

**JOÃO PEDRO DE ANDRADE TERREIRO**

**MODELO SEMI- EMPÍRICO PARA VIBRAÇÃO POR VÓRTICES COM  
INTERFERÊNCIA**

**SANTOS**

**2019**



**JOÃO PEDRO DE ANDRADE TERREIRO**

**MODELO SEMI- EMPÍRICO PARA VIBRAÇÃO POR VÓRTICES COM  
INTERFERÊNCIA**

**Trabalho de Formatura em Engenharia de  
Petróleo do curso de graduação do  
departamento de Engenharia de Minas e  
de Petróleo da Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo**

**Área de concentração: Mecânica dos  
fluidos**

**Orientador: Prof. Dr. Rafael do Santos  
Gioria**

**SANTOS**

**2019**

## FICHA CATALOGRÁFICA

**João Pedro Terreiro**  
**MODELO SEMI- EMPÍRICO PARA VIBRAÇÃO POR VÓRTICES**  
**COM**  
**INTERFERÊNCIA / J. P. T. -- São Paulo, 2019.**  
**67 p.**  
**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de**  
**São**  
**Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e Petróleo.**  
**1.Vibrações induzidas por vórtice 2.Estruturas offshore**  
**3.Mecânica dos**  
**fluidos I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.**  
**Departamento de**  
**Engenharia de Minas e Petróleo II.t.**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente aos meus pais Tais e Andre por terem proporcionado a oportunidade de me dedicar exclusivamente aos estudos durante os anos que morei em Santo. Aos meus irmãos Cainã, Gabriella e Matheus por me apoiarem cada um com sua maneira. A *step-mother* Fernanda por entender que algumas viagens de família tiveram que ficar para segundo plano.

Agradeço ao meu professor orientador Prof. Dr. Rafael do Santos Gioria, pela sua busca energética pelo conhecimento. Sua maneira de olhar a ciência motivou minha busca pela real compreensão do conteúdo do assunto que envolve os VIF.

Agradeço ao Prof. Dr. Gustavo Roque Assi pelas discussões e materiais emprestados. Sua ajuda foi essencial para avanço do trabalho.

Aos meus colegas de faculdade: Leonardo, Diego, Braz, Leandro, pelas inúmeras noites acordas estudando ou se desafiando no poker. A todos da república “filhos de chula”: Fernando, Thales, Felipe, Passos, Sergipe, Arthur; gratidão enorme por todas histórias entre cursinho do Cpvam, Rov e bares de Santos. A Katheryne pela ajuda na revisão do meu texto.

Ao meu colega da Naval Gustavo, pela semana internada no NDF fazendo experimentos sobre VIV e por todas discussões.

## RESUMO

Em estruturas offshore, a passagem de um fluido em torno de uma estrutura pode causar vibrações transversais ao fluxo devido ao desprendimento de vórtices. VIV (vibrações induzidas por vórtices) é o fenômeno de interação, e tem uma dinâmica complexa. Várias abordagens podem ser usadas para descrever o fenômeno, e o objetivo deste trabalho é compilar e apresentar uma abordagem semi-empírica através de modelos matemáticos simplificados. A motivação é o uso de modelos simples para estimativas rápidas de carregamentos em estruturas, visando apoiar uma análise os efeitos nocivos das cargas hidrodinâmicas sobre estruturas offshore. Aqui, apresentam-se 3 modelos distintos: um oscilador harmônico simples que representa limitadamente a fenomenologia, o modelo de Facchinetti que usa oscilador de van der Pol não-linear para enriquecer a modelagem, e o modelo modificado de Facchinetti para representar a interferência do escoamento, quando a estrutura está mergulhada na esteira de outra. No caso será investigado quando dois cilindros estão alinhados na direção do escoamento, com o cilindro de trás imerso na esteira do cilindro da frente. Como resultado, mostra-se que cada modelo tem repostas satisfatórias em certas condições de escoamento e infere-se que a aplicação dos modelos combinados seja uma boa aproximação para uma larga gama de condições de escoamentos.

**Palavras-chave:** VIV. Engenharia offshore. Dinâmica de fluidos.

## **ABSTRACT**

In offshore structures, passing a fluid around a structure can cause transverse flow vibrations due to vortex shedding. VIV (Vortex Induced Vibration) is the phenomenon of interaction, and it has a complex dynamic. Several approaches can be used to describe the phenomenon, and the objective of this paper is to compile and present a semi-empirical approach through simplified mathematical models. The motivation is the use of simple models for rapid estimates of structural loads to support an analysis of the negative effects of hydrodynamic loads on offshore structures. Here we present 3 distinct models: a simple harmonic oscillator that represents phenomenology in a limited way, the Facchinetti model that uses a nonlinear van der Pol oscillator to enrich the modeling, and the modified Facchinetti model to represent the interference of the flow, when the structure is dipped in another's wake. In this case it will be investigated when two cylinders are aligned in the direction of flow, with the rear cylinder immersed in the front cylinder wake. As a result, it is shown that each model has satisfactory responses under certain flow conditions and it is inferred that the application of the combined models is a good approximation for a wide range of flow conditions.

**Keywords:** VIV, Offshore Engineering, Fluid Dynamics.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Arranjos de dutos, risers, linhas de ancoragem e árvores de natal. Extraído de (TECPETRO, 2014). .....	12
Figura 2.1: Esquema e visualização do escoamento ao redor de um corpo afilado e um corpo rombudo. Destaque para a superfície do corpo rombudo exposta ao escoamento separado (em vermelho). Extraído e adaptado de (Assi, 2005). .....	14
Figura 2.2: Regiões de escoamento perturbado pela presença do corpo rombudo. Extraído e Adaptado de Assi (2005). .....	14
Figura 2.3 – Transições nas regiões perturbadoras: (a) TrW, (b) TrSL, (c) TrBL, (d) T. Onde, BL= camada limite, L = laminar, T= turbulento, Tr= transição, S= separação. Adaptado de (Zdravkovich, 1997). .....	15
Figura 2.4 – Escoamento ao redor de um cilindro sem separação. Extraído de (Dyke, 1988). .....	16
Figura 2.5 – Estágios da separação do escoamento e formação de bolhas de recirculação na esteira próxima. Visualizações reproduzidas de (Dyke, 1988). ..	17
Figura 2.6: Início da instabilidade da esteira em regime laminar. Extraído de (Assi, 2005). .....	18
Figura 2.7 – Transição na esteira. (a) $Re=180$ (b) $Re=340$ . Adaptado de Zdravkovich (1997). .....	18
Figura 2.8 – Transição na camada cisalhantes (a) $Re=2000$ (b) $Re=8000$ (c) $Re = 110000$ . Adaptado de Zdravkovich (1997). .....	19
Figura 2.9 – Esteira de vórtices para dois regimes de escoamento: laminar ( $Re=140$ ) e turbulento ( $Re=10000$ ). Extraído de Assi (2005). .....	20
Figura 2.10 – Relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds. Adaptado de Norberg (2000). .....	21

Figura 2.11 – Comportamento dos coeficientes de pressão comparados com os regimes de escoamento e em relação ao número de Reynolds. Extraído e Adaptado de Assi (2005).....	22
Figura 2.12 – Modelo de oscilação harmônico em cilindro elástico. Extraído de Assi (2009).....	23
Figura 2.14 – Resposta típica de VIV (amplitude e frequência) de um cilindro, $m * \zeta \approx 0,01$ para os dois casos. Note que a frequência de oscilação e a velocidade reduzida são adimensionais que usam a frequência natural em água parada ( $f_w$ ) e não na frequência natural no ar ( $f_0$ ) como de costume. Adptado de Gordhan & Williamson (2000). ....	25
Figura 2.15. – Resposta típica da amplitude de oscilação de um cilindro livre para oscilar transversalmente ao fluxo de corrente. Figura extraída e adaptada de (Assi, 2009).....	25
Figura 2.16 – (esquerda) Cilindro isolado e configuração típicas de interferência: (centro) dois cilindros alinhados e (direita) dois cilindros posicionados lado a lado com o escoamento. Extraído de Assi (2005). ....	26
Figura 2.17 – (esquerda) Regimes de interferência em pares de cilindros alinhados. (Igarashi, 1981). (direita) Exemplo dos regimes de interferência no escoamento para $Re = 300$ . (Carmo, 2005). Os Regimes de interferência têm dependência do escoamento e de Reynolds.....	27
Figura 2.18 – Resposta típica de WIV do cilindro de trás para diferentes valores de $x_0/D$ . Figura extraída e adaptada de Assi 2010. ....	29
Figura 2.19 - Resposta do W.I.V no cilindro de trás para $X_0D= 4,0$ . São mostrados os picos máximo, médio e mínimo de amplitude de vibração. Figura extraída e adaptada de Assi 2010. ....	30
Figura 2.20 – Esquema representando a esteira do cilindro de trás imersa na esteira do cilindro da frente, explicando o fenômeno de wake-flutter. Extraído de Prince (2011).....	32

Figura 2.21 – Forças estáticas do fluido no cilindro de trás quando $X0D=4,0$ para diferentes valores de Reynolds. Em (a) temos os valores de coeficiente de sustentação. Em (b) temos os valores de coeficiente de arrasto. ....	34
Figura 2.22 – Resposta do WIV no cilindro de trás com e sem mola com $X0D=4,0$ . (a) amplitude de oscilação. (b) frequência dominante de oscilação. ....	35
Figura 3.2 - Modelo de estrutura acoplada e osciladores elásticos para vibrações induzidas em vórtice em 2-D. Extraído de Facchinetti (2004). ....	41
Figura 3.3 – Perfil do campo de velocidade na esteira do cilindro submetido a um fluxo. Extraído de (Cébron, 2008). ....	44
Figura 4.1 – Resposta para 1 cilindro com o modelo simples. ....	48
Figura 4.2 – Comparação da modelagem computacional simples com os dados experimentais de Assi 2010. Sendo $\circ$ os dados experimentais de Assi 2010, e $*$ representa os pontos da modelagem simples. ....	49
Figura 4.3 – Resposta típica para o modelo Facchinetti. Em (a) temos a resposta típica da amplitude de oscilação. Em (b) temos a frequência da força de excitação pela frequência natural. ....	50
Figura 4.4 – Comparação entre a modelo simplista e modelo Facchinetti. Em (a) é apresentado a resposta de amplitude de oscilação do modelo simplista. Em (b) é apresentado a resposta de amplitude de oscilação do modelo Facchinetti. ....	51
Figura 4.5 – Comparação da modelagem da Fachhinetti com os dados experimentais de Assi 2010. Sendo $\circ$ os dados experimentais de Assi 2010, e $\bullet$ representa os pontos da modelagem Facchinetti. ....	52
Figura 4.6 – Curva de amplitude de resposta para a modelagem de W.I.V para o cilindro de trás. Em (a) temos a resposta típica da amplitude de oscilação. Em (b) temos a frequência da força de excitação pela frequência natural. ....	53
Figura 4.7 - Comparação entre as respostas típicas da amplitude de vibração do cilindro de trás da modelagem deste trabalho com Assi 2010. Em a) é apresentada	

a resposta do modelo. Em b) temos os dados experimentais apresentados em Assi 2010. ....	54
Figura 4.8 – Comparação entre as respostas típicas do valor de Cx no cilindro de trás da modelagem deste trabalho com Assi 2010. Em a) é apresentada a resposta do modelo, a curva foi construída através das médias dos coeficientes Cx. Em b) temos os dados experimentais apresentados em Assi 2010. ....	54
Figura 4.9 – Comparação entre as repostas típicas do valor de Cy no cilindro de trás da modelagem deste trabalho com Assi 2010. Em a) é apresentada a resposta do modelo, a curva foi construída através das médias dos coeficientes Cy. Em b) temos os dados experimentais apresentados em Assi 2010. ....	55
4.10 – Curva de resposta da modelagem para a amplitude da oscilação do cilindro de trás em WIV, no caso sem molas. (a) temos a resposta típica da amplitude de oscilação. Em (b) temos a frequência da força de excitação pela frequência natural. ....	57
Figura 4.11 – Comparação das repostas típicas do modelo para a amplitude de oscilação do cilindro de trás. Os pontos X indicam a curva da resposta sem mola e os pontos X indicam a curva da resposta com mola. ....	58
Figura 4.12 – Respostas dos coeficientes Cy e Cx para o caso da simulação sem a mola. ....	58

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>13</b>
2.1	Escoamento em corpos cilíndricos .....	13
2.2	Número de Reynolds .....	14
2.3	Número de Strouhal .....	20
2.4	Forças fluidodinâmicas .....	21
2.5	Vibrações induzidas por vórtices em 1 cilindro .....	23
2.6	Resposta típica e <i>lock-in</i> .....	24
2.7	Interferência no escoamento .....	26
2.8	Wake-induced vibration (WIV) no cilindro de trás.....	28
2.9	Resposta típica de WIV para o cilindro de trás .....	28
2.9.1	Resposta típica com WIV com a separação $X0D = 4,0$ .....	29
2.10	Teorias para explicação do WIV.....	31
2.11	Wake-flutter .....	32
2.12	Wake-stiffness – rigidez da esteira.....	33
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA E METODOS.....</b>	<b>36</b>
3.1	Metodologia para resolução de EDOs.....	36
3.2	Modelagem simples em 1 grau de liberdade .....	37
3.3	Modelagem VIV para 1 cilindro, modelo Facchinetti (2004) .....	40
3.3.1	Oscilador estrutural.....	40
3.3.2	Oscilador da Esteira .....	42
3.3.3	Acoplamento do fluido-estrutura.....	42
3.4	Modelagem de WIV para 2 cilindros .....	44
3.4.1	Equação dinâmica em 2D.....	45

<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>47</b>
4.1	Simulação de 1 cilindro com modelo simples .....	47
4.2	Simulação de 1 cilindro com modelo facchinetti .....	49
4.3	Resposta típica da modelagem com 2 cilindros com mola .....	52
4.4	Resposta típica da modelagem 2 cilindros sem mola .....	56
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>59</b>
5.1	VIV em um cilindro .....	59
5.2	WIV no cilindro de trás .....	60
5.3	Considerações finais .....	61
5.4	Trabalhos futuros.....	61
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>62</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A exploração de Petróleo de reservatórios situados em áreas offshore no Brasil iniciou-se em na década de 1970, sendo a Petrobras referência internacional em explorações nessas áreas (Leite, 2009). Hoje em dia a Petrobrás tem cerca de 65% da área de seus blocos exploratórios offshore em profundidades de água de mais de 400 m. Por fim, cabe acrescentar, que nos últimos anos, a empresa vem desenvolvendo suas atividades de perfuração exploratória em águas cada vez mais profundas.

É importante frisar que em profundidades até 300 metros ainda podem ocorrer a intervenção humana de mergulhadores para manutenção, reparo, inspeção ou instalação de equipamentos que compõem as instalações marinha. Dessa forma, para profundidades superiores é necessário usos de robos e equipamentos específicos, tornando qualquer tipo de operação para manutenção em instalações submersas uma atividade extremamente custosa. Vale ainda se atentar para as condições ambientais em que equipamentos submersos são expostos, com a presença de correntezas e ondas. Outra questão importante é o tempo de vida de projetos offshore de Petróleo: 20 e 30 anos. Sob esse contexto de dificuldade de reparo e manutenção combinado com a necessidade de uma alta vida útil, torna-se necessário projetar instalações subsea que possam ser resistentes e que necessitem de pouca manutenção ou reparo.

A exploração de hidrocarbonetos offshore é composta de diferentes tipos de instalações submersas. No entanto, podemos destacar a enorme quantidade de cabos, dutos e risers nessa atividade. Na figura 1.1 podemos observar o arranjo de equipamentos subsea.

Uma das principais preocupações sobre risers, cabos e amarras é como a correnteza e a interação fluido estrutura produz esforços sobre a própria estrutura. Sendo o fenômeno de vibrações induzidas por fluxo (VIF) oriundo de correntezas no fluido. Assim, cabos, risers, amarrarações e outros corpos cilíndricos, são sujeitos a vibrações causadas pelo fluxo; sendo o fenômeno da vibração induzida por vórtice (VIV). Tais vibrações podem facilitar falhas por fadigas, causando danos estruturais e uma redução da vida útil do equipamento.

Este trabalho tem como objetivo analisar, compreender e estudar os fenômenos de FIV para dois cilindros alinhados na direção da correnteza. Para isso será primeiro será realizada uma revisão bibliográfica sobre o tema, depois será apresentada uma abordagem semi-empírica através de modelos matemáticos simplificado. Por fim, apresentam-se 3 modelos distintos: um oscilador harmônico simples que representa limitadamente a fenomenologia, o modelo de Facchinetti que usa oscilador de van der Pol não-linear para enriquecer a modelagem, e o modelo modificado de Facchinetti para representar a interferência do escoamento, quando a estrutura está mergulhada na esteira de outra. Cabe colocar que os modelos semi-empíricos são eficientes computacionalmente e bons na fenomenologia, mas limitados aos casos em que já existem dados disponíveis. Logo a criação e análise de novos casos é de extrema contribuição para a indústria petrolífera. Além disso, a modelagem permitem o teste de hipóteses apresentadas em artigos sobre o tema.

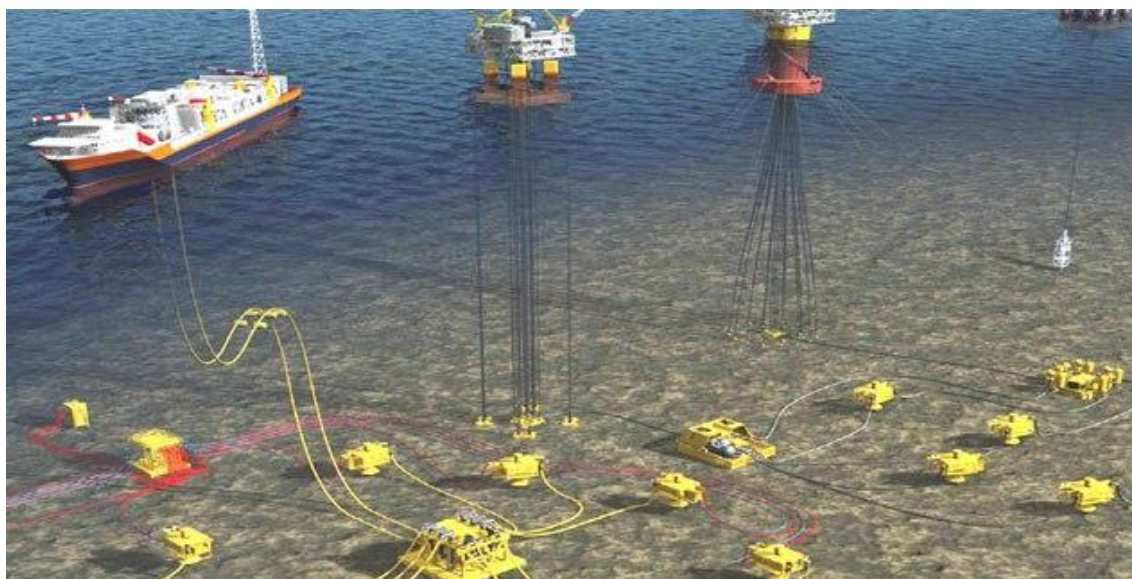


Figura 1.1: Arranjos de dutos, risers, linhas de ancoragem e árvores de natal. Extraído de (TECPETRO, 2014).

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo descreve todos fundamentos teóricos que envolvem esse trabalho.

### 2.1 escoamento em corpos cilíndricos

Em primeira instância cabe apresentar a definição de corpos rombudos. Segundo (Bearman, 1984) são corpos que quando sujeitos a uma corrente fluida, apresentam considerável proporção de sua superfície submersa exposta ao fenômeno da separação do escoamento. Em outras palavras: em um corpo afinado as linhas de corrente seguem o contorno do corpo, enquanto em um corpo rombudo as linhas de corrente se desprendem desse contorno. Com isso, cria-se atrás de corpos rombudos uma região particular, a região de esteira, que será discutida mais adiante. Na figura 2.1 tem-se uma ilustração das linhas de correntes ao redor de um corpo afilado e um rombudo. É possível visualizar a esteira atrás do corpo rombudo. Na figura 2.2 tem-se outra ilustração com melhor detalhamento das regiões que são criadas ao redor de um corpo rombudo submetido a um escoamento.

De acordo com (Assi, 2005) a separação das linhas de corrente é influenciada por alguns fatores: a geometria do corpo, condições da camada limite e a existência de descontinuidades.

A respeito da geometria é interessante considerar que se a forma de um corpo terminar abruptamente, ao invés de ser afilada, cria-se um gradiente desfavorável de pressão no sentido do escoamento. Logo, o escoamento que segue uma linha de corrente próxima ao contorno do corpo sofre desaceleração e, assim, separação da superfície.

Os efeitos de turbulência na camada limite também influenciam no desprendimento. A forma e a estrutura da região atrás do corpo serão alteradas com o aumento da turbulência.

Em caso da existência de descontinuidades (quinas, irregularidades) vale colocar que a separação ocorrerá nessa região.

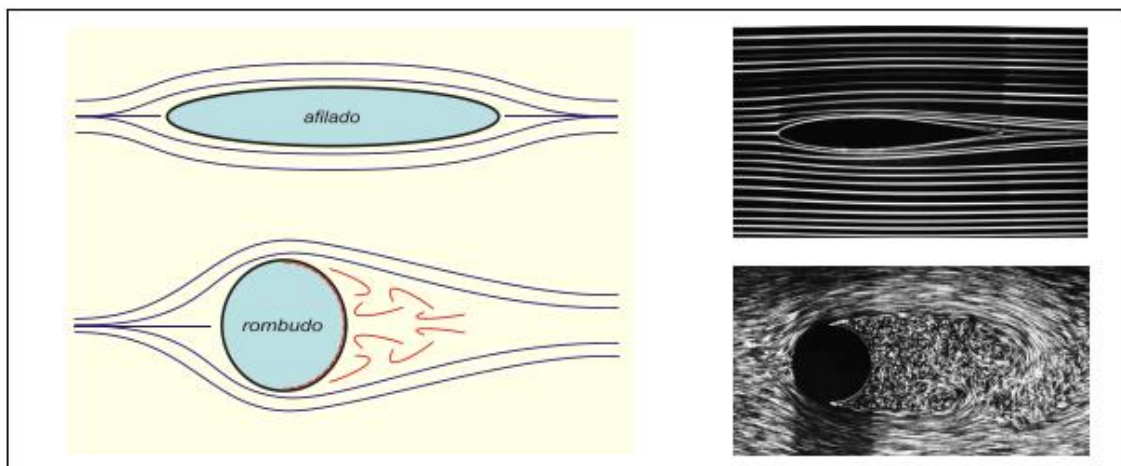


Figura 2.1: Esquema e visualização do escoamento ao redor de um corpo afilado e um corpo rombudo. Destaque para a superfície do corpo rombudo exposta ao escoamento separado (em vermelho). Extraído e adaptado de (Assi, 2005).

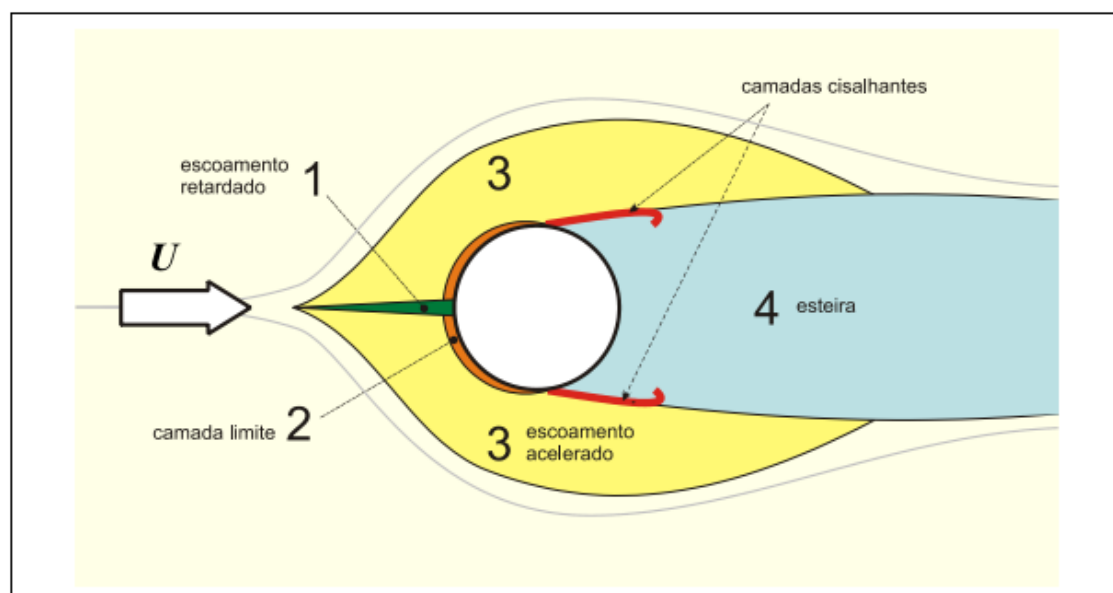


Figura 2.2: Regiões de escoamento perturbado pela presença do corpo rombudo. Extraído e Adaptado de Assi (2005).

## 2.2 Número de Reynolds

Nesse ponto vale apresentar o conceito do número de Reynolds ( $Re$ ), já que esse é o parâmetro governante do escoamento incompressível ao redor de um corpo. Sendo  $\rho$  a massa específica do fluido;  $U_\infty$  a velocidade do escoamento incidente;  $D$  uma dimensão do escoamento;  $\mu$  a viscosidade dinâmica (absoluta) do fluido; e  $\nu$  a viscosidade cinemática do fluido. Temos que:

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu} = \frac{U_{\infty} D}{\nu} \quad (2.1)$$

Com o aumento do número de Reynolds, o escoamento passa por diferentes transições, ocasionando diferentes tipos de regimes. (Carmo, 2005) afirma que cada transição é sensível a pequenas perturbações de várias espécies. Estas perturbações podem fazer com que as transições se iniciem em um número de Reynolds menor e muitas vezes podem modificar significativamente as estruturas resultantes. (Zdravkovich, 1997) concluiu que o número de Reynolds será o único parâmetro governante apenas se tais perturbações forem realmente desprezíveis. Na figura 2.3 são mostrados esquematicamente as transições que ocorrem em três regiões: esteira (TrW), camadas cisalhantes (TrSL) e camadas limite (TrBL).

A primeira transição TrW esboçada na Figura 2.3 (a) ocorre na esteira para  $Re \cong 2 \times 10^2$ . A turbulência gradualmente se desenvolve na região próxima ao cilindro e se espalha ao longo da esteira, mas as camadas cisalhantes que limitam a região de esteira próxima permanecem laminares.

A segunda transição TrSL na Figura 2.3 (b) acontece nas camadas cisalhantes. O foco de transição se move ao longo dessas camadas na direção do ponto de separação, afetando o comprimento e a largura da esteira próxima.

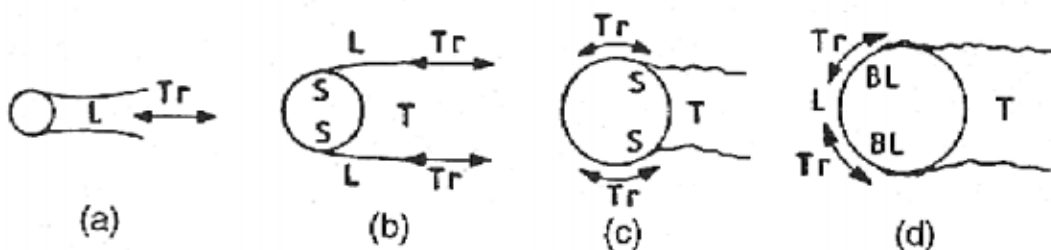


Figura 2.3 – Transições nas regiões perturbadoras: (a) TrW, (b) TrSL, (c) TrBL, (d) T. Onde, BL= camada limite, L = laminar, T= turbulento, Tr= transição, S= separação. Adaptado de (Zdravkovich, 1997).

A terceira transição atinge as camadas limite no ponto de separação, como ilustrado na figura 2.3 (c). É esta a transição responsável pela crise de arrasto, que é uma diminuição súbita do arrasto que acontece no escoamento ao redor de cilindros com  $Re \cong 10^5$ . A transição prossegue até que a camada limite seja completamente turbulenta antes do ponto de separação.

Os focos de transição nas camadas limite continuam a se mover em direção ao ponto de estagnação com o aumento de  $Re$ , conforme esquematizado na figura 2.3 (d). No limite superior da TrBL, a transição atingiria a região retardada e este é o final da terceira e última transição, dado que todas as regiões do escoamento são completamente turbulentas.

O primeiro caso é o “Escoamento completamente laminar L”, figura 2.3 (a), que segundo (Carmo, 2005) pode ser subdividido em três estados:

- L1: escoamento altamente viscoso sem separação (creeping flow):  $0 < Re < 4$  a  $5$
- L2: separação com recirculação estacionária:  $4$  a  $5 < Re < 30$  a  $48$
- L3: regime laminar periódico:  $30$  a  $48 < Re < 180$  a  $200$

No L1 não existe separação da camada limite da superfície do cilindro em nenhum ponto. Pode-se dizer que não existe formação de esteira e que o regime é estacionário. Na figura 2.4 é possível observar melhor essa situação.

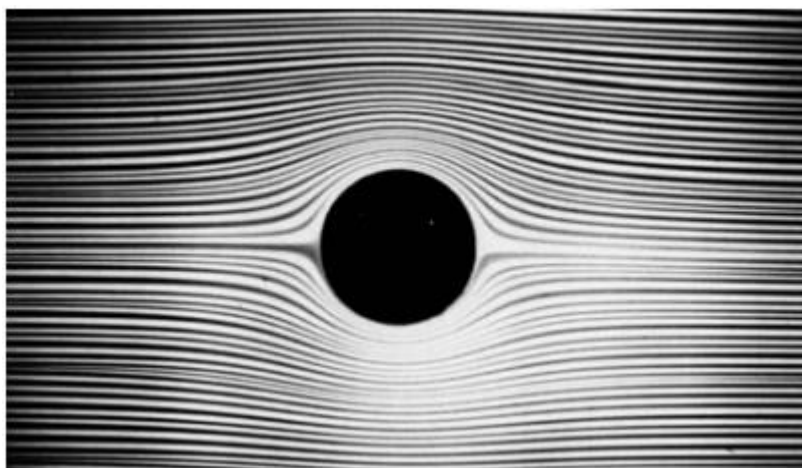


Figura 2.4 – Escoamento ao redor de um cilindro sem separação. Extraído de (Dyke, 1988).

A formação de bolhas de recirculação estacionárias e simétricas se inicia em  $Re = 4$  a  $5$ , começando assim a separação das linhas de correntes. Vale comentar que a velocidade  $U_\infty$  apresenta uma ordem de magnitude maior que a velocidade reversa ao longo do eixo de simetria. Na figura 2.5 é possível observar o começo da separação das linhas de correnteza e a formação de bolhas de recirculação.

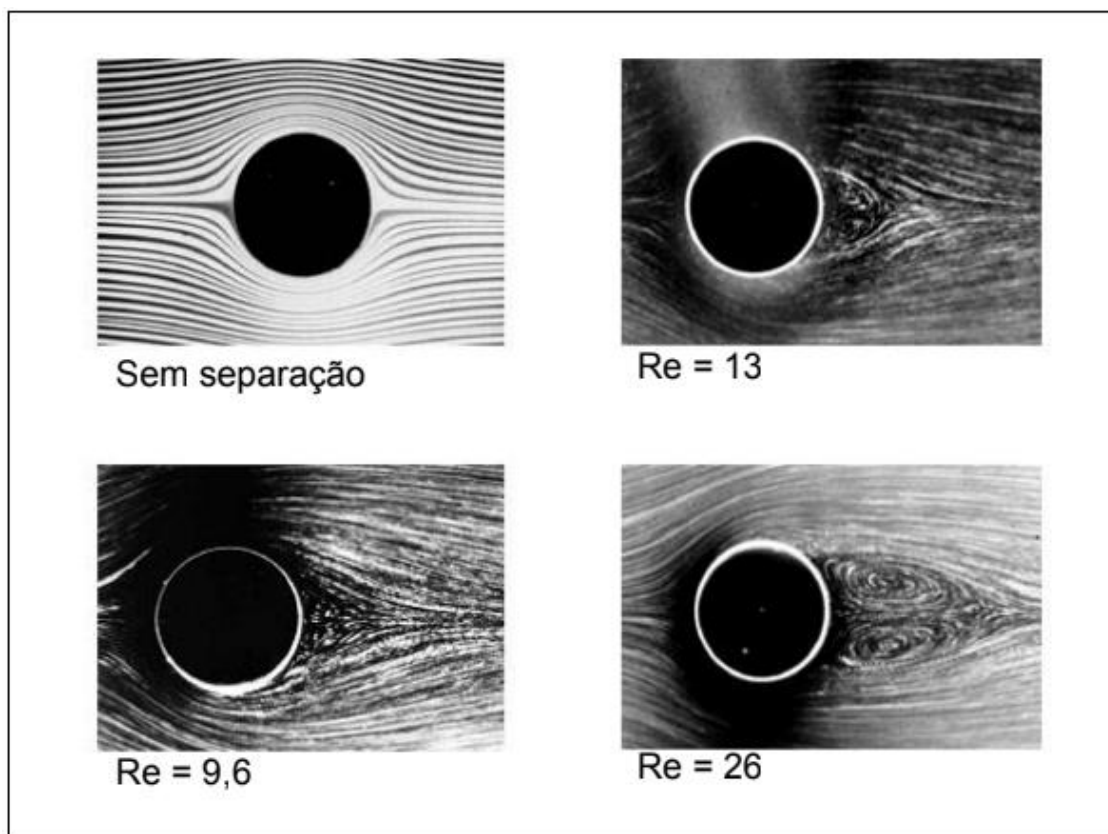


Figura 2.5 – Estágios da separação do escoamento e formação de bolhas de recirculação na esteira próxima. Visualizações reproduzidas de (Dyke, 1988).

Dessa maneira, nota-se que a formação da região de baixa pressão atrás do corpo, bem com a separação do fluido da parede, está relacionada com o aumento do Reynolds. (Assi, 2005) afirma que esse aumento do Reynolds leva a formação de bolhas de recirculação na região da esteira. Na figura 2.6 podemos notar a instabilidade da esteira e o aumento dessa instabilidade com o aumento de Reynolds. Isto é, após certo valor crítico de Reynolds as bolhas não ficam mais “presas” na região da esteira próxima. (Assi, 2005) ainda afirma que essas bolhas são convectadas para a esteira ao longe. Na figura 2.6 é possível visualizar o escoamento em 6 faixas de Reynolds. Na figura é interessante observar em  $Re = 32$ , as bolhas de recirculação se mantêm na esteira próxima sem perturbar a esteira que se desenvolve à jusante. Aumentando-se para  $Re = 55$ , sinais de instabilidades começam a aparecer na esteira. A partir de  $Re = 65$ , é possível ver nitidamente o comportamento instável da esteira. As oscilações na esteira têm início com valores baixos de Reynolds, ainda no regime laminar, e se estendem até altos valores de Reynolds, em regime turbulento.

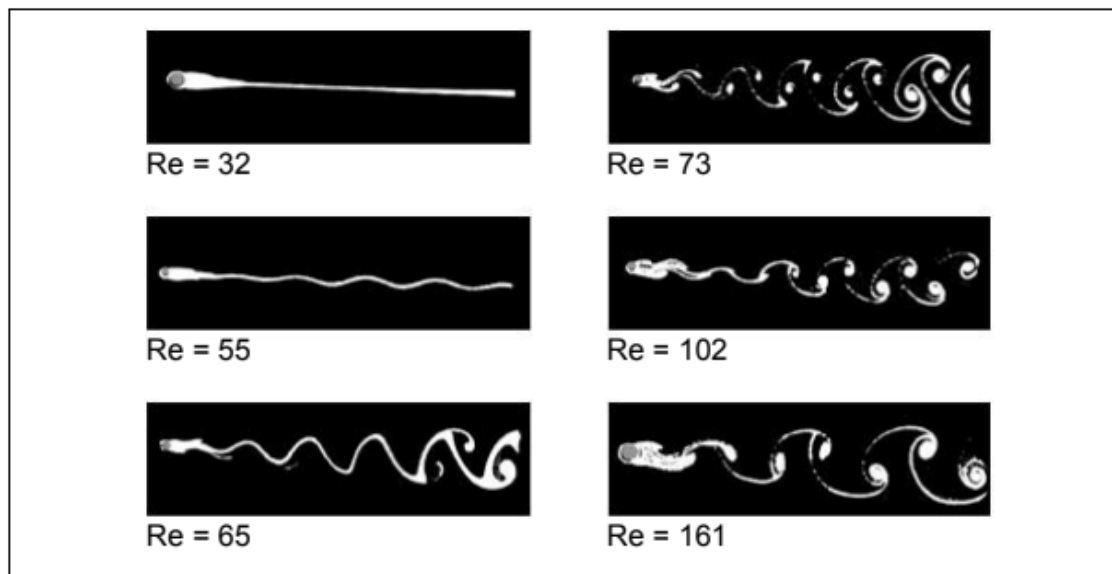


Figura 2.6: Início da instabilidade da esteira em regime laminar. Extraído de (Assi, 2005).

O segundo caso é a “Transição na esteira TrW”, figura 2.3 (b). No momento que se eleva  $Re$  até aproximadamente 180, a esteira começa a exibir sinais de turbulência. Os fenômenos como desprendimento de vórtices e os modos tridimensionais acontecem, sendo a esteira afetada por isso (Carmo,2005). Na figura 2.7, são mostradas imagens de esteiras transicionais. É interessante perceber que para  $Re$  mais baixos a posição onde ocorre a transição está localizada mais distante, enquanto com o  $Re$  mais alto o ponto está mais próximo do cilindro.



Figura 2.7 – Transição na esteira. (a)  $Re=180$  (b)  $Re=340$ . Adaptado de Zdravkovich (1997).

O terceiro caso é a “Transição nas camadas cisalhantes TrSL”, figura 2.3 (c). As camadas limites permanecem totalmente laminares enquanto a transição acontece ao longo das camadas cisalhantes livres. Esse regime é o regime subcrítico. Com o

aumento de  $Re$  aparecem, segundo (Carmo, 2005), ondas de turbulência como flutuações das camadas cisalhantes na figura 2.8 (a). Elevando-se mais ainda o Reynolds essas ondas se enrolam em turbilhões, como pode ser visto na figura 2.8 (b). Finalmente uma mudança repentina para a turbulência ocorre, como pode ser visto na figura 2.8 (c).

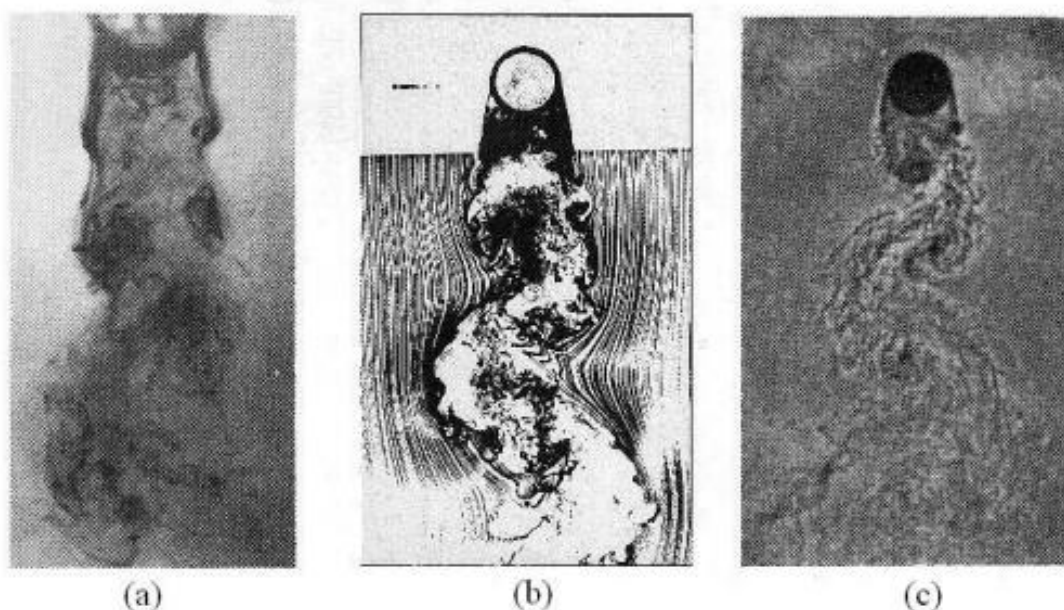


Figura 2.8 – Transição na camada cisalhantes (a)  $Re=2000$  (b)  $Re=8000$  (c)  $Re = 110000$ . Adaptado de Zdravkovich (1997).

O quarto caso é o “Escoamento completamente turbulento T”, figura 2.3 (d). (Carmo, 2005) afirma que este estado é atingido quando todas as regiões de escoamento perturbado são turbulentas. Não se sabe ao certo o valor de Reynolds em que se inicia esse estado, porém é esse regime que permanece até o final teórico de  $Re \rightarrow \infty$ .

Como pode ser observado, o fenômeno de separação do fluido e instabilidade da esteira só agrava com aumento do valor de Reynolds. O comportamento dessa esteira sempre foi alvo de estudos. Um dos primeiros cientistas foi (Kármán, 1912) que mostrou o processo alternado de emissão de vórtices de cilindro. A “esteira de von Kármán” tem papel fundamental nas instabilidades que causam as vibrações induzidas pelo escoamento em cilindros (Assi, 2005).

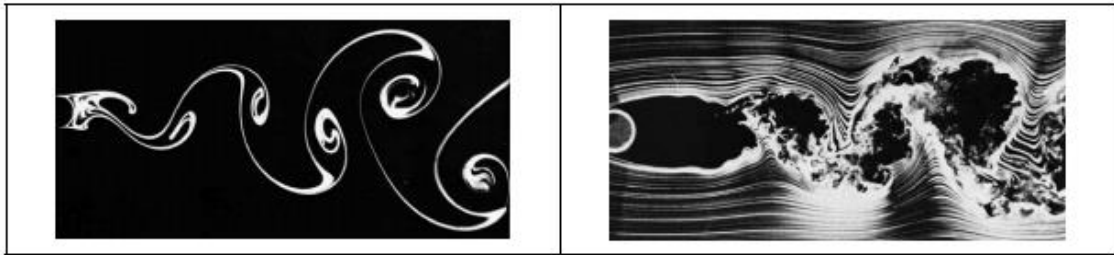


Figura 2.9 – Esteira de vórtices para dois regimes de escoamento: laminar ( $Re=140$ ) e turbulento ( $Re=10000$ ). Extraído de Assi (2005).

O conceito de “esteira de vórtices” está relacionado com a os vórtices que têm origem na esteira próxima, devido a interação entre as duas camadas cisalhantes que se separam do cilindro. (Bearman, 1984) afirma que a presença das duas camadas cisalhantes é o principal fator para emissão e formação dos vórtices. É interessante notar na figura 2.9 a alternância do fenômeno de desprendimento dos vórtices.

### 2.3 Número de Strouhal

Como visto a emissão de vórtices ocorre de forma alternada. Essa alternância ocorre de forma periódica com uma frequência  $f_s$ . O adimensional dessa frequência é o número de Strouhal ( $St$ ), definido por:

$$St = \frac{f_s D}{U_\infty} \quad (2.2)$$

Na figura 2.10 são apresentados dados experimentais e numéricos para a variação do número de Strouhal em relação ao número de Reynolds. Com esses valores percebe-se uma tendência do número de Strouhal de ser aproximadamente  $St \approx 0,2$ .

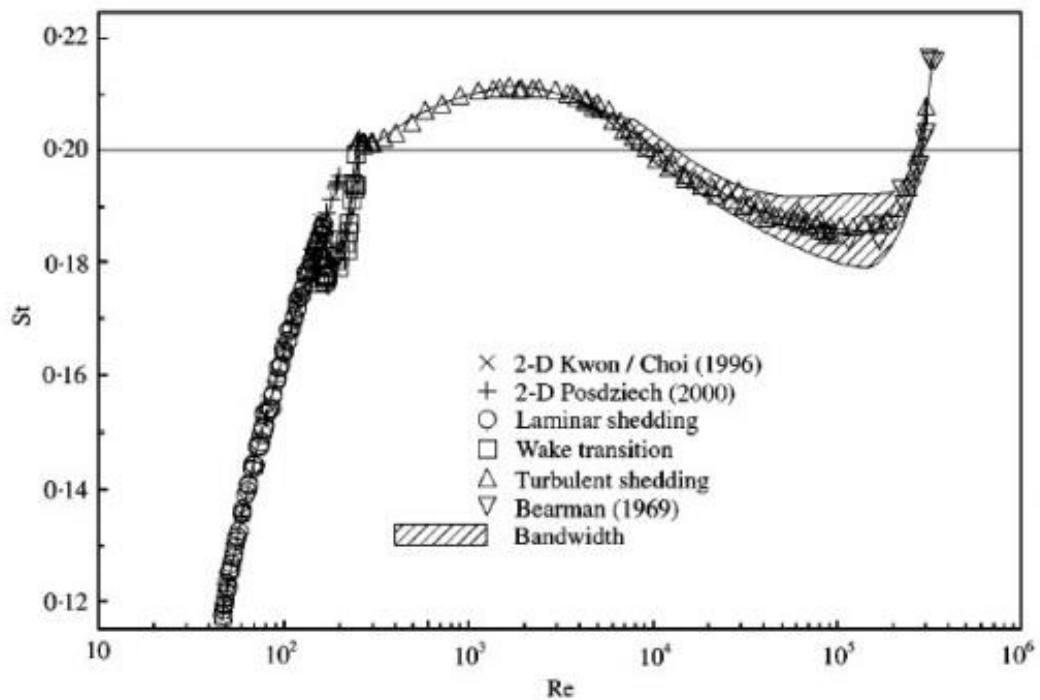


Figura 2.10 – Relação entre o número de Strouhal e o número de Reynolds. Adaptado de Norberg (2000).

## 2.4 Forças fluidodinâmicas

O desprendimento de vórtices altera o campo de pressão na região entorno do corpo, como efeito acaba gerando forças fluidodinâmicas aplicadas no cilindro. O campo de pressão é determinado pela parcela da pressão dinâmica ( $\frac{1}{2}\rho U_\infty^2$ ) e pela área do corpo. (Cicolin, 2014) afirma que essa força pode ser dividida em uma componente paralela ao escoamento  $F_D$  - força de arrasto (ou drag) - e outra componente perpendicular ao escoamento  $F_L$  - força de sustentação (ou lift). Tais forças podem ser representadas em sua forma adimensionalizada do cilindro:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 D} \quad (2.3)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 D} \quad (2.4)$$

O escoamento ao redor de um cilindro possui um campo de velocidade variável no tempo, já que a formação de vórtices é um fenômeno cíclico. Dessa forma, é interessante escrever esses coeficientes em termos de um valor médio  $\bar{C}$  e uma parcela flutuante  $C'$ , de acordo com as equações:

$$C_D = \bar{C}_D + C'_D \quad (2.5)$$

$$C_L = \bar{C}_L + C'_L \quad (2.6)$$

Na figura 2.11 pode-se observar os valores dos coeficientes para diferentes valores de  $Re$ . Cabe lembrar que pelo fato de existir simetria no escoamento o coeficiente de sustentação médio  $\bar{C}_L$  é nulo. É interessante notar que o  $C'_L$  só se torna significativo a partir do desprendimento de vórtices.

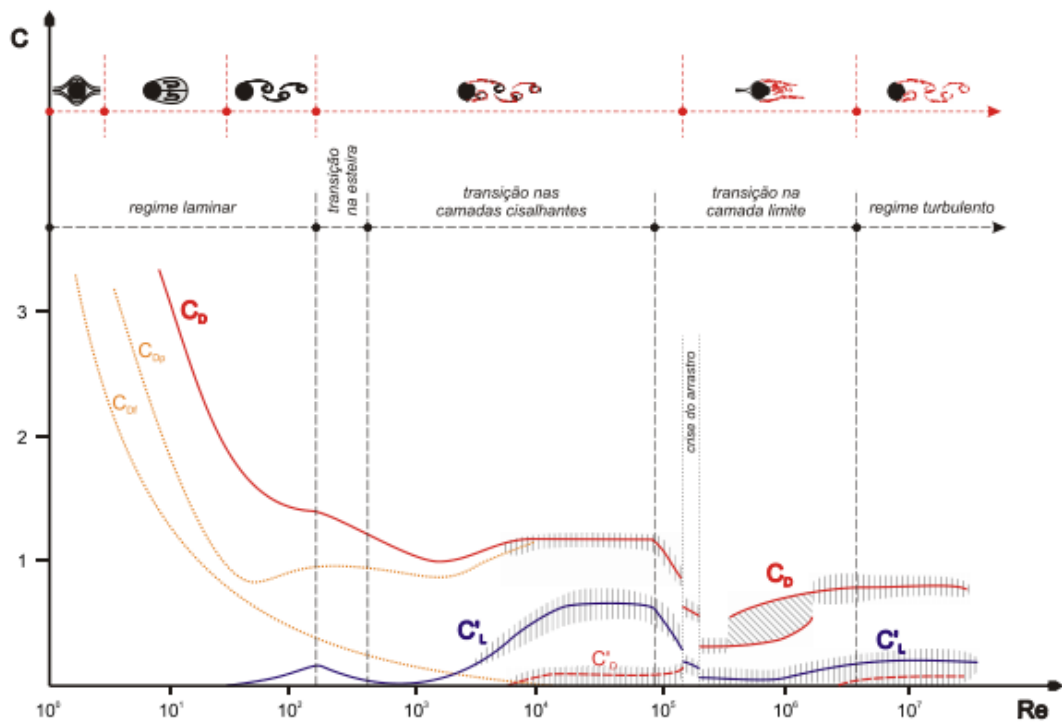


Figura 2.11 – Comportamento dos coeficientes de pressão comparados com os regimes de escoamento e em relação ao número de Reynolds. Extraído e Adaptado de Assi (2005).

## 2.5 Vibrações induzidas por vórtices em 1 cilindro

Vibrações Induzidas por Vórtices, ou simplesmente VIV, é um tipo de Vibração Induzida por Fluxo (VIF) que tem sua origem nos esforços cíclicos gerados pelos vórtices ao redor de uma estrutura rombudo e elástica. As vibrações podem ocorrer tanto no sentido do escoamento como transversal ao escoamento. Cabe destacar que este trabalho focará nas vibrações transversais, uma vez que vibrações na direção não geram amplitudes significativas para análise. A força de sustentação fluidodinâmica na direção perpendicular ao escoamento é gerada por um campo de pressão assimétrico, originado pela emissão do vórtice. Na figura 2.12 pode-se visualizar o campo de pressão produzindo uma força para cima. É importante lembrar a alternância da emissão de vórtices, o que faz a força também ter caráter oscilatório. Dessa forma, é possível esquematizar em um modelo de oscilação harmônica. Cabe destacar que as amplitudes de vibração podem atingir valores da ordem do diâmetro do cilindro. Assim, tais vibrações podem causar danos estruturais principalmente por falhas por fadiga. O VIV é estudado em diferentes campos da Engenharia: naval, mecânica, civil e aeronáutica. Diversos autores estudaram o tema (Bearman, 1984);(R. . Blevins, 1990);(Zdravkovich, 1997);(Meneghini, 2002);(Assi, 2005);(Carmo, 2005);(Gioria, 2010).

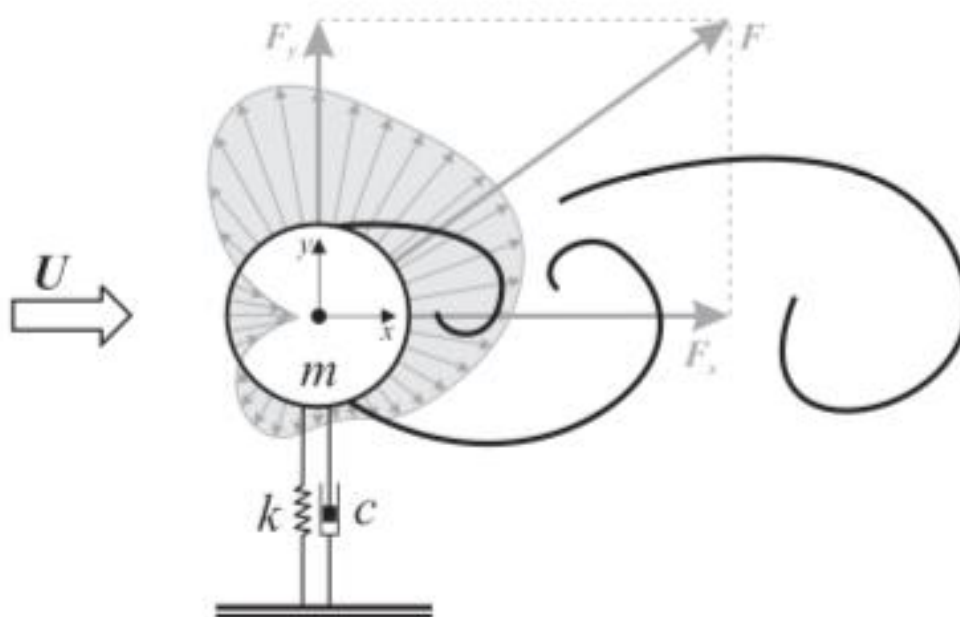


Figura 2.12 – Modelo de oscilação harmônica em cilindro elástico. Extraído de Assi (2009).

## 2.6 Resposta típica e *lock-in*

Antes de apresentar a resposta típica, será apresentada uma lista de parâmetros que descrevem o VIV de forma adimensional. Assim, além de utilizar o padrão encontrado na literatura, a compreensão dos dados disponíveis se torna mais fácil. De acordo com (Cicolin, 2014), pode-se adimensionalizar os parâmetros:

- Velocidade reduzida ( $U_r$ ): razão entre a velocidade do escoamento ao longo ( $U_\infty$ ) e o produto entre a frequência natural do sistema em água ( $f_0$ ) e o diâmetro do cilindro ( $D$ ). Sendo expresso por:  $U_\infty/f_0D$ .
- Parâmetro de massa ( $m^*$ ): razão entre a massa do sistema ( $m$ ) e a massa do fluido deslocada ( $m_V$ ).
- Amplitude reduzida ( $A^*$ ): razão entre a amplitude de vibração do sistema ( $\hat{y}$ ) e o diâmetro do cilindro ( $D$ ). Sendo expresso por:  $\hat{y}/D$
- Frequência reduzida ( $f^*$ ): razão entre a frequência de oscilação do cilindro ( $f_s$ ) e a frequência natural do sistema no vácuo ( $f_{0N}$ ).
- Parâmetro de amortecimento ( $\zeta$ ): relação entre o amortecimento estrutural ( $c$ ) e o amortecimento crítico ( $c_{cr} = 2\sqrt{km}$ ). Sendo expresso por:  $c/c_{cr}$ .

O fenômeno de ressonância é uns dos principais problemas em sistemas de oscilação. Se a frequência de emissão de vórtices ficar próxima da frequência natural de oscilação da estrutura ( $f_s \approx f_0$ ) a amplitude da resposta da estrutura será maximizada. Lembrando que temos uma frequência  $f_s$ , com  $St \approx 0,2$  em boa parte do escoamento. Assim pode-se calcular a velocidade de sincronização:

$$U^* \approx \frac{U_\infty}{f_0D} \approx \frac{1}{St} \approx 5 \quad (1.15)$$

Cabe destacar que a sincronização de frequências no VIV ocorre de uma forma um pouco diferente dos casos tradicionais de ressonância. No fenômeno do VIV existe uma faixa de sincronização e não apenas alguns pontos do escoamento. Tal fato é conhecido por *lock-in*. Essa faixa de sincronização pode ser melhor observada na figura 2.14.

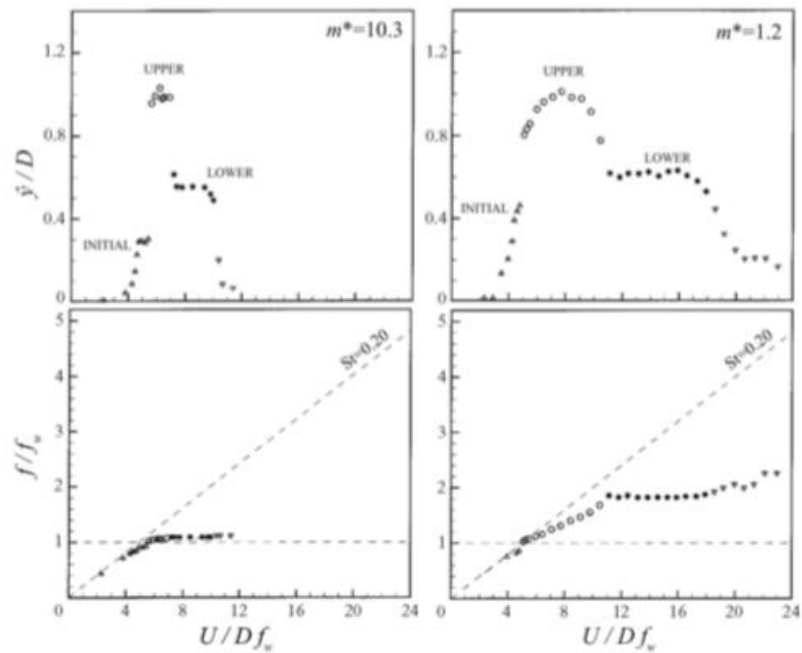


Figura 2.14 – Resposta típica de VIV (amplitude e frequência) de um cilindro,  $m^* \zeta \approx 0,01$  para os dois casos. Note que a frequência de oscilação e a velocidade reduzida são adimensionais que usam a frequência natural em água parada ( $f_w$ ) e não na frequência natural no ar ( $f_0$ ) como de costume. Adptado de Gordhan & Williamson (2000).

Com o objetivo de entender melhor a resposta típica da amplitude de oscilação do cilindro e poder comparar com as modelagens que serão propostas, será apresentada outra resposta típica de VIV encontrada na literatura na figura 2.15.

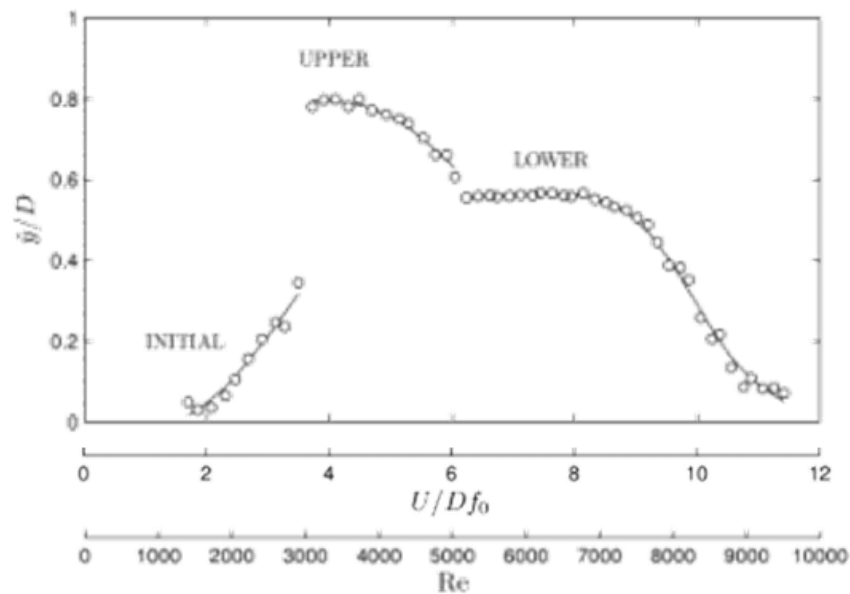


Figura 2.15. – Resposta típica da amplitude de oscilação de um cilindro livre para oscilar transversalmente ao fluxo de corrente. Figura extraída e adaptada de (Assi, 2009).

## 2.7 Interferência no escoamento

A revisão bibliográfica elucidou o problema de interferência do fluido-estrutura para apenas um cilindro. No entanto, o enfoque deste trabalho também é compreender e analisar quando existe a interferência de outro cilindro. É notório que a presença de outro cilindro influenciará o escoamento. Neste trabalho será estudado os fenômenos de VIF em pares de cilindro alinhados com o escoamento, como está representado na figura 2.16 ao centro.

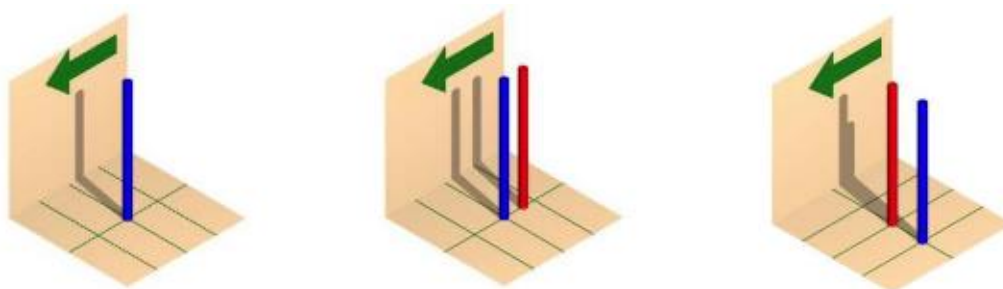


Figura 2.16 – (esquerda) Cilindro isolado e configuração típicas de interferência: (centro) dois cilindros alinhados e (direita) dois cilindros posicionados lado a lado com o escoamento. Extraído de Assi (2005).

A interferência do segundo cilindro depende de algumas variáveis; sendo as principais: o número de Reynolds, e distância entre o centro dos cilindros. Para facilitar a análise da interferência no escoamento, (Igarashi, 1981) propõem fixar algumas variáveis e isolar uma. Fixando um valor de Reynolds podemos ver diferentes padrões de escoamento com a variação de um centro ao outro. (Igarashi, 1981) classificou em seis classes de interferência. Na figura 2.17 consegue ver como a posição do cilindro de trás influencia no escoamento. Na figura 2.17 o termo  $S$  é utilizado como o termo para descrever a distância entre o cilindro da frente e o cilindro de trás. Neste trabalho será utilizado o termo  $x_0$ .

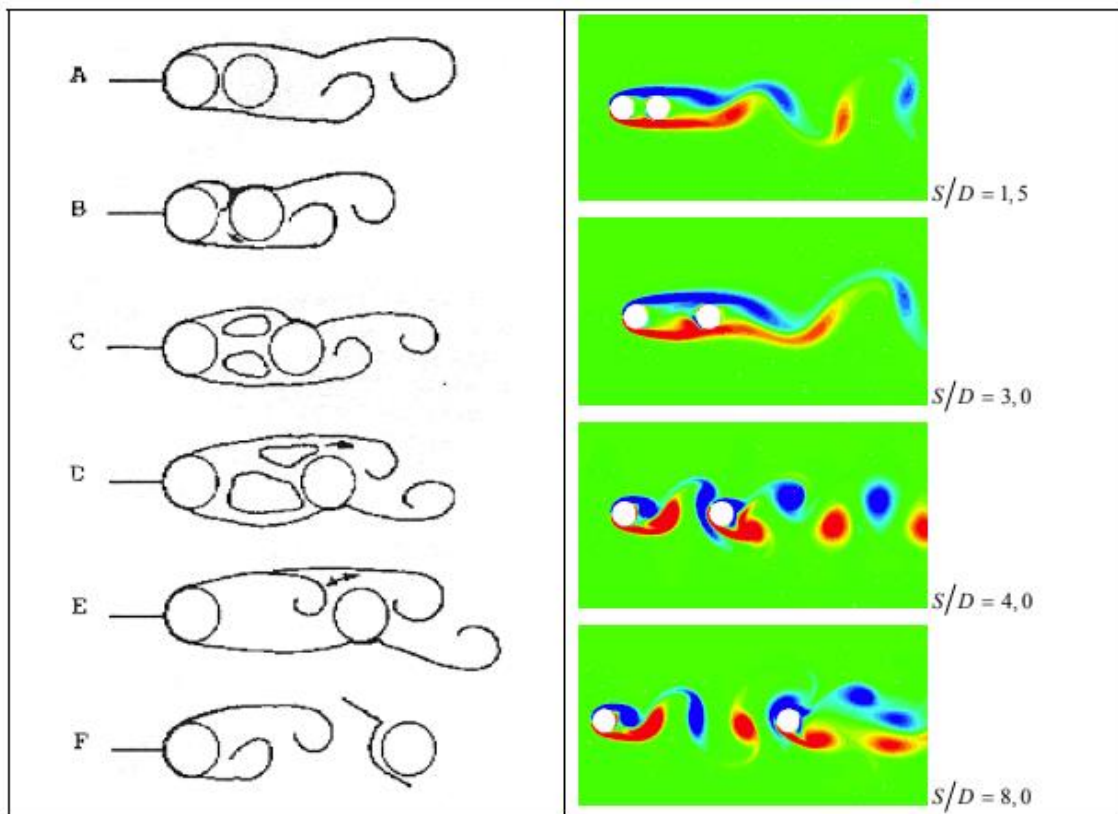


Figura 2.17 – (esquerda) Regimes de interferência em pares de cilindros alinhados. (Igarashi, 1981). (direita) Exemplo dos regimes de interferência no escoamento para  $Re = 300$ . (Carmo, 2005). Os Regimes de interferência têm dependência do escoamento e de Reynolds.

(Assi, 2005) descreve o que ocorre em cada uma dessa 6 etapas:

- A. As camadas cisalhantes livres vindas da separação do cilindro à montante não readerem à superfície do segundo cilindro. Apenas uma esteira é formada.
- B. As camadas cisalhantes do primeiro cilindro são capturadas pelo segundo, mas não há a formação de vórtices no espaço entre os corpos. Também aqui apenas uma esteira pode ser observada.
- C. Vórtices simétricos são formados entre os cilindros.
- D. Os vórtices simétricos tornam-se instáveis, passando a crescer e diminuir de forma alternada nas proximidades do segundo cilindro.
- E. A camada cisalhante do cilindro à montante se enrola bem próximo do segundo cilindro. Este regime é um estado biestável na transição entre os regimes D e F.

- F. A região da esteira próxima do primeiro cilindro termina antes do segundo corpo e vórtices passam a serem formados nesta região de maneira regular. A esteira formada após o segundo cilindro é chamada binária, porque cada vórtice é formado pela combinação de um vórtice emitido pelo cilindro à montante e um outro pelo cilindro à jusante.

## **2.8 Wake-induced vibration (WIV) no cilindro de trás**

É fácil de concluir que um cilindro imerso na esteira de outro cilindro não recebe um escoamento uniforme. O segundo cilindro está sujeito ao campo de pressões formado pela esteira do cilindro à frente e por vórtices formados de maneira alternada.

(Assi, 2005) investiga a resposta típica do cilindro de trás quando imerso em uma esteira de um cilindro à sua frente. Ao final do seu trabalho, Assi conclui que o fenômeno que ocorre não se deve ao famoso galloping (fenômeno conhecido dentro da mecânica dos fluidos). Até porque, pela mecânica de fluidos clássica galloping é associado ao escoamento em corpos com geometria transversal. Mas, Assi deixa em aberto as explicações para esse fenômeno. Já em (Assi, 2009), a resposta típica de vibração é apresentada como o fenômeno de WIV (wake induced vibration) que numa tradução livre significa “vibrações induzidas pela esteira”. (Assi, 2009) comenta que o WIV deveria ser entendido como outro VIF, que possui características de oscilação, devido à existência de um componente de sustentação. Assim, no intuito de compreender melhor esse fenômeno será apresentado mais a frente alguns conceitos abordados por Assi.

## **2.9 Resposta típica de WIV para o cilindro de trás**

Como já visto na seção 2.7, quando existe interferência no escoamento pode-se ter diferentes regimes de escoamento, de acordo com a distância entre o cilindro. Isso ocorre, pois, a distância influencia na formação e liberação do vórtice pelo primeiro cilindro. Assim, como em (Assi et al., 2013) será trabalhado o regime em que o vórtice do cilindro da frente é formado e uma esteira desenvolvida está presente na lacuna entre os dois cilindros. A transição para esse regime tem uma pequena influência de

$Re$ , mas de acordo com (Assi et al., 2013) a maioria das investigações concordam que a separação crítica está entre  $x_0/D = 3,0$  e  $4,0$ . Na figura 2.18 pode-se observar a resposta típica de WIV para diferentes valores de  $x_0/D$ , mas todos acima de  $4,0$ . É importante lembrar que esses dados foram adquiridos em um experimento em que o cilindro de trás estava preso a molas, podendo oscilar apenas transversalmente ao escoamento.

De acordo com (Assi et al., 2013) embora as interações instáveis vórtice-estrutura forneçam a energia necessária para sustentar as vibrações, é o fenômeno da rigidez da esteira que domina a resposta do WIV.

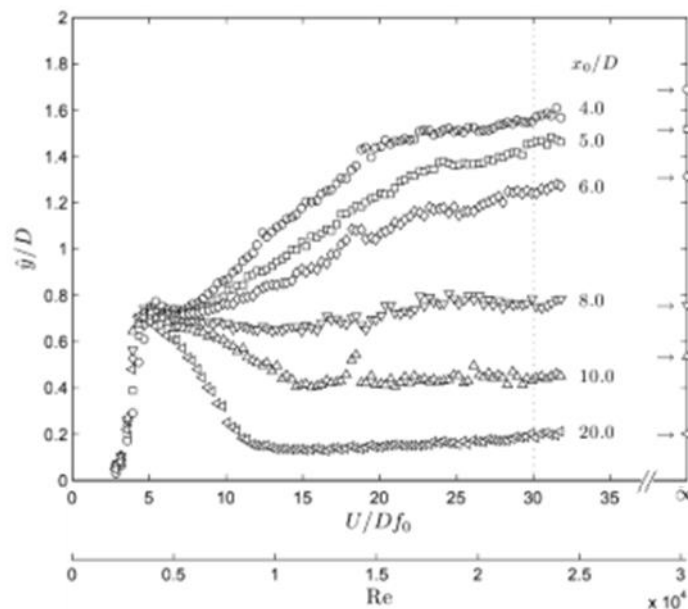


Figura 2.18 – Resposta típica de WIV do cilindro de trás para diferentes valores de  $x_0/D$ . Figura extraída e adaptada de Assi 2010.

### 2.9.1 Resposta típica com WIV com a separação $X_0/D = 4,0$

Em (Assi et al., 2013) a fim de investigar melhor o mecanismo por trás do WIV, a análise da resposta típica foi concentrada em uma única separação. Escolheu a separação  $X_0/D=4,0$  e foram elencados alguns motivos da escolha dessa distância. A seguir serão apresentados os motivos relatados pelos autores:

1. Foi além da separação crítica, onde uma recolocação biestável das camadas de cisalhamento pode ocorrer, portanto, observou-se que uma esteira desenvolvida estava presente na lacuna para todas velocidades de fluxo;

2. Apresentou uma resposta da WIV qualitativamente consistente com outras separações maiores, sendo o comportamento mais enérgico observado;
3. O deslocamento do cilindro e a magnitude das forças do fluido eram suficientes grandes, levando a uma boa precisão das medições com a célula de carga;
4. A separação não era muito grande para caber no campo de visão da velocimetria de imagem de partículas (PIV).

A fim de conseguir ter uma boa base para comparação, as modelagens também foram realizadas para a distância de separação em  $X_0/D = 4,0$ . Dessa forma, é possível perceber as diferenças entre os dados experimentais e a modelagem. Na figura 2.19 é possível observar em detalhes a resposta típica do WIV para essa separação obtidas por (Assi, 2009).

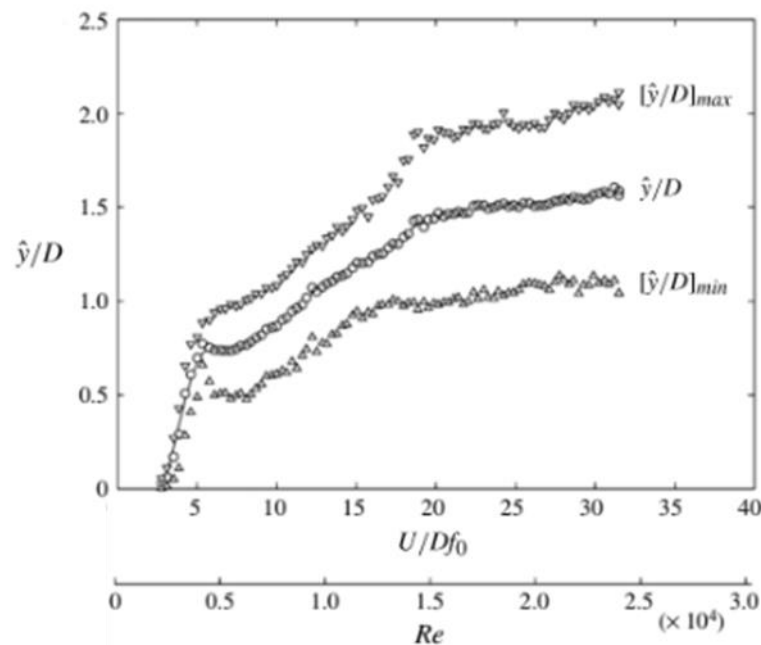


Figura 2.19 - Resposta do W.I.V no cilindro de trás para  $X_0/D = 4,0$ . São mostrados os picos máximo, médio e mínimo de amplitude de vibração. Figura extraída e adaptada de Assi 2010.

Observando a curva de resposta na figura 2.19 extraída de (Assi et al., 2013), é evidente que três diferentes regimes podem ser identificados e relacionados à diferentes inclinações da curva de deslocamento:

- I. Ressonância puramente de VIV (ramo superior) em torno de  $U/Df_0 = 5$ ;
- II. Um regime combinado de VIV (ramo inferior) e WIV aproximadamente na faixa  $U/Df_0 = 5 - 17$ .
- III. Um regime dominado por WIV para  $U/Df_0 > 17$ .

Pode-se perceber que a resposta típica do WIV do cilindro de baixo é totalmente diferente da resposta de VIV de um único cilindro. Apesar de alguns aspectos serem comuns para ambos os tipos de VIF (vibrações induzidas pelo fluido), principalmente na faixa de baixa velocidade reduzida, em que o regime VIV se sobrepõem a resposta do WIV, em faixas superiores as respostas são bem diferentes. (Assi et al., 2013) comenta que a baixa frequência de resposta observada para velocidades reduzidas não é diretamente associada ao mecanismo de desprendimento de vórtices em qualquer um dos cilindros.

## **2.10 Teorias para explicação do WIV**

De acordo com (Assi, 2009) um bom começo é o trabalho de (Parkinson, 1989) , que do ponto de vista analítico, apresenta um bom esboço sobre teorias de modelagem para o FIV de corpos na região de “vácuo”. (S. J. Price, 1995) revisa modelos teóricos da instabilidade fluido-elástica de conjuntos de cilindros. (Chen, 1986) propôs uma teoria generalizada para modelar instabilidades fluido-elásticas de qualquer natureza em matrizes de cilindros. Chen, explica que os modelos analíticos baseados em forças fluidas dependentes de movimento são divididos em três categorias: teorias de fluxo quase-estáticas, quase-estáveis e instáveis. É claro que alguns fenômenos podem ser modelados por abordagens mais simples e outros podem exigir uma abordagem mais complexa. (Assi, 2009) também comenta que de acordo com (Chen, 1986), a diferença fundamental entre cada abordagem é resumida abaixo:

- Teoria do fluxo quase-estático: as características fluidodinâmicas dos cilindros que oscilam em um fluxo são, a qualquer instante, iguais às características dos mesmos cilindros estacionários em configuração idêntica. Isto é, as forças fluidas dependem apenas da posição dos corpos. Essa teoria pode explicar apenas a instabilidade controlada pela rigidez do fluido.
- Teoria do fluxo quase-estável: as características dinâmicas de fluido dos cilindros que se deslocam em um fluxo são, a qualquer instante, iguais às características do mesmo cilindro que se movem com velocidades constantes iguais aos valores instantâneos reais. As forças do fluido dependem da configuração do cilindro e são proporcionais ao movimento do cilindro, refletidas por mudanças de amplitude e fase

da força do fluido em relação ao movimento do cilindro. Essa teoria pode explicar instabilidades controladas por rigidez ou amortecimento de fluido. De acordo com (Paidoussis, M.P.; Price, S. J; Langre, 2011) as forças atuando no cilindro em oscilação são aproximadamente iguais às forças estáticas em cada ponto do cilindro submetido à oscilação, desde que a velocidade de aproximação seja adequadamente ajustada para atender à velocidade do cilindro.

- Teoria do fluxo instável: em geral, os componentes de força do fluido são funções não lineares da posição, velocidade e aceleração do cilindro. Essa teoria pode explicar instabilidades controladas pela rigidez ou amortecimento do fluido, mas requer uma modelagem completa de todos os fenômenos de fluxo instáveis.

## 2.11 Wake-flutter

De acordo com (Paidoussis, M.P.; Price, S. J; Langre, 2011) dentro da teoria de quase-estável pode-se explicar o mecanismo de wake-flutter. Esse mecanismo é recomendando para analisar de dois a quatro cilindro alinhados no mesmo fluxo. Dessa forma, é de extrema importância o entendimento desse mecanismo para este trabalho. Na figura 2.20 é mostrado esquematicamente que a distribuição de velocidade no cilindro de trás (Leeward conductor) é aproximadamente parabólica.

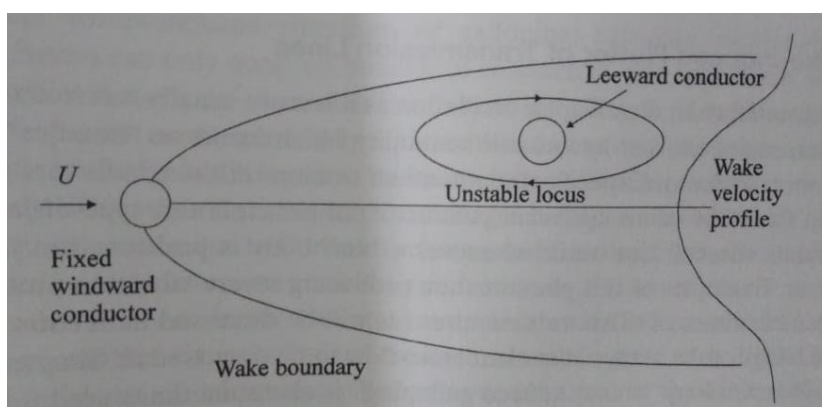


Figura 2.20 – Esquema representando a esteira do cilindro de trás imersa na esteira do cilindro da frente, explicando o fenômeno de wake-flutter. Extraído de Prince (2011).

(Paidoussis, M.P.; Price, S. J; Langre, 2011) faz a seguinte análise: considerando que a posição de equilíbrio do cilindro de trás está acima da linha central da esteira e supondo que seja dada uma pequena perturbação elíptica horária,

então, como mostra a figura 2.20, o cilindro de trás se move a jusante em uma região de fluxo com uma velocidade maior do que opõe-se quando se move de volta a montante. Supondo que o padrão de fluxo em torno do cilindro de trás permaneça quase constante, de modo que atravessar esse caminho elíptico, implica que o coeficiente de arrasto do cilindro de trás também seja constante, e que a variação na força de arrasto do cilindro de trás será governada pela distribuição da velocidade de esteira. Portanto, de acordo com (Paidoussis, M.P.; Price, S. J; Langre, 2011) o cilindro de trás experimenta uma força de arrasto mais alta quando se move para baixo do que se opõe quando se move de volta para cima, e assim extrai energia do fluxo, fazendo com que o movimento aumente em amplitude - ou seja, o movimento do condutor é instável. Agora, considerando o cilindro de trás posicionado acima da linha central da esteira, uma perturbação inicial no sentido anti-horário resulta na dissipação de energia pelo condutor, resultando em movimento estável. Assim, a direção da perturbação desempenha um papel crítico na determinação da ocorrência ou não de instabilidade. Seguindo a linha de raciocínio de (Paidoussis, M.P.; Price, S. J; Langre, 2011), se o cilindro de trás estiver posicionado abaixo da linha central da esteira, é necessário um movimento no sentido anti-horário para produzir instabilidade. Por fim, a linha central da esteira representa uma posição em que a instabilidade não pode ocorrer. Segundo (Paidoussis, M.P.; Price, S. J; Langre, 2011) as conclusões são consistentes com a investigação experimental e com modelos analíticos. Porém, por meio desse modelo simples, não se chega à explicação da origem da perturbação elíptica. O fenômeno que produz essa instabilidade é um mecanismo controlado pela rigidez.

## **2.12 Wake-stiffness – rigidez da esteira**

Será discutido, por fim, o conceito de wake stiffness, traduzido literalmente por “rigidez da esteira” introduzido por (Assi et al., 2013). Durante os experimentos envolvendo VIF em cilindros alinhados, resolveu coletar dados do cilindro de trás em duas situações diferentes: uma em que o cilindro estava fixado por molas com 1-dof e outra que o cilindro estava livre (sem mola). Antes de exibir os dados do experimento para o caso do cilindro sem molas, os autores discutem três cenários que poderiam ocorrer: o cilindro iria ficar à deriva e sair da região da esteira; o cilindro iria ficar parado na

linha central; o cilindro iria entrar em movimento oscilatório. O terceiro cenário é explicado por (Assi et al., 2013) pelo fato do impulso gerado pela interação estrutura-vórtice ser forte o suficiente para deslocar o cilindro, mas o  $C_L$  (coeficiente de sustentação) restauraria o cilindro em direção à linha central. Os autores complementam dizendo que um atraso de fase entre força e o deslocamento poderia construir o mecanismo WIV e sustentar o movimento oscilatório mesmo sem molas. Dessa forma, a existência de movimento oscilatório depende do equilíbrio entre a força resultante da interação estrutura-vórtice e a força lift em direção à linha central. Por isso, torna-se de extrema importância entender o comportamento dos coeficientes da força, visto que ele é parte fundamental no movimento oscilatório. Na figura 2.21 é possível visualizar o mapa dos coeficientes de drag e lift para o cilindro de trás nos experimentos de (Assi, 2009).

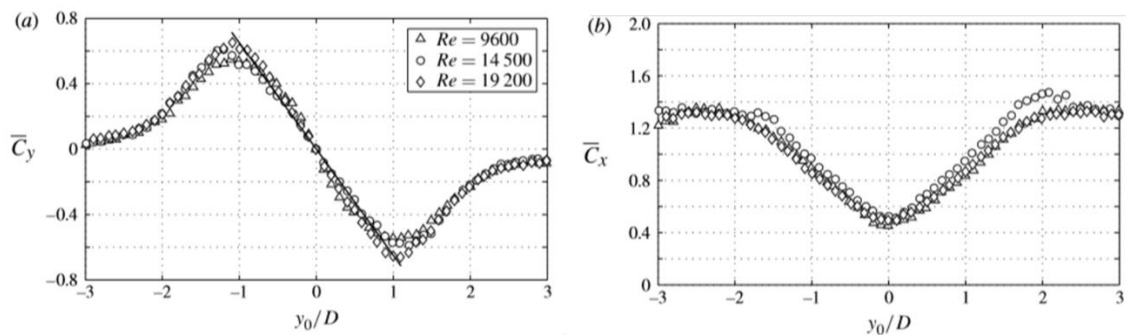


Figura 2.21 – Forças estáticas do fluido no cilindro de trás quando  $X_0/D=4,0$  para diferentes valores de Reynolds. Em (a) temos os valores de coeficiente de sustentação. Em (b) temos os valores de coeficiente de arrasto.

Ao apresentar a resposta típica do WIV, os autores logo confirmam que o terceiro cenário é o que melhor representa a resposta coletada nos dados experimentais. Na figura 2.22 é possível comparar as respostas de WIV do cilindro de trás com molas com a resposta sem mola. De acordo com (Assi et al., 2013) ambas curvas foram obtidas para a mesma variação da velocidade do fluxo; portanto, ambos os conjuntos de dados compartilham a mesma escala numérica de Reynolds. É importante comentar que pelo fato de o sistema sem molas não ter  $f_0$ , os autores não plotaram a curva com um eixo de velocidade reduzido. Ao se fazer  $f_0 = 0$ , percebe-se que  $U/Df_0 = \infty$  para todos os pontos da resposta do caso sem molas. Assim, os autores preferiram deixar a variação da velocidade do fluxo só ser representada por  $Re$  neste caso. Percebe-se então duas questões: o cilindro foi capaz

de sustentar oscilações e que a amplitude de resposta foi notavelmente semelhante ao caso das molas.

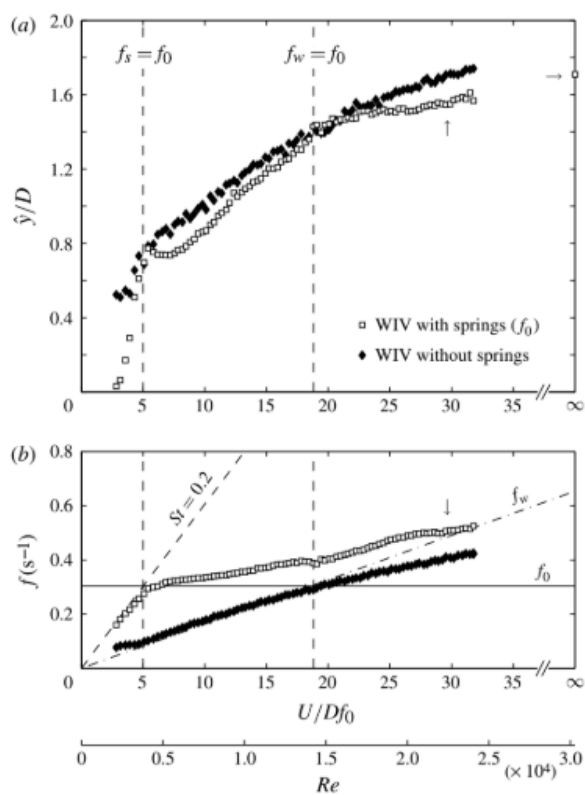


Figura 2.22 – Resposta do WIV no cilindro de trás com e sem mola com  $X_0/D=4,0$ . (a) amplitude de oscilação. (b) frequência dominante de oscilação.

### 3 METOLOGIA E METODOS

Esta seção dedica-se a explicar a metodologia do trabalho e quais métodos serão seguidos.

#### 3.1 Metodologia para resolução de EDOs

Serão apresentados dois modelos para o caso de um cilindro sobre efeito de VIV e um modelo para o caso de dois cilindros alinhados na direção do fluxo sobre efeito de WIV. No entanto, as três modelagens dependem de resolução de EDOs (equações diferenciais ordinárias); nesse sentido cabe apresentar a metologia utilizada neste trabalho para resolução desse tipo de equação. Para isso foi utilizada a função “`scipy.integrate.odeint()`” no Phyton, que é um integrador de uso geral que se vale do método LSODA (“Livermore Solver” para Equações Diferenciais Ordinárias com o método automático de comutação para problemas rígidos e não-rígidos).

LSODA é uma variante do LSODE. Segundo (Hindmarsh, 1982), o LSODE (“Livermore Solver” para equações diferenciais ordinárias) resolve sistemas amortecidos e não amortecidos da forma  $dy/dt = f(t, y)$ . No caso de sistema amortecido, o método trata a matriz jacobiana  $df/dy$  como uma matriz densa (completa), ou com faixas como fornecida pelo input, ou aproximada internamente por quocientes de diferença. Ele usa os métodos Adams (ou Adams-Moulton) e no caso do não amortecido ele usa o método no caso amortecido. Os sistemas lineares que surgem são resolvidos por métodos diretos de resolução de sistema linear (LU).

De acordo com (Livermore Nationai, Radhakrishnan, & Hindmarsh, 1993) os métodos numéricos incluídos no código empacotado LSODE geram soluções aproximadas  $Y_n$  a uma EDO no conjunto de pontos pontos  $\xi_n$  ( $n = 1, 2 \dots$ ). Assumindo que soluções aproximadas tenham sido calculadas em  $Y_{n-j}$  no conjunto de pontos  $\xi_{n-j}$  ( $n = 1, 2 \dots$ ), esses métodos refinam a solução da variável independente para o valor atual  $\xi_n$ , usando uma resolução linear de múltiplo passos que tem a seguinte formula:

$$Y_n = \sum_{j=1}^{K_1} \alpha_j Y_{n-j} + h_n \sum_{j=0}^{K_2} \beta_j f_{n-j} \quad (3.1.1)$$

onde o atual vetor aproximado da solução consiste em N componentes,

$$Y_n = (Y_{1,n}, \dots, Y_{N,n})^T \quad (3.1.1)$$

Voltando especificamente ao LSDOA, (Hindmarsh, 1982) comenta que ele possui a capacidade de alterar entre métodos de solução automaticamente entre os métodos não-amortecido (Adams) e rígido (GEAR). Cabe colocar que o sufixo A significa “automático”. Além disso, o LSDOA é mais eficiente que o LSODE, quando a natureza do fenômeno muda entre amortecido e não amortecido. Em particular, no intervalo transitório inicial (não rígido) que quase sempre está presente em problemas rígidos, o LSODA usa o método Adams mais eficiente. Portanto, a escolha da função “`scipy.integrate.odeint()`” no Python se torna uma escolha adequada para o utilizar neste trabalho. Caso deseje entender melhor sobre esses algoritmos para solução de EDOs veja (Livermore National et al., 1993) e (Hindmarsh, 1982).

### 3.2 Modelagem simples em 1 grau de liberdade

O fenômeno de VIV pode-se ser representado de diferentes maneiras. Pode-se usar equações de Navier Stoker para tentar modelar o escoamento de fluidos. No entanto, uma maneira mais simples é montar um conjunto de um cilindro rígido montado em uma base elástica e imerso em um meio fluido com liberdade de movimento na direção transversal ao escoamento. Na figura 3.1 e 3.2 podemos observar melhor esse modelo massa-mola amortecido, permitindo o movimento apenas no eixo y, ou seja, um sistema de um grau de liberdade. A equações de movimento de um oscilador harmônico são:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_y(t) \quad (3.2.1)$$

$$y(t) = \hat{y} \sin(2\pi ft) \quad (3.2.2)$$

onde  $y$ ,  $\dot{y}$  e  $\ddot{y}$  são, respectivamente, deslocamento, a velocidade e aceleração do cilindro. (Cicolin, 2014), as forças dessa equação são:

- $m\ddot{y}$  - Força inercial, proporcional à aceleração do cilindro;
- $c\dot{y}$  - Força de atrito viscoso, proporcional à velocidade do cilindro;
- $ky$  - Força de restauração, proporcional ao deslocamento;
- $F_y(t)$ - Força fluido instantânea, provocada pela ação do campo de pressão do escoamento sobre o cilindro, também chamada de lift.

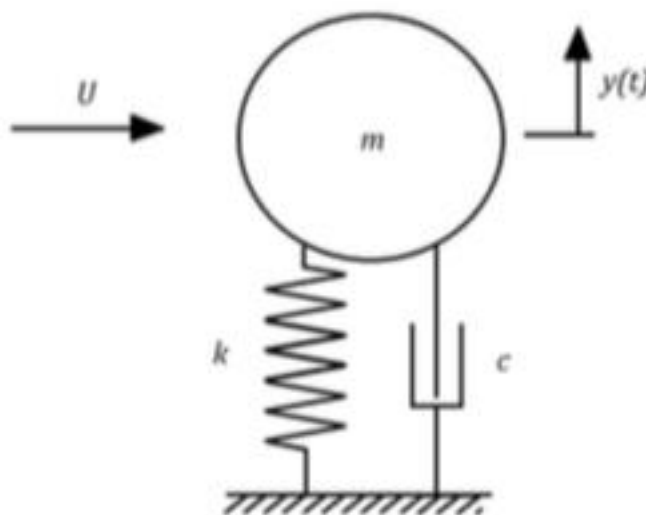


Figura 3.1 – Modelagem de VIV na direção transversal ao escoamento. Extraído (Cicolin, 2014).

Seguindo as análises e hipóteses sugeridas por (Bearman, 1984), a variação no eixo transversal de um cilindro sobre o fenômeno de VIV pode ser expresso como a resposta harmônica de um oscilador linear. Na equação 3.2,  $f$  representa a frequência de oscilação e  $\hat{y}$  a oscilação harmônica. A força do fluido e a resposta de oscilação do corpo oscilam na mesma frequência  $f$  (Assi, 2009). De acordo com a hipótese de modelagem harmônica a força do fluido pode ser expressa por:

$$F_y(t) = \hat{F}_y \sin(2\pi ft + \phi) \quad (3.2.3)$$

onde  $\phi$  é o ângulo de fase entre a força e o deslocamento,  $\hat{F}_y$  é a amplitude harmônica da força  $F_y$ .

Um oscilador harmônico apresenta uma frequência natural sem amortecimento

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.2.4)$$

onde  $k$  é rigidez estrutural e  $m$  a massa do sistema.

O amortecimento estrutural é geralmente descrito pela razão de amortecimento:

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (3.2.5)$$

definido como uma fração do amortecimento crítico. De acordo com (Assi, 2009) se o amortecimento estrutural permanecer baixo, a frequência natural do amortecimento  $f_{0N} = f_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$  pode ser considerada aproximadamente igual a  $f_0$ .

Combinando a equação de coeficiente de sustentação com a resposta de oscilação temos:

$$C_y(t) = \bar{C}_y + \hat{C}_y \sin(2\pi ft + \phi) \quad (3.2.6)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D [\bar{C}_y + \hat{C}_y \sin(2\pi ft + \phi)] \quad (3.2.7)$$

De acordo com (Bearman, 1984) a resposta do VIV é inversamente proporcional ao produto de  $m$  e  $\zeta$ , descrevendo a amplitude adimensional da vibração como:

$$\frac{\hat{y}}{D} = \frac{1}{4\pi^3} \hat{C}_y \sin \phi \left( \frac{U}{Df_0} \right)^2 \left( \frac{1}{m * \zeta} \right) \left( \frac{f_0}{f} \right) \quad (3.2.8)$$

O componente de força de arrasto não será estudado nesse trabalho. Mas é interessante colocar que ele segue o mesmo padrão da sustentação, com a diferença do que o arrasto médio é diferente de zero na maioria do tempo.

### **3.3 Modelagem VIV para 1 cilindro, modelo Facchinetti (2004)**

Nesse tópico será discutido e apresentado um modelo proposto por (Facchinetti, de Langre, & Biolley, 2004) para a análise computacional simplificada do fenômeno do VIV. Usou-se com base o trabalho de (Filho, 2012) na composição de algumas equações. Em sua tese (Facchinetti, 2004) discute três tipos de modelagem da fenomenologia do VIV. Modelo de deslocamento, de velocidade e de aceleração. No entanto, (Facchinetti et al., 2004) concluiu que o modelo de acoplamento pela aceleração teve um desempenho notavelmente melhor do que o acoplamento de velocidade e deslocamento. Dessa forma, nesse trabalho serão utilizadas as equações do acoplamento de aceleração.

#### **3.3.1 Oscilador estrutural**

Considerando um cilindro circular rígido conectado a um suporte elástico de 1 grau de liberdade (1 dof). O cilindro tem diâmetro  $D$  e oscila na direção transversal a velocidade  $U$  do escoamento. Na figura 3.2 pode-se visualizar o esquema proposto por (Facchinetti et al., 2004).

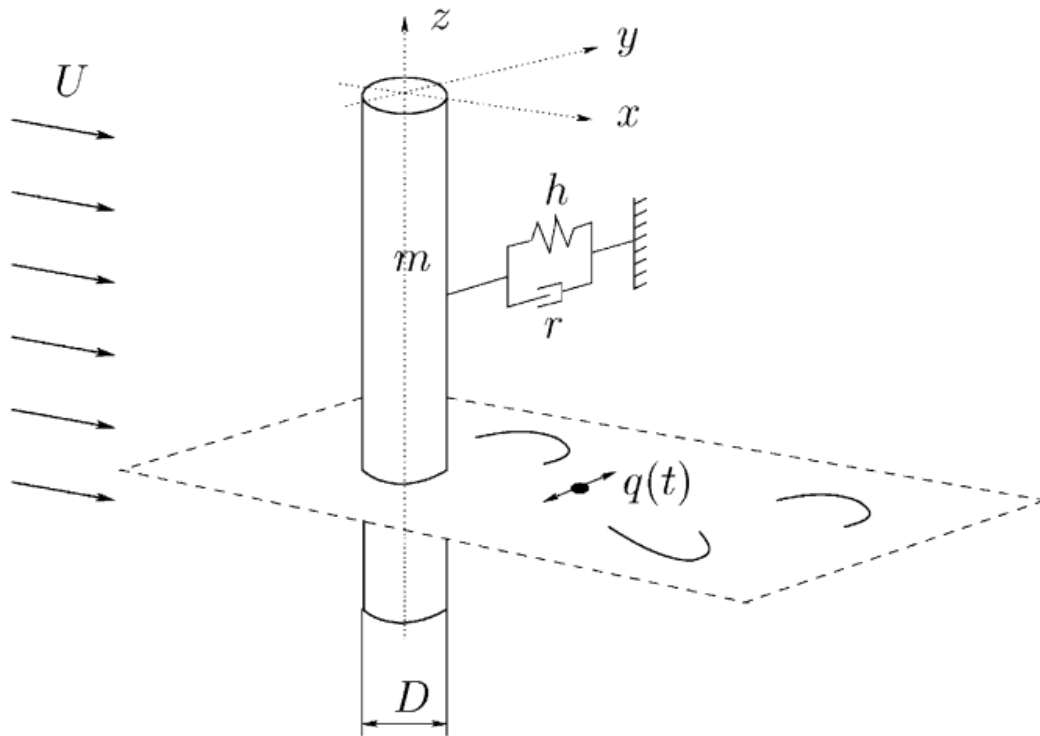


Figura 3.2 - Modelo de estrutura acoplada e osciladores elásticos para vibrações induzidas em vórtice em 2-D. Extraído de Facchinetti (2004).

A equação (3.3.1) descreve um oscilador linear, em que  $Y$  representa o deslocamento dimensional transversal a correnteza:

$$m\ddot{Y} + r\dot{Y} + hY = S \quad (3.3.1)$$

Onde,  $(\dot{\phantom{Y}})$  representa a derivada em relação ao dimensional de tempo  $T$ .

O termo  $m$  representa a massa. No entanto, deve-se levar em conta a massa da estrutura ( $m_s$ ) e a massa adicional ( $m_f$ ). De acordo com (R. . Blevins, 1990) pode-se calcular esses termos por essas equações (3.3.2):

$$m = m_s + m_f, \quad m_f = C_M \rho D^2 \pi / 4, \quad \mu = (m_s + m_f) / \rho D^2 \quad (3.3.2)$$

Onde, a densidade do fluido é  $\rho$ ,  $\mu$  é um adimensional de razão de massa e  $C_M$  é o coeficiente de massa adicionado. Na equação o termo  $r$  representa o amortecimento, que é resultado de parcela do amortecimento da estrutura e do amortecimento hidrodinâmico.

$$r = r_s + r_f, \quad r_s = 2\zeta m \Omega_s, \quad r_f = \gamma \Omega_f \Omega \rho D^2 \quad (3.3.3)$$

Onde  $\Omega_f$  é a frequência de formação de vórtice e  $\Omega_s$  a frequência natural do sistema.  $\gamma$  é um coeficiente de amplitude da oscilação e  $\zeta$  é o coeficiente de amortecimento estrutural, relacionado com coeficiente de arrasto médio da estrutura  $C_D$  (Facchinetti et al., 2004). É interessante lembrar que o  $\Omega_f = 2\pi s_t U/D$ . Será assumido o  $\gamma$  constante. Definindo  $\Omega_s = \sqrt{h/m}$  e substituindo os termos na equação 3.3.4, tem-se:

$$\ddot{Y} + \left(2\xi\Omega_s + \frac{\gamma}{\mu}\Omega_f\right)\dot{Y} + \Omega_s^2 Y = S/m \quad (3.3.4)$$

### 3.3.2 Oscilador da Esteira

A esteira é associada ao termo  $q(t)$ . A força de sustentação pode, então, ser modelada por um oscilador não linear que satisfaz a equação de Van der Pol (Nayfeh, 1993):

$$\ddot{q} + \varepsilon\Omega_f(\ddot{q} - 1)\dot{q} + \Omega_f^2 q = F \quad (3.3.5)$$

Facchinetti (2004) cita algumas explicações para o sentido físico do termo  $q(t)$ :

- Pode estar associado ao coeficiente de lift da estrutura;
- Pode ser explicado como uma variável de um fluxo oculto relacionado à média ponderada da componente transversal do escoamento;
- Pode também ser associado à média do deslocamento transversal da camada de fluido próximo à esteira.

### 3.3.3 Acoplamento do fluido-estrutura

Seguindo a ideia de (Facchinetti et al., 2004) e introduzindo o dimensional de tempo  $t = T\Omega_f$  e a coordenada espacial  $y = Y/D$ , chega-se no sistema dinâmico para o acoplamento fluido-estrutura:

$$\ddot{y} + \left(2\xi\delta + \frac{\gamma}{\mu}\right)\dot{y} + \delta^2 y = s, \quad \ddot{q} + \varepsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q = f \quad (3.3.6)$$

Onde,  $\delta = \Omega_s/\Omega_f$  é a frequência angular reduzida da estrutura e está relacionada com a velocidade reduzida.

Os termos do acoplamento sem dimensões são:

$$s = \frac{S}{D\Omega_f m} = S \frac{D}{4\pi^2 S_t^2 U^2 m}, \quad f = \frac{F}{D\Omega_f^2} = F \frac{D}{4\pi^2 S_t^2 U^2} \quad (3.3.7)$$

(Facchinetti et al., 2004) limita sua modelagem para que os termos  $Y$  e  $q$  sejam lineares e limitados a suas funções derivadas no tempo. O Termo  $S$  refere-se as ações do fluido próximo a região de esteira e são geralmente consideradas forças de sustentação (equação 2.4), podendo ser escrito como:

$$S = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_L \quad (3.3.8)$$

De acordo com (Facchinetti et al., 2004) é interessante observar que o  $C_L$  não corresponde ao coeficiente de sustentação instantânea total na estrutura devido a  $S$  representar a força causada apenas pela vorticidade da esteira. Para contornar o problema, (Facchinetti et al., 2004) separa o  $C_L$  como o coeficiente de sustentação apenas da esteira e o  $C_L^{tot}$  como o coeficiente de lift total. A variável do fluido  $q$  pode, então, ser interpretada como um coeficiente de sustentação reduzido do vórtice  $q = 2C_L/C_{L0}$ , onde  $C_{L0}$  descreve o coeficiente de sustentação de uma estrutura fixa que sofre desprendimento de vórtice. Por fim,  $S$  é definido por:

$$s = Mq, \quad M = \frac{C_{L0}}{2} \frac{1}{8\pi^2 S_t^2 \mu} \quad (3.3.9)$$

Para o termo  $F$  pode-se fazer os três tipos de acoplamento: deslocamento, velocidade e aceleração. Será usado o tipo de acoplamento por aceleração. O acoplamento de deslocamento é descrito por:  $f = Ay$ . O acoplamento de velocidade é descrito por  $f = A\dot{y}$ . O acoplamento de aceleração é descrito por  $f = A\ddot{y}$ . Lembrando que no trabalho será usado o acoplamento por aceleração.

### 3.4 Modelagem de WIV para 2 cilindros

Neste tópico será abordado a modelagem proposta por (Cébron, 2008). Antes de modelar os dois cilindros é mostrado uma modelagem para VIV em um cilindro. Logo em seguida é apresentado o perfil de velocidade da esteira formada atrás do primeiro cilindro, figura 3.3. Assim, usando o perfil de velocidade se propõe uma relação entre a velocidades dos fluidos na frente do cilindro de trás e do cilindro da frente. Como já visto na seção 2.10, (Paidoussis, M.P.; Price, S. J; Langre, 2011) também retratam como o perfil de velocidade na esteira influencia os coeficientes de forças fluidodinâmicas. A partir dessa relação é feita a modelagem para o cilindro de trás. É interessante lembrar que as oscilações são dominadas pela força de sustentação, dessa forma, deve-se propor um bom modelo para os coeficientes de sustentação e arrasto. Como esses coeficientes são proporcionais à velocidade do fluxo, descobrir a velocidade do fluxo na frente do cilindro de trás é um bom começo para modelar o fenômeno.

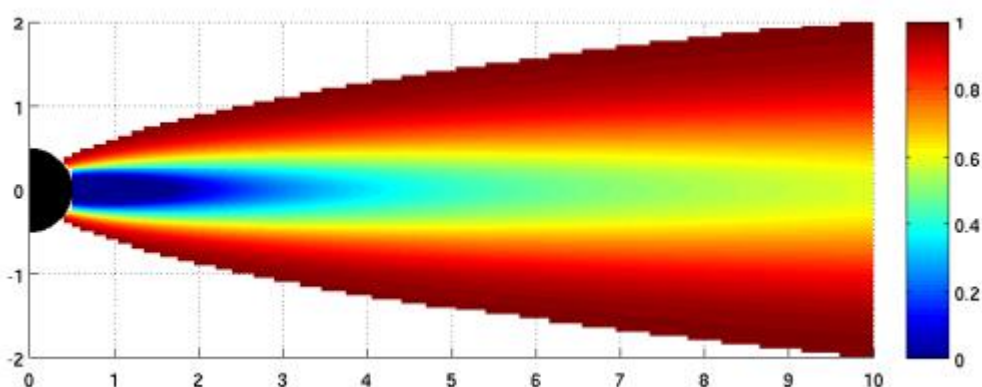


Figura 3.3 – Perfil do campo de velocidade na esteira do cilindro submetido a um fluxo. Extraído de (Cébron, 2008)

Assim para modelar o WIV foi utilizada o modelo de VIV para um cilindro do (Facchinetti et al., 2004). E com a alterações indicadas por (Cébron, 2008) foi elaborada a modelagem para 2 cilindros.

### 3.4.1 Equação dinâmica em 2D

(Cébron, 2008) a fim de considerar os efeitos propôs uma fórmula para a diferença de velocidade no qual o índice 1 irá referir ao cilindro da frente e o índice 2 irá referir ao cilindro de trás:

$$u(x, y) = U_{\infty} \left[ 1 - a_1 \sqrt{\frac{C_D D}{x}} \exp \left( a_2 \frac{y^2}{C_D D x} \right) \right] \quad (3.4.1)$$

De acordo com (R. Blevins, 2005) a equação 3.4.1 é válida quando existe distância para formação da esteira. Logo, a distância deve ser maior que o diâmetro do cilindro. A hipótese, de acordo com (Cébron, 2008) é que a força de arrasto no cilindro atrás é reduzida, uma vez que a velocidade na esteira é menor que a velocidade no fluxo livre. Por isso, é razoável estimar essa força em um cilindro envolto na esteira do outro pela velocidade da esteira local:

$$C_{D2}(x, y) = C_{D1} \left( \frac{u(x, y)}{U_{\infty}} \right)^2 = C_{D1} \left[ 1 - a_1 \sqrt{\frac{C_D D}{x}} \exp \left( a_2 \frac{y^2}{C_D D x} \right) \right]^2 \quad (3.4.1)$$

Seguindo o raciocínio de (Cébron, 2008) e utilizando a teoria proposta por (S. Price, 1976) a respeito da proporcionalidade da sustentação com o gradiente transversal do arrasto. Em forma de variáveis temos então:  $C_{L2} \propto \frac{dC_{D2}}{d(y/D)}$ , dessa forma chega-se ao coeficiente de sustentação como:

$$C_{L2}(x, y) = a_3 \frac{C_{D1}}{C_{D2}(x, y)} \frac{x}{y} \left[ 1 - a_1 \sqrt{\frac{C_{D1} D}{x}} \exp \left( -a_2 \frac{y^2}{C_{D1} D x} \right) \right] \sqrt{\frac{C_{D1} D}{x}} \exp \left( -a_2 \frac{y^2}{C_{D1} D x} \right) \quad (3.4.3)$$

Cabe comentar, por fim, que (Cébron, 2008) utilizou o  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 4,5$  e  $a_3 = -10,6$ . Na modelagem computacional utilizou-se os seguintes parâmetros:  $a_1 = 0,65$ ,  $a_2 = 4,5$  e  $a_3 = -1,06$ .

A solução numérica dessas equações foi desenvolvida por meio de métodos de resolução de E.D.O. apresentados no tópico 3.1. Foi calculado o drag e o lift para cada passo de tempo, visto que as equações têm forte relação e depende da distancias  $x = x_1 - x_2$  e  $y = y_1 - y_2$ .

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esta seção se dedica a apresentar os resultados obtidos a partir da modelagem realizada. Vale destacar que para o caso de 1 cilindro foi utilizado duas modelagens diferentes. A primeira é uma modelagem mais simplista, apenas utilizando conceitos de oscilação harmônica. A segunda é a ideia proposta na seção 3, desenvolvida por (Facchinetti et al., 2004). No caso para modelagem com 2 cilindros foram realizadas duas modelagens também. Uma considerando o cilindro acoplado a uma mola e outra sem a mola. É importante destacar que foram utilizados alguns parâmetros nas modelagens, o quais foram obtidos do seguintes trabalho: (Assi, 2009); (Violette, de Langre, & Szydowski, 2007);(Facchinetti et al., 2004);(Cébron, 2008). Além disso, cabe colocar que a modelagem tentou reproduzir o experimento de (Assi, 2009), afim de ter dados comparativos.

De (Assi, 2009) foram retirados os seguintes coeficientes:  $\zeta = 0,0007$ ;  $D = 0,05m$ ;  $f_s = 0,3$ ;  $m^* = 2,6$ ;  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .

De (Violette et al., 2007) foram extraídos os valores do coeficientes de sustentação e arrasto, sendo o  $C_L = 0,3$  e  $C_D = 1,2$ .

Para as modelagens com 1 cilindro foi utilizado 0,2 para Strouhal e 1,0 para o coeficiente de massa adicional, como adotado em (Assi, 2009). Os valores de  $A = 12$  e  $\varepsilon = 0,3$  seguiram a proposta de (Facchinetti et al., 2004).

Para as modelagens com 2 cilindro foi utilizado 0,215 para Strouhal e 0,98 para o coeficiente de massa adicional, com adotado em (Cébron, 2008). Os valores  $A = 7$  e  $\varepsilon = 2,5$  seguiram a proposta de (Cébron, 2008).

### 4.1 Simulação de 1 cilindro com modelo simples

A equação que rege esse modelo foi apresentada na seção 3.2, a equação 3.2.8. Ela foi reproduzida em um programa em python com alguns parâmetros definidos, e o programa varreu  $U_r$  de zero até 15. Na figura 4.1 observa-se a resposta típica de modelagem simples.

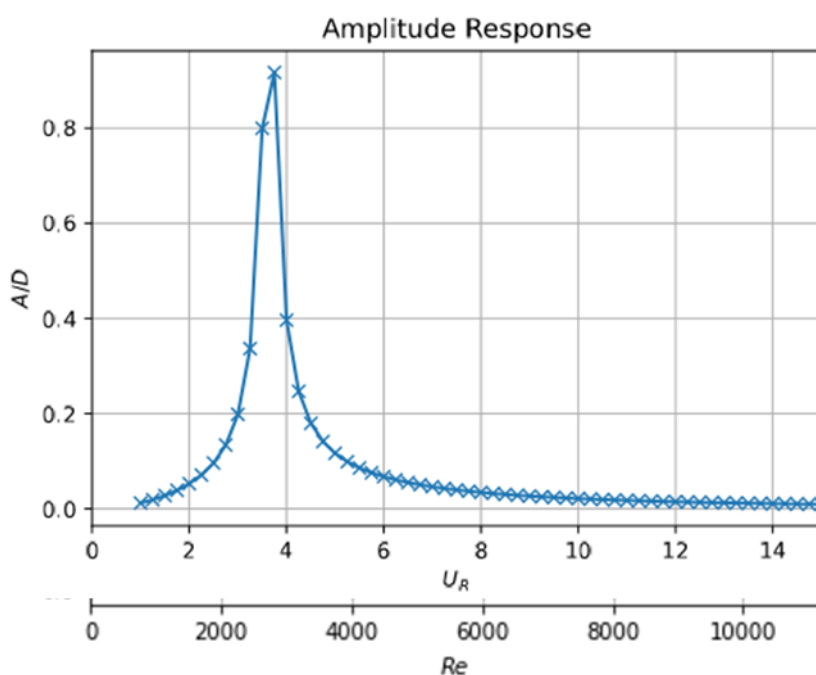


Figura 4.1 – Resposta para 1 cilindro com o modelo simples.

Ao observar a resposta gerada pela modelagem pode-se notar alguns pontos que serão discutidos a seguir. Podemos observar que a resposta apresenta um pico de oscilação concentrado perto da região de lock-in. O valor máximo de amplitude de oscilação ocorre perto da velocidade reduzida 4. Como pode ser observado na figura 2.15 a resposta típica de VIV ocorre na região de velocidade reduzida 5. Como já visto antes, isso ocorre devido ao número de Strouhal. Pode-se perceber também que a resposta obedece a um padrão “pontudo”, com uma região de lock-in estreita e concentrada em um ponto. Diferente ao que se é notado em um gráfico experimental de resposta de VIV, em que existe um espaçamento maior da região de lock-in. Pode-se assim, perceber as limitações dessa simulação. As regiões típicas de resposta: inicial, upper e lower; não podem ser observadas de forma clara nesta modelagem. Consegue-se ver uma região que representa em parte a região upper. Por fim, cabe destacar a principal contribuição dessa modelagem: a amplitude máxima da resposta é de 0,8, enquanto no experimental chega-se a 1,2. Assim, com uma modelagem simples e rápida, consegue-se ter uma noção de ordem de amplitude da vibração.

Usando ferramentas de edição de imagens e tendo o cuidado de manter a mesma escala, foram sobrepostos o gráfico de resposta experimental de Assi 2010 com o gráfico de resposta da modelagem. A sobreposição pode ser vista na figura 4.2.

Com isso, é possível notar pontos interessantes. Primeiro, pode-se verificar a semelhança entre o modelo e dados da literatura na região “initial”, assim, o modelo consegue modelar essa região com bastante exatidão. Segundo ponto é boa exatidão do modelo em representar a mudança de estado de oscilação. A passagem da região “initial” para região “upper” ocorre na mesma velocidade reduzida. Terceiro ponto é amplitude máxima de vibração. Como já mencionado anteriormente, esse modelo consegue dimensionar com média precisão a máxima amplitude de vibração.

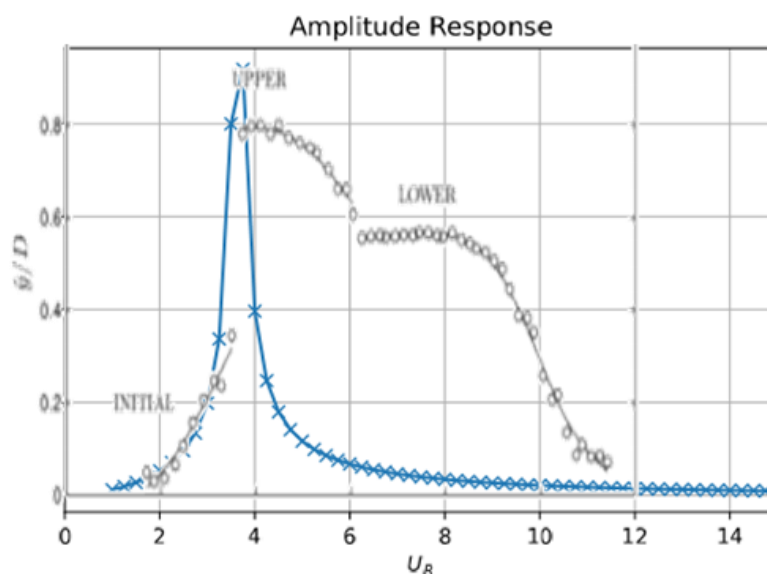


Figura 4.2 – Comparação da modelagem computacional simples com os dados experimentais de Assi 2010. Sendo  $\circ$  os dados experimentais de Assi 2010, e  $*$  representa os pontos da modelagem simples.

## 4.2 Simulação de 1 cilindro com modelo facchinetti

Na figura 4.3 é possível visualizar a resposta da modelo de Facchinetti para os mesmos parâmetros usados na modelagem simples.

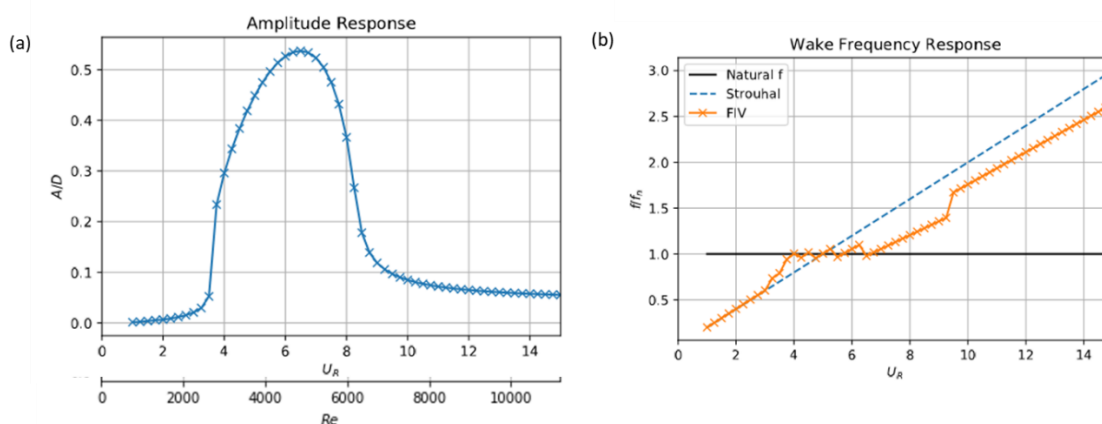


Figura 4.3 – Resposta típica para o modelo Facchinetti. Em (a) temos a resposta típica da amplitude de oscilação. Em (b) temos a frequência da força de excitação pela frequência natural.

O modelo de Facchinetti produz uma resposta dividida em três típicas regiões. A primeira região é até em torno de  $U_r=4$ , em que a resposta apresenta baixa amplitude de oscilação. A segunda região corresponde a região que representa o fenômeno do lock-in, em que existe uma faixa de intervalos com uma amplitude de resposta considerável. Essa região vai aproximadamente  $U_r=4$ , indo até aproximadamente  $U_r=9$ . É interessante colocar que o aumento da amplitude de oscilação tem um salto de 0,05 para valores próximos de 0,20, mostrando o mesmo padrão de aumento repentino visto nos dados experimentais de Assi 2009. Outro ponto a se observar que a amplitude tem uma característica de crescimento até o pico, em torno de  $U_r=6$ . A partir do pico, o valor da amplitude de oscilação começa a diminuir com o aumento de  $U_r$ , caindo até o patamar de  $y/d=0,1$  em  $U_r$  em torno de 9. Assim, o modelo de Facchinetti produz uma resposta de amplitude de oscilação com uma boa semelhança com uma resposta típica de VIV. Ao analisar a frequência de oscilação da força de excitação, que é associada ao termo  $q(t)$  na modelagem, consegue-se perceber que entre  $U_r = 0$  e  $U_r = 3$  ela se alinha a curva de Strouhal. Na faixa entre  $U_r=4$  até  $U_r=6$  a modelagem de apresenta um resultado bastante interessante. Nessa região do lock-in o fenômeno da sincronização da frequência de emissão de vórtice com a frequência natural da estrutura é bem representado. Para região entre  $U_r = 7$  e  $U_r = 9$  percebe-se que a frequência segue uma linha paralela a Strouhal. Por fim, a partir de  $U_r = 9$  a frequência fica bem próxima da linha de Strouhal.

Ao comparar a modelagem de Facchinetti com o modelo simplista, figura 4.4, percebe-se a diferença do padrão de resposta. A primeira diferença está no formato

das curvas. A resposta da modelagem simplista apresenta um formato semelhante a um pico e apresenta um pulso estreito. A resposta da modelagem de Facchinetti tem um formato semelhante a uma parábola e apresenta um pulso mais largo. Outro ponto a ser notado é diferença entre as amplitudes máximas. No caso da modelagem simplista, chega-se a valores próximos de  $y/D=0,8$  com  $U_r$  em torno de 4, enquanto a modelagem de Facchinetti tem valores máximos de amplitude próximos de  $y/D=0,5$  com  $U_r$  em torno de 6.

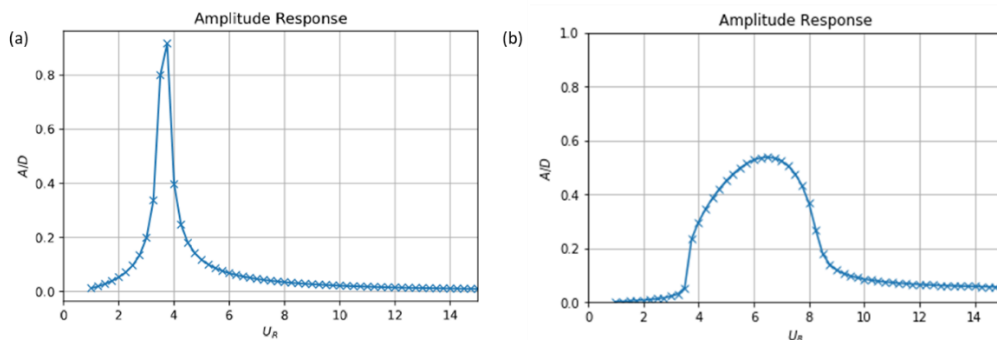


Figura 4.4 – Comparação entre a modelo simplista e modelo Facchinetti. Em (a) é apresentado a resposta de amplitude de oscilação do modelo simplista. Em (b) é apresentado a resposta de amplitude de oscilação do modelo Facchinetti.

Novamente usando ferramentas de edição, foi possível sobrepor os gráficos de respostas da modelagem com os dados experimentais, figura 4.5. Dessa forma, é possível comparar graficamente os dados. Embora a modelagem Facchinetti mostrasse mais promissora e que melhor poderia representar o fenômeno, percebeu-se algumas limitações da modelagem. Nem a região “inital” nem a região “upper” foram bem representadas na modelagem. No entanto a região “lower” conseguiu ser visualizada no modelo. Vale lembrar que nessa essa região foi a região que o modelo simplista teve mais dificuldade em representar. Outro ponto a se destacar é que a região de lock-in foi melhor representada do que na modelagem simples, visto que foi uma faixa de velocidades e não apenas um pico. Pode-se ver que a extensão da região de aumento da vibração na modelagem de facchinete ocorre entre  $U_r = 4$  até próximo de  $U_r = 9$ . Nos dados experimentais de (Assi, 2009), a região de lock-in vai da  $U_r = 4$  até próximo de  $U_r = 10$ . Por fim, cabe notar que as limitações da modelagem simplista são os pontos positivos da modelagem de Facchinetti, e vice-versa.

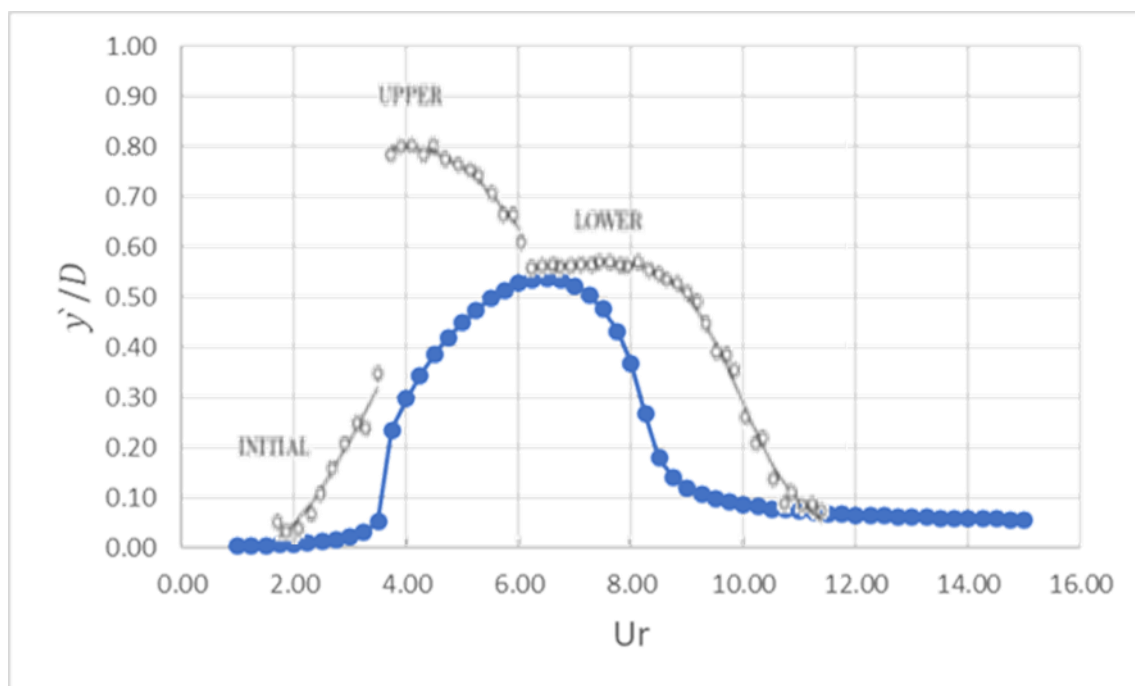


Figura 4.5 – Comparação da modelagem da Fachhinetti com os dados experimentais de Assi 2010. Sendo  $\circ$  os dados experimentais de Assi 2010, e  $\bullet$  representa os pontos da modelagem Facchinetti.

### 4.3 Resposta típica da modelagem com 2 cilindros com mola

Na resposta da amplitude de oscilação no modelo para o WIV com mola, figura 4.6 (a), percebe-se facilmente a existência de algumas regiões. A primeira região que vai até  $U_r=13$  é uma região de baixa resposta de oscilação. Ao comparar com os dados da literatura, percebe-se uma dificuldade do modelo nessa faixa. Deve-se lembrar que essa região é dominada pelo fenômeno do VIV gerado pelo primeiro cilindro e que a interferência do fenômeno do WIV é pequena nessa faixa. No entanto, mesmo sendo uma região dominada pelo VIV, nota-se respostas de amplitude chegando até  $1 y/D$ . Enquanto na modelagem a amplitude de resposta nessa região é de no máximo  $0,2 y/D$ . Assim, pode-se dizer que o modelo representa mal a resposta típica do VIV. Ao analisar o ponto com  $U_r=13,5$ , nota-se uma repentina subida de resposta de oscilação até próximo de  $0,4 y/D$ . Desse modo, nota-se a uma transição abrupta entre a região de baixa oscilação e a região de aumento da resposta. A partir de  $U_r=13,5$ , a amplitude de oscilação vai crescendo até o pico máximo, perto de  $1 y/D$  em torno de  $U_r=25$ . Após o pico, a resposta começa a decrescer (entre  $U_r=25$  e  $U_r=29$ ) em uma curva com uma inclinação visivelmente superior do que a inclinação da curva de

crescimento da amplitude (entre  $U_r=13$  e  $U_r=25$ ). Isso ocorre até  $U_r=28,5$ , em que a amplitude de resposta está próxima de  $0,8 y/D$ . Na  $U_r=29$  a amplitude de resposta cai abruptamente para próximo de  $0,2 y/D$ . A partir dessa velocidade reduzida, a resposta começa a apresentar um padrão de decaimento, mas um decaimento constante e com uma baixa inclinação. Isto é, a amplitude vai se aproximando de zero ao passo que  $U_r$  tende ao infinito. Na figura 4.6 pode-se observar a plotagem da resposta típica da amplitude de resposta e visualizar a curva de resposta. Na figura 4.6 (b) é possível observar a resposta da frequência da força de excitação que está associada ao termo  $q(t)$  na modelagem. Ao observar a modelagem do WIV quando o cilindro de trás está preso com uma mola, a frequência aumenta no intervalo entre  $U_r=0$  e  $U_r=15$  seguindo a linha do Strouhal, comparando com dados de (Assi, 2009), o mesmo ocorre na experimentação, mas apenas na faixa de  $U_r=0$  até  $U_r=5$ . Essa diferença mostra a dificuldade do modelo em modelar a região de VIV. No entanto, entre  $U_r=15$  e próximo de  $U_r=30$  o modelo segue o valor aproximado da linha de frequência natural do sistema cilindro+mola (Wake+Structure Stiffness).

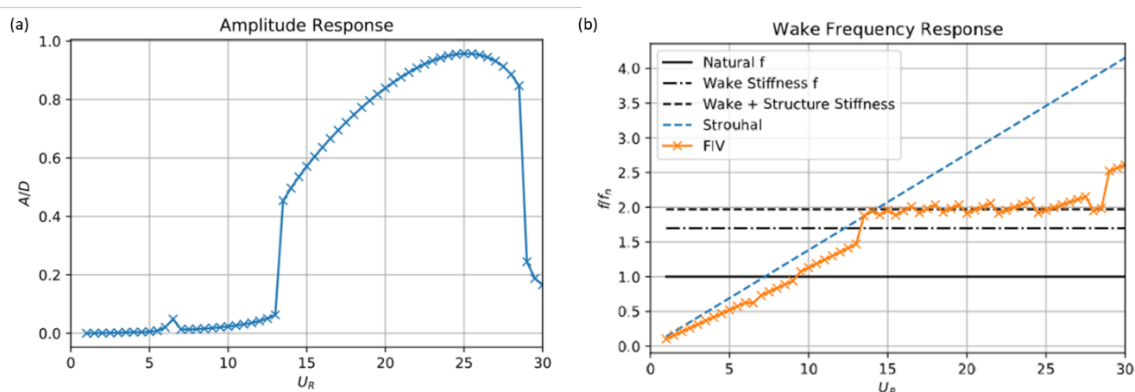


Figura 4.6 – Curva de amplitude de resposta para a modelagem de W.I.V para o cilindro de trás. Em (a) temos a resposta típica da amplitude de oscilação. Em (b) temos a frequência da força de excitação pela frequência natural.

É de extrema importância comparar nossa modelagem com os dados experimentais de (Assi, 2009), na figura 4.7 pode-se ver a comparação entre as duas curvas de resposta. Comparando as duas curvas, fica evidente algumas limitações da modelagem. Como já discutido acima, a modelagem falha em representar a região inicial de menor velocidade reduzida, a região de dominância do VIV. Outra questão que se nota é a falta de capacidade de modelar o comportamento assintótico da resposta. O modelo faz uma boa previsão do aumento da amplitude de oscilação com o aumento da velocidade reduzida. No entanto, como já apresentado, esse

crescimento só ocorre até a  $U_r=25$ , após isso a curva da modelagem apresenta um decaimento da amplitude de oscilação. Dessa forma, o modelo tem dificuldade de prever a resposta para altos valores de  $U_r$ . Por fim, cabe destacar o valor máximo de amplitude de oscilação. No modelo as respostas apresentam uma oscilação máxima de  $y/D=1$ . Na resposta da literatura vemos o cilindro de trás chegando a valores da ordem de 2  $y/d$  na região entre 10-30  $U_r$ , para os valores máximos de  $y/d$ . Ao comparar os valores médio de  $y/d$  coletados por Assi, com a resposta do modelo, vemos que o modelo não apresenta uma amplitude de oscilação tão distante do real. Na figura 4.7 pode-se ver a comparação entre a curva os dados experimentais de (Assi, 2009) e da modelagem para o sistema com dois cilindros.

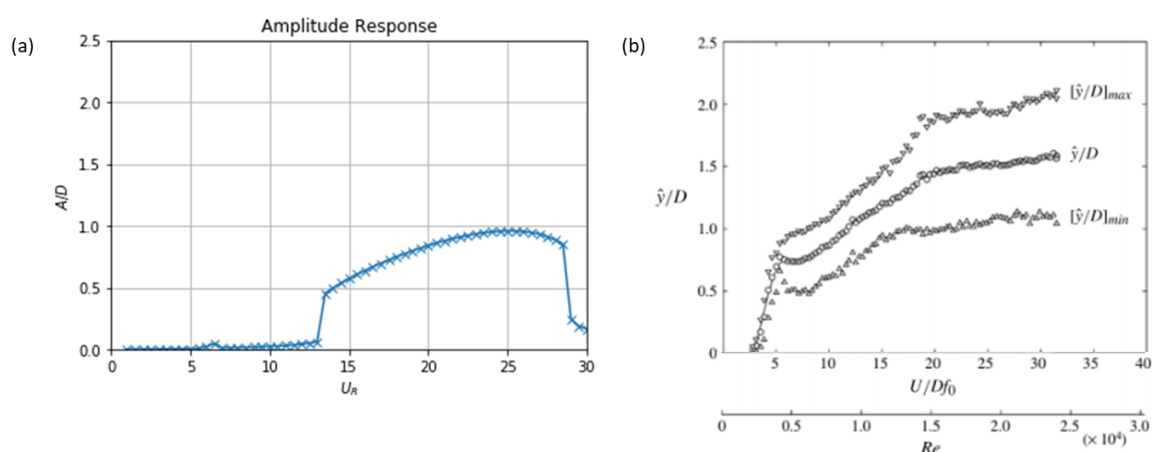


Figura 4.7 - Comparação entre as respostas típicas da amplitude de vibração do cilindro de trás da modelagem deste trabalho com Assi 2010. Em a) é apresentada a resposta do modelo. Em b) temos os dados experimentais apresentados em Assi 2010.

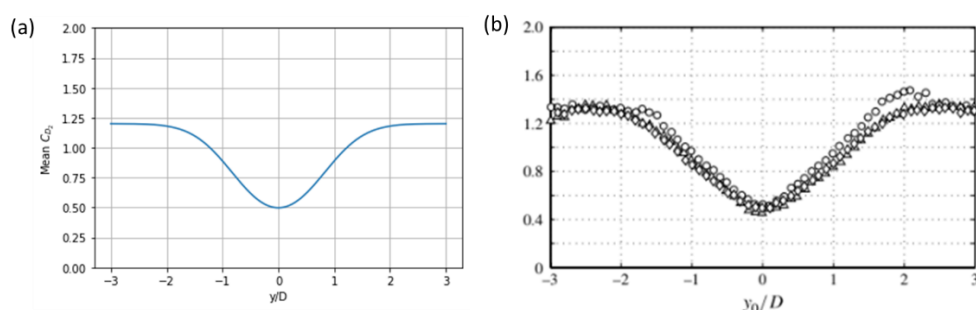


Figura 4.8 – Comparação entre as respostas típicas do valor de  $C_x$  no cilindro de trás da modelagem deste trabalho com Assi 2010. Em a) é apresentada a resposta do modelo, a curva foi construída através das médias dos coeficientes  $C_x$ . Em b) temos os dados experimentais apresentados em Assi 2010.

Na figura 4.8 nota-se a resposta típica do coeficiente de drag no cilindro de trás. A fim de entender o conceito físico por trás dessa resposta é válido recordar que o escoamento é na direção  $x$ . Assim, não se espera a situação de arrasto negativo, mas sim um arrasto reduzido. Outra questão é a presença de uma região de baixa pressão na linha central atrás do cilindro da frente. Assim, espera-se uma redução do drag no momento que o cilindro de trás está alinhando com o cilindro da frente. É interessante observar que o coeficiente de drag tem valor próximo de 1,2 quando  $y/D = -3$ , valor bem próximo do observado por (Assi, 2009) em seus experimentos com diferentes números de  $Re$ . Percorrendo o eixo abscissa nota-se uma redução do drag, no nosso modelo inicia-se no  $y/D$  próximo de 2, decaindo até  $y/D = 0$ , em que o drag apresenta o valor mínimo de 0,5. Seguindo o eixo da abscissa o valor de  $C_x$  volta a aumentar até estabilizar novamente em 1,2. O mesmo padrão é relatado nos dados experimentais de Assi. Na figura 4.8 (b) vê-se  $C_x$  calculados com  $Re$  diferentes, em todos os casos apresentam o  $C_x$  próximo de 1,2 e o decaimento até um  $C_x$  próximo de 0,5. Além disso, o padrão de caimento é semelhante e ocorre próximo dos mesmos valores. Dessa forma, o modelo mostrou-se eficaz em prever o coeficiente  $C_x$  do WIV.

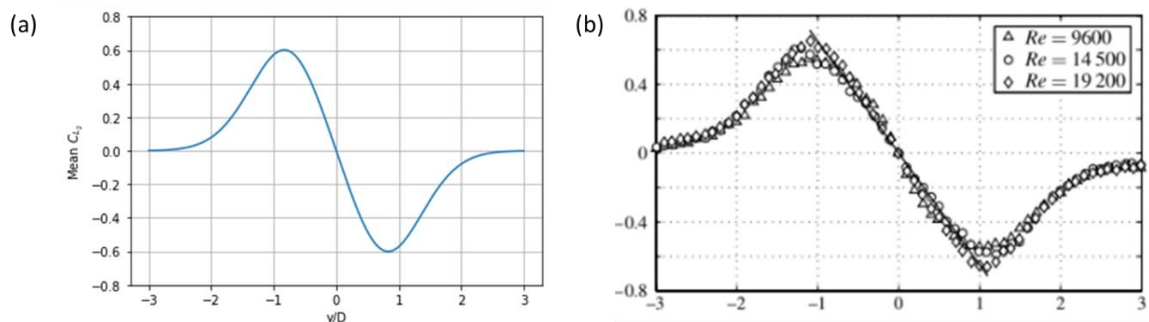


Figura 4.9 – Comparação entre as repostas típicas do valor de  $C_y$  no cilindro de trás da modelagem deste trabalho com Assi 2010. Em a) é apresentada a resposta do modelo, a curva foi construída através das médias dos coeficientes  $C_y$ . Em b) temos os dados experimentais apresentados em Assi 2010.

Na figura 4.9 (a) É possível visualizar que a sustentação média atuando no segundo cilindro aponta em direção a linha central da esteira para todos os  $y/D$ . Um comportamento linear é observado no intervalo entre  $-1,0 < y/D < 1,0$ . Com um máximo absoluto observado em  $C_y = 0,6$ , que ocorre um pouco antes do  $y/D = -1,0$ . Após a separação, a sustentação vai reduzindo que o cilindro esteja numa área longe da região de influência da esteira. Chegando ao zero em torno de  $y/D = 3,0$ .

A figura 4.9 (b) foi extraída de (Assi, 2009) e comenta-se que um comportamento linear é observado no intervalo entre  $-1,0 < y/D < 1,0$ . Com um máximo absoluto observado em  $C_y=0,65$ , que ocorre um pouco antes do  $y/D = -1,0$ . Após a separação, a sustentação até vai reduzindo que até que o cilindro esteja numa área longe da região de influência da esteira. Chegando ao zero em torno de  $y/D = 3,0$ .

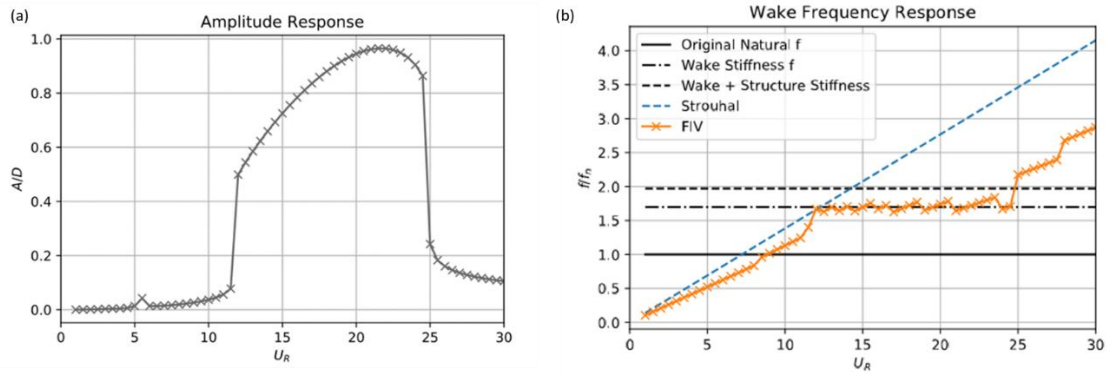
Dessa forma, nota-se a precisão do modelo em prever o componente  $C_y$  do cilindro de trás.

#### 4.4 Resposta típica da modelagem 2 cilindros sem mola

Em primeiro lugar, é interessante lembrar que o conceito de velocidade reduzida não existe para o caso sem a mola. O correto é utilizar uma escala de  $Re$ , a fim de percorrer  $U_\infty$ . No entanto, utilizou-se como referência a escala de velocidade reduzida da resposta com mola.

Assim como no caso com mola, na resposta sem mola - figura 4.10(a) -, percebe-se facilmente a existência de algumas regiões. A primeira região que vai até  $U_r=11,5$  é uma região de baixa resposta de oscilação. Ao comparar com os dados da literatura, percebe-se uma dificuldade do modelo nessa faixa. Como já comentado no caso com mola, essa região é dominada pelo fenômeno do VIV gerado pelo primeiro cilindro e que a interferência do fenômeno do WIV é pequena nessa faixa. Assim, pode-se dizer que o modelo representa mal a resposta típica do VIV. Ao analisar a região a partir do  $U_r=12$ , nota-se uma repentina subida de resposta de oscilação até próximo de  $0,4 y/D$ . A partir dessa velocidade, a amplitude de oscilação vai crescendo até o pico máximo, perto de  $1 y/D$  em torno de  $U_r=21$ . Após o pico, a resposta começa a decrescer (entre  $U_r=21$  e  $U_r=25$ ) em uma curva com uma inclinação visivelmente superior do que a inclinação da curva de crescimento da região entre  $U_r=12$  e  $U_r=21$ . Isso ocorre até  $U_r=24,5$ , em que a amplitude de resposta está próxima de  $0,8 y/d$ . Na  $U_r=25$  a amplitude de resposta cai abruptamente para próximo de  $0,2 y/d$ . A partir dessa velocidade reduzida, a resposta começa a apresentar um padrão de decaimento, mas um decaimento constante e com uma baixa inclinação. Isto é, a amplitude vai se aproximando de zero ao passo que  $U_r$  tende ao infinito. Analisando a figura 4.10 (b) no resultado do modelo WIV ocorre um aumento da frequência da força de oscilação

até próximo de  $U_r=12$  seguindo a linha do número de Strouhal. Após, esse valor tende a se aproximar da linha de frequência natural do sistema cilindro sem mola (Wake Stiffness), no intervalo entre próximo de  $U_r=12$  e próximo de  $U_r = 25$ . A partir de  $U_r = 25$  nota-se um crescimento da frequência, alterando a taxa de variação.



4.10 – Curva de resposta da modelagem para a amplitude da oscilação do cilindro de trás em WIV, no caso sem molas. (a) temos a resposta típica da amplitude de oscilação. Em (b) temos a frequência da força de excitação pela frequência natural.

A resposta para 2 cilindros sem mola segue um padrão semelhante de oscilação da resposta para 2 cilindros com mola. Na figura 4.11 pode-se observar que na resposta do sem mola que a região de amplitude de oscilação significativa é ligeiramente menor e inicia-se um pouco antes. Porém, é interessante perceber que Assi apontou para semelhança entre as duas respostas. Aliás é pelo fato de os dois casos apresentarem respostas semelhantes que Assi desenvolve o conceito de *wake-stiffness*. Dessa forma, é um bom fator a semelhança entre as respostas com e sem mola.

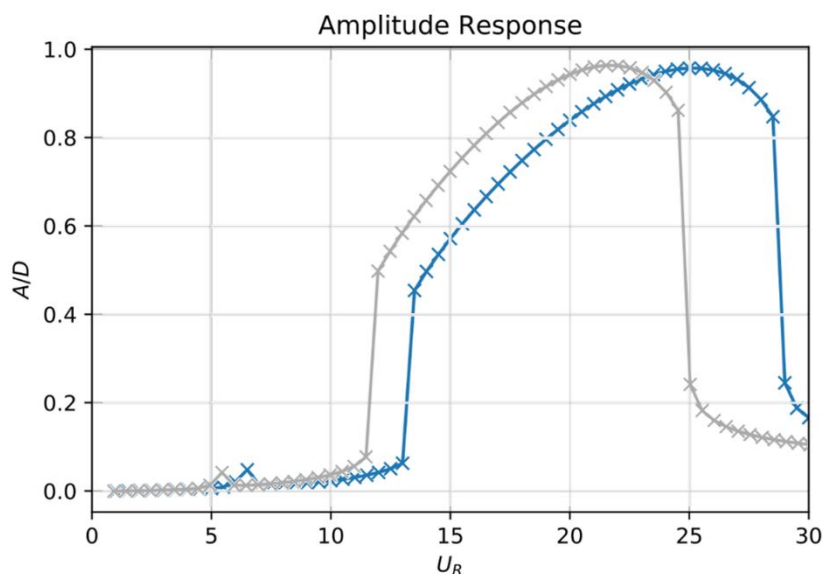


Figura 4.11 – Comparação das repostas típicas do modelo para a amplitude de oscilação do cilindro de trás. Os pontos  $\times$  indicam a curva da resposta sem mola e os pontos  $\times$  indicam a curva da resposta com mola.

Assim como na modelagem para o caso com mola foi calculado os valores do coeficiente de drag e de arrasto, para o caso com mola também foi gerado esse mapa de valores para os dois coeficientes. Como já visto, a resposta de oscilação entre os dois casos é bem semelhante. Dessa forma, já é esperado que as curvas de  $C_y$  e  $C_d$  para o caso sem mola apresentassem o mesmo padrão da curva para o caso com mola. Na imagem 4.12 pode-se ver os gráficos de resposta dos dois coeficientes. No entanto, não existe necessidade de um maior aprofundamento sobre a resposta desses coeficientes, já que é notória a igualdade do caso sem mola com o caso com mola

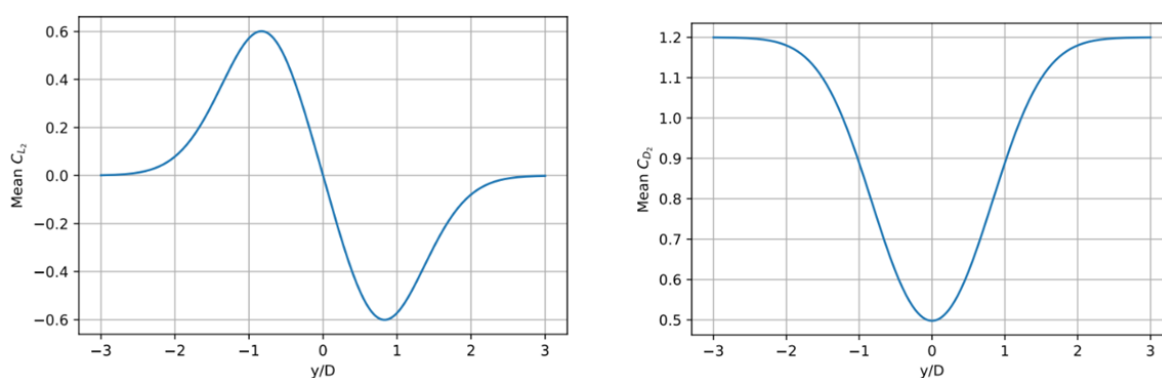


Figura 4.12 – Respostas dos coeficientes  $C_y$  e  $C_x$  para o caso da simulação sem a mola.

## 5 CONCLUSÃO

Ao analisar e discutir o fenômeno das VIF, suas origens e suas respostas típicas, nota-se a importância da consideração dessas possíveis oscilações em um estudo de análise de fadiga de estruturas como riser, tubo e outros.

A partir desse trabalho tornou-se claro o mecanismo do VIV para um cilindro. E a partir da evolução da revisão bibliográfica, conseguiu-se traçar um bom entendimento sobre a resposta de um cilindro que está posicionado atrás da esteira de outro cilindro. É interessante destacar que se pode ver três regiões de respostas que é resultado do equilíbrio entre a força de vórtice do cilindro a frente e da força de  $C_y$  restauradora. Cabe adicionar que o conceito de *wake-stiffness* já abordado no texto descreveu o fenômeno de uma forma prática e aplicável.

### 5.1 VIV em um cilindro

O cilindro isolado foi modelado matematicamente a partir de duas abordagens distintas. A primeira abordagem envolveu uma modelagem simples a partir de uma equação de oscilação harmônica apresentada por Assi e Cicolin. Embora a modelagem simples não conseguir ter uma boa representatividade do fenômeno, tal modelagem mostrou-se boa em prever duas regiões da resposta típica de VIV. A primeira região de resposta, a faixa “initial” está bem representada se comparada com dados da literatura. A transição da faixa “initial” para o “upper” é um ponto com excelente precisão do modelo em prever. A faixa “upper” não teve sua extensão representada com exatidão no modelo. A resposta típica da modelagem apresenta uma pequena faixa de  $U_r$  na amplitude mais alta, enquanto a literatura apresenta uma faixa entre a velocidade reduzida 4 até a 6. No entanto, a modelagem simples é eficaz em prever a máxima amplitude de resposta. Sendo assim, com a modelagem simples é possível representar muito bem a região “initial” e o começo da região “upper”. Por fim, cabe comentar que o modelo falhou em prever o lock-in.

A modelagem proposta por Facchinetti apresentou um padrão de resposta bem diferente da modelagem simples. A modelagem do Facchinetti conseguiu representar muito bem a região de lock-in, e a resposta não apresentou um gráfico com um pico.

Embora a modelagem de Facchinetti envolva mais variáveis, ela falhou em conseguir representar todo o fenômeno. A amplitude máxima da resposta foi de 0,5 y/d, ou seja, em torno de metade da resposta típica de VIV. A região “upper” e a “initial” não foram bem representadas no modelo. No entanto, a modelagem tem pontos positivos: conseguir prever com uma precisão aceitável a região de lock-in e uma boa representação da faixa “lower”.

Dessa forma, não conseguimos chegar em uma modelagem que representasse bem todas regiões de respostas. Porém, conseguimos achar duas que conseguem modelar partes diferentes muito bem. Dessa maneira, torna-se interessante pensar em uma maneira de modelar o fenômeno fazendo uma “aglutinação” de respostas das duas modelagens.

## 5.2 WIV no cilindro de trás

Foi explicado que o mecanismo WIV é sustentado pela interação dos vortex-estrutura e do coeficiente de sustentação atuando. Além disso, foi testado o conceito de *wake-stiffness* ou rigidez da esteira. Segundo Assi é um efeito dinâmico de fluido que pode ser associado a uma mola linear com rigidez proporcional a derivada o coeficiente de lift e do número de Reynolds.

Não foi observada uma transição gradual da excitação dominada pelo VIV. para a excitação do WIV. Enquanto nos experimentos de (Assi, 2009) isso foi uma realidade, na modelagem fenomenológica isso não foi realidade. A transição ocorreu de forma abrupta. (Assi, 2009) destaca que uma modelagem simples não é capaz de prever os efeitos assintóticos que limitam a resposta. Embora a modelagem também foi falha em prever o efeito, nota-se um crescimento de inclinação semelhante em uma pequena faixa de Re. Por fim, cabe destacar que o modelo conseguiu amplitudes de oscilação da mesma ordem do que os dados de Assi. Avaliando o resultado da oscilação pela curva média, pode-se dizer que as amplitudes máximas são em torno de 50% maior do que a resposta do modelo.

Cabe colocar que, por se tratar de uma modelagem fenomenológica, era esperada diversas limitações. Embora o modelo não tenha representado tão bem

toda a faixa do escoamento, ele conseguiu prever bem a resposta na faixa entre  $U_r = 12$  e  $14$  e  $U_r = 20$  e  $25$ . Sendo assim, o modelo é promissor, no entanto é necessário ajustes para conseguir possuir utilidade prática.

### 5.3 Considerações finais

Observa-se que as três modelagens apresentam limitações e restrições e que cada uma representa muito bem uma parte ou condição do fenômeno. Assim, mesmo que não foi possível chegar ao modelo que sozinho conseguisse representar a resposta em todas condições de escoamento; foi possível encontrar respostas satisfatórias para grande parte do escoamento. Por isso, torna-se interessante propor uma aplicação que consiga combinar os modelos de forma a garantir que cada determinada região seja representada pelo mais adequado. É claro que combinação entre os modelos não deve limitar a separar o escoamento em três regiões e cada região ser representada por uma modelagem diferente. É necessária uma investigação ponto a ponto, a fim de entender qual a melhor forma de combinar as modelagens. Outro ponto a ser destacado é um refinamento dos parâmetros do sistema com outros dados disponíveis na literatura ou com um eventual experimento. Com esse procedimento provavelmente a resposta de cada modelagem seria mais próxima do real. Sendo assim, propor uma combinação das três modelagens e ajustes de refinamento na modelagem é uma boa ideia de trabalho futuro.

### 5.4 Trabalhos futuros

Nesse tópico será apresentado algumas sugestões de trabalhos futuro, que podem contribuir com a pesquisa neste assunto.

- Aprimoramento da modelagem proposta
- Desenvolvimento de um melhor modelo de WIV
- Estudo do efeito da massa e rigidez na amplitude de resposta do WIV

A partir da modelagem proposta nesse trabalho, investigar melhores parâmetros, através de ajustes comparando com mais dados disponíveis na literatura.

## REFERÊNCIAS

- Assi, G. R. da S. (2005). *ESTUDO EXPERIMENTAL DO EFEITO DE INTERFERÊNCIA NO ESCOAMENTO AO REDOR DE CILINDROS ALINHADOS DISSERTAÇÃO*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Assi, G. R. da S. (2009). *Mechanisms for flow-induced vibration of interfering bluff bodies*. (September).
- Assi, G. R. da S., Bearman, P. W., Carmo, B. S., Meneghini, J. R., Sherwin, S. J., & Willden, R. H. J. (2013). The role of wake stiffness on the wake-induced vibration of the downstream cylinder of a tandem pair. *Journal of Fluid Mechanics*, 718, 210–245. <https://doi.org/10.1017/jfm.2012.606>
- Bearman, P. W. (1984). Vortex shedding from spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 62(2), 209–221.
- Blevins, R. (2005). Forces on and stability of a cylinder in a wake. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 127(1), 39–45. <https://doi.org/10.1115/1.1854697>
- Blevins, R. . (1990). *Flow-induced Vibrations*. Van Nostrand Reinhold;
- Carmo, B. S. (2005). *Estudo do escoamento ao redor de cilindros flexíveis*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Cébron, D. (2008). *Wake effects characterization using wake oscillator model. Comparison on 2D response with experiments*. Retrieved from <http://archimer.ifremer.fr/doc/00022/13368/>
- Chen, S. S. (1986). A review of flow-induced vibration of two cylinders in crossflow. *ASME Journal of Pressure Vessel Technology*, 108, 382–393.
- Cicolin, M. M. (2014). *SUPRESSÃO DA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES DE CILINDROS COM MALHA PERMEÁVEL*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- Dyke, V. M. (1988). *An Album of FluidMotion*.
- Facchinetti, M. L., de Langre, E., & Biolley, F. (2004). Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. *Journal of Fluids and Structures*, 19(2), 123–140. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2003.12.004>
- Filho, P. M. F. (2012). *Paulo Marçal Fernandes Filho*. UNIVERSIDADE DE BRASILIA FACULDADE.

- Gioria, R. S. (2010). *Estudo da Estabilidade Secundária da Esteira de um Cilindro em Oscilação Forçada*.
- Hindmarsh, A. C. (1982). *Toward a Systematized Collection of Ode Solvers*. (pp. 427–429). pp. 427–429.
- Igarashi, T. (1981). Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem. *JSME*, 323–331.
- Kármán, T. (1912). Über den Mechanismus dees Flüssigkeits und Luftwiderstandes. *Phys. Z.*, 49–59.
- Leite, R. M. D. S. C. (2009). Vida e trabalho na indústria de petróleo em alto mar na Bacia de Campos Life and work at the petroleum industry in Campos Basin. *Ciência & Saúde Coletiva*, 14(6), 2181.
- Livermore National, L., Radhakrishnan, K., & Hindmarsh, A. C. (1993). *NASA Reference Publication 1327 Description and Use of LSODE, the Livermore Solver for Ordinary Differential Equations*. Retrieved from <https://computation.llnl.gov/casc/nsde/pubs/u113855.pdf>
- Meneghini, J. R. (2002). Projetos De Pesquisa No Tpico Gerao E Desprendimento De Vrtices No. *Technology*.
- Nayfeh, A. H. (1993). *Introduction to Perturbation Techniques*. New York: Wiley.
- Paidoussis, M.P.; Price, S. J; Langre, E. (2011). *Fluid-Structure Interactions, Cross-Flow-Induced Instabilities*. Cambridge.
- Parkinson, G. (1989). Phenomena and modelling of flow-induced vibrations of bluff bodies. *Progress in Aerospace Sciences*, 26, 169–224. [https://doi.org/10.1016/0376-0421\(89\)90008-0](https://doi.org/10.1016/0376-0421(89)90008-0)
- Price, S. (1976). Origin and Nature of the Lift Force on the Leeward of Two Bluff Bodies. *Aeronaut Q*, 27(pt 2), 154–168. <https://doi.org/10.1017/s0001925900007642>
- Price, S. J. (1995). A review of theoretical models for fluidelastic instability of cylinder arrays in crossflow. *J. Fluids Structures*, 9, 463–518.
- TECPETRO. (2014). Representação dos equipamentos submarinos em um atidade de exploração off-shore. Retrieved November 10, 2018, from <https://tecpetro.com/2014/12/11/nova-opcao-de-pos-graduacao-na-grande-vitoria-engenharia-submarina/>
- Violette, R., de Langre, E., & Szydlowski, J. (2007). Computation of vortex-induced

vibrations of long structures using a wake oscillator model: Comparison with DNS and experiments. *Computers and Structures*, 85(11–14), 1134–1141. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2006.08.005>

Zdravkovich, M. . (1997). *Flow around Circular Cylinders. Fundamentals, Vol. 1*. Oxford University Press, Oxford.

## ANEXO A - ARTIGO SINTESE

### Resumo

Em estruturas offshore, a passagem de um fluido em torno de uma estrutura pode causar vibrações transversais ao fluxo devido ao desprendimento de vórtices. Várias abordagens podem ser usadas para descrever o VIV (vibrações induzidas por vórtices), e o objetivo deste trabalho é compilar e apresentar uma abordagem semi-empírica através de modelos matemáticos simplificados de carregamentos em estruturas, visando apoiar uma análise sobre os efeitos nocivos das cargas hidrodinâmicas em estruturas offshore. Aqui, apresentam-se 3 modelos distintos: um oscilador harmônico simples que representa limitadamente a fenomenologia, o modelo de Facchinetti que usa oscilador de van der Pol não-linear para enriquecer a modelagem, e o modelo modificado de Facchinetti para representar a interferência do escoamento, quando a estrutura está mergulhada na esteira de outra. No caso será investigado quando dois cilindros estão alinhados na direção do escoamento, com o cilindro de trás imerso na esteira do cilindro da frente. Como resultado, mostra-se que cada modelo tem repostas satisfatórias em certas condições de escoamento e infere-se que a aplicação dos modelos combinados seja uma boa aproximação para uma larga gama de condições de escoamentos.

### Abstract

In offshore structures, passing a fluid around a structure can cause transverse flow vibrations due to vortex shedding. Several approaches can be used to describe VIV (Vortex Induced Vibrations), and the purpose of this paper is to compile and present a semi-empirical approach through simplified mathematical models of structure loading to support an analysis of the negative effects of hydrodynamic loads in offshore structures. Here we present 3 distinct models: a simple harmonic oscillator that represents phenomenology in a limited way, the Facchinetti model that uses a nonlinear van der Pol oscillator to enrich the modeling, and the modified Facchinetti model to represent the interference of the flow, when the structures is dipped in another's wake. In this case it will be investigated when two cylinders are aligned in the direction of flow, with the near cylinder immersed in the first cylinder wake. As a result, it is shown that each model has satisfactory responses under certain flow conditions and it is inferred that the application of the combined models is a good approximation for a wide range of flow conditions.

## 1. Introdução

Este trabalho é fruto de (Terreiro, 2019), caso deseje ver o assunto com mais detalhes acesse. A exploração de Petróleo brasileira está imersa no universo offshore. Hoje em dia a Petrobrás tem cerca de 65% da área de seus blocos exploratórios off-shore. A exploração offshore enfrenta dois grandes problemas: equipamentos submetidos a condições ambientais severas e dificuldades de manutenção e reparo dos equipamentos subsea. Nesse sentido, projetar equipamento com alta vida útil é um dos desafios da indústria petrolífera.

Uma das preocupações em estruturas offshore é quando a correnteza produz esforços sobre cabos e amarras. Sendo o fenômeno de vibrações induzidas por fluxo (VIF) oriundo de correntezas no fluido. Sendo o fenômeno da vibração induzida por desprendimento de vórtice (VIV) um caso conhecido de VIF. Aqui, apresentam-se 2 modelos distintos para VIV: um oscilador harmônico simples que representa limitadamente a fenomenologia, o modelo de Facchinetti que usa oscilador de van der Pol não-linear para enriquecer a modelagem. Além

disso, investiga-se as VIV quando existe dois cilindros alinhados quando dois cilindros estão alinhados na direção do escoamento, com o cilindro de trás imerso na esteira do cilindro da frente. Nesse caso, foi modificado o modelo de Facchinetti para representar a interferência do escoamento, quando a estrutura está mergulhada na esteira de outra.

O entendimento e compreensão do fenômeno do VIV dependem de uma revisão bibliográfica detalhada sobre escoamento ao redor de um cilindro. Assim, como foco deste trabalho não é ter um conteúdo extenso, será indicado alguns trabalhos que tratam desse assunto de forma mais detalhada (CICOLIN, 2014)(ASSI, 2005)(GIORIA, 2010)(MENECHINI, 2002)(CARMO, 2005).

## 2. Metodologia

Aqui serão apresentadas as três modelagens propostas. Nos três modelos foi necessário a resolução de EDOs. Para isso foi utilizada a “scipy.integrate.odeint()” no Python, que é um integrador de uso geral que se vale do método LSODA. Caso deseje saber mais sobre o método LSODA, veja (LIVERMORE NATIONAL; RADHAKRISHNAN; HINDMARSH, 1993) e (HINDMARSH, 1982).

### 2.1. Modelagem simple em 1 grau de Liberdade

O fenômeno de VIV pode-se ser representado de diferentes maneiras. Pode-se usar equações de Navier-Stokes para tentar modelar o escoamento de fluidos. No entanto uma maneira mais simples é montar um conjunto de um cilindro rígido montado em uma base elástica e imerso em um meio fluido com liberdade de movimento na direção transversal ao escoamento, esquema da figura 2.1. As equações que descrevem um oscilador harmônico são:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_y(t) \quad (1)$$

$$y(t) = \hat{y} \sin(2\pi ft) \quad (2)$$

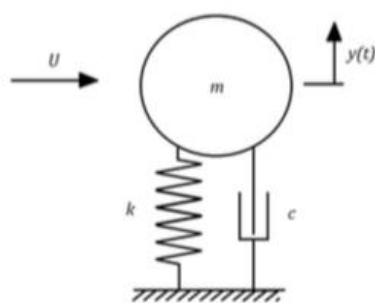


Figura 2.1 – Modelagem de VIV na direção transversal ao escoamento. Extraído (CICOLIN, 2014).

Seguindo as análises e hipóteses sugeridas por (BEARMAN, 1984), a variação no eixo transversal de um cilindro sobre o fenômeno de VIV pode ser expresso como a resposta harmônica de um oscilador linear. De acordo com a hipótese de modelagem harmônica a força do fluido pode ser expressa por:

$$F_y(t) = \hat{F}_y \sin(2\pi ft + \phi) \quad (3)$$

Um oscilador harmônico apresenta uma frequência natural sem amortecimento, lembrando que  $k$  é rigidez estrutural e  $m$  a massa do sistema

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4)$$

Combinando a equação de coeficiente de sustentação com a resposta de oscilação temos:

$$C_y(t) = \bar{C}_y + \hat{C}_y \sin(2\pi ft + \phi) \quad (5)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 D [\bar{C}_y + \hat{C}_y \sin(2\pi ft + \phi)] \quad (6)$$

De acordo com (BEARMAN, 1984) a resposta do VIV é inversamente proporcional ao produto de  $m$  e  $\zeta$ , descrevendo a amplitude adimensional da vibração como:

$$\frac{\hat{y}}{D} = \frac{1}{4\pi^3} \hat{C}_y \sin \phi \left(\frac{U}{Df_0}\right)^2 \left(\frac{1}{m*\zeta}\right) \left(\frac{f_0}{f}\right) \quad (7)$$

## 2.2. Modelagem VIV para 1 cilindro, modelo Facchinetti (2004)

(FACCHINETTI; DE LANGRE; BIOLLEY, 2004) também propõe uma modelagem por meio de um Sistema massa-mola. No entanto ao invés de utilizar  $k$  para a rigidez do sistema e  $c$  para amortecimento, são utilizados as variáveis  $h$  para rigidez e  $r$  para o amortecimento. Sendo  $S$  o deslocamento vertical, temos:

$$m\ddot{Y} + r\dot{Y} + hY = S \quad (8)$$

Os parâmetros  $r$ ,  $m$ , são definidos por:

$$m = m_s + m_f, \quad m_f = C_M \rho D^2 \pi / 4, \quad \mu = (m_s + m_f) / \rho D^2 \quad (9)$$

$$r = r_s + r_f \quad r_s = 2\zeta m \Omega_s \quad r_f = \gamma \Omega_f \Omega \rho D^2 \quad (10)$$

Rearranjando os termos e definindo  $\Omega_f = 2\pi s_t U / D$  e  $\Omega_s = \sqrt{h/m}$ , chegamos a:

$$\ddot{Y} + \left(2\xi\Omega_s + \frac{\gamma}{\mu}\Omega_f\right)\dot{Y} + \Omega_s^2 Y = S/m \quad (11)$$

Logo em seguida, é apresentada a equação de Van der Pol, que de acordo com (NAYFEH, 1993) que modela a força de sustentação.

$$\ddot{q} + \varepsilon\Omega_f(\ddot{q} - 1)\dot{q} + \Omega_f^2 q = F \quad (12)$$

Com a equação que modela a força de sustentação, e com o adimensional  $t = T\Omega_f$ , chega-se ao acoplamento fluido-estrutura:

$$\ddot{y} + \left(2\xi\delta + \frac{\gamma}{\mu}\right)\dot{y} + \delta^2 y = s, \quad \ddot{q} + \varepsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q = f \quad (13)$$

A variável do fluido  $q$  pode, então, ser interpretada como um coeficiente de lift reduzido do vórtice  $q = 2C_L/C_{Lo}$ , onde  $C_{Lo}$  descreve o coeficiente de sustentação de uma estrutura fixa que sofre desprendimento de vórtice. Por fim,  $S$  é definido por:

$$s = Mq \quad M = \frac{C_{Lo}}{2} \frac{1}{8\pi^2 S_l^2 \mu} \quad (14)$$

Para o termo  $F$  pode-se fazer os três tipos de acoplamento: deslocamento, velocidade e aceleração. Tentará ser usado o tipo de acoplamento por aceleração. O acoplamento de deslocamento é descrito por:  $f = Ay$ . O acoplamento de velocidade é descrito por  $f = A\dot{y}$ . O acoplamento de aceleração é descrito por  $f = A\ddot{y}$ . Lembrando que no trabalho será usado o acoplamento por aceleração.

### 2.3. Modelagem de WIV para 2 cilindros

Neste tópico será abordado a modelagem proposta por (CÉBRON, 2008) para a resposta da amplitude de oscilação do cilindro de trás no caso dos dois cilindros alinhados. Valendo-se do perfil de velocidades na esteira atrás do cilindro da frente, apresenta-se uma formula para diferença de velocidade no qual o índice 1 irá referir ao cilindro da frente e o índice 2 irá referir ao cilindro de trás:

$$u(x, y) = U_\infty \left[ 1 - a_1 \sqrt{\frac{C_{D1} D}{x}} \exp \left( a_2 \frac{y^2}{C_{D1} D x} \right) \right] \quad (15)$$

Cabe colocar que esta relação só é valida quando a distância entre o cilindro 1 e o cilindro 2 for suficiente para formação de esteira (BLEVINS, 2005). Relacionado-se o coeficiente de arrasto dos dois cilindros, chegamos a:

$$C_{D1} \left( \frac{u(x, y)}{U_\infty} \right)^2 = C_{D1} \left[ 1 - a_1 \sqrt{\frac{C_{D1} D}{x}} \exp \left( a_2 \frac{y^2}{C_{D1} D x} \right) \right]^2 \quad (16)$$

Por fim, seguindo a teoria proposta por (PRICE, 1976), em que chega-se a um coeficiente de proporcionalidade  $C_{L2} \propto \frac{dC_{D2}}{d(y/D)}$ , chegando então ao coeficiente de sustentação como:

$$C_{L2}(x, y) = a_3 \frac{C_{D1}}{C_{D2}(x, y)} \frac{x}{y} \left[ 1 - a_1 \sqrt{\frac{C_{D1} D}{x}} \exp \left( -a_2 \frac{y^2}{C_{D1} D x} \right) \right] \sqrt{\frac{C_{D1} D}{x}} \exp \left( -a_2 \frac{y^2}{C_{D1} D x} \right) \quad (17)$$

Cabe comentar, por fim, que (CÉBRON, 2008) utilizou o  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 4,5$  e  $a_3 = -10,6$ . Na modelagem computacional utilizou-se os seguintes parâmetros:  $a_1 = 0,65$ ,  $a_2 = 4,5$  e  $a_3 = -1,06$ .

Com os coeficientes de sustentação no cilindro de trás, foi utilizado a modelagem proposta por (FACCHINETTI; DE LANGRE; BIOLLEY, 2004) para prever a resposta.

### 3. Resultados

Esta seção se dedica a apresentar os resultados obtidos a partir da modelagem realizada. Vale destacar que para o caso de 1 cilindro foi utilizado duas modelagens diferentes. A primeira é uma modelagem mais simplista, apenas utilizando conceitos de oscilação harmônica. A segunda é a ideia proposta na seção 3, desenvolvida por Facchinetti. No caso para modelagem com 2 cilindros foram realizadas duas modelagens também. Uma considerando o cilindro acoplado a uma mola e outra sem a mola.

#### 3.1. Simulação de 1 cilindro com modelo simples

A equação (7) rege esse modelo, que foi reproduzida em um programa em python com alguns parâmetros definidos, e o programa varreu  $U_r$  de zero até 15. Na figura 3.1 observa-se a resposta típica de modelagem simples.

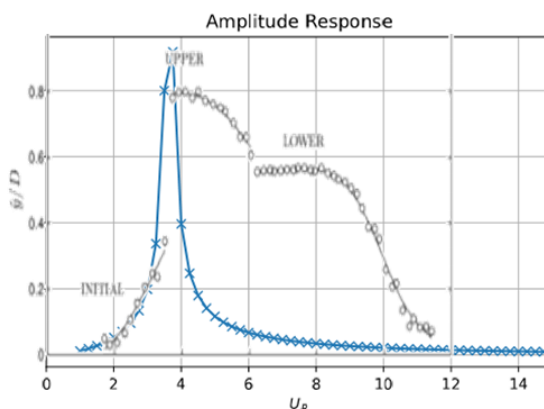


Figura 4.2 – Comparação da modelagem computacional simples com os dados experimentais de Assi 2010. Sendo  $\circ$  os dados experimentais de Assi 2010, e  $*$  representa os pontos da modelagem simples.

#### 3.2. Simulação de 1 cilindro com modelo facchinetti

O sistema de equações (11,12) rege esse modelo, que foi reproduzida em um programa em python com alguns parâmetros definidos, e o programa varreu  $U_r$  de zero até 15. Na figura 3.2 observa-se a resposta típica de modelo (FACCHINETTI; DE LANGRE; BIOLLEY, 2004).

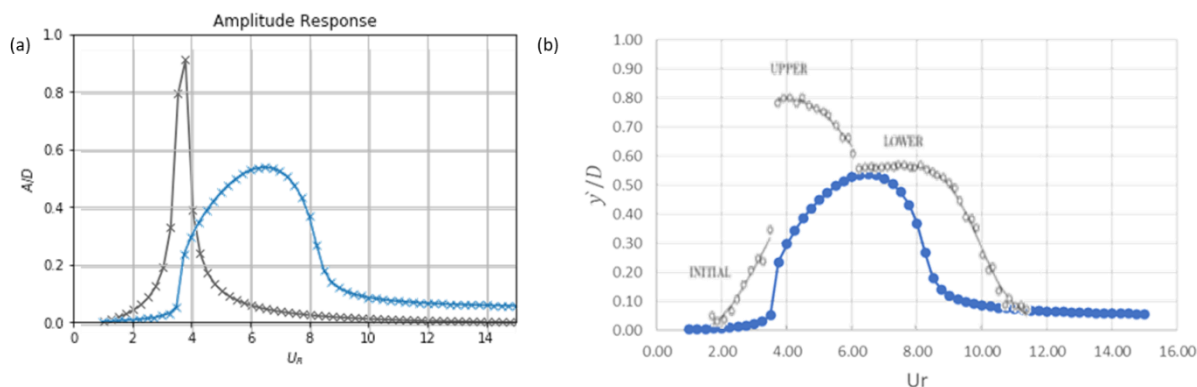


Figura 3.2 – Em (a) Comparação das repostas típicas do modelo simples com o modelo Facchinetti. Os pontos  $\times$  indicam a curva da resposta simples e os pontos  $\times$  indicam a curva da resposta com mola. Em (b) Comparação da modelagem da fachhinetti com os dados experimentais de Assi 2010. Sendo  $\circ$  os dados experimentais de Assi 2010, e  $\bullet$  representa os pontos da modelagem simples.

### 3.3. Resposta típica da modelagem com 2 cilindros com mola

Esse modelo vale-se da relação da equação (17) para os cálculos do coeficiente de sustentação e arrasto, onde é possível visualizar nsa figura 3.3, 3.4. A partir desses coeficientes foi utilizado o modelo de Facchinetti para gerar a resposta típica apresentada na figura 3.5.

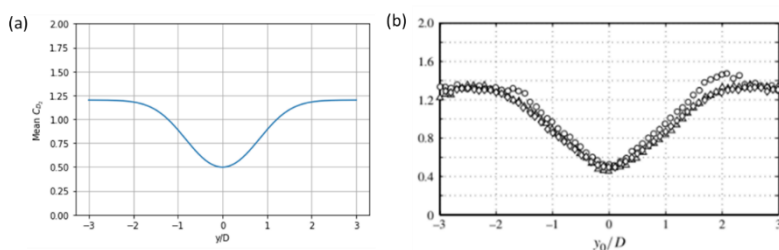


Figura 3.3 – Comparação entre as repostas típicas do valor de  $C_x$  no cilindro de trás da modelagem deste trabalho com Assi 2010. Em a) é apresentada a resposta do modelo, a curva foi construída através das médias dos coeficientes  $C_x$ . Em b) temos os dados experimentais apresentados em Assi 2010.

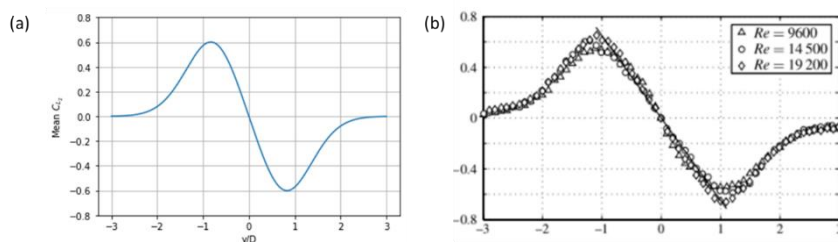


Figura 4.9 – Comparação entre as repostas típicas do valor de  $C_y$  no cilindro de trás da modelagem deste trabalho com Assi 2010. Em a) é apresentada a resposta do modelo, a curva foi construída através das médias dos coeficientes  $C_y$ . Em b) temos os dados experimentais apresentados em Assi 2010.

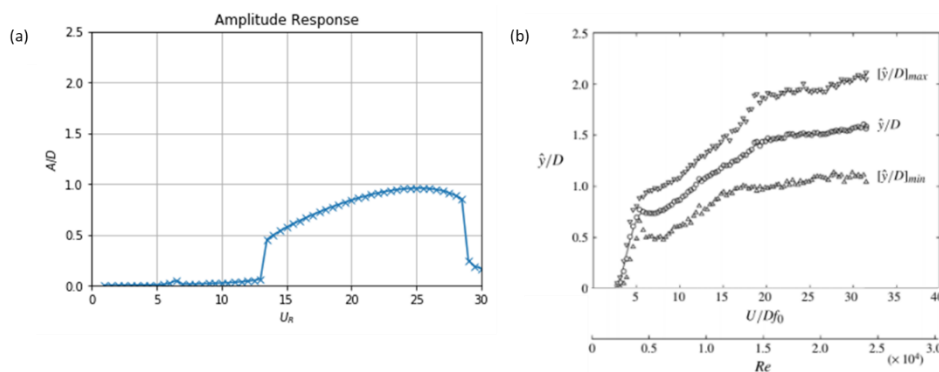


Figura 4.7 - Comparação entre as respostas típicas da amplitude de vibração do cilindro de trás da modelagem deste trabalho com Assi 2010. Em a) é apresentada a resposta do modelo. Em b) temos os dados experimentais apresentados em Assi 2010.

## 4. Conclusão

O cilindro isolado foi modelado matematicamente a partir de duas abordagens distintas. A primeira abordagem envolveu uma modelagem simples a partir de uma equação de oscilação harmônica proposta por Assi e Cicolin. Embora a modelagem simples não conseguir ter uma boa representatividade do fenômeno, tal modelagem mostrou-se boa em prever duas regiões da resposta típica de VIV.

A modelagem proposta por Facchinetti apresentou um padrão de resposta bem diferente da modelagem simples. A modelagem do Facchinetti conseguiu representar muito bem a região de lock-in, e a resposta não apresentou um gráfico com um pico. Embora a modelagem de Facchinetti envolva mais variáveis, ela falhou em conseguir representar todo o fenômeno.

Dessa forma, não conseguimos chegar em uma modelagem que representasse bem todas regiões de respostas. Porém, conseguimos achar duas que conseguem modelar partes diferentes muito bem. Dessa maneira, torna-se interessante pensar em uma maneira de modelar o fenômeno fazendo uma “aglutinação” de respostas das duas modelagens.

Não foi observada uma transição gradual da excitação dominada pelo VIV. para a excitação do WIV. Enquanto nos experimentos de Assi (2009) isso foi uma realidade, na modelagem fenomenológica isso não foi realidade. A transição ocorreu de forma abrupta. Assi 2009 destaca que uma modelagem simples não é capaz de prever os efeitos assintóticos que limitam a resposta. Embora a modelagem também foi falha em prever o efeito, nota-se um crescimento de inclinação semelhante em uma pequena faixa de  $Re$ . Por fim, cabe destacar que o modelo conseguiu amplitudes de oscilação da mesma ordem do que os dados de Assi. Avaliando o resultado da oscilação pela curva média, pode-se dizer que as amplitudes máximas são em torno de 50% maior do que a resposta do modelo.

Cabe colocar que, por se tratar de uma modelagem fenomenológica, era esperada diversas limitações. Embora o modelo não tenha representado tão bem toda a faixa do escoamento, ele conseguiu prever bem a resposta na faixa entre  $U_r = 14$  e  $U_r = 20$ . Sendo assim, o modelo é promissor, no entanto é necessário ajustes para conseguir possuir utilidade prática. Por fim, uma boa proposta é conseguir compilar os três modelos, afim de pegar uma boa parte do escoamento.

## 5. Referências

ASSI, G. R. DA S. **ESTUDO EXPERIMENTAL DO EFEITO DE INTERFERÊNCIA NO ESCOAMENTO AO REDOR DE CILINDROS ALINHADOS DISSERTAÇÃO**. [s.l.] Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.

BEARMAN, P. W. Vortex shedding from spheres. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 62, n. 2, p. 209–221, 1984.

BLEVINS, R. Forces on and stability of a cylinder in a wake. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, v. 127, n. 1, p. 39–45, 2005.

CARMO, B. S. **Estudo do escoamento ao redor de cilindros flexíveis**. [s.l.] Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.

CÉBRON, D. Wake effects characterization using wake oscillator model. Comparison on 2D response with experiments. 2008.

CICOLIN, M. M. **SUPRESSÃO DA VIBRAÇÃO INDUZIDA POR VÓRTICES DE CILINDROS COM MALHA PERMEÁVEL**. [s.l.] Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2014.

FACCHINETTI, M. L.; DE LANGRE, E.; BIOLLEY, F. Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 19, n. 2, p. 123–140, 2004.

GIORIA, R. S. Estudo da Estabilidade Secundária da Esteira de um Cilindro em Oscilação Forçada. 2010.

HINDMARSH, A. C. **Toward a Systematized Collection of Ode Solvers.**, 1982.

LIVERMORE NATIONAL, L.; RADHAKRISHNAN, K.; HINDMARSH, A. C. NASA Reference Publication 1327 Description and Use of LSODE, the Livermore Solver for Ordinary Differential Equations. 1993.

MENEGHINI, J. R. Projetos De Pesquisa No Típico Geração E Desprendimento De Vórtices No. **Technology**, 2002.

NAYFEH, A. H. **Introduction to Perturbation Techniques**. New York: Wiley, 1993.

PRICE, S. Origin and Nature of the Lift Force on the Leeward of Two Bluff Bodies. **Aeronaut Q**, v. 27, n. pt 2, p. 154–168, 1976.