

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE DE
RIBEIRÃO PRETO**

CAIO AUGUSTO VIGO PEREIRA

**A medida Ômega e as medidas de performance de portfólio por
média-variância: uma análise empírica do Ibovespa e fundos de
investimentos do Brasil**

Ribeirão Preto

2011

CAIO AUGUSTO VIGO PEREIRA

**A medida Ômega e as medidas de performance de portfólio por
média-variância: uma análise empírica do Ibovespa e fundos de
investimentos do Brasil**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Faculdade de Economia e Administração de
Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo
como parte das exigências para obtenção do
título de bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Milton Barossi Filho

Ribeirão Preto

2011

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Vigo Pereira, Caio Augusto

A medida Ômega e as medidas de performance de portfólio por média-variância: uma análise empírica do Ibovespa e fundos de investimentos do Brasil. Ribeirão Preto, 2011.

67 p. : il. ; 30 cm

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à Faculdade de Economia e Administração de Ribeirão Preto /USP. Área de concentração: Finanças Econômicas.

Orientador: Barossi Filho, Milton.

1. Avaliação de desempenho.
2. Decisões de portfólio.
3. Alocação de ativos.
4. Ômega.
5. Sharpe.
6. Sortino .
7. Treynor.
8. VaR

À minha família e àquele exíguo grupo de pessoas que participam diretamente de minha vida.

RESUMO

Este trabalho buscou averiguar a eficiência das tradicionais medidas de análise de desempenho e alocação de ativos baseadas na estrutura da média-variância, como Sharpe, Sortino e Treynor, em contraposição com a função Ômega para a realidade dos fundos de investimentos brasileiros. Enquanto as medidas fundamentadas em Markowitz incorrem em severas premissas, como a necessidade da hipótese de que as distribuições dos retornos sejam normais; sendo por isso possível apenas com os primeiros momentos da distribuição definir as propriedades de risco-retorno dos portfólios. Soma-se ainda, a inadequada representação da função de utilidade do investidor com a realidade financeira. Contudo, como já muito disseminado, a não-normalidade das distribuições dos retornos é freqüente, decorrendo disso a necessidade de momentos de ordem superior para a investigação de decisões de investimento. Ômega supri as imperfeições destas medidas ao não ser afetado pela incerteza amostral que acomete os clássicos estimadores estatísticos que remetem à decisões de portfólio, ao ser computado de toda a distribuição, sendo por isso equivalente a ela. Resulta na capacidade de abranger todos os momentos da distribuição, assim como não suprimir qualquer informação dela. No decorrer desse estudo foram utilizadas duas abordagens para apurar essa maior eficácia de Ômega para três universos de comparação de retorno e dois horizontes temporais. Primeiramente investigou-se através do ordenamento as semelhanças entre as classificações dos fundos que compõem a amostra, assim como com os ranque obtidos dos retornos. Disso, depreendeu-se a divergência de ranqueamento entre as medidas, somente entre Sharpe e Sortino deduziu-se uma tênue aproximação; enquanto o resultado da comparação com os retornos foram inconsistentes. A segunda abordagem buscou através da otimização de portfólios analisar a eficácia e poder de previsibilidade das medidas. Dessa perspectiva obteve-se resultados conclusivos, sendo Ômega a métrica que obteve majoritariamente os melhores retornos acumulados para suas carteiras, inferindo-se como sugerido, sua superioridade na alocação de ativos.

Palavras-chave: Avaliação de desempenho, decisões de portfólio, alocação de ativos, Ômega, Sharpe, Sortino, Treynor, VaR.

ABSTRACT

This study aimed to investigate the efficiency of traditional measures of performance analysis and asset allocation based on the mean-variance framework, as Sharpe, Treynor and Sortino, in contrast with the Omega function for Brazilian investment funds reality. While measures based on Markowitz incur in severe assumptions, such as the hypothesis that returns are normally distributed, implying that the couple first moments of the distribution can define the entire properties of the risk-return portfolios. It also include an inadequate representation of the investor's utility function with the financial reality. However, as widespread know, non-normal distribution of returns is frequent, causing the need for higher order moments to the investigation of investments decisions. Omega overcomes the shortcomings of these measures by not be affected by sampling uncertainty that may be verified on classics statistical estimators that refers to portfolios choice, by computing the entire distribution and, is therefore, equivalent to it. This results in the ability to cover all moments of the distribution, so as not omitting any information from it. This research had two approaches to determine this theoretical higher effectiveness of Omega through three different benchmarks universes and two return horizons. First, investigation was made through ranking, analyzing the similarities between the classifications of funds in the sample, as well as with the rank obtained by the returns. From it, was possible to infer a divergence in ranking between the measures, only between Sharpe and Sortino was deduced is a fine similarity, whereas the result of the comparison with the returns were inconsistent. The second approach sought by optimizing portfolios to analyze the effectiveness and ability of predictability measures. From this perspective was obtained conclusive results, and Omega was the metric that mostly got the best returns to its portfolios, inferring as suggested, its superiority in asset allocation.

Keywords: Performance evaluation, portfolio choice, asset allocation, Omega, Sharpe, Sortino, Treynor, VaR.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Representação no espaço risco-retorno da Fronteira Eficiente	14
Gráfico 2 - Índices de Sharpe e Sortino calculados com $rf=0\%$ para os retornos diários do IBOVESPA em 2007 para períodos de 50 dias	18
Gráfico 3 - Coeficiente β para os retornos diários do fundo de investimentos código ANBID 129641 contra o IBOVESPA em 2006	19
Gráfico 4 - Representação gráfica do VaR para α como nível de confiança em uma distribuição de ganhos e perdas	20
Gráfico 5 - Distribuição dos retornos e a distribuição cumulativa com o limite de perda do fundo de código ANBID 021636.....	24
Gráfico 6 - Função cumulativa de um portfólio com limite de perda definido em 3,2%	25
Gráfico 7 - Função Ômega de uma determinada carteira	26
Gráfico 8 - Distribuição dos ativos A e B, com limite de perda definido em 3	28
Gráfico 9 - Ômega dos ativos A e B como função do nível de retorno r	29

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estatísticas descritivas da amostra e teste Jarque-Bera de normalidade	36
Tabela 2 - Resumo das medidas de avaliação de portfólio e benchmarks utilizados para ambos horizontes de tempo	40
Tabela 3 - Coeficiente de correlação de ranque de Spearman entre as metodologia - Janela anual.....	46
Tabela 4 - Coeficiente de correlação de ranque de Spearman entre metodologia _(t) e retornos _(t+1) - Janela anual	48
Tabela 5 - Retornos anuais e semestrais (%) dos Top 10 fundos baseados em cada metodologia	52
Tabela 6 - Retornos anuais e semestrais (%) dos 10 piores fundos baseados em cada metodologia	52
Tabela 7 - Composição em % do portfólio eficiente baseados nos retornos de 2007 para cada metodologia	53
Tabela 8 - Retornos anuais (%) dos portfólios eficientes para cada metodologia.....	54
Tabela 9 - Coeficiente de correlação de ranque de Spearman entre as metodologia - Janela semestral	61
Tabela 10 - Coeficiente de correlação de ranque de Spearman entre metodologia _(t) e retornos _(t+1) – Janela semestral.....	63
Tabela 11 - Retornos anuais e semestrais (%) da carteira Long/Short baseados em cada metodologia	64
Tabela 12 - Composição em % do portfólio eficiente baseados nos retornos anuais para cada metodologia	65
Tabela 13 - Retornos semestrais (%) dos portfólios eficientes para cada metodologia	67

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	OBJETIVOS	11
1.2	DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	RISCO E RETORNO NA MTP	12
2.1.1	Retorno	12
2.1.2	Risco	13
2.1.3	Fronteira Eficiente	14
2.2	MEDIDAS DE OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS.....	15
2.2.1	Índice de Sharpe	16
2.2.2	Índice de Sortino.....	16
2.2.3	Índice de Treynor	18
2.2.4	VaR e o Sharpe Modificado	20
2.3	MOMENTOS DE ORDEM SUPERIOR	22
3	A MEDIDA ÔMEGA	24
3.1	CARACTERÍSTICAS DE Ω	26
3.2	Ω PARA DISTRIBUIÇÕES NORMAIS	27
3.3	VARIAÇÃO NA REPRESENTAÇÃO DE Ω	29
3.4	A OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS COM Ω	30
3.4.1	Otimização Não-Linear	30
3.4.2	Otimização Linear	31
3.5	MOMENTOS DE ORDEM SUPERIOR E OUTRAS CARACTERÍSTICAS	32
4	METODOLOGIA.....	34
4.1	DADOS	34
4.2	ESTATÍSTICAS DESCRIPTIVAS E TESTES DE NORMALIDADE.....	35
4.3	MÉTODO DE CÁLCULO DAS MEDIDAS.....	38
4.4	AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE E PREVISIBILIDADE	39
4.4.1	Rankeamento	39
4.4.2	Otimização de Portfólios	41
4.5	RETORNOS DAS CARTEIRAS E EFICIÊNCIA DE PREVISÃO	44

5	RESULTADOS.....	45
5.1	CORRELAÇÃO DE RANQUEAMENTO	45
5.2	RETORNOS DAS CARTEIRAS OBTIDAS POR RANQUEAMENTO	50
5.3	OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO.....	53
5.4	RETORNOS DAS CARTEIRAS ÓTIMAS.....	53
6	CONCLUSÃO.....	57

1 INTRODUÇÃO

Na literatura de decisão de investimentos e avaliação de portfólios, a teoria introduzida por Markowitz (1952), amplamente difundida e utilizada atualmente, é um marco de embasamento no campo da alocação de ativos. Em seu estudo, ele demonstra que o investidor depara-se com um *trade-off* entre ganho e risco, que seriam respectivamente os dois primeiros momentos da distribuição de retorno: média e variância. Baseando-se nisso, o investidor poderia selecionar as melhores carteiras, ou seja, aquelas com baixo risco para um dado retorno, formando-se assim a fronteira eficiente.

Extendendo o trabalho de Markowitz, Sharpe (1966), Treynor (1965), Sortino (1994), e muitos outros desenvolveram índices e medidas de avaliação de portfólio. Todavia a vasta existência de estudos fundamentados na análise de média-variância e a considerável disseminação destes, deve-se recordar que o estudo possui a premissa de que a distribuição dos retornos é normal. Contudo, há evidências relevantes que a não-normalidade da distribuição dos retornos é freqüente. Conseqüentemente, somente os primeiros momentos são incapazes de inteiramente representarem as características de risco-retorno dos portfólios.

A medida de performance Ômega foi introduzida por Keating e Shadwick (2002a) com o intuito de contemplar as limitações das medidas padrões anteriores ao abranger em suas propriedades matemáticas toda a distribuição de retorno. Disso provém sua capacidade de abranger todos os momentos da distribuição, não sendo necessária nenhuma estimativa estatística, pois a função Ômega é equivalente à própria distribuição. Soma-se ainda que Ômega não necessita de premissas a respeito da distribuição de retornos, nem mesmo é fundamentada em hipóteses a respeito da função de utilidade do investidor ou mesmo preferências de risco. Motivos esses que implicam que, em teoria, essa medida é mais eficaz no que tange a decisões de investimentos, sendo superior na avaliação de desempenho e em alocar ativos.

1.1 OBJETIVOS

A presente pesquisa pretende fazer um estudo empírico de $\hat{\Omega}$ mega *a posteriori* dos principais fundos de renda variável do Brasil em contraste com as demais medidas convencionais de análise de portfólio. Busca-se assim, verificar a eficiência de $\hat{\Omega}$ mega como medida de avaliação de performance e alocação de ativos de carteiras brasileiras em comparação com as medidas baseadas primordialmente na estrutura de média-variância.

1.2 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

Ao fim desse capítulo de apresentação do problema e dos objetivos propostos, segue uma revisão bibliográfica no Capítulo 2. Nesse capítulo são apresentadas a estrutura de média-variância de Markowitz e a teoria derivada de seu estudo, assim como as medidas de avaliação de portfólios que vieram em seu encalço. Primeiramente é exposto o índice mais tradicional, Sharpe. Em seguida demonstra-se um aprimoramento desse índice que fora estabelecido por Sortino. Segue a este, Treynor e uma breve apresentação do modelo de *Capital Asset Pricing Model* (CAPM); e também uma variação de Sharpe com o uso de outra medida para avaliar o risco que é o *Value at Risk* (VaR).

No Capítulo 3 é apresentado todo modelo da função $\hat{\Omega}$ mega, bem como suas características, os aperfeiçoamentos trazidos nesse campo de estudo e os modelos de se obter a carteira ótima sob essa nova estrutura. No capítulo 4 é exposto a metodologia empregada nessa investigação. Primeiramente apresenta-se os dados, fontes, critérios de definição da amostra, bem como as estatísticas descritivas juntamente com os testes para aferição de normalidade dos fundos. Em prosseguimento é exibido os métodos de cálculos das medidas, sendo apresentadas as duas abordagens utilizadas, são elas: o ranqueamento e a otimização de portfólios. Ao fim desse capítulo é exposto ainda o método de cálculo dos retornos das carteiras formadas sob ambas as perspectivas, com intuito de verificar o poder de previsão das medidas em estudo.

No capítulo 5 são apresentados os resultados sob ambas as abordagens, assim como os retornos das carteiras. Ao fim desse trabalho, é apresentado como de praxe, as conclusões que podem ser obtidas dessa pesquisa, elucidando os resultados alcançados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As variadas técnicas de construção de portfólios desenvolvidas nas últimas décadas tem em Markowitz (1952) seu eixo principal. Seu trabalho se tornou um limiar de estudos nesse campo, tendo sido inclusive designado como a Moderna Teoria do Portfólio (MTP).

Anterior a MTP, a construção de carteiras eram majoritariamente tomadas baseadas nos retornos, tendo o risco uma figura secundária. Com a teoria de Markowitz, o foco nos retornos se manteve, porém o risco foi elevado a uma importância semelhante ao retorno.

Com a MTP, houve uma clara demonstração que com a diversificação de ativos, era possível uma melhor diminuição da variância, que já era aceitável como medida de risco, construindo assim portfólios que como um todo possuíam melhores relação de risco-retorno, ao invés de se construir carteiras tomando cada ativo e suas características individualmente. Em resumo, com a teoria de Markowitz entende-se que nenhum retorno esperado marginal pode ser obtido sem que isso impacte as características de risco desse portfólio.

2.1 RISCO E RETORNO NA MTP

O retorno e o risco de dado ativo pode ser obtido de sua distribuição de probabilidades. Como um ativo pode ser designado como uma variável aleatória, podemos inferir de seus dois primeiros momentos, ou seja, média e variância, suas medidas de retorno e risco respectivamente.

2.1.1 Retorno

Quando passamos para o cenário de uma carteira com vários ativos, devemos estabelecer seus devidos pesos, tornando-se assim o cálculo de seu retorno a média ponderada dos retornos dos ativos inclusos nesse portfólio:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n x_i E(r_i)$$

onde:

- n = número de ativos
- x_i = a proporção do portfólio investido no ativo i ;
- r_p = retorno do portfólio p ;
- r_i = retorno do ativo i ;
- $E()$ = valor esperado da variável aleatória

2.1.2 Risco

A variância da distribuição dos retornos é considerada como medida de risco. Em um portfólio, o risco é contabilizado através da covariância ponderada dos retornos individuais de cada ativo:

$$Var(r_p) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j Cov(r_i r_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

onde:

- $\rho_{i,j}$ = coeficiente de correlação dos retornos dos ativo i e j ($r_{i,j}$);
- $\sigma_{i,j}$ = desvio padrão dos retornos dos ativo i e j ($r_{i,j}$);

Em notação matricial, podemos simplificar para:

$$Var(r_p) = X^T V X$$

Sendo, X a matriz das proporções de cada ativo (x_i) do portfólio, e V a matriz de covariância dos retornos ($r_{i,j}$).

2.1.3 Fronteira Eficiente

A partir das medidas de retorno e risco mencionadas, podemos buscar a minimização dos riscos dos ativos de nossa carteira, sujeito a restrições de uso do capital, é dizer, devemos respeitar que a soma das proporções alocadas de cada ativo da carteira deva somar a totalidade do portfólio. Com isso podemos formar a fronteira eficiente conforme o Gráfico 1 que demonstra no espaço risco-retorno, as melhores alocações tendo em vista minizar o risco para um dado retorno. Em resumo, podemos definir a fronteira eficiente para uma dada quantidade de risco, como as melhores combinações e proporções de ativos de uma carteira que possuí o melhor retorno esperado.

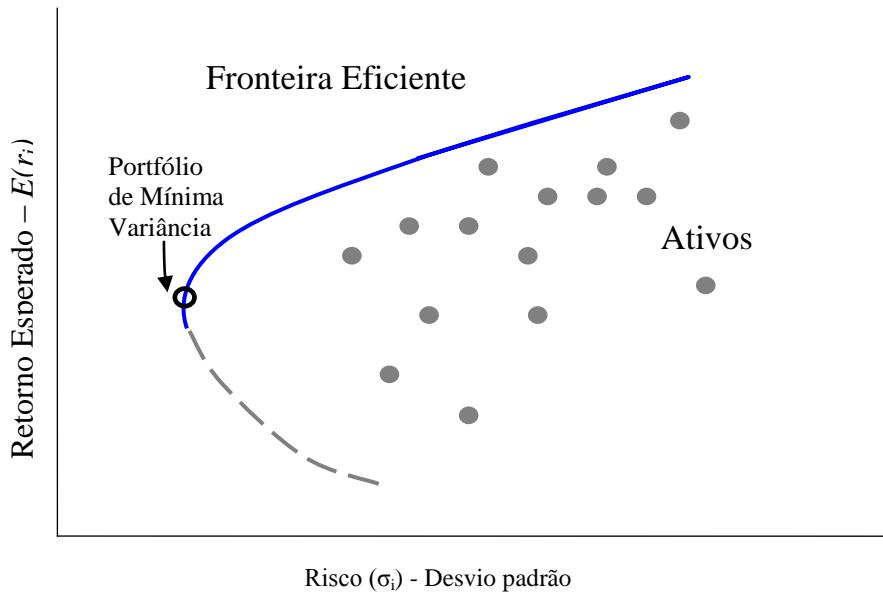


Gráfico 1 – Representação no espaço risco-retorno da Fronteira Eficiente

Matematicamente podemos expressar essa relação como:

$$\text{Minimizar} \quad \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

$$\text{sujeito a } ^{1,2} \quad \sum_{i=1}^n x_i = 100\%$$

$$\sum_{i=1}^n x_i E(r_i) = E *$$

2.2 MEDIDAS DE OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS

Com o amplo conceito da diversificação de ativos derivada de Markowitz, a questão de otimizar portfólios tomou forma e nas últimas décadas diversos métodos surgiram na esteira da MTP. A estrutura de média-variância para avaliação de risco-retorno orientou as principais medidas e índices que surgiram com intuito de auxiliar investidores na avaliação de performance de ativos e construção de carteiras.

Neste ponto é válido ressaltar que na MTP há o pressuposto de que a distribuição dos retornos dos ativos são normalmente distribuídas. Existe ainda a hipótese da função de utilidade do investidor ser quadrática, do que provém que sua utilidade esperada é uma função dos dois primeiros momentos da distribuição, sendo, portanto, a estrutura média-variância suficiente, mesmo em caso de não normalidade da distribuição dos retornos.

Nesta seção será apresentada os principais e comumente utilizados modelos de avaliação de portfólios. As estruturas a seguir serão utilizadas como comparação à medida Ômega no decorrer deste estudo.

¹ A Lagrangiana seria escrita como:

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j + \lambda_1 \left[E^* - \sum_{i=1}^n x_i E(r_i) \right] + \lambda_2 \left[1 - \sum_{i=1}^n x_i \right]$$

Com isso, basta que se calcule as derivadas parciais de cada variável x_i , x_j , λ_1 , $\lambda_2 \dots = 0$, sendo assim possível descobrir as proporções de cada ativo (x_i) de todo portfólio por meio de álgebra matricial.

² Pode-se incluir uma terceira restrição:

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n$$

Essa restrição limita que as proporções dos ativos dos portfólios devem ser positivos, ou seja, não há a possibilidade de *short sale*.

2.2.1 Índice de Sharpe

Sharpe (1966) formulou essa medida que é baseada na estrutura de média-variância da MTP. Este índice pode ser considerado o mais tradicional e é amplamente utilizado para formulação de portfólios. William Sharpe, que foi aluno de Markowitz, com essa medida relaciona a fronteira eficiente com as composições das carteiras que são obtidas através da maximização desse índice para um dado retorno. Dessa forma, o Índice de Sharpe acompanha toda a fronteira obtida através do mínimo risco possível para cada retorno, e sua maximização tangencia essa fronteira eficiente, apontando assim, a carteira ótima.

Segue seu cálculo:

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$$

onde:

- $E(r_p)$ = retorno esperado do portfólio;
- r_f = retorno do ativo livre de risco;
- σ_p = desvio padrão da distribuição de retornos

O numerador deste índice, por ser a diferença entre retorno esperado e o retorno livre de risco (*risk free*), pode ser entendido como o prêmio de risco dessa carteira. Portanto, sua expressão denota o retorno esperado líquido do portfólio em relação ao seu risco, dado seu custo de oportunidade, ou seja, o *benchmark* definido pelo investidor,

Contudo, sua relativa facilidade de cálculo e entendimento pode disfarçar alguns pontos de sua composição. Ao calcular o risco de toda a carteira como o desvio-padrão do portfólio, implica-se que há uma semelhante ponderação de importância pelo investidor entre os retornos acima quanto abaixo da média.

2.2.2 Índice de Sortino

Sortino (1994) dá um outro foco na análise e tenta suprir essa deficiência ao considerar apenas como risco os retornos de determinada carteira que são inferiores a uma

meta especificada pelo investidor, definido como Retorno Mínimo Aceitável (RMA). Isso porque, para o investidor a variância dos retornos acima da meta é positiva para ele, enquanto o inverso não.

Define-se como *downside deviation* a medida de risco desses retornos abaixo da meta estabelecida. Por ser uma medida assimétrica, seu alcance é delimitado pelo RMA, o que acarreta que a volatilidade acima do limite não penaliza o risco calculado, ficando desse modo, essas variações positivas para dado investidor absorvida apenas pelo retorno esperado do portfólio.

Segue seu cálculo:

$$\text{Downside Deviation} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \text{Min}[0; (r_i - \text{RMA})]^2}$$

O Índice de Sortino pode então ser calculado como:

$$\text{Índice de Sortino} = \frac{E(r_p) - r_f}{\text{downside deviation}}$$

onde:

- RMA = Retorno Mínimo Aceitável
- m = número de observações do retorno do ativo i ;
- r_i = retorno do ativo i ;
- $E(r_p)$ = retorno esperado do portfólio;
- r_f = retorno do ativo livre de risco;

Para se obter a carteira ótima, o procedimento se assemelha à Sharpe, diferindo apenas quanto à definição do risco, conforme demonstrado acima. Ao permitir que a comparação do risco seja feita de acordo com um *bechmark*, o Índice de Sortino tem a vantagem em relação a Sharpe de se adequar à percepção de risco individual dos investidores e sua aversão ao risco.

A comparação entre Sharpe e Sortino deve ser feita de modo criterioso, haja visto que de acordo à definição do RMA, os resultados podem serem incompatíveis. Deve-se

salientar também que, como o denominador do Índice de Sortino será sempre menor ou igual ao do Sharpe, acarreta que Sortino terá sempre valores absolutos maiores, ou senão, iguais à Sharpe. Resulta também, caso não haja valores de retorno inferiores ao RMA, o Índice de Sortino tenderá ao ∞ . O Gráfico 2 mostra os índices de Sharpe e Sortino calculados para o Índice Ibovespa no ano de 2007, demonstrando como os valores absolutos de Sortino foram maiores que Sharpe.

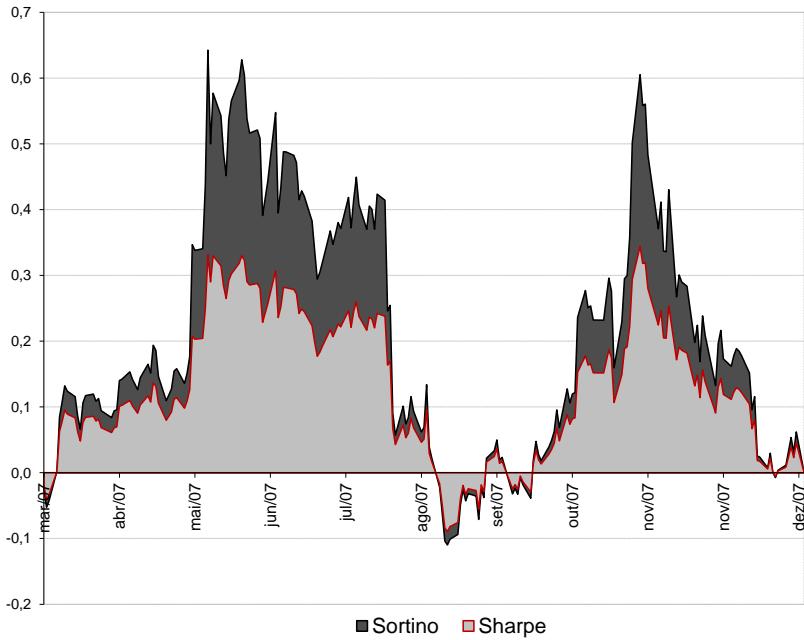


Gráfico 2 - Índices de Sharpe e Sortino calculados com $rf=0\%$ para os retornos diários do IBOVESPA em 2007 para períodos de 50 dias

2.2.3 Índice de Treynor

Fundamentado no modelo de *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) que relaciona os retornos de um dado ativo com o mercado em que ele está inserido. Este modelo que foi introduzido em Treynor (1965), Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966) é empregado para determinar o retorno de um ativo em relação ao mercado, este sendo representado por uma carteira com diversificação perfeita. Para seu cômputo, o risco é separado em dois. Define-se o *risco sistemático* como o risco inerente ao mercado e que não pode ser evitado através da diversificação de ativos, justamente o oposto ao *risco não-sistemático*, que é específico e idiosincrático de cada ativo. A partir disso podemos mensurar a sensibilidade do ativo ao risco não-diversificável (β) dos retornos, do ativo e do

mercado.³ O coeficiente beta (β) pode ser entendido como a inclinação da reta da regressão linear entre o ativo i e o mercado. Seu cálculo pode ser facilitado pela expressão:

$$\beta = \frac{\text{Cov}(i, m)}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_i}{\sigma_m} \rho_{i,m}$$

O numerador de β pode ser entendido simplesmente como a covariância entre o ativo (i) e o mercado (m) e seu denominador a variância do mercado (ou o desvio padrão – $\sigma_{i,m}$ – ao quadrado). Essa expressão pode ser derivada matematicamente, sem prejuízo de seu cômputo, pela divisão dos desvios padrão, do ativo pelo do mercado, e multiplicada pelo coeficiente de correlação de Pearson entre eles. O Gráfico 3 ilustra a regressão linear e seu coeficiente β entre os retornos do Ibovespa como mercado e o fundo de ações com o código ANBID 129641 para período de 2005 a 2009.

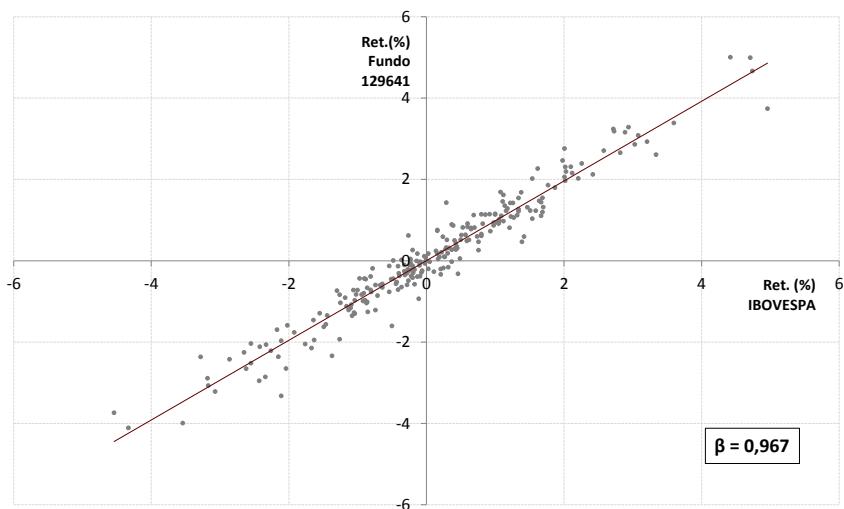


Gráfico 3 - Coeficiente β para os retornos diários do fundo de investimentos código ANBID 129641 contra o IBOVESPA em 2006

Tendo em mente o alcance do modelo de CAPM, Treynor (1965) elaborou um índice que mede o excesso de retorno por unidade de risco, que nesse caso deve ser entendido como o risco sistemático. Segue seu cálculo:

³ A expressão que define o modelo *CAPM* é:

$$E(r_i) - r_f = \beta(E(r_m) - r_f)$$

onde $E(r_i)$ é o retorno esperado ativo, r_f é o retorno livre de risco e $E(r_m)$ é o retorno esperado do mercado.

$$\text{Índice de Treynor} = \frac{E(r_p) - r_f}{\beta}$$

Pode-se inferir que para o Índice de Treynor, como todos os investidores aversos ao risco buscam sua maximização, caso seu resultado seja alto e positivo, isto denotaria uma adaptação do risco do ativo superior ao mercado; enquanto, caso seja negativo e baixo, um desfavorável desempenho do risco do ativo em relação ao mercado.

2.2.4 VaR e o Sharpe Modificado

VaR (*Value at Risk*) é uma medida de risco desenvolvida pelo banco J.P. Morgan (1996) que pode ser definida simplesmente como a probabilidade máxima de perda em um investimento durante um período de tempo, dado um nível de confiança. Ela pode ser entendida como a cauda esquerda de uma distribuição de retornos, ou seja, o percentil da distribuição, sendo o quantil definido pelo investidor. O Gráfico 4 ilustra a representação do VaR.

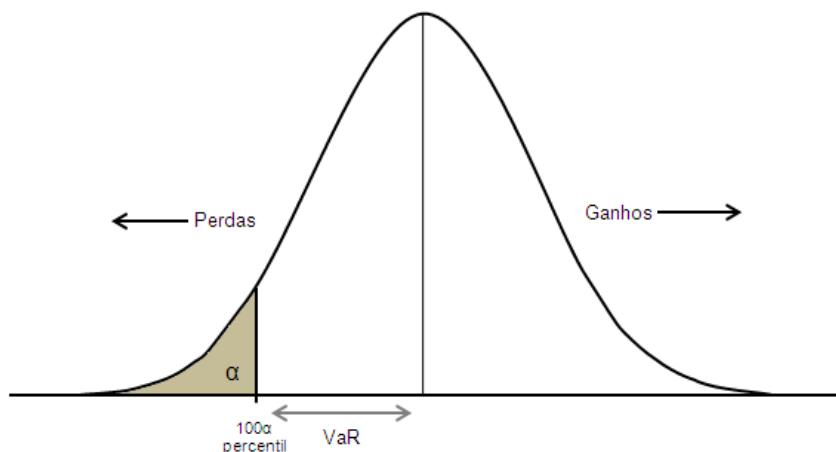


Gráfico 4 - Representação gráfica do VaR para α como nível de confiança em uma distribuição de ganhos e perdas

O VaR é uma medida de risco de fácil compreensão, desde que se conheça a forma da distribuição dos retornos, dependendo predominantemente do período e do nível de confiança definidos. Com isso, podemos entender que um $\text{VaR}_\alpha = \tau$ significa que há $(1-\alpha)\%$

de confiança que a perda máxima será τ para o prazo n calculado, ou inversamente, há α % de possibilidade será maior τ para o período em questão.

Comumente, VaR é calculado com a hipótese de normalidade de sua distribuição, como segue:

$$\text{VaR}_{(1-\alpha)} = (E(r_p) - z_c \sigma_p) I^{-4}$$

onde:

$$\begin{aligned} z_c &= \text{o valor crítico para uma distribuição normal a } (1-\alpha); \\ I &= \text{o tamanho do investimento} \end{aligned}$$

Na otimização de carteiras com o uso do VaR, a dimensão do investimento (I) não afetará a maximização. Como estamos considerando apenas as perdas, podemos utilizar os valores absolutos. Portanto, o cálculo do VaR, mantendo a conjectura de normalidade, para o nível de confiança 99% será:

$$\text{VaR}_{99\%} = |E(r_p) - 2,33\sigma_p|$$

Com o cálculo do VaR em mãos, podemos calcular o Índice de Sharpe modificado:

$$\text{Sharpe Modificado} = \frac{E(r_p) - r_f}{r_f - \text{VaR}_{99\%}}$$

⁴ A definição matemática completa, derivada de Artzner et al. (1999) é:

$$\text{VaR}_\alpha(r) = -\inf\{r \mid P(R > r) > \alpha\}, \quad \alpha \in (0,1)$$

onde r é o retorno do portfólio, e $\inf\{r \mid P(R > r) > \alpha\}$ denota o menor 100 α percentil da distribuição de retornos, sendo o menor limite de r dado o evento $P(R > r) > \alpha$.

2.3 MOMENTOS DE ORDEM SUPERIOR

Muitos outros modelos foram criados levando-se em conta apenas os dois primeiros momentos da distribuição dos retornos dos portfólios, como os modelos acima demonstrados. Contudo, em geral sabe-se, por exemplo, que fundos de investimentos, principalmente os *hedge funds*⁵ não possuem distribuição de retornos normais. Brooks e Kat (2001) demonstram a existência de assimetria negativa e alta curtose em retornos mensais de fundos de investimentos.

Outras estruturas também foram estabelecidas levando-se em conta que incorporam também assimetria e curtose (ARZAC; BAWA, 1977; HUISMANN; KOEDIJK; POWNALL, 1999; STUTZER, 2001; BERÉNYI, 2002). Porém, essas tentativas fazem usos econométricos, com modelagens complexas, não obstante também adicionarem hipóteses e suposições, sofrendo ainda da incapacidade de lidar com dados com características realísticas, principalmente diferentes períodos de tempo.

Quando se analisa a premissa para a estrutura de média-variância de que a função de utilidade do investidor é quadrática, esta hipótese leva a resultados incoerentes com a realidade. Favre-Bulle e Pache (2003) demonstram que uma função de utilidade quadrática é inconsistente com o comportamento de um investidor racional, logo se faz necessário momentos de ordem superior para inferir todas as características de risco-retorno de um ativo, decorrendo que em casos de não normalidade essa premissa pode causar viés nos resultados.

Em resumo, a grande maioria das medidas de análise de performance são fundamentadas em duas significativas características: (1) a média e variância descrevem completamente a distribuição de retornos e (2) não se faz necessário abranger os retornos acima de sua média para definir as propriedades de risco-retorno dos portfólios.

Soma-se a isso a incapacidade dessas novas estruturas de análise à adequação de representar a função de utilidade do investidor, principalmente em compreender todos os momentos da distribuição quando os retornos divergem da normalidade (FAVRE-BULLE,

⁵ Há uma divergência entre o que é classificado como *hedge fund* no Brasil e no exterior. Enquanto nos EUA e Europa, estes são definidos como fundos privados, com administração profissional e com a possibilidade de serem restritos; no Brasil, o que mais se assemelha aos *hedge funds* são os fundos multimercados de renda variável com alavancagem.

A.; PACHE, S., 2003). Portanto, disso podemos inferir que uma medida apropriada precisa suprir não somente todos os momentos da distribuição, assim como ser capaz de avaliar, sem a necessidade de suposições acerca da função de utilidade do investidor.

3 A MEDIDA ÔMEGA

A medida de performance Ômega introduzida por Keating e Shadwick (2002a, 2002b) sana a deficiência das medidas anteriores, pois sua estrutura é capaz de abranger todos os momentos da distribuição de retornos dos portfólios. Isto porque, ao invés de utilizar momentos selecionados e de modos individuais, ela utiliza toda a distribuição e mensura seu impacto.

Para seu cálculo é necessário apenas que se defina um limite de perda, que varia para cada investidor. Com isso, o Ômega considera os retornos acima e abaixo desse limite, dando uma probabilidade ponderada de perdas e ganhos, que dessa forma descreveria todo o *trade-off* entre risco-ganho da distribuição.

O Gráfico 5 apresenta a distribuição dos retornos diários do fundo de ações de código ANBID 021636 para o período compreendido entre Janeiro a Dezembro de 2005. Sobrepondo a este gráfico, é mostrado igualmente sua distribuição cumulativa e o limite definido de perda.

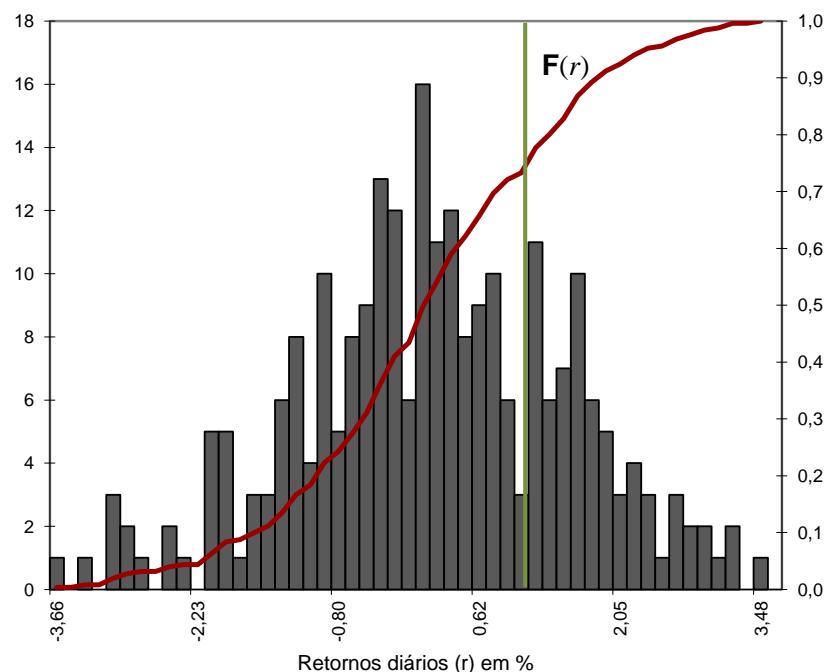


Gráfico 5 - Distribuição dos retornos e a distribuição cumulativa com o limite de perda do fundo de código ANBID 021636

O Gráfico 6 demonstra apenas a função cumulativa dos retornos de um ativo e suas características para o cálculo de Ômega.

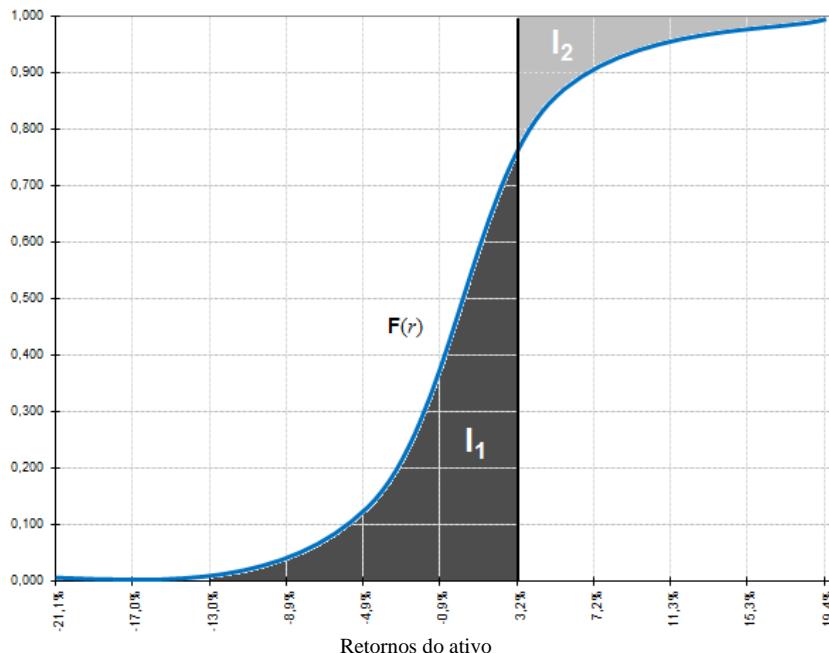


Gráfico 6 - Função cumulativa de um portfólio com limite de perda definido em 3,2%

Note que o gráfico apresenta a distribuição cumulativa F para um ativo. O limite de perda foi definido a 3,2%, disso provém as duas áreas repartidas de sua distribuição: I_2 representa a área acima de F e à direita do limite definido pelo investidor; enquanto I_1 representa a área à esquerda do limite e abaixo de F . O valor de Ômega para este teórico ativo e já definido limite de perda será a razão entre a probabilidade ponderada de ganhos (I_2) e a probabilidade ponderada de perdas (I_1).

Calculando o valor de Ômega para todos os retornos como limites de perda, podemos obter a função Ômega e seu aspecto gráfico, como demonstrado pelo Gráfico 7. Verifica-se que Ômega é uma função decrescente monotônica da distribuição acumulada dos retornos de (a,b) a $(0,\infty)$.

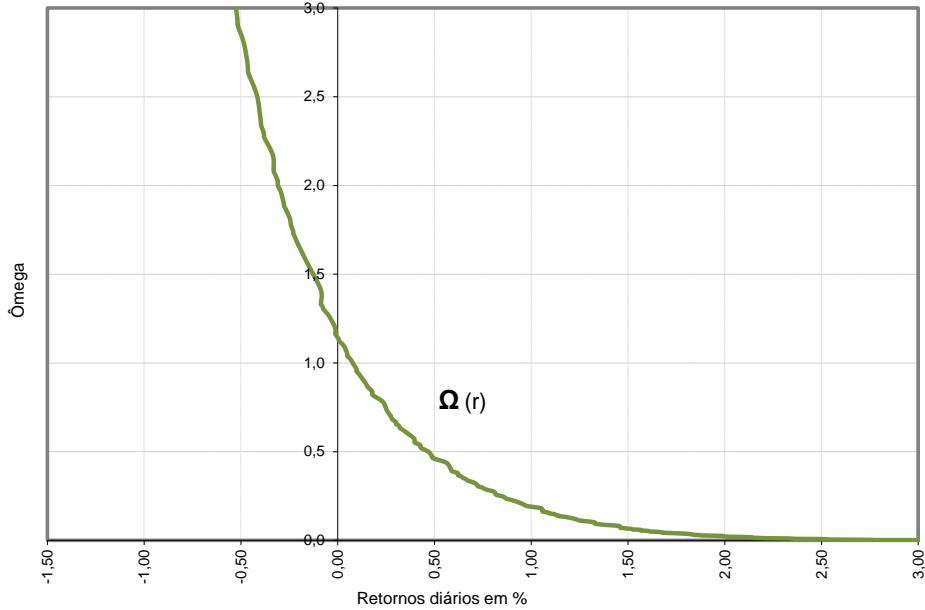


Gráfico 7 - Função Ômega de uma determinada carteira

Matematicamente a definição de Ômega é:

$$\Omega(L) = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\int_a^b [1 - F(x)].dx}{\int_a^L F(x).dx}$$

Onde F é a distribuição cumulativa dos retornos dos portfólios no intervalo [a,b] e L é o limite de perdas definido pelo investidor.

3.1 CARACTERÍSTICAS DE Ω

Dentre as características de Ômega, é importante ressaltar que essa métrica não incorre da deficiência da incerteza amostral, como se verifica nos demais estimadores estatísticos convencionais, em razão compreender toda a distribuição. Depreende-se disso, por não haver necessidade de estimativas, implica que a função Ômega não suprime informação da distribuição.

Conseqüentemente, podemos afirmar que a função Ômega é equivalente à própria distribuição de retornos, ao invés de ser, como comumente se verifica com as demais

medidas de avaliação de portfólio, uma aproximação dela. Com isso, há a possibilidade de abranger todos os momentos de modo agrupado e não somente seus efeitos individualmente.

Ômega tem a vantagem de possuir como única premissa a que, como regra de decisão, é preferível mais a menos. Por não haver suposição a respeito da distribuição, nem necessidade de hipóteses quanto às funções de utilidade do investidor ou mesmo às preferências de risco, essa medida já muito difere das demais. Dentre suas propriedades matemáticas, Ômega é diferenciável e sua derivada de primeira ordem será sempre negativa. Sendo uma função decrescente, pode-se depreender de sua inclinação suas características de risco: maior será o risco, quanto mais plana for sua função.

Como Ômega é uma razão, seu único ponto onde seu valor será um, ocorrerá quando a probabilidade ponderada de ganhos (I_2) e a probabilidade ponderada de perdas (I_1) forem iguais, isso se verificará na média dos retornos ($E(r)$). Como o numerador pode ser definido como ganhos e seu denominador como perdas, um valor maior de Ω será sempre preferível a um menor.

3.2 Ω PARA DISTRIBUIÇÕES NORMAIS

Pretende-se nesta seção depreender algumas propriedades de Ômega em relação às medidas convencionais por média-variância quando a distribuição de retornos são normais. O Gráfico 8 apresenta duas distribuições: A e B. Ambas possuem o retorno médio de 2, porém seus desvios padrão são para A=3 e para B=6.

Tendo por base o Índice de Sharpe, o ativo A será melhor avaliado em detrimento de B que possui um maior desvio padrão. Ao utilizar o desvio padrão de toda a distribuição como *proxy* de risco, os retornos abaixo da média terão a mesma ponderação de risco que os retornos acima, induzindo a incorrermos em dois problemas mesmo quando a distribuição for normal: (1) haverá uma propensão de beneficiar ao ativo com a menor variância no intuito de minimizar o risco, porém, disto também haverá minimização do potencial de ganhos, e (2) os retornos abaixo da média terão um maior peso do que os retornos acima, mesmo quando eles são igualmente prováveis de ocorrer.

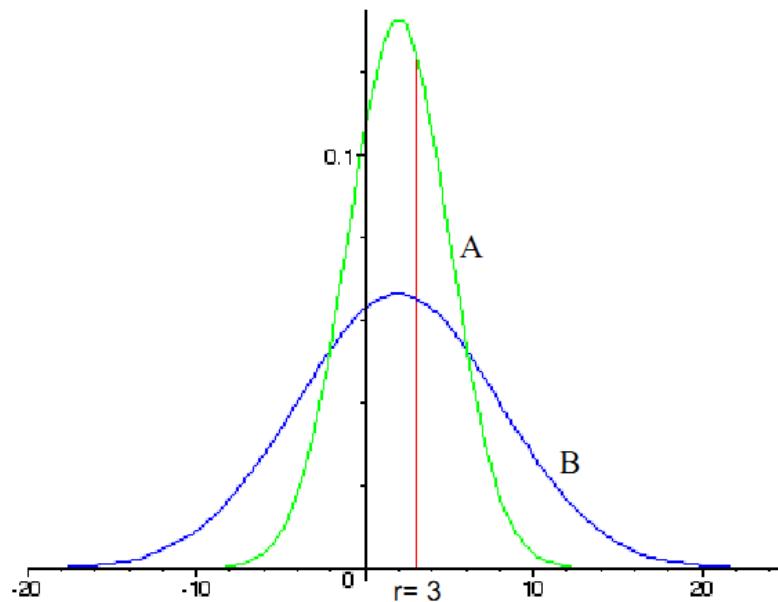


Gráfico 8 - Distribuição dos ativos A e B, com limite de perda definido em 3

Fonte: KEATING, C.; SHADWICK, W.F. An Introduction to Omega. London. The Finance Development Centre, 2002b.

Para um investidor que possuí um limite de perda de 3, é dizer, para ele ganhos serão acima deste limite e perda abaixo. Caso fizéssemos o ranqueamento de ambos os ativos do Gráfico 8 para este investidor, notaríamos divergências das convencionais medidas quanto à adaptação a este hipotético investidor. Infere-se facilmente que para este investidor, seu potencial de ganho será maior para o ativo B, pois se deduz do gráfico sem maiores dificuldades, que este ativo possui maior massa acima do limite de 3 do que o ativo A. Disso podemos concluir que com base em seus potenciais de ganho, o ranqueamento seria inverso ao Índice de Sharpe.

Com base na mesma linha de raciocínio, vemos que para qualquer limite acima de média de retornos, o ativo B sempre terá um potencial de ganhos maior que A; enquanto que para qualquer limite abaixo da média, A será preferível à B; e para um limite definido exatamente igual a média de retornos, A e B serão indiferentes. Este fenômeno de mudança de ranqueamento conforme se altera o limite de perdas é exatamente o que Ômega fornece

ao comparar igualmente as probabilidades ponderadas de ganho e perda em relação ao limite definido (Ω_L).

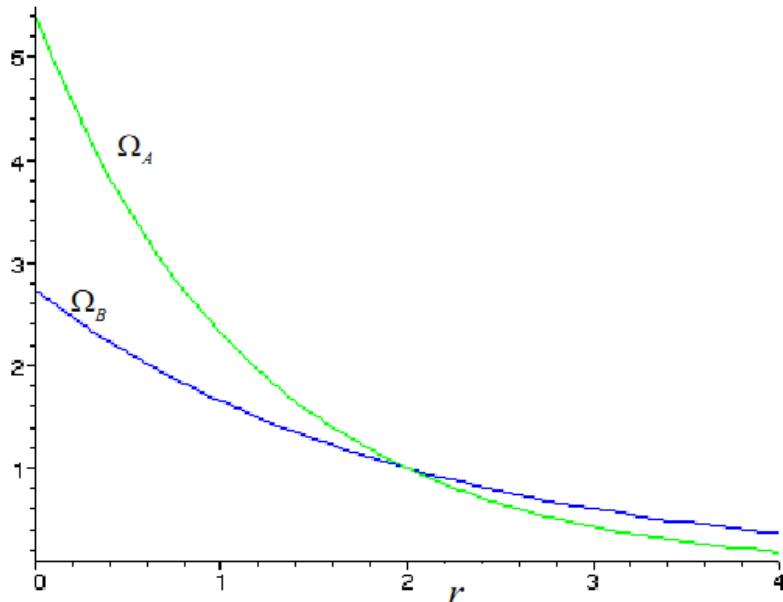


Gráfico 9 - Ômega dos ativos A e B como função do nível de retorno r

Fonte: KEATING, C.; SHADWICK, W.F. An Introduction to Omega. London. The Finance Development Centre, 2002b.

O Gráfico 9 ilustra a função Ω para ambos os ativos. Note que para qualquer valor acima da média, que são iguais para ambos, ômega de B é maior que A; e para qualquer valor abaixo da média, Ômega de A é maior que B; resultado que vem de encontro ao acima discutido.

Portanto, podemos concluir que, mesmo quando as distribuições são normais, um portfólio que maximize o Índice de Sharpe será sub-ótimo em uma faixa significativa dos retornos. Esta é uma manifestação inerente do viés em relação à definição de perdas e ganhos igualmente como risco (Keating; Shadwick, 2002b).

3.3 VARIAÇÃO NA REPRESENTAÇÃO DE Ω

Kazemi, Schneeweis, Gupta (2003) trabalharam em uma representação alternativa da função Ômega. Eles desenvolveram essa variação de Ω , que ao invés de fazer uso de

integrais para seu cômputo, utiliza valores esperados. Seu numerador simplesmente é o valor esperado do excesso de ganho condicionado a resultados positivos, enquanto seu denominador é o valor esperado da perda condicionado a resultados negativos.

Como o numerador de Ômega é:

$$\int_L^b [1 - F(x)].dx = \int_L^b (x - L)f(x).dx = E[\max(x - L, 0)]$$

Como o denominador de Ômega é:

$$\int_a^L F(x).dx = \int_a^L (L - x)f(x).dx = E[\max(L - x, 0)]$$

Onde $f(x)$ é a função de densidade. Portanto a função alternativa de Ômega é:

$$\Omega(L) = \frac{E[\max(L - x, 0)]}{E[\max(L - x, 0)]}$$

3.4 A OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIOS COM Ω

Mausser, Saunders e Seco (2006) propuseram uma metodologia para a otimização de carteiras com base em Ômega. A técnica empregada segue o modelo não-paramétrico, característica essa vastamente utilizada metodologia de *stress-testing*. O problema de otimização proposto possui duas variações, a não-linear e a linear.

3.4.1 Otimização Não-Linear

Para a sua formulação considera-se um grupo de N ativos de onde um investidor poderá construir seu portfólio. Assume-se também um número finito S de cenários futuros com probabilidades $p_i > 0$, onde $i=1, \dots, S$. Entende-se R_{ij} como o retorno do ativo j no cenário

i. A fração de cada ativo no portfólio é representada por w_j . A partir disso podemos construir a matriz R dos retornos. Por fim, L é o limite de perda definido pelo investidor.

Portanto, o problema de otimização não-linear pode-se escrito como:

$$\underset{w,u,d}{\text{Max}} \quad \Omega(L) = \frac{\sum_{i=1}^S p_i u_i}{\sum_{i=1}^S p_i d_i} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a} \quad \sum_{j=1}^N R_{ij} w_j - u_i + d_i = L \quad i = 1, \dots, S \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^N w_j = 1 \quad (3)$$

$$u_i, d_i, w_j \geq 0 \quad i = 1, \dots, S \quad j = 1, \dots, N \quad (4)$$

$$u_i \cdot d_i = 0 \quad i = 1, \dots, S \quad (5)$$

Onde u_i representa o valor acima do limite definido, ou seja, seu *upside*; enquanto d_i representa o valor abaixo do limite, ou seja, seu *downside*. A equação (1) é intuitiva, depreendida do cálculo de Ω em si próprio. Já as restrições (2) e (5) garantem os corretos cálculos dos valores acima ou abaixo do limite. A restrição (3) garante que a soma das frações de cada ativo são igual a 100%. Ressalte-se por fim que esse problema de otimização é não-convexo que busca a otimização através de satisfazer um sistema de inequações.

3.4.2 Otimização Linear

Os autores propuseram ainda uma transformação que levaria o problema a ser resolvido linearmente, para isso se faz necessário a transformação de variáveis. Para isso a restrição (4) é perdida. A alteração sugerida é:

$$t = \frac{1}{\sum_{i=1}^S p_i d_i}$$

$$\tilde{w}_j = w_j t \quad \tilde{u}_i = u_i t \quad \tilde{d}_i = d_i t$$

Com isso, podemos alterar o problema original, retirando a restrição (4) e inserindo as variáveis transformadas:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\tilde{w}, \tilde{u}, \tilde{d}, t}{\text{Max}} \quad \Omega(L) = \sum_{i=1}^S p_i \tilde{u}_i \\
 & \text{Sujeito a} \quad \sum_{j=1}^N R_{ij} \tilde{w}_j - \tilde{u}_i + \tilde{d}_i - Lt = 0 \quad i = 1, \dots, S \\
 & \quad \sum_{j=1}^N \tilde{w}_j - t = 0 \\
 & \quad \sum_{i=1}^S p_i \tilde{d}_i = 1 \\
 & \quad \tilde{u}_i, \tilde{d}_i, \tilde{w}_j \geq 0 \quad i = 1, \dots, S \quad j = 1, \dots, N
 \end{aligned} \tag{6}$$

Por fim, os autores enumeram ainda as vantagens e desvantagem dessa transformação para um cenário linear. Dentre os pontos positivos está a relativa facilidade de se calcular, assim como a possibilidade de sempre encontrar uma solução global quando $\tilde{\Omega}(L) > 1$, enquanto que no universo não-linear nem sempre a solução será a global, ocorrendo casos de apenas ser possível encontrar soluções locais. Já o prejuízo está na limitação de essa transformação ser possível apenas quando $\tilde{\Omega}(L) > 1$.

Muitos outros autores sugeriram outras formulações matemáticas para maximizar Ω . Kane et. al (2009) propuseram um algoritmo nomeado de E05JBF para uso majoritário em MATLAB adequado para solucionar o problema com grandes quantidades de dados e várias restrições. Já Gilli et. al (2008) procuraram otimizar $\hat{\Omega}$ com uso preponderante para a construção de carteiras Long/Short.

3.5 MOMENTOS DE ORDEM SUPERIOR E OUTRAS CARACTERÍSTICAS

Artigos mais recentes (BERÉNYI, 2002; BROOKS; KAT, 2001) incluem não somente a variância como medida de risco, mas também que a assimetria negativa e excesso de curtose afetam negativamente o risco de uma dada distribuição. Favre-Bulle e Pache (2003) demonstram contudo, que distribuições com assimetria positiva e

leptocúrticas possuem valores maiores de $\hat{\Omega}$ e são preferíveis pela sua melhor adequação ao risco do que outras distribuições que são semelhantes somente nos dois primeiros momentos. O esperado seria que distribuições com assimetria negativa e/ou excesso de curtose são preferidas a outras com média e variância semelhantes, diferindo somente em seus momentos de ordem três e quatro da distribuição normal. Consistentemente, a assimetria negativa é menos atrativa pelo mesmo estudo dos autores. Esses resultados sugerem que os modelos que focam somente nos quatro primeiros momentos não são suficientes como medida de atratividade para distribuições não-normais, justamente como evidenciado por Keating e Shadwick (2002b) em que momentos de ordem oito, dez e maiores tem efeitos dominantes no comportamento de caudas pesadas, algo não estimado de dados reais.

Favre-Bulle e Pache (2003) discutem ainda o impacto dos *outliers* da distribuição no valor de $\hat{\Omega}$, no que acarreta que ao remover valores extremos há uma melhora da avaliação do risco com curvas mais inclinadas de $\hat{\Omega}$ e atratividade, com maiores valores. Quanto a sensibilidade de $\hat{\Omega}$ em comparação com o tamanho amostral, concluem que conforme esperado quanto maior for a amplitude de dados para o cômputo de $\hat{\Omega}$, menor será o erro estimado, devendo uma série ter pelo menos 200 pontos de dados para obter dados acurados.

4 METODOLOGIA

Para a consecução dos objetivos deste trabalho, espera-se verificar empiricamente a eficácia das medidas apresentadas para a realidade financeira dos fundos de investimentos brasileiros, em especial para a nova metodologia de Keating e Shadwick (2002a), quanto às suas características de alocação de ativos e avaliação de performance. Busca-se analisar primordialmente Ômega em comparação às demais medidas que utilizam a estrutura de média-variância. Neste capítulo será apresentado o procedimento para esta análise.

4.1 DADOS

Para os propósitos empíricos deste trabalho, a base de dados foi construída com extração dos retornos diários dos fundos de investimentos abertos e não exclusivos do Brasil, informações essas que se encontram compiladas pela ANBID (Associação Nacional dos Bancos de Investimentos).

Para os dados históricos dos fundos de investimentos, foi definido um período de exatos cinco anos, compreendendo do primeiro dia de negociação de Janeiro de 2005 até o último de Dezembro de 2009. Busca-se dessa forma, que os dados sejam capazes de abranger um período de relativa bonança nos mercados de renda variável, tanto nacional como internacional, assim como a crise financeira mundial que se iniciou em 2008.

Os fundos de investimentos no Brasil possuem a classificação mais comum organizada pela ANBIMA (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais) que categorizam os fundos em 8 grupos de acordo com o mercado em que atuam, e os subclassificam em 35 tipos de acordo com suas características⁶. O banco de dados compilado pela ANBID alocam os fundos segundo essa classificação.

Baseando-se nessa categorização foi feita a pesquisa dos fundos que se encaixam com a natureza de atuarem primordialmente no mercado de renda variável. Ao fazer a

⁶ Classificação ANBIMA de Fundos de Investimento (Atualizada pela Deliberação nº 44, de 24 de novembro de 2010).

análise dos fundos de investimentos, fazia-se igualmente necessário que os fundos fossem fundos constituídos e não tivessem se encerrado até o fim do período dos 5 anos selecionados.

A fim de diversificar os dados pesquisados, foi feita também a restrição de limitar a quantidade máxima de 20 fundos por tipo segundo a classificação supramencionada. Caso isso não fosse feito, haveria um viés na quantidade de fundos segundo seu tipo, havendo uma quantidade muito superior em determinado tipo do que em outro. Para selecionar os 20 fundos para os casos de tipos em que houvessem uma quantidade superior que já se encaixavam nas restrições anteriores, foram escolhidos aqueles que possuíssem o maior Patrimônio Líquido em Janeiro de 2005, ou seja, no início do período da pesquisa.

Após fazer as filtragens dos fundos que se encaixavam com esses critérios, a base de dados ficou com 54 fundos de investimentos, distribuídos em 4 grupos, possuindo os retornos diários desses fundos ao longo dos 5 anos em análise, composto por 1254 pontos de dados para cada fundo.

Os quatro grupos de fundos foram: “Ações Ibovespa Ativo” contendo o limite de 20 fundos; “Ações Livre” com 19; “Ações Ibovespa Indexado” com 12; e o grupo de “Ações ETF” com 3 deles. O primeiro deles tem como característica comum que todos buscam explicitamente superar o Ibovespa com a possibilidade de alavancagem, enquanto o terceiro grupo almeja tão somente acompanhar o Ibovespa não permitindo alavancagem. Os fundos do segundo grupo são aqueles que não podem ser classificados em nenhum das demais classificações de fundos de ações abertos da ANBIMA que admitem alavancagem.

4.2 ESTATÍSTICAS DESCRIPTIVAS E TESTES DE NORMALIDADE

A Tabela 1 demonstra as estatísticas descritivas dos 54 fundos , que compõem a amostra. Nela são apresentadas os quatro primeiros momentos das distribuições dos retornos de cada fundo e seus valores extremos, assim como o teste Jarque-Bera para a verificação de normalidade para a série de 1254 observações que formam os 5 anos em estudo.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas da amostra e teste Jarque-Bera de normalidade

Estatística Descritiva da Amostra								
Cód. Fundo	Descrição	Média (%)	Mínimo (%)	Máximo (%)	Desvio padrão (%)	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera Teste
Ações IBOVESPA Ativo								
021636	BB ACOES IBOVESPA ATIVO FICFI	0,08	-10,53	13,88	1,97	0,17	6,48	2179,44
093386	BNY MELLON ARX FI DE ACOES	0,10	-10,81	15,54	1,91	0,12	8,48	1958
054321	BRADESCO FIC DE FIA IBOVESPA ATIVO	0,09	-10,97	13,88	1,95	0,19	6,14	1958
122378	BRAM FIA	0,09	-10,33	14,07	1,89	0,21	6,29	2058,12
116963	BRAM FIA IBOVESPA ATIVO	0,10	-10,93	13,87	1,95	0,19	6,12	1948,85
086010	CSHG STRATEGY II FI COTAS DE FI ACOES	0,08	-10,75	14,84	1,90	0,06	6,88	2452,47
112410	EVOLUTION FUNDO DE INVESTIMENTO DE ACOES	0,08	-7,51	12,28	1,51	0,11	6,13	1949,35
062146	FIA MISTYQUE	0,11	-9,77	15,02	1,75	0,20	9,67	4843,87
013684	ITAU CARTEIRA LIVRE ACOES FI	0,09	-11,04	14,72	1,97	0,21	6,93	2497,21
007439	LEGG MASON ACOES IBOV ATIVO SILVER FICFI	0,08	-11,14	14,74	2,01	0,17	6,85	2437,95
046345	LEGG MASON PORTFOLIO ACOES FI	0,10	-11,11	14,76	2,01	0,17	6,86	2438,37
119628	MCAP POLAND FI EM ACOES	0,06	-7,10	8,24	1,42	-0,13	3,96	812,597
026311	OPPORTUNITY LOGICA II FIC FIA	0,10	-10,52	10,97	2,02	-0,01	3,40	595,948
114014	OPPORTUNITY LOGICA II INSTITUCIONAL FIA	0,10	-11,35	13,33	1,98	0,05	5,09	1340,65
132748	OPPORTUNITY SPECIAL FIA	0,13	-9,52	9,83	1,92	0,13	3,64	688,263
016918	RT GALAXIA ACOES FUNDO DE INVESTIMENTO	0,10	-11,36	14,40	1,94	0,13	6,83	2421,51
001856	SANTANDER FI ACOES	0,08	-10,68	13,99	1,99	0,20	6,16	1971,09
108464	SANTANDER FI ACOES VIGO	0,09	-11,55	14,40	2,00	0,22	6,88	2457,25
002331	UNIBANCO BLUE FI ACOES	0,07	-11,49	14,09	2,00	0,13	7,42	2856,51
016713	UNIBANCO STRATEGY FI ACOES	0,09	-10,36	14,13	1,94	0,16	6,42	2135,76
Ações IBOVESPA Indexado								
011320	BB ACOES IBOVESPA INDEXADO FICFI	0,08	-11,74	14,42	2,02	0,20	6,72	2343,85
045942	BIC STOCK INDEX FI ACOES	0,09	-11,46	12,49	1,94	0,21	6,36	2101,69
071757	BRADESCO FIA IBOVESPA PLUS	0,09	-11,37	14,56	2,02	0,24	6,90	2475,7
077747	BRADESCO FIA SUL ENERGIA	0,09	-11,30	14,52	1,98	0,25	7,31	2780,78
013730	BRADESCO FIC DE FIA IBOVESPA INDEXADO	0,08	-11,35	14,58	2,02	0,23	6,92	2490,27
000981	BRADESCO PRIME FIC DE FIA INDEX	0,09	-11,33	14,58	2,02	0,23	6,92	2492,13
096245	BRADESCO PRIVATE FIC DE FIA IBOVESPA	0,09	-11,32	14,53	2,02	0,22	6,91	2482,42
116981	BRAM FIA IBOVESPA	0,10	-11,31	14,57	2,01	0,23	6,90	2472,35
041025	CAIXA FI ACOES IBOVESPA	0,08	-11,19	14,19	2,01	0,21	6,66	2307,09
043125	CS IBOVESPA INDEX FIA	0,09	-11,15	14,21	1,99	0,21	6,77	2384,93
002224	HSBC FI EM ACOES IBOVESPA TOP	0,08	-11,27	14,41	1,99	0,21	6,80	2401,33
069450	ITAU INDEX ACOES IBOVESPA FI	0,10	-11,37	14,63	2,02	0,24	6,99	2537,11
Ações Livre								
115274	ARGOS FI MULT CRED PRIV INVEST NO EXTER	0,18	-13,22	17,68	2,55	0,32	5,17	1407,04
045969	BRADESCO FIA EXCLUSIVE	0,10	-12,86	11,71	2,15	-0,03	5,26	1433,6
016020	BRADESCO FIA MULTI SETORIAL	0,08	-9,16	12,34	1,82	0,13	5,13	1365,06
109665	CLASSE A FI ACOES PREV	0,10	-7,51	13,26	1,43	0,18	11,35	6684,4
112429	CSHG BETA 14 FIC FI ACOES	0,11	-8,54	8,25	0,91	-0,29	19,84	20373,5
112461	CSHG CLIQUE FIA	0,07	-11,12	12,93	1,55	0,34	12,46	8052,1
010431	DYNAMO COUGAR FIA	0,09	-7,73	13,01	1,46	0,11	9,71	4882,12
079987	FAMA FUTUREWATCH I FIC FI ACOES	0,09	-7,79	7,00	1,11	-0,39	8,53	3799,49
061311	FRANKLIN TEMP VALOR E FVL FI DE ACOES	0,09	-7,43	10,42	1,35	0,16	8,25	3527,49
107034	HSBC FIA VALOR	0,07	-11,17	12,87	1,82	-0,04	6,75	2357,53
005193	IP PART FIC FI EM ACOES	0,08	-5,46	7,38	1,13	-0,16	4,18	909,994
119199	POLO CSHG FIC DE FI ACOES	0,13	-3,95	6,96	0,74	0,34	7,84	3197,64
116831	SKOPOS HG FIC FI ACOES	0,09	-8,85	16,11	1,40	0,44	20,30	21388,2
103209	TARPON CSHG FIC FI ACOES	0,08	-6,81	8,12	1,36	-0,18	4,45	1027,78
076716	TEMPO CAPITAL FIC FI ACOES	0,14	-7,60	12,13	1,51	0,33	7,56	2980,34
127541	UNIBANCO CLASSE MUNDIAL ACOES FICFI	0,09	-11,02	14,36	1,92	0,23	6,99	2542,66
089567	VALUATION IB FIC DE FIA	0,07	-10,13	13,77	1,91	0,19	6,08	1922,14
112380	VINCI GAS FI EM ACOES	0,08	-11,30	14,17	1,70	-0,17	11,15	6447,87
122602	VINCI GAS LOTUS FIC DE FI EM ACOES	0,08	-11,18	14,37	1,77	-0,03	10,39	5596
Fundos ETF								
130338	BB DTVM S.A	0,10	-12,91	17,80	2,15	0,08	7,95	3274,24
130338	BRADESCO FI EM PIBBS I - ACOES	0,10	-12,72	17,92	2,13	0,11	8,05	3357,01
130338	PIBB FDO DE INDICE BRASIL	0,10	-12,08	14,84	2,16	0,22	5,68	1677,97

Analisando os fundos como um todo, verifica-se altos valores extremos. Como os retornos são valores diários, surpreende o fato de existir máximos da ordem de 17% e mínimos de -13%. Esses valores robustecem que o período selecionado fora conturbado, não somente em relação às perdas causadas pela eclosão da crise financeira de 2008; mas também em relação aos altos ganhos que foram verificados. Examinando a média, nota-se que os retornos dos fundos tiveram valores muito próximos, com uma baixa amplitude da ordem de 0,14% , sendo o máxima média verificada de 0,18% para o fundo 115274 e a mínima média de 0,04% para o fundo código 046711.

Para o presente estudo, seria de valioso aspecto caso os fundos de investimentos não possuíssem uma distribuição normal de seus retornos. Analisando essa tabela observa-se a presença de assimetria em todas as distribuições e na grande maioria um excesso de curtose.

Para os fundos que se incluem na classificação “Ações Ibovespa Ativo” nota-se na grande maioria uma curtose acima de 5, sendo que uma distribuição normal possui o valor de 3 para curtose. Porém, 3 fundos possuem curtose levemente acima da Normal, são eles de código: 119628, 026311 e 132748, com valores de 3,96; 3,40 e 3,64 respectivamente. Quando se examina a assimetria para esse grupo, todos os fundos são assimétricos, sendo majoritário a assimetria positiva; exceto em apenas dois fundos verifica-se assimetria negativa.

Para os fundos do “Ações Ibovespa Indexado” repara-se que todos possuem curtose acima de 6. Já a assimetria tem o interessante fato de todos serem assimétricos, porém com assimetria positiva. Os 3 fundos da classificação “Fundos ETF”, possuem as mesmas características.

O grupo “Ações Livre” possuí as maiores discrepâncias da Normal. Com assimetrias maiores e negativas também. Em muitos fundos, a curtose possuí valores excessivos demonstrando que distribuições leptocúrticas são usuais, não raro nota-se curtose acima de 10.

Quando se analisa o teste Jarque-Bera de normalidade, é evidente que os resultados aferidos são extremamente superiores a 0, sendo portanto conclusivo em um

nível de significância de 5%, que todos os fundos da amostra diferem largamente de possuir uma distribuição normal.

É válido ressaltar que este resultado se adequa perfeitamente aos propósitos dessa pesquisa, sendo a amostra apropriada para o exame dos efeitos dos momentos de ordem superior nas medidas de avaliação de portfólio e alocação de ativos, principalmente na função Ômega.

4.3 MÉTODO DE CÁLCULO DAS MEDIDAS

Para os propósitos de investigação da eficácia das medidas de avaliação de performance e alocação de ativos, a análise realizada será *a posteriori*. Empiricamente busca-se extrair da avaliação obtida de cada medida sua capacidade de previsibilidade, é dizer, dentre aquelas bem avaliadas para um dado período espera-se que seus retornos sejam coerentes no período subsequente; enquanto aquelas negativamente mensuradas dentro da amostra não venham a obter retornos altos, ou pelo menos acima daquelas bem avaliadas.

Para os cálculos das medidas se faz necessário que se estabeleça seus devidos *benchmarks*. É sabido que em função das preferências de risco de cada investidor haverá diferentes percepções de perda, sejam retornos negativos ou qualquer custo de oportunidade que o investidor pode estabelecer. Depreende-se disso a necessidade de estabelecer os *benchmarks* de modo que vastamente representem as usuais preferências de risco dos investidores, e particularmente para o presente estudo é de suma importância a adequação à realidade financeira brasileira.

Nesse estudo foram utilizados três diferentes universos que agregam investidores pelas suas percepções de perda, são eles: A, B e C. Para o universo A, os investidores tem o entendimento de perda quando o retorno de suas carteiras são negativas, ou seja, abaixo de 0. Assim sendo, para este universo, o *benchmark* definido foi 0. Já para o universo B, seus investidores possuem compreensão de perda intimamente ligada com o custo de oportunidade, que neste caso é o retorno gerado pela Caderneta de Poupança. Por fim, para o universo C, os investidores que o compõem, possuem percepção de perda com o custo de oportunidade, que para este caso é o retorno gerado pelo CDI.

O horizonte de tempo de investimento pode ser igualmente variável, sendo outro ponto idiossincrático. Em razão disso, o cálculo das medidas foi realizado para duas perspectivas de tempo comuns, a usual janela anual, e também para a janela semestral. Disso, pretende-se englobar os dois momentos mais habituais de reavaliação de portfólios e realocação de ativos no Brasil.

Toda a análise será feita respeitando cada perspectiva em estudo. Como não é intento da presente pesquisa investigar a adequação ou impactos dos diferentes *benchmarks* e períodos de rebalanceamento de carteiras, todas as medidas de avaliação de portfólios serão examinadas intra-universo e para ambos os horizontes de tempo.

4.4 AVALIAÇÃO DE PERFORMANCE E PREVISIBILIDADE

A análise do desempenho de cada medida foi realizada através de dois métodos distintos. Através do método de ranqueamento dos fundos de acordo com a performance obtida por cada medida, e o segundo método foi através da formação de carteiras através da otimização de cada métrica.

4.4.1 Ranqueamento

Para o exame do ranqueamento, primeiramente é necessário que seja feito em ambas as janelas temporais o cálculo de cada uma das medidas para cada um dos três universos de *benchmarks*. A Tabela 2 resume para cada horizonte de tempo os dados calculados para os fundos de investimento que compõem a amostra. É válido mencionar que no cálculo de Treynor, para o retorno do mercado capturado pelo β de sua equação, fora considerado o retorno do Ibovespa para o mesmo período.

Para o caso de janelas anuais, após efetuados os cálculos dos retornos obtidos por cada um dos fundos para, por exemplo, todo o ano de 2005 (período t), é feito seu devido ordenamento, e como já mencionado, de modo que seja intra-universo. Cada fundo obtém assim, sua posição calculada dentre os 54 fundos, resultando em um número de 1 a 54, sendo aquele que se posicionar no topo do ranque, representar nada mais que este obteve

para esse período (t), a melhor avaliação para a medida de performance em questão. Já aquele que estiver disposto na última posição do ordenamento, expressa que para o dado período sua avaliação para a medida em questão teve o pior desempenho relativo. Depois de efetuado a análise para o período t , o procedimento se repete para o período $t+1$, prosseguindo até o fim dos períodos estabelecidos.

Tabela 2 - Resumo das medidas de avaliação de portfólio e benchmarks utilizados para ambos horizontes de tempo

Benchmarks		Medidas de Avaliação de Portfólio			
0%	Sharpe	Sharpe Modificado (VaR _{99%})	Sortino	Treynor	Ômega
Poupança	Sharpe	Sharpe Modificado (VaR _{99%})	Sortino	Treynor	Ômega
CDI	Sharpe	Sharpe Modificado (VaR _{99%})	Sortino	Treynor	Ômega

Disso, podemos estabelecer que para cada período teremos 15 ranques para os 54 fundos. Para o horizonte de tempo anual, existem 4 períodos de análise, são eles os anos compreendidos entre 2005 e 2008. Já para a janela semestral, existem 9 períodos em estudo, iniciando do primeiro semestre de 2005 e finalizando no primeiro semestre de 2009.

Para a análise dos ranques, utilizou-se o coeficiente de correlação de postos de Spearman. Este coeficiente tem seu uso majoritário para avaliar variáveis medidas no nível ordinal. Tendo sua grande discrepancia do coeficiente de correlação de Pearson, por não ser preciso requerer a suposição de que a relação entre as variáveis é linear, ou mesmo, que as variáveis sejam medidas em intervalo de classe. Assim como em Pearson, valores próximos a um revelam maiores semelhanças de ordenamento, enquanto valores próximos de zero evidenciam o inverso. Seu cálculo se dá através do seguinte modo:

$$\rho = 1 - \frac{6}{n(n^2 - 1)} \left[\sum d_i^2 \right]$$

Onde d é a diferença de ordenamento dos ranques entre os fundos de investimento, n é o número de fundos e ρ é o valor do coeficiente de correlação de postos de Spearman.

O cálculo de correlação se realizou através de duas abordagens. A primeira e mais intuitiva, foi o estudo da correlação entre cada uma das métricas. Após realizado todos os cálculos e os devidos ranqueamento dos fundos, buscou-se verificar qual a semelhança entre os ordenamentos obtidos entre as medidas. Ressalte-se que o cálculo de correlação de Spearman fora realizado sempre aos pares intra-universo de *benchmarks*. Disso, podemos estabelecer qual a correlação de ranque de, por exemplo, Sharpe e Sortino, ou mesmo Treynor e Ômega e assim por diante, para o *benchmark* igual ao retorno da caderneta de Poupança, 0% ou CDI.

A segunda abordagem buscou investigar a correlação entre o ordenamento dos fundos com o ranqueamento dos retornos dos 54 fundos no período subsequente. Entende-se como o ranqueamento dos retornos dos fundos meramente como a ordenação dos retornos acumulados no período dos 54 fundos, e assim como o ordenamento das métricas de avaliação de portfólios, obtendo cada um, valor de 1 a 54 de acordo com seu retorno na amostra.

Busca-se através dessa segunda abordagem inferir o poder de previsibilidade das medidas unicamente através de ordenamento, verificando, por exemplo, se caso um dado fundo fora bem avaliado e obteve uma boa posição no ranque por Sharpe em 2005 (período t), teve também um bom retorno acumulado em todo o ano 2006 (período $t+1$). Semelhantemente à primeira abordagem, a análise da correlação fora feita através do coeficiente de Spearman aos pares de modo intra-universo e janela de tempo.

4.4.2 Otimização de Portfólios

Para a avaliação de performance e alocação de ativos fora ainda utilizada a técnica de otimização de portfólios. Esse segundo método tem a vantagem de maior exatidão no exame proposto pela presente pesquisa, tendo uma maior adequabilidade na investigação de possível superioridade por dada métrica ou mesmo dedução de seu maior poder de previsibilidade.

Basicamente através dessa abordagem busca-se obter uma carteira de fundos ótimas através da maximização de cada medida de avaliação de portfólios. Para as medidas

baseadas na estrutura da média-variância, o processo de maximização é bem intuitivo, derivadas sempre de suas fronteiras eficientes. Além da fundamental restrição de que a soma das proporções dos fundos que comporão o portfólio eficiente somem cem porcento, foi imposta ainda, com o intuito de ser consistente com a realidade, a restrição de impossibilidade *short-sale*, ou seja, havia o impedimento dos pesos dos portfólios serem negativos. As medidas que foram investigadas e que se enquadram nesse método foram: Sharpe, Sharpe Modificado e Sortino.

Por motivos de ilustração, demonstra-se a expressão matemática para encontrar os pesos dos fundos de investimento que compõem a carteira ótima para metodologia de Sharpe com *benchmark* igual ao retorno acumulado da poupança.

$$\text{Maximizar} \quad \text{Sharpe} = \frac{E(r_p) - r_{poupança}}{\sigma_p}$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{i=1}^n x_i = 100\%$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \geq 0$$

De onde temos que podemos representar em notação matricial:

$$E(r_p) = X^T E$$

e

$$\sigma_p^2 = X^T V X$$

Para a amostra de 54 fundos selecionada, o retornos esperado do portfólio ($E(r_p)$) e a variância (σ_p^2), pode ser visualizada como:

$$E(r_p) = [E(r_1) \ E(r_2) \ \dots \ E(r_{53}) \ E(r_{54})]^T \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{53} \\ x_{54} \end{bmatrix}$$

e

$$\boldsymbol{\sigma}_p^2 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{53} \\ x_{54} \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} \rho_{1,1}\sigma_1\sigma_1 & \cdots & \rho_{1,54}\sigma_1\sigma_{54} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{54,1}\sigma_{54}\sigma_1 & \cdots & \rho_{54,54}\sigma_{54}\sigma_{54} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{53} \\ x_{54} \end{bmatrix}$$

Sendo, X a matriz das proporções de cada ativo (x_i) no portfólio que para esse caso é vetor coluna com 54 itens, que são respectivamente os pesos dos 54 fundos da amostra que podem compor a carteira ótima; E igualmente um vetor coluna de 54 itens com os retornos esperados de cada um dos fundos no período em análise; e V a matriz de covariância dos retornos ($r_{i,j}$) composta por 54 linhas e 54 colunas, sendo cada item ($\sigma_{i,j}$) obtido através da multiplicação dos pesos dos fundos i e j (x_i e x_j) entre si com o coeficiente de correlação de Pearson entre ambos os fundos e a multiplicação de seus respectivos desvios padrão (σ_i e σ_j).

Para a estrutura baseada em Ômega, a carteira ótima foi obtida através do processo de maximização linear como demonstrado na seção 3.4.2 desse estudo. Decisão esta tomada primordialmente pela complexidade e necessidade de uso de intrincados softwares especializados em programação não-linear, o que todavia, destoa profundamente do escopo da presente pesquisa.

Assim como fora realizado na abordagem de ranqueamento, os três universos de *benchmarks* foram mantidos e o exame realizado para Sharpe, Sharpe Modificado, Sortino e Ômega para ambos os horizontes temporais: anuais e semestrais. Portanto, para a janela anual com seus 4 períodos e para a janela semestral com seus 9 períodos, em cada um foram obtidos 12 carteiras ótimas correspondentes às 4 medidas de avaliação de portfólios para cada um dos três universos de *benchmarks*.

4.5 RETORNOS DAS CARTEIRAS E EFICIÊNCIA DE PREVISÃO

Para a verificação da eficácia ou mesmo uma possível conclusão de superioridade de uma medida de desempenho e alocação de ativos, obteve-se assim, para ambas as abordagens, seja por ranqueamento, seja por otimização de portfólios, os retornos acumulados das carteiras formadas.

Busca-se verificar sob o panorama dos retornos das carteiras a eficiência de cada medida em alocar ativos com base na avaliação examinada por cada uma. Na abordagem de ranqueamento foram obtidos os retornos dos 10 melhores fundos segundo o ordenamento de cada métrica intra-universo para ambas as janelas temporais, assim como os 10 piores. Disso, prossegue-se para uma investigação de carteiras long/short. Já na abordagem da otimização de portfólios, as carteiras produzidas pela maximização de cada medida são igualmente feitas respeitando seu *benchmark* para os períodos de rebalanceamento semestral e anual.

Para ambas as abordagens, para a possível inferência do poder de previsibilidade das medidas em estudo, os retornos das carteiras são sempre averiguados com defasagem de um período. Entende-se disso que, para a abordagem de ordenamento, são extraídos do ranqueamento obtido no período t dos fundos e no período seguinte ($t+1$) é verificado seus retornos. Para a abordagem de otimização de portfólios, a lógica se mantém, sendo analisado os retornos em $t+1$ da carteira ótima do período t .

5 RESULTADOS

No decorrer desta sessão serão apresentados os resultados obtidos para ambas abordagens de análise utilizadas. Primeiramente serão apresentados os resultados alcançados através de ranqueamento através da correlação de Spearman. Em prosseguimento é demonstrado os retornos das carteiras derivadas do ordenamento de carteiras. Após isso, são expostos os resultados da otimização de portfólios para todas as estruturas de análise de portfólio, assim como os retornos acumulados das carteiras ótimas.

5.1 CORRELAÇÃO DE RANQUEAMENTO

Como apresentado anteriormente, fora utilizado duas perspectivas para a verificação da semelhança de ranqueamento. Primeiramente são demonstrados os resultados sob a ótica das correlações entre o ordenamento de fundos pelas cinco medidas de avaliação de portfólio em análise, para ambos horizontes de tempo.

A Tabela 3 apresenta as matrizes de correlação de Pearson para os 4 períodos da janela anual. Nota-se sobretudo que as medidas de Sharpe e Sortino possuem uma profunda afinidade no ordenamento de fundos, tendo valores de correlação entre si sempre muito próximos de 1. Essa correlação pode ser evidenciada independente de qual dos anos nos referimos e mesmo de qual *benchmark* se utiliza. Para as 12 matrizes de correlação essa correlação entre ambas as medidas teve uma amplitude de valores baixa, sendo a menor correlação da ordem de 0,996 tanto em 2007 quanto em 2008, enquanto houve uma correlação máxima, é dizer, os ordenamentos dos 54 fundos de ambas as métricas foram completamente semelhantes em 2006 para o *benchmark* CDI.

Os três *benchmarks* estão apresentados em ordem crescente de valores. O *benchmark* 0% é o menor deles, a poupança é o segundo em ordem de retornos, enquanto o CDI, como amplamente sabido, possui retornos comumente acima da poupança, sendo assim o *benchmark* de maior valor. Um fato que pode ser apontado da forte correlação entre

Sharpe e Sortino como indicado, é que na grande maioria das vezes a correlação aumenta quando se aumenta o *benchmark*.

Tabela 3 - Coeficiente de correlação de ranque de Spearman entre as metodologia - Janela anual

		2005					2006				
		Sharpe	Sh. Mod _(VaR)	Sortino	Treynor	Ômega	Sharpe	Sh. Mod _(VaR)	Sortino	Treynor	Ômega
0%	Sharpe	1,000					1,000				
	Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000				-1,000	1,000			
	Sortino	0,998	-0,998	1,000			0,997	-0,997	1,000		
	Treynor	0,668	-0,668	0,661	1,000		0,483	-0,483	0,478	1,000	
	Ômega	0,994	-0,994	0,991	0,672	1,000	0,994	-0,994	0,988	0,480	1,000
Poup.	Sharpe	1,000					1,000				
	Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000				-1,000	1,000			
	Sortino	0,998	-0,998	1,000			0,998	-0,998	1,000		
	Treynor	0,831	-0,821	0,830	1,000		0,654	-0,651	0,658	1,000	
	Ômega	0,983	-0,981	0,981	0,848	1,000	0,960	-0,959	0,957	0,591	1,000
CDI	Sharpe	1,000					1,000				
	Sh. Mod _(VaR)	-0,999	1,000				-0,999	1,000			
	Sortino	0,999	-0,999	1,000			1,000	-0,999	1,000		
	Treynor	0,968	-0,964	0,967	1,000		0,785	-0,778	0,781	1,000	
	Ômega	0,971	-0,972	0,970	0,951	1,000	0,968	-0,967	0,967	0,777	1,000
		2007					2008				
		Sharpe	Sh. Mod _(VaR)	Sortino	Treynor	Ômega	Sharpe	Sh. Mod _(VaR)	Sortino	Treynor	Ômega
0%	Sharpe	1,000					1,000				
	Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000				-1,000	1,000			
	Sortino	0,996	-0,996	1,000			0,999	-0,999	1,000		
	Treynor	0,427	-0,427	0,440	1,000		0,650	-0,650	0,646	1,000	
	Ômega	0,992	-0,992	0,992	0,426	1,000	0,977	-0,977	0,978	0,605	1,000
Poup.	Sharpe	1,000					1,000				
	Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000				-1,000	1,000			
	Sortino	0,996	-0,995	1,000			0,996	-0,996	1,000		
	Treynor	0,564	-0,553	0,587	1,000		0,528	-0,526	0,540	1,000	
	Ômega	0,977	-0,977	0,981	0,558	1,000	0,953	-0,953	0,955	0,495	1,000
CDI	Sharpe	1,000					1,000				
	Sh. Mod _(VaR)	-0,999	1,000				-1,000	1,000			
	Sortino	0,997	-0,996	1,000			0,998	-0,998	1,000		
	Treynor	0,636	-0,624	0,654	1,000		0,481	-0,478	0,477	1,000	
	Ômega	0,961	-0,958	0,963	0,646	1,000	0,957	-0,959	0,959	0,454	1,000

Exceto um único caso, para os quatro anos, passando de 0% de *benchmark* para a poupança, e desta para o CDI, os valores de correlação também caminharam no sentido de aumentar a correlação. Isso pode ser entendido da própria fórmula de cálculo de ambas as métricas. Quando se aumenta o valor do *benchmark*, que para Sortino pode ser entendido como o RMA, maiores serão as quantidades de retornos dos fundos que são compreendidos pelo *Downside Deviation*, acarretando dessa forma que a medida de risco de Sortino tende

a assemelhar ao desvio padrão da série de dados, ou seja, da medida de risco para Sharpe. Isto, por fim, ocasiona que Sortino caminha para se igualar a Sharpe, haja visto que os numeradores de ambos não diferem, somente seus denominadores, que são as medidas de risco de cada métrica. O Apêndice A apresenta as matrizes de correlação de Pearson para a janela semestral, de onde podemos notar resultados semelhantes.

Quando se analisa Ômega, nota-se facilmente que este, embora seja alta a correlação com Sharpe e Sortino com valores sempre acima de 0,9 para a janela anual, e 0,8 para a janela semestral, seus ranques possuem algumas discrepâncias consideráveis que afetam na analogia com ambos. Essa diferença, mesmo que não sendo prepoderante, pode ser compreendida como a capacidade de Ômega de abranger todos os momentos da distribuição ao longo dos anos ou semestres do que as demais métricas.

Examinando Treynor e Sharpe Modificado observa-se as maiores divergências das demais medidas. O Sharpe Modificado, por ser baseado da medida de risco VaR_{99%}, muitas vezes demonstra excessivo desvio de todas as demais métricas, não raro possuir valores de correlação negativos.

Quanto a Treynor, nota-se que a correlação que possui com Sharpe, Sortino e Ômega, mesmo sendo positivas são de valores intermediários. Para a janela anual percebe-se uma amplitude indo de 0,4 a 0,8 de correlação com essas três medidas. Já na janela semestral essa amplitude se estende, com valores comuns abaixo de 0,4, possuindo até mesmo correlação negativa como pode ser inferido no primeiro semestre de 2009, o que pode ser explicado pela grande volatilidade verificada nos mercados internacionais nesse ano com as consequências da eclosão da crise financeira mundial poucos meses antes, sendo o mercado nacional solapado igualmente. Possuindo Treynor a característica de capturar o risco não-diversificável do mercado, os valores desse índice foram profundamente impactados pelo Ibovespa em 2009, tendo o horizonte temporal mais curto maior capacidade de capturar esse efeito.

A segunda perspectiva busca verificar através do ranqueamento qual o poder de previsibilidade de cada medida de avaliação de portfólio e alocação de ativos investigando a correlação entre o ordenamento obtido pelos fundos por cada métrica em cada período (t) com o ranqueamento dos retornos acumulados dos 54 fundos no período subsequente ($t+1$).

Pretende-se através dessa análise simular as ações que um investidor hipotético, por exemplo, ao fim de 2005, com a mesma quantidade de dados e informações que possuía nessa data, após calculadas as medidas, as decisões que tomaria de alocação de ativos.

Examinando a Tabela 4 que apresenta para os valores de correlação de Pearson para os 4 períodos por cada medida intra-universo de *benchmark* é possível constatar relações irregulares e inconstantes ao longo dos anos. Enquanto para a correlação do ranqueamento obtido com os dados de 2005 com os retornos de 2006, ou seja, para $2005_{(t)}\text{Ret}_{(t+1)}$, é possível notar que o ordenamento por Sharpe teve maiores semelhanças com ordenamento dos retornos do período posterior para o benchmark 0% e poupança, estando Sortino e Ômega com valores muito próximos a Sharpe. Contudo, prosseguindo dentro do mesmo período para o CDI, é verificado que a ordem das correlações se invertem, tendo Sharpe Modificado (VaR_{99%}) um ranqueamento com valores mais idênticos aos retornos de 2006, enquanto as demais quatro métricas tiveram correlação negativa. Essa mesma característica pode ser verificada para o ranqueamento de 2006 com os retornos de 2007 ($2006_{(t)}\text{Ret}_{(t+1)}$) e para o ranqueamento de 2008 com os retornos de 2009 ($2008_{(t)}\text{Ret}_{(t+1)}$), onde Sharpe Modificado (VaR_{99%}) fora o único a ter valores positivos para todos os três universos de *benchmarks*, demonstrando assim maior semelhança de ordenamento.

Tabela 4 - Coeficiente de correlação de ranque de Spearman entre metodologia _(t) e retornos _(t+1) - Janela anual

Benchmark	Metodologia	$2005_{(t)}\text{Ret}_{(t+1)}$	$2006_{(t)}\text{Ret}_{(t+1)}$	$2007_{(t)}\text{Ret}_{(t+1)}$	$2008_{(t)}\text{Ret}_{(t+1)}$
0%	Sharpe	0,159	-0,195	0,240	-0,407
	Sharpe. Mod _(VaR)	-0,159	0,195	-0,248	0,403
	Sortino	0,154	-0,167	0,241	-0,414
	Treynor	-0,161	0,027	0,025	-0,129
	Ômega	0,144	-0,234	0,213	-0,449
Poup.	Sharpe	0,074	-0,190	0,212	-0,390
	Sharpe. Mod _(VaR)	-0,079	0,192	-0,220	0,386
	Sortino	0,064	-0,170	0,197	-0,394
	Treynor	-0,125	-0,030	0,045	-0,110
	Ômega	0,062	-0,253	0,203	-0,473
CDI	Sharpe	-0,037	-0,195	0,184	-0,384
	Sharpe. Mod _(VaR)	0,042	0,191	-0,190	0,382
	Sortino	-0,046	-0,191	0,180	-0,392
	Treynor	-0,101	-0,071	0,052	-0,107
	Ômega	-0,021	-0,252	0,136	-0,436

Para o ano de 2007 essa relação se inverte, sendo Sharpe Modificado (VaR_{99%}) a única métrica a ter correlação negativa para os três universos. Sharpe volta a ter os valores mais altos, estando sempre Sortino e Ômega muito próximos. No Apêndice B são apresentados os coeficientes da Tabela 4, porém para a janela semestral. Para esse horizonte temporal os resultados estão bem dispersos, tornando-se difícil de agrupá-los e concluir algo com base nesses dados. De um modo geral, pode-se afirmar que levando em conta todos os 9 períodos e os três universos apresentados nessa tabela, a medida Sortino teve melhores resultados ao longo dos semestres para o *benchmark* 0% e poupança, enquanto Sharpe ficou para o CDI. É válido ressaltar que quando essa relação ocorre, é possível notar que ambos tem valores sempre muito próximos, o que vem de encontro com sua semelhança teórica; assim como para Ômega, mesmo para esses casos não possuindo a melhor semelhança com os retornos do semestre posterior, ainda teve valores relativamente próximos com esse par de medidas. Não se torna difícil inferir que, permitindo uma maior abrangência de valores, esse trio de medidas (Sharpe, Sortino e Ômega) possuem resultados similares, algo que fora demonstrado na análise sob a perspectiva da semelhança de ranqueamento entre as medidas.

Assim como houvera para a janela anual, para o horizonte semestral houve dois períodos em que, exceto Sharpe Modificado (VaR_{99%}), as demais medidas tiveram correlação negativa com o ranqueamento dos retornos para o semestre seguinte. Esses períodos se encaixam nos mesmos da janela anual, contudo, respeitando abrangência mais curta de dados. Dessa forma, é possível verificar esse fato para todos os três universos para os períodos 2007-1_(t)Ret_(t+1) e 2008-2_(t)Ret_(t+1), ou seja, para o ranqueamento do primeiro semestre de 2007 com os retornos acumulados do segundo semestre do mesmo ano, e para o segundo semestre de 2008 com os retornos acumulados do primeiro semestre de 2009 respectivamente.

Analisando unicamente Ômega, ao todo, esta métrica tivera maior correlação unicamente em 3 casos, para o período 2005-1_(t)Ret_(t+1) universo 0% de limite de perda, e para o período 2006-2_(t)Ret_(t+1) com os *benchmark* 0% e poupança.

Deduz-se, por fim, ao examinar todos os resultados obtidos sob ambas as óticas, seja da semelhança de ordenamento de fundos entre as medidas, seja da similitude entre o

ranqueamento de fundos com os retornos acumulados no subseqüente período que: (1) há fortes evidências de desigualdade entre o ranqueamento dos fundos por cada métrica em qualquer universo de *benchmark*, (2) as medidas Sharpe, Sortino tem valores muito próximos de correlação de ordenamento, Ômega possui uma certa divergência desse par, enquanto Sharpe Modificado (VaR_{99%}) e Treynor possuem relativamente as maiores discrepâncias do primeiro grupo de métricas; e (3) através de ranqueamento, mesmo Sharpe sendo a medida mais comum na analogia entre a capacidade de ordenar os fundos e os retornos do período posterior , através desse método se torna inconclusivo qualquer relevância ou mesmo eficiência de alguma medida no que tange a previsibilidade de retornos respeitando ambos horizontes temporais.

5.2 RETORNOS DAS CARTEIRAS OBTIDAS POR RANQUEAMENTO

Quando a investigação é feita verificando o retorno acumulado das carteiras com os 10 melhores fundos obtidos através do ranqueamento dos fundos, esta análise leva a resultados diversos da mera análise de correlação entre ordenamento de fundos e retornos. Nessa análise, igualmente ao que fora feito no estudo da correlação entre o ordenamento dos fundos de dado período com o ranqueamento dos retornos acumulados dos fundos no período subseqüente, busca-se averiguar qual o poder de previsibilidade de cada medida em termos de retornos percentuais de carteira.

Na Tabela 5 são apresentados os retornos acumulados dos 10 melhores fundos para as duas janelas, anual e semestral, para todos os três universos de *benchmarks*. Para cada período (t) verifica-se o retorno acumulado no período posterior (t+1) dos 10 fundos melhores posicionados. Do horizonte anual nota-se sobretudo quanto o retorno acumulado total, ao fim dos quatro anos, que Sharpe Modificado (VaR_{99%}) teve o melhor retorno para o universo da poupança e CDI, enquanto Ômega foi superior no *benchmark* 0%. Examinando ano a ano, é explícito que Sharpe Modificado (VaR_{99%}) fora superior às demais medidas quanto aos retornos acumulados para os três *benchmarks*.

Já na análise semestral, os melhores resultados estão dispersos entre as medidas. Apesar dessa pulverização, pode-se afirmar que Sortino teve retornos superiores na maioria

dos semestres, além de ser evidente que o retorno acumulado total, Sortino teve os maiores ganhos para todos os cenários.

Ao analisar os retornos para ambas as janelas, é notável as consequências da crise financeira mundial, manifestada principalmente no segundo semestre de 2008. Claramente percebe-se os efeitos causados no mercado nacional, tendo os 10 melhores fundos retornos no semestre ou ano que agloba esse período, perdas da ordem -29,89% a -42,03%.

Quando se examina os retornos anuais dos 10 piores fundos expostos na Tabela 6 verifica-se que Treynor obteve os maiores retornos acumulados no total dos anos para todos os três benchmarks, enquanto Sharpe Modificado (VaR_{99%}) teve os menores ganhos; fato esse consistente com os resultados apontados do ranqueamento dos 10 melhores fundos.

Na mesma tabela são apresentados os retornos acumulados dos 10 piores fundos obtidos do ranqueamento para a janela semestral. Para esse horizonte de tempo os resultados se invertem e Sharpe Modificado (VaR_{99%}) gerou os maiores lucros, enquanto Ômega obteve comparativamente os menores ganhos para 0%; e Sharpe para a poupança e CDI. Novamente, os resultados são coerentes com o ranqueamento dos 10 melhores fundos.

A terceira análise realizada dos retornos das carteiras obtidas por ranqueamento fora a construção da carteira long/short. Por meio dessa técnica, imagina-se que um investidor pudesse construir uma carteira short nos 10 piores fundos e long nos 10 melhores. Com isso, busca-se investigar o quanto o retorno dos top 10 fundos diferiu dos 10 piores. Espera-se claramente por meio desse processo que a carteira long/short tenha um retorno positivo, demonstrando dessa forma, consistência nos resultados, onde os fundos melhores ranqueados tenham ganhos acima dos piores posicionados.

O Apêndice C demonstra os retornos acumulados das carteiras long/short para as janelas anuais e semestrais, para os todos os três benchmarks. Dessa tabela é possível inferir que em harmonia com resultados previamente apresentados, Sharpe Modificado (VaR_{99%}) obteve não somente os maiores retornos acumulados para a janela anual, mas também forra a única medida a ter retornos positivos, enquanto todas as demais tiveram resultados negativos. Já para a janela semestral essa medida fora a única a ter retornos acumulados negativos, sendo Sortino que alcançou para os três universos os maiores ganhos positivos.

Tabela 5 - Retornos anuais e semestrais (%) dos Top 10 fundos baseados em cada metodologia

	Sharpe			Sharpe. Mod _(VaR)			Sortino			Treynor			Ômega		
	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	0%	Poup.	CDI	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	0%	Poup.	CDI
2006	43,05	41,54	40,89	43,91	43,91	48,28	43,05	41,54	41,77	40,07	40,87	40,87	43,80	43,40	43,40
2007	40,05	35,55	38,26	45,34	45,34	45,34	40,05	35,55	38,26	38,71	37,85	37,85	40,05	35,55	38,26
2008	-32,17	-33,30	-34,01	-40,67	-39,83	-40,95	-32,17	-34,01	-34,01	-39,27	-39,27	-39,27	-32,17	-34,01	-34,01
2009	68,61	75,14	75,14	91,87	94,30	94,30	68,61	74,93	74,93	68,49	72,25	72,25	76,12	74,13	75,14
Ret. Acum.	129,13	124,13	125,14	138,12	144,53	147,26	129,13	121,46	126,26	98,81	103,14	103,14	140,58	123,35	129,15
				0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2005-2 sem.	35,52	36,09	36,09	25,13	25,13	24,36	35,52	36,09	36,09	37,04	33,32	33,32	33,62	35,56	33,72
2006-1 sem.	16,28	15,22	13,91	13,93	16,18	16,18	17,66	16,81	15,17	14,95	14,95	14,95	16,20	15,17	13,91
2006-2 sem.	23,37	25,32	25,32	20,46	20,46	20,46	24,43	25,32	25,32	25,66	25,66	24,83	23,03	24,78	25,32
2007-1 sem.	25,64	25,64	25,61	20,66	20,66	21,04	25,64	25,64	25,61	28,08	28,61	28,61	23,94	23,93	24,71
2007-2 sem.	8,41	8,41	8,41	23,07	23,63	23,63	8,41	8,41	8,41	6,24	8,00	8,00	8,41	7,52	9,10
2008-1 sem.	2,31	1,89	1,89	-5,08	-4,34	-4,34	3,74	1,89	2,08	0,83	0,83	0,83	3,09	2,08	2,08
2008-2 sem.	-29,89	-30,64	-30,64	-42,03	-42,03	-42,03	-31,78	-30,64	-30,64	-34,96	-35,19	-35,19	-33,54	-33,04	-32,68
2009-1 sem.	33,15	33,15	33,15	33,34	33,34	33,34	33,15	32,46	32,46	32,24	28,76	28,76	33,47	33,65	33,65
2009-2 sem.	39,40	39,40	39,40	31,26	30,07	30,07	39,21	39,40	39,40	35,80	35,80	35,80	39,21	39,46	39,46
Ret. Acum.	252,58	251,08	247,01	145,60	151,23	150,49	254,54	254,09	249,70	217,23	205,68	203,67	226,74	230,70	232,69

Tabela 6 - Retornos anuais e semestrais (%) dos 10 piores fundos baseados em cada metodologia

	Sharpe			Sharpe. Mod _(VaR)			Sortino			Treynor			Ômega		
	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	0%	Poup.	CDI	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	0%	Poup.	CDI
2006	43,91	43,91	48,28	43,05	41,54	41,54	43,91	43,91	48,28	48,34	47,44	48,28	43,91	43,91	48,28
2007	45,34	45,34	45,34	40,05	35,55	38,26	45,34	45,34	45,34	44,10	48,80	48,80	46,66	48,86	44,85
2008	-40,67	-39,83	-40,95	-32,17	-33,30	-34,01	-40,67	-40,95	-40,95	-33,39	-33,99	-33,99	-39,37	-40,80	-40,47
2009	91,87	94,30	94,30	68,61	75,14	75,14	91,87	91,87	94,30	82,45	79,66	79,66	93,17	93,17	93,17
Ret. Acum.	138,12	144,53	147,26	129,13	124,13	126,17	138,12	136,98	147,26	159,77	160,19	161,67	147,19	144,98	146,98
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2005-2 sem.	25,13	25,13	24,36	35,52	36,09	36,09	25,13	25,13	24,36	26,91	26,52	32,46	25,13	25,13	24,86
2006-1 sem.	13,93	16,18	16,18	16,28	15,55	13,91	13,30	15,70	16,18	16,90	16,90	18,41	13,86	16,18	16,30
2006-2 sem.	20,46	20,46	20,46	23,37	25,32	25,32	20,46	20,46	20,46	20,16	20,17	19,98	20,32	20,77	20,39
2007-1 sem.	20,66	20,38	21,04	25,64	25,64	25,61	20,38	20,38	20,97	22,48	22,48	21,52	20,74	21,12	23,32
2007-2 sem.	23,07	23,63	23,63	8,41	8,41	8,41	23,63	23,63	23,50	16,75	16,74	17,07	23,63	23,63	23,89
2008-1 sem.	-5,08	-4,34	-4,34	2,31	1,89	1,89	-5,08	-4,34	-4,34	-0,58	-1,35	-1,35	-4,34	-4,34	-4,34
2008-2 sem.	-42,03	-42,03	-42,03	-29,89	-30,64	-30,64	-42,03	-42,03	-42,03	-37,54	-36,20	-36,48	-43,08	-42,67	-41,66
2009-1 sem.	33,34	33,34	33,34	33,15	33,15	33,15	33,34	33,34	33,34	37,44	38,07	38,07	33,34	33,34	33,34
2009-2 sem.	31,26	30,07	30,07	39,40	39,40	39,40	30,96	31,48	30,30	33,47	33,47	33,47	31,33	31,66	28,63
Ret. Acum.	145,60	150,66	150,49	252,58	252,10	247,01	144,22	152,33	150,52	190,40	194,80	209,14	143,98	153,13	155,66

5.3 OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO

Dado o restrito alcance da abordagem através de ranqueamentos, e da incapacidade desta de trazer resultados consistentes e conclusivos, a investigação por meio da otimização de carteiras adequa-se perfeitamente ao estudo proposto. Por motivos de exemplificação, são demonstrados na Tabela 7 as proporções que cada fundo teve após o processo de otimização para cada uma das quatro medidas respeitando os três possíveis *benchmarks* para o ano de 2007 (para os demais períodos ver Apêndice D).

É possível notar que os portfólios obtidos através de Sharpe e Sortino se encontram mais dispersos em comparação à Sharpe Modificado (VaR_{99%}) e Ômega. Enquanto para os primeiros, as carteiras são formadas por 7 fundos; para Ômega, dependendo do limite de perda varia entre 2 e 3 ativos; já para Sharpe Modificado (VaR_{99%}) todo o portfólio ficou alocado em um único ativo. Percebe-se ainda, a semelhança das proporções alocadas para cada fundo entre Sharpe e Sortino, o que, como já evidenciado pela seção anterior, era esperado.

Tabela 7 - Composição em % do portfólio eficiente baseados nos retornos de 2007 para cada metodologia

	2007											
	Sharpe			Sharpe. Mod _(VaR)			Sortino			Ômega		
	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	0%	Poup.	CDI	0%	Poup.	CDI
021636	-	-	-	100,00	100,00	100,00	-	-	-	-	-	-
119628	5,53	5,99	6,35	-	-	-	6,11	6,69	7,11	-	-	-
045969	2,67	3,68	4,59	-	-	-	2,40	3,49	4,40	-	-	-
112429	44,98	46,75	48,11	-	-	-	52,10	52,93	53,81	98,02	44,22	-
079987	25,76	29,25	32,21	-	-	-	22,11	25,50	28,11	-	54,09	98,45
119199	14,07	9,77	6,46	-	-	-	12,09	8,41	5,58	1,98	1,69	1,55
116831	5,76	3,37	1,19	-	-	-	4,44	2,25	0,32	-	-	-
129641	1,22	1,19	1,09	-	-	-	0,75	0,73	0,67	-	-	-

5.4 RETORNOS DAS CARTEIRAS ÓTIMAS

O cálculo dos retornos das carteiras ótimas foram feitas utilizando-se da mesma lógica empregada na abordagem por ranqueamento no exame da previsibilidade. Como o objetivo nessa seção é investigar a capacidade de cada medida de avaliar um portfólio num

dado momento e auxiliar na alocação de ativos em vistas dos possíveis resultados, espera-se verificar a eficiência de cada métrica no que tange previsibilidade.

O raciocínio empregado fora a possibilidade de rebalancear a carteira ao fim de cada período. Com isso, por exemplo, um investidor que realoque sua carteira em horizontes temporais anuais, ao fim do ano 2005, com os dados obtidos desse ano, obteria uma carteira ótima através da otimização seguindo a metodologia de cada medida. Disso, para o próximo ano, esse hipotético investidor teria uma nova carteira rebalanceada, com a qual ficaria até o próximo período, quando o processo de relanceamento se repetiria. Portanto para a janela anual, existem 4 períodos para o exame da eficácia das carteiras ótimas, onde t representa o ano de onde dados são utilizados para o processo de otimização de portfólio e $t+1$ denota os retornos acumulados dentro do ano seguinte para essa carteira. Para a janela semestral o critério se mantém.

Tabela 8 - Retornos anuais (%) dos portfólios eficientes para cada metodologia

Met.	Benchmark	2005 _(t)	Ret _(t+1)	2006 _(t)	Ret _(t+1)	2007 _(t)	Ret _(t+1)	2008 _(t)	Ret _(t+1)	Ret. Acum.
Sharpe	Rf = 0%	38,90	35,48	-17,05	88,31					193,97
	Rf = Poup.	40,36	34,28	-18,77	88,31					188,32
	Rf = CDI	42,30	33,39	-20,09	88,31					185,61
Sharpe. Mod_(VaR)	Rf = 0%	66,06	42,84	-41,65	102,75					180,63
	Rf = Poup.	66,83	42,84	-41,65	102,76					181,94
	Rf = CDI	67,17	42,84	-41,65	102,67					182,40
Sortino	0%	39,89	35,15	-14,82	88,31					203,28
	Poup.	40,88	34,10	-16,56	88,31					196,86
	CDI	42,36	33,84	-17,79	88,31					194,94
Ômega	0%	44,22	46,19	-1,23	88,31					292,12
	Poup.	44,21	46,19	-26,67	88,31					191,14
	CDI	44,07	39,12	-47,51	88,31					98,09

A Tabela 8 apresenta os retornos acumulados das carteiras ótimas segundo cada métrica para os três universos de *benchmarks* para a janela anual (para o horizonte semestral ver Apêndice E). É evidente que Sharpe Modificado (VaR_{99%}) tivera os maiores ganhos em todos os 3 *benchmarks* para os anos 2006 com a carteira obtida dos dados em 2005 (2005_(t) Ret_(t+1)), e para os retornos de 2009, com portfólio otimizado de dados do ano anterior (2008_(t) Ret_(t+1)); tendo inclusive em ambos os períodos, retornos bem superiores

em relação às demais 3 medidas. Já para $2006_{(t)}$ $\text{Ret}_{(t+1)}$ a medida Ômega teve maiores retornos para 0% e a poupança, mas para o CDI Sharpe Modificado ($\text{VaR}_{99\%}$) volta a superar os ganhos dos demais. Ressalte que para esse período a amplitude de retornos entre as medidas é menor, estando tanto o Sharpe Modificado ($\text{VaR}_{99\%}$) e Ômega com retornos próximos ou acima de 40%, enquanto Sharpe e Sortino formam um grupo com ganhos muito próximos entre si, na faixa dos 35%. Para os retornos do ano de 2008 ($2007_{(t)}$ $\text{Ret}_{(t+1)}$), recorde-se ser o ano do início da crise financeira, os retornos acumulados foram todos negativos. É possível notar que as menores perdas ocorreram para 0% em Ômega, enquanto para os demais *benchmarks* Sortino teve menores prejuízos. Nesse período, a amplitude dos retornos entre as métricas volta a expandir, sendo a diferença entre a maior e a menor perda da ordem de 46,28%.

Ao analisarmos o retorno acumulado total, é incontestável que Ômega teve os maiores lucros para o *benchmark* 0%, com ganhos de 292,12%, bem acima das outras 3 medidas para esse universo, com ganhos quase 90% acima da segunda colocada. Contudo, surpreende o fato de Sortino prevalecer para os *benchmarks* poupança e CDI, pois ao longo dos anos, Sortino teve modestos ganhos comparativamente aos portfólios das outras 3 medidas. Importante salientar porém que essa superioridade de Sortino em ambos os universos, diferentemente de Ômega, não é conclusivo, estando pois, com retornos muito próximos de Ômega para a poupança como *benchmark* (amplitude de 5%), enquanto para o CDI, Sharpe e Sharpe Modificado sondam seus retornos (amplitude de 9%).

Quando o rebalanceamento do portfólio é feito semestralmente, os resultados ratificam as características apontadas para o horizonte anual. É evidente como Ômega obteve em todos os *benchmarks* os maiores retornos acumulados após todos os semestres. Para 0%, Ômega obteve 307,43%, enquanto Sharpe que teve o segundo melhor retorno total acumulado teve 237,50%, o que representa uma considerável amplitude de 69,94%. Já para a poupança, a amplitude é mais modesta, da ordem de 30,88%; e para o CDI a amplitude volta a aumentar, sendo de 71,52% com Sortino que se posiciona em seguida em ordem de ganhos.

Não obstante essa superioridade incontestada de Ômega nos retornos totais, ao longo dos semestres a medida de Keating e Shadwick recorrentemente obtêm os maiores retornos.

Saliente ainda que, Sharpe Modificado (VaR_{99%}) e Sortino foram as próximas métricas em alcançar os maiores ganhos dentro de alguns semestres.

Esses resultados são coerentes com o que fora apresentado pela abordagem do ranqueamento, pois (1) é perceptível a semelhança dos retornos entre Sharpe e Sortino, e (2) Sharpe Modificado (VaR_{99%}) na grande maioria das vezes teve resultados discrepantes das demais medidas, fato esse corroborado quando obtivera maiores ganhos, sendo a amplitude com as demais métricas considerável.

Entretanto existem alguns pontos em que há incongruências com o que fora depreendido da abordagem de ranqueamento, principalmente no que se relaciona a Ômega. Da correlação entre a capacidade de ordenar os fundos e os retornos do período posterior, era possível verificar que Sharpe fora a medida mais comum a obter os maiores valores que robustecem a semelhança entre os ranques. Contudo, a técnica de ranqueamento não é a mais adequada para essa questão, dada a sua incapacidade de captar as reais diferenças entre as métricas. Ao fazer o simples ordenamento, caso um dado fundo seja indiscutivelmente a ter as melhores características por uma medida e todos os demais fundos sejam muito inferiores a ele; essa enorme discrepância não poderá ser captada pelo ranqueamento. Porém, quando é feita a otimização de portfólios, essa lacuna pode ser apurada, podendo por exemplo, esse fundo ficar com uma relevante proporção da carteira obtida através de otimização.

Em razão dessa divergência é patente a justificativa de Ômega demonstrar através dessa abordagem uma relevante eficácia na questão de avaliar e alocar ativos, obtendo inegavelmente na grande maioria das vezes maiores os maiores retornos em relação às demais medidas investigadas nesse estudo.

6 CONCLUSÃO

Esse trabalho buscou verificar empiricamente a eficiência das medidas de avaliação de portfólios e alocação de ativos para 54 fundos de investimentos brasileiros no período de 2005 a 2009. Utilizou-se a estrutura de média-variância e os tradicionais índices embasados em Markowitz, como Sharpe, Sortino e Treynor. Contudo, essas medidas incorrem no prejuízo de necessitarem da hipótese de que as distribuições dos retornos são normais; decorrendo disso, ser possível apenas com os primeiros momentos da distribuição definir as propriedades de risco-retorno dos portfólios. Não obstante isso, ainda serem fundamentadas em inadequadas funções de utilidade do investidor.

Em contraste com essas medidas fora investigado igualmente a medida Ômega. Esta função possui uma superior conformidade com a realidade por não haver nenhuma suposição a respeito da distribuição, das funções de utilidade do investidor ou mesmo das preferências de risco. Disso provém sua capacidade de abranger todos os momentos da distribuição de retornos, sendo equivalente à própria distribuição ao invés de apenas uma aproximação dela, como ocorre com a maioria das medidas apoiadas na estrutura de média-variância. Nos casos em que as distribuições são normais, Ômega pode fornecer informações complementares do que as derivadas somente da estrutura de Markowitz.

Os resultados ratificam que a não-normalidade das distribuições de retornos dos fundos é comum, sendo verificado que é predominante em fundos de investimentos brasileiros. Da abordagem de ranqueamento pode-se depreender a dessemelhança no ordenamento de fundos seguindo a metodologia de cada medida. Contudo, pode-se concluir que Sharpe e Sortino possuem diferenças muito tênuas quanto ao ranqueamento, estando Ômega com uma maior desigualdade desse par, enquanto Treynor e Sharpe Modificado com o VaR possuem as maiores divergências. Dessa mesma abordagem, é verificado que Sharpe fora a medida mais comum a obter os maiores valores de correlação entre o seu ranque e o ranque dos retornos dos fundos um período à frente. Contudo, como foi exposto, os resultados dessa perspectiva incorrem do detimento da inadequabilidade do ranqueamento capturar as reais propriedades das medidas, podendo trazer portanto, resultados inconsistentes.

Sob a abordagem da otimização de portfólios é possível alcançar resultados mais conclusivos. Na verificação das carteiras ótimas, em coerência com os resultados obtidos sob a perspectiva de ranqueamento, as proporções alocadas para cada carteira foram diferentes entre as medidas; tendo Sharpe e Sortino alta semelhança, enquanto Ômega e Sharpe Modificado foram mais distintos. Como sugerido por Keating e Shadwick, os resultados mostram que Ômega, nos casos em que momentos de ordem superior são substâncias, como é o caso dos fundos da amostra selecionada, esta função possui uma superior capacidade de avaliar e alocar ativos, obtendo os maiores retornos acumulados em comparação às demais medidas.

A otimização de Ômega fora realizada por meio do processo de maximização linear. Contudo, como demonstrado por Mausser, Saunders e Seco (2006), de onde a formulação matemática fora derivada, a maximização linear pode trazer resultados viesados quando $\tilde{\Omega}(L) < 1$, como ocorreu em alguns semestres. Ressalte ainda que utilizou-se de uma simplificação, pois não fora contabilizado em nenhum momento a taxa de administração de fundos, fato esse que diminui os retornos, e dependendo do *benchmark* utilizado, os resultados podem diferir dos apresentados. Para futuros estudos sugere-se além do uso de (1) maximização não-linear quando necessário; (2) obter a carteira ótima para Ômega através de formulações matemáticas alternativas; (3) o cálculo com outros horizontes de tempo de rebalanceamento; (4) a expansão do período de análise, com o uso de dados capazes de compreender acima de uma década de retornos dos fundos; e (5) a ampliação da quantidade de fundos da amostra selecionada; sendo os últimos dois pontos essenciais para maior consistência nos resultados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTZNER, P.; et al. Coherent Measure of Risk. **Mathematical Finance**, v. 9, n. 3, p. 203-228, 1999.

ARZAC, E. R.; BAWA, V .S. Portfolio Choice and Equilibrium in Capital Markets with Safety-First Investors. **Journal of Financial Economics**, v. 4, n. 3, p. 277-288, 1977.

BERÉNYI, Z. **Measuring Hedge Fund Risk with Multi-moment Risk Measures**, Munich: University of Munich, 2002.

BROOKS, C.; KAT, H. M. **The Statistical Properties of Hedge Fund Index Returns and Their Implications for Investors**, The University of Reading - ISMA Centre, 2001.

FAVRE-BULLE, A.; PACHE, S. **The Omega Measure: Hedge Fund Portfolio Optimization**. Lausanne: University of Lausanne – École des HEC, 2003.

GILLI, M. Constructing Long/Short Portfolios with the Omega ratio. **Swiss Finance Institute Research Paper Series**, v. 08, n. 34 , 2008.

HUSIMAN, R.; KOEDIJK, K.G.; POWNALL, R. A. J. **Asset Allocation in a Value-at Risk Framework**, Rotterdam: Erasmus University Rotterdam, 1999.

J.P. Morgan. **RiskMetrics**. Technical Document, New York, 1996.

JENSEN, M. The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. **The Journal of Finance**, v. 23, n. 2, p. 389-416,1968.

KANE, S. J. Optimizing Omega. **Journal of Global Optimization**, v. 45, n. 1, p. 153 - 167, 2009.

KAZEMI, H.; SCHNEEWEIS, T.; GUPTA, B. **Omega as a Performance Measure**. Amherst: University of Massachusetts - Center for International Securities and Derivatives Markets, 2003.

KEATING, C.; SHADWICK, W.F. **A Universal Performance Measure.** London: The Finance Development Centre, 2002a.

KEATING, C.; SHADWICK, W. F. **An Introduction to Omega.** London: The Finance Development Centre, 2002b.

LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics**, v. 47, n. 1, p. 13-37, 1965.

MARKOWITZ, H. M. **Portfolio Selection.** Journal of Finance, v. 7, p.77-91, 1952.

MAUSSER, H.; SAUNDERS, D.; SECO, L. Optimizing Omega. **Risk**, p. 88–92, 2006.

MOSSIN, J. Equilibrium in a Capital Asset Market. **Econometrica**, v. 34, n. 4, pp. 768–783, 1966.

ROCHA, M. Q. **Medidas de Desempenho para Hedge Funds no Brasil com Destaque para a Medida Ômega.** São Paulo: EAESP/FGV, 2005. 61 p.

SHARPE, W. F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. **Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.

SHARPE, W. Mutual Fund Performance. **Journal of Business**, v. 39, n.1, p.119-138, 1966.

SORTINO, F. A.; LEE, N. P. Performance Measurement in a Downside Risk Framework. **The Journal of Investing**, v. 3, n. 3, p. 59-64, 1994.

STUTZER, M. **A Portfolio Performance Index and Its Implications.** Boulder: University of Colorado at Boulder - Leeds School of Business, 1998.

TREYNOR, J. How to Rate Management of Investment Funds. **Harvard Business Review**, v.43, n.1, p. 63-75, 1965.

Apêndice A

Tabela 9 - Coeficiente de correlação de ranque de Spearman entre as metodologia - Janela semestral

		2005					2006				
		Sharpe	Sh. Mod _(VaR)	Sortino	Treynor	Ômega	Sharpe	Sh. Mod _(VaR)	Sortino	Treynor	Ômega
0%	0%	Sharpe	1,000				1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000			-1,000	1,000			
		Sortino	0,999	-0,999	1,000		0,998	-0,998	1,000		
		Treynor	0,838	-0,838	0,836	1,000	0,733	-0,733	0,742	1,000	
		Ômega	0,927	-0,927	0,923	0,753	1,000	0,921	-0,921	0,920	0,709
1º sem.	Poup.	Sharpe	1,000				1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-0,999	1,000			-1,000	1,000			
		Sortino	0,997	-0,996	1,000		0,999	-0,999	1,000		
		Treynor	0,703	-0,688	0,706	1,000	0,845	-0,844	0,848	1,000	
		Ômega	0,926	-0,932	0,922	0,602	1,000	0,950	-0,949	0,949	0,810
CDI	CDI	Sharpe	1,000				1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000			-1,000	1,000			
		Sortino	0,997	-0,996	1,000		1,000	-0,999	1,000		
		Treynor	0,534	-0,525	0,532	1,000	0,948	-0,948	0,949	1,000	
		Ômega	0,918	-0,919	0,918	0,464	1,000	0,892	-0,894	0,892	0,884
0%	0%	Sharpe	1,000				1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000			-1,000	1,000			
		Sortino	0,976	-0,976	1,000		0,997	-0,997	1,000		
		Treynor	0,399	-0,399	0,398	1,000	0,151	-0,151	0,150	1,000	
		Ômega	0,982	-0,982	0,979	0,434	1,000	0,981	-0,981	0,976	0,104
2º sem.	Poup.	Sharpe	1,000				1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-0,999	1,000			-0,999	1,000			
		Sortino	0,988	-0,988	1,000		0,998	-0,996	1,000		
		Treynor	0,529	-0,522	0,548	1,000	0,291	-0,281	0,279	1,000	
		Ômega	0,978	-0,977	0,978	0,564	1,000	0,983	-0,982	0,978	0,283
CDI	CDI	Sharpe	1,000				1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-0,998	1,000			-0,999	1,000			
		Sortino	0,976	-0,981	1,000		0,998	-0,997	1,000		
		Treynor	0,623	-0,611	0,665	1,000	0,398	-0,388	0,403	1,000	
		Ômega	0,972	-0,973	0,973	0,677	1,000	0,924	-0,922	0,927	0,396

Apêndice A (Cont.)

Tabela 9 (Cont.) - Coeficiente de correlação de ranque de Spearman entre as metodologia - Janela semestral

		2007					2008					2009					
		Sharpe	Sh. Mod _(VaR)	Sortino	Treynor	Ômega	Sharpe	Sh. Mod _(VaR)	Sortino	Treynor	Ômega	Sharpe	Sh. Mod _(VaR)	Sortino	Treynor	Ômega	
0%	Poup.	Sharpe	1,000					1,000					1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000				-1,000	1,000				-1,000	1,000			
		Sortino	0,998	-0,998	1,000			0,999	-0,999	1,000			0,990	-0,990	1,000		
		Treynor	0,575	-0,575	0,582	1,000		0,854	-0,854	0,851	1,000		-0,153	0,153	-0,158	1,000	
1º sem.	CDI	Ômega	0,988	-0,988	0,988	0,568	1,000	0,841	-0,841	0,840	0,720	1,000	0,911	-0,911	0,897	-0,119	1,000
		Sharpe	1,000					1,000					1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000				-1,000	1,000				-1,000	1,000			
		Sortino	0,997	-0,997	1,000			1,000	-1,000	1,000			0,993	-0,993	1,000		
2º sem.	0%	Treynor	0,639	-0,635	0,643	1,000		0,880	-0,880	0,880	1,000		-0,061	0,069	-0,050	1,000	
		Ômega	0,982	-0,982	0,981	0,647	1,000	0,950	-0,950	0,950	0,831	1,000	0,878	-0,878	0,862	-0,042	1,000
		Sharpe	1,000					1,000					1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000				-1,000	1,000				-1,000	1,000			
0%	Poup.	Sortino	0,998	-0,998	1,000			0,999	-0,999	1,000			0,993	-0,992	1,000		
		Treynor	0,671	-0,669	0,674	1,000		0,862	-0,862	0,863	1,000		-0,017	0,021	-0,006	1,000	
		Ômega	0,976	-0,976	0,973	0,669	1,000	0,956	-0,956	0,957	0,810	1,000	0,889	-0,890	0,870	0,013	1,000
		Sharpe	1,000					1,000					1,000				
2º sem.	CDI	Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000				-1,000	1,000				-1,000	1,000			
		Sortino	0,999	-0,999	1,000			0,997	-0,997	1,000			0,997	-0,997	1,000		
		Treynor	0,666	-0,666	0,659	1,000		0,417	-0,417	0,417	1,000		0,173	-0,173	0,189	1,000	
		Ômega	0,984	-0,984	0,982	0,695	1,000	0,935	-0,935	0,939	0,334	1,000	0,993	-0,993	0,992	0,183	1,000
0%	Poup.	Sharpe	1,000					1,000					1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000				-1,000	1,000				-1,000	1,000			
		Sortino	0,999	-0,999	1,000			0,996	-0,995	1,000			0,996	-0,996	1,000		
		Treynor	0,751	-0,751	0,750	1,000		0,348	-0,344	0,339	1,000		0,249	-0,245	0,261	1,000	
2º sem.	CDI	Ômega	0,978	-0,978	0,979	0,784	1,000	0,936	-0,937	0,946	0,219	1,000	0,974	-0,974	0,973	0,247	1,000
		Sharpe	1,000					1,000					1,000				
		Sh. Mod _(VaR)	-1,000	1,000				-1,000	1,000				-1,000	1,000			
		Sortino	0,999	-0,999	1,000			0,996	-0,995	1,000			0,996	-0,996	1,000		
0%	CDI	Treynor	0,785	-0,783	0,781	1,000		0,313	-0,305	0,304	1,000		0,268	-0,262	0,291	1,000	
		Ômega	0,960	-0,959	0,961	0,843	1,000	0,937	-0,941	0,954	0,200	1,000	0,974	-0,974	0,975	0,278	1,000

Apêndice B

Tabela 10 - Coeficiente de correlação de ranque de Spearman entre metodologia (t) e retornos $(t+1)$ – Janela semestral

Benchmark	Metodologia	2005-1 $_{(t)}$ Ret $_{(t+1)}$	2005-2 $_{(t)}$ Ret $_{(t+1)}$	2006-1 $_{(t)}$ Ret $_{(t+1)}$	2006-2 $_{(t)}$ Ret $_{(t+1)}$	2007-1 $_{(t)}$ Ret $_{(t+1)}$	2007-2 $_{(t)}$ Ret $_{(t+1)}$	2008-1 $_{(t)}$ Ret $_{(t+1)}$	2008-2 $_{(t)}$ Ret $_{(t+1)}$	2009-1 $_{(t)}$ Ret $_{(t+1)}$
0%	Sharpe	0,371	0,190	0,303	0,527	-0,626	0,422	0,364	-0,149	0,412
	Sharpe. Mod$_{(VaR)}$	-0,371	-0,224	-0,303	-0,531	0,614	-0,447	-0,368	0,145	-0,416
	Sortino	0,369	0,260	0,306	0,516	-0,628	0,427	0,363	-0,144	0,369
	Treynor	0,401	-0,161	0,224	0,144	-0,334	-0,020	0,262	-0,435	0,019
	Ômega	0,348	0,173	0,262	0,560	-0,655	0,415	0,298	-0,056	0,355
Poup.	Sharpe	0,396	0,156	0,294	0,521	-0,635	0,355	0,360	-0,107	0,410
	Sharpe. Mod$_{(VaR)}$	-0,394	-0,193	-0,297	-0,526	0,623	-0,381	-0,364	0,098	-0,409
	Sortino	0,389	0,185	0,299	0,520	-0,629	0,366	0,357	-0,098	0,364
	Treynor	0,354	-0,193	0,274	0,154	-0,383	0,011	0,266	-0,452	0,013
	Ômega	0,418	0,110	0,270	0,539	-0,660	0,315	0,357	-0,053	0,326
CDI	Sharpe	0,448	0,100	0,312	0,496	-0,633	0,329	0,351	-0,077	0,406
	Sharpe. Mod$_{(VaR)}$	-0,454	-0,154	-0,312	-0,504	0,620	-0,356	-0,355	0,066	-0,413
	Sortino	0,442	0,141	0,313	0,485	-0,620	0,339	0,347	-0,076	0,364
	Treynor	0,296	-0,196	0,304	0,168	-0,404	0,019	0,254	-0,450	0,018
	Ômega	0,436	0,105	0,298	0,474	-0,647	0,247	0,340	-0,050	0,366

Apêndice C

Tabela 11 - Retornos anuais e semestrais (%) da carteira Long/Short baseados em cada metodologia

	Sharpe			Sharpe. Mod _(VaR)			Sortino			Treynor			Ômega		
	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	0%	Poup.	CDI	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	0%	Poup.	CDI
2006	-0,86	-2,37	-7,39	0,86	2,37	6,74	-0,86	-2,37	-6,51	-8,28	-6,58	-7,41	-0,11	-0,51	-4,88
2007	-5,29	-9,79	-7,08	5,29	9,79	7,08	-5,29	-9,79	-7,08	-5,39	-10,95	-10,95	-6,61	-13,32	-6,59
2008	8,49	6,53	6,94	-8,49	-6,53	-6,94	8,49	6,94	6,94	-5,87	-5,28	-5,28	7,20	6,79	6,46
2009	-23,26	-19,16	-19,16	23,26	19,16	19,16	-23,26	-16,95	-19,37	-13,96	-7,41	-7,41	-17,05	-19,04	-18,03
Ret. Acum.	-21,82	-24,15	-25,60	19,78	25,18	26,74	-21,82	-21,78	-25,09	-29,72	-27,04	-27,69	-17,05	-25,44	-22,46
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2005-2 sem.	10,39	10,96	11,73	-10,39	-10,96	-11,73	10,39	10,96	11,73	10,13	6,80	0,86	8,49	10,42	8,87
2006-1 sem.	2,35	-0,96	-2,27	-2,35	0,63	2,27	4,36	1,12	-1,01	-1,95	-1,95	-3,46	2,34	-1,01	-2,39
2006-2 sem.	2,91	4,86	4,86	-2,91	-4,86	-4,86	3,97	4,86	4,86	5,50	5,49	4,86	2,72	4,01	4,93
2007-1 sem.	4,99	5,26	4,57	-4,99	-4,99	-4,57	5,26	5,26	4,64	5,59	6,13	7,09	3,20	2,80	1,39
2007-2 sem.	-14,66	-15,21	-15,21	14,66	15,21	15,21	-15,21	-15,21	-15,09	-10,50	-8,74	-9,07	-15,21	-16,11	-14,79
2008-1 sem.	7,39	6,23	6,23	-7,39	-6,23	-6,23	8,82	6,23	6,42	1,41	2,18	2,18	7,43	6,42	6,42
2008-2 sem.	12,14	11,39	11,39	-12,14	-11,39	-11,39	10,25	11,39	11,39	2,58	1,01	1,30	9,53	9,63	8,98
2009-1 sem.	-0,19	-0,19	-0,19	0,19	0,19	0,19	-0,19	-0,88	-0,88	-5,20	-9,31	-9,31	0,13	0,31	0,31
2009-2 sem.	8,14	9,33	9,33	-8,14	-9,33	-9,33	8,25	7,91	9,10	2,33	2,33	2,33	7,88	7,80	10,83
Ret. Acum.	35,42	32,79	31,08	-30,69	-29,56	-28,72	38,57	32,89	32,10	8,64	2,48	-4,50	26,84	23,70	24,20

Apêndice D

Tabela 12 - Composição em % do portfólio eficiente baseados nos retornos anuais para cada metodologia

2005												
	Sharpe			Sharpe. Mod _(VaR)			Sortino			Ômega		
	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	0%	Poup.	CDI	0%	Poup.	CDI
021636	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,03	0,03	-
054321	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,05	0,05	0,05
122378	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,03	0,03	-
116963	-	-	-	-	-	-	0,00	-	-	0,04	0,04	0,06
062146	4,19	5,32	5,54	-	-	-	1,55	2,21	2,55	-	-	-
013684	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,04	0,04	0,03
007439	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,03	0,03	-
046345	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,03	0,03	-
119628	-	-	-	56,99	14,18	5,89	-	-	-	-	-	-
132748	6,56	8,26	9,71	-	-	-	4,78	5,88	7,17	0,01	0,01	-
016918	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,07	0,08	0,18
001856	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,04	0,05	0,05
108464	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,02	0,02	-
002331	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,02	0,02	-
016713	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,03	0,03	-
011320	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,02	0,02	-
043125	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,01	0,01	-
002224	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,01	0,01	-
115274	2,32	4,26	6,65	-	-	-	1,04	2,26	3,97	-	-	-
045969	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,09	0,09	0,25
016020	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,06	0,06	0,10
112429	5,66	-	-	-	-	-	1,13	-	-	-	-	-
112461	2,54	0,51	-	-	-	-	1,53	0,40	-	0,07	0,07	0,21
010431	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,01	0,01	-
079987	29,99	29,14	23,72	-	-	-	23,88	21,91	17,66	-	-	0,53
061311	-	-	-	-	72,69	88,40	-	-	-	-	-	-
107034	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,02	0,02	0,01
119199	43,49	46,22	48,02	-	-	-	63,26	63,95	64,87	99,10	99,08	98,25
103209	-	-	-	43,01	13,14	5,71	-	-	-	-	-	-
076716	4,96	6,29	6,37	-	-	-	2,83	3,39	3,78	-	-	-
127541	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,05	0,05	0,12
089567	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,02	0,02	-
011444	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,04	0,04	0,05
129887	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,04	0,04	0,06
129641	0,29	-	-	-	-	-	-	-	-	0,04	0,04	0,05
2006												
	Sharpe			Sharpe. Mod _(VaR)			Sortino			Ômega		
	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	Rf = 0%	Rf = Poup.	Rf = CDI	0%	Poup.	CDI	0%	Poup.	CDI
021636	-	-	-	100,00	100,00	100,00	-	-	-	-	-	-
119628	3,71	4,90	6,33	-	-	-	2,26	3,44	4,72	-	-	-
112429	32,85	31,32	28,59	-	-	-	33,42	30,41	26,14	100,00	100,00	-
079987	7,25	3,05	-	-	-	-	4,47	0,86	-	-	-	-
061311	12,01	13,91	16,15	-	-	-	20,08	23,08	26,02	-	-	100,00
119199	29,61	29,98	30,08	-	-	-	28,03	27,94	27,31	-	-	-
116831	12,93	14,69	16,25	-	-	-	10,25	12,14	13,20	-	-	-
103209	1,64	2,14	2,61	-	-	-	1,48	2,13	2,61	-	-	-

Apêndice D (Cont.)

Tabela 12 (Cont.) - Composição em % do portfólio eficiente baseados nos retornos anuais para cada metodologia

Apêndice E

Tabela 13 - Retornos semestrais (%) dos portfólios eficientes para cada metodologia

Met.	Benchmark	2005-1 _(t)	Ret _(t+1)	2005-2 _(t)	Ret _(t+1)	2006-1 _(t)	Ret _(t+1)	2006-2 _(t)	Ret _(t+1)	2007-1 _(t)	Ret _(t+1)	2007-2 _(t)	Ret _(t+1)	2008-1 _(t)	Ret _(t+1)	2008-2 _(t)	Ret _(t+1)	2009-1 _(t)	Ret _(t+1)	Ret. Acum.
Sharpe	Rf = 0%	24,47		15,45		18,79		17,10		13,11		8,84		-15,01		22,92		31,27		237,50
	Rf = Poup.	24,00		15,41		19,04		16,10		13,55		8,53		-12,76		22,92		31,27		243,09
	Rf = CDI	23,55		15,11		19,32		15,29		13,75		8,25		-10,53		22,92		31,27		247,80
Sharpe. Mod _(VaR)	Rf = 0%	13,25		28,52		13,94		18,22		20,82		-7,95		-36,73		41,83		29,41		153,21
	Rf = Poup.	15,52		28,52		18,31		18,22		11,64		-8,17		-36,37		40,49		3,13		96,25
	Rf = CDI	18,95		28,52		18,31		18,22		11,64		-8,62		-36,25		39,98		3,13		100,73
Sortino	0%	23,84		15,38		20,09		15,50		13,59		9,10		-15,86		22,92		30,88		232,44
	Poup.	23,66		15,31		20,49		14,74		13,78		8,72		-13,30		22,92		30,91		240,23
	CDI	23,37		15,35		20,88		14,66		13,86		8,43		-10,94		22,92		30,92		249,01
Ômega	0%	39,21		9,21		13,50		20,79		15,66		1,46		-11,54		44,02		30,76		307,43
	Poup.	39,21		9,21		13,50		20,79		15,66		-0,07		-3,41		22,92		30,76		273,98
	CDI	39,21		9,21		27,62		20,79		15,66		-0,07		-3,40		22,92		30,76		320,52