear. | 50 |
| Figura 18 – Variação de ϵ_r ao longo do raio para transformada quadrática. | 51 |
| Figura 19 – Variação de ϵ_ϕ ao longo do raio para transformada quadrática. | 52 |
| Figura 20 – Variação de ϵ_z ao longo do raio para transformada quadrática. | 52 |
| Figura 21 – Perfil de permissividade ideal para transformada Quadrática. | 53 |
| Figura 22 – Perfil de permissividade para transformada quadrática utilizando modelo de 8 camadas. | 53 |
| Figura 23 – Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de <i>cloak</i> projetado com transformada quadrática. | 54 |
| Figura 24 – Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de <i>cloak</i> projetado com transformada linear e discretizado com 60 camadas e 200 seções. | 54 |
| Figura 25 – Curva característica do modelo de Drude-Lorentz, onde estão representadas as partes real e imaginária do parâmetro constitutivo em questão. | 56 |

| | |
|---|----|
| Figura 26 – Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de cloak para 2,5GHz. | 57 |
| Figura 27 – Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de cloak para 3GHz. | 58 |
| Figura 28 – Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de cloak para 3,5GHz. | 58 |
| Figura 29 – Comparação dos perfis das frentes de onda correspondentes às simulações de 2,5GHz, 3GHz e 3,5GHz. | 59 |
| Figura 30 – Comparação das magnitudes do campo elétrico resultante para todos os pontos do monitor de linha individualmente conforme a frequência é variada. | 59 |
| Figura 31 – Sinal resultante da modulação de uma onda portadora de 3GHz por parte de um pulso retangular com largura de 5ns. | 60 |
| Figura 32 – Espectro de frequências do sinal de entrada obtido por meio da sua transformada de <i>Fourier</i> | 61 |
| Figura 33 – Representação de um sistema por um modelo de rede de duas portas onde pode se observar as ondas incidentes e refletidas, assim como a matriz de parâmetros S inerente ao sistema. | 61 |
| Figura 34 – Indicação em azul dos três pontos analisados ao longo do monitor de linha. | 62 |
| Figura 35 – Resposta em frequência do sistema para os pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ | 63 |
| Figura 36 – Sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após a interação entre um pulso retangular com largura de 5ns e o dispositivo de <i>cloak</i> projetado. | 64 |
| Figura 37 – Sinal resultante da modulação de uma onda portadora de 3GHz por parte de um pulso retangular com largura de 1ns. | 65 |
| Figura 38 – Espectro de frequências do sinal de entrada com largura de 1ns obtido por meio da sua transformada de <i>Fourier</i> | 65 |
| Figura 39 – Sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após a interação entre um pulso retangular com largura de 1ns e o dispositivo de <i>cloak</i> projetado. | 66 |
| Figura 40 – Espectro de frequências do sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após um pulso com largura de 1ns interagir com o dispositivo. | 67 |
| Figura 41 – Sinal resultante da modulação de uma onda portadora de 3GHz por parte de um pulso retangular com largura de 20ns. | 68 |
| Figura 42 – Espectro de frequências do sinal de entrada com largura de 20ns obtido por meio da sua transformada de <i>Fourier</i> | 68 |
| Figura 43 – Sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após a interação entre um pulso retangular com largura de 1ns e o dispositivo de <i>cloak</i> projetado. | 70 |

| | |
|---|----|
| Figura 44 – Espectro de frequências do sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após um pulso com largura de 20ns interagir com o dispositivo. | 71 |
| Figura 45 – Sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após a interação entre um pulso retangular com portadora de $2,6\text{GHz}$ e o dispositivo de <i>cloak</i> projetado. | 72 |
| Figura 46 – Espectro de frequências do sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após um pulso com portadora de $2,6\text{GHz}$ interagir com o dispositivo. | 73 |
| Figura 47 – Sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após a interação entre um pulso retangular com portadora de $3,4\text{GHz}$ e o dispositivo de <i>cloak</i> projetado. | 74 |
| Figura 48 – Espectro de frequências do sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após um pulso com portadora de $3,4\text{GHz}$ interagir com o dispositivo. | 75 |
| Figura 49 – Editor de objeto do Lumerical mostrando apenas os elementos criados e configurados manualmente. | 89 |
| Figura 50 – Aba de configurações gerais do elemento FDTD. | 89 |
| Figura 51 – Aba de configurações geométricas do elemento FDTD. | 90 |
| Figura 52 – Aba de configurações da <i>mesh</i> do elemento FDTD. | 90 |
| Figura 53 – Aba de configurações das condições de contorno do elemento FDTD. | 91 |
| Figura 54 – Aba de configurações gerais do elemento <i>mesh</i> | 92 |
| Figura 55 – Aba de configurações geométricas do elemento <i>mesh</i> | 92 |
| Figura 56 – Aba de configurações gerais do elemento <i>source</i> | 93 |
| Figura 57 – Aba de configurações geométricas do elemento <i>source</i> | 93 |
| Figura 58 – Aba de configurações gerais dos elementos <i>monitor</i> e <i>monitor_1</i> | 94 |
| Figura 59 – Aba de configurações geométricas do elemento <i>monitor</i> | 95 |
| Figura 60 – Aba de configurações geométricas do elemento <i>monitor_1</i> | 95 |

Lista de abreviaturas e siglas

| | |
|------|-------------------------------|
| DNG | Double Negative |
| DPS | Double Positive |
| ENG | Epsilon Negative |
| FDTD | Finite-Difference Time-Domain |
| LHM | Left-handed Media |
| MNG | Mu Negative |
| PML | Perfectly Matched Layer |
| RHM | Right-handed Media |
| SRR | Split-Ring Resonator |

Lista de símbolos

| | |
|--------------|---|
| E | Campo elétrico (V/m) |
| H | Campo magnético (A/m) |
| λ | Comprimento de onda (mm) |
| λ_0 | Comprimento de onda no vácuo (mm) |
| C | Critério de estabilidade de Courant |
| ρ | Densidade de carga (C/m ²) |
| J | Densidade de corrente (A/m ²) |
| D | Deslocamento elétrico (C/m ²) |
| B | Deslocamento magnético (Wb/m ²) |
| ω | Frequência angular (rad/s) |
| η | Impedância (Ohm) |
| n | Índice de refração |
| μ | Permeabilidade magnética (H/m) |
| μ_0 | Permeabilidade magnética no vácuo (H/m) |
| μ_r | Permeabilidade magnética relativa |
| ϵ | Permissividade elétrica (F/m) |
| ϵ_0 | Permissividade elétrica no vácuo (F/m) |
| ϵ_r | Permissividade elétrica relativa |
| c | Velocidade da luz no vácuo (m/s) |
| k | Vetor de onda |

Sumário

| | | |
|-------|--|----|
| 1 | INTRODUÇÃO | 19 |
| 1.1 | Motivação | 19 |
| 1.2 | Estado da Arte | 20 |
| 1.2.1 | Invisibilidade | 20 |
| 1.2.2 | Lentes | 20 |
| 1.2.3 | Outros trabalhos | 21 |
| 1.3 | Organização dos Capítulos | 21 |
| I | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 23 |
| 2 | METAMATERIAIS | 25 |
| 2.1 | História e Evolução dos Metamateriais | 25 |
| 2.2 | Classificação dos Metamateriais | 28 |
| 3 | PROPAGAÇÃO DE ONDA EM METAMATERIAIS | 31 |
| 3.1 | Equações de Maxwell | 31 |
| 3.2 | Influência do Índice de Refração na Propagação da Onda | 32 |
| 4 | TRANSFORMADA ÓPTICA | 35 |
| 4.1 | Óptica Geométrica | 35 |
| 4.2 | Traçado de Raios | 35 |
| 4.3 | Transformação de Coordenadas | 36 |
| 4.4 | Transformada Óptica sobre Projeções Não-Conformes | 37 |
| 4.4.1 | Invariância nas Equações de Maxwell | 37 |
| 4.4.2 | mantos Cilíndrico | 38 |
| 4.4.3 | Condições de Contorno | 40 |
| 4.4.4 | Anisotropia | 40 |
| II | RESULTADOS | 43 |
| 5 | CLOAK DISPERSIVO E RESPOSTA AO PULSO RETAN- GULAR | 45 |
| 5.1 | Visão Geral do Experimento e Ferramentas Utilizadas | 45 |
| 5.2 | Cloak Ideal | 47 |
| 5.3 | Cloak Dispersivo | 55 |

| | | |
|-----|---|-----|
| III | CONCLUSÃO | 77 |
| 6 | CONCLUSÃO | 79 |
| 7 | TRABALHOS FUTUROS | 81 |
| | REFERÊNCIAS | 83 |
| | APÊNDICES | 87 |
| | APÊNDICE A – AJUSTE DE PARÂMETROS DO LUMERI- CAL | 89 |
| | APÊNDICE B – SCRIPTS | 97 |
| B.1 | Cloak Ideal - Transformada Linear | 97 |
| B.2 | Cloak Ideal - Transformada Quadrática | 98 |
| B.3 | Cloak Dispersivo - Construção do Dispositivo | 99 |
| B.4 | Cloak Dispersivo - Execução das Simulações | 100 |
| B.5 | Cloak Dispersivo - Exportação dos Dados para o MATLAB . . | 102 |
| B.6 | Cloak Dispersivo - Cálculo da Resposta ao Pulso | 103 |

1 Introdução

Talvez a curiosidade humana pela invisibilidade tenha suas origens antes mesmo de Cristo, visto o mito do Anel de Gyges da obra República, escrito por Platão em 380 a.C.. Ainda na ficção, é frequentemente relacionada à magias fantasiosas ou tecnologia futurística. No entanto, a invisibilidade se tornou foco de pesquisa científica no final do século XX com o advento da transformação óptica e dos metamateriais.

A pesquisa pela invariância das equações de Maxwell para transformações de sistemas de coordenadas datam o início do século XX, e se concretizaram no início da década de 60 com os trabalhos de Dolin, Post e Lax-Nelson[1]. No entanto, mesmo provando que deslocamento magnético e elétrico poderiam ter suas direções controladas em teoria, a comunidade científica desconhecia um material que pudesse realmente apresentar tais propriedades em sua permissividade e permeabilidade.

Foi em 1999 que Pendry et al.[2] conectaram a disposição geométrica do material às características dos meios. Dos então chamados metamateriais, surge a possibilidade de artificialmente produzir valores antes impossíveis de permissividade e permeabilidade, conforme a transformada de coordenada (nomeada então de transformada óptica) escolhida.

Este foi o estopim para uma grande quantidade de trabalhos revolvendo os dois assuntos em conjunto, permeando os campos da ciência dos materiais, ótica, acústica, entre outros[3]. Buscando artigos com o tema "metamaterial", é possível ver que em um intervalo de 5 anos (de 2000 a 2005), aproximadamente 2 mil trabalhos foram publicados sobre o tema "metamaterial". Esse número então salta para acima de 13 mil, no intervalo de 2006 a 2010. Por fim, nos últimos 6 anos (2011 a 2016) foram mais de 19 mil trabalhos publicados.

Neste trabalho é então apresentada a simulação de um manto, ou *cloak*, uma das aplicações mais estudadas dentro da transformada óptica e metamateriais, de acordo com um estudo realizado sobre a literatura.

1.1 Motivação

A proposta do trabalho foi oferecida pelo Prof. Dr. Ben-Hur Viana Borges a fim de explorar a resposta de dispositivos de invisibilidade a pulso de ondas. A investigação sobre a dispersão de pulsos em metamateriais já vinha sendo feita paralelamente dentro do Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação da Escola de Engenharia de São Carlos por Achilles da Mota em [4]. O trabalho envolveria então um estudo da transformada óptica cilíndrica e a expansão do ponto central (o que revolve um estudo de cálculo tensorial aplicado às equações de Maxwell) a fim de obter os parâmetros necessários para realizar a simulação do *cloak* cilíndrico.

1.2 Estado da Arte

Esta seção descreve os principais temas de pesquisa e aplicações utilizando metamateriais e transformada óptica como ferramentas.

1.2.1 Invisibilidade

Assim como este, uma série de outros trabalhos foram desenvolvidos em busca da invisibilidade em diversos setores do espectro de onda. Essa aplicação trata-se de guiar a onda em torno de um objeto a fim de que o mesmo não tenha impacto sobre a resposta eletromagnética. Em outras palavras, a onda deve se comportar como se não houvesse objeto algum afetando as ondas incidentes. Dentre eles, o mais reconhecido foi a implementação de Schurig et al[5].

O desafio atual trata-se da confecção de metamateriais adequados que apresentem valores extremos encontrados em certos pontos de singularidade obtidos das transformações ópticas não-conformes ou quase-conformes. Nesse contexto, não só os esforços residem na fabricação, mas também em aproximações que facilitem a implementação de *cloaks*[6].

Os *cloaks* mais explorados são os *carpet cloaks*[7] e os circulares (quando 2D) ou esféricos (quando 3D). Recentemente, os pesquisadores tem buscado aplicações de *cloaks* DC para esconder campos elétricos e estática[8] podendo ser utilizado em tomografia de impedância elétrica, detecção ou esconder minas explosivas.

Adicionalmente, a ideia de invisibilidade tem sido elevada à abstrações como ilusões de espaço-tempo a fim de "esconder" a ocorrência de um evento[9]. A teoria consiste essencialmente em utilizar a dispersão para alcançar seu objetivo[10].

1.2.2 Lentes

As lentes também são grande objeto de estudo visto que os materiais ópticos utilizados atualmente para desenvolvimento de lentes sofrem com o limite da difração. Isso quer dizer que as componentes propagantes são transmitidas, enquanto as componentes não-propagantes, chamadas de evanescentes, não são. A resolução de tais lentes microscópicas não permitem visualização de objetos menores que 200nm.

Em 2000, Pendry[11] afirmou que índice de refração negativo possibilita a implementação das chamadas superlentes a partir de placas de prata como metamaterial. A sugestão de Pendry afirma que a perfeita resolução poderia ser alcançada se o metamaterial proporcionasse perda nula, impedância casada e tivesse índice de refração -1 em relação ao meio imerso. Em 2004, a implementação de Grbic e Eleftheriades[12] dá vida à primeira superlente em micro-ondas.

No entanto, em 2013 Yang e Fiddy[13] contradizem a teoria de Pendry relatando que a mesma falha ao não levar em conta os efeitos da existência de correntes induzidas na superfície do

material o que necessariamente sempre afetaria o acoplamento entre os meios impossibilitando assim a ampliação das ondas evanescentes. Também afirmam que o comprimento de onda na demonstração da superlente é muito grande em relação à placa utilizada e, portanto, propiciaria um acoplamento razoável.

Independente de certo ou errado, a implementação das superlentes tem se demonstrado um grande desafio para a comunidade científica visto que o processo de produção de componentes é bastante complexo[14]. Então, pesquisadores tem buscado materiais naturais como alternativa para superar o limite da difração. Por exemplo, o uso de micro-esferas ópticas em nanoscópios (técnica então nomeada de MONS) de diferentes tipos de materiais tem sido utilizados com resultados satisfatórios: sílica [15] (resolução mínima de 100nm), poliestireno[16] (120nm); bem como teia de aranha em forma de ampola[17] (100nm).

1.2.3 Outros trabalhos

Um relevante trabalho recente trouxe a abstração digital aos metamateriais[18]. Assim como a abordagem digital para o mundo elétrico analógico, tal abstração promete maior facilidade para implementação de aplicações que utilizam metamateriais[19].

Visto a popularidade de dispositivos móveis, as antenas também são alvos dos metamateriais. Os trabalhos de metamateriais aplicados à antenas visam aprimorar a potência radiada da antena. Visto que a radiação da antena é dependente da resistência à radiação $(l/\lambda)^2$, onde l é o tamanho do radiador, o desafio reside em utilizar os metamateriais e usufruir de compensação de fase a fim de amplificar a potência radiada[20].

Do lado receptivo, os metamateriais também ajudam a eficiência de absorvedores eletromagnéticos. Ao manipular ressonâncias na permissividade e permeabilidade, é possível absorver os campos elétrico e magnético incidentes. O controle desses mesmos dois parâmetros também permite casar a impedância, minimizando a reflexão do dispositivo[21]. O uso de metamateriais para absorvedores eletromagnéticos promete melhorias para diversas aplicações como sensores, comunicação sem fio, captura de energia solar fotovoltaica e termofotovoltaica.

1.3 Organização dos Capítulos

A monografia divide-se de acordo:

A primeira parte do trabalho contém a fundamentação teórica necessária para a discussão apresentada. Nela estão contidos os capítulos 2, sobre metamateriais, 3, sobre propagação de ondas em metamateriais, e 4, sobre Transformada Óptica.

O capítulo 5, contido na segunda parte, apresenta os resultados obtidos nas simulações do *cloak* cilíndrico.

Na terceira parte, os capítulos 6 e 7 apresentam as conclusões obtidas e possíveis ideias para trabalhos futuros, respectivamente.

Na seção de apêndices encontram-se todos códigos de *scripts* utilizados, assim como as configurações empregadas no Lumerical.

Parte I

Fundamentação Teórica

2 Metamateriais

O carro forte do controle e manipulação de ondas eletromagnéticas foi o advento dos metamateriais, mas não só o eletromagnetismo contemporâneo faz uso dessa nova tecnologia. As grandes áreas como acústica, termodinâmica, ciência dos materiais e outras, também foram influenciadas pela descoberta[3].

A definição do termo “metamaterial” ainda é motivo de muita discussão na comunidade acadêmica. Por ser um ramo de pesquisa relativamente novo, além de englobar diversas áreas do conhecimento, é natural que um grande volume de artigos relacionados esteja sendo produzido e que esse volume venha crescendo com o passar dos anos. Dessa forma, não é de se estranhar que diferentes definições sejam utilizadas, cada uma dando ênfase às características mais relevantes para sua respectiva aplicação.

Pode-se, contudo, observar dois pontos que são quase sempre mencionados por diferentes autores, como observa Sihvola em seu trabalho de revisão sobre metamateriais[22]:

- Metamateriais possuem propriedades que não são observadas na natureza. Isto é, são materiais projetados pelo homem para que apresentem características específicas, já que tais características não são naturalmente encontradas em nenhum meio.
- As propriedades observadas no metamaterial não seriam obtidas se os seus materiais constituintes fossem analisados separadamente. Isso ocorre pois esses materiais são utilizados em estruturas com escala muito reduzida e com um nível de periodicidade tal que o meio se torna homogêneo.

Levando em conta esses dois pontos, é possível prosseguir com o estudo sobre metamateriais.

2.1 História e Evolução dos Metamateriais

O início de estudos relacionados a materiais artificiais no eletromagnetismo pode ser datado em 1898, com Jagadish Bose. Trabalhando em frequências milimétricas e micro-ondas, seus experimentos exploravam a quiralidade de estruturas artificiais retorcidas[3].

Outros trabalhos antigos que evidenciam o interesse nesses materiais se dão ao longo da primeira metade do século XX, quando Winston Kock fez uso de estruturas artificiais periódicas (esferas, discos e tiras condutoras) em suas lentes de micro-ondas. Kock deu origem ao termo dielétrico artificial (*artificial dielectric*) e, muito embora não tenha estudado a fundo características dos materiais artificiais que utilizou, como permissividade e permeabilidade, a dependência entre fatores estruturais com, por exemplo, índice de refração da lente é frisada ao longo de sua publicação[23].

Já em 1968, o físico russo Veselago publica uma análise plenamente teórica de meios com permissividade elétrica (ϵ) e permeabilidade magnética (μ) negativos e, assim, cunhando o termo LHM (*left-handed materials*)[24]. Com ambos μ e ϵ negativos, o índice de refração n também é negativo. O significado físico de LHM e o efeito do índice de refração negativos serão abordados em uma subseção futura.

No entanto, meios com índice de refração negativos e propagações de ondas reversas (do inglês, *backward waves*) já haviam sido estudados por Mandelshtam, em suas anotações de aula, e Malyuzhinets, em 1951[25, p. 4-5]. De qualquer maneira, a análise de Veselago foi fundamental para a formalização de que as equações de Maxwell não fossem violadas com o descobrimento de índices de refração negativo, bem como a revisão da lei de Snell, efeito Doppler e Cherenkov reversos, e o ângulo de Brewster[26].

Um pouco antes, Rotman[27], em 1962, afirmara que fios condutores dispostos tridimensionalmente de forma paralela entre si, como mostra a figura 1, geravam permissividade elétrica negativa.

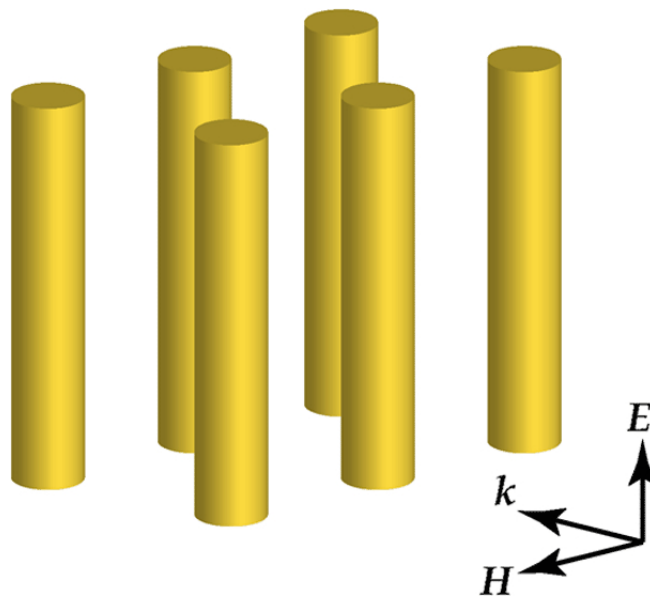


Figura 1: Arranjo de fios metálicos utilizados para obter permissividade negativa no trabalho de Rotman

O estudo de Veselago, porém, permaneceu teórico por algumas décadas, pois materiais com permeabilidade negativa não são encontrados na natureza, tornando impossível a realização de experimentos comprobativos. Foi apenas em 1996, quando John Pendry, trabalhando como consultor da Marconi Materials Technology, descobriu que a propriedade eletromagnética de absorção de radiação do carbono, material cujos navios da Marconi eram feitos, se justificava pela estrutura das fibras do carbono, e não pelo material em si[28].

Foi então que em 1999, Pendry et al.[2] elaboraram o conceito de um ressonador em anel partido, conhecido pelo seu termo em inglês *Split-Ring Resonator* (SRR), observado na figura 2,

estrutura que possibilitou a obtenção da permeabilidade negativa.



Figura 2: Modelo do um SRR apresentado por Pendry em 1999

Visando tais materiais, pela primeira vez, Rodger Walser, em 1999, denominou-os *meta-materiais*, e definiu-os como: "Compostos macroscópicos, que possuem arquitetura periódica, sintética e tridimensional, projetados para produzir uma combinação otimizada, indisponível na natureza, de duas ou mais respostas a uma específica excitação"[25, p. 1].

A realização de um meio material com índice de refração negativo se deu em 2001, quando Smith et al.[29] utilizaram SRRs quadrados de cobre em conjunto com os fios condutores paralelos, como observado na figura 3. Os resultados apresentados no trabalho confirmavam o trabalho teórico de Veselago, de 1968.



Figura 3: Foto do metamaterial LHM realizado por Smith et al [11].

Desde então, metamateriais tem sido explorados em diversas áreas. As pesquisas com LHM revolvem a fabricação de superlentes, que possibilitam super-resolução em imagens médicas e óticas. Metamateriais em geral também são as principais ferramentas utilizadas em projetos de *cloak*, seja para ondas eletromagnéticas ou ondas acústicas, bem como antenas ou polarizadores de onda[25, p. 16].

2.2 Classificação dos Metamateriais

A análise de um meio, visando sua caracterização do ponto de vista eletromagnético, pode ser obtida pela resposta ao campo de uma radiação incidente. Essa caracterização é determinada pelas propriedades constitutivas do material conhecidas como permissividade elétrica (ϵ) e permeabilidade magnética (μ). Essas propriedades não são constantes, já que dependem de alguns fatores como frequência da onda aplicada e sua posição no meio [30]. É comum que se utilizem os valores relativos às propriedades encontradas no vácuo. Desse modo, as relações são dadas por:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (2.2)$$

onde ϵ_r e μ_r são os parâmetros relativos, e ϵ_0 e μ_0 são a permissividade e permeabilidade do vácuo, respectivamente.

A permissividade, também conhecida como constante dielétrica, indica como um campo elétrico afeta o meio e vice-versa. Quando um material é submetido à um campo elétrico, ocorre a polarização de cargas livres no meio fazendo com que parte desse campo seja atenuada dentro do material.

A permeabilidade de um material mede a sua magnetização quando um campo é aplicado sobre o mesmo. Em outras palavras, é a facilidade com que um meio suporta a formação de um campo magnético no seu interior.

Em ambos os casos, se o meio for isotrópico, ou seja, uniforme em todas as direções, ϵ e μ são representados por um escalar. Caso o meio apresente anisotropia, a permissividade ou a permeabilidade variam com a direção e, portanto, são representadas por um tensor de ordem 2 (matriz 3x3).

Além dos dois parâmetros já citados, também é possível caracterizar um meio utilizando seu índice de refração n e sua impedância η , onde:

$$n = \pm \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (2.3)$$

$$\eta = \pm \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \quad (2.4)$$

Como ϵ e μ podem apresentar valores positivos ou negativos, é possível combinar esses parâmetros de diferentes maneiras a fim de se obter materiais com características distintas.

A figura 4 apresenta uma classificação ilustrativa dos diferentes meios obtidos a partir dessas combinações.

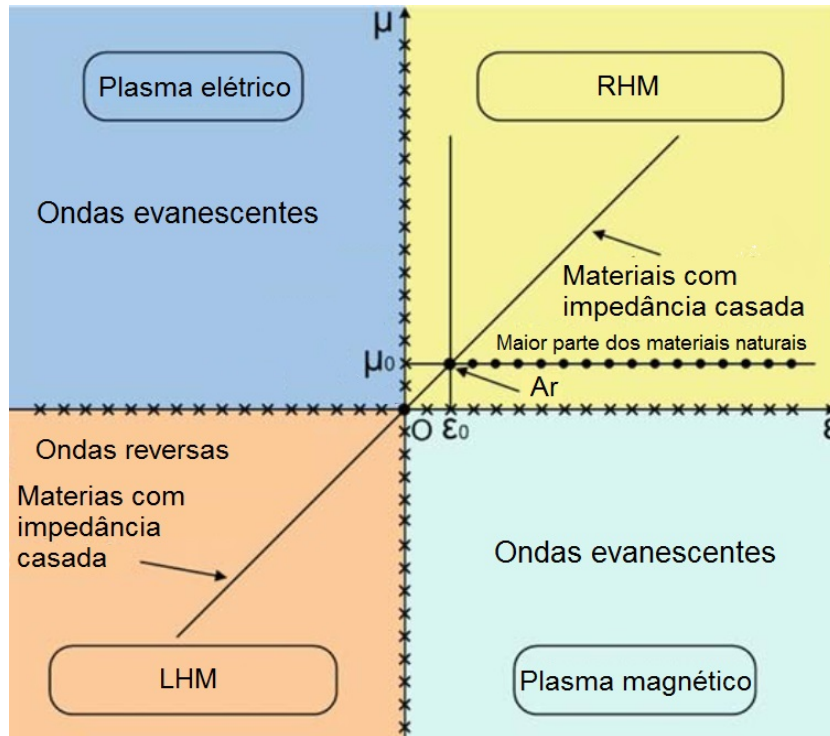


Figura 4: Classificação dos metamateriais no domínio $\mu \times \epsilon$

O primeiro quadrante representa os materiais mais comuns encontrados na natureza, também chamados de DPS (*Double Positive*) ou RHM (*Right-handed media*), já que ambos μ e ϵ apresentam sinal positivo, fazendo com que o campo elétrico, o campo magnético e o vetor de onda formem um sistema que obedece a regra da mão direita. Nesse tipo de meio, as ondas se propagam de forma usual, ou seja, a velocidade de fase tem o mesmo sentido da propagação da onda.

No segundo quadrante, ϵ apresenta valores negativos enquanto μ continua positivo, vindo daí a nomenclatura ENG (*Epsilon Negative*). Neste caso, o índice de refração do material é puramente imaginário, fazendo com que ondas eletromagnéticas não se propaguem nesse tipo de meio. Na natureza, a maioria dos metais apresenta essa característica.

No quarto quadrante, materiais classificados como MNG (*Mu Negative*) apresentam μ negativo e ϵ positivo. Dessa forma, assim como nos materiais ENG, o seu índice de refração assume valores puramente imaginários, portanto o meio permite apenas a formação de ondas evanescentes. Em certas faixas de frequência, materiais girotrópicos exibem essa característica.

Finalmente, os meios LHM, também conhecidos como "meio Veselago" ou, DNG (*Double Negative*), são representados pelo terceiro quadrante, onde ambos μ e ϵ apresentam sinal negativo. Dessa forma, o índice de refração precisa ser definido com valor negativo seguindo a

equação 2.5:

$$n = -\sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (2.5)$$

Meios com n negativo são obtidos exclusivamente por meio do uso de metamateriais, como aquele produzido por Smith et al. [29], citado anteriormente. Nesse tipo de meio, as ondas se propagam de forma reversa, ou seja, a velocidade de fase tem o sentido contrário à propagação da onda, fazendo com que o campo elétrico, o campo magnético e o vetor de onda formem um sistema que obedece a regra da mão esquerda. Mais detalhes sobre esse tipo de material serão apresentados posteriormente.

Como ilustrado na figura 4, pode-se observar que, mesmo dentro do quadrante que representa meios RHM, a maioria dos materiais encontrados na natureza são pontos discretos em uma linha onde $\mu = \mu_0$ e $\epsilon \geq \epsilon_0$. O ponto onde $\mu = 0$ e $\epsilon = 0$, representa um meio com efeitos de tunelamento perfeitos, ideais para aplicações em antenas e guias de onda [31]. A diagonal que passa pelos meios RHM e LHM representa materiais com permeabilidade igual à permissividade, resultando em meios com casamento de impedância com o ar, resultando em reflexão nula [25].

Essas são apenas algumas das características possíveis de serem alcançadas com o uso de metamateriais. A flexibilidade de se projetar materiais com propriedades diferentes, em conjunto com a ótica transformacional - abordada mais adiante -, torna possível a manipulação de ondas eletromagnéticas das mais diversas maneiras.

3 Propagação de Onda em Metamateriais

3.1 Equações de Maxwell

Ao longo da história da humanidade, eletricidade (eletrostática) e magnetismo foram tratados como diferentes áreas da ciência. No entanto, o avanço desses estudos foi progressivamente reforçando a ideia de interdependência das duas grandes áreas. Em 1819, Hans Christian Oersted demonstrou que corrente elétrica conduzida por um fio faz com que a agulha de uma bússola se oriente perpendicularmente ao dado fio. A partir disso, André-Marie Ampère, matemático e físico francês, foi o primeiro a explicar a teoria eletrodinâmica em 1820 [32]. A descoberta de Oersted também levou Michael Faraday, cientista inglês, a buscar explicações para o fenômeno. Em 1831, Faraday comprovou que corrente gera campo magnético, e campos magnéticos em movimento geram corrente.

Na segunda metade do século XIX, o escocês James Clerk Maxwell desenvolve a partir do trabalho de Faraday e concretiza, como são conhecidas atualmente, as equações de Maxwell que descrevem a base da teoria eletromagnética, assim como publicado em seu último trabalho em 1873, *Treatise on Electricity and Magnetism*. O trabalho de Maxwell foi conclusivo nas descritas equações:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.4)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (3.6)$$

A equação 3.1 trata-se da lei de indução de Faraday generalizada e significa que a variação de um deslocamento magnético \mathbf{B} (Wb/m²) produz campo elétrico \mathbf{E} (V/m).

A equação 3.2 refere-se à lei circuital de Ampère extendida, onde \mathbf{H} se refere ao campo magnético (A/m), incluindo a corrente de deslocamento, representada na equação como $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$. Tal componente da equação resolve o problema de continuidade, originalmente existente na formulação por Ampère. Para aplicações do interesse desse trabalho, a densidade de corrente de condução \mathbf{J} (A/m²) é considerada nula, pois não haverá densidade volumétrica de carga presente, reduzindo 3.2 à:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.7)$$

A justificativa anterior para a solução da lei circuital de Ampère é consequência direta da equação 3.3. Tal equação determina que a densidade de carga ρ (C/m³), originada da variação do campo de deslocamento elétrico \mathbf{D} (C/m²) no tempo, é uma fonte de linhas de fluxo elétrico.

A equação 3.4 descreve que o fluxo magnético possui sempre caminhos fechados e não divergem de uma fonte pontual.

As equações 3.5 e 3.6 são equações auxiliares importantes para enunciar a relação entre \mathbf{D} e \mathbf{E} , assim como \mathbf{B} e \mathbf{H} respectivamente.

3.2 Influência do Índice de Refração na Propagação da Onda

Os diferentes valores apresentados pelo índice de refração de um meio definem o modo como a onda se propaga pelo mesmo. Para entender tais diferenças, as equações de Maxwell devem ser manipuladas como se segue.

Considerando ondas planas com campos elétricos e magnéticos da forma

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + j\omega t} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + j\omega t}, \quad (3.9)$$

onde ω é a frequência angular, \mathbf{k} é o vetor de onda e \mathbf{r} é o vetor posição que define um ponto no espaço tridimensional, as equações 3.1 e 3.6, podem ser reescritas em suas formas fasoriais:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (3.10)$$

Analogamente, com 3.2 e 3.5:

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon\mathbf{E} \quad (3.11)$$

O desenvolvimento do operador rotacional das equações fasoriais resulta em:

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega\mu\mathbf{H} \quad (3.12)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega\epsilon\mathbf{E} \quad (3.13)$$

As equações 3.12 e 3.13 mostram que, quando os valores de ϵ e μ são positivos, os vetores \mathbf{E} , \mathbf{H} e \mathbf{k} formam um sistema ortogonal que obedece à regra da mão direita, conferindo-se o sistema RHM. Por outro lado, se ϵ e μ assumirem valores negativos, as equações 3.12 e 3.13 podem ser reescritas como:

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = -\omega|\mu|\mathbf{H} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = \omega|\epsilon|\mathbf{E} \quad (3.15)$$

Dessa forma, o sistema ortogonal formado pelos vetores \mathbf{E} , \mathbf{H} e \mathbf{k} começa a obedecer a regra da mão esquerda, ou seja, meio LHM.

Essa diferença é mostrada na figura 5, onde é possível notar que, enquanto em um meio RHM, \mathbf{k} tem o mesmo sentido do vetor de propagação da onda. Em um meio LHM esse sentido é invertido, fazendo com que a fase se propague opostamente ao fluxo de energia da onda.

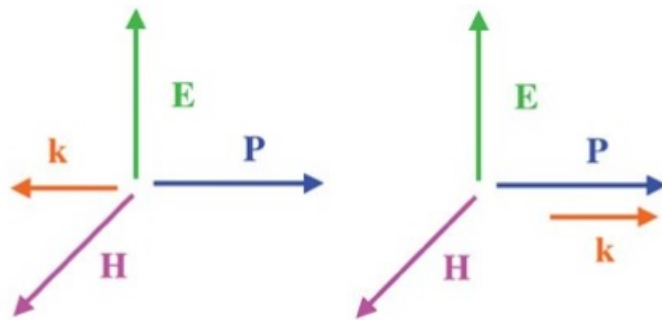


Figura 5: À esquerda, o sistema ortogonal LHM. À direita, RHM

Outra consequência das diferenças entre os sistemas ortogonais RHM e LHM é a refração. Supondo uma onda passando pela interface entre dois meios com índices de refração n_1 e n_2 , com $n_1 = 1$, assim como ilustrado na figura 6. A onda incidente então tomará caminhos diferentes conforme n_2 . Nos meios comuns, encontrados normalmente na natureza, a onda percorrerá o caminho 1-4. Já em meios LHM, com $n_2 < 0$, o caminho a ser percorrido pela onda será

1-3[26]. É importante observar que a Lei de Snell, descrita na equação 3.16 continua sendo satisfeita nesse caso.

$$n_1 \sin\varphi = n_2 \sin\psi \quad (3.16)$$

É possível também que o índice de refração de um meio seja igual ou muito próximo a zero. Nesse caso, ainda analisando a Lei de Snell, verifica-se que, se uma onda se propaga em um meio com $n_1 \neq 0$ e incide em um meio com $n_2 = 0$, o único ângulo que satisfaz a equação é zero. Em outras palavras, a onda deve incidir perpendicularmente à interface entre os dois meios, caso contrário ela será totalmente refletida.

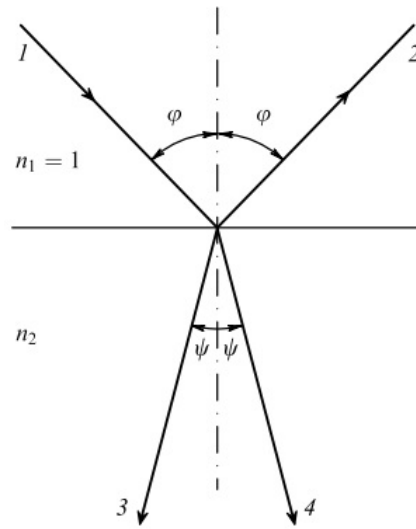


Figura 6: Refração de uma onda na interface entre dois meios

No caso onde a onda se propaga em um meio com $n_1 = 0$ e incide em um meio com $n_2 \neq 0$, independente do ângulo incidente, a onda sempre será refratada perpendicularmente à interface.

Além dessa propriedade, meios com $n = 0$ apresentam um comprimento de onda infinito [31], já que este pode ser representado por

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad (3.17)$$

onde λ é o comprimento de onda, e λ_0 é o comprimento de onda no vácuo.

4 Transformada Óptica

A transformada óptica é baseada no princípio de invariância das equações de Maxwell sobre transformações de coordenadas. Tais características possibilitam controlar o caminho que ondas eletromagnéticas percorrem em determinado meio. Ao longo da descrição dos tópicos relevantes à transformada óptica, a projeção cilíndrica será detalhada tendo em vista o foco desse trabalho.

4.1 Óptica Geométrica

A óptica geométrica é baseada na abstração nomeada raio de luz. Tal abstração descreve a propagação da luz como raios descrita de forma retilínea por meios homogêneos. Quando tais raios encontram uma superfície de um objeto que reflete ou refrata, sua disposição se modifica de forma a originar demais fenômenos da óptica[33]. Dessa forma, as leis básicas da óptica geométrica são as Leis da Refração e da Reflexão[34]. Uma representação gráfica desse princípio pode ser observada na figura 7.

Em 1662, Fermat descreve o que hoje é conhecido como Princípio de Fermat, que define o raio como o caminho de menor comprimento óptico[35]. Em outras palavras, o caminho que a luz percorre em menor tempo possível. A partir dessa afirmação, tanto a reflexão como a refração a partir da lei de Snell podem ser deduzidas, assim como o comportamento de raios de luz em meios não homogêneos pode ser justificado.

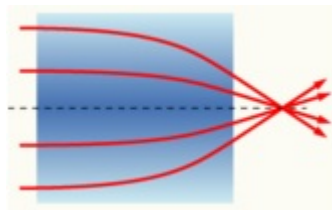


Figura 7: Comportamento de raios de luz em meio não homogêneo retratado em azul

Muito embora o Princípio de Fermat clarifique grande parte dos tópicos da óptica clássica, o comportamento dos raios em meio anisotrópico não é coberto pela teoria[36].

4.2 Traçado de Raios

Dentro da óptica geométrica, Traçado de Raios é um método que permite calcular o caminho de ondas por meios com diferentes velocidades de propagação (i.e. índices de refração, características de absorção e/ou superfícies refletoras)[37].

A base do Traçado de Raios consiste na discretização das superfícies em que os raios irão propagar, como observado na figura 8. Tal discretização, bem como a abordagem algébrica, facilita a análise computacional de problemas complexos.

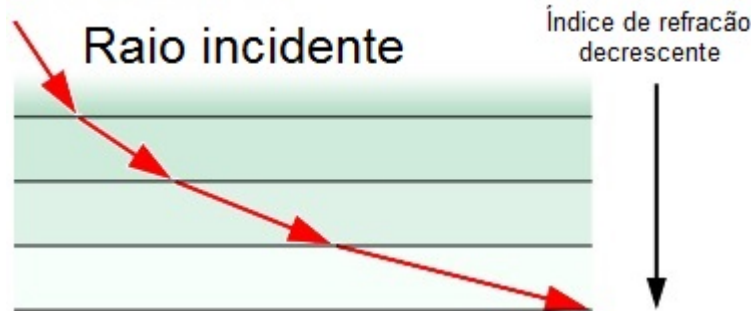


Figura 8: Discretização de um meio não homogêneo

O Traçado de Raios é uma técnica utilizada na análise de sinais de rádio (estudos da propagação de ondas eletromagnéticas em comunicações a rádio), acústica oceânica (cálculo da propagação de ondas sonoras abaixo d'água), engenharia mecânica (detecção de colisões, estudos de impacto e penetração), design óptico (projeto e dimensionamento de lentes e sistemas ópticos como telescópios, microscópios, câmeras), tomografia sísmica (pesquisas em tópicos da geofísica), e diversas seções de computação gráfica (filmes, visualização de modelos, gráficos de volumes, protótipos virtuais, jogos, entre outros) [38].

Assim como qualquer discretização dentro do eletromagnetismo, o Traçado de Raios retorna resultados aproximados para as equações de Maxwell, e válidos contanto que as dimensões do objeto sejam muito maiores que o comprimento de onda da luz em propagação. E muito embora essa aproximação retorne resultados aceitáveis, o Traçado de Raios não consegue retratar interferência ou difração que envolvem a fase da onda.

A teoria do Traçado de Raios e sua discretização, assim como proposto por Spencer, é complementar à transformação de coordenadas.

4.3 Transformação de Coordenadas

A propagação de ondas eletromagnéticas é intrínseca à disposição geométrica dos objetos envolvidos no modelo a fim de obter resultados condizentes com a realidade. A transformação de coordenadas se demonstra útil ao facilitar o desenvolvimento matemático no momento em que a escolha é apropriada à simetria do objeto sendo estudado.

O sistema de coordenadas padrão é o cartesiano que consiste de coordenadas bi (denominadas pela dupla (x, y)) ou tridimensionais (denominadas pela tripla (x, y, z)), também chamadas de coordenadas retangulares. Algumas mudanças de coordenadas comuns são: elíptica, esférica e cilíndrica.

Para o escopo deste trabalho, é necessário saber se as transformações de coordenadas são conformes ou não. Uma projeção conforme é toda qual preserva-se o ângulo entre as curvas de orientação após a transformação.

Tal caracterização é dada ao satisfazer o Teorema de Cauchy-Riemann. Dada uma função complexa $z = u(x, y) + iv(x, y)$, tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} &= \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}} &= -\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}}\end{aligned}\tag{4.1}$$

Caso satisfeito o teorema, a transformação é nomeada analítica e, portanto, conforme. Caso contrário, a transformação é não analítica e não-conforme.

Essas preocupações são justificadas pela necessidade de que a transformação atenda às condições de contorno na transformação óptica e para tal, projeções conformes não as satisfazem.

4.4 Transformada Óptica sobre Projeções Não-Conformes

Na seção anterior foi levantada a necessidade de projeções não-conformes para satisfazer as condições de contorno da transformada óptica. Neste tópico será construída a base para a sustentação da afirmação anterior, bem como justificá-la.

4.4.1 Invariância nas Equações de Maxwell

Na seção 3.1, as equações de Maxwell foram apresentadas. No entanto, é necessário provar a sua invariância ao utilizar as expressões com novos coeficientes tensoriais. Considerando um material dielétrico ($\rho = 0, J = 0$), aplica-se os tensores de ϵ' e μ' nas equações de 3.1 à 3.6. Desse modo, a invariância das equações de Maxwell pode ser apresentada como:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}' &= \epsilon' \mathbf{E}' \\ \mathbf{B}' &= \mu' \mathbf{H}' \\ \nabla' \times \mathbf{H}' &= -j\omega \epsilon' \mathbf{E}' \\ \nabla' \times \mathbf{E}' &= j\omega \mu' \mathbf{H}'\end{aligned}\tag{4.2}$$

levando em consideração impedâncias casadas ($\epsilon = \mu$, que implicam na inexistência de reflexões nas interfaces), transcrito como:

$$\begin{aligned}\epsilon' &= \frac{\mathcal{J}^T \epsilon \mathcal{J}}{\det \mathcal{J}} \\ \mu' &= \frac{\mathcal{J}^T \mu \mathcal{J}}{\det \mathcal{J}}\end{aligned}\tag{4.3}$$

onde \mathcal{J} corresponde ao produto entre o tensor métrico (\sqrt{g}) e o jacobiano da transformação adotada.

Uma análise interessante em virtude do uso de tensores é que as direções dos vetores \mathbf{D} e \mathbf{B} são determinados intrinsecamente pelo tensor ϵ'/μ' . Dado que ϵ' é um tensor díade (UV - composição de dois tensores rank 1, ou seja, vetores), tem-se:

$$\mathbf{D}' = \epsilon' \cdot \mathbf{E}' = (UV) \cdot \mathbf{E}' = U \cdot (V\mathbf{E}') = Uk = kU \quad (4.4)$$

onde $k = V \cdot \mathbf{E}'$ é um escalar e U é o vetor restante da díade correspondente a ϵ' .

Dessa forma, é possível afirmar que a transformação de coordenadas aplicadas no tensor permissividade e permeabilidade irão modelar o comportamento das ondas eletromagnéticas de acordo com a geometria escolhida na transformada.

4.4.2 mantos Cilíndrico

Na simulação do *cloak*, são usados os parâmetros de permissividade e permeabilidade em coordenadas cartesianas, de volta após a transformação. Essa subseção relata o desenvolvimento da obtenção desses parâmetros. Para o *cloak* cilíndrico, aplica-se a mudança de coordenada cilíndrica onde:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \theta & y &= r \sin \theta & z &= z \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2} & \theta &= \arctan \frac{y}{x} & z &= z \end{aligned} \quad (4.5)$$

com jacobiano:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial x} & \frac{\partial r}{\partial y} & \frac{\partial r}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} & \frac{\partial \theta}{\partial y} & \frac{\partial \theta}{\partial z} \\ \frac{\partial z}{\partial x} & \frac{\partial z}{\partial y} & \frac{\partial z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\frac{\sin \theta}{r} & \frac{\cos \theta}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

O tensor métrico (g) do jacobiano da mudança de coordenada é dado por:

$$\sqrt{g} = \sqrt{\mathbf{T}\mathbf{T}^T} = \text{diag} \left(1, \frac{1}{r}, 1 \right) \quad (4.7)$$

$$\mathcal{J} = \sqrt{g}\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

A transformação escolhida, descrita em 4.9, tem o intuito de realizar uma projeção igual a ilustrada na figura 9, onde um ponto de tamanho infinitesimal no centro de um círculo de raio R_2 é expandido para um círculo de raio R_1 .

$$\begin{aligned} r' &= \frac{R_2 - R_1}{R_2} r + R_1, 0 < r < R_2 \\ \theta' &= \theta \\ z' &= z \end{aligned} \quad (4.9)$$

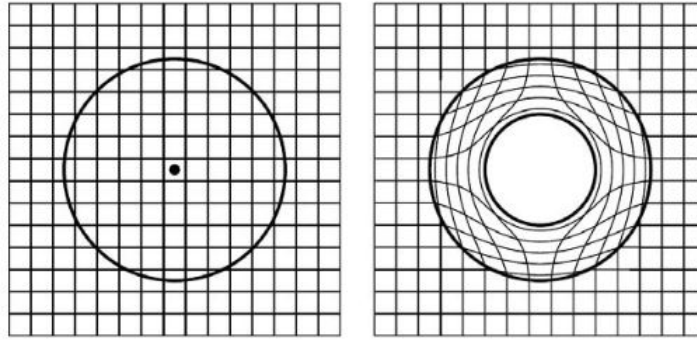


Figura 9: Transformação para cloak cilíndrico

O jacobiano da transformação é:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \frac{\partial r'}{\partial r} & \frac{\partial r'}{\partial \theta} & \frac{\partial r'}{\partial z} \\ \frac{\partial \theta'}{\partial r} & \frac{\partial \theta'}{\partial \theta} & \frac{\partial \theta'}{\partial z} \\ \frac{\partial z'}{\partial r} & \frac{\partial z'}{\partial \theta} & \frac{\partial z'}{\partial z} \end{bmatrix} = \text{diag} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2}, 1, 1 \right) \quad (4.10)$$

O tensor covariante da permissividade é então dado por:

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{g'} \lambda \sqrt{g^{-1}} = \text{diag} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_2}, \frac{r'}{r}, 1 \right), \\ \tilde{\epsilon} &= \frac{S \epsilon_0 S^T}{\det S} = \frac{R_2}{R_2 - R_1} \frac{r}{r'} \text{diag} \left(\left(\frac{R_2 - R_1}{R_2} \right)^2, \left(\frac{r'}{r} \right)^2, 1 \right) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Substituindo 4.9 em 4.11:

$$\tilde{\epsilon} = \text{diag} \left(\frac{r' - R_1}{r'}, \frac{r'}{r' - R_1}, \left(\frac{R_2}{R_2 - R_1} \right)^2 \frac{r' - R_1}{r'} \right) \quad (4.12)$$

Por fim, a permissividade em coordenadas cartesianas é dada pela substituição de 4.8 e 4.12 em 4.3:

$$\epsilon' = \begin{bmatrix} \frac{r'-R_1}{r'} \cos^2 \theta + \frac{r'}{r'-R_1} \sin^2 \theta & \left(\frac{r'-R_1}{r'} - \frac{r'}{r'-R_1} \right) \sin \theta \cos \theta & 0 \\ \left(\frac{r'-R_1}{r'} - \frac{r'}{r'-R_1} \right) \sin \theta \cos \theta & \frac{r'-R_1}{r'} \sin^2 \theta + \frac{r'}{r'-R_1} \cos^2 \theta & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{R_2}{R_2-R_1} \right)^2 \frac{r'-R_1}{r'} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

4.4.3 Condições de Contorno

As condições de contorno na transformada óptica consistem de uma análise dos valores e singularidades possíveis no contorno da área estudada. Além disso, a análise das condições de contorno evitam reflexões nas interfaces entre diferentes meios.

No entanto, projeções conformes não atendem às condições de contorno, como afirmado na seção 4.3. Essa característica é provada de acordo com o Teorema da Unicidade. O Teorema da Unicidade enuncia que se uma dada função complexa e analítica é a solução para a equação de Laplace sobre uma superfície fechada, então tal função é a única solução possível. Isso torna as projeções conformes impossíveis de se acoplar às regiões não-transformadas e, ao mesmo tempo, atender às condições de contorno[39].

Por sua vez, a aplicação de transformadas não-conformes é necessária, mesmo que isso resulte em um meio anisotrópico. A anisotropia por sua vez, pode ser minimizada ao se escolher uma transformação apropriada[39].

4.4.4 Anisotropia

Anisotropia é a propriedade de materiais apresentarem valores diferentes dependendo das direções avaliadas. A ocorrência de anisotropia depende da simetria da estrutura cristalina do material e, para o eletromagnetismo, os elementos intrínsecos às características do material são a permissividade e permeabilidade.

Avaliando o tensor de permissividade, a anisotropia é identificada por valores na diagonal diferentes:

$$\epsilon' = \epsilon \frac{\mathcal{J}^T \mathcal{J}}{2 \det \mathcal{J}} = \begin{bmatrix} \epsilon'_{11} & \epsilon'_{12} & \epsilon'_{13} \\ \epsilon'_{21} & \epsilon'_{22} & \epsilon'_{23} \\ \epsilon'_{31} & \epsilon'_{32} & \epsilon'_{33} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

A quantificação de anisotropia é dada por (Liu et al.[39], 2013 apud Astala[40], 2009):

$$K = \frac{\text{tr} \mathcal{J}^T \mathcal{J}}{2 \det \mathcal{J}} \quad (4.15)$$

Dado K igual a 1, o material é isotrópico e valores maiores que 1 são materiais anisotrópicos. De forma a minimizar a anisotropia, a escolha de uma transformação óptica que retorne valores de K próximos a 1 pode ser obtida com transformações chamadas de quase-conformes.

Parte II

Resultados

5 Cloak Dispersivo e Resposta ao Pulso Retangular

Este capítulo tem como objetivo explicar a metodologia utilizada na realização das simulações, assim como apresentar e discutir os resultados obtidos.

Primeiramente, será oferecida uma visão geral do experimento como um todo, explicando os seus objetivos e citando as ferramentas utilizadas ao longo do processo. Depois, cada abordagem do problema será tratada mais detalhadamente, listando os procedimentos adotados assim como os resultados alcançados.

5.1 Visão Geral do Experimento e Ferramentas Utilizadas

Os experimentos desenvolvidos ao longo deste trabalho têm como principais objetivos:

- Replicar alguns dos resultados obtidos em [41] e [42]. Nestes estudos, são utilizados conceitos de Ótica Transformacional para construir dispositivos de *cloak* em formato cilíndrico, onde a transformação de coordenadas utilizada pode ser linear ou quadrática (como será visto mais adiante).
- Projetar um material que apresente comportamento dispersivo. Isto é, seus parâmetros constitutivos variam de acordo com a frequência, fazendo com que sua resposta também mude.
- Gerar um pulso retangular de entrada e verificar qual a saída obtida, considerando as características dispersivas projetadas.

Para atingir esses objetivos, duas ferramentas computacionais foram utilizadas. O Lumerical FDTD Solutions [43] e o MATLAB [44].

O Lumerical é uma ferramenta de resolução das equações de Maxwell por meio de métodos FDTD (*Finite-difference time-domain*, ou em português, Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo). Com ele, foi possível construir o dispositivo de *cloak*, simular seu funcionamento com variação de parâmetros e obter parte dos resultados procurados. As configurações utilizadas nas simulações são apresentadas no apêndice A.

Na figura 11 é possível observar parte do editor de objetos do Lumerical, onde se encontram:

- 1: Condições de contorno absorventes (FDTD). Esta camada engloba todo o domínio computacional e serve para absorver as ondas nas regiões de contorno com o mínimo possível de reflexão.

- 2: Origem das ondas eletromagnéticas (*source*). Produz frentes de onda plana que se propagam ao longo do eixo x , sendo que sua frequência pode ser definida para cada simulação. O Lumerical utiliza a injeção de pulsos de onda, onde a frequência central e a largura do pulso podem ser definidas dentro do editor. Apesar disso, uma normalização é utilizada fazendo com que os resultados obtidos sejam equivalentes a uma simulação de onda contínua [45].
- 3: Cilindro responsável pelo *cloak* com raio interno de 10cm e raio externo de 20cm. Para fins de aproximação de um meio anisotrópico, foi utilizada a mesma abordagem empregada em [29], onde o cilindro foi dividido em 8 camadas concêntricas de mesma espessura. Cada uma das camadas foi subdividida em 25 seções de mesmo ângulo contendo materiais com parâmetros constitutivos diferentes, sendo que cada seção possui um atributo de rotação de permissividade.
- 4: A rotação de permissividade é um atributo de *grid* que permite especificar a orientação de um material anisotrópico em termos dos ângulos de Euler. Ela se torna particularmente útil neste caso pois a anisotropia diagonal padrão do Lumerical está orientada no sistema de coordenadas X, Y, Z , sendo que o problema em questão exige um sistema de coordenadas cilíndricas r, ϕ, z . Após a aplicação da rotação, cada seção fica contendo uma anisotropia com orientação aproximada à ideal (essa aproximação fica mais precisa com o aumento do número de seções), onde o novo sistema de coordenadas X', Y', Z' equivale a r, ϕ, z . A figura 10 ilustra o funcionamento desse atributo.

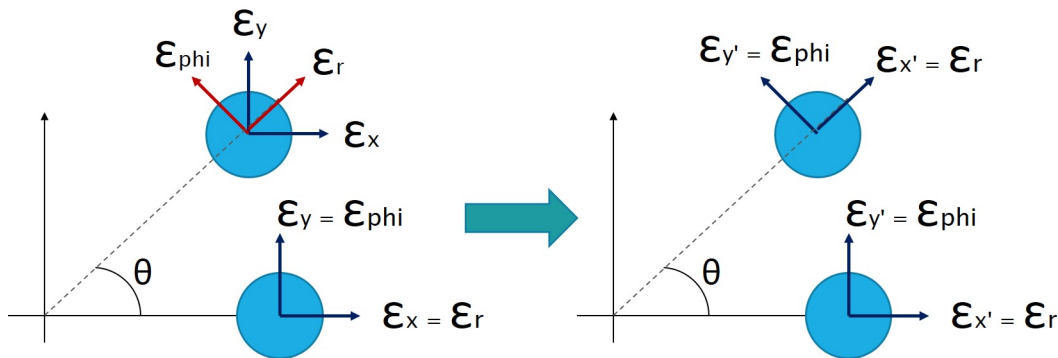


Figura 10: Ilustração do funcionamento da rotação de permissividade, onde os tensores contendo elementos do sistema de coordenadas cartesiano são rotacionados para equivaler a elementos no sistema de coordenadas cilíndricas.

- 5: *Mesh* mais refinada ao redor do cilindro. Aumentar a precisão dos cálculos somente nessa região é importante para reduzir o consumo de memória e o tempo de simulação, ao mesmo tempo que garante resultados precisos na área de interfaces entre diferentes índices de refração.

- 6: Dois monitores de campo eletromagnético. Um retangular cobrindo a parte central do domínio simulado, onde se encontra o cilindro, e um de linha situado do lado direito, após o primeiro monitor. Enquanto o monitor retangular tem como função gerar imagens que mostrem o comportamento do campo elétrico ao interagir com o dispositivo de *cloak* no plano x,y , o monitor de linha deve registrar os valores do campo elétrico ao longo do eixo y em um ponto x específico, criando assim um vetor de valores. Esse vetor será utilizado em uma etapa posterior em cálculos feitos no MATLAB.

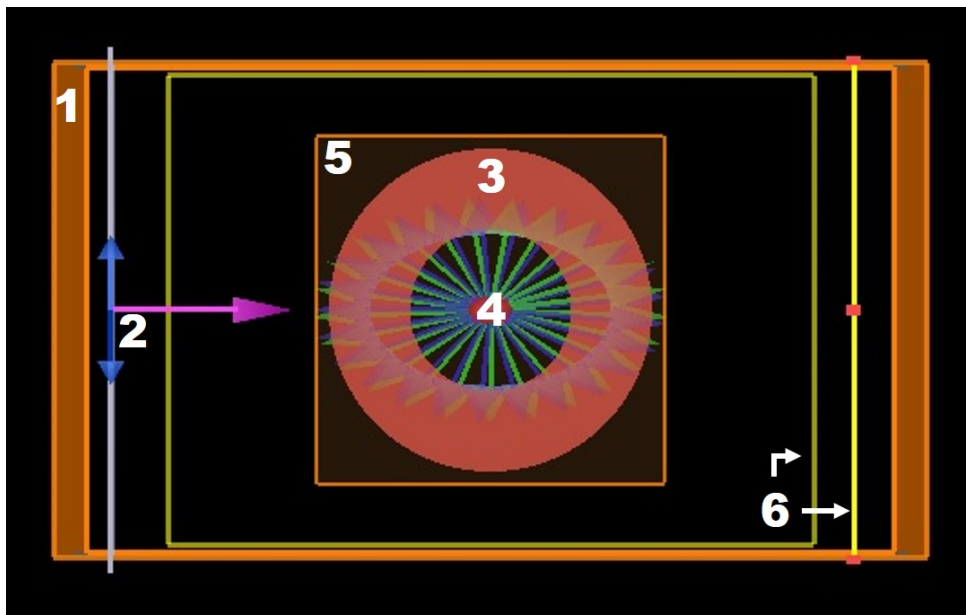


Figura 11: Editor de objetos do Lumerical contendo elementos utilizados para construção do problema

O MATLAB é uma ferramenta de cálculo numérico que permite a fácil manipulação de matrizes, assim como a construção de gráficos diversos. Neste trabalho, o MATLAB foi empregado para a geração e aplicação de uma onda quadrada sobre o dispositivo de *cloak* projetado, possibilitando a análise do campo resultante após a interação com o mesmo.

5.2 Cloak Ideal

Como discutido no capítulo anterior, é possível projetar dispositivos de *cloak* de diversas configurações geométricas diferentes com o auxílio da Ótica Transformacional. Uma dessas configurações, talvez a mais estudada até hoje, é a cilíndrica.

As transformações de coordenadas para a construção de um *cloak* cilíndrico podem ser alcançadas de diferentes maneiras. Este trabalho irá abordar o uso de transformações lineares, como as definidas em [41], e quadráticas, como abordado em [42].

A expressão do tensor de permissividade (e consequentemente de permeabilidade) em coordenadas cilíndricas utilizada em transformações lineares já foi abordada na seção 4.4.2,

definida por 4.12. Os perfis de permissividade ao longo do raio encontrados para um dispositivo com um raio externo $R_2 = 20\text{cm}$ e raio interno $R_1 = 10\text{cm}$ podem ser observados nas figuras 12, 13 e 14, onde ϵ_r , ϵ_ϕ e ϵ_z são as componentes de permissividade em um sistema de coordenadas cilíndricas. Uma análise mais quantitativa desses perfis pode ser observada na figura 15.

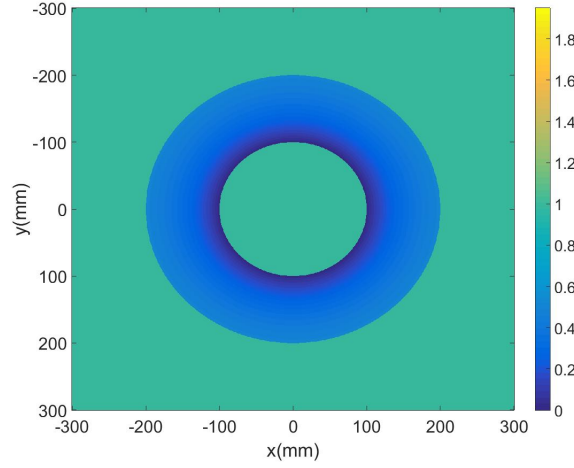


Figura 12: Variação de ϵ_r ao longo do raio para transformada linear.

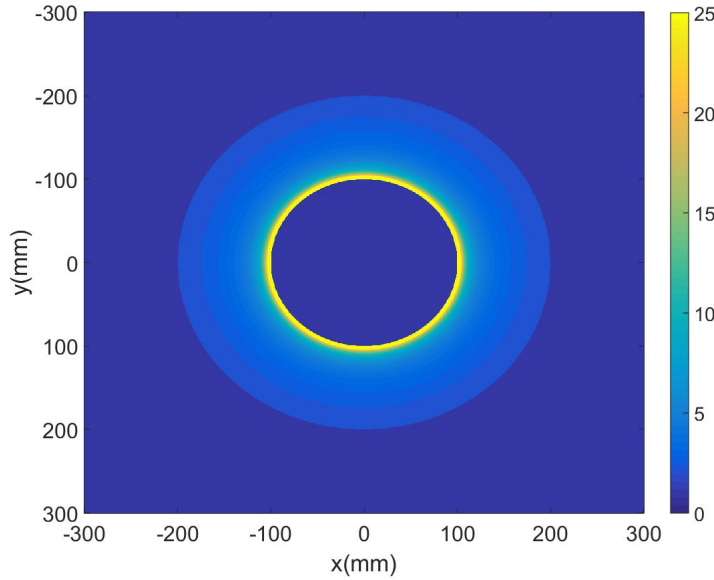


Figura 13: Variação de ϵ_ϕ ao longo do raio para transformada linear.

Fica claro que o material utilizado no dispositivo deve apresentar elevada anisotropia, dificultando a sua construção. Além disso, ϵ_ϕ apresenta valores que tendem ao infinito para valores de r próximos de R_1 .

Para fins de simulação, foi utilizada uma abordagem similar à encontrada em [41], onde o cilindro apresenta 8 camadas com diferentes permissividades e 25 seções angulares, fazendo com que os valores fiquem dispostos ao longo do raio de maneira discreta. Dessa forma, o perfil de permissividade encontrado ao longo do raio é caracterizado pelas curvas apresentadas na

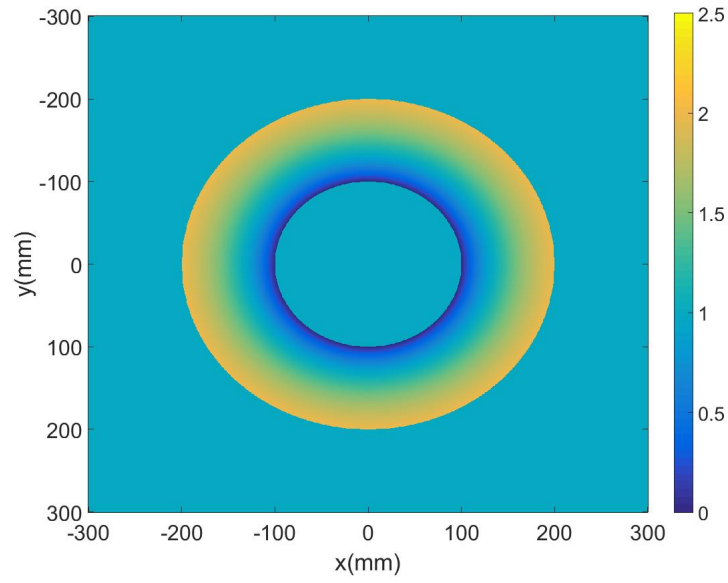


Figura 14: Variação de ϵ_z ao longo do raio para transformada linear.

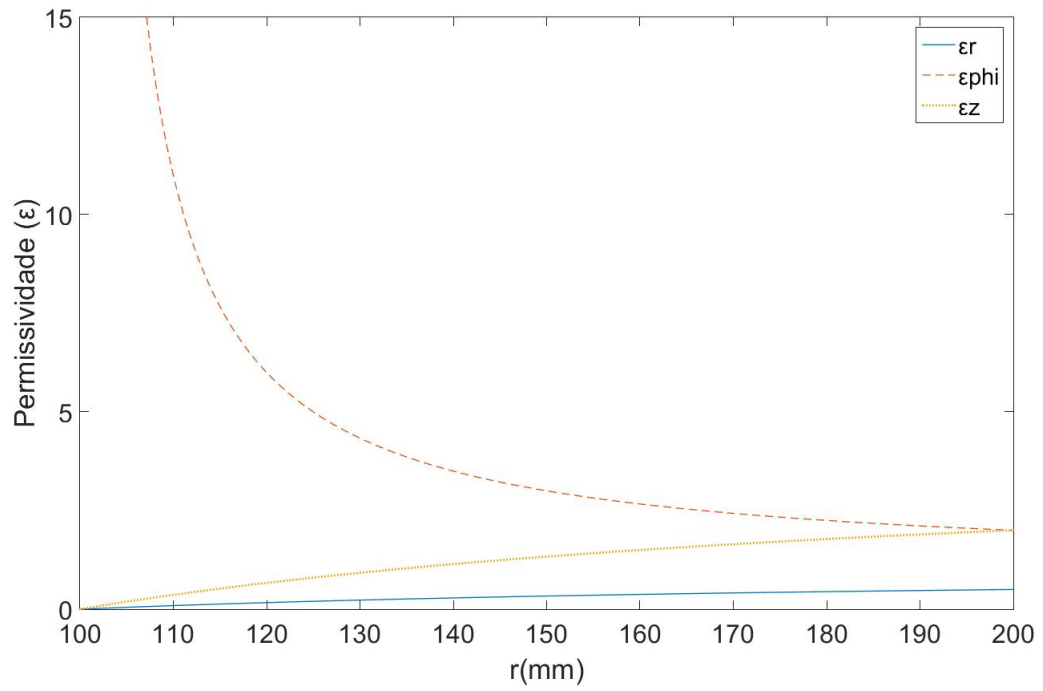


Figura 15: Perfil de permissividade ideal para transformada linear.

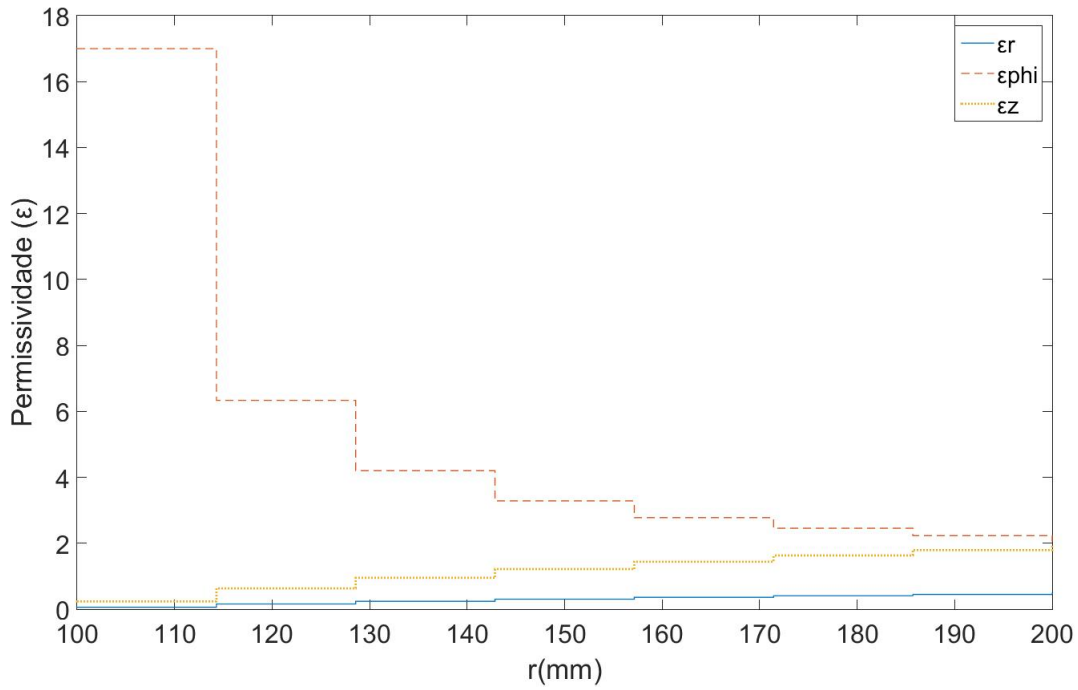


Figura 16: Perfil de permissividade para transformada linear utilizando modelo de 8 camadas.

figura 16. É possível notar que, por causa da discretização, o raio interno do disco deixa de apresentar valores infinitos.

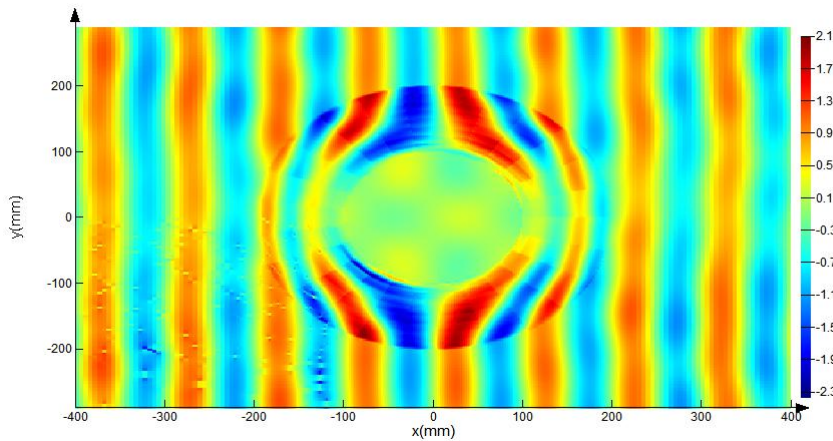


Figura 17: Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de *cloak* projetado com transformada linear.

A figura 17 apresenta a simulação do campo elétrico resultante encontrado nas proximidades do dispositivo. Observa-se que, mesmo com a aproximação de valores de permissividade advinda da discretização em camadas, o *cloak* ainda funciona de maneira satisfatória. Dentro do cilindro, a onda é deformada, enquanto do lado direito (onda transmitida), a frente de onda mantém um perfil parecido com o apresentado do lado esquerdo (onda incidente).

Por sua vez, uma possível expressão do tensor de permissividade utilizada por transfor-

mas quadráticas é a definida em [42], de forma que

$$\begin{aligned}\epsilon_{rr} = \mu_{rr} &= \frac{r^2 + (B(r) - R1)(B(r) - R1 + 2r)}{A(r) \cdot r^2} \\ \epsilon_{\phi\phi} = \mu_{\phi\phi} = \epsilon_{zz} = \mu_{zz} &= \frac{1}{A(r)}\end{aligned}\quad (5.1)$$

Onde $A(r)$ e $B(r)$ são definidas como

$$\begin{aligned}A(r) &= \sqrt{q^2 - 4p(R1 - r)} \\ B(r) &= \frac{(A - q)^2}{4p}\end{aligned}\quad (5.2)$$

p e q são definidos como

$$\begin{aligned}p &= \frac{R2 - R1}{\gamma \cdot b^2} \\ q &= \frac{(R2 - R1)(\gamma - 1)}{\gamma \cdot R2}\end{aligned}\quad (5.3)$$

Sendo que γ é uma constante escolhida arbitrariamente, onde $|\gamma| > 1$. Para esta simulação, foi escolhido o valor de $\gamma = 1000$.

Os perfis de permissividade obtidos para essa transformação podem ser vistos nas figuras 18, 19 e 20. Uma análise quantitativa é observada na figura 21.

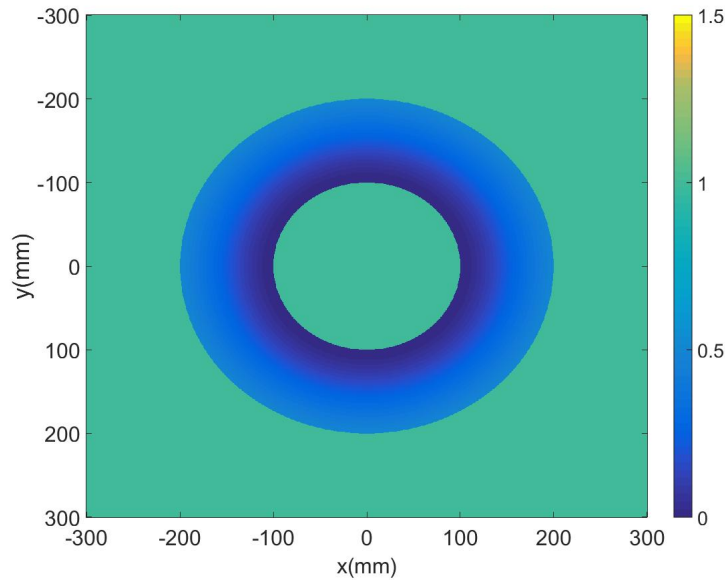


Figura 18: Variação de ϵ_r ao longo do raio para transformada quadrática.

É nítida a mudança em relação aos parâmetros calculados na transformada linear. Neste caso ϵ_ϕ e ϵ_z permanecem praticamente constantes ao longo do raio, enquanto ϵ_r continua assumindo valores pequenos, fazendo com que o material apresente baixa anisotropia.

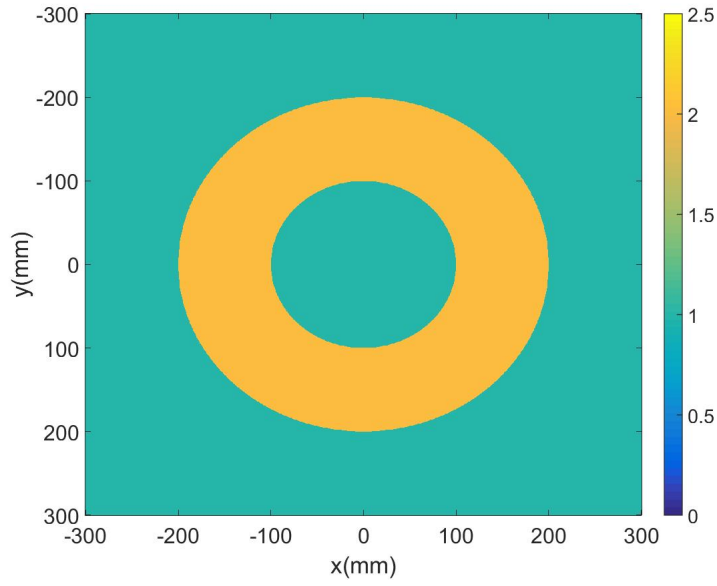


Figura 19: Variação de ϵ_ϕ ao longo do raio para transformada quadrática.

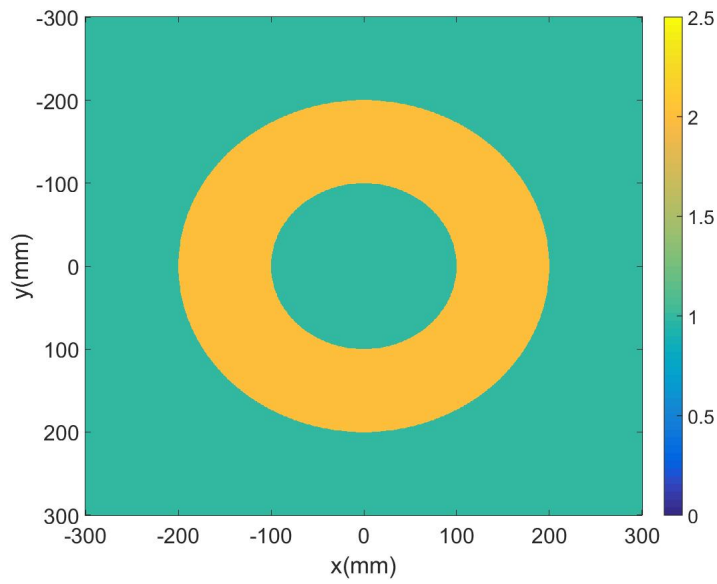


Figura 20: Variação de ϵ_z ao longo do raio para transformada quadrática.

Para fins de simulação, foi feita a utilização de um dispositivo discretizado em camadas novamente. O perfil discreto dos elementos da permissividade ao longo do raio pode ser observado na figura 22.

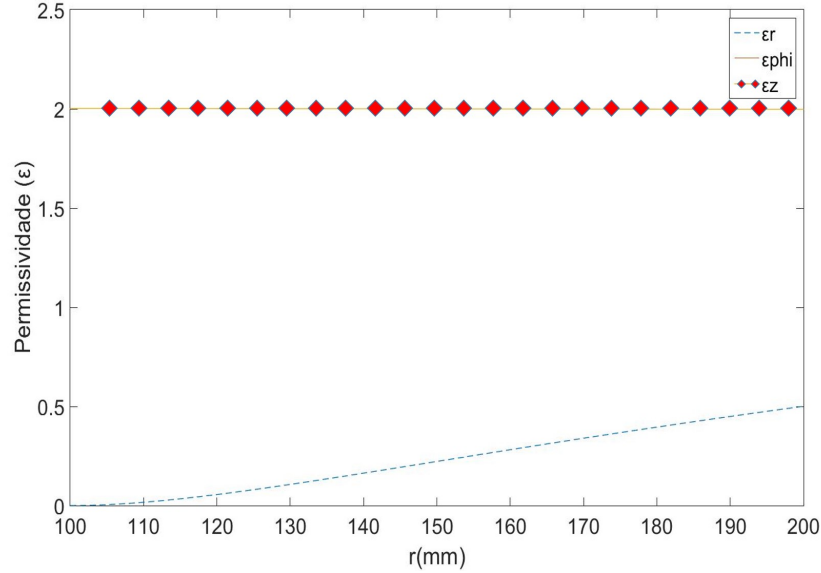


Figura 21: Perfil de permissividade ideal para transformada Quadrática.

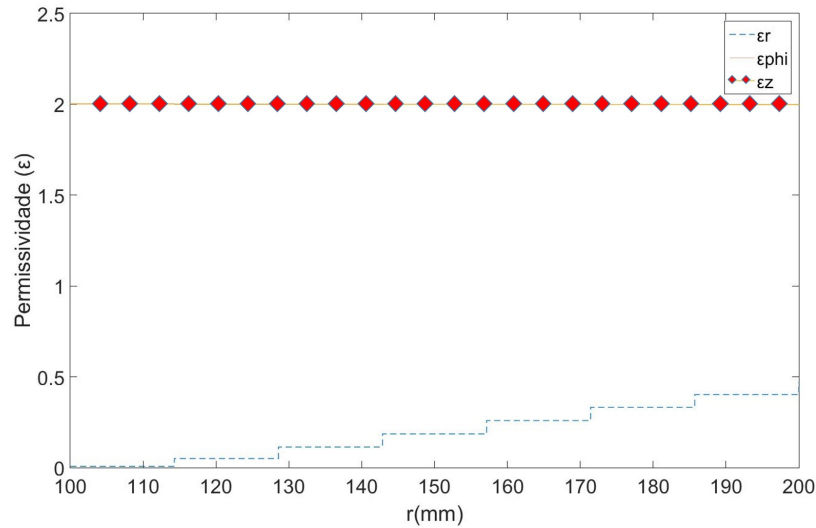


Figura 22: Perfil de permissividade para transformada quadrática utilizando modelo de 8 camadas.

A figura 23 apresenta a simulação do campo elétrico resultante encontrado nas proximidades do cilindro. O resultado continua sendo bem satisfatório, com a vantagem do material projetado neste caso apresentar menor anisotropia, facilitando a construção do dispositivo.

É possível observar que, nas duas simulações apresentadas, existe a formação de campo dentro do cilindro. Isso pode levar a um espalhamento da onda caso o dispositivo tenha um objeto situado em seu centro. Isso pode ser explicado pela qualidade da discretização do cilindro.

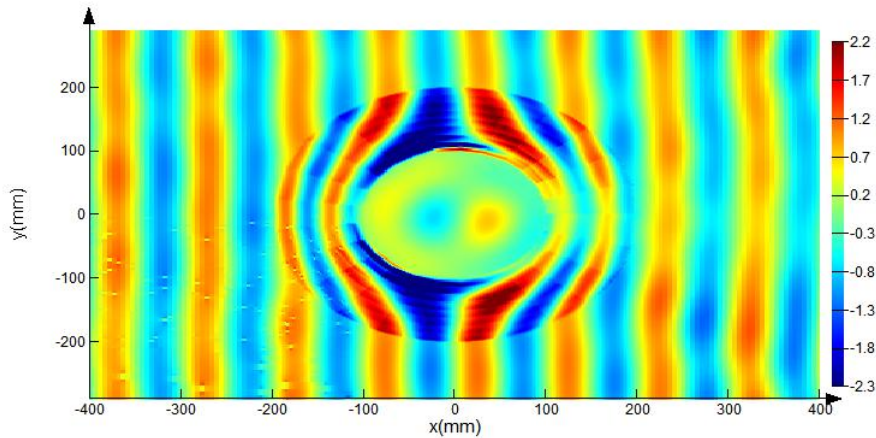


Figura 23: Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de *cloak* projetado com transformada quadrática.

Os dois resultados apresentados foram obtidos utilizando um cilindro discretizado em 8 camadas e 25 seções. A figura 24 mostra o resultado de uma simulação utilizando uma discretização de 60 camadas e 200 seções. É possível observar que não existe formação de campo dentro do cilindro, além das frentes de onda estarem mais uniformes em relação às simulações anteriores.

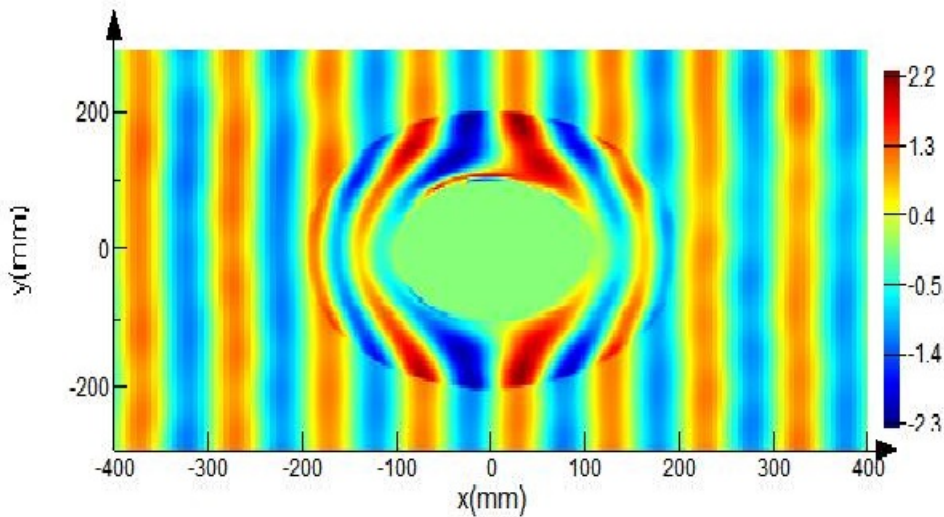


Figura 24: Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de *cloak* projetado com transformada linear e discretizado com 60 camadas e 200 seções.

É importante salientar que os valores de permissividade encontrados em ambas as transformadas não são dependentes de frequência, fazendo com que o dispositivo funcione independentemente do comprimento de onda escolhido. Simulações que levam em consideração o comportamento dispersivo do material serão abordadas na próxima seção.

5.3 Cloak Dispersivo

As simulações descritas no item anterior se referem a situações ideais onde os materiais utilizados não apresentavam dispersão, isto é, seus parâmetros constitutivos não variavam de acordo com a frequência. Para se obter representações mais realistas do funcionamento de um dispositivo de *cloak*, devemos levar em conta esse comportamento dispersivo.

O Lumerical oferece um modelo de material chamado *Magnetic Electric Lorentz*, onde os parâmetros de permissividade e permeabilidade são definidos pelo modelo de Drude-Lorentz da seguinte forma:

$$\epsilon(\omega) = \epsilon_{base}(\omega) + \chi_e + \frac{\Delta\epsilon\omega_e^2}{\omega_e^2 - 2i\delta_e\omega - \omega^2} \quad (5.4)$$

$$\mu(\omega) = 1 + \chi_m + \frac{\Delta\mu\omega_m^2}{\omega_m^2 - 2i\delta_m\omega - \omega^2} \quad (5.5)$$

Onde:

- $\epsilon_{base}(\omega) + \chi_e$ é a contribuição de altas frequências para a permissividade. Se nenhum material base for selecionado, $\epsilon_{base}(\omega) = 1$;
- $\Delta\epsilon$ representa a força do oscilador descrito pelo modelo de Lorentz para a permissividade;
- ω_e é a frequência angular de ressonância para a permissividade;
- δ_e é o coeficiente de amortecimento para a permissividade;
- $1 + \chi_m$ é a contribuição de altas frequências para a permeabilidade.
- $\Delta\mu$ representa a força do oscilador descrito pelo modelo de Lorentz para a permeabilidade;
- ω_m é a frequência angular de ressonância para a permeabilidade;
- δ_m é o coeficiente de amortecimento para a permeabilidade.

O modelo de dispersão Drude-Lorentz, cuja curva característica pode ser observada na figura 25, foi desenvolvido com base no modelo do elétron livre de Drude e no modelo de oscilador de Lorentz. A combinação destes dois modelos pode descrever com precisão o comportamento dispersivo de uma ampla gama de materiais sólidos, sendo assim, ideal para este experimento.

Foi verificado, porém, que os parâmetros constitutivos encontrados a partir desse modelo do Lumerical não eram corretamente rotacionados pelo atributo de rotação de permissividade, fazendo com que o dispositivo não apresentasse o comportamento esperado de *cloaking*.

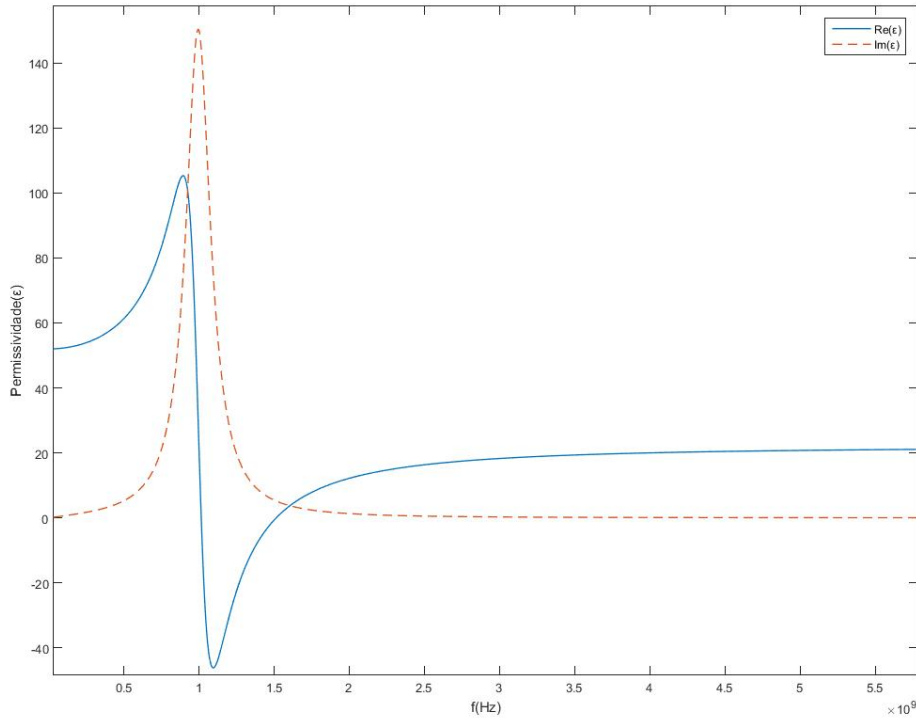


Figura 25: Curva característica do modelo de Drude-Lorentz, onde estão representadas as partes real e imaginária do parâmetro constitutivo em questão.

Para que esse problema fosse contornado, foi desenvolvido um *script* onde cento e um pontos de frequência foram simulados individualmente, sendo que em cada ponto, novos parâmetros constitutivos foram calculados, ainda de acordo com o modelo de Drude-Lorentz.

O processo desse cálculo se inicia com a definição arbitrária da frequência ideal para o funcionamento do *cloak*. Neste caso, como queremos estudar o comportamento do *cloak* em micro-ondas, a frequência escolhida foi de 3GHz. Para esta frequência, a permissividade encontrada utilizando o modelo de Drude-Lorentz deve ser a mesma encontrada por meio da transformação de coordenadas da Ótica Transformacional (nesta etapa foi utilizada a transformação linear). Os parâmetros do modelo de Drude-Lorentz foram escolhidos de forma a garantir que isso acontecesse, e possuem os seguintes valores:

$$\omega_e = \omega_m = 1\text{GHz};$$

$$\Delta\epsilon = 30 \text{ F/m};$$

$$\Delta\mu = 30 \text{ H/m}$$

$$\delta_e = \delta_m = 3 \times 10^8$$

Para que cada raio do cilindro recebesse o valor correto de ϵ e μ , valores diferentes de $(\epsilon_{base}(\omega) + \chi_e)$ e $(1 + \chi_m)$ foram utilizados para cada uma das 8 camadas. Os cálculos referentes a esses valores podem ser verificados no Apêndice B, onde são apresentados os *scripts* utilizados nas simulações.

Com a curva de dispersão de cada camada definida, toda frequência simulada tem um valor correspondente de ϵ e μ (que apresentam os mesmos valores para fim de casamento de impedância).

Definiu-se, então, um intervalo de cento e uma frequências, começando em 2,5GHz e terminando em 3,5GHz, com passos de 100MHz entre um ponto e outro. A cada frequência novos valores de ϵ e μ eram calculados e uma nova simulação era rodada, gerando assim um novo arquivo contendo os resultados obtidos pelos monitores do Lumerical.

As figuras 26, 27 e 28 apresentam o comportamento do campo elétrico ao interagir com o *cloak* nas frequências de 2,5GHz, 3GHz e 3,5GHz, respectivamente. É notável a dispersão do dispositivo. Como era esperado, enquanto para 3GHz as frentes de onda sofrem pouca alteração ao passarem pelo cilindro, o mesmo não se observa para os outros dois casos.

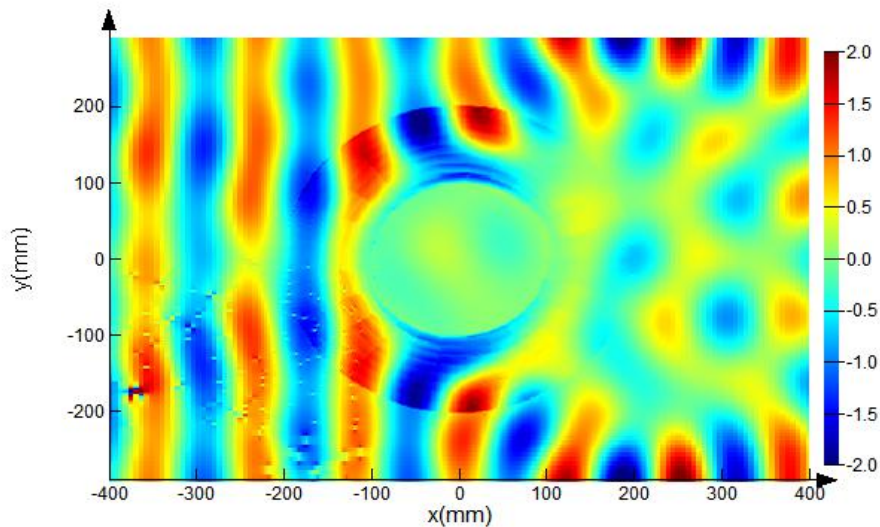


Figura 26: Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de cloak para 2,5GHz.

O monitor de linha posicionado ao lado direito do cilindro também permite uma série de análises relacionadas ao perfil do campo elétrico resultante. Na figura 29 é possível observar que a frente de onda correspondente à simulação de 3GHz é mais uniforme ao longo do eixo y, ao contrário do que é visto nas frequências de 2,5GHz e 3,5GHz.

Outra verificação que pode ser feita com o auxílio do monitor de linha é a comparação da magnitude do campo elétrico para todos os pontos do monitor individualmente conforme a variação de frequência. A figura 30 mostra esses valores, demonstrando que para frequências próximas a 3GHz a variação de intensidade do campo elétrico é muito menor do que para

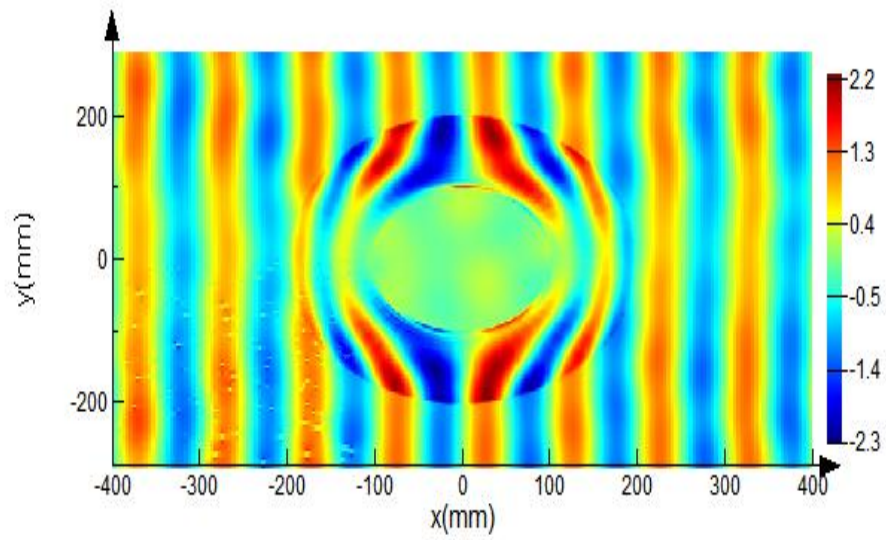


Figura 27: Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de cloak para 3GHz.

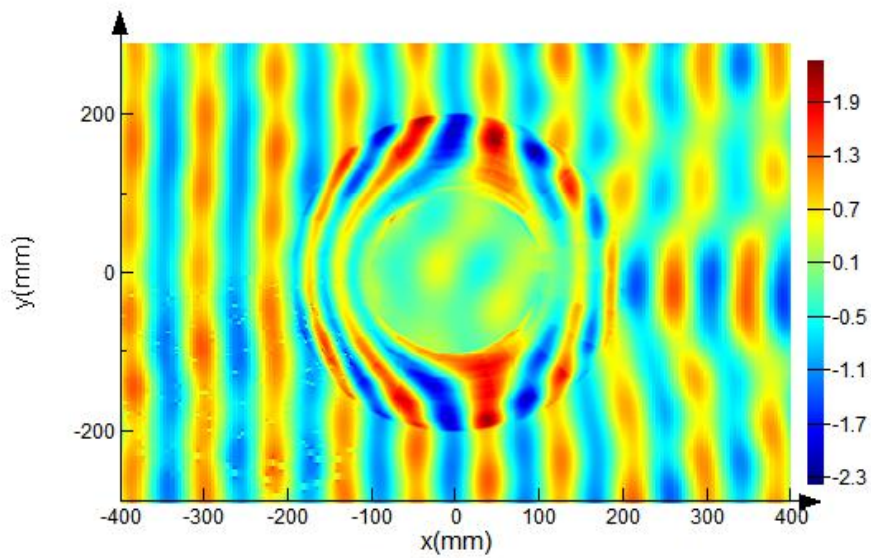


Figura 28: Campo elétrico resultante nas proximidades do dispositivo de cloak para 3,5GHz.

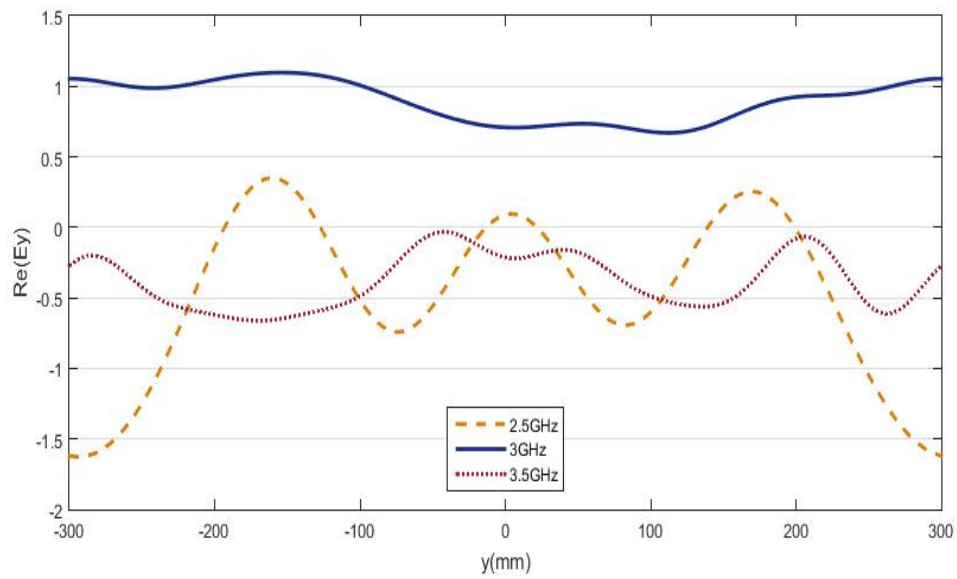


Figura 29: Comparação dos perfis das frentes de onda correspondentes às simulações de 2,5GHz, 3GHz e 3,5GHz.

frequências mais distantes, onde os vales e picos são mais acentuados ao longo de y . Além disso, os valores tendem a se concentrar mais próximos de 1 na frequência central do que nas demais.

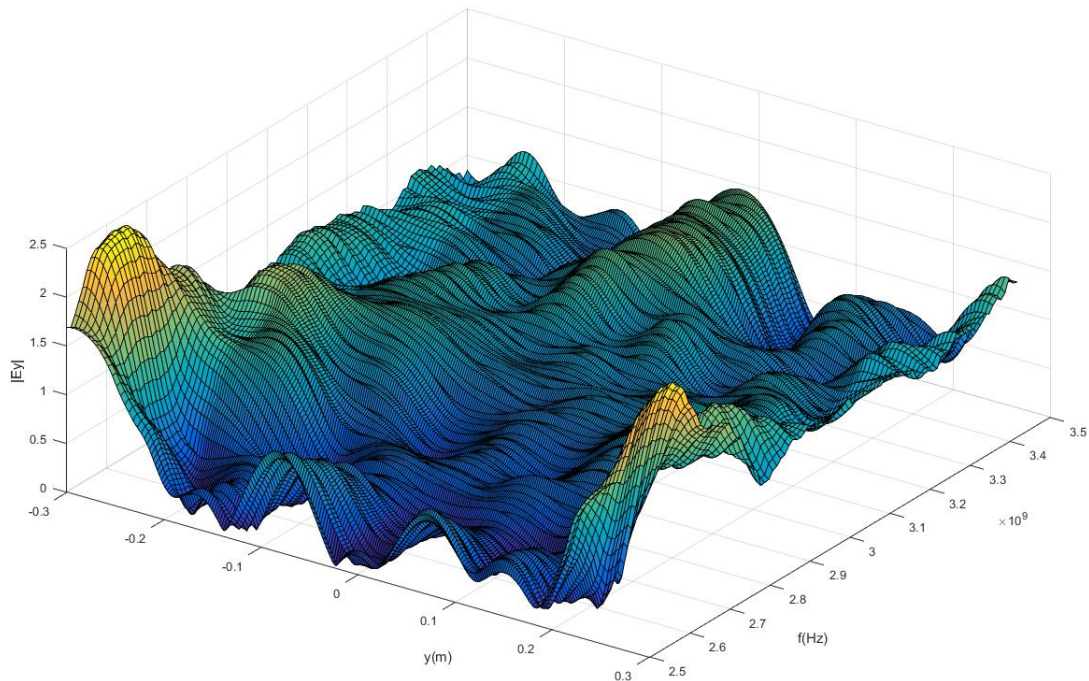


Figura 30: Comparação das magnitudes do campo elétrico resultante para todos os pontos do monitor de linha individualmente conforme a frequência é variada.

Uma vez comprovada a dispersão do dispositivo e tendo em mãos os dados referentes a

todas as simulações, a próxima etapa do experimento é a verificação da resposta ao pulso. Nesta etapa uma série de cálculos é feita utilizando o MATLAB e os dados coletados pelo monitor de linha no Lumerical.

Primeiramente, é gerado um sinal modulante em forma de pulso retangular com largura de 5ns. Em seguida é criada uma onda portadora com frequência de 3GHz. A portadora é então modulada pelo pulso por meio da expressão

$$y_{in}(t) = g(t) \times y_{source}(t) \quad (5.6)$$

onde $g(t)$ é o pulso, $y_{source}(t)$ é a portadora e $y_{in}(t)$ é o sinal resultante, que pode ser visto na figura 31.

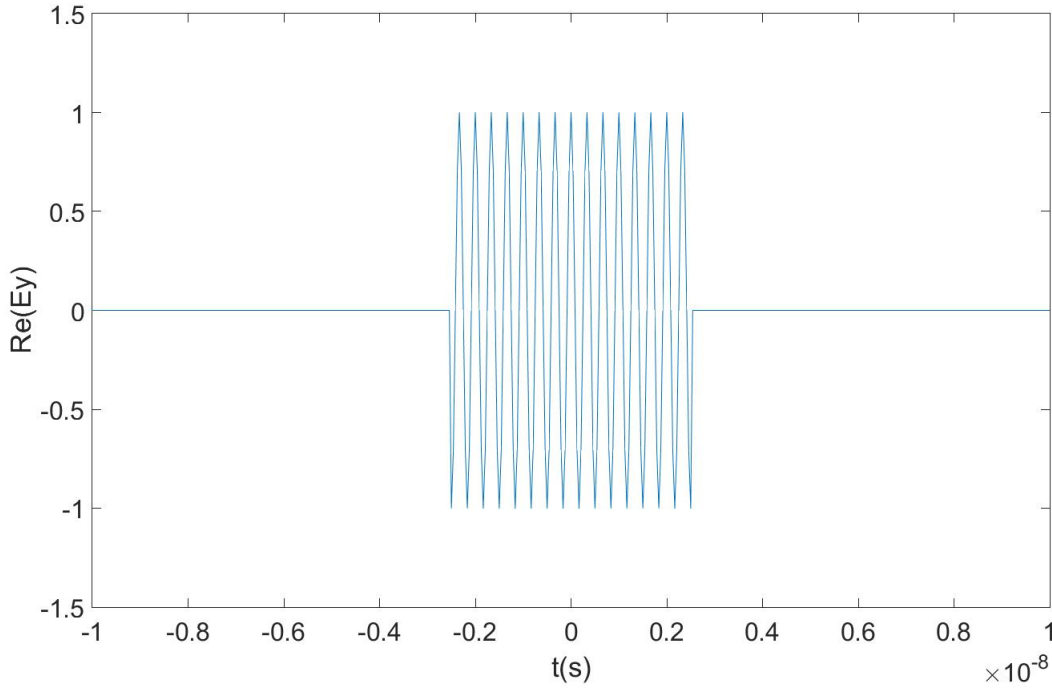


Figura 31: Sinal resultante da modulação de uma onda portadora de 3GHz por parte de um pulso retangular com largura de 5ns.

A partir desse sinal, é possível obter a sua transformada de *Fourier* $Y_{in}(f)$ utilizando a função `fft()` do MATLAB. O espectro de frequências resultante pode ser observado na figura 32.

O objetivo final deste experimento é encontrar o sinal de saída $y_{out}(t)$ tendo como entrada o sinal $y_{in}(t)$ obtido em 5.6. Dessa forma, o sistema também pode ser analisado utilizando-se o conceito de rede de duas portas [46], observado na figura 33, contendo ondas incidentes e refletidas caracterizadas pelas expressões:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

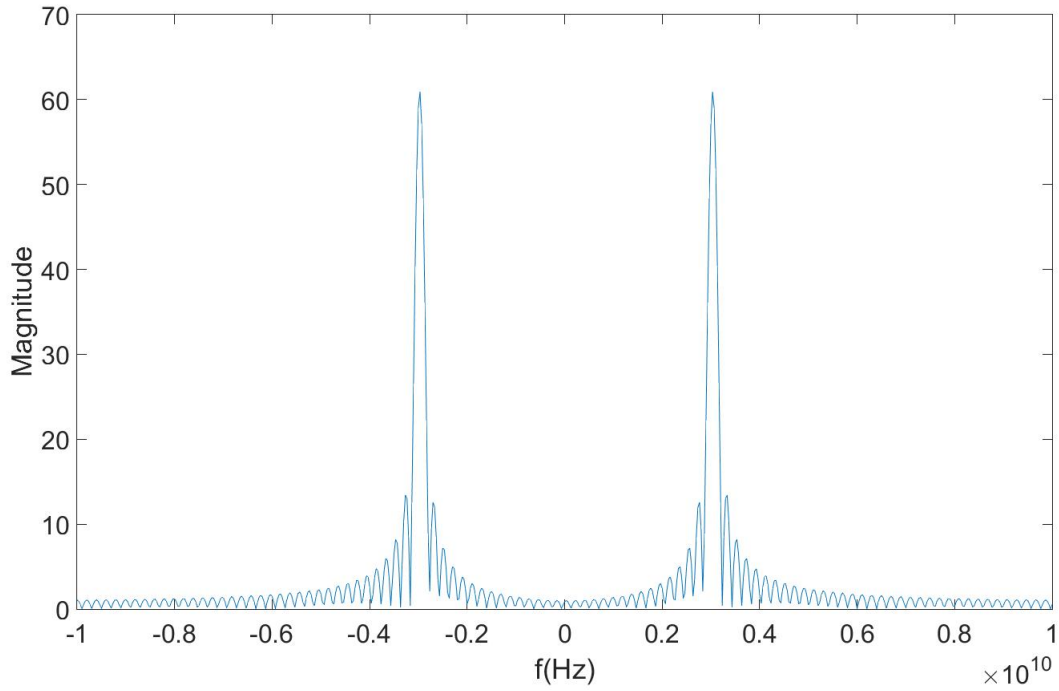


Figura 32: Espectro de frequências do sinal de entrada obtido por meio da sua transformada de *Fourier*.

Onde a_k são as ondas incidentes, b_k são as ondas refletidas, e $[S]$ é a matriz de parâmetros S , também conhecido como matriz de espalhamento do sistema. Nessa matriz, os elementos S_{11} e S_{22} são os coeficientes de reflexão, enquanto S_{12} e S_{21} são os coeficientes de transmissão.

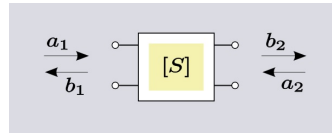


Figura 33: Representação de um sistema por um modelo de rede de duas portas onde pode se observar as ondas incidentes e refletidas, assim como a matriz de parâmetros S inerente ao sistema.

Como o sistema estudado apresenta apenas uma onda incidente, ou seja, não apresenta a_2 , pode-se representar a onda após a passagem pelo dispositivo como:

$$b_2 = S_{21} \times a_1 \quad (5.8)$$

Considerando-se os sinais do problema estudado no domínio da frequência, 5.8 pode ser reescrita como:

$$Y_{out}(f) = S_{21} \times Y_{in}(f) \quad (5.9)$$

O parâmetro de transmissão do sistema pode ser representado por

$$S_{21} = \frac{E_{y_{out}}}{E_{y_{in}}} \quad (5.10)$$

Uma vez que a onda incidente simulada tem magnitude igual a 1, é seguro afirmar que o campo elétrico medido pelo monitor de linha é também o parâmetro de transmissão do sistema.

$$S_{21} = E_{y_{out}} \quad (5.11)$$

Desta maneira, pode-se concluir que o sinal de saída medido no ponto k ao longo do eixo y é calculado como

$$Y_{out_k}(f) = E_{y_k} \times Y_{in}(f) \quad (5.12)$$

Para fins de comparação, 3 pontos foram escolhidos para terem suas saídas verificadas. Um ponto central, em $y = 0mm$, e dois nos pontos médios entre o centro e as extremidades, em $y = -150mm$ e $y = 150mm$. Esses pontos podem ser vistos na figura 34.

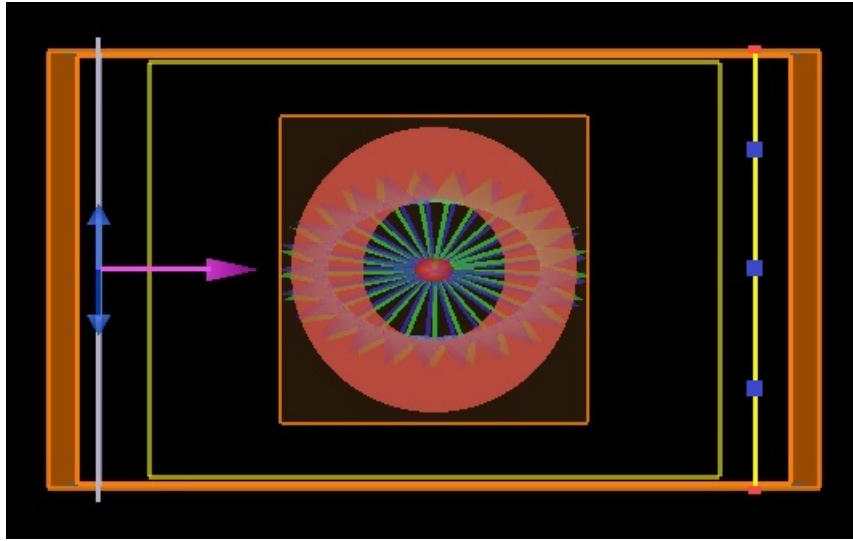


Figura 34: Indicação em azul dos três pontos analisados ao longo do monitor de linha.

Os parâmetros de transmissão para cada um desses pontos podem ser conferidos na 35.

Adquiridos os valores de $Y_{out_k}(f)$ por meio de 5.12, basta aplicar a transformada de *Fourier* inversa ao sinal, por meio da função `ifft()` do MATLAB, para a obtenção do sinal de saída $y_{out_k}(t)$ no domínio do tempo. Os perfis dos sinais obtidos podem ser observados na figura 36.

Pode-se notar que ainda é possível observar uma onda portadora de 3GHz modulada por um pulso de largura próxima a 5ns. Sua definição e amplitude, porém, foram afetadas pelo

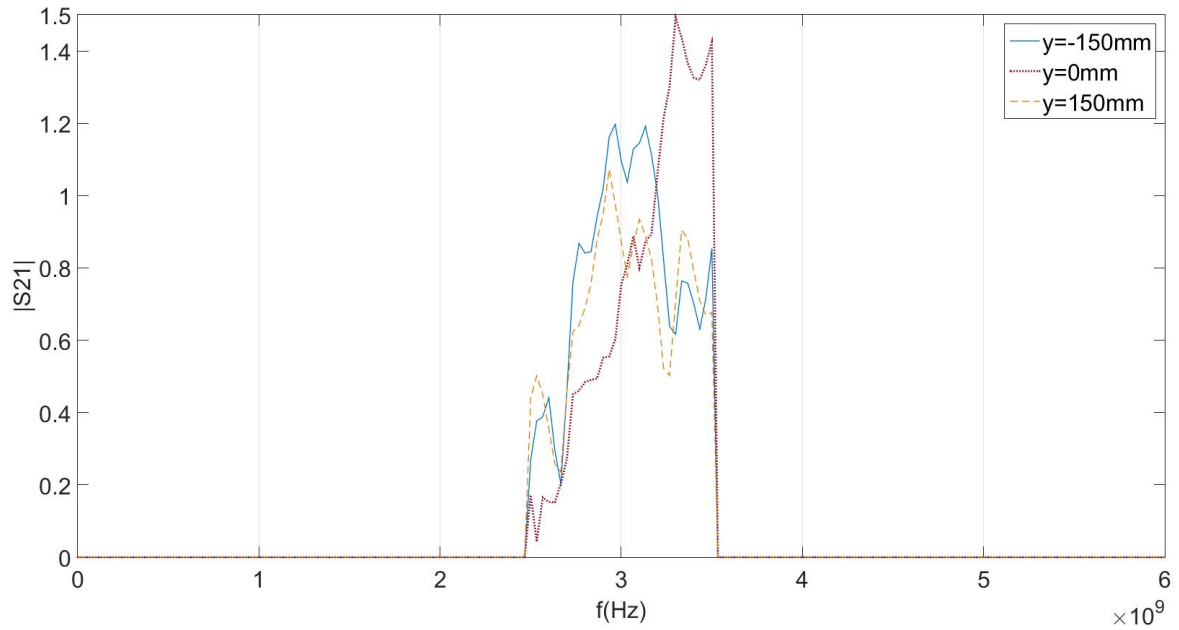


Figura 35: Resposta em frequência do sistema para os pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$.

comportamento dispersivo do dispositivo, fazendo com que o sinal fosse atenuado e que pequenas perturbações aparecessem antes e depois do pulso. Essas perturbações podem ser resultantes do janelamento dos parâmetros de transmissão S_{21} , já que só foram obtidos valores de E_y na faixa de frequência entre 2,5GHz e 3,5GHz. Dessa forma, quando $Y_{in}(f)$ é multiplicado por E_{y_k} em 5.12, frequências antes e depois dessa faixa são multiplicados por zero.

Para uma melhor análise do comportamento de pulsos retangulares no dispositivo, foi feita uma série de simulações variando tanto a largura de um pulso com portadora de 3GHz, quanto a frequência da própria portadora.

Primeiramente foi simulado um pulso com portadora de 3GHz e largura de 1ns. O sinal de entrada, assim como sua representação no domínio da frequência podem ser vistos nas figuras 37 e 38.

É possível observar que, como o sinal é mais curto no domínio do tempo, a banda desse sinal é mais larga e tem mais componentes em altas frequências.

Após a interação desse sinal com o dispositivo, o sinal de saída ilustrado na figura 39 é obtido, sendo sua transformada de Fourier ilustrada na figura 40.

É possível observar que os sinais de saída obtidos tem uma grande queda de amplitude e sofreram um alargamento em relação ao sinal de entrada, além de apresentarem grande deformação no seu perfil.

O próximo pulso de entrada simulado apresenta portadora de 3GHz e largura de 20ns. O sinal de entrada, assim como sua representação no domínio da frequência podem ser vistos nas figuras 41 e 42.

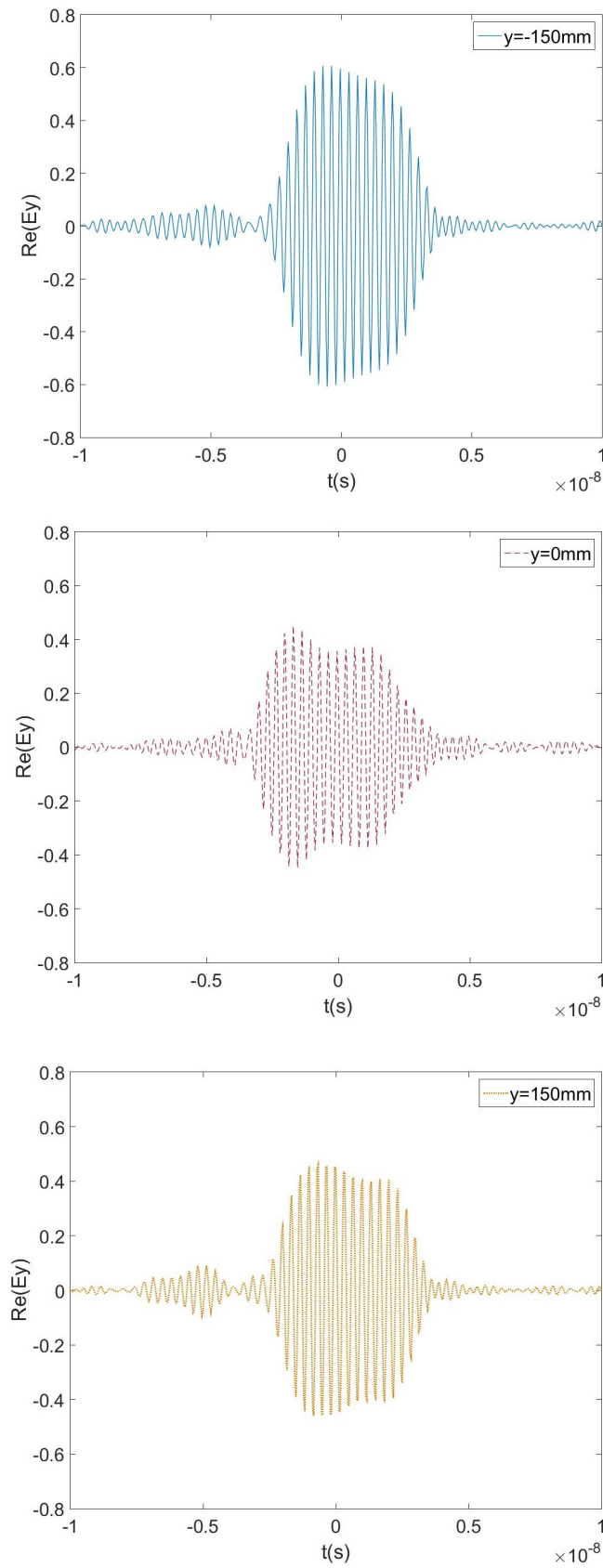


Figura 36: Sinal de saída obtido nos pontos $y = -150\text{mm}$, $y = 0\text{mm}$ e $y = 150\text{mm}$ após a interação entre um pulso retangular com largura de 5ns e o dispositivo de *cloak* projetado.

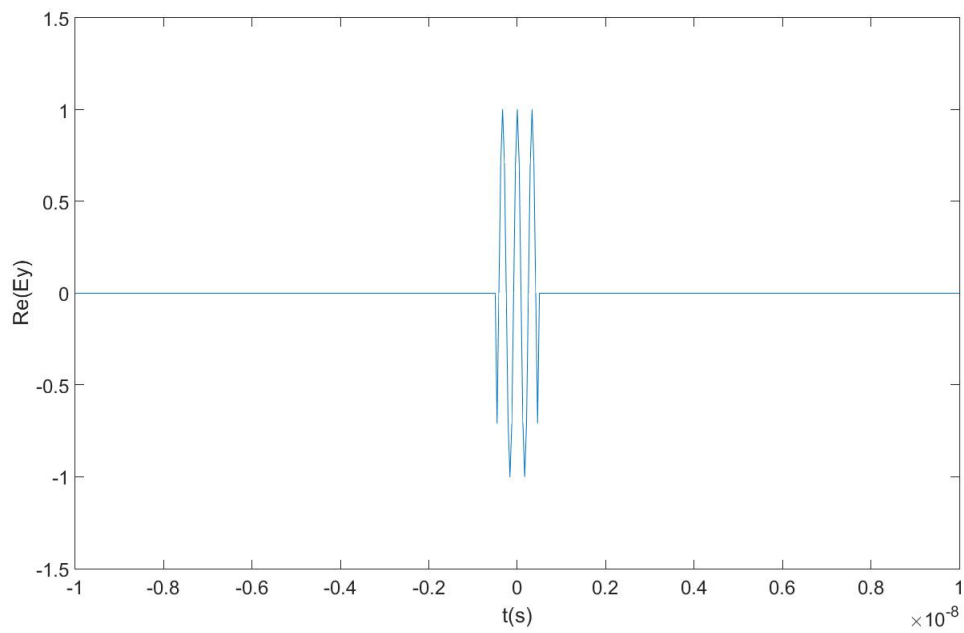


Figura 37: Sinal resultante da modulação de uma onda portadora de 3GHz por parte de um pulso retangular com largura de 1ns.

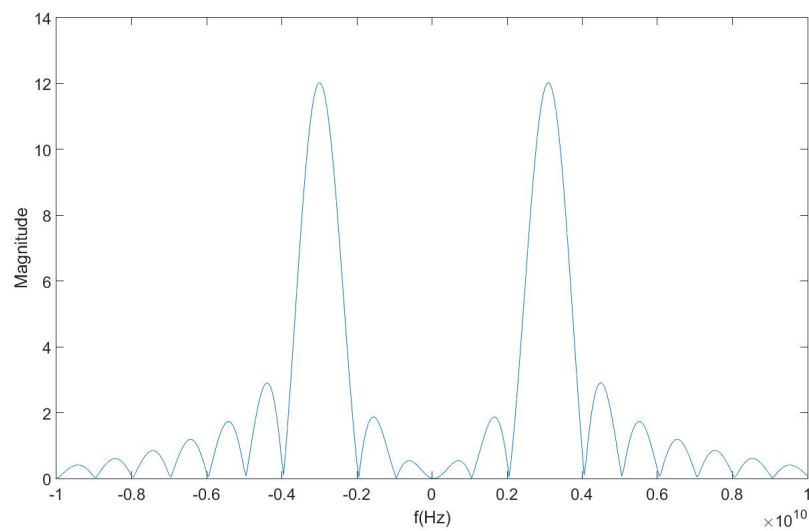


Figura 38: Espectro de frequências do sinal de entrada com largura de 1ns obtido por meio da sua transformada de *Fourier*.

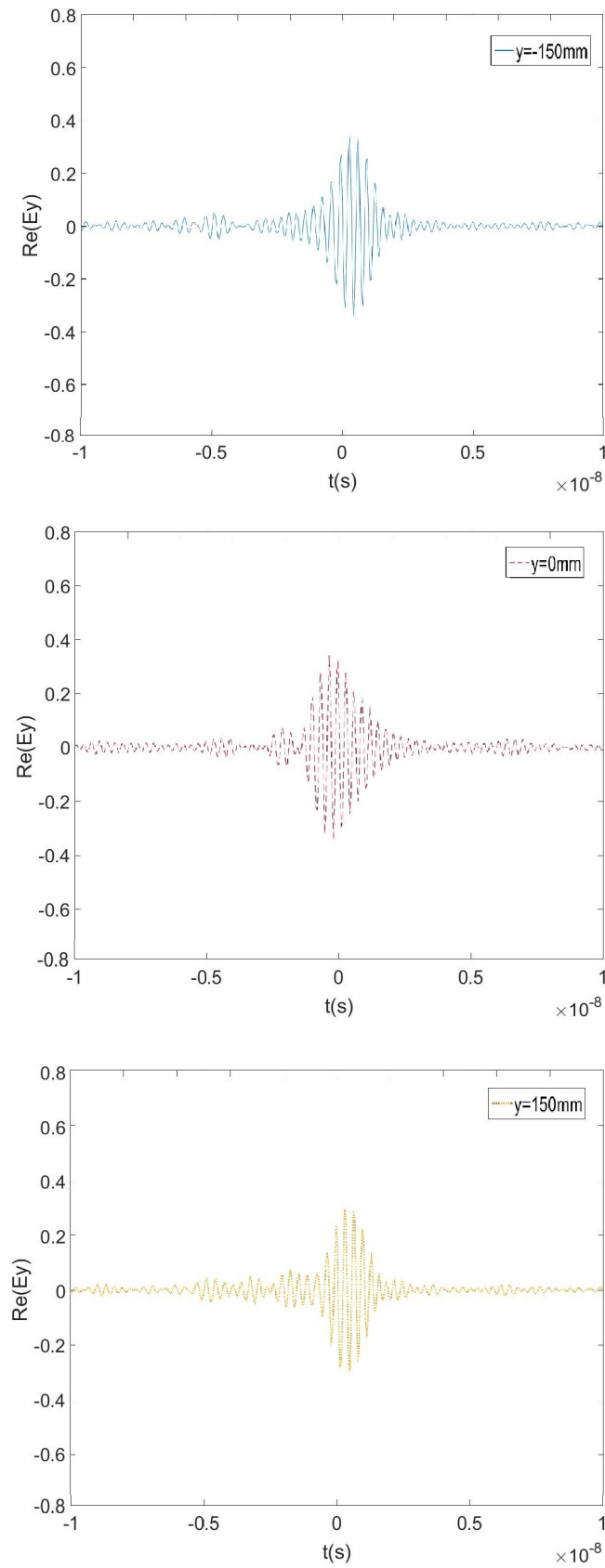


Figura 39: Sinal de saída obtido nos pontos $y = -150\text{mm}$, $y = 0\text{mm}$ e $y = 150\text{mm}$ após a interação entre um pulso retangular com largura de 1ns e o dispositivo de *cloak* projetado.

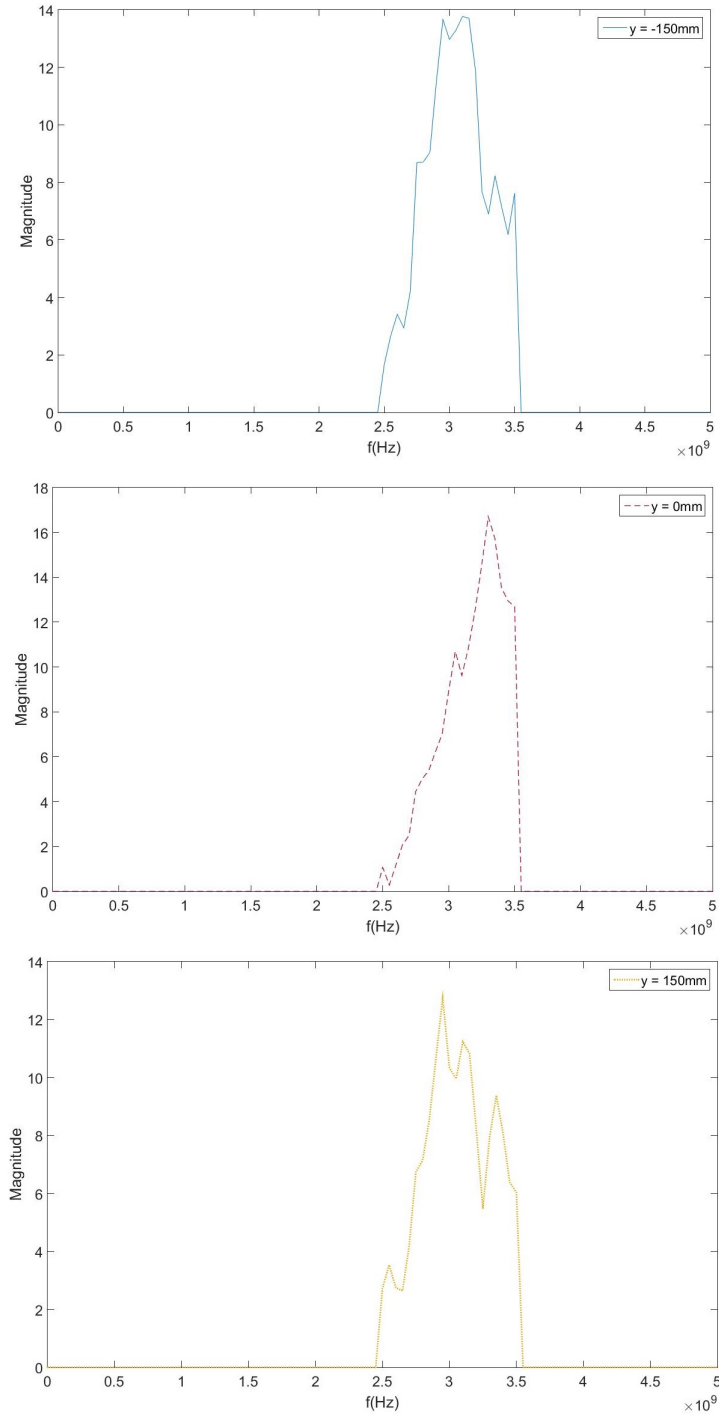


Figura 40: Espectro de frequências do sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após um pulso com largura de 1ns interagir com o dispositivo.

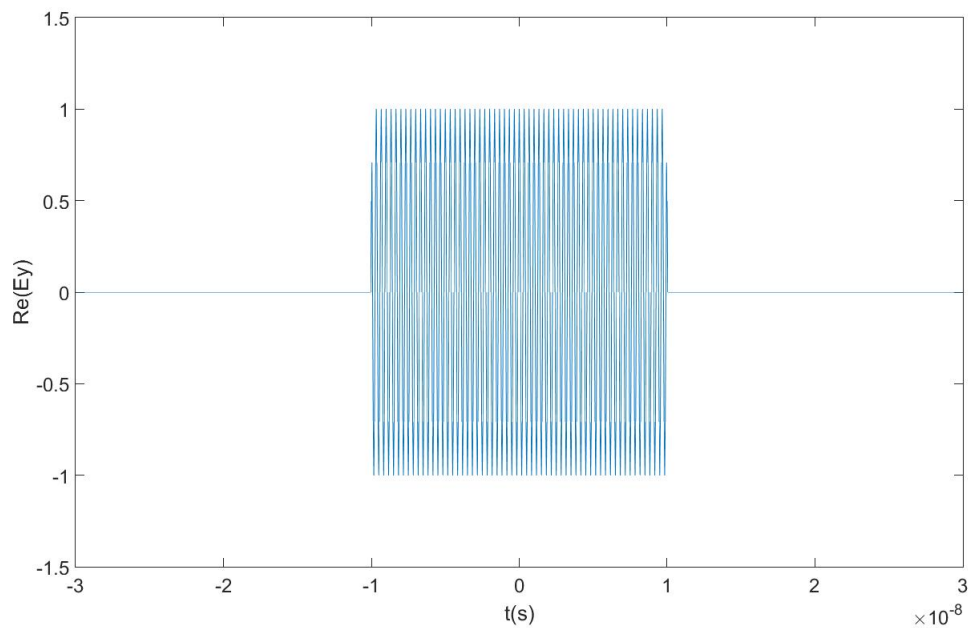


Figura 41: Sinal resultante da modulação de uma onda portadora de 3GHz por parte de um pulso retangular com largura de 20ns.

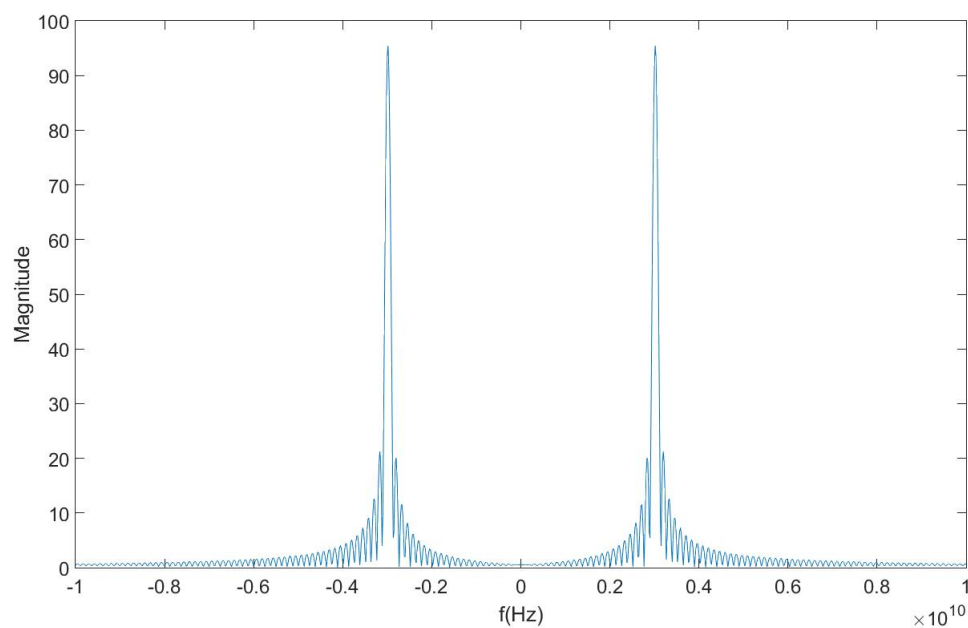


Figura 42: Espectro de frequências do sinal de entrada com largura de 20ns obtido por meio da sua transformada de *Fourier*.

É possível observar que, como o sinal é mais longo no domínio do tempo, a banda desse sinal é mais estreita e concentrada na frequência da portadora.

Após a interação desse sinal com o dispositivo, o sinal de saída ilustrado na figura 43 é obtido, sendo sua transformada de Fourier ilustrada na figura 44.

Verifica-se que os sinais de saída apresentam um perfil muito mais parecido com o sinal de entrada, além de manterem uma largura de 20ns. No domínio da frequência, apesar do janelamento, o sinal concentra sua banda em 3GHz com poucas componentes em frequências mais altas.

O próximo sinal de entrada a ser simulado apresenta largura de 20ns, porém sua portadora é de 2,6GHz, estando abaixo da frequência ideal de funcionamento do dispositivo.

Após a interação desse sinal com o dispositivo, o sinal de saída ilustrado na figura 45 é obtido, sendo sua transformada de Fourier ilustrada na figura 46.

É possível observar que o sinal de saída apresenta grande deformação e perda de amplitude, descaracterizando o funcionamento do dispositivo, como era esperado.

Por fim, foi simulado um sinal de entrada com largura de 20ns e portadora de 3,4GHz, estando acima da frequência ideal de funcionamento do dispositivo.

Após a interação desse sinal com o dispositivo, o sinal de saída ilustrado na figura 47 é obtido, sendo sua transformada de Fourier ilustrada na figura 48.

Observa-se que o sinal de saída apresenta alguma distorção em relação à entrada, porém não tanto quanto a saída do pulso com portadora de 2,6GHz. Isso se deve ao fato da variação de permissividade de 3GHz para 3,4GHz ser menor que a variação encontrada de 2,6 para 3GHz, já que a curva do modelo de Lorentz começa a apresentar comportamento assintótico. Mesmo assim, nota-se que a amplitude do sinal em $y=0\text{mm}$ é maior que nos outros dois pontos, mostrando que a frente de onda não está uniforme após passar pelo dispositivo.

Após a simulação dos pulsos de entrada com configurações distintas, pode-se afirmar que o dispositivo teve melhor funcionamento com pulsos mais longos e com frequências mais próximas a 3GHz.

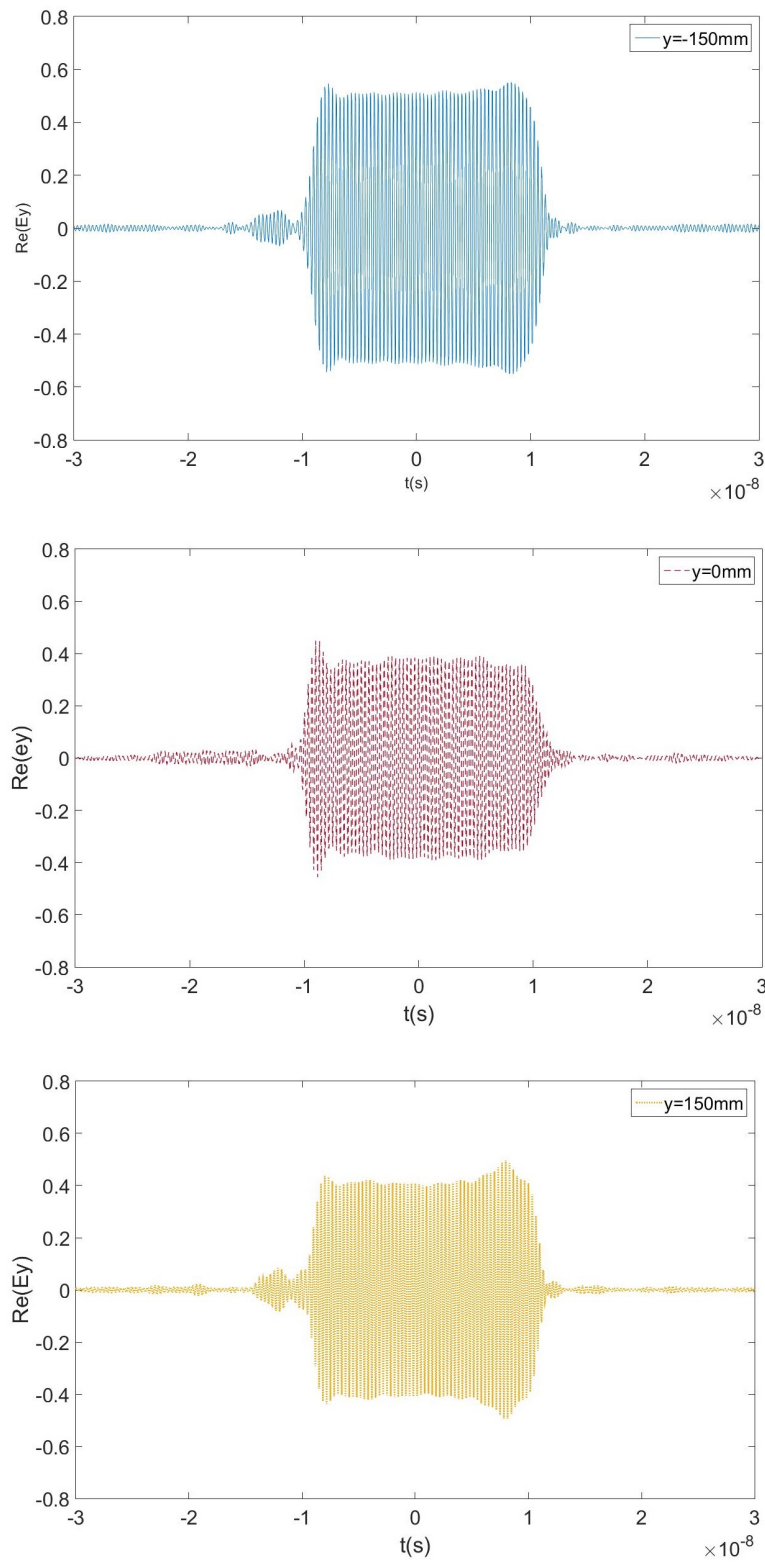


Figura 43: Sinal de saída obtido nos pontos $y = -150\text{mm}$, $y = 0\text{mm}$ e $y = 150\text{mm}$ após a interação entre um pulso retangular com largura de 1ns e o dispositivo de *cloak* projetado.

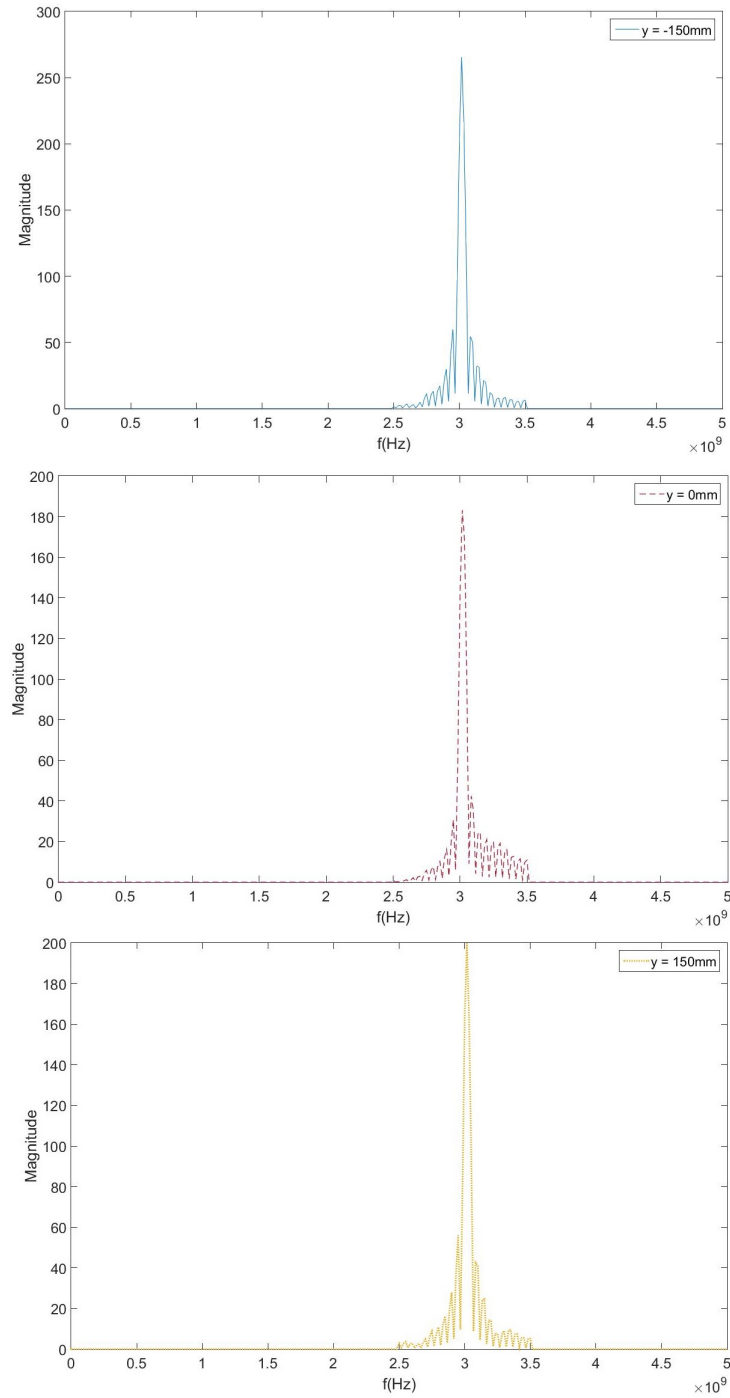


Figura 44: Espectro de frequências do sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após um pulso com largura de 20ns interagir com o dispositivo.

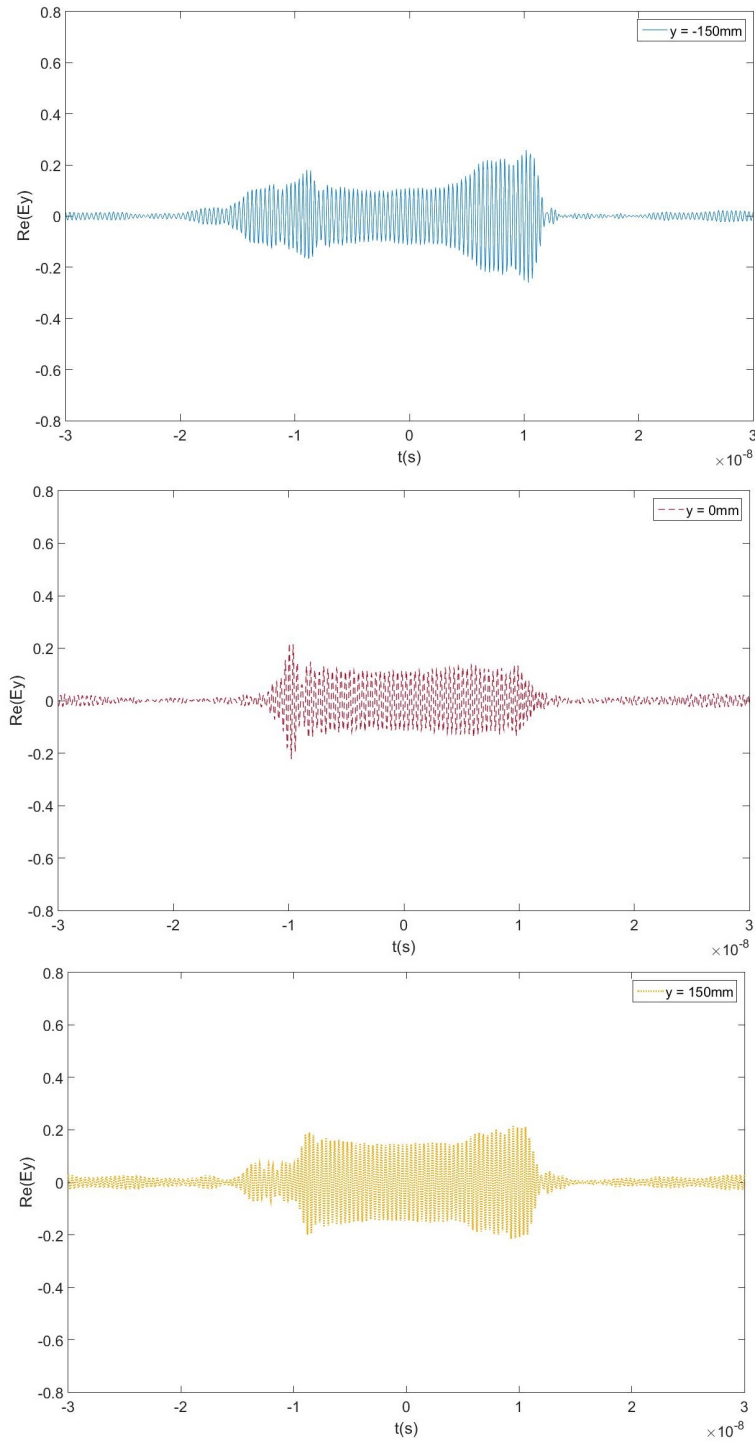


Figura 45: Sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após a interação entre um pulso retangular com portadora de $2,6\text{GHz}$ e o dispositivo de *cloak* projetado.

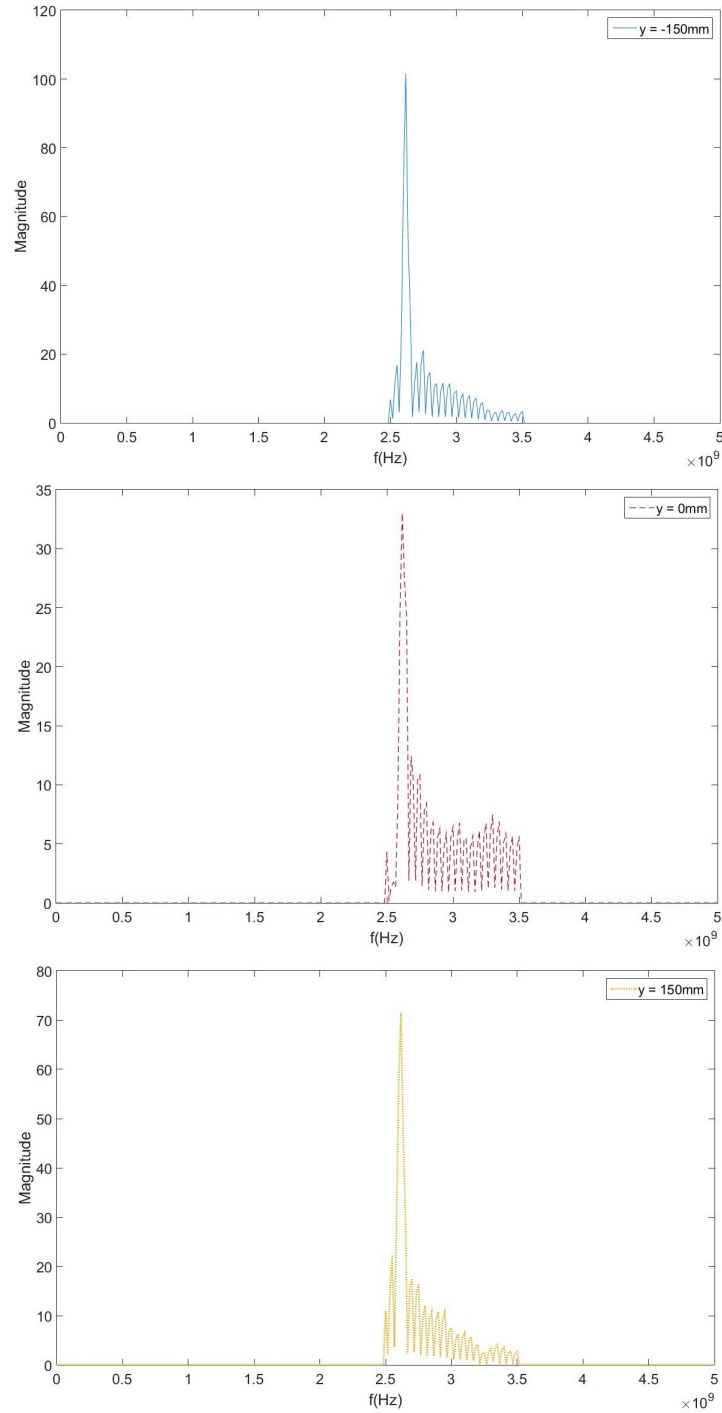


Figura 46: Espectro de frequências do sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após um pulso com portadora de $2,6\text{GHz}$ interagir com o dispositivo.

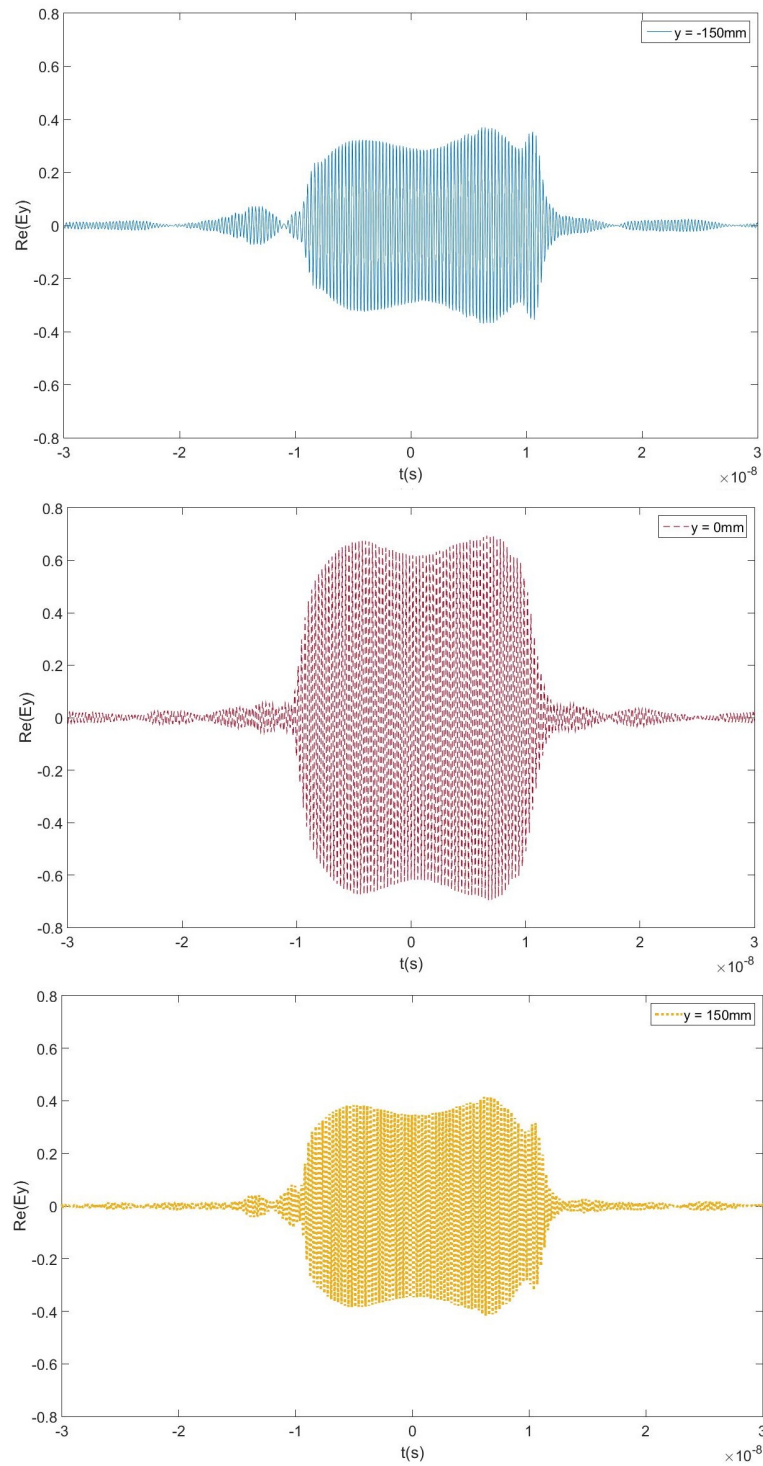


Figura 47: Sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após a interação entre um pulso retangular com portadora de 3,4GHz e o dispositivo de *cloak* projetado.

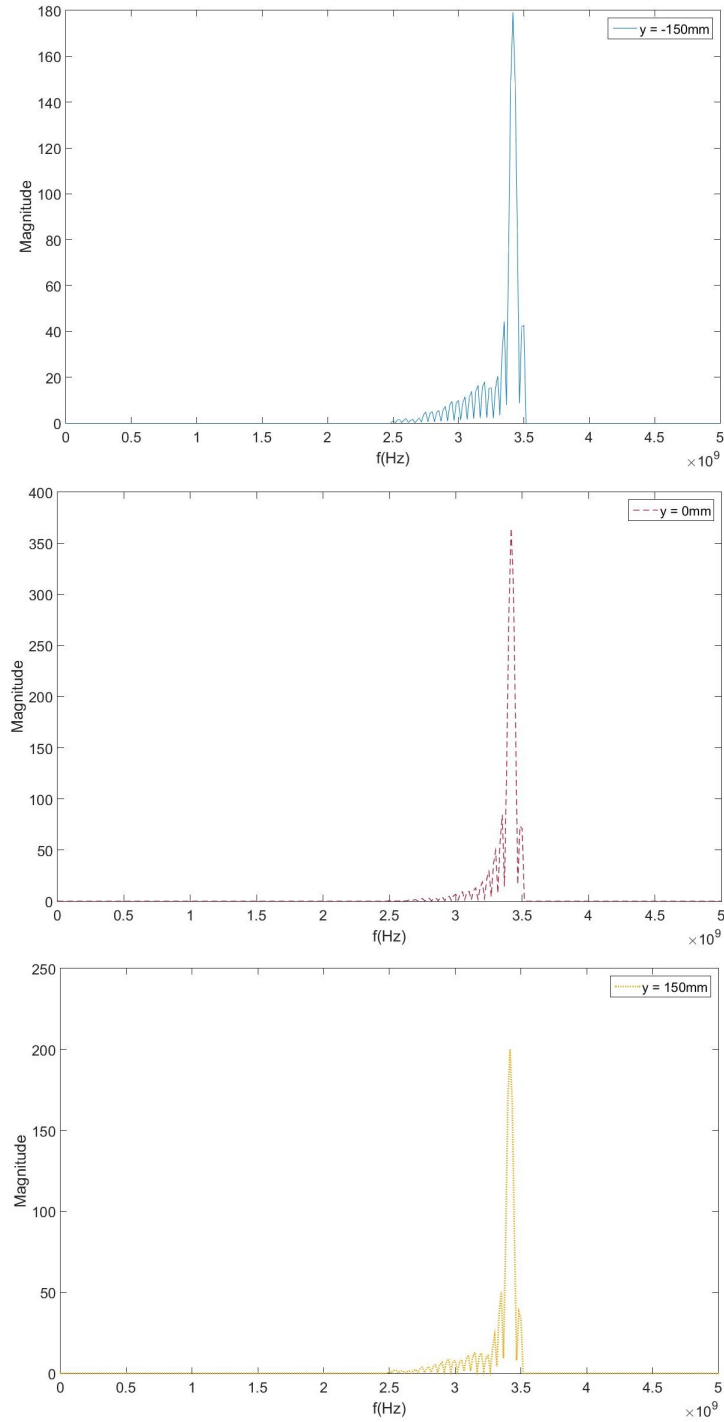


Figura 48: Espectro de frequências do sinal de saída obtido nos pontos $y=-150\text{mm}$, $y=0\text{mm}$ e $y=150\text{mm}$ após um pulso com portadora de $3,4\text{GHz}$ interagir com o dispositivo.

Parte III

Conclusão

6 Conclusão

Este trabalho apresentou um estudo sobre métodos e ferramentas que possibilitam a criação de dispositivos de invisibilidade, ou *cloaking*. Foram abordados os principais conceitos teóricos sobre metamateriais e ótica transformacional, que permitem a elaboração de tais dispositivos, assim como técnicas de projeto e simulação para melhor avaliar seus comportamentos.

Para investigar o funcionamento de um *cloak* cilíndrico, primeiramente foram simuladas situações ideais, onde o material projetado não apresentava comportamento dispersivo. Dessa forma, suas propriedades constitutivas eram calculadas diretamente a partir da transformada ótica escolhida. Neste trabalho, foram adotadas as transformadas lineares e cilíndricas. Ambas funcionaram satisfatoriamente, sendo que a primeira implica em maior anisotropia e, conseqüentemente, maior dificuldade para ser construída.

A segunda etapa consistiu em projetar um meio dispersivo, baseado no modelo de Drude-Lorentz, fazendo com que diferentes permissividades fossem obtidas dependendo da frequência da onda utilizada. Estudou-se, então, a resposta desse meio às diversas configurações de pulsos retangulares, variando a frequência de sua portadora e sua largura. Como era esperado, o dispositivo apresenta melhor funcionamento com pulsos longos e que possuem portadoras com frequências próximas à ideal, já que sua banda fica concentrada nessa frequência.

É importante frisar que as dificuldades encontradas para simular meios dispersivos no Lumerical foram totalmente contornadas por meio da variação manual das frequências, e conseqüentemente das permissividades. Desse modo, futuros trabalhos relacionados a este tópico já possuem um referencial para solucionar este tipo de contratemplos.

7 Trabalhos Futuros

Como potenciais trabalhos futuros, pode-se pesquisar possíveis materiais constituintes e configurações geométricas de células metamateriais para que se encontrem valores de permissividade e permeabilidade próximos aos utilizados neste estudo. Uma vez projetadas, torna-se possível a implementação do *cloak* por meio da impressão 3-D dessas células.

É possível, ainda, estudar o comportamento da propagação de pulsos por outros tipos de dispositivos que utilizam o conceito de ótica transformacional, como superlentes, antenas, guias de onda ou até mesmo *cloaks* com diferentes configurações, como o *carpet cloak*.

Referências

- 1 ZHANG, P. U. *Theory of transformation optics and invisibility cloak design*. [S.l.: s.n.], 2011. 69 p. ISBN 9789174159479. Citado na página 19.
- 2 PENDRY, J. B. et al. Magnetism from Conductors, and Enhanced Non-Linear Phenomena. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, v. 47, n. 11, p. 2075–2084, 1999. ISSN 00189480. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 26.
- 3 SIHVOLA, A.; SEMCHENKO, I.; KHAKHOMOV, S. View on the history of electromagnetics of metamaterials: Evolution of the congress series of complex media. *Photonics and Nanostructures - Fundamentals and Applications*, Elsevier B.V., v. 12, n. 4, p. 279–283, 2014. ISSN 15694410. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1569441014000236>>. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 25.
- 4 MOTA, A. F. da. *Análise de Propagação de Pulso em Meios Metamateriais*. 2015. Citado na página 19.
- 5 SCHURIG, D. et al. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. *Science*, v. 314, n. 5801, p. 977–980, 2006. ISSN 0036-8075. Citado na página 20.
- 6 SHI, Y. et al. Three-Dimensional Complementary Invisibility. v. 14, p. 1550–1553, 2015. Citado na página 20.
- 7 LANDY, N.; SMITH, D. R. A full-parameter unidirectional metamaterial cloak for microwaves. *Nature materials*, Nature Publishing Group, v. 12, n. 1, p. 25–8, 2013. ISSN 1476-1122. Disponível em: <<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/23142840>>. Citado na página 20.
- 8 ZYGA, L. *Nearly perfect, ultrathin invisibility cloak could have wide practical applications*. 2013. Disponível em: <<http://phys.org/news/2013-01-ultrathin-invisibility-cloak-wide-applications.html>>. Acesso em: 20-10-2016. Citado na página 20.
- 9 KINSLER, P.; MCCALL, M. W. Transformation devices: Event carpets in space and space-time. *Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics*, v. 89, n. 6, 2014. ISSN 10941622. Citado na página 20.
- 10 GRATUS, J. et al. On Spacetime Transformation Optics: Temporal and Spatial Dispersion. p. 1–33, 2016. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1608.04968>>. Citado na página 20.
- 11 PENDRY, J. B. Negative refraction makes a perfect lense. *Phys. Rev. Lett.*, v. 85, n. 18, p. 3966, 2000. Citado na página 20.
- 12 GRBIC, A.; ELEFThERIADES, G. V. Overcoming the Diffraction Limit with a Planar Left-Handed Transmission-Line Lens. *Physical Review Letters*, v. 92, n. 11, p. 117403–1, 2004. ISSN 00319007. Citado na página 20.
- 13 YANG, W.; FIDDY, M. Negative Refraction Does Not Make Perfect Lenses. *arXiv preprint*, 2013. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1306.2351>>. Citado na página 20.

- 14 SPIDER silk: Mother Nature's Bio-Superlens. Bangor University School of Electronic Engineering News Website. Disponível em: <<https://www.bangor.ac.uk/eng/news/spider-silk-mother-nature-s-bio-superlens-28106>>. Acesso em: 19-10-2016. Citado na página 21.
- 15 WANG, Z. et al. Optical virtual imaging at 50 nm lateral resolution with a white-light nanoscope. *Nature communications*, Nature Publishing Group, v. 2, p. 218, 2011. ISSN 2041-1723. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1038/ncomms1211>>. Citado na página 21.
- 16 LEE, S. et al. Overcoming the diffraction limit induced by microsphere optical nanoscopy. *Journal of Optics*, v. 15, n. 12, p. 125710, 2013. ISSN 2040-8978. Citado na página 21.
- 17 MONKS, J. N.; YAN, B.; WANG, Z. Spider Silk: The Mother Nature's Biological Superlens. p. 1–4, 2016. Citado na página 21.
- 18 Della Giovampaola, C.; ENGHETA, N. Digital metamaterials. *Nature materials*, v. 13, n. 12, p. 1115–21, 2014. ISSN 1476-1122. Disponível em: <<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25218061>>. Citado na página 21.
- 19 CUI, T. J. et al. Coding Metamaterials, Digital Metamaterials and Programming Metamaterials. *Light: Science & Applications*, n. August, p. 19, 2014. ISSN 2047-7538. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1407.8442>>. Citado na página 21.
- 20 VALAGIANNPOULOS, C. A. et al. Hyperbolic-metamaterial antennas for broadband enhancement of dipole emission to free space. *Journal of Applied Physics*, v. 116, n. 16, 2014. ISSN 10897550. Citado na página 21.
- 21 LANDY, N. I. et al. Perfect metamaterial absorber. *Physical Review Letters*, v. 100, n. 20, p. 1–4, 2008. ISSN 00319007. Citado na página 21.
- 22 SIHVOLA, A. Metamaterials in electromagnetics. *Metamaterials*, v. 1, n. 1, p. 2–11, 2007. ISSN 18731988. Citado na página 25.
- 23 KOCK, W. E. Path-Length Lenses*. *Proceedings of the I.R.E.*, v. 27, p. 852–855, 1948. Citado na página 25.
- 24 VESELAGO, V. The Electrodynamics of Substances With Simultaneously Negative Values of ϵ and μ . *Soviet Physics Uspekhi*, v. 10, n. 4, p. 509–514, 1968. ISSN 00319007. Citado na página 26.
- 25 CUI, T. J.; SMITH, D. R.; LIU, R. *Metamaterials: Theory, Design and Applications*. [S.l.]: Springer US, 2010. ISBN 9781441905727. Citado 3 vezes nas páginas 26, 27 e 30.
- 26 VESELAGO, V. G. Electrodynamics of materials with negative index of refraction. *Physics-Uspekhi*, v. 46, n. 7, p. 764–768, 2003. ISSN 0042-1294. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 34.
- 27 ROTMAN, W. Plasma simulation by artificial dielectrics and parallel-plate media. *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 10, n. 1, p. 17–19, 1962. ISSN 0096-1973. Citado na página 26.
- 28 GRANT, A.; HAPGOOD, F. *Metamaterial Revolution: The New Science of Making Anything Disappear*. 2009, 1–2 p. Discover Magazine. Disponível em: <<http://discovermagazine.com/2009/apr/10-metamaterial-revolution-new-science-making-anything-disappear>>. Acesso em: 15-08-2015. Citado na página 26.

- 29 SHELBY, R. A.; SMITH, D. R.; SCHULTZ, S. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science (New York, N.Y.)*, v. 292, n. 5514, p. 77–79, 2001. ISSN 0036-8075. Citado 3 vezes nas páginas 27, 30 e 46.
- 30 ENGHETA, N.; ZIOLKOWSKI, R. W. *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*. [S.l.: s.n.], 2006. 1–414 p. ISBN 0471761028. Citado na página 28.
- 31 ZIOLKOWSKI, R. W. Propagation in and scattering from a matched metamaterial having a zero index of refraction. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, v. 70, n. 4 2, 2004. ISSN 15393755. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 34.
- 32 ERREDE, S. *A Brief History of The Development of Classical Electrodynamics*. 2007. Disponível em: <http://web.hep.uiuc.edu/home/serrede/P436/Lecture_Notes/A_Brief_History_of_Electromagnetism.pdf>. Acesso em: 10.8.2015. Citado na página 31.
- 33 MALUS, E.-L. Mémoire sur l'optique. *Journal de l'École Polytechnique*, v. 7, p. 1–44, 1808. Disponível em: <http://link.springer.com/content/pdf/10.1007/978-3-7643-7990-2_37.pdf>. Citado na página 35.
- 34 ALFRED, H. R. *A Treatise on Geometrical Optics*. Cambridge University Press, 1900. 1 p. ISBN 0554447045. Disponível em: <<https://archive.org/details/atreatiseongeom00hermgoog>>. Citado na página 35.
- 35 ARTHUR, S. *An Introduction To The Theory Of Optics*. Kessinger Publishing, LLC, 1909. 43 p. ISBN 0548226725. Disponível em: <<https://archive.org/details/theoryoptics00schurich>>. Citado na página 35.
- 36 ROBERT GOLDSTEIN, G. M. *Surface Waves In Anisotropic And Laminated Bodies And Defects Detection*. [S.l.]: Springer Netherlands, 2006. 131 p. ISBN 1402023863. Citado na página 35.
- 37 SPENCER, G. H.; MURTY, M. V. R. K. General ray-tracing procedure†. *J. Opt. Soc. Am.*, OSA, v. 52, n. 6, p. 672–678, Jun 1962. Disponível em: <<http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josa-52-6-672>>. Citado na página 35.
- 38 PACHECO, H. Ray Tracing in Industry. p. 1–8, 2008. Citado na página 36.
- 39 LIU, D. et al. Transformation inverse design. *Opt Express*, v. 21, n. 12, p. 14223–14243, 2013. ISSN 1094-4087. Disponível em: <<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/23787612>>. Citado na página 40.
- 40 ASTALA, T. I. . G. M. K. *Elliptic Partial Differential Equations and Quasiconformal Mappings in the Plane*. [S.l.: s.n.], 2009. ISBN 9781400830114. Citado na página 40.
- 41 CUMMER, S. a. et al. Full-wave simulations of electromagnetic cloaking structures. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, v. 74, n. 3, p. 1–5, 2006. ISSN 15393755. Citado 3 vezes nas páginas 45, 47 e 48.
- 42 ASADCHY, V. S. et al. Non-linear-transformation based cylindrical cloaks and their practical advantages. *Metamaterials '2012: The Sixth International Congress on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics*, v. 1, n. 1, p. 146–148, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 45, 47 e 51.

- 43 FDTD Solutions | Lumerical's Nanophotonic FDTD Simulation Software. Disponível em: <https://www.lumerical.com/tcad-products/fdtd/>. Acesso em: 2016-10-28. Citado na página 45.
- 44 MATLAB. *version 8.5.0.197613 (R2015a)*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2015. Citado na página 45.
- 45 CW Normalization | Lumerical Knowledge Base. Disponível em: https://kb.lumerical.com/en/ref_sim_obj_cw_normalization.html. Acesso em: 2016-10-28. Citado na página 46.
- 46 LUCENA, D. A. de. Estudo de refração negativa e recuperação de parâmetros em metamateriais. 2010. Citado na página 60.
- 47 COURANT, R.; FRIEDRICHS, K.; LEWY, H. On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM journal*, v. 11, n. 2, p. 215–234, 1967. Citado na página 90.
- 48 DIVERGING simulations | Lumerical Knowledge Base. Disponível em: https://kb.lumerical.com/en/layout_analysis_diverging_simulations.html#dt. Acesso em: 2016-10-28. Citado na página 91.

Apêndices

APÊNDICE A – Ajuste de Parâmetros do Lumerical

Neste capítulo, serão descritas as configurações utilizadas no Lumerical para que fosse possível simular o dispositivo de *cloak*, tanto nos casos ideais, quanto no caso dispersivo.

Parte dos elementos utilizados nas simulações, como materiais e atributos de rotação de permissividade, foram incluídos via *script*. Dessa forma, neste capítulo serão abordados apenas os elementos configurados manualmente, ilustrados na figura 49. A função de cada um desses elementos já foi abordada no capítulo 5.

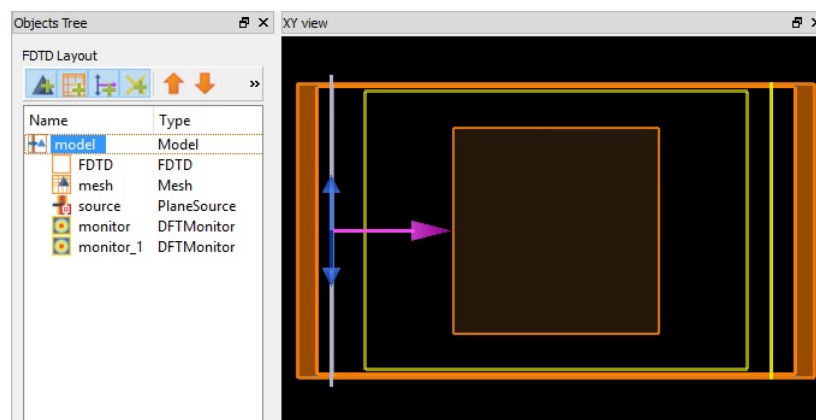


Figura 49: Editor de objeto do Lumerical mostrando apenas os elementos criados e configurados manualmente.

O elemento FDTD é responsável por delimitar o domínio computacional da simulação. Na aba *General*, vista na figura 50, é definido um domínio bidimensional, com índice de refração igual ao do ar e tempo de simulação de 10ns. A figura 51 mostra a aba *Geometry*, onde foi definido o tamanho do domínio com 1000mm de largura por 600mm de altura.

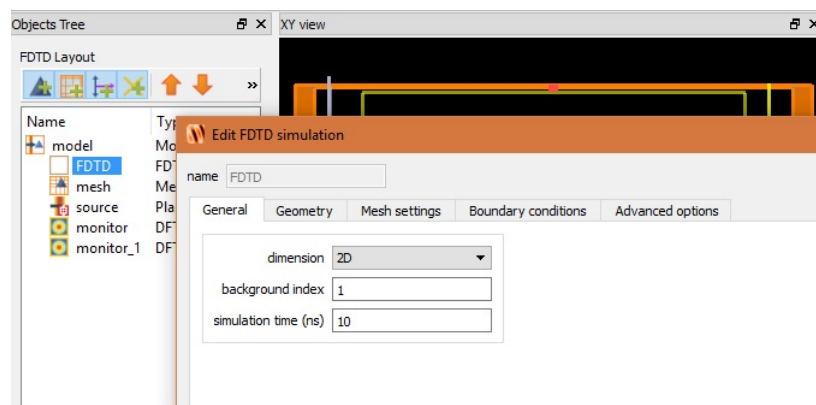


Figura 50: Aba de configurações gerais do elemento FDTD.

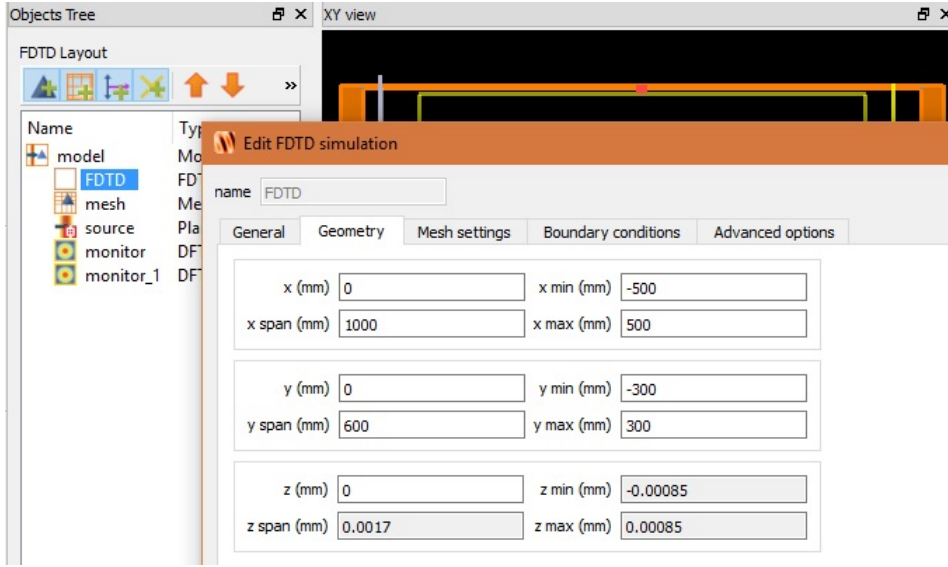


Figura 51: Aba de configurações geométricas do elemento FDTD.

Na aba *Mesh settings*, mostrada na figura 52, foi definido um nível de acurácia da *mesh* de nível 4, que apresenta um bom balanceamento entre precisão nos cálculos e uso de memória. Além disso, foi escolhido um fator de estabilidade de 10% do máximo fator teórico calculado.

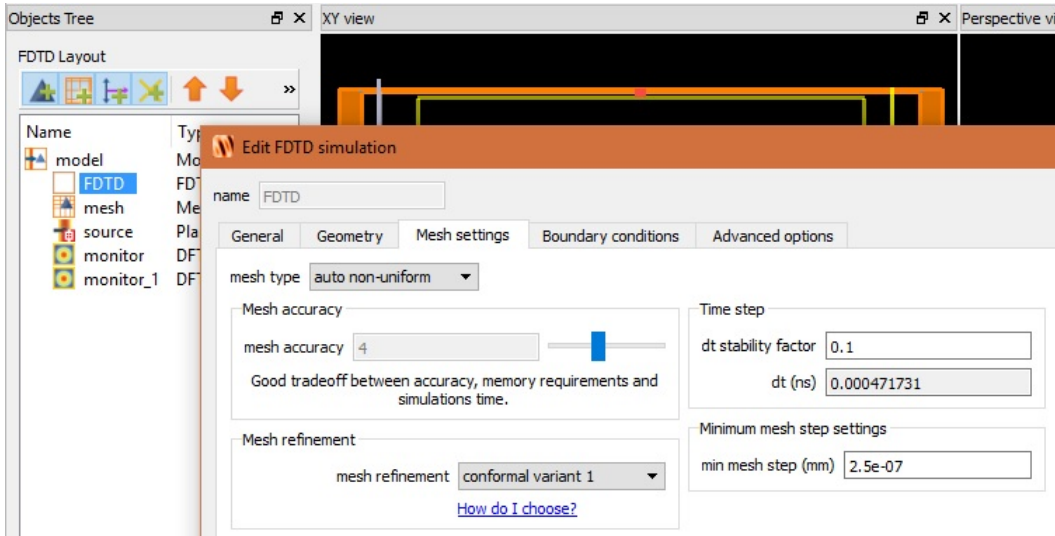


Figura 52: Aba de configurações da *mesh* do elemento FDTD.

O máximo fator teórico é calculado a partir da *mesh* de simulação com base no critério de estabilidade de Courant [47], definido por:

$$C = \frac{v_x \Delta t}{\Delta x} + \frac{v_y \Delta t}{\Delta y} \quad (\text{A.1})$$

onde v_x e v_y são as velocidades das ondas ao longo dos eixos x e y em unidades de comprimento/tempo, Δt é o intervalo de tempo utilizado pelo FDTD para fazer os cálculos e Δx e Δy são as dimensões mínimas usadas pela *mesh* em questão.

O Lumerical usa como padrão inicial um fator de 99% do fator máximo [48]. Após a inclusão de materiais com índices de refração diferentes de 1, torna-se necessário o ajuste desse fator. Após algumas tentativas, observou-se que com um fator de 10% as simulações convergiam.

A figura 53, exibe as condições de contorno utilizadas. É possível observar que as condições verticais são definidas como PMLs com 8 camadas, enquanto as horizontais são estruturas periódicas, já que são utilizadas ondas planas para as simulações.

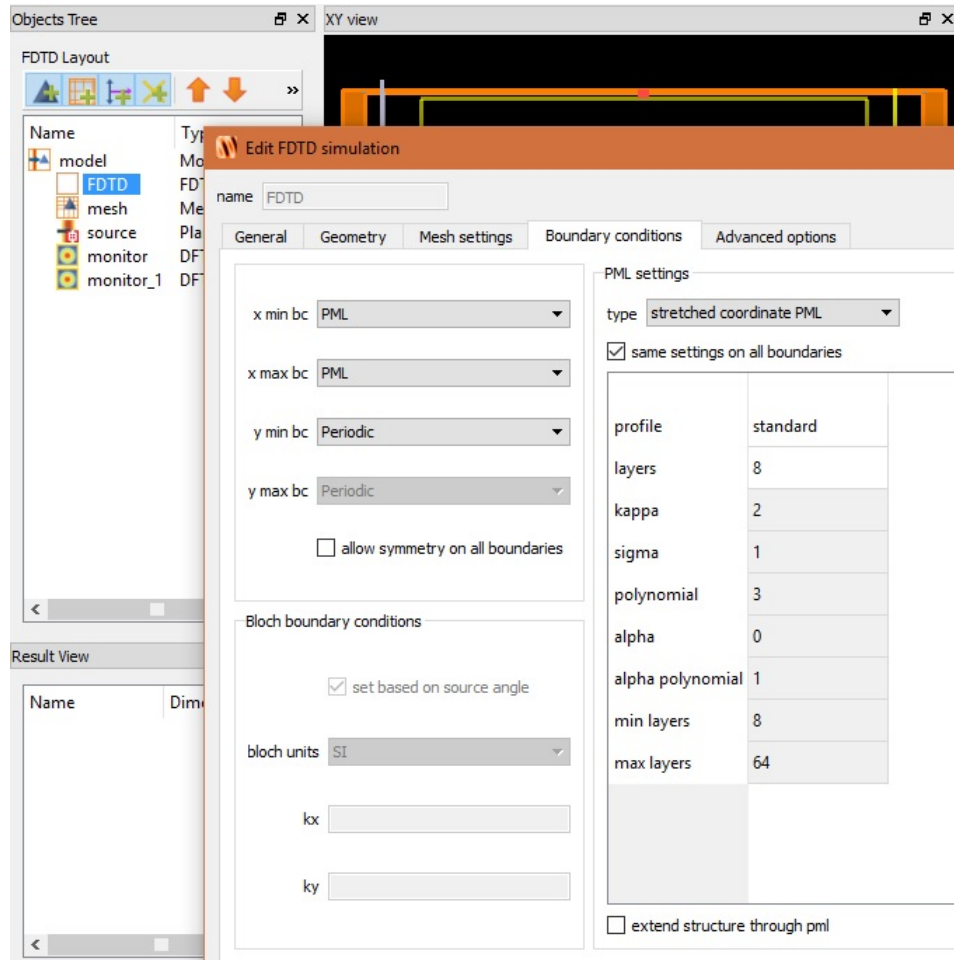


Figura 53: Aba de configurações das condições de contorno do elemento FDTD.

O elemento *Mesh* é responsável por garantir uma precisão maior na região onde o cilindro do dispositivo está situado. Na figura 54 é possível verificar as definições do tamanho da malha ao longo dos eixos x e y. Como os comprimentos de onda utilizados neste trabalho variam entre 85.6mm e 120mm, uma *mesh* com resolução de 2mm é suficientemente pequena para garantir a precisão e convergência dos cálculos.

A aba de configurações geométricas da *mesh*, mostrada na figura 55, exibe os valores utilizados para definir seu tamanho e posição.

O elemento *source* é responsável pela fonte de ondas eletromagnéticas que incidem sobre o dispositivo. Na aba de configurações gerais, exibida na figura 56, é possível verificar

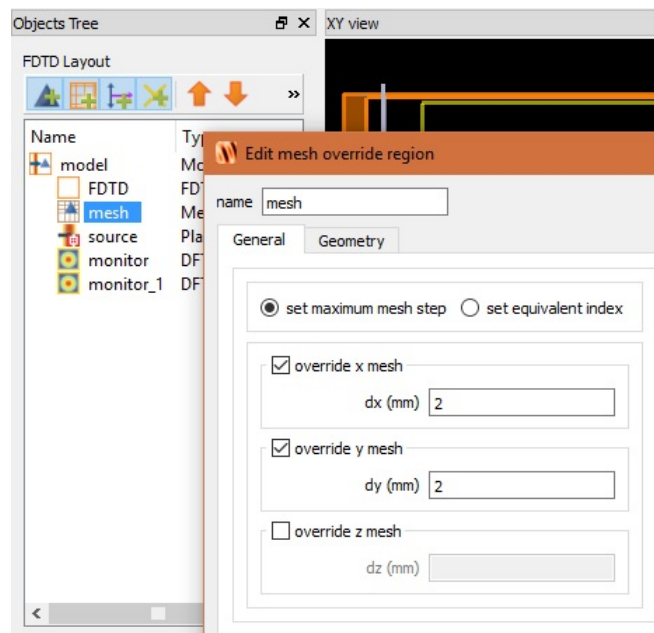


Figura 54: Aba de configurações gerais do elemento *mesh*.

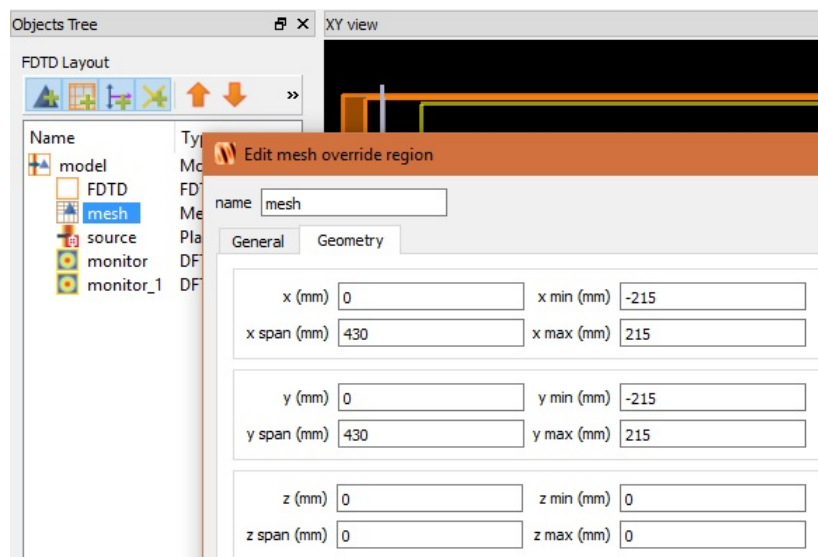


Figura 55: Aba de configurações geométricas do elemento *mesh*.

que foi definida uma onda plana de amplitude 1 injetada ao longo do eixo x e com ângulo de polarização igual a 0. Já na figura 57 é possível verificar os valores utilizados para definir a geometria da fonte de ondas. É importante notar que o elemento deve se prolongar para fora do FDTD, garantindo frentes de onda totalmente planas dentro do domínio computacional.

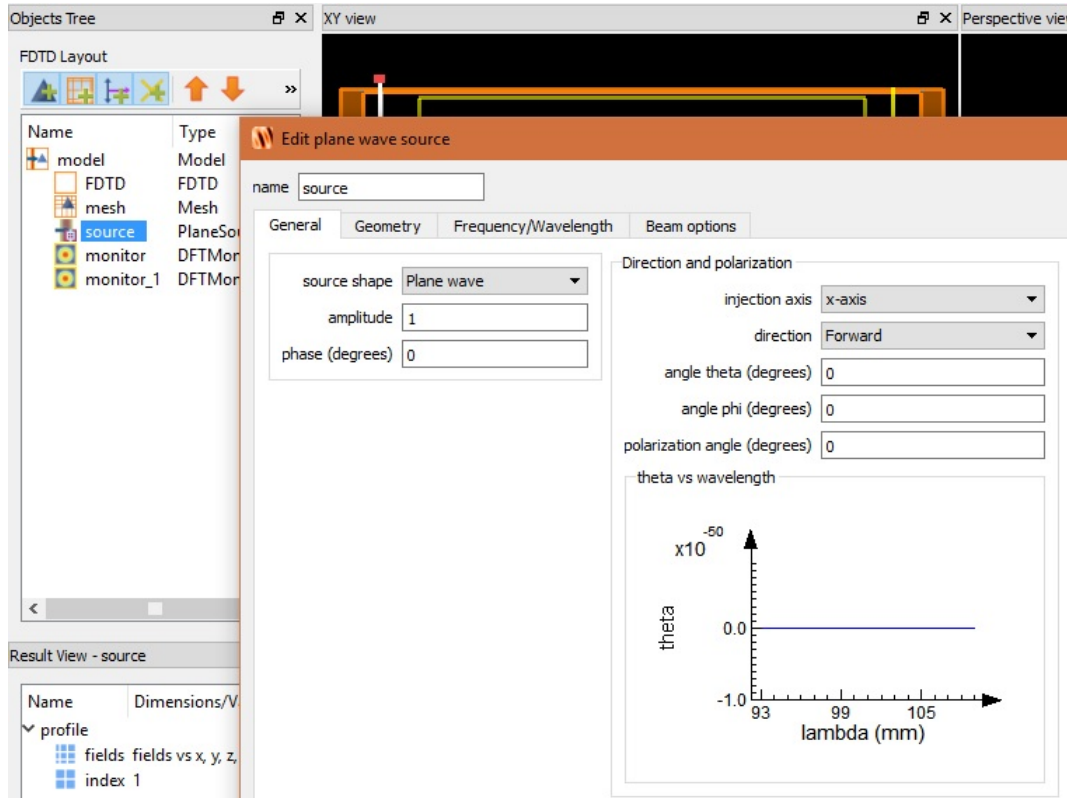


Figura 56: Aba de configurações gerais do elemento *source*.

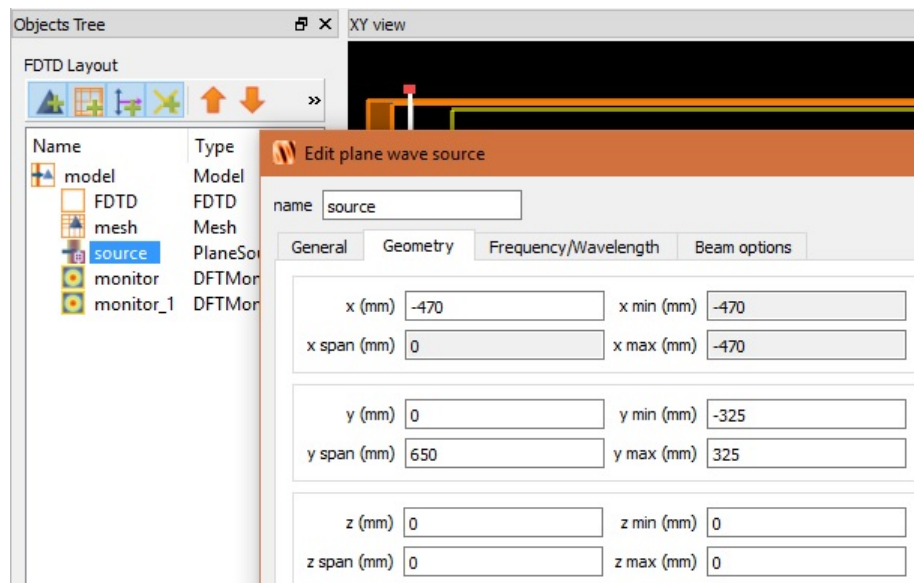


Figura 57: Aba de configurações geométricas do elemento *source*.

Os elementos *monitor* e *monitor_1* são responsáveis por coletar os dados resultantes das simulações. Enquanto o primeiro monitora a região logo acima do dispositivo, o segundo registra valores ao longo do eixo y em um ponto específico à direita do dispositivo.

A figura 58 apresenta as configurações gerais dos dois monitores. É possível observar que apenas um ponto de frequência é avaliado, sendo que esse ponto varia a cada simulação. Já as figuras 60 e 59 exibem as posições e dimensões de cada monitor.

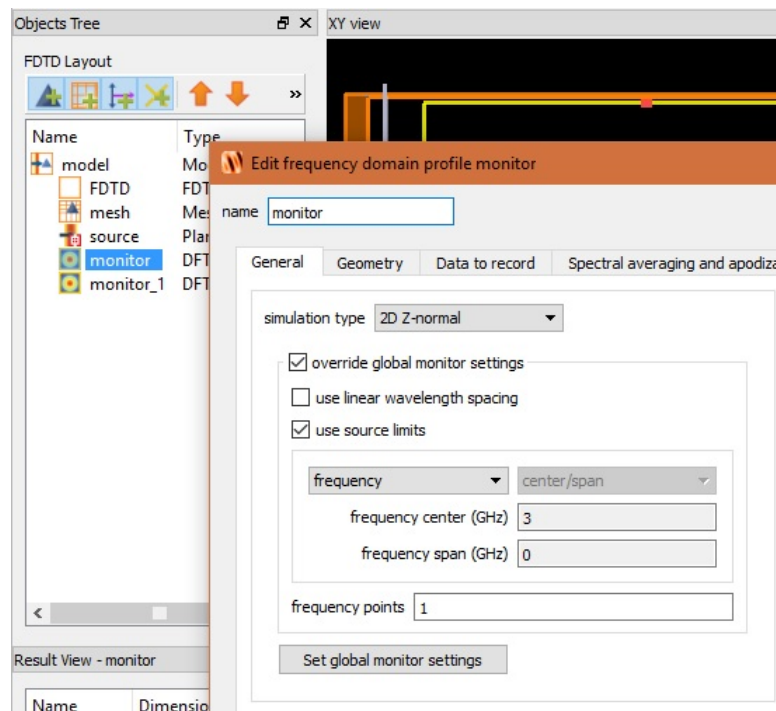


Figura 58: Aba de configurações gerais dos elementos *monitor* e *monitor_1*.

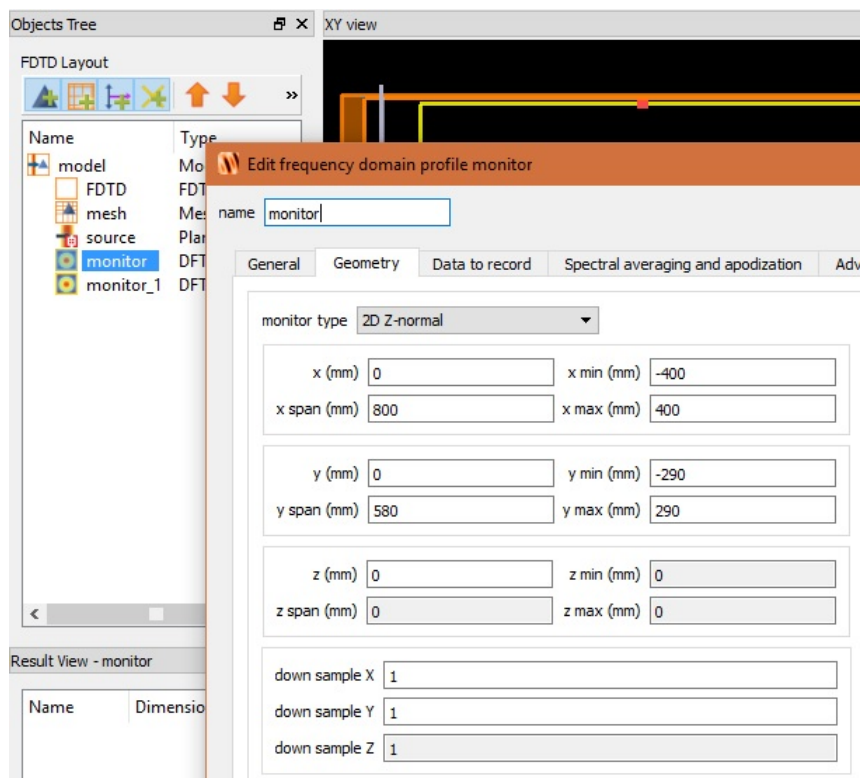


Figura 59: Aba de configurações geométricas do elemento *monitor*.

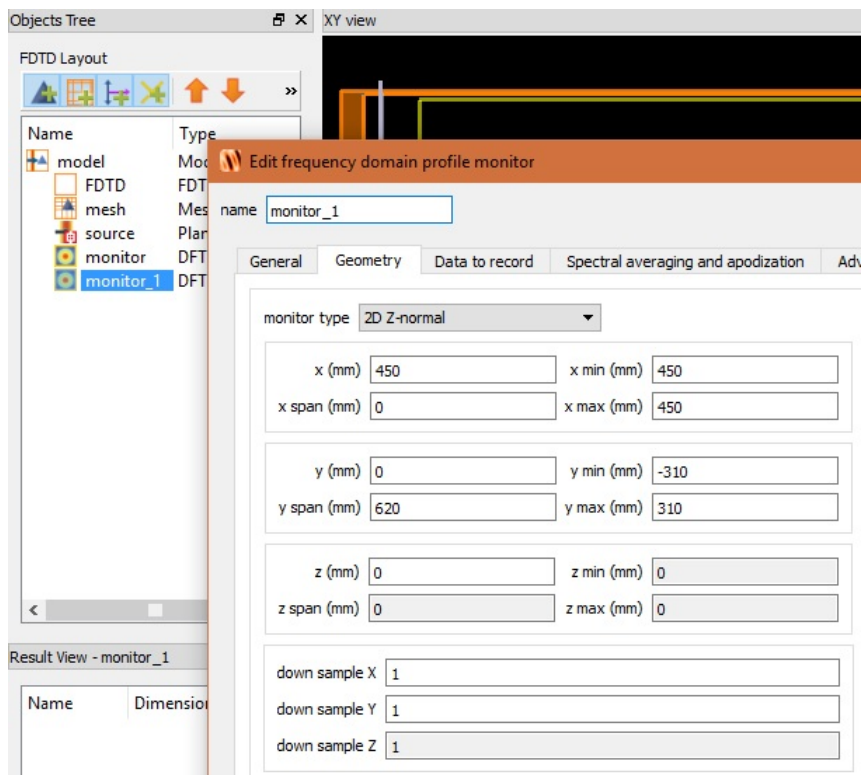


Figura 60: Aba de configurações geométricas do elemento *monitor_1*.

APÊNDICE B – Scripts

Neste capítulo serão exibidos os *scripts* utilizados no Lumerical e no MATLAB a fim de se obter os resultados das simulações do dispositivo analisado.

B.1 Cloak Ideal - Transformada Linear

O *script* abaixo foi utilizado no Lumerical para simular o *cloak* ideal por meio de uma transformada linear.

```
### Linear ###

#Dimensoes do cilindro
sections = 25;
layers = 8;
r1 = 0.1;
r2 = 0.2;
step = (r2-r1)/layers;

#Criacao dos atributos de rotacao de permissividade para cada section
for(i=1:sections){
    addgridattribute("Permittivity rotation");
    set("name", "attrbt"+num2str(i));
    b = i-1;
    set("phi", pi/sections+b*2*pi/sections);
}

#Criacao dos materiais de cada camada e calculo dos parametros
for(i=1:layers){
    a = addmaterial("Paramagnetic");
    setmaterial(a,"name","Base"+num2str(i));
    setmaterial("Base"+num2str(i), "Anisotropy", 1);

    r = step*(i-1)+step/2+r1;
    er = (r-r1)/r;
    ephi = r/(r-r1);
    ez = (r2/(r2-r1))^2*(r-r1)/r;

    setmaterial("Base"+num2str(i),"Permittivity", [er, ephi, ez]);
    setmaterial("Base"+num2str(i),"Permeability", [er, ephi, ez]);

    #Criacao de cada section de uma camada
    for(j=1:sections){
```

```

        addring;
        set("name", "Ring("+num2str(i)+"-"+num2str(j)+"");
        set("z span", 0);
        set("outer radius", step+r1+(i-1)*step);
        set("inner radius", r1 + (i-1)*step);
        set("theta start", (j-1)*360/sections);
        set("theta stop", j*360/sections);

        #Atribui material e rotacao de permissividade para a section
        set("material", "Base"+num2str(i));
        set("grid attribute name", "attrbt"+num2str(j));
    }
}

```

B.2 Cloak Ideal - Transformada Quadrática

O *script* abaixo foi utilizado no Lumerical para simular o *cloak* ideal por meio de uma transformada quadrática.

```

### Quadratico ###

#Dimensoes do cilindro
sections = 25;
layers = 8;
r1 = 0.1;
r2 = 0.2;
step = (r2-r1)/layers;

#Parametros para calculo da transformada
gama = 1000;
p = (r2-r1)/(gama*r2^2);
q = ((r2-r1)*(gama-1))/(gama*r2);

#Criacao dos atributos de rotacao de permissividade para cada section
for(i=1:sections){
    addgridattribute("Permittivity rotation");
    set("name", "attrbt"+num2str(i));
    b = i-1;
    set("phi", pi/sections+b*2*pi/sections);
}

#Criacao dos materiais de cada camada e calculo dos parametros
for(i=1:layers){
    a = addmaterial("Paramagnetic");
    setmaterial(a,"name","Base"+num2str(i));
}

```

```

setmaterial("Base"+num2str(i), "Anisotropy", 1);

r = step*(i-1)+step/2+r1;
A = sqrt(q^2-4*p*(r1-r));
B = ((A-q)^2)/(4*p);

er = (r^2+(B-r1)*(B-r1+2*r))/(A*r^2);
ephi=1/A;
ez = ephi;

setmaterial("Base"+num2str(i),"Permittivity", [er, ephi, ez]);
setmaterial("Base"+num2str(i),"Permeability", [er, ephi, ez]);

#Criacao de cada section de uma camada
for(j=1:sections){
    addring;
    set("name", "Ring("+num2str(i)+"-"+num2str(j)+")");
    set("z span", 0);
    set("outer radius", step+r1+(i-1)*step);
    set("inner radius", r1 +(i-1)*step);
    set("theta start", (j-1)*360/sections);
    set("theta stop", j*360/sections);

    #Atribui material e rotacao de permissividade para a section
    set("material", "Base"+num2str(i));
    set("grid attribute name", "attrbt"+num2str(j));
}
}

```

B.3 Cloak Dispersivo - Construção do Dispositivo

O *script* abaixo foi utilizado no Lumerical para construir os elementos pertencentes ao dispositivo de *cloak*.

```

#### Construção ###

#Dimensoes do cilindro
sections = 25;
layers = 8;
r1 = 0.1;
r2 = 0.2;
step = (r2-r1)/layers;

#Criacao dos atributos de rotacao de permissividade para cada section
for(i=1:sections){

```

```

    addgridattribute("Permittivity rotation");
    set("name", "attrbt"+num2str(i));
    b = i-1;
    set("phi", pi/sections+b*2*pi/sections);
}

#Criacao dos materiais de cada camada
for(i=1:layers){

    a = addmaterial("Paramagnetic");
    setmaterial(a,"name","Base"+num2str(i));
    setmaterial("Base"+num2str(i), "Anisotropy", 1);
    setmaterial("Base"+num2str(i),"Permittivity", [1, 1, 1]);
    setmaterial("Base"+num2str(i),"Permeability", [1, 1, 1]);

    #Criacao de cada section de uma camada
    for(j=1:sections){

        addring;
        set("name", "Ring("+num2str(i)+"-"+num2str(j)+")");
        set("z span", 0);
        set("outer radius", step+r1+(i-1)*step);
        set("inner radius", r1 + (i-1)*step);
        set("theta start", (j-1)*360/sections);
        set("theta stop", j*360/sections);

        #Atribui material e rotacao de permissividade para a section
        set("material", "Base"+num2str(i));
        set("grid attribute name", "attrbt"+num2str(j));
    }
}

```

B.4 Cloak Dispersivo - Execução das Simulações

O *script* abaixo foi utilizado no Lumerical para realizar as 101 simulações variando a frequência a fim de caracterizar um dispositivo dispersivo.

```

### Execucao ###

#Dimensoes do cilindro
sections = 25;
layers = 8;
r1 = 0.1;
r2 = 0.2;

```

```

step = (r2-r1)/layers;
i=0+1i;

#Parametros para o modelo de Lorentz
f_0 = 1e9;
f_ideal = 3e9;
eps_lo = 30;
gam = 3e8;
epsinf_r = 1:8;
epsinf_phi = 1:8;
epsinf_z = 1:8;

#Calculo das permissividades ideais para cada camada
for(aux=1:layers){

    r = step*(aux-1)+step/2+r1;
    er = (r-r1)/r;
    ephi = r/(r-r1);
    ez = (r2/(r2-r1))^2*(r-r1)/r;

    epsinf_r(aux) = er - eps_lo*f_0^2/(f_0^2-2*1i*gam*(f_ideal) -
        (f_ideal)^2);
    epsinf_phi(aux) = ephi - eps_lo*f_0^2/(f_0^2-2*1i*gam*(f_ideal) -
        (f_ideal)^2);
    epsinf_z(aux) = ez - eps_lo*f_0^2/(f_0^2-2*1i*gam*(f_ideal) -
        (f_ideal)^2);
}

#101 iteracoes incrementando a frequencia
for(j=1:101){

    #Frequencia atual
    f=2.49e9 + (j*10^7);

    #calcula as novas permissividades para a frequencia atual
    for(aux=1:layers){

        eps_r = epsinf_r(aux) + eps_lo*f_0^2/(f_0^2-2*1i*gam*f_ideal -
            f_ideal^2);
        eps_z = epsinf_z(aux) + eps_lo*f_0^2/(f_0^2-2*1i*gam*f_ideal -
            f_ideal^2);
        eps_phi = epsinf_phi(aux) + eps_lo*f_0^2/(f_0^2-2*1i*gam*f - f^2);

        setmaterial("Base"+num2str(aux),"Permittivity",
            [eps_r, eps_phi, eps_z]);
        setmaterial("Base"+num2str(aux),"Permeability",
            [eps_r, eps_phi, eps_z]);
    }
}

```

```

    }

    #Altera a frequencia do source
    select("source");
    set("center frequency", f);
    set("frequency span", 0.5e9);

    #Define o nome do novo arquivo
    filename="D:\Marcelo\Simulacoes\results_"+num2str(j)+".fsp";

    #Salva o arquivo
    save(filename);

    #Executa a simulacao
    run;

    #Salva o arquivo simulado
    save(filename);

    #Volta para o modo layout
    switchtolayout;
}

```

B.5 Cloak Dispersivo - Exportação dos Dados para o MATLAB

O *script* abaixo foi utilizado no Lumerical para gerar um único arquivo .mat contendo os dados de todas as simulações. Dessa forma, é possível utilizar estas informações nos cálculos realizados no MATLAB.

```

### Exportacao ###

f = matrix(101);           #Vetor para os pontos de frequencia
Ey = matrix(101,250);      #Matriz para os valores de Ey
mname="monitor_1";         #Nome do monitor de linha

#Carrega os dados dos 101 arquivos simulados
for(j=1:101){

    #guarda o valor da frequencia no vetor
    f(j)=2.49e9 + (j*10^7);

    #Carrega arquivo
    filename="results_"+num2str(j)+".fsp";
    load(filename);
}

```



```

    #Consome valores dos pontos y e de Ey para a frequencia atual
    y=getdata(mname,"y");
    Ey_aux=getdata(mname,"Ey");
    Ey(j,1:250)=Ey_aux(1,1:250);
}

#Exporta um arquivo .mat com as variaveis f, y e Ey
matlabsave("final_results", f, y, Ey);

```

B.6 Cloak Dispersivo - Cálculo da Resposta ao Pulso

O *script* abaixo foi utilizado no MATLAB para simular a resposta do dispositivo a um pulso retangular.

```

#### Resposta ao Pulso Retangular ####

f_source=3e9;           %Frequencia da portadora
T=1/f_source;
Ts=T/8;                %Amostragem
t = -15e-9:Ts:15e-9;   %Janela amostral

y_source = cos(2*pi*f_source*t);    %Portadora

g = rectangularPulse(1e-9, 6e-9, t); %Pulso retangular

y_in=g.*y_source;        %Modulacao da portadora

%Transformada de Fourier do sinal de entrada
Y=ifftshift(fft(fftshift(y_in)));

f2=linspace(-4/T,4/T,size(t,2));
plot(f2,abs(Y));

%Parametro de transmissao com amostra ajustada em y=-150mm
S21_sp = spline(f,Ey(1:101, 53),f2);

%Correcao da curva apos spline
S21_sp(f2<2.5e9)=0;
S21_sp(f2>3.5e9)=0;

figure;
plot(f2,abs(S21_sp));

```

```
Y_out=Y.*S2l_sp;           %Sinal de saida em (f)

%Transformada inversa do sinal de saida
y_out=ifftshift(ifft(fftshift(Y_out)));
figure;
plot(t,y_out);
```