

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Emanuel Monterrey Sobral

**Identificação do carregamento aerodinâmico a partir do
processamento de imagens usando marcadores fiduciais**

São Carlos

2024

Emanuel Monterrey Sobral

**Identificação do carregamento aerodinâmico a partir do
processamento de imagens usando marcadores fiduciais**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Aeronáutica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Aeronáutico.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Afonso Angélico

**São Carlos
2024**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

S856m	<p>Sobral, Emanuel Monterrey Identificação do carregamento aerodinâmico a partir do processamento de imagens usando marcadores fiduciais / Emanuel Monterrey Sobral ; orientador Ricardo Afonso Angélico. – São Carlos, 2024. 56 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.</p> <p>Monografia (Graduação em Engenharia Aeronáutica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2024.</p> <p>1. Processamento de imagens. 2. Identificação de parâmetros. 3. Teoria de lifting-line. 4. Teoria de viga de Euler-Bernoulli. 5. Interação fluido-estrutura. I. Angélico, Ricardo Afonso, orient. II. Título.</p>
-------	---

FOLHA DE APROVAÇÃO

Approval sheet

Candidato / Student: Emanuel Monterrey Sobral
Título do TCC / Title : Identificação do carregamento aerodinâmico a partir do processamento de imagens usando marcadores fiduciais
Data de defesa / Date: 18/12/2024

Comissão Julgadora / Examining committee	Resultado / result
Professor Doutor Ricardo Afonso Angélico	Aprovado
Instituição / Affiliation: EESC - SAA	
Professor Associado Hernan Dario Ceron Muñoz	Aprovado
Instituição / Affiliation: EESC - SAA	
Professor Assistente Luís Antônio Vieira Pelegrineli	Aprovado
Instituição / Affiliation: UFMG	

Presidente da Banca / Chair of the Examining Committee:

Professor Doutor Ricardo Afonso Angélico
(assinatura / signature)

A todos aqueles que tem coragem de sonhar.

AGRADECIMENTOS

Ao longo desses 7 anos de faculdade e 25 de vida, algumas pessoas passaram pela minha vida e todas tiveram sua parcela neste dia. Mas eu não poderia passar sem agradecer algumas pessoas especiais. Antes de iniciar formalmente meus agradecimentos, há um tempo atrás eu ouvi uma frase que representa muito bem o que essas pessoas fizeram durante a minha trajetória e gostaria de mostrá-la aqui, em sua língua original: "An offering from a sage and a king is more than silver and gold. It is a seed of hope, a bud of faith. [...]"Chadwick Boseman.

Primeiramente, gostaria de agradecer ao meu pai, um baiano de corpo e alma que saiu de sua terra para alçar grandes voos pelo mundo com um giz na mão e um livro embaixo dos braços e conquistou muito mais. Foi ele quem me ensinou a nunca desistir e a valorizar o estudo.

À minha mãe, uma panamenha que veio para estudar e nunca mais deixou o Brasil. Ela é uma pessoa que diariamente me ensina a buscar meus sonhos e me lembra, constantemente, que autocuidado também é importante. Aos meus dois desbravadores, muito obrigado pelo privilégio de ser filho de vocês. Muito obrigado por me permitirem sonhar e por darem o caminho das pedras para realizar alguns desses sonhos.

Aos meus irmãos que trilharam antes de mim os caminhos pelo qual estou trilhando e me mostram a trajetória do que ainda vem pela frente. Ao meu irmão mais novo, por me ensinar que as vezes um pouco de paciência também é importante.

Aos amigos que fiz pelo caminho, que fizeram parte dessa trajetória e sempre me ajudaram a manter a motivação. À cada momento vivido com vocês, que agora viram histórias para se lembrar.

Claro, aos meus professores. Por mais individual que seja um esporte, um jogador nunca é campeão se atrás dele não houver uma boa equipe de treinadores. Obrigado pela dedicação e ensinamentos que me permitiram chegar até esse momento. Um agradecimento especial ao Prof. Ricardo pela confiança e apoio durante este projeto.

Et aussi à tout l'équipe du ME et PilotME du A330, en special au Mr. Philippe Schuller pour la confiance, la pacience et le partenariat pendant mon stage chez Airbus. Vous avez fait partie de l'une des plus belles phases de ma vie.

*“A beleza de ser um eterno aprendiz
Ah, meu Deus, eu sei, eu sei
Que a vida devia ser bem melhor e será.
Mas isso não impede que eu repita
É bonita, é bonita e é bonita”
Gonzaguinha*

RESUMO

Sobral, E. M. **Identificação do carregamento aerodinâmico a partir do processamento de imagens usando marcadores fiduciais.** 2024. 56 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

No projeto de aeronaves, são essenciais os fenômenos de interação fluido-estrutura no dimensionamento aerodinâmico e estrutural das superfícies aerodinâmicas. A avaliação experimental dessa interação é complexa e requer o uso de técnicas específicas. Técnicas de medição baseadas no processamento de imagens fornecem informações em múltiplas regiões sem a necessidade de instalar sensores que comprometam o escoamento ou o comportamento estrutural do sistema. Essas técnicas podem ser utilizadas para identificação de forma indireta dos carregamentos que agem sobre a estrutura. Nesse contexto, o objetivo do trabalho de conclusão de curso é inferir os carregamentos aerodinâmicos agindo sobre uma estrutura a partir da análise do campo de deslocamentos desta. No presente trabalho, uma placa plana imersa no túnel de vento será analisada. A configuração deslocada é avaliada a partir de técnicas não-invasivas baseadas em imagem. Na superfície da placa plana, são posicionados marcadores fiduciais (ArUco) e utilizando funções disponíveis na biblioteca OpenCV obtém-se os deslocamentos e rotações de cada marcador. A combinação das medidas experimentais com um modelo analítico / computacional permite identificar a partir de uma regressão a distribuição de carregamentos aerodinâmicos agindo sobre a superfície. O processo de identificação é conduzido a partir da minimização da diferença quadrática entre os deslocamentos previstos pelo modelo analítico / computacional e os dados mensurados experimentalmente. O modelo desenvolvido foi comparado com os dados experimentais feitos no teste de túnel de vento e conseguiu, de maneira adequada, obter os valores da deformação para a configuração deslocada, bem como os coeficientes aerodinâmicos e a distribuição de sustentação para a asa analisada.

Palavras-chave: Processamento de imagens; Identificação de parâmetros; Teoria de Lifting-Line; Teoria de viga de Euler-Bernoulli; Interação fluido-estrutura.

ABSTRACT

Sobral, E. M. **Identification of aerodynamic loading from image processing using fiducial markers.** 2024. 56 p. Monograph (Conclusion Course Paper) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

In aircraft design, the interaction phenomenon between fluid and structure plays a crucial role in the aerodynamic and structural sizing of aerodynamic surfaces. The experimental analysis of these interactions is complex and requires the use of specific techniques. Measurement techniques based on image processing provide information across multiple regions without the need to install sensors that may compromise the airflow and/or the structural behavior of the system. These techniques can be used as an indirect method to determine the loads applied to the structure. In this context, the goal of this Conclusion Course Paper is to infer the distribution of aerodynamic loads acting on a structure based on its deformation field. In the present work, a flexible flat plate immersed in a wind tunnel will be analyzed. The displaced configuration will be monitored using non-invasive techniques based on imaging. Fiducial markers (ArUco markers) are placed on the surface of the flat plate, and by using functions available in the OpenCV library for Python, it is possible to obtain the displacements and rotations of each marker. The combination of experimental measurements with analytical/computational methods allows the identification of aerodynamic loads acting on the surface through regression. The identification process is conducted by minimizing the squared difference between the predicted displacements from the analytical/computational model and the experimentally measured displacements. The model was compared with experimental data obtained during the wing tunnel test and it managed to obtain the values of the deformation for the displaced configuration. Also, it was capable of obtaining the aerodynamic coefficients, as well as the lift distribution spanwise.

Keywords: Image processing; parameter identification; Lifting-Line theory; Euler-Bernoulli beam theory; fluid-structure interaction.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de marcadores de diferente dicionários e tamanhos.	27
Figura 2 – Processo exemplificado de identificação de marcadores.	28
Figura 3 – Representação do funcionamento de uma câmera do modelo <i>pinhole</i> simples.	30
Figura 4 – Representação do funcionamento de uma lente na projeção da imagem. .	30
Figura 6 – Representação de cilindro giratório.	32
Figura 7 – Curva de deflexão em uma viga cantilever.	35
Figura 8 – Modelo de deformação - fora de escala.	36
Figura 9 – Elemento de viga utilizado para equações do equilíbrio.	37
Figura 10 – Representação do processo aplicado à esse trabalho.	39
Figura 11 – Imagens do experimento como túnel desligado.	39
Figura 12 – Imagens com o túnel em funcionamento.	40
Figura 13 – Fluxograma da detecção dos marcadores ArUco.	42
Figura 14 – Fluxograma da análise	42
Figura 15 – Imagem de referência.	47
Figura 16 – Análise dos erros de de posição dos marcadores	48
Figura 17 – Deformações para cada ângulo de ataque	49
Figura 18 – Análise da influência dos coeficientes da série de Fourier.	50
Figura 19 – Comparação da sustentação vs α entre valores calculados e experimentais.	51
Figura 20 – Comparação da distribuição da sustentação para ambas as Câmeras. .	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Condições gerais do experimento	41
Tabela 2 – Características da asa	45
Tabela 3 – Média dos resultados de dispersão dos dados entre <i>id's</i>	49

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GEE	Gases do Efeito Estufa
ArUco	Augmented Reality University of Cordoba
LAE	Laboratório de Aerodinâmica Experimental

LISTA DE SÍMBOLOS

A_n	Coeficientes aerodinâmicos
$a_{n,n}$	Elementos da matriz da integração do modelo
b	Envergadura
b_n	Elementos do vetor de deformações
C	Curva fechada
d	Diâmetro do cilindro
C_l	Coeficiente de sustentação bidimensional
C_p	Coeficiente de pressão
$C_{p,s}$	Coeficiente de pressão na parte superior
$C_{p,i}$	Coeficiente de pressão na parte inferior
ds	Segmento de curva
E	Módulo de Young
F_{vert}	Forças verticais
I	Momento de inércia
K	Constante do modelo
L'	Sustentação distribuída
M	Momento fletor
m_1	Ponto 1 ao longo da viga
m_2	Ponto 2 ao longo da viga
N	Índices dos coeficientes aerodinâmicos empregados
P	Força concentrada
q	Carregamento distribuído
q_∞	Pressão dinâmica do escoamento livre
R	Raio do cilindro

u	Deformação da viga
y	Posição ao longo da envergadura
α	Ângulo de ataque
τ	Menor distância entre 2 marcadores ArUco
V	Velocidade
V_∞	Velocidade do escoamento livre
Γ	Circulação
Γ_0	Circulação na origem
σ	Desvio padrão
σ^2	Variância
θ	Curvatura da viga ou ângulo entre a posição na envergadura e a própria envergadura, em uma asa
ρ	Raio de curvatura da viga
ρ_∞	Densidade do ar no escoamento livre

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
2.1	Marcadores ArUco e reconhecimento de imagens	27
2.1.1	Detecção dos marcadores ArUco	28
2.1.2	Calibração das câmeras	29
2.2	Aerodinâmica	31
2.2.0.1	Teorema de Kutta-Joukowski	32
2.2.0.2	Teoria de <i>Lifting-Line</i>	34
2.3	Deformação de uma viga	35
3	DESENVOLVIMENTO DO MODELO	39
3.1	Experimento	39
3.2	Detecção de ArUcos	41
3.3	Análise	42
4	RESULTADOS	47
4.1	Verificações	47
4.1.1	Detecção de marcadores ArUco	47
4.1.2	Modelo Aero-estrutural	49
4.1.3	Comparação dos dados experimentais e analíticos	51
4.2	Resultado	51
5	CONCLUSÃO	53
	REFERÊNCIAS	55

1 INTRODUÇÃO

A Revolução Industrial, iniciada no século XVIII, na Inglaterra, trouxe diversos avanços tecnológicos que marcam até os dias de hoje, como a mecanização da produção, promovendo o crescimento econômico e desenvolvimento urbano (Ashton, 1997). No entanto, esse avanço não foi gratuito no âmbito ambiental. A queima de combustíveis fósseis, tais como carvão mineral, petróleo e gás natural, que são utilizados até os dias atuais como forma de alimentar a indústria, libera para a atmosfera quantidades massivas de gases do efeito estufa - GEE - todos os anos. Acredita-se que a quantidade desses gases emitida anualmente pelo ser humano cheguem a níveis mais de 180 vezes os valores pré Revolução Industrial (Vigna; Damassa, 2024). Quanto a temperatura, (Przyborski, 2024) diz que houve um aumento de mais de 1.1°C desde 1880, impactando diversas áreas da nossa vida e do meio ambiente.

Segundo (Martinez, 2005), há a distinção entre os gases do efeito estufa que naturalmente ocorrem, como vapor de água, gás carbônico, que atuam como uma estufa mantendo a temperatura amena na superfície terrestre. A questão reside na emissão de gases gerados através da ação humana, que acabam aumentando ainda mais o efeito estufa, levando à variação na temperatura. Ainda de acordo com (Martinez, 2005), tal variação traz inúmeros impactos, uma vez que o aumento das temperaturas pode levar ao aumento nos oceanos, com expectativas de aumentar entre 60 cm e 3 m no próximo século, sendo um problema principalmente para populações costeiras, mas também é esperado um aumento na quantidade e na severidade de enchentes e secas em diversas regiões, além de diversas outras alterações visíveis no dia a dia.

Por conta desse impacto, diversos órgãos tem enfatizado a importância da manutenção da temperatura através da redução da emissão de gases do efeito estufa, tais como o Protocolo de Kyoto, o pioneiro no mundo, em 1998, e o Acordo de Paris (UNCC, 2024) assinado por 195 países em 2015, onde era prevista a manutenção da temperatura em até 2°C acima do nível pré Revolução Industrial. Para tal, foi acordado reduzir em pelo 43% a emissão de GEE's até 2030.

Com essa tendência de redução de GEE, a aviação também se envolveu, uma vez que emite cerca de 2% desses gases anualmente (ATAG, 2024). Com uma proposta de chegar a *net-zero* - emissões líquidas de GEE nulas - até 2050, diversas frentes devem ser abertas visando aumentar a eficiência das aeronaves existentes e futuras e, consequentemente, reduzir a emissão de GEE. Uma das formas de aumentar a eficiência energética em uma aeronave é reduzindo o arrasto. Dentro os 3 principais tipos de arrasto existentes na aerodinâmica de uma aeronave, o arrasto induzido contabiliza por aproximadamente $1/3$ do arrasto total em condição de cruzeiro (Reneaux, 2004). E uma forma de estudar este

tipo de arrasto é através da distribuição da sustentação ao longo da envergadura, algo desafiador de se fazer em condições reais.

Há mais de um século atrás, Ludwig Prandtl publicou a teoria que ficaria conhecida como *lifting-line*, que é utilizada até os dias atuais. Ele também propôs o cálculo do arrasto induzido a partir da distribuição da sustentação (Prandtl, 1933), o que faz do seu conhecimento algo importante. No entanto, existem poucas formas de se fazer isso de maneira experimental em condições reais, como em ensaios em voo. Uma possibilidade seria a implementação de tomadas de pressão ao longo da envergadura, como proposto em (UKEssays, 2020), no entanto demanda alterações na carenagem das asas e diversos dispositivos de medição.

Ainda, há o desafio de se medir as deformações da asa nas diferentes condições de voo sem que os sensores comprometam os comportamentos estrutural e até aerodinâmico do sistema.

Através do reconhecimento de marcadores fiduciais dispostos ao longo da asa com o auxílio de imagens tomadas ao longo do experimento e a consequente implementação de uma rotina de detecção e medição das distâncias e rotações, faz-se possível a determinação da deformação da asa durante o experimento, dado que se conheça a condição não perturbada da mesma ou que haja pontos de referência. Para isso, fez-se uso de marcadores fiduciais conhecidos como ArUco e, para sua análise, a biblioteca disponível em python chamada OpenCV.

Em posse dos dados de distância de cada marcador em relação à câmera, passa-se por um tratamento de dados até obter as deformações. Em seguida, parte-se da união de modelos estruturais, baseados na teoria de Euler-Bernoulli para deformações de vigas, e aerodinâmicos, utilizando a teoria do *lifting-line* de Prandtl para estimar a distribuição da sustentação no modelo.

Neste contexto, o presente trabalho visa oferecer novos métodos experimentais que poderão ser aplicados em diferentes sistemas com interação fluido-estrutura em que ocorrem deslocamentos estruturais moderados, sem a necessidade de instalação de sensores que alteram as características do escoamento ou estruturais. Ainda, tais métodos podem ser aplicados juntamente com teorias aerodinâmicas a fim de obter um estimativa da distribuição da sustentação ao longo das diferentes fases do voo de maneira barata e eficaz. Dessa forma, os resultados aqui esperados são a avaliação da configuração deformada da asa, obtendo os valores do campo de deformações para toda a semi envergadura analisada e sua implementação em um modelo aero-estrutural a fim de obter os coeficientes aerodinâmicos da distribuição de sustentação.

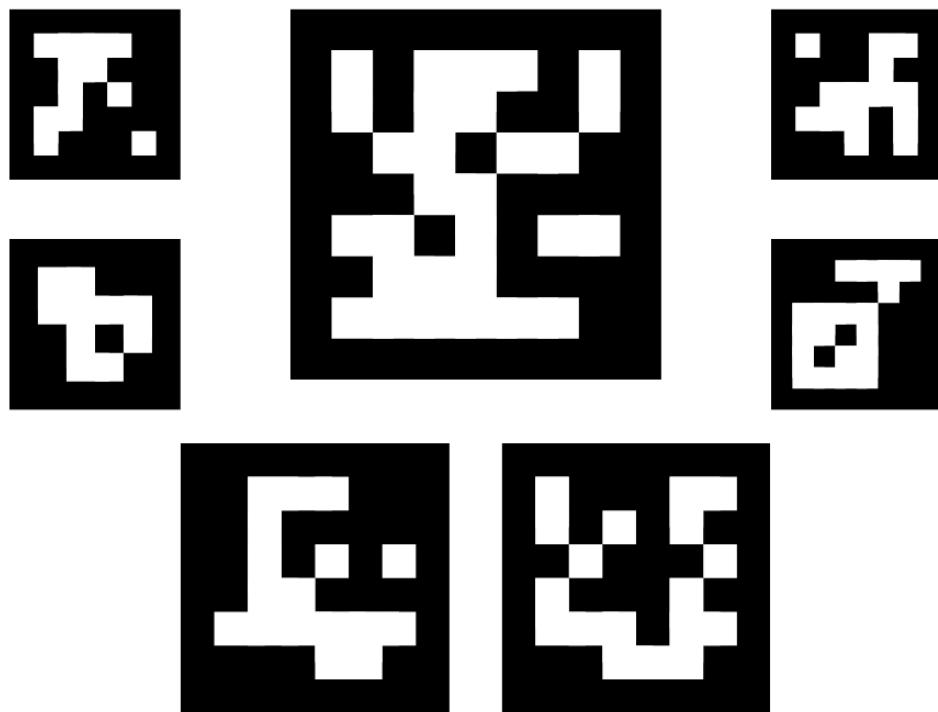
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Marcadores ArUco e reconhecimento de imagens

Parte inicial e fundamental para o modelo proposto, a utilização de marcadores ArUco permite obter informações para cada marcador disposto na estrutura de forma a capturar as diferentes movimentações dela ao longo do experimento - deformação, rotação, deflexão, etc. Com a utilização de câmeras e aplicação de algorítimos de visão computacional, é feita a detecção dos marcadores e cálculo das posições e translações dos mesmos. Em seguida, essas informações obtidas serão fonte de dados para as análises posteriores deste trabalho.

Os marcadores ArUco são padrões bidimensionais, compostos das cores preto e branco, com aplicações diversas no mundo da detecção e rastreamento de objetos através da visão computacional. Pelos padrões únicos a cada marcador, eles permitem que seja possível detectar não só a presença, mas também a posição e orientação no espaço, ambos em relação ao ponto de visualização, seja a partir de um robô, seja através de um conjunto de câmeras para um experimento como será o caso deste trabalho.

Figura 1 – Exemplos de marcadores de diferente dicionários e tamanhos.



Fonte: o autor.

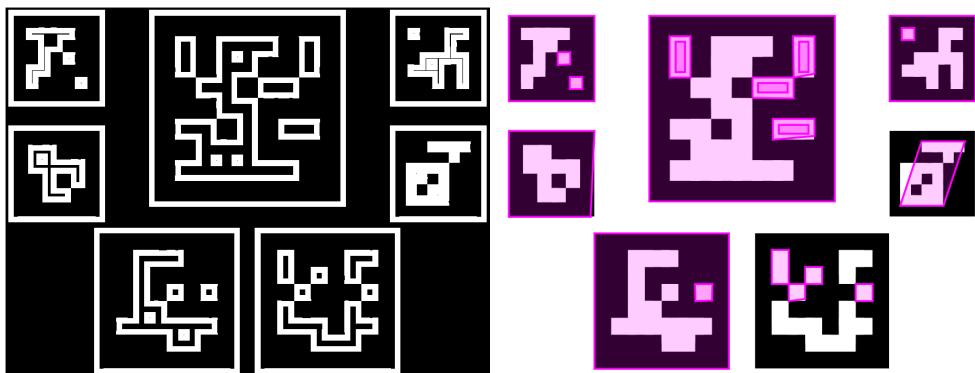
Por isso, os marcadores tem sido amplamente utilizados no mundo da realidade aumentada e da robótica como mecanismo de referência para navegação autônoma em

espaços limitados, como em (Sampathkrishna, 2022), ou até mesmo com drones, em aterrissagens de precisão (Daspan *et al.*, 2023). Ainda, tem-se estudado sua aplicação em outras áreas, como estudos dinâmicos de deformações estruturais (Capponi *et al.*, 2021).

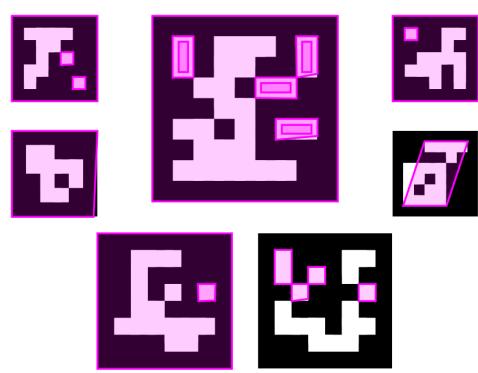
2.1.1 Detecção dos marcadores ArUco

Todas essas aplicações são possíveis graças a biblioteca *open-source* em Python chamada OpenCV (Bradski, 2000), por onde pode-se fazer todo o processamento, desde a criação dos marcadores, até a medição da posição e orientação. Como explicado em (Garrido-Jurado R. Muñoz-Salinas, 2014), o processo de detecção é feito de maneira robusta para evitar falsa detecção e garantir a maior probabilidade possível de reconhecimento. Tal procedimento é descrito a seguir, com a Figura 2 utilizando como base a Figura 1 para análise:

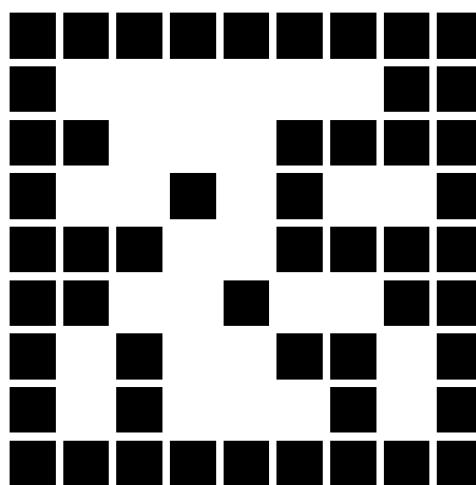
Figura 2 – Processo exemplificado de identificação de marcadores.



(a) Aquisição dos limites e extração de contornos.



(b) Contornos filtrados para aproximarem os quadriláteros.



(c) Marcador pixelado e binarizado.

Fonte: o autor.

- Segmentação de imagem: inicialmente, a imagem é convertida para uma escala em cinza onde as linhas mais proeminentes são suavizadas e, por conta da borda preta e

exterior branco, os marcadores podem ser delimitados

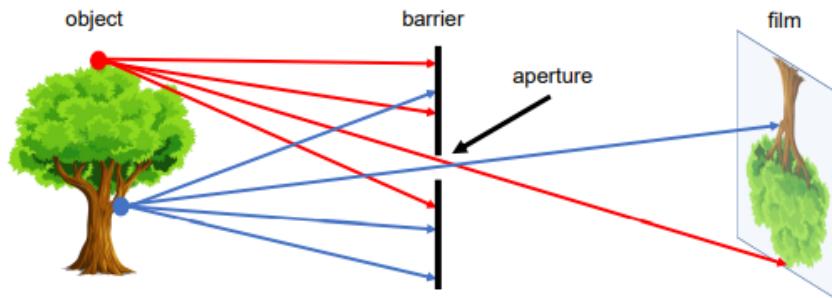
- Extração de contorno e filtragem: em seguida, os contornos são extraídos a partir da imagem delimitada acima utilizando o algorítimo descrito por (Suzuki, 1985), que retorna o conjunto de contornos da imagem, sendo que a maioria é descartável para o propósito desejado, uma vez que são contorno de detalhes do marcador. Após isso, aplica-se o algorítimo descrito em (Douglas; Peucker, 1973) a fim de encontrar as formas geométricas que mais se assemelham àquelas encontradas na imagem e, como trabalha-se unicamente com quadriláteros (os marcadores podem ser discretizados em pequenos quadrados que compõem a imagem), todas as formas que não podem ser aproximadas para formas com quatro vértices são então descartadas. Finalmente, os contornos internos são descartados, mantendo apenas os externos
- Extração do código dos marcadores: consiste em avaliar se o objeto detectado é realmente um marcador ArUco analisando o padrão interno. Primeiramente, a imagem é tratada, retirando a perspectiva usando a matriz de holografia (OpenCV,), que nada mais é do que uma matriz de transformação entre planos. A imagem resultante vai, então, ser novamente delimitada através de (Otsu, 1979), fornecendo uma imagem binarizada que vai ser transformada em um *grid* representando cada pixel do marcador original, e a cada espaço, será atribuído um valor binário para corresponder à cor do pixel: 0 para a cor preta e 1 para a cor branca
- Identificação e correção de erros: o primeiro teste possível a ser feito é avaliar se todos os valores do contorno são 0 (pretos); caso não sejam, o marcador pode ser descartado. Uma vez que o marcador torna-se um candidato, ele tem seu código extraído (*grid*) e recebe 4 diferentes identificadores, 1 para cada rotação possível. Se algum desses identificadores podem ser encontrados no dicionário de elementos, o marcador é considerado válido. Caso nenhum identificador seja compatível, é possível estimar um provável marcador. Para isso, identifica-se cada marcador do dicionário como um número inteiro concatenando os valores do *grid* e, considerando τ como a menor distância entre 2 marcadores contidos no dicionário, se houver um marcador não identificado com uma distância igual ou menor a $|(\tau - 1)/2|$, considera-se que o marcador correto é o marcador mais próximo

2.1.2 Calibração das câmeras

Para que o programa seja capaz de realizar as operações acima descritas, faz-se necessária a utilização de uma câmera. As câmeras atuais têm um modelo de operação chamado de *pinhole* e o funcionamento destas é semelhante ao da câmera escura (Hata; Savarese, 2024), em que cada ponto do objeto fotografado passa por uma barreira com uma pequena abertura e, em seguida, chega à tela ou, neste caso, ao leitor da câmera.

Como apresentado pela Figura 3, devido ao caminho percorrido pelos raios de luz de cada ponto, a imagem sai invertida.

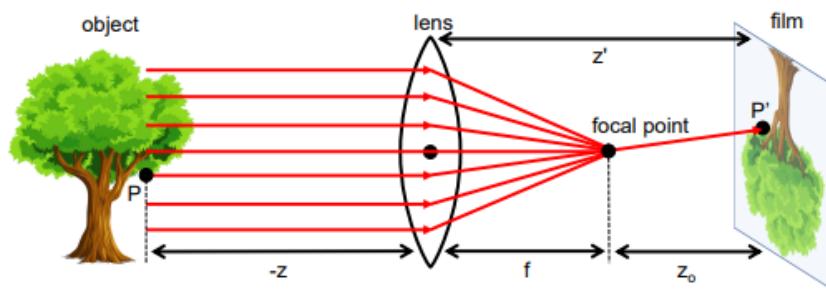
Figura 3 – Representação do funcionamento de uma câmera do modelo *pinhole* simples.



Fonte: (Hata; Savarese, 2024).

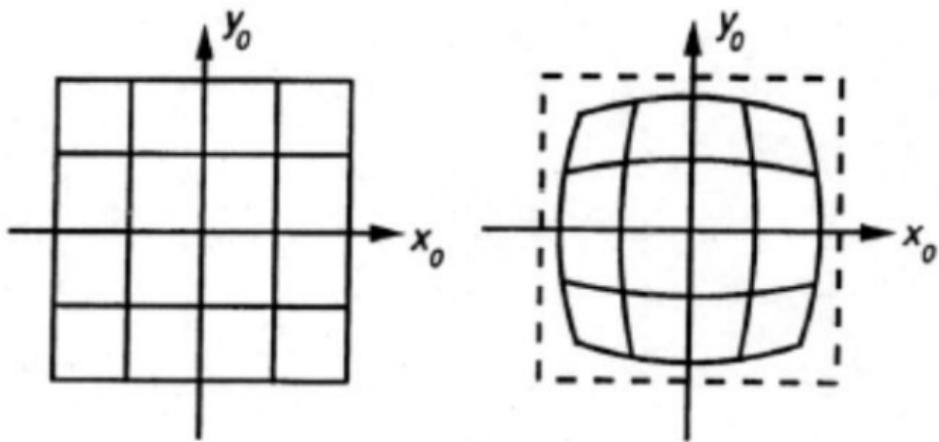
Ainda, essas câmeras escuras apresentam diversos desafios para a utilização no mundo real, uma vez que apresentam foco fixo, isto é, apenas pode ver a imagem nítida a uma certa distância, limitando o espaço de utilização e impossibilitando também o que hoje chama-se de *zoom*. Ainda, para tentar reverter esse problema do foco, deve-se utilizar uma abertura pequena, concentrando os raios de luz, porém isso reduz a quantidade de luz que chega ao filme, sendo necessário um maior tempo de exposição. Um dos aparelhos utilizados nas câmeras atuais para contornar esses problemas é a lente posicionada na abertura com o intuito de resolver problemas tanto de foco quanto de tempo de exposição. Para isso, são usadas lentes de bordas finas que convergem os raios de luzes paralelos e os focam no ponto focal da câmera.

Figura 4 – Representação do funcionamento de uma lente na projeção da imagem.



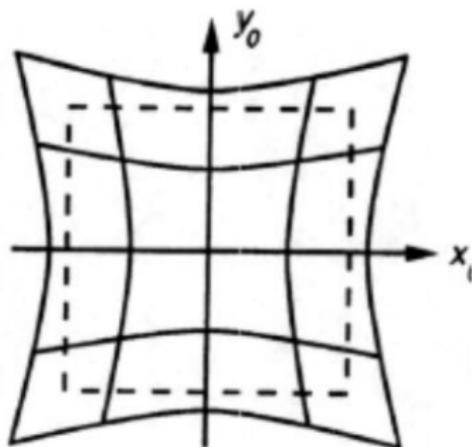
Fonte: (Hata; Savarese, 2024).

Todavia, a aplicação de lentes não vem sem reveses. Por conta da forma como as lentes são feitas, diferentes pontos da lente podem ter diferentes índices de refração e, com isso, a imagem sofre com distorções radiais, sendo mais notáveis nas bordas da imagem (Bergamasco, 2016-2017).



(a) Imagem sem distorção.

(b) Distorção do tipo barril



(c) Distorção do tipo almofada de alfinete

Fonte: (Bergamasco, 2016-2017)

Com isso, faz-se necessária a calibração das câmeras utilizadas a fim de remediar esse efeito e garantir que possa-se obter as medidas reais da posição dos marcadores. Isso é feito através de um conjunto de imagens contendo um objeto com dimensões conhecidas, posicionado em diferentes posições do espaço da imagem, em especial no espaço onde o experimento acontecerá. Tal calibração já foi inserida na biblioteca e o processo matemático é descrito pela documentação (Bradski, 2000). Neste processo, toma-se um objeto, um tabuleiro de xadrez, com dimensões conhecidas de cada quadrado e a quantidade deles no tabuleiro e o dispõe no campo de visão da câmera. Com isso, o código é capaz de reconhecer as distâncias e medidas tomadas e comparar com os valores reais, fornecendo uma matriz de calibração e as distorções calculadas.

2.2 Aerodinâmica

Esta seção explora as teorias aerodinâmicas que serão aplicadas no modelo a ser implementado. Tais teorias incluem o teorema de *Kutta-Joukowski*, que parte do coeficiente

de sustentação de um cilindro giratório, o que também é válido para aerofólios, e a teoria de *lifting-line*, que parte da distribuição de circulação ao longo de uma asa para obter a distribuição de sustentação ao longo de toda ela.

2.2.0.1 Teorema de Kutta-Joukowski

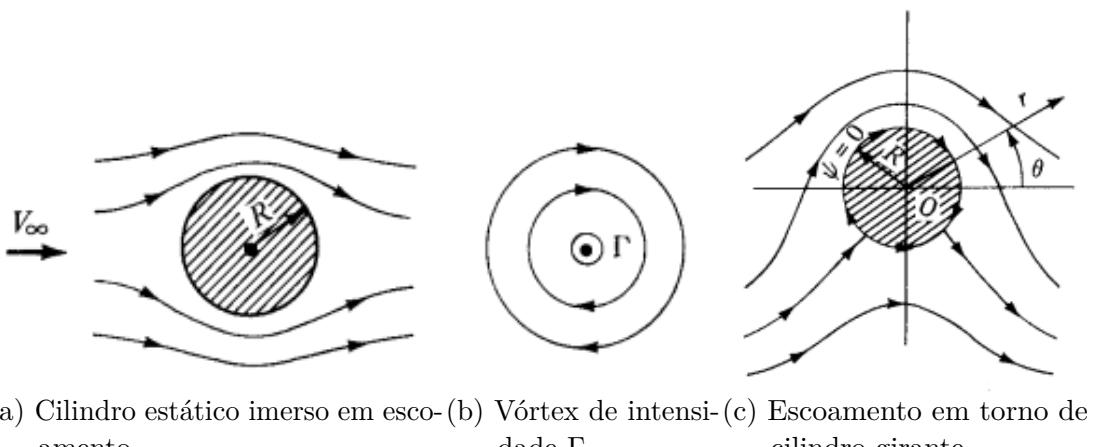
Em (Anderson, 2011) é descrito o processo de derivação da equação de distribuição geral de sustentação. O racional se baseia no teorema de *Kutta-Joukowski*, o qual diz que a sustentação por unidade de envergadura - a distribuição da sustentação - é diretamente proporcional à circulação ao redor do corpo. Por isso, parte-se da explicação do que é circulação: ela é definida como menos a integral da velocidade em torno de uma curva fechada no escoamento. Em termos matemáticos, é dado por:

$$\Gamma = - \oint_C V \, ds \quad (2.1)$$

onde V é a velocidade, ds , o vetor do segmento de linha ao redor da curva fechada C .

Em conhecimento da formulação matemática e do conceito físico por trás da circulação, o teorema de Kutta-Joukowski se baseia em um cilindro giratório imerso em um escoamento e na consequente descoberta da força de sustentação agindo sobre ele como uma reação à essa circulação criada pelo movimento. Uma forma visual de compreender a última afirmação é analisando as linhas de corrente mostradas pela Figura 6

Figura 6 – Representação de cilindro giratório.



Fonte: (Anderson, 2011).

A partir da Figura 6c é possível concluir, por simetria, que comparando os escoamentos a jusante e a montante não há diferenças, o que leva à ausência de arrasto neste cenário teórico. No entanto, quando analisa-se no eixo de simetria horizontal, pode-se observar que há concentrações de linhas de corrente na parte superior maiores do que na parte inferior, o que leva a presença de uma diferença de pressão e, consequentemente, de uma sustentação.

Dessa forma, o cálculo da sustentação passará pelo cálculo da diferença de pressão entre o intra e o extradorso. Para este cálculo, é necessário compreender a velocidade na superfície do cilindro.

$$V = V_\theta = -2V_\infty \sin(\theta) - \frac{\Gamma}{2\pi R} \quad (2.2)$$

onde R é o raio do cilindro e θ como sendo $\theta = \arcsin\left(-\frac{\Gamma}{4\pi V_\infty R}\right)$, onde V_∞ é a velocidade do escoamento não perturbado.

O próximo passo para obtenção do coeficiente de sustentação é encontrar a diferença de pressão entre a porção superior e inferior do cilindro, mais especificamente, o coeficiente de pressão nesses pontos. Para isso, sabemos que:

$$C_p = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2 = 1 - \left(-2\sin(\theta) - \frac{\Gamma}{2\pi RV_\infty}\right)^2$$

o que leva à:

$$C_p = 1 - \left[4\sin^2(\theta) + \frac{2\Gamma\sin(\theta)}{\pi RV_\infty} + \left(\frac{\Gamma}{2\pi RV_\infty}\right)^2\right] \quad (2.3)$$

Em posse do coeficiente de pressão, o cálculo do coeficiente de sustentação se resume à:

$$c_l = \frac{1}{d} \int_0^d C_{p,s} dx - \frac{1}{d} \int_0^d C_{p,i} dx \quad (2.4)$$

onde $d = 2R$ e os índices s, i representam a porção superior e inferior, respectivamente. Como o coeficiente é uma função de θ , faz-se necessário encontrar a relação entre θ e x para poder realizar tais integrais e as relações são dadas por:

$$x = R\cos(\theta) \Rightarrow dx = -R\sin(\theta)d\theta \quad (2.5)$$

Substituindo, então, a relação 2.5 na Equação 2.4, tem-se:

$$c_l = -\frac{1}{2} \int_{\pi}^{2\pi} C_{p,s} \sin(\theta) d\theta + \frac{1}{2} \int_{\pi}^0 C_{p,i} \sin(\theta) d\theta \quad (2.6)$$

porém, como as equações para $C_{p,s}$ e $C_{p,i}$ são iguais, a Equação 2.6 pode ser resumida à:

$$c_l = -\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} C_p \sin(\theta) d\theta \quad (2.7)$$

Finalmente, aplicando a Equação 2.4 na equação acima chega-se, finalmente à:

$$c_l = \frac{\Gamma}{RV_\infty} \quad (2.8)$$

Em posse da equação capaz de calcular o coeficiente de sustentação em um cilindro, parte-se agora de uma das equações mais conhecidas da aerodinâmica, que relaciona a

sustentação, ou a distribuição da sustentação, com a pressão dinâmica, a área e o coeficiente de sustentação denotado pela Equação 2.9.

$$L' = q_\infty S c_l = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S c_l \quad (2.9)$$

onde ρ_∞ é a densidade do escoamento e $S = 2R$. Substituindo, agora, a Equação 2.8 na Equação 2.9 chega-se na equação chamada de teorema de Kutta-Joukowski:

$$L' = \rho_\infty V_\infty \Gamma \quad (2.10)$$

2.2.0.2 Teoria de *Lifting-Line*

Na distribuição geral de sustentação, a teoria de *Lifting-Line* de Prandtl parte do princípio da distribuição elíptica de sustentação, onde:

$$\Gamma(y) = \Gamma_0 \sqrt{1 - \cos^2\left(\frac{2y}{b}\right)} \quad (2.11)$$

com Γ_0 sendo a circulação na origem, b , a envergadura e y , a posição calculada ao longo da envergadura. Dessa forma, a circulação seria nula nas pontas das asas, e máxima no centro.

Para o caso de uma distribuição geral de sustentação, já que a distribuição elíptica só é possível em asas também elípticas, que são conhecidas por terem uma construção desafiadora, parte-se de uma transformação de y :

$$y = -\frac{b}{2} \cos(\theta) \quad (2.12)$$

com isso, pode-se fazer a simplificação na Equação 2.11:

$$\Gamma(\theta) = \Gamma_0 \sin(\theta) \quad (2.13)$$

Uma vez aparecida a função seno na expressão, a forma mais adequada de generalizá-la é através de séries de Fourier. Dessa forma, a Equação 2.11 para asas não elípticas se transforma em:

$$\Gamma(\theta) = 2bV_\infty \sum_{n=1}^N A_n \sin(\theta_n) \quad (2.14)$$

com N influenciando a acurácia dos valores, logo, seu valor deve ser escolhido de forma atingir a precisão e forma desejadas. Finalmente, substituindo a Equação 2.14 na relação de *Kutta-Joukowski*, Equação 2.10, tem-se:

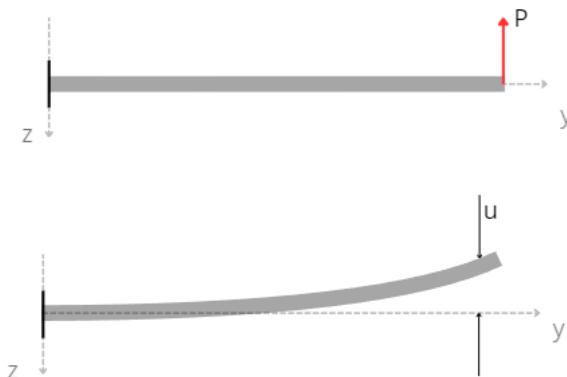
$$L' = 2b\rho_\infty V_\infty^2 \sum_{n=1}^N A_n \sin(\theta_n) \quad (2.15)$$

2.3 Deformação de uma viga

Dada as teorias por trás da obtenção de informações da deformação, através dos marcadores ArUco, e do carregamento aerodinâmico agindo sobre uma asa, resta apresentar a teoria que relaciona as deformações com uma carga distribuída agindo sobre uma viga. Tal modelo foi baseado na Teoria de Euler-Bernoulli, que chegaram nas equações diferenciais para deflexão da viga.

Para tal, (Gere J. M.; Timoshenko, 1997) propõe iniciar a dedução conhecendo a equação diferencial de deformações para uma força concentrada agindo em um ponto extremo da estrutura e, em seguida, obter a relação entre essa força e o carregamento distribuído. Começando, então, pela força aplicada, esta gerará uma deformação na viga seguindo uma curva, como mostrada na Figura 7:

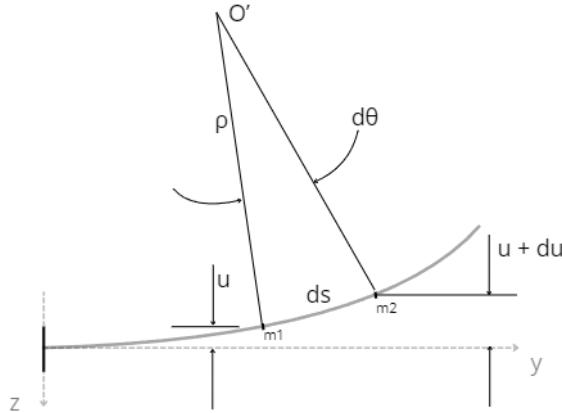
Figura 7 – Curva de deflexão em uma viga cantilever.



Fonte: o autor.

com os eixos da imagem seguindo os eixos habituais utilizados na aeronáutica. Como mostrado acima, u é a deformação da viga no eixo z (usualmente usado como a referência para baixo da aeronave). Uma vez que queremos obter a deformação ao longo de uma asa - ao longo da viga neste modelo - precisamos expressar u como função de y . Para isso, utiliza-se um modelo, como apresentado abaixo:

Figura 8 – Modelo de deformação - fora de escala.



Fonte: o autor.

Toma-se um ponto m_1 , a uma distância y da origem. Em seguida, toma-se um segundo ponto, m_2 , a uma distância Δy de $m_1 - y + \Delta y$ da origem - e, caso u seja a deflexão em m_1 , $u + \Delta u$ é a deflexão em m_2 . Juntamente com a deformação, há sempre uma rotação, representado por θ na Figura 8 e, analogamente à deformação, se θ é a rotação em m_1 , m_2 haverá um incremento de $\Delta\theta$ em relação à m_1 . Traçando linhas normais à tangente nos pontos m_1 e m_2 , o ponto de intersecção entre essas duas retas é chamado de O' , o centro de curvatura. Pela geometria, tem-se que:

$$\rho d\theta = ds \quad (2.16)$$

a equação que relaciona o raio de curvatura ρ , o ângulo entre 2 pontos na superfície da circunferência $d\theta$, e o comprimento do arco ds . Essa equação também pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} \quad (2.17)$$

Também, a inclinação da curva, expressa por du/dy como pode-se observar na Figura 8, pode ser igualada à:

$$\frac{du}{dy} = \tan(\theta) \quad (2.18)$$

Fazendo a consideração de pequenas deformações e rotações, pode-se considerar a viga reta, o que leva a $ds \approx dy$. Aplicando isso na Equação 2.17:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dy} \quad (2.19)$$

também seguindo a simplificação para pequenas rotações, pode-se assumir que:

$$\theta \approx \tan(\theta) = \frac{du}{dy} \quad (2.20)$$

Assumindo que $\tan(\theta) = \theta$, deriva-se a Equação 2.20 em relação à y , obtendo:

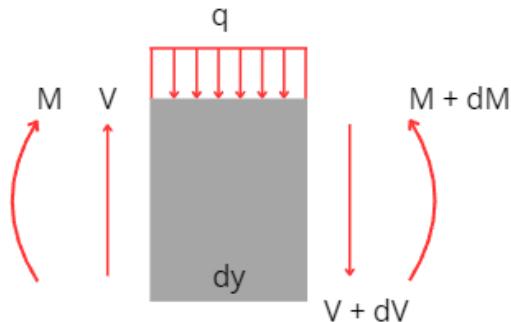
$$\frac{d\theta}{dy} = \frac{d^2u}{dy^2} \quad (2.21)$$

Finalmente, aplicando $1/\rho = M/EI$ para materiais elásticos segundo a Lei de Hooke nas Equações 2.19 e 2.21 chega-se a conhecida relação entre esforço e deformação:

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{M}{EI} \quad (2.22)$$

com M sendo o momento exercido na viga e EI , a rigidez à flexão da viga, relacionando fatores do material e geométricos. Próximo passo é encontrar a relação para outros tipos de esforços aplicados à estrutura. Assim, parte-se das equações de equilíbrio em um elemento de viga qualquer, separado do restante da mesma, com uma dimensão dy e com ação de cargas distribuídas, força de cortante e momento fletor, como mostrados na Figura 9:

Figura 9 – Elemento de viga utilizado para equações do equilíbrio.



Fonte: o autor.

Partindo, então, da Figura 9, para o equilíbrio de forças em relação ao eixo vertical, tem-se:

$$\Sigma F_{vert} = 0 \Rightarrow V - qdy - (V + dV) = 0$$

onde V é a força cortante agindo sobre o elemento. Simplificando a relação acima:

$$\frac{dV}{dy} = -q \quad (2.23)$$

Realizando a mesma análise para a somatória de momentos e aplicando a Equação 2.23, tem-se:

$$\begin{aligned} \Sigma M = 0 &\Rightarrow -M - qdy \frac{dy}{2} - (V + dV)dy + M + dM \\ &\frac{dM}{dy} = V \Rightarrow \frac{d^2M}{dy^2} = -q \end{aligned} \quad (2.24)$$

Aplicando a Equação 2.24 na segunda derivada da Equação 2.22, obtém-se a relação a ser utilizada ao longo deste trabalho:

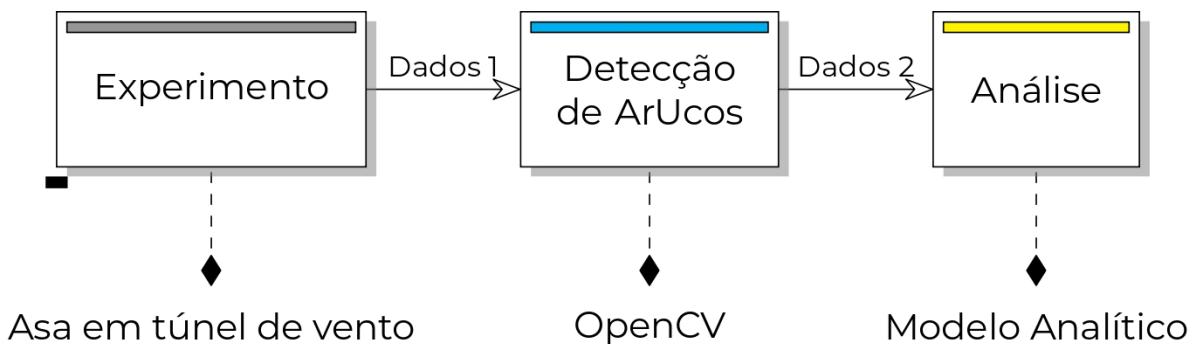
$$EI \frac{d^2}{dy^2} \left(\frac{d^2u}{dy^2} \right) = -q \quad (2.25)$$

a equação que relaciona os deslocamentos na estrutura com os carregamentos agindo sobre ela. Neste trabalho, o carregamento empregado será a própria distribuição de sustentação na placa.

3 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

Tendo em mãos todo o arcabouço teórico necessário para o desenvolvimento deste projeto, como mostrado no capítulo anterior, chega-se ao momento de unificá-lo e aplicá-lo no modelo apresentado pela Figura 10 e melhor detalhado a seguir.

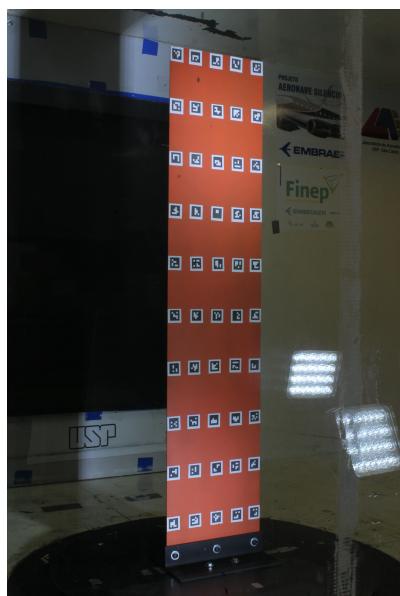
Figura 10 – Representação do processo aplicado à esse trabalho.



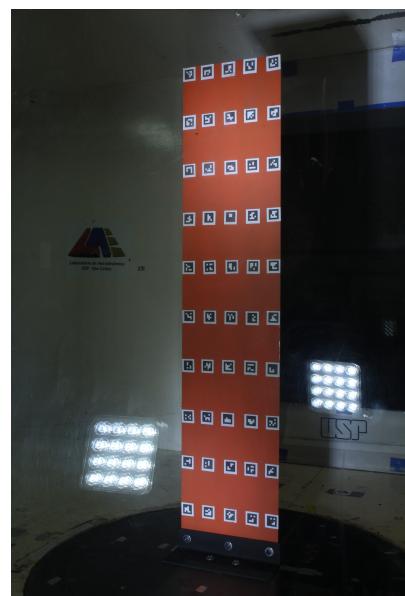
3.1 Experimento

A parte experimental deste projeto consistiu na colocação de um modelo, uma placa plana, no túnel de vento do Laboratório de Aerodinâmica Experimental - LAE, da EESC-USP, a fim de estudar as forças exercidas sobre a placa para diferentes ângulos de ataque, além de estudar as respectivas deformações através dos marcadores fiduciários dispostos ao longo da asa, como apresentado pelas Figuras 11 e 12.

Figura 11 – Imagens do experimento como túnel desligado.

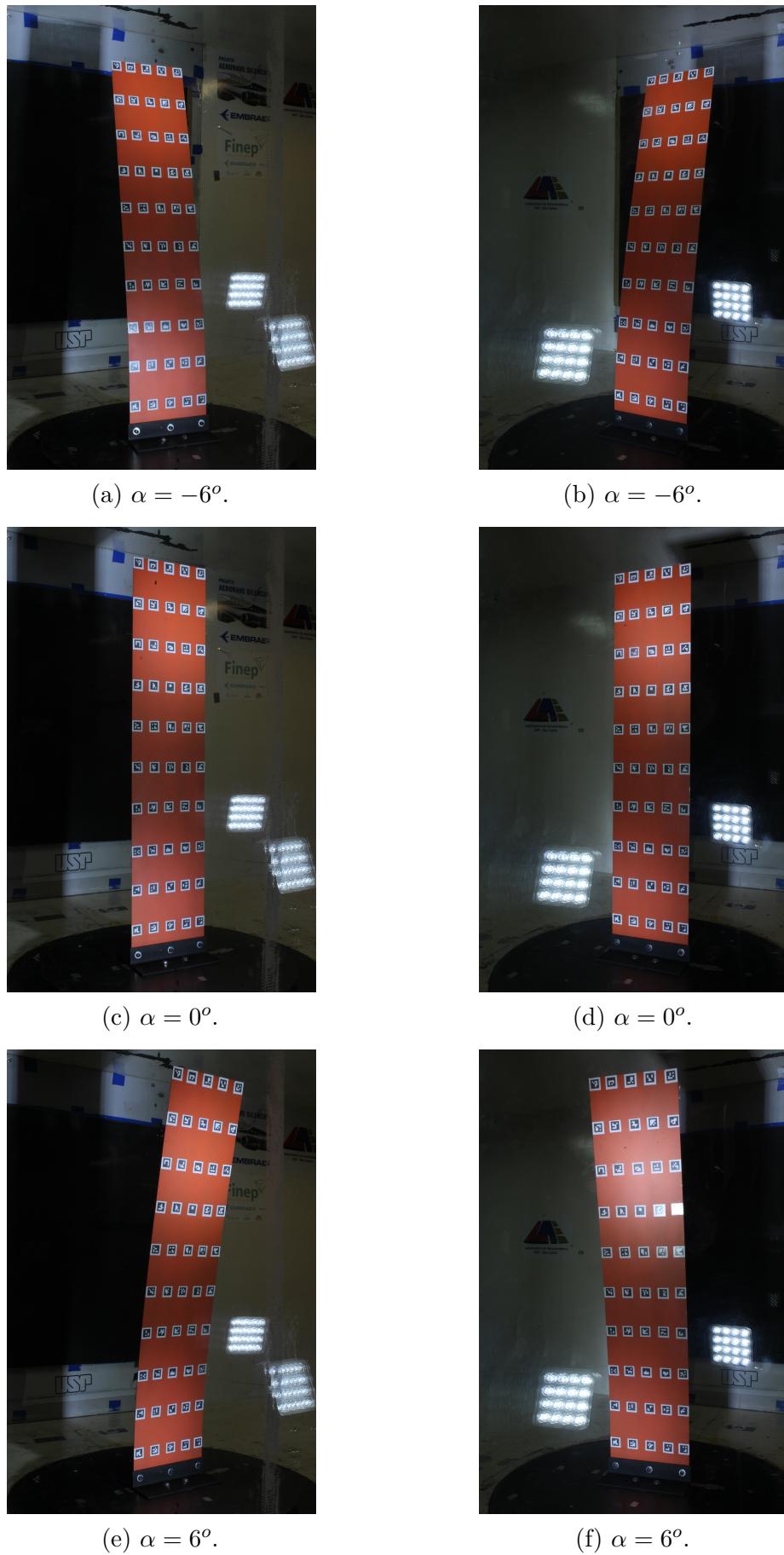


(a) Câmera no bordo de ataque.



(b) Câmera no bordo de fuga.

Figura 12 – Imagens com o túnel em funcionamento.



Como pode-se ver, o experimento pode ser acompanhado por duas câmeras independentes, uma posicionada no que seria o bordo de ataque do modelo e outra voltada para o bordo de fuga. Dessa forma pode-se comparar os resultados e obter maior fidelidade aos valores reais, além de aumentar as chances de reconhecimento dos marcadores por pelo menos 1 das câmeras, já que, como pode-se ver, houve uma dificuldade com o gerenciamento do reflexo da iluminação utilizada. Na Tabela 1 são apresentadas as condições nas quais foram realizados o experimento.

Tabela 1 – Condições gerais do experimento

Variável	Valores
Velocidade	15.59 m/s
Temperatura	21.80°C
Ângulo de ataque inicial	-6°
Ângulo de ataque final	6°
Variação de Ângulo de ataque	1°
Pressão Atmosférica	695 mmHg
Densidade do ar	1.094 kg/m^3
Número de Reynolds	194,085

Fonte: Elaborada pelo autor.

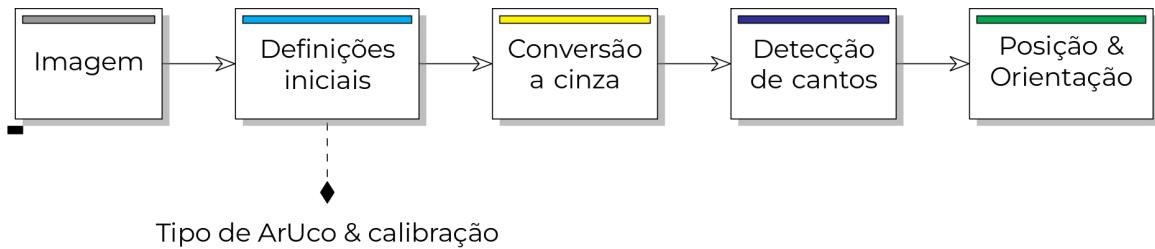
Uma vez que o objetivo do uso dos dados obtidos em túnel de vento é a comparação das forças exercidas na asa com os valores analíticos obtidos através do modelo, a correção de túnel não será necessária.

Como o reconhecimento de imagem via marcadores ArUco apenas fornecem a distância entre os marcadores e a câmera e, a cada ângulo de ataque as distâncias se alteram, foi-se necessário um segundo experimento para determinar a posição de referência de cada um dos marcadores e, assim, obter de fato os deslocamentos decorridos das forças aerodinâmicas.

3.2 Detecção de ArUcos

A descrição desta parte do modelo é talvez a mais simples dentre as 3 que serão apresentadas. Isso se deve pois todo o procedimento já foi apresentado na Seção 2.1.1 e deverá apenas ser implementado em *Python* de acordo com os passos apresentados. Mas em linhas gerais, o fluxograma seguido na implementação é apresentado na Figura 13, sendo um desenho da etapa de Detecção, apresentada na Figura 10, porém aqui apresentado de forma a representar o código implementado.

Figura 13 – Fluxograma da detecção dos marcadores ArUco.



Pode-se ver que em linhas de código, a implementação do reconhecimento de marcadores ArUco é mais simples do que todo o mecanismo por trás, uma vez que as funções já são naturalmente implementadas na biblioteca *OpenCV*.

3.3 Análise

Agora em posse dos dados de posição e orientação dos marcadores ArUco, passa-se à próxima e última etapa deste trabalho, que é a análise dos dados e determinação da distribuição ao longo do modelo. Para isso, seguem-se as etapas apresentadas pela Figura 14.

Figura 14 – Fluxograma da análise



Inicia-se, então realizando um tratamento nos dados obtidos, como por exemplo, remoção de *outliers* quando existentes, verificação da qualidade do reconhecimento (caso haja marcadores não reconhecidos) e cálculo de média entre fileiras para minimizar a falta de identificação de alguns marcadores e principalmente o cálculo das deformações para cada marcador.

Em seguida, parte-se para a aplicação do modelo "Aeroestrutural", que unifica as teorias de *lifting-line* e deformação em viga devido à carregamentos. Para melhor descrevê-lo, este baseia-se na Equação 2.25, onde o valor do carregamento é dado pela Equação 2.15. Desta forma, tem-se:

$$EI \frac{d^4 u}{dy^4} = -L'$$

$$EI \frac{d^4 u}{dy^4} = -2b\rho_\infty V_\infty^2 \sum_{n=1}^N A_n \sin(\theta_n) \quad (3.1)$$

observa-se que a derivada a quarta da deformação em relação à y é igualada a uma variável dependente de θ . Além disso, também vê-se que o dado obtido na etapa anterior da Figura 10 é a deformação. Por isso, deve-se realizar uma mudança de variáveis, de y para θ e, em seguida, integrar 4 vezes a equação da distribuição da sustentação. E como as integrais são sempre em relação à y , a cada etapa deve-se repetir a mudança de variáveis para poder realizar a próxima integração. No entanto, antes de passar para as integrações, faz-se necessário conhecer as constantes das integrações feitas:

$$EI \frac{d^4 u}{dy^4} = -L' dy$$

$$EI \frac{d^3 u}{dy^3} = \int -L' dy + C_1$$

Sabe-se que $u'''(b/2) = V$, com V sendo a força aplicada na ponta da asa, e como $V = 0 \Rightarrow C_1 = 0$

$$EI \frac{d^2 u}{dy^2} = \int \int -L' dy + C_2$$

Analogamente à equação anterior, $u''(b/2) = M$, com M sendo o momento fletor na ponta da asa, que também é nulo, fazendo $C_2 = 0$.

$$EI \frac{du}{dy} = \int \int \int -L' dy + C_3$$

para a primeira derivada da deformação, o giro, sabe-se que o giro na raiz da asa é nulo, então $u'(0) = 0 \Rightarrow C_3 = \int \int \int L'(0)$

$$EIu = \int \int \int \int -L' dy + C_3 y + C_4$$

Por fim, é também conhecido que o deslocamento (a deformação) é nula na raiz, portanto $u(0) = 0 \Rightarrow C_4 = \int \int \int \int L'(0) - C_3 * 0 \Rightarrow C_4 = \int \int \int \int L'(0)$. Assim, a relação final entre deformação e sustentação é dada por:

$$EIu = \int \int \int \int -L' dy + \int \int \int L'(0)y + \int \int \int \int L'(0) \quad (3.2)$$

Em posse da equação completa, usa-se a Equação 2.12 como base para realizar a transformação de variáveis necessária para a integração. Também, como se trata de uma série de Fourier, é importante notar que resultaria em uma integral de um somatório; como há a intenção experimental neste caso, será implementado até $n = 5$ para posterior análise dos coeficientes mais adequados para o intuito deste trabalho. Com isso, deverá ser calculada a quarta integral para cada um dos n .

$$y = -\frac{b}{2} \cos(\theta)$$

derivando em ambos os lados:

$$dy = \frac{b}{2} \sin(\theta) d\theta \quad (3.3)$$

e, com isso, a primeira integral é dada por:

$$\int L' dy = \int 2b\rho_\infty V_\infty^2 \sum_{n=1}^N A_n \sin(n\theta_n) * \frac{b}{2} \sin(\theta) d\theta \quad (3.4)$$

e as demais, obtidas através da integração do resultado $\frac{d^i L'}{dy^i}$, onde i representa a quantidade de derivadas, multiplicado por dy apresentado em 3.3 para possibilitar a integral em uma mesma variável.

Para tal cálculo, utilizou-se o auxílio do *software* Mathematica, capaz de solucionar integrais indefinidas com precisão.

Finalmente, com a equação que relaciona a deformação com o carregamento pode-se realizar a análise dos coeficientes A_n , as variáveis que faltavam para a obtenção da distribuição da sustentação. Tal cálculo é feito através de sistemas de equações para cada fileira horizontal de marcadores, onde é feita uma média de deformações entre eles a fim de aplicar na equação. Com isso, tem-se um sistema semelhante à:

$$K \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{9,1} & a_{9,2} & a_{9,3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_9 \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

onde a matriz de $a_{n,n}$, a partir de agora chamada de matriz A , é a matriz de constantes obtidas através do resultado das integrações da Equação 3.2 de acordo com a posição y ao longo da envergadura, e o vetor de b_n , chamado de vetor b é o vetor com os valores de deformações calculados para os mesmos valores de y . Por fim, a matriz de incógnitas será chamada a partir de agora de matriz x e, por fim, $K = -\frac{b^5 \rho_\infty V_\infty^2}{8EI}$.

É possível observar que este é um sistema com 3 incógnitas porém 10 equações, uma equação por fileira de marcadores. Para resolver tal sistema, utilizar-se-á um algoritmo de solução baseado em regressão por mínimos quadrados, também conhecido com solução de sistemas por Pseudo-Inversa de Moore-Penrose, uma vez que não é possível solucioná-lo por métodos tradicionais. Em (Boos, 2015) é apresentado que um sistema de equações do tipo

$$Ax = b \quad (3.6)$$

nem sempre é possível de ser solucionado, isto é, se $b \notin Im(A)$ não existe \hat{x} de forma que $A\hat{x} = b$. A ideia da matriz de Moore-Penrose é encontrar um vetor $x \in \mathbb{C}^n$ que leve Ax o mais próximo de b e tal aproximação é feita minimizando a diferença quadrática entre Ax e b :

$$\|b - A\hat{x}\|_2 = \min_{y \in \mathbb{C}^n} \|b - Ay\|_2 \quad (3.7)$$

com y arbitrário e fruto da iteração a fim de encontrar os valores que minimizem a diferença e $\| * \|_2$ é chamada de 2-norma matricial, que é definida por $\|A\|_2 = \sqrt{\lambda_{max}}$, onde λ_{max} é o maior autovalor de $A * A$.

Tal algorítimo pode ser implementado facilmente em *Python* através da função $\text{pinv}(A)$, disponível na biblioteca Numpy, que retorna o valor de A^{-1} , a inversa de Moore-Penrose, tal que a solução do sistema se reduz à:

$$\begin{aligned} Ax &= y \\ A^{-1}Ax &= A_{-1}y \\ x &= A^{-1}y \end{aligned} \tag{3.8}$$

Com o modelo analítico, apresenta-se na Tabela 2 as características da asa.

Tabela 2 – Características da asa

Variável	Valores
b	2 m
E	200 GPa
I	$6.7723e - 11 \text{ m}^4$

Fonte: Elaborada pelo autor.

4 RESULTADOS

4.1 Verificações

O primeiro conjunto de resultados aqui apresentados são constituídos de verificações e consequentes validações dos modelos computacionais empregados ao longo do trabalho. Quanto aos modelos estrutural e aerodinâmico, esses deverão ser analisados através do resultado final comparado com valores experimentais obtidos em túnel de vento.

4.1.1 Detecção de marcadores ArUco

Para a validação dos dados obtidos através da detecção dos marcadores fiduciários utilizados, parte-se dos dados do experimento realizado para obter a referência dos marcadores ArUco e, com isso, avaliar a variação das distâncias obtidas a fim de validar a acuracidade do método de medição. Com isso, apresenta-se uma das imagens usadas como base e o plot das distâncias para cada marcador em relação à câmera mostrado nos Figuras 15 e 16a a 16e, apresentada linha a linha, em relação à envergadura, com uma linha inciando na raiz da asa e terminando em sua ponta:

Figura 15 – Imagem de referência.

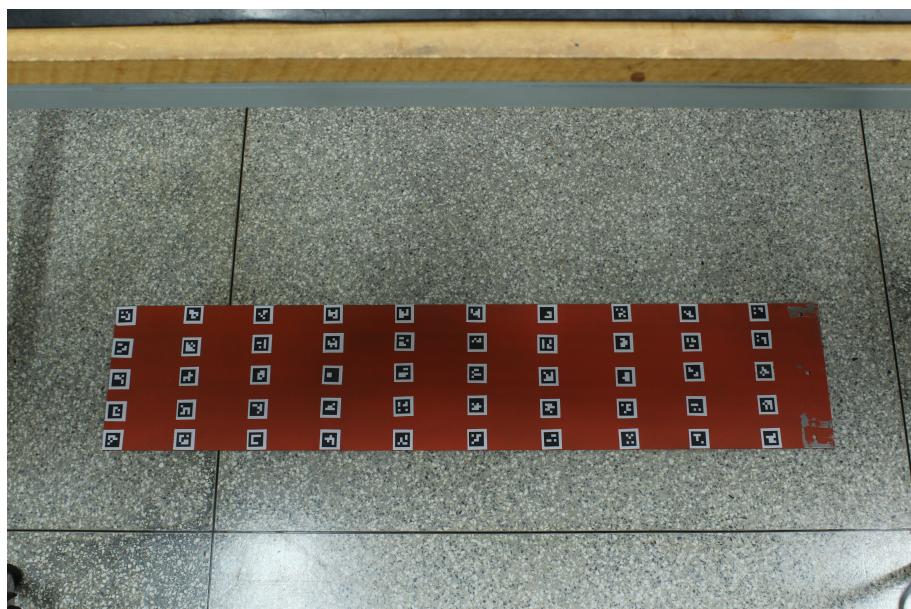
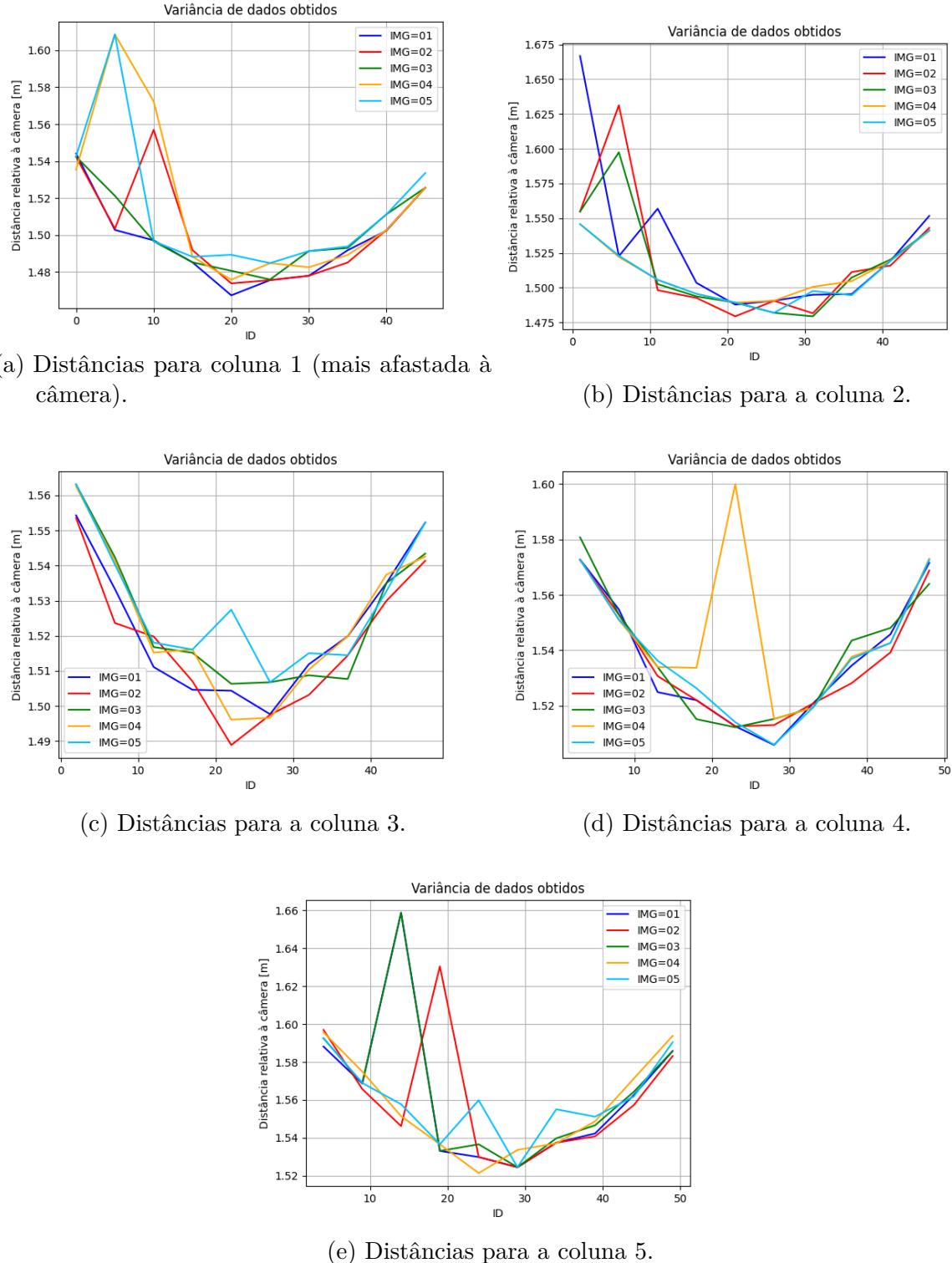


Figura 16 – Análise dos erros de posição dos marcadores



Como pode-se ver, existem alguns pontos interessantes nas Figuras 16a a 16e. O primeiro é que, como a câmera foi colocada em uma região central à asa, as distâncias em relação à ela são esféricas. Em seguida, pode-se ver que existe uma variância entre os valores obtidos, com alguns *outliers* que podem influenciar os valores reais, o que torna

necessário alguma solução para minimizar esses efeitos, como uma simples média para análises preliminares. Em termos de variância, esse valor foi calculado tanto como desvio padrão quanto como variância, e mostra como, apesar de ser relativamente pequeno, pode ainda afetar os resultados. Um desvio padrão da ordem de 11 mm para o presente trabalho é relativamente baixo quando analisamos os grandes deslocamentos para os maiores valores de α , uma vez que impactam pouco. No entanto, pode ser uma fonte significativa de erro para valores de α pequenos. Tal erro pode ser explicado pela própria acurácia do algoritmo utilizado, uma vez que a calibração da câmera visa eliminar as distorções.

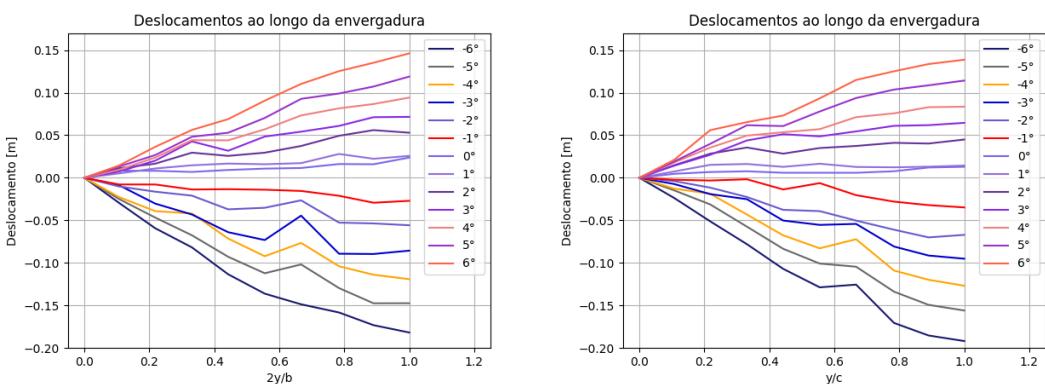
Tabela 3 – Média dos resultados de dispersão dos dados entre *id's*

Dispersão	Valores [m]
Desvio Padrão σ	0.011529
Variância σ^2	1.33e-4

Fonte: Elaborada pelo autor.

Com a apresentação da acuracidade da rotina implementada, pode-se, então, obter o resultado esperado desta etapa, que são as deformações da asa para cada ângulo de ataque. A fim de obter valores mais adequados, dado que existem diversos fatores que podem influenciar na qualidade dos dados, como os *outliers*, optou-se por realizar uma média entre os dados para cada ângulo de ataque, uma vez que foram tomadas 10 fotos por ângulo. Com isso, o resultado pode ser apresentado pelas Figuras 17a e 17b.

Figura 17 – Deformações para cada ângulo de ataque



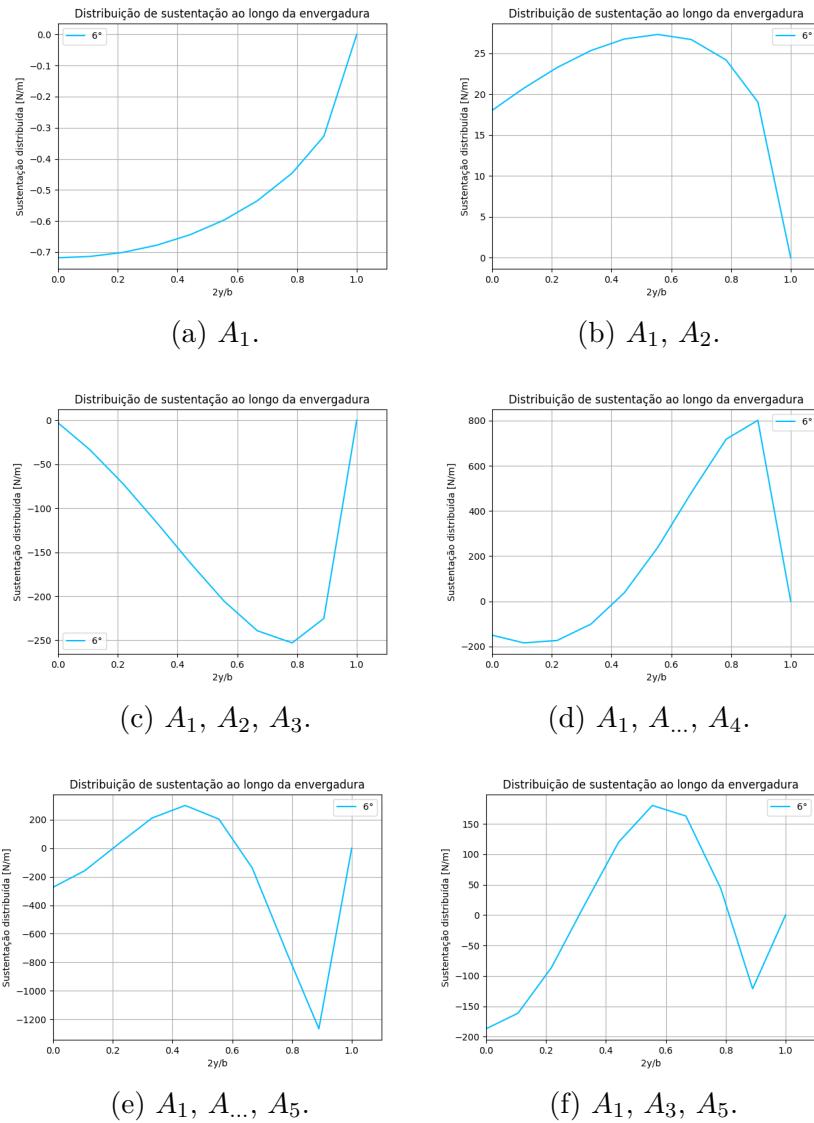
(a) Câmera posicionada no bordo de ataque. (b) Câmera posicionada no bordo de fuga.

4.1.2 Modelo Aero-estrutural

Como dito anteriormente, a verificação da qualidade do modelo será feita a partir da comparação dos dados obtidos durante o experimento em túnel de vento no qual as imagens foram feitas.

Uma vez que o modelo se baseia fundamentalmente em uma série de Fourier, faz-se necessário entender qual o impacto dos coeficientes no resultado. Para isso, serão analisados gráficos com $N = 1, \dots, 5$, visando comparar o resultado e, dessa forma, escolher qual conjunto de coeficientes é o mais adequado. As Figuras 18a a 18f foram feitas considerando um valor de α qualquer e igual para todas, e embasam a escolha desses coeficientes.

Figura 18 – Análise da influência dos coeficientes da série de Fourier.

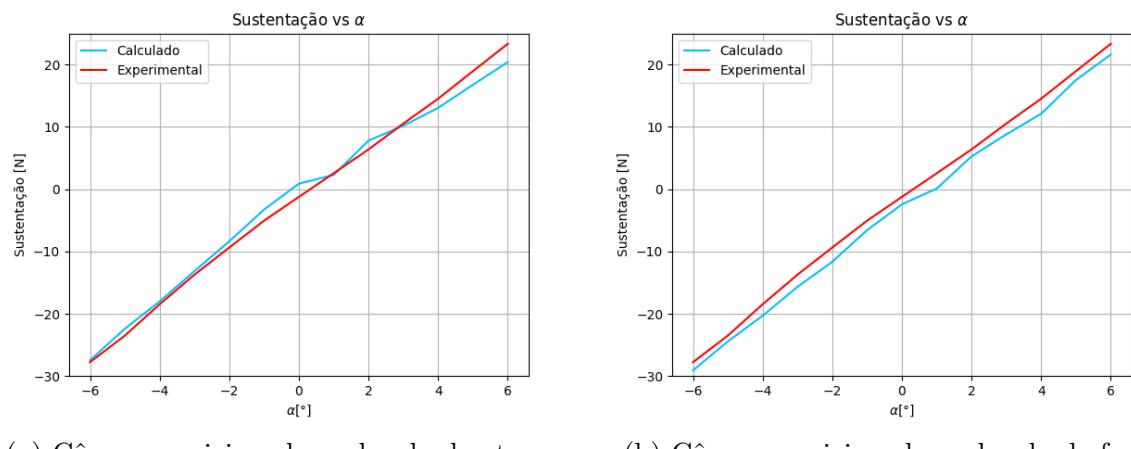


A observação da Figura 18 é direta. Considerando que trata-se de um valor de α positivo, espera-se que a distribuição da sustentação seja também positiva ao longo de toda a asa; assim, pode-se eliminar o conjunto de coeficientes apresentados em todas as imagens, exceto da Figura 18b, a qual é composta pelos coeficientes A_1 e A_2 , apresenta comportamento adequado que será, então, comparado com os dados experimentais para verificação e validação.

4.1.3 Comparação dos dados experimentais e analíticos

Em posse dos coeficientes da série de Fourier, iniciou-se comparando com os valores obtidos em túnel de vento, de acordo com as condições analisadas na Tabela 1. Assim, plotou-se a evolução da força de sustentação na asa para os mesmos ângulos de ataque, apresentado pelas Figuras 19a e 19b:

Figura 19 – Comparação da sustentação vs α entre valores calculados e experimentais.



(a) Câmera posicionada no bordo de ataque.

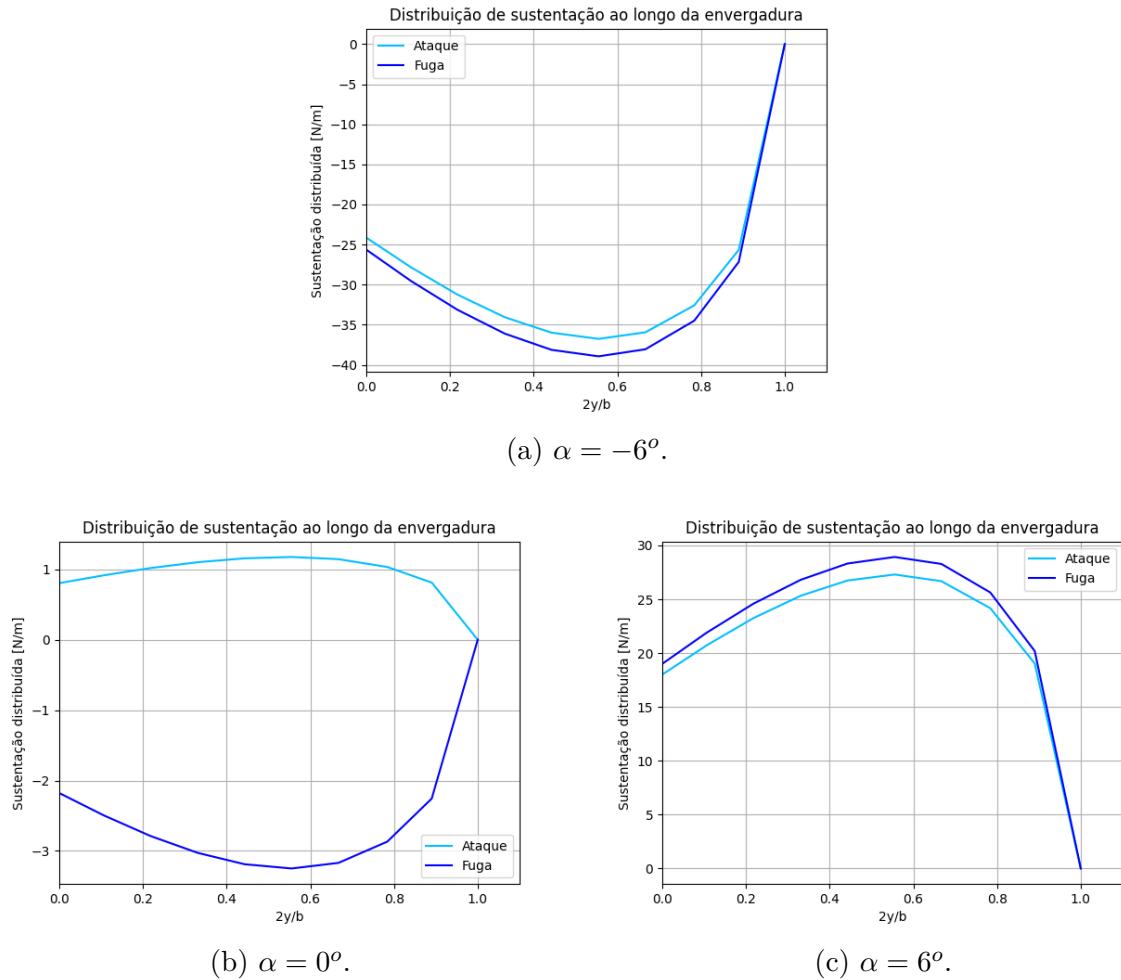
(b) Câmera posicionada no bordo de fuga.

Fica claro que existe um erro entre os valores obtidos, com os valores da câmera posicionada no bordo de fuga ligeiramente menores, enquanto que pela outra câmera, os valores são ligeiramente maiores, com uma diferença quase constante. Isso pode indicar que talvez seja necessário realizar algum ajuste de *offset*. Para melhor compreensão, os erros médios foram calculado e seus valores são de 3.76% e 0.57% para as câmeras de fuga e de ataque, respectivamente. Os erros apresentados são relativamente baixos, porém importante realizar próximos estudos para incrementar a qualidade e acurácia do modelo.

4.2 Resultado

Finalmente, como o objetivo deste projeto é a obtenção da distribuição da sustentação através da deformação na asa, o resultado obtido para ambas as câmeras é comparado nas Figuras 20a a 20c.

Figura 20 – Comparação da distribuição da sustentação para ambas as Câmeras.



Com isso, pode-se observar que os comportamentos são semelhantes, à exceção de valores próximos de 0° , como já era de se esperar, dado que foi apresentado nas Figuras 19a e 19b como os valores para a câmera posicionada no bordo de ataque são maiores do que o experimental, chegando a valores positivos mais rapidamente, enquanto que a outra câmera apresenta um comportamento inverso. Por isso, quando os valores são próximos de 0, a diferença fica a mostra, também pelo fato da deformação ser majoritariamente devido à torção.

5 CONCLUSÃO

Este projeto apresentou análises introdutórias quanto à estimativa da distribuição da sustentação ao longo da semi envergadura de uma asa com base nas deformações sofridas em decorrência das forças aerodinâmicas, representando um avanço na integração das áreas de estruturas e aerodinâmica. O uso de marcadores fiduciais permitiu a coleta de dados essenciais para tal análise, uma vez que fornece as distâncias independentes para cada marcador nos 3 eixos, sendo feito de maneira inovadora e acessível e que possibilita o estudo em diferentes situações, como em experimentos controlados em túnel de vento ou até mesmo em ensaios em voo.

Para os modelos teóricos implementados, foram utilizadas teorias seculares e amplamente aceitas no mundo da engenharia. O modelo aerodinâmico baseou-se na teoria do *lifting-line*, ainda considerada por muitos uma das teorias mais aceitas para determinação da distribuição da sustentação. Já para o modelo estrutural, este trabalho fundamentou-se na teoria de pequenos deslocamentos conhecida como teoria de viga de Euler-Bernoulli.

Já para a análise de deformações, o uso da biblioteca desenvolvida para os marcadores ArUco foram implementadas a fim de estimar as posições nos 3 eixos para cada marcador, a partir de 2 câmeras tratadas de forma independente. Em seguida, realizou-se um tratamento nos dados a fim de obter as deformações, como uma diferença entre marcadores de referência na base da asa, que precisou ser considerado com não deformados.

O modelo aqui desenvolvido precisou ser validado de maneira já acoplada, uma vez que este foi um dos primeiros trabalhos na área, além do fato das equações serem acopladas, isto é, não fazem sentido em um outro contexto. Neste sentido, iniciou-se escolhendo os coeficientes da série de Fourier adequados para o cenário estudado. Em seguida, comparou-se as integrais das curvas obtidas com os valores de sustentação colhidos experimentalmente e viu que o erro médio, para ambas as câmeras, era inferior a 5%, o que ainda permite melhorias mas já se mostra adequado dentro de um contexto onde é difícil de obter tais informações de maneira experimental em condições reais de voo.

Os resultados aqui apresentados mostraram a capacidade do modelo de reproduzir valores adequados e condizentes com o resultado esperado, comprovando a eficácia da metodologia escolhida.

Para trabalhos futuros, existem algumas vertentes que aqui não foram analisadas como o acoplamento de forças iniciais na análise - como em asas na horizontal - favorecendo a implementação em situações reais de voo. Também, claro, é interessante estudar formas de aumentar a acurácia do métodos, o que é possível realizar de diversas formas, como o

estudo de um modelo estrutural que incorpore também torções, tratamento de curva de deslocamento, aumento da acurácia da aquisição de dados através do OpenCV, acoplamento das duas câmeras, etc.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, J. J. D. Fundamentals of aerodynamics. In: MCGRAW-HILL SERIES. [S.l.: s.n.]: Raghethaman Srinivasan, 2011. cap. 5, p. 411–484.
- ASHTON, T. S. **The Industrial Revolution 1760-1830**. [S.l.: s.n.]: Oxford University Press, 1997. Url<https://doi.org/10.1093/oso/9780192892898.001.0001> [Accessed: (07-12-2024)].
- ATAG. **AVIATION AND CLIMATE CHANGE**. Aviation: Benefits Beyond Borders, 2024. Disponível em: <https://unfccc.int/process-and-meetings/the-paris-agreement>.
- BERGAMASCO, F. **Computer Vision: the pinhole camera**. Ca Foscari University of Venice, 2016–2017. Disponível em: https://www.dsi.unive.it/~bergamasco/teachingfiles/cvslides/11_pinhole_camera_model.pdf.
- BOOS, E. **Métodos Iterativos para a Pseudo-Inversa de Moore-Penrose e Aplicações na Resolução de Sistemas Lineares**. 2015. 81 p. Trabalho de Conclusão do Curso (Matemática) — Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina, 2015.
- BRADSKI, G. The OpenCV Library. **Dr. Dobb's Journal of Software Tools**, 2000.
- CAPPONI, L. *et al.* Thermoelasticity and aruco marker-based model validation of polymer structure: application to the san giorgios bridge inspection robot. **Acta Imeko**, International Measurement Confederation (IMEKO), v. 10, n. 4, p. 177–184, 2021.
- DASPAN, A. *et al.* Implementation of robot operating system in raspberry pi 4 for autonomous landing quadrotor on aruco marker. **International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research**, v. 12, n. 4, 2023.
- DOUGLAS, D. H.; PEUCKER, T. K. Algorithms for the reduction of the number of points required to represent a digitized line or its caricature. **Cartographica: the international journal for geographic information and geovisualization**, University of Toronto Press, v. 10, n. 2, p. 112–122, 1973.
- GARRIDO-JURADO R. MUÑOZ-SALINAS, F. M.-C. M. M.-J. S. Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion. **Pattern Recognition**, Elsevier, v. 47, n. 6, p. 2280–2292, 2014. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2014.01.005>.
- GERE J. M.; TIMOSHENKO, S. P. Mechanics of materials. In: _____. [S.l.: s.n.]: Cengage Learning, 1997. cap. 9, p. 676–751.
- HATA, K.; SAVARESE, S. **CS231A Course Notes 1: Camera Models**. CS231A: Computer Vision, From 3D Reconstruction to Recognition, Stanford, 2024. Disponível em: https://web.stanford.edu/class/cs231a/course_notes/01-camera-models.pdf.
- MARTINEZ, L. H. Post industrial revolution human activity and climate change: Why the united states must implement mandatory limits on industrial greenhouse gas emmissionse. **Journal of Land Use Environmental Law**, JSTOR, Vol. 20, n. 2, p. 403–421, 2005.

OPENCV. **Basic concepts of the homography explained with code.** Disponível em: https://docs.opencv.org/4.x/d9/dab/tutorial_homography.html.

OTSU, N. A threshold selection method from gray-level histograms. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, v. 9, n. 1, p. 62–66, 1979. Disponível em: 10.1109/TSMC.1979.4310076.

PRANDTL, L. Induced drag in multiplanes. NASA, 1933.

PRZYBORSKI, P. **Global Temperatures.** NASA Earth Observatory, 2024. Disponível em: <https://earthobservatory.nasa.gov/world-of-change/global-temperatures>.

RENEAUX, J. Overview on drag reduction technologies for civil transport aircraft. 2004.

SAMPATHKRISHNA, A. **ArUco Marker based localization and Node graph approach to mapping.** 2022. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2208.09355>.

SUZUKI, K. b. S. Topological structural analysis of digitized binary images by border following. **Computer Vision, Graphics, and Image Processing**, Elsevier, v. 30, n. 1, p. 32–46, 1985. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0734-189X\(85\)90016-7](https://doi.org/10.1016/0734-189X(85)90016-7).

UKESSAYS. In-flight pressure distribution measurements; instrumentation, data handling and comparison with windtunnel data. 2020. Disponível em: <https://www.ukessays.com/essays/physics/an-experiment-determining-lift-from-pressure-distributions.php?vref=1>.

UNCC. **The Paris Agreement.** United Nations Climate Change, 2024. Disponível em: <https://unfccc.int/process-and-meetings/the-paris-agreement>.

VIGNA, J. F. L.; DAMASSA, T. **The History of Carbon Dioxide Emissions.** World Resources Institute, 2024. Disponível em: <https://www.wri.org/insights/history-carbon-dioxide-emissions>.