

WESLEY J PEREIRA DE OLIVEIRA

**PROPOSTA DE MODELO DE GESTÃO DE TÍTULOS PÚBLICOS
PREFIXADOS EM UMA INSTITUIÇÃO FINANCEIRA**

**Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do diploma
de Engenheiro de Produção.**

**São Paulo
2016**

WESLEY J PEREIRA DE OLIVEIRA

**PROPOSTA DE MODELO DE GESTÃO DE TÍTULOS PÚBLICOS
PREFIXADOS EM UMA INSTITUIÇÃO FINANCEIRA**

**Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do diploma
de Engenheiro de Produção.**

**Orientador: Dr. Reinaldo Pacheco da
Costa**

**São Paulo
2016**

FICHA CATALOGRÁFICA

Oliveira, Wesley J P

Proposta de Modelo de Gestão de Títulos Públicos Prefixados em uma
Instituição Financeira / W. J. P. Oliveira -- São Paulo, 2016.

94 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Departamento de Engenharia de Produção.

1.Mercado Financeiro 2.Títulos Públicos I.Universidade de São Paulo.
Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II.t.

À minha querida Wiktoria que sempre está ao
meu lado em todo desafio

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais Armando e Maria que apoiaram minhas decisões e deram o suporte necessário em todos os momentos. À minha irmã Nayra, sempre atenciosa e interessada em ajudar com o possível.

Aos amigos do trabalho a quem devo muito do que apreendi.

Aos amigos da Poli cuja companhia tornaram os anos de curso mais prazerosos.

Ao corpo docente da Escola Politécnica pelos anos de ensino, principalmente ao professor Reinaldo Pacheco sem o qual esse trabalho não poderia ser realizado.

Especialmente à Wiktoria por toda confiança, paciência, amor, companheirismo e motivação. Sempre dando força nos momentos mais difíceis, acreditando no melhor e me encorajando.

“A beleza não está na partida nem na chegada, mas na travessia.”

Guimarães Rosa

RESUMO

Esse trabalho tem o objetivo de desenvolver um modelo de administração dos riscos de títulos públicos prefixados em uma mesa de renda fixa de um banco multinacional de grande porte.

Uma revisão teórica é feita procurando apresentar os conceitos principais a serem usados no desenvolvimento do trabalho. Posteriormente, um estudo de caso que descreve o funcionamento do banco e dos mercados relacionados ao trabalho procura situar o leitor quanto a situação em que o problema proposto é desenvolvido.

Uma proposta de melhoria é apresentada buscando criar um modelo para melhor gerenciar a exposição de risco de juros e assim ter mais lucratividade ao longo do tempo com as operações a serem realizadas.

Após o desenvolvimento da solução, uma análise dos resultados encontrados é elaborada tentando julgar a viabilidade e eficiência do modelo proposto.

Para melhorar os processos de tomada de decisões serão utilizados conhecimentos gerais que foram obtidos em diferentes disciplinas do curso de engenharia de Produção e que encontraram aplicação prática no desenvolvimento do modelo como cálculo, engenharia econômica e finanças, estatística e modelagem.

Palavras-chave: Mercado Financeiro, Títulos Públicos, Duration, Convexidade, Gerenciamento de Portfólio

ABSTRACT

The objective of the thesis is to develop a management model of the risks of government bonds of a fixed income desk in a large multinational bank.

A literature review was done in order to present the main concepts used in the work. Afterwards, a case study that describes the operation of the bank and the markets related to the work seeks to orientate the reader in the situation which the proposed problem is developed.

A proposal for improvement is presented in order to create a model to better manage the risk exposure of interest and thus be more profitable over time.

After the development of the solution, an analysis of the results is designed to judge the viability and efficiency of the proposed model.

To improve decision-making, general knowledge obtained from different disciplines of Production Engineering course will be used: calculus, engineering economics and finance, statistics and modelling.

Keywords: Financial Market, Bonds, Duration, Convexity, Portfolio Management

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gráfico de duas carteiras de convexidades diferentes.....	33
Figura 2 - Fronteira Eficiente	39
Figura 3 - Gráfico com o formato de uma curva de DI	52
Figura 4 - Gráfico Plotado do ISG.....	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Análise da Duration e convexidade de Título e DI de mesmo vencimento	66
Tabela 2 - Comparação de carteiras com diferentes estratégias	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BCBS – Basel Committee on Banking Supervision
BSM – Balance Sheet management
CDI - Certificado de Depósito Intercâmbio
CML – Capital Market Line
DF – Discount factor
DV01- Valor em dólar de um ponto base
ETTJ - Estrutura a Termo da Taxa de Juros
EWMA – Exponentially Weighted Moving Average
FX - Foreign Exchange
IPO – Initial Public Offering
ISG – Índice de Sharpe Generalizado
LTN – Letras do Tesouro Nacional
M&A – Mergers and acquisitions
MPT – Modern Portfolio Theory
NPV- Net Present Value
NTN-F – Notas do Tesouro Nacional Série F
PVbp – Price value of a base point
PNL – Profit and Loss
TI – Tecnologia da Informação
Var – Value at Risk
VBA - Visual Basic for Applications

Sumário

1.	Introdução	24
1.1.	Definição do Problema.....	24
1.2.	Motivação do Trabalho.....	25
1.3.	Importância do Mercado de Títulos Públicos Prefixados.....	26
1.4.	Importância do Gerenciamento de Risco.....	27
1.5.	Aplicação da Engenharia.....	28
1.6.	Estrutura do Trabalho	29
2.	Revisão da Literatura.....	30
2.1.	Duration.....	31
2.2.	Convexidade	32
2.3.	O Value at Risk.....	34
2.4.	Técnica Bootstrap	36
2.5.	Desvio Padrão do retorno de um ativo como medida do risco.....	37
2.6.	Retorno esperado, Covariância e Correlação.....	37
2.7.	Fronteira Eficiente	39
2.8.	Risco sistemático e não-sistemático	40
2.9.	Índice de Sharpe	40
2.10.	As estratégias de escolha de carteiras.....	41
3.	Estudo de Caso	43
3.1.	Áreas do Banco	43
3.2.	Áreas da Tesouraria.....	44
3.3.	Funcionamento da mesa de Operações	45
3.4.	Os tipos de risco.....	45
3.5.	As estratégias dos Operadores	46
3.6.	Posicionamento no mercado.....	47
3.7.	Controle dos riscos de mercado	48
3.8.	O Mercado Futuro de DI.....	50

3.9. O Mercado de Títulos Públicos Prefixados	52
4. Proposta de Melhoria	54
4.1. Problemas Identificados.....	55
4.2. Precificação e Cálculo de riscos pre.....	56
4.2.1. Precificação e risco da curva de juros	57
4.2.2. Precificação e risco de uma LTN.....	58
4.2.3. Precificação e risco de uma NTN-F	60
4.2.4. Custo das operações.....	61
4.3. Modelo para maximização do Índice de Sharpe Generalizado	62
5. Análise dos Resultados Obtidos.....	65
5.1. Análise do hedge do risco pre	65
5.2. Análise do modelo para redução do risco de spread.....	67
5.3. Análise comparativa do PNL e risco	68
5.3.1. Carteira Selecionada	70
5.3.2. Estratégia do tipo Bullet	71
5.3.3. Estratégia do tipo Barbell.....	71
5.3.4. Estratégia do tipo Ladder	71
5.3.5. Comparação entre as carteiras.....	72
6. Conclusão	75
Referências	78
APÊNDICES.....	81
APÊNDICE A – Códigos BMF para cada mês	81
APÊNDICE B – Curva de DI.....	82
APÊNDICE C – Valores de Duration e Convexidade da Curva Pré	83
APÊNDICE D - Duration e Convexidade dos Títulos Prefixados	84
APÊNDICE E - Média e Desvio Padrão dos dados históricos	85
APÊNDICE F - Média e Desvio Padrão dos dados históricos.....	86
APÊNDICE G - Pesos do melhor ISG encontrado.....	87

APÊNDICE H – Retorno Médio das Carteiras de Diferentes Estratégias	88
APÊNDICE I – Variação total do spread dos papéis no período estudado	89
ANEXOS	90
ANEXO A - Características dos Títulos Públicos Federais	90
ANEXO B - Dívida Pública	91
ANEXO C - Ilustração de uma curva de DI no mercado e suas cotações	92
ANEXO D - Emolumentos cobrados pela BM&FBOVESPA	93
ANEXO E – Fluxos dos Títulos Prefixados	94

1. Introdução

Este trabalho busca melhorar o processo de alocação de risco de títulos públicos brasileiros em uma mesa proprietária de renda fixa em um banco múltiplo a partir da criação de um modelo para administração do risco pre e para otimização da composição da carteira se baseando na Teoria Moderna do Portfólio.

A mesa proprietária de operações faz parte da tesouraria do banco que é estratégica para tomadas de decisões quanto aos riscos de mercado que o banco fica exposto e adicionalmente é responsável por parte significativa dos lucros da instituição. A mesa é responsável por atender os clientes proporcionando os produtos financeiros solicitados e por traçar a estratégia de investimento do banco.

Uma mesa de trading de renda fixa pode ser dividida em diferentes partes de acordo com os tipos de produtos vendidos aos clientes: Opções, FX (*Forex Exchange*) e Rates. O estágio que deu origem ao presente trabalho aconteceu na área de Rates que é responsável principalmente por realizar operações de Swaps e títulos públicos.

1.1. Definição do Problema

Os bancos precisam manter um portfólio de títulos públicos tanto para atender as necessidades de seus clientes quanto para constituir parte de seu patrimônio.

Ao comprar ou vender um título, o banco fica exposto a um risco da variação do valor de mercado desse papel. Por exemplo, se o banco compra um título e o valor de mercado em seguida cai, o banco contabilizará um prejuízo pois poderia ter comprado o mesmo papel a um preço menor. Os bancos procuram maneiras de obter a máxima relação entre retorno e risco a que fica exposto.

Não existe um método exato para administrar o risco de variação do valor de mercado dos títulos públicos prefixados.

Ao longo do trabalho será demonstrado que um título público prefixado pode ter seu risco de juros decomposto em componentes que podem ser administrados de maneira independente

Uma parte do risco é devido ao risco pre (risco de mercado da curva de juros doméstica) que pode ser administrado através de operações com contratos futuros de DI.

Um outro componente de risco é o risco de spread. O spread, também chamado casado, é a diferença entre a taxa do papel e a taxa do contrato de DI de mesmo vencimento. Esse risco pode trazer resultados financeiros relevantes para o banco uma vez que o portfólio de títulos da instituição tem um elevado montante.

O risco pre pode ser administrado com o auxílio de contratos futuros de DI e isso será demonstrado através de análises de Duration e Convexidade. Entretanto, não existe um produto financeiro específico no mercado brasileiro que de forma semelhante seja capaz de zerar o risco de spread. Por isso, o trabalho visa propor um modelo que além de cuidar do risco pre também traga uma alternativa para a administração desse risco de spread com embasamento na Teoria Moderna do Portfólio desenvolvendo um modelo em busca da composição da carteira de títulos públicos com melhor relação entre risco e retorno esperado.

O autor não tem conhecimento de um outro trabalho semelhante que também tenha uma abordagem relacionada ao risco de spread de títulos públicos e voltado para as necessidades de uma instituição financeira.

1.2. Motivação do Trabalho

Nos últimos dois anos o país tem enfrentado uma grave crise econômica sem precedentes. Como consequência uma alta volatilidade tem sido observada no mercado.

Especulações quanto a diversos fatores econômicos fizeram com que o mercado se posicionasse de forma repentina com as novidades levando a rápidas e expressivas mudanças nos preços. Alguns exemplos de fatores causadores de volatilidade foram: possível impeachment do presidente, rebaixamento da nota de crédito do país nas principais agências, descontrole dos gastos públicos, capacidade de controle da inflação, capacidade de recuperação da economia, mudança da equipe e da política econômica.

O mercado nem sempre age de forma racional em situações de stress e com isso fica difícil para um operador se manter posicionado de forma segura. Entretanto, no caso do problema expresso nesse trabalho, o risco de spread como já explicado não pode ser perfeitamente zerado se o banco possuir títulos em seu portfólio.

O banco em que o trabalho foi realizado é um Dealer do mercado, ou seja, uma das instituições com maior participação tanto no mercado primário quanto secundário

de títulos públicos. Diminuir a carteira de títulos para amenizar o risco acabaria também diminuindo a competitividade da instituição nas cotações de grande porte para clientes.

Em momentos de grande agitação do mercado mesmo riscos pequenos podem ocasionar grandes resultados financeiros. No caso do trabalho, que ocorreu num banco de grande porte com um grande portfólio de papéis, a relevância do problema é grande e pode gerar um enorme PNL principalmente nesses períodos de maior volatilidade como será demonstrado posteriormente no trabalho.

1.3. Importância do Mercado de Títulos Públicos Prefixados

Os Títulos Públicos brasileiros são instrumentos de financiamento que o governo utiliza para financiar sua dívida e assim conseguir dinheiro para suas necessidades nas mais diversas áreas como saúde, educação, transportes, entre outros.

São instrumentos de renda fixa e são considerados de baixíssimo risco uma vez que tem garantia do tesouro nacional. Quando alguém compra um título do governo por um determinado valor, está na realidade emprestando uma determinada quantia sob garantia de receber-a de volta com juros do empréstimo. No Anexo A, uma tabela é mostrada com os principais títulos negociados no mercado e suas respectivas características.

Os títulos podem ser prefixados ou pós-fixados. Nos pré-fixados a rentabilidade já é estabelecida no ato da compra pois o valor de face do título (a ser recebido no vencimento) já é definido. Já os títulos pós fixados dependem de algum indexador, como no caso da LFT (taxa SELIC) ou da NTN-B (IPCA).

A dívida pública federal é enorme sendo mensurada em cerca de 3 trilhões de reais segundo dados do Tesouro Nacional de junho de 2016. A vida média da dívida atualmente está em 6,46 anos. Tanto a dívida quanto seu prazo médio são administrados de forma ativa pelo tesouro.

No anexo B é possível ver a distribuição da dívida por indexador cotada em bilhões.

Dessa figura no anexo é possível perceber a importância dos Títulos Públicos federais prefixados de que esse trabalho tratará. Especificamente essa classe de

títulos tem um peso mensurado em cerca de 1,074 trilhões de reais como parte da dívida.

A importância do trabalho ganha relevância se considerado que a instituição em que foi realizado é uma Dealer do mercado tendo assim uma parcela significativa dessa dívida.

Os Dealers são selecionados periodicamente de acordo com o desempenho de cada instituição em fatores julgados importantes pelo tesouro, principalmente a participação em nas ofertas públicas do mercado primário e o volume de operações realizadas no mercado secundário. Logo, são participantes que acabam tendo um peso de influência maior no mercado por conta de sua alta quantidade de negociações.

Com todos esses dados em mente é importante perceber como um bom gerenciamento da carteira de títulos do banco pode impactar diretamente nos resultados da instituição.

Gerenciar a exposição aos diferentes tipos de risco é fundamental para poder ter um controle efetivo e se proteger das oscilações mais fortes do mercado.

1.4. Importância do Gerenciamento de Risco

Fatores incertos levam a uma possibilidade de ganho ou perda. Risco e incerteza são assim conceitos muito ligados. O risco tem a característica de poder ser mensurado. O negócio do banco está justamente na possibilidade de poder medir e administrar os riscos de forma a se buscar máxima rentabilidade com mínima exposição.

Os riscos são portanto, indispensáveis para a existência das instituições que precisam assumi-los na busca por lucros. Entretanto as decisões quanto a quantidade de risco a ser assumido devem ser feitas com cautela.

Um exemplo recente de problemas por riscos assumidos indevidamente foram os acontecimentos de 2007 a 2009. Com a crise que tomou conta dos mercados a confiança no sistema atual econômico mundial ficou abalado. A expressão “*too big to fail*” ficou difundida para expressar que os negócios de determinadas instituições ficaram tão grandes e tem tamanha importância no sistema econômico mundial que uma possível quebra de um negócio poderia levar a um colapso mundial com uma espécie de efeito em cascata.

O sistema econômico mundial não tem a importância apenas possibilitando negócios por parte das instituições financeiras privadas que buscam lucros, mas também desempenha papel fundamental possibilitando serviços bancários indispensáveis para o bem estar da sociedade em geral tais como empréstimos, transferências e movimentações de dinheiro em geral.

Durante a crise, os governos precisaram intervir na economia dando aportes financeiros para algumas instituições. Muitas pessoas criticaram o modelo do sistema financeiro que aparentemente seria falho. As empresas dividem os lucros apenas com seus acionistas e nos momentos de dificuldades dependem da ajuda do governo e dividem os prejuízos com toda sociedade através da intervenção do Estado. Após essa última grande crise, a importância da fiscalização dos níveis de risco tomados por parte das grandes corporações ficou mais difundida e a fiscalização em geral ficou mais rigorosa.

É necessário que os bancos tenham riscos compatíveis com o tamanho de seu patrimônio para assegurar que possam aguentar os momentos mais difíceis. O Comitê de Supervisão Bancária da Basileia (BCBS) reúne autoridades de todo mundo e busca manter regras para garantir que riscos e tamanho das instituições são adequados. Normalmente as regras sugeridas pelo comitê são adotadas pelos Bancos Centrais de todos países.

1.5. Aplicação da Engenharia

Ao longo do estágio realizado foi possível constatar possibilidades de aplicação dentro da área financeira de conhecimentos obtidos ao longo do curso de Engenharia de Produção.

Engenheiros são muito úteis nessa área do banco em função de seus conhecimentos matemáticos, capacidade de raciocínio e criatividade para resolver problemas.

Um operador do mercado financeiro precisa ter capacidade de analisar cenários complexos para tomar decisões. Adicionalmente, a capacidade de traduzir esses cenários em problemas e buscar soluções para realizar a análise de investimentos é uma qualidade importante exigida.

Engenheiros de produção possuem conhecimentos relevantes em economia, engenharia econômico e financeira, modelagem e simulação e estatística que são

fundamentais no desempenho das funções de um operador atuando na área de trading de um banco.

1.6. Estrutura do Trabalho

Inicialmente será realizada uma revisão teórica que dará base para o estudo a ser desenvolvido. Nessa revisão serão abordados temas como Duration e Convexidade que serão aplicadas nos estudos de hedge de risco pre de títulos públicos, Value at Risk e a técnica Bootstrap que serão usadas na análise de risco e retorno da carteira selecionada, além da teoria básica de gerenciamento de portfólio a ser aplicada na construção do modelo ao buscar a melhor composição de uma carteira.

Então, será apresentado o estudo de caso com uma visão geral do funcionamento do banco, a tesouraria onde o trabalho foi realizado e a descrição do funcionamento da mesa de operações. Também serão tratadas as especificidades do mercado futuro de DI e de títulos públicos para o qual o trabalho foi desenvolvido.

Posteriormente, um modelo com embasamento em cálculo de riscos usando os conceitos apresentados será construído.

Finalmente será realizado um estudo do impacto econômico gerado com a implantação do modelo e de sua efetividade na diminuição do risco através da análise dos resultados da melhor carteira encontrada usando para isso o Value at Risk (Var) e o Bootstrap.

Todo os principais pontos do trabalho como o modelo, dados históricos e tabelas estão na pasta Excel desenvolvida que se encontra em anexo.

2. Revisão da Literatura

Este capítulo contém assuntos que servem como base para todo o trabalho a ser desenvolvido na criação do modelo para encontrar a melhor composição da carteira de títulos públicos.

Os conceitos de Duration e Convexidade serão explicados e tem importância fundamental na abordagem adotada no trabalho para administração do componente de risco pré dos títulos.

Um breve resumo do Value at Risk é mostrado e a teoria será usada durante a validação do modelo proposto para comparação do risco de carteiras de diferentes composições.

A técnica Bootstrap é introduzida e será utilizada durante a análise do PNL da carteira de melhor composição encontrada. Ela se mostra útil uma vez que alguns dos papéis que compõe a carteira foram lançados recentemente e não possuem uma base histórica de valores muito grande. Com essa técnica estatística é possível obter melhores aproximações de parâmetros da amostra original com o uso de reamostragens.

Finalmente, os pontos mais relevantes quanto ao gerenciamento de portfólio com ênfase nos conceitos da Teoria Moderna do Portfólio são repassados.

Nos anos 50, Markowitz (1952) desenvolveu estudos pioneiros no gerenciamento de portfólio. Anteriormente, muitos pensavam que se o retorno esperado em um determinado ativo era maior, todo dinheiro deveria ser investido nele.

As teorias de Markowitz foram importantes para demonstrar os benefícios da diversificação para amenizar riscos e inclusive podendo aumentar as expectativas de ganhos. Isso ocorre devido as possíveis correlações nos riscos que podem sofrer correlações levantando a expectativa média de retorno distintas daquelas caso fossem consideradas separadamente. Estudos continuaram por outros professores, notadamente Sharpe, o que trouxe a hoje chamada teoria moderna do portfólio.

O Índice de Sharpe e sua adaptação no Índice de Sharpe Generalizado são explicados. Essas teorias serão a base para se encontrar a carteira de melhor composição de títulos públicos do modelo proposto. Diferentes estratégias típicas de seleção de carteiras de títulos são apresentadas a fim de servir de base para comparação com a carteira encontrada pelo modelo durante a análise dos resultados.

2.1. Duration

Securato (1999, p.229) fala que a Duration “é uma forma de cálculo do prazo médio de um fluxo de caixa que procura levar em conta o valor do dinheiro no tempo”. É uma medida de tempo para produtos financeiros.

Se um determinado produto financeiro possui pagamentos anteriores a data final do último fluxo, a data de vencimento não é uma boa medida do tempo relacionado aos fluxos do produto. Dessa forma, para se ter uma boa medida de tempo usa-se o conceito de Duration.

Macaulay (1938) foi o primeiro a propor essa metodologia de cálculo. A grosso modo podemos dizer que é uma média ponderada dos tempos dos fluxos, usando-se como pesos os valores presentes desses fluxos. A hipótese de Macaulay(1938) pressupõe rendimento constante e traz todos fluxos a valor presente usando a mesma taxa.

Fisher e Weil (1971) propuseram uma nova forma de se medir a Duration considerando a variação dos juros ao longo do tempo em sua estrutura temporal. Os juros não são mais considerados constantes. Dessa forma, se consegue um cálculo mais refinado usando na expressão semelhante a de Macaulay, mas com a taxa de juros i_t específica para o prazo t .

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{F_t * t}{(1 + i_t)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1 + i_t)^t}} \quad (1)$$

Em que:

D= Duration

F_t = valor do fluxo financeiro na data especificada pelo índice t

i_t = taxa de juro para a data t

t = prazo em dias úteis até a data do fluxo

n = número de dias úteis total

Da equação da Duration mostrada anteriormente Hull (1998) demonstra com certo trabalho algébrico que para um portfólio de títulos, a Duration pode ser escrita:

$$\frac{\Delta B}{B} = - \left(\frac{D}{1 + \frac{y}{m}} \right) * \Delta y \quad (2)$$

Na expressão (2), tem-se a chamada Duration modificada.

$$DM = \frac{D}{1 + y/m} \quad (3)$$

Em que:

DM= Duration modificada

D= Duration

y = taxa y representada por capitalização de m vezes ao ano

m =número de vezes da capitalização ao ano

A Duration modificada representa a variação percentual na carteira em relação a variações na taxa de juros.

Com uma rápida análise da equação da Duration é perceptível que o valor da carteira de títulos e a taxa tem uma relação oposta. Isto é, quanto maior a taxa menor é o valor presente dos fluxos dos títulos.

Outro importante aspecto é quando Hull (1998, p.137) diz que a “Duration de uma carteira de títulos pode ser definida como a média ponderada das Durations de cada um dos títulos da carteira, com os pesos proporcionais aos preços dos títulos”.

2.2. Convexidade

Hull (1999) diz que a Duration é suficiente para prever a variação do valor da carteira para pequenas variações na variação da taxa. Entretanto para variações maiores é necessário o uso de mais um conceito, a Convexidade.

Securato (2008, p. 262) explica a Convexidade usando o conceito de título sintético de uma carteira que seria o título equivalente aos demais com mesmo valor presente do conjunto e com mesma Duration. Adaptando a fórmula da Duration

modificada para o título sintético, considerando capitalização anual e usando expansão de Taylor até a segunda potência temos é encontrada a expressão:

$$\Delta PV = \frac{d PV}{d I_{TS}} * \Delta I_{TS} + \frac{1}{2} * \frac{d^2 PV}{d I_{TS}^2} * \Delta I_{TS}^2 \quad (4)$$

A Convexidade é a segunda derivada do valor da carteira em relação a taxa (a primeira derivada é Duration).

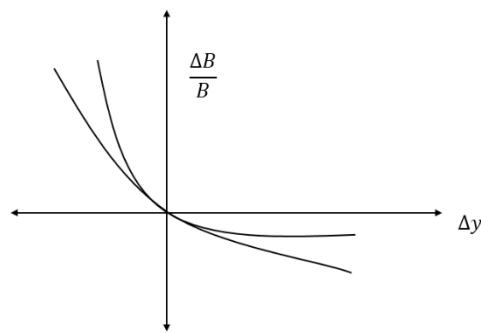
$$C(\Delta I_{TS}) = \frac{d^2 PV}{d I_{TS}^2} \quad (5)$$

Pode-se também escrever a expressão da variação do valor da carteira contendo a Duration modificada e a Convexidade. Hull(1999)

$$\frac{\Delta B}{B} = -D * \Delta y + \frac{1}{2} C \Delta y^2 \quad (6)$$

Hull (1998) representa graficamente uma posição comprada para duas carteiras de diferentes Convexidades como:

Figura 1 - Gráfico de duas carteiras de convexidades diferentes



Fonte: Hull (1998, p. 138) Adaptado

Da figura é possível observar como ocorre a interação do valor das carteiras com variações das taxas de juros e perceber que para grandes oscilações dos juros

os efeitos das diferentes Convexidades se sobressaem. Também é possível inferir que a carteira com maior Convexidade (mais côncava) tem desempenho melhor. Percorrendo o eixo das abscissas no gráfico, uma variação positiva da taxa faz com que a carteira mais côncava tenha uma perda menor em seu valor. Ao mesmo tempo, uma variação negativa da taxa faz com que a carteira mais côncava tenha mais aumento em seu valor em relação a carteira com menos Convexidade. Isso é um efeito interessante, pois mostra que é melhor manter carteiras com Convexidade maior, uma vez que as perdas serão menores e os ganhos serão maiores para uma mesma variação na taxa.

Os métodos que utilizam análises baseadas na Duration e Convexidade sofrem a limitação do pressuposto movimento paralelo da curva de juros em suas variações. Essa hipótese utilizada durante as demonstrações acaba limitando um pouco a eficiência desses métodos, embora ainda tenha muita utilidade. Para grandes movimentos em uma curva real distorções acabam aparecendo.

2.3. O Value at Risk

Ao longo desse trabalho serão usadas algumas medidas de risco que de alguma forma analisam o risco de maneira individual para uma determinada operação como é o caso do PVbp e Duration. Essas medidas são muito úteis para os traders que administraram os riscos diretamente na mesa de operações.

Entretanto, existem outras formas de medidas que dão uma visão mais global dos riscos do banco considerando inclusive as correlações entre riscos de natureza diferentes.

O Value at Risk analisa os riscos e transforma em estimativa de perda máxima com determinado grau de confiança que podem ocorrer para uma determinada instituição entre o momento da análise e o término de um período relevante. (Securato, 2008)

O Var dá uma medida de risco global ao invés de se direcionar a ativos específicos. Traduz os riscos e correlações existentes em uma carteira de ativos.

O RiskMetrics (1996), desenvolvido inicialmente pelo banco J.P.Morgan visa padronizar a medição e pesquisa de riscos financeiros mostrando técnicas e tratamentos de dados para o cálculo do Var. Esse documento dá mais igualdade e

transparência nos cálculos entre diferentes instituições. Esse trabalho se guiará sempre que possível pelos parâmetros lá estabelecidos.

O período para que o Var é calculado pode variar de acordo com a necessidade. Para os cálculos desse trabalho será considerado o horizonte de um dia útil.

O intervalo de confiança será de 99 por cento por ser um valor suficientemente relevante para os propósitos do trabalho, além de ser comumente utilizado em análises estatísticas e ser indicado pelo Comitê de Supervisão Bancária da Basileia(BCBS).

Existem muitos métodos para o cálculo do Var. Nesse trabalho será usado o método histórico. A opção se deve a algumas razões.

Esse método é conceitualmente mais simples. Os dados históricos disponíveis foram coletados sem problemas e a especificação dos títulos será realizada posteriormente. O método histórico não depende de hipóteses quanto a distribuição dos spreads dos títulos. Normalmente seria feita a hipótese de distribuição normal que pode não ser perfeitamente aderente a realidade. Outros métodos que utilizam correlações e variância já foram consideradas durante o modelamento para se achar a melhor carteira pelo Índice de Sharpe. Além disso, por ser um método não paramétrico tem-se menos risco de que caso volatilidade e correlações sejam mensuradas erroneamente possam prejudicar o trabalho. As correlações e a volatilidade já estão sendo consideradas a partir dos dados históricos. Outro risco de erro eliminado é o de que o modelo produzido possa ter inconsistências.

Embora existam muitas vantagens como as citadas, alguns problemas também ocorrem. Ao se adotar a análise histórica é admitido que o passado é uma boa estimativa dos riscos futuros o que nem sempre é realidade. Se os dados usados possuírem alguns períodos de volatilidade anormal ou se algo anormal que pode ser previsível pelo mercado está por vir, o passado não funciona como bom parâmetro para o futuro.

O tamanho usado também pode trazer problemas. Um tamanho muito longo acaba refletindo dados de um período distante que não condiz com as condições atuais da economia. Entretanto, um período muito pequeno não tem o horizonte relevante necessário para uma análise adequada.

O Comitê de Supervisão Bancária da Basileia (2016)¹ estabelece algumas diretrizes para modelos de Var como: o risco deve ser computado diariamente, o intervalo de confiança usado deve ser de 99% e o período histórico de observações deve ser de um ano.

2.4. Técnica Bootstrap

É uma técnica que permite estudar o intervalo de confiança de parâmetros da amostra original a partir de sucessivas amostragens com reposição a partir dos elementos da amostra original.

Tem sua maior aplicação em casos em que o número de elementos da amostra é pequeno. É uma técnica que busca usar da melhor forma possível as informações disponíveis através do conjunto da amostra que se tem acesso.

A técnica assume que as várias amostras geradas aleatoriamente estão para a amostra original assim como a amostra original está para a população. Assim, na técnica a amostra original representa a população. Da mesma forma que a amostra original se aproxima da população, as amostras geradas pelo método bootstrap se aproximam da amostra original. (B. Efron, R. Tibshirani, 1993)

Quanto mais reamostragens forem realizadas pelo método bootstrap, mais a distribuição se aproximará da distribuição da amostra original. Esse é o princípio que faz a técnica funcionar.

Uma vantagem do método é que nenhuma hipótese sobre a distribuição é feita. Em outros métodos como o Monte Carlo geralmente seria feita a hipótese de distribuição normal. Uma desvantagem é o pressuposto do bootstrap de que o futuro se comportará como o passado, isto é, o passado seria uma referência do comportamento futuro, o que nem sempre é verdade.

A partir dos dados originais se define um número de reamostragens a serem geradas a cada interação do processo. A seleção dos dados participantes de cada grupo acontece de forma aleatória através do código programado. A cada interação a estatística que se quer estudar fica armazenada e ao final do número definido de loops é possível chegar a conclusões da estatística estudada. Com as informações que

¹ Disponível em: <http://www.bis.org/bcbs/publ/d352.pdf> Acesso em 10 de Set de 2016

foram armazenadas colocadas em ordem crescente, a distribuição dos valores pode ser feita e os intervalos de confiança podem ser definidos.

2.5. Desvio Padrão do retorno de um ativo como medida do risco

Em finanças é comum usar o desvio padrão como medida de risco pois demonstra o nível de distribuição do retorno em relação a sua média. É uma medida de dispersão.

Ao se trabalhar com dados de um ativo geralmente amostras são estudadas e não a população inteira. A fórmula que será usada nesse trabalho será a do desvio padrão da amostra. (Costa Neto, 2002)

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^2}{T - 1}} \quad (7)$$

Em que:

S =desvio padrão do retorno da amostra

R_t =retorno para o período t

\bar{R} = média de retorno da amostra considerada

T =número total de períodos analisados na amostra

2.6. Retorno esperado, Covariância e Correlação

O retorno esperado para uma carteira de n ativos traduz qual seria o retorno médio considerando como base o histórico de retornos dos ativos separados.

Sendo assim, o retorno dependerá do peso proporcional de cada ativo para o total da carteira.

$$Rp = \sum_{i=1}^n \omega_i R_i \quad (8)$$

Em que:

Rp =retorno do portfólio

ω_i =peso do ativo de índice i

A covariância é uma medida que traduz como duas grandezas andam juntas através do tempo. A covariância pode ser positiva, negativa ou nula. Covariância positiva diz que os dois ativos tendem a se movimentar juntos através do tempo. Covariância negativa significa que andam em sentidos opostos. Se a covariância é negativa não é possível inferir nada a respeito do movimento de um ativo sabendo o movimento do outro.

Conhecendo-se uma base histórica de dados é possível calcular a covariância da seguinte forma (Costa Neto, 2002):

$$Cov(a, b) = \sum_{t=1}^n \frac{\{[R_{t,a} - \bar{R}_a] * [R_{t,b} - \bar{R}_b]\}}{n - 1} \quad (9)$$

Em que:

N= número de períodos

$R_{t,a}$ =retorno no período t para o ativo a

$R_{t,b}$ =retorno no período t para o ativo b

\bar{R}_a = média de retorno do ativo 1

\bar{R}_b =média de retorno do ativo 2

A medida da covariância pode ser dividida pelo produto das variâncias dos ativos individuais de forma a resultar em um número entre -1 e 1 traduzindo o grau de correlação entre as variáveis.

$$\rho_{a,b} = \frac{Cov_{a,b}}{\sigma_1 * \sigma_2} \quad (10)$$

Uma correlação de medida +1 significa que os ativos são correlacionados perfeitamente e positivamente, isto é, eles tem seus retornos se modificando na mesma direção de forma proporcional. Uma correlação com coeficiente de 0 significa que não existe uma relação, ou seja os ativos tem seu retorno não correlacionado. Uma correlação de medida -1 significa que os retornos andam em direções proporcionais e opostas (Costa Neto, 2002).

A variância de retorno de um portfólio com n ativos tem a seguinte fórmula:

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_{i=1}^m \omega_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} \rho_{ij} \omega_i \omega_j \sigma_i \sigma_j} \quad (11)$$

Em que:

ρ_{ij} =coeficiente de correlação entre os retornos dos ativos de índice i e j

σ_i =desvio padrão do ativo de índice i

ω_i =peso proporcional de valor do ativo para o valor total da carteira

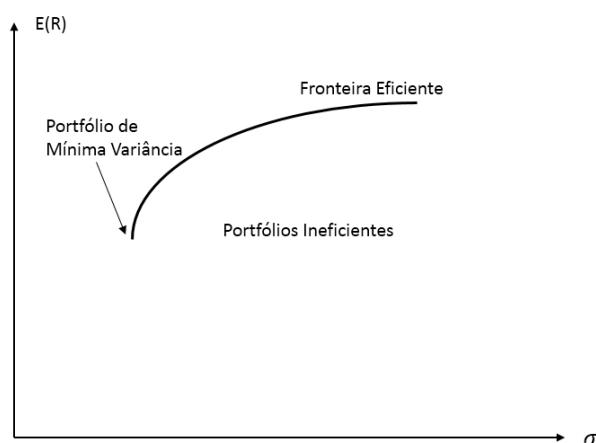
σ_P =desvio padrão do portfólio

Da expressão (11) é possível concluir que o risco do conjunto de ativos juntos cai a medida que o coeficiente de correlação dos ativos diminui. Se os ativos são pouco correlacionados os benefícios da mistura deles em uma carteira serão maiores para diminuir os riscos. É como se os movimentos opostos e aleatórios nas cotações se anulassem entre si levando a um risco total menor.

2.7. Fronteira Eficiente

Para um dado nível de retorno esperado é possível encontrar uma proporção dos ativos que vão levar a um menor risco. Plotando no gráfico todos esses pontos onde a relação retorno por risco é a maior possível, forma-se a chamada fronteira eficiente de risco. Nessa fronteira para um determinado nível de risco tem-se o maior retorno ou para um nível de retorno tem-se o menor risco. (Assaf Neto, 2010)

Figura 2 - Fronteira Eficiente



Fonte: Elaborada pelo autor

O Portfólio no gráfico acima que está mais a esquerda é o de mínima variância global. Ele é o portfólio que tem menos risco entre os que constituem a fronteira eficiente. Essa fronteira é importante pois na Teoria Moderna do Portfólio é assumido que os investidores são avessos a riscos e que por isso vão sempre buscar os portfólios que possam trazer maior relação risco retorno. (Assaf Neto, 2010).

2.8. Risco sistemático e não-sistemático

Um investidor que diversifica seu portfólio está eliminando o risco chamado não-sistemático. O risco que permanece mesmo após um portfólio ter sido constituído de forma bem diversificada é dito risco sistemático. O risco total é então a soma desses dois tipos de riscos.

Os ativos que tem alta correlação com o mercado possuem alto risco sistemático. Esse risco está ligado a fatores que afetam a economia toda como juros, cotação de moeda e por isso tem impacto em ativos de todo tipo. Portanto, a diversificação não consegue eliminá-lo. (Assaf Neto, 2010)

Já os riscos não-sistemáticos são mais ligados a características mais específicas como o setor da economia a que o ativo pertence. Assim, uma boa diversificação é capaz de diminuir esses riscos. Quanto mais diferentes ativos uma carteira de investimento possuir, maior vai ser a diminuição do risco não-sistemático. Uma carteira que já possui grande diversificação tem uma diminuição de risco incremental menor por ativo somado a carteira do que uma que ainda possui pouca diversificação.

A diversificação é gratuita e pode trazer um enorme benefício para os investidores. Misturando-se dois ativos de determinados níveis de risco pode-se obter um portfólio com risco menor e com maior expectativa de retorno do que se considerado os ativos separadamente. (Assaf Neto ,2010)

2.9. Índice de Sharpe

O Índice de Sharpe é a razão que procura expressar o quanto a mais de retorno por risco adicionado o portfólio obtém quando comparado a um ativo livre de risco. (Sharpe, 1966)

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{E(R_p) - R_{LR}}{\sigma_p} \quad (12)$$

Quanto maior o Índice de Sharpe melhor é a seleção do portfólio pois maior é o retorno obtido por risco adicionado (Assaf Neto, 2010).

O Índice de Sharpe tem a mesma fórmula do coeficiente angular da Linha de Alocação de Capitais (CML) da Teoria Moderna do Portfólio. Todos os portfólios plotados pelo gráfico ao longo do CML tem o mesmo Índice de Sharpe.

O Índice de Sharpe Generalizado é um índice semelhante ao índice de Sharpe de forma adaptada que permite considerar a ordem dos investimentos em relação a algum benchmark. O Índice de Sharpe dá uma avaliação absoluta enquanto o Índice de Sharpe Generalizado dá uma avaliação relativa. O ISG dá o retorno de uma operação com uma posição comprada no ativo que se deseja analisar e uma posição vendida em igual tamanho no Benchmark de forma ponderada pelo risco da operação. (Mazali, R.; Basílio, P.L.A.; Simonsen, R, 2000).

O ISG pode ser expresso pela relação (Mazali, R.; Basílio, P.L.A.; Simonsen, R, 2000):

$$ISGi = \frac{E(R_i) - E(R_m)}{\sigma_p} \quad (13)$$

Em que:

$E(R_i)$ = retorno esperado do investimento i

$E(R_m)$ =retorno esperado do investimento no benchmark

σ_p = desvio padrão dos excedentes dos retornos do investimento i sobre o benchmark

2.10. As estratégias de escolha de carteiras

As diferentes possibilidades de configuração das carteiras podem levar a diferentes níveis de lucratividade. Ao se posicionar de formas diferentes um operador está apostando nos movimentos relativos que a curva de juros pode sofrer em seus diferentes vértices. Como já explicado, a curva não se move de maneira necessariamente paralela nos vencimentos e com isso movimentos relativos entre os vértices da curva acontecem.

Existem 3 principais estratégias de posicionamento do portfólio: Bullet, Barbell e Ladders.

Na estratégia Bullet a carteira é montada de forma a deixar os vencimentos concentrados em um único ponto da curva.

Na estratégia Barbell os papéis com posicionamento ficam nos pontos da curva mais curtos e nos mais longos.

Na estratégia Ladders, quantidades iguais de títulos ficam distribuídos ao longo da curva.

3. Estudo de Caso

O trabalho foi realizado na área Mesa Proprietária do banco, mais especificamente na subdivisão de Rates. Essa mesa pertence a área de Trading que integra a Tesouraria do banco. Todas essas áreas e suas divisões serão descritas nesse capítulo.

Será mostrado como são divididas as áreas do banco, o funcionamento da mesa de operações, o mercado futuro de DI e o mercado de títulos públicos.

Inicialmente são descritos brevemente os tipos de risco a que os bancos ficam expostos sendo que esse trabalho ficará voltado especificamente aos riscos de mercado dos títulos do governo brasileiro.

Posteriormente são descritas as ferramentas que serão usadas no processo de identificação, mensuração e gerenciamento dos riscos de mercado.

Alguns conceitos básicos para os operadores do mercado financeiro são apresentados como posicionamento e sua influência no PNL de acordo com variação nos preços e movimentos da curva pré. Esses conhecimentos serão aplicados no entendimento da influência da variação das taxas de juros nos resultados.

Dessa forma, busca-se contextualizar o local de realização e os mercados com que o trabalho proposto está envolvido permitindo ao leitor um melhor entendimento do problema.

3.1. Áreas do Banco

O termo banco engloba muitas atividades com diferentes perfis de risco.

A Área Comercial é a área tradicional de bancos onde os depósitos e empréstimos são recolhidos dos clientes de varejo e corporativos. Empréstimos então são feitos com os recursos levantados. O objetivo é gerar um retorno, garantindo que o custo dos fundos tomados emprestados é inferior a juros pagos pelos empréstimos feitos para os clientes.

O Investment Banking abrange áreas onde os bancos ajudam os clientes a levantar dinheiro nos mercados de dívida e de capital e recebem taxas pagas pelos seus serviços. Exemplos incluem IPOs, fusões e aquisições (M & A), e serviços de consultoria empresarial.

A Área de Trading opera em diferentes tipos de mercados, com mesas especializadas em FX, títulos, tais como obrigações e ações, ou commodities. Os bancos também podem utilizar os seus balanços ao subscrever emissões de títulos. As receitas provenientes das atividades vem de spreads de compra e venda, taxas e lucros feitos quando um banco opera com trading proprietário que é a área em que esse trabalho foi realizado.

3.2. Áreas da Tesouraria

O estágio que deu origem ao presente trabalho foi realizado na tesouraria de um banco múltiplo. As tesourarias dos bancos geralmente são divididas em algumas áreas de acordo com sua funcionalidade.

A Mesa proprietária é responsável por dar os preços das operações para atender aos desejos dos clientes e por administrar os riscos decorrentes dessas operações. Além disso, tomam risco de forma a tentar se aproveitar das situações do mercado para obter lucro. É nessa área da tesouraria que o trabalho foi realizado.

A Mesa de Sales tem os profissionais responsáveis por atender os clientes, apresentar os produtos e negociar preços.

A Área de produtos participa da estruturação de operações com certas peculiaridades que são interessantes para o atendimento das necessidades dos clientes.

O Balance Sheet Management (BSM) é a área responsável por administrar o patrimônio do banco tanto quando sobra dinheiro em caixa quanto nos momentos de necessidade.

A Mesa de ações opera o portfólio de ações do banco visando obter a maior rentabilidade possível.

A Área de TI é a equipe que dá suporte para as atividades de Front-Office resolvendo os problemas técnicos e dando auxílio no uso dos diversos sistemas de informação do banco.

3.3. Funcionamento da mesa de Operações

Quando um cliente procura o banco para realizar uma operação financeira e obter uma cotação da operação, o Sales responsável por atender o cliente obtém um preço com o trader e a partir desse preço de referência acrescenta um spread que é um certo valor extra de forma a obter lucro para o banco.

O operador é o responsável por calcular o preço que seria justo para o determinado produto financeiro buscado pelo cliente e a partir dessa referência um lucro para o banco é acrescentado. O lucro não pode ser abusivo, senão o cliente conseguiria um preço melhor junto a outro banco. O mercado portanto é quem na verdade determina o preço justo de um produto financeiro do banco.

3.4. Os tipos de risco

Dentro do setor bancário algumas vezes fica difícil separar estritamente as categorias de risco que acabam se sobrepondo e sendo pouco ambíguas. A BM&F² descreve de forma geral 4 grupos: risco de mercado, risco de crédito, risco de liquidez e risco operacional.

O risco de mercado é aquele com qual o presente trabalho irá lidar. É o risco que decorre das possíveis mudanças de preços negociados no mercado. Engloba tanto os riscos diretos das posições de produtos negociados na bolsa, como ações, commodities e títulos públicos quanto dos derivativos que possui em sua posição como Swaps que tem sua marcação de valor dependente da cotação do mercado. Numa mesa de renda fixa no Brasil, os principais riscos de mercado podem ser usualmente classificados como risco de moeda, risco pré ou risco cupom.

Em uma transação financeira existe o risco de uma das partes não poder cumprir com suas obrigações e a isso damos o nome de risco de crédito. Alguns bancos tem esse risco em particular como predominante. O risco de crédito engloba não apenas o risco das operações de empréstimo simples, mas também os riscos

² Certificação de Profissionais do Instituto Educacional BM&FBOVESPA, 2012. Disponível em: <<https://educacional.bmfbovespa.com.br/documentos/APO-PQO-V2-completa.pdf>>. Acesso em: 25 de Ago. 2016.

decorrentes de operações de outras áreas do banco. Quando a Tesouraria do banco vai fechar uma operação com algum cliente, cabe ao Sales que estiver atendendo verificar junto a equipe de crédito do banco se o cliente cumpre os requisitos mínimos de crédito para poder realizar o trade.

O risco de liquidez inclui a capacidade do banco vender ativos a um preço razoável quando necessário para levantar fundos e também a capacidade de refinanciar seus passivos. O banco precisa ter fundos em tamanho suficiente para cumprir suas dívidas mais imediatas. Se alguma perturbação grande ocorre no mercado pode não ser possível ir a mercado e conseguir dinheiro suficiente para suas necessidades.

O risco operacional é mais abrangente e engloba os riscos que são ligados a execução das operações do banco. Tem potencial para perdas significativas.

3.5. As estratégias dos Operadores

Podemos classificar os traders em 3 tipos de acordo com as diferentes estratégias gerais de trading que eles seguem (Hull, 1998): hedgers, especuladores e arbitradores.

Os hedgers realizam as operações e zeram os riscos buscando realizar operações de risco oposto na BMF (mercado futuro).

Os especuladores realizam operações tentando se posicionar no mercado a fim de tentar buscar lucros. Eles apostam que o movimento de preços se dará na direção em que estão posicionados. Nesse sentido, os mercados futuros são excelentes pois proporcionam capacidade de alavancagem. Quando um operador vai operar na bolsa, ele deposita um valor de margem para sua corretora, assim o resultado da operação tanto de ganho quanto de perda é adicionado ou descontado dessa conta. A margem atua assim como uma espécie de seguro e permite que o operador realize operações comprando ou vendendo produto que tem muitas vezes o valor real depositado.

Os arbitradores adotam a estratégia de buscar se aproveitar de discrepância entre valores de alguma coisa em dois mercados diferentes montando posições sem risco travando valores nos dois mercados e com isso conseguindo lucros. Atualmente com o mercado atual e com difusão praticamente instantânea de informações as possibilidades de arbitragem ficaram raras e quando aparecem geralmente podem ser

captadas por programas de operação eletrônicos automáticos que ficam vasculhando justamente essas oportunidades.

3.6. Posicionamento no mercado

No mercado de renda fixa brasileiro é comum o uso de terminologias como comprado, vendido, dado e tomado para expressar o posicionamento em relação a algum risco em alguma moeda ou em alguma taxa de juros.

Em alguns casos, como a compra ou venda de um título público, a operação pode levar o operador a ficar posicionado em riscos que nem sempre são facilmente aparentes e, por isso, uma instituição financeira deve sempre agir com cuidado quanto sua exposição.

Um trader está tomado se ganha dinheiro quando as taxas sobem. A palavra tomado vem de tomar dinheiro emprestado. Quando se toma dinheiro emprestado a determinada taxa está sendo fixado o valor do empréstimo. Logo, se a taxa posteriormente sobe o trader está ganhando dinheiro pois realizou uma boa operação pegando dinheiro com uma taxa mais baixa do que a com que o mercado fica posteriormente. Então, caso quiser, o operador poderá emprestar dinheiro com a taxa mais alta e assim obter lucros zerando seu risco.

Um trader está dado se ganha dinheiro quando as taxas caem. Quando se empresta dinheiro a uma determinada taxa e logo em seguida a taxa cai, o trader está ganhando dinheiro pois emprestou dinheiro a uma taxa maior do que o mercado ficou depois. Se quiser, o operador poderá então tomar dinheiro emprestado, zerar o risco e assim realizar seus lucros com a operação.

É dito que um operador está comprado se ganha dinheiro quando a cotação de uma moeda em que está posicionado sobe. Se a cotação sobe o operador poderá posteriormente vender a moeda, obter lucros e ficar sem posição no mercado. De forma análoga, um trader está vendido se ganha dinheiro quando a cotação de uma moeda em que está posicionado cai.

3.7. Controle dos riscos de mercado

Os bancos interagem no mercado que é um ambiente dinâmico cercado de incertezas e que muda rapidamente. Nesse contexto é importante que tenham total controle dos riscos a que estão expostos. Securato (2008, p. 371) nos fala que esse ambiente “mais hostil exige técnicas de gestão científicas que possibilitem, a qualquer momento, uma clara identificação, mensuração e avaliação dos riscos incorridos, para que possam ser eficazmente gerenciados”.

Diferentes atividades bancárias geram riscos de diferentes naturezas que podem impactar os resultados do banco. Na área de Trading, o principal risco administrado é o risco de mercado. Uma vez identificados, esses riscos precisam ser avaliados e quantificados de alguma maneira. As maneiras mais comuns e difundidas são a análise de cenários através do teste de Stress e o VaR (Value at Risk).

A análise de cenários permite que se façam testes para saber quanto a carteira iria perder ou ganhar se houvesse uma determinada mudança brusca do mercado enquanto o banco carrega uma determinada posição. Os cenários podem ser definidos com diferentes tamanhos de mudanças. No caso das operações em que esse trabalho é baseado a metodologia adotada é considerando a mudança de 0,01% nas taxas de juros, ou seja 1 base point comumente representado como 1 DV01 ou 1 PVbp. Assim, dando-se um “bump” (aumento no valor das taxas de juros) na curva de 1 PVbp calcula-se qual o risco do banco ou seja, qual seria o PNL ganho ou perdido com essa mudança no mercado.

Com o Var é possível dizer com determinado grau de certeza qual o valor máximo que uma determinada carteira de investimentos pode perder. Para se chegar a esse valor são utilizados conceitos de estatística. Securato (2008, p.401) diz que representa “a perda máxima, com determinado grau de confiança, que pode ser experimentada pela instituição decorrente das variações ocorridas nos preços de mercado”.

Uma vantagem do Var é a possibilidade de se poder analisar através do teste de forma integrada o resultado levando-se em conta todas as operações da carteira conjuntamente. Entretanto, para carteiras com muitos ativos a técnica pode ficar bastante complicada pois ao se considerar as correlações entre diferentes ativos da carteira pode-se formar uma matriz de correlação de elevadas dimensões. Além disso, algumas complicações a mais decorrem das de outros fatores como determinação do

grau de confiança, horizonte de análise, geração de cenários e base histórica usada (Securato,2008).

As operações financeiras pode acontecer por vontade dos administradores dos riscos caso percebam alguma oportunidade do mercado e queiram se posicionar (especuladores) ou podem ocorrer de forma não espontânea apenas para atender aos clientes. Em certas situações uma operação realizada a mercado para atender determinado cliente acaba provocando riscos indesejados. Os traders tem algumas possibilidades para lidar com esses riscos. Os preços, por exemplo, são ajustados para os clientes de acordo com o grau de risco e liquidez para zerar as posições acarretadas pelas operações realizadas. Quanto maior o risco e menor a liquidez, maior será o spread cobrado do cliente para realizar a operação. O spread é a diferença entre o valor de mercado no momento da cotação e o valor cobrado do cliente. Um outro modo do banco se proteger dos riscos indesejados é através da fixação de limites. Cada operador do mercado financeiro possui um limite máximo de risco que pode aceitar para realizar determinada operação. Não importando o tamanho da possibilidade de lucros que uma operação possa ter, esse limite deve ser sempre respeitado.

O trader não se mantém preocupado apenas com o risco quanto a uma operação específica. Duas operações diferentes podem ter riscos opostos que acabam por se cancelar. Dessa forma, o operador administra os riscos gerais de todas operações registradas em seus Books, que são espécies de livros eletrônicos com registros de todas suas operações.

Se uma operação de um título público é fechada, é possível que o operador zere parte do risco adicional da operação realizando outras operações contrárias para clientes ou realizando operações a mercado diretamente na BMF.

As operações realizadas para os clientes ficam nos chamados books hedge. As operações de risco tomados por vontade dos trader ao se posicionarem no mercado são registradas nos chamados books proprietários. Sobre os books hedge existe menor incidência de imposto e esse é o motivo principal da separação.

3.8. O Mercado Futuro de DI

O contrato de DI é um contrato futuro que negocia a expectativa que se tem em relação a taxa de DI para a determinada data de vencimento do contrato.

Hull (Hull, 1998) diz que “um contrato futuro é o compromisso de comprar ou vender determinado ativo numa data específica no futuro, por um preço previamente estabelecido”.

O objeto de negociação desse contrato³ é:

A taxa de juro efetiva até o vencimento do contrato, definida para esse efeito pela acumulação das taxas diárias de DI no período compreendido entre a data de negociação, inclusive, e o último dia de negociação do contrato, inclusive.

Esse contrato utiliza a base de cálculo com 252 dias úteis e pode ser negociado até o último dia anterior à data de vencimento.

O contrato tem o valor de face de R\$ 100.000,00 que funciona somente como valor de referência para o cálculo de resultados. Observe que o contrato futuro é um derivativo e que em nenhum momento será pago o valor do contrato, uma vez que apenas o PNL da operação será adicionado ou descontado da conta em que o investidor deixa depositado as margens de garantia.

Os bancos procuram administrar seu caixa de forma que não sobre dinheiro não investido que fique sem rendimento, mas ao mesmo tempo precisam manter o mínimo necessário para cumprir suas obrigações.

Diariamente os bancos precisam realizar operações de compra e venda entre si de forma a manter seu caixa próximo ao zero. A taxa do DI (Depósito Interbancário) é uma média das taxas praticadas nas operações de CDI (Certificado de Depósito Interbancário) que são registradas pela Cetip (Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos Privados) quando os bancos realizam essas operações entre si. Essa taxa serve como referência para muitas operações do mercado de renda fixa brasileiro.

³<http://www.bmfbovespa.com.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId=8A828D2951C9C37701521D31E9CF661C> >. Acesso em 25 Ago 2016)

A curva de DI é a curva que dispõe os valores das taxas de juros em relação a cada um dos vértices (vencimentos) a que elas se referem. É comum se referir aos vencimentos usando a tabela de códigos da BM&F padronizada que é adotada por todo o mercado. A tabela se encontra no Apêndice A do trabalho.

Essa curva é disponibilizada pelos principais feeders que podem alimentar os sistemas do banco responsáveis por utilizar esses preços conforme necessário. O Anexo C mostra a curva pré (curva de DI) como ela aparece publicada pela Bloomberg que é o principal feeder do mercado.

É comum que os traders mantenham também essas curvas em suas planilhas a fim de que tenham a possibilidade de poder controlar os valores que utilizam em seu trabalho. Uma tabela com a curva de DI usada nas simulações do trabalho está no Apêndice B. Em certos momentos de grande volatilidade ou quando algum problema de IT ocorre é importante que se tenha a liberdade de poder corrigir distorções manualmente.

No mercado brasileiro, existem muitos vértices que não possuem liquidez. Em alguns vértices pouco líquidos pode não ocorrer nenhum negócio durante todo o dia enquanto a bolsa está aberta para negociação. Em situações como essa fica complicado poder mensurar qual a taxa adequada do vencimento e, por isso, é feita uma interpolação usando como referência vértices mais líquidos e com valores bem determinados no mercado.

Os operadores de renda fixa que realizam operações no mercado podem adotar muitas táticas em busca de lucros. Quando um operador compra um contrato de DI para um determinado vencimento ele está apostando que a taxa subirá (ficando tomado na taxa). De forma análoga, quando vende um contrato está apostando que a taxa cairá (ficando dado na taxa).

A seguir é mostrado um exemplo do formato da curva de DI. Observe que no eixo das abscissas ficam as datas de vencimento, enquanto no eixo das ordenadas ficam os valores das taxas correspondentes sendo negociadas no mercado. Essas negociações ocorrem na BM&F (Bolsa de Mercadorias e Futuros).

Figura 3 - Gráfico com o formato de uma curva de DI



Fonte: Bloomberg

Além das variações no direcional das taxas, o operador também poderá apostar nas variações relativas entre os vértices de diferentes vencimentos. Quando alguém vende um vencimento curto e compra uma determinada quantidade de contratos do vencimento longo com um risco equivalente, está apostando no movimento relativo entre os vértices (nesse exemplo está apostando que o vértice longo subirá em relação ao vértice curto). Da mesma forma, quando alguém vende um vencimento longo e compra uma determinada quantidade de contratos do vencimento curto com um risco equivalente está apostando que o vértice longo cairá em relação ao curto.

Quando o vértice longo sobe em relação ao curto, diz-se que a curva está com movimento de steepening. Quando o vértice longo da curva cai em relação ao curto, é dito que a curva está com movimento de flattening. Esses termos vem do inglês e são comumente usados no mercado brasileiro.

3.9. O Mercado de Títulos Públicos Prefixados

Ao se negociar os títulos prefixados é comum no mercado que se use a taxa do papel como cotação do preço. A taxa e o PU (preço unitário) do papel tem uma relação inversa. Quanto maior a taxa menor será o preço a ser pago. Dessa forma, é melhor comprar o papel com altas taxas e vender com taxas menores.

As negociações no mercado de balcão através das corretoras são em maioria feitas de forma casada com o DI de vencimento correspondente. Os títulos prefixados tem como seu principal risco o DI. Assim, os contratos equivalentes para fazer o hedge já são adquiridos no momento da compra do papel a preço de mercado. Dizemos que é feito um “direto” entre o comprador e o vendedor no determinado número de contratos de DI. O preço da cotação da taxa de retorno do título não é necessariamente igual ao preço da taxa do DI de vencimento correspondente. Esse acréscimo de valor em relação a taxa do DI é dado o nome de casado, pois está sendo realizado uma venda casada.

Os papéis no mercado são negociados através das corretoras usando esse valor do casado que é o objeto de negociação. Portanto, o mercado é quem define seu preço justo e por isso existe um risco de mercado associado. Esse é o risco que ao longo do trabalho é chamado risco de spread, pois é o risco associado ao descasamento (spread) entre a taxa do papel e a taxa do DI de vencimento correspondente.

$$\text{casado} = \text{taxa do papel} - \text{taxa de DI correspondente} \quad (14)$$

Quanto maior o casado, maior será a taxa negociada para o papel e menor será o PU do título. Isso pode ser um pouco confuso num primeiro momento uma vez que durante as negociações os preços dos papéis são falados na forma de casado. Logo, a lógica funciona de tal forma que é melhor comprar com alto valor do casado e vender com baixo. Isso foge da normalidade das negociações, uma vez que no dia a dia geralmente é melhor comprar as coisas a valores baixos e vender a valores altos.

Os papéis também podem ser adquiridos sem o hedge do DI caso vendedor e comprador assim accordarem e esse tipo de negociação recebe o nome de “seco”. Entretanto, esse é um tipo de negociação mais rara de ser realizada no mercado de balcão junto as corretoras.

O lote padrão para as negociações é de 50.000 unidades de títulos e geralmente para lotes menores que isso é cobrado um spread a mais para a efetivação das negociações.

4. Proposta de Melhoria

Um operador que administre uma carteira de títulos públicos prefixados tem o desafio de administrar os riscos pre e de spread a que a carteira fica exposta. O risco pre pode ser administrado com auxílio dos contratos futuros de DI, conforme será demonstrado a partir das análises de Duration e Convexidade a serem realizadas. Entretanto, o risco associado a mudança do valor de mercado do casado do papel não é controlável pelo operador, uma vez que não existe nenhum derivativo específico que permita administrar esse risco.

O trader de títulos públicos tem então o desafio de tentar prever quais são as possíveis variações que ocorrerão na diferença entre a taxa do papel e a taxa de juros vigente no mercado para o mesmo vencimento uma vez que essa diferença gera um risco de spread considerável quando o montante investido nos títulos é de grande valor. Adicionalmente, em momentos de grande volatilidade como os recentemente vistos no país esse risco fica ainda mais destacado.

A partir dos estudos da Teoria Moderna do Portfólio foi visto que a diversificação da carteira pode trazer os benefícios de diminuir os riscos não-sistêmicos. Com isso, surgiu a ideia de realizar uma análise a partir do Índice de Sharpe Generalizado a fim de tentar buscar qual seria a formação adequada percentualmente para cada título prefixado disponível no mercado de renda fixa em uma carteira procurando amenizar os riscos e maximizar o possível retorno esperado. Desde que não existe uma forma de zerar perfeitamente o risco de spread, a proposta é a de tentar mitigar.

Essa parte do trabalho procura mostrar como foi feita toda a construção do modelo que se encontra na planilha Excel em anexo ao trabalho. A primeira parte do capítulo explica os problemas identificados que o modelo busca solucionar. Então, será explicado como foi feito a construção da curva de DI e de uma calculadora de preços, Duration e Convexidade que serão usados para precificar e realizar hedge de risco pre dos títulos. Finalmente, será explicada a construção do modelo baseado no ISG.

4.1. Problemas Identificados

O Trabalho trata o risco de juros dos títulos públicos prefixados quanto aos seus componentes de risco pre e de spread independentemente durante todo seu desenvolvimento. Essa parte do estudo mostrará problemas identificados na administração de cada um desses riscos.

O hedge do risco pre dos papéis adquiridos de forma casada a mercado é adequado para as LTNs que após a compra tem apenas mais um fluxo final em seu vencimento e, portanto, a Duration tanto do título quanto dos contratos de DI do hedge ficam coincidentes e por isso o risco pre fica perfeitamente zerado. Entretanto, para o caso das NTN-F não é um hedge perfeito. Embora o risco de DI aparentemente fique zerado, existe um risco de descasamento entre a Duration do Hedge de DI e a Duration do papel.

Uma NTN-F tem pagamentos de cupons que acabam fazendo com que o prazo médio dos fluxos fiquem antes de seu vencimento. Ao se realizar o hedge de DI como ocorre normalmente no mercado de forma casada, o DI utilizado é o de vencimento igual do papel. Com isso, ativos e passivos ficam com descasamento e daí provem um risco que pode ser relativamente considerável dependendo do papel como no caso das NTN-F mais longas que tem descasamento de prazo médio em cerca de 5 anos. Com isso, os movimentos relativos entre vértices de steepening e de flattening (explicados no estudo de caso) podem acabar causando resultados financeiros.

Uma estratégia típica para zerar o risco consiste em provocar o casamento de Duration entre ativos e passivos. No entanto, riscos atrelados a curva de juros tem uma dificuldade adicional em razão da ETTJ (Estrutura a Termo da Taxa de Juros).

Durante as demonstrações das fórmulas de Duration e Convexidade realizadas anteriormente parte das hipóteses tomadas estavam no fato de que a curva de juros se move de forma paralela entre seus vértices. Na realidade, essa afirmação é falsa. Os movimentos entre os vértices acontecem de forma independente e com isso hedges com descasamento podem causar P&L decorrente da variação relativa da taxa de DI que ocorre entre os vértices da curva de juros nos pontos em que se tem fluxos.

Para alterações infinitesimais as aproximações funcionam bem, entretanto para variações dos juros maiores a relação não-linear dos preços dos títulos deve ser levado em conta para uma imunização mais precisa. A estratégia a ser atribuída para

minimizar esse risco acaba trazendo incertezas entre o modelo de tipo de choque realizado e os movimentos reais realizados na curva de juros. Esse seria o risco de Imunização. Freitas (2011)

Além desse problema quanto ao hedge de risco pre, ocorre outro problema no hedge do risco de spread do papel em relação ao DI que pode ser visto como um risco independente. Esse spread depende de uma série de variáveis externas que um operador não tem controle como a oferta e demanda do papel para determinado vencimento no mercado secundário, política do país que define a situação de crédito e oferta do papel por parte do governo através dos leilões do mercado primário. Num primeiro momento, esse trabalho se concentrará no desenvolvimento dos instrumentos para análise do risco pre o qual um operador do mercado financeiro pode administrar com auxílio dos contratos futuros de DI. Em seguida, o modelo para o risco de spread será construído.

4.2. Precificação e Cálculo de riscos pre

Conforme dito, o operador de títulos públicos prefixados precisa administrar tanto o componente de risco pre quanto o risco de spread dos papéis. Nessa parte do trabalho será explicado como foi montado uma calculadora de preços e riscos para os papéis que será usada para controle do risco pre.

Será demonstrada de forma resumida os cálculos que embasaram a criação da planilha “Pricing Bonds” que se encontra na pasta Excel em anexo.

Os cálculos de preços serão usados durante as análises de PNL da carteira otimizada a ser definida futuramente. Os cálculos de Duration e Convexidade serão usadas nos cálculos de hedge do risco pre com contratos futuros de DI.

A curva de DI foi construída com base nas taxas do dia 30 de agosto de 2016 e servirá de referência para as análise de hedge por Duration e Convexidade. É a curva que se encontra no Apêndice B.

4.2.1. Precificação e risco da curva de juros

Cada vencimento da curva de juros mostra a taxa, o preço unitário de um contrato e o fator de desconto. Além disso, no caso desse trabalho ainda foram calculados a Duration e a Convexidade para as análises a serem realizadas.

O valor usado como base de cálculo para um contrato é de R\$ 100.000,00 reais em seu vencimento. Assim, o valor presente da operação de 1 contrato fica como:

$$PU = \frac{100.000}{(1 + \frac{i}{100})^{\frac{du}{252}}} \quad (15)$$

Em que:

PU = preço unitário

i = taxa de juros

du = número de dias úteis compreendidos entre a data da operação inclusive e a data de vencimento do contrato exclusive

A ideia de um fator de desconto é a de que multiplicando um fluxo pelo DF (*Discount Factor*) relativo ao tempo em que o fluxo ocorre, gera-se o valor presente desse fluxo de caixa. Se um determinado fluxo de R\$ 1000,00 ocorrerá em um ano e o DF para esse tempo é de 0,5, então o valor presente desse fluxo será de R\$ 500,00.

Dada uma taxa i para um vencimento no tempo t da curva para o qual desejamos calcular o DF, podemos representar o fator de desconto em função da taxa relacionada como:

$$DF = \frac{1}{(1 + i)^t} \quad (16)$$

No Brasil as taxas de juros calculadas para o mercado de DI são compostas. Dessa forma, uma curva de Discount Factor em função do tempo tem o formato curvo com decaimento exponencial.

Para encontrarmos o risco de um contrato de DI podemos realizar a derivada de $-PU$ (preço unitário) em relação a taxa de juros e assim ter uma medida de sensibilidade. O sinal negativo é devido ao fato de o PU ser o valor presente do

contrato de DI cujo valor no vencimento determinado pela BM&F é de R\$100.000,00. Entretanto, o objeto de negociação do contrato de DI é na verdade a taxa. Quando se compra um contrato de DI o PN&L será positivo se a taxa subir (o PU cair). Para exprimir essa relação inversa é usado o sinal negativo.

Derivando a fórmula anterior do PU do contrato em relação a taxa temos a Duration:

$$\frac{\partial(-PU)}{\partial i} = \frac{100.000 * du}{252 * (i + 1)^{\frac{du+252}{252}}} \quad (17)$$

Derivando novamente a expressão anterior pela taxa encontramos a Convexidade:

$$\frac{\partial^2(-PU)}{\partial i^2} = -100.000 * \frac{(du^2 + 252du)}{63504 * (i + 1)^{\frac{du}{252}+2}} \quad (18)$$

4.2.2. Precificação e risco de uma LTN

A LTN é um título do tipo *bullet*, isto é, não possui pagamentos de cupom, sendo portanto um título de estrutura mais simples. Um investidor faz a compra do título pagando seu valor no dia da compra e recebe o principal mais juros no vencimento. A representação do fluxo de caixa de uma LTN pode ser encontrada no anexo E.

O valor de face do título é de R\$ 1000,00 e a diferença entre o valor pago no momento da compra e esse valor de face predeterminado é que define os juros fixados na compra do título.

Para se calcular o preço a ser pago no momento de uma compra temos:

$$Preço = \frac{VN}{(1 + Taxa)^{\frac{DU}{252}}} \quad (19)$$

Em que:

Preço= valor para compra do título

VN= valor de face do título

DU= dias úteis entre data da liquidação inclusive e data do vencimento exclusive

Taxa= taxa usada no cálculo do papel na compra

A taxa da expressão anterior pode reescrita decomposta em seus componentes de DI e spread:

$$Taxa = Taxa DI + Spread Aditivo \quad (20)$$

Então, o preço para uma LTN fica:

$$Preço = \frac{VN}{(1 + Taxa DI + Spread Aditivo)^{\frac{DU}{252}}} \quad (21)$$

Derivando o Preço pela Taxa DI, encontramos a Duration:

$$\frac{\partial Preço}{\partial Taxa DI} = \frac{-VN * du * (Taxa DI + Spread Aditivo + 1)^{\frac{-du-252}{252}}}{252} \quad (22)$$

Derivando novamente, temos a Convexidade:

$$\frac{\partial^2 Preço}{\partial^2 Taxa DI} = \frac{VN * du * (du + 252) * (Taxa DI + Spread Aditivo + 1)^{\frac{-du-504}{252}}}{63504} \quad (23)$$

4.2.3. Precificação e risco de uma NTN-F

A NTN-F é um título prefixado com pagamento de cupons semestrais. Seu valor de face no vencimento é de R\$1000,00 e juntamente com esse valor também é pago o ultimo cupom. O diagrama de fluxo de caixa desse título pode ser encontrado no Anexo E.

Para o cálculo de uma NTN-F encontra-se o valor presente dos fluxos de caixa incluindo os cupons e o valor a ser resgatado no vencimento.

Os cupons semestrais tem valor de 10% ao ano sobre o valor de face de R\$ 1.000,00. A taxa de 10% ao ano é equivalente a uma taxa efetiva de 4,8808% semestralmente.

$$\text{taxa semestral} = \sqrt{(1 + \text{taxa anual})^{\frac{1}{2}} - 1} = 0,048808 \quad (24)$$

Dessa forma, cada título dará direito ao portador a receber um pagamento de R\$ 48,81 a cada seis meses nas datas definidas em contrato.

O valor presente dos fluxos financeiros fica:

$$\text{Preço} = \left(\sum_{j=1}^n \frac{C_j}{(1 + \text{TIR})^{\frac{du_n}{252}}} \right) + \frac{VN}{(1 + \text{TIR})^{\frac{du}{252}}} \quad (25)$$

Em que:

VN= valor de face do título

C_j =cupom de índice j

du_n = número de dias úteis até o pagamento do cupom de ordem n

TIR=taxa interna de retorno definida no momento da compra do título

Com a decomposição da taxa interna de retorno como a soma da taxa de DI correspondente mais o spread, a expressão para o preço de uma NTN-F fica como:

$$\begin{aligned} Preço = & \left(\sum_{j=1}^n \frac{C_j}{(1 + Taxa\ DI + Spread\ Aditivo)^{\frac{du_n}{252}}} \right) \\ & + \frac{VN}{(1 + Taxa\ DI + Spread\ Aditivo)^{\frac{du}{252}}} \end{aligned} \quad (26)$$

Derivando o Preço pela Taxa DI, encontramos a Duration:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Preço}{\partial Taxa\ DI} = & - \left(\sum_{j=1}^n \frac{C_j * du_n * (Taxa\ DI + Spread\ Aditivo + 1)^{\frac{-du_n-252}{252}}}{252} \right) \\ & - \frac{VN * du * (Taxa\ DI + Spread\ Aditivo + 1)^{\frac{-du-252}{252}}}{252} \end{aligned} \quad (27)$$

Derivando novamente, temos a Convexidade:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Preço}{\partial^2 Taxa\ DI} = & \left(\sum_{j=1}^n \frac{C_j * du_n * (du_n + 252)(Taxa\ DI + Spread\ Aditivo + 1)^{\frac{-du_n-504}{252}}}{63504} \right) \\ & + \frac{VN * du * (du + 252) * (Taxa\ DI + Spread\ Aditivo + 1)^{\frac{-du-504}{252}}}{63504} \end{aligned} \quad (28)$$

4.2.4. Custo das operações

Durante estudos financeiros é importante considerar os custos decorrentes da realização das operações. Os principais custos são os valores pagos para as corretoras e os emolumentos pagos para a BM&F.

Como o trabalho atual se realiza num banco que possui sua própria corretora os custos decorrentes desses pagamentos foram considerados desprezíveis.

Os emolumentos da BM&F seguem a equação (29):

$$\text{Valor por contrato} = 100.000 * \left[\left(1 + \frac{p}{100}\right)^{\frac{\text{prazo}}{100}} - 1 \right] \quad (29)$$

Em que:

P= fator extraído da tabela no Anexo D

Prazo= prazo da operação com mínimo de 1 e máximo de 290 dias

Conforme é possível observar pela tabela do Anexo D, a porcentagem cobrada pela BM&F na forma de emolumentos é muito pequena e isso faz com que para fins desse trabalho esses custos de operação também possam ser desconsiderados.

4.3. Modelo para maximização do Índice de Sharpe Generalizado

Na revisão teórica foram explicados os conceitos básicos da Teoria Moderna do Portfólio que serão usados na construção do modelo proposto que busca maximizar o Índice de Sharpe Generalizado e melhorar a relação de retorno sobre o risco tomado.

Os dados históricos para construção do modelo foram obtidos através da Bloomberg. Foram extraídas tanto as taxas de fechamento diárias dos papéis quanto os valores para os vencimentos da curva atual de DI. A Bloomberg é um feeder pago e por isso os dados foram salvos na forma de texto na planilha para consulta, uma vez que não poderiam ser acessados em tempo real sempre que necessário. De posse desses dados foi possível encontrar o spread diário para os títulos públicos que irão compor a carteira.

Existem diferentes formas de se expressar o spread que pode ser aditivo, multiplicativo ou percentual. Ao longo do trabalho, sempre será usada a forma aditiva (o casado que é a diferença simples entre a taxa do papel e a taxa do DI de mesmo vencimento) uma vez que essa forma melhor se encaixa na necessidade de uso no ISG. Os dados foram compilados na planilha “Bond Histórico” e se encontram na tabela chamada “spreads aditivos por data” na pasta Excel em anexo.

O modelo é rodado em Excel usando um código VBA (Visual Basic for Applications). Como input foram colocados o históricos coletados.

Toda a análise foi feita a partir do casado, considerando que os títulos públicos tem seu risco de DI com hedge feito de forma dinâmica conforme desenvolvido no

modelo de precificação e cálculo de risco pre. Portanto, o único risco de mercado remanescente considerado no modelo será o risco de Spread que é o único que poderia gerar algum resultado financeiro por não sofrer hedge.

Diretamente do histórico de dados foi possível calcular a média e o desvio padrão dos spreads (Apêndice E) bem como a matriz de correlações (Apêndice F).

A macro montada aplica os conceitos da Teoria Moderna do Portfólio, buscando uma carteira otimizada de acordo com a análise do Índice de Sharpe.

O código proposto efetua sucessivas interações encontrando a cada momento um Índice de Sharpe Generalizado e registrando todo o histórico. A cada loop a macro define aleatoriamente pesos para os diferentes títulos da carteira. Conhecendo esses pesos é possível definir o retorno esperado a partir dos dados históricos do casado dos papéis usando a expressão (8) para o retorno de um portfólio com n ativos.

$$Rp = \sum_{i=1}^n \omega_i R_i \quad (8)$$

O desvio padrão é encontrado pela expressão (11). A correlação entre os casados (spreads) de cada dois ativos foi obtida pela matriz de correlações.

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^m \omega_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i < j} \rho_{ij} \omega_i \omega_j \sigma_i \sigma_j} \quad (11)$$

Tendo encontrado o retorno médio e o desvio padrão tem-se os dados necessários para o cálculo do ISG a cada interação pela equação (13).

$$ISGi = \frac{E(R_i) - E(R_m)}{\sigma_p} \quad (13)$$

Esse será o índice usado nesse trabalho por se adequar melhor as características do problema proposto. Desde que está sendo analisada uma operação casada, é possível considerar o Título Público como o ativo avaliado e o DI de mesmo vencimento como o benchmark, Dessa forma, a diferença que constitui o numerador

do ISG seria equivalente ao casado (spread entre taxa de juros do papel e taxa do DI de mesmo vencimento).

No Brasil é possível usar a curva de DI como benchmark. Esta é uma característica anormal do mercado brasileiro. Em outros países, os títulos públicos funcionam como o benchmark pois são garantidos pelo governo e teoricamente seriam os investimentos mais seguros. No Brasil, o mercado é estruturado ao contrário. Isso pode ter origem no fato de que o mercado de títulos do governo foi ganhando mais importância recentemente e por que o mercado de juros de DI tem muita mais liquidez.

A estrutura do contrato de DI como já foi explicado usa mecanismos de margem de tal forma que é possível considerar como zero o risco de não receber um possível lucro decorrente de uma operação. Enquanto com os títulos públicos, o investidor fica dependente da solvência do governo federal que caso não tenha capacidade de honrar seus compromissos em uma eventual crise não poderá pagar os rendimentos dos títulos para seus detentores.

O Índice de Sharpe generalizado será o coeficiente angular da reta plotada no gráfico cujo eixo das ordenadas representa o retorno esperado na operação comprada no título público com hedge no DI de mesmo vencimento. O eixo das abscissas representa o risco dos excedentes de retorno que no problema proposto será o desvio padrão do casado.

Como a carteira proposta terá pesos para todos os 20 títulos atualmente negociados no mercado, existem muitas combinações possíveis para a formação do portfólio. Portanto, foram necessárias um número grande de interações para assegurar que o índice encontrado tem uma confiabilidade elevada.

5. Análise dos Resultados Obtidos

Nesse capítulo serão realizados estudos do modelo desenvolvido para administração dos riscos pre e de spread. Inicialmente, será realizado um rápido estudo quanto a eficiência do hedge do risco pre a partir da Duration e Convexidade. Posteriormente, o processo e os resultados encontrados pelo modelo baseado no ISG na escolha da carteira de títulos públicos de melhor configuração será descrito.

Então, serão explicados como foram construídos os instrumentos a serem usados durante as análises com base histórica de carteiras de títulos. Posteriormente, uma análise do desempenho tanto da carteira selecionada quanto de outras estratégias tradicionais de investimento será elaborada a fim de determinar comparativamente a eficiência do modelo proposto na redução do risco de spread.

5.1. Análise do hedge do risco pre

Através das expressões matemáticas demonstradas nesse trabalho foi possível construir uma planilha com a Duration e Convexidade calculada através das derivadas.

As expressões conforme visto, tem seus valores dependentes do número de dias úteis até o vencimento. Na tabela presente no Apêndice C do trabalho é mostrado os resultados encontrados para os cálculos realizados no dia 03 de setembro de 2016 para a curva pré. Cálculos semelhantes foram realizados para os papéis prefixados, como mostra o Apêndice D.

As tabelas desses apêndices ilustram bem alguns aspectos. Os papéis em posição comprada tem Duration negativa. O contrato comprado de DI tem Duration positiva. Ao comprar um título, está comprando o PU, logo está ficando dado na taxa, ou seja, se a taxa cair o PU aumenta e o comprador do título ganha dinheiro. Logo, o hedge de um operador que compra papel deve ser feito comprando o contratos de DI. Da mesma forma o hedge de alguém que fica vendido em papéis será a venda do contrato de DI.

Nas tabelas anteriores também consta a razão entre Duration e Convexidade, ilustrando que para vencimentos iguais, a razão para os títulos LTN é igual a razão do contrato de DI equivalente. Entretanto, nos contratos de NTN-F essa razão é diferente.

Ao se realizar o hedge pela Duration, no caso dos contratos de NTN-F irá ocorrer o problema de que a convexidade não ficará anulada. Com isso, uma mudança na taxa acabará provocando uma diferença na Duration que deixará de ser nula.

Para casos como esse uma alternativa que se mostra interessante é a realização de um hedge contínuo para corrigir as distorções da Duration que eventualmente possam aparecer com mudanças nas taxas de juro.

Como já explicado a Convexidade mostra a variação da Duration por variação da taxa. Apenas para mudanças significativas nas taxas o efeito da Duration será sentido intensamente.

Para ilustrar o fato, vamos pensar numa carteira que contenha um milhão de papéis da NTN-F de vencimento janeiro 2027 e que tenha sido feito o hedge quanto ao risco pre desses títulos. Para se ter uma ideia clara da situação é preciso levar em conta que o lote padrão negociado no mercado de balcão para títulos públicos é de 50 mil papéis. Logo, esse montante de títulos do exemplo para um banco de grande porte não é um exemplo exagerado.

Nesse caso, teríamos a seguinte configuração:

Tabela 1 - Análise da Duration e convexidade de Título e DI de mesmo vencimento

Tipo	Data de		Taxa do papel	Duration Título	Convexidade Título	Razão D/C
	Vencimento	Quantidade				
NTN-F	1/1/2027	1.000.000,00	12,15	-4.481.228.746,18	38.977.744.596,54	-8,70
DI	1/1/2027	-16.280,00	12,39	4.481.164.153,77	-44.997.898.662,58	-10,04
			Saldo	-64.592,41	-6.020.154.066,04	

Fonte: Elaborada pelo autor

É possível observar que embora a Duration esteja quase praticamente zerada (a pequena diferença ocorre por causa dos contratos de DI que não podem ser fracionários), a diferença de convexidade pode ser considerável dependendo das variações de taxa que ocorram no mercado.

A expressão (6) aproxima a variação no valor de uma carteira de acordo com variações na taxa.

$$\frac{\Delta B}{B} = -D * \Delta y + \frac{1}{2} C \Delta y^2 \quad (6)$$

Para uma variação de 0,01% a mudança do valor da carteira considerada pela aproximação do valor da carteira pela Duration conforme expressão (6) seria de R\$ 23,64 o que é irrelevante para o tamanho da carteira.

$$\frac{\Delta B}{B} = -(-64.592,41) * \left(\frac{0,01}{100}\right) * + \frac{1}{2} * (-6.020.154.066,04) * \left(\frac{0,01}{100}\right)^2 = 23,04$$

Isso demonstra que com o hedge continuado, sempre corrigindo as diferenças de Duration que aparecem por causa das variações das taxas esse problema passa a ser irrelevante. Dessa forma, realizando o hedge pela Duration dos papéis de uma carteira, pode-se desprezar as diferenças incorridas a partir da convexidade desde que o hedge seja continuamente realizado capturando as variações da Durations para pequenas mudanças na taxa.

O exemplo dado usando uma variação de taxa de 0,01% não foi por acaso. Ao se calcular essa mudança está sendo realizada uma análise de risco semelhante ao PVbp ou Dv01.

5.2. Análise do modelo para redução do risco de spread

Foram realizadas 500 mil interações. O Índice de Sharpe Generalizado mais alto foi encontrado na tentativa 140 942. O portfólio ficou com a configuração expressa na tabela do Apêndice G.

Percebe-se que embora a melhor configuração tenha sido encontrada apenas após quase 141 mil interações, configurações muito semelhantes já eram encontradas com cerca de 30 mil ciclos da macro indicando que um número menor de interações é necessário para os fins do trabalho. O tempo de teste é de aproximadamente 300 ciclos por minutos no computador de 64 bits. Isso demonstra a usabilidade do modelo uma vez que um tempo excessivamente demorado poderia dificultar o uso.

Os títulos ficaram com pesos bem espalhados ao longo de toda a curva de vencimentos, numa configuração que mais se assemelharia a Ladder dentro das estratégias tradicionais estudadas, embora os pesos de diferentes papéis sejam distintos na carteira selecionada enquanto a Ladder, por definição, tem pesos iguais.

As diversas configurações de carteiras testadas foram plotados no gráfico e ficaram espalhados de uma maneira que muito se assemelha ao formato da fronteira eficiente proposta pela teoria moderna do portfólio.

Muitos valores encontrados para o ISG ficaram negativos em razão dos valores negativos do spread dos títulos em relação a curva de juros de DI. Nesse aspecto, uma observação interessante é a de que ainda que o modelo obtivesse um resultado negativo, seria válido pois nesse caso teria sido o menos negativo ou com menos perdas.

As várias tentativas foram registradas no gráfico de retorno por desvio padrão que ficou com a seguinte aparência.

Figura 4 - Gráfico Plotado do ISG



Fonte: Elaborada pelo autor

Agora que a configuração da portfólio eficiente pelo Índice de Sharpe foi encontrado é interessante analisar o risco e retorno da carteira selecionada. Serão feitas comparações com outras configurações possíveis de carteiras como a Bullet, a Barbell e a Ladder.

5.3. Análise comparativa do PNL e risco

Nessa parte, busca-se calcular de forma semelhante o PNL e risco tanto para o portfólio selecionado quanto para as outras estratégias de seleção de carteiras vistas na revisão teórica. Ao se realizar a comparação do resultado financeiro e do

risco a partir da base histórica, pode-se perceber se a configuração definida pela proposta do trabalho é realmente melhor do que as tradicionais.

A análise do PNL para as carteiras foi realizada dia a dia com base em dados históricos dos preços durante 34 dias. O período de estudo relativamente curto para a validação do modelo ocorre pelo fato de que alguns dos papéis que compõe a carteira foram lançados a pouco tempo e por isso ainda não possuíam uma base histórica grande. Portanto, esse foi o maior período possível com dados de preços de todos papéis.

O lançamento de novos papéis para diferentes vencimentos no mercado é prática comum do governo que tem novos títulos de acordo com a demanda para determinados vencimentos.

Esse é um ponto que enfraquece um pouco a força da análise realizada. Conforme estudado na revisão teórica, o Comitê de Supervisão Bancária da Basileia (2016)⁴ estabelece algumas diretrizes para modelos de Var como: o risco deve ser computado diariamente, o intervalo de confiança usado deve ser de 99% e o período histórico de observações deve ser de um ano. Infelizmente, o requisito de observações de um ano não pode ser cumprido, entretanto isso não enfraquece o efeito comparativo do estudo entre as carteiras.

A fim de enriquecer a análise estatística histórica do PNL foi usada a técnica Bootstrap explicada na revisão teórica que permite através do uso de reamostragens obter maior confiabilidade no desvio padrão de parâmetros da amostra analisada. O parâmetro escolhido foi a média dos resultados financeiros dos dias.

Primeiramente, foi encontrado o PNL decorrente apenas da variação do casado, ou seja, o spread entre a taxa usada na precificação do título e a taxa de DI do vencimento correspondente. Para o cálculo do PNL foi necessária realizar a precificação dos títulos através da planilha “PricingBonds” da pasta Excel desenvolvida. Observe que o PNL que está sendo considerado nesse momento no estudo é o relativo apenas a variação do casado do papel. Assim, durante as precificações não se pode utilizar a taxa cheia do papel (taxa do DI de vencimento correspondente mais o casado do título) no fim de dias seguidos para se calcular esse PNL por que nesse caso também estaria sendo considerado o resultado financeiro decorrente da variação da taxa de DI que nessa análise consideramos um risco já

⁴ Disponível em: <http://www.bis.org/bcbs/publ/d352.pdf> Acesso em 10 de Set de 2016

zerado. O PNL, que nesse momento do estudo queremos calcular, é apenas o decorrente da variação do casado, ou seja, decorrente do risco de spread.

Para se calcular o PNL entre dois dias consecutivos decorrente apenas da variação do spread, uma alternativa utilizada foi fixar a taxa de DI nesses dias. Dessa forma, para o primeiro dia foi precificado a carteira com o valor das taxas correspondentes do papel. No segundo dia, a precificação usou as mesmas taxas anteriores para cada título somada a variação do spread entre os dois dias consecutivos. Assim, foi possível afirmar que o PNL calculado é devido apenas a variação do casado.

Na planilha, durante o cálculo do PNL total da carteira para cada dia, foram utilizadas quantidades diferentes de papéis de cada título de tal forma que a quantidade de dinheiro investida em cada título fosse igual. Assim, a composição da carteira será refletida no PNL encontrado por que a soma do PNL de cada papel é multiplicada pelo seu peso. Isso ocorre por que títulos de diferentes vencimentos possuem diferentes preços unitários de contrato. Os pesos para cada vencimento do portfólio formado são definidos em relação ao valor total investido no portfólio, por isso existe a necessidade de que o PNL para cada vencimento seja calculado em relação a mesma quantidade investida (diferente quantidades de títulos).

Com os resultados dos dias considerados disponíveis é usada a técnica Bootstrap. Para isso, foi desenvolvido uma macro em Vba que se encontra na planilha em anexo e pode ser acionada na planilha “Bootstrap”. A amostra original usada na técnica é constituída dos resultados dos dias calculados na etapa anterior. Então são definidos o tamanho das amostras que serão construídas aleatoriamente bem como o número de interações a serem usadas. A análise foi feita com amostras de mil elementos e foram realizadas 10 mil interações.

5.3.1. Carteira Selecionada

A média encontrada no período foi de R\$ 52.234,01 com um desvio padrão da média de R\$ 22.163,19. Podemos afirmar com 99% de confiança que a carteira selecionada tem o Var de R\$ 1.617.588,66.

5.3.2. Estratégia do tipo Bullet

Nessa estratégia o posicionamento fica concentrado em um único ponto da curva. Vamos analisar essa estratégia supondo o montante total investido em um único papel de vencimento mais curto e depois vamos realizar outra análise para o vencimento mais longo.

Para a carteira Bullet concentrada em um papel de vencimento mais curto (LTN de vencimento em outubro de 2016) foi encontrada uma média de R\$ 3.429,20 de prejuízo com um desvio padrão de R\$ 1.169,16. Dos dados é possível afirmar com 99% de confiança que a carteira Bullet concentrada no vencimento mais curto tem o Var de R\$ 128.202,56.

Para a carteira Bullet concentrada em um papel de vencimento mais longo (NTN-F de vencimento em Janeiro de 2027) foi encontrado um lucro médio de R\$ 485.606,96 com desvio padrão de R\$ 198.852,57. É possível afirmar com 99% de confiança que a carteira tem o Var de R\$ 20.260.738,69.

5.3.3. Estratégia do tipo Barbell

Nessa estratégia o posicionamento fica concentrado tanto na parte mais curta quanto na parte mais longa. Foi investido metade do portfólio na LTN de vencimento em outubro de 2016 e metade na NTN-F de vencimento em janeiro de 2027.

Para essa carteira Barbell foi feita foi encontrada uma média de R\$ 248.990,67 de lucro com um desvio padrão de R\$ 98.295,21. Dos dados é possível afirmar com 99% de confiança que a carteira tem o Var de R\$ 9.813.990,85.

5.3.4. Estratégia do tipo Ladder

Nessa estratégia o posicionamento fica espalhado de forma equilibrada ao longo dos vencimentos. O portfólio foi definido de forma que todos papéis recebessem investimentos iguais, ou seja, todos tem mesmo peso.

Para essa carteira Ladder foi feita foi encontrada uma média de R\$ 112.371,00 de lucro com um desvio padrão de R\$ 42.537,48. Dos dados é possível afirmar com 99% de confiança que o Var é de R\$ 4.011.356,04.

5.3.5. Comparação entre as carteiras

Foi montada uma tabela com os resultados encontrados anteriormente para facilitar a comparação entre as carteiras e auxiliar na análise do trade-off entre risco e retorno.

Tabela 2 - Comparação de carteiras com diferentes estratégias

Carteira	Média	Desvio Padrão da Média	Var
ISG	52.234,00	22.163,00	1.617.588,00
Bullet Curto	-3.429,00	1.169,00	128.202,00
Bullet Longo	485.606,00	198.852,00	20.260.738,00
Barbell	248.990,00	98.295,00	9.813.990,00
Ladder	112.371,00	42.537,00	4.011.356,00

Fonte: Elaborada pelo Autor

A carteira Bullet com papéis de vencimento curto foi a única que apresentou prejuízo. A razão entre o retorno e risco das demais carteiras ficou surpreendentemente parecida próxima de 2,5 indicando que essas estratégias tradicionais seriam efetivas no período estudado. O Var dessa carteira com vencimento curto foi menor, entretanto isso é esperado uma vez que o papel de vencimento mais curto tem baixa Duration e pouco risco associado. A volatilidade e o risco de spread desses papéis é reconhecidamente menor, pois variações nas taxas de juros desses papéis geram pouco resultado financeiro em razão da baixa Duration. Além disso, essa configuração de carteira foi estudada apenas para efeito comparativo pois não atende as necessidades da instituição financeira que precisa ter um portfólio diversificado para atender a seus clientes de forma competitiva.

A média da carteira selecionada pelo ISG bem como seu desvio padrão foram as mais suavizadas. Isso é conveniente com a finalidade do modelo que além de maximizar o retorno, busca minimizar o risco. Aliás, como um dos objetivos do trabalho era propor uma alternativa para administração do risco de spread de forma a mitigá-lo, a diminuição do risco é mais importante que a lucratividade em si, pois a proposta foi em primeiro lugar uma alternativa de controle do risco sem que, entretanto, o retorno fosse desconsiderado. Nesse sentido, aparentemente o objetivo foi bem sucedido. A diferença do Var entre a carteira selecionada e as demais é gritante.

Depois da carteira selecionada pelo modelo, o segundo Var mais baixo foi a Ladder com um valor 2,5 vezes maior. As demais configurações de carteira não se mostraram viáveis pela grandeza de suas perdas máximas. Um PNL esporádico de cerca de 1,6 milhão de reais pode ser absorvido pela mesa que com o tempo pode compensar as perdas de forma equilibrada. Entretanto, quando o PNL começa a ter dimensões muito maiores isso não é interessante. Tanto os ganhos quanto as perdas numa mesa de renda fixa precisam ser equilibrados e contínuos. Os resultados são analisados no decorrer do ano na proporção da meta cumprida em relação a parcela de tempo do ano que passou. Além disso, um grande PNL pode chamar atenção das instâncias superiores da empresa que pedem explicações. As posições que um operador mantém em seus books precisam ter um nível de risco equilibrado de forma que a posição nunca precise ser finalizada por causa das oscilações de preço por variância. O tamanho das operações deve ser adequado para a meta e a volatilidade do mercado e nesse ponto a carteira selecionada pelo ISG teve o melhor desempenho.

O melhor controle de risco da carteira com ISG ocorre pelo modo como o modelo foi construído considerando as correlações entre as variações de casado dos diferentes papéis entre si. É esperado que a carteira selecionada obtivesse um desempenho relativo as outras estratégias semelhante mesmo em comportamentos diferentes do mercado pois as correlações são consideradas na construção do modelo.

O desempenho melhor do PNL em relação as outras carteiras no período estudado ocorre em razão do movimento acentuado de queda nos spreads dos títulos por causa de mudanças estruturais do governo. O presidente do país mudou e uma nova equipe econômica trouxe mais credibilidade ao país que por isso teve seus títulos valorizados (os spreads diminuíram no período). Como consequência, as carteiras com papéis mais longos obtiveram grandes lucros pois os movimentos foram mais acentuados para esses títulos. A mudança total dos spreads pode ser observada na tabela do Apêndice I.

Se durante o período considerado as mudanças no spread fossem contrárias, a carteira selecionada seria a que menos perderia dinheiro em média e ainda manteria um Var menor. Isso é o esperado da carteira de melhor configuração. Ganhos e perdas mais suavizadas com uma expectativa de lucro a longo prazo sem colocar um grande valor em risco.

Ao conseguir manter uma carteira estável, o banco pode manter esse seu ramo de negócios de títulos públicos de forma segura mesmo em momentos de grande volatilidade como o estudado. O lucro não necessariamente provém do posicionamento da carteira, mas sim do atendimento aos clientes, que ao comprarem ou venderem papéis, pagam ao banco um valor a mais que é cobrado pela operação.

6. Conclusão

Com a alta volatilidade experimentada pelo mercado brasileiro com a recente crise econômica e política, riscos pequenos passaram a ganhar grande importância em razão dos resultados econômicos que podem gerar.

Esse é o caso do risco de spread decorrente da variação do valor de mercado do casado dos papéis. Em condições normais variações pequenas eram observadas. Entretanto, com a turbulência recente do mercado, grandes variações que chegavam a quase 30 pontos passaram a ser vistas num único dia em alguns títulos públicos como no caso dos papéis de vencimento mais longos.

Manter uma carteira de títulos numa mesa de renda fixa de um banco de grande porte nessa situação pode gerar riscos de mercado muito grandes. Entretanto, o banco tem a necessidade de manter uma quantidade razoável de papéis para atender a demanda de seus clientes. Sem papéis para oferecer aos clientes a competitividade nos preços oferecidos fica baixa pois o operador precisa ir a mercado procurar o papel e com isso os preços ficam piores.

O trabalho montou um modelo alternativo para a administração dos riscos de uma carteira de títulos públicos prefixados com a abordagem de decompor o risco de juros em risco pre e risco de spread.

Os riscos pre tem instrumentos que permitem ao operador administra-lo. Os contratos futuros de DI que são derivativos possibilitam zerar o risco de forma quase perfeita. O enfoque desse trabalho quanto esse risco foi do ponto de vista da Duration e Convexidade. A proposta final foi a de um hedge continuado sempre procurando corrigir as distorções da Duration provocada pelo efeito da convexidade com pequenas variações das taxas. Para chegar a essa conclusão foi realizado um estudo com o exemplo de uma carteira simples composta de uma NTN-F e dos contratos de DI equivalentes calculados pela planilha desenvolvida.

Chegou-se à conclusão de que o efeito da Convexidade só será sentida com variações muito grandes da taxa de forma que para situações normais pode ser desprezado se as mudanças no valor da Duration da carteira forem continuamente corrigidas e zeradas.

A carteira selecionada pelo método do ISG apresentou um comportamento satisfatório na simulação com dados históricos. Embora outras configurações

tradicionais conseguiram obter maior lucratividade, elas apresentaram um risco muito grande associado. O Var da carteira selecionada apresentou substancial diferença em relação as demais carteiras. A única carteira com Var menor foi a Bullet concentrada em vencimentos curtos em razão de sua baixíssima Duration que acaba provocando poucos riscos associados ao montante investido nesses papéis. Entretanto, essa carteira não apresentaria utilidade para a necessidade do problema proposto.

O banco procura manter negócios que possam trazer máxima lucratividade com mínimo risco associado. Nesse sentido a carteira selecionada cumpriu bem seu papel. A simulação realizada ocorreu num período de alta volatilidade e a carteira apresentou um Var aceitável para os limites de risco a que a mesa pode ficar exposta. O objetivo de amenizar os riscos da carteira de uma maneira alternativa foi atingido.

Com os resultados desse trabalho, pode-se afirmar que o uso de correlações entre as variações do casado de diferentes títulos conseguiu resultados promissores. As correlações foram calculadas usando todos dados históricos disponíveis desde o lançamento dos papéis.

A mesa de renda fixa pode aplicar a informação da carteira de composição ideal tanto de forma ativa quanto passiva. O operador pode ativamente realizar operações a mercado sempre que perceber que a composição da carteira está ficando muito distante daquela ideal. Uma postura passiva seria usar a informação na especificação de operações. Compras ou vendas que fossem a favor da constituição da carteira ideal poderiam ter seu preço definido de forma a facilitar o fechamento das operações. De forma análoga, operações que fosse contra a composição da carteira ideal poderiam ter seu preço de forma a penalizar o cliente caso a operação fosse efetivada. Dessa forma, seria criado um mecanismo para facilitar que a carteira ficasse mais próxima do desejado. Operações que prejudicassem a constituição da carteira seriam mais caras para os clientes do que aquelas contribuissem de forma positiva. O operador tem plena liberdade para definir o preço de uma operação e esse mecanismo poderia ser facilmente adotado.

Futuros estudos podem ser realizados a fim de testar a eficiência de métodos que deem peso maior para os dados mais recentes como o EWMA (*exponentially weighted moving average*) que poderia ser aplicado nas correlações. Da mesma forma, a média simples dos valores do casado que foram usados podem ser substituídas por médias móveis. Outra abordagem também poderia ser o uso apenas

dos dados mais recentes para cálculo do retorno e do risco. A mesma análise de desse trabalho poderia ser usada para verificar quais métodos possuem mais eficiência.

Estudos com outros indicadores também poderiam ser realizados como Índice Beta e o Índice de Treynor, embora sua adaptação a natureza do problema seria mais complicada, além da dificuldade de se pressupor um índice de mercado de referência.

Uma outra possibilidade seria realizar o estudo de maneira semelhante, mas apenas com papéis de base histórica maior, montando uma carteira com títulos com mais tempo desde seu lançamento no mercado, isso proporcionaria uma chance de se realizar *backtesting* com maior confiabilidade.

Referências

ASSAF NETO, A. **Mercado financeiro**. 9 ed. São Paulo. Atlas, 2010

B. EFRON, R. TIBSHIRANI, **An Introduction to the Bootstrap**, London. Chapman and Hall, 1993.p.1-16. Disponível em:< <http://www.cns.nyu.edu/~eero/math-tools14/Handouts/Efron-ch1+2.pdf>>. Acesso em: 09 de Set. 2016

BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION. **Minimum Capital Requirements for Market Risk**.2016. Disponível em:< <http://www.bis.org/bcbs/publ/d352.pdf>>. Acesso em: 10 de Set. 2016

BACEN – BANCO CENTRAL DO BRASIL: Disponível em: <<http://www.bcb.gov.br>>
BM&FBOVESPA – Bolsa de Valores, Mercadorias & Futuros: Disponível em:
<http://www.bmfbovespa.com.br> Acesso em: 25 de Ago. 2016

COSTA NETO, P.L.O. **Estatística**. 2 ed., São Paulo, Editora Blucher Ltda., 2002

CERTIFICAÇÃO DE PROFISSIONAIS DO INSTITUTO EDUCACIONAL
BM&FBOVESPA, 2012.
Disponível em: < <https://educacional.bmfbovespa.com.br/documentos/APO-PQO-V2-completa.pdf> >. Acesso em: 25 de Ago. 2016.

CONTRATO FUTURO DE TAXA MÉDIA DE DEPÓSITOS INTERFINANCEIROS DE UM DIA (DI1).

Disponível :<<http://www.bmfbovespa.com.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId=8A828D2951C9C37701521D31E9CF661C>> Acesso em: 25 de Ago. 2016

FREITAS, M. R. **Carteiras de Renda Fixa: Imunização, risco de imunização e risco idiossincrático**. 2011. 57 p. Dissertação (Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas – EPGE / FGV. Rio de Janeiro 2011

HULL, J.C. **Mercados Futuros e de Opções**. 2.ed. São Paulo: BM&F BOVESPA, 1998

HULL, J.C, **Options, futures, and other derivatives**.4.ed. Upper Saddle River: PrenticeHall. 1999

J.P.MORGAN, REUTERS. **RiskMetrics-Technical Document**. 1996. New York. Disponível em < <https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d5c7e95a>>Acesso em 05 de Setembro de 2016

MACAULAY, F. R. **Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the United States Since 1856**. New York: National Bureau of Economic Research, 1938

MARKOWITZ, H. **The Journal of Finance. Vol. 7, No. 1 (1952)**, p. 77-91. Disponível em<https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf>Acesso em 05 de Setembro de 2016

MAZALI, R.; BASÍLIO, P.L.A.; SIMONSEN, R. **O índice de Sharpe Generalizado**. 2000. Disponível em:<<http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/rce/article/viewFile/32361/31161>>. Acesso em: 25 de Ago. 2016

SHARPE, W. F. (1964). **Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk**, Journal of Finance,p.425-442. Disponível em <<https://web.stanford.edu/~wfsharpe/art/sr/SR.htm#Sharpe66>> Acesso em 06 de Setembro de 2016

SHARPE, W. F. **Mutual Fund Performance**. *Journal of Business*, January 1966, pp. 119-138. Disponível em <<http://efinance.org.cn/cn/fm/Capital%20Asset%20Prices%20A%20Theory%20of%20Market%20Equilibrium%20under%20Conditions%20of%20Risk.pdf>> Acesso em 06 de Setembro de 2016

SECURATO, J.R. **Cálculo Financeiro das Tesourarias.** Saint Paul Institute of Finance, 4.ed. São Paulo, 2008

APÊNDICES

APÊNDICE A – Códigos BMF para cada mês

Mês	Código
Janeiro	F
Fevereiro	G
Março	H
Abril	J
Maio	K
Junho	M
Julho	N
Agosto	Q
Setembro	U
Outubro	V
Novembro	X
Dezembro	Z

APÊNDICE B – Curva de DI

DI

Vencimento	Data Vcto	DU	DC	Bid	Ask	Taxa	PU	Df
V16	Oct-16	19	28	14,11	14,13	14,12	99.008,90	0,990089
X16	Nov-16	39	59	14,09	14,11	14,10	97.979,31	0,979793
Z16	Dec-16	59	89	14,07	14,09	14,08	96.962,93	0,969629
F17	Jan-17	81	120	14,00	14,02	14,01	95.873,13	0,958731
G17	Feb-17	103	151	13,91	13,93	13,92	94.812,56	0,948126
H17	Mar-17	121	179	13,85	13,87	13,86	93.957,81	0,939578
J17	Apr-17	144	210	13,70	13,72	13,71	92.921,25	0,929213
K17	May-17	162	240	13,57	13,59	13,58	92.142,21	0,921422
M17	Jun-17	184	271	13,44	13,46	13,45	91.199,49	0,911995
N17	Jul-17	205	301	13,34	13,36	13,35	90.308,48	0,903085
Q17	Aug-17	226	332	13,21	13,23	13,22	89.461,65	0,894617
V17	Oct-17	269	393	13,01	13,03	13,02	87.752,36	0,877524
F18	Jan-18	330	485	12,76	12,78	12,77	85.438,04	0,85438
J18	Apr-18	391	575	12,61	12,63	12,62	83.159,91	0,831599
N18	Jul-18	454	666	12,47	12,49	12,48	80.906,49	0,809065
V18	Oct-18	518	758	12,36	12,38	12,37	78.683,80	0,786838
F19	Jan-19	580	850	12,27	12,29	12,28	76.599,27	0,765993
J19	Apr-19	641	940	12,23	12,25	12,24	74.557,46	0,745575
N19	Jul-19	703	1031	12,19	12,21	12,20	72.533,03	0,72533
V19	Oct-19	769	1123	12,19	12,21	12,20	70.378,89	0,703789
F20	Jan-20	833	1215	12,19	12,21	12,20	68.351,15	0,683512
J20	Apr-20	895	1306	12,19	12,21	12,20	66.442,51	0,664425
N20	Jul-20	956	1397	12,19	12,21	12,20	64.616,67	0,646167
V20	Oct-20	1021	1489	12,20	12,22	12,21	62.703,64	0,627036
F21	Jan-21	1084	1581	12,16	12,18	12,17	61.017,01	0,61017
J21	Apr-21	1145	1671	12,17	12,19	12,18	59.324,88	0,593249
N21	Jul-21	1207	1762	12,18	12,20	12,19	57.651,37	0,576514
V21	Oct-21	1272	1854	12,18	12,20	12,19	55.946,42	0,559464
F22	Jan-22	1335	1946	12,19	12,21	12,20	54.344,66	0,543447
N22	Jul-22	1459	2127	12,21	12,23	12,22	51.296,37	0,512964
F23	Jan-23	1586	2311	12,23	12,25	12,24	48.349,07	0,483491
N23	Jul-23	1710	2492	12,25	12,27	12,26	45.626,12	0,456261
F24	Jan-24	1835	2676	12,27	12,29	12,28	43.037,94	0,430379
N24	Jul-24	1959	2858	12,28	12,30	12,29	40.603,91	0,406039
F25	Jan-25	2089	3042	12,30	12,32	12,31	38.198,58	0,381986
F26	Jan-26	2342	3407	12,32	12,34	12,33	33.939,86	0,339399
F27	Jan-27	2592	3772	12,38	12,40	12,39	30.076,66	0,300767
F28	Jan-28	2843	4137	12,41	12,43	12,42	26.692,89	0,266929
F29	Jan-29	3092	4503	12,41	12,43	12,42	23.777,02	0,23777
F30	Jan-30	3342	4868	12,41	12,43	12,42	21.169,83	0,211698

APÊNDICE C – Valores de Duration e Convexidade da Curva Pré

Vencimento	Data Vcto	Duration	Convexidade	razão D/C
V16	Oct-16	-6.541,15	6.163,82	-0,94
X16	Nov-16	-13.289,63	13.449,92	-1,01
Z16	Dec-16	-19.899,75	21.527,72	-1,08
F17	Jan-17	-27.029,53	31.328,47	-1,16
G17	Feb-17	-34.017,52	42.065,92	-1,24
H17	Mar-17	-39.622,93	51.509,06	-1,30
J17	Apr-17	-46.695,86	64.531,88	-1,38
K17	May-17	-52.153,87	75.439,67	-1,45
M17	Jun-17	-58.697,10	89.517,84	-1,53
N17	Jul-17	-64.812,73	103.694,20	-1,60
Q17	Aug-17	-70.862,72	118.718,44	-1,68
V17	Oct-17	-82.881,05	151.613,24	-1,83
F18	Jan-18	-99.213,57	203.188,88	-2,05
J18	Apr-18	-114.571,00	259.579,03	-2,27
N18	Jul-18	-129.587,58	322.769,31	-2,49
V18	Oct-18	-143.934,26	391.384,81	-2,72
F19	Jan-19	-157.018,08	461.710,82	-2,94
J19	Apr-19	-168.974,15	533.510,37	-3,16
N19	Jul-19	-180.342,35	609.126,79	-3,38
V19	Oct-19	-191.414,74	691.206,35	-3,61
F20	Jan-20	-201.371,24	772.740,68	-3,84
J20	Apr-20	-210.317,61	853.189,81	-4,06
N20	Jul-20	-218.478,67	933.431,79	-4,27
V20	Oct-20	-226.405,20	1.019.254,64	-4,50
F21	Jan-21	-233.993,05	1.105.941,50	-4,73
J21	Apr-21	-240.289,13	1.187.469,05	-4,94
N21	Jul-21	-246.137,46	1.270.263,47	-5,16
V21	Oct-21	-251.703,51	1.356.763,23	-5,39
F22	Jan-22	-256.592,97	1.440.218,17	-5,61
N22	Jul-22	-264.647,18	1.601.189,04	-6,05
F23	Jan-23	-271.108,50	1.761.734,44	-6,50
N23	Jul-23	-275.795,96	1.912.780,73	-6,94
F24	Jan-24	-279.128,36	2.058.935,82	-7,38
N24	Jul-24	-281.092,35	2.196.264,03	-7,81
F25	Jan-25	-281.946,51	2.332.110,70	-8,27
F26	Jan-26	-280.802,29	2.573.204,57	-9,16
F27	Jan-27	-275.255,78	2.763.998,69	-10,04
F28	Jan-28	-267.872,65	2.926.475,56	-10,92
F29	Jan-29	-259.509,16	3.063.196,40	-11,80
F30	Jan-30	-249.735,11	3.168.206,98	-12,69

APÊNDICE D - Duration e Convexidade dos Títulos Prefixados

Letras do Tesouro Nacional - LTNs

Data de Vencimento	Quantidade	Papéis	Ctrs hedge	Duration	Convexidade	Razão D/C
10/1/2016	1.000,00		10	-65.388,70404	61.596,71	-0,94
1/1/2017	1.000,00		10	-270.514,72373	313.731,69	-1,16
4/1/2017	1.000,00		10	-467.733,99724	647.073,30	-1,38
7/1/2017	1.000,00		10	-649.685,61736	1.040.812,47	-1,60
10/1/2017	1.000,00		10	-831.241,61827	1.522.735,30	-1,83
1/1/2018	1.000,00		10	-995.802,79434	2.042.659,44	-2,05
4/1/2018	1.000,00		10	-1.150.917,99663	2.612.228,91	-2,27
7/1/2018	1.000,00		10	-1.302.353,06332	3.249.604,39	-2,50
10/1/2018	1.000,00		10	-1.447.987,31962	3.945.078,64	-2,72
1/1/2019	1.000,00		10	-1.582.711,78631	4.665.173,77	-2,95
7/1/2019	1.000,00		10	-1.819.965,15703	6.161.967,46	-3,39
1/1/2020	1.000,00		10	-2.033.145,61187	7.819.402,76	-3,85
7/1/2020	1.000,00		10	-2.205.439,41182	9.441.066,61	-4,28

Notas Financeiras do Tesouro Série F - NTN F

Data de Vencimento	Quantidade	Ctrs hedge	Duration	Convexidade	Razão D/C
1/1/2017	1.000,00	10,01	-270.451,99	313.603,88	-1,159554731
1/1/2018	1.000,00	10,50	-1.041.450,67	2.110.599,24	-2,0265955
1/1/2019	1.000,00	11,11	-1.743.727,77	5.002.510,86	-2,868859998
1/1/2021	1.000,00	12,63	-2.955.271,38	14.483.758,52	-4,900991022
1/1/2023	1.000,00	13,28	-3.600.435,82	21.692.464,38	-6,024955155
1/1/2025	1.000,00	14,26	-4.020.492,30	29.796.552,95	-7,411170263
1/1/2027	1.000,00	16,49	-4.540.144,52	39.578.323,34	-8,71741487

APÊNDICE E - Média e Desvio Padrão dos dados históricos

	Número	Título	Média	Desvio Padrão
Letras do Tesouro Nacional	1	1-Oct-16	0,01	0,097484978
	2	1-Jan-17	0,03	0,09992019
	3	1-Apr-17	-0,04	0,062010307
	4	1-Jul-17	0,02	0,357446562
	5	1-Oct-17	-0,02	0,110293489
	6	1-Jan-18	0,03	0,076703998
	7	1-Apr-18	-0,01	0,066151283
	8	1-Jul-18	0,02	0,090012516
	9	1-Oct-18	-0,06	0,050571308
	10	1-Jan-19	0,00	0,084844274
	11	1-Jul-19	0,00	0,064422422
	12	1-Jan-20	-0,02	0,067994092
	13	1-Jul-20	0,01	0,026481704
Notas do Tesouro Nacional Série F	14	1-Jan-17	0,08	0,20475321
	15	1-Jan-18	-0,03	0,103672312
	16	1-Jan-19	-0,06	0,120685122
	17	1-Jan-21	0,07	0,265031356
	18	1-Jan-23	-0,06	0,149196407
	19	1-Jan-25	-0,05	0,153241961
	20	1-Jan-27	-0,19	0,098043755

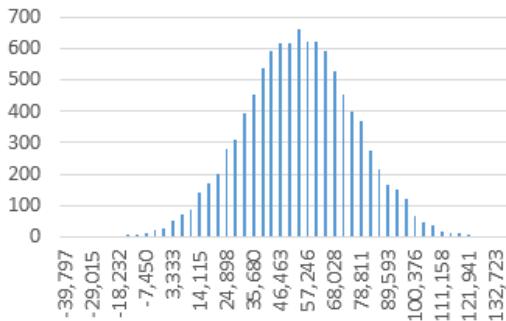
APÊNDICE F - Média e Desvio Padrão dos dados históricos

APÊNDICE G - Pesos do melhor ISG encontrado

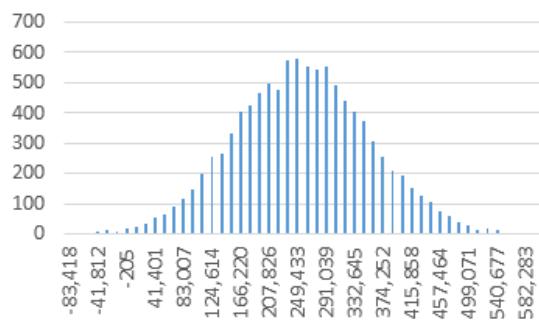
	Número	Título	Pesos
Letras do Tesouro Nacional	1	1-Oct-16	0,1002
	2	1-Jan-17	0,1064
	3	1-Apr-17	0,0244
	4	1-Jul-17	0,0744
	5	1-Oct-17	0,0133
	6	1-Jan-18	0,0710
	7	1-Apr-18	0,0022
	8	1-Jul-18	0,1124
	9	1-Oct-18	0,0231
	10	1-Jan-19	0,0095
	11	1-Jul-19	0,0184
	12	1-Jan-20	0,0027
	13	1-Jul-20	0,1208
Notas do Tesouro Nacional Série F	14	1-Jan-17	0,1468
	15	1-Jan-18	0,0114
	16	1-Jan-19	0,0525
	17	1-Jan-21	0,0726
	18	1-Jan-23	0,0251
	19	1-Jan-25	0,0071
	20	1-Jan-27	0,0057

APÊNDICE H – Retorno Médio das Carteiras de Diferentes Estratégias

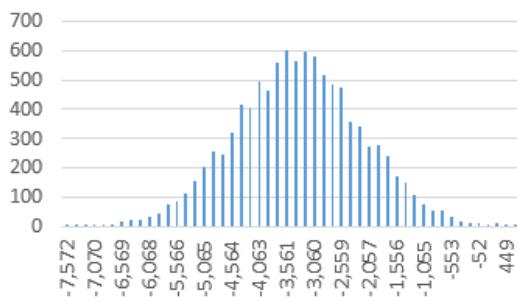
Carteira Selecionada



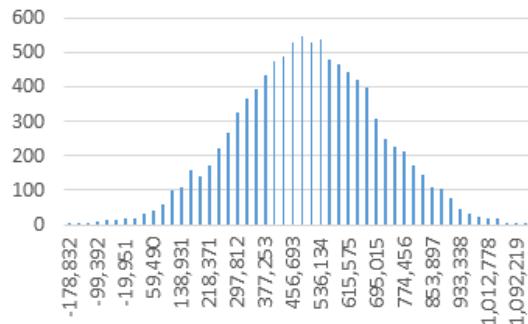
Barbell



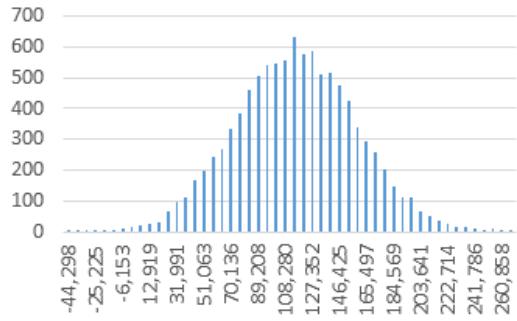
Bullet Curto



Bullet Longo



Ladder



APÊNDICE I – Variação total do spread dos papéis no período estudado

	Título	Variação Total
Letras do Tesouro Nacional	1-Oct-16	0,07
	1-Jan-17	-0,02
	1-Apr-17	-0,06
	1-Jul-17	-0,08
	1-Oct-17	-0,10
	1-Jan-18	-0,10
	1-Apr-18	-0,11
	1-Jul-18	-0,11
	1-Oct-18	-0,14
	1-Jan-19	-0,18
	1-Jul-19	-0,24
	1-Jan-20	-0,28
	1-Jul-20	-0,05
Notas do Tesouro Nacional Série F	1-Jan-17	-0,02
	1-Jan-18	-0,01
	1-Jan-19	-0,03
	1-Jan-21	-0,26
	1-Jan-23	-0,05
	1-Jan-25	-0,29
	1-Jan-27	-0,28

ANEXOS

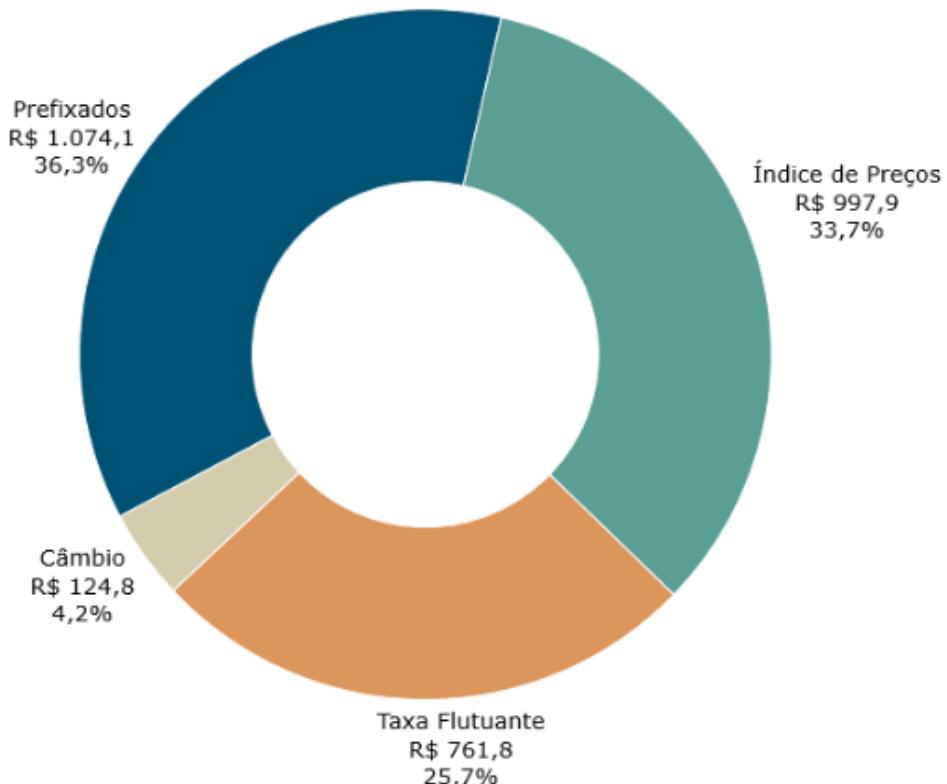
ANEXO A - Características dos Títulos Públicos Federais

Título	Rentabilidade	Atualização do valor nominal	Taxa de Juros	Pagamento de juros
Letras do Tesouro Nacional (LTN)	Prefixada - definida pelo deságio sobre o valor nominal	Não há	Não há	Não há
Letras Financeiras do Tesouro (LFT)	Pós-fixada	Taxa Selic	Não há	Não há
Notas do Tesouro Nacional Série B (NTN-B)	Pós-fixada	Variação do Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA)	Definida quando da emissão	Semestralmente
Notas do Tesouro Nacional Série C (NTN-C)	Pós-fixada	Variação do Índice Geral de Preços Mercado (IGP-M)	Definida quando da emissão	Semestralmente
Notas do Tesouro Nacional Série D (NTN-D)	Pós-fixada	Variação da cotação de venda do dolar	Definida quando da emissão	Semestralmente
Notas do Tesouro Nacional Série F (NTN-F)	Prefixada-definida pelo deságio sobre o valor nominal	Não há	Definida quando da emissão	Semestralmente
Notas do Tesouro Nacional Serie H (NTN-H)	Pós-fixada	Taxa Referencial (TR)	Não há	Não há

FONTE: SECURATO (2008, p.267) Adaptado

ANEXO B - Dívida Pública

Composição da Dívida Pública Federal por Indexador - Junho de 2016



FONTE: TESOURO NACIONAL⁵.

⁵ Disponível em: < . Acesso em 31 Ago 2016

ANEXO C - Ilustração de uma curva de DI no mercado e suas cotações

Description	↓	Last	Chg Settle	Time	Bid	Ask	Open Int	Volume	Yest	Settle
21) Sep16			--	8/24	14.126	14.130	645601	1525	14.128	
22) Oct16		↓14.125	--	11:15	14.125	14.127	2259264	25965	14.125	
23) Nov16			--	8/24	14.095	14.100	251156	385	14.100	
24) Dec16		14.075 s	--	11:16	14.070	14.090	215425	200	14.075	
25) Jan17		13.990	-.005	11:13	13.990	13.995	2596205	37385	13.995	
26) Feb17			--	8/24	13.890	13.925	79150	10	13.890	
27) Mar17			--	8/24	13.810	13.850	48770	315	13.830	
28) Apr17		↓13.675	--	11:13	13.675	13.685	463052	28890	13.675	
29) May17			--	8/24	13.545	13.585	16160		13.544	
30) Jun17			--	8/24	13.415	13.450	23260		13.417	
31) Jul17		↓13.330	+.010	11:13	13.325	13.330	689765	12190	13.320	
32) Aug17			--	8/24	13.170		8880		13.192	
33) Oct17		13.000	+.010	11:13	12.980	13.000	447042	1230	12.990	
34) Jan18		↓12.740	+.010	11:14	12.740	12.750	2061933	45755	12.730	
35) Apr18		12.590	+.020	11:06	12.580	12.590	721489	455	12.570	
36) Jul18		↓12.440	+.020	11:15	12.440	12.450	532940	5455	12.420	
37) Oct18		↓12.330	+.030	11:07	12.320	12.330	198788	15155	12.300	
38) Jan19		↓12.200	+.030	11:09	12.190	12.200	1538586	71510	12.170	
39) Apr19		↓12.130	+.030	11:06	12.120	12.130	77218	150	12.100	
40) Jul19		↓12.100	+.030	11:15	12.090	12.110	412504	1560	12.070	
41) Oct19		12.070	+.020	8:29	12.070	12.100	49231	210	12.050	
42) Jan20		↓12.080	+.050	11:09	12.070	12.080	865324	31145	12.030	
43) Apr20		12.090	+.070	10:10	12.050	12.080	47799	15	12.020	
44) Jul20		↓12.070	+.040	11:12	12.070	12.080	248446	25675	12.030	
45) Oct20		12.050	+.040	11:06	12.030	12.050	34560	15	12.010	
46) Jan21		↓12.020	+.040	11:10	12.010	12.020	1202952	82785	11.980	
47) Apr21			--	8/24	12.000	12.030	24094	5	11.983	
48) Jul21			--	8/24	11.990	12.040	9338	5	11.985	
49) Oct21			--	8/24	12.000	12.040	5345		11.988	
50) Jan22		12.030	+.040	11:04	12.010	12.030	43196	195	11.990	
51) Jul22			--	8/24	12.020	12.090	3655		12.022	
52) Jan23		↑12.090	+.040	11:14	12.080	12.090	500026	13175	12.050	
53) Jul23			--	8/24	12.080	12.130	2615		12.071	
54) Jan24		12.150	+.061	10:24	12.110	12.120	40095	960	12.089	
55) Jul24			--	8/24		12.190	1570		12.105	
56) Jan25		↓12.160	+.040	11:15	12.150	12.160	355165	9505	12.120	
57) Jan26		12.210	+.060	10:23	12.160	12.180	62840	170	12.150	
58) Jan27		↓12.250	+.040	11:06	12.230	12.250	161395	7400	12.210	
59) Jan28			--	8/24					12.240	

Fonte: Bloomberg

ANEXO D - Emolumentos cobrados pela BM&FBOVESPA

Quantidade de contratos		Emolumento
De	Até	% (p)
1	100	0,0006732
101	1.260	0,0006396
1.261	2.800	0,0005722
2.801	7.300	0,0005386
7.301	47.900	0,0005049
Acima de 47.900		0,0004376

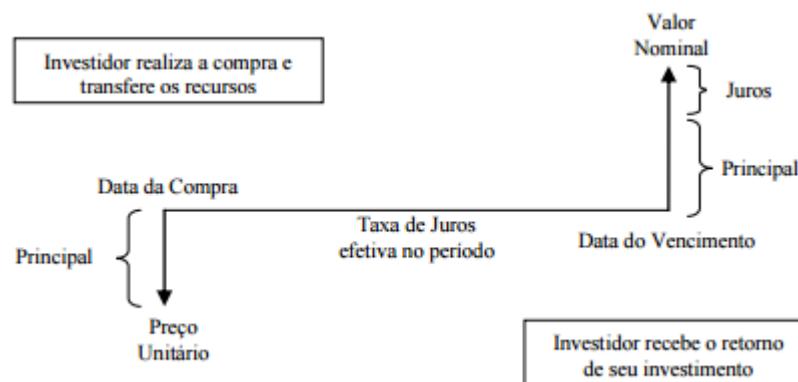
FONTE: BM&FBOVESPA⁶

⁶ Disponível em:

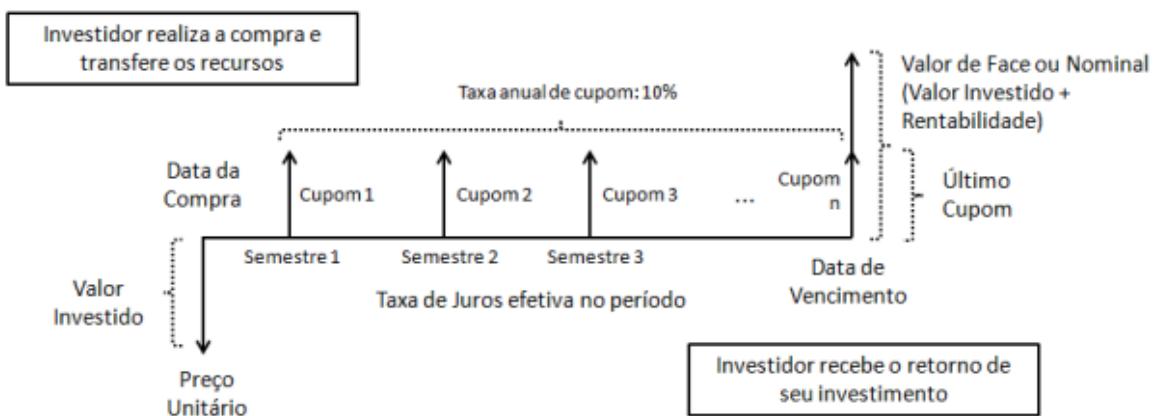
<http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/servicos/tarifas/derivativos/emolumentos/taxa-de-juros-em-reais.htm> Acesso em 31 Ago 2016

ANEXO E – Fluxos dos Títulos Prefixados

Fluxo de uma LTN⁷



Fluxo de uma NTN-F⁸



⁷ Disponível em:

<http://www3.tesouro.gov.br/tesouro_direto/download/metodologia/ltn.pdf> Acesso em 29 Out 2016

⁸ Disponível em: <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/documents/10180/410323/NTN-F_novidades.pdf> Acesso em 29 Out 2016