

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**


**ESTUDO DE ANÁLISE DE CONFORTO VIBRACIONAL DE VAGÃO
DE PASSAGEIROS**

Marcel Luz e Calil

**São Paulo
2005**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTUDO DE ANÁLISE DE CONFORTO VIBRACIONAL DE VAGÃO
DE PASSAGEIROS**


PROF. ROBERTO
SPINOLA BARBOSA
21/12/05

Trabalho de formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção de título de Graduação de Engenharia

Marcel Luz e Calil

Orientador: Prof. Dr. Roberto Spinola

Área de concentração:
Engenharia Mecânica

São Paulo
2005

To be, or not to be- that is the question:
Whether 'tis nobler in the mind to suffer
The slings and arrows of outrageous fortune
Or to take arms against a sea of troubles,
And by opposing end them. To die- to sleep-
No more; and by a sleep to say we end
The heartache, and the thousand natural shocks
That flesh is heir to. 'Tis a consummation
Devoutly to be wish'd. To die- to sleep.
To sleep- perchance to dream: ay, there's the rub!
For in that sleep of death what dreams may come
When we have shuffled off this mortal coil,
Must give us pause. There's the respect
That makes calamity of so long life.
For who would bear the whips and scorns of time,
Th' oppressor's wrong, the proud man's contumely,
The pangs of despis'd love, the law's delay,
The insolence of office, and the spurns
That patient merit of th' unworthy takes,
When he himself might his quietus make
With a bare bodkin? Who would these fardels bear,
To grunt and sweat under a weary life,
But that the dread of something after death-
The undiscover'd country, from whose bourn
No traveller returns- puzzles the will,
And makes us rather bear those ills we have
Than fly to others that we know not of?
Thus conscience does make cowards of us all,
And thus the native hue of resolution
Is sicklied o'er with the pale cast of thought,
And enterprises of great pith and moment
With this regard their currents turn awry
And lose the name of action.

Hamlet, Shakespeare

RESUMO

A proposta deste projeto é analisar o nível de conforto com relação aos modos de frequência aos quais está sujeito um veículo de trem de passageiros. A metodologia abordada será a modelagem do sistema composto por alguns corpos interligados por juntas a fim poder prever o comportamento dinâmico do modelo completo.

O nível de conforto do ser humano sujeito a excitações externas está descrito na norma ISO 2631-1 sendo que a comparação do comportamento do sistema com essa norma o principal objetivo do presente. As conclusões do projeto poderão determinar possíveis mudanças dos elementos de suspensão e uma possível bancada de teste para validação do modelo.

Palavras-chave: Dinâmica veicular, conforto veicular, simulação, modelagem.

Histórico do transporte ferroviário	3
Análise de Viabilidade.....	4
<i>Vantagens sobre outros meios</i>	<i>4</i>
Menor resistência de rolamento	4
Arrasto aerodinâmico reduzido.....	4
Forças de inércia e gravidade	5
Menor espaços para vias	5
Consumo racional de energia.....	7
Fundamentos da análise vibracional	9
Conceitos iniciais.....	10
Resposta livre do sistema não amortecido.....	11
Propriedades de ortogonalidade dos modos naturais	13
Modelagem dos componentes	16
Vagão de Passageiros	16
Truque 1	18
Truque 2	19
Molas helicoidais e Amortecedores	20
Molas Pneumáticas	21
Graus de liberdade do sistema.....	23
Constantes do sistema	24
Variáveis do sistema	25
Entradas do sistema.....	26
Esquema físico completo	27
Equações de movimento do sistema.....	29
Vagão de Passageiros	29
Truque 1	31
Truque 2	32
Notação matricial.....	34
Resultados Parciais.....	39
1º Modo	40
2º Modo	41
3º Modo	41
4º Modo	42
5º Modo	42

6º Modo	43
7º Modo	43
8º Modo	44
9º Modo	44
Descrição do Conforto	45
<i>Tolerância para as vibrações</i>	<i>45</i>
Molas Pneumáticas	51
A Via.....	56
Introdução	56
Defeitos geométricos e seus espectros de frequência	57
Desgaste ondulatório.....	61
Simulações.....	63
Diagrama de Blocos	63
Adequação à Norma	66
Conclusões	67
Referências Bibliográficas.....	68

Figura 1: Espaço requerido para implantação de estradas rodoviárias e de ferro.....	6
Figura 2: Consumo de Energia (em litros de gasolina por 100 passageiros-toneladas /km)	7
Figura 3: Emissão de CO ₂ (em g por 100 passageiros-toneladas /km)	8
Figura 4: Origem das emissões de CO ₂ no setor de transportes.	8
Figura 5: Esquema Físico do Vagão	17
Figura 6: Exemplo Real do Vagão de Passageiros.....	17
Figura 7: Esquema Físico do Truque 1.....	18
Figura 8: Exemplo Virtual de Truque.....	19
Figura 9: Esquema Físico do Truque 2.....	20
Figura 10: Local de Aplicação de Mola Helicoidal no Truque.....	21
Figura 11: Local de Aplicação de Mola Pneumática no Truque.	22
Figura 12: Variação da Força Restauradora na Mola Pneumática.....	23
Figura 13: Exemplo do Modelo Completo.	27
Figura 14: Vista Frontal do Modelo Completo.	27
Figura 15: Vista Lateral do Modelo Completo.	28
Figura 16: Limites de tolerância para vibrações verticais.....	46
Figura 17: Curvas de desconforto para vibrações em veículos de transporte..	47
Figura 18: Limites de tolerância para vibrações horizontais.....	48
Figura 19: Representação de um sistema dinâmico em gráfico bi-log.....	49
Figura 20: Comparação de gráficos lineares e bi-log para vibrações.	50
Figura 21: Exemplo de mola pneumática.....	51
Figura 22: Efeito da carga na frequência natural para três tipos de molas.	52
Figura 23: Comparação das rigidezes para molas de metal e pneumáticas....	53
Figura 24: Efeitos do carregamento estático para várias alturas estáticas.	54
Figura 25: Diagrama representativo da troca de massa de ar entre as molas pneumáticas.....	55
Figura 26: Espectro de frequência de ondas largas.....	58
Figura 27: Espectro de frequência de ondas curtas.....	59
Figura 28: Exemplos do desgaste ondulatório.	62
Figura 29: Diagrama de blocos utilizado para a simulação do sistema.....	64
Figura 30: Resultados das simulações sobre as normas de conforto.	66

Histórico do transporte ferroviário

As primeiras ferrovias no Brasil tiveram início ainda no século XIX com cartas de privilégios dadas pelos governos vigentes a empreendedores que buscavam recursos internacionais para as empreitadas. No início, a maioria apresentava dificuldades técnicas quanto ao material rodante e à infraestrutura. Na ocasião da proclamação da república, em 1889, existiam, no Brasil, 9.583 km de ferrovias que serviam a capital (Rio de Janeiro) e catorze das vinte então províncias. Até a Primeira Guerra Mundial a extensão ferroviária era de 28.553 km, e, em 1940 era de 34.252 km. Nesta época, o setor estava em declínio com a desativação de vários trechos, e em 1964 ocorria um decréscimo para 32.163 km. Mesmo assim, as principais ferrovias de hoje ainda não haviam sido construídas.

A Companhia do Vale do Rio Doce participava ativamente da construção de suas duas ferrovias: a EF Carajás e a EF Vitória – Minas. Na década de 90, as ferrovias, ainda estatais, reunidas na RFFSA e na Fepasa, passaram por um processo de privatização, sendo construídas novas operadoras que assumiram as concessões para exploração de 30 anos renováveis. Também a Companhia do Vale do Rio Doce foi privatizada, mantendo o controle das suas duas ferrovias. Atualmente cada operadora desenvolve e põe em operação suas próprias ferrovias.

Análise de Viabilidade

A análise de viabilidade deste trabalho será baseada na verificação da necessidade de um estudo do caso usando como artifícios a verificação das vantagens entre o meio de transporte em questão e o meio de transporte mais utilizado para movimentação de cargas e passageiros, ou seja, entre os transportes ferroviário e rodoviário e também na exposição dos atuais investimentos no setor que indicarão as perspectivas para crescimento do setor para termos um desenvolvimento de transportes satisfatório para o Brasil. Com relação a custos de projeto, estes estarão restritos aos valores de horas de trabalhos, já que a construção de protótipo não é o objetivo deste.

Vantagens sobre outros meios

Menor resistência de rolamento

As rodas de aço dos trens que se deslocam sobre trilhos também de aço oferecem as menores resistências possíveis para um veículo com material rolante, sendo que em valores, pode-se chegar a 2,5 a 6 vezes menor do que no caso de pneus rolando sobre vias asfaltadas. Logo, os trens são freados pelos trilhos numa proporção menor do que os caminhões e carros pelas vias asfaltadas e por conseqüente consomem menor quantidade de energia (combustível) para o transporte.

Arrasto aerodinâmico reduzido

O arrasto aerodinâmico pode ser considerado como a força necessária para movimentar o ar à frente do veículo exercida sobre ele. Enquanto que em veículos de estradas essa força deve ser vencida por cada veículo separadamente, nos trens essa força é exercida apenas uma única vez não

importando o número de vagões em movimento. Logo, a força de arrasto aerodinâmico exercida em um trem é menor do que em relação a um caminhão, se relacionarmos as toneladas que cada um pode transportar.

Forças de inércia e gravidade

As linhas de trilhos de trens têm, em geral, declividades menores que aquelas de vias rodoviárias, por questões de projeto. Assim, os trens devem subir rampas menos íngremes que os caminhões e carros, o que quer dizer que requerem menores picos de energia para alcançarem seu destino. Também, um trem poder aproveitar a energia cinética acumulada e a energia potencial para percorrer longos trechos em linha reta sem necessidade de força tratora. Como raramente sofrem com engarrafamentos, os trens não tem necessidade de acelerações freqüentes, fato este extremamente comum em veículos rodoviários. Este fato é importante dado que cada pausa em um trem causa um aumento de 10% no consumo global de energia (para 100km).

Menor espaços para vias

O espaço necessário para duas vias com trilhos de trem paralelos chega a ser de duas a três vezes menor que para vias rodoviárias. A Figura 1 ilustra a situação:

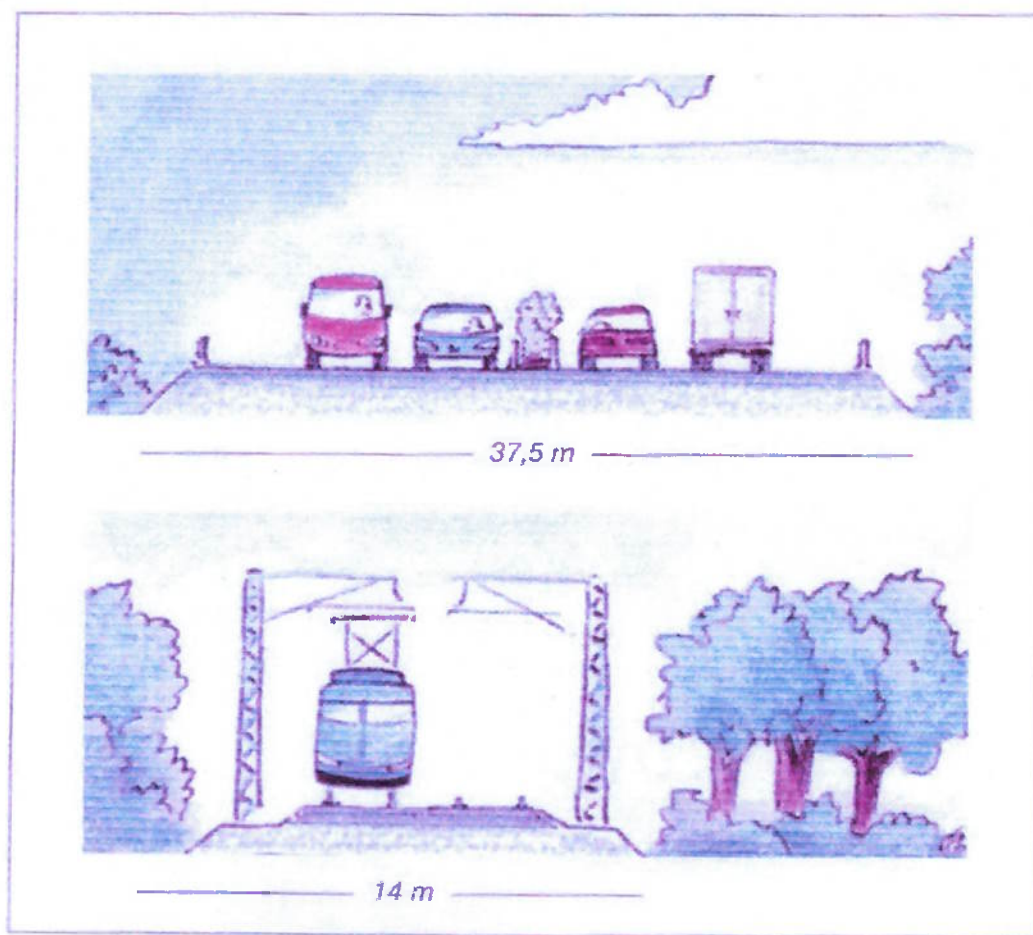


Figura 1: Espaço requerido para implantação de estradas rodoviárias e de ferro.

As vias comparadas têm a mesma capacidade de carga, sendo que o trecho rodoviário considerado é composto por quatro vias de tráfego e duas auxiliares (encostamentos). Ocupando menos a superfície do solo, as vias férreas liberam maior espaço para a vegetação permitindo uma melhor absorção de CO₂.

Consumo racional de energia

A utilização da energia elétrica permite aos trens explorar todos os tipos de fontes de energia, incluindo aquelas que não geram emissões e também as fontes renováveis. No contexto atual, o transporte ferroviário é o único capaz de aproveitar essa vantagem nas atividades comerciais cotidianas.

Mesmo nos países onde a tração elétrica dos trens é alimentada por centrais termelétricas, o transporte ferroviário poderá contribuir para a mudança da matriz energética à medida que novos combustíveis são desenvolvidos para produção de energia elétrica. Esses novos combustíveis, como o bio-diesel, poderão também servir para substituir os combustíveis existentes para tração de locomotivas a diesel.

Outro aspecto neste sentido é a recuperação de energia. Tecnologias avançadas de freios podem reciclar até 25% de energia em planícies e até 40% em montanhas.

Seja por tração elétrica ou diesel, os trens são capazes de transportar mais mercadorias ou passageiros por unidade de energia que os veículos rodoviários ou mesmo aéreos. A Figura 2 ilustra o fato:

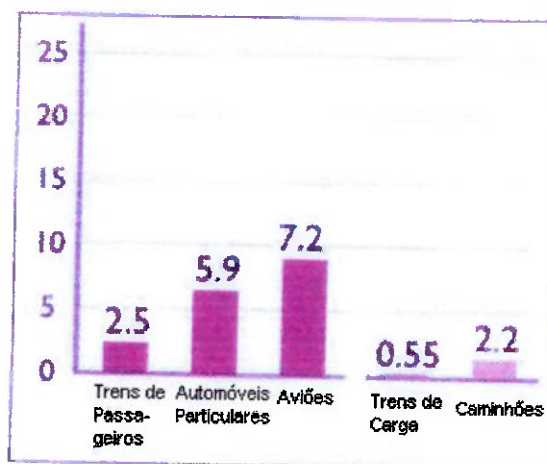


Figura 2: Consumo de Energia (em litros de gasolina por 100 passageiros-toneladas /km)

Se aliarmos o consumo de energia à emissão de gás carbônico teremos uma vantagem ainda maior em relação aos trens. As duas próximas figuras trazem essa comparação:

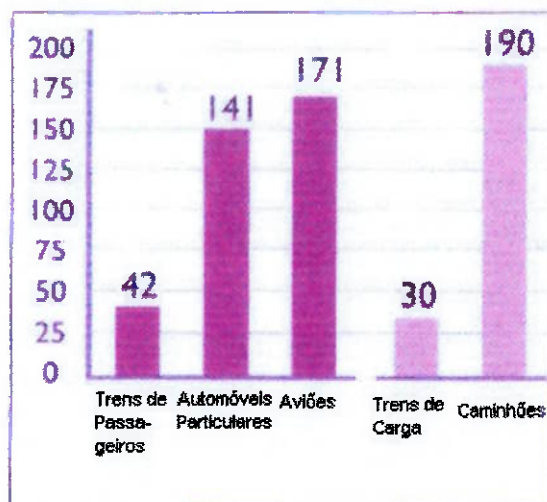


Figura 3: Emissão de CO2 (em g por 100 passageiros-toneladas /km)

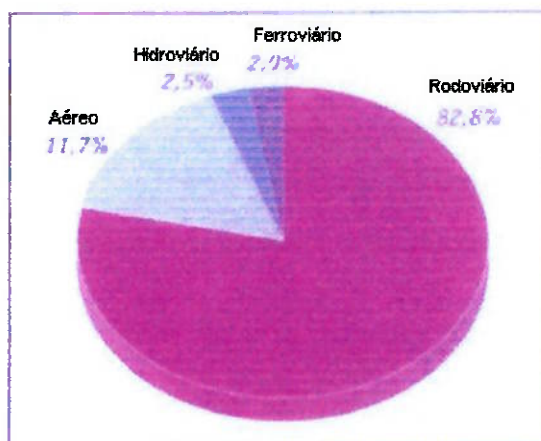


Figura 4: Origem das emissões de CO2 no setor de transportes.

Fundamentos da análise vibracional

Antes de entrar diretamente nas equações da dinâmica, para a construção do modelo matemático do trem, serão abordadas nesse capítulo as equações fundamentais da dinâmica, os graus de liberdade dos sistemas livres e forçados bem como a representação na forma matricial.

As técnicas mais comuns de modelagem matemática para um sistema com vários graus de liberdade requerem um conhecimento básico dos conceitos de mecânica clássica, especialmente do significado de resposta livre de um sistema, resposta forçada, análise modal (autovetores e autovalores) e também os conceitos de ortogonalidade dos modos naturais.

Basicamente, esses fundamentos são provenientes das Leis de Newton, no entanto, como se trata da construção de um sistema com vários graus de liberdade, será aplicada uma abordagem estruturada na forma estrutural. Normalmente, para se criar as equações de vínculos e as de movimento de um determinado modelo, procura-se adotar um sistema de coordenadas generalizadas e independentes, de maneira que a quantidade de coordenadas necessárias para descrever todos os movimentos do modelo represente essencialmente o número de graus de liberdade do sistema.

Por exemplo, para se saber como é a forma de vibrar do modelo em um determinado modo, precisaremos conhecer e interpretar o conceito de autovetor na base das coordenadas generalizadas, bem como sua frequência natural (autovalor).

Inicialmente, será abordado o sistema livre, cujos conceitos serão fundamentais para a compreensão dos próximos capítulos, assim como quando for tratada a resposta dos sistemas forçados, onde será aplicada uma força no veículo e será analisado o seu comportamento.

Alguns conceitos de ortogonalidade dos modos naturais serão discutidos nesse capítulo para se compreender o fato do porquê de alguns modos não serem excitados em detrimento a outros, quanto se aplicada uma determinada força.

Uma breve introdução á análise de sinais no domínio da frequência através do uso da transformadas de Fourier será realizado no decorrer desse

capítulo, pois a interpretação das curvas de conforto é realizada com os sinais no domínio da frequência, mais especificamente em bandas de terças de oitavas, conceito que iremos abordar no decorrer dos próximos capítulos.

Conceitos iniciais

De uma forma geral, a resposta dinâmica de um modelo linear possuindo N graus de liberdade pode ser obtida a partir da solução de um conjunto de equações diferenciais de segunda ordem que, escritas de forma matricial, são dadas por:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [D]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (\text{Eq. 1})$$

Onde: $[M]_{N \times N}$ é a matriz de massa;

$[D]_{N \times N}$ é a matriz de amortecimento;

$[K]_{N \times N}$ é a matriz de rigidez;

$\{x\}_{N \times 1}$ é o vetor dos deslocamentos nas coordenadas generalizadas;

$\{\dot{x}\}_{N \times 1}$ é o vetor das velocidades nas coordenadas generalizadas;

$\{\ddot{x}\}_{N \times 1}$ é o vetor das acelerações nas coordenadas generalizadas;

$\{f\}_{N \times 1}$ é o vetor das forças nas coordenadas generalizadas;

A equação 1 constitui um sistema de N equações diferenciais acopladas, o que, em princípio, requer sua resolução simultânea no processo de obtenção da resposta do sistema. Através de uma análise pode-se empregar algumas técnicas especiais de solução de sistemas, como aquele mostrado na equação 1, que facilitam a obtenção da resposta de um sistema. Uma destas técnicas é baseada na resposta livre do sistema e será descrita a seguir.

Resposta livre do sistema não amortecido

A resposta livre não amortecida do sistema é obtida mediante a resolução da equação 1 fazendo-se $[D]=[0]$ e $[f]=\{0\}$:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = 0 \quad (\text{Eq. 2})$$

A solução da equação 2 para condições iniciais não nulas é dada por uma combinação linear de solução do tipo:

$$\{z\} = \{\phi\}e^{\lambda t} \quad (\text{Eq. 3})$$

onde $\{\phi\}$ é um vetor de elementos reais e λ um número imaginário puro.

Substituindo-se a equação 3 na equação 2 tem-se:

$$[\lambda]_{diag}[M] + [K]\{\phi\} = 0 \quad (\text{Eq. 4})$$

a qual resultará em solução não nula se e somente se:

$$\det[\lambda]_{diag}[M] + [K] = 0 \quad (\text{Eq. 5})$$

A equação 5 representa um autoproblema quadrático. Nesse caso, assumindo que não haja repetição de autovalores, sua solução fornece N pares conjugados de autovalores λ_r . As frequências naturais do sistema são obtidas diretamente a partir destes autovalores segundo a relação:

$$\lambda_r = \pm i\omega_r \quad (\text{Eq. 6})$$

onde ω_r representa a r-ésima frequência natural do sistema e $i = \sqrt{-1}$.

A substituição de λ_r na equação 4 resulta em um autovetor de elementos reais, representando o r-ésimo modo normal do sistema não amortecido. Então

a cada frequência natural w_r , associa-se um modo de vibrar $\{\phi\}_r$, obtido mediante a solução do seguinte sistema homogêneo:

$$[-w_r^2[M] + [K]]\{\phi_r\} = \{0\} \quad (\text{Eq. 7})$$

A determinação do r-ésimo modo de vibrar é geralmente feita assumindo um dos elementos do modo de vibrar de interesse de valor unitário, resolvendo os demais, em função deste valor.

Os modos naturais do sistema podem ser agrupados em uma matriz NxN denominada matriz modal

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \cdots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \cdots & \phi_{2N} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} & \cdots & \phi_{3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \phi_{N3} & \cdots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 8})$$

Da mesma forma, os autovalores podem ser agrupados em uma matriz diagonal NxN:

$$[w_r^2] = \begin{bmatrix} w_1^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2^2 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & w_3^2 & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & w_N^2 \end{bmatrix} \quad (\text{Eq. 9})$$

Dessa forma, o modelo modal da estrutura não amortecida sob estudo, consiste das frequências naturais e dos modos naturais de vibrar do sistema de N graus de liberdade.

A matriz diagonal $[w_r^2]$ possui o quadrado das frequências naturais em ordem crescente nos elementos da diagonal principal. A matriz Φ é a matriz de vibrar do sistema modal correspondente a um modo de vibrar, também conhecido como vetor modal. Os vetores modais são ortogonais entre si, consistindo, portanto uma base R^{NxN} .

A seguir, são apresentadas algumas propriedades importantes dos modos naturais de vibrar.

Propriedades de ortogonalidade dos modos naturais

As relações de ortogonalidade são propriedades úteis e importantes no estudo da resposta dinâmica de estruturas em vibração. Retornando à equação 7, pode-se reescrevê-la para os modos r e s como:

$$[K]\{\phi_r\} = w_r^2[M]\{\phi_r\} \quad (\text{Eq. 10})$$

$$[K]\{\phi_s\} = w_s^2[M]\{\phi_s\} \quad (\text{Eq. 11})$$

onde os índices r e s denotam os r -ésimo e s -ésimo modos de vibrar, respectivamente.

Pré-multiplicando ambos os lados da equação 10 pelo valor $\{\phi_s\}^T$, resulta:

$$\{\phi_s\}^T[K]\{\phi_r\} = w_r^2\{\phi_s\}^T[M]\{\phi_r\} \quad (\text{Eq. 12})$$

Transpondo a equação 11 e pós-multiplicando a equação resultante pelo vetor $\{\phi_r\}$ obtém-se:

$$\{\phi_s\}^T[K]\{\phi_r\} = w_s^2\{\phi_s\}^T[M]\{\phi_r\} \quad (\text{Eq. 13})$$

Subtraindo-se a equação 13 da equação 12, resulta:

$$(w_r^2 - w_s^2)\{\phi_s\}^T[M]\{\phi_r\} = 0 \quad (\text{Eq. 14})$$

Dividindo ambos lados das equações 12 e 13 por w_r^2 e w_s^2 respectivamente e subtraindo a segunda da primeira, obtém-se:

$$\left(\frac{1}{w_r^2} - \frac{1}{w_s^2} \right) \{\phi_s\}^T [K] \{\phi_r\} = 0 \quad (\text{Eq. 15})$$

As equações 14 e 15 são automaticamente satisfeitas para autovalores distintos $(w_r^2 \neq w_s^2)$ e não nulos, se e somente se:

$$\{\phi_s\}^T [M] \{\phi_r\} = 0 \quad (\text{Eq. 16})$$

$$\{\phi_s\}^T [K] \{\phi_r\} = 0 \quad (\text{Eq. 17})$$

As equações 16 e 17 constituem as relações de ortogonalidade dos modos naturais de vibrar sendo que a primeira representa a ortogonalidade dos modos de com relação à matriz de massa do sistema e a segunda com relação à matriz de rigidez do sistema. Quando $r = s$, as equações 16 e 17 resultam em:

$$\{\phi_r\}^T [M] \{\phi_r\} = m_r \quad (\text{Eq. 18})$$

$$\{\phi_r\}^T [K] \{\phi_r\} = k_r \quad (\text{Eq. 19})$$

onde m_r e k_r são respectivamente os coeficientes de massa e rigidez modal do modo r .

Para os N modos de vibrar, pode-se escrever matricialmente:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [m]_{diag} \quad (\text{Eq. 20})$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [k]_{diag} \quad (\text{Eq. 21})$$

onde as matrizes de massa e rigidez modal $[m]$ e $[k]$ são diagonais devido à propriedade da ortogonalidade. Um procedimento comumente aceito em análise modal é a normalização dos modos naturais do sistema pela massa modal. Os modos normalizados são escritos como:

$$\{\hat{\phi}_r\} = m_r^{-1/2} \{\phi_r\} \quad (\text{Eq. 22})$$

onde $\hat{\phi}_r$ é o r-ésimo modo de vibrar normalizado em relação à r-ésima massa modal.

Assim, as relações de ortogonalidade dadas pelas equações 20 e 21 podem ser escritas com relação aos modos normalizados:

$$[\hat{\Phi}]^T [M] [\hat{\Phi}] = [I] \quad (\text{Eq. 23})$$

$$[\hat{\Phi}]^T [K] [\hat{\Phi}] = [w_r^2]_{diag} \quad (\text{Eq. 24})$$

onde [I] é a matriz identidade e os modos normalizados pela massa modal são ortonormais em relação à matriz de massa.

Modelagem dos componentes

Nesse capítulo, os principais componentes atuantes na dinâmica do trem serão identificados e analisados com relação aos seus pontos de apoios de cada componente que determinarão a resposta dinâmica do sistema completo. O modelo completo comportará os componentes unidos pelos acoplamentos que são os elementos que criam as forças restauradoras e os amortecimentos.

De um modo geral os componentes serão considerados corpos rígidos, ou seja, sem flexibilidade, o que dificultaria a obtenção de equações diferenciais e obrigaria o uso de programas de elementos finitos. Cada corpo é definido pela sua massa e pelos momentos de inércias transversal e lateral cujos valores serão apresentados mais adiante. Os componentes anteriormente ressaltados são:

1. Vagão de Passageiros;
2. Truque 1;
3. Truque 2;
4. Molas helicoidais;
5. Amortecedores;
6. Molas pneumáticas.

Vagão de Passageiros

O vagão propriamente dito é aquele suportado pelos truques, normalmente por molas helicoidais ou mesmo molas pneumáticas como é o caso do veículo tratado neste trabalho. Os graus de liberdade deste corpo são limitados à translação vertical, rotação em torno do eixo X e rotação em torno do eixo Y, como indicado na Figura 5:

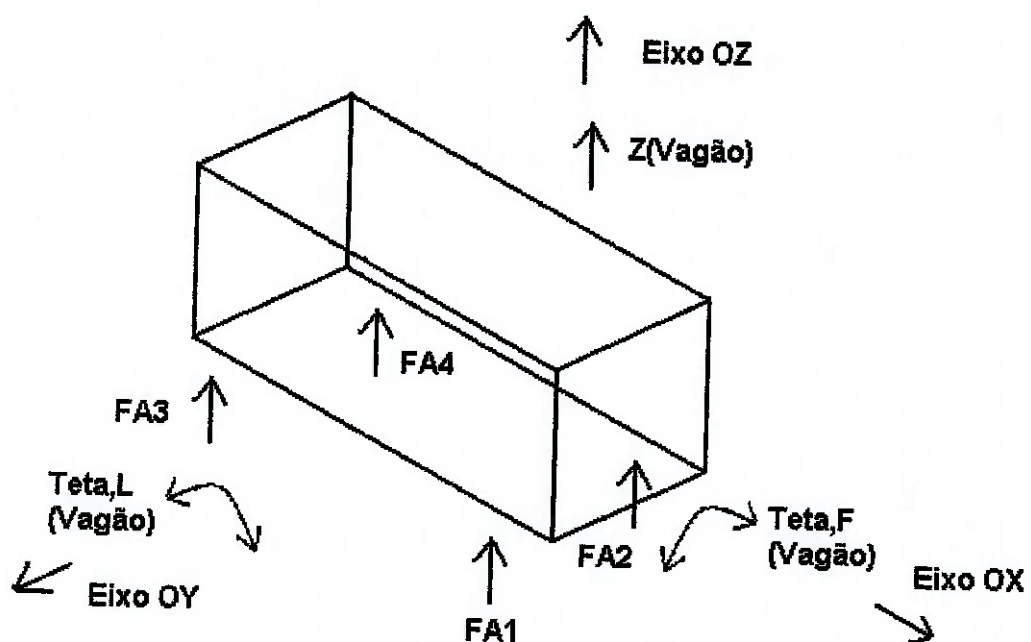


Figura 5: Esquema Físico do Vagão



Figura 6: Exemplo Real do Vagão de Passageiros

Truque 1

O truque 1, considerado o truque dianteiro, é suportado pelas rodas utilizando-se para este fim, molas helicoidais e amortecedores, ambos lineares. Em cada ponta de eixo das rodas temos um conjunto mola – amortecedor, logo temos 4 (quatro) forças restauradoras por truque, dado que temos 2 (dois) eixos por truque. Como no vagão de passageiros, os graus de liberdade do truque estão limitados à translação vertical, rotação em torno do eixo x e rotação em torno do eixo y, como indicado na Figura 7:

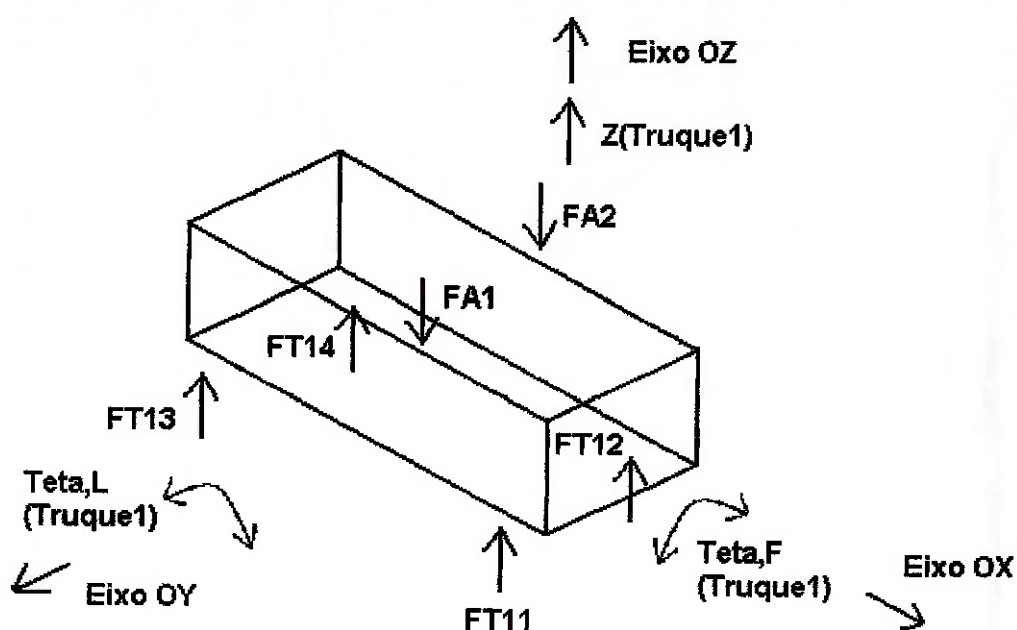


Figura 7: Esquema Físico do Truque 1.

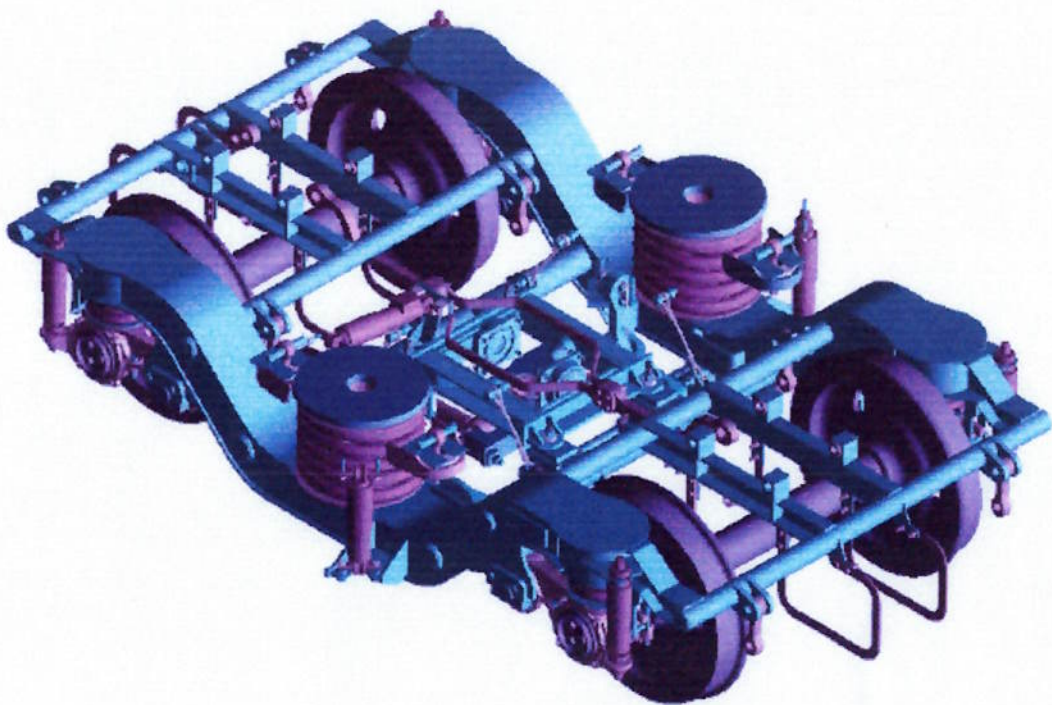


Figura 8: Exemplo Virtual de Truque.

Truque 2

Idem ao truque 2 apenas ressaltando que se trata do truque traseiro, possuindo geralmente as mesmas características físicas daquele anteriormente descrito.

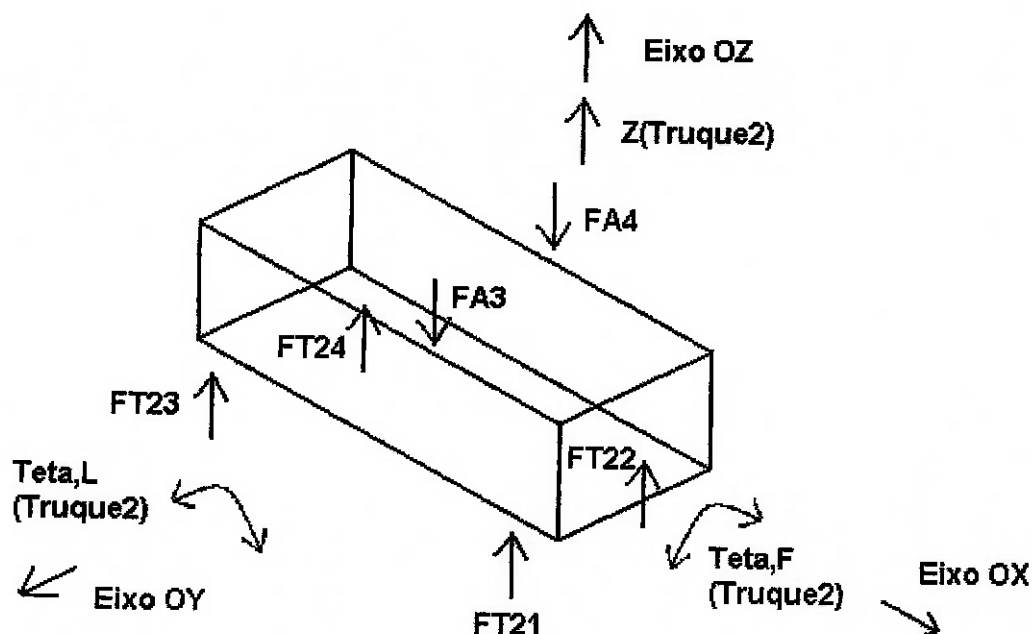


Figura 9: Esquema Físico do Truque 2.

Molas helicoidais e Amortecedores

Principais responsáveis pelas forças restauradoras na dinâmica, as molas helicoidais e amortecedores são largamente utilizados em sistemas mecânicos, não necessitando, pois, de uma explicação a fundo sobre seu funcionamento.

As molas helicoidais usadas em sistemas de suspensão veicular são caracterizadas pelas forças restauradoras lineares em relação à diferença do comprimento natural. A primeira parte deste trabalho analisa o sistema como linear, sendo que depois são incorporadas ao sistema molas pneumáticas não lineares.

Os amortecedores veiculares, por sua vez, serão considerados como amortecedores viscosos, ou seja, com suas forças restauradoras proporcionais às suas taxas de variação do comprimento natural.

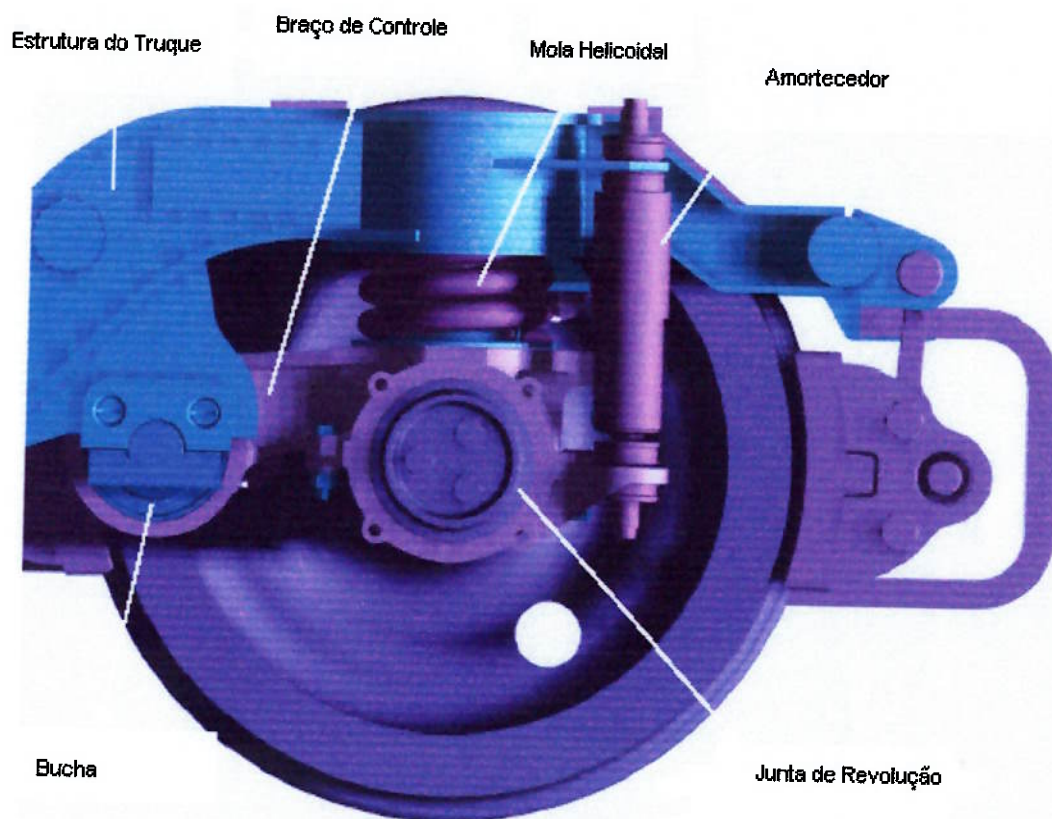


Figura 10: Local de Aplicação de Mola Helicoidal no Truque.

As molas pneumáticas são como bolsas de ar geralmente construídas em borracha que não tem suas forças restauradoras linearmente proporcionais à sua deformação. Devido ao aumento de complexidade do sistema, a introdução de molas pneumática será feita na segunda parte deste trabalho. Porém, vale ressaltar que existem trens cuja montagem final é feita com molas helicoidais, tendo seu comportamento dinâmico aproximado pela modelagem linear feita neste trabalho.

Molas Pneumáticas

Para melhorar o conforto em sistemas mecânicos em que há forte contato com a ergonomia, foram introduzidas as molas pneumáticas. Caracterizadas por uma câmara de ar com um corpo geralmente feito em borracha, as molas pneumáticas não tem um comportamento linear como as

molares helicoidais. Através da deformação do corpo, a pressão na câmara de ar aumenta segundo a lei dos gases perfeitos que prevê que as variações da pressão e do volume de um gás são inversamente proporcionais. Logo em seguida a este relatório parcial será feita uma análise do sistema com essas molares para conhecermos suas melhorias e contribuições para o conforto.

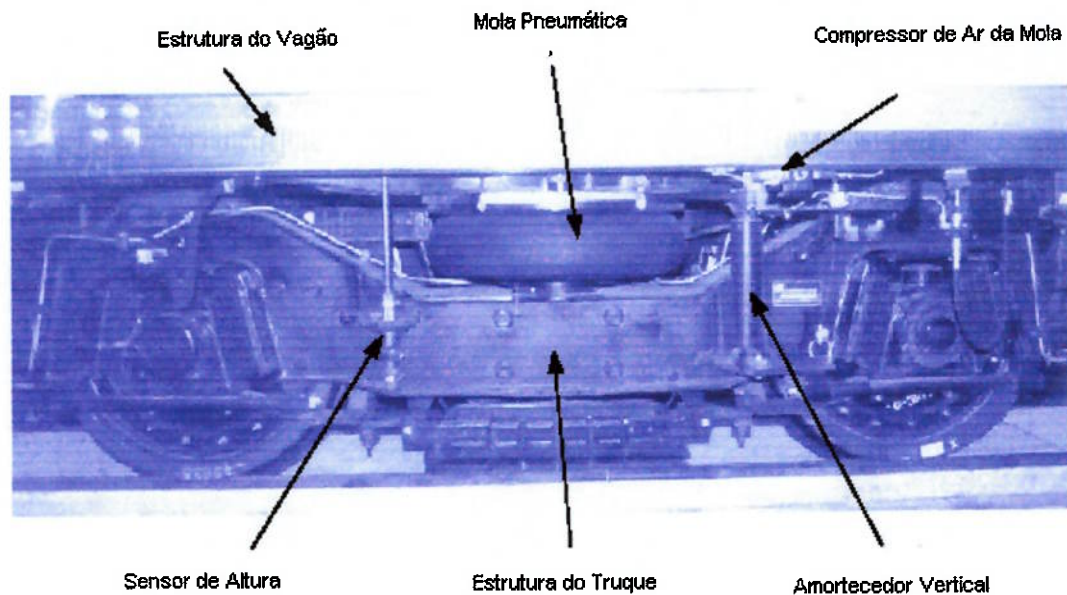


Figura 11: Local de Aplicação de Mola Pneumática no Truque.

O comportamento dinâmico de uma mola pneumática será baseado no gráfico fornecido em HEISLER:

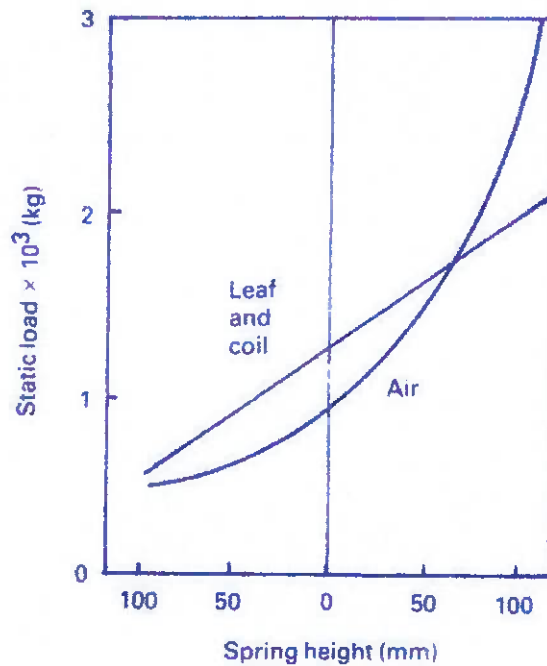


Figura 12: Variação da Força Restauradora na Mola Pneumática.

Graus de liberdade do sistema

As coordenadas generalizadas escolhidas serão fixadas no centro de massa de cada um dos corpos, para facilitar o equacionamento do modelo.

Os graus de liberdade para os corpos desse modelo serão:

1. Translação no eixo Z do vagão de passageiros: z_V ;
2. Translação no eixo Z do truque 1: z_{T1} ;
3. Translação no eixo Z do truque 2: z_{T2} ;
4. Rotação no eixo X (lateral) do vagão de passageiros: θ_{VL} ;
5. Rotação no eixo X (lateral) do truque 1: θ_{T1L} ;
6. Rotação no eixo X (lateral) do truque 2: θ_{T2L} ;
7. Rotação no eixo Y (frontal) do vagão de passageiros: θ_{VF} ;
8. Rotação no eixo Y (frontal) do truque 1: θ_{T1F} ;
9. Rotação no eixo Y (frontal) do truque 2: θ_{T2F} .

Constantes do sistema

Aqui serão listadas as constantes físicas aplicáveis ao modelo compondo-se das massas, momentos de inércias, rigidez de molas, coeficientes de amortecedores e distâncias.

Massas:

$M_V \Rightarrow$ Massa do vagão de passageiros;

$M_{T1} \Rightarrow$ Massa do truque dianteiro;

$M_{T2} \Rightarrow$ Massa do truque traseiro.

Momentos de inércias:

$J_{VL} \Rightarrow$ Momentos de inércia lateral do vagão de passageiros;

$J_{T1L} \Rightarrow$ Momentos de inércia lateral do truque dianteiro;

$J_{T2L} \Rightarrow$ Momentos de inércia lateral do truque traseiro.

$J_{VF} \Rightarrow$ Momentos de inércia frontal do vagão de passageiros;

$J_{T1F} \Rightarrow$ Momentos de inércia frontal do truque dianteiro;

$J_{T2F} \Rightarrow$ Momentos de inércia frontal do truque traseiro.

Rigidez das molas:

$K_{AN} \Rightarrow$ Rigidez (modelo linear) das molas pneumáticas (N=1,2,3 ou 4);

$K_{T1N} \Rightarrow$ Rigidez das molas do truque dianteiro (N=1,2,3 ou 4);

$K_{T2N} \Rightarrow$ Rigidez das molas do truque traseiro (N=1,2,3 ou 4).

Coeficientes dos amortecedores:

D_{AN} => Coeficiente (modelo linear) das molas pneumáticas (N=1,2,3 ou 4);

D_{T1N} => Coeficientes dos amortecedores do truque dianteiro (N=1,2,3 ou 4);

D_{T2N} => Coeficientes dos amortecedores do truque traseiro (N=1,2,3 ou 4).

Distâncias:

t_v => Metade da bitola entre as molas pneumáticas;

L_v => Metade da distância entre as molas pneumáticas dianteira e traseira;

t_T => Metade da bitola entre os apoios das molas do truque;

L_T => Metade da distância entre os apoios das molas do truque.

Variáveis do sistema

Na seção anterior, listamos as constantes do sistema sendo que nesta parte listaremos as variáveis compreendidas por: forças restauradoras e alturas das conexões dos conjuntos molas-amortecedores. Vale lembrar que se juntam a estas as variáveis listadas na seção graus de liberdade.

Forças restauradoras:

f_{AN} => Forças das molas pneumáticas;

f_{T1N} => Forças dos conjuntos molas-amortecedores do truque dianteiro;

f_{T2N} => Forças dos conjuntos molas-amortecedores do truque traseiro;

Alturas das conexões:

h_{VN} => Altura dos pontos de apoios do vagão de passageiros nas molas pneumáticas (N=1,2,3 ou 4);

h_{AN} => Altura dos pontos de apoios das molas pneumáticas nos truques (N=1 ou 2 para truque dianteiro e N=3 ou 4 para truque traseiro);

h_{T1N} => Altura dos pontos de apoios do truque dianteiro nos conjuntos molas-amortecedores ligados às rodas (N=1,2,3 ou 4);

h_{T2N} => Altura dos pontos de apoios do truque traseiro nos conjuntos molas-amortecedores ligados às rodas (N=1,2,3 ou 4);

Entradas do sistema

As forças atuantes no sistema são representadas pelas alturas das extremidades inferiores dos conjuntos molas-amortecedores que sustentam os truques e, conseqüentemente, o vagão de passageiros.

h_{E1N} => Alturas das extremidades inferiores dos conjuntos molas-amortecedores do truque dianteiro (N=1,2,3 ou 4);

h_{E2N} => Alturas das extremidades inferiores dos conjuntos molas-amortecedores do truque traseiro (N=1,2,3 ou 4);

Esquema físico completo

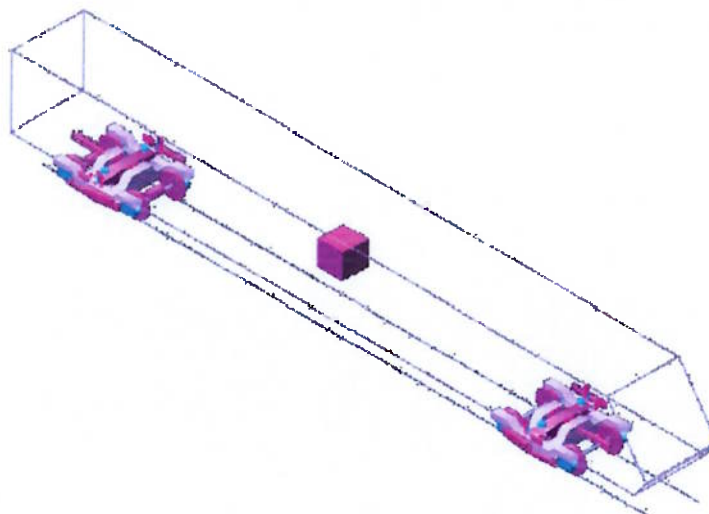


Figura 13: Exemplo do Modelo Completo.

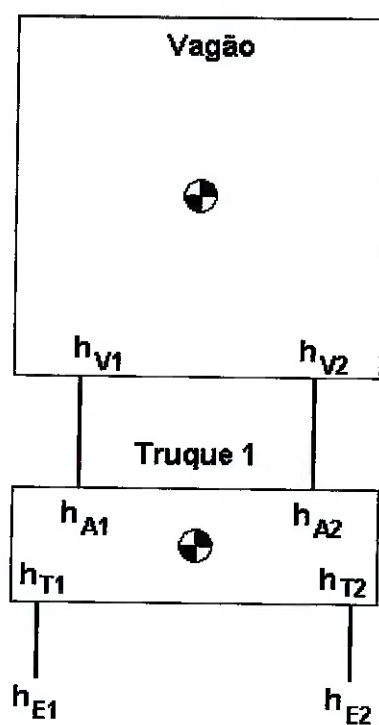


Figura 14: Vista Frontal do Modelo Completo.

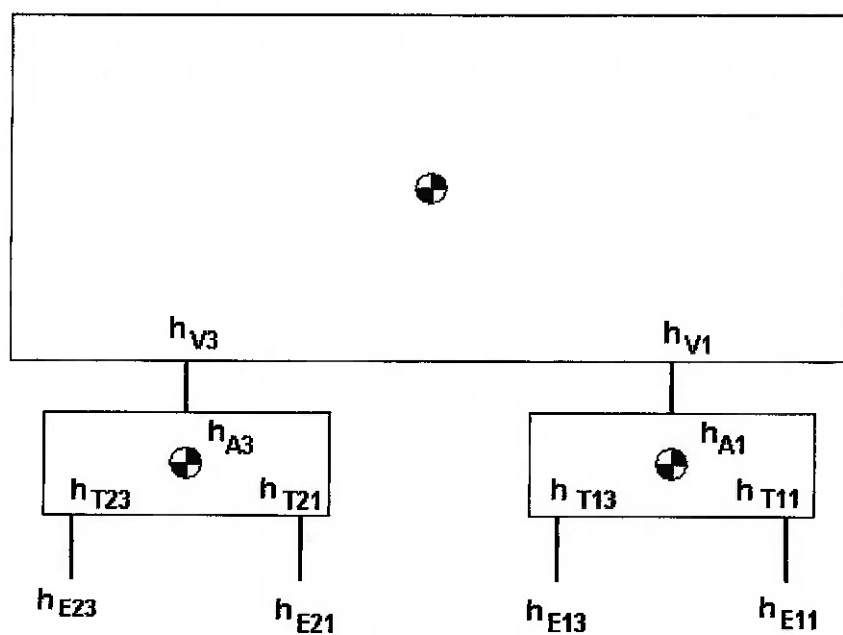


Figura 15: Vista Lateral do Modelo Completo.

Equações de movimento do sistema

A fim de deduzir as equações de movimentos do sistema, cada corpo será tratado separadamente e suas equações de vínculos, forças, movimentos serão dadas passo a passo.

Vagão de Passageiros

A partir da figura aqui reproduzida pode-se escrever a 2ª Lei de Newton para o movimento translacional do corpo:

$$M_V \cdot \ddot{z}_V = f_{A1} + f_{A2} + f_{A3} + f_{A4}$$

E para os movimentos rotacionais, teremos:

$$J_{VL} \cdot \ddot{\theta}_{VL} = (f_{A1} + f_{A2}) \cdot L_V - (f_{A3} + f_{A4}) \cdot L_V$$

$$J_{VF} \cdot \ddot{\theta}_{VF} = (f_{A2} + f_{A4}) \cdot t_V - (f_{A1} + f_{A3}) \cdot t_V$$

As forças (no caso linear) são dadas por:

$$f_{A1} = K_{A1} \cdot (h_{V1} - h_{A1}) + D_{A1} \cdot (\dot{h}_{V1} - \dot{h}_{A1})$$

$$f_{A2} = K_{A2} \cdot (h_{V2} - h_{A2}) + D_{A2} \cdot (\dot{h}_{V2} - \dot{h}_{A2})$$

$$f_{A3} = K_{A3} \cdot (h_{V3} - h_{A3}) + D_{A3} \cdot (\dot{h}_{V3} - \dot{h}_{A3})$$

$$f_{A4} = K_{A4} \cdot (h_{V4} - h_{A4}) + D_{A4} \cdot (\dot{h}_{V4} - \dot{h}_{A4})$$

Já as alturas dos apoios no vagão são dadas por:

$$h_{V1} = z_V - \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V$$

$$h_{V2} = z_V + \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V$$

$$h_{V3} = z_V - \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V$$

$$h_{V4} = z_V + \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V$$

E as alturas dos apoios nos truques são:

$$h_{A1} = z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_V$$

$$h_{A2} = z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_V$$

$$h_{A3} = z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_V$$

$$h_{A4} = z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_V$$

Substituindo as relações de alturas nas fórmulas de forças teremos:

$$f_{A1} = K_{A1} \cdot (z_V - \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_V)) + D_{A1} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V + \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_V))$$

$$f_{A2} = K_{A2} \cdot (z_V + \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_V)) + D_{A2} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V + \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_V))$$

$$f_{A3} = K_{A3} \cdot (z_V - \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_V)) + D_{A3} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V - \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_V))$$

$$f_{A4} = K_{A4} \cdot (z_V + \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_V)) + D_{A4} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V - \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_V))$$

E substituindo estas nas equações da 2ª Lei de Newton acima descrita, teremos:

$$\begin{aligned} M_V \cdot \ddot{z}_V = & K_{A1} \cdot (z_V - \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_V)) + D_{A1} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V + \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_V)) \\ & + K_{A2} \cdot (z_V + \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_V)) + D_{A2} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V + \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_V)) + \\ & + K_{A3} \cdot (z_V - \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_V)) + D_{A3} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V - \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_V)) + \\ & + K_{A4} \cdot (z_V + \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_V)) + D_{A4} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V - \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_V)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} J_{VL} \cdot \ddot{\theta}_{VL} = & (K_{A1} \cdot (z_V - \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_V)) + D_{A1} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V + \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_V)) \\ & + K_{A2} \cdot (z_V + \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_V)) + D_{A2} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V + \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_V))) \cdot L_V - \\ & - (K_{A3} \cdot (z_V - \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_V)) + D_{A3} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V - \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_V)) + \\ & + K_{A4} \cdot (z_V + \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_V)) + D_{A4} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V - \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_V))) \cdot L_V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{VF} \ddot{\theta}_{VF} = & (K_{A2} \cdot (z_V + \theta_{VF} t_V + \theta_{VL} L_V - (z_{T1} + \theta_{T1F} t_V)) + D_{A2} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} t_V + \dot{\theta}_{VL} L_V - (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} t_V)) \\
& + K_{A4} \cdot (z_V + \theta_{VF} t_V - \theta_{VL} L_V - (z_{T2} + \theta_{T2F} t_V)) + D_{A4} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} t_V - \dot{\theta}_{VL} L_V - (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} t_V))) t_V \\
& - (K_{A1} \cdot (z_V - \theta_{VF} t_V + \theta_{VL} L_V - (z_{T1} - \theta_{T1F} t_V)) + D_{A1} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} t_V + \dot{\theta}_{VL} L_V - (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} t_V))) + \\
& + K_{A3} \cdot (z_V - \theta_{VF} t_V - \theta_{VL} L_V - (z_{T2} - \theta_{T2F} t_V)) + D_{A3} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} t_V - \dot{\theta}_{VL} L_V - (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} t_V))) t_V
\end{aligned}$$

Truque 1

A sequência adotada é a mesma do vagão de passageiros, ou seja, a dedução das fórmulas gradativamente para obter a forma final da 2ª Lei de Newton.

$$M_{T1} \ddot{z}_{T1} = (f_{T11} + f_{T12} + f_{T13} + f_{T14}) - (f_{A1} + f_{A2})$$

$$J_{T1L} \ddot{\theta}_{T1L} = (f_{T11} + f_{T12}) L_T - (f_{T13} + f_{T14}) L_T$$

$$J_{T1F} \ddot{\theta}_{T1F} = (f_{T12} + f_{T14}) t_T - (f_{T11} + f_{T13}) t_T + f_{A1} t_V - f_{A2} t_V$$

As forças que suportam o truque ficam:

$$f_{T11} = K_{T11} \cdot (h_{T11} - h_{E11}) + D_{T11} \cdot (\dot{h}_{T11} - \dot{h}_{E11})$$

$$f_{T12} = K_{T12} \cdot (h_{T12} - h_{E12}) + D_{T12} \cdot (\dot{h}_{T12} - \dot{h}_{E12})$$

$$f_{T13} = K_{T13} \cdot (h_{T13} - h_{E13}) + D_{T13} \cdot (\dot{h}_{T13} - \dot{h}_{E13})$$

$$f_{T14} = K_{T14} \cdot (h_{T14} - h_{E14}) + D_{T14} \cdot (\dot{h}_{T14} - \dot{h}_{E14})$$

As alturas dos apoios inferiores no truque são:

$$h_{T11} = z_{T1} - \theta_{T1F} t_T + \theta_{T1L} L_T$$

$$h_{T12} = z_{T1} + \theta_{T1F} t_T + \theta_{T1L} L_T$$

$$h_{T13} = z_{T1} - \theta_{T1F} t_T - \theta_{T1L} L_T$$

$$h_{T14} = z_{T1} + \theta_{T1F} t_T - \theta_{T1L} L_T$$

Substituindo as relações de alturas nas fórmulas de forças teremos:

$$\begin{aligned}
f_{T11} &= K_{T11} \cdot (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_T + \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E11}) + D_{T11} \cdot (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E11}) \\
f_{T12} &= K_{T12} \cdot (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_T + \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E12}) + D_{T12} \cdot (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E12}) \\
f_{T13} &= K_{T13} \cdot (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_T - \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E13}) + D_{T13} \cdot (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E13}) \\
f_{T14} &= K_{T14} \cdot (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_T - \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E14}) + D_{T14} \cdot (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E14})
\end{aligned}$$

E substituindo estas nas equações da 2ª Lei de Newton acima descrita, teremos:

$$\begin{aligned}
M_{T1} \cdot \ddot{z}_{T1} &= (K_{T11} \cdot (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_T + \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E11}) + D_{T11} \cdot (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E11}) + \\
&+ K_{T12} \cdot (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_T + \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E12}) + D_{T12} \cdot (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E12}) + \\
&+ K_{T13} \cdot (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_T - \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E13}) + D_{T13} \cdot (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E13}) + \\
&+ K_{T14} \cdot (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_T - \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E14}) + D_{T14} \cdot (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E14})) - \\
&- (K_{A1} \cdot (z_V - \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_V))) + D_{A1} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V + \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_V))) + \\
&+ K_{A2} \cdot (z_V + \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_V))) + D_{A2} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V + \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_V)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{T1L} \cdot \ddot{\theta}_{T1L} &= (K_{T11} \cdot (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_T + \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E11}) + D_{T11} \cdot (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E11}) + \\
&+ K_{T12} \cdot (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_T + \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E12}) + D_{T12} \cdot (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E12})) \cdot L_T - \\
&- (K_{T13} \cdot (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_T - \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E13}) + D_{T13} \cdot (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E13})) + \\
&+ K_{T14} \cdot (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_T - \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E14}) + D_{T14} \cdot (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E14})) \cdot L_T
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{T1F} \cdot \ddot{\theta}_{T1F} &= (K_{T12} \cdot (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_T + \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E12}) + D_{T12} \cdot (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E12}) + \\
&+ K_{T14} \cdot (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_T - \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E14}) + D_{T14} \cdot (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E14})) \cdot t_T - \\
&- (K_{T11} \cdot (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_T + \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E11}) + D_{T11} \cdot (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E11})) + \\
&+ K_{T13} \cdot (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_T - \theta_{T1L} \cdot L_T - h_{E13}) + D_{T13} \cdot (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T1L} \cdot L_T - \dot{h}_{E13})) \cdot t_T + \\
&+ (K_{A1} \cdot (z_V - \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T1} - \theta_{T1F} \cdot t_V))) + D_{A1} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V + \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T1} - \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_V))) \cdot t_V - \\
&- (K_{A2} \cdot (z_V + \theta_{VF} \cdot t_V + \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T1} + \theta_{T1F} \cdot t_V))) + D_{A2} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V + \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T1} + \dot{\theta}_{T1F} \cdot t_V))) \cdot t_V
\end{aligned}$$

Truque 2

A seqüência adotada é a mesma do vagão de passageiros, ou seja, a dedução das fórmulas gradativamente para obter a forma final da 2ª Lei de Newton.

$$M_{T2} \ddot{z}_{T2} = (f_{T21} + f_{T22} + f_{T23} + f_{T24}) - (f_{A3} + f_{A4})$$

$$J_{T2L} \ddot{\theta}_{T2L} = (f_{T21} + f_{T22}) L_T - (f_{T23} + f_{T24}) L_T$$

$$J_{T2F} \ddot{\theta}_{T2F} = (f_{T22} + f_{T24}) t_T - (f_{T21} + f_{T23}) t_T + f_{A3} t_V - f_{A4} t_V$$

As forças que suportam o truque ficam:

$$f_{T21} = K_{T21} (h_{T21} - h_{E21}) + D_{T21} (\dot{h}_{T21} - \dot{h}_{E21})$$

$$f_{T22} = K_{T22} (h_{T22} - h_{E22}) + D_{T22} (\dot{h}_{T22} - \dot{h}_{E22})$$

$$f_{T23} = K_{T23} (h_{T23} - h_{E23}) + D_{T23} (\dot{h}_{T23} - \dot{h}_{E23})$$

$$f_{T24} = K_{T24} (h_{T24} - h_{E24}) + D_{T24} (\dot{h}_{T24} - \dot{h}_{E24})$$

As alturas dos apoios inferiores no truque são:

$$h_{T21} = z_{T2} - \theta_{T2F} t_T + \theta_{T2L} L_T$$

$$h_{T22} = z_{T2} + \theta_{T2F} t_T + \theta_{T2L} L_T$$

$$h_{T23} = z_{T2} - \theta_{T2F} t_T - \theta_{T2L} L_T$$

$$h_{T24} = z_{T2} + \theta_{T2F} t_T - \theta_{T2L} L_T$$

Substituindo as relações de alturas nas fórmulas de forças teremos:

$$f_{T21} = K_{T21} (z_{T2} - \theta_{T2F} t_T + \theta_{T2L} L_T - h_{E21}) + D_{T21} (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} t_T + \dot{\theta}_{T2L} L_T - \dot{h}_{E21})$$

$$f_{T22} = K_{T22} (z_{T2} + \theta_{T2F} t_T + \theta_{T2L} L_T - h_{E22}) + D_{T22} (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} t_T + \dot{\theta}_{T2L} L_T - \dot{h}_{E22})$$

$$f_{T23} = K_{T23} (z_{T2} - \theta_{T2F} t_T - \theta_{T2L} L_T - h_{E23}) + D_{T23} (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} t_T - \dot{\theta}_{T2L} L_T - \dot{h}_{E23})$$

$$f_{T24} = K_{T24} (z_{T2} + \theta_{T2F} t_T - \theta_{T2L} L_T - h_{E24}) + D_{T24} (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} t_T - \dot{\theta}_{T2L} L_T - \dot{h}_{E24})$$

E substituindo estas nas equações da 2ª Lei de Newton acima descrita, teremos:

$$\begin{aligned}
M_{T2} \ddot{z}_{T2} = & (K_{T21} \cdot (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_T + \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E21}) + D_{T21} \cdot (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E21})) + \\
& + K_{T22} \cdot (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_T + \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E22}) + D_{T22} \cdot (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E22})) + \\
& + K_{T23} \cdot (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_T - \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E23}) + D_{T23} \cdot (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E23})) + \\
& + K_{T24} \cdot (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_T - \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E24}) + D_{T24} \cdot (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E24})) - \\
& - (K_{A3} \cdot (z_V - \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_V))) + D_{A3} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V - \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_V))) + \\
& + K_{A4} \cdot (z_V + \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_V))) + D_{A4} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V - \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_V)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{T2L} \ddot{\theta}_{T2L} = & (K_{T21} \cdot (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_T + \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E21}) + D_{T21} \cdot (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E21})) + \\
& + K_{T22} \cdot (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_T + \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E22}) + D_{T22} \cdot (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E22})) \cdot L_T - \\
& - (K_{T23} \cdot (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_T - \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E23}) + D_{T23} \cdot (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E23})) + \\
& + K_{T24} \cdot (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_T - \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E24}) + D_{T24} \cdot (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E24})) \cdot L_T
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_{T2F} \ddot{\theta}_{T2F} = & (K_{T22} \cdot (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_T + \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E22}) + D_{T22} \cdot (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E22})) + \\
& + K_{T24} \cdot (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_T - \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E24}) + D_{T24} \cdot (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E24})) \cdot t_T - \\
& - (K_{T21} \cdot (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_T + \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E21}) + D_{T21} \cdot (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T + \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E21})) + \\
& + K_{T23} \cdot (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_T - \theta_{T2L} \cdot L_T - h_{E23}) + D_{T23} \cdot (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_T - \dot{\theta}_{T2L} \cdot L_T - \dot{h}_{E23})) \cdot t_T + \\
& + (K_{A3} \cdot (z_V - \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T2} - \theta_{T2F} \cdot t_V))) + D_{A3} \cdot (\dot{z}_V - \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V - \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T2} - \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_V))) \cdot t_V - \\
& - (K_{A4} \cdot (z_V + \theta_{VF} \cdot t_V - \theta_{VL} \cdot L_V - (z_{T2} + \theta_{T2F} \cdot t_V))) + D_{A4} \cdot (\dot{z}_V + \dot{\theta}_{VF} \cdot t_V - \dot{\theta}_{VL} \cdot L_V - (\dot{z}_{T2} + \dot{\theta}_{T2F} \cdot t_V))) \cdot t_V
\end{aligned}$$

Notação matricial

Vamos utilizar a notação matricial a fim de, futuramente, podermos obter os modos naturais de vibração e as frequências naturais de vibração do modelo acima descrito. As equações finais da 2ª lei de Newton dadas no final da seção anterior podem ser rearranjadas para termos as equações nas formas utilizadas no capítulo que descreve o modo de obtenção das frequências naturais do modelo.

$$[M][\ddot{z}] = [K][z] + [D][\dot{z}] + [U] \Rightarrow [M][\ddot{z}] - [D][\dot{z}] - [K][z] = [U] \Rightarrow$$

$$[M]\ddot{z} + (-[D])\dot{z} + (-[K])z = [U] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [M]\ddot{z} + [\tilde{D}]\dot{z} + [\tilde{K}]z = [U] \quad \text{onde: } [\tilde{D}] = -[D] \text{ e } [\tilde{K}] = -[K]$$

As matrizes K e D serão apresentadas a seguir separadas linha a linha para facilitar a visualização nas páginas, do contrário, seria necessário reduzir o tamanho mostrado nas páginas prejudicando a visualização.

$$K_1 = \begin{bmatrix} K_{A1} + K_{A2} + K_{A3} + K_{A4} & -(K_{A1} + K_{A2}) & -(K_{A3} + K_{A4}) \\ (K_{A1} + K_{A2} - (K_{A3} + K_{A4})) * L_V & 0 & 0 \\ (K_{A4} + K_{A2} - (K_{A1} + K_{A3})) * t_V & (K_{A1} - K_{A2}) * t_V & (K_{A3} - K_{A4}) * t_V \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} K_{A2} - K_{A1} & K_{T11} + K_{T12} + K_{T13} + K_{T14} + K_{A1} + K_{A2} & 0 \\ -(K_{A1} + K_{A2}) * L_V & (K_{T11} + K_{T12} - (K_{T13} + K_{T14})) * L_T & 0 \\ (K_{A1} - K_{A2}) * t_V & (K_{T12} + K_{T14} - (K_{T11} + K_{T13})) * t_T + (K_{A1} - K_{A2}) * t_V & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} K_{A4} - K_{A3} & 0 & K_{T21} + K_{T22} + K_{T23} + K_{T24} + K_{A3} + K_{A4} \\ (K_{A3} + K_{A4}) * t_V & 0 & (K_{T21} + K_{T22} - (K_{T23} + K_{T24})) * L_T \\ (K_{A3} - K_{A4}) * t_V & 0 & (K_{T22} + K_{T24} - (K_{T21} + K_{T23})) * t_T + (K_{A4} - K_{A3}) * t_V \end{bmatrix}$$

$$K_4 = \begin{bmatrix} ((K_{A1} + K_{A2} - (K_{A3} + K_{A4})) * L_V & -(K_{A1} + K_{A2}) * L_V & (K_{A3} + K_{A4}) * L_V \\ (K_{A1} + K_{A2} + K_{A3} + K_{A4}) * L_V^2 & 0 & 0 \\ (K_{A2} + K_{A3} - (K_{A1} + K_{A4})) * t_V * L_V & (K_{A1} - K_{A2}) * t_V * L_V & (K_{A4} - K_{A3}) * t_V * L_V \end{bmatrix}$$

$$K_5 = \begin{bmatrix} 0 & (K_{T11} + K_{T12} - (K_{T13} + K_{T14})) * L_T & 0 \\ 0 & (K_{T11} + K_{T12} + K_{T13} + K_{T14}) * L_T^2 & 0 \\ 0 & (K_{T12} + K_{T13} - (K_{T11} + K_{T14})) * t_T * L_T & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (K_{T21} + K_{T22} - (K_{T23} + K_{T24})) * L_T \\ 0 & 0 & (K_{T21} + K_{T22} + K_{T23} + K_{T24}) * L_T^2 \end{bmatrix}$$

$$0 \quad 0 \quad (K_{T22} + K_{T23} - (K_{T21} + K_{T24})) * t_T * L_T]$$

$$\begin{aligned} K_7 = & [(K_{A2} + K_{A4} - (K_{A1} + K_{A3})) * t_V \quad (K_{A1} - K_{A2}) * t_V \quad (K_{A3} - K_{A4}) * t_V \\ & (K_{A2} + K_{A3} - (K_{A1} + K_{A4})) * t_V * L_V \quad 0 \quad 0 \\ & (K_{A1} + K_{A2} + K_{A3} + K_{A4}) * t_V^2 \quad - (K_{A1} + K_{A2}) * t_V^2 \quad - (K_{A3} + K_{A4}) * t_V^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_8 = & [(K_{A1} - K_{A2}) * t_V \quad (K_{T14} + K_{T12} - (K_{T11} + K_{T13})) * t_T + (K_{A2} - K_{A1}) * t_V \quad 0 \\ & (K_{A1} - K_{A2}) * t_V * L_V \quad (K_{T12} + K_{T13} - (K_{T11} + K_{T14})) * t_T * L_T \quad 0 \\ & - (K_{A1} + K_{A2}) * t_V^2 \quad (K_{T11} + K_{T12} + K_{T13} + K_{T14}) * t_T^2 + (K_{A1} + K_{A2}) * t_V^2 \quad 0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_9 = & [(K_{A3} - K_{A4}) * t_V \quad 0 \quad (K_{T24} + K_{T22} - (K_{T21} + K_{T23})) * t_T + (K_{A4} - K_{A3}) * t_V \\ & (K_{A4} - K_{A3}) * t_V * L_V \quad 0 \quad (K_{T22} + K_{T23} - (K_{T21} + K_{T24})) * t_T * L_T \\ & - (K_{A3} + K_{A4}) * t_V^2 \quad 0 \quad (K_{T21} + K_{T22} + K_{T23} + K_{T24}) * t_T^2 + (K_{A3} + K_{A4}) * t_V^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_1 = & [D_{A1} + D_{A2} + D_{A3} + D_{A4} \quad - (D_{A1} + D_{A2}) \quad - (D_{A3} + D_{A4}) \\ & (D_{A1} + D_{A2} - (D_{A3} + D_{A4})) * L_V \quad 0 \quad 0 \\ & (D_{A4} + D_{A2} - (D_{A1} + D_{A3})) * t_V \quad (D_{A1} - D_{A2}) * t_V \quad (D_{A3} - D_{A4}) * t_V] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_2 = & [D_{A2} - D_{A1} \quad D_{T11} + D_{T12} + D_{T13} + D_{T14} + D_{A1} + D_{A2} \quad 0 \\ & - (D_{A1} + D_{A2}) * L_V \quad (D_{T11} + D_{T12} - (D_{T13} + D_{T14})) * L_T \quad 0 \\ & (D_{A1} - D_{A2}) * t_V \quad (D_{T12} + D_{T14} - (D_{T11} + D_{T13})) * t_T + (D_{A1} - D_{A2}) * t_V \quad 0] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_3 = & [D_{A4} - D_{A3} \quad 0 \quad D_{T21} + D_{T22} + D_{T23} + D_{T24} + D_{A3} + D_{A4} \\ & (D_{A3} + D_{A4}) * t_V \quad 0 \quad (D_{T21} + D_{T22} - (D_{T23} + D_{T24})) * L_T \\ & (D_{A3} - D_{A4}) * t_V \quad 0 \quad (D_{T22} + D_{T24} - (D_{T21} + D_{T23})) * t_T + (D_{A4} - D_{A3}) * t_V] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_4 = & [(D_{A1} + D_{A2} - (D_{A3} + D_{A4})) * L_V \quad - (D_{A1} + D_{A2}) * L_V \quad (D_{A3} + D_{A4}) * L_V \\ & (D_{A1} + D_{A2} + D_{A3} + D_{A4}) * L_V^2 \quad 0 \quad 0 \end{aligned}$$

$$(D_{A2} + D_{A3} - (D_{A1} + D_{A4})) * t_V * L_V \quad (D_{A1} - D_{A2}) * t_V * L_V \quad (D_{A4} - D_{A3}) * t_V * L_V]$$

$$D_5 = \begin{bmatrix} 0 & (D_{T11} + D_{T12} - (D_{T13} + D_{T14})) * L_T & 0 \\ 0 & (D_{T11} + D_{T12} + D_{T13} + D_{T14}) * L_T^2 & 0 \\ 0 & (D_{T12} + D_{T13} - (D_{T11} + D_{T14})) * t_T * L_T & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (D_{T21} + D_{T22} - (D_{T23} + D_{T24})) * L_T \\ 0 & 0 & (D_{T21} + D_{T22} + D_{T23} + D_{T24}) * L_T^2 \\ 0 & 0 & (D_{T22} + D_{T23} - (D_{T21} + D_{T24})) * t_T * L_T \end{bmatrix}$$

$$D_7 = \begin{bmatrix} (D_{A2} + D_{A4} - (D_{A1} + D_{A3})) * t_V & (D_{A1} - D_{A2}) * t_V & (D_{A3} - D_{A4}) * t_V \\ (D_{A2} + D_{A3} - (D_{A1} + D_{A4})) * t_V * L_V & 0 & 0 \\ (D_{A1} + D_{A2} + D_{A3} + D_{A4}) * t_V^2 & -(D_{A1} + D_{A2}) * t_V^2 & -(D_{A3} + D_{A4}) * t_V^2 \end{bmatrix}$$

$$D_8 = \begin{bmatrix} (D_{A1} - D_{A2}) * t_V & (D_{T14} + D_{T12} - (D_{T11} + D_{T13})) * t_T + (D_{A2} - D_{A1}) * t_V & 0 \\ (D_{A1} - D_{A2}) * t_V * L_V & (D_{T12} + D_{T13} - (D_{T11} + D_{T14})) * t_T * L_T & 0 \\ -(D_{A1} + D_{A2}) * t_V^2 & (D_{T11} + D_{T12} + D_{T13} + D_{T14}) * t_T^2 + (D_{A1} + D_{A2}) * t_V^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_9 = \begin{bmatrix} (D_{A3} - D_{A4}) * t_V & 0 & (D_{T24} + D_{T22} - (D_{T21} + D_{T23})) * t_T + (D_{A4} - D_{A3}) * t_V \\ (D_{A4} - D_{A3}) * t_V * L_V & 0 & (D_{T22} + D_{T23} - (D_{T21} + D_{T24})) * t_T * L_T \\ -(D_{A3} + D_{A4}) * t_V^2 & 0 & (D_{T21} + D_{T22} + D_{T23} + D_{T24}) * t_T^2 + (D_{A3} + D_{A4}) * t_V^2 \end{bmatrix}$$

As matrizes do sistema modelado ficam, então:

$$K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \\ K_6 \\ K_7 \\ K_8 \\ K_9 \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \\ D_7 \\ D_8 \\ D_9 \end{bmatrix};$$

$$M = \begin{bmatrix} M_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{T1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{T2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{VL} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{T1L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{T2L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{VF} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{T1F} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{T2F} \end{bmatrix};$$

$$U = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sum_{i=1}^4 (K_{T1i} * h_{E1i} + D_{T1i} * \dot{h}_{E1i}) \\ -\sum_{i=1}^4 (K_{T2i} * h_{E2i} + D_{T2i} * \dot{h}_{E2i}) \\ 0 \\ (\sum_{i=3;4} (K_{T1i} * h_{E1i} + D_{T1i} * \dot{h}_{E1i}) - \sum_{i=1;2} (K_{T1i} * h_{E1i} + D_{T1i} * \dot{h}_{E1i})) * L_T \\ (\sum_{i=3;4} (K_{T2i} * h_{E2i} + D_{T2i} * \dot{h}_{E2i}) - \sum_{i=1;2} (K_{T2i} * h_{E2i} + D_{T2i} * \dot{h}_{E2i})) * L_T \\ 0 \\ (\sum_{i=1;3} (K_{T1i} * h_{E1i} + D_{T1i} * \dot{h}_{E1i}) - \sum_{i=2;4} (K_{T1i} * h_{E1i} + D_{T1i} * \dot{h}_{E1i})) * t_T \\ (\sum_{i=1;3} (K_{T2i} * h_{E2i} + D_{T2i} * \dot{h}_{E2i}) - \sum_{i=2;4} (K_{T2i} * h_{E2i} + D_{T2i} * \dot{h}_{E2i})) * t_T \end{bmatrix}.$$

Resultados Parciais

Com a matriz de rigidez e de massa podemos calcular os auto-valores e auto-vetores não amortecidos do sistema livre para o modelo linear que são os resultados parciais deste capítulo. Para este fim, serão utilizados dados físicos padrões para as massas, inércias rotacionais, rigidez e coeficientes de amortecimento. Os dados são:

Massas:

$$M_V = 14860 \text{ Kg};$$

$$M_{T1} = 1982 \text{ Kg};$$

$$M_{T2} = 1982 \text{ Kg}.$$

Momentos de inércias:

$$J_{VF} = 23300 \text{ Kg.m}^2;$$

$$J_{T1F} = 1398,5 \text{ Kg.m}^2;$$

$$J_{T2F} = 1398,5 \text{ Kg.m}^2.$$

$$J_{VL} = 303500 \text{ Kg.m}^2;$$

$$J_{T1L} = 2667 \text{ Kg.m}^2;$$

$$J_{T2L} = 2667 \text{ Kg.m}^2.$$

Rigidez das molas:

$$K_{AN} = 64000 \text{ N/m};$$

$$K_{T1N} = 64000 \text{ N/m};$$

$$K_{T2N} = 64000 \text{ N/m}.$$

Distâncias:

$$t_v = 2,0 \text{ m};$$

$$L_v = 11,1 \text{ m}$$

$$t_T = 1,6 \text{ m};$$

$$L_T = 2,1 \text{ m}.$$

Os nove modos de vibração foram obtidos com a implementação das equações no Matlab pela função de obtenção dos autovetores e autovalores:

Para todos os modos, a abscissa representa cada grau de liberdade listado anteriormente e a coordenada a parcela de cada um deles no autovetor. Vale lembrar que rotações com translações não são comparáveis sob uma mesma escala.

1º Modo

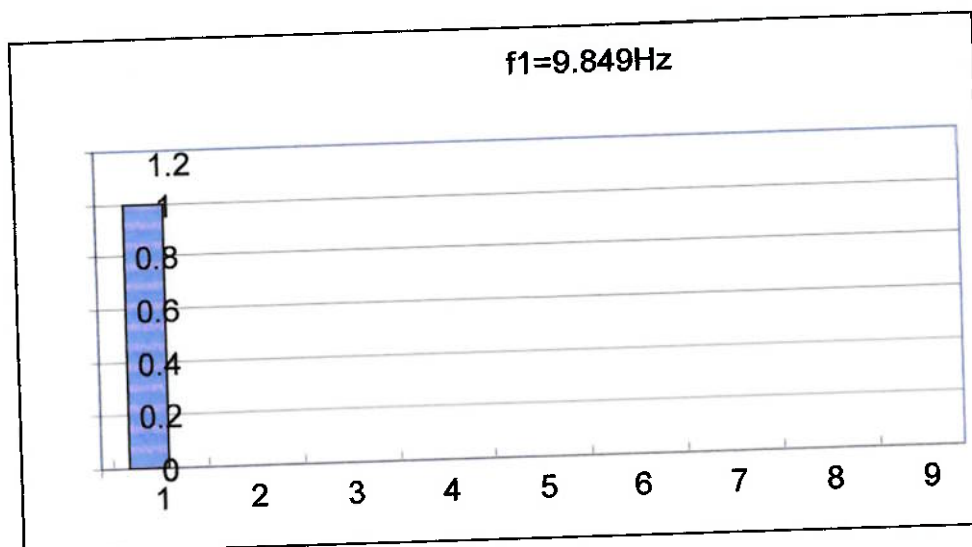


Gráfico 1: 1º Modo de Vibração e Contribuição dos Graus de Liberdade.

2º Modo

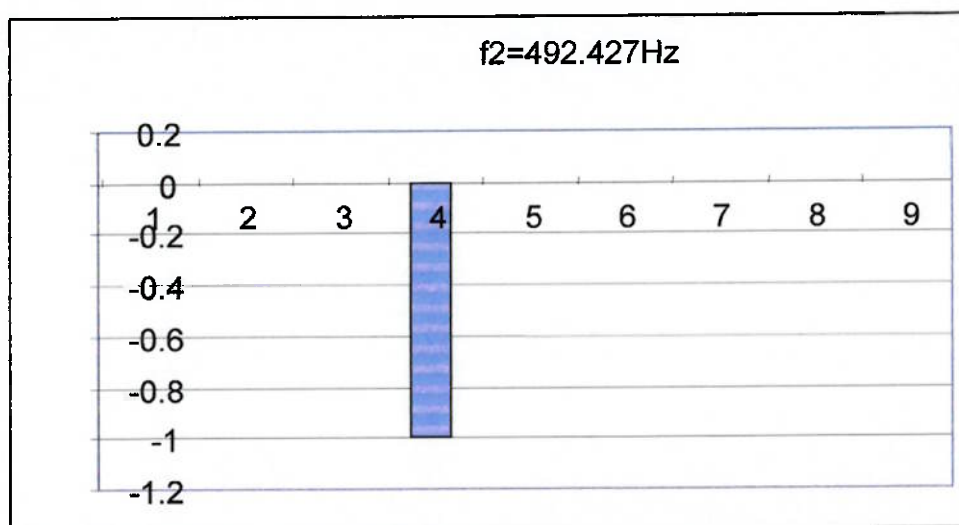


Gráfico 2: 2º Modo de Vibração e Contribuição dos Graus de Liberdade.

3º Modo

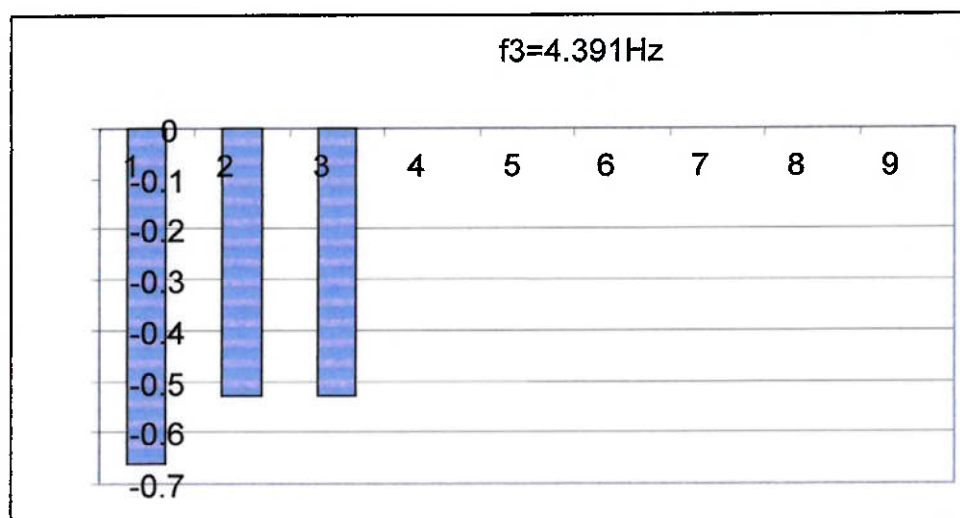


Gráfico 3: 3º Modo de Vibração e Contribuição dos Graus de Liberdade.

4º Modo

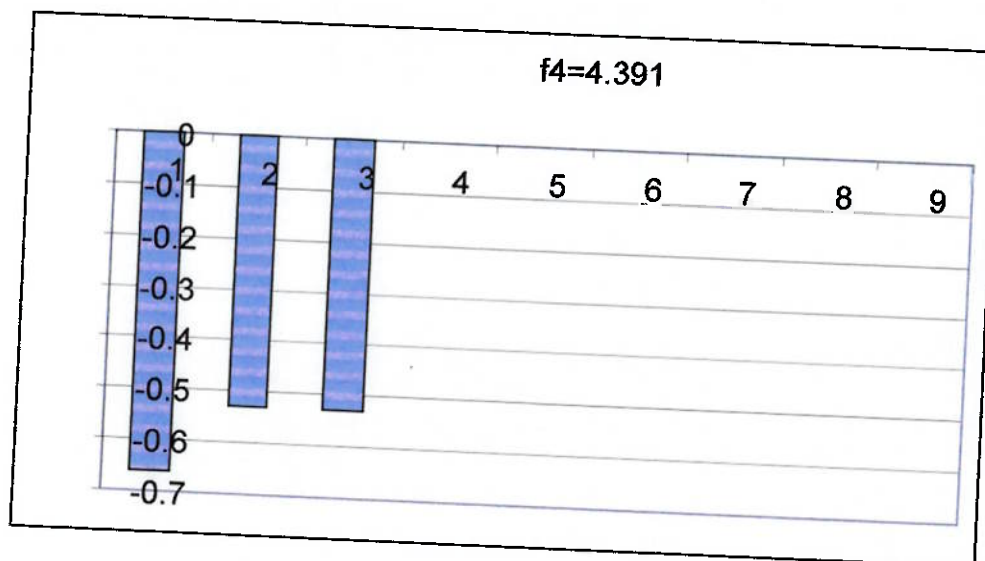


Gráfico 4: 4º Modo de Vibração e Contribuição dos Graus de Liberdade.

5º Modo

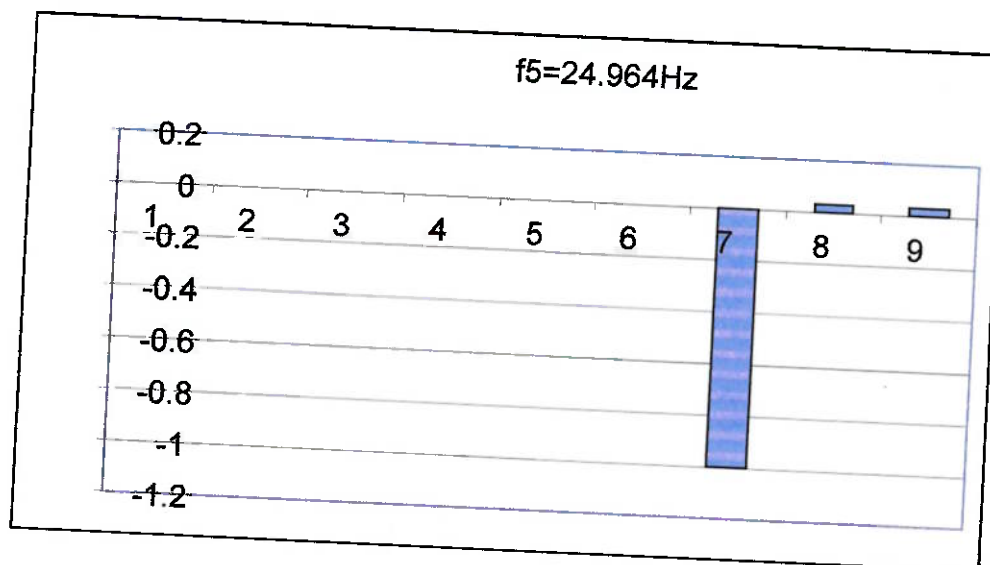


Gráfico 5: 5º Modo de Vibração e Contribuição dos Graus de Liberdade.

6º Modo

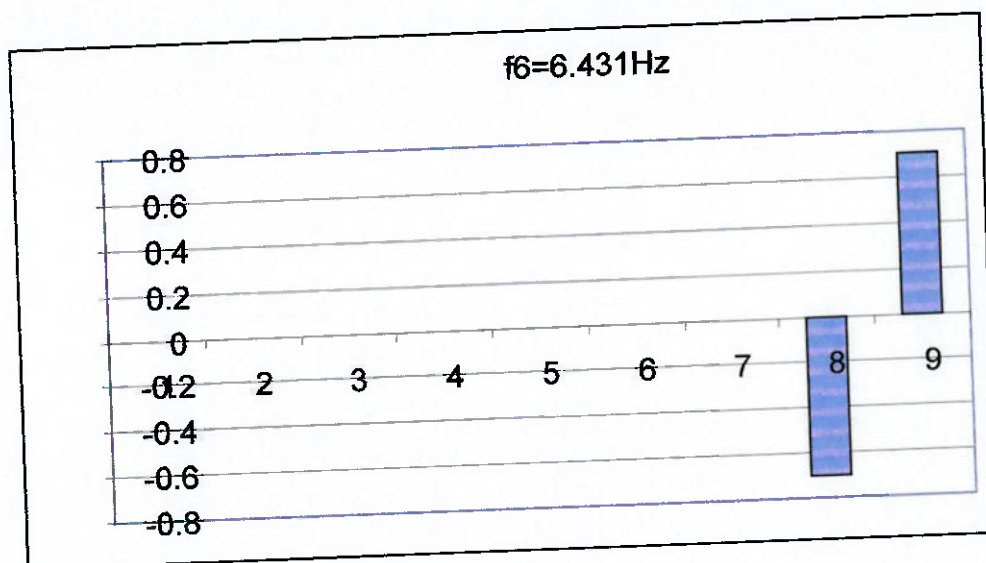


Gráfico 6: 6º Modo de Vibração e Contribuição dos Graus de Liberdade.

7º Modo

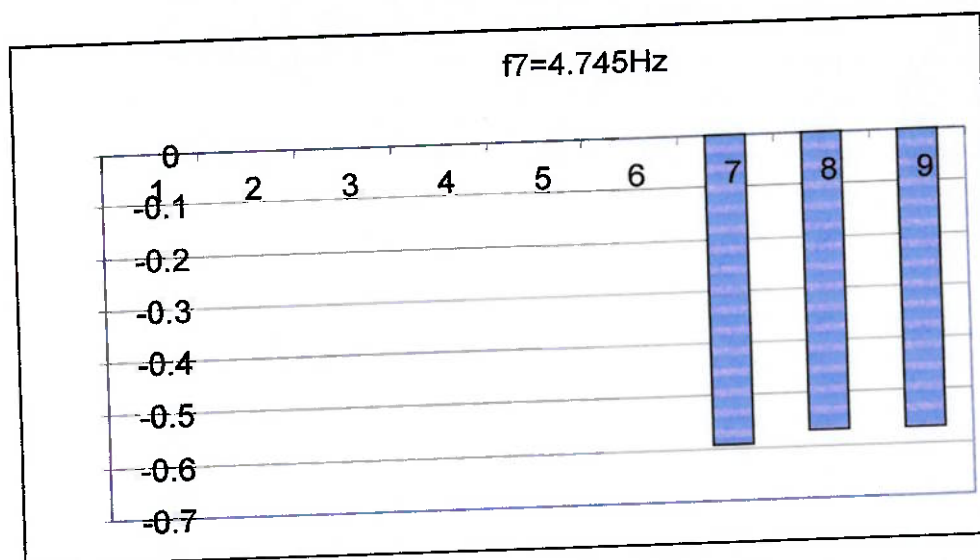


Gráfico 7: 7º Modo de Vibração e Contribuição dos Graus de Liberdade.

8º Modo

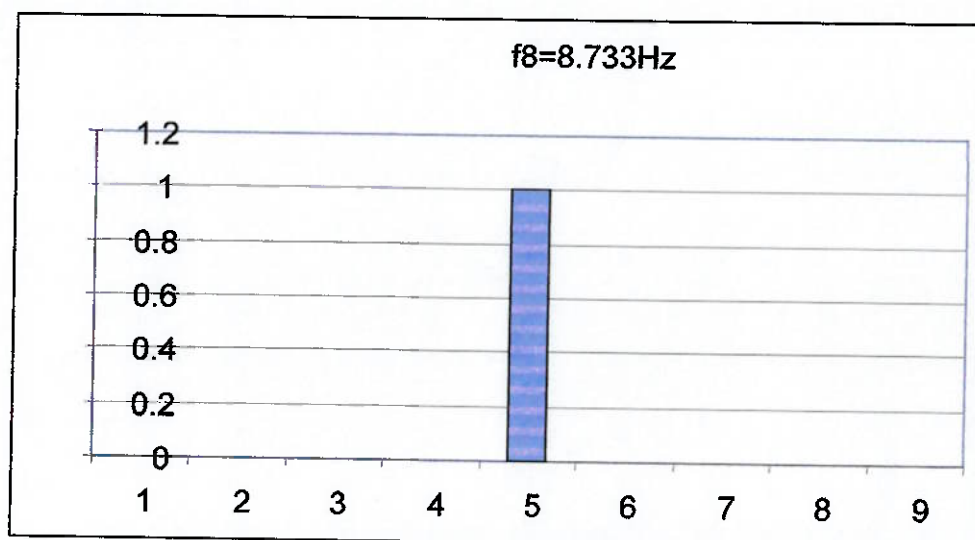


Gráfico 8: 8º Modo de Vibração e Contribuição dos Graus de Liberdade.

9º Modo

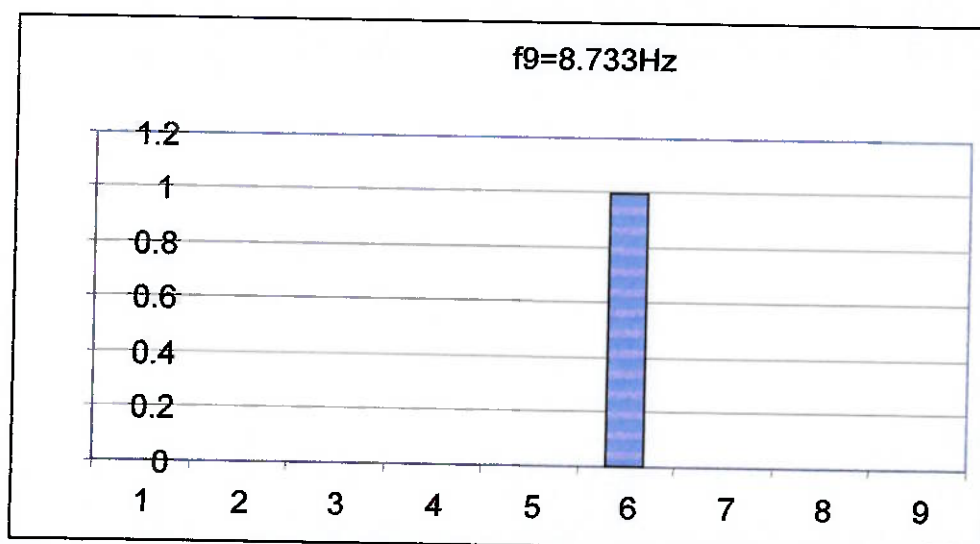


Gráfico 9: 9º Modo de Vibração e Contribuição dos Graus de Liberdade.

Descrição do Conforto

O estudo do conforto deve tratar de como a comodidade no veículo é sentida. Inicialmente vamos definir esta comodidade. Pode-se dizer que a comodidade é uma sensação subjetiva associada com o nível de conforto experimentado durante a viagem em um veículo de um modo geral. Logo a comodidade sentida é um produto de vários fatores. Os fatores mais associados com a comodidade são as vibrações tácteis transmitidas aos corpos dos passageiros pelo assento e também para as mãos e pés destes. Contudo, é difícil separar as influências das vibrações acústicas dos fatores acima mencionados, pois, geralmente ambos vêm das mesmas fontes no veículo. Outros fatores que influenciam no nível de conforto são: a geometria dos assentos e como estes se ajustam ao corpo do passageiro, temperatura, ventilação, espaço interior, apoios para as mãos, entre outros.

Este trabalho trata da percepção das vibrações tácteis, ou seja, vibrações mecânicas presentes em um vagão de passageiros. Estas vibrações podem ser medidas objetivamente enquanto que outros fatores do nível de conforto, como a geometria dos assentos, são dependentes de métodos de avaliação subjetiva. Para análises mais complexas envolvendo mais de um destes fatores, as relações entre eles não ficam bem estabelecidas. Por exemplo, mesmo que as vibrações mecânicas sejam anuladas, o conforto é reduzido se o passageiro não dispõe de espaço no interior do veículo para a movimentação do corpo.

Tolerância para as vibrações

Para quantificar as vibrações mecânicas usadas nos gráficos de tolerâncias, são usadas excitações senoidais puras colocando os níveis de conforto em função da frequência. Além dessa, outras variáveis também influenciam nos gráficos, como, por exemplo: posição do corpo, influência das vibrações das mãos e pés, vibração em frequência única ou múltipla, vibrações em várias direções, duração da exposição, vibrações sonoras e visuais, etc.

Em ensaios deste nível, estes últimos fatores são padronizados para garantir a unicidade da influencia da freqüência.

A falta de uma padronização geral e única gerou gráficos diferentes de tolerância para vibrações como se mostra na Figura 16. As diferenças são causadas pelas diferentes interpretações de conforto entre cada autor.

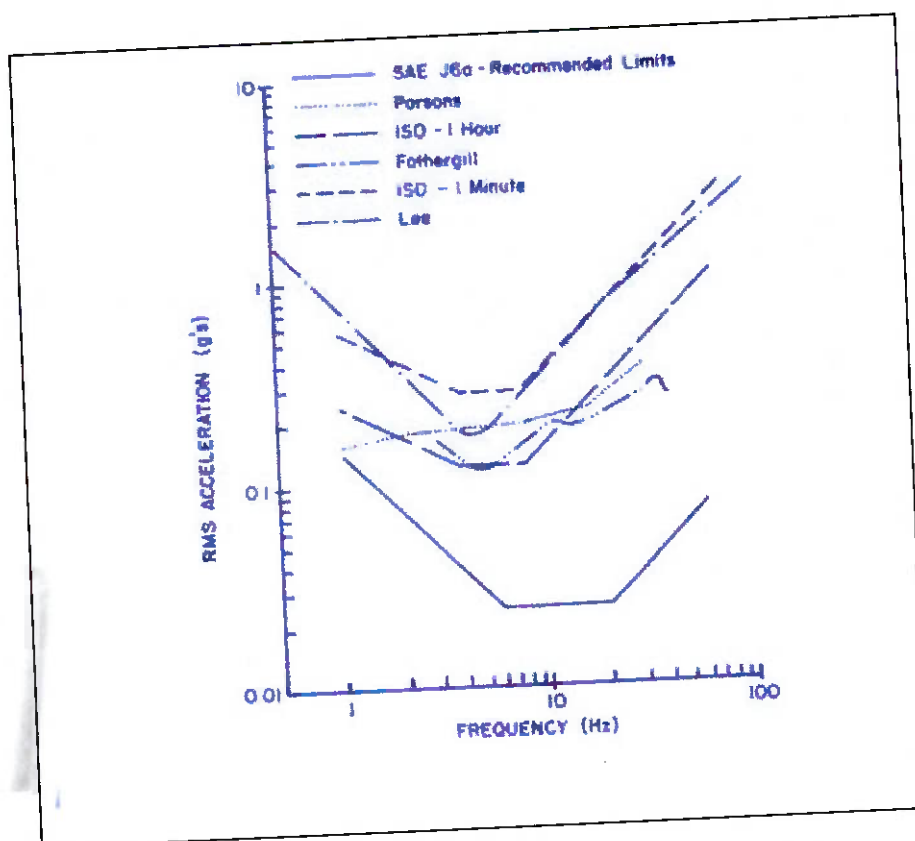


Figura 16: Limites de tolerância para vibrações verticais.

A Figura 16 mostra linha de conforto que cada pesquisador obteve. Por causa das várias interpretações de cada autor, as curvas não são comparáveis sob uma mesma escala. Todavia, a maioria mostra uma tolerância mínima (sensitividade máxima) para o corpo humano em vibração vertical na faixa de freqüência de 4 a 8 Hz. Esta sensibilidade é resultado da ressonância vertical na cavidade abdominal. Para freqüências acima e abaixo desta faixa a tolerância aumenta proporcionalmente às freqüências. A faixa de 10 a 20 Hz é relacionada com a ressonância dos órgãos internos, especialmente para a ressonância da cabeça a 10 Hz.

Pode-se perceber também que, pelas curvas da norma ISO, o tempo de duração à exposição também afeta o nível de tolerância máxima. Em virtude disso, dois limites são mostrados, um para um minuto e outro para uma hora de exposição. Outros limites são mostrados na norma completa da ISO.

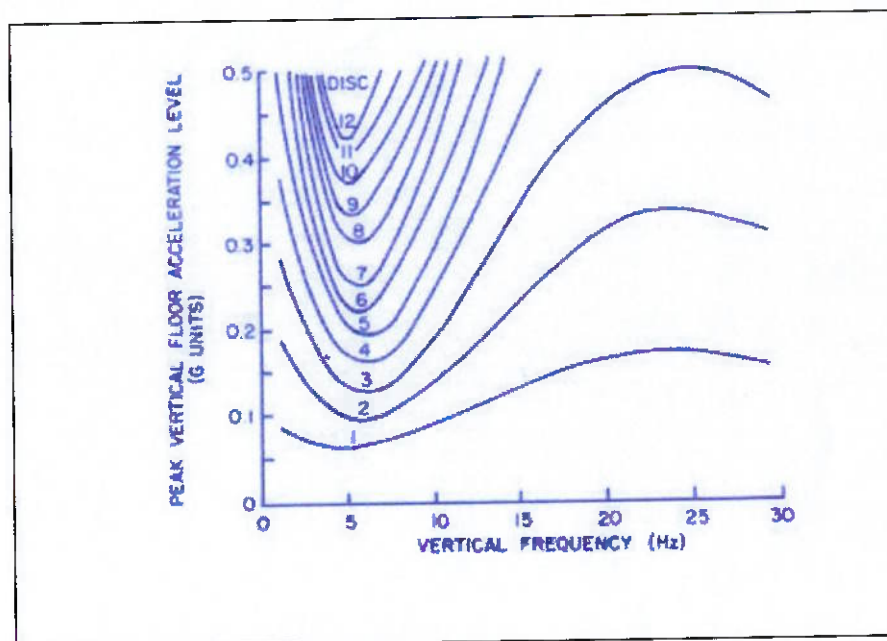


Figura 17: Curvas de desconforto para vibrações em veículos de transporte.

Em relação aos meios de transporte em massa, impressões interessantes foram descobertas pela NASA, mais notadamente para aviões. Na Figura 17 podemos ver linhas de conforto constante obtidas em testes. O ponto importante deste gráfico é que se nota que a sensibilidade como função da frequência depende também do nível de aceleração. Em altos níveis de vibração, as tolerâncias estão de acordo com aquelas obtidas por outros pesquisadores. Mas em baixas amplitudes, a forma horizontal das curvas implica que o conforto é antes independente da frequência. Portanto, baixos níveis de vibrações são desagradáveis a qualquer frequência.

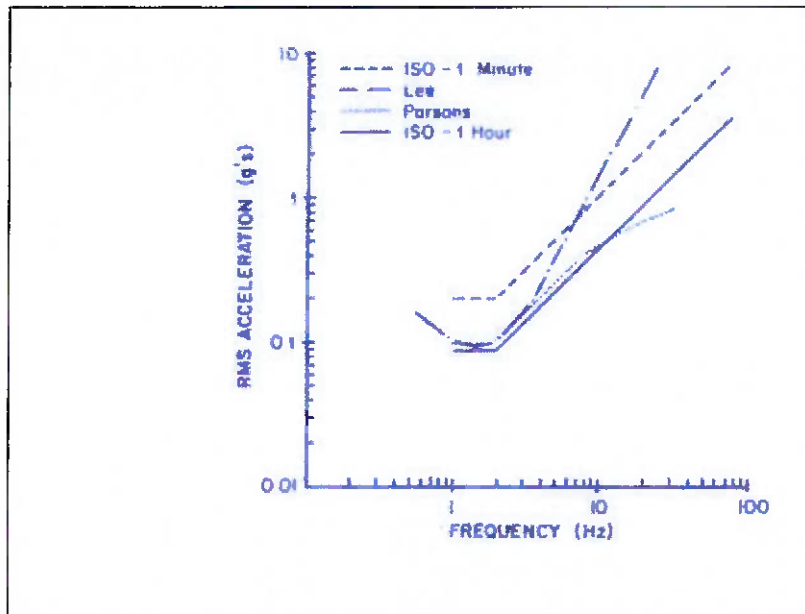


Figura 18: Limites de tolerância para vibrações horizontais.

Já no sentido horizontal das vibrações encontramos comportamentos diferentes daqueles no sentido vertical. A Figura 18 mostra os limites de tolerância para vibrações longitudinais no corpo humano para diversas fontes. Novamente, as curvas não são comparáveis, porém apresentam formatos equivalentes. A região de máxima sensibilidade ocorre na faixa de 1 a 2 Hz, como é notável nas curvas. Esta sensibilidade está relacionada com a ressonância com o tórax superior. É interessante ressaltar que, comparando as curvas de vibrações verticais e horizontais de cada autor, a tolerância mínima é observada para as vibrações horizontais.

As curvas mostradas nos gráficos anteriores são geralmente derivadas de excitações senoidais puras, enquanto que as excitações em um sistema móvel estão contidas em uma larga faixa no espectro. Assim, para aplicar estas informações é preciso resolver esta incompatibilidade. Um método usado é filtrar os dados da aceleração na proporção inversa da amplitude da curva de tolerância selecionada. A filtragem inversa permitirá então visualizar o espectro da aceleração resultante como se todas as frequências fossem igualmente importantes. Com este método, as vibrações verticais e horizontais precisarão ser analisadas separadamente. Para superar este problema, a média quadrática (rms) ponderada de cada direção é combinada em várias fórmulas para obter a média quadrática (rms) total.

No caso das normas ISO, como critério, deve-se avaliar a exposição em bandas de um e três oitavos, e criticar a vibração baseada na banda de pior caso no espectro.

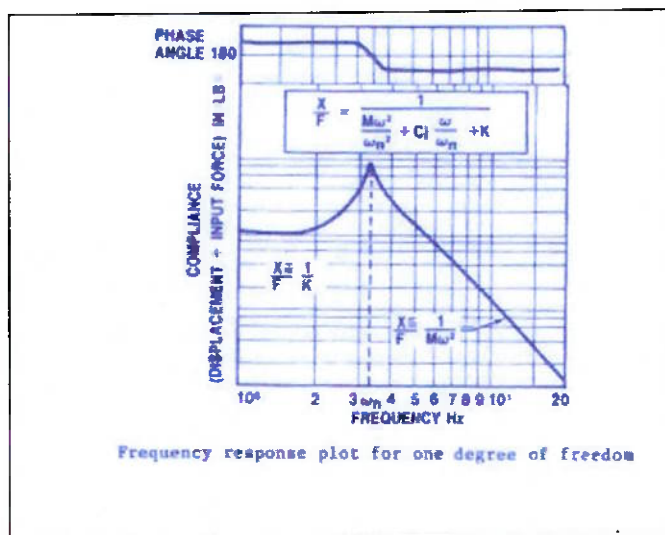


Figura 19: Representação de um sistema dinâmico em gráfico bi-log.

Na dinâmica, é costume representar gráficos no domínio da frequência com escala bi-log como mostrado na Figura 19. Mas no caso da análise de conforto, entretanto, isso pode distorcer a importância das várias frequências de vibrações. Gráficos com escalas lineares são mais representativos por causa da área sobre o gráfico, que podem ser usados como indicativos da média quadrática dependendo das unidades adotadas para os eixos.

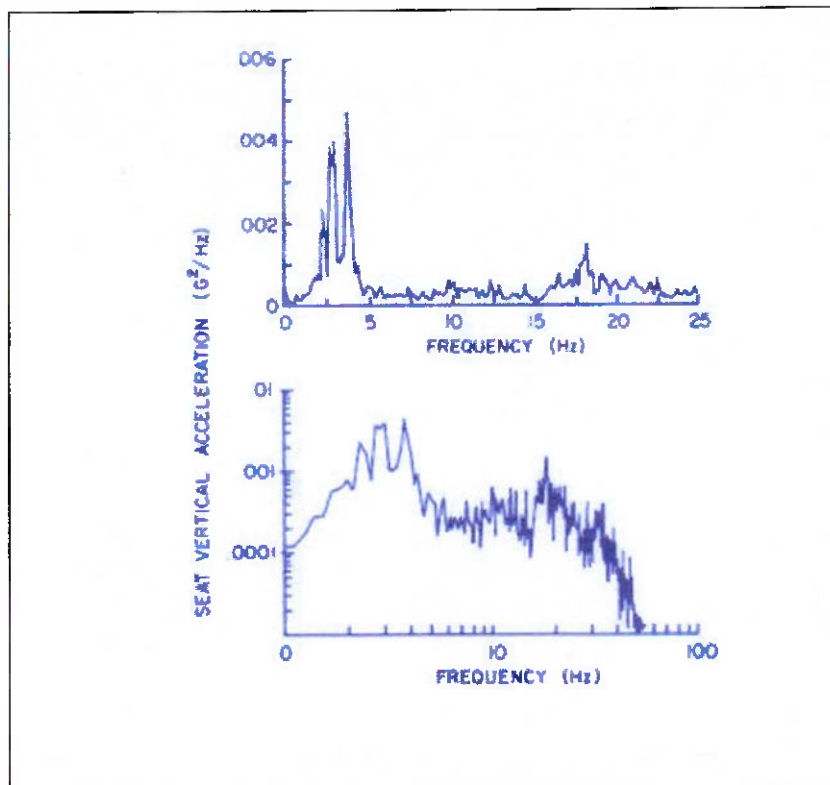


Figura 20: Comparação de gráficos lineares e bi-log para vibrações.

Este fato é demonstrado na Figura 20. Apesar da escala bi-log providenciar mais informações para entender o sistema dinâmico envolvido, a escala linear permite ver a importância de todas as frequências presentes em toda a escala. Escalas bi-log criam a impressão das frequências serem igualmente importantes em todo o espectro. Já na escala linear do exemplo, fica claro que a maior parte da média quadrática fica concentrada na faixa de 0 a 5 Hz.

Molas Pneumáticas

De um modo geral, as molas têm suas frequências naturais diminuídas com o aumento de suas massas carregadas e aumentadas com a diminuição da mesma. Este fator tem um papel importante na qualidade da viagem de um veículo que pode ser carregado e descarregado por frete ou passageiros para relações de massa de até 5:1 (massa carregada:massa descarregada).

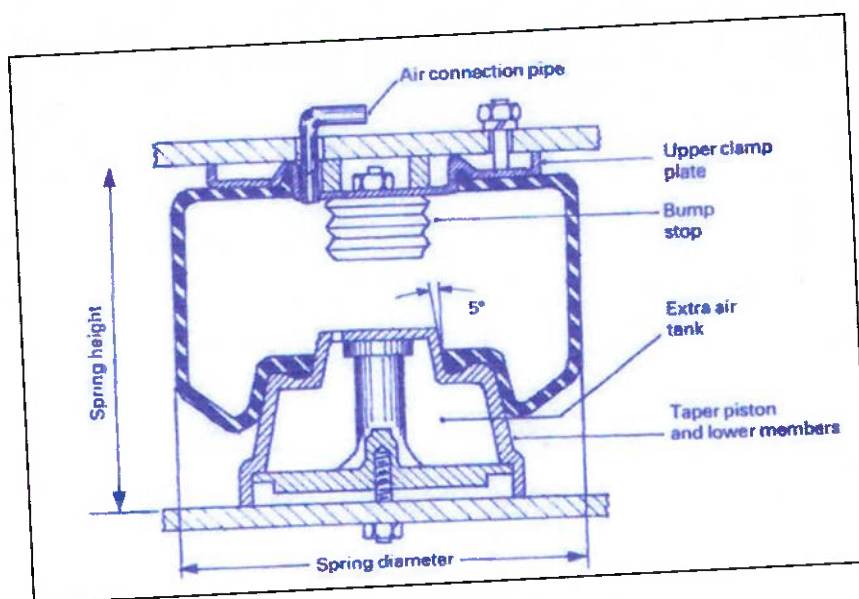


Figura 21: Exemplo de mola pneumática.

Uma desvantagem inerente de molas de metal ou de borracha sólida é que a frequência natural de vibração aumenta com a diminuição da massa carregada da mola, como se vê na Figura 22. Entretanto, se um veículo é projetado para operar com uma frequência natural de 60 Hz a plena carga, quando lhe é retirada essa carga sua frequência natural pode subir a 300 Hz se molas de metal ou borracha sólida são usadas, o que pode produzir viagens muito desconfortáveis e ásperas. Molas pneumáticas, por outro lado, podem operar com uma pequena faixa de variação da frequência natural, de 60 a 110 Hz, com uma grande variação da carga aplicada. Conseqüentemente, a qualidade da viagem é mantida sobre uma larga faixa das condições operacionais.

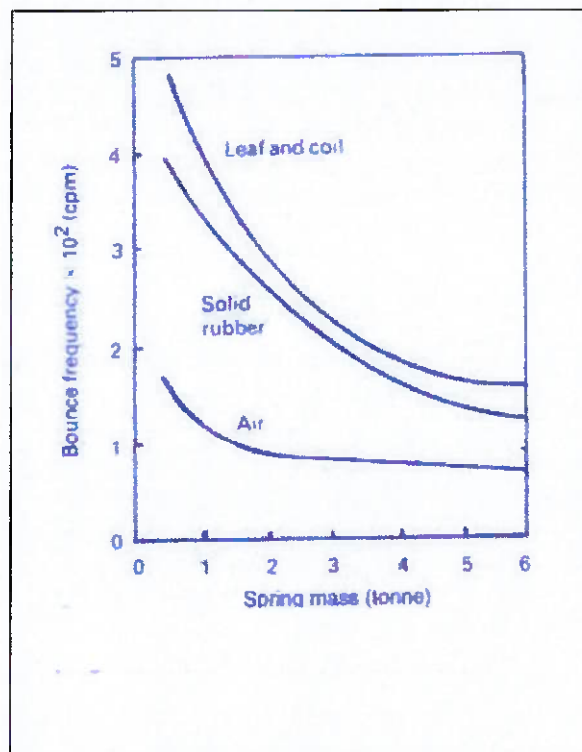


Figura 22: Efeito da carga na frequência natural para três tipos de molas.

Molas de metal promovem uma deflexão diretamente proporcional à carga, ou seja, têm rigidez constante, enquanto que as molas pneumáticas têm rigidezes crescentes com a carga devido ao aumento da área efetiva de trabalho quando a mola deflete (Figura 23). Essa característica é preferida por causa do aumento da resistência necessária para se opor à deflexão da mola próxima ao limite superior da suspensão.

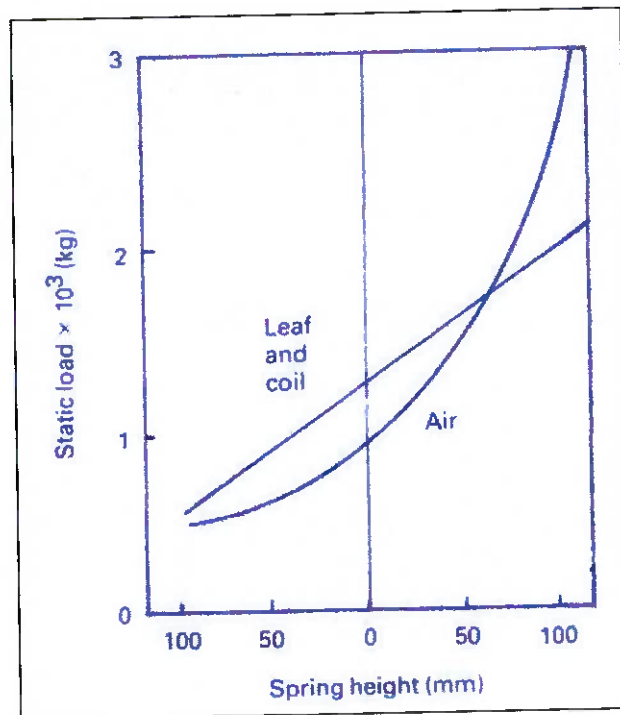


Figura 23: Comparação das rigidezes para molas de metal e pneumáticas.

Para suportar e manter a massa suportada em uma determinada altura, a pressão interna à mola pneumática deve ser aumentada diretamente com o aumento da altura da carga. A Figura 24 mostra essa característica para três configurações de alturas desejadas.

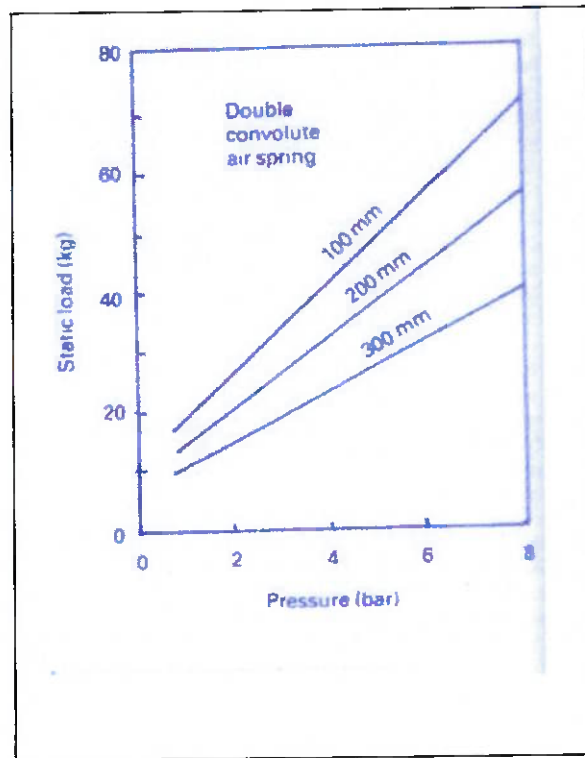


Figura 24: Efeitos do carregamento estático para várias alturas estáticas.

A modelagem das forças restauradoras em uma mola pneumática é baseada na lei dos gases perfeitos para o ar interno da mola. A hipótese de gás perfeito é válida para as baixas velocidades e baixas temperaturas às quais está sujeito o ar.

$$\frac{p.V}{T} = R.m_{ar} \quad (\text{Eq. 25})$$

$$V = V_0 + \tilde{A}.z \quad (\text{Eq. 26})$$

$$\frac{F}{A} = p - p_{atm} \quad (\text{Eq. 27})$$

Das três equações anteriores vem:

$$\Rightarrow F = A \left(\frac{m_{ar}.R.T}{V_0 + \tilde{A}.z} - p_{atm} \right) \quad (\text{Eq. 28})$$

A montagem das molas pneumáticas no veículo em questão possibilita a troca de massa de ar entre elas a fim de controlar a altura de cada mola e melhorar a estabilidade do sistema (Figura 25):

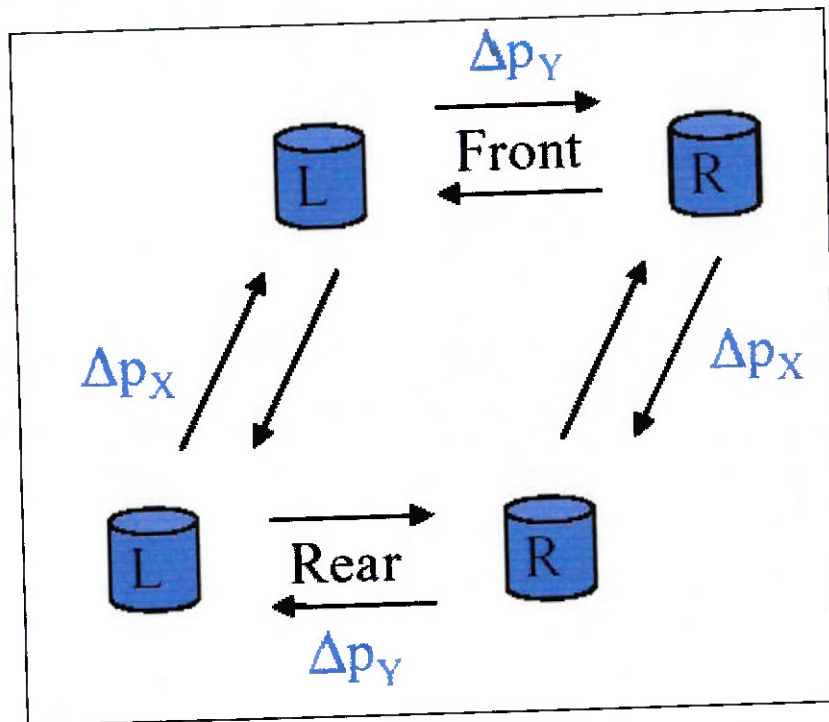


Figura 25: Diagrama representativo da troca de massa de ar entre as molas pneumáticas.

A quantidade instantânea de ar é dada por:

$$m_{ar} = \int (f_{controle} + f_{trans} + f_{esc}) dt + m_0 \quad (\text{Eq. 29})$$

Onde: $f_{controle}$ a função que ajusta a altura da mola através de um compressor;

f_{trans} a função que equaliza a massa de ar entre duas molas;

f_{esc} a função que representa um escape não esperado da massa de ar.

A variação da massa de ar afeta a força proporcionada pela mola como indicado na equação [28].

A Via

Introdução

A via se constitui por um conjunto de elementos de rigidez e amortecimento diferentes que transmitem ao solo (que também é deformável) a carga dinâmica das rodas.

A via clássica comporta dois trilhos cujas inclinações e afastamento são mantidos pelos dormentes dispostos sobre uma espessura variável de lastro, separada do solo natural por uma subcamada de boa qualidade. Muitos testes de substituição com outros constituintes nunca demonstraram superioridade sobre esta forma da via clássica.

A via suporta esforços verticais, transversais e longitudinais. O estudo da transmissão dos esforços pelos elementos constituintes da via não pode ser completamente alcançado pelo cálculo. Simplificações são necessárias, pois os fenômenos são complexos e raramente elásticos. As duas vertentes principais, o contato roda-trilho e o lastro-solo ainda não foram totalmente explorados.

Mesmo se limitando ao regime elástico, as solicitações verticais são mais acessíveis ao cálculo que as horizontais. Para o estudo destas, é preciso estar atento aos fenômenos de torção do trilho e dos dormentes devidos às excentricidades do ponto de aplicação dos esforços, assim como dos momentos do engaste trilho/dormente. A característica destas deformações não pode ser excessivamente simplificada.

Com todas as restrições de que é composto, o estudo feito com a hipótese elástica permite, todavia compreender melhor os mecanismos e as influências relativas das características mecânicas dos diversos elementos constituintes da via, e por consequência, de orientar a escolha. Mas os estudos experimentais em campo real e em laboratório, que são complementares, permanecem indispensáveis. Em campo, medem-se os esforços exercidos através de strain-gages colados ao trilho. Em laboratório, estuda-se a evolução das deformações residuais da vida em fadiga sobre esforços senoidais conhecidos reproduzindo os esforços reais da melhor maneira possível.

Os esforços dinâmicos exercidos pela roda podem variar consideravelmente entre o valor da carga estática na vertical e zero ou do valor quase-estático (força centrífuga) na transversal. Essas variações resultam dos defeitos geométricos da via, das rodas, de assimetrias diversas e de todas as características mecânicas da via e do veículo considerado (distribuição das massas, rigidez e amortecimento dos elementos de ligação, etc).

Neste ponto, há a presença de fenômenos complexos de vibração. Mesmo que se trate de fenômenos determinísticos, pode-se aplicar com sucesso a teoria de vibrações aleatórias, voltando uma atenção particular a certas freqüências que caracterizam a via ou o veículo.

As inúmeras medidas feitas em vias permitiram aperfeiçoar progressivamente os modelos teóricos necessariamente simplificados e diminuir as simplificações em cada caso. Como no caso dos estudos da transmissão dos esforços na via, os fenômenos de oscilação vertical são mais fáceis de apreender que os das oscilações horizontais. Este fato deve-se ao ajuste sem folgas entre a roda e os trilhos na vertical e com folgas na horizontal.

Defeitos geométricos e seus espectros de freqüência

Estudar o comportamento de um veículo em função de suas características e das da via remete à procura da resposta de um sistema mecânico às excitações dadas, de característica periódica e aleatória. Os defeitos geométricos da via que criam a excitação podem ser representados por um espectro de ondas, devidas, por exemplo, aos defeitos das juntas ou das soldagens das mesmas (largura de onda de 6, 9, 18 e 36m), aos desgastes ondulatórios curto ou longo dos trilhos (compreendendo de 0,06 a 1,5m de largura de onda), com um fundo de espectro contínuo representando os defeitos aleatórios.

O espectro dos defeitos dado por Alias, J. (1987) segue as Figura 26 e Figura 27 e é dividido em:

- Um espectro de ondas múltiplas provenientes do solo, das juntas e soldagens das mesmas (em geral 18m e os submúltiplos

- provenientes da decomposição em série de Fourier uma vez que os defeitos não são senóides perfeitas: 9m, 6m, 4,5m etc.);
- Um espectro de ondas (entre 1,6 e 1,8 m) provenientes da fabricação dos trilhos feito pelas máquinas de rolo;
 - Um espectro de ondas provenientes do desgaste ondulatório, mais detalhado adiante (entre 0,05 e 1m).

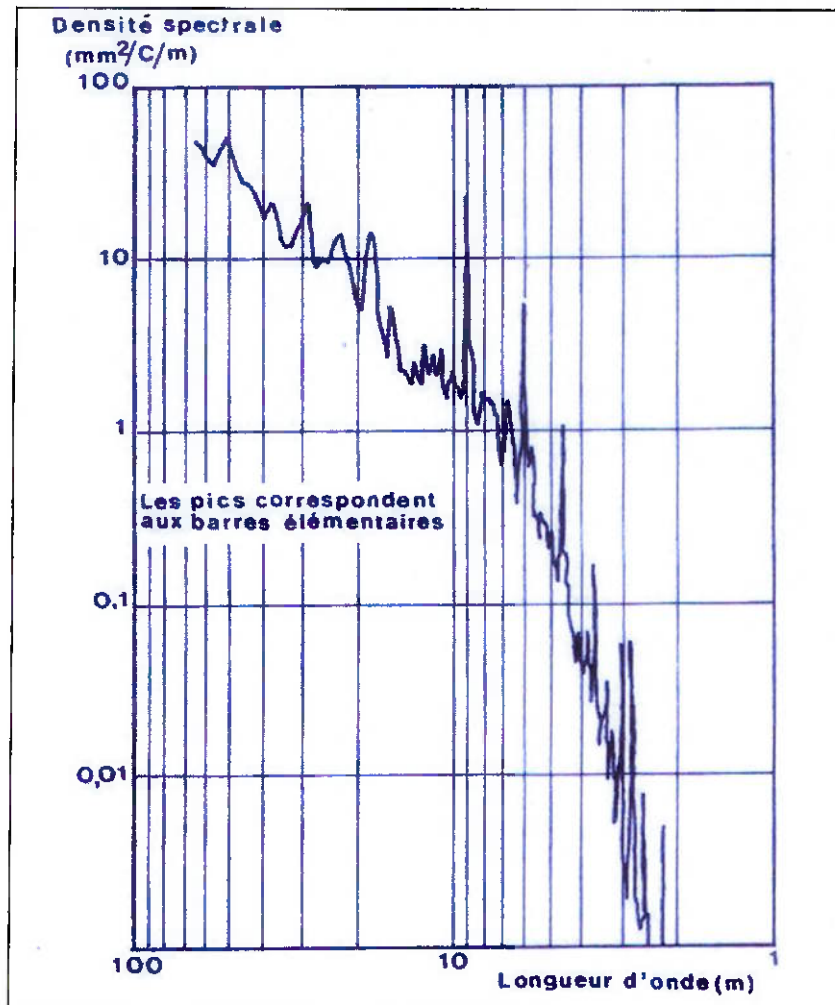


Figura 26: Espectro de frequência de ondas largas.

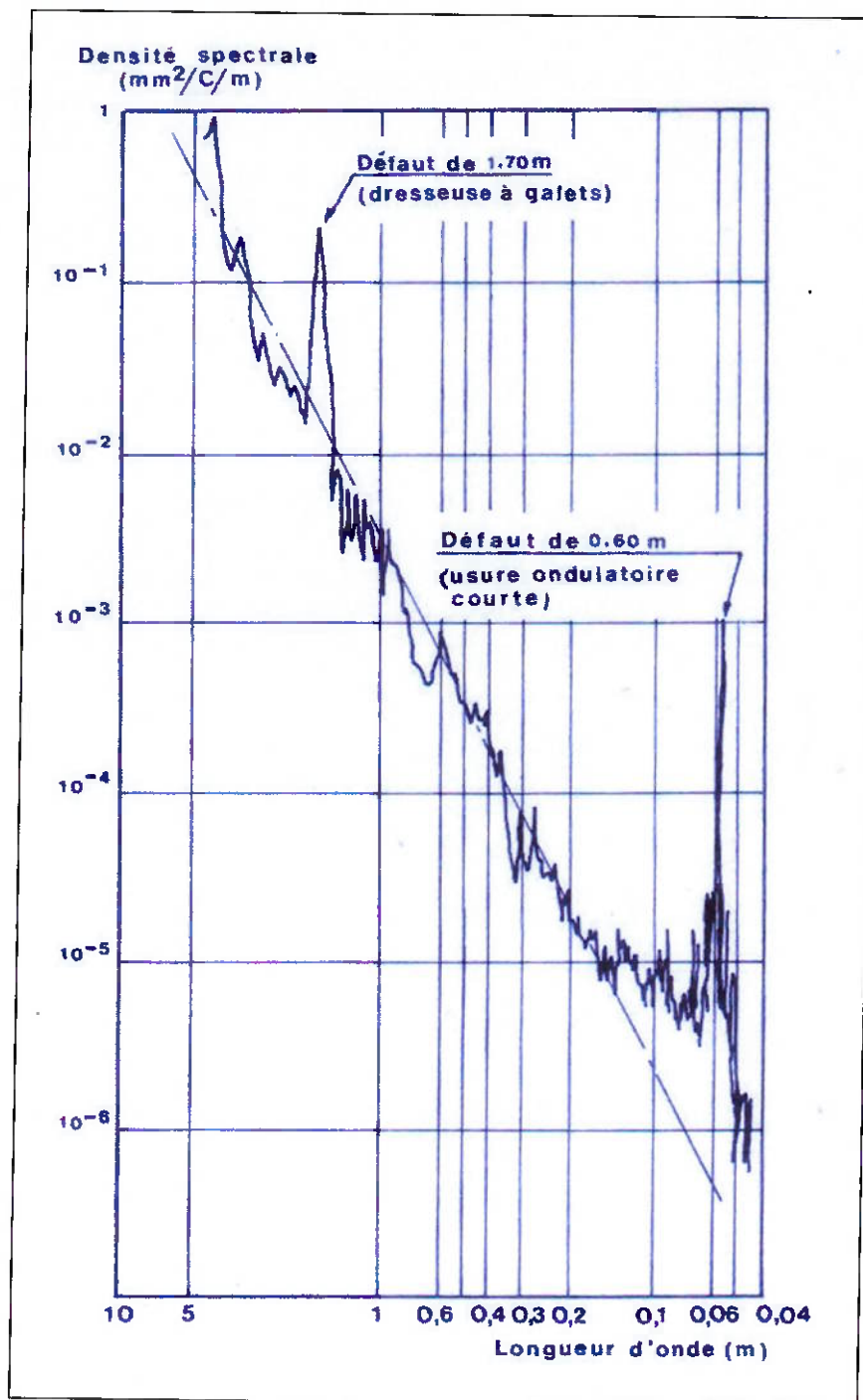


Figura 27: Espectro de frequência de ondas curtas.

Examinando as cartas dos espectros dos defeitos algumas conclusões podem ser tiradas:

- Numa via moderna sem juntas, cujos trilhos foram soldados com cuidado, só se observa, uma vez corrigidos as primeiras contrações aleatórias, o espectro contínuo;

- Num espaço de tempo de um a dois anos, entre duas ações de nivelamento, são as amplitudes correspondentes a larguras de ondas da ordem de algumas dezenas de metros que aumentam mais rápido. Nesta banda de largura de onda, o espectro no diagrama bi-logaritmo se move paralelamente a ele mesmo;
- Em seguida, desenvolve-se progressivamente um espectro de ondas devido às soldagens que permaneceram em pontos singulares, pois, de um lado a geometria fina dos trilhos adjacentes apresenta inevitavelmente uma descontinuidade, e de outro lado a soldagem modifica profundamente a distribuição de tensões residuais de um trilho numa dada seção. Estas tensões vão, sobre o efeito das deformações plásticas da zona de contato roda-trilho, evoluir diferentemente daquelas de outras seções do trilho.

Ainda com a aparição destas ondas, o espectro de fundo com largura de ondas curta se deteriora em razão da evolução aleatória das tensões residuais na vizinhança da superfície do trilho, cada ponto do trilho sendo alvo de uma solicitação dinâmica cujo nível médio e distribuição estatística são diferentes, de onde as deformações residuais aleatórias do perfil ao longo do trilho são evolutivas enquanto a retração do trilho não tiver terminado. Sob este aspecto, supõe-se que um perfil mais pesado e com material de aço mais duro seja menos sensível a estes fenômenos.

Desgaste ondulatório

Entre os defeitos do trilho, é indispensável falar do desgaste ondulatório. O desgaste apresenta certas particularidades interessantes de serem mencionadas:

- Ela se apresenta sobre a forma de ondulações, de característica periódica ou pseudoperiódica, acompanhadas de modificações na estrutura metalúrgica da zona afetada pelo defeito;
- Não há ainda nenhuma explicação convincente do fenômeno mesmo havendo um número considerável de estudos sobre o assunto. Todavia, o fenômeno da ressonância entre a roda e o trilho deve ser o fator mais provável da origem do desgaste ondulatório.
- Disto resulta que nenhuma medida específica pode suprimir o aparecimento ou o desenvolvimento ou ao menos retardá-lo. O desgaste não apresenta risco grave para a segurança do veículo, mas influencia negativamente na aderência o que tem por consequência altos custos para a via.

O desgaste ondulatório revela diferentes formas com características de fenômenos diferentes. Distingue-se em três tipos fundamentais:

- Ondas curtas: Alguns trilhos apresentam sobre a faixa de rolagem certas marcas de aspectos variados: elipses, círculos, ganchos, etc, como mostra a Figura 28. As distâncias entre as marcas varia de 3 a 8 cm;

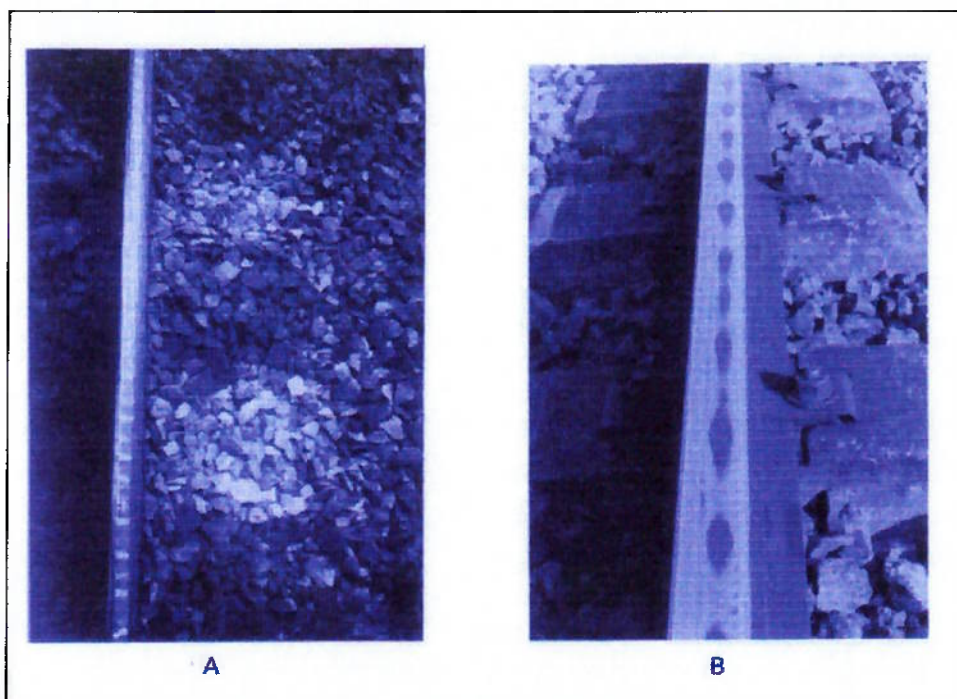


Figura 28: Exemplos do desgaste ondulatório.

- Ondas médias: Compreende a largura de onda de 15 a 30 cm e profundidade média da ordem de 0,3mm. Tem como origem a aderência das rodas menos carregadas do veículo em curva.
- Ondas longas: Pode variar de 0,6 a 1,5 m de largura de onda com 0,5 mm de profundidade média. Suas causas têm início no processo de fabricação do trilho e são agravados pelo uso deste.

Simulações

A simulação do sistema é baseada na modelagem anteriormente apresentada e com as entradas definidas no capítulo referentes aos trilhos. O principal dado a ser acompanhado será a aceleração vertical para esta ser comparada às normas de conforto.

A simulação será feita no programa Matlab com a ferramenta Simulink. Esta ferramenta permite fazer modelos mecânicos com diagramas de blocos simplesmente sabendo as relações entre as variáveis. O programa utiliza integradores numéricos a partir do método de Runge-Kutta de 4ª ordem para resolver esse tipo de problema. As simulações serão feitas no domínio do tempo com as variáveis iguais àsquelas listadas na modelagem de componentes.

Algumas observações precisam ser enumeradas com relação aos parâmetros utilizados pelo programa. O tempo de análise é de 10s, que é necessário para a estabilização do comportamento do veículo sob cada condição. A precisão é garantida pelo programa como sendo por volta de 0,1% o que certamente atende qualquer critério de confiança. As frequências de entrada serão dadas pela relação entre a velocidade do veículo e as distâncias dos defeitos enumerados no capítulo dos trilhos.

Diagrama de Blocos

A seguir está representado o diagrama de blocos do sistema a ser simulado no Simulink:

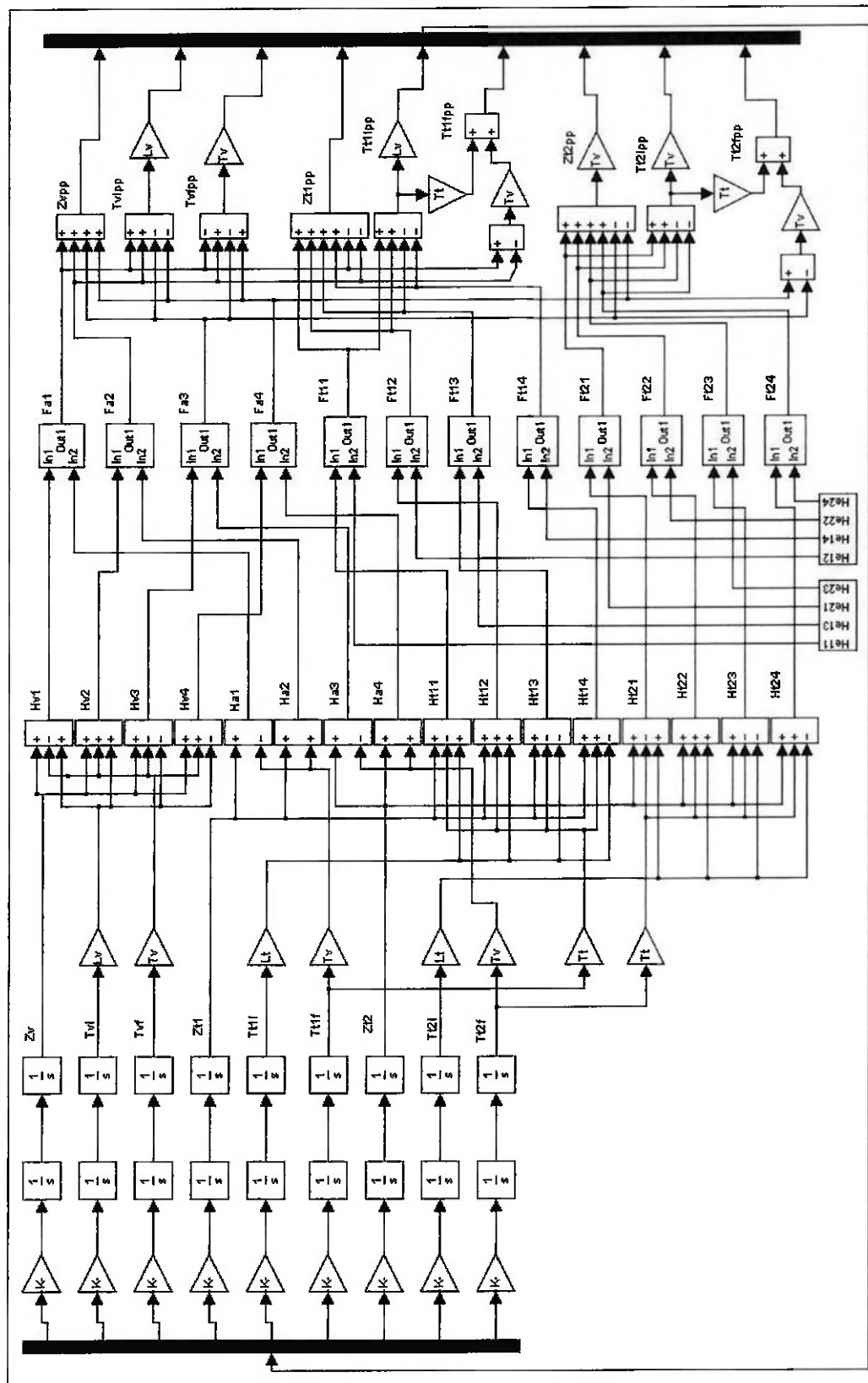


Figura 29: Diagrama de blocos utilizado para a simulação do sistema.

Os sinais de excitação são senoidais e defasados entre as rodas da frente e as de trás do veículo levando em conta a velocidade do mesmo. A situação analisada é a configuração com mesma entrada para os dois lados. A próxima tabela traz as máximas magnitudes de aceleração vertical (m/s^2) conseguida para esta situação:

Tabela 1: Valores das acelerações (m/s^2) para a mesma entrada dos dois lados.

0°		Frequência (Hz)		
		1	10	20
Velocidade (m/s)	10	$3.0 \cdot 10^{-2}$	$7.3 \cdot 10^{-2}$	$1.0 \cdot 10^{-2}$
	15	$0.8 \cdot 10^{-2}$	$5.2 \cdot 10^{-2}$	$1.0 \cdot 10^{-2}$
	20	$10.4 \cdot 10^{-2}$	$9.1 \cdot 10^{-2}$	$4.8 \cdot 10^{-2}$
	25	$11.2 \cdot 10^{-2}$	$4.2 \cdot 10^{-2}$	$1.2 \cdot 10^{-2}$

Adequação à Norma

As tabelas da norma ISO-2631 são dadas em termos de densidade espectral em faixas de frequências como mostrado na Figura 30.

Dever-se-ia entrar com todas as faixas mostradas nas Figura 26 e Figura 27 e obter as respectivas saídas também em termos de densidade espectral para estas serem comparáveis com as tabelas da norma.

Se o modelo estivesse compactado em funções de transferências, o cálculo seria facilitado apenas com a multiplicação da função da entrada com as respectivas funções de transferências.

Com o modelo do Simulink, esta opção é possível com modificações em alguns elementos da seção dos excitadores, porém estes não foram acrescentados com este enfoque e sim com o enfoque das entradas mais relevantes do capítulo sobre a via.

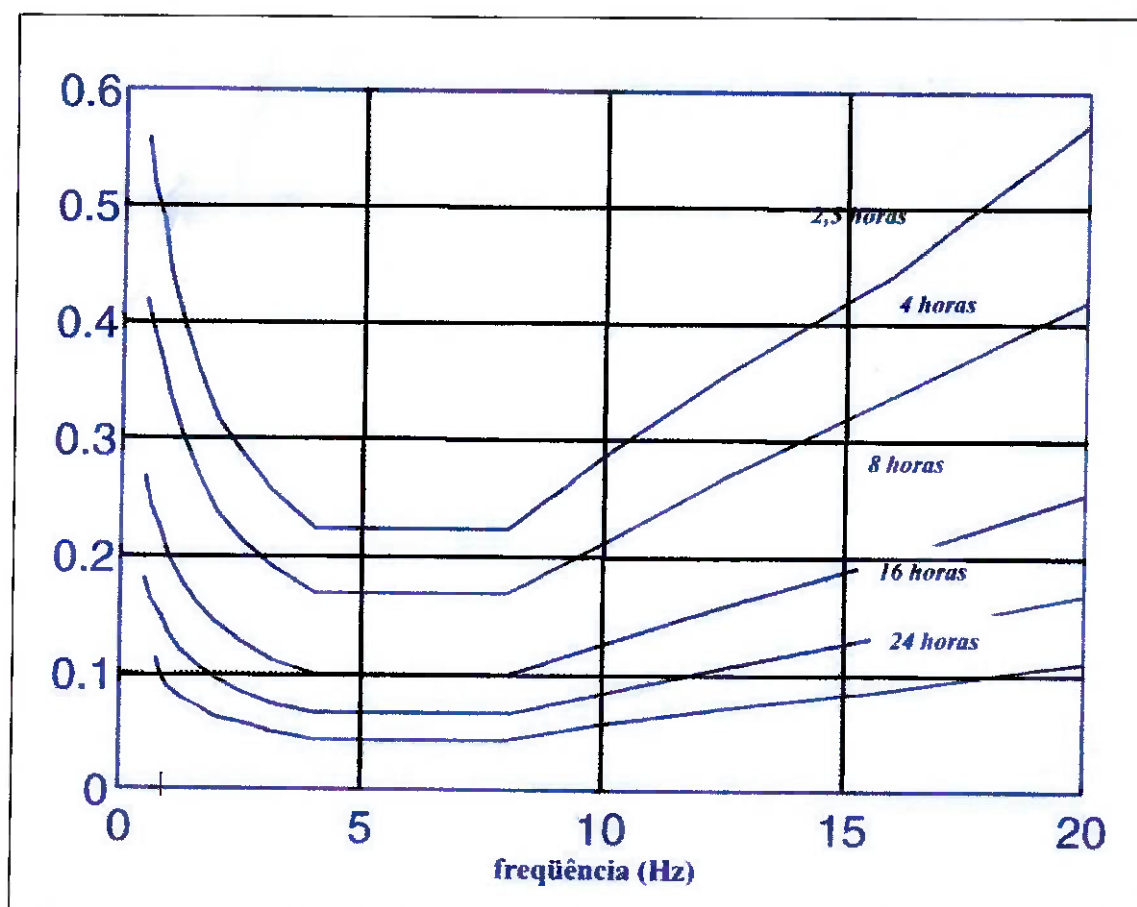


Figura 30: Diagrama para comparação em densidade espectral.

Conclusões

Na conclusão deste estudo, pode-se dizer que o modelo matemático colocado no Simulink mostrou ser uma ferramenta útil para simularmos o sistema e descobrir as respostas quanto à vibração do sistema. O mesmo modelo pode ser usado a fim de modificar os parâmetros de suspensão e verificar novamente suas respostas. Este fato é preferível dado que não se podem modificar dinamicamente os valores, por exemplo, da rigidez de uma mola que é determinada na sua fabricação.

Já no âmbito do conforto vibracional, as vantagens do modelo ainda se revelam, pois, juntamente com as cartas da norma ISO-2631, determina-se os níveis de conforto do veículo. A experiência com pessoas reais e veículos reais com certeza seria dispendiosa e demorada. Com a variação dos parâmetros do veículo, a melhor escolha da combinação dos elementos de suspensão que melhora o conforto pode ser feita rapidamente.

Os resultados das simulações feitas neste estudo revelaram como os veículos ferroviários podem ser usados em veículos de longa duração mesmo em altas velocidades de cruzeiro. O fator decisivo para os resultados da vibração no vagão foi o modo como os trilhos excitam o veículo (além, obviamente, dos parâmetros da suspensão do veículo) o que pode ser manipulado através de boas práticas na fabricação dos trilhos e na instalação dos mesmos.

Para o futuro, espera-se que os veículos ferroviários sejam usados mais eficientemente não só no transporte de passageiros como também no de frete de cargas. Na verdade, os metrô e trens urbanos usados na região metropolitana de São Paulo apresentam reclamações de seus usuários, mas não no âmbito da vibração vertical, e sim quanto à sua cobertura, capacidade de transporte e conforto térmico.

Referências Bibliográficas

Barbosa, Roberto Spinola, 1999, "Aplicação de sistemas multicorpos na dinâmica de veículos guiados", São Carlos, Brasil;

Accurso, Marco Antônio Fogaça, 2002, "Análise do conforto vibracional de um caminhão através de um modelo e um dispositivo hidráulico", São Paulo, Brasil;

Heisler, Heinz, 2002, "Advanced Vehicle Technology", London, Inglaterra;

Castello Branco, José Eduardo Sabóia e Ferreira, Ronaldo, "Tratado de Estradas de Ferro, Material Rodante", 2001, Brasil;

Alias, Jean, "Le Rail", 1987, Paris, França;

Revue Générale de Chemins de Fer, 1999, Ed.1 a 12 ;

www.antf.org.br;

www.cbtf.org.br;

www.trainweb.com;

