

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO**

Fernando Fermino

**ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS DE SINTONIA
DE CONTROLADORES PID**

**São Carlos
2014**

FERNANDO FERMINO

ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS DE SINTONIA DE CONTROLADORES PID

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Escola de Engenharia de São
Carlos, da Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia Elétrica com ênfase
em Sistemas de Energia e Automação

ORIENTADOR: Prof. Jerson Barbosa de Vargas

São Carlos

2014

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

F358e Fermino, Fernando
 Estudo comparativo de métodos de sintonia de
 controladores PID / Fernando Fermino; orientador Jerson
 Barbosa de Vargas. São Carlos, 2014.

 Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com
 ênfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de
 Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
 2014.

 1. PID. 2. Índices de desempenho de erro. 3.
 Sintonia Kappa-Tau. 4. Sintonia AMIGO. 5. SOPDT. 6.
 Motor de corrente contínua. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Fernando Fermino

Título: "Estudo comparativo de métodos de sintonia de controladores PID"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado
em 27 / 11 / 2014,

com NOTA 9,0 (Nove, Zero), pela Comissão Julgadora:

Prof. Assistente Jerson Barbosa de Vargas - (Orientador - SEL/EESC/USP)

Mestre Elmer Alexis Gamboa Peñaloza - (Doutorando - SEL/EESC/USP)

Mestre Heitor Vinicius Mercaldi - (Doutorando - SEL/EESC/USP)

Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:
Prof. Associado Homero Schiabel

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a meus pais, José e Catarina, pelo apoio e orientação durante os anos em que estive na graduação de engenharia elétrica.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo amor incondicional e por me conceder forças para superar os desafios impostos por esta graduação.

Aos meus familiares, pelo apoio durante os cinco anos de USP.

Ao meu orientador professor Jerson, pelo auxílio, compreensão e dedicação neste trabalho.

Aos meus colegas de curso em São Carlos, Sérgio, Lucas Beordo, Luís, Meigarom, Lucas Gazzola, Mauricio, Douglas, Marcus Vinicius, Murilo Leonardo, Guilherme Roza, Bonato, Rachid e Wesley pelos momentos de estudo e descontração.

Sumário

Lista de figuras	4
Lista de tabelas	7
Resumo	8
Abstract	10
1 Introdução	11
2 Controlador PID	13
2.1 Ações de controle	13
2.1.1 Ação proporcional	13
2.1.2 Ação integrativa	14
2.1.3 Ação derivativa	15
2.1.4 Ação proporcional-integral-derivativo	17
2.2 Variante do esquema PID	17
2.3 Resposta transitória	20
3 Modelagem dos processos	21
3.1 Modelagem matemática do motor de corrente contínua	21
3.1.1 Simulação do motor de corrente contínua no <i>MATLAB</i>	23
3.2 Modelagem matemática do processo SOPDT	26
4 Métodos de sintonia	28
4.1 Otimização de Sistemas via critérios de erro	28

4.1.1	Integral do erro quadrático (ISE)	29
4.1.2	Integral do erro absoluto (IAE).....	30
4.1.3	Integral do erro quadrático multiplicado pelo tempo (ITSE)	30
4.1.4	Integral do erro absoluto multiplicado pelo tempo (ITAE)	30
4.2	Método de Ziegler-Nichols	31
4.2.1	Primeiro Método de Ziegler-Nichols: Resposta ao degrau	32
4.2.2	Segundo Método de Ziegler-Nichols: Oscilação crítica	33
4.3	Método AMIGO	34
4.4	Método Kappa-Tau	36
4.4.1	Método da resposta ao degrau - Tau.....	37
4.4.2	Método da oscilação crítica - Kappa.....	39
5	Resultados	41
5.1	Índices de desempenho de erro	41
5.1.1	Controlador PID - Índice IAE	43
5.1.2	Controlador PID - Índice ISE	44
5.1.3	Controlador PID - Índice ITAE	46
5.1.4	Controlador PID - Índice ITSE	47
5.1.5	Controlador PID - Rejeição de perturbações	48
5.1.6	Controlador I-PD - Índice IAE	50
5.1.7	Controlador I-PD - Índice ISE	51
5.1.8	Controlador I-PD - Índice ITAE	52
5.1.9	Controlador I-PD - Índice ITSE	53
5.1.10	Controlador I-PD - Rejeição de perturbações	54
5.2	Método de Ziegler-Nichols e variantes	60
5.2.1	Ziegler-Nichols - Método da resposta ao degrau	62
5.2.2	Ziegler-Nichols - Método da Oscilação crítica.....	63
5.2.3	Método AMIGO	65

5.2.4	Método Tau	66
5.2.5	Método Kappa	68
6	Conclusão	76
	Referências	77
	Apêndice A - Algoritmo <i>fminsearch</i>	79
	Apêndice B - Programas desenvolvidos	81

Lista de figuras

Figura 2.1: Representação em diagrama de blocos de uma malha controlada	13
Figura 2.2: Diagrama de blocos - Controlador proporcional	14
Figura 2.3: Diagrama de blocos - Controlador integrativo	14
Figura 2.4: Diagrama de blocos - Controlador derivativo	15
Figura 2.5: Diagrama de blocos de um controlador PID	17
Figura 2.6: Diagrama de blocos - PID com ponderação da referência	18
Figura 2.7: Diagrama de blocos - Controle I-PD	18
Figura 2.8: Comparação da inclinação entre $r(t)$ e $y(t)$	19
Figura 3.1: Diagrama eletromecânico do motor de corrente contínua	21
Figura 3.2: Diagrama de blocos em <i>Simulink</i> do motor de corrente contínua	23
Figura 3.3: Simulação do motor em malha aberta	24
Figura 3.4: Resposta ao degrau unitário - Motor de corrente contínua	25
Figura 3.5: Resposta ao degrau unitário - Motor de corrente contínua com tacogerador	25
Figura 3.6: Resposta ao degrau unitário - Planta SOPDT	27
Figura 4.1: Curva de resposta ao degrau e parâmetros	32
Figura 4.2: Oscilação crítica	33
Figura 4.3: Definição da máxima sensibilidade	34
Figura 4.4: Curva de resposta ao degrau - parâmetros K e T	36
Figura 4.5: Diagramas de sintonia de controladores PID - Método Tau	38
Figura 4.6: Diagramas de sintonia de controladores PID - Método Kappa	40
Figura 5.1: Ferramenta <i>rftool</i>	42
Figura 5.2: Diagrama de blocos para simulação: PID	42
Figura 5.3: Diagrama de blocos para simulação: I-PD	43
Figura 5.4: Resposta ao degrau - Sintonia do PID pelo critério IAE	44
Figura 5.5: Ação de Controle - Sintonia do PID pelo critério IAE	44
Figura 5.6: Resposta ao degrau - Sintonia do PID pelo critério ISE	45
Figura 5.7: Ação de Controle - Sintonia do PID pelo critério ISE	45
Figura 5.8: Resposta ao degrau - Sintonia do PID pelo critério ITAE	46
Figura 5.9: Ação de Controle - Sintonia do PID pelo critério ITAE	46
Figura 5.10: Resposta ao degrau - Sintonia do PID pelo critério ITSE	47
Figura 5.11: Ação de Controle - Sintonia do PID pelo critério ITSE	47
Figura 5.12: Perturbação na saída do controlador PID	48

Figura 5.13: Comparação de resposta para diferentes índices de desempenho de erro: PID	49
Figura 5.14: Efeito na ação de controle devido a perturbação - PID	49
Figura 5.15: Resposta ao degrau - Sintonia do I-PD pelo critério IAE.....	51
Figura 5.16: Ação de Controle - Sintonia do I-PD pelo critério IAE	51
Figura 5.17: Resposta ao degrau - Sintonia do I-PD pelo critério ISE.....	52
Figura 5.18: Ação de Controle - Sintonia do I-PD pelo critério ISE	52
Figura 5.19: Resposta ao degrau - Sintonia do I-PD pelo critério ITAE.....	53
Figura 5.20: Ação de Controle - Sintonia do I-PD pelo critério ITAE	53
Figura 5.21: Resposta ao degrau - Sintonia do I-PD pelo critério ITSE.....	54
Figura 5.22: Ação de Controle - Sintonia do I-PD pelo critério ITSE	54
Figura 5.23: Perturbação na saída do controlador I-PD	55
Figura 5.24: Comparação de resposta para diferentes índices de desempenho: I-PD	56
Figura 5.25: Efeito na ação de controle devido a perturbação: I-PD	56
Figura 5.26: Comparação entre os controladores PID e I-PD rejeitando perturbação: Sintonia por índices IAE e ISE	57
Figura 5.27: Comparação entre os controladores PID e I-PD rejeitando perturbação: Sintonia por índices ITAE e ITSE.....	57
Figura 5.28: Ação de controle para uma mudança na referência	59
Figura 5.29: Comparação rejeição de distúrbio PID e I-PD.....	60
Figura 5.30: Diagrama do processo em malha aberta	61
Figura 5.31: Gráfico com os parâmetros do método da resposta ao degrau	61
Figura 5.32: Diagrama do processo em malha fechada com controlador proporcional	61
Figura 5.33: Resposta ao degrau para o método da oscilação crítica.....	62
Figura 5.34: Resposta ao degrau - Primeiro método de Ziegler-Nichols	63
Figura 5.35: Ação de Controle - Primeiro método de Ziegler-Nichols.....	63
Figura 5.36: Resposta ao degrau - Segundo método de Ziegler-Nichols	64
Figura 5.37: Ação de Controle - Segundo método de Ziegler-Nichols.....	64
Figura 5.38: Resposta ao degrau - Método AMIGO	66
Figura 5.39: Resposta ao degrau - Método Tau	68
Figura 5.40: Ação de Controle - Método Tau	68
Figura 5.41: Resposta ao degrau - Método Kappa	70
Figura 5.42: Ação de Controle - Método Kappa	70
Figura 5.43: Perturbação na entrada do processo SOPDT - Sintonia Ziegler-Nichols	71

Figura 5.44: Perturbação na entrada do processo SOPDT - Sintonia AMIGO, Tau e Kappa	71
Figura 5.45: Comparação da resposta ao degrau para diferentes métodos de sintonia baseados em Ziegler-Nichols.....	72
Figura 5.46: Comparação da ação de controle para diferentes métodos de sintonia baseados em Ziegler-Nichols.....	72
Figura 5.47: Comparação da resposta ao degrau para o primeiro método de Ziegler-Nichols.....	73
Figura 5.48: Comparação da ação de controle para o primeiro método de Ziegler-Nichols.....	73
Figura 5.49: Comparação sintonia do processo SOPDT para diferentes critérios de erro e solução inicial- Saída.....	75
Figura 5.50 : Comparação sintonia do processo SOPDT para diferentes critérios de erro e solução inicial- Ação de Controle.....	75

Lista de tabelas

Tabela 3.1: Parâmetros nominais do motor de corrente contínua Eletrocraft.....	23
Tabela 3.2: Comparativo resposta ao degrau - Efeito do tacogerador	26
Tabela 3.3: Características dinâmicas do processo SOPDT em malha aberta	27
Tabela 4.1: Sintonia de controladores Ziegler e Nichols- Método da resposta ao degrau	32
Tabela 4.2: Sintonia de controladores Ziegler e Nichols- Método da oscilação crítica	33
Tabela 4.3: Coeficientes da equação $f(\tau)$ - Método Tau	39
Tabela 4.4: Coeficientes da equação $f(\kappa)$ - Método Kappa	40
Tabela 5.1: Índices de desempenho para cada critério de sintonia do PID	50
Tabela 5.2: Índices de desempenho para cada critério de sintonia do I-PD.....	58
Tabela 5.3: Comparação controladores PID e I-PD para cada índice de desempenho de erro	58
Tabela 5.4: Parâmetros Ziegler-Nichols: Método da resposta ao degrau.....	60
Tabela 5.5: Parâmetros normalizados do controlador PID em função de M_s - Método Tau	67
Tabela 5.6: Parâmetros do controlador PID em função de M_s - Método Tau	67
Tabela 5.7: Parâmetros normalizados do controlador PID em função de M_s - Método Kappa	69
Tabela 5.8: Parâmetros do controlador PID em função de M_s - Método Kappa	69
Tabela 5.9: Parâmetros PID e indicadores de desempenho para diferentes métodos de sintonia	74
Tabela 5.10: Índices de desempenho para cada critério de erro.....	74

Resumo

Uma parte importante da área de controle e automação de processos é a sintonia dos parâmetros dos controladores PID. O presente trabalho possui como objetivo o estudo de métodos de sintonia de controladores PID e I-PD, este último é uma variação do PID clássico para controlar um motor de corrente contínua, presente no laboratório de ensino de controle da EESC-USP, e também controlar um processo SOPDT (*Second Order Plus Dead Time*), sendo este característico para diversos processos industriais, como por exemplo, tanques acoplados. Para a sintonia serão utilizados quatro índices de desempenho de erro : integral do erro absoluto (IAE), integral do erro quadrático (ISE), integral do erro quadrático multiplicado pelo tempo (ITSE) e integral do erro absoluto multiplicado pelo tempo (ITAE), além dos métodos de sintonia Kappa-Tau (Åström e Hägglund, 1995) e AMIGO (Åström e Hägglund, 2004), tendo estes dois últimos como base as regras de sintonia propostas por Ziegler e Nichols (1942). É feita a comparação entre os índices de desempenho de erro para o motor e os métodos baseados em Ziegler-Nichols para o processo SOPDT, para definir quais os melhores métodos de sintonia para o controle de cada processo. O trabalho visa demonstrar quais os métodos aplicados na sintonia do controlador atendem de maneira melhor os critérios de controle pretendidos. O desenvolvimento do trabalho é realizado por meio de *MATLAB* e *Simulink*, com utilização do *Optimization toolbox*.

Palavras-chave: PID, Índices de desempenho de erro, Sintonia Kappa-Tau, Sintonia AMIGO, SOPDT, Motor de corrente contínua.

Abstract

An important section at the control and automation of processes is the parameters tuning of PID controllers. This work has as objective the study of tuning methods of PID and I-PD controllers, the latter is a variation of the classical PID to control a direct current motor that is present in Control Teaching Laboratory of EESC-USP and also to control a SOPDT process (Second Order Plus Dead Time), which is characteristic for several industrial processes, as example, coupled tanks. To tune will be used four error performance indices: integral absolute error (IAE), integral square error (ISE), integral of time multiplied square error (ITSE) and integral of time multiplied absolute error (ITAE), besides Kappa-Tau (Åström and Hägglund, 1995) and AMIGO (Åström and Hägglund, 2004) tuning methods, the latter two are based on Ziegler-Nichols tuning methods (1942). A comparison is done between error performance indices for the motor and the Ziegler-Nichols based tuning methods for the SOPDT process, to define which are the best tuning methods to control each process. This works tends to demonstrate which are the methods applied in the controller tuning that complies better with the desired control objectives. The development of this work is done by means of MATLAB and Simulink, with use of Optimization toolbox.

Keywords: PID, Error performance indices, Kappa-Tau tuning, AMIGO tuning, SOPDT, Direct current motor.

1 Introdução

Em uma forma simplificada, um controlador realimentado recebe um sinal de uma variável medida e a compara com um valor de referência. A diferença entre o valor medido e a referência é denominado erro. A partir desta diferença, o controlador aplica uma ação corretiva apropriada e envia o sinal de saída para o processo.

O controlador proporcional integrativo derivativo (PID) é um algoritmo amplamente utilizado nas indústrias para controle de sistemas em geral, como velocidade, pressão, nível, entre outros. Na indústria estima-se que 95% das malhas de controle utilizam controladores PID, e em sua maioria são controladores PI (*Åström & Hägglund, 1995*).

O controlador PID possui como importantes funções a realimentação, a eliminação do erro em regime permanente através da ação integrativa, a capacidade de rejeitar perturbações e também antecipar o futuro, com a extrapolação por uma reta tangente, com a ação derivativa.

O desempenho do controle para os métodos clássicos, como lugar de raízes e dominância de polos, é altamente dependente do processo, desta forma o modelo matemático do sistema se faz fundamental para a sua análise e decorrente sintonia. O método empírico pode resultar bom desempenho e não necessita do modelo matemático, entretanto depende da experiência do engenheiro de controle para a sintonia e também demanda bastante tempo. O acerto dos parâmetros do controlador podem ser feitos de várias maneiras, dentre as quais pode-se destacar a otimização abordada neste trabalho, a qual consiste, sucintamente, em considerar os três ganhos das ações do controlador PID (proporcional, K_p , integrativo, K_i , e derivativo, K_d) como variáveis independentes de um sistema, que pode ter valores mínimos, e tentar minimizar um índice de desempenho J , que é função dos ganhos.

O apropriado ajuste das ações de controle resulta em uma resposta do sistema ajustado de forma a seguir a entrada desejada, para o ajuste ótimo, o sistema responde de forma a ter o menor índice de desempenho possível.

Para o cenário industrial, o ajuste dos parâmetros do controlador é encarado como um estágio importante nas decisões, uma vez que são respostas para as perguntas: "Quanto perde-se de produção ou rendimento com a perda de sintonia dos controladores da planta?", e "Quanto pode-se melhorar a produção ou rendimento com um ajuste excelente dos controladores?". A tomada de decisão correta pode determinar um aumento direto do rendimento do sistema. (Thimotio, 2005).

A solução do problema de sintonia dos parâmetros dos controladores elucida a melhor sintonia dos controladores a ser instalada no processo de forma a atender a um índice de desempenho de erro.

Dois métodos clássicos para sintonia de controladores PID foram apresentados por Ziegler e Nichols em 1942, sendo conhecidos como método da resposta ao degrau (primeiro método de Ziegler-Nichols) e método da oscilação crítica (segundo método de Ziegler-Nichols). Estes métodos ainda são utilizados em larga escala, ou na forma original ou modificado. Os métodos são baseados na determinação de certas características da dinâmica do processo. Os parâmetros dos controladores são expressos em termos destas características por meio de equações simples. (*Åström & Hägglund, 1995*).

As regras de sintonia de Ziegler-Nichols possuem alguns inconvenientes, elas utilizam insuficientes informações do processo e em malha fechada apresentam sistemas com baixa robustez, isto é, para uma pequena mudança nos parâmetros do processo, o controlador não consegue responder da maneira como quando sem a mudança dos parâmetros. (*Åström & Hägglund, 2004*).

Portanto *Åström & Hägglund* (1995) propõem dois métodos baseados nas duas regras de sintonia de Ziegler-Nichols, denominado método Kappa-Tau, o qual utiliza as informações do processo de uma maneira diferente (associando os parâmetros), além de fornecer um parâmetro de sintonia, o qual é interpretado como uma medida de robustez.

Åström & Hägglund (2004) discorrem sobre um método de sintonia com base no método da resposta ao degrau de Ziegler-Nichols, denominado AMIGO, também aprimorando a robustez do controlador PID.

A reprodução de um sistema real por meio de simulações em software possui limitações, entretanto é a maneira mais acessível de se investigar e estudar o comportamento real de um sistema, sendo, portanto, a etapa inicial de um projeto de controlador que pode ser reproduzido em situações reais.

A proposta deste trabalho é a disseminação do conhecimento dos métodos de sintonia estudados e a alocação destas técnicas em disciplinas de controle.

Este trabalho é organizado da seguinte forma: o capítulo 2 aborda de forma teórica o sistema de controle em estudo, definindo as características do controlador PID e variantes. O terceiro capítulo consiste em modelar os processos escolhidos para o desenvolvimento do trabalho, um motor de corrente contínua e um sistema de segunda ordem com atraso de transporte. No capítulo 4 é estudada a metodologia utilizada no trabalho. O capítulo 5 trata dos resultados obtidos. No capítulo 6 são apresentadas as conclusões do trabalho.

2 Controlador PID

O controlador PID é um algoritmo de controle por malha de realimentação genérico largamente aplicado em sistemas de controle industriais, atendendo diversos requisitos como estabilidade em malha fechada, boa resposta transitória e em regime permanente, além de robustez a ruídos e perturbações. O controlador PID calcula um valor de erro, $e(t)$, como sendo a diferença entre uma variável de saída, $y(t)$, do processo medido e um valor de referência, $r(t)$. O controlador tenta minimizar o erro, ajustando a variável de controle do processo $u(t)$, conforme indicado na figura 2.1.

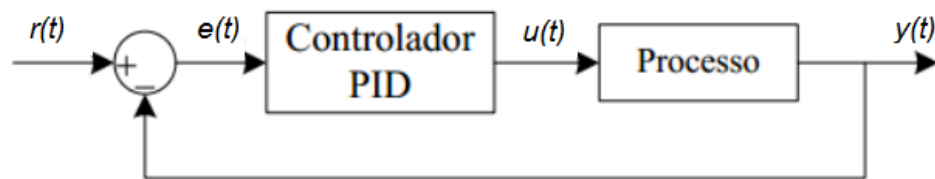


Figura 2.1: Representação em diagrama de blocos de uma malha controlada

O ajuste correto dos parâmetros que compõem o controlador PID (K_p , T_i e T_d) produzirá a saída desejada do processo controlado.

2.1 Ações de controle

O controlador PID é composto de três ações de controle: proporcional, integrativa e derivativa, que serão estudadas na sequência.

2.1.1 Ação proporcional

A razão entre a saída e a entrada do controlador é denominada de ganho proporcional, K_p , quanto maior for este ganho, menor será o erro em regime estacionário, entretanto, o tempo de acomodação aumenta, podendo, em certas ocasiões, desestabilizar o sistema. Também destaca-se que o erro em regime permanente não pode ser nulo, pois com esta condição, o controlador perde sua função. Um controlador deste tipo, não acrescenta zeros e polos ao sistema, portanto, a sintonia apenas altera o ganho estático do processo. O diagrama de blocos deste controlador pode ser visto na figura 2.2.

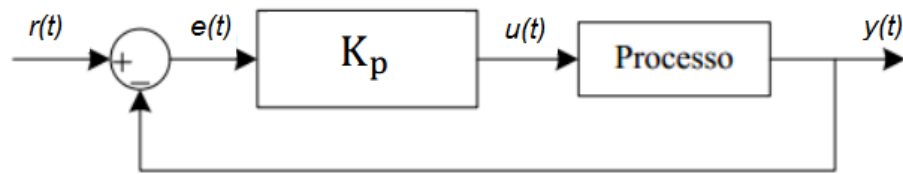


Figura 2.2: Diagrama de blocos - Controlador proporcional

A relação entre a entrada e a saída do controlador é dada por:

$$u(t) = K_p e(t) \quad (2.1)$$

Qualquer que seja o mecanismo real e o tipo de energia utilizada na operação, a ação de controle proporcional é essencialmente um amplificador com um ganho ajustável. (Ogata, 1993)

2.1.2 Ação integrativa

Para o controle integral, o sinal de controle, $u(t)$, é, em qualquer instante, proporcional à área da curva do sinal de erro atuante naquele instante. A ação de controle pode possuir um valor diferente de zero mesmo quando o erro for nulo, característica que é impossível no caso do controle proporcional. A relação entre $u(t)$ e $e(t)$, com K_i , como ganho integrativo, é:

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (2.2)$$

Tal informação pode ser vista na figura 2.3.

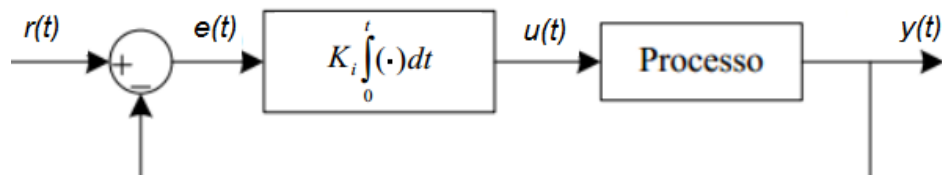


Figura 2.3: Diagrama de blocos - Controlador integrativo

O termo integrativo acelera a saída em direção ao valor desejado e pode eliminar o erro residual de regime permanente, *offset*, que ocorre com a utilização de um controlador puramente proporcional. Todavia, na medida que o termo integral responde ao erro acumulado do passado, este fato pode levar a uma resposta oscilatória que diminua lentamente ou que, até mesmo, aumente, fazendo com que o valor presente ultrapasse o valor definido, sendo as duas situações indesejáveis. (Ogata, 1993)

Esta ação de controle por ter como característica zerar o erro em regime permanente, quando ocorre uma perturbação constante no sistema, este controlador consegue rejeitar o distúrbio e com isto, a saída $y(t)$ retorna ao seu valor especificado.

Quando o valor da saída $y(t)$ atinge o limite máximo (ou mínimo) do atuador ocorre a saturação da ação de controle. Este fato faz com que o atuador permaneça em seu limite máximo independente da saída do processo. Devido a ação integrativa, o erro continuará a ser integrado e o termo integral tende a se tornar muito grande. Do inglês, diz-se que o termo integral *winds up*. Para que o controlador volte a trabalhar na região linear é necessário que o termo integral descarregue. Para tanto deve-se à esperar que o sinal de erro troque de sinal e, por um longo período de tempo, aplicar na entrada do controlador, um erro com sinal oposto. A consequência disto é que a resposta transitória do sistema tenderá a ficar lenta e oscilatória, características que são indesejáveis.

Existem várias maneiras de se evitar o efeito *wind up* da ação integral, sendo a ideia básica impedir que o integrador continue a se carregar quando a saturação ocorre. Uma forma de correção é a integração condicional, a qual consiste em desligar o integrador apenas quando o controlador está saturado e o erro $e(t)$ é tal que provocaria um aumento da carga do integrador fazendo com que o sinal de controle ficasse mais saturado. Assim, por exemplo, se o controlador está saturado no limite máximo, a ação seria desligada somente enquanto $e(t)$ fosse positivo, entretanto, quando o sinal de erro se tornasse negativo a ação integral voltaria a ser ligada com o intuito de descarregar o integrador.

Para o presente trabalho não será considerada nenhuma técnica anti *wind up*, devido a variação da referência ser observada apenas no item 5.1.10.

2.1.3 Ação derivativa

Para solucionar o problema da sensibilidade do controlador às variações da planta, deve-se utilizar a ação de controle derivativa. A vantagem de utilizá-la é que a resposta é proporcional à taxa de variação do erro atuante, que se caracteriza maior no transitório, o que pode assegurar uma ação de controle que minimize o erro antes que o mesmo atinja valores demasiadamente elevados, diminuindo assim o máximo sobressinal. Este controlador, disposto na figura 2.4, tem como peculiaridade antecipar a ação corretiva do erro, tendendo a aumentar a estabilidade do sistema.

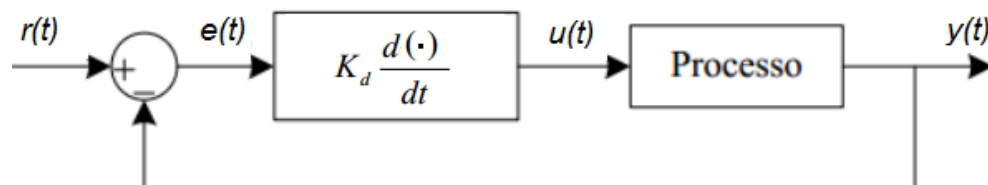


Figura 2.4: Diagrama de blocos - Controlador derivativo

A ação de controle para o controlador derivativo é, considerando K_d como ganho derivativo:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.3)$$

Ainda que o controle derivativo não afete diretamente o erro em regime permanente, ele produz um amortecimento no sistema, permitindo assim a utilização de ganhos proporcionais mais elevados, ocasionando maior precisão em regime estacionário.

Por este controlador operar sobre a taxa de variação do erro, e não sobre o próprio erro atuante, ele deve ser utilizado em conjunto ao controlador proporcional ou proporcional-integral.

As grandes desvantagens deste controlador são as amplificações dos ruídos em alta frequência e a consequente saturação do atuador. Nestas situações o ruído é amplificado pelo controle derivativo caso a variável medida não seja filtrada.

Isto pode-ser melhor compreendido por meio de um exemplo apresentado em *Åström & Hägglund, 1995*.

Considerando um ruído de medição com forma de onda senoidal:

$$n = \alpha \sin(\omega t) \quad (2.4)$$

com α representando a amplitude da senóide e ω a frequência angular em [radianos/segundo].

A contribuição do termo derivativo na ação de controle será:

$$u_n = K_p T_d \frac{dn}{dt} = \alpha K_p T_d \omega \cos(\omega t) \quad (2.5)$$

com T_d sendo o tempo derivativo.

Assim, para altas frequências, a amplitude da ação de controle será arbitrariamente grande.

A aplicação de um filtro no termo de ação derivativa, resolve o problema de amplificação dos ruídos em alta frequência, este filtro tem como característica a adição de um polo ao termo derivativo, resultando na seguinte função de transferência para o controlador em questão:

$$K_d = \frac{K_p T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \quad (2.6)$$

com o valor de N entre $3 < N < 20$, sendo usualmente utilizado $N=10$, na literatura, sem perda de generalidade.

Assim, verifica-se que em altas frequências o ganho é limitado a no máximo $K_p N$. (Caon, 1999)

Para este trabalho não será considerado o modelo com filtro para o controlador derivativo, pois não serão considerados ruídos de medição.

2.1.4 Ação proporcional-integral-derivativo

A partir das características dispostas sobre cada ação de controle, pode-se estabelecer a ação de controle completa para o sistema, ou seja, a ação de controle PID, resultando na soma de todas as ações de controle realizadas ao mesmo tempo, o diagrama da figura 2.5 mostra o diagrama de blocos de um controlador PID padrão ISA.

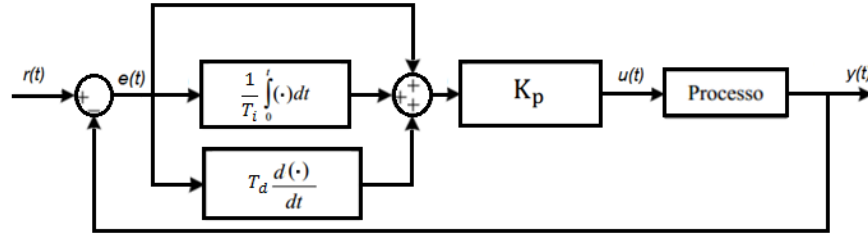


Figura 2.5: Diagrama de blocos de um controlador PID

A relação matemática entre o sinal de controle e o erro é dada por:

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2.7)$$

Os parâmetros livres para a determinação do controlador PID são K_p , T_i e T_d , sendo que:

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (2.8)$$

$$K_d = K_p T_d \quad (2.9)$$

2.2 Variante do esquema PID

Na forma clássica de controle PID (série, paralela ou ISA), mudanças no sinal de referência podem causar mudança abrupta tanto na ação de controle $u(t)$ como também na saída $y(t)$, devido as ações proporcional e derivativa que agem no sentido de provocar saturação na ação de controle. Devido a isto, em alguns casos onde deseja-se ganhos proporcional e derivativo maiores, pode ser vantajoso mover a ação proporcional e a ação derivativa para o ramo de realimentação, afetando apenas o sinal realimentado $y(t)$. Sendo esta uma estrutura mais flexível pois trata a referência $r(t)$ e a variável de processo $y(t)$ de forma separada. A equação para este tipo de modificação é apresentada na equação (2.10) e o esquema na figura 2.6.

$$u(t) = K_p \left[(br(t) - y(t)) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt - T_d \frac{dy(t)}{dt} \right] \quad (2.10)$$

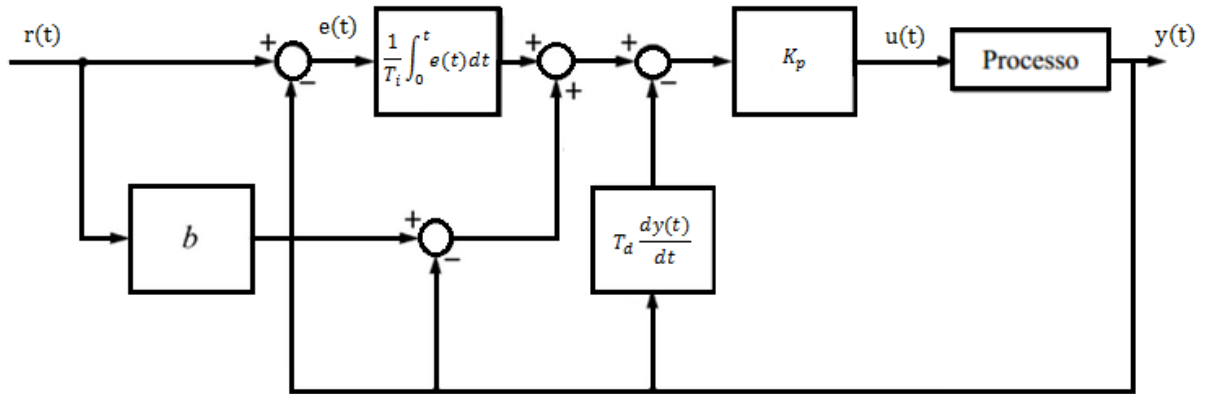


Figura 2.6: Diagrama de blocos - PID com ponderação da referência

Esta forma de controlador é estudada nos métodos AMIGO (Åström e Hägglund, 2004) e Kappa-Tau (Åström e Hägglund, 1995). O termo b representa a ponderação da referência na ação proporcional de controle, este termo como função diminuir o sobressinal na resposta, sendo esta solução melhor do que a remoção total da referência no termo proporcional como proposto por alguns autores que pode tornar a resposta do sistema muito lenta.

A introdução do fator de ponderação b proporciona um meio de ajustar os zeros da função de transferência de malha fechada que afetam o valor do sobressinal na saída do sistema. (Caon, 1999)

Um controlador com $b = 0$ é denominado I-PD, este esquema de controle, mostrado na figura 2.7, o qual pode eliminar o efeito de saturação da ação de controle durante qualquer mudança no sinal de referência.

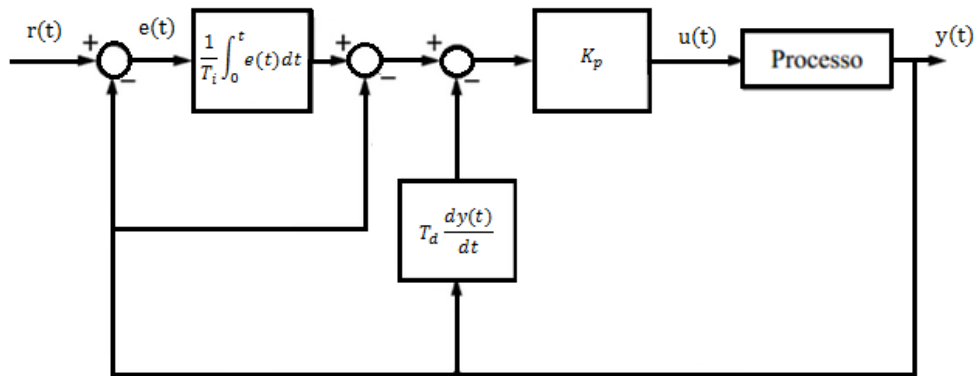


Figura 2.7: Diagrama de blocos - Controle I-PD

A saída do controlador I-PD, em função do erro e da saída, é dada por:

$$u(t) = K_p \left[\frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt - \left(y(t) + T_d \frac{dy(t)}{dt} \right) \right] \quad (2.11)$$

Relativo à decisão do tipo de controlador a ser utilizado em um determinado processo, não é possível obter uma resposta definitiva. Idealmente, o controlador mais simples que satisfaça a dinâmica desejada é o que deve ser escolhido. Para sistemas em

que se deseja ganhos proporcionais e derivativos mais elevados, por exemplo sistemas em que a ocorrência de perturbações é elevada, o controlador I-PD se presta de modo eficiente visto que a primeira ação está relacionada a sua parte integrativa que contribui desde o início do funcionamento do sistema atuando de imediato na integração do degrau de excitação, enquanto que para PID convencional a ação integrativa também age de forma imediata na resposta, entretanto devido aos grandes ganhos proporcional e derivativo, a ação de controle satura, pois estará agindo sobre um erro muito elevado. Quando ocorre uma mudança na referência, se as ações proporcional e derivativa estivessem atuando sobre o erro $e(t)$, como no caso do PID da equação 2.7, este teria uma mudança abrupta, e com isso a derivada deste erro teria um valor muito elevado e o ganho proporcional amplificaria mais ainda este erro, como pode ser visto na equação 2.9. No caso da estrutura I-PD as ações proporcional e derivativa estão atuando sobre a saída $y(t)$, a qual possui inclinação mais suave do que a mudança na referência, como visto na figura 2.8 para uma planta genérica, devido a ação integrativa, portanto pode-se elevar o ganho proporcional para a resposta chegar mais rápido no novo valor de regime, pois ocorre um aumento do ganho de integração, como pode ser visto na equação 2.8, e também do ganho derivativo K_d que é função de K_p , como pode ser visto na equação 2.9: Uma vez que a derivada da saída $y(t)$ torna-se cada vez menor com o passar do tempo, por influência da ação integrativa ela pode ser amplificada por K_d a fim da saída atingir o sinal de referência que se propõe rastrear. Estes efeitos poderão ser melhores vistos no capítulo 5, que é relacionado aos resultados obtidos.

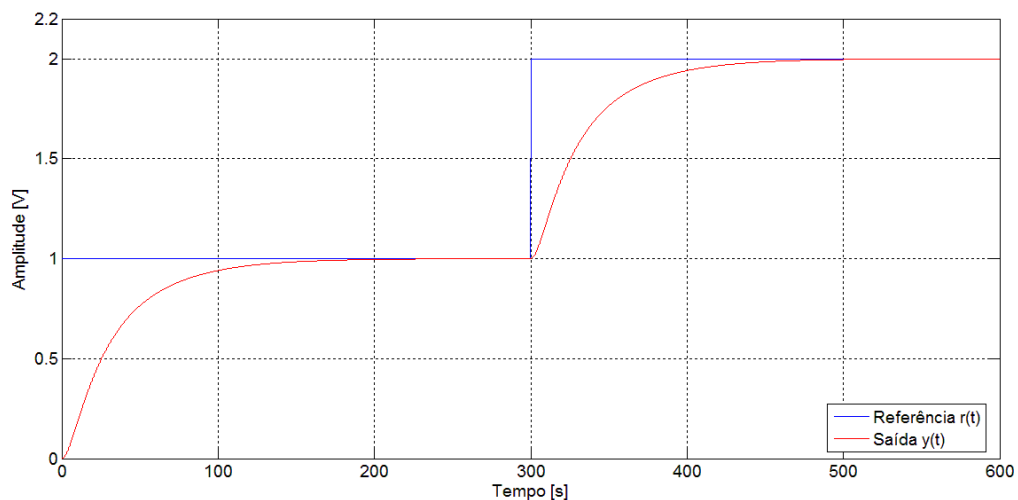


Figura 2.8: Comparação da inclinação entre $r(t)$ e $y(t)$

2.3 Resposta transitória

Na sintonia do controlador PID, ajudando no entendimento das ações de controle sobre uma planta, algumas especificações de desempenho são averiguadas graficamente. A resposta ao degrau é utilizada com este intuito e, dentre as suas características mais usuais, estão o máximo sobressinal, M_p , o tempo de acomodação, t_s , e o tempo de subida, t_r .

O máximo sobressinal é o valor percentual do pico máximo ($y_{m\acute{a}x}$) em relação ao valor em regime permanente (y_{rp}), sendo definido como:

$$M_p = \frac{y_{m\acute{a}x} - y_{rp}}{y_{rp}} \cdot 100\% \quad (2.12)$$

O tempo de acomodação é definido como o tempo necessário para que a curva da resposta atinja e permaneça dentro de uma faixa de $\pm 2\%$ do valor final. A ação do controlador PID sobre um sistema que se deseja controlar é alcançar as especificações de sobressinal máximo, tempo de acomodação e tempo de subida desejadas.

3 Modelagem dos processos

Neste capítulo será feito o desenvolvimento matemático e a simulação computacional em malha aberta de dois processos distintos. Para a análise de sintonia por índices de desempenho de erro será utilizado um motor de corrente contínua, objetivando controlar a velocidade de rotação. Um processo de segunda ordem com atraso de transporte (SOPDT)¹ será estudado para os métodos de sintonia baseados em Ziegler-Nichols. A distinção se faz necessária pois a resposta do motor não atende aos pré-requisitos dos métodos de sintonia de Ziegler-Nichols, ou seja, não apresenta resposta ao degrau em forma de S, o que caracterizaria ganhos proporcionais elevados (causando saturação da ação de controle), e também quando a malha é fechada com apenas um controlador proporcional, não é possível obter um ganho crítico que leve o sistema a estabilidade marginal. Posteriormente, é feita a sintonia do controlador PID para o processo SOPDT aplicando índices de desempenho de erro com a solução inicial sendo dada pela melhor sintonia dentre as baseadas em Ziegler-Nichols.

3.1 Modelagem matemática do motor de corrente contínua

Motores de corrente contínua apresentam alto torque na partida e em baixas rotações, ciclo contínuo mesmo em baixas rotações, ampla variação de velocidade, alta confiabilidade e flexibilidade, por estes fatores estes são amplamente utilizados em aplicações industriais que requerem o uso de tecnologia de precisão.

O sistema eletromecânico em estudo, considerando a corrente e tensão de campo constantes, é mostrado na figura 3.1.

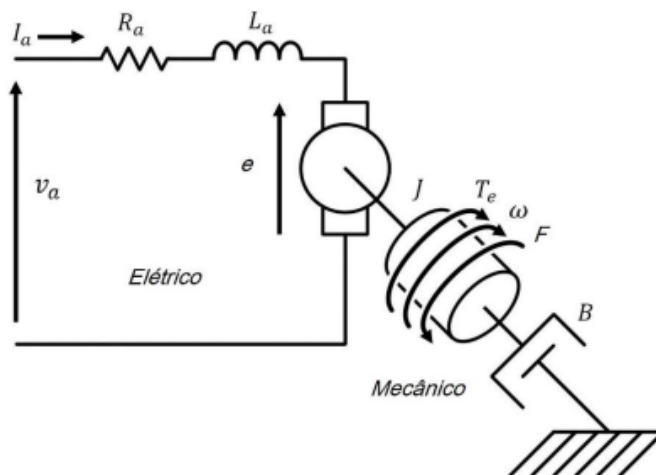


Figura 3.1: Diagrama eletromecânico do motor de corrente contínua

¹ do inglês: *Second Order Plus Dead Time*

Onde os parâmetros elétricos são:

R_a : Resistência de armadura [Ω];

L_a : Indutância de armadura [H];

v_a : Tensão de armadura [V];

i_a : Corrente de armadura [A];

e : Tensão induzida [V];

E os parâmetros mecânicos são:

J : Momento de inércia [Nms^2/rad];

B : Coeficiente de atrito viscoso [Nms/rad];

F : Coeficiente de atrito estático [Nm];

ω : Velocidade angular [rad/s];

T_e : Torque [Nm];

A tensão induzida nas espiras do motor é definida como sendo diretamente proporcional a velocidade de rotação:

$$e = K_e \omega(t) \quad (3.1)$$

em que K_e é definida como constante de força contra-eletromotriz (f_{cem}), sendo medida em [Vs/rad].

O torque desenvolvido no motor de corrente contínua é diretamente proporcional à intensidade da corrente que circula na armadura:

$$T_e = K_t i_a(t) \quad (3.2)$$

sendo K_t definida como constante de torque, medida em [Nm/A].

Aplicando a segunda lei de Kirchhoff no circuito elétrico da figura 3.1 e, aplicando-se a segunda lei de Newton para sistemas rotacionais obtém-se respectivamente:

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + e(t) \quad (3.3)$$

$$T_e(t) = J \frac{d}{dt} \omega(t) + B \omega(t) + F \quad (3.4)$$

Passando do domínio do tempo para o domínio da frequência aplica-se a transformada de Laplace nas equações de 3.1 a 3.4.

$$E(s) = K_e \Omega(s) \quad (3.5)$$

$$T_e(s) = K_t I_a(s) \quad (3.6)$$

$$V_a(s) = R_a I_a(s) + s L_a I_a(s) + E(s) \quad (3.7)$$

$$T_e(s) = s J \Omega(s) + B \Omega(s) + F \quad (3.8)$$

A partir destas equações determina-se a função de transferência de um motor de corrente contínua, tendo como entrada a tensão de armadura, $V_a(s)$, e como saída a velocidade angular, $\Omega(s)$, apresentada na equação 3.9.

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{\frac{K_t}{JL_a}}{s^2 + s\left(\frac{B}{J} + \frac{R_a}{L_a}\right) + \frac{BR_a + K_e K_t}{JL_a}} \quad (3.9)$$

O diagrama de blocos desta função de transferência, implementado em ambiente *Simulink* é mostrado na figura 3.2, separando as partes mecânica e elétrica.

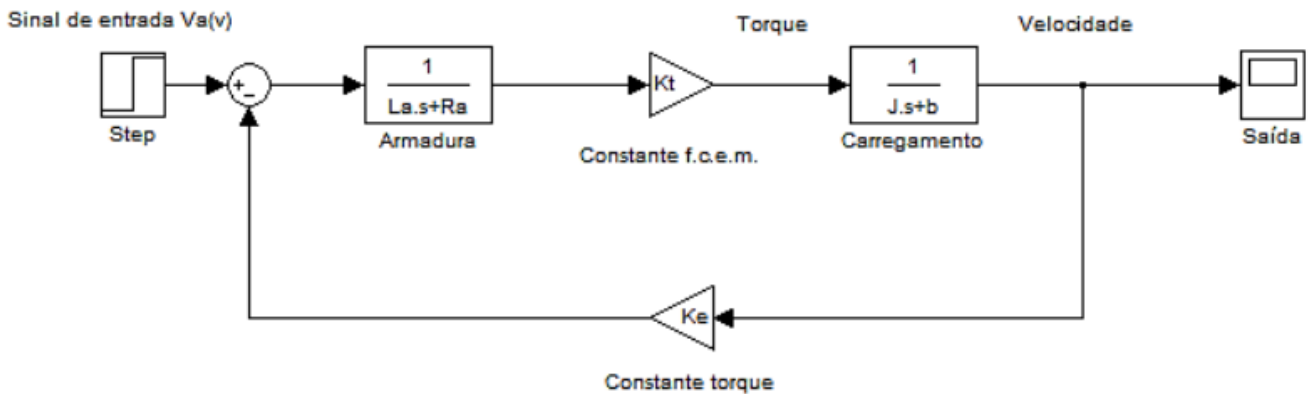


Figura 3.2: Diagrama de blocos em *Simulink* do motor de corrente contínua

3.1.1 Simulação do motor de corrente contínua no *MATLAB*

O motor escolhido para este estudo, com os parâmetros elétricos e mecânicos dispostos na tabela 3.1, está presente no laboratório de ensino de controle, modelo fabricado pela *Eletrocraft*, o qual apresenta estabilidade natural, assim como a maioria dos motores existentes.

Tabela 3.1: Parâmetros nominais do motor de corrente contínua Eletrocraft

Resistência de armadura	$R_a = 1,63 \, \Omega$
Indutância de armadura	$L_a = 0,003 \, H$
Momento de inércia	$J = 3,67 \cdot 10^{-5} \, Nms^2/rad$
Coeficiente de atrito viscoso	$B = 1,12387 \cdot 10^{-6} \, Nms/rad$
Coeficiente de atrito estático	$F = 0,02147 \, Nm$
Constante de força contraeletromotriz	$K_e = 0,0678 \, Vs/rad$
Constante de torque	$K_t = 0,0678 \, Vs/rad$

Substituindo os valores da tabela 3.1 na equação 3.9 encontra-se a função de transferência para o processo em análise.

$$\frac{\Omega(s)}{V_a(s)} = \frac{0,0678}{1,102 \cdot 10^{-7} s^2 + 5,986 \cdot 10^{-5} s + 0,004599} \quad (3.10)$$

A realimentação do processo, segundo a estrutura da figura 2.1, é feita por um transdutor, chamado tacogerador, que transforma a velocidade angular do eixo em um sinal elétrico (tensão), o qual está acoplado ao eixo do motor. Este dispositivo tem por modelo matemático um ganho, K_{tg} , determinado experimentalmente, tendo valor de 0,15242 V/rad.

O acionamento do motor é feito por meio de um PWM (modulador de largura de pulso) que aciona um transistor de potência; como usualmente a frequência de modulação do PWM é elevada, a fim de que o processo não responda a ela, seu tempo de resposta é muito pequeno em comparação com a frequência dos polos do motor de corrente contínua, portanto, o modelo do PWM é representado como um ganho, $K_a = 1,2 V$, determinado pela divisão da tensão máxima do motor (12 V) pela tensão máxima da onda dente de serra (10 V), sendo esta onda comparada com a ação de controle, gerando os pulsos que irão alimentar o motor.

A partir dos modelos definidos para o tacogerador e o PWM, utilizou-se o *Simulink* para determinar resposta dinâmica de saída do motor em malha aberta a um degrau unitário, como visto na figura 3.3.

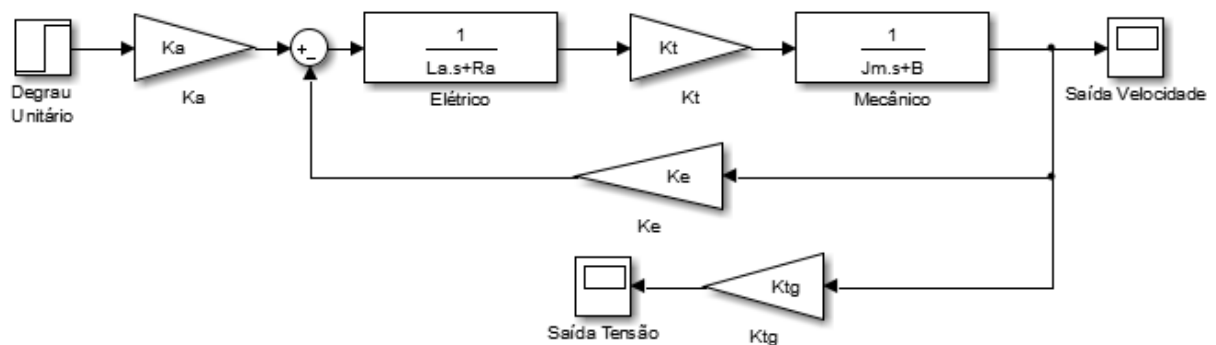


Figura 3.3: Simulação do motor em malha aberta

Nas figuras 3.4 e 3.5 podem ser observados os resultados da simulação do sistema da figura 3.3. Na figura 3.4 é observado a saída de velocidade ω do motor em [rad/s] e na figura 3.5 a saída de tensão do tacogerador em [V]; equivalente a velocidade ω . Na tabela 3.2 destacam-se as especificações das características dinâmicas da resposta para os dois casos.

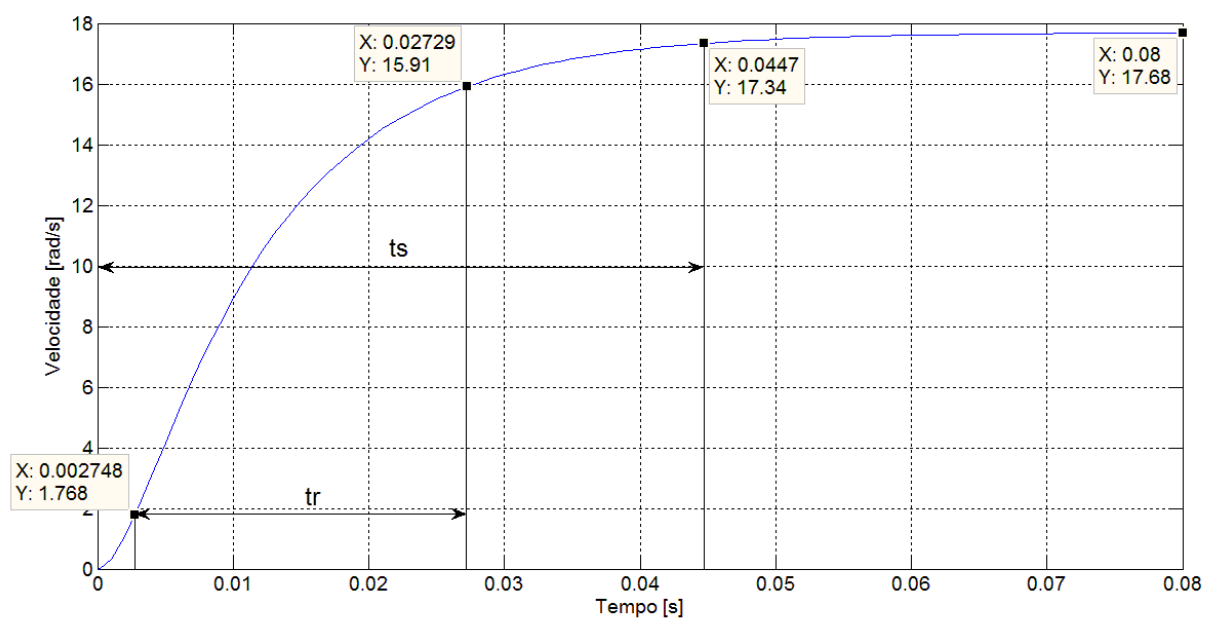


Figura 3.4: Resposta ao degrau unitário - Motor de corrente contínua

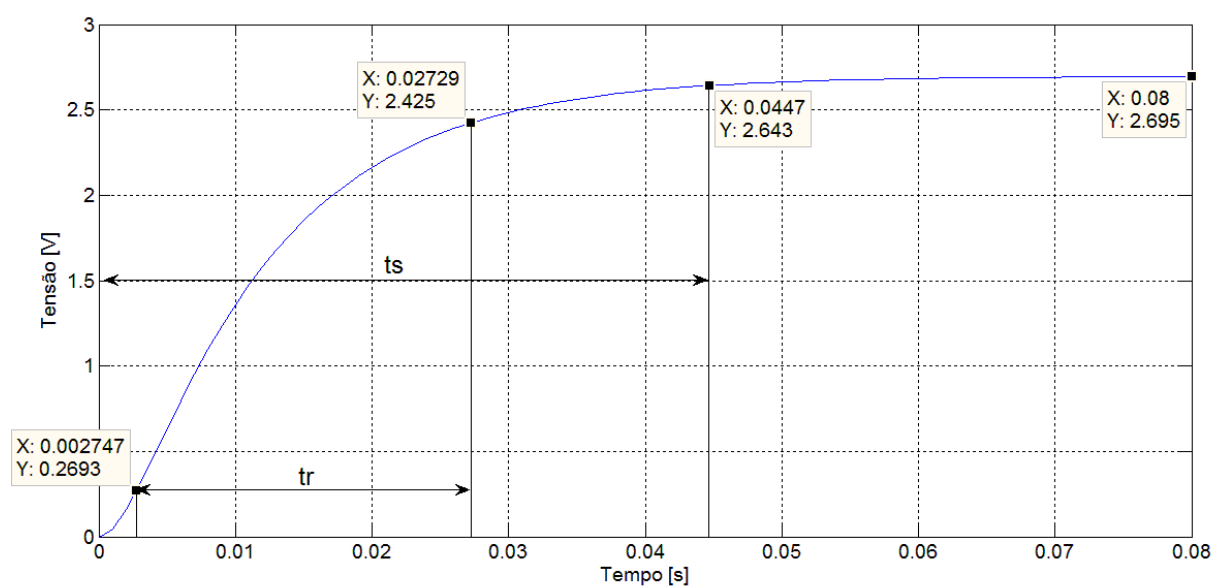


Figura 3.5: Resposta ao degrau unitário - Motor de corrente contínua com tacogerador

Tabela 3.2: Comparativo resposta ao degrau - Efeito do tacogerador

Especificação	Com tacogerador	Sem tacogerador
Tempo de subida [s]	0,0246	0,0246
Tempo de acomodação [s]	0,0447	0,0447
Acomodação mínima	2,4278 V	15,9286 rad/s
Acomodação máxima	2,6954 V	17,6840 rad/s
Pico	2,6954 V	17,6840 rad/s
Tempo para atingir pico [s]	0,0856	0,0856

Analisando a tabela 3.2, verifica-se que a resposta em regime permanente para o caso com o tacogerador acoplado ao eixo do motor produz uma tensão de 2,6954 V, diferindo da referência (degrau unitário), caracterizando assim um ganho no sistema da figura 3.3. Como almeja-se valor em regime de 1 V, o ganho do tacogerador, K_{tg} , necessita ser conformado por uma atenuação $K_{conf} = 1/2,6954 = 0,371$.

3.2 Modelagem matemática do processo SOPDT

Os modelos de segunda ordem com atraso de transporte (SOPDT) são modelos que são representados pela equação (3.11).

$$G(s) = \frac{K e^{-Ls}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (3.11)$$

Em que K representa o ganho estático, L o tempo de atraso de transporte e T_1 e T_2 são as constantes de tempo do processo.

Sistemas de controle de processos tais como tanques acoplados, sistemas de pressurização e posicionamento são exemplos característicos de plantas que podem ser bem aproximadas por modelos SOPDT. (Cologni, 2008)

Em Hang et al (2002) é apresentado o modelo da equação (3.12) para avaliação numérica.

$$G(s) = \frac{0,57 e^{-18,7s}}{(8,6s + 1)(8,6s + 1)} \quad (3.12)$$

Esta planta não é oscilatória, possui longo atraso de tempo (18,7 segundos), é de baixa ordem (2ª ordem) e apresenta resposta monotônica.

Com esta explicação, verifica-se no *MATLAB* a resposta dinâmica do modelo SOPDT em malha aberta, para uma saída genérica que após incidir em um transdutor apropriado é transformada num sinal elétrico, especificamente em volts. É aplicado, no modelo (3.12), um degrau unitário de 1 V na entrada e a resposta é vista na figura 3.6 também em volts. Na

tabela 3.3 evidencia-se as especificações de desempenho das características dinâmicas em malha aberta.

Tabela 3.3: Características dinâmicas do processo SOPDT em malha aberta

Especificação	SOPDT
Tempo de subida [s]	28,8810
Tempo de acomodação [s]	68,8724
Acomodação mínima [V]	0,5137
Acomodação máxima [V]	0,5700
Tempo para atingir pico [s]	213,4681
K [V]	0,5700
L [s]	18,7000
T ₁ [s]	8,6000
T ₂ [s]	8,6000

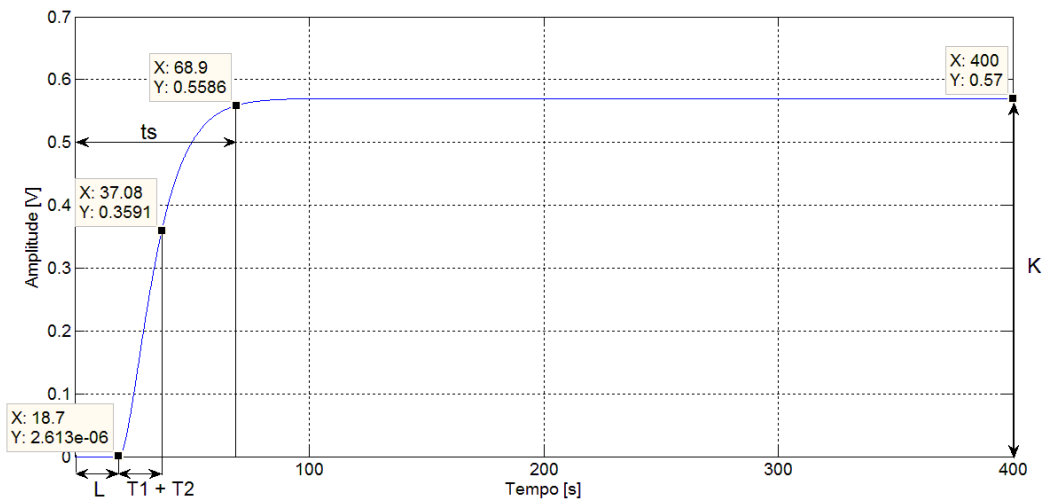


Figura 3.6: Resposta ao degrau unitário - Planta SOPDT

4 Métodos de sintonia

O maior problema com os controladores PID é a sintonia apropriada dos parâmetros necessários para se produzir uma resposta adequada da variável controlada que atenda aos objetivos de controle. Habitualmente a sintonia é realizada de forma manual por meio de gráficos da resposta do processo, como exposto por Ziegler e Nichols (1942), que se baseou na determinação de características dinâmicas de diversos processos industriais que culminaram nas definições dos ganhos dos controladores que foram devidamente tabelados (Åström & Hägglund, 1995). Outra forma muito utilizada era ligar o sistema em modo manual e ir ajustando os parâmetros na medida que a saída fosse se aproximando da saída esperada, porém esta técnica requer muita experiência do operador e demanda muito tempo para o ajuste preciso dos ganhos. (Thimotio, 2005)

Para o projeto de controladores, o mesmo deve satisfazer as especificações de desempenho definidas por quem desenvolve o projeto. As especificações de desempenho podem ser estudadas em termos da resposta transitória à entrada degrau de excitação, como estudado na seção 2.3.

O erro, entrada do controlador da figura 2.1, está relacionado à perda de eficiência do processo, pois dada a referência, para a qual se estabelece a saída desejada, o erro indica o quão afastado do desejado o sistema se encontra.

A simulação computacional surge da necessidade de investigar o comportamento do sistema de controle a entrada de referência, na presença de distúrbios externos incidentes e também sua rejeição a estas perturbações.

A seguir serão abordados os métodos de sintonia de controladores PID, para os dois processos estudados no capítulo 3; consistindo em índices de desempenho de erro e regras de Ziegler-Nichols e variações.

4.1 Otimização de Sistemas via critérios de erro

O problema da sintonia ótima dos parâmetros do controlador PID pode ser considerado como um problema que pode ser enunciado da seguinte forma:

"Definido um índice de desempenho para o sistema a ser controlado, determinar os ganhos do controlador PID de maneira que, dentro do intervalo de tempo especificado, a resposta do sistema de controle composto pelo processo e o controlador minimize o índice $J(K_p, K_i, K_d)$ ". (Thimotio, 2005)

Esta definição pode ser escrita matematicamente como:

$$\text{Minimização}\{J(K_p, K_i, K_d)\} \quad (4.1)$$

$$J(K_p, K_i, K_d) = I_k(e(t)) \quad (4.2)$$

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (4.3)$$

$$y(t) = u(e(t))G(t) \quad (4.4)$$

O tempo é definido como real e positivo, I_k é um índice de desempenho estabelecido, $r(t)$ é a referência, correspondendo ao *set-point*, $y(t)$ é a resposta da planta à entrada de referência, $u(e(t))$ é a saída do controlador PID em função do erro $e(t)$ no instante t e $G(t)$ é o modelo do processo.

A sintonia dos parâmetros de controladores PID via otimização on-line é uma questão ainda pouco explorada, uma vez que os métodos clássicos de sintonia proporcionam resultados satisfatórios quanto à resposta dos sistemas.

A função de avaliação J é um índice de desempenho, com J real e positivo, que define o quão próximo do ótimo um sistema se encontra.

Um critério de erro é um número que indica a qualidade do desempenho do sistema. Um sistema de controle é declarado ótimo se os valores dos parâmetros do controlador são escolhidos de forma a minimizar ou maximizar o índice de desempenho escolhido.

O índice de desempenho deve apresentar seletividade, isto é, um ajuste ótimo deve ser claramente distinguido de um ajuste não ótimo. Complementarmente, um índice de desempenho deve conceder um único número positivo ou nulo, com o último sendo obtido se e apenas se a medida do desvio é identicamente nula. Para ser útil, um índice deve ser uma função dos parâmetros do sistema e deve possuir pelo menos um ponto ótimo, seja de máximo ou de mínimo. Por fim, para ser prático, um índice deve ser computado com facilidade, experimentalmente ou analiticamente. (Ogata, 1993).

Os critérios mais amplamente utilizados são os índices de desempenho dados pela integral de alguma função ou função ponderada do desvio da saída em relação à entrada de referência, ou seja a função erro.

A menos do caso limite, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$, os índices de desempenho resultarão em números finitos (Ogata, 1993).

A seguir serão explanados quatro índices de desempenho de erro propostos em Ogata, 1993.

4.1.1 Integral do erro quadrático (ISE)

O critério ISE é frequentemente utilizado devido à facilidade de ser computado tanto analiticamente quanto experimentalmente. Uma característica deste índice é que ele proporciona grandes ponderações para erros grandes e pequenas ponderações para erros

pequenos. Apesar disto, este índice apresenta pouca seletividade, pois variações nos parâmetros do controlador PID correspondem a pequenas variações no índice ISE, podendo o sistema sintonizado por este método não ser ótimo. Um sistema projetado utilizando este critério tende a apresentar uma rápida resposta, mas com baixa estabilidade relativa, apresentando oscilações. O critério ISE é definido matematicamente como:

$$J_{ISE} = \int_0^T e^2(t) dt \quad (4.5)$$

O limite superior da integral, tempo T , é definido como um tempo suficientemente grande, abrangendo tanto o período transitório como um período em regime permanente da resposta $y(t)$.

4.1.2 Integral do erro absoluto (IAE)

O critério IAE considera o módulo do erro, sendo amplamente utilizado em simulações, por ser de fácil implementação e entendimento. Um sistema ótimo projetado com este critério é um sistema que tem um amortecimento razoável, isto é, uma resposta com sobressinal mas não demasiadamente oscilatória e uma característica de resposta transitória satisfatória, mas não apresenta muita seletividade quanto a variações dos parâmetros do controlador PID. Matematicamente define-se o critério IAE da seguinte forma:

$$J_{IAE} = \int_0^T |e(t)| dt \quad (4.6)$$

4.1.3 Integral do erro quadrático multiplicado pelo tempo (ITSE)

Na resposta ao degrau unitário do sistema, este critério pondera um erro inicial grande com peso baixo, ao passo que erros que ocorrem mais tarde na resposta transitória são bastante penalizados. Este critério exibe melhor seletividade do que o critério ISE na identificação dos parâmetros do controlador PID. Define-se o critério ITSE como:

$$J_{ITSE} = \int_0^T t e^2(t) dt \quad (4.7)$$

4.1.4 Integral do erro absoluto multiplicado pelo tempo (ITAE)

Para este critério o erro absoluto é ponderado pelo tempo, implicando que para um erro inicial grande em uma resposta ao degrau unitário há uma pequena ponderação, enquanto que para erros que ocorrem mais tarde na resposta transitória há uma grande ponderação. A característica de um sistema desenvolvido por meio deste critério é que o

sobressinal na resposta transitória é pequeno e oscilações são bem amortecidas. Este critério apresenta boa seletividade na identificação dos parâmetros do controlador PID e constitui uma melhora sobre o critério IAE. Matematicamente o critério ITAE é assim definido:

$$J_{ITAE} = \int_0^T t|e(t)|dt \quad (4.8)$$

Os índices de desempenho de erro (equações de 4.5 a 4.8) serão calculadas por meio da função *fminsearch* que é parte do *Optimization Toolbox* do software *MATLAB*. Nela é explorado um método de otimização que encontra o mínimo de uma função escalar de várias variáveis a partir de uma estimativa inicial. A declaração da função é a que segue:

[x, fval] = fminsearch (fun, x0, options)

Onde, *fun* é a função a ser minimizada, *x0* é um vetor que contém as estimativas iniciais, *options* são opções de personalização da função *fminsearch*, tais como disponibilização das iterações, definição do critério de convergência e número máximo de iterações, *x* é o mínimo da função e *fval* é o valor da função neste ponto ótimo, o qual tem que atingir o mínimo valor possível.

O método de otimização *fminsearch* utiliza um método de procura simplex, sendo este um método de procura direto e que não utiliza gradientes numéricos ou analíticos. Uma explicação acerca do processo de convergência do algoritmo é apresentado no apêndice A.

4.2 Método de Ziegler-Nichols

Em 1942, o engenheiro químico John G. Ziegler e o matemático Nathaniel B. Nichols desenvolveram dois métodos de sintonia de controladores PID baseados na determinação de algumas características de determinados processos tanto em malha aberta (1º método) como em malha fechada (2º método). Os parâmetros do controlador (K_p , T_i e T_d) foram então escritos em função de tais características por meio de expressões matemáticas simples. Suas regras de sintonia objetivavam obter um sobressinal máximo de 25%.

A motivação em apresentar estes métodos neste trabalho deve-se ao fato de que Ziegler e Nichols foram pioneiros no desenvolvimento de métodos empíricos para projeto e sintonia de controladores PID, contribuindo para a consolidação e confiabilidade do controle PID na indústria, além de serem a base para os métodos de sintonia propostos por Åström e Hägglund.

4.2.1 Primeiro Método de Ziegler-Nichols: Resposta ao degrau

O primeiro método apresentado por Ziegler e Nichols é baseado na resposta ao degrau de um sistema estável e com saída da planta em forma de "S" em malha aberta e é caracterizado por dois parâmetros, os quais são determinados como mostrado na figura 4.1.

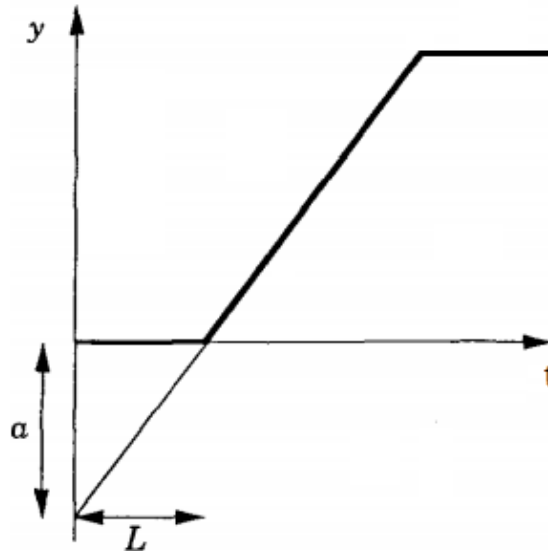


Figura 4.1: Curva de resposta ao degrau e parâmetros
Fonte: Åström & Hägglund, 1995, p. 135

O ponto em que a inclinação da reta é máximo é primeiramente determinado e então é traçado uma reta tangente a este ponto. A intersecção da reta tangente ao eixo das abscissas fornece o parâmetro atraso de transporte, L , enquanto que a intersecção com o eixo das ordenadas determina o parâmetro a . O ajuste de um controlador P, PI ou PID proposto por Ziegler e Nichols é dado pela tabela 4.1.

Tabela 4.1: Sintonia de controladores Ziegler e Nichols- Método da resposta ao degrau
Fonte: Ziegler & Nichols, 1942

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$1/a$	-	-
PI	$0,9/a$	$3L$	-
PID	$1,2/a$	$2L$	$L/2$

Este método tende a uma sintonia que oferece razoável rejeição à perturbação de carga e uma resposta temporal subamortecida.

4.2.2 Segundo Método de Ziegler-Nichols: Oscilação crítica

Este método pode ser aplicado para processos instáveis ou oscilantes em malha fechada. Com o processo em malha fechada junto de um controlador proporcional em série varia-se o ganho do controlador de modo que o sistema entre em oscilação sustentada ou permanente. Quando o sistema estiver nesta condição, o valor do ganho do controlador proporcional é chamado ganho crítico, K_u . O período da oscilação é denominado período crítico, T_u . A figura 4.2 explicita a situação em que o sistema é marginalmente estável.

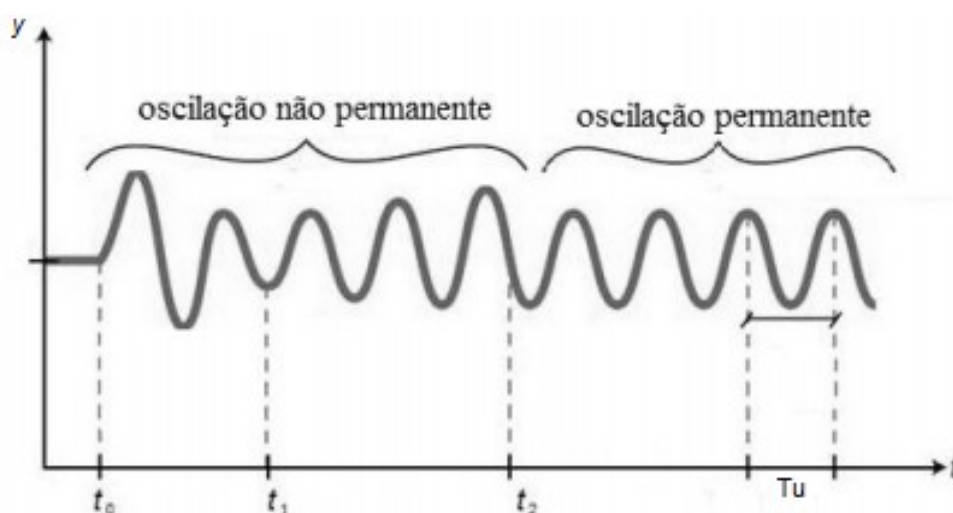


Figura 4.2: Oscilação crítica

Fonte: *PID Tuning Classical*. Disponível em

<<https://controls.engin.umich.edu/wiki/index.php/PIDTuningClassical>> Acesso em 29 de outubro de 2014

Assim, da mesma forma que o método anterior, a tabela 4.2 dispõe o ajuste dos parâmetros proposto por Ziegler e Nichols para um controlador PID em função de K_u e T_u .

Tabela 4.2: Sintonia de controladores Ziegler e Nichols- Método da oscilação crítica

Fonte: Ziegler & Nichols, 1942

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0,5K_u$	-	-
PI	$0,4K_u$	$0,8T_u$	-
PID	$0,6K_u$	$0,5T_u$	$0,125T_u$

O resultado, via de regra, é uma sintonia que oferece razoável rejeição à perturbação e uma resposta ao degrau ligeiramente melhor do que o primeiro método (resposta ao degrau) quando aplicados a um mesmo sistema, uma vez que o sobressinal e o tempo de acomodação são menores.

4.3 Método AMIGO

As regras de sintonia propostas por Ziegler e Nichols têm sido utilizadas por vários anos com intuito de melhorar a aplicação do controle em diversos processos. Entretanto, elas apresentam sérias limitações, visto que são baseadas em informações insuficientes do processo, como também apenas propõem uma boa resposta ao sinal de referência, resultando em sintonia pobre em robustez (Åström e Häggglund, 2004).

Em (Åström, Panagopoulos e Häggglund, 1998) é apresentado um método de sintonia de controladores PID baseado em técnicas de otimização matemática objetivando o mesmo que Ziegler e Nichols, ou seja, regras de sintonia generalizadas para diversos tipos de processos. O MIGO (*M-constrained Integral Gain Optimization*) é uma abordagem computacional que tem como critério de otimização a maximização do ganho integrativo, equação 2.8, do controlador limitado pela máxima sensibilidade M_s , definida como o máximo da função sensibilidade conforme o aumento da frequência ω , definida para um sistema com controlador $G_c(s)$ e planta $G(s)$.

$$M_s = \max \left| \frac{1}{1 + G_c(j\omega)G(j\omega)} \right|_{\omega} \quad (4.9)$$

Maximizar o ganho integrativo significa encontrar a resposta desejada no menor intervalo de tempo e também garantir maior estabilidade da resposta na presença de distúrbios incidentes no processo.

A máxima sensibilidade é interpretada como sendo simplesmente o inverso da menor distância entre a curva de Nyquist da função de transferência de $G_c(j\omega)G(j\omega)$ e o ponto crítico de instabilidade -1, ou seja, o ponto da curva de Nyquist mais sensível e fácil de ser instabilizado. Esta interpretação é apresentada na figura 4.3.

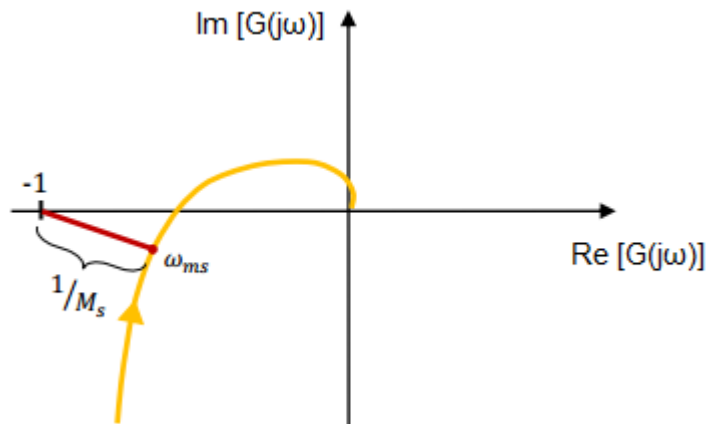


Figura 4.3: Definição da máxima sensibilidade
Fonte: Michel, 2010, p. 49

Valores típicos de M_s variam entre 1,2 e 2, sendo 1,2 para um sistema mais robusta, no sentido de que variações paramétricas da planta não causarão mudanças na saída $y(t)$, e

2 para um sistema mais sensível, no sentido de sensível a incertezas, ou seja, a qualidade do modelo utilizado.

O parâmetro M_s possui relação com duas medidas clássicas de estabilidade, margem de ganho (g_m) e margem de fase (φ_m), sendo dada por:

$$g_m > \frac{M_s}{M_s - 1} \quad (4.10)$$

$$\varphi_m > 2 \sin^{-1} \frac{1}{2M_s} \quad (4.11)$$

Assim, (Åström e Hägglund, 2004) desenvolveram uma aplicação do método MIGO em uma série de ensaios para diversos processos industriais, cujos parâmetros foram variados a fim de se obter um número considerável de condições diferentes para o teste. A partir dos resultados observados, realiza-se uma tentativa de se correlacionar as variações dos parâmetros obtidos em cada condição, originando a regra de sintonia aproximada denominada AMIGO (*Approximate MIGO*).

A sintonia AMIGO obtida para o PID da equação (2.10) e uma sensibilidade máxima $M_s = 1,4$, isto é, uma sintonia robusta, é :

$$K_p = \frac{1}{K} \left(0,2 + 0,45 \frac{T}{L} \right) \quad (4.12)$$

$$T_i = L \frac{0,4L + 0,8T}{L + 0,1T} \quad (4.13)$$

$$T_d = \frac{0,5LT}{T + 0,3L} \quad (4.14)$$

$$b = \begin{cases} 0 & \text{para } \tau \leq 0,5 \\ 1 & \text{para } \tau > 0,5 \end{cases} \quad (4.15)$$

onde

$$\tau = \frac{L}{L + T} \quad (4.16)$$

que representa o tempo de atraso relativo.

As variáveis ganho estático, K , e constante de tempo aparente, T , são parâmetros auxiliares do método da resposta ao degrau de Ziegler e Nichols, a determinação destes é apresentada na figura 4.4.

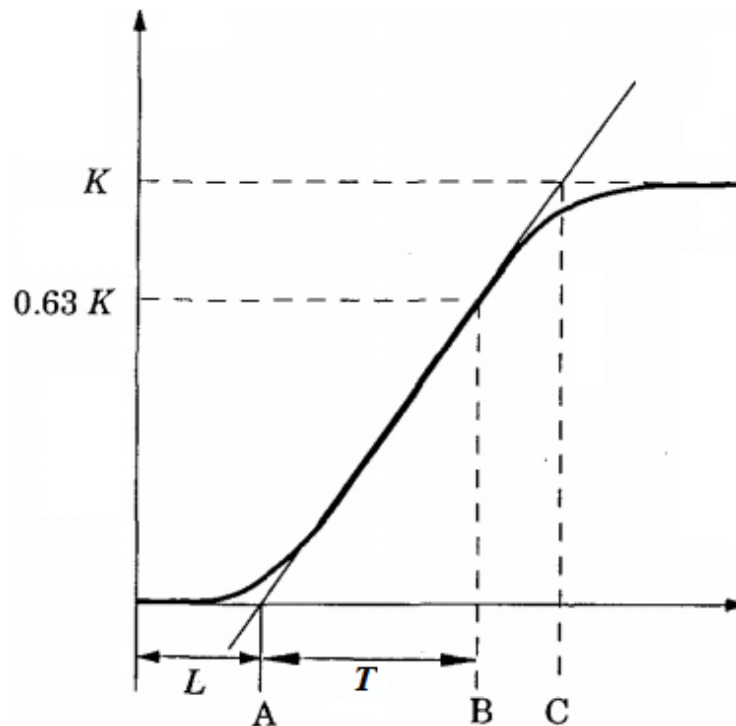


Figura 4.4: Curva de resposta ao degrau - parâmetros K e T
 Fonte: Åström & Hägglund, 1995, p. 17

O ganho estático é determinado pelo valor final da resposta do sistema em regime permanente. A constante de tempo aparente é determinada pela distância AB , sendo que o ponto B é quando a resposta atinge 63% do valor em regime permanente. Usar a distância AB representa melhores resultados do que quando considera-se T igual a distância AC , pois este último geralmente proporciona valores demasiadamente altos para T .

4.4 Método Kappa-Tau

Como explicitado no método AMIGO, as sintonias dos parâmetros do PID propostas por Ziegler e Nichols possuem algumas deficiências, desta forma, em (Åström e Hägglund, 1995) é proposto regras de sintonia para controladores PID baseadas no 1º (Tau) e no 2º (Kappa) método de Ziegler-Nichols. Como na sintonia AMIGO, aplica-se um método de projeto confiável, aqui a sintonia é feita por dominância de polos ao invés do MIGO, com as características desejadas ($M_s = 1,4$ e $M_s = 2$) a uma grande série de ensaios com diversos processos industriais. Então correlaciona-se os parâmetros obtidos para o controlador PID com os parâmetros da resposta, do 1º (a , K , L e T) e 2º (K_u e T_u) método de Ziegler-Nichols, dos processos testados na série de ensaios.

Para estes métodos, Kappa e Tau, a sensibilidade máxima, M_s , é um parâmetro de sintonia, o qual admite interpretá-lo como uma medida de estabilidade, já que este informa o quanto pode-se alterar o processo sem provocar instabilidade.

Este método fornece os parâmetros para o controlador PID da figura 2.6, portanto, além dos parâmetros K_p , T_i e T_d provê em adição o parâmetro ponderação da referência, b .

4.4.1 Método da resposta ao degrau - Tau

Este método é baseado no primeiro método proposto por Ziegler e Nichols, sendo possível obter melhorias comparando com o método original ao custo de um aumento modesto na complexidade, cálculo de uma função exponencial, na determinação dos parâmetros do PID.

Este procedimento é válido para processos estáveis, sendo necessário a utilização do tempo de atraso relativo τ (Tau), visto na equação 4.16.

O método é desenvolvido computando os parâmetros do controlador para diferentes processos de uma série de ensaios, após traça-se os gráficos dos parâmetros normalizados do controlador em função do tempo de atraso relativo, τ . Os pontos do gráfico se ajustam a uma função $f(\tau)$ da forma :

$$f(\tau) = a_0 e^{a_1 \tau + a_2 \tau^2} \quad (4.17)$$

esta função $f(\tau)$ caracteriza os parâmetros normalizados do controlador:

$$f(\tau) = aK_p = T_i/L = T_i/T = T_d/L = T_d/T = b \quad (4.18)$$

Na figura 4.5 observa-se os parâmetros normalizados do controlador no eixo das ordenadas e o tempo de atraso relativo, τ , no eixo das abscissas, nesta figura, 'x' corresponde a $M_s = 2$ e 'o' corresponde a $M_s = 1,4$ e a linha tracejada corresponde ao primeiro método de sintonia de Ziegler e Nichols.

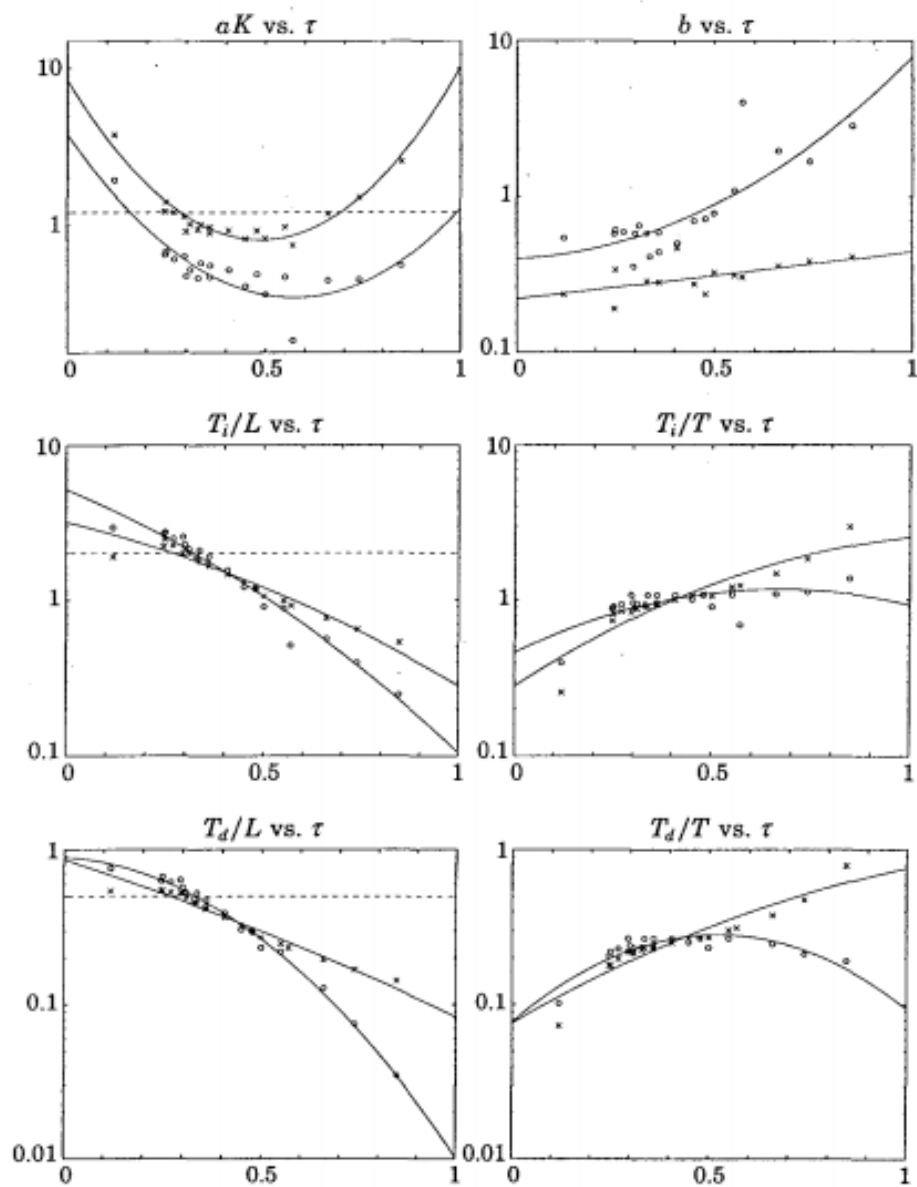


Figura 4.5: Diagramas de sintonia de controladores PID - Método Tau
 Fonte: Åström & Hägglund, 1995, p. 209

A tabela 4.3 apresenta os parâmetros da função $f(\tau)$, da equação 4.17, para os parâmetros normalizados do controlador.

Tabela 4.3: Coeficientes da equação $f(\tau)$ - Método Tau
 Fonte: Åström & Hägglund, 1995, p. 210

	$M_s = 1,4$			$M_s = 2$		
	a_0	a_1	a_2	a_0	a_1	a_2
aK_p	3,8	-8,4	7,3	8,4	-9,6	9,8
T_i/L	5,2	-2,5	-1,4	3,2	-1,5	-0,93
T_i/T	0,46	2,8	-2,1	0,28	3,8	-1,6
T_d/L	0,89	-0,37	-4,1	0,86	-1,9	-1,44
T_d/T	0,077	5	-4,8	0,076	3,4	-1,1
b	0,40	0,18	2,8	0,22	0,65	0,051

4.4.2 Método da oscilação crítica - Kappa

A regra de sintonia baseada na oscilação crítica é desenvolvida com base no segundo método proposto por Ziegler e Nichols. O processo é caracterizado pelo ganho crítico, K_u , período crítico, T_u , e a razão de ganho, $\kappa = 1/KK_u$, sendo K o ganho estático do processo. Os parâmetros do controlador são normalizados como K_p/K_u , T_i/T_u e T_d/T_u . A regra de sintonia é obtida da mesma forma que no método Tau (para dois valores distintos de máxima sensibilidade, 1,4 e 2). A figura 4.6 dispõe os parâmetros normalizados em função de κ , enquanto que a tabela 4.4 mostra os coeficientes a_0 , a_1 e a_2 da função 4.18, agora em função de Kappa ao invés de Tau, ajustado aos pontos da figura 4.6.

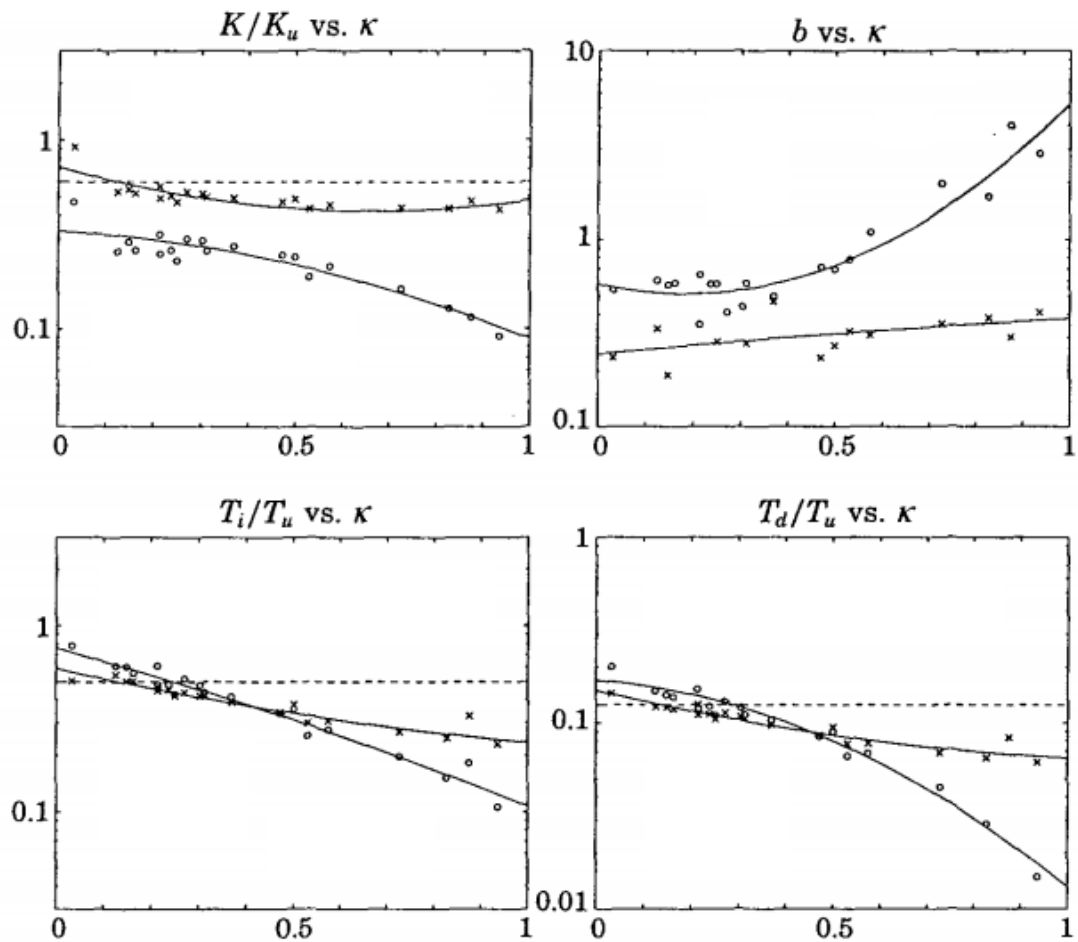


Figura 4.6: Diagramas de sintonia de controladores PID - Método Kappa
 Fonte: Åström & Hägglund, 1995, p. 216

Tabela 4.4: Coeficientes da equação $f(\kappa)$ - Método Kappa

Fonte: Åström & Hägglund, 1995, p. 217

	$M_s = 1,4$			$M_s = 2$		
	a_0	a_1	a_2	a_0	a_1	a_2
K_p/K_u	0,33	-0,31	-1	0,72	-1,6	1,2
T_i/T_u	0,76	-1,6	-0,36	0,59	-1,3	0,38
T_d/T_u	0,17	-0,46	-2,1	0,15	-1,4	0,56
b	0,12	6,9	-6,6	0,56	-2,2	1,2

5 Resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos na resolução dos problemas dos controladores PID.

Para a sintonia foi definida uma melhora da resposta dos processos que se aproximassem dos seguintes critérios de desempenho:

- Erro de regime permanente nulo;
- Sobressinal Máximo, M_p , de 5% ;
- Tempo de acomodação, $t'_s = t_s/2$, onde t_s é o tempo de acomodação do processo em malha aberta e t'_s é o tempo de acomodação dos sistema em malha fechada com o PID.

5.1 Índices de desempenho de erro

A determinação dos parâmetros do controlador PID via índices de desempenho de erro depende de uma solução inicial factível. Assim, inicialmente, utiliza-se uma ferramenta para a sintonia do controle de um sistema do tipo monovariável (SISO)², acessada pelo comando *rltool* (*Root Locus Tool*) que é baseada na técnica do lugar das raízes.

Com esta ferramenta é possível carregar a função de transferência dos blocos dos sistemas diretamente na área de trabalho do *MATLAB* bem como sintonizar o PID para os requisitos do projeto através da alocação de polos e zeros. Pela ação integrativa, o polo do PID se localiza em zero.

Os índices de desempenho desejados t'_s e M_p podem ser definidos na ferramenta para que se tenha maior facilidade na obtenção da região em que se obtenha tais valores, como dispõe a figura 5.1, com a região em amarelo atendendo aos requisitos de t'_s e M_p . A região a direita da reta $x = -175$ atende ao requisito relacionado ao tempo de acomodação.

Obteve-se a seguinte função de transferência para o controlador PID:

$$G_c(s) = 818.25 \frac{(1 + 0,0037s)(1 + 0,0024s)}{s} \quad (5.1)$$

Assim, foram encontrados os parâmetros do controlador:

$$K_p = 4,991325$$

$$T_i = 0,0061 \text{ s}$$

$$T_d = 1,4557 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

² do inglês: *Single Input Single Output*

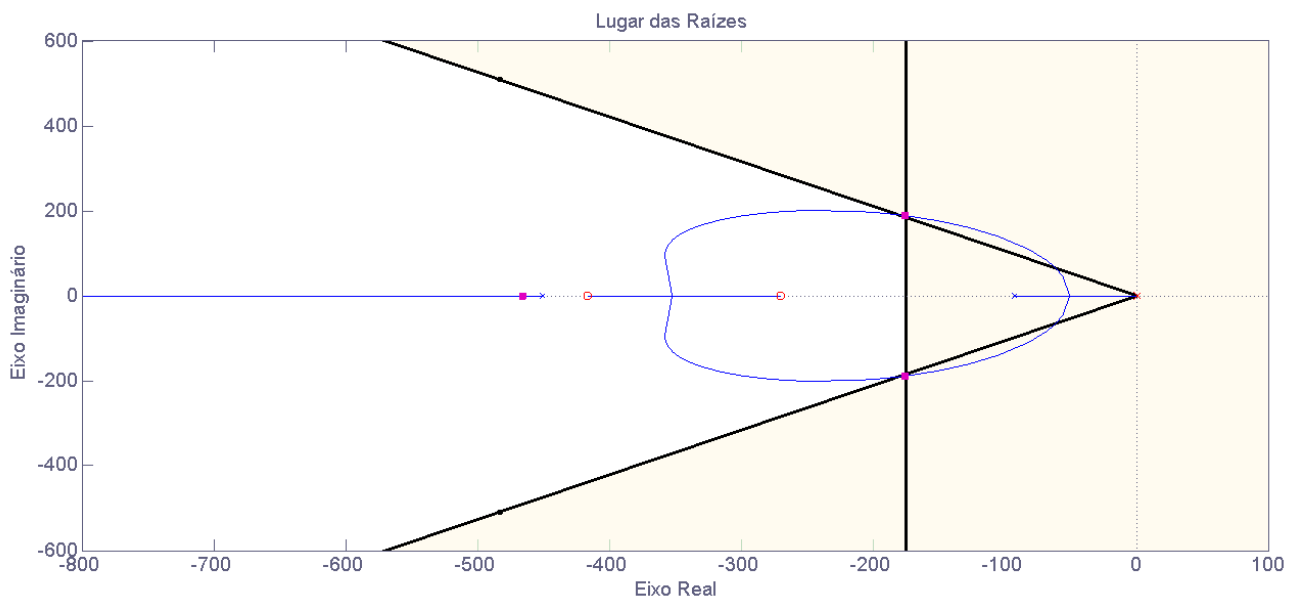


Figura 5.1: Ferramenta *rltool*

O sistema a ser controlado com PID está disposto na figura 5.2

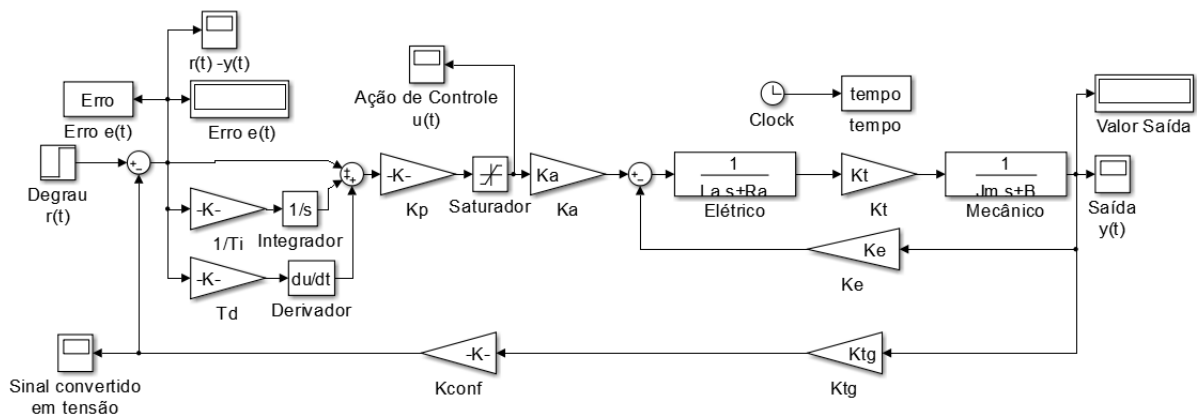
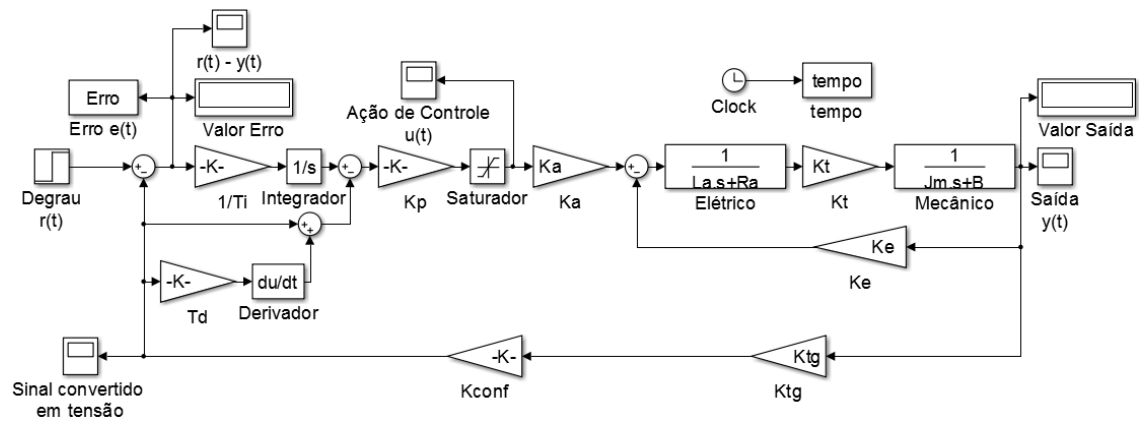


Figura 5.2: Diagrama de blocos para simulação: PID

O elemento não linear do tipo saturação, entre 0 e 10V, na saída do controlador tem como função limitar a entrada do módulo PWM a no máximo 10V. A adição de um elemento saturador é interessante para observar que o sistema responde de forma incorreta quando a tensão na entrada do PWM ultrapasse o limite estabelecido. A presença do saturador reproduz as limitações de funcionamento do sistema de controle, relacionadas a alimentação do motor e ao funcionamento do PWM.

O sistema a ser controlado com o controlador I-PD da figura 2.7, está disposto na figura 5.3.



5.3: Diagrama de blocos para simulação: I-PD

Nos próximos subitens serão analisados os resultados para o controlador PID e I-PD, nas estruturas de controle das figuras 5.2 e 5.3, para os índices de desempenho de erro apresentados na seção 4.1.

5.1.1 Controlador PID - Índice IAE

A resposta ao degrau unitário para o controlador PID sintonizado via índice IAE está na figura 5.4, enquanto que a figura 5.5 exibe a ação de controle do PID.

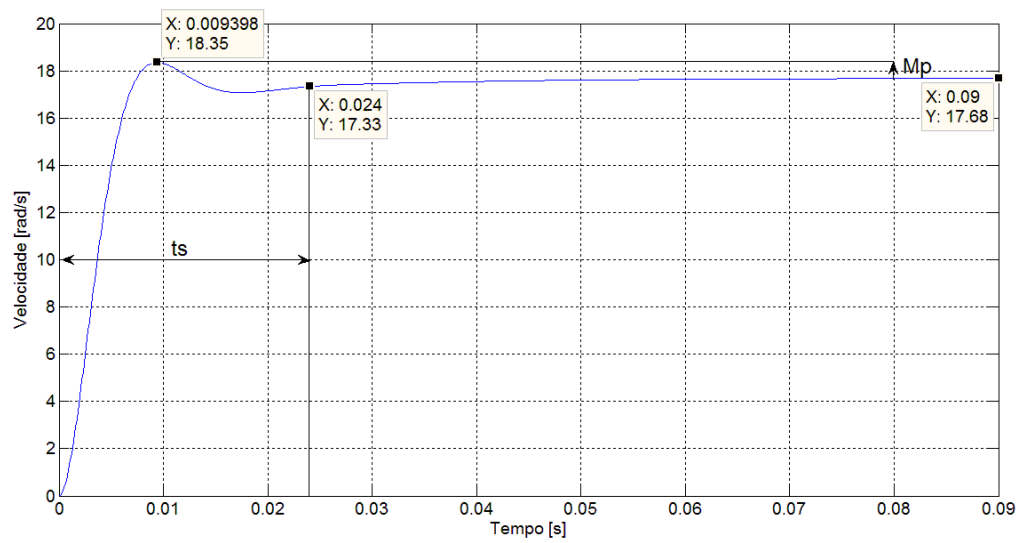


Figura 5.4: Resposta ao degrau - Sintonia do PID pelo critério IAE

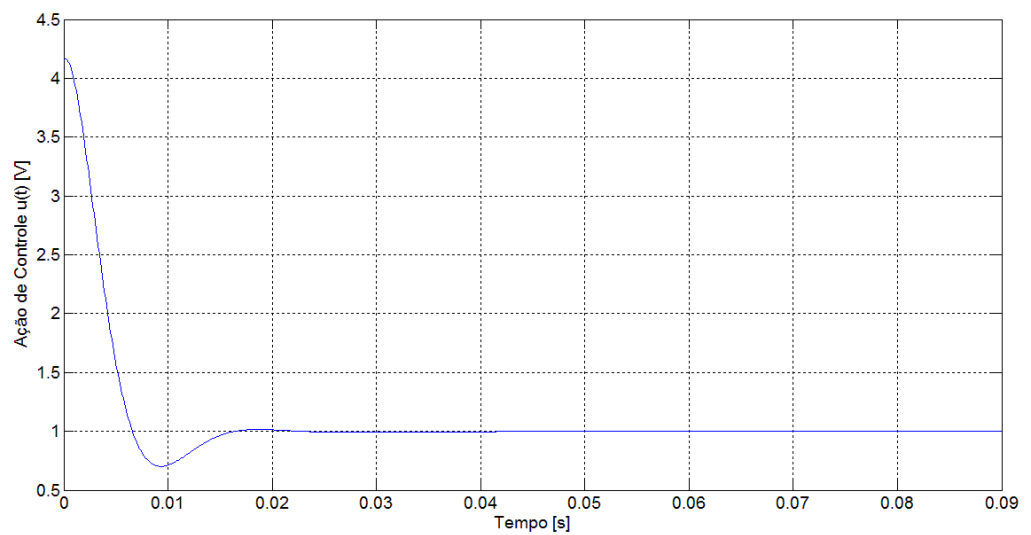


Figura 5.5: Ação de Controle - Sintonia do PID pelo critério IAE

O controlador PID sintonizado pelo critério IAE dispõe uma característica de resposta transitória satisfatória, levando o tempo de acomodação para aproximadamente 54% do valor em malha aberta, conforme a tabela 3.2. Nota-se um sobressinal máximo de 3,79%, percebendo-se uma melhoria neste objetivo de controle.

5.1.2 Controlador PID - Índice ISE

A resposta ao degrau unitário para o controlador PID sintonizado via índice ISE está na figura 5.6 e a figura 5.7 exibe a ação de controle do PID.

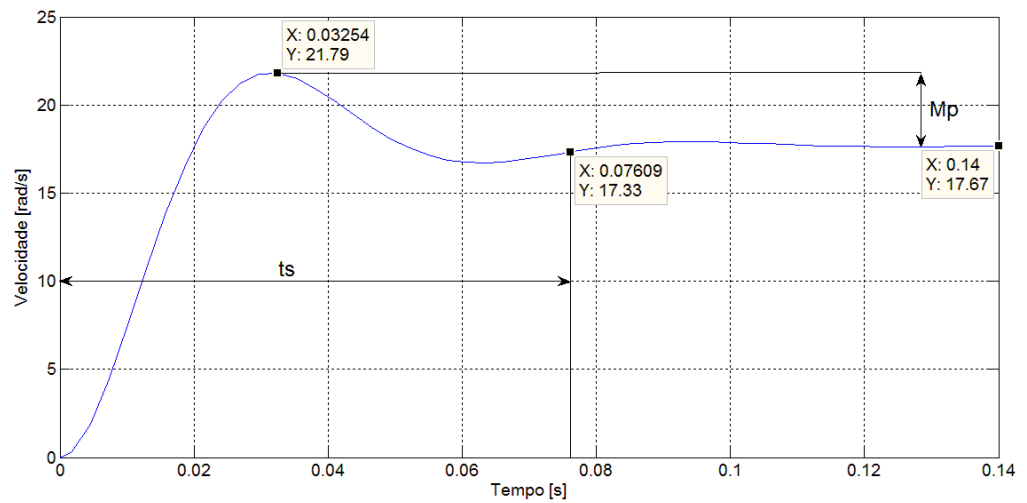


Figura 5.6: Resposta ao degrau - Sintonia do PID pelo critério ISE

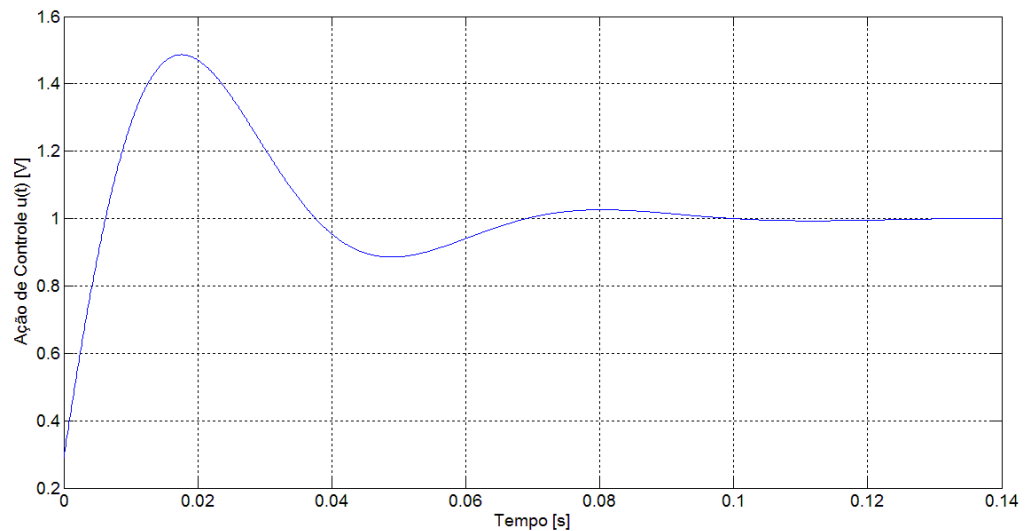


Figura 5.7: Ação de Controle - Sintonia do PID pelo critério ISE

Para este critério não foi possível realizar a simulação com os valores iniciais definidos pelo lugar das raízes, aplicados ao algoritmo da função *fminsearch* do apêndice A, uma vez que a sintonia encontrada pela minimização do índice de desempenho de erro sempre resultava em saturação da ação de controle, sendo portanto não implementável na prática. A solução inicial escolhida para este índice foi escolhida por método empírico, isto é, via tentativa e erro, os parâmetros do PID encontrados como solução inicial do algoritmo foram:

$$K_p = 0,1$$

$$T_i = 0,00333 \text{ s}$$

$$T_d = 1,4557 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

5.1.3 Controlador PID - Índice ITAE

Gráfico da Ação de Controle $u(t)$ [V] versus Tempo [s]. A curva mostra uma ação de controle que começa em 5V, decai rapidamente, atinge um mínimo de aproximadamente 0.8V em 0.012s, e depois se estabiliza em 1V a partir de 0.025s.

46

de 1,47%, percebendo-se uma melhoria nos objetivos de controle especificados neste capítulo.

5.1.4 Controlador PID - Índice ITSE

A resposta ao degrau unitário para o controlador PID sintonizado via índice ITSE está na figura 5.10 e a figura 5.11 exibe a ação de controle do PID.

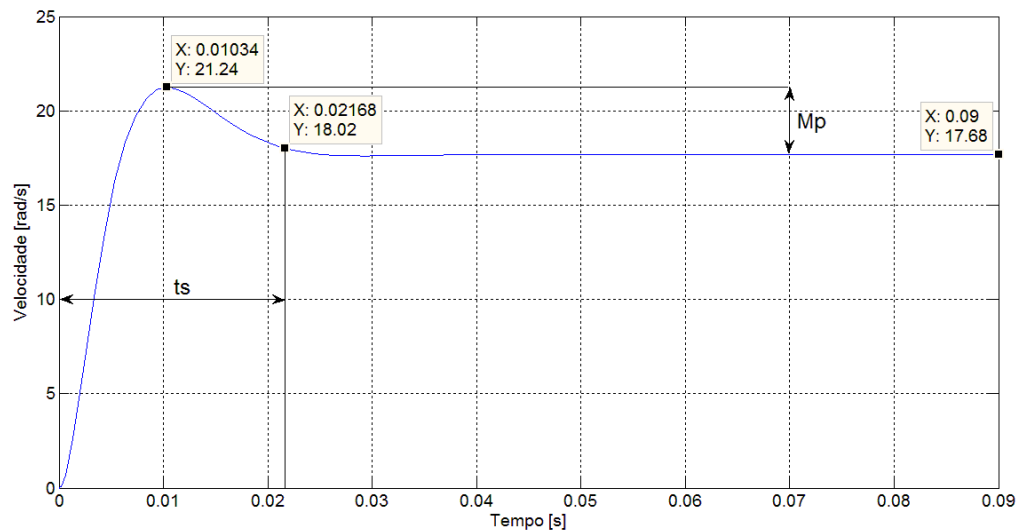


Figura 5.10: Resposta ao degrau - Sintonia do PID pelo critério ITSE

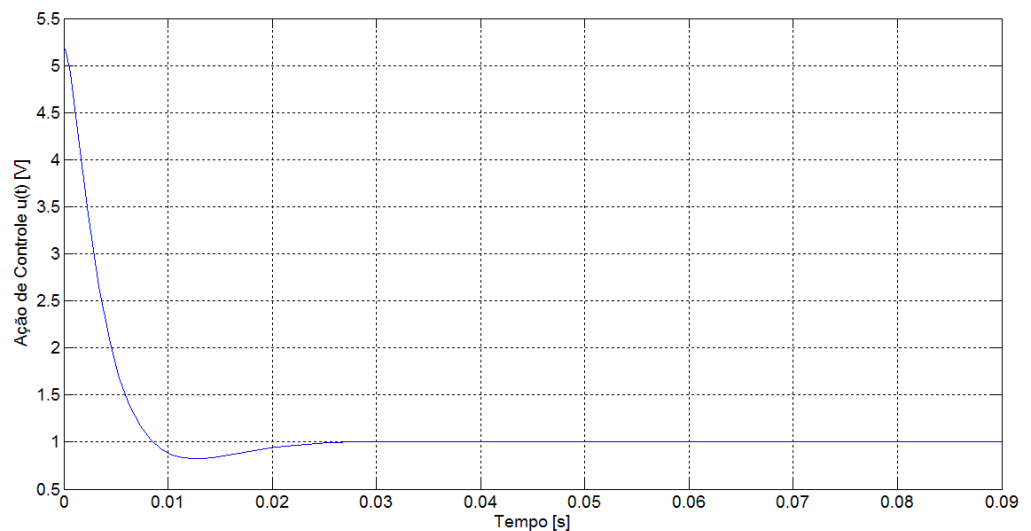


Figura 5.11: Ação de Controle - Sintonia do PID pelo critério ITSE

O critério ITSE propicia resposta rápida com t_s' sendo 21,68 ms, no entanto o sobressinal é de 20,14%.

Observa-se pelas figuras 5.5, 5.7, 5.9 e 5.11 que a ação de controle para os controladores PID projetados pelos critérios de erro não causam saturação no decurso do

funcionamento do sistema da figura 5.2. Portanto, o controlador PID dispõe à entrada do processo apenas a energia necessária ao seu funcionamento.

5.1.5 Controlador PID - Rejeição de perturbações

A figura 5.13 mostra a saída $y(t)$ do sistema controlado com o controlador PID sintonizado pelos critérios de erro, sendo uma perturbação do tipo degrau simulada na entrada do motor de corrente contínua com amplitude unitária, podendo ser interpretada como uma variação de tensão na saída do PWM, aplicada no instante de tempo 0,12 segundos. A saída do controlador é expressa na figura 5.14. O diagrama de blocos em *Simulink* é visto na figura 5.12.

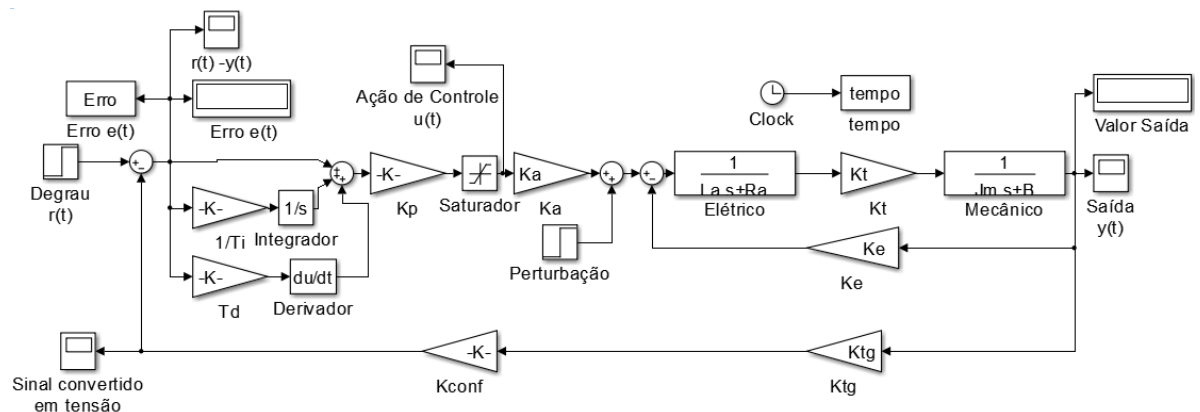


Figura 5.12: Perturbação na saída do controlador PID

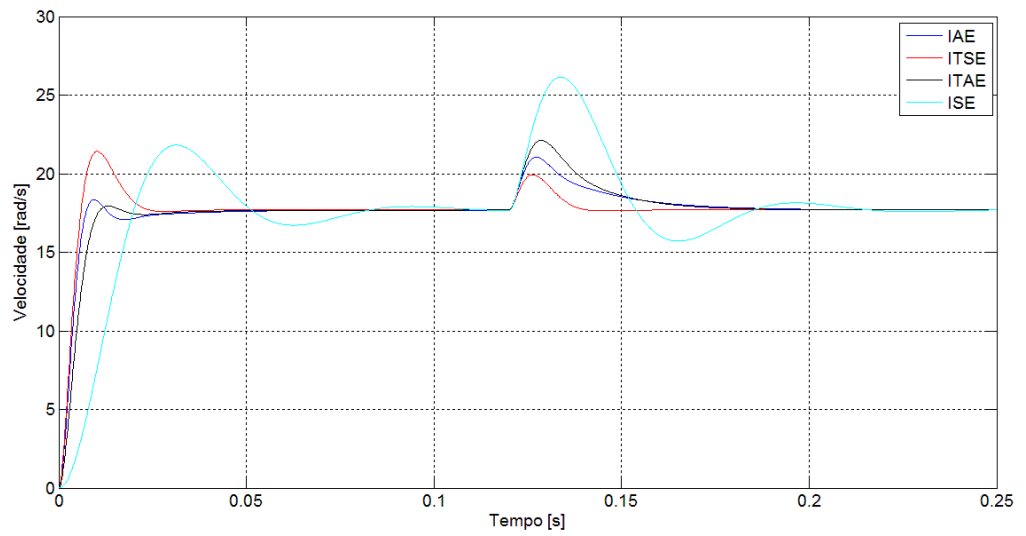


Figura 5.13: Comparação de resposta para diferentes índices de desempenho de erro: PID

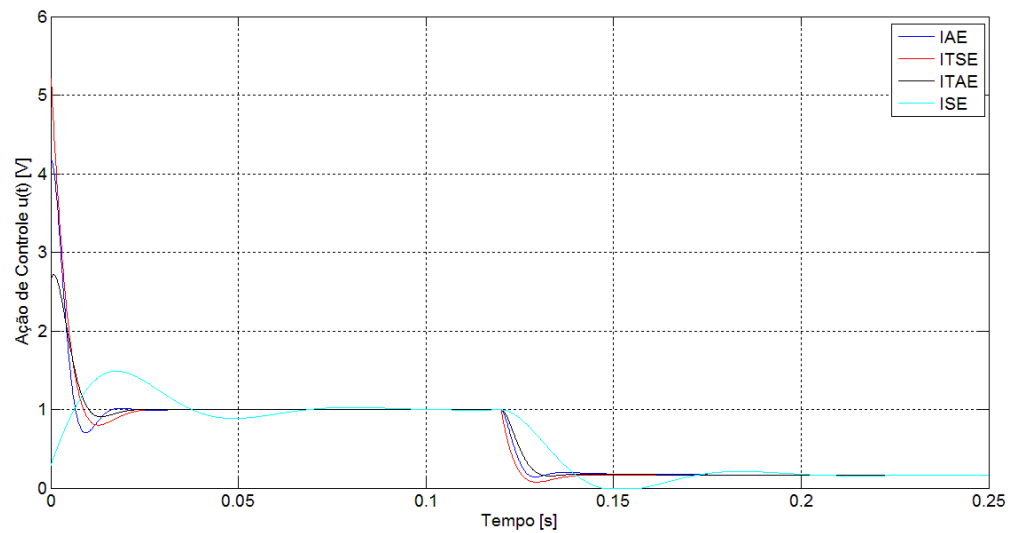


Figura 5.14: Efeito na ação de controle devido a perturbação - PID

Verifica-se na figura 5.13 que a dinâmica dos controladores PID sintonizados via IAE e ITAE são semelhantes quanto a rejeição de perturbação. A melhor resposta para a perturbação inserida é obtida para a sintonia via ITSE, tendo menor sobressinal e um tempo pequeno para a resposta voltar a referência (17,68 rad/s), enquanto o índice ISE apresenta elevado sobressinal e elevado tempo para voltar a referência.

Na figura 5.14 é possível observar que a única ação de controle que satura é aquela calculada para o critério ISE, enquanto que para os outros critérios de erro, a dinâmica com relação a perturbação é semelhante.

Os parâmetros do controlador PID e os índices de desempenho para os diferentes critérios de erro estão na tabela 5.1, sendo t_{sd} o tempo de acomodação após a aplicação do distúrbio.

Tabela 5.1: Índices de desempenho para cada critério de sintonia do PID

	IAE	ISE	ITAE	ITSE
K_p	4,1535	0,2915	2,6423	5,1980
T_i [s]	0,0165	0,00222	0,01284	0,0065
T_d [s]	$2,24 \cdot 10^{-4}$	$-2,91 \cdot 10^{-6}$	$2,61 \cdot 10^{-5}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$
t_s [ms]	24	76,09	10,09	21,68
t_{sd} [ms]	45,8	84	43,07	16,4
M_p [%]	3,79	23,24	1,47	20,14

Devido a presença da ação de controle integrativa, a sintonia por todos os índices de desempenho de erro apresentaram erro nulo em regime permanente. Atenta-se pela tabela 5.1 que o único controlador que atende todos os requisitos de controle propostos no início deste capítulo é o sintonizado pelo critério ITAE, o qual apresenta tempo de acomodação mais de quatro vezes menor do que o mesmo índice em malha aberta e o sobressinal é 3,53% melhor do que o objetivado.

5.1.6 Controlador I-PD - Índice IAE

A resposta ao degrau unitário para o controlador I-PD sintonizado via índice IAE é disposta na figura 5.15 e a figura 5.16 exibe a ação de controle do I-PD.

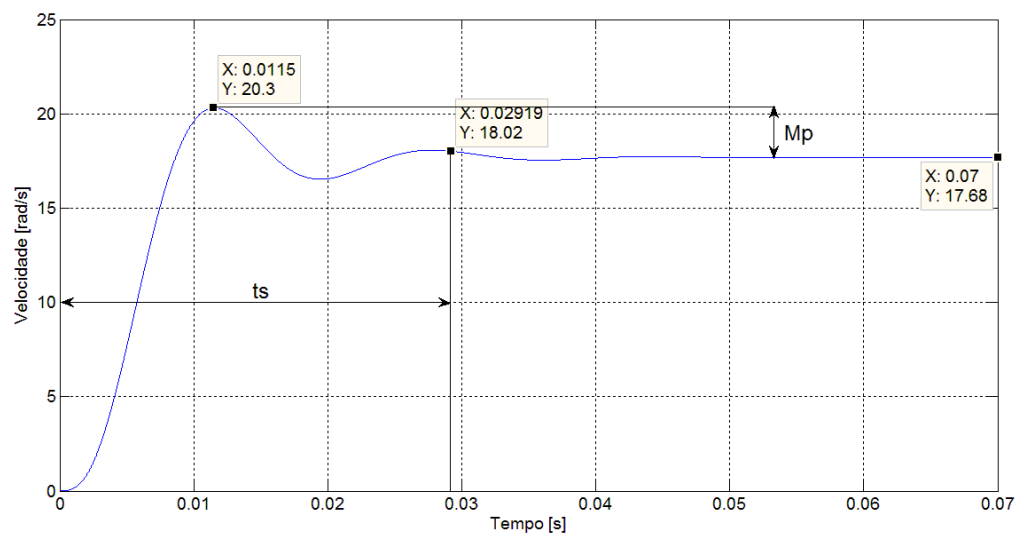


Figura 5.15: Resposta ao degrau - Sintonia do I-PD pelo critério IAE

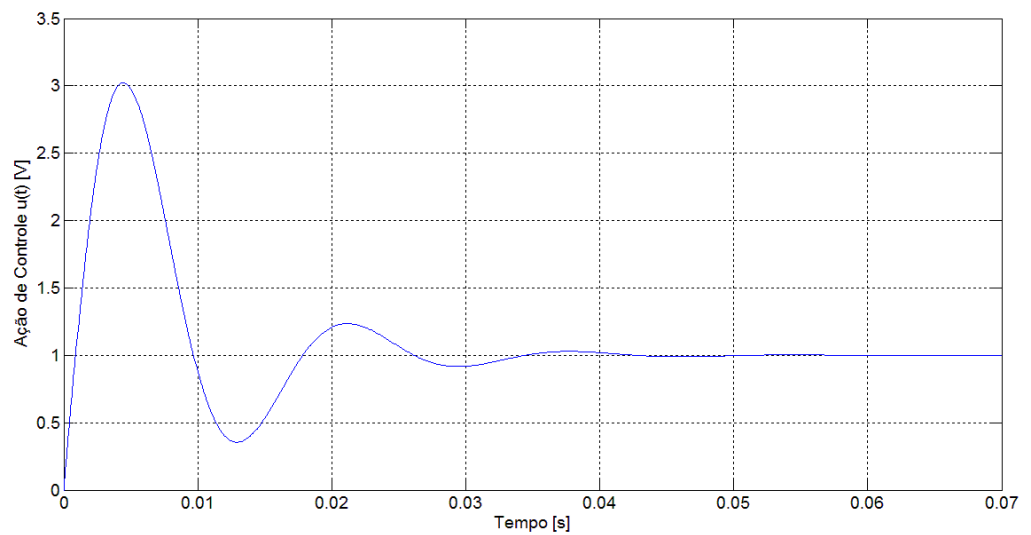


Figura 5.16: Ação de Controle - Sintonia do I-PD pelo critério IAE

Na figura 5.15 observa-se que o controlador I-PD sintonizado pelo critério IAE somente atende ao objetivo de controle erro nulo em regime permanente.

5.1.7 Controlador I-PD - Índice ISE

A resposta ao degrau unitário para o controlador I-PD sintonizado via índice ISE é disposta na figura 5.17 e a figura 5.18 exibe a ação de controle do I-PD.

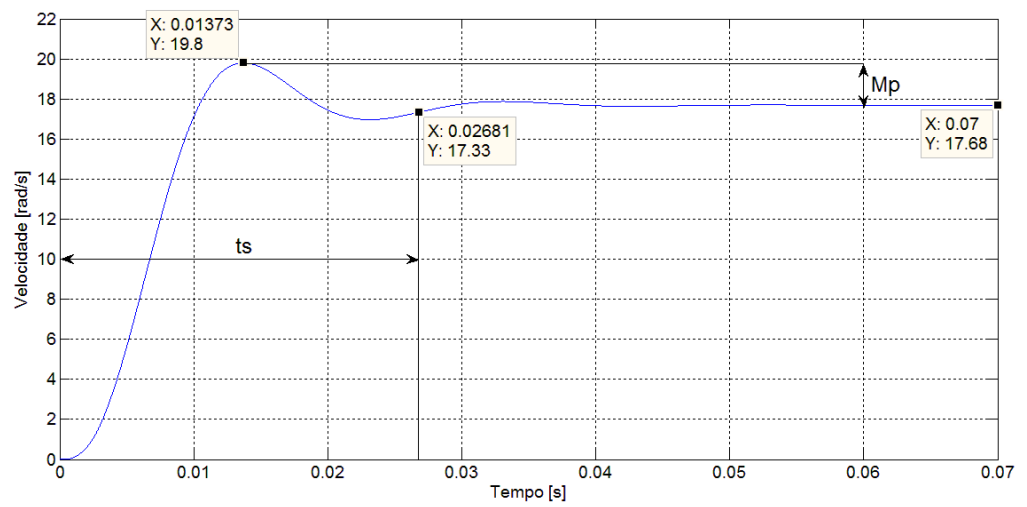


Figura 5.17: Resposta ao degrau - Sintonia do I-PD pelo critério ISE

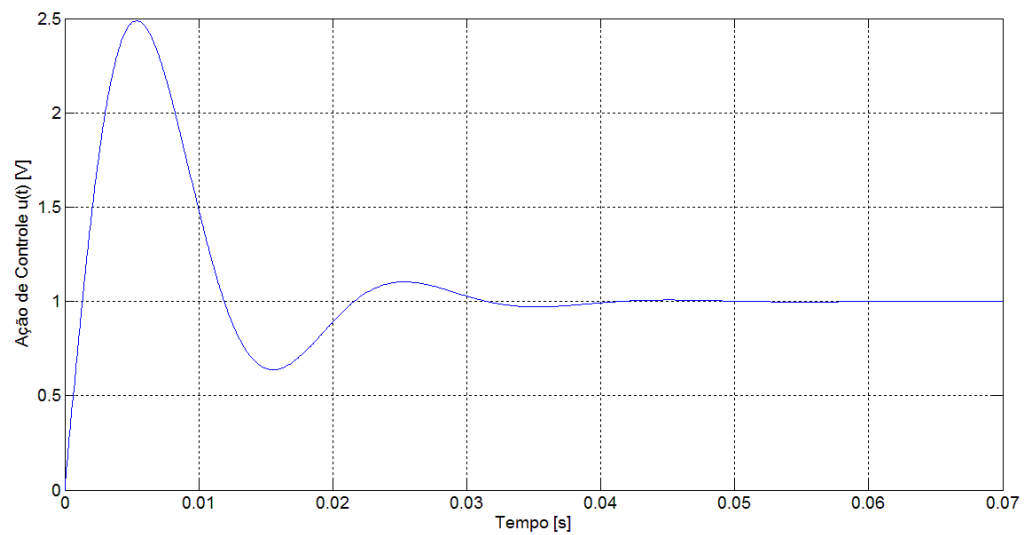


Figura 5.18: Ação de Controle - Sintonia do I-PD pelo critério ISE

Pela resposta ao degrau da figura 5.17 nota-se que o erro em regime permanente é nulo. O tempo de acomodação é um pouco maior (9%) que especificado e o sobressinal mostrou-se fora da especificação.

5.1.8 Controlador I-PD - Índice ITAE

A resposta ao degrau unitário para o controlador I-PD sintonizado via índice ITAE é disposta na figura 5.19 e a figura 5.20 exhibe a ação de controle do I-PD.

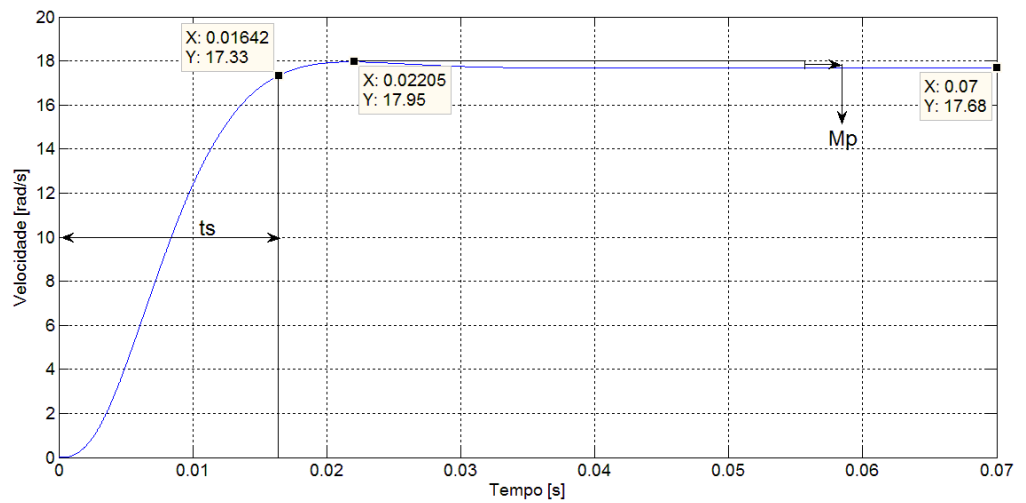


Figura 5.19: Resposta ao degrau - Sintonia do I-PD pelo critério ITAE

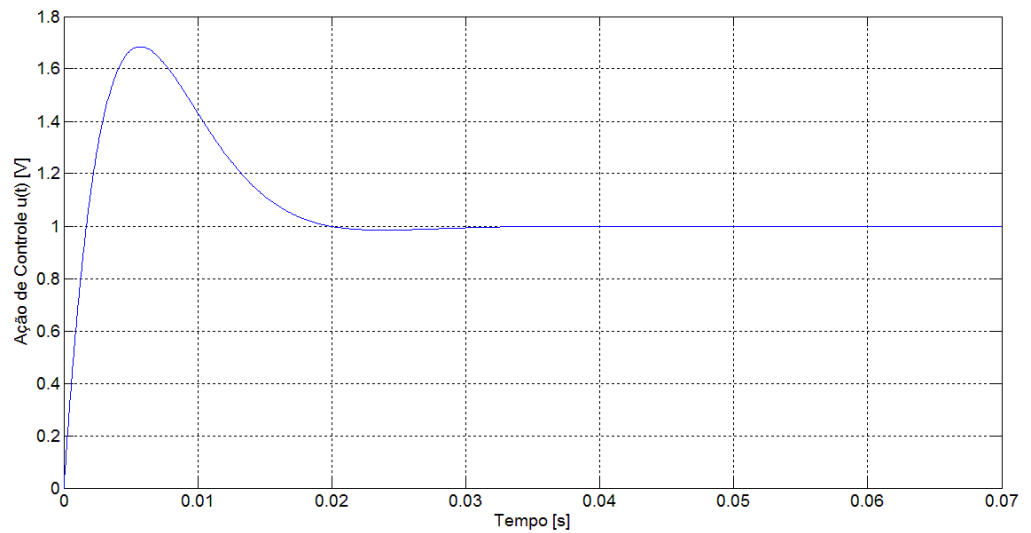


Figura 5.20: Ação de Controle - Sintonia do I-PD pelo critério ITAE

A resposta ao degrau para o critério ITAE apresenta tempo de acomodação que obedece o requisito de controle proposto, sendo inferior a 50% do valor em malha aberta, observa-se que a resposta apresenta sobressinal de 1,53%, o qual também atende o objetivo de controle especificado.

5.1.9 Controlador I-PD - Índice ITSE

A resposta ao degrau unitário para o controlador I-PD sintonizado via índice ITSE é disposta na figura 5.21 e a figura 5.22 exibe a ação de controle do I-PD.

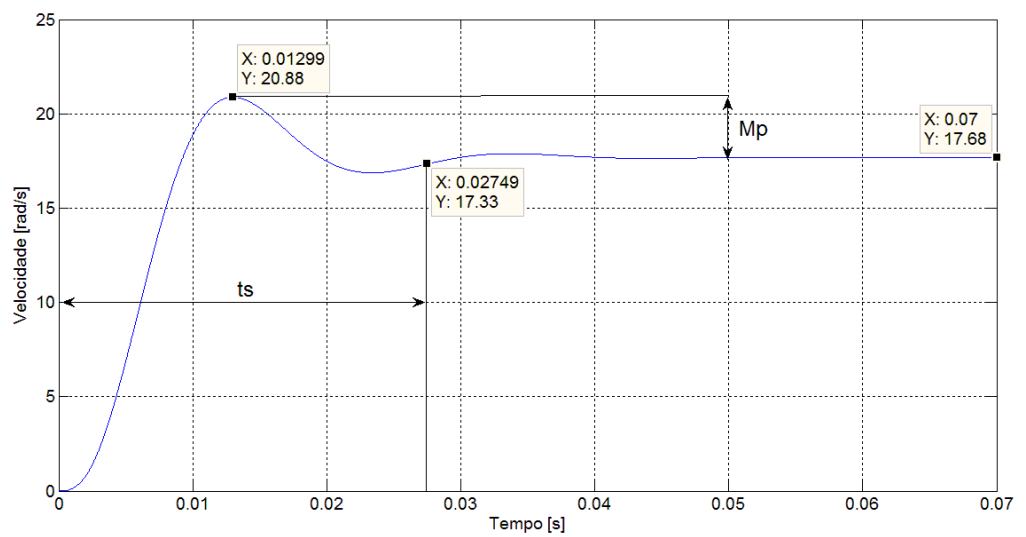


Figura 5.21: Resposta ao degrau - Sintonia do I-PD pelo critério ITSE

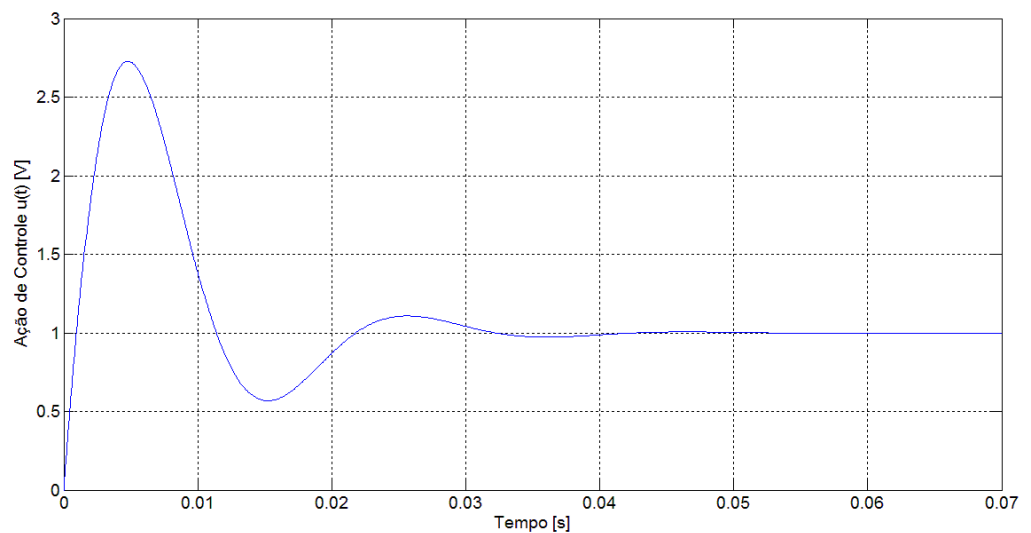


Figura 5.22: Ação de Controle - Sintonia do I-PD pelo critério ITSE

A resposta ao degrau para o controlador I-PD sintonizado via critério ITSE proporcionou sobressinal de 18,10%, ultrapassando o objetivo de controle.

Pelas figuras 5.16, 5.18, 5.20 e 5.22 observa-se que a ação de controle para os controladores I-PD projetados não causam saturação. Sendo a menor exigência de tensão referente ao I-PD sintonizado via ITAE, figura 5.20. Portanto, também sendo implementável na prática, como no caso do PID, verificado nos itens 5.1.4 e 5.1.5.

5.1.10 Controlador I-PD - Rejeição de perturbações

Da mesma forma que o PID, item 5.1.5, testa-se a capacidade de rejeição de perturbação do controlador I-PD sintonizado pelos critérios de erro, sendo uma perturbação

do tipo degrau (constante) simulada na entrada do processo com amplitude unitária aplicada no instante de tempo 0,05 segundo. O diagrama de blocos em *Simulink* pode ser observado na figura 5.23, a resposta do sistema controlado é mostrada na figura 5.24 e a ação de controle é expressa na figura 5.25.

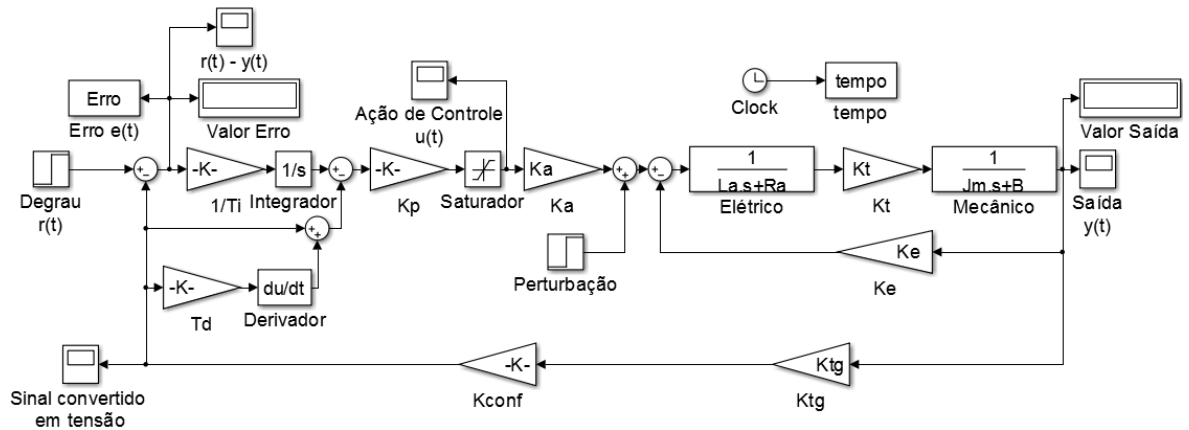


Figura 5.23: Perturbação na saída do controlador I-PD

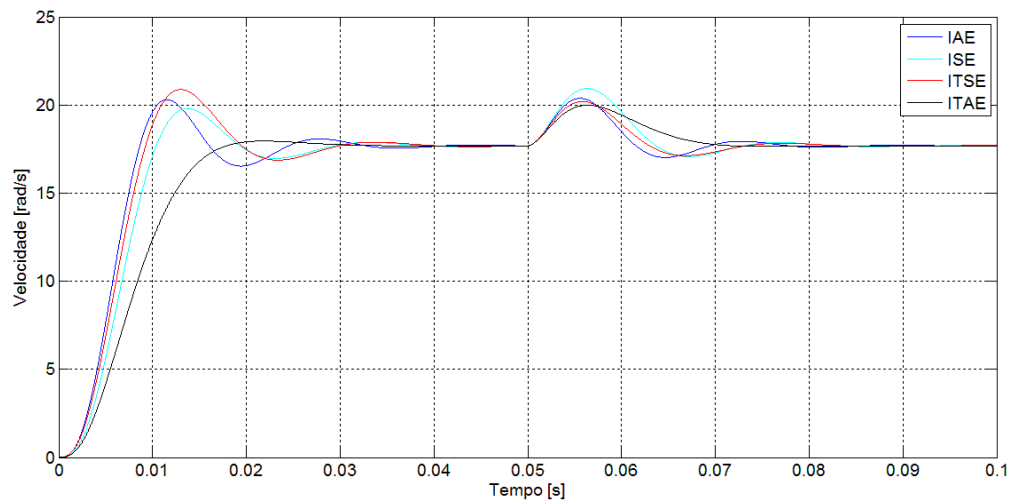


Figura 5.24: Comparação de resposta para diferentes índices de desempenho: I-PD

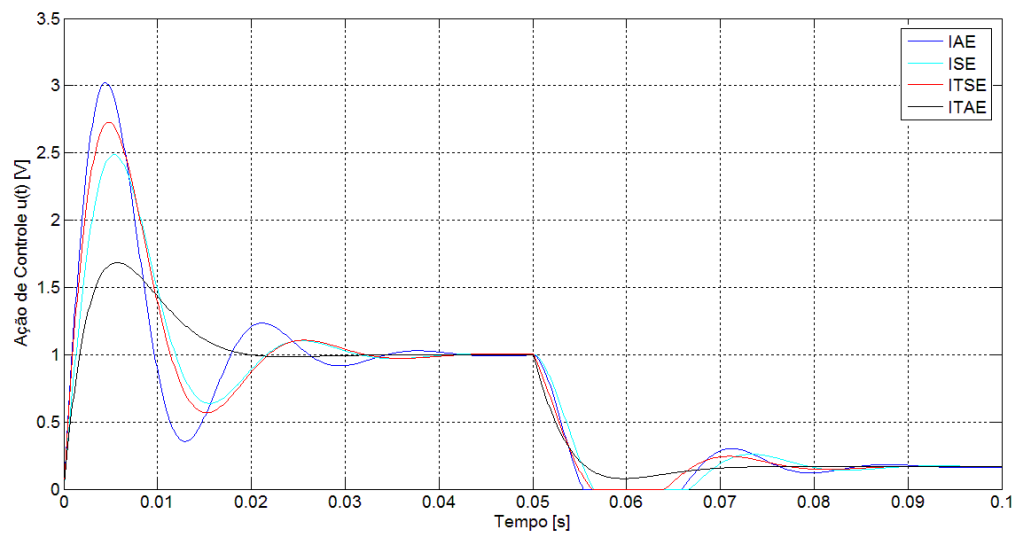


Figura 5.25: Efeito na ação de controle devido a perturbação: I-PD

A partir da figura 5.24 verifica-se que para a perturbação inserida o sobressinal decorrente desta é quase o mesmo para todos os métodos, com valor de pico próximo de 20 rad/s. Também observa-se que o tempo para a resposta voltar ao valor estipulado (17,68 rad/s) para os métodos são próximos, como é visto na tabela 5.2. Na figura 5.25 é possível observar que a única ação de controle que não satura em 0V é aquela calculada para o critério ITAE, enquanto que para os outros critérios de erro, o sobressinal é elevado, saturando a fonte de energia.

A seguir é feita a comparação de rejeição de perturbações para os controladores PID e I-PD. Para melhor conforto visual são apresentados dois índices de desempenho de erro por figura. Os resultados estão nas figuras 5.26 e 5.27.

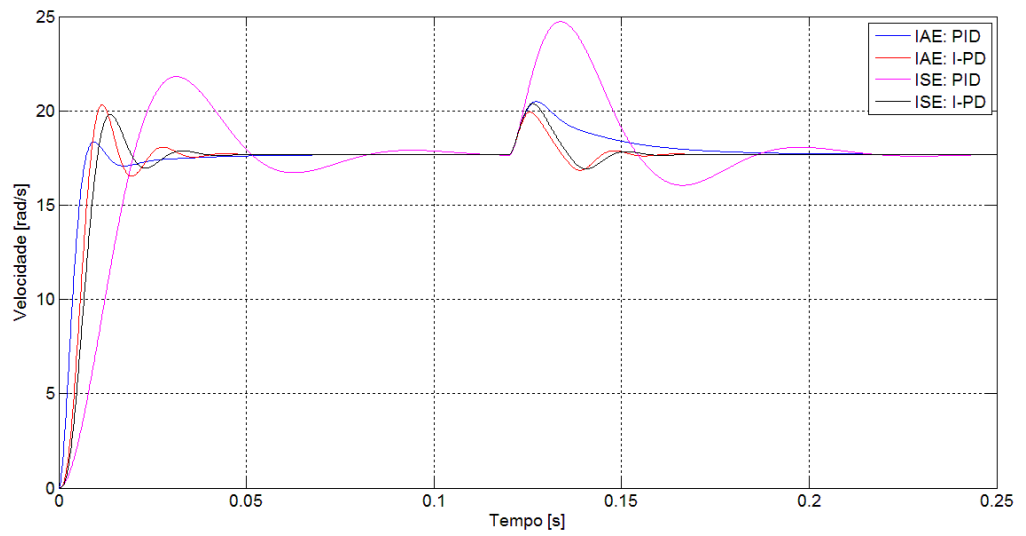


Figura 5.26: Comparação entre os controladores PID e I-PD rejeitando perturbação: Sintonia por índices IAE e ISE

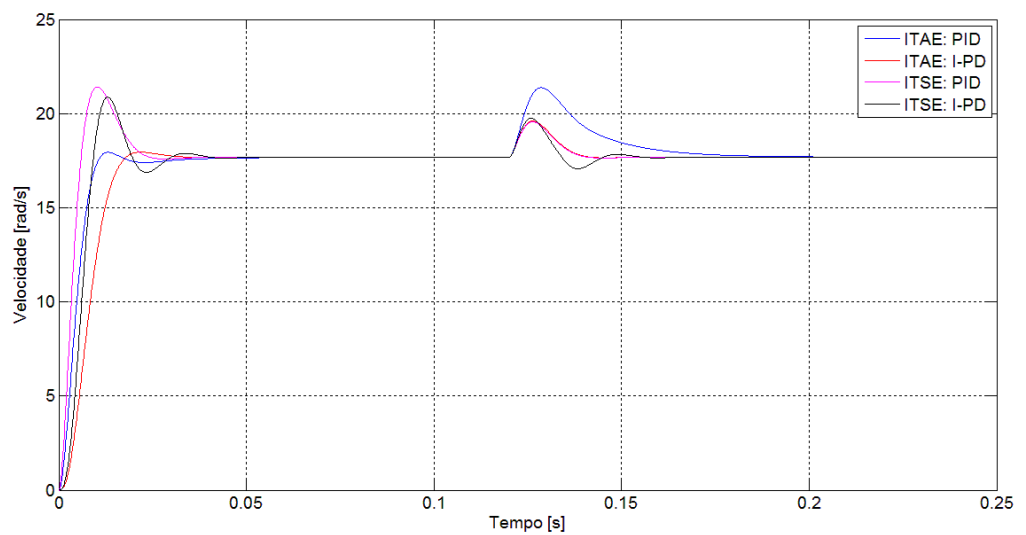


Figura 5.27: Comparação entre os controladores PID e I-PD rejeitando perturbação: Sintonia por índices ITAE e ITSE

Observa-se que o sobressinal para os índices ITAE e ISE para o controlador PID são elevados quando comparados ao controlador I-PD. Também verifica-se que com exceção do índice ITSE, que possui tempo de acomodação após a perturbação praticamente idêntico para os dois controladores, o controlador I-PD rejeita a perturbação mais rapidamente do que o controlador PID, informação esta melhor vista na tabela 5.3.

Os índices de desempenho e os parâmetros do controlador I-PD para os diferentes critérios de erro estão na tabela 5.2.

Tabela 5.2: Índices de desempenho para cada critério de sintonia do I-PD

	IAE	ISE	ITAE	ITSE
K_p	4,6382	3,5843	5,0913	4,3802
T_i [s]	0,0040	0,00449	0,00665	0,00384
T_d [s]	$4,95 \cdot 10^{-5}$	$-1,71 \cdot 10^{-5}$	$1,42 \cdot 10^{-3}$	$8,72 \cdot 10^{-4}$
t_s [ms]	29,18	26,81	16,42	27,49
t_{sd} [ms]	17,42	20,31	19,93	16,84
M_p [%]	14,82	12	1,53	18,10

Como no caso do controlador PID, o único controlador que atende todos os requisitos de controle propostos, é o sintonizado pelo critério ITAE, apresentando sobressinal 3,47% melhor do que o objetivado.

Uma interpretação do porque os índices de desempenho de erro não atingiram os objetivos de controle propostos, com exceção do ITAE, é que a solução do algoritmo da função *fminsearch* é dependente de soluções iniciais, assim, é provável que a solução inicial trate-se de um mínimo local e que o algoritmo não consegue convergir para o mínimo global.

A tabela 5.3 compara os parâmetros dos controladores PID e I-PD (K_p , T_i e T_d) e os índices de desempenho (t_s , t_{sd} e M_p) para cada um dos índices do desempenho de erro.

Tabela 5.3: Comparação controladores PID e I-PD para cada índice de desempenho de erro

	IAE		ISE		ITAE		ITSE	
	PID	I-PD	PID	I-PD	PID	I-PD	PID	I-PD
K_p	4,1535	4,6382	0,2915	3,5843	2,6423	5,0913	5,1980	4,3802
T_i [s]	0,0165	0,0040	0,00222	0,00449	0,01284	0,00665	0,0065	0,00384
T_d [s]	$2,24 \cdot 10^{-4}$	$4,95 \cdot 10^{-5}$	$-2,91 \cdot 10^{-6}$	$-1,71 \cdot 10^{-5}$	$2,61 \cdot 10^{-5}$	$1,42 \cdot 10^{-3}$	$1,44 \cdot 10^{-3}$	$8,72 \cdot 10^{-4}$
t_s [ms]	24	29,18	76,09	26,81	10,09	16,42	21,68	27,49
t_{sd} [ms]	45,8	17,42	84	20,31	43,07	19,93	16,4	16,84
M_p [%]	3,79	14,82	23,24	12	1,47	1,53	20,14	18,10

Analisando a tabela 5.3 verifica-se que apenas para o índice ISE o tempo de acomodação do sistema com controlador I-PD é menor do que com o PID. Com relação ao sobressinal observa-se que a sintonia via índice ITAE para os dois controladores produz valores que são praticamente iguais; para os índices ISE e ITSE o sobressinal do sistema com I-PD é menor e para o índice IAE o sobressinal é menor para o sistema de controle com PID. O tempo de acomodação após a incidência de distúrbio é menor para a planta

com I-PD do que com PID para três índices (IAE, ISE e ITAE), enquanto que para o índice ITSE o tempo é praticamente igual para os dois controladores.

A figura 5.28 apresenta o resultado da variação na entrada de referência $r(t)$, de 1V para 2V, na ação de controle para a sintonia via índice ITAE dos controladores PID e I-PD, sendo que o último possui valores de K_p e T_d mais elevados do que o primeiro. O sinal é obtido após o bloco de saturação, podendo ser verificada que o PID para uma variação abrupta em $r(t)$ implica em uma ação de controle que satura, caso que não ocorre para o I-PD.

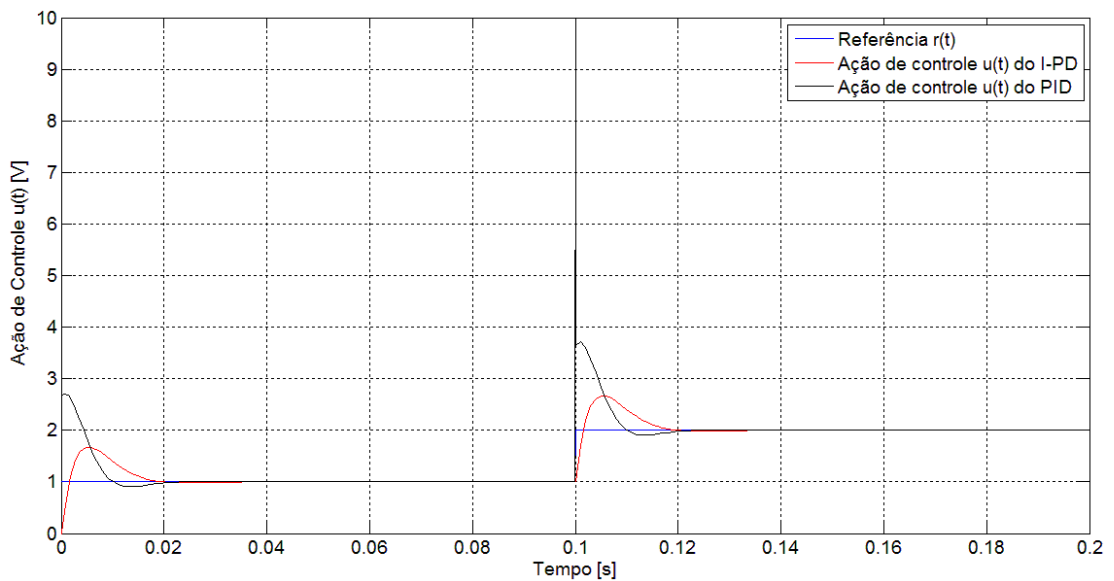


Figura 5.28: Ação de controle para uma mudança na referência

Observa-se na figura 5.28 que uma alteração positiva na referência $r(t)$ faz com que a ação de controle $u(t)$ tenha um aumento em seu valor, ao contrário do que ocorre quando uma perturbação incide na entrada do processo como verificado nas figuras 5.14 e 5.25 em que a ação de controle diminui para atingir a resposta desejada.

A figura 5.29 mostra a resposta dos controladores para a sintonia via ITAE com relação a rejeição de distúrbio.

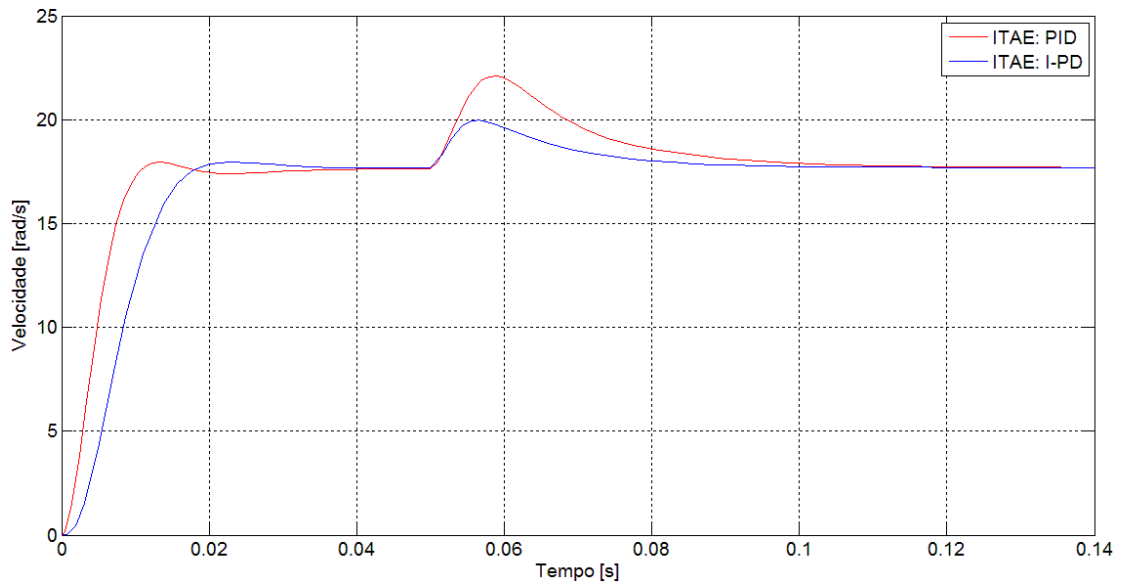


Figura 5.29: Comparação rejeição de distúrbio PID e I-PD

A partir dos dados obtidos, conclui-se que o melhor controlador para este processo é o I-PD sintonizado via critério ITAE, mesmo apresentando tempo de acomodação maior, pois ele compensa com rejeição ao distúrbio mais rápido e com sobressinal menor, sendo menos prejudicado por este efeito, também deve-se destacar o efeito da variação da referência, que para o PID gera uma ação de controle muito elevada causando a saturação dos atuadores, enquanto este problema não é exposto no controlador I-PD.

5.2 Método de Ziegler-Nichols e variantes

Inicialmente é determinada a resposta ao degrau do sistema em malha aberta do modelo SOPDT utilizado e descrito na equação 3.12, com o diagrama *Simulink* ilustrado na figura 5.30. Analisando o gráfico da figura 5.31, encontra-se os parâmetros atraso de transporte, L (medido em segundos), constante de tempo aparente, T (medido em segundos), ganho estático, K , e a constante a , sendo estes apresentados na tabela 5.4.

Tabela 5.4: Parâmetros Ziegler-Nichols: Método da resposta ao degrau

a	0,515
L	21,1
T	15,98
K	0,57

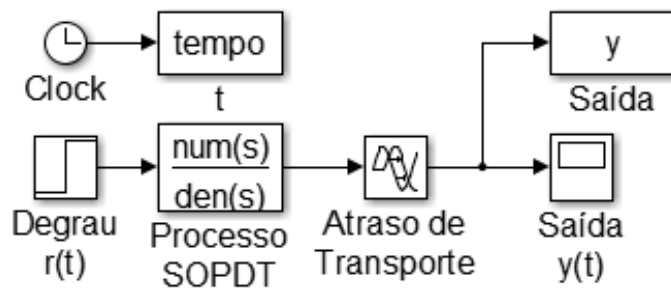


Figura 5.30: Diagrama do processo em malha aberta

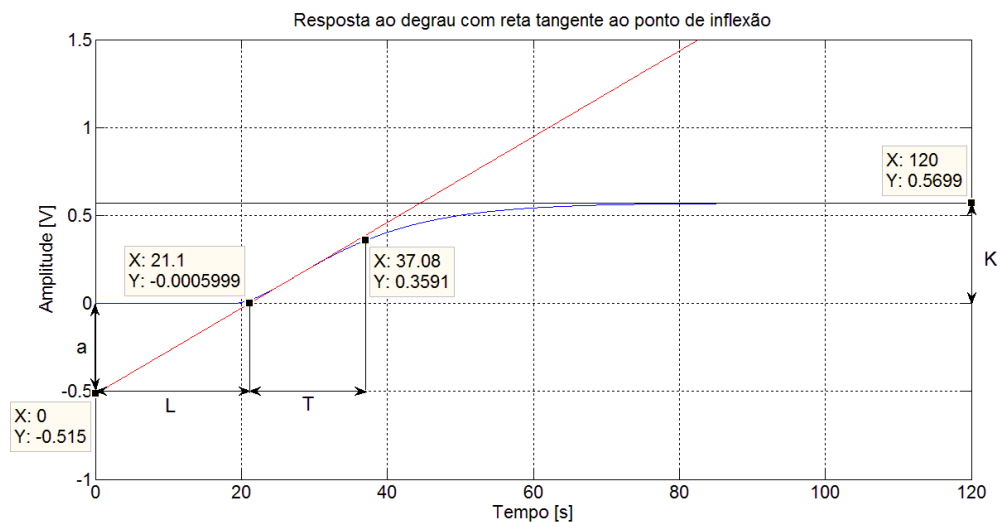


Figura 5.31: Gráfico com os parâmetros do método da resposta ao degrau

Após, a malha de controle é fechada e é adicionado um ganho proporcional, e este é incrementado até que a condição limite de estabilidade do processo seja encontrada. As figuras 5.32 e 5.33 mostram o diagrama *Simulink* concebido e a resposta do sistema para o ganho crítico, respectivamente.

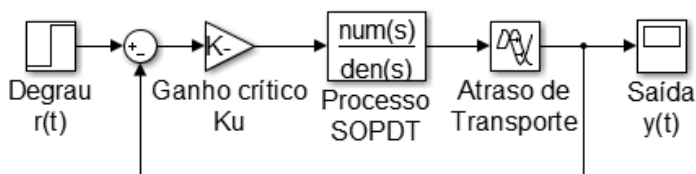


Figura 5.32: Diagrama do processo em malha fechada com controlador proporcional

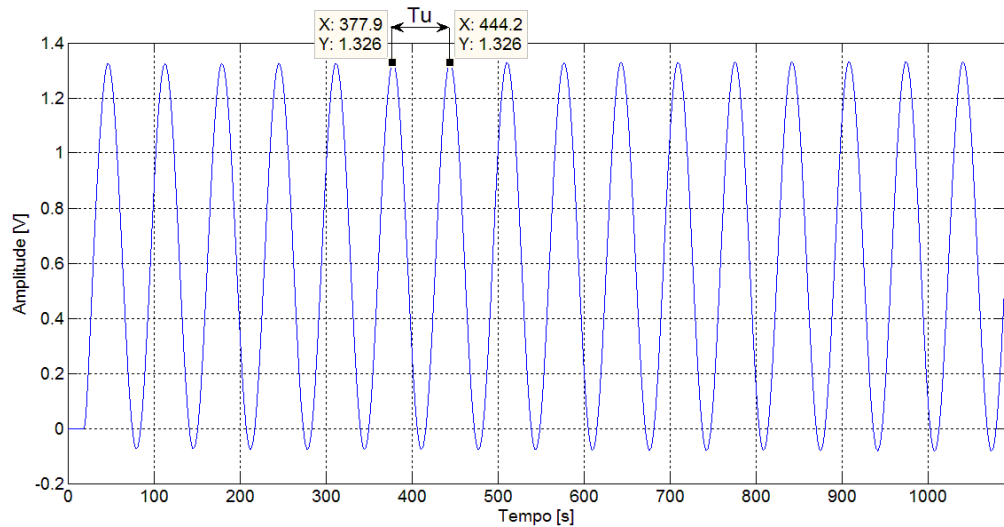


Figura 5.33: Resposta ao degrau para o método da oscilação crítica

O ganho crítico, K_u , encontrado foi de 2,9224. O período crítico pode ser observado na figura 5.33, sendo $T_u = 444,2 - 377,9 = 66,3$ s.

5.2.1 Ziegler-Nichols - Método da resposta ao degrau

Utilizando os parâmetros presentes na tabela 4.1, encontra-se os seguintes valores para o sistema:

$$K_p = 2,3301$$

$$T_i = 42,2 \text{ s}$$

$$T_d = 10,55 \text{ s}$$

A resposta a uma entrada do tipo degrau para o sistema com o processo e controlador em malha fechada é exibida na figura 5.34. A ação de controle é apresentada na figura 5.35.

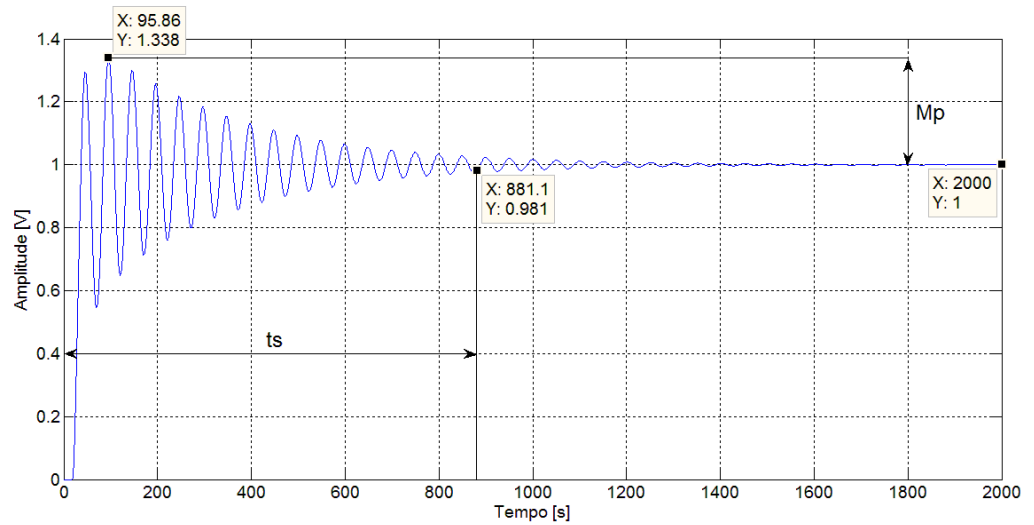


Figura 5.34: Resposta ao degrau - Primeiro método de Ziegler-Nichols

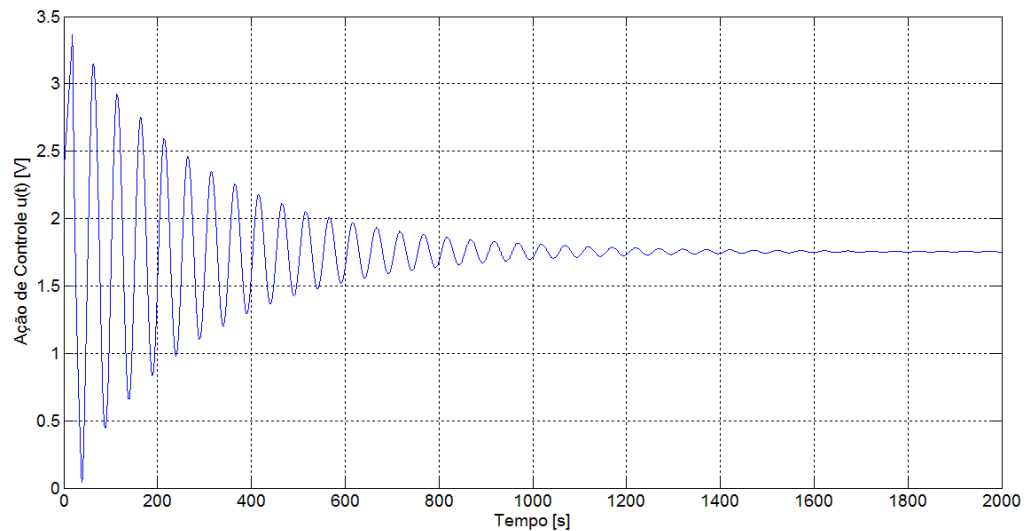


Figura 5.35: Ação de Controle - Primeiro método de Ziegler-Nichols

Analisando a resposta da figura 5.34 percebe-se que a variável de processo apresenta elevado tempo de acomodação (881,1 segundos) e muitas oscilações, sendo a resposta subamortecida com sobressinal máximo de aproximadamente 33,8%. Portanto, este método de sintonia serve de referência para encontrarem-se as primeiras constantes do controlador, isto é, a sintonia fina da planta não será obtida com os valores encontrados pelos parâmetros da tabela 4.1.

5.2.2 Ziegler-Nichols - Método da Oscilação crítica

A partir das expressões matemáticas da tabela 4.2 calcula-se o ganho proporcional e os tempos integrativo e derivativo.

$$K_p = 1,7534$$

$$T_i = 33,15 \text{ s}$$

$$T_d = 8,287 \text{ s}$$

Verifica-se que o ganho proporcional calculado para este método é menor do que quando calculado pelo método da resposta ao degrau, o que já era esperado, visto que frequentemente o primeiro método fornece elevados ganhos proporcionais em malha fechada.

A resposta a uma entrada do tipo degrau para o sistema em malha fechada é exibida na figura 5.36 e ação de controle é apresentada na figura 5.37.

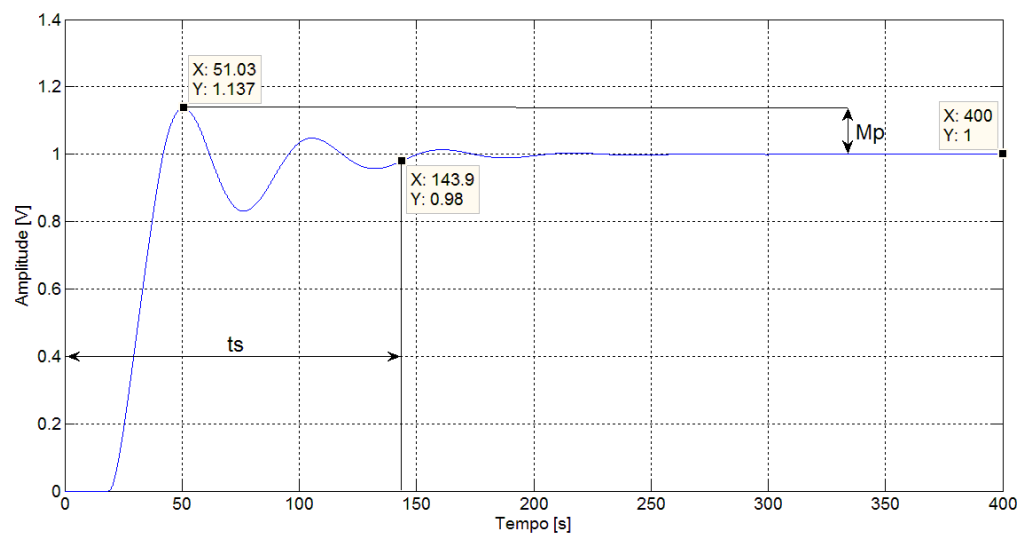


Figura 5.36: Resposta ao degrau - Segundo método de Ziegler-Nichols

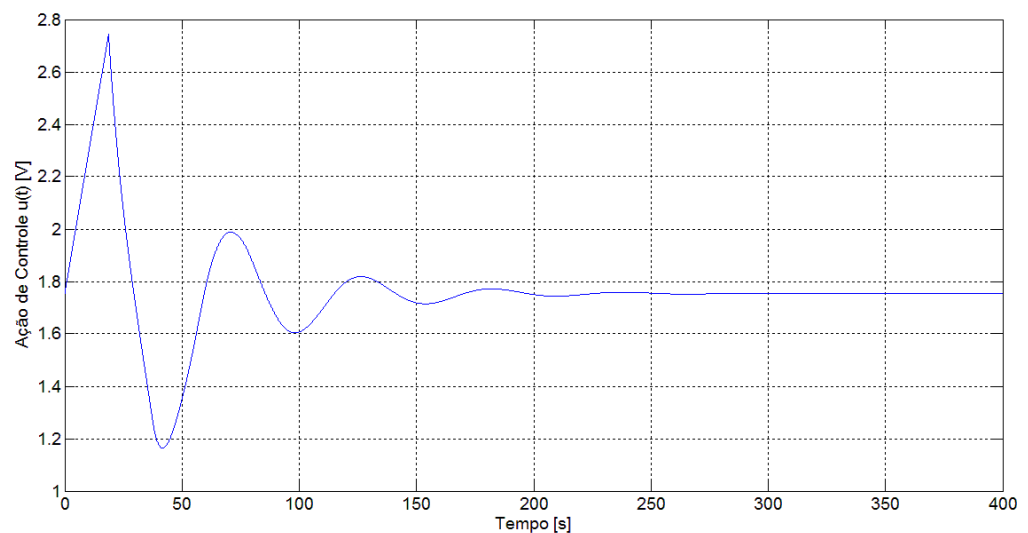


Figura 5.37: Ação de Controle - Segundo método de Ziegler-Nichols

Quando observa-se a figura 5.36 atenta-se que a planta responde mais rápido e exibe menor sobressinal (13,7%) do que a sintonia pelo primeiro método de Ziegler-Nichols. Esta melhora pode ser explicada pelo fato de K_u e T_u serem determinados com maior

precisão do que os parâmetros a e L da resposta ao degrau em malha aberta. Entretanto, observa-se que o sistema apresenta taxa de amortecimento baixa.

5.2.3 Método AMIGO

O tempo de atraso relativo é calculado como:

$$\tau = \frac{21,1}{21,1 + 15,98} = 0,569$$

Os parâmetros do controlador calculados pelo método de sintonia AMIGO, equações de 4.12 a 4.15 são apresentados a seguir:

$$K_p = 0,9488$$

$$T_i = 19,7298 \text{ s}$$

$$T_d = 7,5566 \text{ s}$$

$$b = 1$$

A resposta do processo a entrada do tipo degrau e ação de controle são expressas nas figura 5.38 e 5.39, respectivamente.

Esta sintonia utiliza como controlador aquele apresentado na figura 2.6.

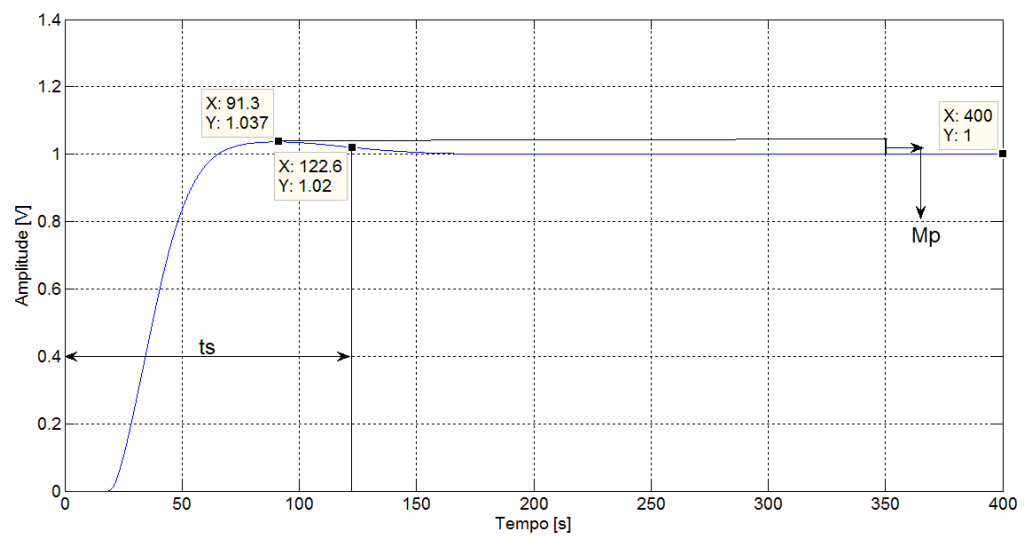


Figura 5.38: Resposta ao degrau - Método AMIGO

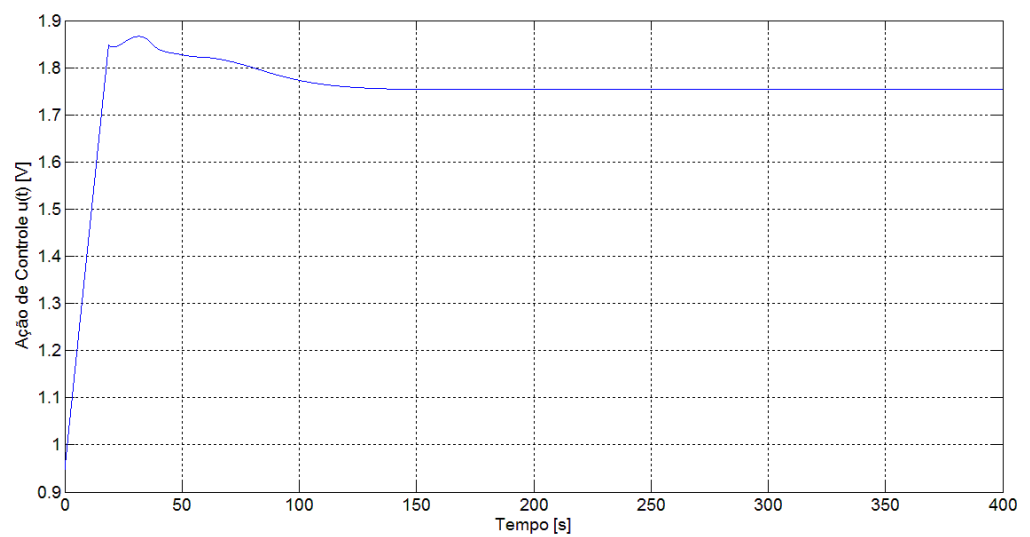


Figura 5.39: Ação de Controle - Método AMIGO

O gráfico da figura 5.38 mostra uma resposta com pequeno sobressinal (3,7%) e tempo de acomodação de 122,6 segundos.

5.2.4 Método Tau

Com o auxílio da tabela 4.3 calcula-se os parâmetros normalizados do controlador PID para dois valores distintos de sensibilidade máxima, os valores estão na tabela 5.5.

Tabela 5.5: Parâmetros normalizados do controlador PID em função de M_s - Método Tau

	$M_s = 1,4$	$M_s = 2$
aK_p	0,3392	0,8510
T_i/L	0,7968	1,0086
T_i/T	1,1465	1,4495
T_d/L	0,1912	0,2530
T_d/T	0,280	0,3684
b	1,0971	0,3237

A escolha de T_i e T_d é definida em função de L ao invés de T , visto que T não é definido para processos com integração, sendo a normalização com L mais genérica (Åström & Hägglund, 1995). Os parâmetros computados estão na tabela 5.6.

Tabela 5.6: Parâmetros do controlador PID em função de M_s - Método Tau

	$M_s = 1,4$	$M_s = 2$
K_p	0,4507	1,1307
T_i	16,8125	21,2814
T_d	4,0343	5,3383
b	1,0971	0,3237

A resposta ao degrau e ação de controle para esta sintonia são dispostas nas figuras 5.40 e 5.41 respectivamente.

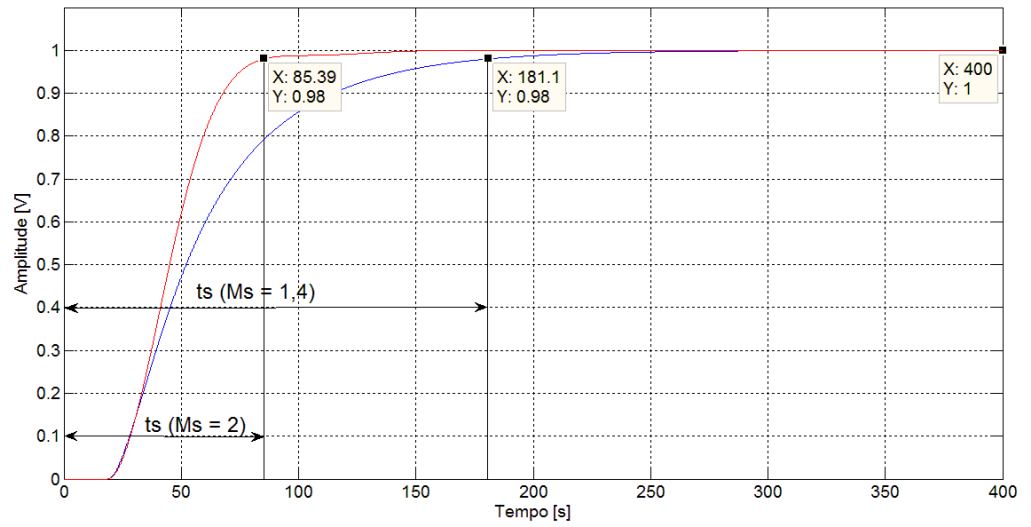


Figura 5.40: Resposta ao degrau - Método Tau

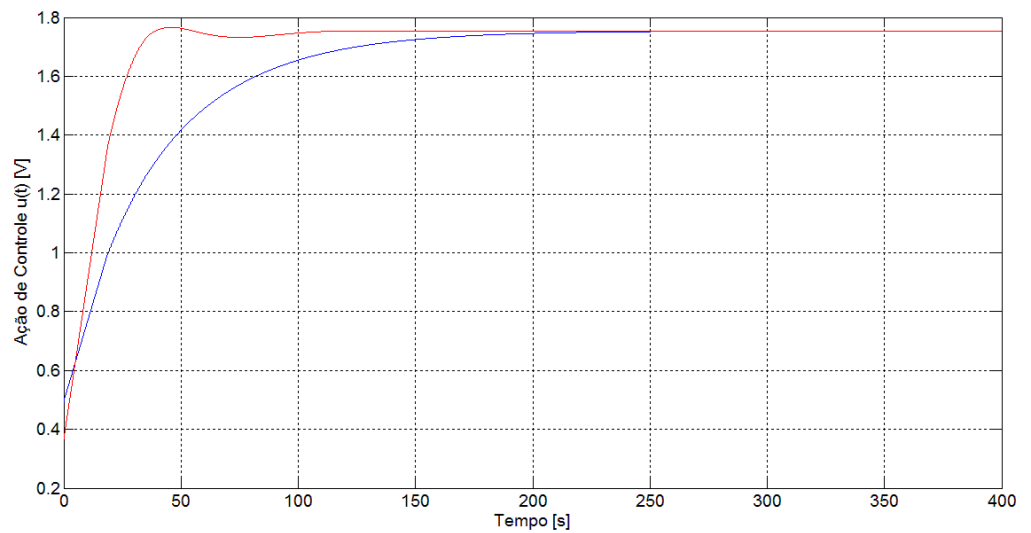


Figura 5.41: Ação de Controle - Método Tau

Para a sintonia com sensibilidade máxima igual a 1,4 e 2 nota-se que a resposta não apresenta sobressinal e percebe-se que o tempo de acomodação para $M_s = 1,4$ (181,1 segundos) é maior do que para $M_s = 2$ (85,39 segundos). Para os dois casos observa-se que a sintonia é melhor com relação ao amortecimento e ao tempo de acomodação do sistema quando comparado com os métodos de Ziegler-Nichols, visualizados nas figuras 5.34 e 5.36.

5.2.5 Método Kappa

Primeiramente é determinado a razão de ganho:

$$\kappa = \frac{1}{0,57,2,9224} = 0,6003$$

Os parâmetros normalizados para o PID para $M_s = 1,4$ e $M_s = 2$ são calculados usando a tabela 4.4 e os valores estão na tabela 5.7.

Tabela 5.7: Parâmetros normalizados do controlador PID em função de M_s - Método Kappa

	$M_s = 1,4$	$M_s = 2$
K_p/K_u	0,1911	0,4246
T_i/T_u	0,2555	0,3100
T_d/T_u	0,0605	0,0792
b	0,9381	0,335

Considerando K_u e T_u do método da oscilação crítica de Ziegler-Nichols obtém-se os parâmetros do controlador na tabela 5.8.

Tabela 5.8: Parâmetros do controlador PID em função de M_s - Método Kappa

	$M_s = 1,4$	$M_s = 2$
K_p	0,5584	1,2409
T_i	16,9396	20,553
T_d	4,0122	5,2509
b	0,9381	0,335

A resposta do sistema a uma entrada do tipo degrau e ação de controle podem ser observadas nas figuras 5.42 e 5.43 respectivamente.

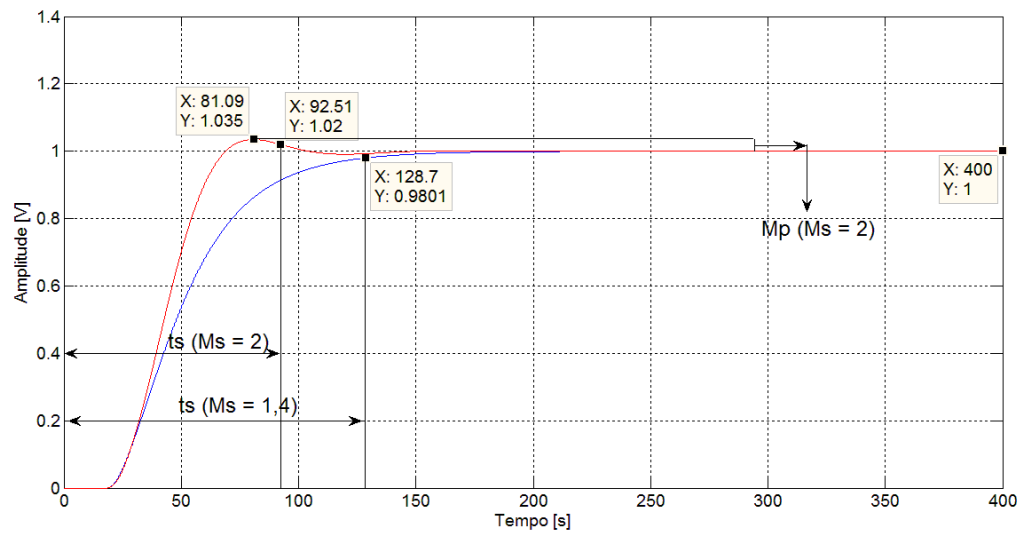


Figura 5.42: Resposta ao degrau - Método Kappa

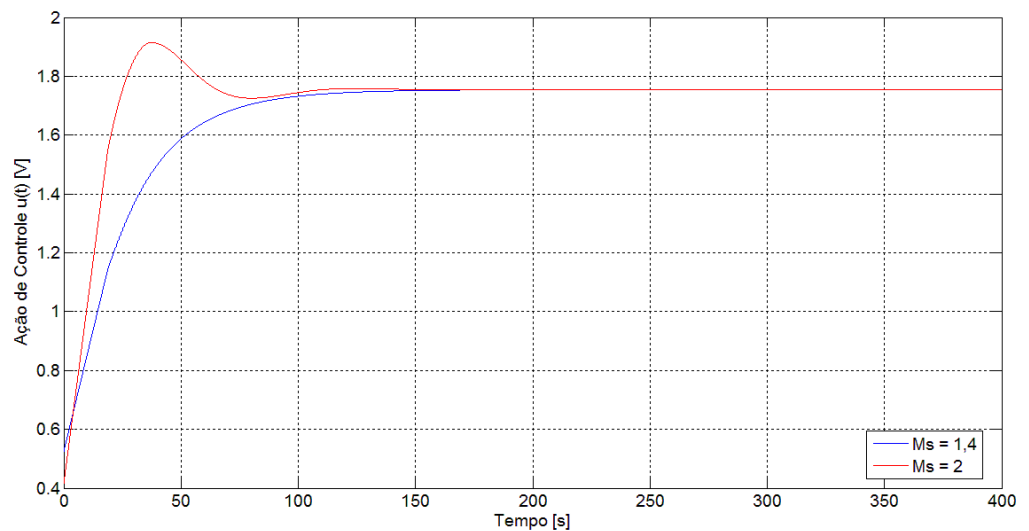


Figura 5.43: Ação de Controle - Método Kappa

Verifica-se que a resposta do sistema para $M_s = 1,4$ tanto no método Kappa quanto em Tau não apresenta sobressinal. Comparando com o método de sintonia Tau atenta-se que para $M_s = 1,4$ do método Kappa o tempo de acomodação é 40,7% menor. O sobressinal da resposta para $M_s = 2$ é de 3,5%, atendendo ao requisito de controle. Com relação a sintonia pelos métodos de sintonia de Ziegler-Nichols, a sintonia pelo método Kappa melhora o amortecimento e o tempo de acomodação do sistema.

Nota-se que para todos os métodos de sintonia desenvolvidos (Ziegler-Nichols, AMIGO, Tau e Kappa) o controlador PID não foi capaz de compensar o elevado atraso de tempo do sistema em malha aberta, como visto na figura 3.6 e na tabela 3.3. Tal fato não prejudica, contudo, a eficiência do controlador, o qual procura manter o processo controlado tão próximo quanto possível da resposta desejada.

As figuras 5.46 e 5.47 mostram a capacidade de rejeição de perturbação do controlador PID para os sistemas das figuras 5.44 e 5.45, sistemas estes referentes as estruturas de controle das figuras 2.5 (Ziegler-Nichols) e 2.6 (AMIGO, Tau e Kappa) respectivamente. A perturbação inserida é do tipo degrau com amplitude unitária simulada na entrada do processo no instante de tempo 500 segundos. Como a resposta para o primeiro método de Ziegler-Nichols é bastante demorada e com muitas oscilações optou-se por analisá-la separadamente com o distúrbio incidindo no processo no instante 2000 segundos, os resultados são observados nas figuras 5.48 e 5.49.

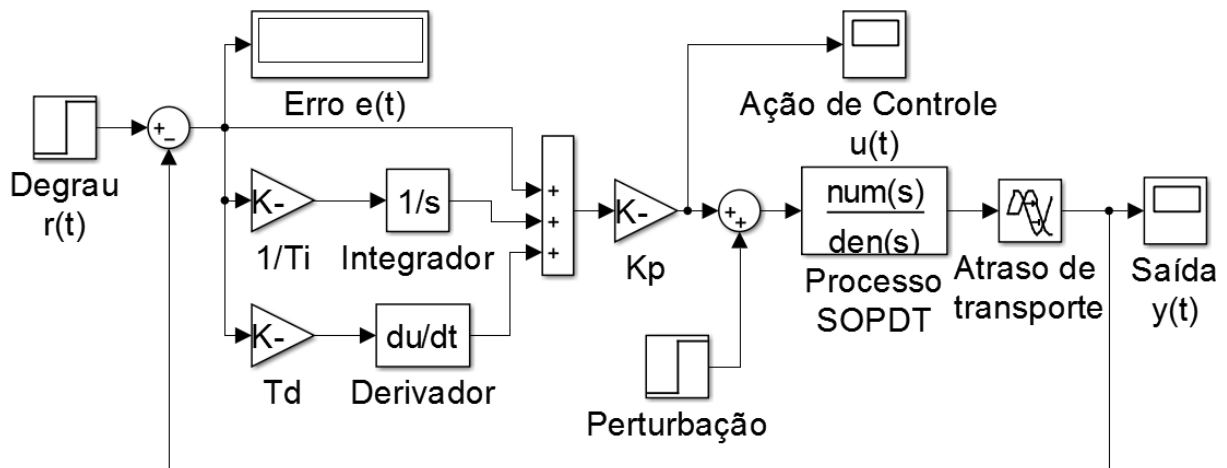


Figura 5.44: Perturbação na entrada do processo SOPDT - Sintonia Ziegler-Nichols

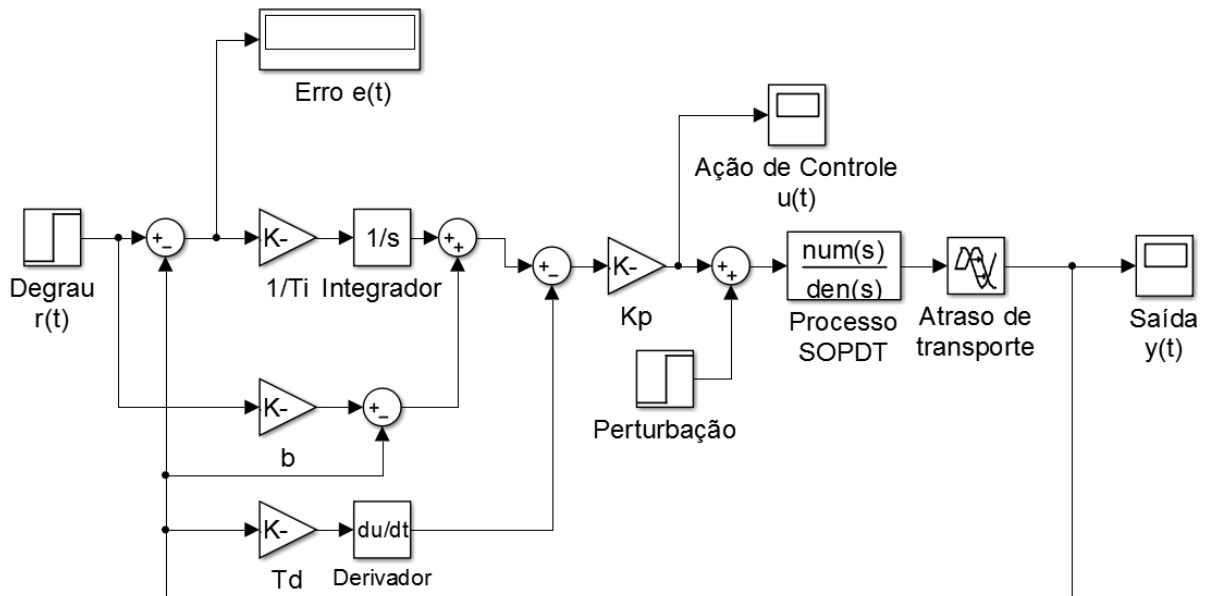


Figura 5.45: Perturbação na entrada do processo SOPDT - Sintonia AMIGO, Tau e Kappa

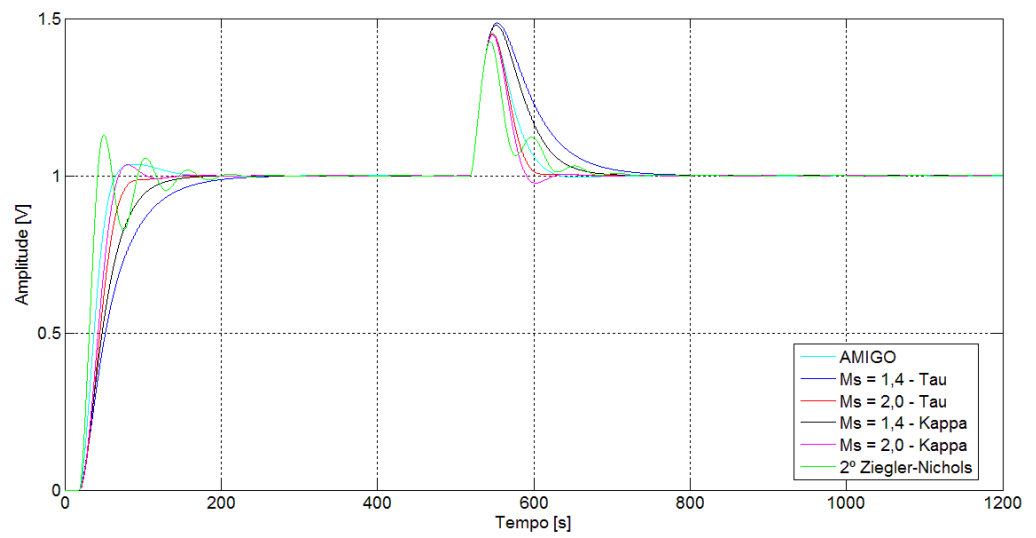


Figura 5.46: Comparação da resposta ao degrau para diferentes métodos de sintonia baseados em Ziegler-Nichols

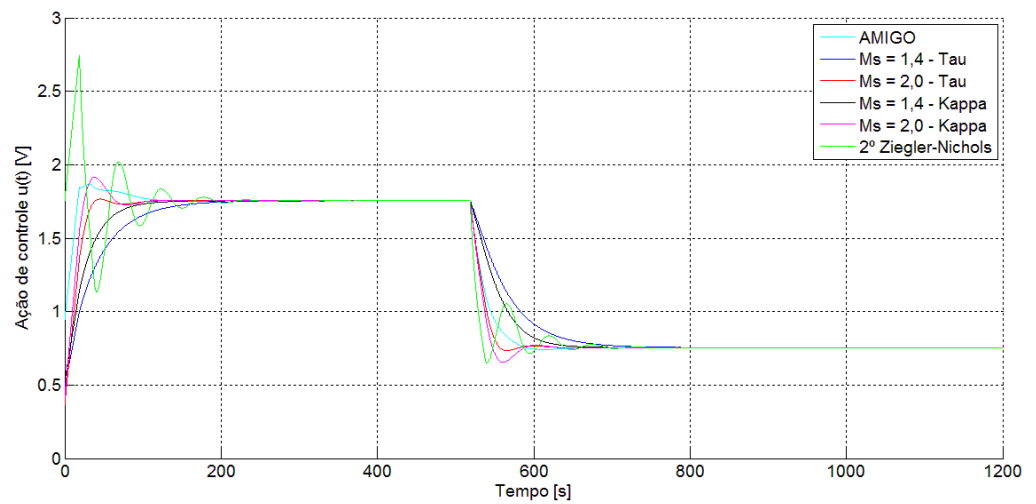


Figura 5.47: Comparação da ação de controle para diferentes métodos de sintonia baseados em Ziegler-Nichols

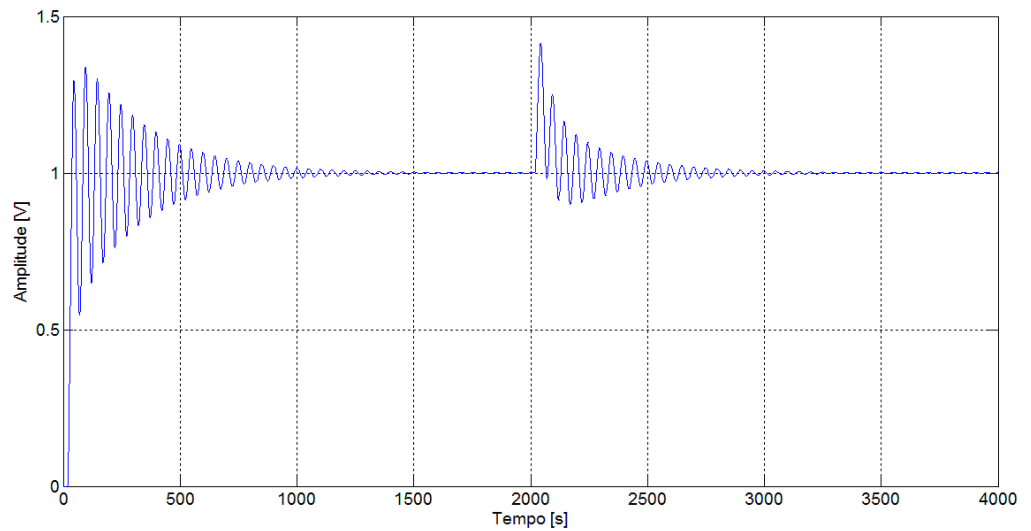


Figura 5.48: Resposta ao degrau para o primeiro método de Ziegler-Nichols com perturbação na entrada do processo

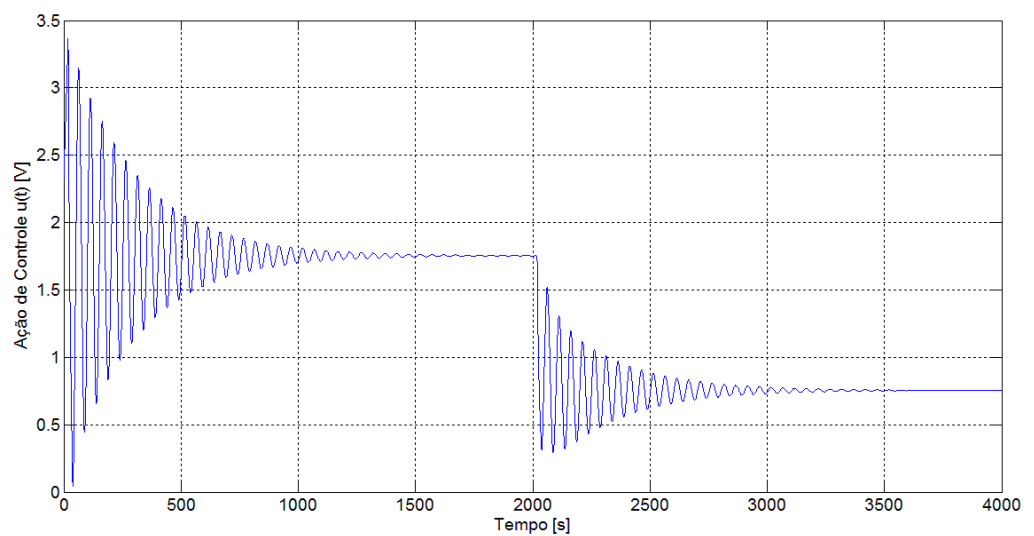


Figura 5.49: Ação de controle para o primeiro método de Ziegler-Nichols com perturbação na entrada do processo

Observa-se na figura 5.46 que para as sintonias Tau e Kappa com parâmetro $M_s = 1,4$ a resposta não apresenta sobressinal e consequentemente quando o distúrbio é aplicado a resposta apresenta característica superamortecida, não apresentando oscilações. Observa-se que o sobressinal após a incidência do distúrbio é praticamente o mesmo para todos os métodos de sintonia, incluindo o resultado da sintonia pelo primeiro método de Ziegler-Nichols da figura 5.48. Analisando o tempo de acomodação após a perturbação entrar no sistema verifica-se que as respostas mais rápidas são para as sintonias Tau e Kappa com $M_s = 2$, sendo 97,6 e 109,8 segundos respectivamente e a mais lenta sendo verificada para a sintonia pelo primeiro método de Ziegler-Nichols.

Analisando as figuras 5.47 e 5.49 observa-se que se o processo controlado necessitasse de limitação em 0V, a sintonia pelos métodos estudados garantiria esta condição para a ação de controle, com a maior exigência de tensão sendo para a sintonia pelo primeiro método de Ziegler-Nichols, aproximadamente 3,35V.

Portanto, conclui-se que o melhor controlador para este processo é aquele sintonizado pelo método Tau com sensibilidade máxima igual a 2, uma vez que a saída não apresenta sobressinal e a resposta apresenta menor tempo de acomodação no início e após a perturbação.

A tabela 5.9 contém um resumo dos parâmetros do controlador e indicadores de desempenho para os métodos desenvolvidos.

Tabela 5.9: Parâmetros PID e indicadores de desempenho para diferentes métodos de sintonia

Parâmetros	Z-N Degrau	Z-N Oscilação	AMIGO	Tau		Kappa	
				$M_s = 1,4$	$M_s = 2$	$M_s = 1,4$	$M_s = 2$
K_p	2,3301	1,7553	0,9488	0,4507	1,1307	0,5584	1,2409
T_i [s]	42,2	33,15	19,7298	16,8125	21,2814	16,9396	20,5530
T_d [s]	10,55	8,827	7,5566	4,0343	5,3383	4,0122	5,2509
b	-	-	1	1,0971	0,3237	0,9381	0,335
t_s [s]	881,1	143,9	122,6	181,1	85,39	128,7	92,51
t_{sd} [s]	676,6	164,4	116,2	200,8	97,6	157,7	109,8
M_p [%]	33,8	13,7	3,7	0	0	0	3,5

A seguir é feita a sintonia do PID para o processo SOPDT utilizando índices de desempenho de erro, estudados nos subitens de 4.1.1 a 4.1.4. A solução inicial do problema foi determinada como sendo os parâmetros K_p , T_i , T_d e b da sintonia Tau com sensibilidade máxima igual a 2, uma vez que este mostrou ser a melhor sintonia com relação aos métodos baseados em Ziegler-Nichols. Os índices de desempenho e os parâmetros do controlador da figura 2.6 para os diferentes critérios de erro estão na tabela 5.10

Tabela 5.10: Índices de desempenho para cada critério de erro

	IAE	ISE	ITAE	ITSE
K_p	1,3007	1,5743	1,1432	1,1793
T_i [s]	20,0401	20,7469	19,9203	20,2020
T_d [s]	5,5353	4,1702	5,5413	5,4856
b	0,3192	0,3128	0,3099	0,3294
t_s [ms]	97,92	161,4	98,89	95,62
M_p [%]	6,7	15,4	2,7	2,9

As figura 5.50 e 5.51 ilustram a resposta ao degrau e ação de controle para estas sintonias respectivamente.

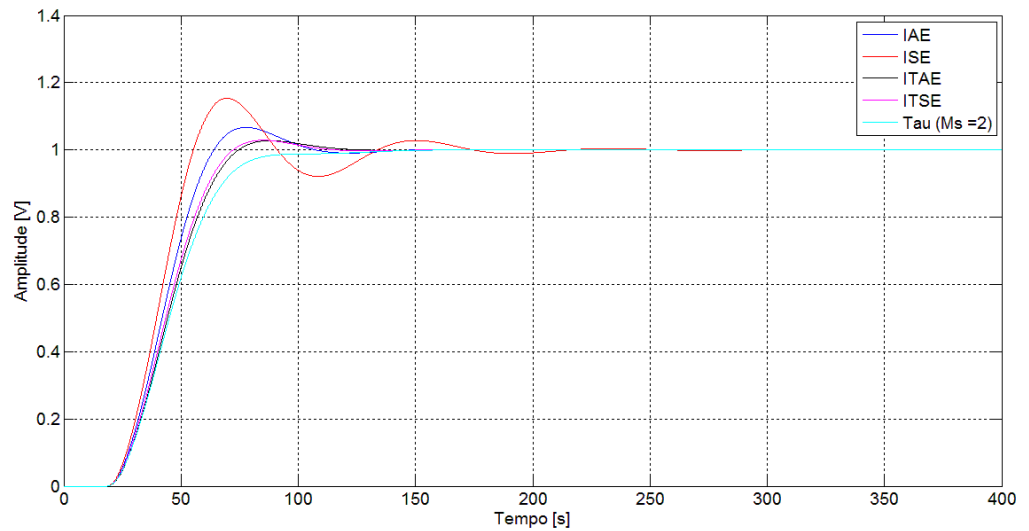


Figura 5.50: Comparação sintonia do processo SOPDT para diferentes critérios de erro e solução inicial- Saída

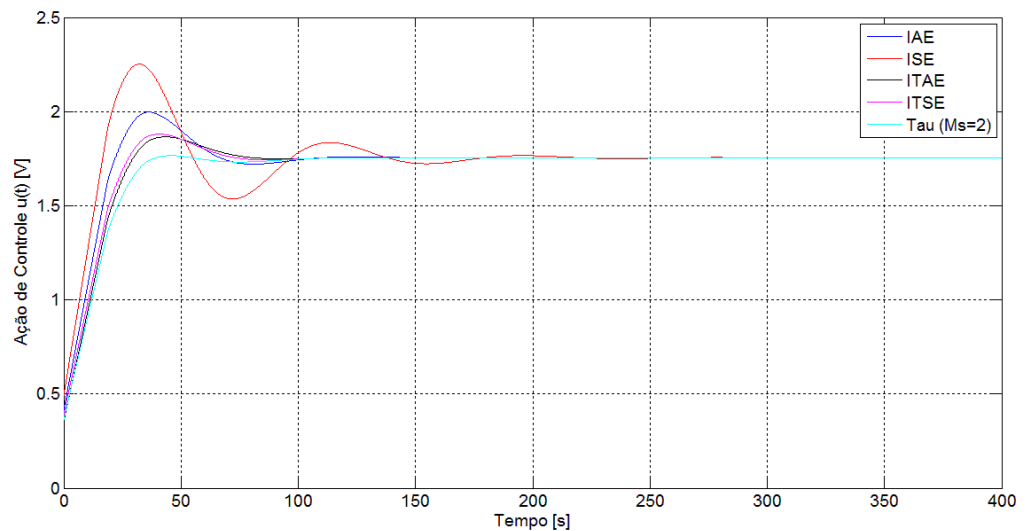


Figura 5.51 : Comparação sintonia do processo SOPDT para diferentes critérios de erro e solução inicial- Ação de Controle

Pode-se observar pela figura 5.50 que a sintonia para todos os critérios de erro produzem dinâmica de resposta com sobressinal, sendo o menor (2,7%) para o índice ITAE e o maior (15,4%) para o índice ISE. Com relação ao tempo de acomodação constata-se que com exceção do índice ISE, os outros critérios de erro têm dinâmica semelhante (entre 95,62 e 98,89 segundos). Na figura 5.51 percebe-se que a solução inicial necessita de menos energia da fonte de alimentação do que qualquer sintonia por índices de desempenho de erro.

6 Conclusão

No presente trabalho de conclusão de curso foram propostas técnicas de sintonia para controladores PID e variantes, foram estudados a sintonia por meio de índices de desempenho de erro para um motor de corrente contínua e para controlar um processo SOPDT foram estudados métodos fundamentados nas regras de sintonia propostas por Ziegler-Nichols em 1942.

Para a sintonia dos controladores para o motor de corrente contínua por meio de índices de desempenho de erro pode-se constatar que apenas a sintonia via critério ITAE conseguiu atender as especificações de controle, reduzindo o sobressinal para menos de 2%. O controlador I-PD se mostrou a melhor opção por rejeitar distúrbios mais rapidamente do que o PID e também devido a não saturar quando a referência sofre uma mudança abrupta.

Com relação aos métodos de sintonia baseados nas proposições de Ziegler-Nichols, pode-se constatar o efeito da sensibilidade máxima nos métodos Kappa-Tau. Apesar de nenhuma sintonia conseguir melhorar o elevado tempo de acomodação do sistema em malha aberta, o controlador sintonizado pelo método Tau e sensibilidade máxima igual a dois provou ser a melhor opção de controle, uma vez que rejeita distúrbios mais rapidamente e não apresenta sobressinal no início do funcionamento.

Referências

- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. **PID Controllers: Theory, Design and Tuning**. EUA: Instrument Society of America, 1995.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Revisiting the Ziegler-Nichols Step Response Method for PID Control. **Journal of Process Control**, 14, 2004, 635-650.
- ÅSTRÖM, K. J.; PANAGOPOULOS, H.; HÄGGLUND, T. Design of PI Controllers Based on Non-Convex Optimization. **Automatica**, 34, 1998, 585-601.
- CAON, J. R. **Controladores PID Industriais com Sintonia Automática por Realimentação a Relé**. 1999. 118 f. Tese de Mestrado em Engenharia Elétrica - Universidade de São Paulo. 1999
- CARDOSO, P. M. **Estudo, proposta e avaliação de novas metodologias de sintonia automática de controladores PID baseadas no ensaio do relé realimentado**. 2002. 141 f. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Uberlândia. 2002.
- COLOGNI, M. A. **Estudo e Avaliação de Metodologias de Auto-Sintonia de Controladores PID visando uma implementação em controlador industrial**. 2008. 120 f. Tese de Mestrado em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Santa Catarina. 2008.
- CONTI, C. **Projeto de Controladores e Processos de Implementação** - Programa Ensinar com Pesquisa - Universidade de São Paulo. 2008.
- HANG, C. C.; ÅSTRÖM, K. J.; WANG, Q. G. Relay Feedback Auto-Tuning of Process Controllers - A Tutorial Review". **Journal of Process Control**, 2002, 143-162.
- MESQUITA, T. S. M. **Caracterização das Propriedades Mecânicas Equivalentes em Placas**. 2010. 95 f. Tese de Mestrado em Engenharia Mecânica - Universidade Técnica de Lisboa. 2010.
- MICHEL, H. C. C. **Implementação de uma Ferramenta para Auxílio à Sintonia de Controladores PID**. 2010. 181 f. Tese de Mestrado em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais. 2010.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. Ed. Prentice-Hall, 1993.
- OLIVEIRA, V. A; AGUIAR, M. L; VARGAS, J. B. **Sistemas de Controle - Aulas de Laboratório**. São Carlos: USP, 2005.
- THIMOTIO, F. S. **Simulated Annealing Aplicado ao problema de sintonia de parâmetros de controladores PID**. 2005. 61 f. Monografia de graduação em engenharia de controle e automação - Universidade Federal de Ouro Preto. 2005. Disponível em: <

http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Orientacoes/Monografia_Thimotio.PDF>. Acesso em : 10 out. 2014.

Wind-up da ação integral. Disponível em: <
<http://www.ece.ufrgs.br/~jmgomes/pid/Apostila/apostila/node31.html>>. Acesso em: 12 out. 2014.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS N. B. Optimum Settings for Automatic Controllers. **Transactions of the A.S.M.E**, 1942. 759-768.

Apêndice A - Algoritmo *fminsearch*

Se n é o comprimento do vetor x , o simplex no espaço n -dimensional é caracterizado pelos $n+1$ vetores distintos que são os seus vértices. No espaço bidimensional, o simplex é um triângulo, no espaço tridimensional, é uma pirâmide. Em cada passo da pesquisa, um novo ponto no simplex atual ou perto dele é gerado. O valor da função no novo ponto é comparado com os valores da função nos vértices do simplex e, usualmente, um dos vértices é substituído pelo novo ponto, originando um novo simplex. Este passo é repetido até que o diâmetro do simplex seja menor do que a tolerância especificada.

Este método é conhecido como o algoritmo simplex de Nelder-Mead, sendo muito utilizado na otimização não linear sem restrições. Existem quatro parâmetros escalares que têm que ser especificados para definir o método: coeficientes de reflexão (ξ), de expansão (χ), de contração (γ) e de redução (Ω). O algoritmo é descrito da seguinte forma (Mesquita, 2010):

- 1) *Order*: Ordena os pontos no simplex do menor valor da função $f(x_1)$ para o maior $f(x_{n+1})$.
- 2) *Reflect*: Calcula-se o ponto de reflexão x_r :

$$x_r = m - \xi(m - x_{n+1}) = (1 + \xi)m - \xi x_{n+1}$$

Onde

$$m = \sum_{i=1}^n x_i / n$$

é o centroide dos n melhores pontos.

Em seguida, calcula-se $f_r = f(x_r)$.

Se $f_1 \leq f_r < f_n$, aceita-se x_r e termina-se esta iteração.

- 3) *Expand*: $f_r < f_1$, calcula-se o ponto de expansão x_e :

$$x_e = m - \chi(x_r - m) = (1 + \chi)m - \chi x_{n+1}$$

Em seguida, calcula-se $f_e = f(x_e)$.

Se $f_e < f_r$, aceita-se x_e e termina-se esta iteração. Caso contrário, aceita-se x_r e termina-se a iteração.

- 4) *Contract*: Se $f_r \geq f_n$ faz-se uma contração entre m e o melhor ponto de x_{n+1} e x_r .

- a) *Outside*: Se $f_n \leq f_r < f_{n+1}$, ou seja, x_r é estritamente melhor que x_{n+1} , realiza-se uma contração fora dos limites (*outside*) e calcula-se:

$$x_c = m + \gamma(x_r - m) = (1 + \gamma\xi)m - \gamma\xi x_{n+1}$$

E calcula-se $f_c = f(x_c)$.

Se $f_c \leq f_r$, aceita-se x_c e termina-se esta iteração. Caso contrário, procede-se para o quinto passo.

b) *Inside*: Se $f_r \geq f_{n+1}$ realiza-se uma contração dentro dos limites (*inside*) e calcula-se:

$$x_{cc} = m - \gamma(m - x_{n+1}) = (1 - \gamma)m + \gamma x_{n+1}$$

E calcula-se $f_{cc} = f(x_{cc})$.

Se $f_{cc} \leq f_{n+1}$, aceita-se x_{cc} e termina-se esta iteração. Caso contrário, procede-se para o quinto passo.

5) *Shrink Step*: Avalia a função f nos n vértices $v_i = x_1 + \Omega(x_i - x_1)$, $i = 2, \dots, n+1$.

Os vértices (desordenados) do simplex da iteração seguinte consistem em x_1, v_2, \dots, v_{n+1} .

Apêndice B - Programas desenvolvidos

critério.m

```
clear all;
close all;
clc;
warning off;
%Este programa tem como função declarar as variáveis para o Simulink e a
%configuração e utilização da função fminsearch, a qual minimizara a fun-
ção desempenho.m
global Ra La Ke Kt Jm B Ktg Ka Kconf
%Parâmetros elétricos
Ra = 1.63;
La = 3e-3;
Ke = 0.0678;
Kt = 0.0678;
%Parâmetros mecânicos
Jm = 3.672e-5;
B = 1.12387e-6;
%Constante do tacogerador
Ktg = 0.15242;
%Consstante do PWM
Ka = 1.2;
%Ganho a ser utilizado para a realimentação do motor
Kconf = 0.3710;
%Configuração para função de otimização
options = optimset('Display','iter');
global Kp I Td Erro tempo
%Valores iniciais - rltool
Kp = 2; %Kp = 4.991325;
I = 300; %I = 163.93442;
Td = 1.4557e-4; %Td = 1.4557e-3;
i = 0;
Pmin = fminsearch('desempenho', [Kp I Td],options)
```

desempenho.m

```
% Função que define o índice de desempenho de erro em função dos
% parâmetros do controlador PID, neste programa é simulado o diagrama
% Simulink e então é calculado um critério de erro.
function [J] = desempenho(k)
global Kp I Td Erro tempo
Kp = k(1);
I = k(2);
Td = k(3);
%Chamada para o modelo em Simulink, indicando o nome do modelo e o tempo
%desejado
[T] = sim('m_eletrocraft',[0 10]);
%Fórmulas dos índices (escolhe-se uma por vez)
% J = sum((Erro.^2).*tempo); %ITSE
J = sum(abs(Erro).*tempo); %ITAE
% J = sum(abs(Erro)); %IAE
% J = sum(Erro.^2); %ISE
```

ziegler.m

```
%Este programa propõe encontrar os parâmetros do controlador PID através da
%curva de resposta da planta a controlar.
```

```

%Este programa calcula a equação da reta tangente a curva tensão x tempo no
%ponto de inflexão de sua curva. O ponto de inflexão de uma curva é o ponto
%de maior derivada.
%A equação da reta é dada por:
%
%                                $y(t_0) - y(t_1) = m(t - t_1)$ 
%onde m é a derivada da função tensão x tempo que representa o valor da
%tangente no ponto desejado, nesse caso o ponto de inflexão. m é chamado de
%coeficiente angular da reta.
%
%                                $dy/dt = \tan(\alpha) = m$ 
%
sim('MA') %Simulink da planta SOPDT em malha aberta
size(y);
dimy=ans(1,1);
%dtm=(max(tm))/ntm;
for i=1:(dimy-1); % i é um contador de y
    dev(i)=(y(i+1)-y(i))/(tempo(i+1)-tempo(i)); %cálculo da derivada
end
pinflex=max(dev); % cálculo do ponto de inflexão, ou seja, o ponto de maior
%derivada
n=1; %n é um contador. Ele vai contar o vetor dev afim de descobrir a posi
%ção do ponto de inflexão. Passo seguinte.
while dev(n)<pinflex
    n=n+1;
end
n % Posição do ponto de inflexão.
m=dev(n) % coeficiente angular da reta no ponto de inflexão
i=1:(dimy);
w(i)=m*(tempo(i)-tempo(n))+y(n); %Cálculo da reta que passa pelo
ponto(n,y(n))
z(i)=max(y);
figure
set(gcf,'color','w'); %fundo branco
alldatacursors = findall(gcf,'type','hggroup');
set(alldatacursors,'FontSize',14) % tamanho da fonte do data cursor
set(gca,'FontSize',14) % Tamanho da fonte do título e eixos
plot(tempo,y,'b',tempo,w,'r',tempo,z,'k');
grid;
title('Resposta ao degrau com reta tangente ao ponto de inflexão')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Amplitude')

```