

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PEDRO VICTOR BRONDINO DUARTE DE SOUZA

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE  
MEIOS METAMATERIAIS COM  
PERMISSIVIDADE ELÉTRICA E  
PERMEABILIDADE MAGNÉTICA  
PRÓXIMAS DE ZERO**

São Carlos  
2011

**PEDRO VICTOR BRONDINO DUARTE DE SOUZA**

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE  
MEIOS METAMATERIAIS COM  
PERMISSIVIDADE ELÉTRICA E  
PERMEABILIDADE MAGNÉTICA  
PRÓXIMAS DE ZERO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Escola de Engenharia de São  
Carlos da Universidade de São Paulo.

Curso de Engenharia Elétrica com ênfase em Eletrônica.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Ben-Hur Viana Borges

São Carlos

2011

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

S729m Souza, Pedro Victor Brondino Duarte de  
Modelagem e simulação de meios metamateriais com  
permissividade elétrica e permeabilidade magnética  
próximas de zero / Pedro Victor Brondino Duarte de Souza  
; orientador Ben-Hur Viana Borges. -- São Carlos, 2011.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica) --  
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade  
de São Paulo, 2011.

1. Metamaterial. 2. Índice de refração nulo. 3.  
Recuperação de parâmetros. 4. Anel ressonante. I.  
Titulo.

# FOLHA DE APROVAÇÃO

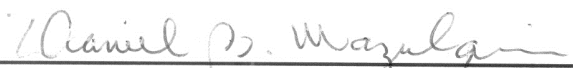
Nome: Pedro Victor Brondino Duarte de Souza

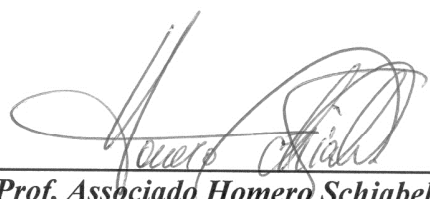
Título: "Modelagem e Simulação de Meios Metamateriais com Permissividade Elétrica e Permeabilidade Magnética Próximas de Zero"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado  
em 25/11/2011,

com NOTA 9,0 (nove, zero), pela comissão julgadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. José Carlos Sartori - EESC/USP

  
\_\_\_\_\_  
Msc. Daniel Baladelli Mazulquim - EESC/USP

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado Homero Schiabel  
Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica  
EESC/USP

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho a Amanda C. Murgos pela paciência, compreensão, zelo e carinho que me auxiliaram no término deste trabalho.

## **Agradecimentos**

Agradeço a Deus pela vida e por me guiar nos caminhos muitas vezes não muito claros, mas de felicidade certa.

Agradeço ao Professor Doutor Ben-Hur Viana Borges pela oportunidade e orientação neste trabalho.

Agradeço aos meus pais, irmã e família por todo o esforço, empenho e dedicação em meus estudos de maneira que este momento pudesse ser possível.

Agradeço a Amanda C. Murgos que tem sido muito importante em minha vida, sendo fonte de forças e de encorajamento para que eu não me desviasse dos caminhos e objetivos traçados.

# Índice

|  |     |
|--|-----|
| Dedicatória.....   | i   |
| Agradecimentos.....  | ii  |
| Índice de Figuras .....  | iv  |
| Resumo .....   | vi  |
| Abstract.....  | vii |
| 1. Introdução.....   | 1   |
| 2. Metamateriais .....   | 2   |
| 2.1. Permissividade elétrica negativa .....                              | 2   |
| 2.2. Permeabilidade magnética negativa .....                             | 4   |
| 2.3. Recuperação de Parâmetros.....                                      | 6   |
| 3. Ansoft HFSS.....  | 13  |
| 4. Propagação de ondas eletromagnéticas .....                            | 16  |
| 4.1. Propagação em um meio com índice de refração nulo.....              | 17  |
| 4.2. Algumas Aplicações de meios com índice de refração nulo .....       | 20  |
| 5. Desenvolvimento da estrutura do metamaterial .....                    | 22  |
| 5.1. Variação na geometria da célula proposta.....                       | 24  |
| 5.2. Célula metamaterial otimizada .....                                 | 30  |
| 6. Conclusão .....   | 34  |
| 7. Referências Bibliográficas.....                                       | 35  |
| 8. Apêndice - Programa de recuperação de parâmetros baseado em [12]..... | 37  |

## Índice de Figuras

|  |    |
|--|----|
| Figura 1- Arranjo de fios metálicos delgados para obter permissividade elétrica negativa .....                             | 3  |
| Figura 2 –Split-Ring Resonator (SRR) utilizado para alcançar permeabilidade negativa 4                                     |    |
| Figura 3 - a) MSRR com 4 anéis e seu circuito equivalente b) .....   | 5  |
| Figura 4 - Incidência da onda eletromagnética no SRR .....   | 6  |
| Figura 5 – Portas, correntes e tensões utilizadas no conceito de quadripolo [10] .....                                     | 7  |
| Figura 6 - Parâmetros de Espalhamento [10] .....   | 7  |
| Figura 7 - Modelo para encontrar a matriz de transmissão do metamaterial .....   | 8  |
| Figura 8 - Célula metamaterial criada no software HFSS .....   | 13 |
| Figura 9 - Plano com condutor elétrico perfeito como condição de contorno .....  | 14 |
| Figura 10 - Plano com condutor magnético perfeito como condição de contorno.....   | 14 |
| Figura 11 - Plano contendo a porta de excitação.....   | 15 |
| Figura 12 - Adicionando varredura em frequência.....   | 15 |
| Figura 13 - Plano $\mu$ e $\epsilon$ utilizado para a visualização das propriedades eletromagnéticas                       | 17 |
| Figura 14 - Incidência de modo TE em uma interface dielétrica [13].....  | 18 |
| Figura 15 - Célula de metamaterial escolhido para analisar.....  | 22 |
| Figura 16 - Resposta em frequência dos parâmetros recuperados: impedância e índice de refração .....                       | 23 |
| Figura 17 - Resposta em frequência dos parâmetros recuperados: $\epsilon$ e $\mu$ .....                                    | 23 |
| Figura 18 - Parâmetros recuperados após a variação na espessura do fio: impedância e índice de refração.....               | 24 |
| Figura 19 - Parâmetros recuperados após a variação na espessura do fio: $\epsilon$ e $\mu$ .....                           | 25 |
| Figura 20 - Parâmetros recuperados após a variação da fenda do anel interno:<br>impedância e índice de refração .....      | 25 |
| Figura 21 - Parâmetros recuperados após a variação da fenda do anel interno: $\epsilon$ e $\mu$ ....                       | 26 |
| Figura 22 - Parâmetros recuperados após variação na fenda do anel externo: impedância e índice de refração.....            | 26 |
| Figura 23 - Parâmetros recuperados após variação na fenda do anel externo: $\epsilon$ e $\mu$ .....                        | 27 |
| Figura 24 - Parâmetros recuperados após variação no comprimento dos anéis do SRR:<br>impedância e índice de refração ..... | 28 |



|  |    |
|--|----|
| Figura 25 - Parâmetros recuperados após variação no comprimento dos anéis do SRR: $\epsilon$ e $\mu$ .....             | 28 |
| Figura 26 - Parâmetros recuperados após variações na espessura dos anéis: impedância e índice de refração.....         | 29 |
| Figura 27 - Parâmetros recuperados após variações na espessura dos anéis: $\epsilon$ e $\mu$ .....                     | 29 |
| Figura 28 - Parâmetros recuperados após variação na distância entre os anéis:<br>impedância e índice de refração ..... | 30 |
| Figura 29 - Parâmetros recuperados após variação na distância entre os anéis: $\epsilon$ e $\mu$ ....                  | 30 |
| Figura 30 - Comparativo entre a estrutura original e a otimizada: impedância e índice de refração .....                | 31 |
| Figura 31 - Comparativo entre a estrutura original e a otimizada: $\epsilon$ e $\mu$ .....                             | 32 |
| Figura 32 - Impedância e índice de refração do metamaterial otimizado .....  | 32 |
| Figura 33 - Permeabilidade e permissividade do metamaterial otimizado.....   | 33 |
| Figura 34 - Índice de refração do metamaterial otimizado em escalas diferentes.....                                    | 33 |

## Resumo

Os metamateriais são materiais formados por inclusões metálicas em dielétricos cujas propriedades eletromagnéticas variam de acordo com sua geometria. Uma de suas principais características, que vem suscitando trabalhos e estudos a respeito, é o fato de suas propriedades não serem encontradas prontamente na natureza, como, por exemplo, meios fabricados que possuam índice de refração menor do que o do vácuo, podendo inclusive ser zero ou negativo. Este trabalho analisa computacionalmente uma célula de metamaterial a fim de que ela possua um índice de refração nulo para uma faixa de frequência em torno de 10 GHz. A abordagem de meios efetivos e a recuperação de parâmetros por meio da matriz de espalhamento são utilizadas para que as propriedades eletromagnéticas possam ser verificadas. Foram feitas variações geométricas na estrutura para que o meio formado obtivesse índice de refração o mais próximo possível de zero. Um meio com índice de refração entre -0,15 e 0,15 até 10,96 GHz foi obtido, confirmando a possibilidade em se ter permissividade e permeabilidade muito próximas de zero.

Palavras-chaves: Metamaterial, índice de refração nulo, recuperação de parâmetros, anel ressoante,

## **Abstract**

Metamaterials are materials composed of metallic inclusions in dielectrics whose electromagnetic properties vary according to its geometry. One of its main characteristic, which has raised works and studies about it, is its properties are not readily available in nature, such as, for example, fabricated media which have refractive index smaller than the vacuum, and can be also zero or negative. This work computationally analyze a metamaterial cell so it can have a null refractive index at a frequency band around 10GHz. The effective media approach and the parameter retrieval using scattering matrix are used to verify these properties. Geometric variations were made in the structure to obtain an effective medium that has a refractive index as close as possible to zero. A medium with refractive index between -0,15 and 0,15 up to 10,96 GHz was obtained, confirming the possibility to have permittivity and permeability very near zero.

Keywords: Metamaterial, zero refractive index, parameters retrieval, split ring resonator

# 1. Introdução

Existe, nos dias atuais, um grande interesse no estudo de materiais que possuem propriedades físicas não encontradas prontamente na natureza, já que estas propriedades abrem novos caminhos para a ciência e a tecnologia. Estes materiais são denominados metamateriais e são essencialmente inclusões metálicas em dielétricos (mais comumente trilhas em placas de circuito impresso). Estas inclusões são geometricamente bem definidas a fim de que o composto total obtenha características determinadas.

As propriedades físicas que os metamateriais possuem de peculiar é a possibilidade de se controlar a permissividade elétrica ( $\epsilon$ ) e a permeabilidade magnética ( $\mu$ ), inclusive obtendo valores nulos e negativos. Estes valores são justamente os que guiam a maior parte das pesquisas realizadas no momento sobre metamateriais. Há estudos sobre suas aplicações na construção de lentes perfeitas com resolução abaixo do comprimento de onda [1], guias de onda [2], ressoadores [3], radiação Cerenkov [4], entre outros.

À luz de alguns destes estudos, este trabalho tem por objetivo simular e caracterizar um metamaterial de maneira a obter permissividade elétrica relativa ( $\epsilon_r$ ) nula e permeabilidade magnética relativa ( $\mu_r$ ) nula, tendo como consequência o índice de refração nulo. O método para recuperar esses parâmetros provenientes dos parâmetros de espalhamento será discutido e aplicado.

Um meio que possui o índice de refração nulo apresenta algumas características interessantes tais como campo estacionário no espaço (mas variante no tempo), fase constante, ondas eletromagnéticas emergentes normais à superfície e alto poder de guiar e confinar ondas.

Primeiro serão levantados alguns fundamentos teóricos sobre os metamateriais, suas características e conceitos envolvidos como a forma de se obter  $\epsilon$  e  $\mu$ .

Sucessivamente, a utilização do software HFSS será descrita em linhas gerais e depois será realizado um breve desenvolvimento sobre a propagação de ondas eletromagnéticas em meios que tenham índice de refração nulo.

Em seguida, utilizando uma geometria para uma célula metamaterial já conhecida, esta será simulada e modificada para que possa exibir um valor de índice de refração zero ou muito próximo de zero, juntamente com os resultados e análises.

## 2. Metamateriais

A história do estudo de metamateriais teve início muito antes do desenvolvimento da primeira estrutura metamaterial. Em 1968, Victor Veselago publicou um trabalho teórico [5] no qual analisava a propagação de ondas eletromagnéticas em um meio com valores negativos de  $\epsilon$  e  $\mu$ , tendo como algumas das conclusões, que a velocidade de fase e a velocidade de grupo são anti-paralelas e o meio apresenta índice de refração negativo.

Como até então nenhuma maneira existia para comprovar experimentalmente estes resultados, eles ficaram dormentes até a publicação dos trabalhos de Pendry [6] e [7]. No primeiro, foi proposta uma maneira de se estender a frequência de plasma de metais, utilizando a configuração de fios metálicos imersos em um dielétrico, permitindo a obtenção de permissividade elétrica negativa em frequências até microondas. Já no segundo, fazendo uso de estruturas geométricas de condutores inseridas em dielétricos, aumentou-se a resposta magnética do meio, reforçando comportamentos não-lineares de modo que ele apresentasse permeabilidade elétrica negativa. A estas estruturas geométricas metálicas, devido à sua forma, deu-se o nome de Split-Ring Resonator (SRR), que acopladas com as estruturas de fios metálicos, deram origem às primeiras células de metamaterial. Mais tarde, foi comprovado experimentalmente que o meio construído a partir de células de metamaterial possuía índice de refração negativo.

Não apenas os valores negativos para  $\epsilon$  e  $\mu$  poderiam ser obtidos, de forma que se percebeu uma maneira de controlar a permissividade e a permeabilidade do meio e, por consequência, em princípio, a obtenção de um meio com quaisquer valores para estes parâmetros, podendo-se obter inclusive valores positivos, menores do que um e até mesmo zero. Com isso, a teoria utilizada neste trabalho para obter um índice de refração nulo deriva da obtenção de índices de refração negativos, e será enumerada nas próximas seções.

Com o andamento de diversos estudos, novas geometrias e novos modelos matemáticos foram desenvolvidos e estudados para aperfeiçoar os metamateriais. As seções subseqüentes listam os principais pontos no estudo de metamateriais.

### 2.1. Permissividade elétrica negativa

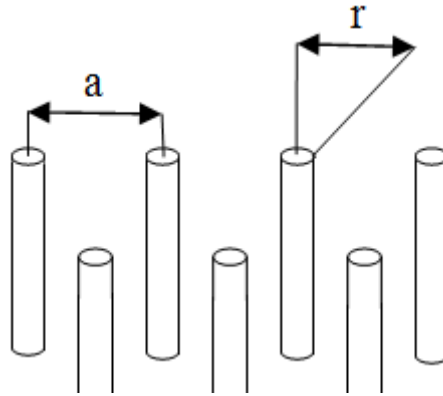
A obtenção da permissividade elétrica já havia sido percebida em plasmas, quando a frequência da onda incidente é menor do que a frequência de plasma do material. Em um plasma, que possui cargas elétricas positivas e negativas e ao menos uma delas é livre, a onda incidente pode provocar duas situações: ou tenta alinhar os dipolos aleatoriamente distribuídos no material ou então movimentar uma das cargas e alterar sua densidade de forma a produzir

dipolos. Nos dois casos surgem forças de restauração no material que podem ser equacionadas em função do campo elétrico incidente [8], e ao relacionar a permissividade elétrica do meio, tem-se a seguinte relação para frequências acima da maior frequência de ressonância do material:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\Gamma)} \quad (1)$$

em que  $\omega_p$  é a frequência de plasma e  $\Gamma$  é o fator de amortecimento, ambos pertencentes ao material. Pode-se notar que para frequências abaixo da frequência de plasma, a permissividade assume valores negativos. Em materiais, como os metais, em que apenas  $\varepsilon$  é negativo, a propagação da onda incidente não ocorre, pois são formadas ondas evanescentes que rapidamente são atenuadas.

Dessa forma, para estender a frequência de plasma, que nos metais pode chegar até o ultravioleta, por exemplo, é utilizada a configuração de fios metálicos delgados proposta por Pendry [6], permitindo que o meio resultante tenha frequência de plasma até a faixa de microondas. Para isso é necessário escolher adequadamente o espaçamento entre os fios  $a$  e seus raios  $r$ , como ilustra a Figura 1.



**Figura 1- Arranjo de fios metálicos delgados para obter permissividade elétrica negativa**

A escolha desses parâmetros, neste arranjo, é relacionada com a frequência de plasma segundo a equação abaixo [6]:

$$\omega_p^2 = \frac{2\pi c_0^2}{a^2 \ln(a/r)} \quad (2)$$

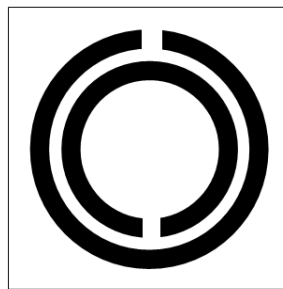
Em que  $c_0$  é a velocidade da luz no vácuo.

Com isso, a relação entre permissividade e geometria do arranjo fica determinada, dependendo apenas de parâmetros macroscópicos que podem facilmente ser estabelecidos, de modo que o comportamento de  $\epsilon$  de um meio pode ser estabelecido em função da frequência.

## **2.2. Permeabilidade magnética negativa**

A maneira de se obter a permeabilidade magnética negativa é menos clara do que a permissividade, devido à ausência de cargas magnéticas. Esse efeito é conseguido graças aos comportamentos não lineares da estrutura do metamaterial.

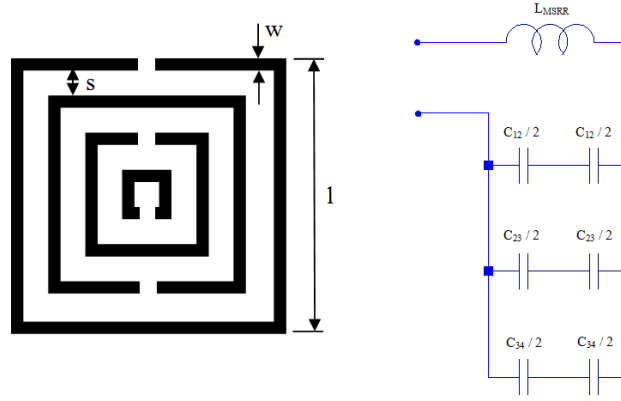
Pendry [7] mostra que, utilizando-se de efeitos capacitivos e indutivos em pequenos cilindros metálicos, a onda eletromagnética incidente excita o material obtendo grandes concentrações de energia, realçando efeitos não lineares. Esses cilindros metálicos foram chamados de Split-Ring Resonators, já que são anéis com fendas, como mostra a Figura 2.



**Figura 2 –Split-Ring Resonator (SRR) utilizado para alcançar permeabilidade negativa**

Os SRR's funcionam como pequenos dipolos magnéticos, aumentando a resposta magnética do material no qual estão inseridos que é intensificada com o aumento na quantidade de anéis.

Quando muito menores do que o comprimento de onda incidente (da ordem de 10 vezes) o SRR pode ser visto como um circuito LC. Assim, uma permeabilidade magnética efetiva pode ser encontrada. Uma geometria de SRR similar a que será utilizada neste trabalho se encontra na Figura 3.



**Figura 3 - a) MSRR com 4 anéis e seu circuito equivalente b)**

Este SRR possui 4 anéis, por isso é chamado de Multiple Split-Ring Rasonator (MSRR). Entre cada anel existe uma capacitância distribuída e elas estão associadas em paralelo entre si devido à distribuição das tensões e correntes.

Em [9], o desenvolvimento do modelo é realizado, e a capacitância total se dá em função do comprimento do anel externo l, do número de anéis N, a largura dos anéis w e da distância entre os anéis s:

$$C_{MSRR} = \frac{N-1}{2} (2l - (2N-1)(w+s)) C_0 \quad (3)$$

$C_0$  é a capacitância entre dois trechos de anéis paralelos e é calculado por:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 K(\sqrt{1-k^2})}{K(k)} \quad (4)$$

Já k é dado por  $(0,5s/(w+0,5s))$ , e  $K()$  é a integral elíptica de primeira espécie:

$$K(m) = \int_0^{\pi/2} (1 - m \sin^2 \theta)^{-1/2} \quad (5)$$

Para a indutância, tem-se:

$$L_{MSRR} = 4\mu_0 (l - (N-1)(s+w)) \left( \ln \left( \frac{0,98}{\rho} \right) + 1,84\rho \right) \quad (6)$$

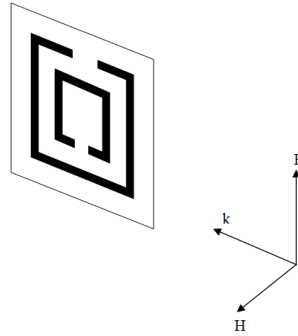
$$\rho = \frac{(N-1)(w+s)}{l - (N-1)(w+s)} \quad (7)$$



Conhecendo  $C_{MSRR}$  e  $L_{MSRR}$  é possível calcular a frequência de ressonância como em um circuito LC, ou seja,

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (8)$$

Para que os SRR funcionem adequadamente, é necessário atentar para a maneira como a onda incide sobre ele. Como o objetivo do elemento é aumentar a resposta magnética, a componente magnética da onda deve incidir conforme a Figura 4, ou seja,  $\mathbf{H}$  deve ser perpendicular à superfície do SRR, de modo que sejam induzidas correntes nos anéis, e um dipolo magnético apareça.



**Figura 4 - Incidência da onda eletromagnética no SRR**

A fenda existente em cada anel possui duas funções: a primeira é não permitir que os anéis se comportem como condutores, e a segunda é de produzir uma capacitância que forma um circuito LC tanque com a indutância do anel, gerando uma resposta magnética que é utilizada para produzir permeabilidade elétrica negativa.

### 2.3. Recuperação de Parâmetros

Não é possível determinar  $\epsilon$  e  $\mu$  ou a impedância característica ( $Z^2 = \epsilon/\mu$ ) e o índice de refração ( $n^2 = \epsilon\mu$ ) apenas conhecendo  $C_{MSRR}$  e  $L_{MSRR}$ . Para que isso seja possível, são utilizados os parâmetros de espalhamento ou a matriz S do metamaterial.

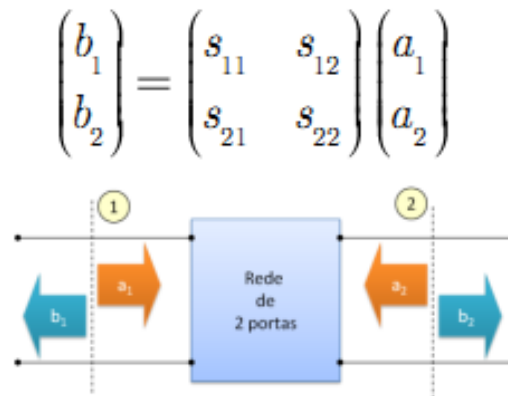
Os parâmetros S são derivados dos conceitos de quadripolos, no qual é estabelecida uma relação entre tensões e correntes existentes nas portas 1 e 2. Essas relações, que possuem as características dos circuitos, podem ser de impedância, condutância, híbridas ou de transmissão. Os parâmetros são determinados por meio de ensaios em que se realizam curtos-circuitos e circuitos abertos e são válidos apenas para baixas frequências, já que em frequências altas, o

conceito de curto-circuito e circuito aberto podem não ser tão fáceis de serem aplicados ou nem serem aplicáveis.



**Figura 5 – Portas, correntes e tensões utilizadas no conceito de quadripolo [10]**

Dessa maneira, normalizando as ondas incidentes nas portas e estabelecendo suas relações entre as ondas emergentes também nas portas, são obtidos os coeficientes de transmissão e reflexão da rede que refletem as suas propriedades intrínsecas.



**Figura 6 - Parâmetros de Espalhamento [10]**

Para se obter os parâmetros S de uma rede ou dispositivo, é necessário realizar medições físicas ou consegui-los através de uma simulação computacional. No caso deste trabalho, os parâmetros serão obtidos por meio de simulação do metamaterial no software HFSS.

O método utilizado para se recuperar os parâmetros  $\epsilon$  e  $\mu$  origina-se a partir da matriz de transmissão, ou matriz ABCD, entre os campos do lado da incidência da onda e do lado da emergência do metamaterial. Inserindo-se o metamaterial (placa cinza) entre duas lâminas de ar, e utilizando a teoria de linhas de transmissão tem-se:

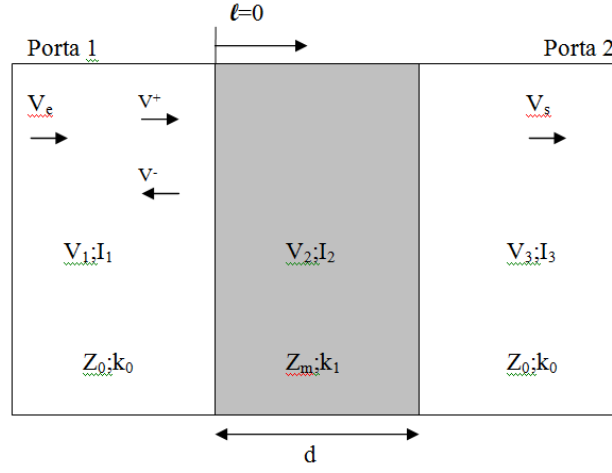


Figura 7 - Modelo para encontrar a matriz de transmissão do metamaterial

Para  $l \leq 0$ :

$$V_1 = V_e e^{jk_0 l} + V_1^- e^{-jk_0 l} \quad (9)$$

$$I_1 = \frac{1}{Z_0} (V_e e^{jk_0 l} + V_1^- e^{-jk_0 l}) \quad (10)$$

Para  $0 \leq l \leq d$

$$V_2 = V_2^+ e^{jk_0 l} + V_2^- e^{-jk_1 l} \quad (11)$$

$$I_2 = \frac{1}{Z_m} (V_2^+ e^{jk_0 l} + V_2^- e^{-jk_1 l}) \quad (12)$$

Para  $l \geq d$

$$V_s = V_3 = V_3^+ e^{jk_0(l-d)} \quad (13)$$

$$I_3 = \frac{1}{Z_0} V_3^+ e^{jk_0(l-d)} \quad (14)$$

As condições de contorno são:

Em  $l = 0$ :

$$V_1 = V_2 \quad (15)$$

$$I_1 = I_2 \quad (16)$$

Em  $l = d$ :

$$V_2 = V_3 \quad (17)$$

$$I_2 = I_3 \quad (18)$$

Resolvendo o sistema acima para encontrar os elementos da matriz ABCD, obtém-se:

$$T = \begin{pmatrix} \cos(nkd) & -\frac{z}{k} \sin(nkd) \\ \frac{k}{z} \sin(nkd) & \cos(nkd) \end{pmatrix} \quad (19)$$

em que  $k$  é o vetor de propagação,  $n$  é o índice de refração,  $z$  é a impedância e  $d$  é o comprimento, todos referentes ao metamaterial.

Pode-se relacionar a matriz acima com os elementos da matriz de espalhamento, realizando a conversão entre a matriz ABCD e a matriz S. Assim,

$$S_{11} = \frac{T_{11} - T_{22} + \left( jkT_{12} - \frac{T_{21}}{jk} \right)}{T_{11} + T_{22} + \left( jkT_{12} + \frac{T_{21}}{jk} \right)} \quad (20)$$

$$S_{12} = \frac{2(T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21})}{T_{11} + T_{22} + \left( jkT_{12} + \frac{T_{21}}{jk} \right)} \quad (21)$$

$$S_{21} = \frac{2}{T_{11} + T_{22} + \left( jkT_{12} + \frac{T_{21}}{jk} \right)} \quad (22)$$

$$S_{22} = \frac{T_{22} - T_{11} + \left( jkT_{12} - \frac{T_{21}}{jk} \right)}{T_{11} + T_{22} + \left( jkT_{12} + \frac{T_{21}}{jk} \right)} \quad (23)$$

Assumindo que o metamaterial possa ser considerado homogêneo em relação ao comprimento de onda, os parâmetros  $S_{11}$  e  $S_{21}$  ficam iguais a  $S_{22}$  e  $S_{12}$  respectivamente:

$$S_{21} = S_{12} = \frac{1}{T_{11} + \frac{1}{2} \left( jkT_{12} + \frac{T_{21}}{jk} \right)} \quad (24)$$

$$S_{11} = S_{22} = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{T_{21}}{jk} - jkT_{12} \right)}{T_{11} + \frac{1}{2} \left( jkT_{12} + \frac{T_{21}}{jk} \right)} \quad (25)$$

Substituindo os valores de cada elemento da matriz T e após simplificação, tem-se:

$$S_{11} = \frac{i}{2} \left( \frac{1}{z} - z \right) \sin(nkd) \quad (26)$$

$$S_{21} = \frac{1}{\cos(nkd) - \frac{i}{2} \left( \frac{1}{z} + z \right) \sin(nkd)} \quad (27)$$

Isolando os parâmetros de interesse, obtém-se que a impedância característica do metamaterial e índice de refração estão relacionados com os parâmetros  $S_{11}$  e  $S_{21}$  conforme constam nas equações abaixo.

$$n = \frac{1}{kd} \cos^{-1} \left( \frac{1 - S_{11}^2 + S_{21}^2}{2S_{21}} \right) \quad (28)$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}} \quad (29)$$

Como é possível observar na equação (28), existe um problema com relação à extração do índice de refração devido às múltiplas soluções da função trigonométrica inversa, havendo a necessidade de se determinar qual o ramo de solução adequado.

Para isso será utilizado o método proposto por Chen [12] que estabelece condições para garantir a escolha adequada dos ramos de solução a fim de que seja determinado corretamente o índice de refração. Essas condições envolvem relações entre parâmetros S, impedância e índice de refração que resultam em um método iterativo fundamentado na continuidade do índice de refração com respeito à frequência.

Tendo em vista que o metamaterial é um meio passivo, o sinal da equação (29) é determinado tomando-se por base que a parte real da impedância e a parte imaginária do índice de refração devam ser maiores ou iguais a zero.

Porém essas condições podem falhar se a parte real da impedância e a parte imaginária do índice forem muito próximas de zero, pois qualquer alteração nos valores de  $S_{11}$  e  $S_{21}$  é capaz de provocar mudanças nos sinais de  $z$  e  $n$ . Por isso um valor limite  $\delta_z$  é estabelecido e utilizado conforme presente no conjunto de equações (30).

$$\begin{cases} z' \geq 0, |z'| \geq \delta_z \\ |e^{jnk_0 d}| \leq 1, |z'| < \delta_z \end{cases} \quad (30)$$

Em que,

$$e^{jnk_0 d} = \frac{S_{21}}{1 - S_{11} \frac{z-1}{z+1}} \quad (31)$$

As condições do conjunto de equações (30) tomam por base a parte imaginária do índice de refração. Com isso corrige-se o sinal da impedância para que ela mantenha a parte imaginária menor ou igual a 1. Nesta equação e nas seguintes, o símbolo de aspas simples ' é utilizado para indicar a parte real e o símbolo de aspas duplas '' representa a parte imaginária.

O próximo passo é determinar a parte real do índice de refração. Utilizando exponenciais complexas, das equações (26) e (27) é possível obter o índice de refração:

$$n = \frac{1}{k_0 d} \left( ((\ln(e^{jnk_0 d}))' + 2m\pi) - j(\ln(e^{jnk_0 d}))'' \right) \quad (32)$$

o que justifica o uso da equação (31).

Deve-se observar a presença do número inteiro  $m$  que denota as múltiplas soluções da função inversa. Para que se escolha  $m$  corretamente, considera-se que a permissividade e a permeabilidade possuam partes imaginárias maiores do que zero:

$$\varepsilon = n / z = \frac{n' z'' + n'' z' + j(n'' z' - n' z'')}{|z|^2} \quad (33)$$

$$\mu = nz = n' z' - n'' z'' + j(n'' z' + n' z'') \quad (34)$$

$$\varepsilon'' = n'' z' - n' z'' \geq 0 \quad (35)$$

$$\mu'' = n'' z' + n' z'' \geq 0 \quad (36)$$

Comparando as partes imaginárias, tem-se que:

$$|n' z''| \leq n'' z' \quad (37)$$

Os valores de  $m$  que produzem  $n$  que satisfazem esta condição são candidatos a serem os valores adequados. É importante notar que essa condição deve ser válida para todas as frequências, porém na região da frequência de ressonância ela deixa de vigorar, gerando incerteza no resultado do índice para estas frequências. Como esta região ainda está sendo pesquisada ela é deixada de lado em [12], onde mais detalhes podem ser obtidos.

Chen et al [12] utilizam um método iterativo baseado na continuidade do índice de refração com relação à frequência, de modo que a condição acima estabelece os candidatos a  $m$ , e a partir da frequência inicial, se obtém os valores subseqüentes.

$$e^{jn(f_1)k_0(f_1)d} \approx e^{jn(f_0)k_0(f_0)d} (1 + \Delta + 0,5\Delta^2) \quad (38)$$

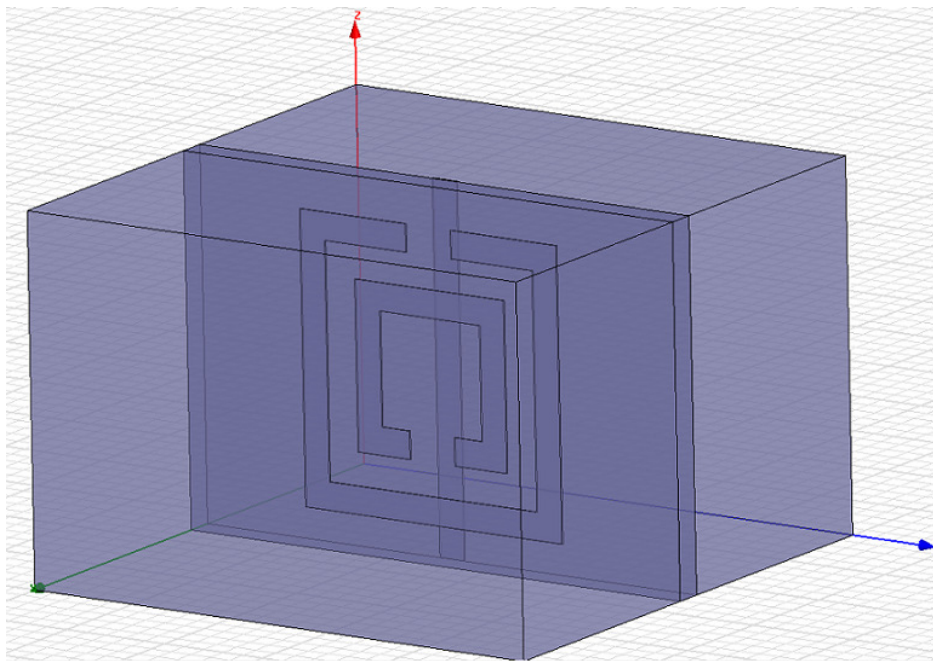
$$\Delta = jn(f_1)k_0(f_1)d - jn(f_0)k_0(f_0)d \quad (39)$$

A equação (38) mostra o cálculo para se recuperar o índice de refração. Ela foi obtida por meio da expansão em série de Taylor, considerando até o termo quadrático. Como as exponenciais são determinadas pela equação (31) e conhecendo-se o valor do índice de refração para a primeira frequência, apenas o índice na frequência atual é desconhecido. Resolvendo a equação para este valor (a frequência desconhecida) e escolhendo a raiz que produz  $n$  que possui parte imaginária mais próxima com relação à frequência anterior, o índice de refração fica determinado. Para se obter o valor do índice para a primeira frequência, a equação (32) é utilizada junto com os candidatos  $m$ . Os candidatos são descartados à medida que eles não satisfazem a inequação (37) para as frequências seguintes e fora da frequência de ressonância.

### 3. Ansoft HFSS

Tendo em vista que os metamateriais são estruturas complexas e ainda pouco conhecidas, as simulações computacionais se mostraram extremamente favoráveis para reduzir tempo na elaboração da célula metamaterial e na obtenção dos resultados esperados. Dessa forma, para este trabalho, foi utilizado o software de simulação de ondas eletromagnéticas HFSS da empresa Ansoft, que utiliza o método *Finite Difference Time Domain* (FDTD), já disponível no laboratório.

No software, para se construir a célula metamaterial desejada, foi necessário, primeiramente, delimitar seu tamanho criando um prisma retangular de vácuo. Neste prisma, inseriu-se outro de forma a representar o substrato dielétrico de uma placa de circuito impresso. Em seguida, foram inseridos, no substrato, trilhas de cobre com a geometria desejada, e o resultado pode ser observado na Figura 8. Nesta figura e nas que se seguem, o eixo em vermelho é o z, o eixo em azul é o y e o eixo verde é o x.

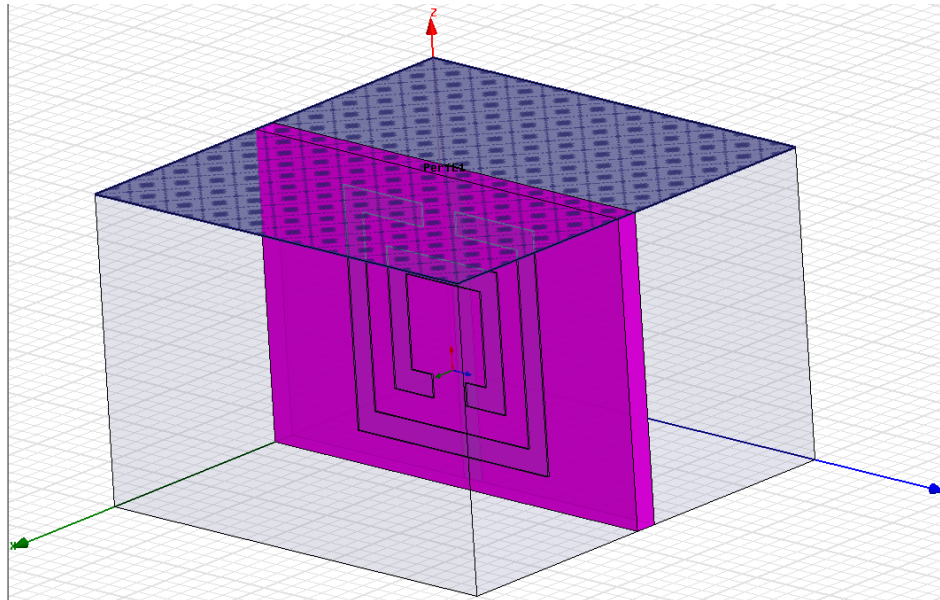


**Figura 8 - Célula metamaterial criada no software HFSS**

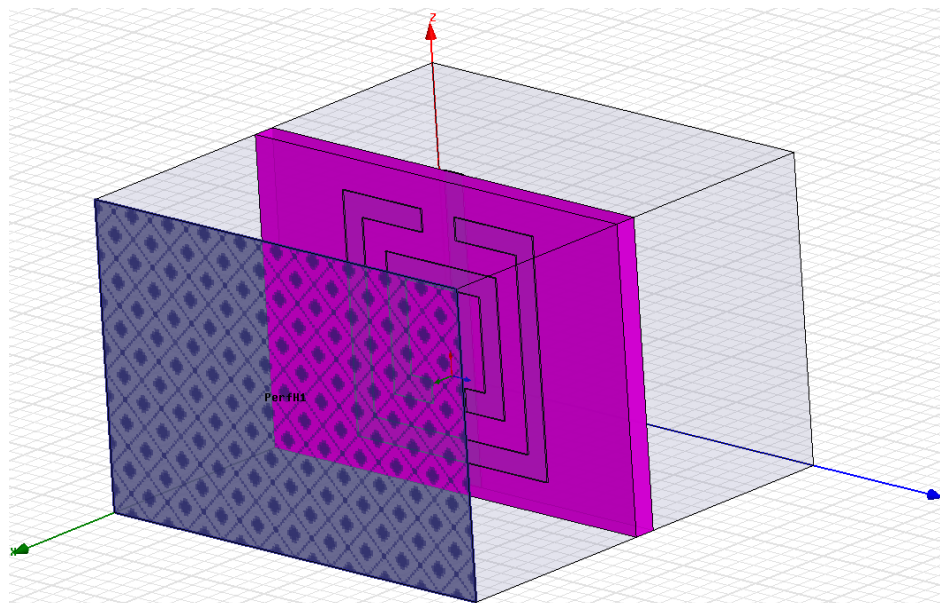
A fim de obter os parâmetros S desta célula metamaterial, é necessário colocar as fontes de excitação e delimitar as condições de contorno. Clicando com o botão direito no espaço de trabalho, é possível localizar as opções para estas finalidades. Para as condições de contorno, com base na incidência da Figura 4, os planos xy do prisma de vácuo contêm condutores elétricos perfeitos (Figura 9), os planos yz contêm condutores magnéticos perfeitos (Figura 10) e nos planos xz estão as duas portas de excitação (Figura 11).



Por fim, para iniciar o processo de análise da célula, deve-se antes configurá-la (Figura 12). Após criada a configuração, clica-se com o botão direito no setup criado e seleciona-se a varredura (sweep), escolhendo a frequência inicial, a final e o passo de frequência. Confirmada a varredura, a estrutura pode ser simulada pressionando o botão *Analyze*.



**Figura 9 - Plano com condutor elétrico perfeito como condição de contorno**



**Figura 10 - Plano com condutor magnético perfeito como condição de contorno**

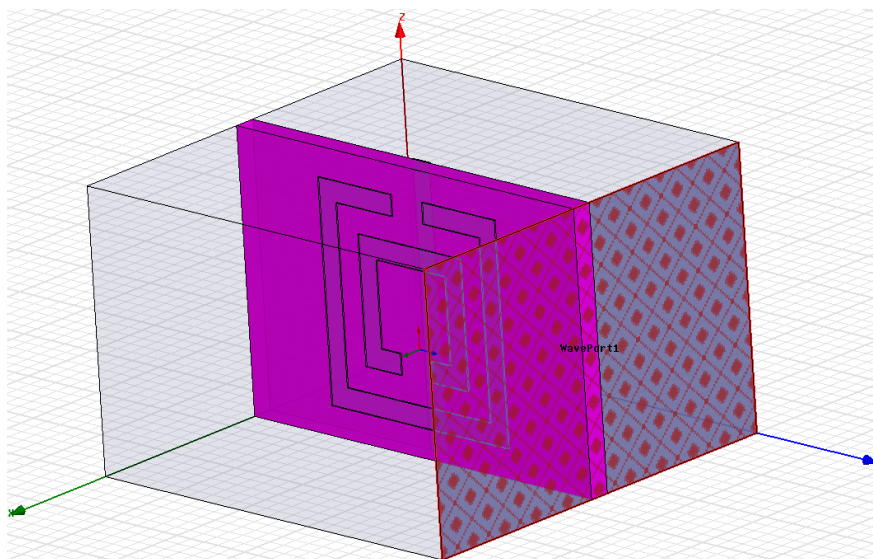


Figura 11 - Plano contendo a porta de excitação

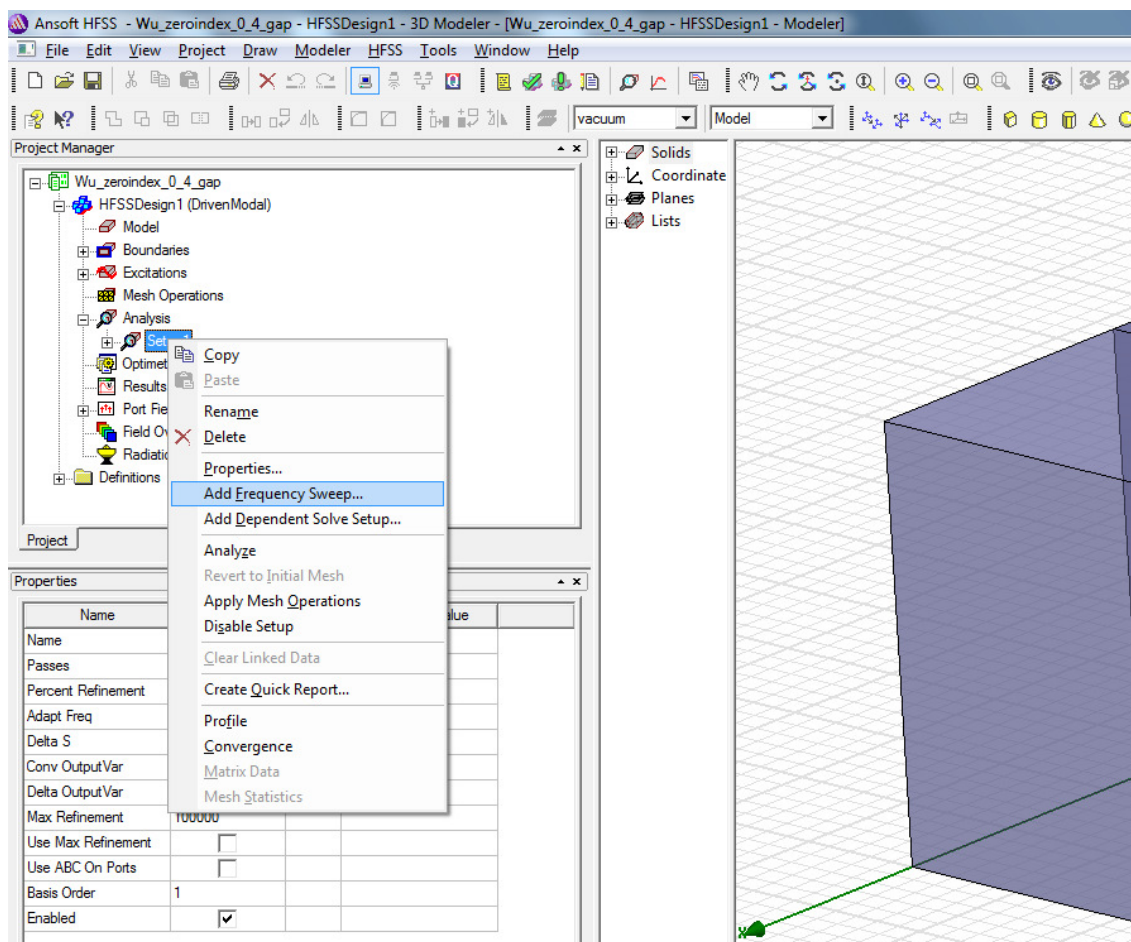


Figura 12 - Adicionando varredura em frequência

#### 4. Propagação de ondas eletromagnéticas

No estudo da propagação de ondas eletromagnéticas são utilizadas as equações de Maxwell que normalmente estão combinadas com as relações constitutivas, conforme presente nas equações abaixo. Este conjunto de equações rege a propagação de ondas eletromagnéticas e se forem adicionadas também as condições de contorno, descrevem as ondas em qualquer meio.

$$\nabla \cdot \overline{\varepsilon E} = \rho_v \quad (40)$$

$$\nabla \cdot \overline{B} = 0 \quad (41)$$

$$\nabla \times \overline{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\overline{\mu H}) \quad (42)$$

$$\nabla \times \overline{H} = \overline{\sigma E} + \frac{\partial}{\partial t}(\overline{\varepsilon E}) \quad (43)$$

Os parâmetros  $\varepsilon$  e  $\mu$  são importantes, pois caracterizam o meio de propagação das ondas, ou seja, determinam o comportamento da onda eletromagnética naquele meio. A permissividade e a permeabilidade são muitas vezes tomadas com seus valores relativos à permissividade e a permeabilidade do vácuo ( $\varepsilon_0$  e  $\mu_0$  respectivamente), obtendo, portanto,  $\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$  e  $\mu_r = \mu/\mu_0$ , onde  $\varepsilon$  e  $\mu$  são os valores do material utilizado.

Nos metamateriais, alterações na geometria de suas unidades fundamentais, provocam mudanças no seu comportamento eletromagnético, levando-os a possuírem valores de  $\varepsilon$  e  $\mu$  até há pouco tempo inesperados.

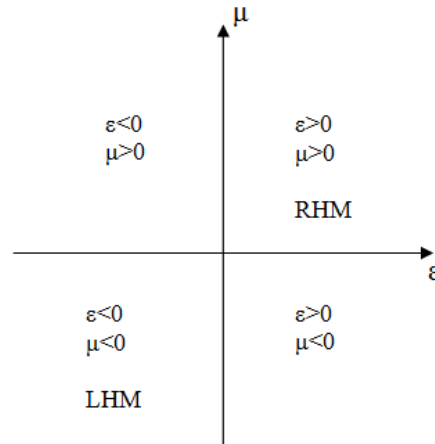
Através da escolha adequada da permissividade e da permeabilidade é possível obter valores determinados para o índice de refração ( $n$ ) do meio, já que  $n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ . A Figura 13 mostra o plano de variação destes parâmetros e as regiões das propriedades eletromagnéticas, considerando suas partes reais apenas. As partes imaginárias contribuem em perdas na propagação de ondas eletromagnéticas.

No primeiro quadrante, no qual ambos  $\varepsilon$  e  $\mu$  são positivos e onde se localizam a maioria dos materiais encontrados diretamente na natureza, ocorre a transmissão de ondas eletromagnéticas. Esta região é chamada de Right-Hand Medium (RHM), pois os vetores dos campos elétrico, magnético e o de propagação da onda formam um sistema com base na regra da mão direita.

Existem poucos materiais localizados no segundo e quarto quadrantes, cujos  $\varepsilon$  e  $\mu$  possuem sinais opostos. Neste quadrante não ocorre a transmissão de ondas eletromagnéticas e ondas evanescentes são produzidas, que rapidamente são atenuadas dentro do material.

Já no terceiro quadrante, em que nenhum material é encontrado na natureza, cujos valores de  $\varepsilon$  e  $\mu$  são negativos, ocorre a transmissão de ondas eletromagnéticas, mas o índice de

refração é negativo. Esta região é chamada de Left-Hand Medium (LHM), pois os vetores dos campos elétrico, magnético e o de propagação da onda formam um sistema com base na regra da mão esquerda.



**Figura 13 - Plano  $\mu$   $\epsilon$  utilizado para a visualização das propriedades eletromagnéticas**

Existe uma grande faixa de variação dos valores de  $\epsilon$  e  $\mu$  que podem ser obtidos com os metamateriais, podendo ir de valores positivos a valores negativos, passando inclusive pelo zero, tendo como consequência, o índice de refração nulo. Neste trabalho, será focado a parte real do índice de refração.

Como os metamateriais são compostos por inclusões metálicas em dielétricos, suas características variam em cada ponto. Por isso, para a análise macroscópica de seus efeitos, são consideradas as propriedades efetivas do meio, o que tornam as análises mais simples.

Quando o tamanho das células do metamaterial é bem menor do que o comprimento de onda incidente (da ordem de 10 vezes), o meio pode ser considerado como homogêneo possuindo permissividade elétrica efetiva ( $\epsilon_{\text{eff}}$ ), permeabilidade magnética efetiva ( $\mu_{\text{eff}}$ ), impedância característica efetiva ( $Z_{\text{eff}}$ ) e índice de refração efetivo ( $n_{\text{eff}}$ ).

#### **4.1. Propagação em um meio com índice de refração nulo**

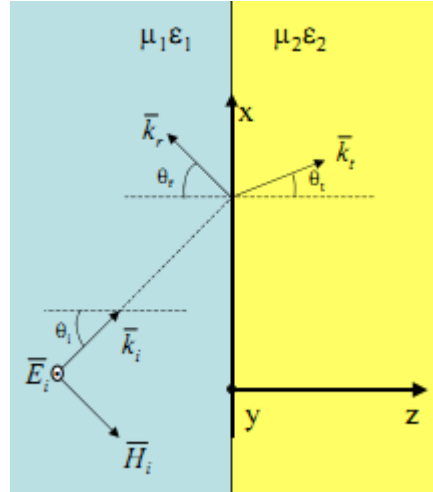
A teoria de propagação de ondas eletromagnéticas se inicia com as equações de Maxwell. Uma onda pode incidir numa interface dielétrica de 3 maneiras diferentes:

- 1) Modo TE, em que o campo elétrico está transversal ao plano de incidência, havendo uma componente na direção de propagação;
- 2) Modo TM, em que o campo magnético está transversal ao plano de incidência, havendo uma componente na direção de propagação
- 3) Modo TEM, em que ambos os campos estão transversais ao plano de incidência, não havendo componente na direção de propagação;

Supõe-se uma incidência TE de um campo na forma  $\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{0i} \exp(j\omega t - j\mathbf{k}\mathbf{r})$ . As letras em negrito ou com uma barra em cima sinalizam grandezas vetoriais. Então,  $\mathbf{E}_i$  é o campo incidente,  $\mathbf{E}_{0i}$  é a amplitude do campo,  $\mathbf{k}$  é o vetor de propagação e  $\mathbf{r}$  é o raio vetor. Dessa maneira, tem-se:

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H} \quad (44)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E} \quad (45)$$



**Figura 14 - Incidência de modo TE em uma interface dielétrica [13]**

Após desenvolver os rotacionais e simplificar as equações, tem-se:

$$\bar{H} = \frac{\bar{k} \times \bar{E}}{\omega\mu} \quad (46)$$

$$\bar{E} = \frac{-\bar{k} \times \bar{H}}{\omega\epsilon} \quad (47)$$

Expandindo o vetor  $\mathbf{k}$  e os rotacionais com base nas componentes vetoriais relevantes observadas na Figura 14, e aplicando as condições de contorno abaixo, chega-se a:

$$\hat{n} \times (\bar{E}_1 - \bar{E}_2) = 0 \quad (48)$$

$$\hat{n} \times (\bar{H}_1 - \bar{H}_2) = 0 \quad (49)$$

$$\hat{n} \cdot (\bar{D}_1 - \bar{D}_2) = 0 \quad (50)$$

$$\hat{n} \cdot (\bar{B}_1 - \bar{B}_2) = 0 \quad (51)$$

$$\hat{a}_z \times \left( \overline{E}_{0y}^i e^{-jk_1 \times \text{sen} \theta_i} + \overline{E}_{0y}^r e^{-jk_1 \times \text{sen} \theta_r} - \overline{E}_{0y}^t e^{-jk_2 \times \text{sen} \theta_t} \right) \hat{a}_y = 0 \quad (52)$$

$$\left( \overline{E}_{0y}^i e^{-jk_1 \times \text{sen} \theta_i} + \overline{E}_{0y}^r e^{-jk_1 \times \text{sen} \theta_r} - \overline{E}_{0y}^t e^{-jk_2 \times \text{sen} \theta_t} \right) \cdot \hat{a}_x = 0 \quad (53)$$

A equação acima apresenta solução apenas se há igualdade entre os argumentos das exponenciais. Deste modo, a Lei de Snell é obtida:

$$k_1 \sin \theta_i = k_1 \sin \theta_r = k_2 \sin \theta_t \quad (54)$$

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \quad (55)$$

Se considerarmos que a onda propaga-se no meio com  $n_1 \neq 0$  e incide sobre um meio  $n_2=0$ , temos que o único ângulo que satisfaz a equação é zero, ou seja, a onda incide perpendicularmente à interface. Qualquer outro ângulo fará com que a onda seja completamente refletida, mostrando que, por menos oblíqua que seja a incidência, a onda continuará no meio  $n_1$ .

Em seguida, considerando que a onda propaga-se no meio  $n_1=0$  e incide sobre o meio  $n_2 \neq 0$ , o ângulo de transmissão fica independente do ângulo de incidência, de maneira que, no meio  $n_2$ , apenas se refrata uma onda perpendicular à interface.

Ziolkowski [14] apresenta um desenvolvimento mais detalhado da estrutura do campo eletromagnético para um material que possui  $\varepsilon=0$  e  $\mu=0$ . Os resultados analíticos feitos para uma, duas e três dimensões indicam que a onda, dentro do meio, apresenta comportamento estático no espaço, mas oscilante com relação ao tempo e que a potência continua a fluir a partir da fonte.

Estes resultados foram obtidos não através de uma estrutura metamaterial, mas sim simulando um meio que satisfaz a equação de Drude com perdas (equações (56) e (57) originárias da equação (1)). Com isso, escolhendo as frequências de plasma magnética e elétrica de forma que  $\omega_{pe} = \omega_{pm} = \omega_p$  e escolhendo também valores baixos para as perdas elétrica e magnética de forma que  $\Gamma_e = \Gamma_m = \Gamma$ , obtém-se para permissividade e permeabilidade:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - j\Gamma_e)} \right) \quad (56)$$

$$\mu(\omega) = \mu_0 \left( 1 - \frac{\omega_{pm}^2}{\omega(\omega - j\Gamma_m)} \right) \quad (57)$$

O índice de refração é obtido por:

$$n(\omega) = (\epsilon_r \mu_r)^{1/2} \quad (58)$$

$$n(\omega) = \left( \frac{\epsilon(\omega) \mu(\omega)}{\epsilon_0 \mu_0} \right)^{1/2} \quad (59)$$

$$n(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - j\Gamma)} \quad (60)$$

$$n(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \Gamma^2} + j \left( \frac{\Gamma \omega_p^2}{\omega^3 + \omega \Gamma^2} \right) \quad (61)$$

Para  $\Gamma \approx 0$ , a parte real do índice de refração é:

$$n_{real}(\omega) \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (62)$$

Em uma das simulações de [14], é inserida uma placa plana emissora de ondas eletromagnéticas imersa no meio cujo índice de refração é nulo. À medida que o regime permanente é atingido, o campo se torna constante espacialmente dentro do meio, mas oscila em relação ao tempo.

Outra simulação mostra o resultado obtido por meio da Lei de Snell, em que uma fonte é imersa no meio e dele apenas emergem ondas planas. Se a fonte é deslocada para fora do meio, ondas planas se propagam por ele.

Um ponto importante a se observar é que no caso acima foram escolhidos valores para que  $\epsilon = \mu = 0$ , resultando em  $n = 0$ . Contudo, na prática, esse valor pode ser obtido para uma frequência específica, mas para uma faixa de frequências o que se tem é  $\epsilon \approx 0$  e  $\mu \approx 0$ , resultando em  $n \approx 0$ . Se o meio apresentar  $\epsilon \approx 0$  e  $\mu$  não for próximo de zero ou  $\mu \approx 0$  e  $\epsilon$  não for próximo de zero, ainda assim  $n \approx 0$  pode ser obtido, e quanto mais o outro parâmetro (que não é próximo de zero) puder ser reduzido, mais perto  $n$  ficará de zero, intensificando suas propriedades.

#### 4.2. Algumas Aplicações de meios com índice de refração nulo

Como os estudos em metamateriais se iniciaram recentemente, a possibilidades de se fabricar meios com índice de refração nulo ou quase nulo também é recente, de modo que suas propriedades ainda estão sendo investigadas, mas algumas delas já possuem perspectiva de utilização prática.

Em [14] ficou ilustrado uma aplicação para os meios de índice de refração nulo: antenas de alta diretividade. Inserindo uma antena em um meio de índice de refração nulo, a onda emergente é sempre perpendicular à superfície do meio.

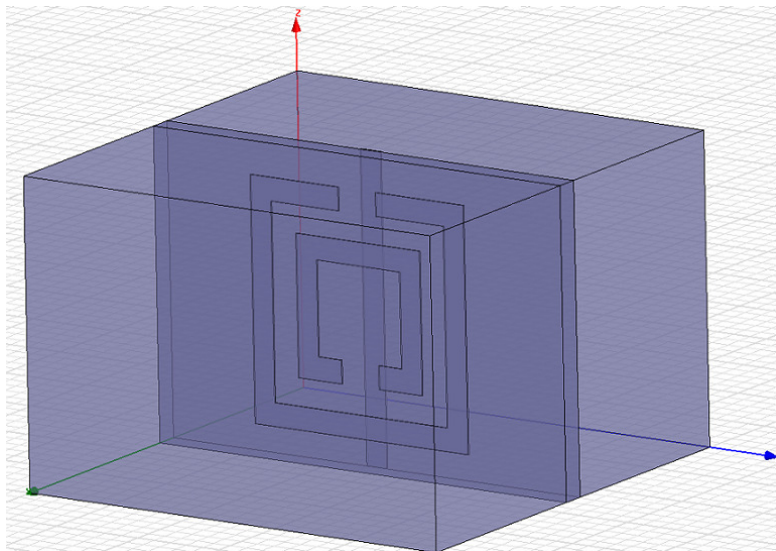
Outro caso interessante é a utilização desses meios em guias de onda. Em [2] observou-se que a transmissão em guias irregulares foi drasticamente aumentada quando utilizado um meio com índice de refração próximo de zero.

Uma outra aplicação é a utilização de meios com índice de refração nulo em cavidades de laser [3]. A vantagem é que, como o comprimento de onda efetivo é praticamente infinito, a ressonância não depende da dimensão da cavidade, ou seja, um ressonador de ordem zero. Com isso, cavidades extremamente pequenas para laser poderiam ser fabricadas.



## 5. Desenvolvimento da estrutura do metamaterial

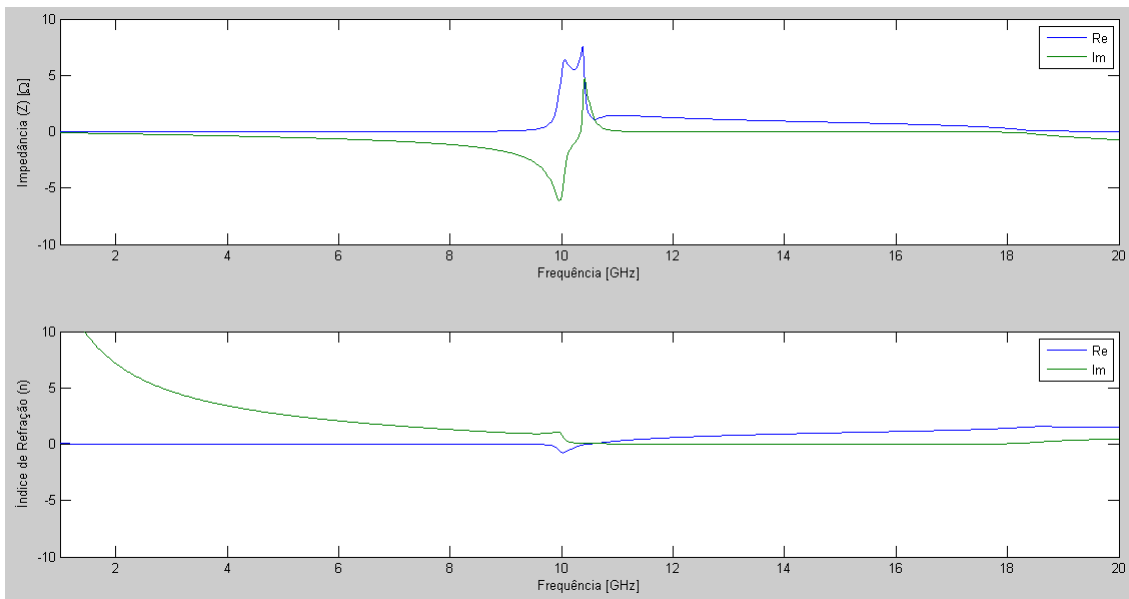
Existe uma grande quantidade de geometrias disponíveis para serem utilizadas nos metamateriais [15]. A estrutura empregada neste trabalho foi escolhida a fim de que possuíse uma geometria simples para agilizar os cálculos computacionais, e ser facilmente modificada visando sua otimização e também para que os parâmetros  $\epsilon$  e  $\mu$  fossem ajustados sem dificuldades. Dessa maneira, a estrutura utilizada para produzir um meio de índice de refração nulo foi a estrutura de anel quadrado conforme ilustrado na Figura 15. Esta estrutura foi proposta em [15], mas seu índice de refração, apesar de ser menor do que a unidade, possui um valor de pico dentro da região de ressonância de cerca de -0,7, e buscou-se reduzir este valor, para que estivesse mais próximo de zero.



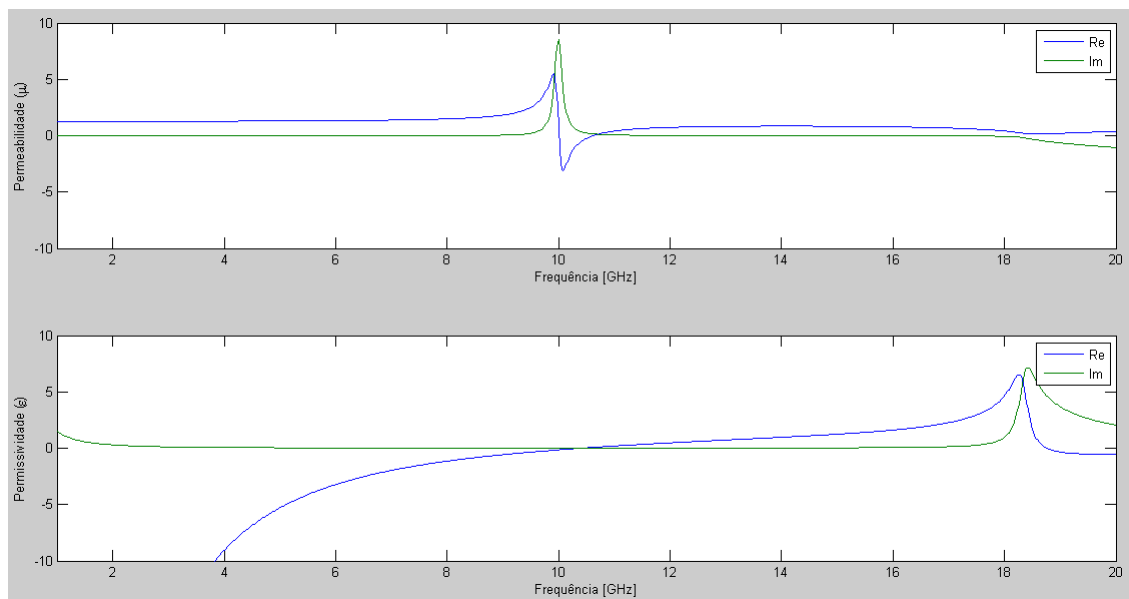
**Figura 15 - Célula de metamaterial escolhido para analisar**

Esta célula consiste em um prisma de vácuo com comprimento nos eixos  $x$  e  $y$  de 5 mm e 3,33 mm no eixo  $z$ . Nele é inserida uma estrutura equivalente a uma placa de circuito impresso com a geometria desejada impressa, que no caso é uma fita metálica para controlar a permissividade e um SRR quadrado para controlar a permeabilidade. A espessura do cobre é de 0,017 mm e a do dielétrico (FR4  $\epsilon_r=4,4$ ), centralizado no prisma, é de 0,25 mm, sendo ambas medidas tomadas no eixo  $y$ . A fita localizada na parte de trás do dielétrico possui 3,33 mm de comprimento e 0,25 mm de espessura posicionada no centro. Ambos os anéis possuem largura de 0,25 mm e gap de 0,46 mm e estão centralizados em relação ao plano  $xz$  do dielétrico. O anel exterior possui o lado igual a 2,62 mm e o interior 1,52 mm.

A simulação da célula no software HFSS resultou na resposta em frequência dos parâmetros  $S$  que, em seguida, foram utilizados no programa presente no Apêndice 8 para recuperar as grandezas efetivas  $Z$  e  $n$  (Figura 16) e  $\epsilon$  e  $\mu$  (Figura 17).



**Figura 16 - Resposta em frequência dos parâmetros recuperados: impedância e índice de refração**



**Figura 17 - Resposta em frequência dos parâmetros recuperados:  $\epsilon$  e  $\mu$**

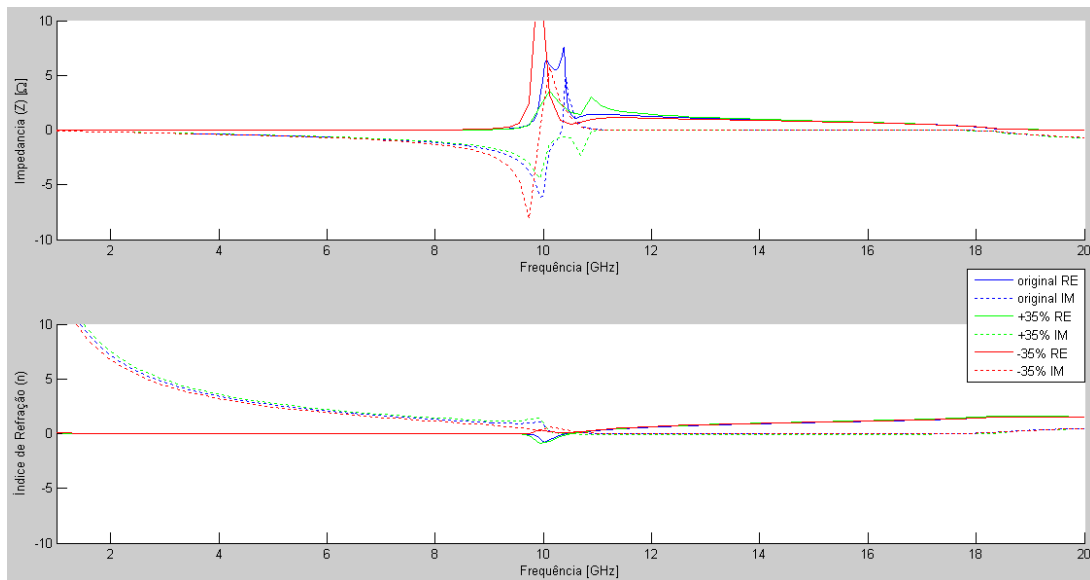
Os valores recuperados estão de acordo com os obtidos em [15] quando se considera que foi utilizado um software de simulação diferente que necessita de configurações próprias em comparação ao HFSS utilizado neste trabalho e que também não ficaram evidentes os materiais empregados na célula. Outra provável fonte destas diferenças é devido à diferença na técnica de recuperação de parâmetros empregada entre os dois trabalhos. Os comportamentos dos parâmetros são semelhantes, principalmente a permissividade e a permeabilidade, e pode-se observar algum deslocamento em frequência que não é relevante tendo em vista o objetivo deste trabalho. Pode-se observar na Figura 16 que o índice de refração se mantém muito próximo de

zero até a região de ressonância do SRR (10 GHz), possuindo então valor negativo para a sua parte real.

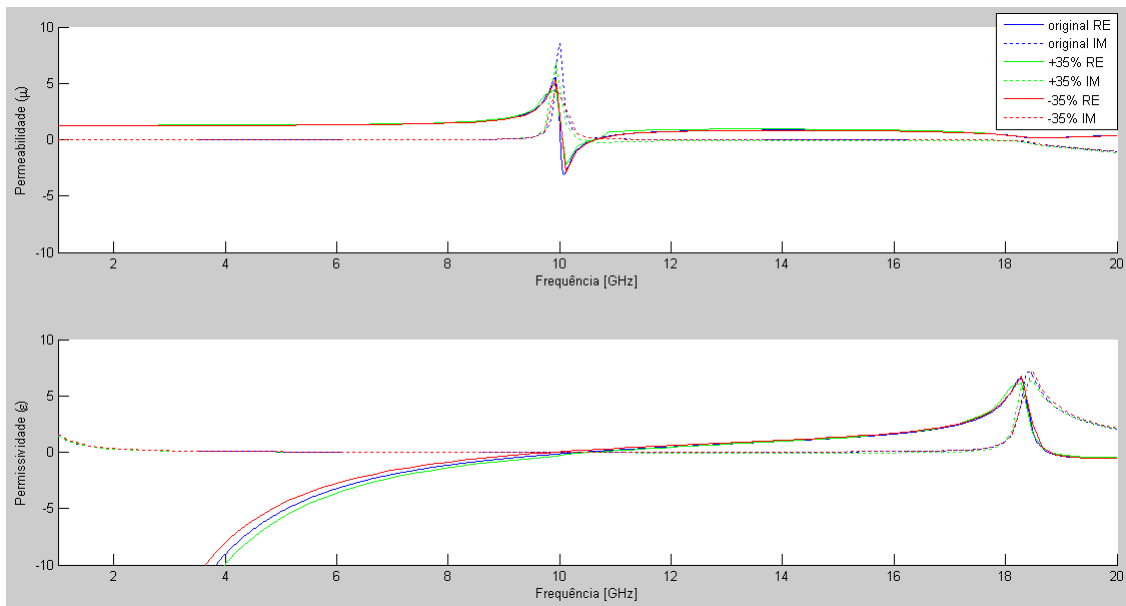
### 5.1. Variação na geometria da célula proposta

Variando a geometria da célula, busca-se deslocar a frequência de ressonância para frequências mais altas e modificar a permissividade de modo a se obter a parte real do índice de refração entre valores -0,15 e 0,15 em torno de 10 GHz.

A espessura do fio localizado na parte de trás da célula foi variada para valores 35% maior e menor, a fim de se estudar o comportamento dos parâmetros em função desta alteração. Os parâmetros recuperados se encontram na Figura 19. Pode-se observar a variação na impedância causada pelo deslocamento da frequência de plasma elétrica e praticamente nenhuma mudança na permeabilidade. Já o índice de refração passou de negativo (fio mais espesso) para positivo (fio mais fino).

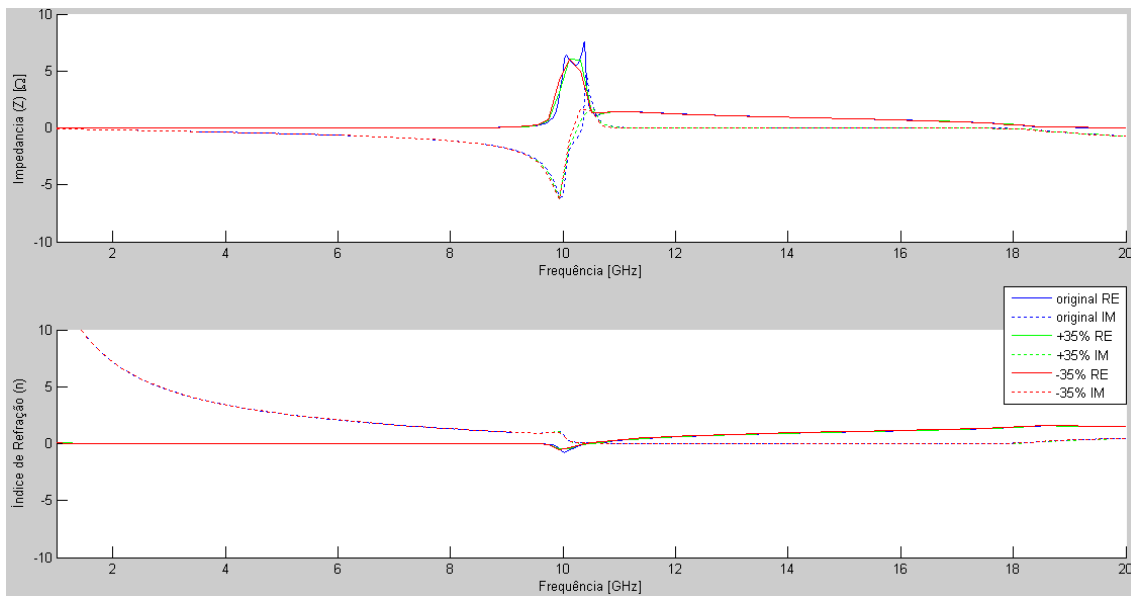


**Figura 18 - Parâmetros recuperados após a variação na espessura do fio: impedância e índice de refração**

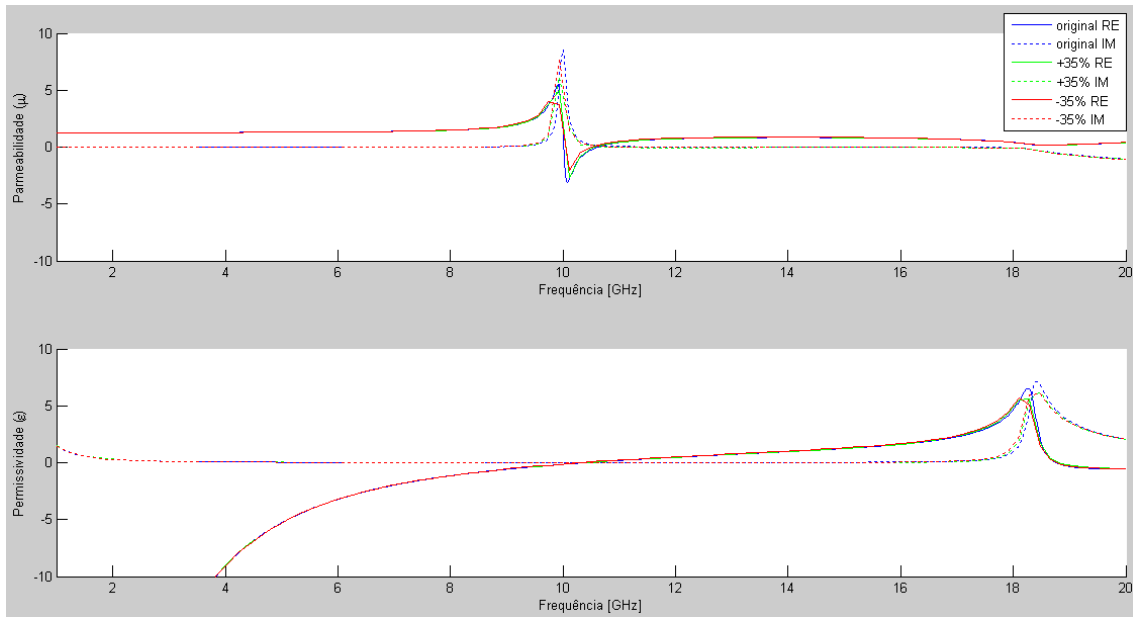


**Figura 19 - Parâmetros recuperados após a variação na espessura do fio:  $\epsilon$  e  $\mu$**

Ao variar o comprimento na fenda do anel interno para valores 35% maior e menor, não foi percebida mudança significativa nos parâmetros conforme consta na Figura 21.

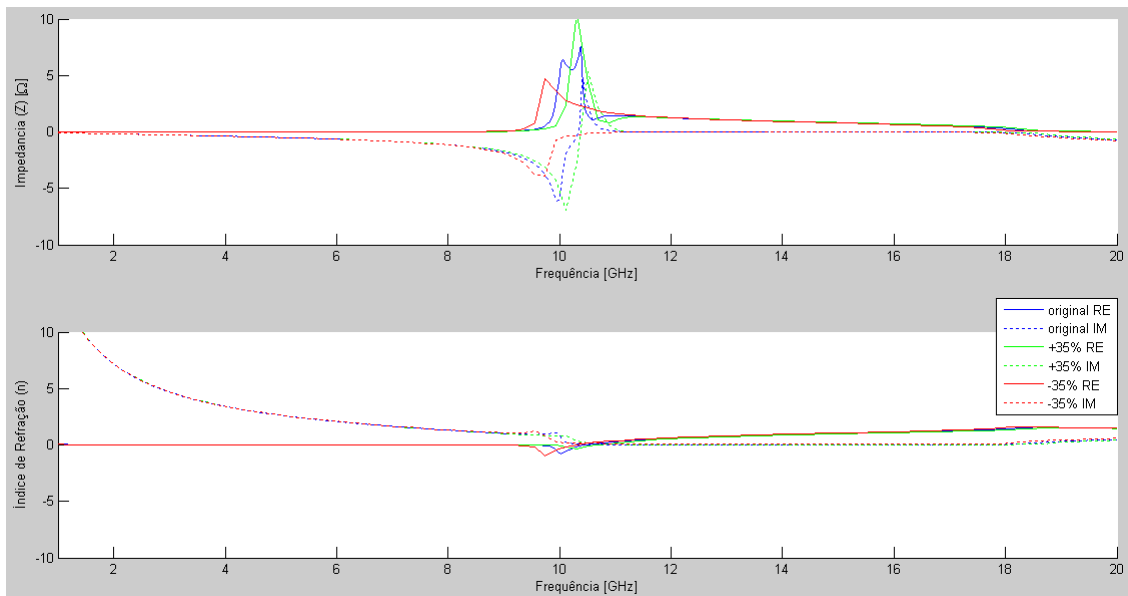


**Figura 20 - Parâmetros recuperados após a variação da fenda do anel interno: impedância e índice de refração**

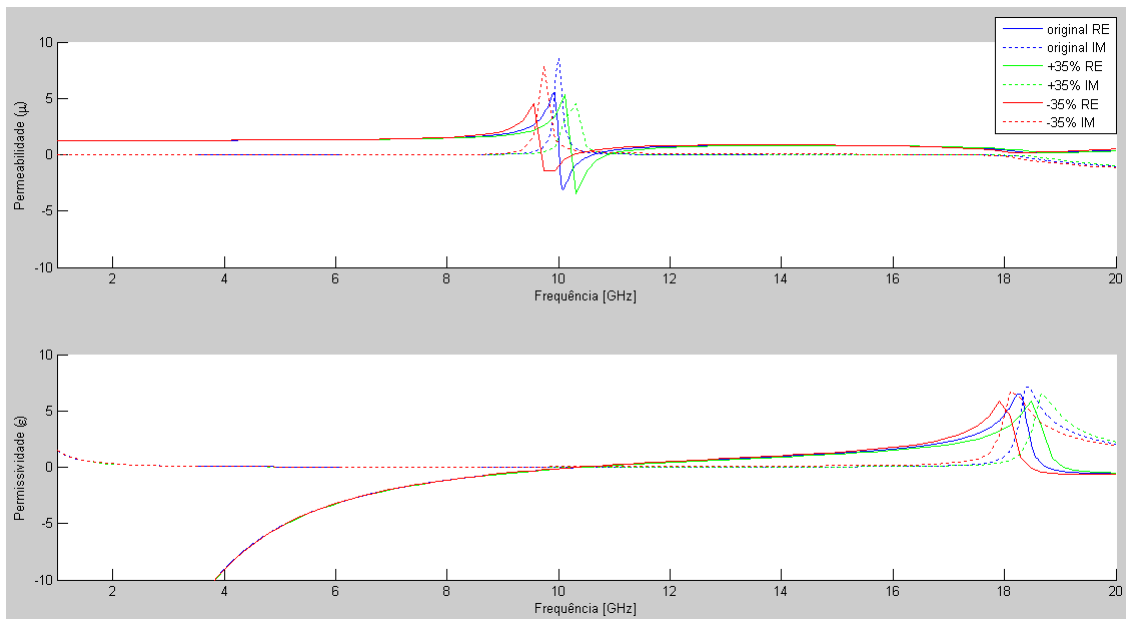


**Figura 21 - Parâmetros recuperados após a variação da fenda do anel interno:  $\epsilon$  e  $\mu$**

Ao contrário do que foi obtido para o caso anterior, a variação no comprimento da fenda do anel exterior provocou um deslocamento em frequência na impedância e na permeabilidade como pode ser observado na Figura 23. O índice de refração passou de um pico negativo para positivo na frequência de ressonância. A variação também foi de mais 35% e menos 35%.

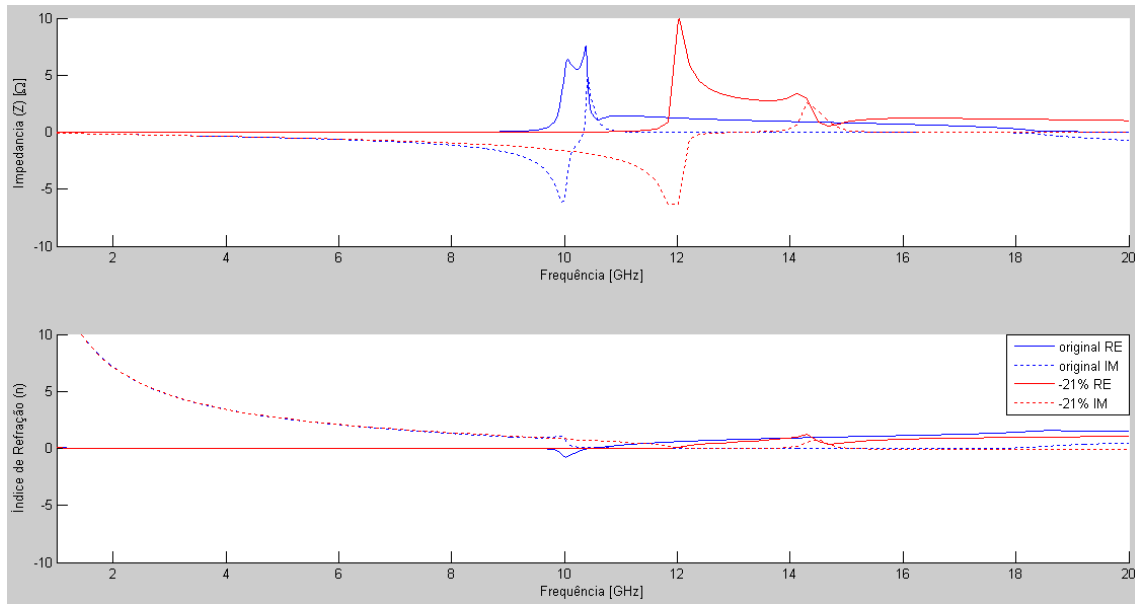


**Figura 22 - Parâmetros recuperados após variação na fenda do anel externo: impedância e índice de refração**

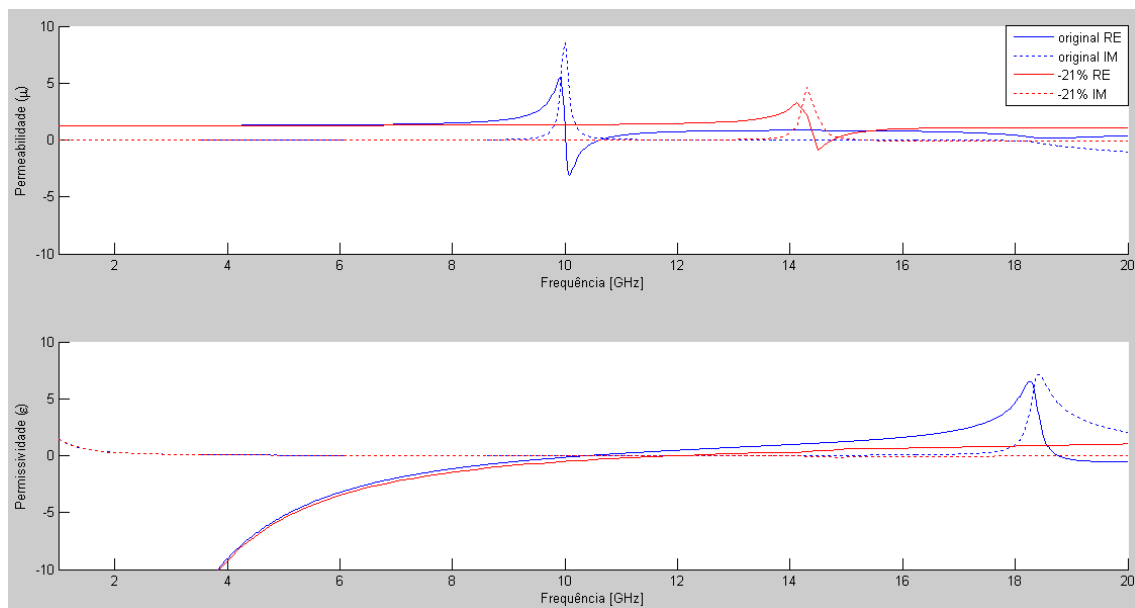


**Figura 23 - Parâmetros recuperados após variação na fenda do anel externo:  $\epsilon$  e  $\mu$**

No passo seguinte, variou-se o comprimento dos anéis de forma que a distância entre eles e suas espessuras permanecessem inalteradas. Como pode ser visto na Figura 25, foi realizada a redução de 21% mantendo um comprimento mínimo no anel interno de modo que o tamanho de sua fenda não fosse comprometido. Esta alteração provocou um aumento na frequência de ressonância, enquanto o aumento no comprimento dos anéis provoca uma redução na frequência de ressonância devido a alterações nas capacitâncias e indutâncias do anel. Apenas aumentos muito pequenos foram permitidos, pois o método de recuperação de parâmetros não encontrou solução que satisfizesse as condições iniciais e por isso não foi considerado.

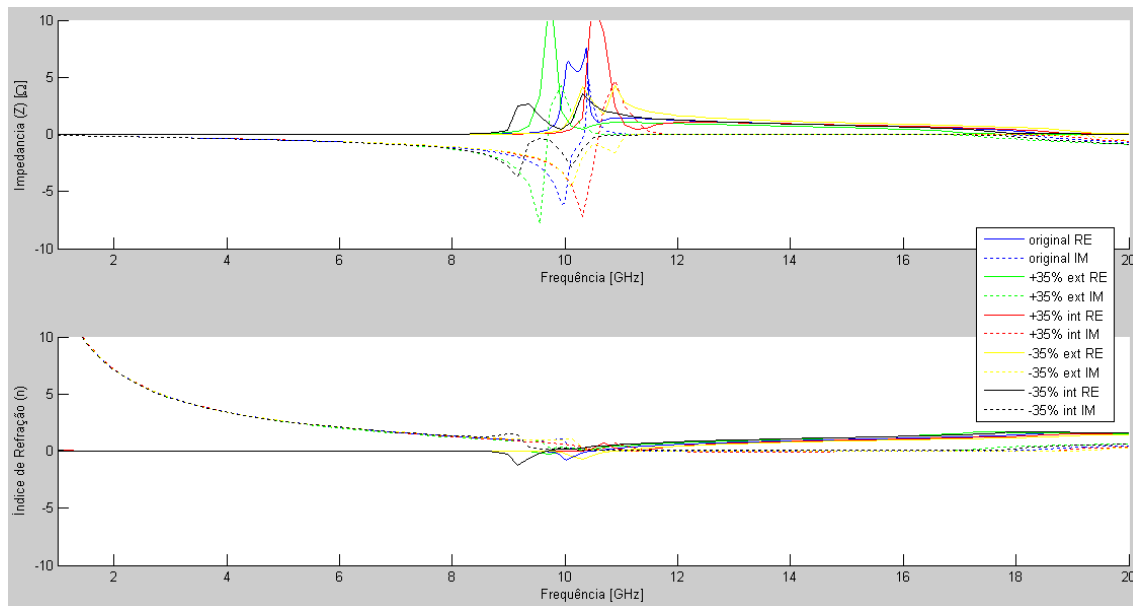


**Figura 24 - Parâmetros recuperados após variação no comprimento dos anéis do SRR: impedância e índice de refração**

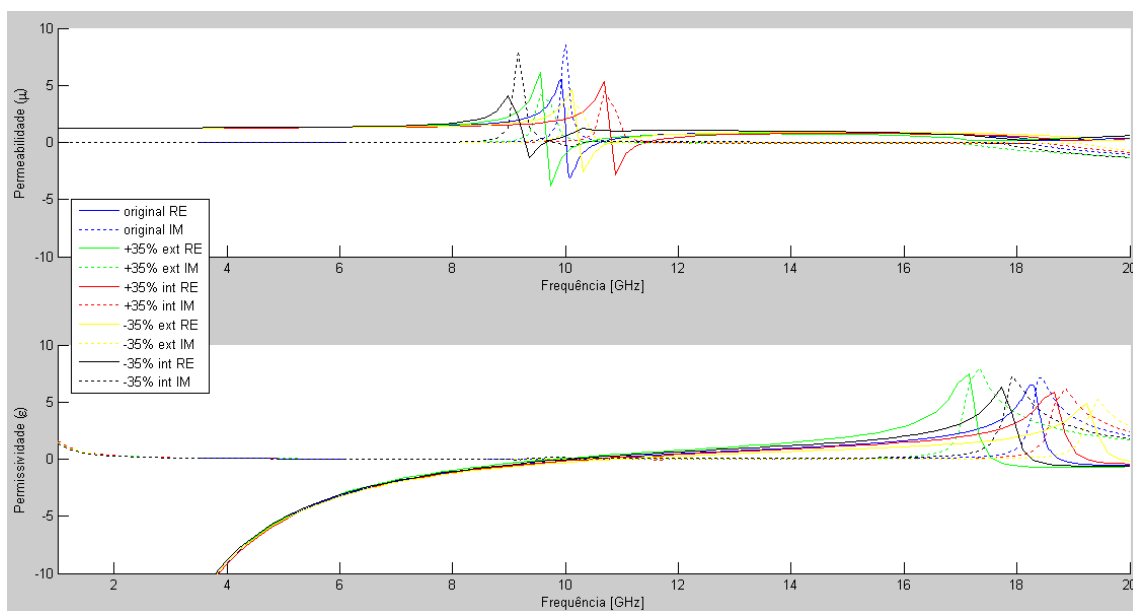


**Figura 25 - Parâmetros recuperados após variação no comprimento dos anéis do SRR:  $\epsilon$  e  $\mu$**

Em seguida, foram realizadas alterações na espessura dos anéis, buscando manter a distância entre eles inalterada, necessitando, portanto, que seus comprimentos fossem modificados. Foram realizadas variações de mais 35% e menos 35%, ora alterando apenas o comprimento do anel interno, ora alterando apenas o comprimento do anel externo. Com os resultados mostrados na Figura 27, pode-se notar que as alterações realizadas no anel interno atenuaram os picos positivos na impedância e deslocaram significativamente a permeabilidade. Já as modificações no anel externo atuaram consideravelmente na permissividade.



**Figura 26 - Parâmetros recuperados após variações na espessura dos anéis: impedância e índice de refração**

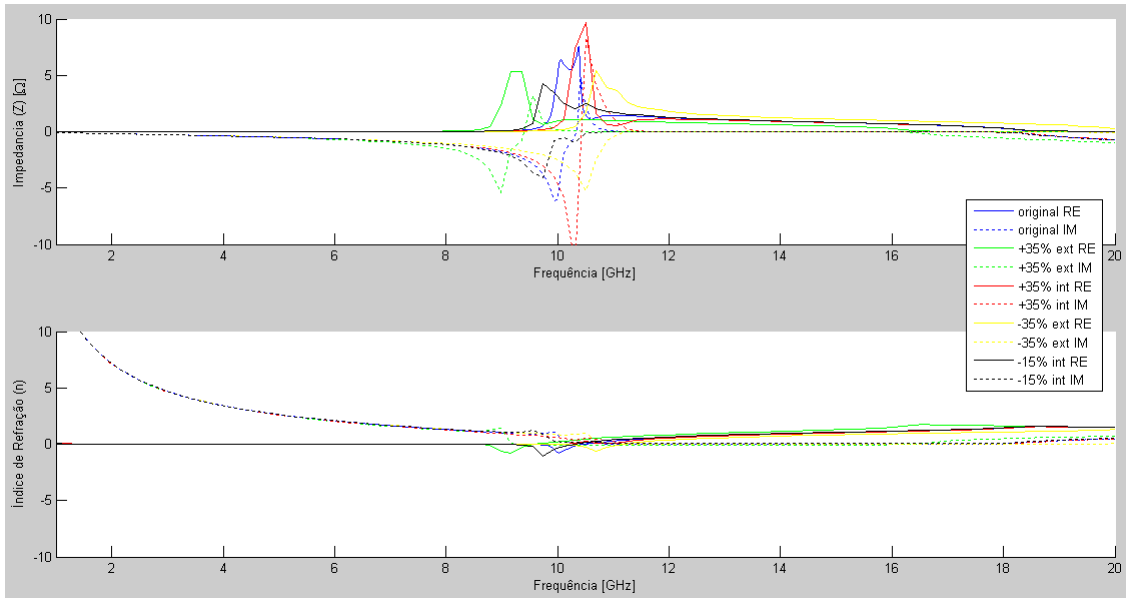


**Figura 27 - Parâmetros recuperados após variações na espessura dos anéis:  $\epsilon$  e  $\mu$**

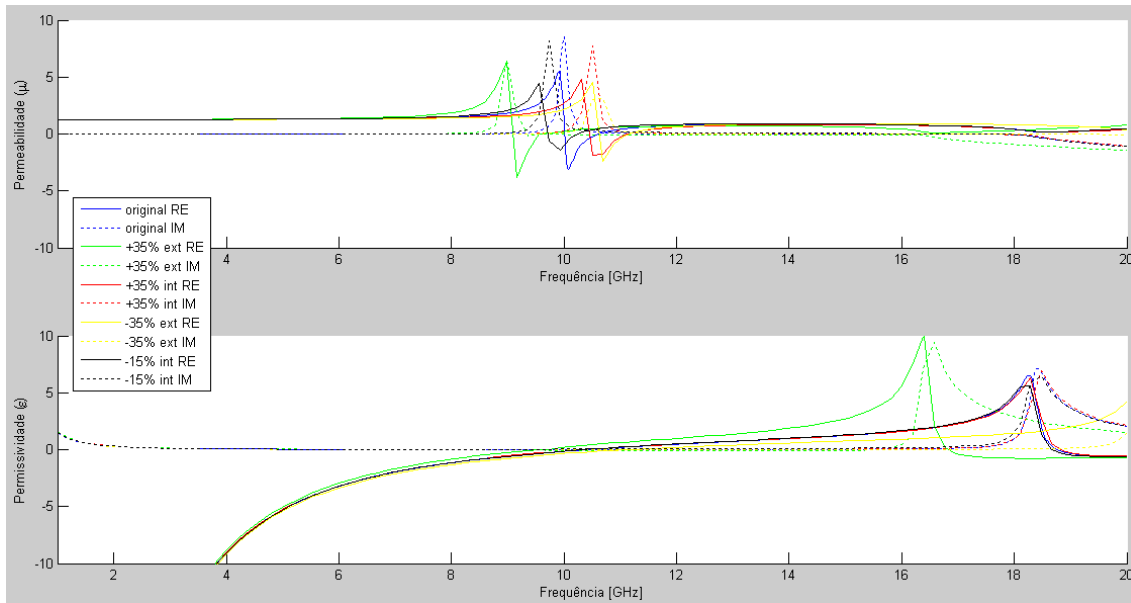
Por fim, os comprimentos dos anéis foram alterados e suas espessuras foram mantidas constantes para que a distância entre os anéis (*gap*) fosse variada entre mais 35% e menos 35%, sendo, novamente, realizada a alteração de um anel de cada vez. Para a redução com modificação no anel interno apenas, os parâmetros não puderam ser recuperados, havendo a necessidade de se diminuir a variação de menos 35% para menos 15%. Para a permissividade, praticamente não houve alterações na modificação do anel interno, já o contrário ocorreu com o anel externo. Para a permeabilidade, como o aumento do *gap* provoca um aumento do anel externo e uma redução no anel interno, os efeitos capacitivo-indutivo explicam a alteração nas



frequências de ressonância. Para a permissividade, o comportamento é similar ao encontrado na alteração dos comprimentos dos anéis. A Figura 29 mostra os resultados obtidos.



**Figura 28 - Parâmetros recuperados após variação na distância entre os anéis: impedância e índice de refração**



**Figura 29 - Parâmetros recuperados após variação na distância entre os anéis:  $\epsilon$  e  $\mu$**

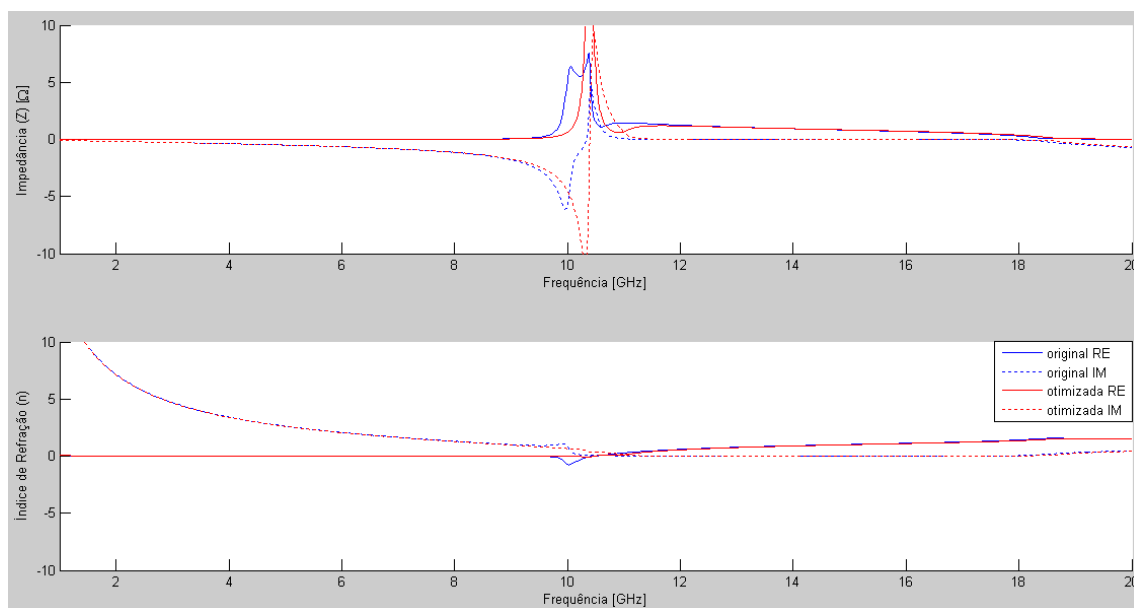
## 5.2. Célula metamaterial otimizada

Entendendo melhor a estrutura proposta através das simulações realizadas anteriormente, pode-se, por fim, propor uma geometria que possua características melhoradas para se obter o índice de refração nulo.

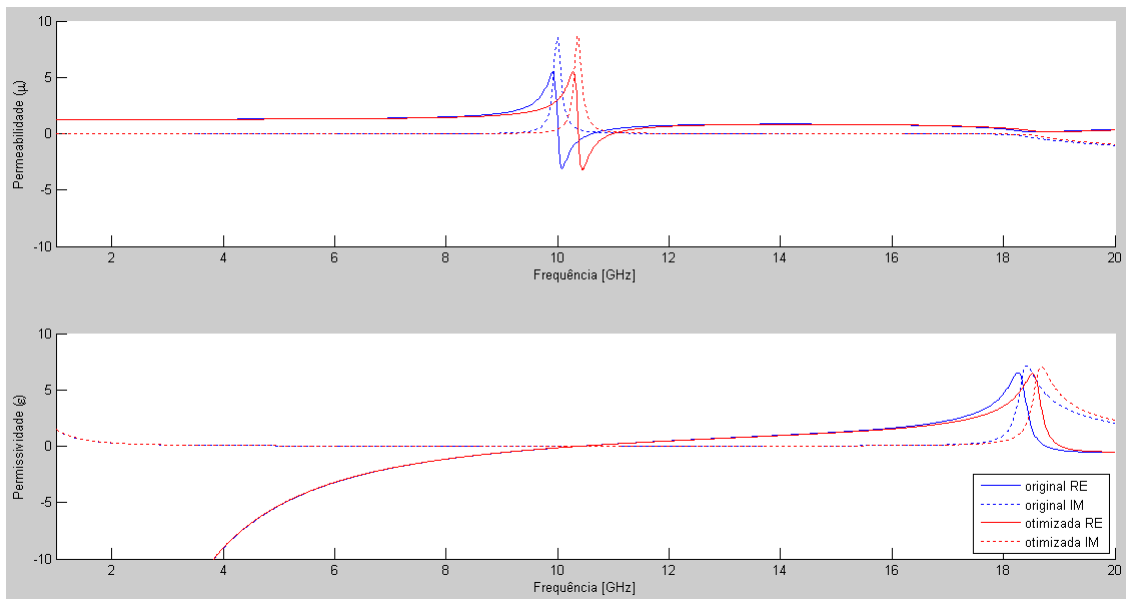
Como há uma grande quantidade de variáveis envolvidas, apenas algumas características foram alteradas: variou-se a espessura dos anéis, o tamanho da fenda do anel externo e a espessura do fio. As alterações aplicadas na célula foram: fita metálica com 0,243 mm, fenda do anel externo com 0,552 mm, espessura dos anéis com 0,275 mm e comprimento do anel interno com 1,47 mm.

Estas alterações tiveram em vista reduzir o “cotovelo” presente na Figura 16 no qual o índice de refração se torna negativo. Várias tentativas foram realizadas, buscando trazer o índice o mais perto possível de zero e foi obtido que o pico mínimo situou-se em -0,13, valor que pode ser considerado baixo.

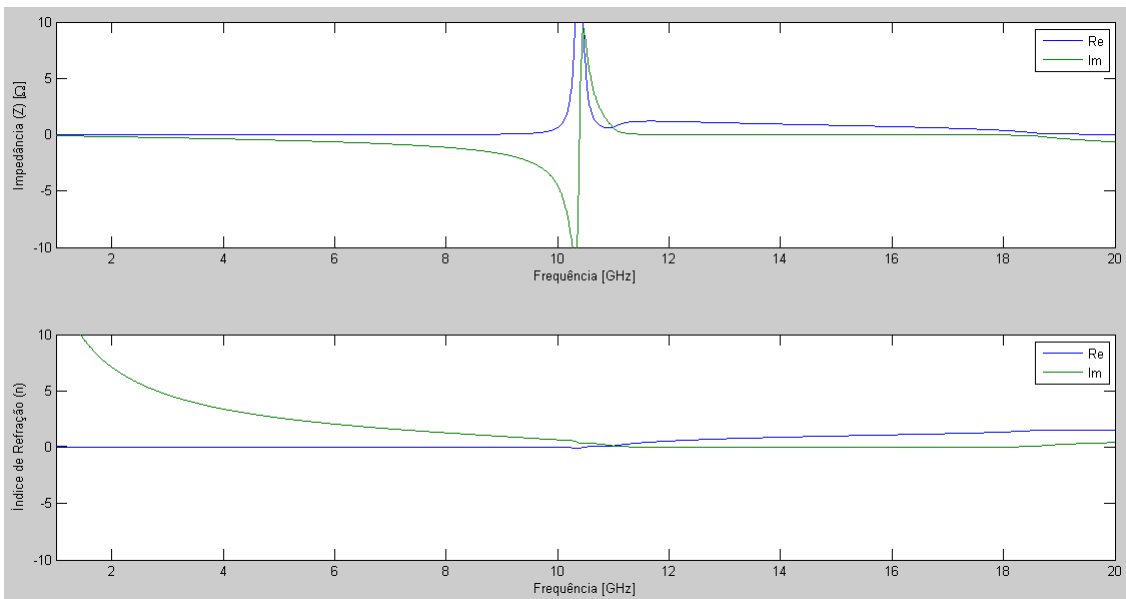
Basicamente, buscou-se deslocar a frequência de ressonância magnética de modo que seus picos fossem anulados pela existência de uma permissividade muito próxima de zero e se beneficiar com a permeabilidade passando pelo zero. Com isso, até 10,96 GHz tem-se um índice de refração quase nulo e entre 10,5 GHz e 10,86 foram obtidas permissividade e permeabilidade próximas de zero, entre 0,05 e 0,07. A Figura 31 mostra um comparativo entre a estrutura proposta e a otimizada, enquanto que a Figura 32 e a Figura 33 mostram os parâmetros recuperados. Na Figura 34 está, em detalhe, o índice de refração obtido, com uma mudança de escala para evidenciar seu valor próximo de zero.



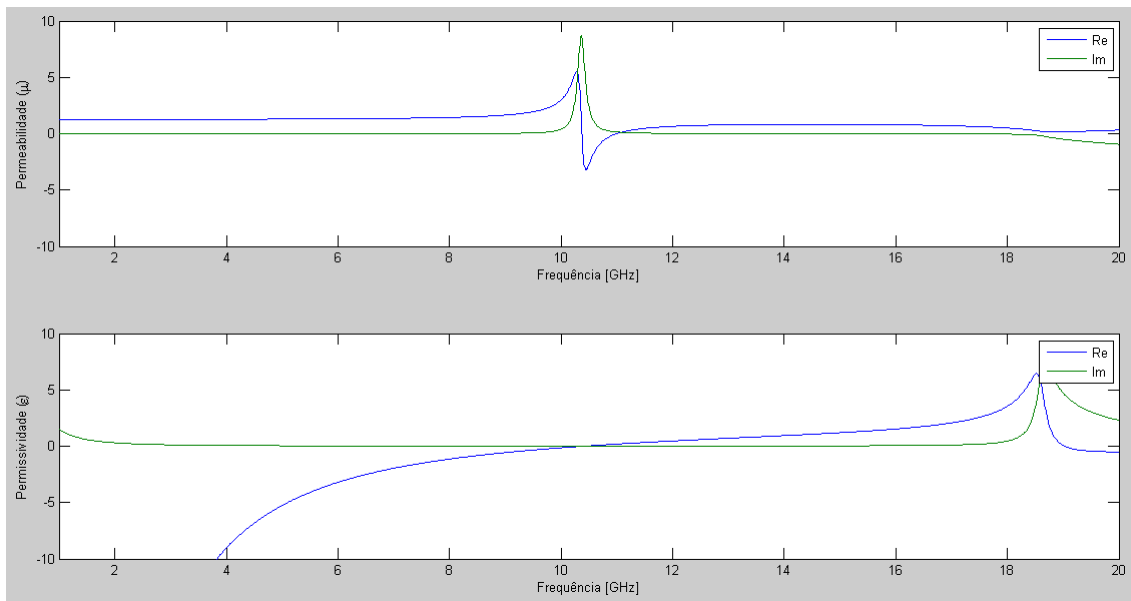
**Figura 30 - Comparativo entre a estrutura original e a otimizada: impedância e índice de refração**



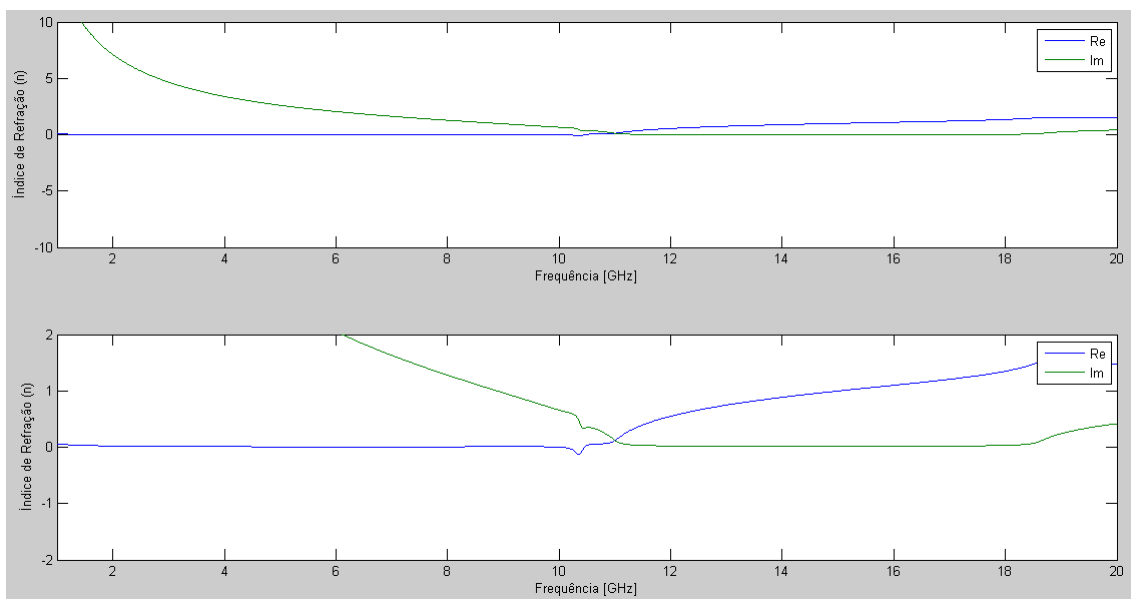
**Figura 31 - Comparativo entre a estrutura original e a otimizada:  $\epsilon$  e  $\mu$**



**Figura 32 - Impedância e índice de refração do metamaterial otimizado**



**Figura 33 - Permeabilidade e permissividade do metamaterial otimizado**



**Figura 34 - Índice de refração do metamaterial otimizado em escalas diferentes**

## 6. Conclusão

Apesar do método de recuperação de parâmetros utilizado ter obtido desempenho satisfatório para a aplicação proposta, percebe-se que ainda existem muitos pontos na teoria de metamaterias para serem investigados e novos métodos mais confiáveis a serem desenvolvidos especialmente na frequência de ressonância do material.

As variações propostas na geometria foram condizentes com a teoria levantada, ilustrando a gama de possibilidades de uma única geometria para a célula de metamaterial, deixando evidente a dificuldade em se considerar todas as variáveis na otimização da estrutura.

A geometria proposta mostrou-se satisfatória para o papel a ser desempenhado, pois foi obtido um metamaterial que apresenta índice de refração muito próximo de zero, inclusive na banda de ressonância, em que o índice é mais próximo de zero, pois a permeabilidade e a permissividade estão também mais próximas de zero.

Os metamateriais se mostram como materiais extremamente versáteis pela capacidade de modificação dos parâmetros eletromagnéticos através da variação de sua geometria, abrindo novos rumos para novas tecnologias e aplicações na área de telecomunicação.

Outro ponto importante é a simplicidade de construção dos metamateriais, pois os meios podem ser construídos através células fabricadas em placas de circuito impresso, uma tecnologia barata e dominada atualmente.

## 7. Referências Bibliográficas

- [1] J. B. Pendry, “Negative Refraction Makes a Perfect Lens,” *Physical Review Letters*, vol. 85 no 18, pp. 3966-3969, October 2000.
- [2] M. Silveirinha and N. Engheta, “Theory of Supercoupling, Squeezing Wave Energy, and Field Confinement in Narrow Channels and Tight Bends Using  $\epsilon$ -Near-Zero Metamaterials,” *Phys. Rev. B* 76, 245109 (2007).
- [3] R. W. Ziolkowski, “Metamaterial-based source and scattering enhancements: from microwave to optical frequencies,” *Opto-Eletron. Rev.* 14, no 3, pp. 167-177, 2004.
- [4] J. Lu, T. M. Grzegorzczuk, Y. Zhang, J. Pacheco, B.-I. Wu, J. A. Kong, and M. Chen, “Cerenkov radiation in materials with negative permittivity and permeability,” *Optics Express*, vol 11, no 7, pp. 723-734, April 2003.
- [5] V. G. Veselago, “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of permittivity and permeability,” *Sov. Phys. USPEKHI*, vol. 10, p. 509, 1968.
- [6] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, “Extremely Low Frequency Plasmons in Metallic Mesostructures,” *Physical Review Letters*, vol 76, no 25, pp. 4773-4776, June 1996.
- [7] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robins and W. J. Stewart, “Magnetism from Conductors and Enhanced Nonlinear Phenomena,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 47, pp. 2075-2084, november 1999.
- [8] K. Aydin, “Negative Refractions Using True Left-Hand Metamaterials”, Dissertação de Mestrado, Bilkent University, Bilkent, 2004.
- [9] F. Bilotti, A. Toscano, and L. Vegni, “Design of Spiral and Multiple Split-Ring Resonators for the Realization of Miniaturized Metamaterial Samples,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol 55, no 8, pp. 2258-2267, August 2007.
- [10] A. C. César. Matriz de espalhamento S. [Online] [Citado em: 21/10/2011] [http://www.sel.eesc.usp.br:8085/Disiplinas/disciplinas/arq\\_lista.jsp?id=76](http://www.sel.eesc.usp.br:8085/Disiplinas/disciplinas/arq_lista.jsp?id=76).
- [11] D. R. Smith, D. C. Vier, Th. Koschny and C. M. Soukoulis, “Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials,” *Phys. Rev. E* 71, 036617 (2007).
- [12] X. Chen, T. Grzegorzczuk, B. I. Wu, J. Pacheco, and J. A. Kong, “Robust Method to Retrieve the Constitutive Effective Parameters of Metamaterials,” *Phys. Rev. E* 70, 016608 (2004).

- [13] B.-H. V. Borges. 2- Reflexão e Transmissão. [Online] [Citado em: 22/10/2011] [http://www.sel.eesc.usp.br:8085/Disiplinas/disciplinas/disc\\_login.jsp?id=73](http://www.sel.eesc.usp.br:8085/Disiplinas/disciplinas/disc_login.jsp?id=73).
- [14] R. W. Ziolkowski, "Propagation in and scattering from a matched metamaterial having a zero index of refraction," *Phys. Rev. E* 70, 046608 (2004).
- [15] B. I. Wu, W. Wang, J. Pacheco, X. Chen, T. Grzegorzczuk, and J. A. Kong, "A Study of Using Metamaterials as Antenna Substrate to Enhance Gain," *Progress in Electromagnetics Research*, PIER 51, pp. 295-328, 2005.
- [16] H. H. Thomas, "Design and applications of frequency tunable and reconfigurable metamaterials", Dissertação de PhD, Graduate School of Duke University, Durham, 2009.
- [17] M. Silveirinha and N. Engheta, "Design of Matched Zero-Index Metamaterials Using Non-Magnetic Inclusions in Epsilon-Near-Zero (ENZ) Media," *Phys. Rev. B* 75, 075119 (2007).
- [18] D. R. Smith, S. Schultz, P. Markos and C. M. Soukoulis, "Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients," *Phys. Rev. B* 65, 195104 (2002).
- [19] R. W. Ziolkowski, "Metamaterial-Based Antennas: Research and Developments," *IEICE Trans. Electron.*, vol E89–C, no 9, pp. 1267-1275, September 2006.
- [20] R. W. Ziolkowski, "Antennas and Propagation in the Presence of Metamaterials and Other Complex Media: Computational Electromagnetic Advances and Challenges," *IEICE Trans. Commun.*, vol E88–B, no 6, pp. 2230-2238, June 2005.
- [21] T. M. M. Luque, "Analysis, Design and Implementation of a Reconfigurable Fractal Volumetric Left-Hand Metamaterial", Dissertação de mestrado, University of New Mexico, Albuquerque, 2008.
- [22] J. B. Pendry, "Negative Refraction Makes a Perfect Lens," *Physical Review Letters*, vol 85, no 18, pp. 3966-3969, October 2000.
- [23] N. G. Alexopoulos, C. A. Kyriazidou, and H. F. Contopanagos, "Effective Parameters for Metamorphic Materials and Metamaterials Through a Resonant Inverse Scattering Approach," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol 55, no 2, pp. 254-267, February 2007.
- [24] W. H. Hayt Jr. and J. A. Buck, *Eletromagnetismo*, 6ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.

## 8. Apêndice - Programa de recuperação de parâmetros baseado em [12]

```
% Constantes

c=299792458;      % velocidade da luz
k0=(2*pi.*f/c)';  % vetor de propagação
d=5e-3;           % espessura da célula unitária
deltaz=0.1;       % limite para aplicar a condição abs(exp(ink0d))<=1
iter=10;          % quantidade de iterações para encontrar o inteiro m para o índice de
refração
```

```
% a,m - variável de iteração
```

```
Saux=S;
for k=1:size(S,3)
    for j=1:size(S,2)
        for i=1:size(S,1)
            Saux(i,j,k)=abs(S(i,j,k))*exp(1i*(-angle(S(i,j,k))));
        end
    end
end
```

```
% Extração dos parâmetros-S da matriz do HFSS
```

```
S11 = Saux(:,1,1);
S21 = Saux(:,2,1);
%S12 = Saux(:,1,2);
%S22 = Saux(:,2,2);
```

```
% Impedância
```

```
Z=sqrt(((1+S11).^2-S21.^2)./((1-S11).^2-S21.^2));
```

```
% calculando a condição: se |z|<deltaz então deve-se verificar se
%  $|e^{ink_0d}| \leq 1$  (n" é positivo). Caso não seja, deve-se inverter o sinal de
```



```

% z'.

expink0d=S21./(1-S11.*((Z-1)./(Z+1)));

for a=1:size(expink0d)
    if abs(real(Z(a)))<deltaz
        if abs(expink0d(a))>1
            Z(a)=-Z(a);
        end
    end
end

% procurar inteiro que satisfaz a condição  $\ln|z'| \leq n|z'|$ 

for m=-iter:1:iter

    N=((imag(log(expink0d))+2*pi*m)-1i*real(log(expink0d)))/(k0*d);

    ladoesq=abs(real(N(1)).*imag(Z(1))); %  $\ln|z'|$ 
    ladodir=imag(N(1)).*real(Z(1)); %  $n|z'|$ 
    cond=ladoesq-ladodir;

    if cond<=0
        sol=m;
    end

end

% como n é a única solução para esse caso, ele é utilizado. contudo, existe
% incerteza sobre n na região da frequência de ressonância
N=((imag(log(expink0d))+2*pi*0)-1i*real(log(expink0d)))/(k0*d);

% método iterativo para obter n

n=zeros(size(expink0d));

```

```

for a=1:1:size(expink0d)
    if a==1
        n(a)=((imag(log(expink0d(a))))-1i*real(log(expink0d(a))))/(k0(a)*d);

    else
        r=roots([expink0d(a-1)/2    expink0d(a-1)*(1-1i*n(a-1)*k0(a-1)*d)    expink0d(a-1)*((1i*n(a-1)*k0(a-1)*d)^2/2-1i*n(a-1)*k0(a-1)*d+1)-expink0d(a)]);
        naux=r./(1i*k0(a)*d);

        if    ((abs(imag(naux(1)))-abs(imag(n(a-1))))<(abs(imag(naux(2)))-abs(imag(n(a-1)))))
            n(a)=naux(1);
        else
            n(a)=naux(2);
        end
    end
end

mi=n.*Z;
eps=n./Z;
f=f/1e9;

% Módulo e fase de S11 e S21
figure(10)
subplot(2,1,1);
hold on
plot(f,abs(S11));
plot(f,abs(S21),'.' );
xlabel('Frequência [GHz]')
title('Módulo de S')
legend('S11','S21');

subplot(2,1,2)
hold on
plot(f,phase(S11));

```

```

plot(f,phase(S21),':');
ylabel('Radianos')
xlabel('Frequência [GHz]')
title('Fase de S')
legend('S11','S21');

% Impedância
figure(11)
subplot(2,1,1);
plot(f,[real(Z),imag(Z)]);
axis([f(1) f(end) -10 10]);
xlabel('Frequência [GHz]')
title('Impedancia')
legend('Re','Im');

% Índice de refração
subplot(2,1,2);
plot(f,[real(N),imag(N)]);
axis([f(1) f(end) -10 10]);
xlabel('Frequência [GHz]')
title('Índice de Refração')
legend('Re','Im');

% Permeabilidade
figure(12)
subplot(2,1,1)
plot(f,[real(mi),imag(mi)]);
axis([f(1) f(end) -10 10]);
xlabel('Frequência [GHz]')
title('\mu')
legend('Re','Im');

% Permissividade
subplot(2,1,2)
plot(f,[real(eps),imag(eps)]);
axis([f(1) f(end) -10 10]);
xlabel('Frequência [GHz]')

```

```
title('\epsilon')  
legend('Re','Im');
```