



Universidade de São Paulo
Escola de Engenharia de São Carlos

FELIPE FERNADES WATANABE

DESENVOLVIMENTO DE UM SOFTWARE PARA VERIFICAÇÃO DE
EIXOS

São Carlos, SP

Julho, 2011

FELIPE FERNANDES WATANABE

**DESENVOLVIMENTO DE UM SOFTWARE PARA VERIFICAÇÃO DE
EIXOS**

**Trabalho de Conclusão
de Curso para a obtenção do
título de Engenheiro
Mecânico pela Escola de
Engenharia de São Carlos -
Universidade de São Paulo**

**Orientador: Professor
Doutor Ernesto Massaroppi
Junior**

São Carlos, SP

Julho, 2011

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES
TRABALHOS, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,
PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

W324d Watanabe, Felipe Fernandes
Desenvolvimento de um software para verificação de
eixos / Felipe Fernandes Watanabe ; orientador Ernesto
Massaroppi Junior-- São Carlos, 2011.

Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) --
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade
de São Paulo, 2011.

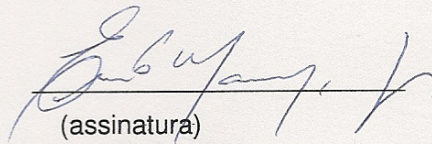
1. Elementos de máquinas. 2. Projeto. 3. Eixo. 4.
Software. 5. C++. I. Título.

FOLHA DE AVALIAÇÃO**Candidato: Felipe Fernandes Watanabe****Título: Desenvolvimento de um Software para verificação de eixos**

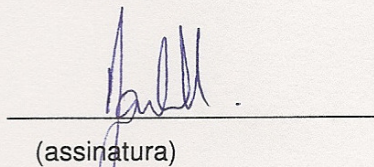
**Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo
Curso de Engenharia Mecânica**

BANCA EXAMINADORA

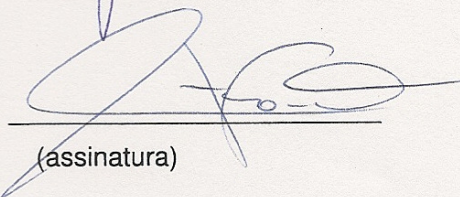
Prof. Dr. Ernesto Massaroppi Junior

Nota atribuída: 9,5 (NOVE E MEIO)
(assinatura)

Prof. Dr. Jonas de Carvalho

Nota atribuída: 9,5 (NOVE E MEIO)
(assinatura)

Prof. Dr. Carlos Alberto Fortulan

Nota atribuída: 10,0 (DEZ)
(assinatura)Média: NOVE E SETE (9,7)Resultado: APROVADO**Data: 06/07/2011**

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Ernesto Massaroppi Junior, pela atenção e orientação durante a realização deste trabalho.

À Escola de Engenharia de São Carlos, por contribuir com a minha formação na profissão de Engenharia Mecânica.

RESUMO

Um elemento mecânico muito comum é o eixo. Em praticamente todas as máquinas se observa a transmissão da potência de um motor, ou parte motora, para partes movidas, em que o movimento de rotação faz natural a utilização de eixos para sua transmissão. Por ser um elemento básico e primordial para praticamente todas as máquinas, o projeto e seleção de eixos deve ser a tarefa de projeto mais freqüente. Assim, existe uma necessidade natural de ferramentas que facilitem e tornem mais ágil o dimensionamento de tal elemento. Este Trabalho de Conclusão de Curso visa o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para auxiliar nesta tarefa. Por meio de um software no qual o usuário possa fazer a entrada dos dados de um eixo e obtenha como retorno, principalmente, os resultados da verificação de falha e os diâmetros recomendados. O software foi desenvolvido no ambiente de programação Visual Studio®, baseado em C++, com a implementação de classes, janelas e diálogos para a interação com o usuário. Também é possível a aplicação de diferentes critérios de falha, permitindo que o projetista possa tomar decisões sobre o dimensionamento de forma simples e ágil.

PALAVRAS-CHAVE: Elementos de Máquinas, Projeto, Eixo, Software, C++

ABSTRACT

A very common machine element is a shaft. In almost all machines it's observed the transmission of power from a motor, or motor part, for moved parts, the rotational movement makes it natural to use shafts for the transmission. Because it's a basic and essential part of almost all machines, the design and selection of shafts should be the most common design task. Thus, there is a natural need for tools that facilitate and make it easier and more agile designing this machine element. This conclusion work seeks to develop a computational tool to assist in this task. By means of a software that the user can enter the data of a shaft and get as return, especially, the result of verification for fail and the recommended diameter. The software has been developed in Visual Studio® programming environment, based on C++, with classes, windows and dialogs for user interaction. It's also possible to apply different criteria of failure, allowing the designer to make decisions about the shaft project dimensions in a simple and faster way.

KEY-WORDS: Machine Elements, Design, Shaft, Software, C++

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1 - UM CORPO-DE-PROVA DE ENSAIO DE TRAÇÃO TÍPICO (SHIGLEY, 2004).	6
FIGURA 2.2 - EXEMPLOS DE DIAGRAMAS TENSÃO-DEFORMAÇÃO. (A) MATERIAL DÚCTIL. (B) MATERIAL FRÁGIL. (SHIGLEY, 2004)	7
FIGURA 2.3 – (A) DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO MOSTRANDO O CARREGAMENTO E DESCARREGAMENTO DO PONTO “I” NA REGIÃO PLÁSTICA. (B) DIAGRAMA CARREGAMENTO-DEFORMAÇÃO ANÁLOGO. (SHIGLEY, 2004)	13
FIGURA 2.4 – ISOLAMENTO DE UM SUB-SISTEMA (SHIGLEY, 2004).	15
FIGURA 2.5 - DISTRIBUIÇÃO DE FORÇAS INTERNAS, TENSÕES (SHIGLEY, 2004)	16
FIGURA 2.6 - COMPONENTES DE TENSÃO NA SUPERFÍCIE NORMAL À DIREÇÃO X (SHIGLEY, 2004)	17
FIGURA 2.7 - A) CASO GERAL DE TENSÃO TRIDIMENSIONAL. B) ESTADO PLANO DE TENSÃO. (SHIGLEY, 2004)	18
FIGURA 2.8 - CORTE OBLÍQUO EM UM ESTADO PLANO DE TENSÕES	19
FIGURA 2.9 - EXEMPLO DE DIAGRAMA DO CÍRCULO DE MOHR (SHIGLEY, 2004)	20
FIGURA 2.10 - CÍRCULO DE MOHR PARA ESTADO TRIDIMENSIONAL DE TENSÕES (SHIGLEY, 2004)	21
FIGURA 2.11 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NORMAIS DEVIDO AO MOMENTO DE FLEXÃO (SHIGLEY, 2004)	24
FIGURA 2.12 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES PARA UMA SECÇÃO RETANGULAR (SHIGLEY, 2004)	26
FIGURA 2.13 - LINHAS DE TENSÃO PRÓXIMAS A UM FURO EM UMA PLACA TRACIONADA (SHIGLEY, 2004)	28
FIGURA 2.14 - DIAGRAMA DA TEORIA DA MÁXIMA TENSÃO DE CISLHAMENTO PARA ESTADO PLANO DE TENSÕES (SHIGLEY, 2004)	31
FIGURA 2.15 - DIAGRAMA DA TEORIA DA ENERGIA DE DISTORÇÃO PARA O CASO PLANO DE TENSÕES (SHIGLEY, 2004)	33
FIGURA 2.16 - TRÊS CÍRCULOS DE MOHR CORRESPONDENTES AOS ENSAIOS DE TRAÇÃO, COMPRESSÃO E TORÇÃO. (SHIGLEY, 2004)	33
FIGURA 2.17 - DIAGRAMA DA TEORIA COULOMB-MOHR PARA O ESTADO PLANO DE TENSÕES (SHIGLEY, 2004)	34
FIGURA 2.18 - DIAGRAMA DA TEORIA DA MÁXIMA TENSÃO NORMAL PARA UM CASO PLANO DE TENSÕES. TENSÕES NO INTERIOR DO DIAGRAMA SÃO CONSIDERADAS SEGURAS. (SHIGLEY, 2004)	35
FIGURA 2.19 – SUPERPOSIÇÃO DOS CRITÉRIOS DE FALHA DA MÁXIMA TENSÃO DE CISLHAMENTO, DA ENERGIA DE DISTORÇÃO E DADOS EXPERIMENTAIS DE MATERIAIS DÚCTEIS (SHIGLEY, 2004)	36
FIGURA 2.20 – SUPERPOSIÇÃO DE TRÊS CRITÉRIOS DE FALHA E DADOS EXPERIMENTAIS DE ENSAIOS DE MATERIAIS FRÁGEIS (SHIGLEY, 2004)	37

FIGURA 2.21 - FRATURA A FADIGA EM UM EIXO, A FRATURA SE INICIOU NO PONTO B E PROGREDIU ATÉ A RUPTURA FINAL EM C. A REGIÃO DE RUPTURA FINAL É PEQUENA, INDICANDO QUE O CARREGAMENTO ERA BAIXO. (SHIGLEY, 2004)	38
FIGURA 2.22 - DIAGRAMA TENSÃO-VIDA (S-N), CARACTERÍSTICO DO MÉTODO TENSÃO-VIDA (SHIGLEY, 2004)	40
FIGURA 2.23 - DIAGRAMA QUE RELACIONA O LIMITE DE RESISTÊNCIA À FADIGA E A MÁXIMA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO (SHIGLEY, 2004)	41
FIGURA 2.24 - SENSIBILIDADE AO ENTALHE PARA AÇOS PARA CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES PARA ESFORÇOS NORMAIS OU DE FLEXÃO (SHIGLEY, 2004)	47
FIGURA 2.25 - SENSIBILIDADE AO ENTALHE PARA AÇOS PARA CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES PARA ESFORÇOS DE CISALHAMENTO (SHIGLEY, 2004)	48
FIGURA 2.26 - ALGUNS EXEMPLOS DE RELAÇÕES DE TENSÃO-TEMPO. (A) TENSÃO VARIÁVEL COM RUÍDO DE ALTA FREQUÊNCIA, (B E C) TENSÃO FLUTUANTE NÃO SENOIDAL, (D) TENSÃO FLUTUANTE SENOIDAL, (E) TENSÃO REPETITIVA, (F) TENSÃO SENOIDAL COMPLETAMENTE ALTERNADA (SHIGLEY, 2004)	50
FIGURA 2.27 – DIAGRAMA DE FADIGA QUE MOSTRA VÁRIOS CRITÉRIOS DE FALHA SUPERPOSTOS, PARA CADA CRITÉRIO PONTOS SOBRE A LINHA OU “ACIMA” DA MESMA INDICAM FALHA (SHIGLEY, 2004)	52
FIGURA 3.1 - ORGANOGRAMA DA ORGANIZAÇÃO GLOBAL DO SOFTWARE	54
FIGURA 3.2 - EXEMPLIFICAÇÃO DO ESTRUTURA “DOCUMENT-VIEW”	56
FIGURA 3.3 - ORGANOGRAMA DA CLASSE CEIXO	57
FIGURA 3.4 – FLUXOGRAMA ILUSTRANDO A INTERAÇÃO ENTRE O USUÁRIO E AS CLASSES DESENVOLVIDAS	58
FIGURA 3.5 - PRINCIPAIS DADOS ARMAZENADOS EM UM OBJETO “SECÇÃO”	60
FIGURA 3.6 – DIAGRAMA ILUSTRANDO AS ROTINAS DE CÁLCULO (VERIFICAÇÃO ESTATICA E A FADIGA). ONDE (DIF.) INDICA QUE AS FUNÇÕES PARA O CÁLCULO SÃO DIFERENTES ENTRE A VERIFICAÇÃO ESTATICA E A FADIGA.	66
FIGURA 3.7 - EXEMPLIFICAÇÃO DE UM EIXO COM ATUAÇÃO DE ESFORÇOS	67
FIGURA 3.8 - DIAGRAMA DE CORPO LIVRE DO EIXO	67
FIGURA 3.9 – ILUSTRAÇÃO DAS COORDENADAS DOS ESFORÇOS EM UMA SECÇÃO APÓS A NORMALIZAÇÃO	69
FIGURA 3.10 – ILUSTRAÇÃO DO CÁLCULO DOS ESFORÇOS DE UMA SECÇÃO	70
FIGURA 3.11 - DIAGRAMA ILUSTRANDO A OBTENÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE B E Y	74
FIGURA 3.12 – DIALOGO PARA CHAMADA DE COMANDOS (1) LISTA DE COMANDOS DISPONÍVEIS, (2) LISTA DE PARÂMETROS PARA EXECUÇÃO DO COMANDO, (3) AJUDA SOBRE O PARÂMETRO SENDO EDITADO.	78
FIGURA 3.13 - RELATÓRIO, (1) DESENHO DA GEOMETRIA, (2), DADOS DE ENTRADA	79
FIGURA 4.1 – EXERCÍCIO 7 DA LISTA 2 (MASSAROPPI E LIRANI 2007)	81
FIGURA 4.2 – DIAGRAMA DA TENSÃO NORMAL GERADO PELO SOFTWARE	82

FIGURA 4.3 – EXERCÍCIO 6 DA LISTA 6 (MASSAROPPI E LIRANI 2007)	84
FIGURA 4.4 – DIAGRAMA DOS ESFORÇOS DAS ENGENHAGENS (MASSAROPPI E LIRANI 2007)	84
FIGURA 4.5 – DIAGRAMA DE CORPO LIVRE DO EIXO (MASSAROPPI E LIRANI 2007)	85
FIGURA 4.6 – DIAGRAMA DAS SECÇÕES SELECIONADAS PARA VERIFICAÇÃO A FADIGA (MASSAROPPI E LIRANI 2007)	91

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 2.1 - PARÂMETROS PARA O FATOR DE CORREÇÃO DEVIDO À SUPERFÍCIE DA EQUAÇÃO DE MARIN (SHIGLEY, 2004)	43
TABELA 2.2 - FATOR DE CONFIABILIDADE K_f CORRESPONDENTE A UM DESVIO PADRÃO DE 8%. CORREÇÃO DO LIMITE DE RESISTÊNCIA À FADIGA (SHIGLEY, 2004)	45
TABELA 4.1 – COMPARAÇÃO ENTRE OS ESFORÇOS DOS MANCAIS CALCULADOS	87
TABELA 4.2 – DIÂMETROS RECOMENDADOS FORNECIDOS PELO SOFTWARE E OS DIÂMETROS ADOTADOS	87
TABELA 4.3 - COMPARAÇÃO ENTRE OS FATORES DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO UTILIZADOS	91
TABELA 4.4 - COMPARAÇÃO ENTRE AS TENSÕES CALCULADAS	92
TABELA 4.5 - COMPARAÇÃO ENTRE A SEGURANÇA DAS SECÇÕES CALCULADAS PELO SOFTWARE E OS RESULTADOS OBTIDOS NA RESOLUÇÃO DA LISTA DE EXERCÍCIO	92
TABELA 4.6 - COMPARAÇÃO ENTRE A SEGURANÇA DAS SECÇÕES CALCULADAS PELO SOFTWARE COM O CRITÉRIO ASME E OS RESULTADOS OBTIDOS NA RESOLUÇÃO DA LISTA DE EXERCÍCIO	93

SUMARIO

1.	INTRODUÇÃO	1
1.1.	OBJETIVOS	3
1.2.	ORGANIZAÇÃO	4
2.	VERIFICAÇÃO DE FALHA PARA EIXOS	5
2.1.	MATERIAIS	5
2.1.1.	Ensaio de Tração	6
2.1.2.	Outros Ensaios	9
2.1.3.	Resistência de elementos mecânicos	11
2.2.	ANÁLISE DE CARREGAMENTOS E TENSÕES	14
2.2.1.	Equilíbrio e diagrama de corpo-livre	14
2.2.2.	Tensões	16
2.2.3.	Componentes cartesianas de tensão	17
2.2.4.	Círculo de Mohr	18
2.2.5.	Caso geral de tensão	20
2.2.6.	Deformação Elástica	22
2.2.7.	Tensão normal em vigas	23
2.2.8.	Tensão de cisalhamento devido à cortante em vigas	25
2.2.9.	Tensão de cisalhamento devido à torção em vigas	26
2.2.10.	Concentração de tensões	27
2.3.	FALHA DEVIDO A CARREGAMENTO ESTATICO	29
2.3.1.	Resistência estática	29
2.3.2.	Concentração de tensões	30
2.3.3.	Teorias de falha	30
2.3.3.1.	Máxima tensão de cisalhamento	31
2.3.3.2.	Energia de distorção	32
2.3.3.3.	Coulomb-Mohr para materiais dúcteis	33
2.3.3.4.	Máxima tensão normal	34
2.3.3.5.	Teoria de Mohr modificada para materiais frágeis	35
2.3.4.	Seleção do critério de falha	36
2.4.	FALHA DEVIDO A CARREGAMENTO VARIÁVEL	37
2.4.1.	Análise da falha por fadiga	38
2.4.2.	Limite de Resistência à fadiga (S_e)	40
2.4.3.	Correção do Limite de Resistência	41
2.4.3.1.	Fator do acabamento (k_a)	43
2.4.3.2.	Fator da dimensão (k_b)	43

2.4.3.3. Fator do carregamento (k_c)	44
2.4.3.4. Fator da Temperatura (k_d)	44
2.4.3.5. Fator de Confiabilidade (k_e)	45
2.4.3.6. Fator para outras considerações (k_f)	46
2.4.4. Concentração de tensão e sensibilidade ao entalhe	46
2.4.5. Caracterização da tensão variável	49
2.4.6. Critérios de falha por fadiga	51
2.4.7. Análise de fadiga para combinação de carregamentos	52
3. IMPLEMENTAÇÃO	54
3.1. ESTRUTURA DO SOFTWARE	54
3.1.1. O Documento	55
3.1.2. A Visualização	56
3.1.3. Message Maps	56
3.1.4. A Classe CEixo	57
3.2. ESTRUTURA DE DADOS DE ENTRADA	59
3.2.1. Lista das seções do eixo	59
3.2.2. Dados do material	60
3.2.3. Lista de mancais	61
3.2.4. Lista de esforços	62
3.2.5. Dados adicionais para cálculo	62
3.3. ROTINAS DE CÁLCULO	63
3.3.1. Dados de saída	63
3.3.2. Estrutura das rotinas de cálculo	65
3.3.2.1. Cálculo dos esforços dos mancais	66
3.3.2.2. Verificação Estática	69
3.3.2.6. Verificação a fadiga	71
3.3.3. Tensão normal	72
3.3.4. Cálculo da tensão de cisalhamento devido ao momento de torção	73
3.3.5. Cálculo da tensão de cisalhamento devido à força cortante	74
3.3.6. Cálculo da tensão τ_{zx}	76
3.3.7. Cálculo da tensão τ_{yz}	77
3.4. ENTRADA E SAÍDA DE DADOS	77
3.5. EXPANSÃO DO SOFTWARE	79
4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	81
4.1. CASO 1 – CÁLCULO DE ESFORÇOS E TENSÕES	81
4.2. CASO 2 – VERIFICAÇÃO ESTÁTICA E A FADIGA	83
5. CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	94

5.1. CONCLUSÕES	94
5.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	94
BIBLIOGRAFIA	96

1. INTRODUÇÃO

A essência da engenharia é a utilização dos recursos e leis da natureza em benefício da humanidade. A engenharia é uma ciência aplicada, no sentido de que é dedicada à compreensão dos princípios científicos, e sua aplicação atende a um objetivo pré-estabelecido. O projeto de engenharia mecânica é um dos principais segmentos da engenharia: ele trata dos conceitos, do projeto, do desenvolvimento, do refinamento e das aplicações de máquinas e dispositivos mecânicos de todos os tipos (JUVINALL, 2006).

A principal responsabilidade de qualquer projetista mecânico é garantir que o projeto proposto funcionará como pretendido de modo seguro e confiável, durante a vida útil prevista e, ao mesmo tempo, competir de forma bem-sucedida no mercado. Para um projetista ser eficaz em prevenir falhas, ele ou ela deve ter um bom conhecimento do trabalho com técnicas analíticas e/ou empíricas para a prevenção de potenciais falhas no estágio anterior à construção da máquina. Estas previsões devem, então, ser transformadas em seleção de material, determinação da forma e estabelecimento das dimensões de cada peça, para garantir uma operação segura e confiável por toda a vida útil do projeto. Fica claro que a análise de falha, predição e perspectiva de prevenção formam a base para o projeto bem-sucedido de qualquer máquina (COLLINS, 2004).

Em praticamente todas as máquinas observa-se a transmissão de potência e/ou o movimento de uma fonte de entrada para uma região de saída. Uma vez que a transmissão de potência por meio de eixos é uma necessidade primordial em todos os tipos de máquinas e equipamentos mecânicos, o seu projeto ou a sua seleção deve ser a tarefa de projeto mais freqüente (COLLINS, 2004).

O projeto de um eixo se inicia após trabalho preliminar. O próprio projeto da máquina irá definir que certos elementos, como engrenagens ou rolamentos, devem ser analisados pelo menos para tentar determinar suas dimensões e localização. Na decisão de como projetar o eixo é necessário

observar que a análise de tensões em um ponto específico do eixo pode ser feita utilizando-se apenas as características geométricas nas proximidades deste ponto, ou seja, a geometria do eixo inteiro não é necessária. No projeto, é comum localizar os pontos críticos, dimensionar estes para se adequar ao critério de falha e dimensionar o restante do eixo para se adequar aos elementos suportados pelo eixo (SHIGLEY, 2004).

As considerações técnicas sobre o projeto de componentes mecânicos são amplamente centradas em torno de duas principais áreas: (1) as relações tensão – deformação – resistência, envolvendo a resistência por unidade de volume de um elemento sólido, e (2) os fenômenos de superfície, incluindo atritos, lubrificação, desgaste e deterioração pelo ambiente (JUVINALL, 2006).

A maioria dos eixos gira. Os carregamentos transversais de engrenagens, rodas dentadas, polias e mancais montados em um eixo rotativo promovem tensões de flexão alternadas simétricas. Em alguns casos, os carregamentos transversais também podem promover tensões de cisalhamento devido às forças cortantes completamente alternadas. Além disso, carregamentos transversais, tais como aquelas de engrenagens helicoidais ou mancais com pré-carga, podem produzir ao mesmo tempo tensões axiais e/ou momentos de flexão superpostos, que podem ou não ser variáveis. Momentos de torção transmitidos por eixos induzem tensões de cisalhamento torcionais. Normalmente, estas tensões de cisalhamento são constantes, mas dependendo da aplicação podem ser variáveis. Destas observações fica claro que a fadiga é um modo provável de falha muito importante na transmissão de potência por meio de eixos (COLLINS, 2004).

Neste contexto, considerando a importância dos eixos para máquinas, esse Trabalho de Conclusão de Curso visa apresentar o desenvolvimento de um software para auxiliar o projeto de eixos.

A proposta do trabalho é o desenvolvimento de um software para verificação e dimensionamento de eixos. Baseado em Interface Gráfica do Usuário (GUI), em que o usuário fornece como dados de entrada a geometria, os esforços, os mancais e as propriedades do material do eixo e, por meio de uma rotina de cálculo, obtém como resultados os diagramas de esforços

solicitantes, a tensão equivalente, a tensão admissível e o diâmetro recomendado ao longo de seu comprimento para suas secções.

O software possui duas rotinas de verificação separadas, a verificação estática e verificação à fadiga. O usuário deve seguir uma rotina de cálculo usual, com a entrada de dados, cálculo dos esforços, pré-dimensionamento com verificação estática e verificação à fadiga.

Trata-se de um trabalho que visa permitir o projeto e dimensionamento de eixos da forma mais automatizada possível, minimizando a necessidade de interferência do usuário. O programa foi escrito em C++, no ambiente de programação Visual Studio® 2010, possibilitando que, futuramente, as classes desenvolvidas sejam reutilizadas por outros programas mais complexos.

1.1. Objetivos

O presente projeto tem como principal objetivo o desenvolvimento de um software para auxílio da verificação e dimensionamento de eixos. Foi utilizado o ambiente de programação Visual Studio 2010, baseado em linguagem c++, para a criação do código.

Para tanto este trabalho tem como principais objetivos:

- Desenvolvimento de um conjunto de Classes, em C++, que caracterize a geometria do eixo e suas rotinas de cálculo e verificação, também que permitam acesso e armazenamento dos dados e resultados obtidos.
- Desenvolvimento de uma interface para o usuário efetuar entrada e manipulação dos dados.

Além dos objetivos acima mencionados, têm-se como objetivos secundários que o software desenvolvido tenha capacidade de salvar e abrir trabalhos em andamento e que retorne um relatório completo com os dados de

entrada e os resultados obtidos. Também deve fazer verificações nos dados de entrada para evitar incoerências.

Quanto à interface, a janela principal irá expor os dados do eixo com um desenho da geometria e um relatório dos dados de entrada, assim como um relatório das verificações efetuadas. Enquanto um diálogo separado dará acesso aos comandos para entrada de dados e chamada das rotinas de cálculo.

1.2. Organização

O trabalho foi organizado em cinco capítulos de forma a apresentar a seqüência dos temas necessários para o seu desenvolvimento, organizados em cinco capítulos, conforme descrito abaixo.

O capítulo 2 apresenta a revisão da literatura sobre o tema do trabalho, com a fundamentação teórica e contextualização da realidade em que foi concebido. A revisão se inicia com a descrição das propriedades dos materiais, posteriormente, é apresentado o cálculo de esforços e tensões e, finalizando, uma revisão sobre os critérios de falha. Como mencionado anteriormente, se dá especial atenção à caracterização da fadiga, por se tratar de um importante critério de falha para eixos.

No capítulo 3 apresentam-se as características do software desenvolvido, com informações sobre o seu desenvolvimento e limitações. Será apresentada a estrutura do software, das classes desenvolvidas, detalhes sobre algumas partes e funções importantes e algumas características das rotinas de cálculo.

No capítulo 4 são apresentadas aplicações do software. Utilizaram-se dois exercícios resolvidos como base de comparação dos resultados pelas rotinas de cálculo obtidos e demonstração das ferramentas do software.

No capítulo 5 se discute os resultados e objetivos do trabalho, suas características, limitações e se propõe trabalhos futuros.

2. VERIFICAÇÃO DE FALHA PARA EIXOS

Para a formação de uma base consistente, foi realizada uma revisão abrangente, baseada na vasta leitura de textos relacionados ao tema do trabalho.

Este capítulo se inicia com uma revisão das propriedades dos materiais e sua caracterização. Será apresentado o comportamento de materiais mediante solicitação e como descrevê-lo. Posteriormente, se faz uma revisão da análise de carregamentos e tensões, para que se caracterize a solicitação a qual o material será submetido. Para finalizar, será apresentado um resumo dos critérios de falha mais comumente empregados e que apresentaram melhor correlação com dados experimentais.

2.1. Materiais

Neste tópico é apresentada uma revisão sobre as propriedades dos materiais e sua caracterização.

A descrição da resistência de um material normalmente é feita pela realização de ensaios com o mesmo. É importante que o projetista sempre tenha em mente que as propriedades de elementos mecânicos construídos de um certo material não correspondem exatamente às propriedades obtidas em ensaios-padrão, tornando necessária a aplicação de fatores de correção. Além disto, nunca se deve esquecer a natureza estatística de tais propriedades, isto é de especial importância quando a falha catastrófica causa grandes danos, em especial, quando envolve riscos para pessoas.

Para o projetista, o ideal é que as propriedades do material sejam obtidas com a realização de ensaios da forma mais próxima possível das condições do elemento projetado (processo de fabricação, condições

ambientes e carregamento). Normalmente isto envolve altos custos, impossibilitando sua realização para a grande maioria dos projetos. As exceções são os casos em que o elemento projetado será fabricado em larga escala ou quando envolve riscos à vidas humanas.

Dentre os ensaios existentes o mais comum e amplamente realizado para uma grande gama de materiais é o ensaio de tração.

2.1.1. Ensaio de Tração

O ensaio de tração consiste em submeter um corpo-de-prova a uma tração progressiva, sob a ação de uma carga lenta e gradualmente crescente, em uma máquina que permite medir continuamente a força de tração e a correspondente variação de comprimento do corpo de prova (NIEMANN, vol. 1, 2002).

O ensaio de tração é utilizado para obter uma variedade de propriedades dos materiais. A Figura 2.1 mostra um corpo-de-prova padrão para o ensaio e suas dimensões características. O diâmetro inicial d_0 e o comprimento l_0 , utilizado para mensurar a deformação, são medidas antes de se iniciar o teste. Algumas das dimensões padrão usadas para d_0 são 2.5, 6.25, e 12.5 mm. Comprimentos comuns l_0 usados são 10, 25 e 50 mm (SHIGLEY, 2004).

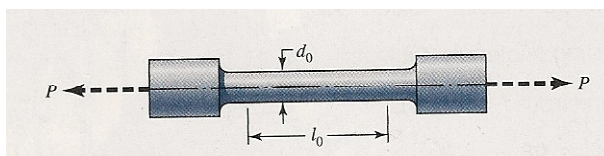


Figura 2.1 - Um corpo-de-prova de ensaio de tração típico (SHIGLEY, 2004).

A tensão normal que atua no corpo-de-prova é calculada pela seguinte equação:

$$\sigma = \frac{P}{A_0}$$

Onde,

$$A_0 = \frac{1}{4} \pi d_0^2 = \text{Área inicial do corpo-de-prova.}$$

P = Carregamento longitudinal de tração

A variação de comprimento é dada por " $l - l_0$ ". Onde " l " é o comprimento deformado correspondente ao carregamento P . A deformação é calculada por:

$$\epsilon = \frac{l - l_0}{l_0}$$

Por meio do ensaio de tração se obtém os diagramas Tensão-Deformação. Conforme ilustrado na Figura 2.2 é possível observar dois diagramas típicos: um de material dúctil (à esquerda) e outro de material frágil (à direita).

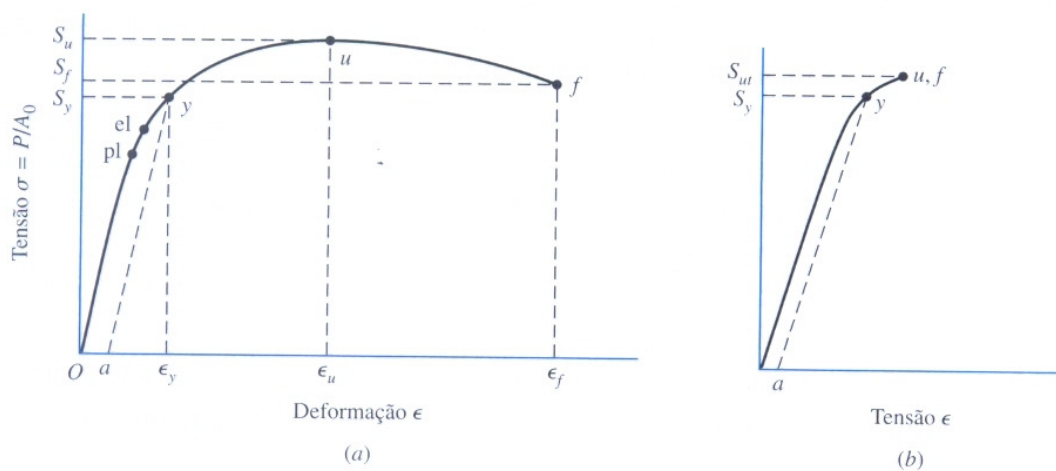


Figura 2.2 - Exemplos de diagramas tensão-deformação. (a) Material dúctil. (b) Material frágil. (SHIGLEY, 2004)

Nos diagramas tensão-deformação é possível observar algumas regiões características de onde se obtém algumas das propriedades do material ensaiado. Segue abaixo uma descrição destas propriedades.

Limite de elasticidade (σ_{el})

É a maior tensão que se pode aplicar ao corpo-de-prova sem que ele sofra deformação permanente. Considera-se limite de elasticidade “técnico” a tensão sob a qual se verifica uma deformação permanente de 0.03% (NIEMANN, vol. 1, 2002).

Na Figura 2.2, o ponto “el” indica o limite elástico. Se o corpo de prova for carregado além deste ponto, a deformação é dita plástica e o material terá deformações permanentes quando o carregamento for retirado. Entre “pl” e “el” a relação entre a tensão e a deformação não é linear, apesar da deformação ser elástica (SHIGLEY, 2004).

Limite de proporcionalidade (σ_{pl})

É a máxima tensão sob a qual ainda se verifica proporcionalidade entre a tensão e a deformação, isto é, sob a qual ainda é constante o módulo de elasticidade $E = \sigma/\varepsilon$ (NIEMANN, vol.1, 2002).

Na Figura 2.2, o ponto “pl” indica o limite de proporcionalidade. Este é o ponto em que a curva começa a se desviar de uma linha reta. Nenhuma deformação permanente será observada no corpo-de-prova se o carregamento for retirado até este ponto. Na região linear, a relação uniaxial tensão-deformação é dada pela lei de Hooke como:

$$\sigma = E\varepsilon$$

Onde a constante de proporcionalidade E é a inclinação da parte linear da curva tensão-deformação, chamado de Módulo de Young ou Módulo de elasticidade. É uma medida da rigidez do material e, como a deformação é adimensional, a unidade de E é a mesma da tensão. Um aço, por exemplo, tem o módulo de elasticidade de 207 GPa (SHIGLEY, 2004).

Limite de escoamento (σ_y)

Durante o ensaio, muitos materiais alcançam um ponto em que a deformação começa a ocorrer rapidamente sem um correspondente aumento da tensão. Este ponto é chamado de ponto de escoamento, nem todos os materiais possuem um ponto de escoamento explícito especialmente materiais

frágeis. Por este motivo, a resistência ao escoamento S_y , é geralmente definida por um método de deslocamento ("*offset method*") como mostrado na Figura 2.2, onde o segmento de reta " $\overline{ay}$ " tem a mesma inclinação E . O ponto "a" corresponde a um valor estabelecido de deformação permanente, geralmente 0.2% ($\varepsilon = 0.002$), algumas vezes 0.01, 0.1 e 0.5 % são utilizados (SHIGLEY, 2004).

Limite de máxima resistência (σ_u)

A máxima tensão de resistência à tração S_u ou S_{ut} ("*ultimate strength*") correspondente ao ponto "u" na Figura 2.2 é a máxima tensão atingida no diagrama Tensão-Deformação. Como mostrado, alguns materiais apresentam uma tendência de queda após a tensão máxima e rompem no ponto "f" do diagrama. Outros rompem enquanto o carregamento ainda está crescendo, assim os pontos "u" e "f" são idênticos (SHIGLEY, 2004).

Limite de ruptura (σ_f)

Limite de ruptura é a tensão na qual ocorre a ruptura do material durante o ensaio de tração, como ilustrado na Figura 2.2 pelo ponto "f".

Alguns materiais apresentam uma queda na tensão após passar pelo ponto de máxima tensão e se rompem. Outros materiais sofrem ruptura enquanto a tensão ainda esta aumentando no diagrama Tensão-Deformação.

2.1.2. Outros Ensaio

Ensaio de Compressão

Ensaio de compressão são mais difíceis de executar e a geometria dos corpos-de-prova são diferentes das dos ensaios de tração. Apesar das diferenças, os resultados podem ser grafados em um diagrama Tensão-Deformação da mesma forma que para um ensaio de tração. Para a maioria dos materiais a resistência à compressão é a mesma que a resistência a tração (SHIGLEY, 2004).

Ensaio de Torção

Resistência à torção é obtida torcendo um corpo-de-prova, mensurando o momento de torção e o ângulo de giro observado. Os resultados podem ser grafados em um diagrama Tensão-Ângulo. A tensão de cisalhamento é linear com relação à distância do centro, sendo zero no centro e máxima no raio externo do eixo. A máxima tensão de cisalhamento τ_{max} é relacionada ao ângulo de giro por:

$$\tau_{max} = \frac{G \cdot r}{l_0} \theta$$

Onde θ é o ângulo de giro em radianos, r é o raio do corpo de prova, l_0 é o comprimento e G é uma propriedade de rigidez do material chamada Módulo de cisalhamento ou Módulo de rigidez. A tensão de cisalhamento também pode ser relacionada ao momento de torção aplicado:

$$\tau_{max} = \frac{T \cdot r}{J}$$

Onde, $J = \frac{1}{2} \pi r^4$ é o segundo momento polar da área da secção transversal.

O diagrama de Tensão-Ângulo é similar ao diagrama Tensão-Deformação do ensaio de tração e grandezas correspondentes podem ser definidas (SHIGLEY, 2004).

Dureza

A resistência de um material à penetração de uma ferramenta pontiaguda é chamada dureza. Apesar de existirem diversos sistemas para medição de dureza, abaixo se apresentam os dois mais utilizados: (SHIGLEY, 2004)

Dureza Rockwell é o ensaio descrito pela ASTM como método padrão para dureza E-18, as medições são rapidamente e facilmente feitas, possuem boa reprodutibilidade e a máquina de ensaios é de fácil uso, a dureza é lida diretamente da máquina. A dureza Rockwell possui escalas A, B, C,... , etc. As pontas de penetração são especificadas como diamantes, uma esfera de 1/16

in de diâmetro e um diamante para as escalas A, B e C, respectivamente, onde se aplicam carregamentos de 60, 100 ou 150 kgf. As escalas só tem significado para comparação com medições feitas dentro da mesma escala.

Dureza Brinell (H_B) é outro ensaio de uso comum. No ensaio, uma força é aplicada sobre uma esfera e o número da Dureza Brinell é igual ao carregamento aplicado dividido pela área da superfície esférica marcada sobre o corpo-de-prova. Então, a unidade da H_B é a mesma da tensão, apesar de serem utilizados de forma diferentes. O ensaio de Dureza Brinell leva mais tempo para ser executado, já que o mesmo deve ser calculado a partir dos dados obtidos no ensaio (SHIGLEY, 2004).

A vantagem, de ambos os métodos, é que são ensaios não destrutivos e estão diretamente ligados ao limite de máxima resistência (σ_u) do material.

2.1.3. Resistência de elementos mecânicos

A resistência é uma propriedade própria do material, isto é, ela é a mesma não importa se o material se encontra em um conjunto ou sobre uma bancada esperando para ser montada. Enquanto a tensão depende das condições em que se encontra o material, geometria, esforços, etc. (SHIGLEY, 2004).

Apesar de a resistência ser uma propriedade do material, um elemento de máquina pode ter suas propriedades alteradas por diversos fatores como, por exemplo, o método de fabricação, as condições do ambiente ou o histórico de carregamentos. Segue uma descrição de alguns fatores que podem afetar a resistência do material.

Resistência e trabalho a frio

Trabalho a frio é o processo em que o material é deformado plasticamente abaixo da temperatura de recristalização, na região plástica do

diagrama Tensão-Deformação. Materiais podem ser deformados plasticamente com a aplicação de calor, como em um ferreiro, mas as propriedades mecânicas resultantes são bem diferentes daquelas obtidas por trabalho a frio. (SHIGLEY, 2004)

Considere o diagrama da Figura 2.3. Onde o material foi tracionado além do ponto de escoamento “y”, até algum ponto “i”, na região plástica, e o carregamento é retirado. Neste ponto, o material possui uma deformação plástica permanente ϵ_p . Se o carregamento correspondente ao ponto “i” é re-aplicado, o material irá se deformar elasticamente até ϵ_e . Então, no ponto “i” a deformação específica consiste de duas componentes ϵ_p e ϵ_e relacionadas pela seguinte equação: (SHIGLEY, 2004)

$$\epsilon = \epsilon_p + \epsilon_e$$

O carregamento pode ser aplicado e retirado inúmeras vezes até o ponto “i” e será observado que a curva sempre percorrerá uma linha reta que é aproximadamente paralela à linha elástica inicial E (SHIGLEY, 2004). Então:

$$\epsilon_e = \frac{\sigma_i}{E}$$

O material agora possui um ponto mais alto de escoamento, é menos dúctil pela redução da capacidade de deformação e é dito estar endurecido pela deformação. Se o processo continuar, aumentando ϵ_p , o material se torna frágil e apresenta fratura repentina (SHIGLEY, 2004).

Um diagrama pode ser feito, como na Figura 2.3(b), onde a abscissa é a deformação de área e a ordenada corresponde ao carregamento aplicado. A redução de área correspondente ao carregamento P_f , na ruptura, é definido como: (SHIGLEY, 2004)

$$R = \frac{A_0 - A_f}{A_0} = 1 - \frac{A_f}{A_0}$$

Onde A_0 é a área inicial e A_f é a área final.

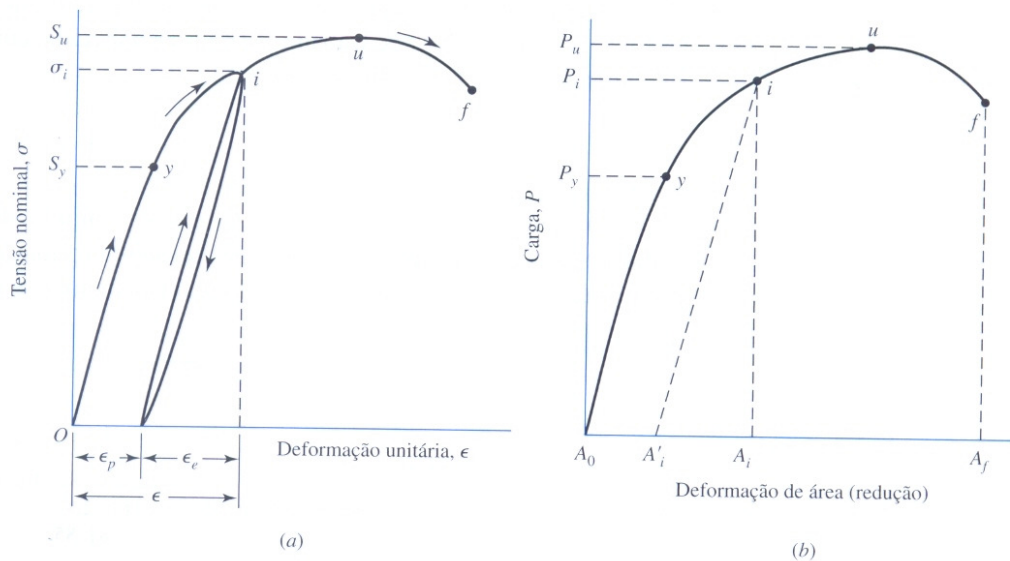


Figura 2.3 – (a) Diagrama Tensão-Deformação mostrando o carregamento e descarregamento do ponto “i” na região plástica. (b) Diagrama Carregamento-Deformação análogo. (SHIGLEY, 2004)

Impacto

Uma força externa aplicada sobre uma estrutura é chamada de carga de impacto se o tempo de aplicação for inferior a um terço do menor período de vibração natural da estrutura. Caso contrário, é denominada simplesmente de carga estática. (SHIGLEY, 2004)

O ensaio Charpy é utilizado para fazer uma comparação entre os materiais sobre sua resistência à impactos em diferentes temperaturas. Os resultados deste ensaio não devem ser utilizados diretamente pelo projetista, apenas como uma referencia de comparação entre os materiais, pois os resultados são muito dependentes da geometria do corpo-de-prova e do material (SHIGLEY, 2004).

Temperatura

A resistência e ductibilidade, ou fragilidade, de um material são afetados pela temperatura do ambiente em que estão. Muitos testes foram feitos em metais ferrosos submetidos a carregamentos constantes por longos períodos de tempo em temperaturas elevadas. Os corpos-de-prova foram deformados

permanentemente durante os ensaios, mesmo quando as tensões reais eram menores que a tensão de escoamento obtidas por ensaios feitos na mesma temperatura em curtos espaços de tempo. Esta deformação continua sob carregamento é chamada de fluência (SHIGLEY, 2004).

2.2. Análise de Carregamentos e Tensões

Nesta seção serão apresentados conceitos para determinar o estado de carregamento da peça a ser estudada.

Primeiramente será apresentado os conceitos de equilíbrio estático e corpo-livre que são fundamentais para o cálculo das reações dos vínculos. Posteriormente são apresentadas as formulações para cálculo das tensões normais, devido à forças normais e momentos de flexão, e tensões de cisalhamento, devido à forças cortantes e momento de torção. Assim, é possível definir o estado de tensão em um determinado ponto do material e, utilizando-se do diagrama de Mohr, obter as tensões principais.

2.2.1. Equilíbrio e diagrama de corpo-livre

Equilíbrio

A palavra sistema será utilizada para denominar qualquer parte ou porção da máquina ou da estrutura, ou a própria máquina como um todo. Assim, um sistema pode denominar uma partícula, diversas partículas, uma parte de um corpo rígido, um corpo rígido inteiro, até diversos corpos rígidos.

Se assumirmos que o sistema estudado se encontra parado ou, pelo menos, com velocidade constante, então o sistema tem aceleração nula. Nessas condições o sistema é dito estar em equilíbrio. Para o equilíbrio, as forças e momentos que atuam no sistema devem se balancear de modo que:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\sum \vec{M} = 0$$

Que significa que a soma de todas as forças e a soma de todos os momentos que atuam no sistema devem ser nulos.

Diagrama de corpo-livre

Uma das mais poderosas técnicas de análise mecânica é aquela de isolar uma parte do sistema global imaginariamente para estudar o seu comportamento separadamente. Quando uma parte do sistema é separada das outras, os efeitos dos outros elementos são substituídos por forças e momentos de interação. A Figura 2.4 ilustra este procedimento. Quando uma parte do sistema é separada do restante, algumas forças que para o sistema global são forças internas, nesta análise, se tornam forças atuando sobre o corpo-livre.

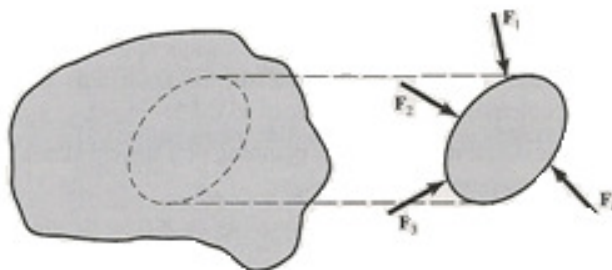


Figura 2.4 – Isolamento de um sub-sistema (SHIGLEY, 2004).

Uma análise de uma estrutura ou máquina muito complexa pode ser muito simplificada isolando-se cada elemento e fazendo o estudo, separadamente, dos diagramas de corpo-livre. Posteriormente, os elementos analisados podem ser remontados, possibilitando obter informações sobre o funcionamento do sistema global.

2.2.2. Tensões

Considere um corpo sólido qualquer, como ilustrado na Figura 2.5, que se encontra sob um carregamento de forças qualquer. Para determinar o estado de tensões no ponto Q é necessário expor uma superfície que contém o ponto Q . O corte tem uma orientação arbitrária, mas é feita normalmente em um plano conveniente em que o estado de tensões possa ser determinado facilmente. Geralmente, a distribuição de forças não será uniforme ao longo da superfície exposta, também não serão normais ou tangenciais à superfície, entretanto, a distribuição de forças em um ponto tem componentes na direção normal e tangencial denominadas tensão normal e tensão de cisalhamento, respectivamente. Tensões normais e de cisalhamento serão denominadas pelos símbolos gregos σ e τ , respectivamente.

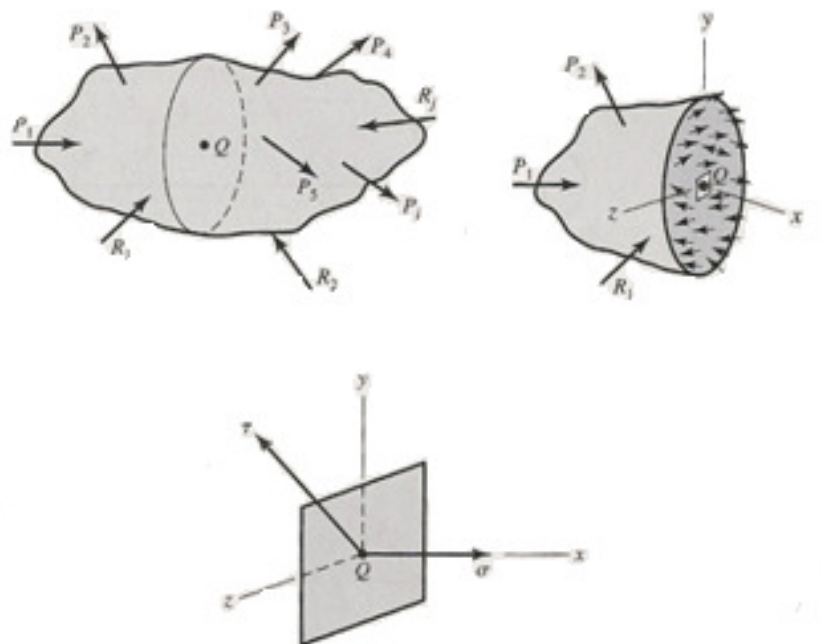


Figura 2.5 - Distribuição de forças internas, tensões (SHIGLEY, 2004)

2.2.3. Componentes cartesianas de tensão

O corte na Figura 2.5(b) estabelece a direção normal do plano de corte, a direção x . Do equilíbrio as tensões normais e de cisalhamento são obtidas. A Figura 2.6 mostra a tensão normal e de cisalhamento em uma superfície infinitesimal no ponto Q. A tensão normal é escrita como σ_x , o símbolo σ indica uma tensão normal e o subscrito x indica a direção normal da superfície. A Figura 2.6 também mostra as componentes da tensão de cisalhamento τ_{xy} e τ_{xz} , onde o símbolo τ indica se tratar de uma tensão de cisalhamento, o primeiro subscrito indica a direção normal da superfície e o segundo subscrito é a direção da tensão.

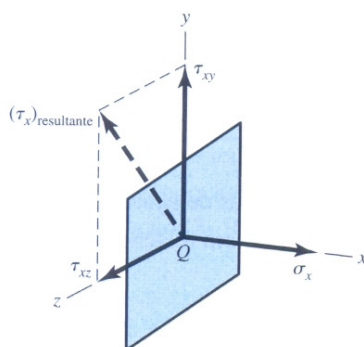


Figura 2.6 - Componentes de tensão na superfície normal à direção x (SHIGLEY, 2004)

Para descrever completamente o estado de tensões de um ponto seria necessário examinar todas as superfícies em diferentes planos de corte pelo ponto. Para entender completamente o estado de tensões de um ponto seriam necessários infinitos cortes. Um método mais simples para obter este resultado é o Círculo de Mohr ou transformação de coordenadas (descrito na próxima seção).

Analisando o ponto Q, pode-se obter estados de tensão fazendo cortes ortogonais correspondentes às direções x , y e z . Resultando em três superfícies mutuamente perpendiculares, como ilustrado na Figura 2.7(a). Pela transformação de coordenadas pode-se mostrar que estas seções são suficientes para descrever o estado de tensões em qualquer superfície passando pelo ponto de interesse.

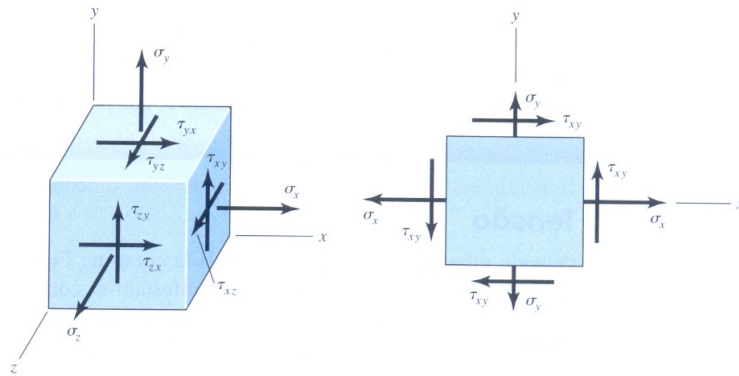


Figura 2.7 - a) Caso geral de tensão tridimensional. b) Estado plano de tensão. (SHIGLEY, 2004)

Em geral, o estado de tensões completo é definido por nove componentes de tensões, σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yx} , τ_{yz} , τ_{zx} e τ_{zy} . Para garantia do equilíbrio estático do sistema infinitesimal se tem as seguintes condições:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} \quad \tau_{zy} = \tau_{yz} \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}$$

Assim, um estado tridimensional de tensão pode ser descrito por seis componentes. Caso o elemento infinitesimal não se encontre em equilíbrio pode ser necessário utilizar todas as nove componentes para descrever o estado de tensão.

Um estado de tensão muito comum ocorre quando as tensões em uma das superfícies é zero, sendo chamado de estado plano de tensões. Como mostrado na Figura 2.7(b), assumindo que a superfície mostrada seja livre de tensões, direção z, então $\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$.

2.2.4. Círculo de Mohr

Para o caso plano de tensões. Suponha que o elemento da Figura 2.7(b) seja cortado por um plano oblíquo em um ângulo arbitrário φ medido no sentido anti-horário, como mostrado na Figura 2.8. Fazendo o somatório das forças igual à zero, as tensões σ e τ podem ser calculadas como:

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\varphi + \tau_{xy} \sin 2\varphi$$

$$\tau = - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\varphi + \tau_{xy} \cos 2\varphi$$

As equações acima são chamadas de equações de transformação do estado plano de tensões. Derivando a primeira equação e igualando a zero se obtém a seguinte equação:

$$\tan 2\varphi_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

A equação acima define dois valores particulares para o ângulo $2\varphi_p$, um que define a máxima tensão normal σ_1 e outro a mínima tensão normal σ_2 . Estas duas tensões são ditas tensões principais, e suas correspondentes direções, direções principais. O ângulo entre as direções principais é de 90° . Também, nestas direções as tensões de cisalhamento são nulas, ou seja, $\tau = 0$.

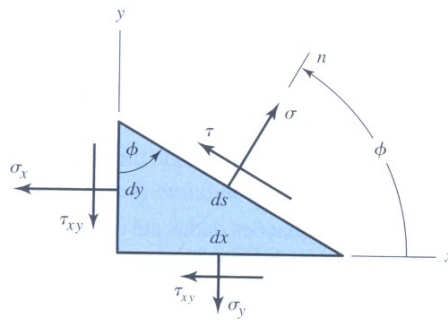


Figura 2.8 - Corte oblíquo em um estado plano de tensões

Abaixo segue as equações para se calcular as tensões principais. A dedução das mesmas é feita substituindo o ângulo $2\varphi_p$, como definido anteriormente, nas equações de transformação do estado plano de tensões.

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

Durante um cálculo, após a descrição do estado de tensão do problema é possível obter as tensões principais e construir o diagrama de Mohr, como o exemplificado na Figura 2.9. O centro do círculo, que está sobre o eixo σ , é calculado como o valor médio das duas tensões principais σ_1 e σ_2 e fazendo a diferença das mesmas é se obtém o diâmetro do círculo.

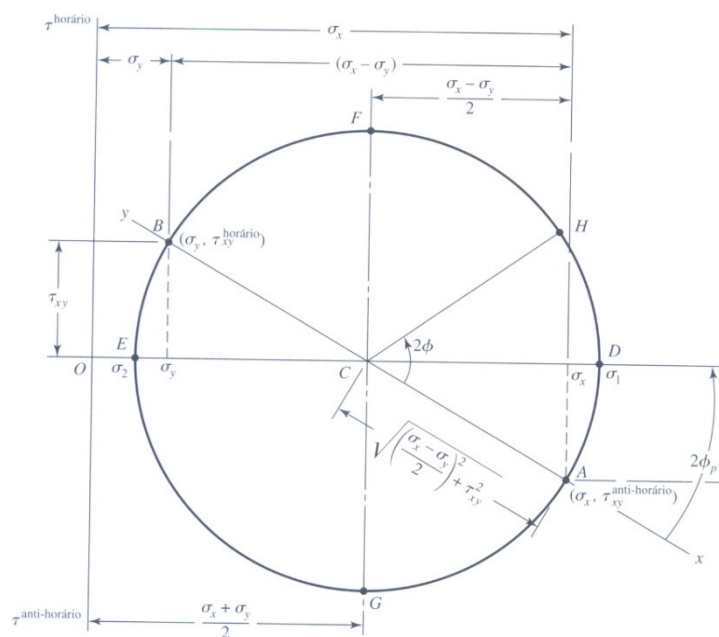


Figura 2.9 - Exemplo de diagrama do Círculo de Mohr (SHIGLEY, 2004)

Vale lembrar que pontos afastados em 180° no círculo correspondem a elementos cujas superfícies se encontram defasadas de 90° e que as tensões principais σ_1 e σ_2 estão localizadas sobre o eixo σ .

2.2.5. Caso geral de tensão

Assim como no caso plano de tensões, uma orientação particular do elemento de tensões existe no qual todas as tensões de cisalhamento são nulas. Quando um elemento se encontra nesta orientação particular, as normais de suas faces correspondem as direções principais e as tensões

normais são as tensões principais. Como existem seis faces, são três as tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 .

Geralmente para projeto um estado de tensões tridimensional é raro já que a maioria das tensões máximas ocorre em estado plano. O procedimento para obter as três tensões principais a partir das componentes de tensão σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{zx} envolve encontrar as raízes da seguinte equação cúbica.

$$\sigma^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\sigma^2 + (\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2)\sigma - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0$$

As tensões principais são ordenadas de modo que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Então o resultado o diagrama seria similar ao da Figura 2.10 e o estado de tensão para qualquer plano arbitrário que passe pelo ponto de interesse sempre estará dentro da área hachurada.

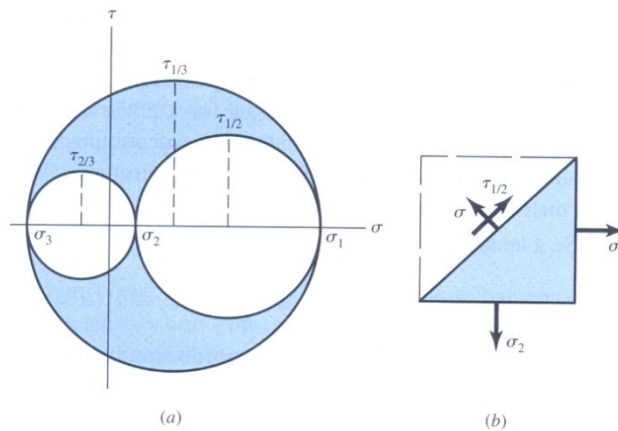


Figura 2.10 - Circulo de Mohr para estado tridimensional de tensões (SHIGLEY, 2004)

A Figura 2.10 também mostra as três tensões de cisalhamento principais $\tau_{1/2}$, $\tau_{2/3}$ e $\tau_{1/3}$. Cada uma delas ocorre entre dois planos como mostrado na Figura 2.10(b). A figura também mostra que as tensões de cisalhamento principais são dadas pelas seguintes equações.

$$\tau_{1/2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$

$$\tau_{1/3} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\tau_{2/3} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

Obviamente, caso as tensões principais estejam ordenadas $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, a tensão máxima de cisalhamento é $\tau_{max} = \tau_{1/3}$.

2.2.6. Deformação Elástica

A lei de Hooke para o corpo de prova no ensaio de tração é dada por:

$$\sigma = E\epsilon$$

Onde E é chamado de Módulo de Young ou Módulo de elasticidade. Substituindo $\sigma = F/A$ e $\epsilon = \delta/l$, reordenando:

$$\delta = \frac{Fl}{AE}$$

Quando um material é tracionado, além de existir uma deformação axial, existe também uma contração lateral. Poisson demonstrou que essas duas deformações são proporcionais entre si dentro do domínio da lei de Hooke. Sendo equacionada por:

$$v = - \frac{\text{deformação lateral}}{\text{deformação axial}}$$

Conhecido como coeficiente de Poisson, assume o valor de “0.3” para a maioria dos metais de construção mecânica. Essa relação também vale para compressão, porém se observa expansão nas laterais.

A lei de Hooke para cisalhamento é dada por:

$$\tau = G\gamma$$

Onde G é o Módulo de cisalhamento ou Módulo de rigidez e γ é o ângulo de deformação em um elemento de tensões.

Para um material linear, isotrópico, homogêneo, as três constantes elásticas podem ser relacionadas pela seguinte equação.

$$E = 2G(1 - \nu)$$

2.2.7. Tensão normal em vigas

O cálculo da tensão normal para vigas possui duas componentes, uma devido à força normal e outra devido aos momentos de flexão.

Tensão normal devido à força normal

Para o caso em que uma força de tração ou compressão é aplicada nas extremidades de uma barra. A tensão normal devido a força normal pode ser calculada como:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

Onde,

σ = Tensão normal

F = Força de tração

A = Área da secção transversal

Esta equação é válida caso as seguintes hipóteses sejam verdadeiras

- A barra é reta e de um material homogêneo
- A linha de ação da força contém o centróide da seção

- A seção seja escolhida em um ponto bem distante das extremidades e de qualquer descontinuidade ou mudança abrupta na seção transversal (tensão uniformemente distribuída)

Tensão normal devido aos momentos de flexão

Para um caso como o ilustrado na Figura 2.11, com momento aplicado na direção z, as tensões normais podem ser calculadas pela seguinte equação:

$$\sigma = - \frac{M_z y}{I_z}$$

Onde,

M_z = Momento de flexão, com eixo em Z, aplicado à seção transversal

y = Distância na direção y da linha neutra ao ponto em que se calcula a tensão

I_z = Segundo momento da área sobre o eixo z.

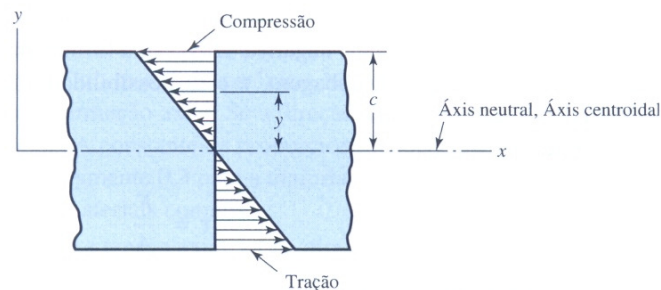


Figura 2.11 - Distribuição de tensões normais devido ao momento de flexão (SHIGLEY, 2004)

A equação acima é válida para as seguintes hipóteses:

- O material é isotrópico e homogêneo
- O material obedece à lei de Hooke
- A viga é reta inicialmente e possui seção transversal constante ao longo de seu comprimento

- A viga possui um plano de simetria no plano de flexão
- As proporções da viga são tais que ela falharia por flexão e não por esmagamento, enrugamento ou flambagem lateral
- As seções transversais planas da viga permanecem planas durante a flexão

2.2.8. Tensão de cisalhamento devido à cortante em vigas

A tensão de cisalhamento devido a uma força cortante pode ser calculada pela seguinte fórmula:

$$\tau = \frac{VQ}{Ib}$$

Onde,

V = Força cortante

Q = Primeiro momento da área isolada sobre do eixo neutro de flexão

$$Q = \int_{y_1}^c y dA$$

I = Segundo momento da área da secção inteira

b = Largura da secção a uma distância particular y_1 do eixo neutro

A Figura 2.12 exemplifica a distribuição de tensão de cisalhamento devido a uma força cortante. Pelo equacionamento é possível observar que distribuição de tensões depende de como Q/b varia como função de y_1 . Também, que a máxima tensão de cisalhamento ocorre quando $y_1 = 0$, no eixo neutro de flexão.

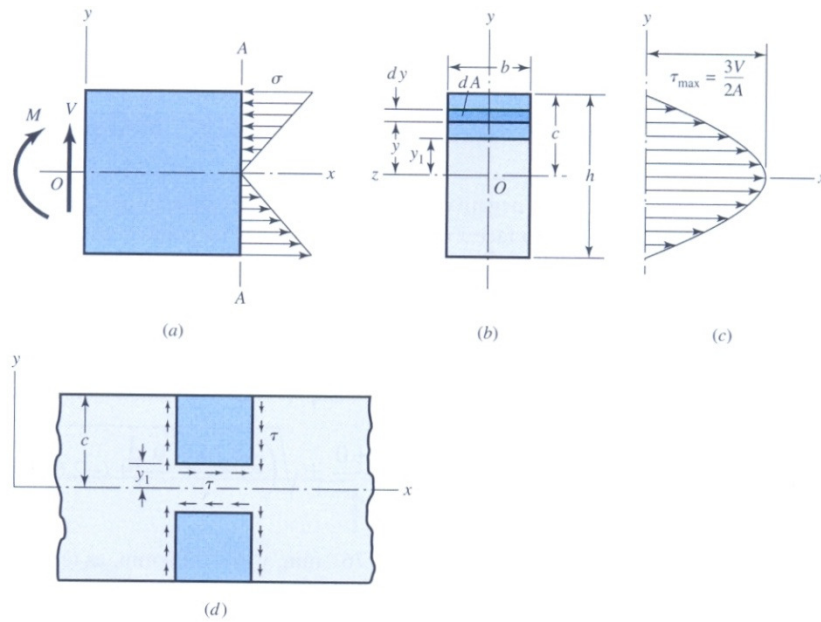


Figura 2.12 - Distribuição de tensões para uma secção retangular (SHIGLEY, 2004)

2.2.9. Tensão de cisalhamento devido à torção em vigas

A tensão de cisalhamento devido à torção pode ser calculada pela seguinte equação:

$$\tau = \frac{T\rho}{J}$$

Onde,

T = Momento de torção, momento de torção

ρ = Raio, distância ao centro do ponto que se deseja calcular a tensão

J = Segundo momento polar de inércia da área da secção

As seguintes hipóteses são necessárias para a aplicação da equação acima:

- A barra está sob ação de um momento de torção puro e as seções consideradas estão bem distantes do ponto de aplicação da carga e de uma mudança no diâmetro
- Seções transversais adjacentes originalmente planas e paralelas permanecem planas e paralelas depois da torção e qualquer linha radial permanece reta
- O material obedece à lei de Hooke.

2.2.10. Concentração de tensões

Para o desenvolvimento das equações básicas de tensões de tração, compressão, flexão e torção, se assumiu que não ocorriam irregularidades geométricas na parte em consideração. Porém, é bastante difícil desenvolver uma máquina sem permitir que ocorram modificações nas seções transversais das partes. Qualquer descontinuidade altera as distribuições de tensões, fazendo com que as equações elementares não descrevam mais o estado de tensões daquela região. Tais descontinuidades são chamadas de concentradores de tensões, e a região onde ocorrem são chamadas de áreas de concentração de tensões. A Figura 2.13 ilustra esta situação, onde uma placa furada está submetida a um esforço de tração, na região próxima ao furo se observa que as linhas de tensão desviam da irregularidade, que, devido a sua distribuição não uniforme, causam um aumento da tensão atuante nas imediações do furo.

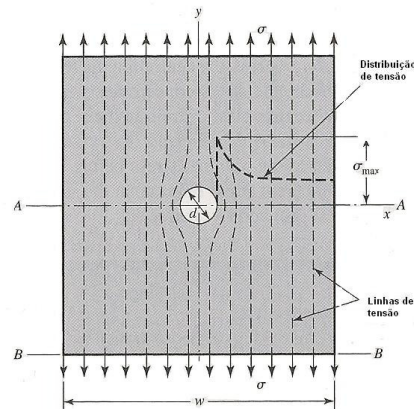


Figura 2.13 - Linhas de tensão próximas a um furo em uma placa tracionada (SHIGLEY, 2004)

Concentração de tensão é um efeito localizado. Em alguns casos pode ser um risco na superfície ou um entalhe funcional do projeto. Normalmente entalhes são considerados nos cálculos por meio de fatores de concentração de tensão K_t . A utilização normal do fator de concentração de tensões é:

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom}$$

$$\tau_{max} = K_{ts} \tau_{nom}$$

Onde,

σ_{nom} = tensão normal nominal, que seria observada caso não houvesse concentradores de tensão no local

K_t = Coeficiente de concentração de tensão estática para esforço de tração/compressão

σ_{max} = Máxima tensão normal observada na região devido ao concentrador de tensão

τ_{nom} = Tensão de cisalhamento nominal, que seria observada caso não houvesse concentradores de tensão na região

K_{ts} = Coeficiente de concentração de tensão estática para esforço de cisalhamento

τ_{max} = Máxima tensão de cisalhamento observada no local devido aos efeitos do concentrador de tensão

2.3. Falha Devido a Carregamento Estático

Resistência é uma propriedade ou característica de um elemento mecânico. Esta propriedade depende do material, tratamento, do processo de fabricação e do carregamento. Tabelas de propriedades de materiais de engenharia não fornecessem dados da resistência da peça em si, tais dados estão diretamente ligados à especificação do corpo-de-prova e da forma como o ensaio foi conduzido, enquanto uma peça projetada pode ter geometria e condições de funcionamento completamente diferentes, fazendo com que sejam necessários fatores de correção. Também a descrição da resistência tem natureza estatística, pois todo processo de fabricação possui pequenas variações que alteram a resistência final da peça.

Um carregamento estático é uma força ou momento estacionário aplicado ao sistema. Para serem considerados estáticos a força ou o momento devem ser constante em magnitude, não pode variar o ponto de aplicação ou a direção. Para ser considerado estático, um carregamento não deve variar em nenhuma característica.

A falha de uma peça se caracteriza pela perda de função da peça, seja pela fratura, pela deformação, pela perda de confiabilidade, ou por ter sua funcionalidade compromissada.

Neste trabalho, será considerado como falha a deformação permanente ou fratura da peça.

2.3.1. Resistência estática

Idealmente o engenheiro deveria ter acesso a uma grande quantidade de resultados de testes feitos em um material particular de interesse. Estes ensaios deveriam ser feitos em corpos de prova do mesmo material, com o mesmo tratamento, acabamento superficial, dimensão, e testado sob a mesma condição de carregamento em serviço da peça a ser projetada. O custo da

realização ou obtenção destes dados se justifica caso a falha possa por em risco vidas humanas ou se a peça for produzida em larga escala. Porém, normalmente o engenheiro deve projetar com base apenas em dados tabelados, como tensão de escoamento, tensão de máxima de resistência a tração, porcentagem de redução de área e porcentagem de alongamento do corpo-de-prova.

2.3.2. Concentração de tensões

Caso o material seja dúctil e o carregamento estático, o esforço pode causar escoamento em locais críticos do entalhe. O escoamento pode envolver um aumento de resistência por deformação, com um aumento da resistência no local do entalhe. Como o carregamento é estático, a peça pode ser considerada segura sem se observar um escoamento generalizado. Nestes casos, com material dúctil e carregamento estático, o projetista utiliza o fator de concentração de tensão K_t igual à unidade. Esta hipótese só deve ser utilizada quando houver certeza de que o material, mesmo que classificado como dúctil, não apresentará comportamento frágil durante o funcionamento.

O cálculo da tensão atuante é feito como descrito na Seção 2.2.10 deste texto.

2.3.3. Teorias de falha

Não existe uma teoria da falha universal para um caso geral de propriedades e estado de tensões. Entretanto, com o passar dos anos diversas hipóteses foram formuladas e testadas, levando as praticas aceitas atualmente. Sendo aceitas, estas práticas serão caracterizadas como teorias.

2.3.3.1. Máxima tensão de cisalhamento

A teoria da máxima tensão de cisalhamento prevê que o escoamento se inicia sempre que a máxima tensão de cisalhamento se iguala ou excede o valor da máxima tensão de cisalhamento observada em um corpo-de-prova em ensaio de tração, do mesmo material, quando no início do escoamento.

Esta teoria é aceitável, porem conservativa. Para um caso geral de tensão com $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, a teoria da máxima tensão de cisalhamento prevê que o escoamento ocorre caso:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \geq \left(\frac{S_y}{2}\right)\left(\frac{1}{n}\right)$$

Onde,

n = Coeficiente de segurança

S_y = Tensão de resistência ao escoamento do material

A Figura 2.14 mostra um diagrama que ilustra os limites considerados seguros para o critério da máxima tensão de cisalhamento, o diagrama apresentado de um estado plano de tensão, onde σ_A e σ_B são os eixos coordenados que representam as duas tensões principais.

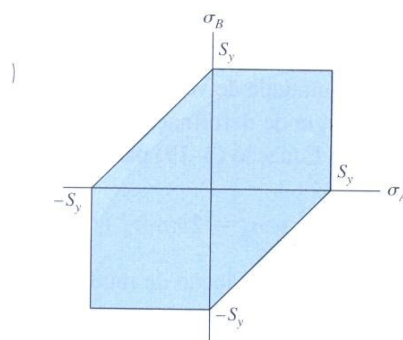


Figura 2.14 - Diagrama da teoria da máxima tensão de cisalhamento para estado plano de tensões (SHIGLEY, 2004)

2.3.3.2. Energia de distorção

A teoria da energia de distorção prevê que o escoamento ocorre quando a energia de deformação por unidade de volume alcança ou supera a energia de distorção por unidade de volume do escoamento em um ensaio de tração ou compressão do mesmo material. Assim, esta teoria prevê que o escoamento ocorre, para o caso geral de tensão, com $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, quando:

$$\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \geq \frac{S_y}{n}$$

Onde,

n = Coeficiente de segurança

S_y = Tensão de resistência ao escoamento do material

A equação prevê que não ocorre falha sob tensão hidrostática e possui boa concordância com todos os dados de comportamento para materiais dúcteis. É recomendado para projetos a menos que especificado de forma contrária.

A Figura 2.15 mostra um diagrama onde está representado a região considerada segura para o critério da Energia de Distorção, correspondente à área no interior da elipse. Também é possível observar uma comparação entre o critério da energia de distorção e o critério da máxima tensão de cisalhamento.

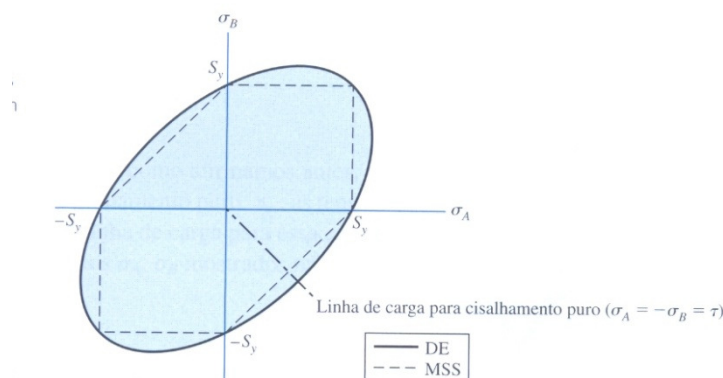


Figura 2.15 - Diagrama da teoria da energia de distorção para o caso plano de tensões (SHIGLEY, 2004)

2.3.3.3. Coulomb-Mohr para materiais dúcteis

Nem todos os materiais possuem resistência a compressão igual à de tração. A idéia de Mohr era baseada em três simples testes: tração, compressão e torção, até o escoamento se o material pode escoar, ou até a ruptura. Possibilitando obter um ‘envelope’, como o da Figura 2.16, que cobre os estados de tensão seguros.

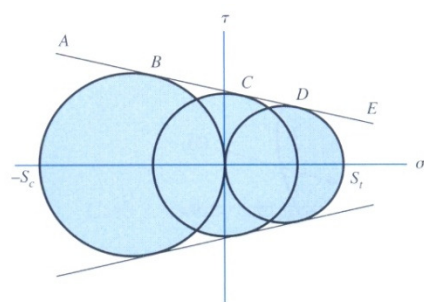


Figura 2.16 - Três círculos de Mohr correspondentes aos ensaios de tração, compressão e torção. (SHIGLEY, 2004)

Uma variação da teoria de Mohr, chamada de teoria de Coulomb-Mohr ou teoria do atrito interno, assume que a linha BCD da Figura 2.16 é reta, com esta hipótese apenas os ensaios de tração e compressão são necessários. Para um caso geral de tensão, com $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, esta teoria prevê falha caso:

$$\frac{\sigma_1}{S_t} - \frac{\sigma_3}{S_c} = \frac{1}{n}$$

Onde,

n = Coeficiente de segurança

S_t = Tensão de resistência à tração, escoamento ou ruptura

S_c = Tensão de resistência à compressão. (obs: módulo)

A Figura 2.17 ilustra um diagrama mostrando os limites considerados seguros pelo critério de Coulomb-Mohr para um caso de estado plano de tensão, onde os eixos coordenados σ_A e σ_B representam as tensões principais.

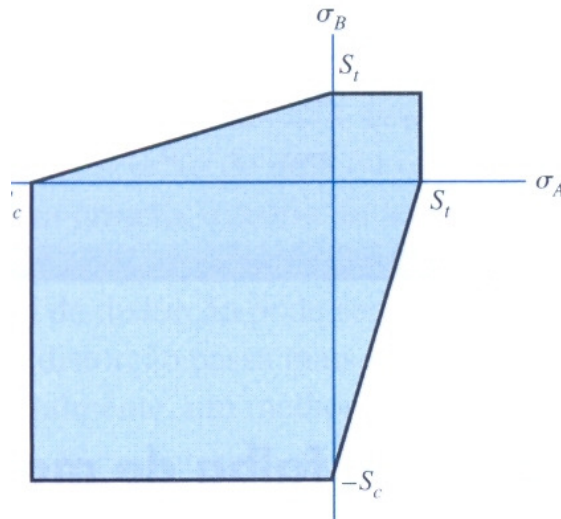


Figura 2.17 - Diagrama da teoria Coulomb-Mohr para o estado plano de tensões (SHIGLEY, 2004)

2.3.3.4. Máxima tensão normal

A teoria da máxima tensão normal prevê que a falha ocorre sempre que uma das três tensões principais iguala ou excede a resistência observada em um ensaio de tração do material. Considerando um caso geral, em que as

tensões principais estão arranjadas como $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, esta teoria prevê a falha sempre que:

$$\sigma_1 \geq S_{ut} \quad \text{ou} \quad \sigma_3 \leq -S_{uc}$$

A Figura 2.18 ilustra os limites considerados seguros pelo critério da Máxima tensão normal para um estado plano de tensão, onde os eixos coordenados σ_A e σ_B representam as tensões principais.

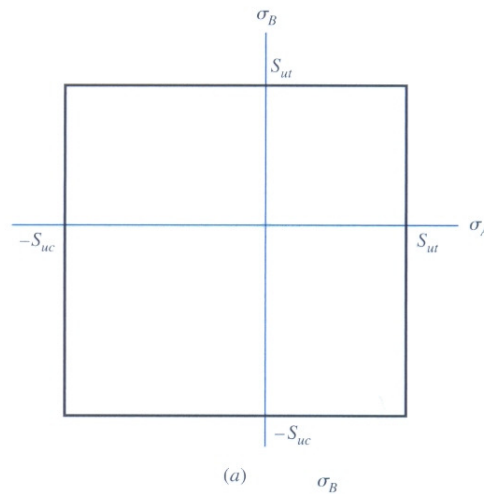


Figura 2.18 - Diagrama da teoria da máxima tensão normal para um caso plano de tensões. Tensões no interior do diagrama são consideradas seguras. (SHIGLEY, 2004)

2.3.3.5. Teoria de Mohr modificada para materiais frágeis

A teoria de Coulomb-Mohr, como discutidas acima, escritas como equações para projeto para materiais frágeis, é:

$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} - \frac{\sigma_3}{S_{uc}} = \frac{1}{n}$$

Onde,

n = Coeficiente de segurança

S_{ut} = Tensão de resistência à tração, escoamento ou ruptura

S_{uc} = Tensão de resistência à compressão. (obs: módulo)

2.3.4. Seleção do critério de falha

Para materiais com comportamento dúctil o critério recomendado é a teoria da energia de distorção, apesar de alguns projetistas aplicarem a teoria da máxima tensão de cisalhamento por causa da sua simplicidade e natureza conservativa.

Para materiais com comportamento frágil, a hipótese original de Mohr é a melhor hipótese disponível. Entretanto, a dificuldade em aplicá-la sem o auxílio de um computador, leva projetistas a utilizar modificações como a teoria de Coulomb-Mohr, modificada I-Mohr, modificada II-Mohr.

A Figura 2.19 mostra a comparação dos critérios de falha da máxima tensão de cisalhamento e da energia de distorção (critérios recomendados para materiais dúcteis) superpostos a dados experimentais de materiais dúcteis.

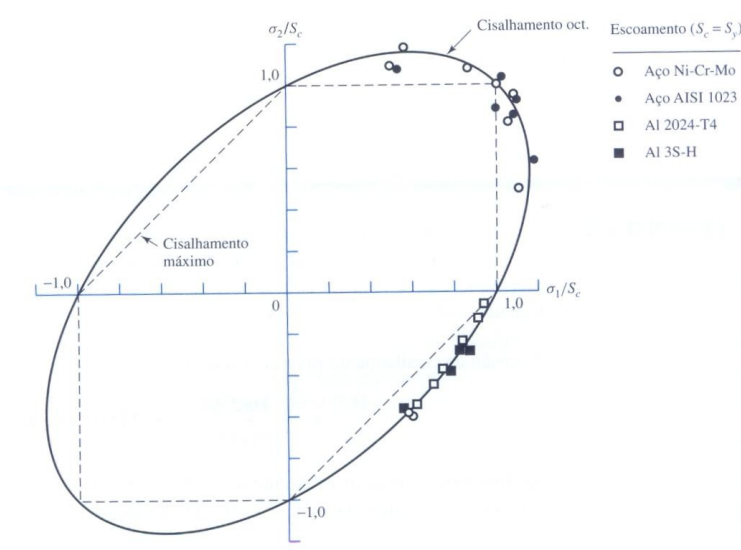


Figura 2.19 – Superposição dos critérios de falha da máxima tensão de cisalhamento, da energia de distorção e dados experimentais de materiais dúcteis (SHIGLEY, 2004)

Na Figura 2.20 faz-se a comparação entre os critérios de falha da máxima tensão normal, teoria de Mohr modificada e teoria de Coulomb-Mohr (critérios recomendados para materiais frágeis), sobrepostos a dados experimentais de materiais frágeis.

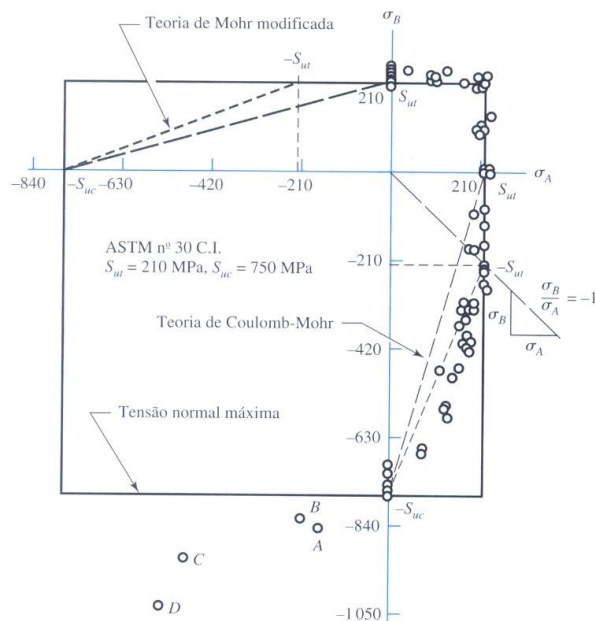


Figura 2.20 – Superposição de três critérios de falha e dados experimentais de ensaios de materiais frágeis (SHIGLEY, 2004)

2.4. Falha Devido a Carregamento Variável

Algumas vezes elementos de máquinas falham sob a ação de uma tensão repetitiva ou flutuante, ainda que uma análise mais cuidadosa revele que a máxima tensão nunca ultrapassou a resistência do material e, muito freqüentemente, estava abaixo da tensão de escoamento.

Quando uma peça falha por carregamento estático, normalmente se observa uma grande deformação e a peça pode ser trocada antes da ruptura. Isto não ocorre com falhas por fadiga, que ocorre de forma repentina e catastrófica. A fadiga é um fenômeno muito mais complicado, apenas parcialmente compreendido.

A fadiga tem aparência similar à falha de um material frágil, porém o fenômeno em si é bastante diferente. Possui três estágios de desenvolvimento. Estágio I: é a iniciação de uma ou mais micro-trincas devido à deformação plástica seguido por propagação cristalográfica de dois a cinco grãos da origem. Estágio II: é a propagação da trinca, quando as micro-trincas progridem

para macro-trincas formando linhas paralelas. Estágio III: ocorre durante o ciclo final quando o material restante não consegue suportar o carregamento, resultando em uma fratura rápida e repentina. O terceiro estágio pode ser frágil, dúctil, ou uma combinação dos dois.

A falha por fadiga ocorre devido à formação e propagação de uma trinca. Normalmente a trinca se inicia onde há uma descontinuidade no material onde a tensão cíclica é máxima. O processo de crescimento da trinca pode ser explicado pela mecânica da fratura. A Figura 2.21 mostra um eixo que sofreu ruptura por fadiga, onde os pontos “B” são locais de concentração de tensão onde a trinca se iniciou, também é possível observar as linhas de propagação da trinca e, no ponto “C”, existem marcas de uma ruptura repentina.



Figura 2.21 - Fratura a fadiga em um eixo, a fratura se iniciou no ponto B e progrediu até a ruptura final em C. A região de ruptura final é pequena, indicando que o carregamento era baixo. (SHIGLEY, 2004)

2.4.1. Análise da falha por fadiga

Os três principais métodos utilizados no projeto e análise da fadiga são: o método tensão-vida, método deformação-vida e o método da mecânica da fratura linear-elástica. Estes métodos tentam prever a vida em número de ciclos

até a falha, N , para um nível específico de carregamento. Vida de $1 \leq N \leq 10^3$ ciclos geralmente é classificado como fadiga de baixo ciclo, enquanto fadiga de alto ciclo é considerado quando $N > 10^3$. O método tensão-vida, baseado apenas nos níveis de tensão, é o menos preciso, especialmente para baixo ciclo. Entretanto, é o método mais tradicional, já que é o mais fácil de implementar para uma gama de aplicações, tem muitos dados disponíveis e representa aplicações de alto ciclo adequadamente.

O método deformação-vida envolve uma análise mais detalhada da deformação plástica em regiões específicas. Este método é especialmente bom para baixo ciclo. Para aplicar este método, diversas idealizações devem ser feitas, o que gera algumas imprecisões.

O método da mecânica da fratura assume que a trinca já existe e foi detectada. Para então prever o crescimento da trinca em comparação com a intensidade das tensões. Do ponto de vista prático, deve ser aplicado a grandes estruturas em conjunto com códigos de computador e inspeção periódica.

Para o propósito deste texto, tendo em vista que a verificação quanto à fadiga sempre será para vida infinita ($N \geq 10^6$), o foco será dado à aplicação dos métodos de previsão de falha utilizando o conceito de tensão-vida para vida infinita.

Nota-se na Figura 2.22, um diagrama tensão-vida normalmente utilizado para previsão da vida pelo método tensão-vida, que para $N > 10^6$ existe um 'patamar' por onde se determina a tensão para vida infinita, chamado de limite de resistência à fadiga (S_e). Este patamar existe apenas para aços, outros materiais têm sua resistência diretamente ligada ao nível de tensão.

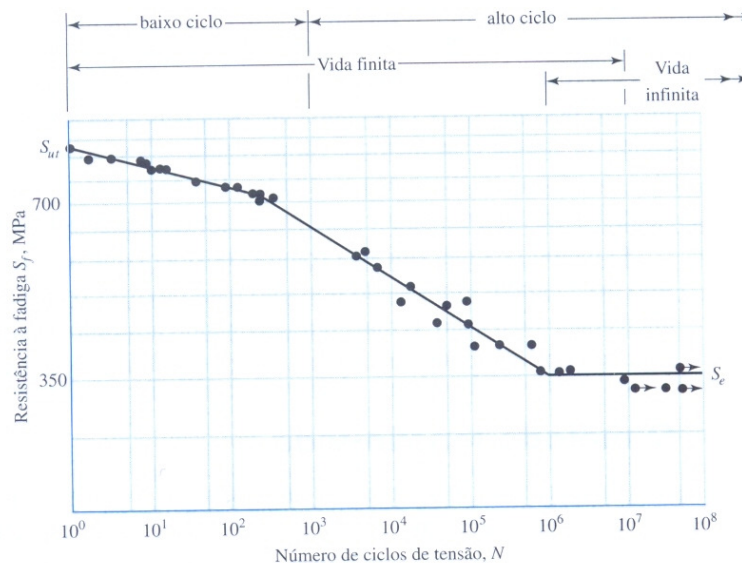


Figura 2.22 - Diagrama Tensão-Vida (S-N), característico do método Tensão-Vida (SHIGLEY, 2004)

2.4.2. Limite de Resistência à fadiga (S_e)

O limite de resistência à fadiga (S_e) é a maior tensão de flexão simetricamente alternada que pode atuar no material sem causar falha em serviço deste, correspondente ao 'patamar' no diagrama tensão-vida para aços. Para matérias diferentes de aço, nos quais não existe patamar, é a tensão admissível para que o material apresente vida igual ou superior a deseja para o projeto.

Determinar o limite de resistência à fadiga por meio do ensaio a fadiga atualmente é rotina. Existe uma grande quantidade de dados na literatura de ensaios de flexão em rotação e de ensaios de tração. Assim, estes dados foram grafados juntos como observado na Figura 2.23.

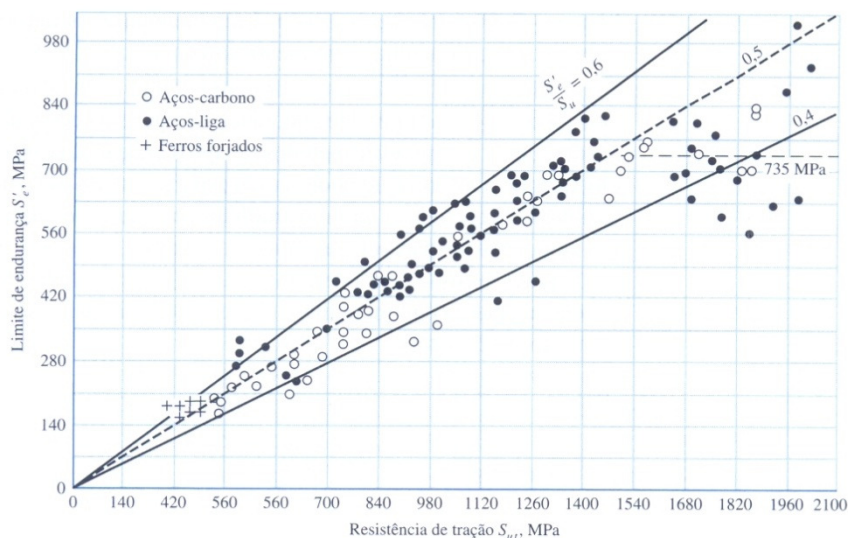


Figura 2.23 - Diagrama que relaciona o limite de resistência à fadiga e a máxima resistência à tração (SHIGLEY, 2004)

É importante observar que a dispersão do limite de resistência não se deve à dispersão da resistência à tração dos corpos-de-prova, a dispersão ocorre mesmo que a resistência à tração de uma grande quantidade de corpos-de-prova sejam exatamente iguais, deve-se ter isto em mente quando se escolhe um coeficiente de segurança.

Uma relação que pode ser utilizada para estimar o limite de resistência à fadiga para aços, com base na máxima resistência à tração:

$$S_e' = \begin{cases} 0.504 S_{ut} & S_{ut} \leq 1460 \text{ MPa} \\ 740 \text{ MPa} & S_{ut} > 1460 \text{ MPa} \end{cases}$$

Deve-se utilizar esta relação apenas como estimativa, quando dados de ensaio de fadiga do material estiverem disponíveis recomenda-se utilizá-los.

2.4.3. Correção do Limite de Resistência

O corpo-de-prova para determinação do limite de resistência é preparado com muito cuidado e o ensaio se dá sob condições bem

controladas. Portanto, seria um erro esperar que o limite de resistência de peças mecânicas ou estruturas sejam iguais às obtidas em laboratório. Algumas das diferenças entre uma peça projetada e um corpo-de-prova são:

- Material: composição, fenômeno de falha, variação das propriedades
- Fabricação: método, tratamento térmico, condições da superfície e concentração de tensões
- Ambiente: corrosão, temperatura, estado de tensão
- Projeto: dimensão, forma, vida, estado de tensão, concentração de tensões, velocidade, fretagem, “galling”.

Marin identificou fatores que quantificam os efeitos do acabamento superficial, dimensão, carregamento, temperatura, entre outros. A equação de Marin é escrita como:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

Onde,

k_a = Fator devido às condições superficiais

k_b = Fator devido à dimensão

k_c = Fator devido ao tipo de carregamento

k_d = Fator devido à temperatura

k_e = Fator devido à confiabilidade em S'_e

k_f = Fator devido a outras considerações

S'_e = Limite de resistência para o corpo de prova no ensaio de eixo giratório

S_e = Limite de resistência corrigido para local específico da peça

Quando ensaios de limite de resistência da peça não estiverem disponíveis, deve-se fazer estimativas utilizando os fatores de Marin para corrigir o limite de resistência de ensaios de flexão em rotação.

2.4.3.1. Fator do acabamento (k_a)

A superfície de um corpo-de-prova do ensaio de flexão em rotação é muito bem polida, com um polimento final da direção axial para rebaixar qualquer arranhão na circunferência. O fator de modificação k_a depende da qualidade do acabamento superficial da peça e da resistência à tração do material. Para a obtenção de k_a recomenda-se a seguinte expressão:

$$k_a = aS_{ut}^b$$

Onde,

S_{ut} = Resistência do material no ensaio de tração

a e b = São coeficientes obtidos na Tabela 2.1

Tabela 2.1 - Parâmetros para o fator de correção devido à superfície da equação de Marin (SHIGLEY, 2004)

Acabamento superficial	Fator a S_{ut} , MPa	Expoente b
Retificado	1,58	-0,085
Usinado ou laminado a frio	4,51	-0,265
Laminado a quente	57,7	-0,718
Forjado	272	-0,995

2.4.3.2. Fator da dimensão (k_b)

O fator devido à dimensão depende da dimensão em si e, também, do tipo de carregamento. Para o cálculo do fator k_b , com carregamento de flexão e torção, em eixos:

$$k_b = \begin{cases} 1.24d^{-0.107} & 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1.51d^{-0.157} & 51 < d \leq 254 \text{ mm} \end{cases}$$

Para o caso de carregamento axial puro:

$$k_b = 1$$

2.4.3.3. Fator do carregamento (k_c)

Quando os ensaios são realizados com flexão em rotação, esforço axial ou torção, o limite de resistência varia em relação à S_{ut} . Assim, o fator k_c é utilizado para corrigir o valor de S'_e , que por padrão, na equação de Marin, é obtido pelo ensaio de flexão em rotação.

$$k_c = \begin{cases} 1 & \text{Flexão} \\ 0.85 & \text{Axial} \\ 0.59 & \text{Torção} \end{cases}$$

Utilize o fator $k_c = 0.59$ apenas para torção pura, para os casos de carregamento combinados com flexão $k_c = 1$.

2.4.3.4. Fator da Temperatura (k_d)

Quando a peça opera em temperaturas abaixo da temperatura ambiente, deve-se investigar primeiramente a possibilidade de falha frágil. Quando operar em temperaturas acima da temperatura ambiente, o escoamento deve ser investigado primeiramente. Quando operando em altas temperaturas, fluência também é um fator que deve ser considerado. Também é verdade que não existe limite de resistência à fadiga para materiais operando em altas temperaturas, devido à baixa resistência à fadiga, a vida do material é sempre dependente do tempo de operação.

Os poucos dados disponíveis mostram que o limite de resistência para aços aumenta ligeiramente com o aumento da temperatura e começa a diminuir na região de 400 até 700°F. Este comportamento é muito similar ao comportamento da resistência à tração em função da temperatura, então se

desenvolveu a seguinte expressão para o cálculo de k_d em função da temperatura:

$$k_d = 0.975 + 0.432(10^{-3})T_F - 0.115(10^{-5})T_F^2 + 0.104(10^{-8})T_F^3 - 0.595(10^{-12})T_F^4$$

Onde,

T_F = É a temperatura de funcionamento da peça, a equação é válida para os seguintes limites $70 \leq T_F \leq 1000 \text{ } ^\circ F$

2.4.3.5. Fator de Confiabilidade (k_e)

A maioria dos dados de limite de resistência a fadiga são fornecidos pelo valor médio dos ensaios. Haugen e Wirching mostraram desvios padrão para ensaios de limite de resistência à fadiga menor que 8%. Assim, o fator de confiabilidade pode ser escrito da seguinte forma:

$$k_e = 1 - 0.08z_a$$

Onde z_a é um valor que corresponde à confiabilidade desejada. A Tabela 2.2 fornece alguns valores calculados:

Tabela 2.2 - Fator de confiabilidade k_e correspondente a um desvio padrão de 8%. Correção do limite de resistência à fadiga (SHIGLEY, 2004)

Confiabilidade, %	Variante de transformação z_a	Fator de confiabilidade k_e
50	0	1,000
90	1,288	0,897
95	1,645	0,868
99	2,326	0,814
99,9	3,091	0,753
99,99	3,719	0,702
99,999	4,265	0,659
99,9999	4,753	0,620

2.4.3.6. Fator para outras considerações (k_f)

Este fator, k_f , tem a função de corrigir o limite de resistência à fadiga para contar com outros fatores que não são considerados pelos fatores anteriormente mencionados.

Tensões residuais podem influenciar o limite de resistência à fadiga tanto para melhor quanto para pior. Geralmente, se as tensões residuais na superfície forem de compressão, o limite de resistência será melhorado. A falha por fadiga aparenta ter relação com a tensão de tração, então qualquer técnica, ou processo, que reduza a tensão de tração irá possivelmente reduzir a chance de falha por fadiga.

Peças que são fabricadas por laminação, forjamento, etc., também são afetadas pela chamada 'direção característica' de fabricação. Assim, o limite de resistência à fadiga, para elementos laminados, chega a ser de 10 a 20% menor na direção transversal quando comparada à longitudinal.

Peças que passam pelo tratamento superficial de cementação ("*case-hardening*") podem falhar superficialmente dependendo do gradiente de tensões.

Além dos fatores acima mencionados também a corrosão, "*Electrolytic Plating*", "*Metal Spraying*", a frequência dos ciclos e a corrosão por fretagem são fatores que podem alterar o limite de resistência à fadiga.

2.4.4. Concentração de tensão e sensibilidade ao entalhe

Já foi definido, nas seções anteriores, o conceito que envolve a concentração de tensões, o cálculo da tensão atuante é exemplificado pelas seguintes equações:

$$\sigma_{max} = K_t \sigma_{nom}$$

$$\tau_{max} = K_{ts} \tau_{nom}$$

Porém, alguns materiais não são totalmente sensíveis aos entalhes, então uma redução do fator K_t pode ser utilizada. Assim, para estes casos, novos fatores de concentração de tensão são definidos.

$$\sigma_{max} = K_f \sigma_{nom}$$

$$\tau_{max} = K_{fs} \tau_{nom}$$

Onde, K_f e K_{fs} são os fatores reduzidos de concentração de tensão. Pode-se definir a sensibilidade ao entalhe “q” pelas equações abaixo:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad \text{ou} \quad q_s = \frac{K_{fs} - 1}{K_{ts} - 1}$$

A sensibilidade ao entalhe “q”, normalmente se encontra entre zero e um. Quando existir dúvida, sempre é mais seguro utilizar $q = 1$. Abaixo, a Figura 2.24 e Figura 2.25 diagramas para obtenção da sensibilidade ao entalhe para aços em função do raio do entalhe:

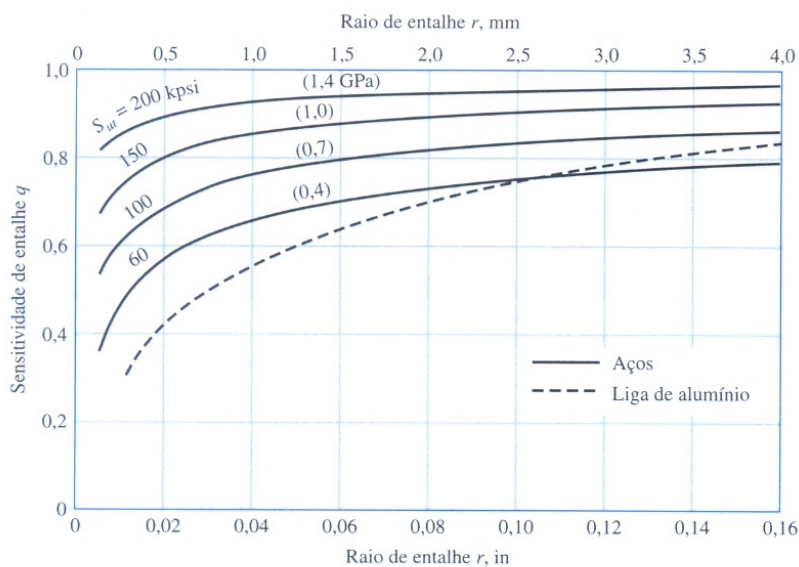


Figura 2.24 - Sensibilidade ao entalhe para aços para concentração de tensões para esforços normais ou de flexão (SHIGLEY, 2004)

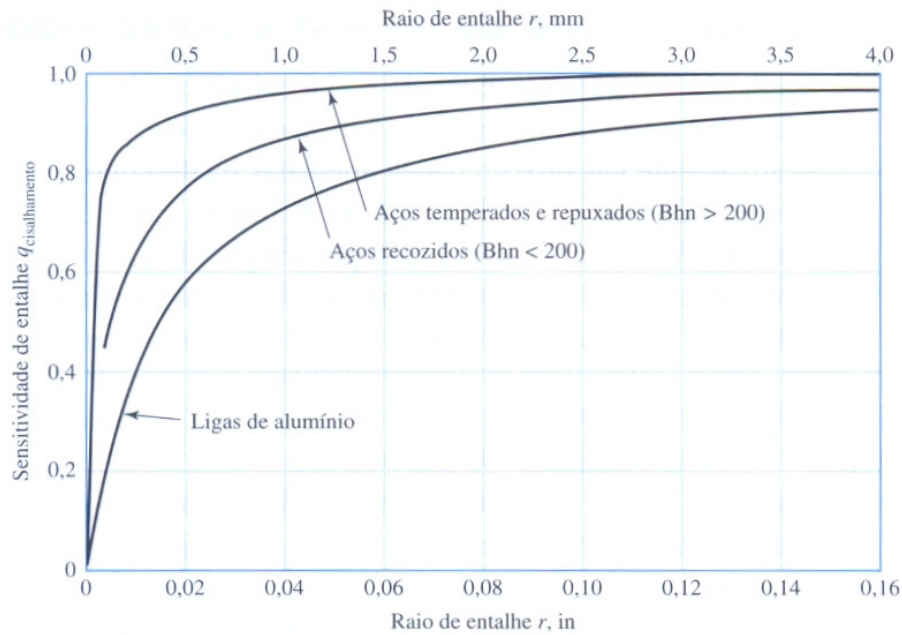


Figura 2.25 - Sensibilidade ao entalhe para aços para concentração de tensões para esforços de cisalhamento (SHIGLEY, 2004)

A sensibilidade ao entalhe pode ser calculada pela seguinte equação:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

Onde,

r = Raio do entalhe, em polegadas [in]

$\sqrt{a}$ = Constante de Neuber, é uma constante do material e pode ser aproximada pelo seguinte polinômio de terceiro grau.

$$\sqrt{a} = 0.245799 - 0.307794(10^{-2})S_{ut} + 0.150874(10^{-4})S_{ut}^2 - 0.266978(10^{-7})S_{ut}^3$$

S_{ut} = Tensão de máxima resistência à tração, em kpsi

Para calcular “q” para torção pela expressão acima, para aços de baixa-liga, deve-se somar 20 kpsi à S_{ut} .

Existem evidências de que o fator de concentração de tensões para fadiga tem dependência com o número de ciclos, isto é, para um número de

ciclos $N_f < 10^6$, observa-se que $(K_f)_{N_f}$ é menor que K_f . Uma forma conservadora de considerar o problema é utilizar K_f constante igual ao da vida infinita.

2.4.5. Caracterização da tensão variável

Muitas vezes as tensões flutuantes seguem um padrão senoidal por causa da natureza de algumas peças giratórias. Entretanto, outros padrões, algumas bastante irregulares, ocorrem. Foi descoberto que a forma na importa para padrões periódicos que possuem um único ponto máximo e um único ponto mínimo de tensão. Importam apenas os pontos máximo e mínimo. Então, a tensão máxima (σ_{max}) e tensão mínima (σ_{min}) podem ser utilizadas para caracterizar o padrão do esforço. A Figura 2.26 mostra alguns exemplos de tensão flutuante que podem ocorrer e ilustra algumas dimensões características dos mesmos.

As seguintes relações podem ser utilizadas para descrever tensões flutuantes:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right|$$

Onde,

σ_m = Tensão média

σ_a = Tensão alternada

Assim, podem-se definir a razão de tensão:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

E a razão de amplitude:

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$$

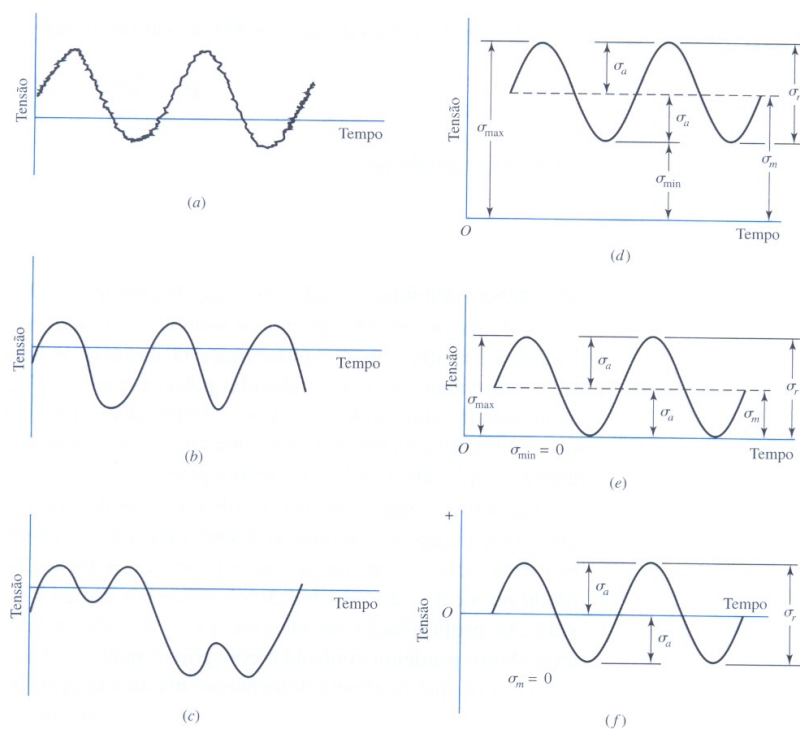


Figura 2.26 - Alguns exemplos de relações de tensão-tempo. (a) Tensão variável com ruído de alta frequência, (b e c) tensão flutuante não senoidal, (d) tensão flutuante senoidal, (e) tensão repetitiva, (f) tensão senoidal completamente alternada (SHIGLEY, 2004)

Quando existe a concentração de tensão, o fator de concentração deve multiplicar ambas componentes de tensão σ_m e σ_a . Caso a componente da tensão não variável seja superior à tensão de escoamento o projetista pode ter problemas. O escoamento localizado causa deformação plástica no local e aumento de resistência, alterando o comportamento do material de um modo de difícil quantificação. Também facilita o surgimento e crescimento de trincas. A recomendação é evitar esta situação.

2.4.6. Critérios de falha por fadiga

Segue abaixo a descrição de cinco critérios de falha por fadiga amplamente utilizadas:

Linha de Sodeberg

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{yt}} = \frac{1}{n}$$

Relação de Goodman modificado

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_{ut}} = \frac{1}{n}$$

Critério de falha de Gerber

$$\frac{nS_a}{S_e} + \left(\frac{nS_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

Elipse ASME

$$\left(\frac{nS_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{nS_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1$$

Critério de Langer para escoamento no primeiro ciclo

$$\frac{S_a}{S_{yt}} + \frac{S_m}{S_{yt}} = \frac{1}{n}$$

Deve-se dar ênfase ao critério de Gerber e à elipse-ASME como critério para fadiga; e o critério de Langer para o escoamento no primeiro ciclo. Entretanto, projetistas conservadores normalmente utilizam o critério de Goodman modificado. A Figura 2.27 mostra a superposição dos critérios acima mostrados.

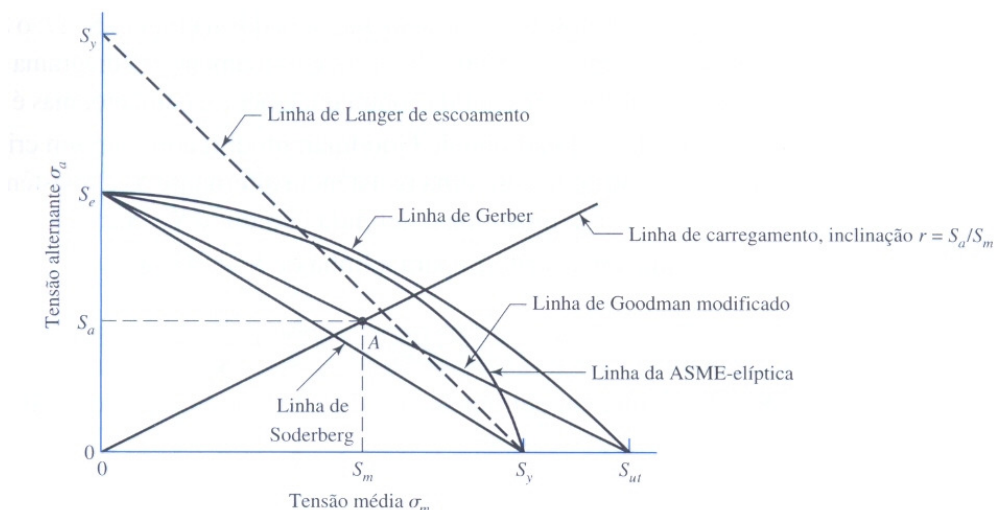


Figura 2.27 – Diagrama de fadiga que mostra vários critérios de falha superpostos, para cada critério pontos sobre a linha ou “acima” da mesma indicam falha (SHIGLEY, 2004)

2.4.7. Análise de fadiga para combinação de carregamentos

Para o caso geral, com combinação de modos de carregamento, em que se consideram carregamentos variáveis axiais, de flexão e de torção. O primeiro passo é gerar dois elementos de tensão, um para tensões alternantes e um para tensões médias. Aplicar os fatores de concentração de tensão de fadiga apropriados para as tensões. A seguir, calcular a tensão equivalente de Von Misses para cada um desses elementos de tensão, obtendo as tensões equivalentes σ_a' e σ_m' . Finalmente, selecionar o critério de falha por fadiga.

Para o limite de resistência à fadiga, utilize os fatores de correção de Marin k_a , k_b , k_d , k_e e k_f . O fator k_c é considerado no cálculo da tensão equivalente alternada, dividindo-se a tensão axial por “0.85”, enquanto o fator para esforços de torção não é visto, já que está considerado no cálculo de Von Misses.

Assim, o equacionamento das tensões equivalentes fica:

$$\sigma'_a = \sqrt{\left((K_f)_{flex}(\sigma_a)_{flex} + (K_f)_{axial} \frac{(\sigma_a)_{axial}}{0.85}\right)^2 + 3((K_{fs})_{torção}(\tau_a)_{torção})^2}$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\left((K_f)_{flex}(\sigma_m)_{flex} + (K_f)_{axial}(\sigma_m)_{axial}\right)^2 + 3((K_{fs})_{torção}(\tau_m)_{torção})^2}$$

Enquanto o limite de resistência a fadiga é dado por:

$$S_e = k_a k_b k_d k_e k_f S'_e$$

3. IMPLEMENTAÇÃO

O projeto foi desenvolvido no software Visual Studio® 2010, utilizando-se do construtor MFC (*Microsoft Foundation Classes*) para gerar as classes padrão da arquitetura “*Document/View*”, também para implementar as classes que envolvem a entrada de dados e as rotinas de cálculo.

Neste capítulo inicialmente se faz uma introdução sobre a estrutura do programa, posteriormente mostra-se a estrutura de dados e, finalizando, a estrutura das rotinas de cálculo.

3.1. Estrutura do Software

O software foi escrito utilizando-se da estrutura fornecida pelo MFC, dentro da arquitetura “*Document/View*”, ilustrada pela Figura 3.1. As classes envolvidas com o armazenamento de dados foram desenvolvidas separadamente da Classe que contém as rotinas de cálculo, incluindo estas classes como objetos na classe documento e as chamadas para os métodos de saída para expor o relatório para o usuário.

A classe criada, envolvida na verificação de eixos, foi chamada CEixo, assim a estrutura global do software é conforme o seguinte organograma:

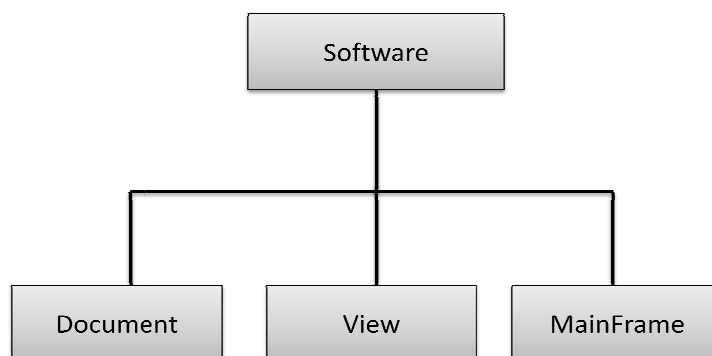


Figura 3.1 - Organograma da organização global do software

Para a inclusão da classe CEixo criada e a utilização das rotinas de cálculo, um objeto CEixo foi adicionado ao documento. Permitindo também o acesso pela classe View, que “desenha” o relatório na tela.

3.1.1. O Documento

Para o programa uma classe chamada CEixo foi criada separadamente, onde se pode armazenar todos os dados de interesse, também contendo todas as rotinas de cálculo. Assim, a implementação da classe CDocument foi bastante simples, com a inclusão de um ponteiro para um objeto CEixo, adicionou-se as rotinas para a correta inicialização do ponteiro na abertura do programa.

A classe CDocument por padrão possui um método Serialize() que deve ser sobrescrito, este método é responsável pela interação do documento com o arquivo, possui duas rotinas, uma para salvar e outra para abrir documentos do dispositivo de armazenamento. Pelo programa base obtido pelo “MFC Wizard” estas rotinas são acionadas automaticamente quando os menus “Abrir”, “Salvar” ou “Salvar como” são chamados pelo usuário.

Dada as características da estrutura de dados optou-se por programar estas rotinas de arquivo separadamente, sobrescrevendo o menu “Arquivo” com comandos que chamassem as rotinas criadas. Os arquivos do programa não salvam diretamente os dados, são salvos os comandos executados ao longo da vida de um objeto CEixo. Assim, quando ocorre a abertura de um arquivo, um novo objeto CEixo é criado e todos os comandos do arquivo são executados, o comando salvar grava no dispositivo de armazenamento a lista de comandos executados.

3.1.2. A Visualização

A Classe responsável pela visualização foi derivada da classe CView. O objeto criado na execução do programa tem a função básica de desenhar a janela principal do programa e é onde são programadas as rotinas que são chamadas quando a impressora é utilizada. O principal método a ser sobrescrito é o OnDraw(), que é o método chamado para fazer os desenhos na área da janela, este método tem como parâmetro um ponteiro DC (“*Display Context*”), que dá acesso à área da janela e faz a comunicação com o dispositivo de imagem, que pode ser o monitor, uma impressora, etc. A chamada deste método é automaticamente feita pelo sistema sempre que a janela é alterada de algum modo.

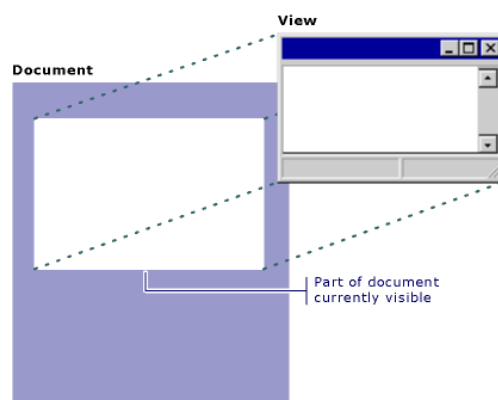


Figura 3.2 - Exemplificação do estrutura “Document-View”

3.1.3. Message Maps

“*Message Maps*” é como o MFC gerencia os comandos efetuados pelo usuário. Quando o usuário move o mouse, clica em algum ponto da tela ou outros comandos, uma mensagem é gerada e com os mapas de mensagens esses comandos são direcionados para os métodos desejados no programa.

Os “*Message Maps*” foram utilizados especialmente para a transmissão de comandos efetuados pelo usuário nos menus e nos diálogos. Isto é, quando

o comando “Abrir” é acionado a mensagem gerada foi ligada à classe documento para a chamada do diálogo que especifica o diretório do arquivo a ser aberto e às rotinas de inicialização deste objeto. De modo similar funciona a captura de comandos dentro do diálogo e a chamada dos métodos correspondentes.

3.1.4. A Classe CEixo

A classe desenvolvida, chamada de CEixo, agregada à classe documento, foi criada com uma estrutura que visa principalmente a facilidade de acesso e liberdade das rotinas de cálculo, assim como facilitar a organização entre o que são dados de entrada, rotinas de cálculo, dados de saída e rotinas de saída para o usuário. Assim, a classe CEixo, agrega outras quatro classes, que são organizados como na Figura 3.3.

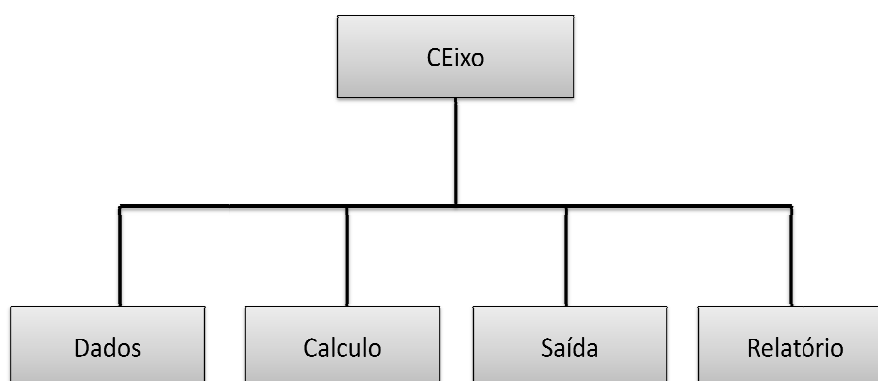


Figura 3.3 - Organograma da classe CEixo

Todos os dados de entrada fornecidos pelo usuário se encontram no objeto “Dados”. Para permitir que as rotinas de cálculo no objeto “Calculo” tenham acesso a todo e qualquer dado fornecido pelo usuário, na construção da classe CEixo um ponteiro para o objeto “Dados” é incluso no objeto “Calculo”. Este ponteiro também é incluso no objeto “Relatório” para que os dados de entrada possam ser mostrados para o usuário durante a execução do

programa. A Figura 3.4 ilustra a interação entre o usuário e as classes atribuídas à classe CEixo.

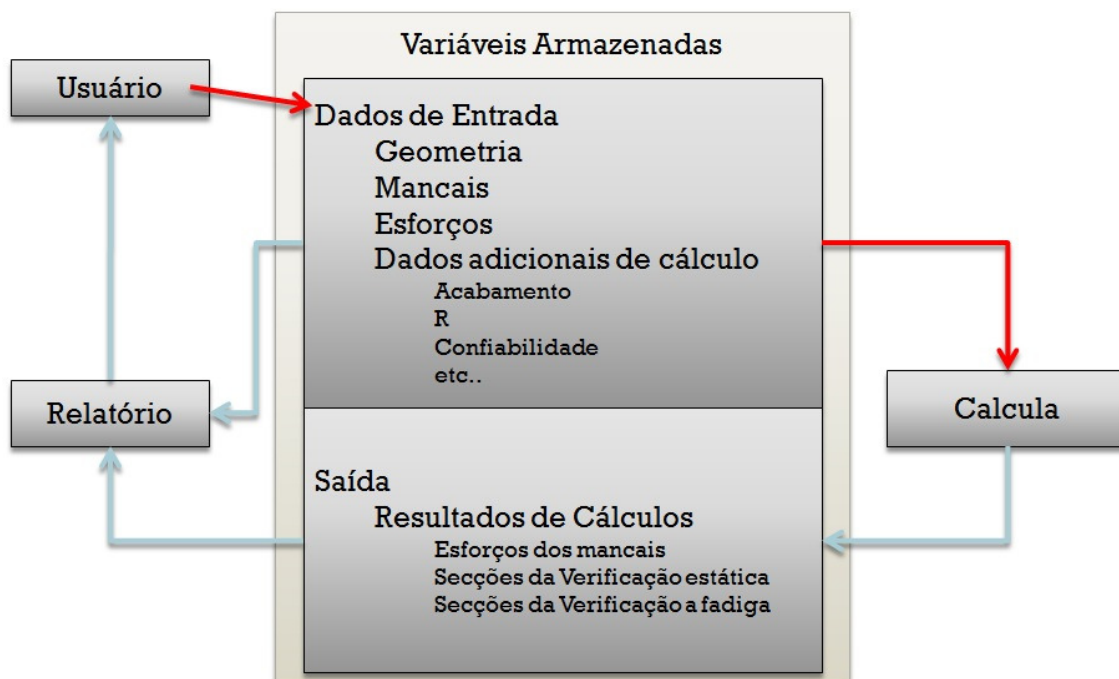


Figura 3.4 – Fluxograma ilustrando a interação entre o usuário e as classes desenvolvidas

No objeto “Calculo” também se inclui um ponteiro para o objeto “Saída”, para que os resultados obtidos das rotinas de cálculo sejam armazenados no objeto “Saída”, o objeto “Relatório” também recebe este ponteiro para a visualização pelo usuário dos resultados.

Esta estrutura utilizada se demonstrou muito eficiente e simples para o acesso aos dados pelas rotinas de cálculo e relatório, além de ajudar a manter bem organizado os dados fornecidos pelo usuário e as informações geradas pelo software ao longo de sua execução.

O objeto “Calculo” concentra todas as operações matemáticas realizadas pelo software. A função principal deste objeto é preencher os dados de saída utilizando-se das suas rotinas de cálculo.

O objeto “Saída” tem a função de armazenar os dados de saída.

No objeto “Relatório” se encontra todos os métodos ligados ao desenho do relatório. Esta classe recebe um ponteiro para a área da janela do software, onde o relatório é escrito.

Além dos objetos já descritos existem dois vetores de strings, uma para armazenar os erros ou avisos ocorridos durante a execução do software, e outro com para armazenar as macros executadas, possibilitando que todo o trabalho realizado seja salvo.

3.2. Estrutura de dados de entrada

A estrutura de dados de entrada foi criada para facilitar a acessibilidade e a estrutura natural dos dados. Assim, nos dados de entrada se encontram os seguintes objetos:

- Lista das seções do eixo,
- Dados do material
- Lista de mancais
- Lista de esforços
- Dados adicionais para cálculo

3.2.1. Lista das seções do eixo

Uma seção do eixo é considerada como a unidade geométrica do eixo, é composta pelo comprimento “C” da seção, pelo diâmetro inicial “Di” e o diâmetro final “Df” como ilustrado pela Figura 3.5. Além destes dados geométricos, na descrição da seção também se encontra o acabamento superficial e a lista de entalhes, que pode incluir rasgos de chaveta, escalonamento, etc.

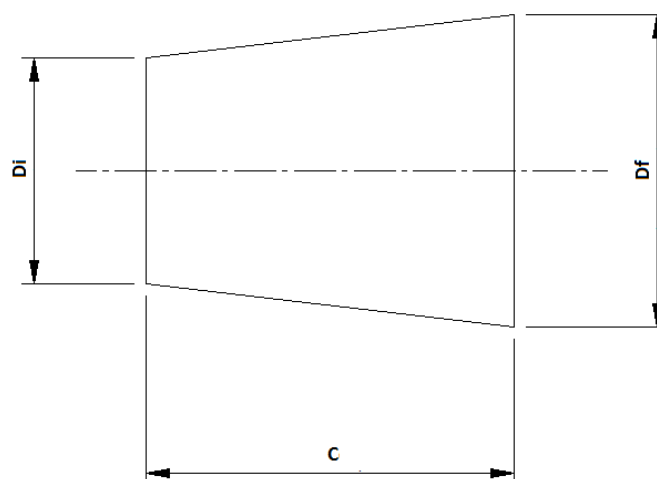


Figura 3.5 - Principais dados armazenados em um objeto "Seção"

Os dados armazenados na lista de entalhes variam dependendo do tipo de entalhe. Assim, enquanto um entalhe de escalonamento armazena apenas o raio do arredondamento, um rasgo de chaveta usinada com fresa de topo precisa armazenar a posição, o comprimento, a largura e a profundidade do rasgo. Os valores de dimensões são armazenados em milímetros.

3.2.2. Dados do material

Os dados do material são aqueles que foram observados como importantes para as rotinas de cálculo. Segue abaixo a lista de dados armazenados no objeto "Material":

- Nome
- Comportamento: Dúctil ou Frágil
- Tipo: Aço, Aço liga, não aço
- E, Módulo de elasticidade, em MPa
- ν , coeficiente de Poisson

- G, Módulo de rigidez, em MPa
- Dureza
- Sensibilidade ao entalhe para o esforço normal na verificação estática
- Sensibilidade ao entalhe para o esforço de flexão na verificação estática
- Sensibilidade ao entalhe para o esforço de torção na verificação estática
- Resistência à tração, em MPa, para a verificação estática
- Resistência à compressão, em MPa, para a verificação estática
- Sensibilidade ao entalhe para o esforço normal na verificação a fadiga
- Sensibilidade ao entalhe para o esforço de flexão na verificação a fadiga
- Sensibilidade ao entalhe para o esforço de torção na verificação a fadiga
- Limite de resistência à fadiga, obtida pelo ensaio de eixo girante em flexão
- Tensão de escoamento, em MPa
- Tensão máxima do ensaio à tração, em MPa

Alguns dados podem ser repetidos. Por exemplo, a tensão de escoamento pode ser igual à tensão máxima, ou igual à resistência à tração utilizada na verificação estática. Esta separação entre os dados foi feita para que o usuário tenha maior controle sobre as propriedades que serão utilizadas nas rotinas de cálculo.

3.2.3. Lista de mancais

A lista de mancais armazena os dados dos mancais que suportam o eixo. Estes dados são utilizados especialmente para o cálculo dos esforços que garantem o equilíbrio estático do eixo. Até o momento as rotinas de cálculo

contam apenas com rotinas que possibilitam a resolução de problemas com dois mancais, um móvel e outro fixo.

Um objeto do tipo “Mancal” armazena os seguintes dados:

- Posição, na direção z, do mancal em milímetros
- Tipo do mancal: móvel ou fixo

3.2.4. Lista de esforços

A lista de esforços armazena os dados dos esforços ao qual o eixo deve resistir e suportar. Cada objeto “Força” armazena os seguintes dados:

- Posição da força, com suas componentes nas direções x, y e z, em milímetros [mm]
- Força, armazena as componentes da força nas direções x, y e z, em Newton [N]
- Momento, armazena as componentes do momento nas direções x, y e z, em Newton milímetro [N.mm]

3.2.5. Dados adicionais para cálculo

Os dados adicionais para cálculo são outras informações que são importantes para o cálculo que não entram em nenhuma das outras categorias anteriormente mencionadas. Os seguintes dados foram incluídos nesta categoria:

- Razão de tensão, $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$, armazena os valores de R para os esforços: normal, de flexão, de torção e cortante.
- Coeficiente de segurança para verificação estática
- Coeficiente de segurança para verificação à fadiga
- Tipo de acabamento superficial

- Confiabilidade no limite de resistência à fadiga
- Temperatura de trabalho, em °C
- Fator K_f , da equação de Marin de correção do limite de resistência à fadiga

3.3. Rotinas de cálculo

As rotinas de cálculo têm a função básica de preencher os dados de saída, foram criadas seguindo os parâmetros da revisão bibliográfica e possuem algumas configurações que devem ser fornecidas pelo usuário:

- Critério de falha para verificação estática
- Critério de falha para verificação a fadiga
- Número de seções a serem verificadas estaticamente
- Número de pontos na superfície de cada seção a ser verificada estaticamente
- Número de pontos na superfície de cada seção a ser verificado à fadiga
- Coeficiente de segurança máximo. Em alguns casos o valor da segurança tende a valores muito altos, especialmente em casos em que o denominador se aproxima de zero, assim, para evitar tais situações, sempre que um ponto tiver coeficiente de segurança acima do valor máximo, este será atribuído à segurança do ponto.

3.3.1. Dados de saída

Um ponto importante para as rotinas de cálculo são os dados de saída. Com a definição dos dados de entrada e dos dados de saída se tem uma boa noção de qual é a função das rotinas de cálculo no software, então, abaixo segue os dados que são armazenados no objeto “Saída”:

- Lista de esforços dos mancais, lista de objetos do tipo “Força”
- Lista de dados de saída da verificação estática
- Lista de dados de saída da verificação estática detalhada
- Lista de dados de saída da verificação à fadiga
- Lista de dados de saída da verificação à fadiga detalhada

Os dados de saída são uma estrutura de dados criada para armazenar todos os resultados obtidos nos cálculos de uma secção do eixo. Estes dados são:

- Posição Z da secção
- Diâmetro d da secção
- Área da secção
- Momento de inércia para flexão
- Momento de inércia para torção
- Esforços aplicados à secção, com a convenção de que a normal positiva seja equivalente à tração
- Sensibilidade ao entalhe para normal
- Sensibilidade ao entalhe para flexão
- Sensibilidade ao entalhe para torção
- Ponteiro para o entalhe
- Concentração de tensões para o esforço normal, K_t normal
- Concentração de tensões para o esforço de flexão, K_t flexão
- Concentração de tensões para o esforço de torção, K_{ts} torção
- Estado de tensão do ponto calculado como mais crítico da secção. Armazena as seis componentes de tensão.
- Tensões principais. A partir do Estado de tensão calculam-se as tensões principais do ponto

- Posição angular do ponto calculado como crítico
- Distância ao centro do ponto calculado como crítico
- Tensão equivalente ou valor de confronto para aplicação do critério de falha
- Tensão admissível ou valor admissível para a aplicação do critério de falha
- Critério de falha
- Fatores de Marin para correção do limite de resistência a fadiga
- Limite de resistência a fadiga
- Tensão de escoamento
- Tensão máxima de resistência no ensaio de tração

3.3.2. Estrutura das rotinas de cálculo

A rotina de cálculo tem a função de fazer três operações básicas: o cálculo dos esforços dos mancais, a verificação estática e a verificação à fadiga. O ideal é que estas operações de cálculo sejam executadas na ordem apresentada, primeiramente o cálculo dos esforços dos mancais, seguido da verificação estática e, posteriormente, a verificação à fadiga. A Figura 2.1 e a Figura 3.6 ilustra esquematicamente a estrutura das rotinas de cálculo.

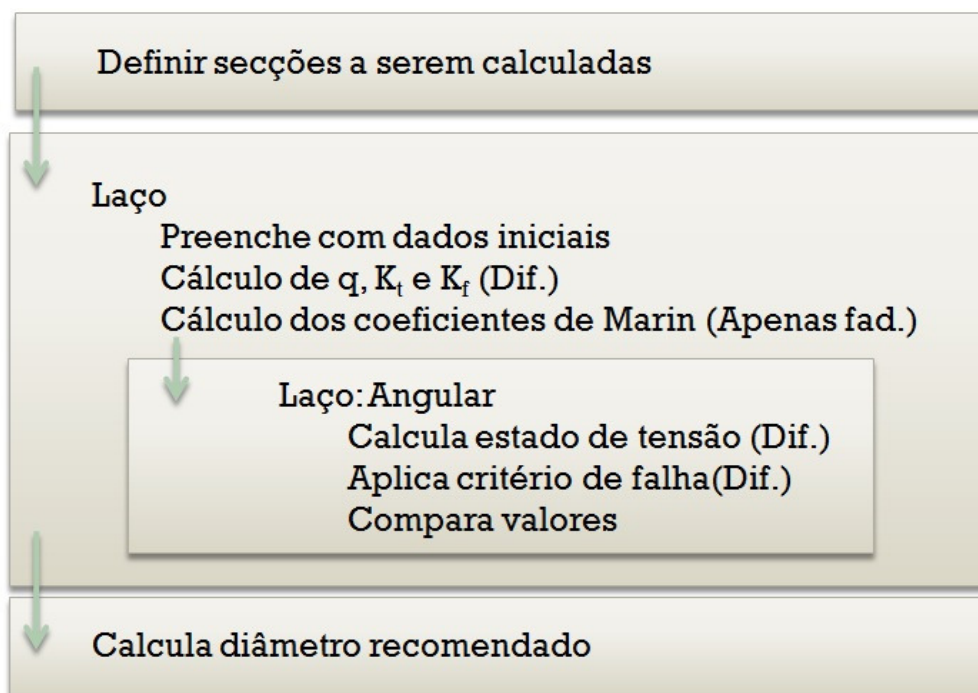


Figura 3.6 – Diagrama ilustrando as rotinas de cálculo (verificação estática e a fadiga). Onde (Dif.) indica que as funções para o cálculo são diferentes entre a verificação estática e a fadiga.

3.3.2.1. Cálculo dos esforços dos mancais

O cálculo dos esforços foi feito com base no conceito de equilíbrio de um corpo rígido. O movimento de um corpo rígido pode ser descrito por meio de seis parâmetros, três translações e três rotações. Assim, o equilíbrio pode ser garantido por meio de seis condições, que podem ser resumidas da seguinte forma (HIBBELER, 2005):

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\sum \vec{M} = 0$$

Assim, para um eixo bi-apoiado, com um mancal fixo e outro móvel, como ilustrado na Figura 3.7, e um sistema de forças qualquer:



Figura 3.7 - Exemplificação de um eixo com atuação de esforços

Para tal caso, podemos calcular os esforços dos mancais, como ilustrado na Figura 3.8, pelo diagrama de corpo-livre.



Figura 3.8 - Diagrama de corpo livre do eixo

Assim, o sistema de equações é:

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

(momentos calculados com relação ao ponto de aplicação do primeiro mancal)

$$\sum M_x = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum M_z = 0$$

Isolando-se as variáveis de interesse:

$$Fx_1 + Fx_2 = - \sum Fx_e$$

$$Fy_1 + Fy_2 = - \sum Fy_e$$

$$Fz_1 = - \sum Fz_e$$

$$Fz_2 = 0$$

(pois o mancal móvel não exerce esforço na direção z)

Do equacionamento de momentos:

$$(0,0,Z_2 - Z_1)x(Fx_2, Fy_2, 0) = - \sum M_e$$

De onde,

$$Fy_2 = \frac{- \sum Mx_e}{-(Z_2 - Z_1)}$$

$$Fx_2 = \frac{- \sum My_e}{(Z_2 - Z_1)}$$

Aplicando no somatório de forças:

$$Fx_1 = - \sum Fx_e - Fx_2$$

$$Fy_1 = - \sum Fy_e - Fy_2$$

$$Fz_1 = - \sum Fz_e$$

Deste modo é possível obter todos os esforços do sistema para um caso de eixo bi-apoiado, com um mancal fixo e outro móvel.

3.3.2.2. Verificação Estática

A verificação estática é feita em vários pontos ao longo da superfície do eixo. Em resumo, o software utiliza os parâmetros de número de divisões para percorrer o eixo e em uma secção percorrer a circunferência do eixo verificando ponto a ponto o estado de tensão, e aplicando o critério de falha, calculando a segurança daquele ponto, posteriormente, o ponto com menor segurança é salvo nos dados de saída.

O procedimento começa com um laço para percorrer o comprimento do eixo selecionando as secções a serem calculadas. Cada secção a ser calculada chama um método para a obtenção de um objeto do tipo “dado de saída” que será preenchido com alguns dados de entrada que incluem: posição, diâmetro, área, momentos de inércia, esforço, entalhe, sensibilidade ao entalhe, propriedades do material, coeficientes de concentração de tensão, etc..

Neste ponto, os esforços foram convertidos de modo análogo à Figura 3.9, assim, os esforços normais são positivos quando tracionando o eixo.

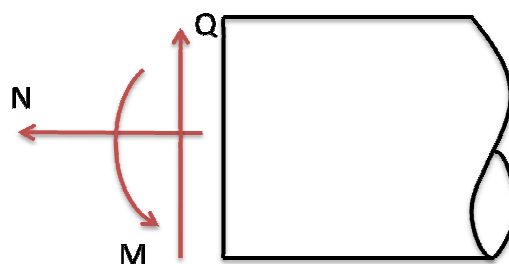


Figura 3.9 – Ilustração das coordenadas dos esforços em uma secção após a normalização

O cálculo do esforço solicitante da secção é feito como ilustrado na Figura 3.10. Consideram-se apenas aqueles que se encontram a esquerda da secção verificada (com posição z menor que a da secção)

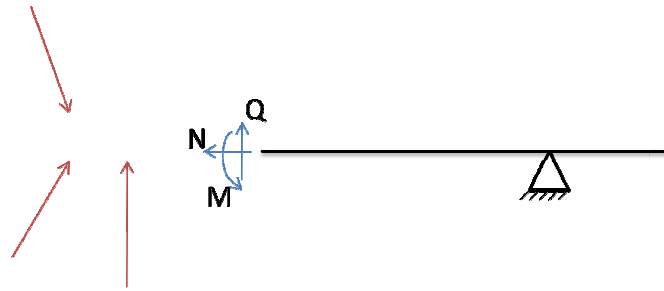


Figura 3.10 – Ilustração do cálculo dos esforços de uma seção

O cálculo dos esforços pode ser feito da seguinte forma:

$$N = - \sum F_z$$

$$Q_x = - \sum F_x$$

$$Q_y = \sum F_y$$

$$M_x = - \sum M_x$$

$$M_y = \sum M_y$$

$$M_z = - \sum M_z$$

Quando se inverteu o eixo Z para que a normal positiva equivallesse à tração, também foi necessário inverter o eixo X para que as propriedades de produto vetorial fossem conservadas.

A rotina de cálculo entra em um segundo laço que percorre a circunferência da seção partindo de 0° até 360° com um número de divisões, que pode ser alterado pelo usuário (tem como padrão 360 divisões). Neste ponto, a rotina de cálculo possui o seguinte script:

- Calcula o estado de tensão naquele ponto, aplicando os fatores de concentração de tensão
- Calcula as tensões principais
- Aplica o critério de falha selecionado

- Calcula a segurança do ponto
- Caso a segurança no ponto seja menor, então, a posição angular e radial, do ponto, são salvos, assim como o estado de tensão, as tensões críticas, os resultados obtidos da aplicação do critério de falha e a segurança.

Após percorrer os 360° da secção e salvar o ponto com menor segurança, a verificação estática de uma secção está terminada. Este procedimento é repetido ao longo de todo o eixo e os resultados são salvos como dados de saída da verificação estática.

3.3.2.6. Verificação a fadiga

A verificação quanto à fadiga tem um procedimento similar à da verificação estática. Inicialmente se obtém a secção preenchida com os dados iniciais. Uma das principais diferenças é que neste caso serão verificadas apenas as secções onde existam entalhes, concentradores de tensão, forças aplicadas, etc..

Após a seleção das secções críticas, inicia-se um laço que percorre a circunferência das secções de 0° até 360° com o seguinte procedimento:

- - Obtém os valores do acabamento superficial e da sensibilidade ao entalhe específicos da secção
- Calcula o máximo estado de tensão no ponto, aplicando os fatores de concentração de tensão
- Calcula o mínimo estado de tensão, utilizando-se dos valores de “R” para cada tipo de esforço
- Calcula a tensão média e a tensão alternada equivalentes, aplicando a equação de Von Misses
- Aplica o critério de falha selecionado
- Calcula a segurança do ponto

- Caso a segurança no ponto seja menor, então, a posição angular e radial, do ponto são salvos, assim como o estado de tensão, as tensões críticas, os resultados obtidos da aplicação do critério de falha e a segurança da secção.

Após percorrer os 360° da secção e salvar o ponto com menor segurança a verificação à fadiga está concluída. A verificação estática e à fadiga têm um procedimento muito similar, porém a separação entre ambos é necessária especialmente porque alguns atributos equivalentes têm valores diferentes.

3.3.3. Tensão normal

O cálculo do estado de tensão normal foi feito com a seguinte equação:

$$\sigma_n = K_{f_nor} \frac{F_z}{A} \frac{1}{k_c} + K_{f_flex} \left(\frac{M_x}{I_f} y - \frac{M_y}{I_f} x \right)$$

Onde,

F_z = Força normal

A = Área da secção

k_c = Coeficiente de correção de Marin devido ao tipo de carregamento, para a verificação estática $k_c = 1$

M_x = Momento na direção x

M_y = Momento na direção y

I_f = Segundo momento de inércia da secção (circular)

y = posição na coordenada y do ponto onde se calcula a tensão

x = posição na coordenada x do ponto onde se calcula a tensão

$K_{f_nor} = 1 + (K_{t_nor} - 1)q_{nor}$ = fator de concentração de tensão para esforço normal

$K_{f_flex} = 1 + (K_{t_flex} - 1)q_{flex}$ = fator de concentração de tensão para esforço de flexão

K_{t_nor} = Fator de concentração de tensão teórico do entalhe para esforço normal

K_{t_flex} = Fator de concentração de tensão teórico do entalhe para esforço de flexão

q_{nor} = Sensibilidade ao entalhe do material para esforço normal

q_{flex} = Sensibilidade ao entalhe do material para esforço de flexão

3.3.4. Cálculo da tensão de cisalhamento devido ao momento de torção

A tensão de cisalhamento devido ao momento de torção pode ser calculada pela seguinte equação:

$$\tau_t = K_{fs_tor} \frac{M_z}{I_t} \left(\frac{d}{2} \right)$$

Onde,

M_z = Momento de torção, momento na direção z

I_t = Segundo momento polar de inércia da secção (circular)

d = diâmetro da secção

$K_{fs_tor} = 1 + (K_{ts_tor} - 1)q_{tor}$ = fator de concentração de tensão para esforço de torção

K_{ts_tor} = Fator de concentração de tensão teórico do entalhe para esforço de torção

q_{tor} = Sensibilidade ao entalhe do material para esforço de torção

3.3.5. Cálculo da tensão de cisalhamento devido à força cortante

Aqui será demonstrado o desenvolvimento feito para se obter a equação para o cálculo da tensão de cisalhamento devido a uma força cortante para uma secção circular.

$$\tau_Q = \frac{VQ}{I_f b}$$

Onde,

V = Força cortante atuante na secção

I_f = Segundo momento de inércia para flexão da secção (circular)

b = Largura da secção na altura em que se calcula a tensão

Q = Primeiro momento da área isolada sobre do eixo neutro de flexão

$$Q = \int_{y_1}^r y dA$$

Para o cálculo de Q é necessário encontrar a relação entre “ dA ” e “ y ”. Assim, a Figura 3.11 ilustra a obtenção da relação entre b e y para uma secção circular.

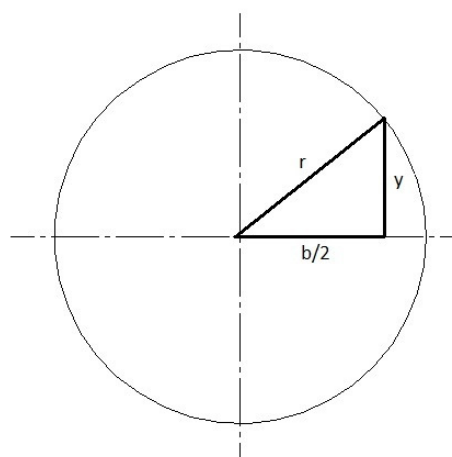


Figura 3.11 - Diagrama ilustrando a obtenção da relação entre b e y

$$dA = b(y)dy$$

$$dA = 2\sqrt{r^2 - y^2}dy$$

Substituindo na equação de Q:

$$Q = \int_{y_1}^r \sqrt{r^2 - y^2} \, 2y \, dy$$

Aplicando a técnica de substituição, utilizando:

$$u = r^2 - y^2$$

$$du = -2ydy$$

Temos,

$$Q = - \int \sqrt{u} \, du$$

$$Q = - \left(\frac{2}{3} (u)^{3/2} + C \right)$$

$$Q = - \left(\frac{2}{3} (r^2 - y^2)^{3/2} + C \right)$$

Então, aplicando os limites de integração:

$$Q = - \frac{2}{3} ((r^2 - r^2)^{3/2} - (r^2 - y_1^2)^{3/2})$$

Portanto,

$$Q = \frac{2}{3} (r^2 - y_1^2)^{3/2}$$

Aplicando na equação que calcula a tensão de cisalhamento

$$\tau_Q = \frac{2}{3} \frac{V(r^2 - y_1^2)^{3/2}}{I_f b}$$

Com, $b = 2\sqrt{r^2 - y_1^2}$

A equação que calcula a tensão de cisalhamento devido à força cortante fica:

$$\tau_Q = \frac{1}{3} \frac{V(r^2 - y_1^2)}{I_f}$$

Onde,

$r = \frac{d}{2}$ = raio da secção

y_1 = Altura do ponto calculado em relação à linha neutra de flexão

3.3.6. Cálculo da tensão τ_{zx}

$$\tau_{zx} = \frac{1}{3} \frac{Q_x \left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 - x^2 \right)}{I_f} + K_{f_{tor}} \frac{M_z}{I_t} \left(\frac{d}{2} \right) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$$

Onde,

Q_x = Força cortante na direção x

d = Diâmetro da secção

x = Distância, na direção x, entre a linha neutra e o ponto onde se deseja calcular a tensão

I_f = Segundo momento de inércia para flexão da secção (circular)

M_z = Momento de torção, momento na direção Z

I_t = Segundo momento polar de inércia da secção (circular)

φ = Distância angular entre o ponto calculado e a direção X

$K_{f_{tor}} = 1 + (K_{t_{tor}} - 1)q_{tor}$ = fator de concentração de tensão para esforço de torção

$K_{t_{tor}}$ = Fator de concentração de tensão teórico do entalhe para esforço de torção

q_{tor} = Sensibilidade ao entalhe do material para esforço de torção

3.3.7. Cálculo da tensão τ_{yz}

$$\tau_{yz} = \frac{1}{3} \frac{Q_y \left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 - y^2 \right)}{I_f} + K_{f_{tor}} \frac{M_z}{I_t} \left(\frac{d}{2} \right) \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$$

Onde,

Q_y = Força cortante na direção y

d = Diâmetro da secção

y = Distância, na direção y, entre a linha neutra e o ponto onde se deseja calcular a tensão

I_f = Segundo momento de inércia para flexão da secção (circular)

M_z = Momento de torção, momento na direção Z

I_t = Segundo momento polar de inércia da secção (circular)

φ = Distância angular entre o ponto calculado e a direção X

$K_{f_{tor}} = 1 + (K_{t_{tor}} - 1)q_{tor}$ = fator de concentração de tensão para esforço de torção

$K_{t_{tor}}$ = Fator de concentração de tensão teórico do entalhe para esforço de torção

q_{tor} = Sensibilidade ao entalhe do material para esforço de torção

3.4. Entrada e saída de dados

A entrada de dados deve ser feita pela chamada de comando existente para editar os dados de entrada. Isto pode ser feito de duas formas principais, pelo usuário, utilizando arquivos macros ou utilizando o diálogo de comandos, mostrado na Figura 3.12, acessível pelo software.

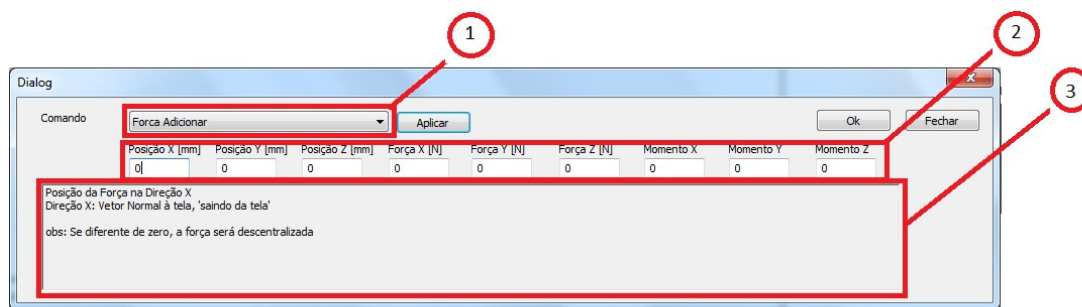


Figura 3.12 – Dialogo para chamada de comandos (1) Lista de comandos disponíveis, (2) Lista de parâmetros para execução do comando, (3) Ajuda sobre o parâmetro sendo editado.

Para a utilização deste software recomenda-se a utilização de macros, pois facilita a organização do roteiro de cálculo da seguinte forma:

- Entrada de dados da geometria
- Entrada de dados dos mancais
- Entrada de dados dos esforços
- Entrada de dados do material
- Entrada de dados para o cálculo
- Entrada das opções de cálculo
- Chamada das rotinas de cálculo

A saída de dados é feita pelo relatório que é escrito na tela durante a execução do software, como ilustrado pela Figura 3.13. Além dos itens mostrados na figura, existem os diagramas de esforços, os relatórios detalhados dos cálculos efetuados, etc.

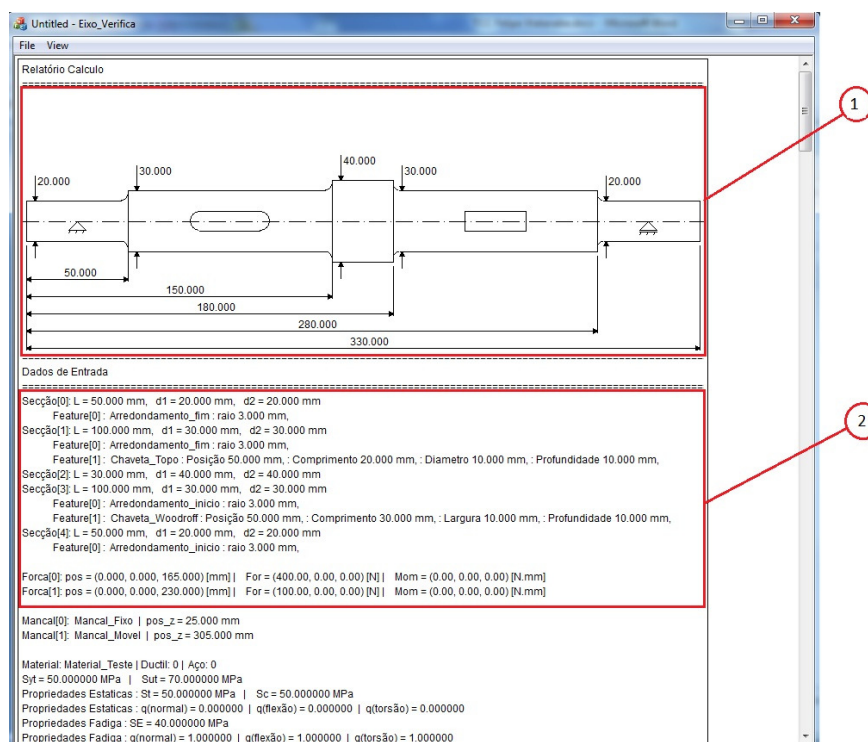


Figura 3.13 - Relatório, (1) Desenho da geometria, (2), Dados de entrada

3.5. Expansão do Software

Para a expansão do software existem diversos pontos que devem ser observados. Primeiramente, do ponto de vista da integração com as classes fornecidas pelo MFC, a expansão é relativamente simples, já que a classe CEixo foi criada de forma independente, sem estar intimamente ligada à estrutura criada, é possível fazer a expansão sem grandes problemas, porém será necessário criar e melhorar os métodos que tem a responsabilidade de fazer comunicação entre a classe criada e as classes do MFC. Até o momento isto se limita ao relatório, que deve ser complementado e ao diálogo da chamada de comandos.

Quanto ao desenvolvimento de novas classes, para complementar a já existente, CEixo, não existem grandes dificuldades, especialmente porque a mesma foi desenvolvida para facilitar o acesso aos seus dados e resultados, lembrando que, do mesmo modo, deve-se implementar a interação com as classes do MFC.

Quanto à própria classe CEixo, o principal ponto que pode receber uma mudança ou expansão é a classe CFeature, responsável pelo entalhes. Durante o desenvolvimento se teve o cuidado de centralizar ao máximo todas as funcionalidades dos entalhes no seu código, inclusive a parte de cálculo, entrada de dados, etc. Apenas será necessário implementar, fora da classe CFeature, as rotinas de desenho do entalhe na classe “Relatorio”.

A classe CFeature possui uma estrutura simples:

- Tipo, um inteiro correspondente ao tipo
- Nome, uma string que armazena o nome
- Vetor de dados, a implementação dos métodos pode ser feita copiando e adaptando as implementações já existentes, sem necessidade de mudanças estruturais na classe.

4. EXEMPLOS DE APLIAÇÃO

Nesta secção serão descritas aplicações do programa em exercícios para verificar os resultados obtidos no software.

4.1. Caso 1 – Cálculo de esforços e tensões

O primeiro caso exemplo é o exercício 7 da lista 2 da Lista de exercícios de elemento de máquinas (MASSAROPPI e LIRANI, 2007). A Figura 4.1 mostra o enunciado do exercício.

7) A figura ao lado representa um eixo com parte em balanço, apoiado nos mancais O e B e carregado com forças em A e C. Determinar o valor e localização da tensão normal máxima, sabendo que o eixo tem diâmetro constante de 15 [mm].

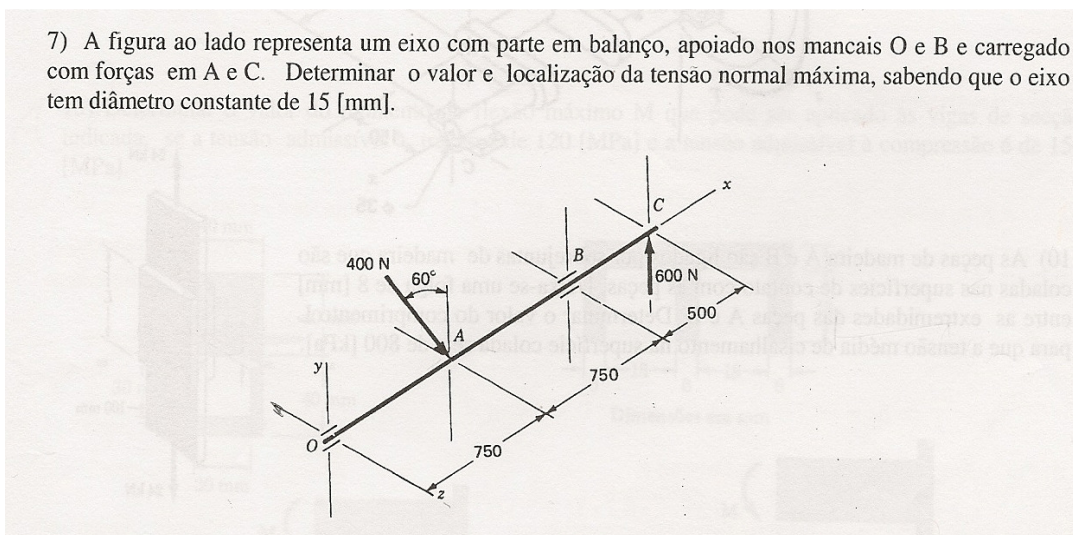


Figura 4.1 – Exercício 7 da lista 2 (MASSAROPPI e LIRANI 2007)

Para a utilização do software na resolução deste problema foi necessária a adaptação dos eixos coordenados, fazendo Z longitudinal ao eixo e determinar X utilizando a regra da mão direita.

Assim, a resolução do exercício se inicia com a seguinte macro:

```
Seccao_Add 2000 15 15
```

```
Forca_Add 0 0 750.000000 -346.410160 -200 0 0 0 0
```

Forca_Add 0 0 2000 0 600 0 0 0 0

Mancal_Add 1 0

Mancal_Add 2 1500

Criterio_Falha_Estatica 1

Calcula_Reacoes

Calcula_Verificacao_Estatica

A Figura 4.2 mostra o diagrama de tensão normal obtido do relatório de cálculo do software.

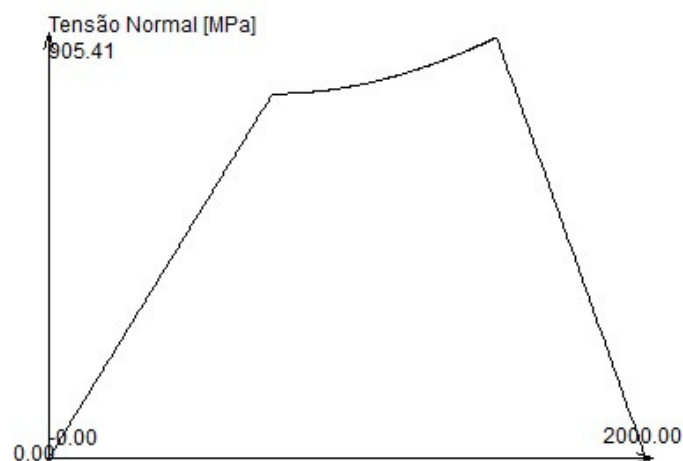


Figura 4.2 – Diagrama da tensão normal gerado pelo software

No qual é possível observar que a máxima tensão normal é de 905.41 MPa no ponto “B”. O macro completo para resolução do problema inclui a verificação detalhada nos pontos “A” e “B”, com o seguinte macro:

Seccao_Add 2000 15 15

Forca_Add 0 0 750.000000 -346.410160 -200 0 0 0 0

Forca_Add 0 0 2000 0 600 0 0 0 0

Mancal_Add 1 0

Mancal_Add 2 1500

Estatica_Detalhada_Add 750

Estatica_Detalhada_Add 1500

Criterio_Falha_Estatica 1

Calcula_Reacoes

Calcula_Verificacao_Estatica

Observando o relatório detalhado da secção B, temos:

No ponto com posição radial de 7.5 mm e angular de 270°, uma tensão normal de 905.4 MPa.

O resultado obtido está de acordo com a resolução que se encontra na lista, com os seguintes valores:

$$\sigma_t = 905.41 \text{ MPa} \quad \text{e} \quad \sigma_c = -905.41 \text{ MPa}$$

4.2. Caso 2 – Verificação estática e a fadiga

O primeiro caso exemplo é o exercício 6 da lista 6 da Lista de exercícios de elemento de máquinas (MASSAROPI e LIRANI, 2007). A Figura 4.3 Figura 4.1 mostra o enunciado do exercício.

06) Dimensionar o eixo abaixo pertencente a um redutor utilizado em um sistema de elevação de cargas. A engrenagem 1 recebe 30 [HP] a 80 [rpm]. A engrenagem 2 é montada com interferência sobre o eixo.

Dados:	Engrenagem:	1	2
	Número de dentes (retos)	57	34
	Módulo [mm]	8	8
	Ângulo de pressão	20°	20°
	Largura [mm]	100	100

- Eixo feito de ABNT 8620, acabamento médio em torno;
- Adotar demais dados que julgar necessários.

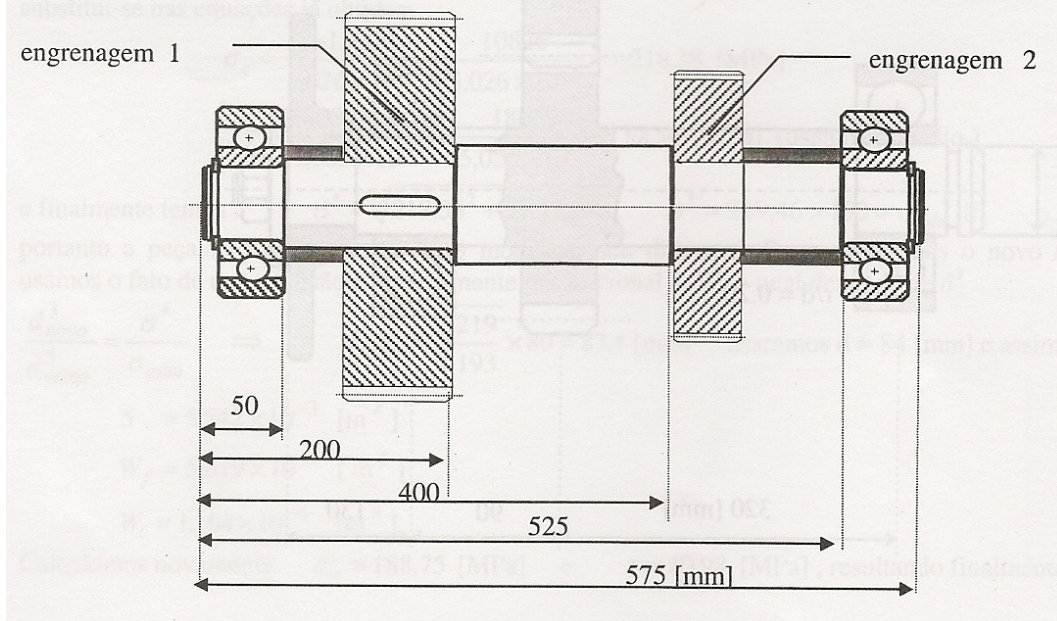


Figura 4.3 – Exercício 6 da lista 6 (MASSAROPPI e LIRANI 2007)

A resolução do exercício inicia com a obtenção dos esforços das engrenagens, como ilustrado pela Figura 4.4. Por não fazer parte do escopo do software, estes valores serão fornecidos como dados para o software.

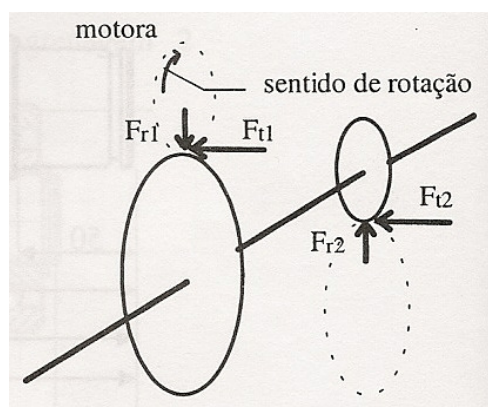


Figura 4.4 – Diagrama dos esforços das engrenagens (MASSAROPPI e LIRANI 2007)

Engrenagem 1:

$$Pos_1 = 125 \text{ mm (direção Z)}$$

$$Ft_1 = 11779.6 \text{ N (direção X)}$$

$$Fr_1 = -4287.4 \text{ N (direção Y)}$$

$$M1 = -2685.75 \text{ [N.m]} = -2685750 \text{ [N.mm]}$$

Engrenagem 2:

$$Pos_2 = 425 \text{ mm (direção Z)}$$

$$Ft_2 = 19748.16 \text{ N (direção X)}$$

$$Fr_2 = 7187.74 \text{ N (direção Y)}$$

$$M2 = 2685.75 \text{ [N.m]} = 2685750 \text{ [N.mm]}$$

A Figura 4.5 mostra o diagrama de corpo-livre resultante, com os esforços dos mancais e engrenagens e as distâncias entre os mesmos.

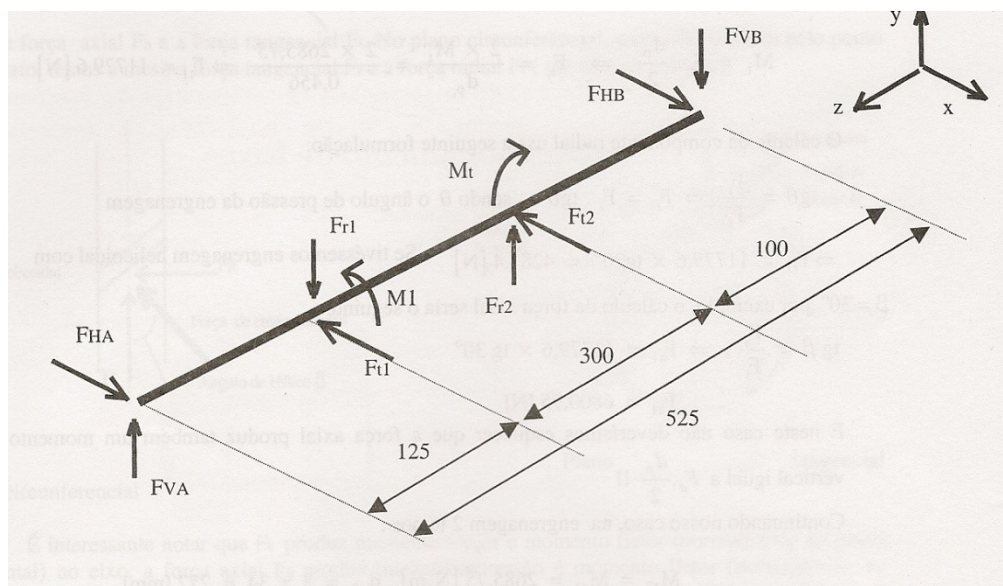


Figura 4.5 – Diagrama de corpo livre do eixo (MASSAROPPI e LIRANI 2007)

A resolução do exercício é feita em três fases:

- Cálculo dos esforços e pré-dimensionamento
- Verificação estática
- Verificação a fadiga

- a) A seguinte macro foi utilizado para o cálculo dos esforços e pré-dimensionamento.

Seccao_Add 575 1 1 -1

Forca_Add 0 0 150 11779.6 -4287.4 0 0 0 -2685750

Forca_Add 0 0 450 19748.16 7187.74 0 0 0 2685750

Mancal_Add 1 25

Mancal_Add 2 550

Material_Set_Tipo TT 0 0

Material_Set_Propriedades2 600 950

Material_Set_Estatica 600 600 0 0 0

Criterio_Falha_Estatica 1

CS_Est 3.4

Estatica_Detalhada_Add 25

Estatica_Detalhada_Add 100

Estatica_Detalhada_Add 250

Estatica_Detalhada_Add 450

Estatica_Detalhada_Add 550

Calcula_Reacoes

Calcula_Verificacao_Estatica

Resultado:

A Tabela 4.1 apresenta a comparação entre os esforços dos mancais calculados pelo software e pela resolução, da apostila, do exercício. Enquanto a Tabela 4.2 mostra a relação dos diâmetros recomendados e adotados. Os diâmetros adotados estão em conformidade com a resolução da apostila.

Tabela 4.1 – Comparação entre os esforços dos mancais calculados

	Software [N]	Resultado da Resolução [N]	% Erro
Mancal 1 Força X	-12736.49	-12736.49	0
Mancal 1 Força Y	1897.50	1897.50	0
Mancal 2 Força X	-18791.27	-18791.27	0
Mancal 2 Força Y	-4797.84	-4797.84	0

Tabela 4.2 –Diâmetros recomendados fornecidos pelo software e os diâmetros adotados

Posição da secção [mm]	Diâmetro recomendado [mm]	Diâmetro adotado [mm]
25	0	50
100	49.7	70
250	59.8	100
450	62.7	70
550	0	50

Os diâmetros do escalonamento foram adotados de forma a obter uma relação $\frac{d_2}{d_1} = 1.2$ a 1.4 . Adotando o diâmetro mais crítico, da secção a 450 mm do início do eixo, como 70 mm e uma relação $\frac{d_2}{d_1} = 1.4$ calcula-se os outros diâmetros escalonados.

b) Verificação Estática

Incluindo os escalonamentos calculados é possível efetuar a verificação estática da seguinte forma:

Seccao_Add 50 50 50

Seccao_Add 150 70 70

Seccao_Add 200 100 100

Seccao_Add 100 70 70

Seccao_Add 25 69.9 69.9

Seccao_Add 50 50 50

Forca_Add 0 0 150 11779.6 -4287.4 0 0 0 -2685750

Forca_Add 0 0 450 19748.16 7187.71 0 0 0 2685750

Mancal_Add 1 25

Mancal_Add 2 550

Material_Set_Tipo TT 0 0

Material_Set_Propriedades2 600 950

Material_Set_Estatica 600 600 0 0 0

Criterio_Falha_Estatica 1

CS_Est 3.4

Estatica_Detalhada_Add 25

Estatica_Detalhada_Add 100

Estatica_Detalhada_Add 250

Estatica_Detalhada_Add 450

Estatica_Detalhada_Add 525

Estatica_Detalhada_Add 550

Calcula_Reacoes

Calcula_Verificacao_Estatica

Resultado:

Nenhuma secção falha pela solicitação estática.

c) Verificação quanto à fadiga

Para a verificação a fadiga, foram adicionados os comandos relacionados à verificação a fadiga, que serão detalhados mais abaixo. Assim, o macro completo do exercício fica:

```

Seccao_Add 50 50 50 -1
Seccao_Add 150 70 70 -1
Seccao_Add 200 100 100 -1
Seccao_Add 100 70 70 -1
Seccao_Add 25 69.9 69.9 -1
Seccao_Add 50 50 50 -1
Feature_Add 1 3 -1 1 7
Feature_Add 2 1 -1 1 7
Feature_Add 3 1 -1 4 100 40 5 5
Forca_Add 0 0 150 11779.6 -4287.4 0 0 0 -2685750
Forca_Add 0 0 450 19748.16 7187.71 0 0 0 2685750
R_Set_Fadiga 1 -1 1 1
Mancal_Add 1 25
Mancal_Add 2 550
Material_Set_Tipo TT 0 2
Material_Set_Propriedades2 600 950
Material_Set_Estatica 600 600 0 0 0
Material_Set_Fadiga 520 1 1 1
Critério_Falha_Estatica 1
Critério_Falha_Fadiga 16
CS_Est 3.4
CS_Fad 1

```

Confiabilidade_SE 50
Acabamento_Superficial 1
Temperatura_Set 0
Marin_Kf_Set 0.736
Estatica_Detalhada_Add 25
Estatica_Detalhada_Add 100
Estatica_Detalhada_Add 250
Estatica_Detalhada_Add 450
Estatica_Detalhada_Add 525
Estatica_Detalhada_Add 550
Fadiga_Detalhada_Add 449.001
Fadiga_Detalhada_Add 400.001
Fadiga_Detalhada_Add 199.999
Fadiga_Detalhada_Add 150.001
Calcula_Reacoes
Calcula_Verificacao_Estatica
Calcula_Verificacao_Fadiga

Incluiu-se os entalhes à geometria, a ranhura da chaveta de topo, os raios de arredondamento dos escalonamentos nas secções a e b.

O razão de tensão, R , tem valor igual a “-1” para flexão por se tratar de um esforço alternado simétrico. Enquanto para os esforços normais, cortantes e de torção $R = 1$, por serem esforços estáticos.

Como os fatores de correção da resistência a fadiga utilizados pelo exemplo e pelo software tem formulação diferente, o fator k_f foi utilizado para igualar o valor final da tensão admissível à fadiga, com $k_f = 0.736$.

Adicionou-se os relatórios detalhados das secções a,b,c e d, conforme ilustrado pela Figura 4.6, com pequenos deslocamentos de 0.001 mm, para a direita ou para a esquerda, para evitar que pontos de indefinição, entre uma secção e outra, ou no preciso ponto de início ou fim do entalhe.

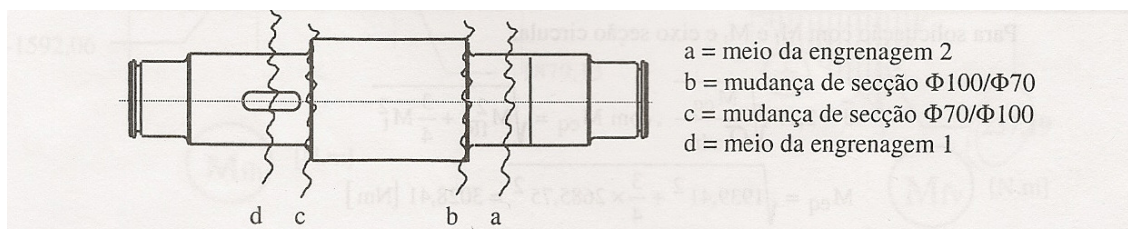


Figura 4.6 – Diagrama das secções selecionadas para verificação a fadiga (MASSAROPPI e LIRANI 2007)

Resultados:

Todas as secções foram consideradas seguras.

A Tabela 4.3 faz uma comparação entre os coeficientes de concentração de tensão utilizados pelo software e pela resolução do exercício, enquanto a Tabela 4.4 compara o valor das tensões calculadas.

Tabela 4.3 - Comparação entre os fatores de concentração de tensão utilizados

	Software	Resolução da lista	% Erro
Chaveta de topo Flexão	2	2	0
Chaveta de topo Torção	1.6	1.6	0
Arredondamento 1 Flexão	1.61	1.64	1.82
Arredondamento 1 Torção	1.27	1.2	5.83
Arredondamento 2 Flexão	1.61	1.64	1.82
Arredondamento 2 Torção	1.27	1.2	5.83

Tabela 4.4 - Comparação entre as tensões calculadas

	Software	Resolução da lista	% Erro
σ em a	57.5	57.59	0.15
τ em a	40.59	39.84	1.88
σ em b	89.2	90.82	1.78
τ em b	51.28	47.8	7.28
σ em d	95.6	95.5	0.10
τ em d	64.61	63.74	1.36

Observação: Todas as tensões de cisalhamento calculadas pelo software são ligeiramente maiores do que as encontradas na resolução do exercício, pois o software não desconsidera o efeito das forças cortantes.

Para o cálculo dos valores de segurança na Tabela 4.5, foi implementado um novo critério de falha (com número de identificação 16), seguindo o equacionamento da resolução da lista de exercícios. Os resultados se mostraram compatíveis, o maior erro observado foi de 1.15%.

Tabela 4.5 - Comparação entre a segurança das secções calculadas pelo software e os resultados obtidos na resolução da lista de exercício

	Software	Resolução da lista	% Erro
Secção a	2.59	2.62	1.15
Secção b	1.84	1.85	0.54
Secção c	1.98	>1.85	--
Secção d	1.60	1.61	0.62

Na Tabela 4.6 está a comparação entre os resultados obtidos pela aplicação do critério ASME e os resultados da apostila. Observa-se uma

grande diferença entre os resultados, apesar do equacionamento similar, com o maior erro igual a 31,68%.

Tabela 4.6 - Comparação entre a segurança das secções calculadas pelo software com o critério ASME e os resultados obtidos na resolução da lista de exercício

	Software	Resolução da lista	% Erro
Secção a	3.45	2.62	31.68
Secção b	2.29	1.85	23.78
Secção c	2.56	>1.85	--
Secção d	2.09	1.61	29,81

A diferença observada na Tabela 4.6 se deve ao equacionamento da tensão equivalente. Da resolução do exercício temos:

$$\sigma' = \sqrt{((K_f)_{flex}(\sigma_a)_{flex})^2 + \left(\frac{\sigma_{fadm}}{\tau_{adm}}\right)^2 ((K_{fs})_{torção}(\tau_m)_{torção})^2}$$

Enquanto, manipulando-se a equação do critério ASME, se obtém a seguinte equação:

$$\sigma' = \sqrt{((K_f)_{flex}(\sigma_a)_{flex})^2 + \left(\frac{\sigma'_{fadm}}{\tau_{adm}}\right)^2 ((K_{fs})_{torção}(\tau_m)_{torção})^2}$$

Onde,

$(\sigma_a)_{flex}$ = Tensão alternada devido à flexão

$(K_f)_{flex}$ = Coeficiente de concentração de tensão para flexão

$(\tau_m)_{torção}$ = Tensão estática devido ao momento de torção

$(K_{fs})_{torção}$ = Coeficiente de concentração de tensão para torção

σ_{fadm} = Tensão de limite de resistência à fadiga

σ'_{fadm} = Tensão de limite de resistência à fadiga corrigida pelos coeficientes de Marin

τ_{adm} = Tensão admissível de cisalhamento

5. CONCLUSÃO E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1. Conclusões

Observando-se os resultados apresentados é possível concluir que o software criado atendeu aos objetivos estipulados.

- As Classes implementadas para o armazenamento de dados, rotinas de cálculo e armazenamento dos resultados cumprem as suas funções, possibilitando que os cálculos sejam executados da forma necessária.

- A interface com o usuário permite que este visualize no relatório da janela principal todos os dados relevantes, dados de entrada, gráficos e resultados calculados pelo software.

- A estrutura de cálculo utilizada se mostrou de fácil edição, permitindo que futuras modificações e implementações possam ser feitas de forma simples, sem perda de funcionalidade ou coerência com a estrutura já criada. Ou seja, o software é de fácil expansão.

- Também se implementou a utilização de macros para a entrada de comandos, possibilitando que o trabalho já realizado seja salvo e retomado posteriormente.

Assim, pode-se considerar que o software cumpre seu objetivo e que possibilita o reuso do código sem grandes dificuldades.

5.2. Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestões para futuros trabalhos, seguem:

- Desenvolvimento de uma interface gráfica para edição dos dados de entrada, possibilitando uma maior facilidade para o usuário para a visualização dos dados.

- Aprimoramento do software para obtenção de um relatório de cálculo mais detalhado.
- Integração das classes desenvolvidas como um módulo para cálculos mais complexos, como, por exemplo, o dimensionamento de um redutor.

BIBLIOGRAFIA

BEER, F P. JOHNSTON, E R. (1995). **Resistência dos materiais**. 3ª edição – São Paulo: Pearson Makron Book.

CUNHA, L B (2005). **Elementos de Máquinas**. Lamartine Bezerra da Cunha – Rio de Janeiro: LTC.

COLLINS, J A (2004). **Projeto mecânico de elementos de máquinas: uma perspectiva de prevenção de falha**; tradução Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco[et al.] – Rio de Janeiro: LTC, 2006

FERNANDES, O. C. (2004). **Fadiga**. Universidade de São Paulo (USP) – EESC, São Carlos.

HIBBELER, R.C (1975). **Estática: mecânica para engenharia**. Vol. 1. 10ª Edição. São Paulo: Prentice Hall, 2005.

JUVINALL, R C (2006). **Fundamentos do projeto de componentes de máquinas**. Roberto C Juvinall, Kurt M. Marshek; Tradução e revisão técnica Fernando Ribeiro da Silva – Rio de Janeiro. Editora LTC, 2008.

MASSAROPPI, E. LIRANI, J. (2007). **Exercícios de elementos de máquinas**. Universidade de São Paulo (USP) – EESC, São Carlos

NIEMANN, G (2002). **Elementos de Máquinas** - Volume 1, 8ª reimpressão – São Paulo: Edgard Blücher

NIEMANN, G (2002). **Elementos de Máquinas** - Volume 2, 8ª reimpressão – São Paulo:. Edgard Blücher 2002

SHIGLEY, J E (2004). **Mechanical engineering design**. Joseph E. Shigley, Charles R. Mischke, Richard G. Budynas. – 7th ed., Higher Education.

STEWART, J (2006). **Cálculo**, volume 1. Ed 5. São Paulo. Pioneira Thomson Learning.