

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

**Renan Crivelari Casimiro**

**Análise da penetração harmônica em um gerador síncrono  
distribuído**

São Carlos

2018



**Renan Crivelari Casimiro**

**Análise da penetração harmônica em um gerador síncrono  
distribuído**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à  
Escola de Engenharia de São Carlos, da  
Universidade de São Paulo.

Orientador: Prof. Tit. Denis Vinicius Coury

São Carlos

2018

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

C339a Crivelari Casimiro, Renan  
ANÁLISE DA PENETRAÇÃO HARMÔNICA EM UM GERADOR  
SÍNCRONO DISTRIBUÍDO / Renan Crivelari Casimiro;  
orientador Denis Vinicius Coury. São Carlos, 2018.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com  
ênfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de  
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,  
2018.

1. GERADOR SÍNCRONO. 2. MODELAGEM HARMÔNICA. 3.  
GERAÇÃO DISTRIBUÍDA. 4. CARGAS NÃO-LINEARES. I. Título.

# FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Renan Crivelari Casimiro

Título: "Análise da penetração harmônica em um gerador síncrono distribuído"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado  
em 29/06/2018,

com NOTA 9,5 (nove, cinco), pela Comissão Julgadora:

*Prof. Titular Denis Vinicius Coury - Orientador - SEL/EESC/USP*

*Prof. Associado José Carlos de Melo Vieira Júnior - SEL/EESC/USP*

*Mestre Eduardo Augusto Pereira Gomes - Doutorando -  
SEL/EESC/USP*

Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:  
Prof. Associado Rogério Andrade Flauzino



*Dedico este trabalho a Deus e às pessoas que estiveram ao meu lado, me ajudando  
elaborá-lo.*



## Agradecimentos

À Deus, à Jesus Cristo e ao Espírito Santo, que além de me salvarem me assistiram em todos momentos, preparando pessoas para me encorajarem e compartilhar momentos de prazer, além de me confortarem nos momentos difíceis. Pessoas das quais eu nada teria produzido sem suas influências.

À meus pais, Adilson e Cleide, bem como a minha irmã Milena que sempre me apoiaram , me incentivaram e me abençoaram com suas orações.

À minha namorada, Natalia, que durante todos estes anos se mostrou uma grande companheira, me ouvindo nos momentos bons e ruins, me aconselhando, me motivando a encarar os desafios e orando por mim.

Aos meus amigos Matheus, Ben-Hur, Renê, Victor, Caíque, Guilherme, Tiago, Leonardo e Anderson, por me acolherem em São Carlos, por estarem ao meu lado oferecendo todo o suporte e auxílio que necessitei nestes anos.

Aos meus amigos Caio, Gabriel, Ivan, Lucas e Felipe pelo companheirismo e pelas tardes, noites e madrugadas estudando em suas companhias.

Ao professor Denis pela oportunidade de realizar este trabalho, pela orientação e por sua paciência em corrigir meus textos, sempre me motivando a render cada vez mais.

Ao meu amigo Vinícius pela co-orientação, por sua preocupação com o meu desempenho, por suas orações e principalmente pelos seus conselhos que quando aplicados sempre trouxeram bons frutos.

Aos colegas do Laboratório de Sistemas de Energia Elétrica (LSEE), em especial: Rodrigo, Tiago, Willian e Iago, pelas sugestões e contribuições a este trabalho.



## **Resumo**

CASIMIRO, Renan Crivelari. **Análise da Penetração Harmônica em um Gerador Síncrono Distribuído.** 2018. 131 p. Trabalho de Conclusão de Curso – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2018.

No sistema elétrico convencional, os geradores estão localizados distantes dos centros de carga. Contudo, considerando a geração distribuída, o impacto da distorção harmônica em geradores não pode ser negligenciado. Desta forma, este trabalho apresenta uma análise do impacto causado por correntes harmônicas na tensão gerada pelo gerador síncrono distribuído. Dessa forma, foi realizada uma análise da modelagem harmônica de um gerador síncrono e uma análise sobre componentes harmônicas. Posteriormente, foram realizadas simulações de um sistema com um gerador síncrono distribuído alimentando cargas não-lineares. Além disso, este trabalho contempla a realização de um experimento que permite confirmar o efeito de convolução entre o campo magnético produzido pela corrente de campo no enrolamento de campo de um gerador síncrono com o enrolamento físico da armadura, distribuído de modo senoidal no estator da máquina. Os resultados mostram que, apesar dos níveis de distorção harmônica aumentarem com a proximidade para cargas não lineares, o nível de corrente harmônica mais alto não é suficiente para afetar a corrente de campo de modo a resultar em uma distorção da força eletromotriz gerada pela máquina síncrona.

**Palavras-chave:** Gerador síncrono. Modelagem harmônica. Geração distribuída. Cargas não lineares.



## **Abstract**

CASIMIRO, Renan Crivelari. **Analysis of Harmonic Distortion Influence in a Distributed Synchronous Generator.** 2018. 131 p. Trabalho de Conclusão de Curso – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2018.

In the conventional electrical system, the generators are located far from the load centers. However, considering distributed generation, the impact of harmonic distortion in the generators can not be neglected. In this way, this work presents an analysis of the impact caused by harmonic currents in the voltage generated by distributed synchronous generator. Thus, an analysis of the harmonic modeling of a synchronous generator and an analysis on harmonic components was performed. Subsequently, simulations were performed of a system with a distributed synchronous generator feeding non-linear loads. In addition, this work contemplates the realization of an experiment that confirms the convolution effect between the magnetic field produced by the field current in the field winding of a synchronous generator with the physical winding of the armature, sinusoidal distributed in the machine stator. The results show that although harmonic distortion level increases with proximity to non-linear loads, the highest harmonic current level is not enough to affect the field current in order to result in a distortion of the electromotive force generated by the synchronous machine .

**Keywords:** Synchronous generator. Harmonic modeling. Distributed generation. Non linear loads.



## **Lista de Tabelas**

|  |     |
|--|-----|
| Tabela 1 - Relação de ordem harmônica com sequência positiva, negativa e zero.....   | 38  |
| Tabela 2 - Conteúdo harmônico da corrente de um forno a arco em dois momentos diferentes.<br>.....   | 43  |
| Tabela 3 - Ordem harmônica vs distorção harmônica individual para corrente de entrada de<br>um inversor de frequência com motor operando em 60Hz. .... | 44  |
| Tabela 4 - Ordem harmônica vs distorção harmônica individual para corrente de entrada de<br>um inversor de frequência com motor operando em 45Hz. .... | 44  |
| Tabela 5 - Ordem harmônica vs distorção harmônica individual para tensão de entrada de um<br>inversor de frequência com motor operando em 60Hz.....    | 45  |
| Tabela 6 - Limite de distorção da tensão.....  | 47  |
| Tabela 7 - Limite de distorção da corrente para a faixa de 120V a 69kV.....  | 47  |
| Tabela 8 - Limites das distorções harmônicas totais (em % da tensão fundamental). .....  | 48  |
| Tabela 9 - Valores típicos de reatâncias para diferentes tipos de geradores. ....  | 73  |
| Tabela 10 - Parâmetros dos componentes do sistema. ....  | 90  |
| Tabela 11 - Parâmetros do gerador síncrono. ....   | 90  |
| Tabela 12 - Parâmetros elétricos do gerador síncrono utilizado no experimento. ....  | 99  |
| Tabela 13 - Valores para cálculo da resistência do enrolamento de campo do gerador síncrono.<br>.....  | 101 |
| Tabela 14 - Valores para cálculo da indutância própria do enrolamento de campo do gerador<br>síncrono. ....  | 102 |
| Tabela 15 - Características dos sinais gerados para alimentar o campo do gerador síncrono.<br>.....  | 109 |



## **Lista de Ilustrações**

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 - Representação do sistema elétrico tradicional.....   | 29 |
| Figura 2 - Representação do sistema elétrico com geração distribuída.....   | 30 |
| Figura 3 - Circuito com gerador distribuído contribuindo para corrente de falta.....  | 32 |
| Figura 4 - Forma de onda não linear criada a partir da soma de frequências.....   | 36 |
| Figura 5 - Diagrama das tensões e correntes de um sistema trifásico balanceado.....   | 37 |
| Figura 6 - Distorção da tensão devido à distorção da corrente.....  | 39 |
| Figura 7 - Forma de onda da corrente de um sistema com conversor de seis pulsos.....  | 41 |
| Figura 8 - Circuito trifásico alimentando carga não linear.....   | 42 |
| Figura 9 - Formas de ondas das tensões e correntes do circuito com alimentação trifásica e carga não linear representado..... | 42 |
| Figura 10 - Vista Esquemática de um gerador síncrono monofásico com um único enrolamento e dois polos.....                    | 50 |
| Figura 11 - Estator de um gerador trifásico.....  | 51 |
| Figura 12 - Rotor de um gerador.....  | 51 |
| Figura 13 - Vista esquemática de gerador trifásico de rotor cilíndrico.....   | 53 |
| Figura 14 - Característica de conjugado x ângulo de uma máquina síncrona.....   | 54 |
| Figura 15 - Conceito elétrico de um gerador síncrono.....   | 55 |
| Figura 16 - Indutância própria da bobina da fase $a$ .....  | 60 |
| Figura 17 - Circuito equivalente do GS referente ao eixo-d.....   | 68 |
| Figura 18 - Circuito equivalente do GS referente ao eixo-q.....   | 68 |
| Figura 19 - Circuito equivalente do GS referente ao eixo-0.....   | 68 |
| Figura 20 - Circuito harmônico equivalente com impedância de sequência negativa.....  | 74 |
| Figura 21 - Representação do sistema balanceado no caso geral.....  | 78 |
| Figura 22 - Circuito harmônico equivalente de um GS baseado em indutâncias transitórias..                                     | 79 |
| Figura 23 - Circuito equivalente de sequência positiva do GS com parâmetros harmônicos. .                                     | 81 |
| Figura 24 - Circuito equivalente de sequência negativa do GS com parâmetros harmônicos.                                       | 81 |
| Figura 25 - Circuito equivalente de sequência zero do GS com parâmetros harmônicos. ....                                      | 81 |
| Figura 26 - Derivação das correntes e tensões harmônicas no GS.....   | 82 |
| Figura 27 - Aproximação em degraus para um sinal de tempo contínuo.....   | 84 |
| Figura 28 - Espectro de frequência resultante da convolução entre a constante 1,36 e seno de 360 Hz.....                      | 86 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 29 - Espectro de frequência resultante da convolução entre seno de 60 Hz e seno de 360 Hz.....  | 87  |
| Figura 30 - Representação do circuito utilizado na simulação.....  | 89  |
| Figura 31 - Forma de onda da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 5 <sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.....          | 91  |
| Figura 32 - Componentes harmônicas da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 5 <sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear..... | 92  |
| Figura 33 - Componentes harmônicas da tensão no estator do gerador síncrono quando componente harmônica de 5 <sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear..... | 92  |
| Figura 34 - Forma de onda da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 7 <sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.....          | 93  |
| Figura 35 - Componentes harmônicas da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 7 <sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear..... | 94  |
| Figura 36 - Componentes harmônicas da tensão no estator do gerador síncrono quando componente harmônica de 7 <sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear..... | 94  |
| Figura 37 - Forma de onda da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 5 <sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.....          | 95  |
| Figura 38 - Componentes harmônicas da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 9 <sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear..... | 96  |
| Figura 39 - Componentes harmônicas da tensão no estator do gerador síncrono quando componente harmônica de 9 <sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear..... | 96  |
| Figura 40 - Reta da resistência obtida pelo método dos mínimos quadrados.....  | 101 |
| Figura 41 - Reta da impedância do campo obtida pelo método dos mínimos quadrados.....  | 102 |
| Figura 42 - Esquema dos enrolamentos da armadura do gerador síncrono.....  | 104 |
| Figura 43 – Representação da ligação duplo estela.....   | 105 |
| Figura 44 - Ligação entre as máquinas elétricas.....   | 105 |
| Figura 45 - Fonte CC utilizada na alimentação do enrolamento de campo do motor CC.....   | 106 |
| Figura 46 - Variac utilizado para alimentar a armadura do motor CC.....  | 106 |
| Figura 47 - Osciloscópio para medir tensão do campo e da armadura do GS.....   | 107 |
| Figura 48 - Gerador arbitrário de sinais que alimenta o campo do GS.....   | 107 |
| Figura 49 - Unidade de controle de falta de onde se obtém acesso aos terminais do GS.....  | 108 |
| Figura 50 - Software utilizado para gerar os sinais arbitrários (Cigui 32 AC Source Control Program).....  | 108 |
| Figura 51 - Conexões das máquinas elétricas com os equipamentos utilizados no ensaio... ...  | 109 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 52 - Corrente CC no enrolamento de campo do GS.....                                     | 112 |
| Figura 53 - Tensão CC no enrolamento de campo do GS.....                                       | 112 |
| Figura 54 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC no enrolamento de campo.....                | 113 |
| Figura 55 - Corrente CC + 2º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                      | 114 |
| Figura 56 - Tensão CC + 2º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                        | 115 |
| Figura 57 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 2º harmônica no enrolamento de campo..... | 115 |
| Figura 58 - Corrente CC + 3º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                      | 116 |
| Figura 59 - Tensão CC + 3º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                        | 117 |
| Figura 60 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 3º harmônica no enrolamento de campo..... | 117 |
| Figura 61 - Corrente CC + 5º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                      | 119 |
| Figura 62 - Tensão CC + 5º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                        | 119 |
| Figura 63 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 5º harmônica no enrolamento de campo..... | 120 |
| Figura 64 - Corrente CC + 6º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                      | 121 |
| Figura 65 - Tensão CC + 6º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                        | 121 |
| Figura 66 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 6º harmônica no enrolamento de campo..... | 122 |
| Figura 67 - Corrente CC + 7º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                      | 123 |
| Figura 68 - Tensão CC + 7º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                        | 123 |
| Figura 69 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 7º harmônica no enrolamento de campo..... | 124 |
| Figura 70 - Corrente CC + 9º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                      | 125 |
| Figura 71 - Tensão CC + 9º harmônica no enrolamento de campo do GS.....                        | 125 |
| Figura 72 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 9º harmônica no enrolamento de campo..... | 126 |



## Sumário

|  |    |
|--|----|
| 1 Introdução .....   | 25 |
| 1.1 Contexto e motivação do problema .....   | 25 |
| 1.2 Objetivos.....   | 25 |
| 1.3 Publicação.....  | 26 |
| 1.4 Descrição do trabalho .....  | 26 |
| 2 Geração distribuída.....   | 29 |
| 2.1 Interações da geração distribuída com as cargas .....  | 31 |
| 2.1.1 Aumento dos níveis de corrente de falta da rede provocados pela geração distribuída ..       | 32 |
| 2.1.2 Qualidade de energia relacionada à geração distribuída .....                                 | 33 |
| 2.1.3 Impacto da geração distribuída na geração centralizada .....                                 | 34 |
| 3 Componentes Harmônicos.....  | 35 |
| 3.1 Definição .....  | 35 |
| 3.2 Rotação de fase harmônica e relação entre fase e ângulo.....                                   | 37 |
| 3.3 Causas da tensão e corrente harmônicas.....  | 38 |
| 3.3.1 Cargas não lineares .....  | 39 |
| 3.3.1.1 Distorção harmônica causada por ponte de tiristores .....                                  | 41 |
| 3.3.1.2 Fornos a arco elétrico .....   | 43 |
| 3.3.1.3 Inversor de frequência .....   | 43 |
| 3.4 Efeitos das distorções harmônicas em máquinas elétricas .....                                  | 45 |
| 3.5 Limites para as distorções das componentes harmônicas.....                                     | 46 |
| 3.5.1 Limites recomendados para harmônicos de tensão .....   | 46 |
| 3.5.2 Limites recomendados para distorção de correntes para sistemas na faixa de 120V a 69kV ..... | 47 |
| 4 Máquinas Rotativas .....   | 49 |
| 4.1 Modelo do gerador síncrono.....  | 53 |

|  |    |
|--|----|
| 4.1.2 Análise das indutâncias .....  | 58 |
| 4.1.3 Definição do método d-q-0.....   | 61 |
| 4.1.4 Transformação das equações do gerador dos domínios a-b-c para d-q-0.....                           | 61 |
| 4.1.5 União das equações do domínio d-q-0 .....  | 64 |
| 4.1.5.1 Ajuste das bases para união .....  | 65 |
| 4.1.5.2 União das equações .....   | 66 |
| 4.1.6 Circuito equivalente do gerador .....  | 67 |
| 4.1.7 Fenômeno transitório e reatância transitória do gerador .....                                      | 69 |
| 4.1.7.1 Reatâncias variantes referentes aos eixos d e q para o fenômeno transitório.....                 | 70 |
| 4.1.7.1.1 Reatâncias no período subtransitório.....  | 71 |
| 4.1.7.1.2 Reatâncias no período transitório .....  | 72 |
| 4.1.7.1.3 Reatâncias no intervalo de regime permanente .....   | 72 |
| 4.2 Modelagem harmônica do gerador síncrono .....  | 73 |
| 4.2.1 Gerador síncrono alimentado por corrente harmônica .....   | 75 |
| 4.2.2 Gerador síncrono alimentado por tensão harmônica .....   | 76 |
| 4.2.3 Gerador síncrono alimentado por tensão e corrente harmônica .....                                  | 78 |
| 4.2.4 Circuitos equivalentes do gerador síncrono para sequências de fase positiva, negativa e zero ..... | 80 |
| 4.3 Convolução .....   | 83 |
| 4.3.1 Soma de convolução dos sistemas de tempo discreto .....  | 83 |
| 4.3.2 Soma de convolução para sistemas de tempo contínuo.....  | 84 |
| 4.3.3 Representação de Fourier para convolução e relação com a corrente de uma máquina síncrona.....     | 85 |
| 5 Modelagem e simulação de um sistema teste .....  | 89 |
| 5.1 Resultados e discussões .....  | 91 |
| 5.1.1 Corrente harmônica de 5 <sup>a</sup> ordem .....   | 91 |
| 5.1.2 Corrente harmônica de 7 <sup>a</sup> ordem .....   | 93 |
| 5.1.3 Corrente harmônica de 9 <sup>a</sup> ordem .....   | 95 |

|   |     |
|---|-----|
| 6 Experimento com uma máquina real .....  | 99  |
| 6.1 Ensaio onde o circuito de campo do GS é alimentado com tensões harmônicas .....     | 104 |
| 6.2 Resultados.....   | 111 |
| 6.2.1 Aplicando corrente CC no campo do gerador síncrono .....                          | 111 |
| 6.2.2 Aplicando corrente CC acrescida de 2º harmônica no campo do gerador síncrono..... | 114 |
| 6.2.3 Aplicando corrente CC acrescida de 3º harmônica no campo do gerador síncrono..... | 116 |
| 6.2.4 Aplicando corrente CC acrescida de 5º harmônica no campo do gerador síncrono..... | 118 |
| 6.2.5 Aplicando corrente CC acrescida de 6º harmônica no campo do gerador síncrono..... | 120 |
| 6.2.6 Aplicando corrente CC acrescida de 7º harmônica no campo do gerador síncrono..... | 122 |
| 6.2.7 Aplicando corrente CC acrescida de 9º harmônica no campo do gerador síncrono..... | 124 |
| 7 Conclusão .....   | 127 |
| Referências .....   | 129 |



## 1 Introdução

### 1.1 Contexto e motivação do problema

O sistema de potência tradicional foi projetado visando uma geração centralizada, longe dos grandes centros consumidores, com um fluxo unidirecional de energia. No entanto, com a desregulamentação do setor elétrico brasileiro, atualmente geradores menores estão sendo instalados cada vez mais próximos dos centros de carga, dando origem ao termo Geração Distribuída. A geração distribuída é conectada às redes de distribuição ou ainda em redes de subtransmissão, e o controle deve ocorrer de modo coordenado com as subestações. A função da rede de distribuição ativa é interligar de forma eficiente as fontes geradoras de energia com a demanda dos consumidores, permitindo uma operação controlada em tempo real. A estrutura deste modelo é baseada no aumento da conectividade do sistema.

No sistema tradicional, há uma maior impedância entre as cargas não lineares e os geradores, resultando da soma da impedância equivalente entre as cargas não lineares e o gerador. Esta é a soma das impedâncias do transformador da subestação, da linha de transmissão, e do transformador da parte de geração. Entretanto, nesse novo modelo de rede elétrica, com os geradores conectados diretamente no sistema de distribuição, próximos às cargas não lineares, tem-se que a impedância entre a carga não linear e o gerador é significativamente menor, e o gerador distribuído pode se tornar um caminho de baixa impedância para os componentes harmônicos.

### 1.2 Objetivos

Por conta da crescente quantidade de cargas não lineares conectadas ao sistema de distribuição, da sua relação com a inserção de componentes harmônicos no sistema elétrico e da expansão da geração distribuída, o presente projeto teve como principal objetivo uma análise das condições relacionadas ao fenômeno da penetração harmônica em geradores síncronos distribuídos.

Para atingir esse objetivo estudou-se o modelo harmônico de geradores síncronos, o fenômeno da penetração harmônica, modelou-se uma rede de distribuição primária, a fim de

caracterizar as condições que venham a evidenciar o fenômeno, considerando as características do gerador e impedâncias do sistema e realizou experimentos em uma máquina real para confirmar a ocorrência do fenômeno.

### 1.3 Publicação

As análises e simulações realizadas no decorrer deste trabalho, bem como os resultados provenientes delas renderam um artigo que foi apresentado no VII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos e publicado no IEEExplore.

### 1.4 Descrição do trabalho

Este trabalho apresenta uma análise sobre a influência que as correntes harmônicas geradas pelas cargas não lineares conectadas ao sistema de distribuição provocam na tensão produzida por um gerador síncrono distribuído.

O Capítulo 2 descreve o conceito de geração distribuída, apresentando os impactos que ela causa na rede elétrica referentes aos níveis de curto-circuito e à qualidade da energia elétrica.

O Capítulo 3 apresenta informações que definem os conceitos de componentes harmônicas. São apresentadas também as causas das distorções harmônicas nas tensões e correntes, sendo descritas algumas assinaturas de cargas não lineares. Por fim, apresentam-se os limites estabelecidos através de normas para distorções harmônicas provocadas por estas.

O Capítulo 4 introduz conceitos sobre o princípio de funcionamento das máquinas rotativas, destacando a operação dos geradores síncronos. Ela descreve uma modelagem harmônica tradicional de um gerador síncrono, por meio de transformações de eixos e circuitos equivalentes. Além disso, apresenta uma descrição sobre os efeitos na tensão e corrente do gerador, causados por diferentes tipos de alimentação harmônica. Por fim, esta seção inclui uma descrição da teoria de convolução.

No Capítulo 5 é exposta a modelagem de um sistema de distribuição composto por cargas lineares, não lineares, uma subestação, e um gerador síncrono distribuído. Também são descritos os testes que foram conduzidos, apresentando os resultados obtidos e discussões.

No Capítulo 6 é descrito um experimento realizado com uma máquina síncrona real. Neste experimento injetaram-se correntes harmônicas no enrolamento de campo da máquina a fim de verificar a tensão de saída produzida nos terminais da armadura. Também são apresentados os gráficos resultantes e as análises sobre os resultados.

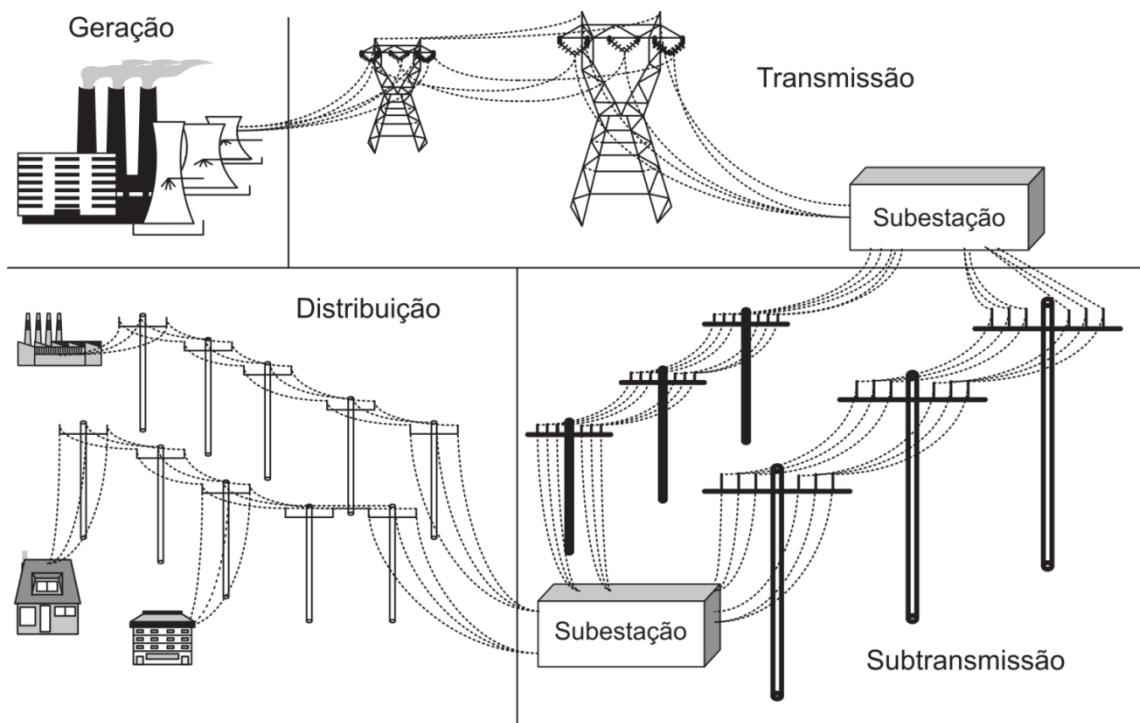
O Capítulo 7 apresenta as conclusões obtidas através das análises dos resultados das simulações e do experimento, interligando estes à teoria estudada.



## 2 Geração distribuída

O sistema elétrico é constituído basicamente por três segmentos: geração, rede elétrica e consumidores, onde a rede elétrica é segmentada em duas partes distintas: o sistema de transmissão e o sistema de distribuição. Estes sistemas são diferentes em suas topologias, seus níveis de tensão, seus tamanhos, suas operações, seus objetivos, etc. A Figura 1 ilustra um exemplo de sistema elétrico (HADJSÄID; SABONNADIÈRE; ANGELIER, 2013).

Figura 1 - Representação do sistema elétrico tradicional.

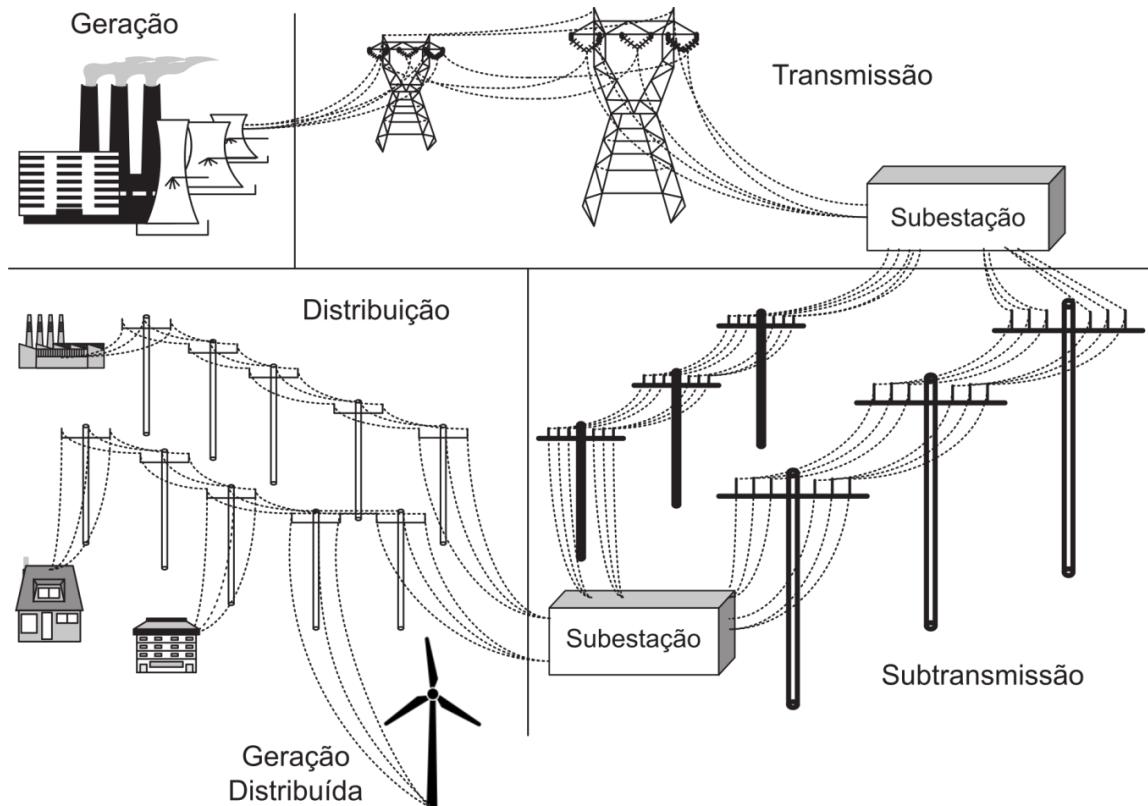


Fonte: Adaptado de Hadjsaid, Sabonnadière e Angelier (2013).

Em contrapartida ao sistema elétrico tradicional, a geração distribuída (GD) está relacionada com o uso de pequenas unidades de geração instaladas em pontos estratégicos do sistema elétrico de potência ou locais de centros de carga. GD pode ser utilizada de maneira isolada, alimentando a demanda de um consumidor local, ou integrada à rede, fornecendo energia ao sistema elétrico de potência. Além disso, o próprio consumidor representado na Figura 1 pode se tornar um gerador de energia elétrica. As fontes de energia da GD são variadas, contemplando desde fontes renováveis, até combustíveis fósseis ou liberação de calor. De acordo com a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) a minigeração

distribuída possui uma capacidade instalada superior a 75 kW e menor ou igual a 5 MW (Resolução Normativa ANEEL nº 482). Um exemplo de GD é apresentado pela Figura 2.

Figura 2 - Representação do sistema elétrico com geração distribuída.



Fonte: Adaptado de Hadjsaid, Sabonnadière e Angelier (2013).

A GD e as fontes renováveis de energia têm atraído ampla atenção mundial, uma vez que ambas são consideradas importantes para o desenvolvimento de fontes de energia seguras através da menor dependência dos combustíveis fósseis, reduzindo a emissão de gases prejudiciais ao meio ambiente. A viabilidade da GD depende amplamente das regulamentações e estímulos ao seu uso, que está ligado a decisões políticas.

A aplicação da GD é positiva em vários exemplos, tais como: ser mais econômica do que instalar uma linha de transmissão para um lugar remoto, possibilidade de fornecimento de energia enquanto o sistema elétrico estiver fora de operação por conta de alguma falta, capacidade de fornecimento de melhor qualidade de energia para o sistema (HADJSÄID; SABONNADIÈRE; ANGELIER, 2013).

## 2.1 Interações da geração distribuída com as cargas

De acordo com (HADJSÄID; SABONNADIÈRE, 2013) a GD introduziu mudanças significativas na indústria de geração, gerenciamento e distribuição de energia elétrica. Além disso, ela gera desafios para o planejamento, o desenvolvimento e a operação do sistema de potência. A introdução da energia gerada pelas GD na rede de distribuição em larga escala deve causar severos problemas de interconexões. Como as redes de distribuição foram projetadas para serem “redes de entrega” elas possuem uma capacidade limitada de integração de GD. Desta forma, se as GD injetarem uma quantidade significativa de energia, consequências importantes nos fluxos de energia dentro da rede irão ocorrer, ou seja, a reversão dos fluxos, das GD para as subestações, enquanto essas redes não foram projetadas para lidar com tais situações de fluxos bi-direcionais. Sendo assim, a filosofia de gerenciamento e proteção da rede será impactada.

Esta forma de geração com natureza distribuída também pode levar a melhorias na infraestrutura de segurança ou pode exigir reforços da rede tanto para o nível de transmissão quanto para o de distribuição. O seu desenvolvimento pode contribuir proporcionando uma gestão e otimização de sua penetração, reduzindo as perdas devido aos fluxos de energia e possibilitando o aumento das margens de segurança como um todo.

Por outro lado, considerando a intermitência das GD baseadas em fontes renováveis, sua natureza distribuída que muitas vezes não é despachada nem controlada e a estrutura tradicional do sistema elétrico, o reforço da rede é muitas vezes necessário para permitir a introdução desta para a geração em grande escala. Por exemplo, este é o caso de quando os recursos eólicos abundantes não coincidem com o local onde a rede é robusta. Além disso, se a localização da interconexão não for adequada, do ponto de vista do sistema elétrico, a integração de tal energia pode gerar mais perdas ou até restrições elétricas locais (aumento de tensão, congestionamentos, etc.). Por conta destes modelos de geração, o sistema de distribuição elétrica está passando por um período de alterações, liderada pelos conceitos de *smart grid*. Segundo (FANG et al., 2012) este conceito consiste em uma rede elétrica que utiliza fluxos de eletricidade e informações bidirecionais para criar uma rede de distribuição de energia automatizada amplamente distribuída.

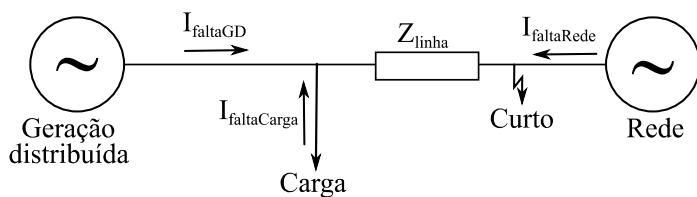
Quanto à qualidade da energia elétrica relacionada às GD, tem-se que parte destas são introduzidas na rede junto com dispositivos de eletrônica de potência, que realizam

ajustes de conversão de tensão e corrente, por exemplo, no caso de módulos fotovoltaicos a tensão gerada é contínua necessitando então de um conversor CC/CA tornando a tensão alternada para o consumo. Contudo, de acordo com (LAI; CHAN, 2007) em uma rede elétrica ideal a tensão e a corrente deveriam ter uma forma de onda com oscilação perfeitamente senoidal. No entanto, efeitos capacitivos e indutivos devido à troca de dispositivos como reatores, fontes de energia CC, motores com velocidades variáveis e geradores com inversor acoplado, introduzem ou amplificam componentes harmônicas às formas de onda senoidais de tensão e corrente, o que não é desejável no que se refere à qualidade de energia.

### 2.1.1 Aumento dos níveis de corrente de falta da rede provocados pela geração distribuída

De acordo com (JENKINS; EKANAYAKE; STRBAC, 2010) vários tipos de plantas de GD utilizam máquinas rotativas conectadas diretamente na rede e isto contribui para ocorrência de aumento dos valores das correntes de curto-círcuito. Tanto geradores de indução quanto síncronos aumentarão os níveis de faltas no sistema de distribuição, embora seus comportamentos em condições de faltas sustentadas sejam diferentes. A Figura 3 ilustra este efeito de aumento do valor da corrente de curto-círcuito, de forma que a GD passa a fornecer corrente de curto-círcuito para o sistema.

Figura 3 - Circuito com gerador distribuído contribuindo para corrente de falta.



Fonte: Autor.

Em regiões urbanas onde os curtos-circuitos existentes ocorrem próximos as cargas, o aumento dos níveis de faltas pode ser um sério impedimento para o desenvolvimento dos esquemas de geração distribuída. A contribuição do nível de falta de um gerador distribuído pode ser reduzida pela introdução de uma impedância entre o gerador e a rede, com um transformador ou um reator, mas às custas de perdas aumentadas e maiores variações de tensão no gerador.

## 2.1.2 Qualidade de energia relacionada à geração distribuída

Segundo (JENKINS; EKANAYAKE; STRBAC, 2010) dois aspectos referentes à qualidade de energia são geralmente considerados importantes na GD: variação transitória de tensão e distorção harmônica da tensão da rede. Dependendo das circunstâncias particulares, a planta da GD pode reduzir ou elevar a qualidade da tensão recebida por outros usuários do sistema de distribuição.

A planta de GD pode causar variações transitórias de tensão na rede se mudanças relativamente grandes na corrente durante a conexão ou desconexão do gerador são permitidas. A magnitude da corrente transitória pode ser limitada através de um projeto cuidadoso da planta de GD, embora, para geradores de indução isolados e conectados diretamente em sistemas fracos, as variações de tensão transitória causadas podem ser a limitação de seu uso em vez de aumento de tensão em regime permanente. Geradores síncronos podem ser conectados na rede com distúrbios desprezíveis se sincronizado corretamente. As unidades antiparalelas de inicialização suave podem ser utilizadas para limitar o encaminhamento magnetizador dos geradores de indução para uma corrente inferior à nominal. Contudo, a desconexão dos geradores quando estão operando em produção plena deve levar a uma queda de tensão significativa. Além disso, algumas formas de partida podem causar variações cíclicas na corrente de saída do gerador, o que pode levar a flutuação de tensão (*flicker*) se não for adequadamente controlada (JENKINS; EKANAYAKE; STRBAC, 2010).

Plantas de GD com interfaces de eletrônica de potência ligadas à rede mal projetadas ou especificadas podem injetar correntes harmônicas que podem levar a rede a ter distorções de tensão inaceitáveis.

As tensões rurais das redes de média tensão são frequentemente desequilibradas devido às conexões de transformadores monofásicos. Um gerador de indução tem baixa impedância para tensões desbalanceadas e assim pode fornecer grandes correntes desequilibradas e desta forma equilibrar a tensão da rede à custa de grandes correntes no gerador e consequentemente aquecimento (JENKINS; EKANAYAKE; STRBAC, 2010).

### **2.1.3 Impacto da geração distribuída na geração centralizada**

De acordo com (JENKINS; EKANAYAKE; STRBAC, 2010), o principal impacto da geração distribuída na geração centralizada foi reduzir o nível médio de potência dos geradores centrais, mas, muitas vezes, aumentar sua variação. À medida que a GD é adicionada ao sistema, sua potência de saída deve deslocar a potência de saída dos geradores centrais de maneira equivalente, uma vez que se deve buscar manter balanceada a relação demanda e geração.

## 3 Componentes Harmônicos

Este capítulo contém informações que definem os conceitos de componentes harmônicos. Além disso, são apresentadas as causas das distorções harmônicas nas tensões e correntes, sendo descritas algumas assinaturas de cargas não lineares. Por fim, apresentam-se os limites estabelecidos através de normas para distorções harmônicas provocadas por estas.

### 3.1 Definição

De acordo com (SANKARAN, 2002) Jean Baptiste Fourier formulou que uma função periódica não senoidal com frequência fundamental  $f$  pode ser expressa pelo somatório de funções senoidais de frequências múltiplas da frequência fundamental.

Uma função senoidal de tensão ou corrente que dependem do tempo podem ser expressa por:

$$v(t) = V \operatorname{sen}(\omega t) \quad (1)$$

$$i(t) = I \operatorname{sen}(\omega t \pm \varphi) \quad (2)$$

Sendo que,  $\omega = 2\pi f$  é conhecido como velocidade angular da forma de onda periódica e  $\varphi$  é a diferença de fase entre a tensão e a corrente.

Para uma forma de onda periódica e não senoidal a expressão de Fourier é:

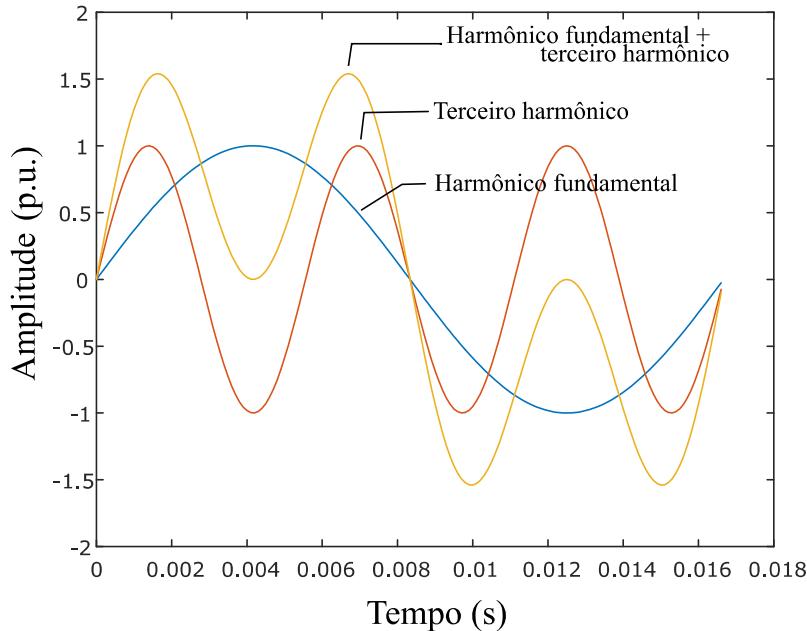
$$\begin{aligned} v(t) = V_0 + V_1 \operatorname{sen}(\omega t) + V_2 \operatorname{sen}(2\omega t) + \cdots + V_n \operatorname{sen}(n\omega t) + V_{n+1} \operatorname{sen}((n+1)\omega t) \\ + \cdots \end{aligned} \quad (3)$$

Nessa expressão  $V_0$  representa o componente CC da forma de onda, enquanto  $V_1, V_2, \dots, V_n$  são os valores de amplitudes dos termos sucessivos da expressão.

Se o componente fundamental tem uma frequência  $f$ , a segunda componente harmônica terá uma frequência  $2f$ , a terceira componente harmônica uma frequência  $3f$ , e a  $n$ -ésima componente harmônica uma frequência  $nf$ . Se a frequência fundamental for 60 Hz significa que a segunda componente harmônica tem frequência de 120 Hz, e a terceira

componente harmônica uma frequência de 180 Hz. A Figura 4 ilustra a criação de uma forma de onda harmônica a partir da soma da componente fundamental com uma componente de terceiro harmônico.

Figura 4 - Forma de onda não linear criada a partir da soma de frequências.



Fonte: Autor.

Assim como seus nomes indicam, as componentes harmônicas ímpares têm números ímpares (exemplo: 3, 5, 7, 9) e as harmônicas pares números pares (exemplo: 2, 4, 6, 8), a harmônica número 1 é referida por frequência fundamental, enquanto a número 0 por componente CC da forma de onda.

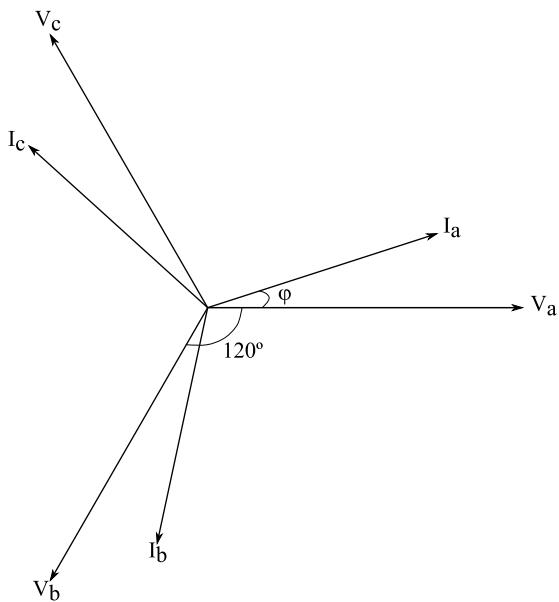
A maioria das cargas não lineares produzem componentes harmônicas que são múltiplas ímpares da frequência fundamental. O consumo de corrente desigual entre as metades positivas e negativas de um ciclo de operação pode gerar harmônicos. A operação irregular pode ser devido à natureza da aplicação, ou pode indicar problemas com o circuito de carga (SANKARAN, 2002).

### 3.2 Rotação de fase harmônica e relação entre fase e ângulo

Para o caso de sistemas trifásicos tem-se que a componente harmônica de uma fase possui rotação e ângulo de fase relacionados com as componentes harmônicas das demais fases.

Em um sistema elétrico trifásico equilibrado as tensões de cada fase são defasadas por um ângulo de  $120^\circ$ , assim como as correntes, e para cada fase a corrente é defasada em relação à tensão por um ângulo  $\varphi$ , de acordo com a Figura 5.

Figura 5 - Diagrama das tensões e correntes de um sistema trifásico balanceado.



Fonte: Adaptado de Sankaran (2002).

Definido o sentido anti-horário de rotação como positivo, tem-se que as frequências fundamentais tem sequência de ângulos positivos. Dessa forma, para a frequência fundamental as componentes trifásicas da corrente no sistema são expressas por:

$$i_{a1} = I_{a1} \operatorname{sen}(\omega t) \quad (4)$$

$$i_{b1} = I_{b1} \operatorname{sen}(\omega t - 120^\circ) \quad (5)$$

$$i_{c1} = I_{c1} \operatorname{sen}(\omega t - 240^\circ) \quad (6)$$

A corrente para a terceira componente harmônica fica, portanto da seguinte maneira:

$$i_{a3} = I_{a3} \cdot \sin(3(\omega t)) \quad (7)$$

$$i_{b3} = I_{b3} \cdot \sin(3(\omega t - 120^\circ)) = I_{b3} \cdot \sin(3\omega t - 360^\circ) = I_{b3} \cdot \sin(3\omega t) \quad (8)$$

$$i_{c3} = I_{c3} \cdot \sin(3(\omega t - 240^\circ)) = I_{c3} \cdot \sin(3\omega t - 720^\circ) = I_{c3} \cdot \sin(3\omega t) \quad (9)$$

As expressões para a terceira harmônica mostram que elas estão em fase.

Para a quinta componente harmônica a corrente apresenta outro comportamento:

$$i_{a5} = I_{a5} \cdot \sin(5(\omega t)) \quad (10)$$

$$i_{b5} = I_{b5} \cdot \sin(5(\omega t - 120^\circ)) = I_{b5} \cdot \sin(5\omega t - 600^\circ) = I_{b5} \cdot \sin(5\omega t - 240^\circ) \quad (11)$$

$$i_{c5} = I_{c5} \cdot \sin(5(\omega t - 240^\circ)) = I_{c5} \cdot \sin(5\omega t - 1200^\circ) = I_{c5} \cdot \sin(5\omega t - 120^\circ) \quad (12)$$

Observa-se pelas expressões da quinta harmônica que a corrente está no sentido horário, ou seja, oposto ao fundamental. Dessa forma, conclui-se que a quinta harmônica possui sequência harmônica negativa. A Tabela 1 apresenta a relação entre as ordens das componentes harmônicas e as sequências de fase positiva, negativa e zero.

Tabela 1 - Relação de ordem harmônica com sequência positiva, negativa e zero.

|           | Ordem harmônica |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |
|-----------|-----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
|           | 1               | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Sequência | +               | - | 0 | + | - | 0 | + | - | 0 | +  | -  | 0  |

Fonte: Autor.

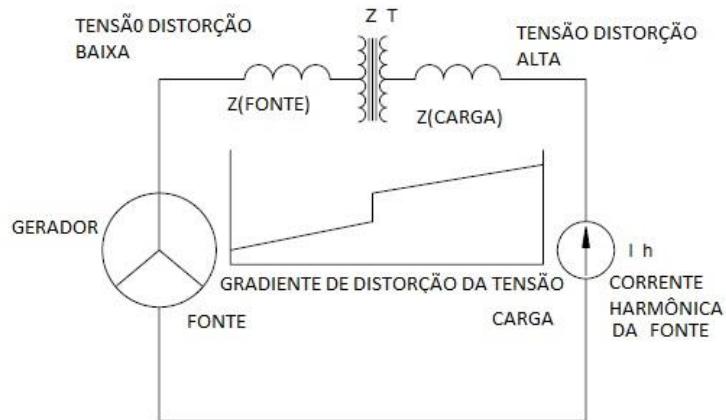
### 3.3 Causas da tensão e corrente harmônicas

De acordo com (SANKARAN, 2002), as formas de onda da tensão, mesmo que dos pontos de geração, contêm uma pequena quantidade de distorção devido à não uniformidade magnética do campo e a distribuição espacial das bobinas em torno do estator. Logo, conclui-se que uma forma de onda senoidal pura, sem distorção harmônica não existe fora do campo ideal.

Os equipamentos elétricos utilizados produzem componentes de frequência harmônica, tanto na área comercial como industrial. Como as correntes harmônicas se dirigem para a potência da fonte a distorção nas correntes resultam em uma distorção adicional na

tensão devido às tensões de impedâncias associadas com os equipamentos de transmissão e distribuição. A Figura 6 apresenta como a distorção na corrente é transformada em distorção na tensão.

Figura 6 - Distorção da tensão devido à distorção da corrente.



Fonte: Adaptado de Sankaran (2002).

Na maioria dos casos, as distorções de corrente são causadas por cargas não lineares. Contudo, ainda que essas cargas sejam lineares elas consumirão correntes não lineares se a forma de onda da tensão fornecida for distorcida. Quando vários consumidores compartilham uma linha em comum, a tensão distorcida devido à injeção de corrente harmônica de um usuário afeta os demais.

### 3.3.1 Cargas não lineares

A maioria das cargas instaladas atualmente no sistema de potência é geradora de correntes harmônicas. Quando estas correntes circulam pelas impedâncias do sistema elétrico, elas induzem tensões harmônicas. As cargas não lineares podem, portanto, ser vistas como ambas, geradoras de correntes e tensões harmônicas (SANKARAN, 2002).

De acordo com (TEIXEIRA, 2009), o crescimento da utilização das cargas não lineares no sistema elétrico é devido à expansão do uso de equipamentos eletrônicos como retificadores a diodo, a *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor* (MOSFET), que de acordo com (SEDRA; SMITH, 1998) é o tipo de transistor de efeito de campo mais amplamente utilizado e *Silicon Controlled Rectifier* (SCR) que segundo (BARBI, 2006)

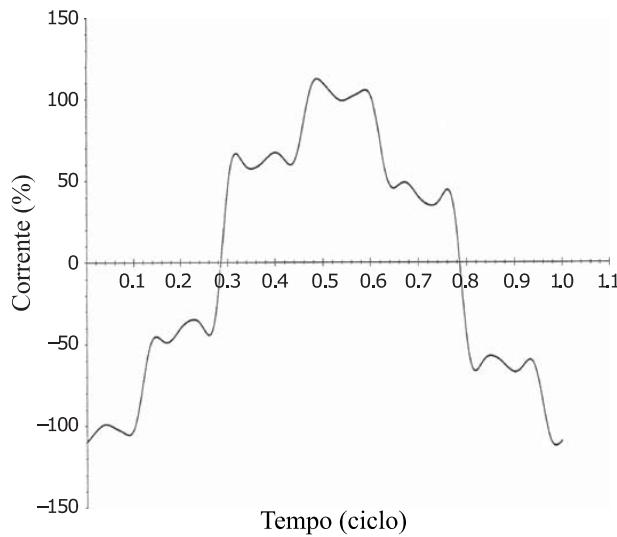
recebeu esta denominação, pois ele possui característica semelhante à de um diodo. No entanto, este semicondutor possui um gatilho de corrente que possibilita o controle da tensão. Por causa deste atributo, o SCR é amplamente utilizado em sistemas de potência. A relação destes tipos de cargas com o fenômeno da distorção harmônica ocorre, pois, sua resposta à alimentação é caracterizada por um espectro de frequência adicionado ao sistema.

Segundo (SINGH; CHANDRA; AL-HADDAD, 2014) cargas não lineares causam numerosos problemas na qualidade da energia elétrica do sistema de distribuição. Elas injetam componentes harmônicas de correntes que elevam o valor eficaz da corrente no sistema, aumentando assim as perdas, reduzindo o fator de potência, aquecendo os componentes do sistema de distribuição e causando distorções na forma de onda da tensão no ponto de acoplamento comum devido à queda de tensão na impedância da fonte.

De acordo com (GALHARDO; PINHO, 2003) o fato de uma forma de onda não ser senoidal não significa que ela seja distorcida, como por exemplo, um resistor alimentado por uma tensão com forma de onda quadrada produzirá também uma forma de onda quadrada de corrente, não caracterizando uma distorção. Portanto, é importante diferenciar uma corrente não senoidal de uma corrente com forma de onda distorcida.

Não é possível aplicar o princípio da superposição em um sistema com parâmetros não lineares, uma vez que a corrente resultante de duas cargas não lineares em paralelo alimentadas por uma forma de onda de tensão é diferente da soma das correntes das cargas alimentadas individualmente pela mesma forma de onda da tensão. No entanto, estas distorções na forma de onda podem ser descritas pela série de Fourier, a partir da sua frequência fundamental. De (ARRILLAGA; WATSON, 2004) pode-se observar a forma de onda da corrente de um conversor de corrente de seis pulsos, ilustrado pela Figura 7.

Figura 7 - Forma de onda da corrente de um sistema com conversor de seis pulsos.



Fonte: Arrillaga e Watson (2004).

A respectiva série de Fourier para esta corrente representada é dada pela seguinte equação:

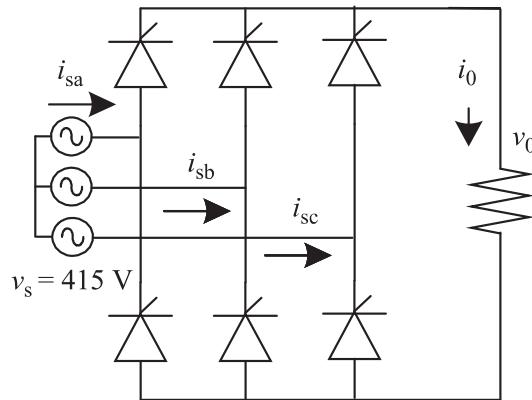
$$I = \sin(\omega t - 30^\circ) + 0,17\sin(5\omega t + 174^\circ) + 0,12\sin(7\omega t + 101^\circ) + \dots$$

Como cada carga não linear imprime um tipo de assinatura harmônica no sistema, é importante analisá-la para levantar seus parâmetros e identificar seu comportamento, pois a partir disso é possível modelar e simular esta carga com o objetivo de adquirir o conhecimento de qual procedimento é mais eficiente para mitigar as distorções causadas por ela.

### 3.3.1.1 Distorção harmônica causada por ponte de tiristores

Uma carga não linear trifásica é alimentada por uma fonte trifásica que fornece 415 V a 50 Hz com uma ponte de tiristores alimentando uma carga resistiva de  $15 \Omega$ . O ângulo de disparo do tiristor é de  $45^\circ$ . Este circuito descrito é apresentado pela Figura 8.

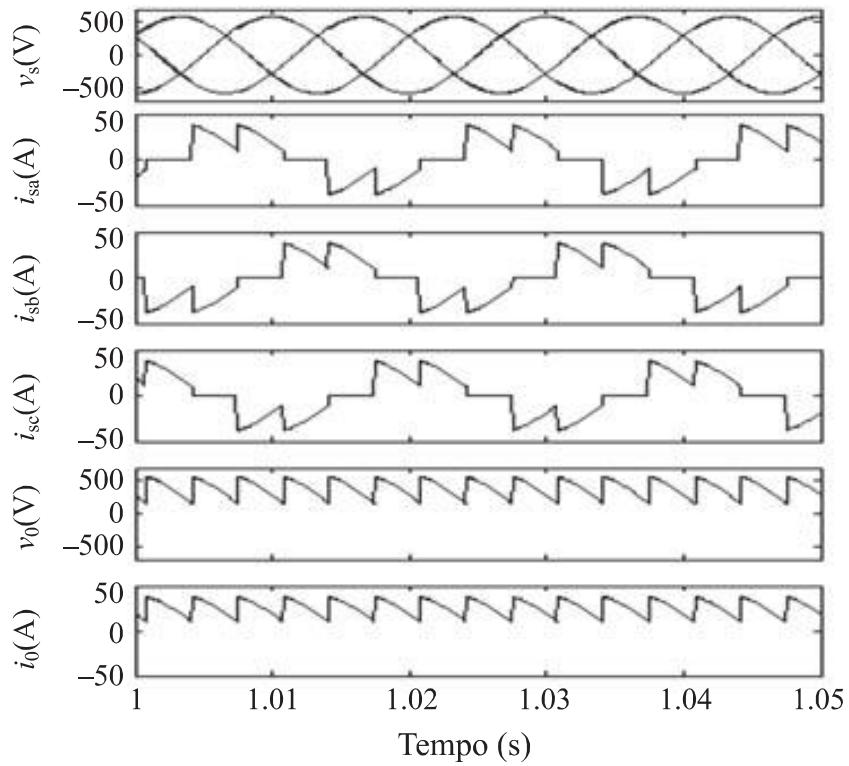
Figura 8 - Circuito trifásico alimentando carga não linear.



Fonte: Singh, Chandra e Al-Haddad (2014).

As formas de onda geradas neste sistema são apresentadas pela Figura 9.

Figura 9 - Formas de onda das tensões e correntes do circuito com alimentação trifásica e carga não linear representado.



Fonte: Singh, Chandra e Al-Haddad (2014).

A partir da Figura 9 é possível observar que a forma de onda gerada pela fonte é puramente senoidal, porém devido ao disparo dos tiristores a forma de onda na carga resistiva está completamente distorcida. Observa-se também que as correntes de fase estão distorcidas e não se assemelham a uma senóide.

### 3.3.1.2 Fornos a arco elétrico

Devido ao retardo de ignição e a resistência não linear do arco, as correntes de um forno a arco tornam-se desbalanceadas e distorcidas nas suas amplitudes. Suas características são inconstantes no processo de fusão do metal, possuindo componentes harmônicas e também inter-harmônicas (caracterizadas por frequências não múltiplas inteiras da frequência fundamental). Essa distorção tende a ser mais severa nos primeiros minutos do ciclo de fusão. À medida que aumenta a quantidade de material fundido o arco torna-se mais curto e estável, produzindo correntes com distorção relativamente menor. A Tabela 2 apresenta os valores das componentes harmônicas de um forno a arco em operação (SANKARAN, 2002).

Tabela 2 - Conteúdo harmônico da corrente de um forno a arco em dois momentos diferentes.

| Condição do forno  | Corrente harmônica % da fundamental |     |     |     |     |
|--------------------|-------------------------------------|-----|-----|-----|-----|
|                    | 2                                   | 3   | 4   | 5   | 7   |
| Arco sendo ativado | 7,7                                 | 5,8 | 2,5 | 4,2 | 3,1 |
| Arco estável       | 0                                   | 2,0 | 0   | 2,1 | 0   |

Fonte: Adaptado de Teixeira (2009).

Verifica-se pelos valores tabelados que as componentes harmônicas de ordem mais baixa prevalecem, e que harmônicos pares estão presentes. Porém, quando a operação do arco se torna estável estes últimos desaparecem.

### 3.3.1.3 Inversor de frequência

De acordo com (SANKARAN, 2002) os inversores de frequência com tecnologia de acionamento *Pulse Width Modulation* (PWM) são amplamente usados no controle de velocidade de motores de corrente alternada. As Tabelas 3 a 5 apresentam as assinaturas harmônicas destes componentes.

Tabela 3 - Ordem harmônica vs distorção harmônica individual para corrente de entrada de um inversor de frequência com motor operando em 60Hz.

| Componentes Harmônicas |         |      |         |              |         |
|------------------------|---------|------|---------|--------------|---------|
| h(n)                   | IHD (%) | h(n) | IHD (%) | h(n)         | IHD (%) |
| 0                      | 0,15    | 11   | 9,99    | 22           | 0,39    |
| 1                      | 100     | 12   | 0,03    | 23           | 2,95    |
| 2                      | 4,12    | 13   | 0,19    | 24           | 0,02    |
| 3                      | 0,78    | 14   | 0,48    | 25           | 0,66    |
| 4                      | 1,79    | 15   | 0,07    | 26           | 0,15    |
| 5                      | 35,01   | 16   | 0,52    | 27           | 0,05    |
| 6                      | 0,215   | 17   | 4,85    | 28           | 0,22    |
| 7                      | 2,62    | 18   | 0,03    | 29           | 1,79    |
| 8                      | 1       | 19   | 0,67    | 30           | 0,03    |
| 9                      | 0,06    | 20   | 0,31    | 31           | 0,64    |
| 10                     | 0,73    | 21   | 0,04    | DHIT = 37,3% |         |

Fonte: Adaptado de Sankaran (2002).

Tabela 4 - Ordem harmônica vs distorção harmônica individual para corrente de entrada de um inversor de frequência com motor operando em 45Hz.

| Componentes Harmônicas |         |      |         |              |         |
|------------------------|---------|------|---------|--------------|---------|
| h(n)                   | IHD (%) | h(n) | IHD (%) | h(n)         | IHD (%) |
| 0                      | 2,23    | 11   | 6,36    | 22           | 0,16    |
| 1                      | 100     | 12   | 0,03    | 23           | 3,75    |
| 2                      | 4,56    | 13   | 9,99    | 24           | 0,12    |
| 3                      | 2,44    | 14   | 0,11    | 25           | 1,73    |
| 4                      | 3,29    | 15   | 0,62    | 26           | 0,42    |
| 5                      | 62,9    | 16   | 0,35    | 27           | 0,33    |
| 6                      | 1,4     | 17   | 5,22    | 28           | 0,22    |
| 7                      | 36,1    | 18   | 0,35    | 29           | 1,68    |
| 8                      | 0,43    | 19   | 1,96    | 30           | 0,26    |
| 9                      | 0,73    | 20   | 0,64    | 31           | 1,36    |
| 10                     | 0,58    | 21   | 0,22    | DHIT = 74,2% |         |

Fonte: Adaptado de Sankaran (2002).

Tabela 5 - Ordem harmônica vs distorção harmônica individual para tensão de entrada de um inversor de frequência com motor operando em 60Hz.

| Componentes Harmônicas |         |        |         |             |         |
|------------------------|---------|--------|---------|-------------|---------|
| $h(n)$                 | IHD (%) | $h(n)$ | IHD (%) | $h(n)$      | IHD (%) |
| 0                      | 0,02    | 11     | 1,87    | 22          | 0,07    |
| 1                      | 100     | 12     | 0,02    | 23          | 0,46    |
| 2                      | 0,12    | 13     | 0,92    | 24          | 0,04    |
| 3                      | 0,09    | 14     | 0,07    | 25          | 0,36    |
| 4                      | 0,11    | 15     | 0,01    | 26          | 0,06    |
| 5                      | 7,82    | 16     | 0,04    | 27          | 0,03    |
| 6                      | 0,01    | 17     | 0,61    | 28          | 0,07    |
| 7                      | 1,42    | 18     | 0,06    | 29          | 0,4     |
| 8                      | 0,06    | 19     | 0,36    | 30          | 0,02    |
| 9                      | 0,04    | 20     | 0,06    | 31          | 0,34    |
| 10                     | 0,03    | 21     | 0,12    | DHVT = 8,3% |         |

Fonte: Adaptado de Sankaran (2002).

Sendo que, IHD é a distorção harmônica individual, ela é utilizada para a quantificação da distorção individual de tensão ou corrente, ou seja, para determinar a porcentagem de determinado componente harmônico em relação à sua componente fundamental (OLESKOVICZ, 2006).

Observa-se que os inversores de frequência, quando operando com o motor em baixa velocidade (45 Hz), produzem elevado conteúdo harmônico, que pode desencadear efeitos indesejáveis no contexto de qualidade de energia elétrica.

### 3.4 Efeitos das distorções harmônicas em máquinas elétricas

O sistema elétrico tem crescido em eficiência em todas as suas áreas, isto é, a geração, a transmissão e a distribuição. Esse crescimento ocorre, entre outros motivos, pelo fato de a eletrônica de potência satisfazer condições de produtividade na concepção, no projeto e na fabricação de cargas consumidoras. Essas condições são alcançadas através de chaveamentos eletrônicos efetuados em frequências maiores que a industrial. No entanto, apesar de esses chaveamentos eletrônicos propiciarem condições favoráveis para as cargas consumidoras, eles provocam um regime não senoidal, a princípio de corrente, e, por consequência de tensão no sistema alimentador.

A presença de distorções harmônicas na tensão, ou na corrente podem ocasionar danos aos componentes e equipamentos da rede elétrica, bem como aos próprios equipamentos geradores desses harmônicos.

Em máquinas elétricas rotativas um dos efeitos dos harmônicos é o aumento do aquecimento em função da elevação das perdas no ferro e no cobre, afetando daí a sua eficiência e o torque disponível. Outros efeitos são a elevação do ruído audível, quando comparado com uma alimentação senoidal e a presença de harmônicos no fluxo magnético, produzindo alterações no acionamento, tais como nas componentes de torques eletromagnéticos que atuam no sentido oposto ao da componente fundamental. Essas combinações de harmônicas também estimulam oscilações mecânicas no sistema, em função do aparecimento de excitação de ressonâncias mecânicas.

### **3.5 Limites para as distorções das componentes harmônicas**

Por conta da gestão de harmônicos em um sistema de potência ser considerado um trabalho de responsabilidade conjunta, envolvendo tanto usuários finais como operadores do sistema, os limites de harmônicos são recomendados tanto para tensões como para correntes.

A distorção da tensão é geralmente aceitável, dessa forma, operadores e usuários devem cooperar para manter a distorção de tensão abaixo do nível desejado. O pressuposto subjacente é que limitando a injeção de harmônicos da corrente pelos usuários a distorção da tensão pode ser mantida em níveis adequados. No caso em que limitar os harmônicos das correntes não resulta em níveis aceitáveis de distorção na tensão, os operadores devem modificar as características do sistema para que os níveis de distorção sejam aceitáveis.

#### **3.5.1 Limites recomendados para harmônicos de tensão**

No Ponto de Acoplamento Comum (PAC), que é um ponto de alimentação elétrica em um sistema, eletricamente próximo a uma carga, a qual outras cargas estão ou podem estar conectadas, os proprietários ou operadores do sistema devem limitar os harmônicos de tensão linha-neutro da seguinte forma:

Os valores diários do percentil 99 (amostras que são maiores do que 99% das ocorrências) (3s) devem ser inferiores a 1,5 vezes os valores dados na

Tabela 6. Os valores do percentil 95 do percentil semanal (10 min) devem ser inferiores aos valores da

Tabela 6.

Tabela 6 - Limite de distorção da tensão.

| Tensão de barramento do PAC             | Harmônico individual % | Total distorção harmônica THD % |
|---|------------------------|---------------------------------|
| $V \leq 1.0\text{kV}$                   | 5.0                    | 8.0                             |
| $1.0\text{kV} < V \leq 69.0\text{kV}$   | 3.0                    | 5.0                             |
| $69.0\text{kV} < V \leq 161.0\text{kV}$ | 1.5                    | 2.5                             |
| $161.0\text{kV} \leq V$                 | 1.0                    | 1.5                             |

Fonte: IEEE Std 519 (2014).

### 3.5.2 Limites recomendados para distorção de correntes para sistemas na faixa de 120V a 69kV

No PAC os usuários devem limitar os harmônicos das correntes das seguintes maneiras:

Correntes harmônicas diárias do 99º percentil muito curto (3s) devem ser inferiores a 2,0 vezes os valores indicados na Tabela 7. As correntes harmônicas semanais do percentil 99 (10 min) devem ser inferiores a 1,5 vezes os valores indicados na Tabela 7. O período semanal de percentil 95 (10 min) correntes harmônicas devem ser menores do que os apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Limite de distorção da corrente para a faixa de 120V a 69kV.

| Isc/IL   | Distorção máxima de corrente harmônica em porcentagem de IL |             |             |             |              |      | TDD |
|----------|---|-------------|-------------|-------------|--------------|------|-----|
|          | 3 < h < 11  | 11 ≤ h < 17 | 17 ≤ h < 23 | 23 ≤ h < 35 | 35 ≤ h <= 50 |      |     |
| <20      | 4,0   | 2,0         | 1,5         | 0,6         | 0,3          | 5,0  |     |
| 20<50    | 7,0   | 3,5         | 2,5         | 1,0         | 0,5          | 8,0  |     |
| 50<100   | 10,0  | 4,5         | 4,0         | 1,5         | 0,7          | 12,0 |     |
| 100<1000 | 12,0  | 5,5         | 5,0         | 2,0         | 1,0          | 15,0 |     |
| >1000    | 15,0  | 7,0         | 6,0         | 2,5         | 1,4          | 20,0 |     |

Fonte: IEEE Std 519 (2014).

Os harmônicos pares são limitados a 25% do limite para os harmônicos ímpares acima.

Sendo que:

ISC: Corrente máxima de curto-círcuito no PAC.

IL: Corrente máxima de demanda (componente de frequência fundamental) no PAC sob condições normais de funcionamento da carga.

TDD: Relação do quadrado médio do conteúdo harmônico, considerando componentes harmônicos até a ordem 50 e especificamente excluindo a inter-harmônica, expressa como uma porcentagem da corrente de demanda máxima.

Segundo o Módulo 8 – “Qualidade da Energia Elétrica” do PRODIST ( Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional ) os níveis aceitáveis de distorção harmônica no sistema de distribuição são apresentados pela Tabela 8.

Tabela 8 - Limites das distorções harmônicas totais (em % da tensão fundamental).

| Indicador | Tensão nominal            |  |  |
|-----------|---------------------------|--|--|
|           | $V_n \leq 1,0 \text{ kV}$ | $1,0 \text{ kV} \leq V_n \leq 69 \text{ kV}$ | $69 \text{ kV} \leq V_n \leq 230 \text{ kV}$ |
| DTT 95%   | 10,0%                     | 8,0%   | 5,0%   |
| DTTp 95%  | 2,5%                      | 2,0%   | 1,0%   |
| DTTi 95 % | 7,5%                      | 6,0%   | 4,0%   |
| DTT3 95%  | 6,5%                      | 5,0%   | 3,0%   |

Fonte: PRODIST (2018).

Sendo que DTT é a distorção harmônica total de tensão;

DTTp é a distorção harmônica total de tensão para as componentes pares não múltiplas de 3;

DTTi é a distorção harmônica total de tensão para as componentes ímpares não múltiplas de 3;

DTT3 é a distorção harmônica total de tensão para as componentes múltiplas de 3.

## 4 Máquinas Rotativas

Um gerador de energia elétrica é uma máquina que converte energia proveniente de movimentos mecânicos em energia eletromagnética por conta de alterações no fluxo concatenado ( $\lambda$ ). O fluxo concatenado é alterado quando um campo magnético gira próximo aos enrolamentos da máquina. Os enrolamentos são compostos por grupos de bobinas, que por sua vez são compostos por grupos de espiras. A variação do fluxo concatenado gera uma tensão variante no tempo. A equação (13) define a relação entre o fluxo e o fluxo concatenado, enquanto (14) mostra a relação da tensão induzida com o fluxo concatenado variante no tempo (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2006).

$$\lambda = N\Phi \quad (13)$$

Sendo que  $\Phi$  é o fluxo magnético e  $N$  o número de espiras.

$$e = \frac{d\lambda}{dt} \quad (14)$$

Supondo que a variação do fluxo ocorra se forma senoidal, conforme (15), tem-se (16).

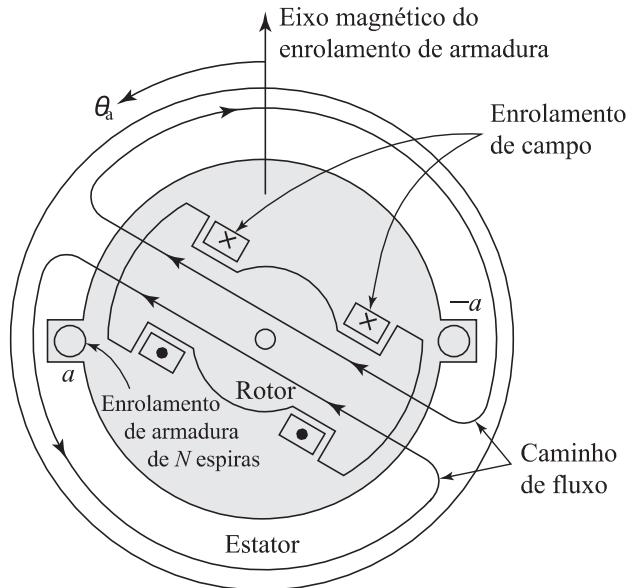
$$\Phi(t) = \Phi_{\max} \cdot \sin(\omega t) \quad (15)$$

$$e(t) = N\omega \Phi_{\max} \cos(\omega t) \quad (16)$$

Sendo que  $e(t)$  é a tensão induzida na bobina e  $\Phi_{\max}$  é o fluxo magnético máximo que atravessa a bobina.

Um gerador contém basicamente dois grupos de bobinas, um deles é referido comumente como enrolamento de armadura, que se localiza na parte estacionária da máquina, chamada de estator. O segundo enrolamento é referido como enrolamento de campo e é encontrado no rotor, como exemplificado na Figura 10.

Figura 10 - Vista Esquemática de um gerador síncrono monofásico com um único enrolamento e dois polos.



Fonte: Adaptado de Fitzgerald; Kingsley; Umans (2014).

O comportamento de um gerador está associado a um campo magnético existente na estrutura do rotor e a outro no estator. Da interação entre esses dois campos surge um conjugado proporcional ao deslocamento desde a posição de alinhamento. Para essa máquina elétrica o campo magnético do rotor gira à frente do campo do estator, atraindo-o e realizando trabalho.

Na maioria das máquinas rotativas, tanto o estator como o rotor são feitos de aço elétrico, com a finalidade de obter alta permeabilidade e aumentar a densidade de energia magnética associada com a interação eletromecânica. A Figura 11 apresenta o estator de um alternador de automóvel, enquanto a Figura 12 mostra o rotor de um gerador elétrico de grande porte (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2006).

Figura 11 - Estator de um gerador trifásico.



Fonte: Wind automation (2017).

Figura 12 - Rotor de um gerador.



Fonte: Stork (2017).

Existem três tipos de geradores, os de corrente contínua e os de corrente alternada, que se dividem em dois grupos: os assíncronos, também chamados de geradores de indução, e os que são tratados neste documento, referidos por síncronos.

Embora tanto nas máquinas síncronas como nas de indução o enrolamento do estator seja excitado com corrente alternada, nesta última as correntes alternadas são aplicadas diretamente aos enrolamentos do estator, e então as correntes do rotor são produzidas por indução.

Segundo (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2006), nos geradores síncronos o enrolamento de campo é excitado por uma corrente contínua que pode vir de uma bateria ou de um gerador CC, e é levada até ele por meio de escovas estacionárias de carvão que fazem o contato com anéis coletores, ou anéis deslizantes girantes. O rotor é girado a uma velocidade constante a partir de uma fonte de potência mecânica conectada ao seu eixo. À medida que o rotor gira, agindo como um eletroímã, o fluxo concatenado no enrolamento da armadura varia no tempo.

A tensão induzida da bobina passa por um ciclo completo a cada revolução da máquina de dois polos (Figura 10). Sua frequência em ciclos por segundo (Hz) é a mesma que a velocidade do rotor em rotações por segundo: a frequência elétrica da tensão gerada está sincronizada com a velocidade mecânica proporcionalmente ao número de polos (sendo essa a razão para a expressão máquina síncrona).

A tensão de uma bobina de uma máquina de múltiplos polos passa por um ciclo completo toda vez que um par de polos passa pela bobina ou ( $polos/2$ ) vezes a cada revolução. Portanto é possível obter a seguinte expressão para a frequência elétrica da tensão gerada:

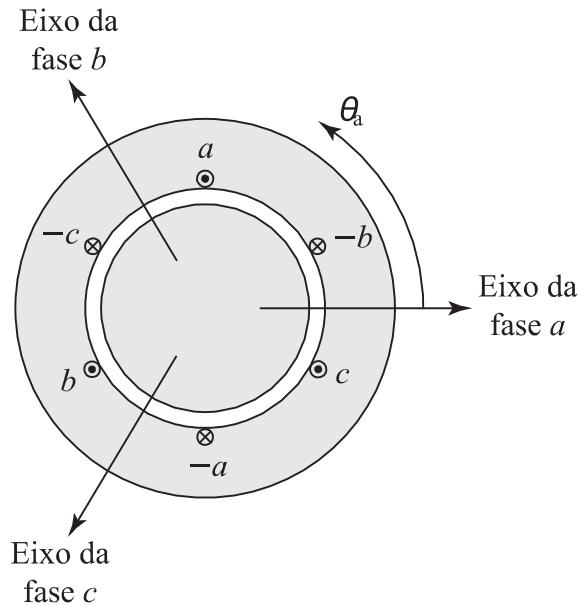
$$f_e = \frac{polos}{2} \cdot \frac{N}{60} \text{ [Hz]} \quad (17)$$

Sendo que  $N$  é a velocidade mecânica em rotações por minuto (rpm).

A relação apresentada em (17) permite concluir que mesmo com uma velocidade de rotação baixa é possível obter a frequência desejada aumentando o número de polos. Por exemplo: como geradores de usinas hidrelétricas possuem massa elevada, eles não têm estrutura mecânica para girar 3600 rpm gerando uma frequência de 60 Hz (caso onde o rotor é bipolar). Neste caso, basta aumentar a quantidade de polos de maneira a atingir uma velocidade suficiente da qual eles possam girar.

Quando um gerador possui três bobinas no estator ele é chamado trifásico. Os três enrolamentos são independentes e distribuídos senoidalmente pela armadura de modo que seus eixos magnéticos formem ângulos de 120° entre si, como mostrado na Figura 13. Essa disposição dos enrolamentos faz com que as tensões senoidais induzidas sejam defasadas de 120°.

Figura 13 - Vista esquemática de gerador trifásico de rotor cilíndrico.



Fonte: Adaptado de Fitzgerald; Kingsley; Umans (2014).

#### 4.1 Modelo do gerador síncrono

De acordo com (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2006) um gerador síncrono é uma máquina na qual uma excitação CC é fornecida ao enrolamento de campo e uma corrente alternada flui no enrolamento da armadura. Em condições de regime permanente a frequência da corrente de armadura é proporcional à velocidade.

Quando um gerador síncrono fornece potência a uma carga, está atuando como uma fonte de tensão cuja frequência é determinada pela velocidade do seu acionador mecânico primário, e tem-se que a amplitude da tensão gerada é proporcional à magnitude e à frequência da corrente de campo. A corrente e o fator de potência são, portanto determinados pela excitação do campo do gerador e pelas impedâncias do gerador e da carga.

O comportamento de uma máquina síncrona operando em regime permanente pode ser visualizado em termos da equação de conjugado eletromecânico dada por (18):

$$T = \frac{\pi}{2} \left( \frac{\text{polos}}{2} \right)^2 \Phi_R \cdot F_f \cdot \sin(\delta_{R_f}) \quad (18)$$

Sendo que:

$\Phi_R$ : fluxo resultante por polo no entreferro;

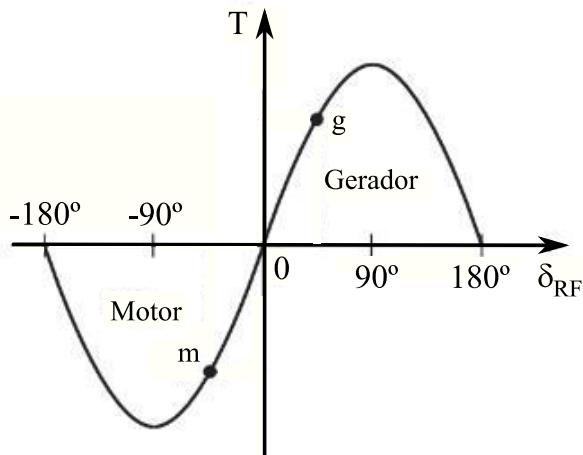
$F_f$ : Força magnetomotriz (FMM) do enrolamento CC de campo, (fornecida pela corrente de excitação);

$\delta_{R_f}$ : ângulo entre os eixos magnéticos de  $\Phi_R$  e  $F_f$ .

Em um gerador, o conjugado da força motriz do acionador mecânico primário atua no sentido de rotação do rotor, impulsionando a onda de FMM do rotor à frente do fluxo de entreferro resultante. À medida que o conjugado mecânico aumenta, o valor de  $\delta_{R_f}$  deve crescer até que o conjugado eletromecânico contrabalance o conjugado do eixo.

Como pode ser visto na Figura 14, quando  $\delta_{R_f}$  torna-se igual a  $90^\circ$ , o conjugado eletromecânico alcança seu valor máximo. Qualquer aumento adicional de conjugado mecânico não pode ser contrabalanceado por um aumento correspondente no conjugado eletromecânico síncrono. Isso resulta na perda do sincronismo.

Figura 14 - Característica de conjugado x ângulo de uma máquina síncrona.



Fonte: Adaptado de Fitzgerald; Kingsley; Umans (2014).

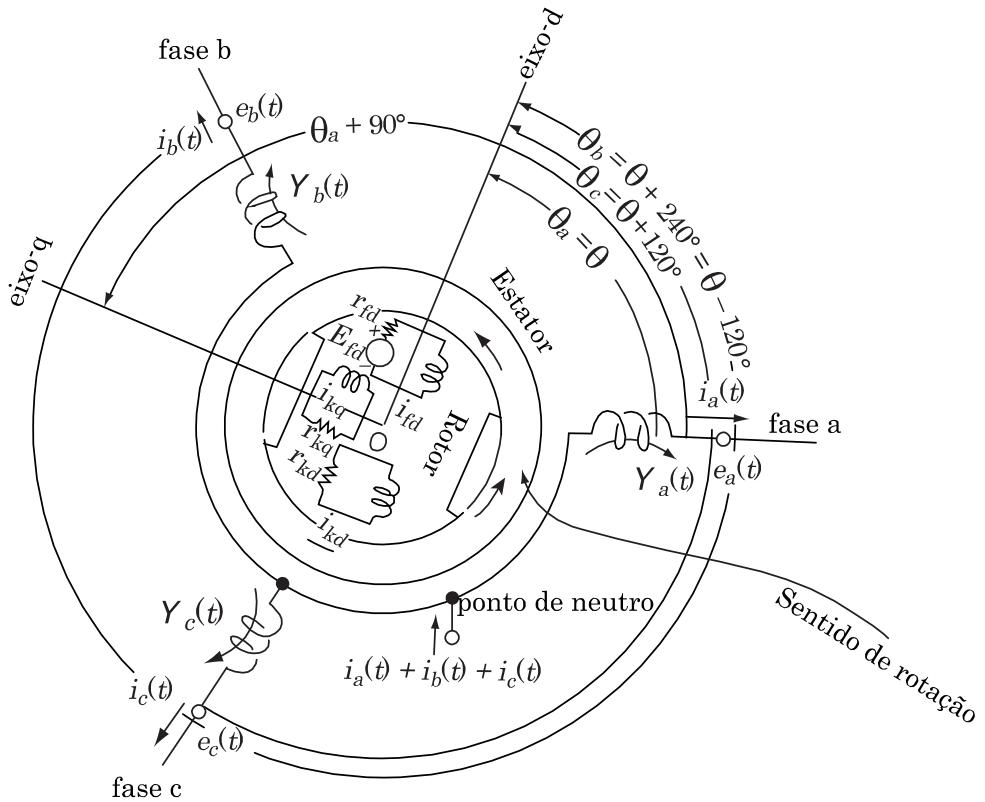
A partir de (18) é possível observar que o valor do conjugado máximo em sincronismo pode ser aumentado elevando-se tanto a corrente de campo como o fluxo resultante de entreferro, no entanto a corrente de campo é limitada pela capacidade de refrigeração do enrolamento de campo, e o fluxo de entreferro é limitado pela saturação do ferro da máquina (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2006).

Além dos conceitos apresentados anteriormente, sobre o estator ser uma parte estacionária da máquina e conter o enrolamento de armadura e sobre o rotor ser uma parte girante interna ao estator e conter o enrolamento de campo, pode-se identificar também no rotor um enrolamento de amortecimento. Este enrolamento é formado por barras, em geral de cobre, que estão curto-circuitadas através de anéis, como uma gaiola de esquilo, inseridas nas ranhuras dos polos. Sua função é amortecer oscilações de conjugado mecânico do rotor que poderiam provocar quebras de sincronismo (EREMIA; SHAHIDEHPOUR, 2013).

Um modelo matemático adequado do gerador é essencial para a maioria dos engenheiros na área de análise de sistemas de potência, pois ele possibilita uma melhor compreensão do sistema e maior compreensão nas análises do que se fosse obtido apenas um diagrama das conexões do circuito (HASE, 2007). O equacionamento apresentado neste capítulo é baseado no *Handbook of Power system engineering*, ele permitirá compreender mais profundamente quais são os componentes do gerador síncrono (GS) e o efeito que estes causam.

A estrutura elétrica fundamental do gerador é apresentada pela Figura 15.

Figura 15 - Conceito elétrico de um gerador síncrono.



Fonte: Adaptado de Hase (2007).

Sendo, que:

O *eixo-d* é o eixo direto, ou seja, o eixo axial a partir do ponto central do polo acompanhando sua direção.

O *eixo-q* é o eixo em quadratura, ou seja, o eixo defasado 90° em relação ao eixo direto.

$\theta_a = \theta = \omega t = 2\pi ft$  : posição angular entre a fase *a* do estator e o eixo-d do rotor.

$\theta_b = \theta - 120^\circ = \omega t - 120^\circ$  : posição angular entre a fase *b* do estator e o eixo-d do rotor.

$\theta_c = \theta + 120^\circ = \omega t + 120^\circ$  : posição angular entre a fase *c* do estator e o eixo-d do rotor.

$\varphi_a(t), \varphi_b(t), \varphi_c(t)$ : fluxo total ligado às fases *a*, *b* e *c* respectivamente [Wb/volta]

$e_a(t), e_b(t), e_c(t)$ : tensão terminal das fases *a*, *b* e *c* respectivamente [V]

$\varphi_{fd}(t)$ : fluxo total ligado ao campo no sentido do eixo-d [Wb/volta]

$\varphi_{kd}(t)$ : fluxo total ligado ao amortecimento no sentido do eixo-d [Wb/volta]

$\varphi_{kq}(t)$ : fluxo total ligado ao amortecimento no sentido do eixo-q [Wb/volta]

$E_{fd}$ : tensão de excitação do campo [V]

$i_{fd}(t)$ : corrente na bobina de campo no sentido do eixo-d [A]

$i_{kd}(t)$ : corrente na bobina de amortecimento no sentido do eixo-d [A]

$i_{kq}(t)$ : corrente na bobina de amortecimento no sentido do eixo-q [A]

Com as definições acima, podem ser derivadas as seguintes equações para o estator:

$$\begin{bmatrix} e_a(t) \\ e_b(t) \\ e_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \varphi_a(t) \\ = \frac{d}{dt} \varphi_b(t) \\ \frac{d}{dt} \varphi_c(t) \end{bmatrix} - r \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

De forma que (19) pode ser representado de maneira simplificada por:

$$\mathbf{e}_{abc}(t) = \frac{d}{dt} \boldsymbol{\varphi}_{abc}(t) - r \cdot \mathbf{i}_{abc}(t) \quad (20)$$

Para o rotor, tem-se:

$$\begin{bmatrix} E_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \varphi_{fd}(t) \\ \frac{d}{dt} \varphi_{kd}(t) \\ \frac{d}{dt} \varphi_{kq}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{fd} \cdot i_{fd}(t) \\ r_{kd} \cdot i_{kd}(t) \\ r_{kq} \cdot i_{kq}(t) \end{bmatrix} \quad (21)$$

De modo que (21) pode ser simplificadamente representado por:

$$\mathbf{E}_F(t) = \frac{d}{dt} \boldsymbol{\varphi}_F(t) + \text{queda de tensão} \quad (22)$$

Os fluxos magnéticos das fases do estator podem ser expressos da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \varphi_a(t) \\ \varphi_b(t) \\ \varphi_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_{aa}(t) & l_{ab}(t) & l_{ac}(t) \\ l_{ba}(t) & -l_{bb}(t) & l_{bc}(t) \\ l_{ca}(t) & l_{cb}(t) & -l_{cc}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{afd}(t) & l_{akd}(t) & l_{akq}(t) \\ l_{bfd}(t) & l_{bkd}(t) & l_{bkq}(t) \\ l_{cfd}(t) & l_{ckd}(t) & l_{ckq}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{fd}(t) \\ i_{kd}(t) \\ i_{kq}(t) \end{bmatrix} \quad (23)$$

A equação (23) pode ser descrita da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{\varphi}_{abc}(t) = \mathbf{l}_{abc}(t) \cdot \mathbf{i}_{abc}(t) + \mathbf{l}_{abc-F}(t) \cdot \mathbf{i}_F(t) \quad (24)$$

Os fluxos magnéticos do campo do rotor, do amortecimento no sentido dos eixos direto e em quadratura podem ser expressos da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{fd}(t) \\ \varphi_{kd}(t) \\ \varphi_{kq}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{fad}(t) & l_{fbd}(t) & l_{fcd}(t) \\ l_{kad}(t) & l_{kbd}(t) & l_{kcd}(t) \\ l_{kaq}(t) & l_{kbq}(t) & l_{kcq}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ffd} & L_{fka} & 0 \\ L_{fkd} & L_{kkd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{kkq} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{fd}(t) \\ i_{kd}(t) \\ i_{kq}(t) \end{bmatrix} \quad (25)$$

Pode-se escrever a equação (25) da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{\varphi}_F(t) = \mathbf{l}_{F-abc}(t) \cdot \mathbf{i}_{abc}(t) + \mathbf{L}_F \cdot \mathbf{i}_F(t) \quad (26)$$

Sendo que:

$r$ : resistência da bobina do estator [ $\Omega$ ]

$r_{fd}, r_{kd}, r_{kq}$ : resistência de campo no eixo-d, do enrolamento de amortecimento no eixo-d e do enrolamento de amortecimento no eixo-q [ $\Omega$ ]

$L_{fkd}, L_{ffd}, L_{kkd}, L_{kqk}$ : indutância mútua do enrolamento de campo com o enrolamento de amortecimento no eixo-d, indutância própria do enrolamento de campo no eixo-d, indutância própria do enrolamento de amortecimento no eixo-d, indutância própria do enrolamento de amortecimento no eixo-q, respectivamente [H]

$\mathbf{l}_{abc}(t)$ : indutâncias próprias e mútuas do estator [H]

$\mathbf{l}_{abc-F}$ : indutância mútua entre o enrolamento do estator e o do rotor [H]

$\mathbf{l}_{F-abc}$ : indutância mútua entre o enrolamento do estator e o do rotor [H]

$\mathbf{L}_F$ : indutância mútua dos enrolamentos do rotor [H]

#### 4.1.2 Análise das indutâncias

Como as indutâncias são escritas em função do tempo, por  $\omega t$ , pode-se apresentar as seguintes equações:

- Matriz de indutância do enrolamento do estator:

$$\begin{aligned} \mathbf{l}_{abc}(t) &= \begin{bmatrix} -l_{aa}(t) & l_{ab}(t) & l_{ac}(t) \\ l_{ba}(t) & -l_{bb}(t) & l_{bc}(t) \\ l_{ca}(t) & l_{cb}(t) & -l_{cc}(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\{L_{aa0} + L_{aa2}\cos 2\theta_a\} & L_{ab0} + L_{ab2}\cos(\theta_a + \theta_b) & L_{ac0} + L_{ac2}\cos(\theta_a + \theta_c) \\ L_{ba0} + L_{ba2}\cos 2(\theta_a + \theta_b) & -\{L_{bb0} + L_{bb2}\cos 2\theta_b\} & L_{bc0} + L_{bc2}\cos(\theta_b + \theta_c) \\ L_{ca0} + L_{ca2}\cos(\theta_a + \theta_c) & L_{cb0} + L_{cb2}\cos(\theta_b + \theta_c) & -\{L_{cc0} + L_{cc2}\cos 2\theta_c\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

- Matriz de indutância mútua entre os enrolamentos do estator e do rotor.

$$\begin{aligned}
\mathbf{l}_{abc-F}(t) &= \begin{bmatrix} l_{afd}(t) & l_{akd}(t) & l_{akq}(t) \\ l_{bfd}(t) & l_{bkd}(t) & l_{bkq}(t) \\ l_{cfq}(t) & l_{ckd}(t) & l_{ckq}(t) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} L_{afd}\cos\theta_a & L_{akd}\cos\theta_a & -L_{akq}\cos\theta_a \\ L_{afq}\cos\theta_b & L_{akd}\cos\theta_b & -L_{akq}\cos\theta_b \\ L_{afq}\cos\theta_c & L_{akd}\cos\theta_c & -L_{akq}\cos\theta_c \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{28}$$

Onde  $[\mathbf{l}_{abc-F}(t)] = [\mathbf{l}_{F-abc}]^T$

Como os enrolamentos das fases  $b$  e  $c$  são projetadas idênticas à fase  $a$ , com defasagem de  $120^\circ$  e  $240^\circ$  respectivamente, considera-se que  $L_{aa0} = L_{bb0} = L_{cc0}$  e  $L_{aa2} = L_{bb2} = L_{cc2}$ , onde:

$$L_{bb} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos(2\theta_b) \tag{29}$$

$$L_{cc} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos(2\theta_c) \tag{30}$$

Sendo que  $L_{aa0}$  é a componente de indutância própria devido ao fluxo fundamental espacial de entreferro (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2006).

Por conta da superfície do rotor e do comprimento do entreferro entre o estator e o rotor variar dependendo a posição relativa destes, tem-se que a indutância varia dependendo da posição angular relativa com o eixo-d. A indutância própria da armadura varia periodicamente em função de  $\omega t$ , e possui seu valor máximo quando o polo (eixo-d) sobrepõe o eixo da fase, e valor mínimo quando o interpolo (eixo-q) forma  $90^\circ$  com o eixo da fase. Desta forma,  $l_{aa}(t)$  é uma função periódica com um ângulo elétrico de  $180^\circ$  e uma função par de  $\theta_a$ .

Por fim, pode-se expressar  $l_{aa}(t)$  pela série de Fourier da seguinte forma:

$$L_{aa} = L_{aa0} + L_{aa2} \cos(2\theta_a) + L_{aa4} \cos(4\theta_a) + L_{aa6} \cos(6\theta_a) + \dots \tag{31}$$

Onde os termos de ordem superiores a dois são muito pequenos e podem ser desprezados, obtendo (HASE, 2007):

$$l_{aa}(t) = L_{aa0} + L_{aa2} \cos(2\theta_a) \tag{32}$$

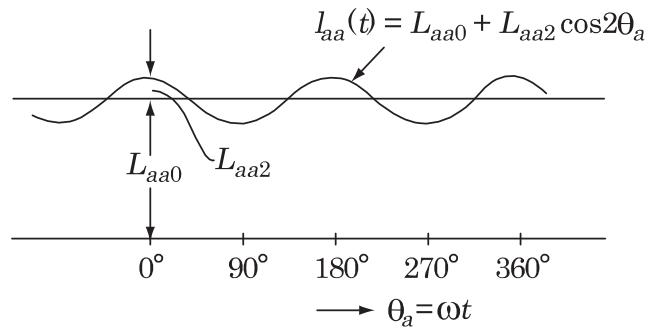
Analogamente, quando se observa a indutância mútua, tem-se:

$$l_{ab}(t) = L_{ab0} + L_{ab2} \cos(\theta_a + \theta_b) \quad (33)$$

$$l_{ac}(t) = L_{ac0} + L_{ac2} \cos(\theta_a + \theta_c) \quad (34)$$

A Figura 16 representa esta relação da indutância com o ângulo da posição relativa entre a fase e o eixo-d.

Figura 16 - Indutância própria da bobina da fase  $a$ .



Fonte: Adaptado de Hase (2007).

A indutância mútua relacionada ao fluxo da fase da bobina do estator com o campo atinge seu valor máximo quando o campo (eixo-d) e a fase do estator estão com seus eixos sobrepostos, e possui valor máximo negativo quando a posição é 180° em relação a esta, obtendo-se:

$$l_{afd}(t) = L_{afd} \cos \theta_a \quad (35)$$

O mesmo ocorre para a indutância mútua entre a fase do estator e o enrolamento de amortecimento relativo ao eixo-d, como apresentado abaixo:

$$l_{akd}(t) = L_{akd} \cos \theta_a \quad (36)$$

Como o enrolamento de amortecimento relacionado ao eixo-q está 90° adiantado do eixo-d, tem-se:

$$l_{akq}(t) = L_{akq} \cos(\theta_a + 90^\circ) = -L_{akq} \sin \theta_a \quad (37)$$

O mesmo ocorre para as fases,  $b$  e  $c$ .

### 4.1.3 Definição do método d-q-0

O método d-q-0 é uma transformação de variáveis do domínio a-b-c para o domínio das variáveis d-q-0, com o objetivo de simplificar as representações e os cálculos. O método inclui uma matriz de transformação como pode ser observado a seguir:

$$\begin{bmatrix} e_d(t) \\ e_q(t) \\ e_0(t) \end{bmatrix} = \mathbf{D} \cdot \begin{bmatrix} e_a(t) \\ e_b(t) \\ e_c(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \\ i_0(t) \end{bmatrix} = \mathbf{D} \cdot \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_d(t) \\ \varphi_q(t) \\ \varphi_0(t) \end{bmatrix} = \mathbf{D} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_a(t) \\ \varphi_b(t) \\ \varphi_c(t) \end{bmatrix}$$

Sendo que:

$$\mathbf{D} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta_a & \cos\theta_b & \cos\theta_c \\ -\sin\theta_a & -\sin\theta_b & -\sin\theta_c \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$\mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_a & -\sin\theta_a & 1 \\ \cos\theta_b & -\sin\theta_b & 1 \\ \cos\theta_c & -\sin\theta_c & 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

### 4.1.4 Transformação das equações do gerador dos domínios a-b-c para d-q-0

Observando a tensão no estator, sabe-se que de (20) tem-se:

$$\mathbf{e}_{abc}(t) = \frac{d}{dt} \boldsymbol{\varphi}_{abc}(t) - \mathbf{r} \cdot \mathbf{i}_{abc}(t)$$

Aplicando a transformando para o domínio d-q-0, obtém-se:

$$\mathbf{e}_{dq0}(t) = \mathbf{D}(t) \frac{d}{dt} \{ \mathbf{D}^{-1}(t) \boldsymbol{\varphi}_{dq0}(t) \} - \mathbf{D}(t) r \mathbf{D}^{-1}(t) \mathbf{i}_{dq0}(t) \quad (40)$$

$$\mathbf{e}_{dq0}(t) = \mathbf{D}(t) \left\{ \frac{d}{dt} \mathbf{D}^{-1}(t) \right\} \boldsymbol{\varphi}_{dq0}(t) + \mathbf{D}(t) \mathbf{D}^{-1}(t) \frac{d}{dt} \boldsymbol{\varphi}_{dq0}(t) - r \mathbf{i}_{dq0}(t) \quad (41)$$

Sabe-se que  $\mathbf{D}(t)\mathbf{D}^{-1}(t)$  é a matriz identidade, logo da equação acima obtém-se:

$$\mathbf{e}_{dq0}(t) = \mathbf{D}(t) \left\{ \frac{d}{dt} \mathbf{D}^{-1}(t) \right\} \boldsymbol{\varphi}_{dq0}(t) + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\varphi}_{dq0}(t) - r \mathbf{i}_{dq0}(t) \quad (42)$$

Simplificando, é possível obter a seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} e_d(t) \\ e_q(t) \\ e_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d}{dt}\theta & 0 \\ \frac{d}{dt}\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_d(t) \\ \varphi_q(t) \\ \varphi_0(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d}{dt}\varphi_d(t) \\ \frac{d}{dt}\varphi_q(t) \\ \frac{d}{dt}\varphi_0(t) \end{bmatrix} - r \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \\ i_0(t) \end{bmatrix} \quad (43)$$

Sabe-se que por (24):

$$\boldsymbol{\varphi}_{abc}(t) = \mathbf{l}_{abc}(t) \cdot \mathbf{i}_{abc}(t) + \mathbf{l}_{abc-F}(t) \cdot \mathbf{i}_F(t)$$

Aplicando a transformação para o domínio d-q-0, tem-se:

$$\boldsymbol{\varphi}_{dq0}(t) = \{ \mathbf{D}(t) \mathbf{l}_{abc}(t) \mathbf{D}(t)^{-1} \} \cdot \mathbf{i}_{dq0}(t) + \{ \mathbf{D}(t) \mathbf{l}_{abc-F}(t) \} \cdot \mathbf{i}_F(t)$$

Sendo que:

$$\begin{aligned} & \mathbf{D}(t) \mathbf{l}_{abc}(t) \mathbf{D}(t)^{-1} \\ &= - \begin{bmatrix} L_{aa0} + L_{ab0} + \frac{3}{2}L_{aa2} & 0 & 0 \\ 0 & L_{aa0} + L_{ab0} - \frac{3}{2}L_{aa2} & 0 \\ 0 & 0 & L_{aa0} - 2L_{ab0} \end{bmatrix} \quad (44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= - \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \\ & \mathbf{D}(t) \mathbf{l}_{abc-F}(t) = \begin{bmatrix} L_{afd} & L_{akd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{akq} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (45) \end{aligned}$$

De modo que  $L_d$  é a indutância própria da bobina do estator referente ao eixo-d,  $L_q$  é a indutância própria da bobina do estator referente ao eixo-q e  $L_0$  é a indutância própria da bobina do estator referente à sequência zero.

Logo, o fluxo do estator no domínio d-q-0 é dado por:

$$\begin{bmatrix} \varphi_a(t) \\ \varphi_q(t) \\ \varphi_0(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \\ i_0(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{afd} & L_{akd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{akq} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{fd}(t) \\ i_{kd}(t) \\ i_{kq}(t) \end{bmatrix} \quad (46)$$

Quanto ao fluxo no campo, tem-se por (26):

$$\boldsymbol{\varphi}_F(t) = \mathbf{l}_{F-abc}(t) \cdot \mathbf{i}_{abc}(t) + \mathbf{L}_F \cdot \mathbf{i}_F(t)$$

Aplicando a transformação para o domínio d-q-0, obtém-se:

$$\boldsymbol{\varphi}_F(t) = -\{\mathbf{l}_{F-abc}(t) \cdot \mathbf{D}(t)^{-1}\} \mathbf{i}_{abc}(t) + \mathbf{L}_F \cdot \mathbf{i}_F(t) \quad (47)$$

De modo que:

$$\mathbf{l}_{F-abc}(t) \cdot \mathbf{D}(t)^{-1} = \frac{3}{2} \{\mathbf{D}(t) \mathbf{l}_{abc-F}(t)\}^T = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} L_{afd} & 0 & 0 \\ L_{akd} & 0 & 0 \\ 0 & L_{akq} & 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Logo, o fluxo do campo no domínio d-q-0 é dado por:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{fd}(t) \\ \varphi_{kd}(t) \\ \varphi_{kq}(t) \end{bmatrix} = -\frac{3}{2} \begin{bmatrix} L_{afd} & 0 & 0 \\ L_{akd} & 0 & 0 \\ 0 & L_{akq} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d(t) \\ i_q(t) \\ i_0(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{ffd} & L_{fkd} & 0 \\ L_{fkd} & L_{kkd}(t) & 0 \\ 0 & 0 & L_{kkq}(t) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{fd}(t) \\ i_{kd}(t) \\ i_{kq}(t) \end{bmatrix} \quad (49)$$

Por fim, substituindo os valores de fluxos determinados em (43), tem-se:

$$e_d(t) = \frac{d}{dt} \varphi_d(t) - ri_d(t) - \varphi_q(t) \frac{d\theta}{dt} \quad (50)$$

$$e_q(t) = \frac{d}{dt} \varphi_q(t) - ri_q(t) + \varphi_d(t) \frac{d\theta}{dt} \quad (51)$$

$$e_0(t) = \frac{d}{dt} \varphi_0(t) - ri_0(t) \quad (52)$$

Sendo que,  $\frac{d\theta}{dt} = \frac{d(\omega t)}{dt} = \omega$ .

#### 4.1.5 União das equações do domínio d-q-0

Examinando as indutâncias próprias do estator,  $L_d$  e  $L_q$ , pode-se concluir que elas são compostas por duas parcelas:

Desta forma:

$$L_d = L_l + L_{ad} \quad (53)$$

$$L_q = L_l + L_{aq} \quad (54)$$

Onde  $L_l$  é a indutância de dispersão e  $L_{ad}$  e  $L_{aq}$  são as indutâncias mútuas entre o estator e os eixos d e q do rotor, respectivamente.

#### 4.1.5.1 Ajuste das bases para união

Será utilizado o sufixo  $s$  para referenciar ao estator da máquina, onde:

$$z_{base-s} = 2\pi f_{base} \cdot L_{base-s} \quad (55)$$

$$\varphi_{base-s} = L_{base-s} \cdot i_{base-s} \quad (56)$$

$$e_{base-s} = z_{base-s} \cdot i_{base-s} = 2\pi f_{base} \cdot L_{base-s} \cdot i_{base-s} = 2\pi f_{base} \cdot \varphi_{base-s} \quad (57)$$

Para referenciar ao campo do rotor será utilizado o sufixo  $f$ , onde:

$$z_{base-f} = 2\pi f_{base} \cdot L_{base-f} \quad (58)$$

$$\varphi_{base-f} = L_{base-f} \cdot i_{base-f} \quad (59)$$

$$e_{base-f} = z_{base-f} \cdot i_{base-f} = 2\pi f_{base} \cdot L_{base-f} \cdot i_{base-f} = 2\pi f_{base} \cdot \varphi_{base-f} \quad (60)$$

Para referenciar o enrolamento de amortecimento do rotor será utilizado o sufixo  $k$ , onde:

$$z_{base-k} = 2\pi f_{base} \cdot L_{base-k} \quad (61)$$

$$\varphi_{base-k} = L_{base-k} \cdot i_{base-k} \quad (62)$$

$$e_{base-k} = z_{base-k} \cdot i_{base-k} = 2\pi f_{base} \cdot L_{base-k} \cdot i_{base-k} = 2\pi f_{base} \cdot \varphi_{base-k} \quad (63)$$

$$\omega_{base} = 2\pi f_{base} \quad (64)$$

Os parâmetros de tensão e corrente apresentados são os valores máximos, desta forma, a base da potência é dada por:

$$VA_{3\Phi base} = \frac{3}{2} e_{base-s} \cdot i_{base-s} = e_{base-f} \cdot i_{base-f} \quad (65)$$

O tempo foi unitizado de segundos para radianos com o objetivo de simplificação:

$$\bar{t} = \omega_{base} \cdot t = 2\pi f_{base} \cdot t \quad (66)$$

#### 4.1.5.2 União das equações

A união da tensão no estator no domínio d-q-0 ocorre dividindo o valor de  $e_{dq0}(t)$  apresentado em (43) por  $e_{base-s}$ , obtendo a expressão apresentada abaixo:

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_d(\bar{t}) \\ \bar{e}_q(\bar{t}) \\ \bar{e}_0(\bar{t}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d}{dt}\theta & 0 \\ \frac{d}{dt}\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_d(\bar{t}) \\ \bar{\varphi}_q(\bar{t}) \\ \bar{\varphi}_0(\bar{t}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d}{dt}\bar{\varphi}_d(\bar{t}) \\ \frac{d}{dt}\bar{\varphi}_q(\bar{t}) \\ \frac{d}{dt}\bar{\varphi}_0(\bar{t}) \end{bmatrix} - \bar{r} \begin{bmatrix} \bar{l}_d(\bar{t}) \\ \bar{l}_q(\bar{t}) \\ \bar{l}_0(\bar{t}) \end{bmatrix} \quad (67)$$

No campo da máquina, a equação unitizada, para tensão, obtida é:

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt}\bar{\varphi}_{fd}(t) \\ \frac{d}{dt}\bar{\varphi}_{kd}(t) \\ \frac{d}{dt}\bar{\varphi}_{kq}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{r}_{fd} \cdot \bar{l}_{fd}(t) \\ \bar{r}_{kd} \cdot \bar{l}_{kd}(t) \\ \bar{r}_{kq} \cdot \bar{l}_{kq}(t) \end{bmatrix} \quad (68)$$

A união do fluxo no estator no domínio d-q-0 ocorre dividindo o valor de  $\varphi_{dq0}(t)$  apresentado em (46) por  $\varphi_{base-s}$ , obtendo a expressão apresentada abaixo:

$$\begin{bmatrix} \bar{\varphi}_d(\bar{t}) \\ \bar{\varphi}_q(\bar{t}) \\ \bar{\varphi}_0(\bar{t}) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{L}_d & 0 & 0 \\ 0 & \bar{L}_q & 0 \\ 0 & 0 & \bar{L}_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{l}_d(\bar{t}) \\ \bar{l}_q(\bar{t}) \\ \bar{l}_0(\bar{t}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{L}_{afd} & \bar{L}_{akd} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{L}_{akq} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{l}_{fd}(\bar{t}) \\ \bar{l}_{kd}(\bar{t}) \\ \bar{l}_{kq}(\bar{t}) \end{bmatrix} \quad (69)$$

A união do fluxo rotor no domínio d-q-0 ocorre dividindo o valor apresentado em (49) por  $\varphi_{base-f}$ , obtendo a expressão apresentada abaixo:

$$\begin{bmatrix} \bar{\varphi}_{fd}(t) \\ \bar{\varphi}_{kd}(t) \\ \bar{\varphi}_{kq}(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{L}_{afd} & 0 & 0 \\ \bar{L}_{akd} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{L}_{akq} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\iota}_d(\bar{t}) \\ \bar{\iota}_q(\bar{t}) \\ \bar{\iota}_0(\bar{t}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{L}_{ffd} & \bar{L}_{fkd} & 0 \\ \bar{L}_{fkd} & \bar{L}_{kkd}(t) & 0 \\ 0 & 0 & \bar{L}_{kkq}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\iota}_d(\bar{t}) \\ \bar{\iota}_{kd}(\bar{t}) \\ \bar{\iota}_{kq}(\bar{t}) \end{bmatrix} \quad (70)$$

#### 4.1.6 Circuito equivalente do gerador

A partir da transformada de Laplace, substitui-se  $\frac{d\theta}{dt}$  por  $s\bar{\theta}$  para evitar complicações simbólicas, realizando a derivada de (69) e substituindo no segundo termo de (67), tem-se:

$$-\left(\bar{e}_d(\bar{t}) + s\bar{\theta} \cdot \bar{\varphi}_q(\bar{t})\right) = \bar{L}_l \cdot s\bar{\iota}_d + \bar{r} \cdot \bar{\iota}_d + \bar{L}_{ad} \cdot s(\bar{\iota}_d - \bar{\iota}_{fd} - \bar{\iota}_{kd}) \quad (71)$$

$$-\left(\bar{e}_q(\bar{t}) - s\bar{\theta} \cdot \bar{\varphi}_d(\bar{t})\right) = \bar{L}_l \cdot s\bar{\iota}_q + \bar{r} \cdot \bar{\iota}_q + \bar{L}_{ad} \cdot s(\bar{\iota}_q - \bar{\iota}_{kq}) \quad (72)$$

$$-\bar{e}_0(\bar{t}) = \bar{L}_0 \cdot s\bar{\iota}_d + \bar{r} \cdot \bar{\iota}_0 \quad (73)$$

Em relação ao rotor, substituindo os termos de (70) em (68), obtém-se:

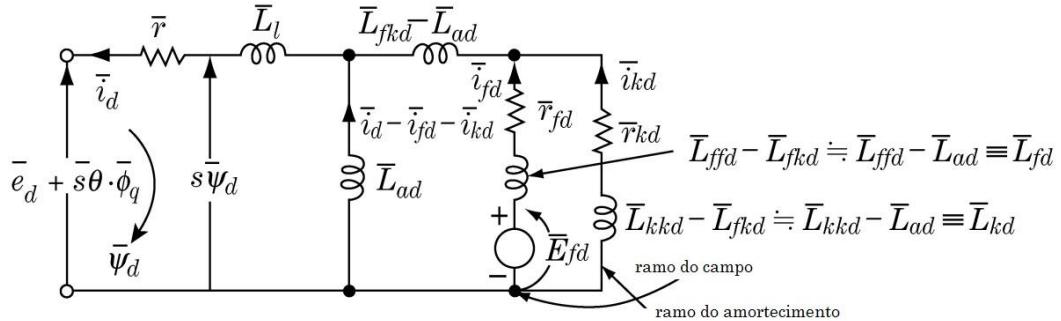
$$\begin{aligned} \bar{E}_{fd} = & -\bar{L}_{ad} \cdot s(\bar{\iota}_d - \bar{\iota}_{fd} - \bar{\iota}_{kd}) + (\bar{L}_{fkd} - \bar{L}_{ad}) \cdot s(\bar{\iota}_{fd} + \bar{\iota}_{kd}) \\ & + (\bar{L}_{ffd} - \bar{L}_{fkd}) \cdot s\bar{\iota}_{fd} + \bar{r}_{fd} \cdot \bar{\iota}_{fd} \end{aligned} \quad (74)$$

$$\begin{aligned} 0 = & -\bar{L}_{ad} \cdot s(\bar{\iota}_d - \bar{\iota}_{fd} - \bar{\iota}_{kd}) + (\bar{L}_{fkd} - \bar{L}_{ad}) \cdot s(\bar{\iota}_{fd} + \bar{\iota}_{kd}) + (\bar{L}_{kkd} - \bar{L}_{fkd}) \\ & \cdot s\bar{\iota}_{kd} + \bar{r}_{kd} \cdot \bar{\iota}_{kd} \end{aligned} \quad (75)$$

$$0 = -\bar{L}_{aq} \cdot s(\bar{\iota}_q - \bar{\iota}_{kq}) + (\bar{L}_{kkq} - \bar{L}_{aq}) \cdot s\bar{\iota}_{kq} + \bar{r}_{kq} \cdot \bar{\iota}_{kq} \quad (76)$$

A partir das equações desenvolvidas neste capítulo e da união dos parâmetros é possível obter os seguintes circuitos equivalentes do gerador. A Figura 17 apresenta o circuito equivalente do GS referente ao eixo-d.

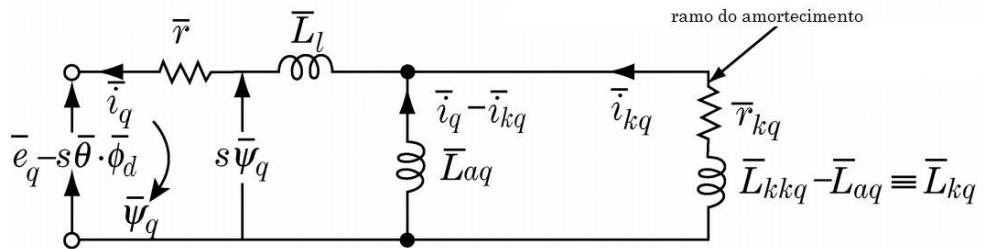
Figura 17 - Circuito equivalente do GS referente ao eixo-d.



Fonte: adaptado de Hase (2007).

A Figura 18 apresenta o circuito equivalente com os parâmetros referentes ao eixo-q.

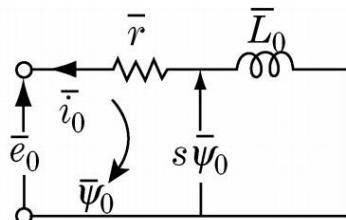
Figura 18 - Circuito equivalente do GS referente ao eixo-q.



Fonte: adaptado de Hase (2007).

Por fim, a Figura 19 apresenta o circuito equivalente com os parâmetros referentes ao eixo-0.

Figura 19 - Circuito equivalente do GS referente ao eixo-0.



Fonte: adaptado de Hase (2007).

As Figuras 17 a 19 apresentam todos os elementos que compõem cada circuito equivalente, ou seja, elas exemplificam a modelagem analítica concluída durante o capítulo.

Vale ressaltar que o circuito do eixo-d e o circuito do eixo-q não são independentes um do outro, pois, como pode se observar das Figura 17 e Figura 18  $e_d$  está relacionado com  $\varphi_q$  e  $e_q$  está relacionado com  $\varphi_d$ , assim como apresentado em (74) e (75).

Como o enrolamento do amortecimento e o enrolamento do estator são muito próximos ao limite do entreferro tem-se que a maior parte do fluxo induzido pela corrente de campo  $i_{fd}$  atinge não somente a bobina do amortecimento, mas também a do estator. Desta forma, pode-se assumir que o fluxo ligado a estes dois componentes do gerador possuem magnitudes similares, o que justifica a expressão  $\bar{L}_{fkd} = \bar{L}_{afd}$  presente na Figura 17.

#### 4.1.7 Fenômeno transitório e reatância transitória do gerador

Distúrbios causados de maneira repentina no sistema de potência alteram o comportamento do gerador. Este breve momento de distúrbio é denominado transitório, pois a máquina não permanece nesta condição por um período permanente.

Assumindo o gerador inicialmente conectado à rede de sistema de potência com as três fases balanceadas, tem-se que (HASE, 2007):

$$\bar{e}_d = -\bar{\varphi}_q - \bar{r} \cdot \bar{l}_d \quad (77)$$

$$\bar{e}_q = \bar{\varphi}_d - \bar{r} \cdot \bar{l}_q \quad (78)$$

$$\bar{e}_0 = -\bar{r} \cdot \bar{l}_0 \quad (79)$$

Pois, sob a condição de componentes trifásicas平衡adas tem-se:

$$s\bar{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega}{\omega_{base}} = 1 \quad (80)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{\varphi}_d(\bar{t}) = \frac{d}{dt}\bar{\varphi}_q(\bar{t}) = \frac{d}{dt}\bar{\varphi}_0(\bar{t}) = 0 \quad (81)$$

$$\bar{l}_{kd}(\bar{t}) = \bar{l}_{kq}(\bar{t}) = 0 \quad (82)$$

Logo, as componentes de (67) assumem os valores de (77), (78), e (79). Simplificando estas equações e analisando a condição inicial antes do sistema sofrer um distúrbio é possível obter:

$$\bar{e}_d(0) = -\bar{\varphi}_q(0) - \bar{r} \cdot \bar{l}_d(0) \quad (83)$$

$$\bar{e}_q(0) = \bar{\varphi}_d(0) - \bar{r} \cdot \bar{l}_q(0) \quad (84)$$

$$\bar{e}_0(0) = -\bar{r} \cdot \bar{l}_0(0) = 0 \quad (85)$$

Além disso, é possível obter as seguintes expressões para o fluxo no domínio d-q-0:

$$\bar{\varphi}_d(0) = -\bar{x}_q \cdot \bar{l}_q(0) + \bar{E}_f \quad (86)$$

$$\bar{\varphi}_q(0) = -\bar{x}_q \cdot \bar{l}_q(0) \quad (87)$$

$$\bar{\varphi}_0(0) = 0 \quad (88)$$

Sendo que:

$$\bar{E}_f = \bar{x}_{ad} \cdot \bar{l}_{fd}$$

$\bar{x}_{ad}$ : é a reatância agrupada de  $\bar{L}_{ad}$ , de forma que  $\bar{L}_{ad} = \bar{x}_{ad}$ .

$\bar{x}_d$ : é a reatância agrupada de  $\bar{L}_d$ , de forma que  $\bar{L}_d = \bar{x}_d$ .

$\bar{x}_q$ : é a reatância agrupada de  $\bar{L}_q$ , de forma que  $\bar{L}_q = \bar{x}_q$ .

#### 4.1.7.1 Reatâncias variantes referentes aos eixos d e q para o fenômeno transitório

Após ocorrer o distúrbio, as grandezas do circuito do gerador são descritas pelas seguintes equações (HASE, 2007):

$$\begin{bmatrix} \bar{\varphi}_d(\bar{t}) \\ \bar{\varphi}_q(\bar{t}) \\ \bar{\varphi}_0(\bar{t}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_d(0) \\ \bar{\varphi}_q(0) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \bar{\varphi}_d \\ \Delta \bar{\varphi}_q \\ \Delta \bar{\varphi}_0 \end{bmatrix} \quad (89)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_d(\bar{t}) \\ \bar{e}_q(\bar{t}) \\ \bar{e}_0(\bar{t}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{e}_d(0) \\ \bar{e}_q(0) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \bar{e}_d \\ \Delta \bar{e}_q \\ \Delta \bar{e}_0 \end{bmatrix} \quad (90)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{l}_d(\bar{t}) \\ \bar{l}_q(\bar{t}) \\ \bar{l}_0(\bar{t}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{l}_d(0) \\ \bar{l}_q(0) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \bar{l}_d \\ \Delta \bar{l}_q \\ \Delta \bar{l}_0 \end{bmatrix} \quad (91)$$

De forma que a variável instantânea é igual à inicial ( $t = 0$ ) acrescentada da variação resultante do distúrbio (representada pelo símbolo  $\Delta$ ).

#### 4.1.7.1.1 Reatâncias no período subtransitório

Sabe-se que a tensão sobre uma conexão RL série é expressa por  $v = Ldi/dt + ri$ , de forma que  $ri$  com corrente constante domina o valor CC, pois  $di/dt = 0$ , enquanto  $Ldi/dt$  domina o valor da corrente em mudanças repentinas, uma vez que  $di/dt$  assume um valor alto. Desta forma, tem-se que durante o regime transitório as parcelas derivativas da corrente são mais relevantes.

Com um intervalo de tempo de 0 a 3 ciclos (0-45 ou 60ms, dependendo da frequência) observando o subtransitório causado em  $t = 0$  no circuito equivalente dos eixos direto e em quadratura apresentados nas Figuras 3 e 4, tem-se:

$$\bar{x}_d'' = \bar{L}_d'' = -\frac{\Delta\bar{\varphi}_d}{\Delta\bar{t}_d} = \bar{L}_l + \frac{1}{\frac{1}{\bar{L}_{ad}} + \frac{1}{\bar{L}_{fd}} + \frac{1}{\bar{L}_{kd}}} \quad (92)$$

$$\bar{x}_q'' = \bar{L}_q'' = -\frac{\Delta\bar{\varphi}_q}{\Delta\bar{t}_q} = \bar{L}_l + \frac{1}{\frac{1}{\bar{L}_{aq}} + \frac{1}{\bar{L}_{kq}}} \quad (93)$$

Sendo que:

$\bar{x}_d''$ : é a reatância subtransitória do eixo-d.

$\bar{x}_q''$ : é a reatância subtransitória do eixo-q.

O fluxo ligado ao estator referente aos eixos  $d$  e  $q$  neste período é descrito por:

$$\bar{\varphi}_d(\bar{t}) = \bar{\varphi}_d(0) + \Delta\bar{\varphi}_d = \bar{\varphi}_d(0) - \bar{x}_d'' \cdot \Delta\bar{t}_d = \bar{\varphi}_d(0) + \bar{x}_d'' \cdot (\bar{t}_d(0) - \bar{t}_d(\bar{t})) \quad (94)$$

$$\bar{\varphi}_q(\bar{t}) = \bar{\varphi}_q(0) + \Delta\bar{\varphi}_q = \bar{\varphi}_q(0) - \bar{x}_q'' \cdot \Delta\bar{t}_q = \bar{\varphi}_q(0) + \bar{x}_q'' \cdot (\bar{t}_q(0) - \bar{t}_q(\bar{t})) \quad (95)$$

#### 4.1.7.1.2 Reatâncias no período transitório

Este fenômeno ocorre em um intervalo de tempo de aproximadamente 3 a 60 ciclos (45 ou 60ms até 1 segundo). Neste período o fenômeno do transitório já foi atenuado pelo enrolamento de amortecimento, o que significa que a corrente que circulava pelo ramo do amortecimento foi extinta. Desta forma, é possível obter as seguintes equações para as reatâncias transitórias referentes aos seus respectivos eixos (HASE, 2007):

$$\bar{x}'_d = \bar{L}'_d = -\frac{\Delta\bar{\varphi}_d}{\Delta\bar{t}_d} = \bar{L}_l + \frac{1}{\frac{1}{\bar{L}_{ad}} + \frac{1}{\bar{L}_{fd}}} \quad (96)$$

$$\bar{x}'_q = \bar{L}'_q = -\frac{\Delta\bar{\varphi}_q}{\Delta\bar{t}_q} = \bar{L}_l + \bar{L}_{aq} = \bar{x}_q \quad (97)$$

O fluxo ligado ao estator referente aos eixos  $d$  e  $q$  neste período é descrito por:

$$\bar{\varphi}_d(\bar{t}) = \bar{\varphi}_d(0) + \Delta\bar{\varphi}_d = \bar{\varphi}_d(0) - \bar{x}'_d \cdot \Delta\bar{t}_d = \bar{\varphi}_d(0) + \bar{x}'_d \cdot (\bar{t}_d(0) - \bar{t}_d(\bar{t})) \quad (98)$$

$$\bar{\varphi}_q(\bar{t}) = \bar{\varphi}_q(0) + \Delta\bar{\varphi}_q = \bar{\varphi}_q(0) - \bar{x}_q \cdot \Delta\bar{t}_q = \bar{\varphi}_q(0) + \bar{x}_q \cdot (\bar{t}_q(0) - \bar{t}_q(\bar{t})) \quad (99)$$

#### 4.1.7.1.3 Reatâncias no intervalo de regime permanente

Neste período, os parâmetros dependentes de  $di/dt$  não apresentam magnitudes expressivas quando comparados aos parâmetros CC. Logo, tem-se que as reatâncias neste intervalo são expressas pelas seguintes equações:

$$\bar{x}_d = \bar{L}_d = -\frac{\Delta\bar{\varphi}_d}{\Delta\bar{t}_d} = \bar{L}_l + \bar{L}_{ad} \quad (100)$$

$$\bar{x}_q = \bar{L}_q = -\frac{\Delta\bar{\varphi}_q}{\Delta\bar{t}_q} = \bar{L}_l + \bar{L}_{aq} \quad (101)$$

O fluxo ligado ao estator referente aos eixos  $d$  e  $q$  neste período é descrito por:

$$\bar{\varphi}_d(\bar{t}) = \bar{\varphi}_d(0) + \Delta\bar{\varphi}_d = \bar{\varphi}_d(0) - \bar{x}_d \cdot \Delta\bar{t}_d = \bar{\varphi}_d(0) + \bar{x}_d \cdot (\bar{t}_d(0) - \bar{t}_d(\bar{t})) \quad (102)$$

$$\bar{\varphi}_q(\bar{t}) = \bar{\varphi}_q(0) + \Delta\bar{\varphi}_q = \bar{\varphi}_q(0) - \bar{x}_q \cdot \Delta\bar{t}_q = \bar{\varphi}_q(0) + \bar{x}_q \cdot (\bar{t}_q(0) - \bar{t}_q(\bar{t})) \quad (103)$$

A Tabela 9 apresenta valores típicos de reatâncias e constantes de tempo em casos onde não ocorre saturação para diferentes tipos de geradores (HASE, 2007).

Tabela 9 - Valores típicos de reatâncias para diferentes tipos de geradores.

|                | Classificação    |           | Reatâncias [%] |     |     |     |      |      |    |    |      |     | Constante de tempo |        |  |
|----------------|------------------|-----------|----------------|-----|-----|-----|------|------|----|----|------|-----|--------------------|--------|--|
|                | Capacidade [MVA] | Freq [Hz] | Nº de polos    | Xd  | Xq  | X'd | X''d | X''q | X2 | X0 | T'd0 | T'd | T''d               | Ta [s] |  |
| Turbo-gerador  | 1300             | 50        | 4              | 185 | 185 | 38  | 29   | 29   | 29 | 19 | 6,9  | 1,5 | 0,03               | 0,25   |  |
|                | 800              | 60        | 2              | 179 | 177 | 34  | 26   | 25   | 25 | 12 | 6,4  | 1,2 | 0,02               | 0,40   |  |
|                | 585              | 50        | 4              | 180 | 175 | 36  | 27   | 27   | 27 | 13 | 8,0  | 2,3 | 0,03               | 0,22   |  |
|                | 556              | 60        | 2              | 174 | 172 | 29  | 25   | 24   | 24 | 10 | 5,2  | 0,9 | 0,02               | 0,55   |  |
|                | 270              | 60        | 2              | 183 | 183 | 31  | 24   | 24   | 24 | 13 | 6,0  | 0,9 | 0,03               | 0,40   |  |
|                | 53               | 60        | 2              | 205 | 194 | 22  | 17   | 17   | 17 | 9  | 6,3  | 0,7 | 0,03               | 0,25   |  |
| Hidro-gerador  | 280              | 60        | 24             | 110 | 78  | 34  | 22   | 24   | 23 | 17 | 7,6  | 2,3 | 0,03               | 0,31   |  |
|                | 26               | 60        | 72             | 112 | 76  | 42  | 33   | 41   | 37 | 15 | 3,3  | 1,2 | 0,03               | 0,16   |  |
|                | 21               | 50        | 12             | 123 | 71  | 33  | 23   | 21   | 22 | 14 | 4,9  | 1,3 | 0,06               | 0,17   |  |
| Gerador-motor  | 390              | 50        | 14             | 135 | 84  | 27  | 16   | 17   | 17 | 14 | 11,0 | 2,3 | 0,06               | 0,35   |  |
| Gerador-diesel | 6                | 50        | 8              | 190 | 102 | 35  | 22   | 19   | 20 | 13 | 4,9  | 0,9 | 0,05               | 0,08   |  |

Fonte: Adaptado de Hase (2007).

## 4.2 Modelagem harmônica do gerador síncrono

O modelo de GS apresentado até esta seção é detalhado, porém ele não consegue descrever precisamente a operação em transitórios e nem durante um regime permanente desbalanceado que possua a tensão e a corrente sob condições não senoidais. O objetivo desta seção é apresentar uma modelagem harmônica do GS, de forma que possa ser reproduzida a condição anormal de operação, considerando a variação do tempo no estator e as indutâncias mútuas entre o rotor e o estator (FUCHS; MASOUM, 2011).

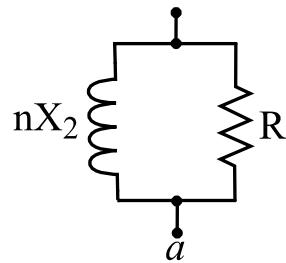
O modelo harmônico do GS é baseado nas reatâncias de sequências positiva, negativa e zero (FUCHS; MASOUM, 2011).

$$\begin{aligned} X_1(h) &= jhX_1 \\ X_2(h) &= jhX_2 \\ X_0(h) &= jhX_0 \end{aligned} \quad (104)$$

Sendo que  $h$  é a ordem da componente harmônica e  $X_1, X_2$  e  $X_0$  são as reatâncias de sequência positiva, negativa e zero, respectivamente.

As perdas são incluídas adicionando um resistor ao modelo, como apresentado na Figura 20. Porém, este modelo de máquina síncrona é utilizado em análises de fluxo de potência harmônica balanceada (FUCHS; MASOUM, 2011).

Figura 20 - Circuito harmônico equivalente com impedância de sequência negativa.



Fonte: Adaptado de Fuchs e Masoum (2011).

As reatâncias de sequências positiva, negativa e zero seguem as relações com as reatâncias de transitório e subtransitório:

A reatância de sequência positiva é idêntica à reatância síncrona:

$$X_1 = X_s \quad (105)$$

A reatância de sequência negativa é idêntica a reatância subtransitória do eixo-d:

$$X_2 = X_d'' \quad (106)$$

A reatância de sequência zero depende do passo do enrolamento do estator, variando de 0,1 a 0,7 da reatância subtransitória do eixo-d (FUCHS; MASOUM, 2011):

$$0,1X_d'' \leq X_0 \leq 0,7X_d'' \quad (107)$$

Para o desenvolvimento do modelo são considerados três casos, onde o GS é alimentado por correntes harmônicas, por tensão harmônica e pelo caso geral, onde há a combinação de corrente e tensão harmônicas.

#### 4.2.1 Gerador síncrono alimentado por corrente harmônica

As correntes harmônicas aplicadas no estator do GS seguem notação exponencial (FUCHS; MASOUM, 2011):

$$i_a = i_h e^{j(h\omega t + \angle i_h)} \quad (108)$$

$$i_b = i_h e^{j(h\omega t + \angle(i_h \mp \frac{2\pi}{3}))} \quad (109)$$

$$i_c = i_h e^{j(h\omega t + \angle(i_h \pm \frac{2\pi}{3}))} \quad (110)$$

Sendo que os sinais superiores nas operações dos argumentos das equações de (108) a (110) se referem à sequência de fase positiva.

O fluxo ligado à fase *a* possui contribuições do campo e dos enrolamentos das fases *b* e *c*. Ele é descrito pela seguinte equação (HART; BONWICK, 1988):

$$\begin{aligned} \varphi_a &= i_h \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) e^{j(h\omega t + \angle i_h)} + i_h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{j((h \mp 2)\omega t \mp 2\alpha + \angle i_h)} \\ \varphi_b &= i_h \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) e^{j(h\omega t \mp \frac{2\pi}{3} + \angle i_h)} + i_h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{j((h \mp 2)\omega t \mp 2\alpha \pm \frac{2\pi}{3} + \angle i_h)} \\ \varphi_c &= i_h \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) e^{j(h\omega t \pm \frac{2\pi}{3} + \angle i_h)} + i_h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{j((h \mp 2)\omega t \mp 2\alpha \mp \frac{2\pi}{3} + \angle i_h)} \end{aligned} \quad (111)$$

Sendo que  $\alpha$  é o ângulo entre o enrolamento de campo e o enrolamento da fase *a* no instante  $t = 0$  (HART; BONWICK, 1988).

Como as tensões referentes às fases *a*, *b* e *c* do estator são obtidas a partir da derivada temporal de (111), tem-se:

$$\begin{aligned} v_a &= ji_h h \omega \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) e^{j(h\omega t + \angle i_h)} \\ &\quad + i_h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) j(h \mp 2) \omega e^{j((h \mp 2)\omega t \mp 2\alpha + \angle i_h)} \end{aligned} \quad (112)$$

$$\begin{aligned} v_b &= ji_h h \omega \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) e^{j(h\omega t \mp \frac{2\pi}{3} + \angle i_h)} \\ &\quad + i_h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) j(h \mp 2) \omega e^{j((h \mp 2)\omega t \mp 2\alpha \pm \frac{2\pi}{3} + \angle i_h)} \end{aligned} \quad (113)$$

$$\begin{aligned} v_c &= ji_h h \omega \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) e^{j(h\omega t \pm \frac{2\pi}{3} + \angle i_h)} \\ &\quad + i_h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) j(h \mp 2) \omega e^{j((h \mp 2)\omega t \mp 2\alpha \mp \frac{2\pi}{3} + \angle i_h)} \end{aligned} \quad (114)$$

Comparando as equações (112) e (113) percebe-se que o termo da componente harmônica da tensão adicional possui sequência de fase positiva e ordem de dois harmônicos de diferença. Por exemplo, se for aplicada uma corrente de ordem  $h = 7$  com sequência positiva, tem-se que a componente harmônica de tensão adicional é de ordem 5 com sequência de fase negativa. Caso seja aplicada uma corrente de ordem  $h = 7$  com sequência negativa, tem-se que a tensão harmônica adicional será de ordem 9 com sequência de fase positiva.

#### 4.2.2 Gerador síncrono alimentado por tensão harmônica

Se um conjunto de tensões harmônicas é aplicado ao estator de um GS, a corrente harmônica adicional com ordem  $h \mp 2$  (baseado no resultado apresentado na seção anterior) é expressa por:

$$i_a = i_h \cdot e^{j(h\omega t + \angle i_h)} + \bar{i}_h \cdot e^{j((h \mp 2)\omega t + \angle \bar{i}_h)} \quad (115)$$

$$i_b = i_h \cdot e^{j(h\omega t + \angle i_h \mp \frac{2\pi}{3})} + \bar{i}_h \cdot e^{j((h \mp 2)\omega t + \angle \bar{i}_h \pm \frac{2\pi}{3})} \quad (116)$$

$$i_c = i_h \cdot e^{j(h\omega t + \angle i_h \pm \frac{2\pi}{3})} + \bar{i}_h \cdot e^{j((h \mp 2)\omega t + \angle \bar{i}_h \pm \frac{2\pi}{3})} \quad (117)$$

Sendo que  $\bar{i}_h$  são as componentes de corrente com frequência  $(h \mp 2)\omega$ . A partir do conceito apresentado na seção anterior, a tensão de fase obtida é dada por:

$$\begin{aligned}
 v_a = & j i_h h \omega \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) e^{j(h\omega t + \angle i_h)} \\
 & + j(h \mp 2)\omega i_h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{j((h \mp 2)\omega t \mp 2\alpha + \angle i_h)} \\
 & + j\bar{i}_h (h \mp 2)\omega \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) e^{j((h \mp 2)\omega t + \angle \bar{i}_h)} \\
 & + jh\omega \bar{i}_h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{j(h\omega t \mp 2\alpha - \angle \bar{i}_h)}
 \end{aligned} \tag{118}$$

Substituindo em (118) uma tensão aplicada (119), é possível obter (120) a (123).

$$V_a = V_h e^{jh\omega t} \tag{119}$$

$$v_h = i_h j \omega h \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) + \bar{i}_h j \omega h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) \tag{120}$$

$$\angle i_h = -\frac{\pi}{2} \tag{121}$$

$$0 = i_h (h \mp 2)\omega \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) + \bar{i}_h (h \mp 2)\omega \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) \tag{122}$$

$$\angle \bar{i}_h = \mp 2\alpha + \angle i_h \tag{123}$$

Rearranjando os temos de (120) e (123), tem-se:

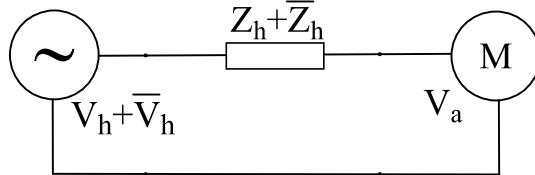
$$v_h = j h \omega i_h \left( \frac{2L'_d L'_q}{L'_d + L'_q} \right) \tag{124}$$

Ao comparar (113) com (124) percebe-se que a indutância efetiva para a frequência aplicada é diferente entre os casos de fonte de tensão e fonte de corrente. Se a tensão harmônica é aplicada para ambas as frequências  $h\omega$  e  $(h \mp 2)\omega$ , tem-se que (120) e (123) são modificadas pela inclusão de  $\bar{v}_h$  e  $\angle \bar{v}_h$ . As correntes para ambas as frequências consequentemente serão afetadas (HART; BONWICK, 1988).

### 4.2.3 Gerador síncrono alimentado por tensão e corrente harmônica

Neste caso, a máquina será submetida às tensões aplicadas  $v_h$  e  $\bar{v}_h$ , através de um sistema de impedâncias  $z_h$  e  $\bar{z}_h$  como apresentado pela Figura 21.

Figura 21 - Representação do sistema balanceado no caso geral.



Fonte: Adaptado de Fuchs e Masoum (2011).

Assume-se o modelo linearizado de Thevenin para o sistema e que as tensões harmônicas aplicadas possuem sequência de fase opostas ( $v_h$  possui sequência de fases  $abc$ , enquanto  $\bar{v}_h$  possui sequência de fases  $acb$ ). Estas condições se aplicariam se a carga distorcida responsável pela perturbação harmônica injetasse correntes equilibradas. Consequentemente, um modelo monofásico será utilizado (HART; BONWICK, 1988).

Aplicando a análise de malha para cada frequência  $h\omega$  e  $(h \mp 2)\omega$  obtém-se:

Para a frequência de  $h\omega$ :

$$v_h e^{j\angle v_h} - i_h z_h e^{j\angle z_h} = i_h j h \omega \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) e^{j\angle i_h} + \bar{i}_h j h \omega \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{j\angle \bar{i}_h \pm 2\alpha} \quad (125)$$

Para frequência de  $(h \mp 2)\omega$ :

$$\begin{aligned} \bar{v}_h e^{j\angle \bar{v}_h} - \bar{i}_h z_h e^{j\angle \bar{v}_h} \\ = \bar{i}_h j (h \mp 2) \omega \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) e^{j\angle \bar{i}_h} + i_h j (h \mp 2) \omega \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{j\angle i_h \mp 2\alpha} \end{aligned} \quad (126)$$

As equações (125) e (126) podem ser manipuladas para fornecerem as seguintes equações de correntes:

$$i_h e^{j\angle i_h} = \frac{v_h \bar{\xi}_h e^{j\angle v_h} - \bar{v}_h e^{j\angle \bar{v}_h} j h \omega \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{\pm 2\alpha j}}{\xi_h \bar{\xi}_h - \frac{4}{3} (h \mp 2) \omega^2 h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right)^2} \quad (127)$$

$$\bar{i}_h e^{j\angle \bar{i}_h} = \frac{\bar{v}_h \xi_h e^{j\angle \bar{v}_h} - v_h e^{j\angle v_h} j (h \mp 2) \omega \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{\pm 2\alpha j}}{\xi_h \bar{\xi}_h - \frac{4}{3} (h \mp 2) \omega^2 h \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right)^2} \quad (128)$$

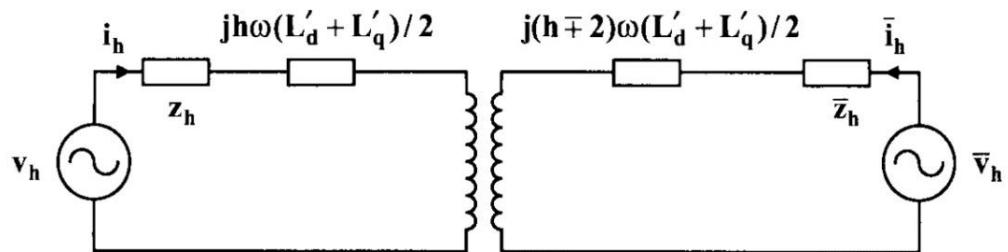
Sendo que:

$$\xi_h = z_h e^{j\angle z_h} + j h \omega \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) \quad (129)$$

$$\bar{\xi}_h = \bar{z}_h e^{j\angle \bar{z}_h} + j (h \mp 2) \omega \left( \frac{L'_d + L'_q}{2} \right) \quad (130)$$

As equações (125) e (126) sugerem o circuito equivalente apresentado pela Figura 22, onde a interação entre os dois lados do circuito é representado pela indutância mútua, porém esta é uma representação simplificada.

Figura 22 - Circuito harmônico equivalente de um GS baseado em indutâncias transitórias.



Fonte: Fuchs e Masoum (2011).

As indutâncias mútuas são dadas por:

$$M_{12} = j h \omega \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{j\pm 2\alpha} \quad (131)$$

$$M_{21} = j(h \mp 2)\omega \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right) e^{j\mp 2\alpha} \quad (132)$$

A diferença de frequência entre os lados foi ignorada. Apesar da simplificação, o modelo pode ser utilizado para calcular o fluxo de corrente harmônica. Além disso, o circuito representado indica que a impedância apresentada na Figura 20 não pode ser utilizada para modelar adequadamente esta máquina.

No caso de uma fonte de tensão harmônica ser grande e a outra ser pequena, a impedância aparente da máquina é expressa por:

$$z_h = \frac{jh\omega(L'_d + L'_q)}{2} + \frac{(h \mp 2)h\omega^2 \left( \frac{L'_d - L'_q}{2} \right)^2}{\bar{\xi}_h} \quad (133)$$

Se existirem várias fontes de frequência harmônica, o fluxo de corrente total pode ser obtido pelo Princípio de Superposição quando aplicado para cada componente harmônica  $h$  e  $h \mp 2$ . Por causa da variação da profundidade de penetração do fluxo com a frequência, tem-se que as impedâncias que governam a máquina serão funções da frequência.

#### 4.2.4 Circuitos equivalentes do gerador síncrono para sequências de fase positiva, negativa e zero

De acordo com Chen, Long e Zhang (1999) o GS é modelado pelas seguintes expressões :

$$I_1(h) = y_{11}(h-1)V_1(h) + \Delta I_1(h) \quad (134)$$

$$I_2(h) = y_{22}(h+1)V_2(h) + \Delta I_2(h) \quad (135)$$

$$I_0(h) = y_{00}V_0(h) \quad (136)$$

Sendo que:

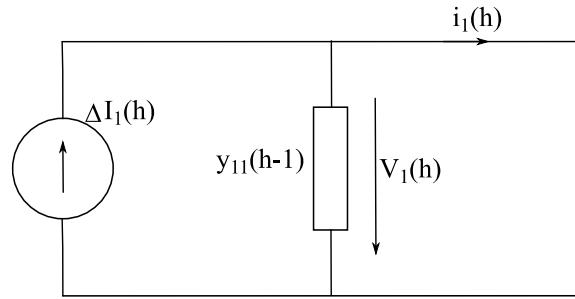
$$\Delta I_1(h) = y_{12}(h-1)V_2(h-2) \quad (137)$$

$$\Delta I_2(h) = y_{21}(h+1)V_1(h+2) \quad (138)$$

Além disso,  $y_{11}$ ,  $y_{12}$ ,  $y_{21}$ ,  $y_{22}$ ,  $y_{00}$  são parâmetros harmônicos do GS obtidos pelo modelo d-q-0.

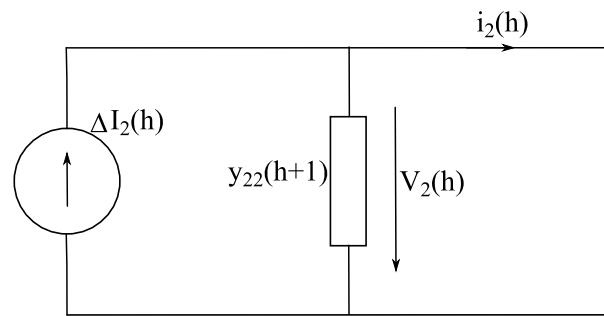
A partir de (134), (135), (136), (137) e (138) é possível montar os seguintes circuitos equivalentes do GS, apresentados pelas Figuras 23 a 25.

Figura 23 - Circuito equivalente de sequência positiva do GS com parâmetros harmônicos.



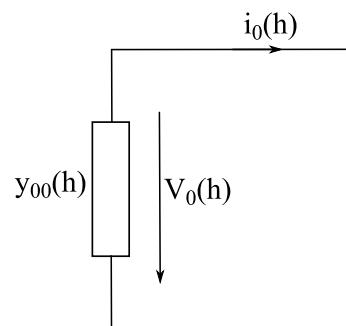
Fonte: Adaptado de Fuchs e Masoum (2011).

Figura 24 - Circuito equivalente de sequência negativa do GS com parâmetros harmônicos.



Fonte: Adaptado de Fuchs e Masoum (2011).

Figura 25 - Circuito equivalente de sequência zero do GS com parâmetros harmônicos.

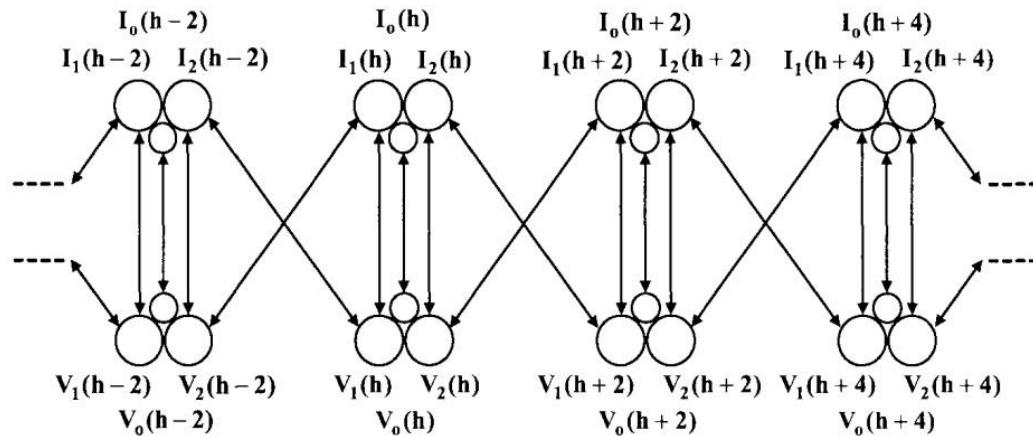


Fonte: Adaptado de Fuchs e Masoum (2011).

Os circuitos apresentados indicam que não há acoplamento entre as fontes de corrente harmônicas  $\Delta I_1(h)$  e  $\Delta I_2(h)$ . Circuitos equivalentes de sequências e ordens harmônicas diferentes são desacoplados e podem incorporar separadamente os correspondentes modelos de rede de energia.

A interpretação física deste modelo desacoplado consiste em que a corrente de ordem  $h$  e sequência positiva que circula pela armadura não é originada unicamente pela tensão de sequência positiva e ordem  $h$ . Além disto, esta corrente irá gerar uma tensão terminal de sequência negativa com ordem  $(h - 2)$ . Outra interpretação física compreende que a corrente de ordem  $h$  e sequência negativa que circula pela armadura não é gerada exclusivamente pela tensão de mesma ordem com sequência negativa, mas esta corrente dará origem a uma tensão terminal com sequência positiva e ordem  $(h + 2)$ . Por fim, tem-se que a corrente de sequência zero possui relevância apenas para tensões harmônicas de sequência zero. Este fenômeno é decorrente da assimetria do rotor da máquina. O esquema apresentado pela Figura 26 exemplifica o fenômeno citado.

Figura 26 - Derivação das correntes e tensões harmônicas no GS.



Fonte: Fuchs e Masoum (2011).

A razão pela qual sempre há uma diferença entre a ordem da corrente harmônica de sequência positiva e de sequência negativa e suas correspondentes admitâncias é devido à transformação das admitâncias para o domínio d-q-0.

## 4.3 Convolução

Nesta subseção será apresentada uma breve teoria sobre o efeito da convolução. A compreensão deste efeito é importante para o entendimento de como a tensão na armadura do GS é produzida.

### 4.3.1 Soma de convolução dos sistemas de tempo discreto

De acordo com (OPPENHEIM, 2010) um sinal discreto  $x[n]$  pode ser representado como uma superposição de versões ponderadas de um conjunto muito simples de funções elementares, impulsos unitários deslocados  $\delta[n - k]$ , sendo que  $k$  é o valor referente ao deslocamento sofrido pelo sinal. A resposta de um sistema linear a  $x[n]$  será a superposição das respostas ponderadas do sistema a cada um desses impulsos deslocados. Além disso, a propriedade de invariância no tempo diz que as respostas de um sistema invariante no tempo aos impulsos unitários deslocados no tempo são simplesmente versões deslocadas no tempo dessas respostas. A representação por soma de convolução para os sistemas de tempo discreto que são tanto lineares quanto invariantes no tempo resulta da junção desses dois fatos.

De modo mais específico, considerando que  $f_k[n]$  denote a resposta do sistema linear ao impulso unitário deslocado  $\delta[n - k]$  tem-se que a resposta  $y[n]$  do sistema linear à entrada  $x[n]$  é a combinação linear ponderada dessas respostas básicas, sendo expressa por (139):

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n]f_k[n] \quad (139)$$

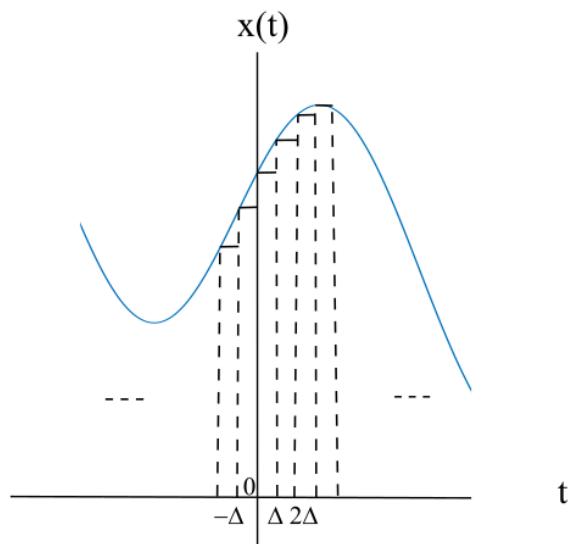
Em geral, as respostas  $f_k[n]$  não precisam estar relacionadas uma à outra para diferentes valores de  $k$ . No entanto, se o sistema linear também é invariante no tempo, então essas respostas ao impulsos unitários deslocados no tempo são todas versões deslocadas no tempo umas das outras. Especificamente, como  $\delta[n - k]$  é uma versão deslocada no tempo de  $\delta[n]$ , a resposta  $f_k[n]$  é uma versão deslocada no tempo de  $f_0[n]$ , onde  $f_0[n] = \delta[n]$ . Portanto, pode-se expressar a soma de convolução por (140):

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[n]f[n - k] \quad (140)$$

### 4.3.2 Soma de convolução para sistemas de tempo contínuo

Segundo (OPPEENHEIM, 2010), para desenvolver o correspondente de tempo contínuo da propriedade seletiva de tempo discreto realiza-se uma aproximação do sinal  $x(t)$  “em degraus”, exemplificada pela Figura 27.

Figura 27 - Aproximação em degraus para um sinal de tempo contínuo.



Fonte: Adaptado de Oppenheim (2010).

Ao considerar  $\Delta$  se aproximando de 0, a aproximação  $x(t)$  torna-se cada vez melhor e, no limite, iguala-se a  $x(t)$ . Portanto:

$$x(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k\Delta) \delta_\Delta(t - k\Delta) \Delta \quad (141)$$

Quando  $\Delta \rightarrow 0$ , o somatório de (141) aproxima-se de uma integral, desse modo, tem-se:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \delta(t - \tau) d\tau \quad (142)$$

### 4.3.3 Representação de Fourier para convolução e relação com a corrente de uma máquina síncrona

De acordo com as subseções anteriores tem-se que a convolução é uma operação matemática que a partir de duas funções gera uma terceira função que mede a soma do produto dessas funções ao longo da região subentendida pela superposição destas em função do deslocamento existente entre elas (HAYKIN; VAN VEEN, 2001).

Para calcular a corrente que circula pelo enrolamento de campo do gerador quando há uma corrente harmônica no enrolamento de armadura, utiliza-se a seguinte propriedade de sinais: a convolução de sinais de tempo periódicos é transformada em multiplicação dos coeficientes de frequência, e a multiplicação de sinais de tempo periódicos também corresponde à convolução das representações de Fourier (HAYKIN; VAN VEEN, 2001). Esta relação é representada por (143) e (144).

$$X(\omega) * Y(\omega) \leftrightarrow x(t) \cdot y(t) \quad (143)$$

$$X(\omega) \cdot Y(\omega) \leftrightarrow x(t) * y(t) \quad (144)$$

A tensão produzida por um GS é resultado de uma convolução entre o fluxo magnético gerado pela corrente contínua que circula pelo circuito do rotor e o enrolamento físico do circuito de armadura distribuído senoidalmente no estator da máquina. A equação (145) exemplifica esta operação.

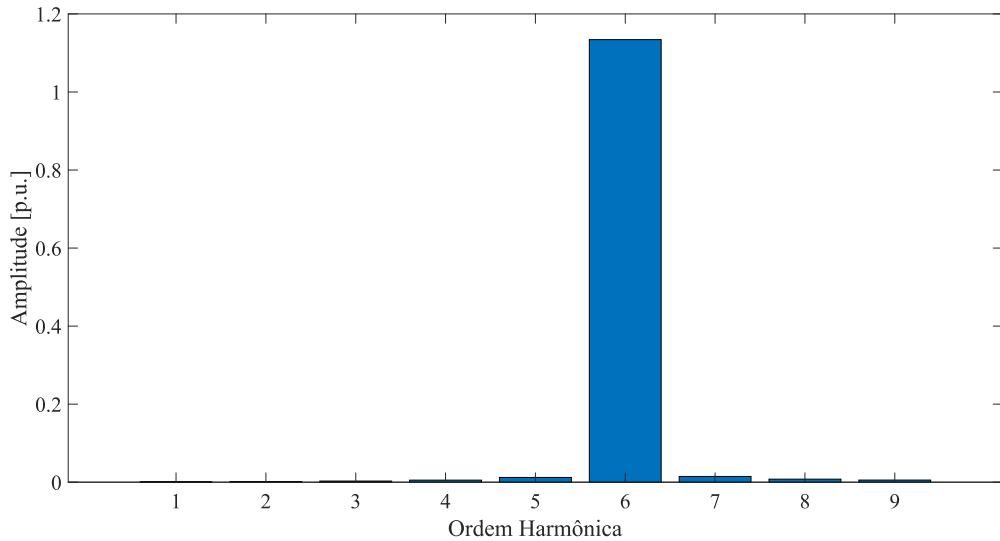
$$A * \text{sen}(\omega_0 t) \leftrightarrow A \cdot 2\pi\delta(\omega) \cdot j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)] \Rightarrow B \cdot \text{sen}(\omega_0 t) \quad (145)$$

Sendo que A está relacionada com o fluxo magnético no rotor da máquina, produzido pela corrente de campo, B é uma constante proveniente das multiplicações e  $\omega_0$  se refere à frequência de rotação do rotor em relação ao enrolamento senoidalmente distribuído do gerador. As funções convoluídas no domínio do tempo são transformadas em multiplicações no domínio da frequência através da transformada de Fourier. Após realizar as operações no domínio da frequência, retornou-se o resultado para o domínio do tempo, de forma a auxiliar a visualização deste efeito. Quando o circuito do rotor possui, além da componente CC, uma componente harmônica, como ocorre com a presença de cargas não lineares no sistema esta corrente resultante também convolui com o enrolamento físico da armadura produzindo os resultados apresentados por (146).

$$\begin{aligned}
 & \text{sen}(\omega_0 t) * \text{sen}(\omega_1 t) \\
 & \leftrightarrow j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)] \cdot j\pi[\delta(\omega + \omega_1) - \delta(\omega - \omega_1)] \quad (146) \\
 & \Rightarrow C \cdot \text{sen}(\omega_0 + \omega_1) + C \cdot \text{sen}(\omega_0 - \omega_1)
 \end{aligned}$$

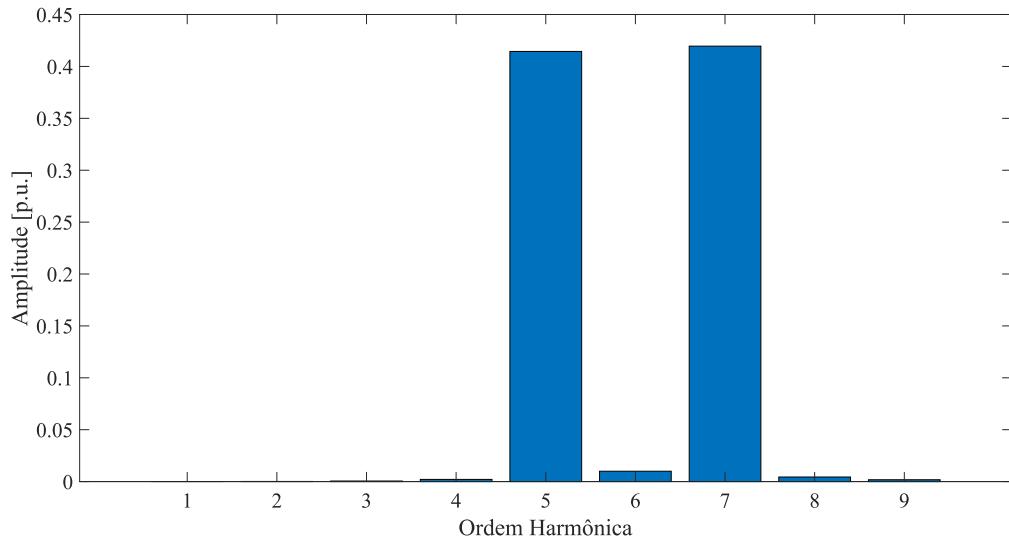
Sendo que  $C$  representa uma constante e  $\omega_1$  representa a frequência da componente harmônica injetada. A Figura 28 ilustra o espectro de frequência obtido a partir da transformada de Fourier para a convolução entre uma constante de valor unitário e um seno com frequência de 360 Hz, representando a operação ideal do gerador. A Figura 29 ilustra a soma de uma constante de valor 1,36 e um seno com frequência de 360 Hz convoluindo com um seno de 60 Hz. Vale ressaltar que a amplitude de todos os senos é unitária. As raias laterais da componente 6, harmônicas de ordem 5 (300 Hz) e 7 (420 Hz), evidenciam os efeitos apresentados em (144) e (145).

Figura 28 - Espectro de frequência resultante da convolução entre a constante 1,36 e seno de 360 Hz.



Fonte: Autor.

Figura 29 - Espectro de frequência resultante da convolução entre seno de 60 Hz e seno de 360 Hz.



Fonte: Autor.

Pode-se observar, portanto, que uma constante convoluindo com um seno de frequência  $\omega_0$  irá produzir um seno com mesma frequência ( $\omega_0$ ), enquanto a convolução entre dois senos, um com frequência  $\omega_0$  e outro com frequência  $\omega_1$  dará origem a dois senos, um com frequência ( $\omega_0 + \omega_1$ ) e outro com frequência ( $\omega_0 - \omega_1$ ).



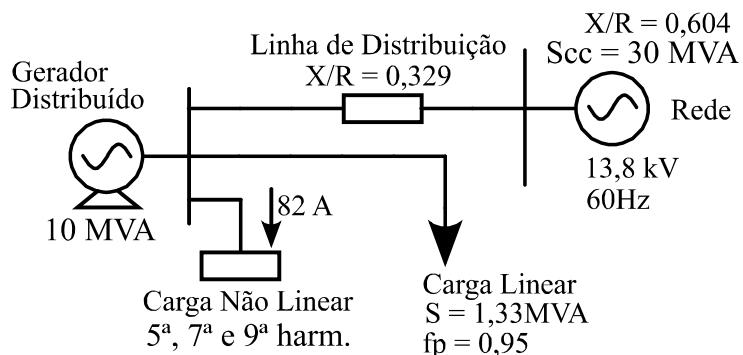
## 5 Modelagem e simulação de um sistema teste

De forma a avaliar a influência das correntes harmônicas nos geradores distribuídos com máquina síncrona, no que tange à penetração harmônica e, por consequência, a tensão harmônica gerada pela máquina, nesta seção é descrita a metodologia utilizada no teste de simulação. Os resultados presentes nesta seção foram publicados no artigo *Analysis of Harmonic Distortion Influence in a Distributed Synchronous Generator*, (CASIMIRO; BATAGLIOLI; LACERDA; COURY, 2018) apresentado no Simpósio Brasileiro de Energia Elétrica no ano de 2018.

A análise foi realizada simulando uma carga não-linear injetando correntes trifásicas com componentes harmônicas em um sistema que possui uma rede com barra fraca, uma carga linear e um gerador síncrono distribuído. Este sistema foi implementado no simulador em tempo real denominado RTDS.

O sistema utilizado é adaptado de (BATAGLIOLI; MOURINHO; MONARO; COURY, 2017) e é apresentado na Figura 30. Os parâmetros dos componentes do sistema são apresentados na Figura 30, enquanto que os parâmetros do gerador síncrono são apresentados na Tabela 11.

Figura 30 - Representação do circuito utilizado na simulação.



Fonte: Autor.

Tabela 10 - Parâmetros dos componentes do sistema.

|  |                  |
|--|------------------|
| Tensão da rede                               | 13,8 kV          |
| Frequência da rede                           | 60 Hz            |
| X/R da rede                                  | 0,6037           |
| Impedância do equivalente de rede            | 6,348 Ω          |
| Impedância da linha de distribuição por fase | 5,672 + j1,866 Ω |
| Potência da carga linear                     | 1,33 MVA         |
| FP da carga linear                           | 0,952            |

Fonte: Autor.

Tabela 11 - Parâmetros do gerador síncrono.

| Parâmetro | Valor    | Parâmetro  | Valor     |
|-----------|----------|------------|-----------|
| S         | 10 MVA   | $X_q$      | 2,5 pu    |
| V         | 13,8 kV  | $X''_q$    | 0,254 pu  |
| F         | 60 Hz    | $R_a$      | 0,0017 pu |
| $X_a$     | 0,1 pu   | $T'_{d0}$  | 7,8 s     |
| $X_d$     | 2,06 pu  | $T''_{d0}$ | 0,066 s   |
| $X'_d$    | 0,398 pu | $T'_{q0}$  | 0,075 s   |
| $X''_d$   | 0,254 pu |            |           |

Fonte: Autor.

Sendo que o  $S_{cc}$  na Figura 30 é a potência de curto-circuito da subestação, calculada como sendo o quadrado da tensão nominal dividida pela impedância do equivalente de rede. O parâmetro S é a potência aparente do gerador e V e f são a amplitude da tensão e a frequência gerada por ele, respectivamente. Além disso,  $R_a$  é o valor da resistência de armadura e  $X_a$  é o valor da reatância de dispersão do estator.  $T'_{d0}$  e  $T''_{d0}$  são as constantes de tempo de circuito aberto nos instantes transitório e subtransitório para o eixo-d, respectivamente. Por fim,  $T'_{q0}$  é a constante de tempo de circuito aberto subtransitório para o eixo-q.

A simulação foi iniciada com o sistema operando apenas com a carga linear conectada ao circuito. Posteriormente, a carga não linear foi inserida, passando a contribuir com a injeção de componentes harmônicas no sistema. Uma parcela desta corrente foi fornecida pelo equivalente de rede, enquanto a outra parcela foi suprida pelo gerador distribuído.

A carga não linear foi modelada como uma fonte de corrente harmônica. O valor da magnitude da corrente harmônica que passa a circular no sistema foi ajustado de modo que a carga não linear possua a mesma magnitude de potência ativa da carga linear, resultando em uma corrente de 82A.

Na simulação foi considerada a inserção de cargas com componentes harmônicas de 5<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> e 9<sup>a</sup> ordem separadamente, de modo a verificar a influência de componentes com sequências negativa, positiva e zero, respectivamente.

## 5.1 Resultados e discussões

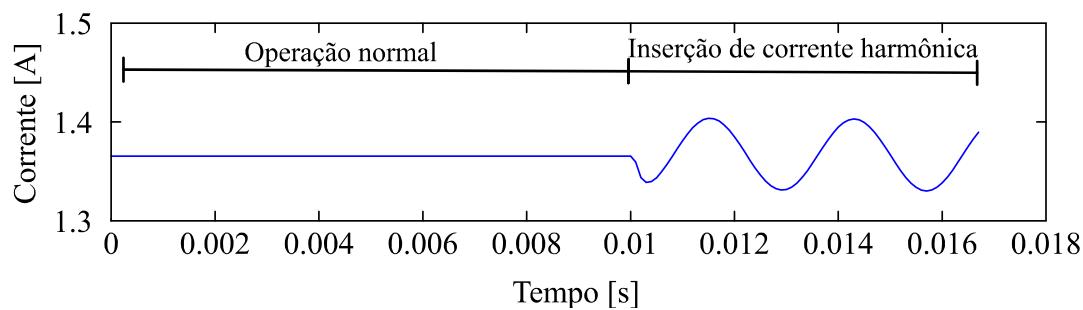
Como na simulação a carga não linear adicionada ao sistema possuía ora componente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem, ora de 7<sup>a</sup> e ora de 9<sup>a</sup> ordem, a análise acerca do comportamento das correntes elétricas no gerador síncrono também foi realizada separadamente, descritas nas subseções seguintes.

### 5.1.1 Corrente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem

Nesta situação, a carga não linear injetava no sistema uma corrente harmônica com componente de 5<sup>a</sup> ordem. Pelo fato de o barramento da rede não ser forte o suficiente para fornecer esta corrente, grande parte desta foi suprida pelo GS.

Ao percorrer o gerador distribuído, essa corrente gerou distorções na forma de onda da corrente que circulava pelo campo da máquina. A forma de onda da corrente resultante no rotor é apresentada na Figura 31.

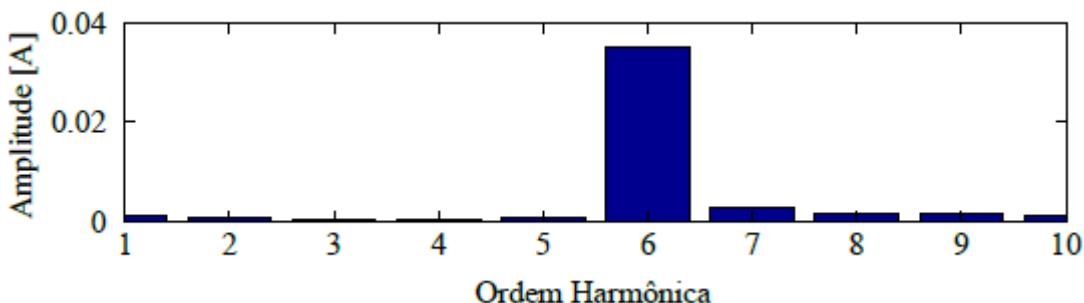
Figura 31 - Forma de onda da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.



Fonte: Autor.

Ao aplicar a transformada de Fourier para analisar a corrente elétrica no campo do gerador, percebeu-se a presença de uma componente harmônica com 6<sup>a</sup> ordem, anteriormente inexistente no sistema, conforme apresentado na Figura 32.

Figura 32 - Componentes harmônicas da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.

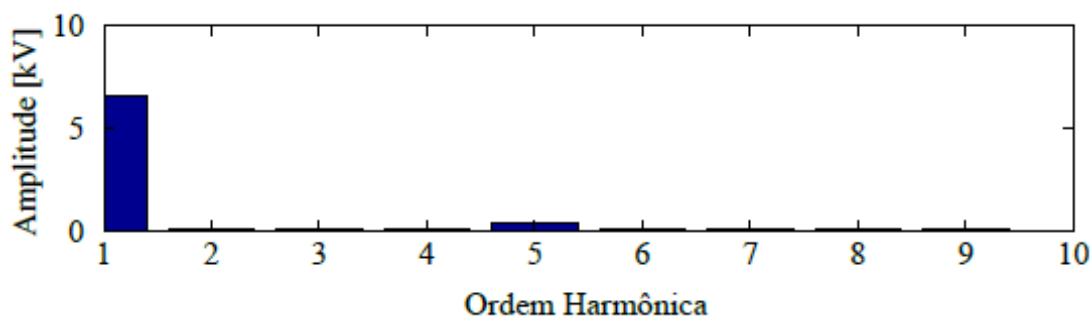


Fonte: Autor.

A forte presença de uma componente harmônica de 6<sup>a</sup> ordem no caso analisado é um fenômeno esperado. Uma componente harmônica de sequência negativa de ordem  $h$  irá induzir frequências de  $(h + 1)$  vezes a fundamental nos circuitos do rotor. Este efeito se deve ao fato de que correntes harmônicas de sequência negativa de ordem  $h$  no enrolamento do estator criam um campo magnético girante com velocidade de rotação  $h$  vezes maior do que o campo magnético síncrono e em sentido oposto ao da rotação do rotor, refletindo no efeito líquido de que o campo magnético cruza os circuitos do rotor com uma velocidade igual a  $(h + 1)$  vezes à velocidade síncrona. Esse campo magnético resultante é responsável por induzir correntes harmônicas de ordem  $(h + 1)$  no circuito de campo.

A tensão de saída do estator apresentou a composição harmônica ilustrada pela Figura 33 para esta situação.

Figura 33 - Componentes harmônicas da tensão no estator do gerador síncrono quando componente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.



Fonte: Autor.

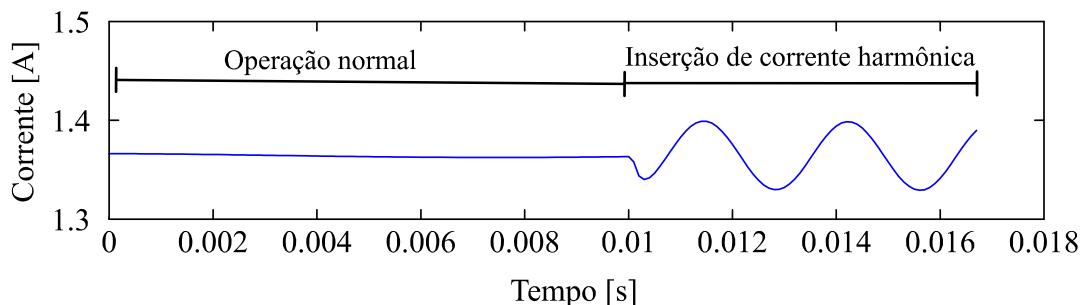
Neste caso, esperava-se encontrar componentes harmônicas de 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> ordem na tensão do estator (FUCHS; MASOUM, 2011). Contudo, ao realizar a simulação do sistema, além da componente fundamental, apenas a harmônica da ordem drenada pela carga não linear surgiu no sinal de tensão do estator. Isto se deve aos seguintes fatores: alta isolação magnética entre os enrolamentos dos circuitos de armadura e campo, alta reatância indutiva de campo do gerador síncrono e principalmente ao fato de a corrente harmônica injetada não possuir magnitude grande o suficiente para causar este efeito no estator. Logo, a componente de quinta harmônica na Figura 33 deve-se majoritariamente à queda de tensão na impedância do sistema.

### 5.1.2 Corrente harmônica de 7<sup>a</sup> ordem

Neste caso, a carga não linear consumia no sistema uma corrente com componente harmônica de 7<sup>a</sup> ordem. Semelhantemente ao que ocorreu quando a carga havia drenado uma componente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem, parte desta corrente foi direcionada ao GS distribuído.

Ao atravessar a máquina síncrona, esta corrente originou distorções na forma de onda da corrente que circulava pelo rotor. A corrente resultante no campo é ilustrada na Figura 34.

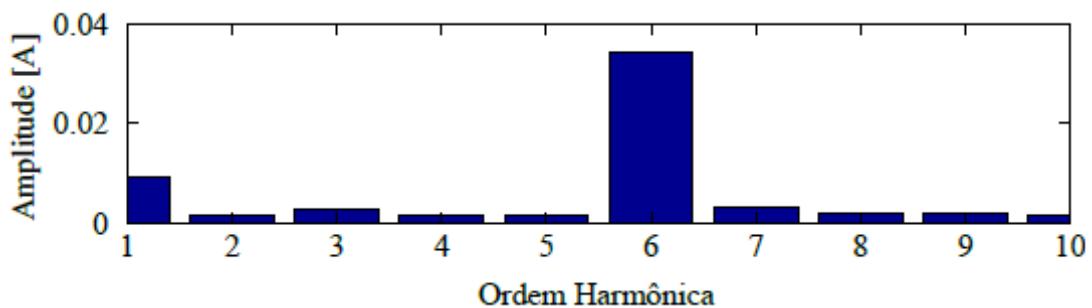
Figura 34 - Forma de onda da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 7<sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.



Fonte: Autor.

Ao aplicar a transformada de Fourier para analisar a corrente elétrica no campo do gerador, identificou-se a presença de uma componente harmônica de 6<sup>a</sup> ordem, anteriormente inexistente no sistema, conforme ilustrado na Figura 35.

Figura 35 - Componentes harmônicas da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 7<sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.

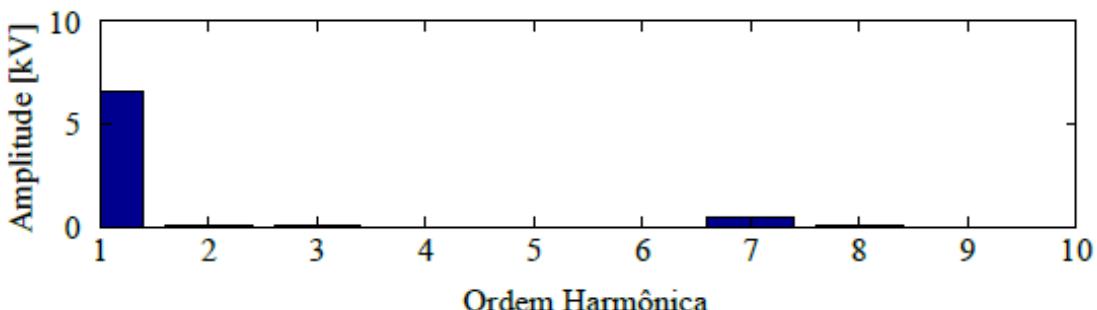


Fonte: Autor.

A predominância de um componente harmônico de 6<sup>a</sup> ordem no espectro de frequência apresentado na Figura 35 é um fenômeno esperado. Uma componente harmônica de sequência positiva de ordem  $h$  irá induzir frequências de  $(h - 1)$  vezes a fundamental nos circuitos do rotor. Este efeito deve-se ao fato de que correntes harmônicas de sequência positiva de ordem  $h$  no enrolamento do estator criam um campo magnético girante com velocidade  $h$  vezes maior que o campo magnético síncrono e no mesmo sentido de rotação do rotor, refletindo no efeito líquido de que o campo magnético cruza os circuitos do rotor com uma velocidade igual a  $(h - 1)$  vezes à velocidade síncrona. Esse campo magnético resultante é responsável por induzir correntes harmônicas de ordem  $(h - 1)$  no circuito de campo.

Logo, nesta situação em questão, a corrente com componente harmônica de 7<sup>a</sup> ordem com sequência de fase positiva drenada pela carga não linear no sistema, deu origem a uma componente harmônica de 6<sup>a</sup> ordem no campo do gerador. A tensão gerada na saída do estator apresentou o espectro harmônico ilustrado na Figura 36 para esta situação.

Figura 36 - Componentes harmônicas da tensão no estator do gerador síncrono quando componente harmônica de 7<sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.



Fonte: Autor.

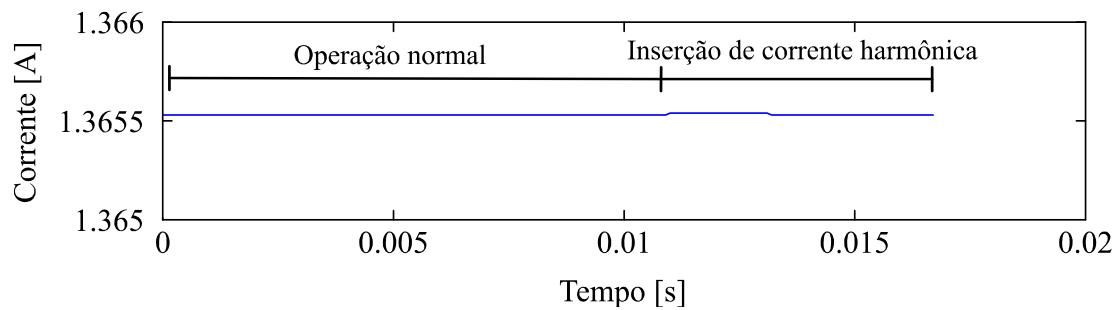
Assim como no caso da presença de 5<sup>a</sup> ordem harmônica, esperava-se encontrar componentes harmônicas com duas ordens abaixo da que foi inserida no sistema, além da que foi injetada, ou seja, 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> ordem na tensão do estator (FUCHS; MASOUM, 2011). Contudo, ao realizar a simulação do sistema, obteve-se além da componente fundamental, apenas a componente harmônica da ordem drenada pela carga não linear. Isso se deve aos mesmos fatores descritos para o caso de injeção de componentes de 5<sup>a</sup> ordem.

### 5.1.3 Corrente harmônica de 9<sup>a</sup> ordem

Neste caso, a carga não linear drenada do sistema uma corrente harmônica de 9<sup>a</sup> ordem. Pelo mesmo fato descrito anteriormente, grande parte desta corrente era fornecida pelo GS.

Ao percorrer o gerador distribuído, esta corrente praticamente não gerou distorções na forma de onda da corrente que circulava pelo campo da máquina. Isso ocorre devido ao fato de que uma corrente de sequência zero, como é o caso da 9<sup>a</sup> harmônica, não produz campo magnético girante no campo da máquina. A corrente resultante no rotor é apresentada na Figura 37.

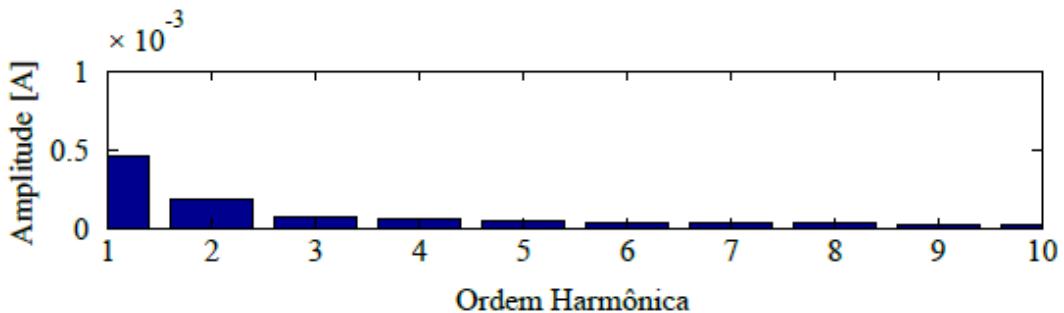
Figura 37 - Forma de onda da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.



Fonte: Autor.

Pelo fato de a componente harmônica de 9<sup>a</sup> ordem possuir sequência de fase zero, o campo girante produzido por esta componente é nulo. Desse modo, não houve distorções significativas na forma de onda da corrente que circula pelo campo bem como é exemplificado na decomposição dos espectros harmônicos na Figura 38.

Figura 38 - Componentes harmônicas da corrente no campo do gerador síncrono quando componente harmônica de 9<sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.

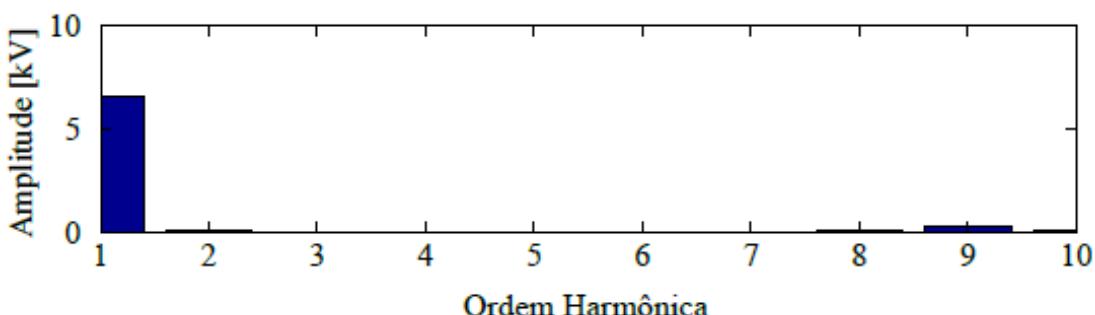


Fonte: Autor.

Ao aplicar a transformada de Fourier para analisar a corrente elétrica no campo do gerador, percebeu-se uma baixa presença de componentes harmônicas, inclusive para a componente fundamental, confirmando assim, o que foi apresentado pela forma de onda, praticamente sem distorções. A Figura 38 ilustra estas componentes harmônicas.

Quanto à tensão de saída da armadura do gerador, observou-se a composição harmônica ilustrada na Figura 39 para esta situação.

Figura 39 - Componentes harmônicas da tensão no estator do gerador síncrono quando componente harmônica de 9<sup>a</sup> ordem é drenada pela carga não linear.



Fonte: Autor.

Neste caso, pode-se verificar que uma corrente harmônica de ordem  $h$  com sequência de fase nula gera apenas uma tensão harmônica com mesma ordem, confirmando o que era esperado (FUCHS; MASOUM, 2011).

Portanto, é possível observar que não há impactos prejudiciais provocados pela carga não linear no que diz respeito à tensão gerada pelo gerador síncrono. Apesar de identificar componentes harmônicas circulando pelos circuitos de campo da máquina, onde deveria

circular apenas uma corrente CC, quando se analisa a tensão de saída na armadura, a única frequência com intensidade relevante é a fundamental. Isso se deve à isolação magnética entre os enrolamentos do circuito do rotor e do estator da máquina, aos parâmetros desta e à magnitude da corrente harmônica que circula pelo enrolamento de armadura.

Para os três casos analisados a contribuição de corrente distorcida proveniente do gerador síncrono distribuído é muito menor do que a corrente da carga harmônica, não provocando assim alteração perceptível na forma de onda da corrente na rede.



## 6 Experimento com uma máquina real

A fim de verificar o efeito da convolução no GS, realizou-se um experimento com uma máquina real. Este experimento consistiu basicamente na injeção de correntes harmônicas, geradas por um gerador arbitrário de sinais, no enrolamento de campo do GS. A tensão produzida nos terminais de armadura foi analisada de modo a confirmar a existência do efeito estudado.

O gerador utilizado no experimento possui quatro polos salientes, tensão terminal de 220 V e potência de 2 kVA, com uma impedância de base de  $24,2 \Omega$  (utilizando os valores nominais da máquina). Os parâmetros elétricos estão disponíveis na Tabela 12. Além da nomenclatura apresentada na Tabela 11, tem-se:  $\tau_{d0}$  constante de tempo em vazio de eixo direto,  $\tau_d'$  constante de tempo transitória de eixo direto,  $\tau_d''$  constante de tempo subtransitória de eixo direto,  $X_0$  reatância de sequência zero,  $R_0$  resistência de sequência zero,  $X_2$  reatância de sequência negativa,  $R_2$  resistência de sequência negativa e  $R_f$  resistência de campo.

Tabela 12 - Parâmetros elétricos do gerador síncrono utilizado no experimento.

| Parâmetro | Valor      | Parâmetro  | Valor      | Parâmetro   | Valor      |
|-----------|------------|------------|------------|-------------|------------|
| $X_d$     | 1,463 p.u. | $X_d'$     | 0,163 p.u. | $X_d''$     | 0,108 p.u. |
| $X_q$     | 0,778 p.u. | $X_q''$    | 0,092 p.u. | $\tau_{d0}$ | 0,1669 s   |
| $\tau_d'$ | 0,0186 s   | $\tau_d''$ | 0,0058 s   | $X_0$       | 0,166 p.u. |
| $R_0$     | 0,106 p.u. | $X_2$      | 0,166 p.u. | $R_2$       | 0,106 p.u. |
| $R_f$     | 9,79 p.u.  | $R_a$      | 0,062 p.u. |             |            |

Para obter os valores das tensões de armadura para as três fases dados por (112) - (114) simplificaram-se as equações (32) - (35) de modo a determinar os parâmetros de indutâncias própria e mútua das fases, própria do rotor e mútua entre o campo e a armadura. A simplificação resultou em:

$$L_{aa} = L_1 + L_2 \cos(2\theta) \quad (147)$$

$$L_{ab} = -L_3 - L_2 \cos[2(\theta + \frac{\pi}{6})] \quad (148)$$

$$L_{af} = L_5 \cos(\theta) \quad (149)$$

$$L_{ff} = L_4 \quad (150)$$

Onde  $\theta$  é o ângulo elétrico os termos  $L_1, L_2, L_3$  são dados por:

$$L_d = L_1 + L_3 + \frac{3}{2}L_2 \quad (151)$$

$$L_q = L_1 + L_3 - \frac{3}{2}L_2 \quad (152)$$

$$L_0 = L_1 - 2L_3 \quad (153)$$

De modo que  $L_0, L_d$  e  $L_q$  são calculados por:

$$L_0 = \frac{X_0}{\omega} \quad (154)$$

$$L_d = \frac{X_d}{\omega} \quad (155)$$

$$L_q = \frac{X_q}{\omega} \quad (156)$$

Substituindo os dados apresentados na Tabela 12 em (147) – (148) e (151) - (156), obtiveram-se os seguintes valores:

$$L_{aa} = 66,2 \text{ mH}$$

$$L_{ab} = 27,8 \text{ nH}$$

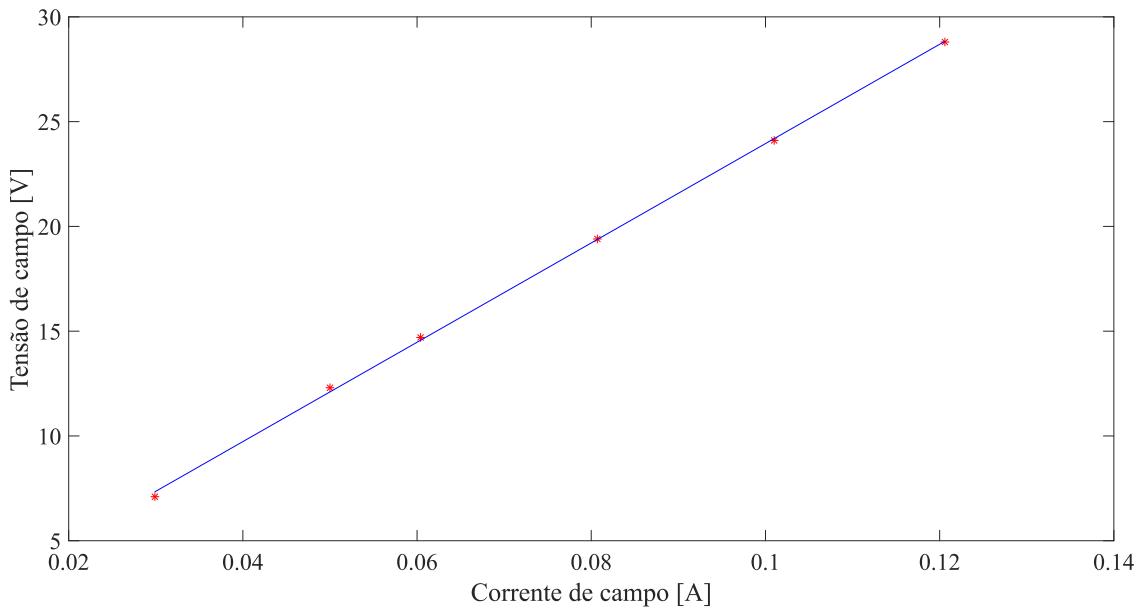
Para obter o valor de  $R_f$  aplicaram-se vários valores de tensão CC no circuito de campo da máquina síncrona de modo a obter os respectivos valores de corrente. Com os dados obtidos montou-se a Tabela 13 e a partir dela foi obtido o gráfico da Figura 40 que apresenta a melhor reta, obtida pelo método dos mínimos quadrados. Através deste método, obteve-se a equação dada em (158) para a tensão em função da corrente. O valor da resistência no enrolamento de campo é a derivada desta curva e tem seu valor apresentado na Tabela 12.

Tabela 13 - Valores para cálculo da resistência do enrolamento de campo do gerador síncrono.

| Corrente (A) | Tensão (Vcc) |
|--------------|--------------|
| 0,0299       | 7,1          |
| 0,0500       | 12,3         |
| 0,0604       | 14,7         |
| 0,0807       | 19,4         |
| 0,101        | 24,1         |
| 0,1206       | 28,8         |

Fonte: Autor.

Figura 40 - Reta da resistência obtida pelo método dos mínimos quadrados.



Fonte: Autor.

$$v = a \cdot i + b \quad (157)$$

$$v = 237,0168 \cdot i + 0,2494 \quad (158)$$

O valor da indutância própria do campo ( $L_4$ ) foi obtida aplicando diversos valores de tensão alternada com frequência igual a 60 Hz no campo do gerador (ANTUNES, 2007). Em seguida, elaborou-se a Tabela 14 com os valores eficazes de tensões e correntes coletados. Traçou-se a melhor reta, pelo método dos mínimos quadrados, apresentada pela Figura 41. Feito isso, calculou-se o módulo da impedância a partir dos coeficientes encontrados para então obter o valor da indutância desejada de acordo com (159) e (160).

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R_f^2} \quad (159)$$

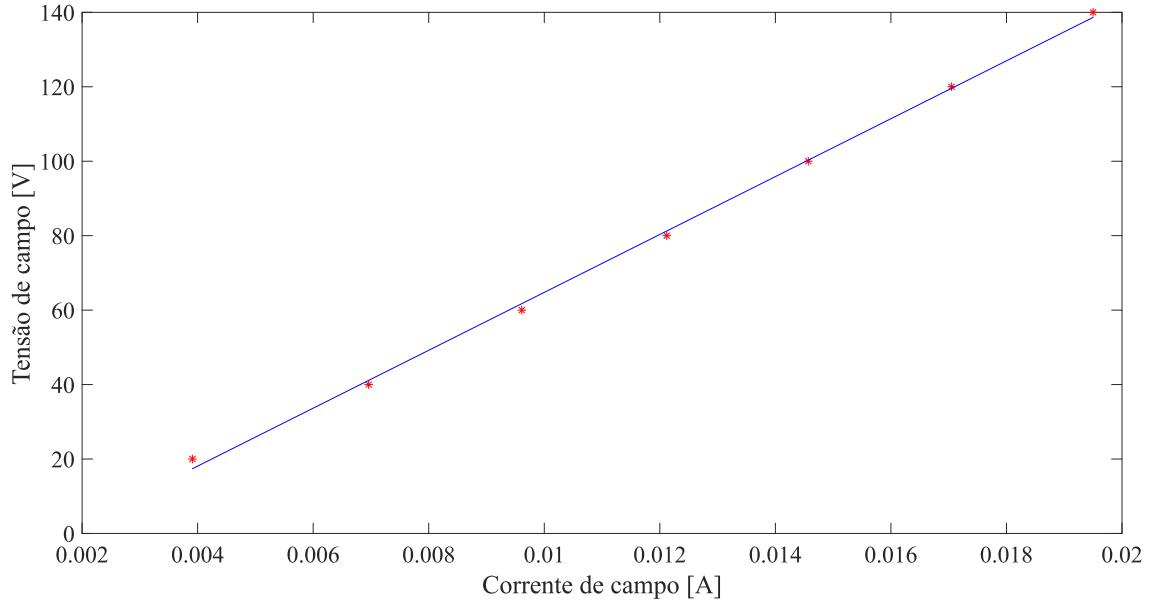
$$L_4 = \frac{X_L}{\omega} \quad (160)$$

Tabela 14 - Valores para cálculo da indutância própria do enrolamento de campo do gerador síncrono.

| Corrente (mA) | Tensão (V) |
|---------------|------------|
| 19,5          | 140        |
| 17,05         | 120        |
| 14,57         | 100        |
| 12,12         | 80         |
| 9,61          | 60         |
| 6,96          | 40         |
| 3,91          | 20         |

Fonte: Autor.

Figura 41 - Reta da impedância do campo obtida pelo método dos mínimos quadrados.



Fonte: Autor.

$$v = 7777,3 \cdot i - 13 \quad (161)$$

$$Z = 7777,3 \Omega \quad (162)$$

Deste modo, substituindo os valores encontrados para resistência e impedância de campo em (159) tem-se:

$$X_L = 7773,69 \Omega \quad (163)$$

Logo, o valor da indutância própria do campo, dada por (160) equivale à:

$$L_4 = L_{ff} = 20,6 H \quad (164)$$

Segundo (ANTUNES, 2007) tem-se que  $L_5$  é dado por:

$$L_5 = 0,02 \cdot L_4 \quad (165)$$

Portanto, a indutância mútua entre o enrolamento de campo e o enrolamento da fase a do estator é dado por (166).

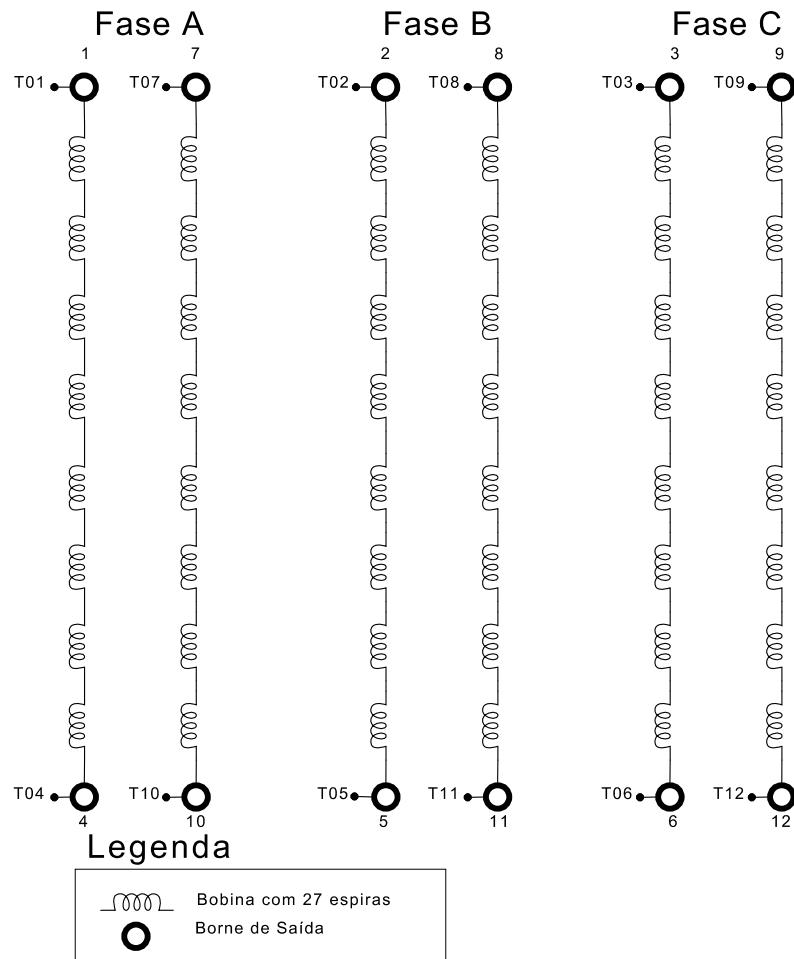
$$L_5 = L_{af} = 412,4 mH \quad (166)$$

Substituindo os valores calculados de indutâncias e os valores apresentados na Tabela 12 nas equações (112) – (114), é possível calcular os valores das correntes e das tensões de armadura para as três fases. O cálculo desses parâmetros a partir dos dados coletados no experimento não foi realizado porque o gerador síncrono do sistema elétrico ensaiado teve o seu circuito de armadura aberto, ou seja, não havia nenhum tipo de carga conectada as fases do gerador. Como as tensões e correntes das fases devem ser calculadas considerando que o GS esteja alimentando uma carga não-linear e no experimento não havia carga conectada aos terminais do gerador, não foi possível calcular os valores destes parâmetros através de (112), (113) e (114). Optou-se por realizar este experimento sem cargas não-lineares conectadas aos terminais do GS pelo fato de não haver garantia de que o gerador arbitrário de sinais suportaria um fluxo de potência reverso, ou seja, com corrente entrando no equipamento. Por questões de segurança, optou-se então em realizar apenas o ensaio em que corrente harmônica é inserida no enrolamento de campo do GS, de modo a verificar a tensão gerada na armadura da máquina, deixando de realizar o experimento que mostraria a indução dessas correntes harmônicas no rotor da máquina por conta da carga não-linear conectada aos terminais do GS.

## 6.1 Ensaio onde o circuito de campo do GS é alimentado com tensões harmônicas

O sistema de ensaio utilizado neste trabalho foi adaptado do sistema utilizado e desenvolvido por (MONARO, 2013). Utilizou-se um GS que teve o enrolamento de armadura modificado, porém a simetria elétrica e espacial dos enrolamentos não foi prejudicada de modo a interferir nos resultados obtidos. A Figura 42 mostra uma representação simplificada dos enrolamentos da armadura.

Figura 42 - Esquema dos enrolamentos da armadura do gerador síncrono.

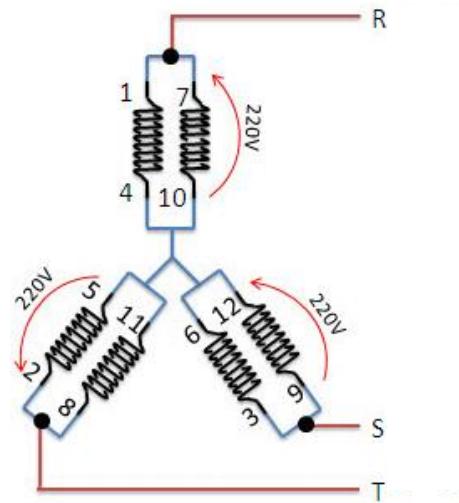


Fonte: Adaptado de Monaro (2013).

Nesta figura, os terminais originais da máquina são designados pela letra T. Segundo (MONARO, 2013) o estator do GS possui 48 ranhuras que acomodam um enrolamento distribuído de dupla camada. O enrolamento de armadura é composto por doze grupos de quatro bobinas. As bobinas tem passo pleno e são constituídas por vinte sete espiras de fio 19

AWG. Dois grupos em série, deslocados 180° elétricos, compõem um circuito de uma fase e também um polo. Cada fase possui dois circuitos conectados em paralelo. A conexão da armadura foi feita em duplo estrela, conforme representado pela Figura 43.

Figura 43 – Representação da ligação duplo estrela.



Fonte: Sala da Elétrica (2018).

O ensaio realizado consiste na inserção de tensões harmônicas geradas através de um gerador arbitrário de sinais no enrolamento de campo de um gerador síncrono. Este gerador síncrono tem seu eixo rotacionado por um motor CC, de acordo com a Figura 44.

Figura 44 - Ligação entre as máquinas elétricas.



Fonte: Adaptado de Monaro (2013).

O enrolamento de campo do motor CC é alimentado com uma corrente de 600 mA através de uma fonte CC enquanto o enrolamento da armadura do motor CC é alimentado pela saída CC de um variac trifásico com 9 A. Os sinais de tensão no campo e na armadura do GS

são coletados por um osciloscópio. Os equipamentos e ferramentas utilizados no ensaio são apresentados nas Figuras 45 – 50.

Figura 45 - Fonte CC utilizada na alimentação do enrolamento de campo do motor CC.

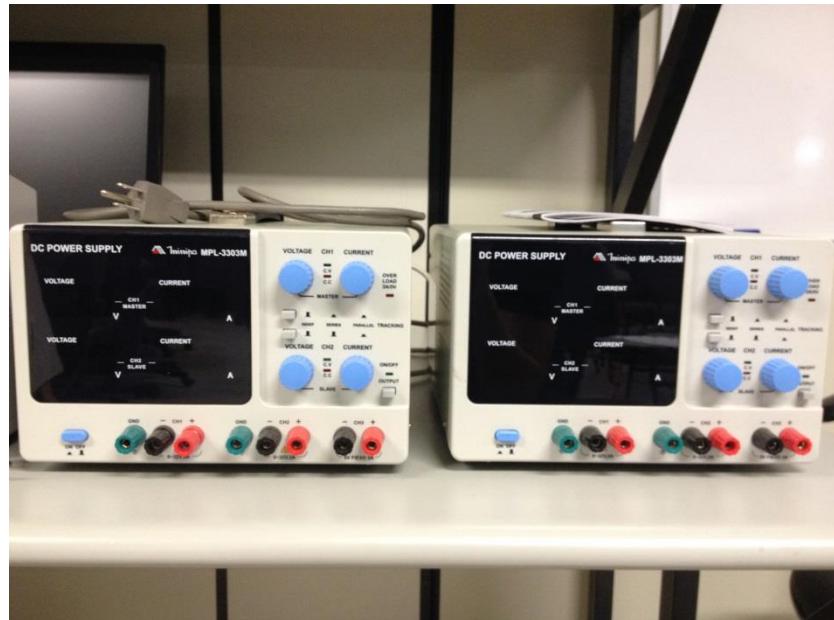


Figura 46 - Variac utilizado para alimentar a armadura do motor CC.



Figura 47 - Osciloscópio para medir tensão do campo e da armadura do GS.

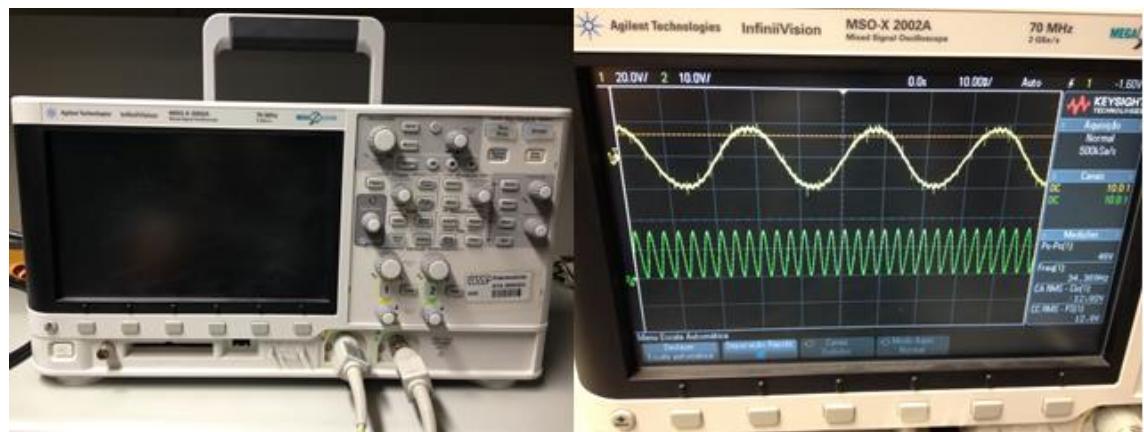


Figura 48 - Gerador arbitrário de sinais que alimenta o campo do GS.



Figura 49 - Unidade de controle de falta de onde se obtém acesso aos terminais do GS.

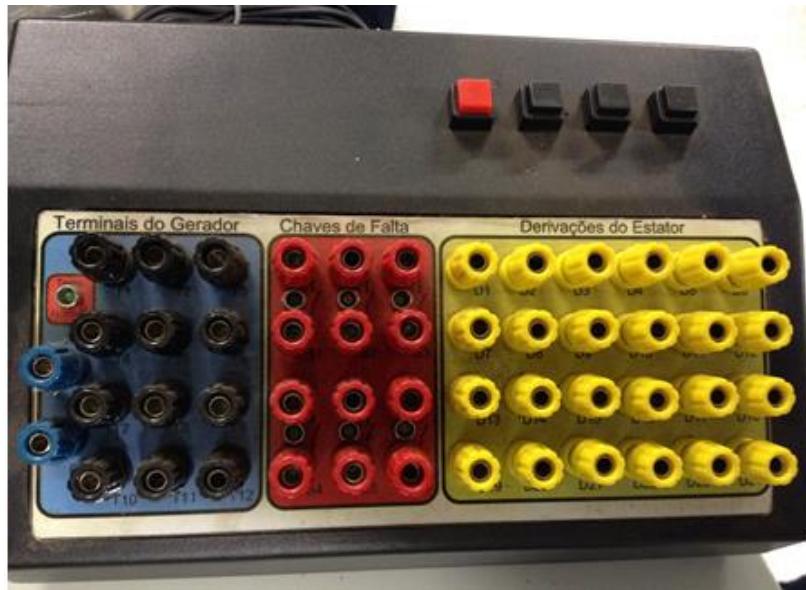
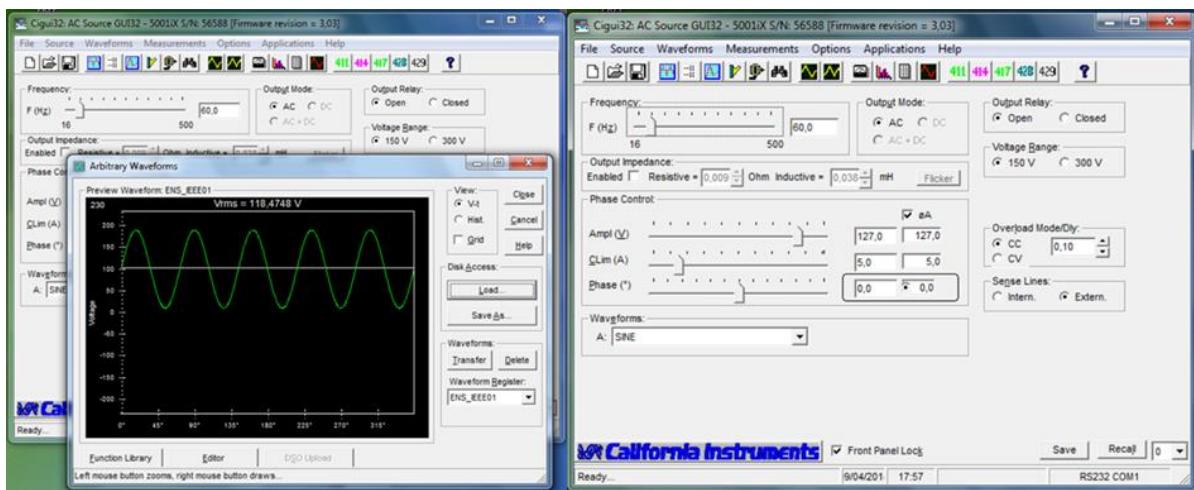
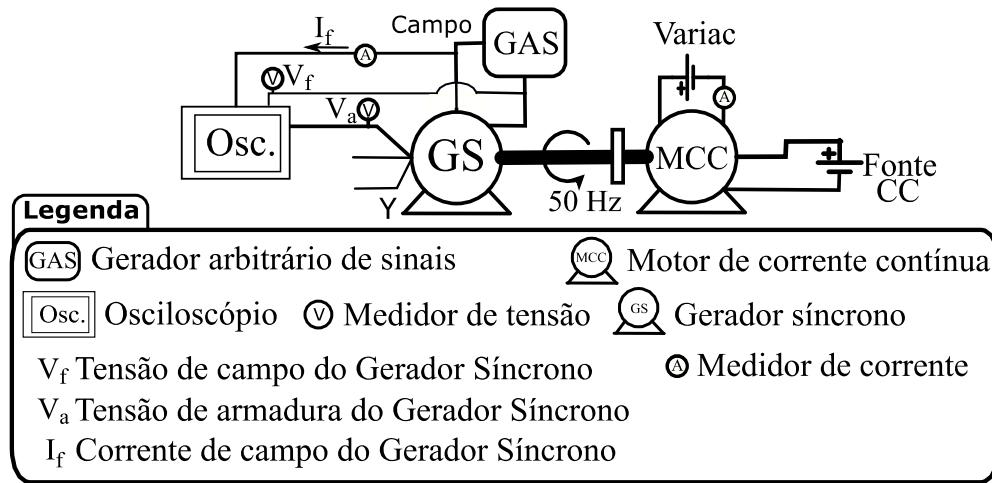


Figura 50 - Software utilizado para gerar os sinais arbitrários (Cigui 32 AC Source Control Program).



A Figura 51 sintetiza as conexões elétricas e mecânicas das máquinas elétricas utilizadas no ensaio. Vale ressaltar que a tensão de armadura do gerador síncrono coletada pelo osciloscópio é a tensão de fase. O amperímetro conectado ao variac tinha como objetivo informar a corrente na armadura do motor CC, que não deveria exceder o valor nominal de 9 A.

Figura 51 - Conexões das máquinas elétricas com os equipamentos utilizados no ensaio.



Fonte: Autor.

Neste experimento as tensões geradas pelo gerador arbitrário de sinais foram criadas utilizando o *software* Matlab. O *script* criou arquivos que ao serem carregados no *software* Cgui 32 AC Source Control Program faziam com que o gerador arbitrário de sinais gerasse os sinais desejados.

As formas de onda geradas que alimentariam o campo do GS eram basicamente compostas por uma parcela CC somada a outra parcela CA. Ao todo foram gerados doze sinais, realizando combinações entre ordens harmônicas e amplitudes, de modo a testar quais sinais seriam mais determinantes no que diz respeito a evidenciar o efeito estudado. Dentre todos os sinais gerados, apresentados pelas combinações presentes na Tabela 15, tem-se que as características dos sinais escolhidos para a realização do experimento estão marcadas por um “x”.

Tabela 15 - Características dos sinais gerados para alimentar o campo do gerador síncrono.

|    | Amplitude em relação a parcela CC |   | Ordem harmônica |   |   |   |  |
|----|-----------------------------------|---|-----------------|---|---|---|--|
|    | 2                                 | 3 | 5               | 6 | 7 | 9 |  |
| 25 | x                                 | x | x               | x |   |   |  |
| 32 |                                   |   |                 |   | x | x |  |

Fonte: Autor.

Vale ressaltar que estes valores de amplitudes das componentes harmônicas significam sinais com tensões 25 vezes e 32 vezes o valor da tensão CC.

Durante a realização do experimento foram encontrados vários desafios, entre eles estava o valor de tensão necessária a ser aplicada no campo do GS de forma a proporcionar uma corrente alternada que permitisse a verificação do fenômeno analisado. Como a reatância indutiva no campo é aproximadamente 33 vezes maior do que o valor da resistência foi necessário utilizar valores elevados para a amplitude do sinal alternado que entraria no campo, uma vez que com um valor alto de reatância indutiva uma grande parcela da corrente alternada inserida no campo da máquina seria filtrada, resultando praticamente a impossibilidade de verificar o resultado provocado pelo fenômeno em estudo. Contudo, o valor da amplitude não podia ser exageradamente elevado, pois poderia reduzir a vida útil dos equipamentos. Dessa forma, definiu-se para as componentes harmônicas de 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> ordem uma amplitude 25 vezes maior que a parcela CC, enquanto para as componentes harmônicas de 7<sup>a</sup> e 9<sup>a</sup> ordem estabeleceu-se amplitudes 32 vezes maior que a parcela CC. Outras dificuldades surgiram durante a realização do experimento, como a necessidade de um estudo sobre o funcionamento do gerador arbitrário de sinais, bem como do *software* que o gerencia. Como não havia duas tomadas trifásicas na sala do LAMQEE (laboratório onde foi realizado o experimento), e a única que havia era utilizada para alimentar o gerador arbitrário de sinais, foi necessário verificar através de um osciloscópio a defasagem entre as saídas das tomadas de um quadro de energia para encontrar as três fases distintas para poder alimentar o variac, responsável por fornecer tensão CC para a armadura do motor CC. Durante a realização do experimento, houve a dificuldade de manter a frequência de rotação do motor CC em 50 Hz (valor determinado para a realização do experimento) havendo pequenas variações em torno do valor desejável. Isto ocorreu devido às limitações da fonte CC que alimentava o enrolamento de campo do motor CC. Por conta de não haver muita precisão no ajuste da corrente que entrava no campo do motor CC a frequência de rotação não se manteve constante. Vale ressaltar que foi escolhida a velocidade de rotação do rotor da máquina igual a 50 Hz pelo fato de necessitar menos potência do que para rotacionar seu eixo a 60 Hz. Optou-se por uma posição mais conservadora para evitar danos aos equipamentos e também devido às oscilações mecânicas que o motor CC apresentava. Estas oscilações podem ter sido provocadas pelo fato de a saída CC que alimentava a armadura do motor não ser um sinal CC perfeitamente puro. Esta tensão CC que alimentava a armadura era proveniente do variac, que convertia a tensão de entrada trifásica em uma saída CC. Antes de iniciar o experimento

principal, enquanto se verificava as defasagens das fases pelo osciloscópio foi possível observar que os sinais trifásicos de tensão na rede elétrica que alimentava o prédio onde se localiza o laboratório apresentavam distorções na forma de onda. Estas distorções podem ter contribuído para a redução da qualidade da corrente CC convertida pelo variac. É importante salientar que o sinal da corrente de campo do GS foi obtido através da queda de tensão em um resistor de resistência conhecida ( $10,3 \Omega$ ), visto que o osciloscópio utilizado não dispunha de prova de corrente.

## 6.2 Resultados

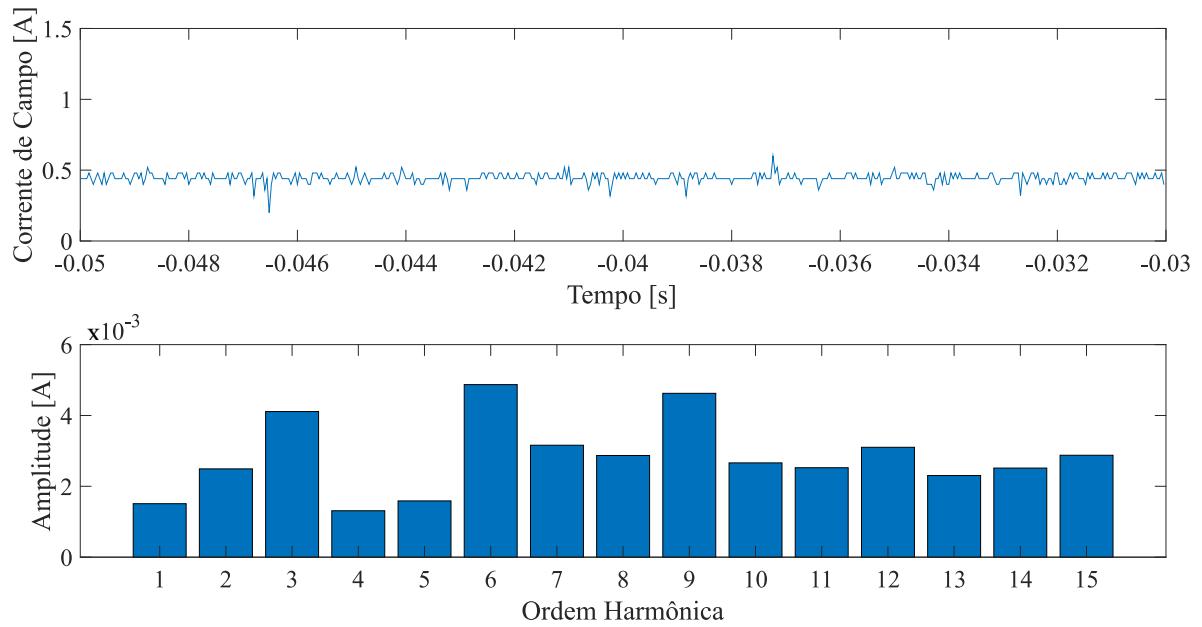
Nesta subseção serão apresentados os resultados obtidos em cada experimento realizado. Com o objetivo de verificar o efeito da convolução que ocorre entre a tensão no enrolamento de campo e o enrolamento físico do estator da máquina serão apresentadas as figuras que ilustram as formas de onda da tensão e da corrente no enrolamento de campo do gerador síncrono e a forma de onda da tensão gerada na armadura, bem como o espectro harmônico de cada uma destas variáveis.

### 6.2.1 Aplicando corrente CC no campo do gerador síncrono

Neste ensaio foi inserida uma tensão CC de 9,93 V que resultou em uma corrente de 39,2 mA no enrolamento de campo do GS e em uma tensão de 32,6 V nos terminais de armadura. O motor CC foi colocado para girar em uma velocidade equivalente à frequência elétrica de 50 Hz, porém, com a dificuldade de controlar a corrente no campo do motor CC houve algumas pequenas variações como mencionado anteriormente.

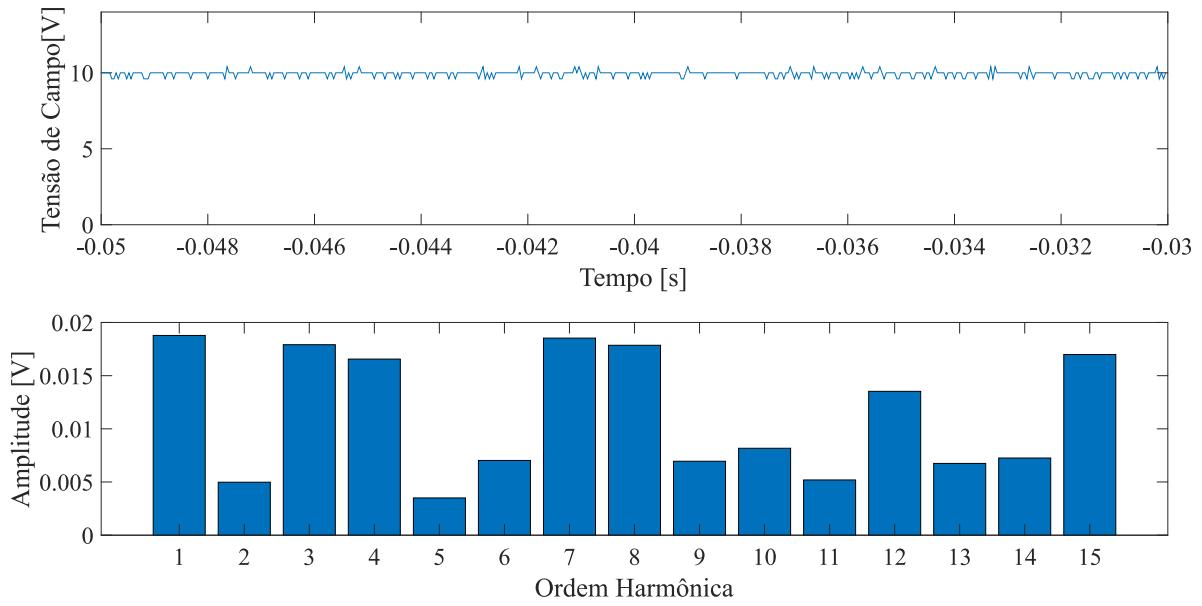
A Figura 52 apresenta a forma de onda e o espectro harmônico da corrente no campo do GS, a Figura 53 apresenta a forma de onda da tensão no campo do GS e as componentes harmônicas deste sinal, enquanto, a Figura 54 apresenta a forma de onda na armadura do GS e seu espectro harmônico.

Figura 52 - Corrente CC no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

Figura 53 - Tensão CC no enrolamento de campo do GS.

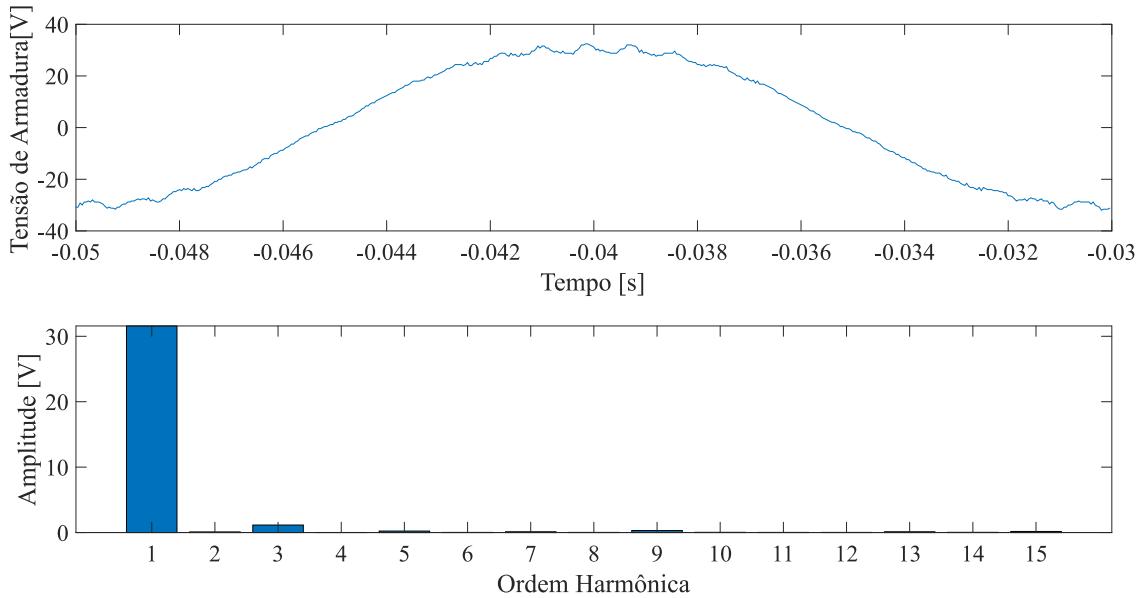


Fonte: Autor.

A partir das Figuras 52 e 53 é possível observar que as amplitudes das ordens harmônicas que compõem os sinais de corrente e de tensão no enrolamento de campo do GS

são muito pequenas. Isso era esperado, uma vez que o circuito de campo está sendo alimentado com tensão e corrente CC.

Figura 54 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC no enrolamento de campo.



Fonte: Autor.

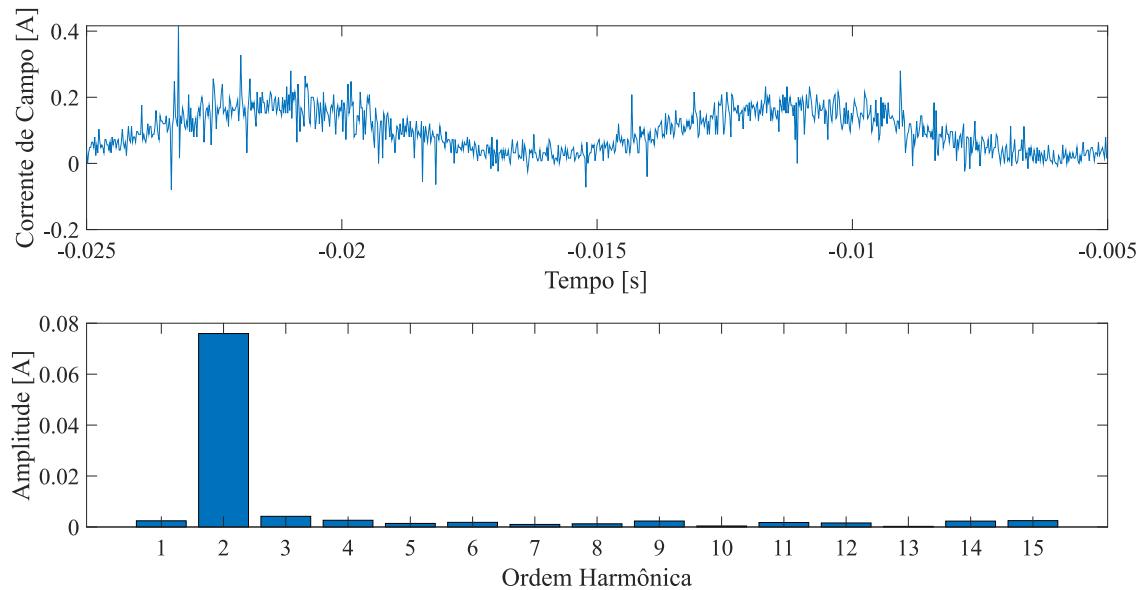
A Figura 54 apresenta a forma de onda gerada no terminal de uma única fase da armadura do GS. A forma de onda apresenta um pouco de distorções harmônicas em seus picos e vales devido a componente de 3<sup>a</sup> ordem que é gerada pelo GS. Segundo (RIMAN, 2017) o efeito da produção de harmônicas de 3<sup>a</sup> ordem e múltiplas de três ocorre em máquinas de polos salientes devido às características construtivas: forma construtiva do polo, inclinação das ranhuras, distribuição do enrolamento e um chamado fator de *pitch*, que está relacionado ao passo dado entre um enrolamento e outro. Porém, o espectro harmônico desta onda é predominantemente fundamental. Este resultado mostra que a convolução de um sinal CC com o enrolamento físico senoidalmente distribuído no estator da máquina produz no enrolamento de armadura uma tensão com componente harmônica de frequência igual à frequência de rotação do rotor, ou seja, com a mesma velocidade do campo magnético girante do circuito do rotor.

## 6.2.2 Aplicando corrente CC acrescida de 2º harmônica no campo do gerador síncrono

Neste ensaio foi inserida uma tensão de 127 Vpp (sendo que Vpp é o valor da tensão entre a crista e o vale da onda) onde a parcela CA do sinal (responsável pela componente harmônica de 2<sup>a</sup> ordem) era 25 vezes maior do que a parcela CC do sinal. Esta tensão resultou em uma corrente CA de 4,98 mA e em uma corrente CC de 8,3 mA no enrolamento de campo do GS. A tensão de saída na armadura era de 17 Vpp. Estes valores mostram qualitativamente o quanto a reatância indutiva do enrolamento de campo da máquina filtrou a parcela CA da corrente, o que justificou o elevado valor da parcela CA na tensão de entrada.

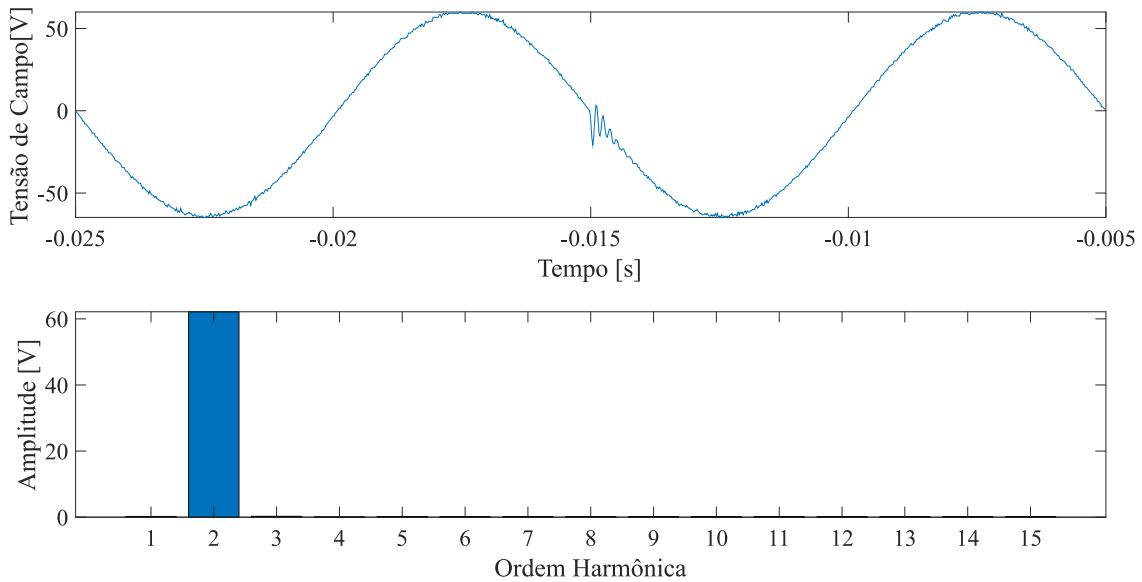
A Figura 55 apresenta a forma de onda e o espectro harmônico da corrente no campo do GS, a Figura 56 apresenta a forma de onda da tensão no campo do GS e as componentes harmônicas deste sinal, enquanto, a Figura 57 apresenta a forma de onda na armadura do GS e seu espectro harmônico.

Figura 55 - Corrente CC + 2º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

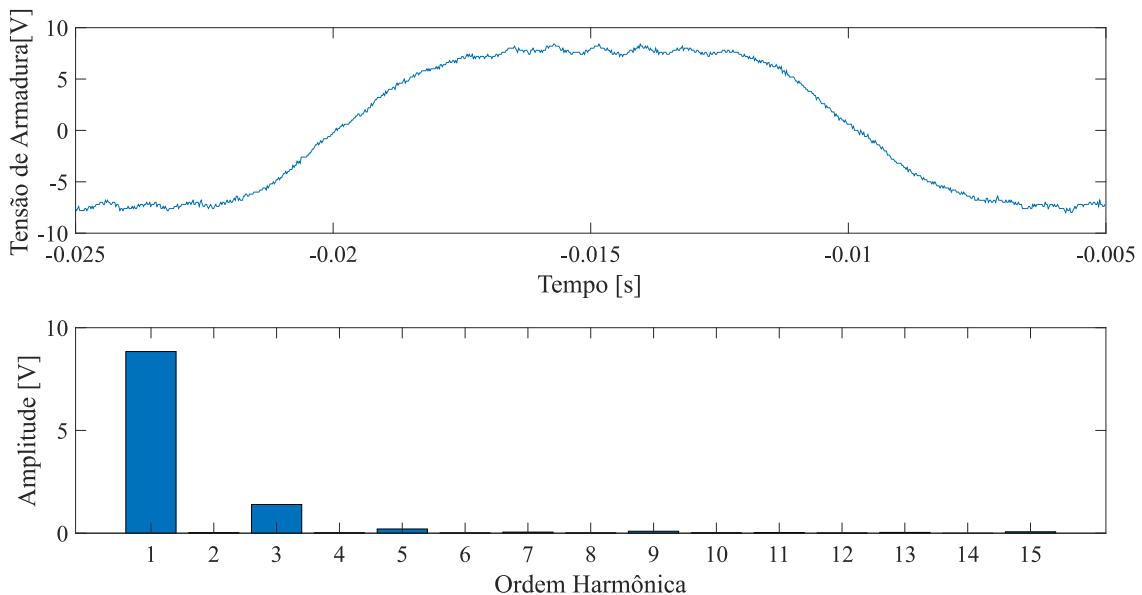
Figura 56 - Tensão CC + 2º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

As Figuras 55 e 56 mostram respectivamente a predominância da componente harmônica de 2ª ordem tanto na corrente como na tensão do enrolamento de campo do GS.

Figura 57 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 2º harmônica no enrolamento de campo.



Fonte: Autor.

A Figura 57 apresenta a forma de onda gerada no terminal de uma única fase da armadura do GS. A forma de onda apresenta um pouco de distorções harmônicas em seus

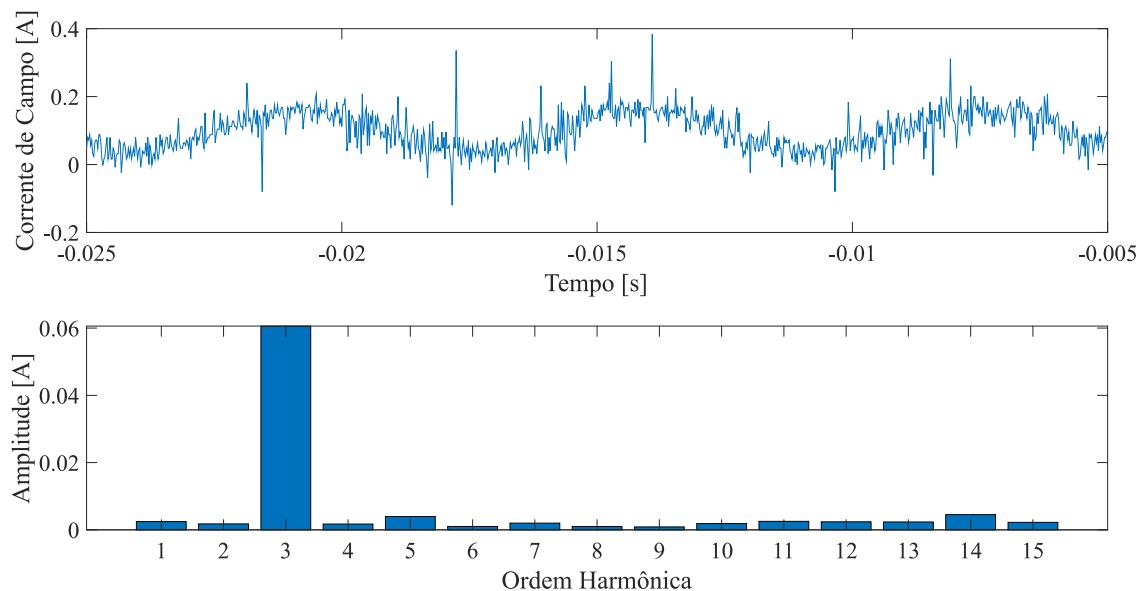
picos e vales devido a componente de 3<sup>a</sup> ordem que é gerada pelo GS, porém, com o efeito da convolução atuando a amplitude dos componentes fundamental e de 3<sup>a</sup> ordem aumentaram em relação a quando havia apenas componente CC no enrolamento de campo do GS. Este resultado mostra que a convolução do fluxo do campo magnético girante no circuito do rotor do GS com duas vezes a velocidade síncrona em relação ao enrolamento físico do estator distribuído senoidalmente induz no enrolamento de armadura tensões com ordem harmônica fundamental e de 3<sup>a</sup> ordem.

### 6.2.3 Aplicando corrente CC acrescida de 3º harmônica no campo do gerador síncrono

Neste ensaio foi inserida uma tensão de 126 Vpp que resultou em uma corrente CA de 4,01 mA e em uma corrente CC de 8,1 mA no enrolamento de campo do GS. A tensão de saída na armadura era de 17 Vpp.

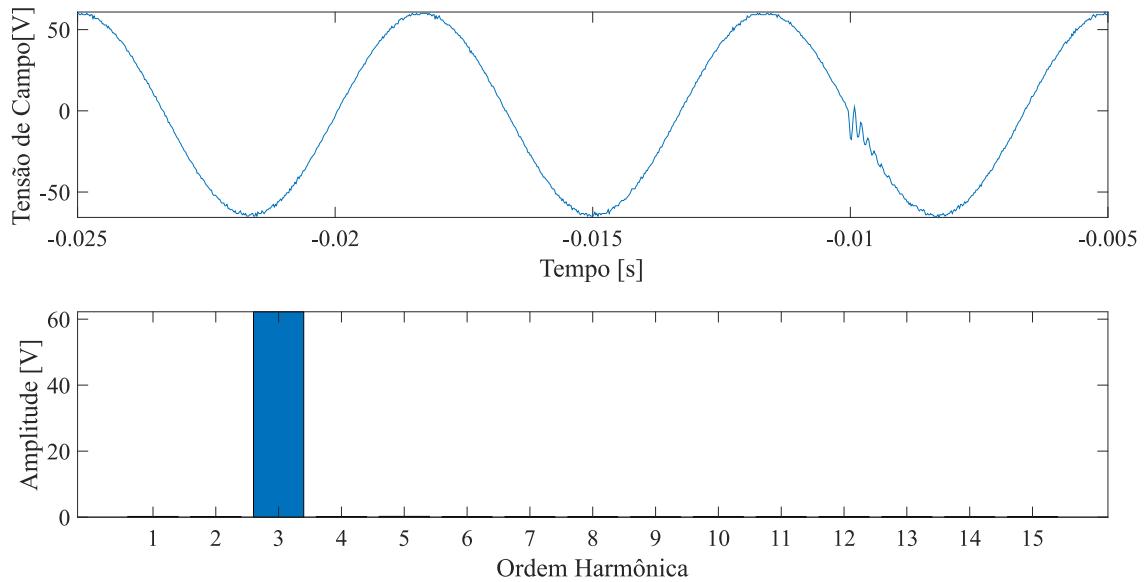
A Figura 58 apresenta a forma de onda e o espectro harmônico da corrente no campo do GS, a Figura 59 apresenta a forma de onda da tensão no campo do GS e as componentes harmônicas deste sinal, enquanto, a Figura 60 apresenta a forma de onda na armadura do GS e seu espectro harmônico.

Figura 58 - Corrente CC + 3º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

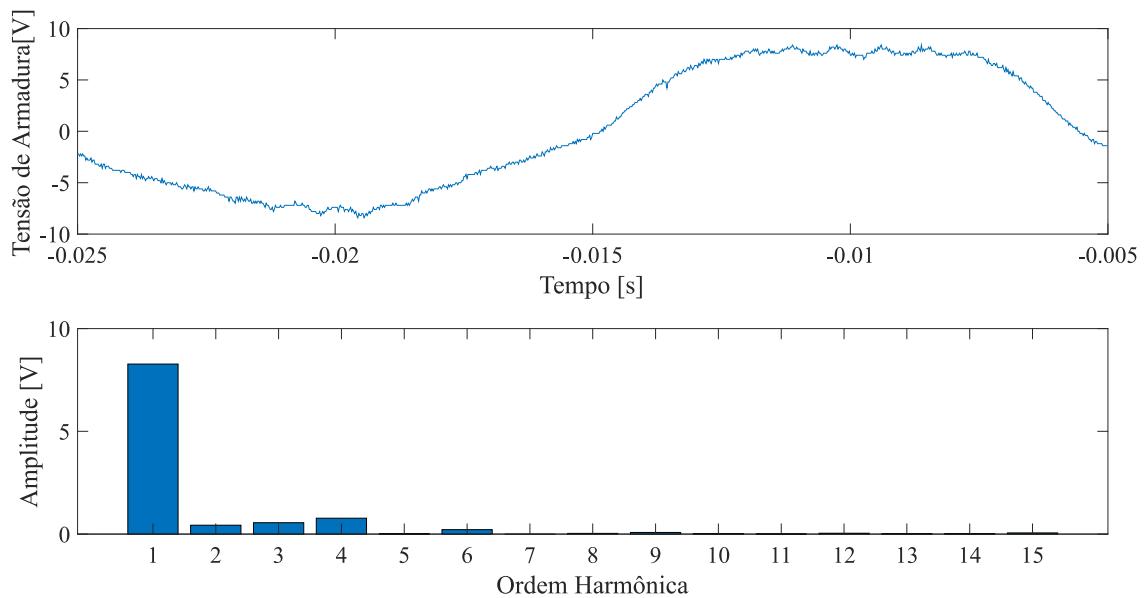
Figura 59 - Tensão CC + 3º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

As Figuras 58 e 59 mostram respectivamente a predominância da componente harmônica de 3ª ordem tanto na corrente como na tensão do enrolamento de campo do GS.

Figura 60 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 3º harmônica no enrolamento de campo.



Fonte: Autor.

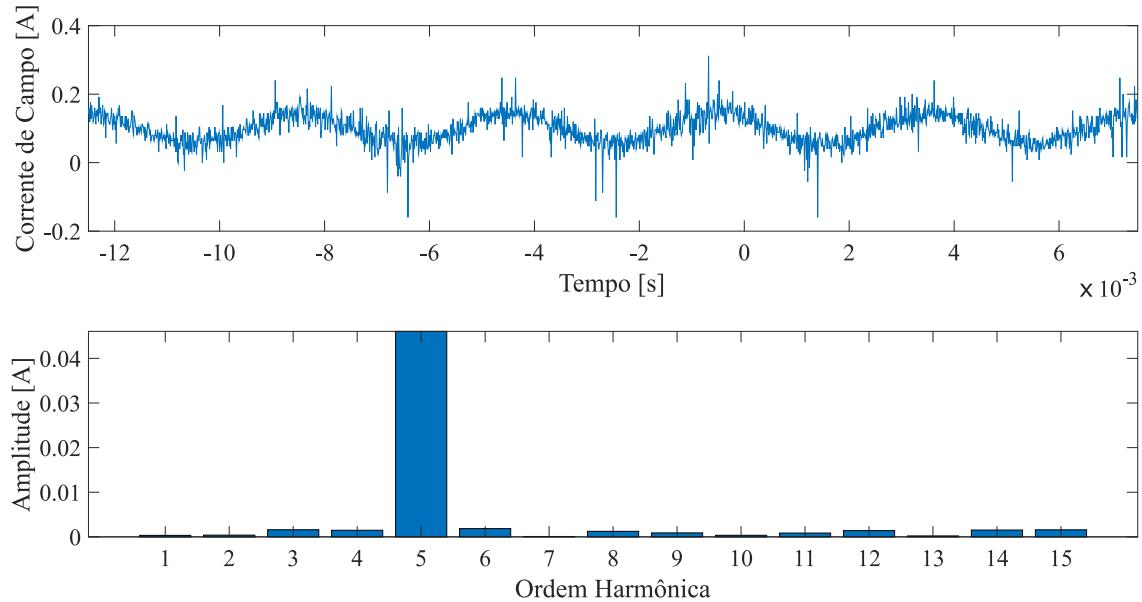
A Figura 60 apresenta a forma de onda gerada no terminal de uma única fase da armadura do GS. A forma de onda apresenta distorções harmônicas em seus picos e vales devido aos componentes ímpares e nas bordas de subidas e descidas devido as componentes pares presentes. Este resultado mostra que a convolução do fluxo do campo magnético girante no circuito do rotor do GS possuindo três vezes a velocidade síncrona de rotação com o enrolamento físico do estator distribuído senoidalmente induz no enrolamento de armadura tensões com componentes harmônicas de 2<sup>a</sup> e 4<sup>a</sup> ordem. Este resultado permite conferir com maior respaldo o efeito da convolução de uma componente harmônica no campo com o enrolamento do estator, uma vez que quando a componente harmônica de 2<sup>a</sup> ordem é aplicada no enrolamento de campo ela induz componentes harmônicas de tensão que já existem na armadura da máquina devido à própria convolução de um sinal CC com o enrolamento do estator.

#### **6.2.4 Aplicando corrente CC acrescida de 5º harmônica no campo do gerador síncrono**

Neste ensaio foi inserida uma tensão de 128 Vpp que resultou em uma corrente CA de 3,03 mA e em uma corrente CC de 8,1 mA no enrolamento de campo do GS. A tensão de saída na armadura era de 16,6 Vpp.

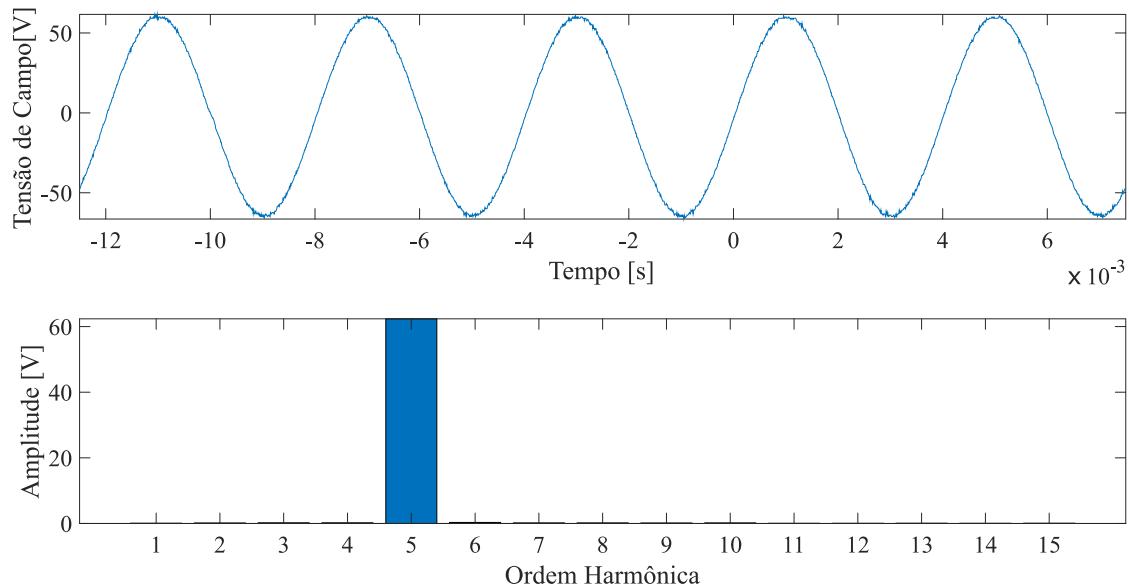
A Figura 61 apresenta a forma de onda e o espectro harmônico da corrente no campo do GS, a Figura 62 apresenta a forma de onda da tensão no campo do GS e as componentes harmônicas deste sinal, enquanto, a Figura 63 apresenta a forma de onda na armadura do GS e seu espectro harmônico.

Figura 61 - Corrente CC + 5º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

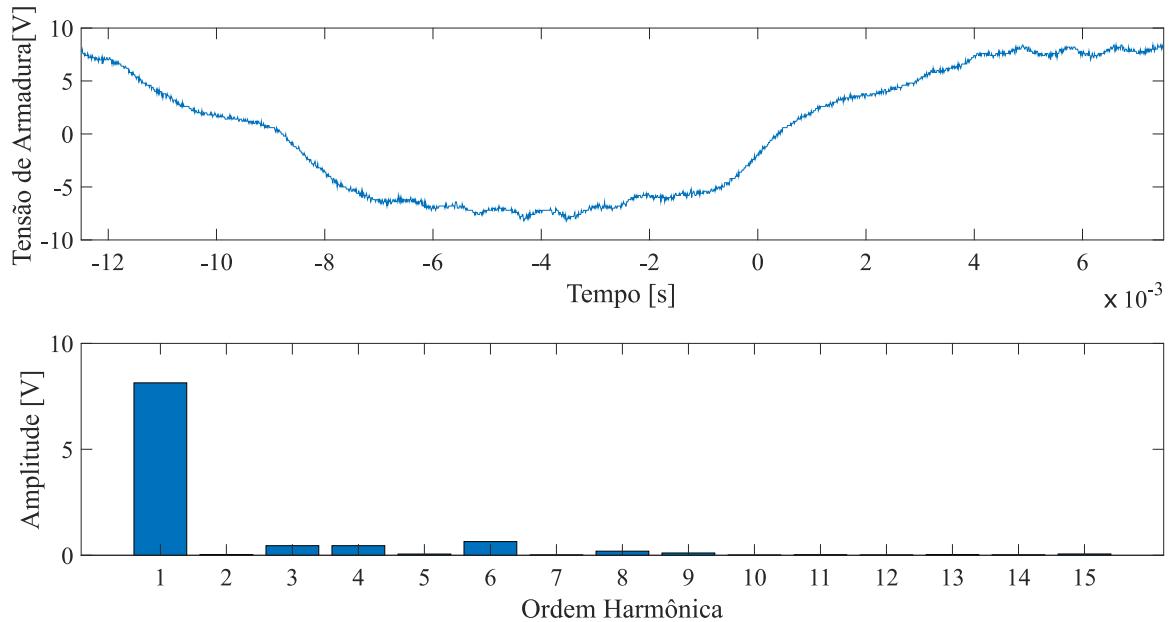
Figura 62 - Tensão CC + 5º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

As Figuras 61 e 62 mostram respectivamente a predominância da componente harmônica de 5<sup>a</sup> ordem tanto na corrente como na tensão do enrolamento de campo do GS.

Figura 63 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 5º harmônica no enrolamento de campo.



Fonte: Autor.

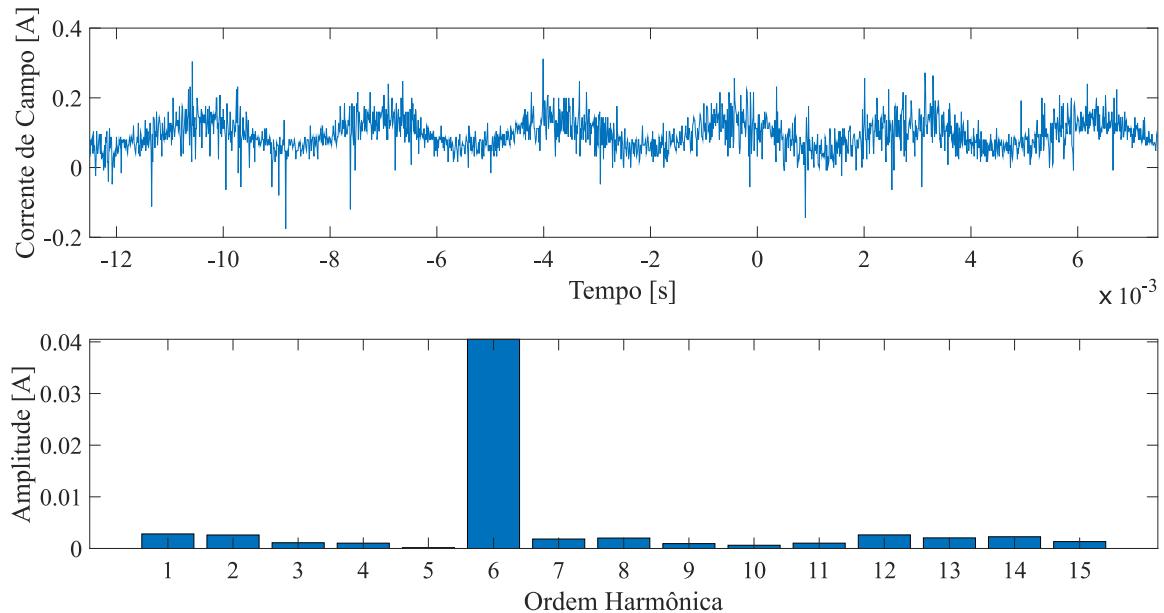
A Figura 63 apresenta a forma de onda gerada no terminal de uma única fase da armadura do GS. A forma de onda apresenta distorções harmônicas em seus picos e vales devido aos componentes ímpares e nas bordas de subidas e descidas devido as componentes pares presentes. Este resultado mostra que a convolução do fluxo do campo magnético girante no circuito do rotor do GS possuindo cinco vezes a velocidade síncrona de rotação com o enrolamento físico do estator distribuído senoidalmente induz no enrolamento de armadura tensões com componentes harmônicas de 4<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> ordem.

### 6.2.5 Aplicando corrente CC acrescida de 6º harmônica no campo do gerador síncrono

Neste ensaio foi inserida uma tensão de 128 Vpp que resultou em uma corrente CA de 2,72 mA e em uma corrente CC de 8,0 mA no enrolamento de campo do GS. A tensão de saída na armadura era de 16,4 Vpp.

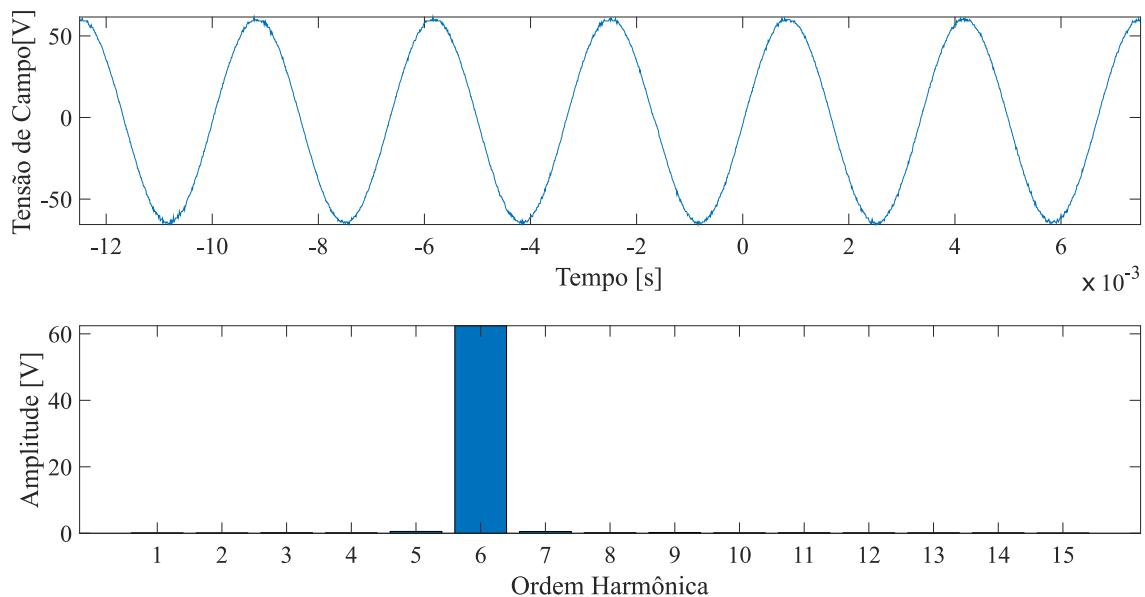
A Figura 64 apresenta a forma de onda e o espectro harmônico da corrente no campo do GS, a Figura 65 apresenta a forma de onda da tensão no campo do GS e as componentes harmônicas deste sinal, enquanto, a Figura 66 apresenta a forma de onda na armadura do GS e seu espectro harmônico.

Figura 64 - Corrente CC + 6º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

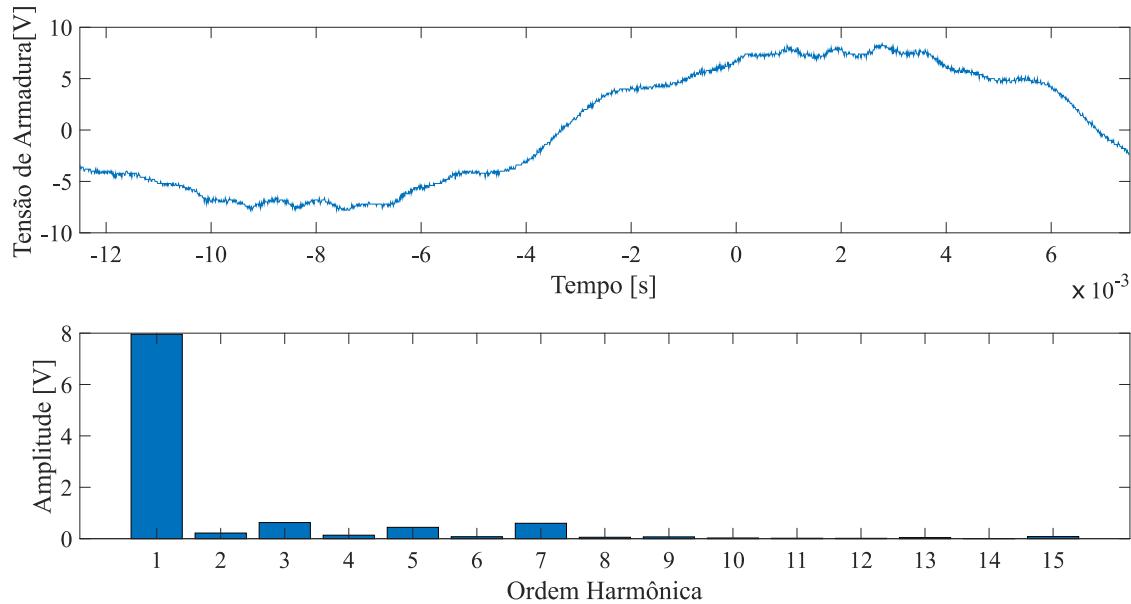
Figura 65 - Tensão CC + 6º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

As Figuras 64 e 65 mostram respectivamente a predominância da componente harmônica de 6ª ordem tanto na corrente como na tensão do enrolamento de campo do GS.

Figura 66 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 6º harmônica no enrolamento de campo.



Fonte: Autor.

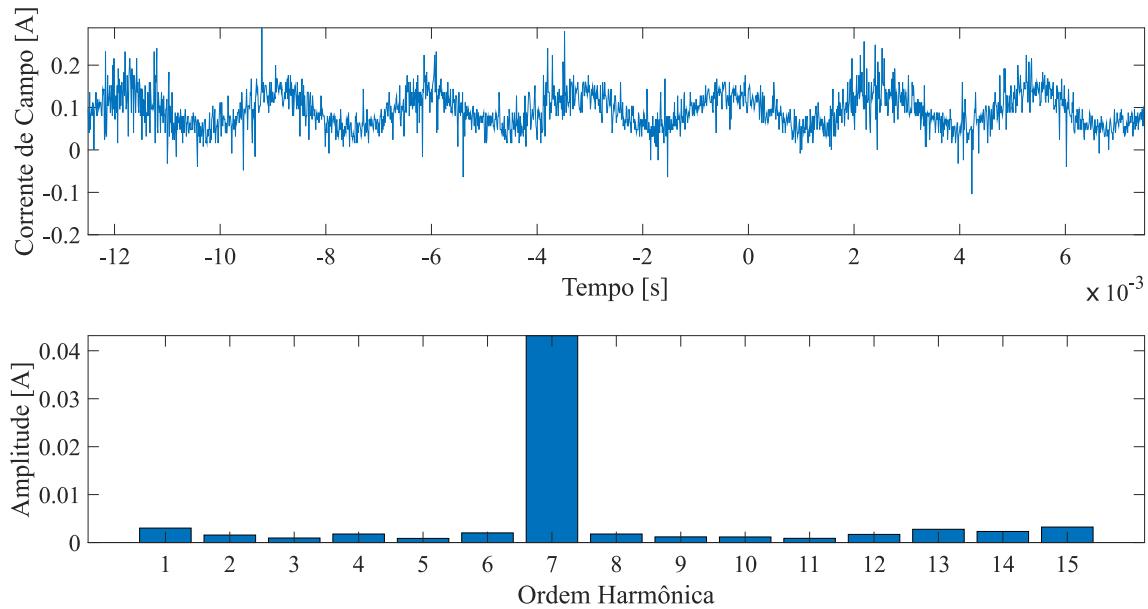
A Figura 66 apresenta a forma de onda gerada no terminal de uma única fase da armadura do GS. A forma de onda apresenta distorções harmônicas em seus picos e vales devido aos componentes ímpares e nas bordas de subidas e descidas devido as componentes pares presentes. Este resultado mostra que a convolução do fluxo do campo magnético girante no circuito do rotor do GS possuindo seis vezes a velocidade síncrona de rotação com o enrolamento físico do estator distribuído senoidalmente induz no enrolamento de armadura tensões com componentes harmônicas de 5<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> ordem.

### 6.2.6 Aplicando corrente CC acrescida de 7º harmônica no campo do gerador síncrono

Neste ensaio foi inserida uma tensão de 160 Vpp que resultou em uma corrente CA de 3,04 mA e em uma corrente CC de 7,7 mA no enrolamento de campo do GS. A tensão de saída na armadura era de 16 Vpp.

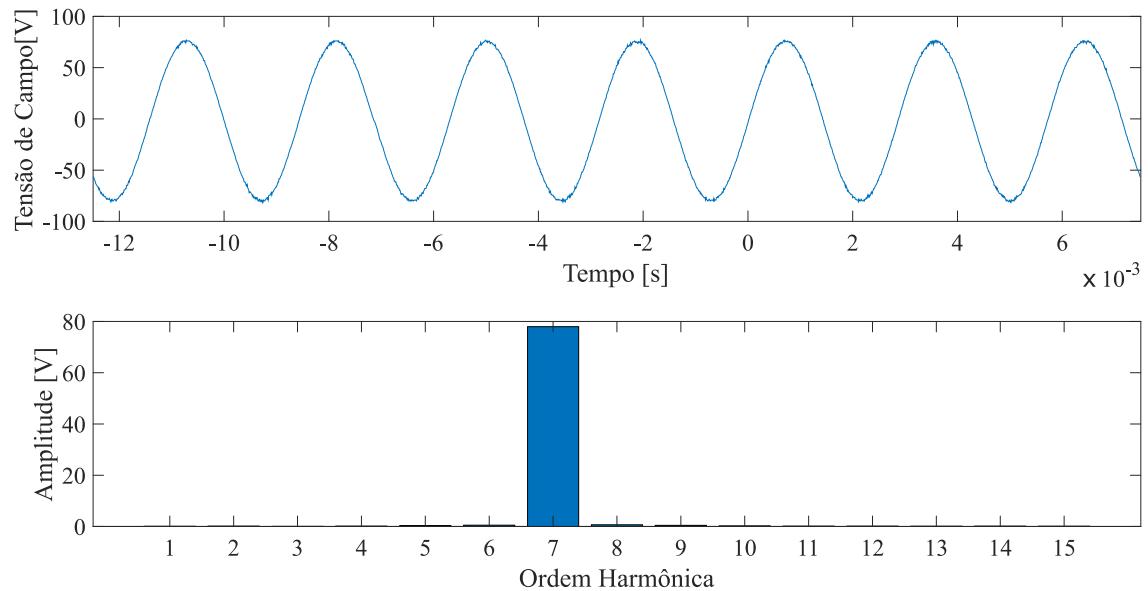
A Figura 67 apresenta a forma de onda e o espectro harmônico da corrente no campo do GS, a Figura 68 apresenta a forma de onda da tensão no campo do GS e as componentes harmônicas deste sinal, enquanto, a Figura 69 apresenta a forma de onda na armadura do GS e seu espectro harmônico.

Figura 67 - Corrente CC + 7º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

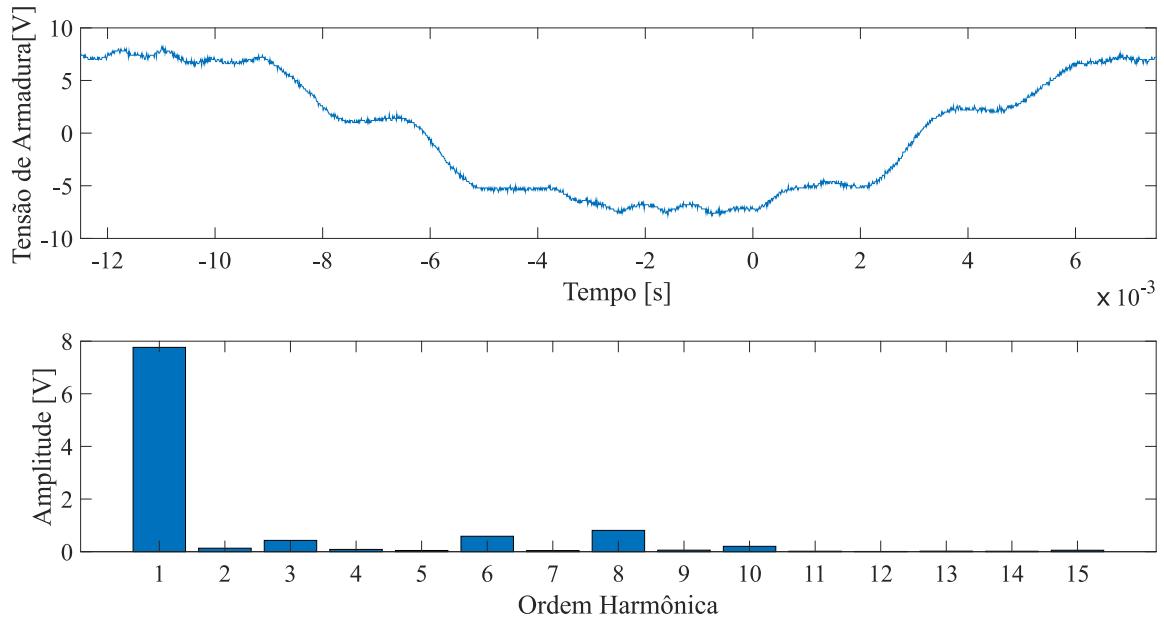
Figura 68 - Tensão CC + 7º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

As Figuras 67 e 68 mostram respectivamente a predominância da componente harmônica de 7ª ordem tanto na corrente como na tensão do enrolamento de campo do GS.

Figura 69 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 7º harmônica no enrolamento de campo.



Fonte: Autor.

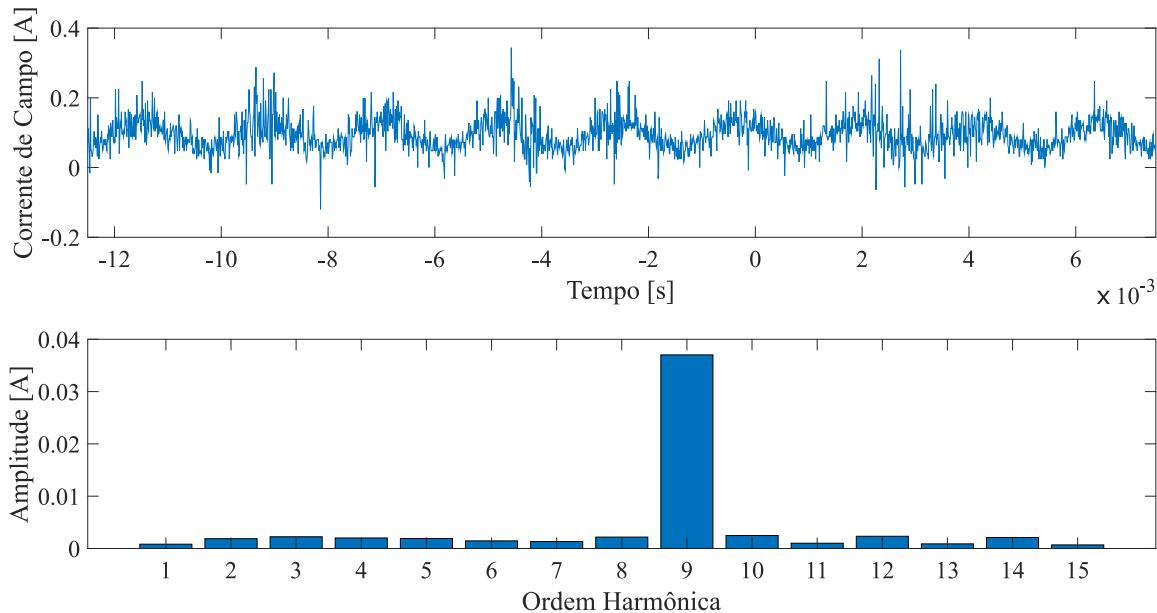
A Figura 69 apresenta a forma de onda gerada no terminal de uma única fase da armadura do GS. A forma de onda apresenta distorções harmônicas em seus picos e vales devido aos componentes ímpares e nas bordas de subidas e descidas devido as componentes pares presentes. Este resultado mostra que a convolução do fluxo do campo magnético girante no circuito do rotor do GS possuindo sete vezes a velocidade síncrona de rotação com o enrolamento físico do estator distribuído senoidalmente induz no enrolamento de armadura tensões com componentes harmônicas de 6<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> ordem.

### 6.2.7 Aplicando corrente CC acrescida de 9º harmônico no campo do gerador síncrono

Neste ensaio foi inserida uma tensão de 159 Vpp que resultou em uma corrente CA de 2,61 mA e em uma corrente CC de 7,9 mA no enrolamento de campo do GS. A tensão de saída na armadura era de 15,8 Vpp.

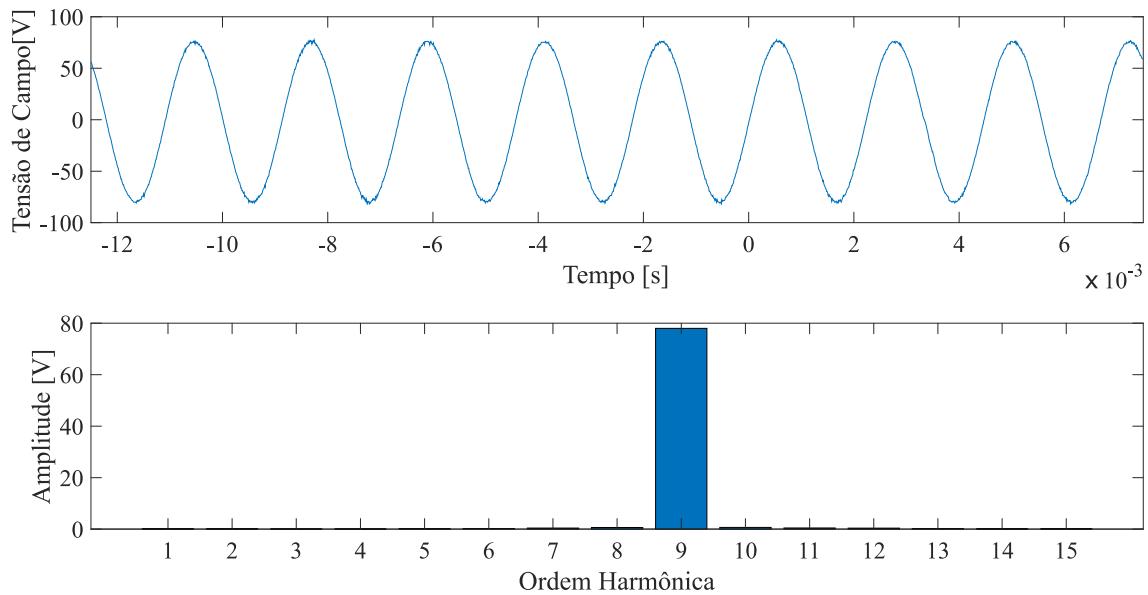
A Figura 70 apresenta a forma de onda e o espectro harmônico da corrente no campo do GS, a Figura 71 apresenta a forma de onda da tensão no campo do GS e as componentes harmônicas deste sinal, enquanto, a Figura 72 apresenta a forma de onda na armadura do GS e seu espectro harmônico.

Figura 70 - Corrente CC + 9º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

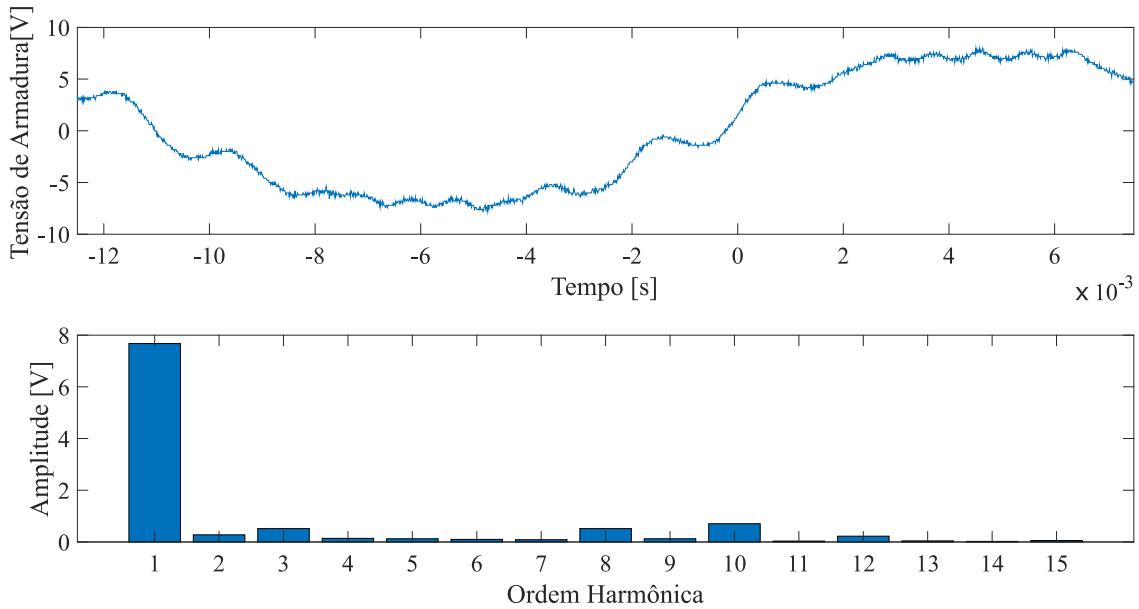
Figura 71 - Tensão CC + 9º harmônica no enrolamento de campo do GS.



Fonte: Autor.

As Figuras 70 e 71 mostram respectivamente a predominância da componente harmônica de 9ª ordem tanto na corrente como na tensão do enrolamento de campo do GS.

Figura 72 - Tensão de armadura do GS dado sinal CC + 9º harmônica no enrolamento de campo.



Fonte: Autor.

A Figura 72 apresenta a forma de onda gerada no terminal de uma única fase da armadura do GS. A forma de onda apresenta distorções harmônicas em seus picos e vales devido aos componentes ímpares e nas bordas de subidas e descidas devido as componentes pares presentes. Este resultado mostra que a convolução do fluxo do campo magnético girante no circuito do rotor do GS possuindo nove vezes a velocidade síncrona de rotação com o enrolamento físico do estator distribuído senoidalmente induz no enrolamento de armadura tensões com componentes harmônicas de 8ª e 10ª ordem.

Portanto, a partir da realização deste experimento foi possível verificar o efeito convolutivo na geração da tensão de armadura do gerador síncrono. Pode-se observar que correntes harmônicas de ordem  $h$  circulando no enrolamento de campo induziram tensões harmônicas de ordens  $(h + 1)$  e  $(h - 1)$  nos terminais da armadura da máquina, confirmando a teoria apresentada na Seção 4.3.

## 7 Conclusão

Este trabalho teve como principal objetivo analisar as condições relacionadas ao fenômeno da penetração harmônica em geradores distribuídos. Ele apresentou uma análise sobre o impacto causado por correntes harmônicas na tensão gerada pelo gerador síncrono distribuído. Este projeto tem em destaque três atividades principais, sendo a primeira uma revisão bibliográfica de máquinas síncronas e componentes harmônicas, a segunda simulações computacionais e a terceira um experimento em uma máquina real.

Quanto à primeira e à segunda atividades, este trabalho apresentou resultados referentes à modelagem harmônica de um GS e a simulação de um sistema com um gerador síncrono distribuído alimentando cargas não-lineares.

Ao que se refere à terceira atividade, este trabalho contemplou a realização de um experimento que permitiu confirmar o efeito de convolução entre o fluxo magnético que percorre o enrolamento de campo de um gerador síncrono com o enrolamento físico da armadura, distribuído senoidalmente pelo estator da máquina, que é uma parcela do efeito que ocorre quando uma corrente harmônica penetra no gerador síncrono.

Pode-se concluir a partir dos resultados apresentados neste trabalho que a teoria estudada nas literaturas sobre a influência da penetração harmônica em um gerador síncrono distribuído foi verificada. Observou-se que o efeito convolutivo entre o fluxo magnético no enrolamento de campo do gerador síncrono com ordem harmônica  $h$ , ou seja, com um campo girante no circuito do rotor da máquina com velocidade  $h$  vezes maior que a velocidade síncrona induziu tensões geradas na armadura da máquina com ordens  $(h + 1)$  e  $(h - 1)$ .

Além disso, observou-se que um gerador síncrono distribuído alimentando uma carga não-linear que drena uma corrente com componente harmônica de ordem  $h$  induz frequência de  $(h + 1)$  vezes a fundamental nos circuitos do rotor, caso  $h$  seja uma componente harmônica de ordem negativa, e induz frequência de  $(h - 1)$  vezes a fundamental nos circuitos do rotor caso  $h$  seja uma componente harmônica de ordem positiva. Logo, pode-se concluir que os dois efeitos foram verificados, e que se um gerador síncrono distribuído alimenta uma carga não-linear que drena corrente harmônica de ordem  $h$  com sequência positiva no enrolamento de campo do gerador irá aparecer um campo magnético girante de ordem  $(h - 1)$  e por conta do efeito de convolução mencionado serão induzidas tensões no

estator com ordens harmônicas  $h$  e  $(h - 2)$ . Quando o gerador síncrono distribuído alimenta uma carga não-linear que drena corrente harmônica de ordem  $h$  com sequência negativa, irá surgir no enrolamento de campo do gerador um campo magnético girante de ordem  $(h + 1)$  e por conta do efeito convolutivo serão induzidas tensões no estator com ordens harmônicas  $h$  e  $(h + 2)$ .

Contudo, conclui-se que este efeito não ocorreu na prática na rede de distribuição simulada por conta da necessidade de um valor muito alto da parcela que contém a componente harmônica, onde dependendo da reatância indutiva do campo do gerador síncrono, pode ser necessária uma parcela CA mais do que 25 vezes maior do que a parcela CC para identificar este efeito. Portanto, a partir dos resultados apresentados conclui-se que apesar dos níveis de distorção harmônica aumentarem com a proximidade para cargas não-lineares, o nível de corrente harmônica mais alto é insuficiente para afetar a corrente de campo de modo a resultar em uma distorção da força eletromotriz gerada pela máquina síncrona, ou seja, é pouco provável que as redes elétricas de distribuição atuais forneçam condições de ocorrência deste fenômeno.

## Referências

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL: “Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – PRODIST, Módulo 8 Qualidade da Energia Elétrica”.

ALVES, M.B. Análise teórica e experimental do comportamento do gerador síncrono de polos salientes em regime permanente não senoidal. 2011. 159 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade de Uberlândia, Uberlândia, 2011;

ANTUNES, H. Modelagem Matemática do Gerador Síncrono Trifásico de Pólos Salientes. 68 p. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Federal de Viçosa, 2007.

ARRILLAGA, Jos; WATSON, Neville R. Power system harmonics. John Wiley & Sons, 2004.

BARBI, Ivo. Eletrônica de potência. 6<sup>a</sup> Edição. Florianópolis, SC. Edição do autor. 2006.

BATAGLIOLI, R. P; MOURINHO, F. A.; MONARO, R. M.; COURY, D. V. “Análise de geradores síncronos distribuídos conectados a sistemas com distorções harmônicas de sequência negativa considerando a operação ilhada intencional,” in XII Conferência Brasileira sobre Qualidade de Energia Elétrica (CBQEE), Curitiba, PR - Brasil, Aug. 2017.

BRASIL. ANEEL. Resolução Normativa nº 482, de 17 de abril de 2012. Estabelece as condições gerais para o acesso de microgeração e minigeração distribuída aos sistemas de distribuição de energia elétrica, o sistema de compensação de energia elétrica, e dá outras providências. Disponível em <[https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/12363/12363\\_10.PDF](https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/12363/12363_10.PDF)>. Acessado em: 01/07/2018.

CHEN, H.; LONG, Y.; ZHANG, X.-P. More sophisticated synchronous machine model and the relevant harmonic power flow study. IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution, v. 146, n. 3, p. 261-268, 1999.

EREKIA, Mircea; SHAHIDEHPOUR, Mohammad (Ed.). Handbook of electrical power system dynamics: modeling, stability, and control. John Wiley & Sons, 2013.

FANG, Xi et al. Smart grid—The new and improved power grid: A survey. IEEE communications surveys & tutorials, v. 14, n. 4, p. 944-980, 2012.

FITZGERALD, ARTHUR E.; KINGSLEY JR, CHARLES; UMANS, STEPHEN. D. Máquinas Elétricas: Com introdução à eletrônica de potência. Tradução de Anatólio Laschuk. 2006;

FUCHS, Ewald; MASOUM, Mohammad AS. Power quality in power systems and electrical machines. Academic press, 2011.

GALHARDO, Marcos André Barros; PINHO, João Tavares. Conceitos de distorção e não-linearidades. Anais do V SBQEE–Seminário Brasileiro sobre Qualidade de Energia Elétrica, p. 1-6, 2003.

HADJSAAÏD, Nouredine; SABONNADIÈRE, Jean-Claude; ANGELIER, Jean-Pierre. The Electrical Distribution Network: From Heritage to Innovation. Electrical Distribution Networks, p. 1-39, 2013

HART, P. M.; BONWICK, W. J. Harmonic modelling of synchronous machines. In: IEE Proceedings B (Electric Power Applications). IET Digital Library, 1988. p. 52-58.

HASE, Yoshihide. Handbook of power system engineering. John Wiley & Sons, 2007.

HAYKIN, SIMON S.; VAN VEEN, Barry. Sinais e sistemas. Bookman, 2001.

IEEE – std - 519-2014 – “IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems”, 2014/IEEE – Norma;

JENKINS, Nicholas; EKANAYAKE, Janaka B.; STRBAC Goran. Distributed generation. The Institution of Engineering and Technology, 2010.

JORDÃO, Rubens Guedes. Máquinas síncronas. Grupo Gen-LTC, 2000;

LAI, Loi Lei; CHAN, Tze Fun. Distributed generation. Distributed Generation Induction and Permanent Magnet Generators. 1st edition England West Sussex John Wiley and Sons Ltd, p. 1-20, 2007.

MONARO, Renato Machado. Lógica *fuzzy* aplicada na melhoria da proteção digital de geradores síncronos. 2013. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

OLESKOVICZ, Mário. Qualidade da Energia—Fundamentos Básicos. Apostila de la Universidade Federal de São Paulo, p. 1-129, 2006.

OPPENHEIM, Alan V. Sinais e sistemas. Prentice-Hall, 2010.

RIMAN, Shah et al. The third harmonic generated voltage by salient-pole synchronous generator during 3-phase-to-ground fault. International Transactions on Electrical Energy Systems, v. 27, n. 11, 2017.

Sala da elétrica, 2018. Disponível em: < <https://www.saladaeletrica.com.br/comandos-eletricos/fechamento-motor-12-pontas/> >. Acessado em 10/04/2018.

SANKARAN, C. Power quality, CRC press, 2002

SEDRA, Adel S.; SMITH, Kenneth Carless. Microelectronic circuits. New York: Oxford University Press, 1998.

SINGH, Bhim; CHANDRA, Ambrish; AL-HADDAD, Kamal. Power quality: problems and mitigation techniques. John Wiley & Sons, 2014.

Stork, 2017. Disponível em: <<https://www.stork.com/en/markets-references/references/grosskraftwerk-mannheim-ag>>. Acessado em 05/12/2017.

TEIXEIRA, Douglas Ângelo. Análise das distorções harmônicas: Estudo de caso de um sistema industrial. Dissertação (Dissertação em engenharia elétrica) – UFMG. Minas Gerais, p. 127. 2009.

Wind automation, 2017. Disponível em: <<http://www.motor-machinery.com/product/Generator-stator-rewind.html>>. Acessado em 05/12/2017.

ZHOU, J. Z.; GOLE, A. M. Estimation of the short circuit ratio and the optimal controller gains selection of a VSC system. In: Proc. Int. Conf. Power Syst. Transients. 2013.