

**Escola de Engenharia de São Carlos**  
**Departamento de Engenharia Mecânica**

**Trabalho de Conclusão de Curso**

**Projeto**

***Projeto de Viscosímetro de Cilindros Concêntricos para Medição  
em Linha***

**Rafael Magalhães Sobral**

**Gabriel Oliveira Chiararia**

**São Carlos**

**2012**

Rafael Magalhães Sobral

Gabriel Oliveira Chiararia

## Projeto de Viscosímetro de Cilindros Concêntricos para Medição em Linha

Trabalho de conclusão de curso  
apresentado à Escolha de Engenharia  
de São Carlos da Universidade de São  
Paulo como parte dos requisitos para  
graduação em Engenharia Mecatrônica.

Professor Orientador: Rodrigo Nicoletti

São Carlos

2012

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES  
TRABALHOS, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,  
PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço da Biblioteca – EESC/USP

Sobral, Rafael Magalhães  
S188p Projeto de Viscosímetro de Cilindros Concêntricos para  
Medição em Linha / Rafael Magalhães Sobral e Gabriel Oliveira  
Chiararia; Orientador Rodrigo Nicoletti. – São Carlos, 2012

Monografia (Graduação em Engenharia Mecatrônica) –  
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São  
Paulo, 2012.

1. Viscosímetros de Cilindros Concêntricos. 2.  
Viscosímetros de linha. 3. Viscosímetros de Processos. 4.  
Viscosidade em Óleos Lubrificantes. 5. Viscosidade em  
Mancais Hidrodinâmicos. I. Título.

## Folha de Avaliação

**Candidato:** Rafael Magalhães Sobral

**Candidato:** Gabriel Oliveira Chiararia

**Título:** Projeto de Viscosímetro de Cilindros Concêntricos para Medição em Linha

Trabalho de conclusão de curso apresentado à  
Escola de Engenharia de São Carlos da  
Universidade de São Paulo como parte dos  
requisitos para a graduação em Engenharia  
Mecatrônica.

### Banca Examinadora

Prof. Dr. Rodrigo Nicoletti (Orientador)

Nota atribuída: 10 ( dez )



(assinatura)

Prof. Dr. Daniel Varela Magalhães

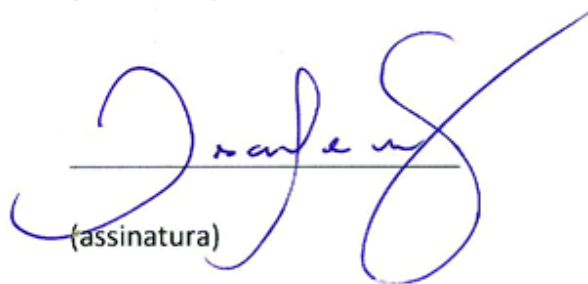
Nota atribuída: 10 ( dez )



(assinatura)

Prof. Dr. Oscar Maurício Hernandez Rodriguez

Nota atribuída: 10 ( dez )



(assinatura)

Média 10 ( dez )

Resultado: Aprovado

Data: 07/12/2012

## **AGRADECIMENTOS**

Às nossas famílias, pelo incentivo, apoio e suporte financeiro e emocional ao longo da nossa graduação.

Aos colegas de classe, pelo apoio e companheirismo nos últimos anos. Em especial ao Diego Marques, pela ajuda na elaboração do sistema eletrônico do protótipo experimental.

Aos professores, pelo empenho no ensino e transmissão de seus conhecimentos. Em particular ao Prof. Dr. Rodrigo Nicoletti e ao Prof. Dr. Oscar M. H. Rodriguez pelos conselhos e orientações durante a execução do projeto.

E à Escola de Engenharia de São Carlos, pelo ambiente favorável ao nosso crescimento pessoal e profissional.

“O que sabemos é uma gota,  
o que ignoramos é um oceano.”

*Isaac Newton*

## RESUMO

O estudo apresentado consiste no desenvolvimento de um dispositivo eletromecânico para medições de viscosidade do fluido lubrificante em um mancal hidrodinâmico. De maneira genérica, o trabalho pode ser encarado como a concepção de um viscosímetro de processos, ou “de linha”. Para a resolução do problema, empregou-se um sistema de cilindros concêntricos e um sistema eletrônico de aferição do torque viscoso através da corrente de armadura de um motor de corrente contínua de imã permanente. No escopo do projeto constam análises fluídicas, termodinâmicas e elétricas do sistema proposto, bem como a experimentação de um protótipo físico para a validação de alguns resultados.

**Palavras chave:** viscosímetro de cilindros concêntricos, viscosímetros de linha, viscosímetros de processos, viscosidade em óleos lubrificantes, viscosidade em mancais hidrodinâmicos.

## **ABSTRACT**

This project consists on the development of an electromechanical device for measuring the viscosity of a lubricating fluid in a hydrodynamic bearing. In general terms, the project consists of the design of a process viscometer, also called “online viscometer”. In order to solve the problem, it was used a concentric cylinders system and an electronic system for measuring the viscous torque through the armature current of a DC motor of permanent magnet. In the project’s scope there are fluidic, thermodynamic and electrical analysis of the proposed system, in addition to the trial of a physical prototype to validate some results.

**Keywords:** concentric cylinder viscometer, online viscometers, process viscometers, lubricating oils viscosity, viscosity in hydrodynamic bearings.

# SUMÁRIO

|       |                                                            |    |
|-------|------------------------------------------------------------|----|
| 1.    | Introdução .....                                           | 11 |
| 1.1   | Objetivo .....                                             | 13 |
| 1.2   | Conteúdo .....                                             | 15 |
| 2.    | Introdução aos Aspectos Gerais do Problema .....           | 17 |
| 2.1   | Recapitulação Histórica .....                              | 17 |
| 2.2   | Viscosidade e Fluidos Newtonianos .....                    | 18 |
| 2.3   | Porque medir a viscosidade? .....                          | 20 |
| 2.4   | Tipos de Viscosímetros .....                               | 22 |
| 2.4.1 | Viscosímetro Rotacional .....                              | 22 |
| 2.4.2 | Viscosímetro Capilar .....                                 | 23 |
| 2.4.3 | Viscosímetro de Esfera .....                               | 23 |
| 2.4.4 | Viscosímetro de Pistão .....                               | 23 |
| 2.4.5 | Viscosímetro de Copo Ford .....                            | 24 |
| 2.4.6 | Viscosímetro Tubo em U .....                               | 24 |
| 2.4.7 | Viscosímetro de Bolha .....                                | 24 |
| 2.4.8 | Viscosímetro Vibracional .....                             | 24 |
| 2.4.9 | Viscosímetro Magnético .....                               | 25 |
| 3.    | Modelagem e Dimensionamento do Sistema .....               | 26 |
| 3.1   | Motor elétrico de corrente contínua e ímã permanente ..... | 27 |
| 3.2   | Modelo simplificado do sistema .....                       | 30 |
| 3.3   | O problema Fluídico .....                                  | 36 |
| 3.4   | O Problema Térmico .....                                   | 42 |
| 3.5   | O modelo Dinâmico do sistema .....                         | 52 |
| 3.6   | Considerações Relevantes .....                             | 54 |
| 4.    | Resultados e Discussões .....                              | 57 |
| 4.1   | Modelo simplificado do sistema .....                       | 58 |
| 4.2   | Caracterização do Fluido .....                             | 63 |
| 4.3   | O problema Fluídico .....                                  | 64 |
| 4.4   | O Problema Térmico .....                                   | 67 |
| 5.    | Implementação do Projeto Físico .....                      | 77 |
| 5.1   | Protótipo Físico .....                                     | 77 |

|                                                              |                                                                |     |
|--------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|-----|
| 5.1.1                                                        | Projeto Mecânico .....                                         | 77  |
| 5.1.2                                                        | Projeto Elétrico.....                                          | 83  |
| 5.2                                                          | Experimentação Prática do Protótipo Físico .....               | 86  |
| 5.2.1                                                        | Curva em vazio do Motor .....                                  | 87  |
| 5.2.2                                                        | Curva do O’RING.....                                           | 88  |
| 5.2.3                                                        | Ensaio Para medição de viscosidade do fluido de trabalho ..... | 89  |
| 6.                                                           | Conclusão .....                                                | 92  |
| 7.                                                           | Bibliografia .....                                             | 95  |
| Apêndice A – Detalhamento Mecânico do Protótipo físico ..... |                                                                | 98  |
| Apêndice B – Diagrama Elétrico da Placa de Controle.....     |                                                                | 103 |

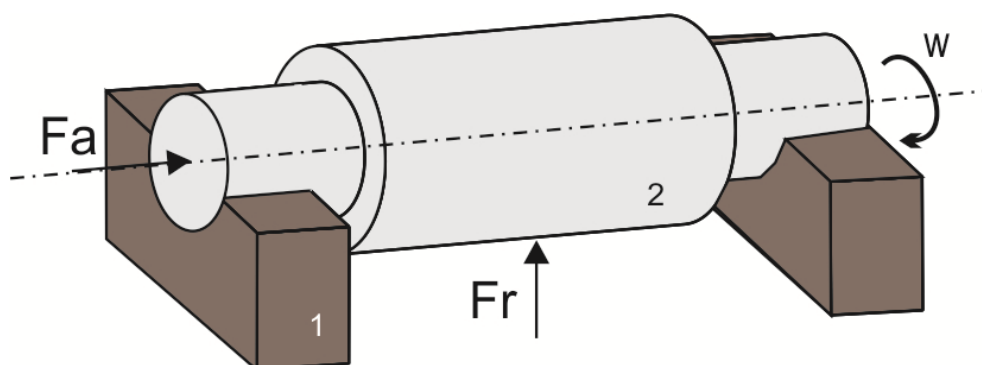
# 1. INTRODUÇÃO

Tanto na construção civil quanto na indústria mecânica, máquinas hidráulicas como retroescavadeiras, carregadeiras, empilhadeiras e guindastes são usadas em larga escala e são de vital importância para suas operações. Tais máquinas estão próximas de praticamente todas as pessoas, todos os dias, presentes, por exemplo, em sistemas de aterrissagem de alguns aviões, sistemas de direção hidráulica, sistemas de frenagem e amortecedor do porta-malas de um carro, como destacado na Figura 1:



**Figura 1: Porta Malas de Carro (Ferreira, 2008).**

No presente trabalho, estudou-se a medição de viscosidade do óleo dentro de um sistema hidráulico específico, conhecido como mancal. Mancais são dispositivos responsáveis pela interface entre uma parte móvel e a estrutura fixa de uma máquina. A escolha do tipo de mancal apropriado para uma determinada aplicação é essencial para o seu correto funcionamento como elemento de máquina, e este cuidado é fundamental durante o projeto. Toda força aplicada nas partes móveis do sistema são suportadas pelos mancais e, dependendo do tipo carregamento aplicado, os mancais podem ser classificados como radiais ou axiais. A Figura 2 apresenta um mancal com ambos os carregamentos, onde  $F_a$  é a força axial e  $F_r$ , a força radial.



**Figura 2: Exemplo de carregamento em um sistema mecânico; (1) mancal; (2) parte móvel do sistema - eixo**

Os mancais mais comumente usados são: mancais de rolamento, que utilizam rolamentos de esferas ou rolos de aço endurecido para o contato entre o eixo girante e a parte fixa do mancal; mancais hidrostáticos, que usam um fluido (geralmente ar, água ou óleo) a alta pressão para separar duas superfícies mesmo quando não há movimento relativo entre elas; e mancais hidrodinâmicos, em que o movimento relativo das superfícies é usado para bombear o lubrificante na região do vão entre o eixo e o mancal. Quando projetado corretamente, um mancal hidrodinâmico opera de modo a que não haja contato entre duas superfícies de metal, exceto na partida e na parada do sistema. Duas superfícies que se “conformam ou ajustam” geometricamente, como um eixo em um furo, aprisionam o lubrificante e formam o filme de óleo de suporte. Se o óleo estiver limpo e na quantidade certa, é possível se obter um sistema que apresente um desgaste muito pequeno e atrito muito baixo (NORTON, 2000).

O óleo utilizado dentro desse tipo de mancal é de vital importância para garantir o bom funcionamento do mesmo, e o seu mau dimensionamento pode acarretar em problemas como a quebra do eixo ou danos ao sistema em que o mancal está inserido. Assim, torna-se importante conhecer o seu comportamento nas diferentes condições de operação do sistema.

Uma das principais propriedades que definem diversas características do comportamento do óleo é sua viscosidade, que pode variar significativamente com o desgaste do sistema e consequente deposição partículas, bem como com sua temperatura. Essas variações implicam que para monitorar periodicamente tal propriedade e garantir que suas medições sejam coerentes, torna-se necessário garantir

que o regime térmico do fluido durante as aferições seja idêntico àquele encontrado em operação, algo custoso e difícil de realizar em laboratório. Portanto, em aplicações onde a medida precisa da viscosidade do fluido é crítica e de extrema importância ao bom funcionamento do sistema, pode-se tornar aconselhável o uso de dispositivos de medição locais, diretamente acoplados ao sistema hidráulico.

## 1.1 OBJETIVO

A proposta do presente Trabalho de Conclusão de Curso - TCC surgiu do problema de medir a viscosidade dinâmica do fluido utilizado em um mancal hidrodinâmico do laboratório de Dinâmica do Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia de São Carlos. Tal mancal, apresentado na Figura 3, é atualmente utilizado para estudos de controle das vibrações do eixo devido principalmente ao desbalanceo residual, naturalmente gerado durante o processo de manufatura.



**Figura 3:** (1) eixo; (2) mancal de rolamentos autocompensador; (3) mancal hidrodinâmico segmentado com atuadores eletromagnéticos; (4) motor elétrico; (5) junta universal; (6) mesa inercial; (7) sensores de proximidade; (8) mancal auxiliar para excitação externa; (9) unidade hidráulica; (10) sistema de refrigeração

A medição da viscosidade dinâmica do óleo no interior do mancal é realizada de maneira indireta através da aferição de sua temperatura de entrada e saída no sistema,

seguido do cálculo de sua viscosidade através de sua temperatura média, empregando-se a curva de viscosidade do fluido em função da sua temperatura.

O sistema de controle das vibrações do eixo requer realimentação de diversos parâmetros do sistema, incluindo a viscosidade dinâmica do óleo empregado, óleo sintético similar ao ISO VG 32, que pode variar sensivelmente durante a operação em função das variações de temperatura experimentadas pelo sistema.

Dessa forma, o principal objetivo do presente trabalho é propor um dispositivo para medir diretamente a viscosidade dinâmica do fluido lubrificante em tempo real, garantindo que qualquer variação na propriedade do fluido, mesmo quando não causada por variações de temperatura, seja notada pelo sistema. Podem-se citar como principais requisitos do dispositivo:

- A aferição não deve interferir de maneira significativa no regime de escoamento do processo;
- Se as medidas forem realizadas paralelamente ao processo através de amostras, o regime térmico de aferição deve ser semelhante ao do processo;
- O sistema deve ser compacto a fim de poder ser instalado em uma superfície livre de não mais de 80 x 80 mm;

De maneira geral, o problema pode ser encarado como a concepção de um sistema de aferição de viscosidade *in-line*, do inglês “de linha”, cujo objetivo principal consiste em aferir a viscosidade de fluidos em processos contínuos, em oposição às medições em bancada. Viscosímetros de linha são amplamente empregados para monitoramento e controle de processos nas indústrias alimentícia, farmacêutica, petroquímica, entre outras.

Portanto, no presente trabalho propõe-se a utilização de conceitos da mecânica dos fluidos amplamente conhecidos e utilizados desde o século 19 para a concepção de um viscosímetro de linha de cilindros concêntricos. Durante o trabalho abordaram-se aspectos gerais do escoamento de Couette e de Taylor-Couette, peculiaridades do regime térmico-fluídico do sistema, bem como a metodologia de aferição do torque de cisalhamento realizada através da medição da corrente de armadura de um motor de

corrente contínua com imã permanente e escovas. Por fim, propôs-se uma etapa de validação do dispositivo projetado através da experimentação de um protótipo funcional.

Vale ressaltar que o projeto foi realizado buscando solucionar o problema proposto de controle do mancal hidrodinâmico e, portanto, diversas premissas e análises se baseiam em hipóteses ou condições impostas pelas particularidades do problema. Por outro lado, tais imposições não restringem sua aplicação, o que significa que o mesmo sistema poderia ser facilmente adaptado para uso em diferentes contextos.

## 1.2 CONTEÚDO

O primeiro capítulo contextualiza o problema de aferição de viscosidade em um mancal hidrodinâmico, fornecendo uma ideia geral sobre máquinas hidráulicas, mancais, mancais hidrodinâmico e a importância da viscosidade para o funcionamento desses dispositivos. Em seguida, a motivação do trabalho é apresentada e, por fim, o item “Conteúdo” apresenta a organização do relatório.

O segundo capítulo propõe uma breve recapitulação histórica abordando fundamentos matemáticos e físicos inerentes ao projeto. Em seguida, apresenta-se a definição de viscosidade e se propõe uma pequena revisão da literatura sobre o assunto. Por fim, abordam-se os tipos mais comuns de viscosímetros e seus princípios de funcionamento.

O terceiro capítulo fornece a base teórica para o desenvolvimento do projeto, apresentando os modelos fluídicos, térmicos e dinâmicos utilizados no estudo do comportamento do sistema.

O quarto capítulo contém os resultados da modelagem do sistema, bem como algumas discussões a respeito dos fenômenos físicos envolvidos, o que serve como base para o dimensionamento dos componentes do sistema desenvolvido.

O quinto capítulo apresenta as soluções mecânicas e elétricas utilizadas no projeto do dispositivo, bem como resultados preliminares de experimentos em bancada realizados com um protótipo físico do sistema proposto, com a finalidade de verificar a validade dos modelos empregados.

No sexto capítulo, apresentam-se as conclusões do trabalho, um balanço geral do projeto e uma breve discussão a respeito de sugestões de possíveis melhorias em trabalho futuros.

Por fim, no sétimo capítulo, “Bibliografia”, são apresentados os autores e as obras referenciadas no texto, que servem como base ao desenvolvimento da teoria apresentada.

## 2. INTRODUÇÃO AOS ASPECTOS GERAIS DO PROBLEMA

### 2.1 RECAPITULAÇÃO HISTÓRICA

Segundo Garbrecht (1987), desde a pré-história se observa que algumas civilizações possuíam certo conhecimento a respeito de fluidos através da construção de barcos, sistemas de irrigação e drenagem e de proteção contra enchentes de rios. Um bom exemplo é a civilização pré-colombiana Inca, conhecida pelos seus engenhosos sistemas de irrigação nas montanhas andinas.

Entretanto, um dos grandes marcos históricos no desenvolvimento dos conhecimentos da mecânica dos fluidos foi a definição do Princípio de Arquimedes, em 250 a.C., que afirma que todo corpo submerso apresenta um empuxo vertical para cima igual ao peso do líquido por ele deslocado. Muito tempo depois, no século 12, os islâmicos avançaram as teorias ligadas à hidrostática, propondo o uso de válvulas para controle de sistemas fluídicos, além de sistemas de bombeamento (AL-HASSAN).

A hidrodinâmica, no entanto, deve grande parte de seus avanços a Castelli e Torricelli, que já no século 16 realizaram estudos sobre a movimentação de fluidos em rios e canais. Além disso, Sir Isaac Newton investigou a fundo a grandeza física “viscosidade” com estudos sobre a altura de jatos de água que passavam sobre diversos vasos com diferentes alturas e orifícios de saída. Tais análises culminaram no enunciado da famosa lei de Newton da viscosidade. Bernoulli e D'Alembert também publicaram estudos a respeito do equilíbrio e da movimentação de fluidos.

No século 19, Claude-Louis Navier e George Gabriel Stokes propuseram em seus respectivos trabalhos um conjunto de equações diferenciais que descrevem o escoamento laminar de fluidos Newtonianos, conhecidas posteriormente como equações de Navier-Stokes, que correspondem provavelmente ao conjunto de equações mais famoso em mecânica dos fluidos. Tal equacionamento tem sido usado para modelar uma infinidade de fenômenos fluídicos, como por exemplo: correntes oceânicas, fluxos de água em rios, oceanos e lagos, escoamento do ar em torno de aviões e automóveis, propagação de poluentes em chaminés e escoamento do sangue em veias e artérias.

No final do século 19, o estudioso Maurice Couette contribuiu de forma significativa para o estudo de fluidos e da viscosidade, desenvolvendo um viscosímetro cilíndrico (viscosímetro de cilindros concêntricos) capaz de aferir com precisão a viscosidade de fluidos. Em sua homenagem, o escoamento laminar observado no vão entre dois cilindros é conhecido hoje em dia como Escoamento de Couette.

Por fim, no século 20, Geoffrey Ingram Taylor aprimorou os estudos a respeito do escoamento entre cilindros concêntricos, demonstrando analiticamente o efeito da curvatura das superfícies em suas soluções, e apresentou estudos de estabilidade hidrodinâmica que constituíram um marco para o desenvolvimento das teorias na área.

## 2.2 VISCOSIDADE E FLUIDOS NEWTONIANOS

A palavra vem do termo “*viscum*”, que em português significa visco branco, planta conhecida por auxiliar na proteção de doenças virais e por inibir o mecanismo de metabolismo de células cancerígenas. Por definição, viscosidade está associada à resistência de um fluido ao escoamento. Isso significa que quanto mais viscoso o fluido, maior dificuldade para escoar ele apresenta e, dessa forma, as forças geradas pela viscosidade estão para fluidos, assim como as forças de atrito de Coulomb estão para sólidos. A fim ilustrativo, uma vez que a água possui uma viscosidade menor que o mel, essa deve fluir mais facilmente que este por um dado canal.

A viscosidade foi definida matematicamente por Newton segundo as convenções apresentadas na Figura 4:

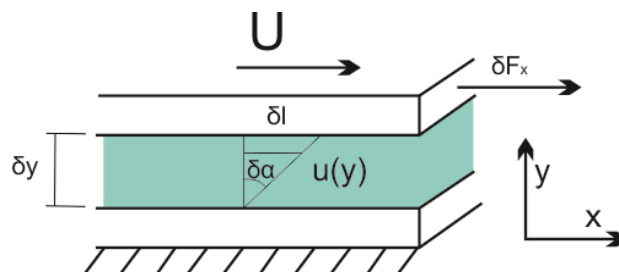


Figura 4: Diagrama ilustrativo do problema de Newton

Considera-se o movimento do fluido entre duas placas paralelas infinitas, conforme apresentado acima. Newton propôs que a tensão de cisalhamento experimentada em um elemento diferencial de fluido é proporcional à sua taxa de cisalhamento.

$$\tau_{xy} \sim \frac{\delta\alpha}{\delta t}$$

Dado um deslocamento  $\delta l$  no intervalo de tempo  $\delta t$ , a distância entre placas  $\delta y$  e o ângulo  $\delta\alpha$  de cisalhamento, tem-se:

$$\delta l = U \cdot \delta t \text{ e } \tan\delta\alpha = \frac{\delta l}{\delta y}.$$

Para  $\delta\alpha$  pequenos, vale a aproximação  $\tan(\delta\alpha) = \delta\alpha$ , gerando as seguintes relações:

$$dl = U \cdot dt, d\alpha = \frac{dl}{dy}.$$

Dessa forma,  $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{du}{dy}$ , e, portanto, a taxa de cisalhamento gerada pela aplicação de uma tensão de cisalhamento,  $\tau_{xy}$ , segue a relação de Newton, onde a constante de proporcionalidade é definida como sendo a viscosidade do fluido entre as placas paralelas:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

Como consequência, um fluido é dito newtoniano quando essa relação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação é constante, ou seja, a viscosidade dinâmica  $\mu$  não varia em função da taxa de cisalhamento aplicada ao fluido. Vale ressaltar que o óleo empregado no projeto apresenta comportamento Newtoniano.

Por fim, define-se a viscosidade cinemática como:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \text{ onde } \rho \text{ é a densidade do fluido.}$$

A unidade da viscosidade dinâmica no Sistema Internacional é o pascal-segundo ( $Pa \cdot s$ ), que corresponde a  $1 N \frac{s}{m^2}$  ou  $1 \frac{kg}{m \cdot s}$ . No Sistema Centímetro-Grama-Segundo (CGS) a unidade é o Poise ( $P$ ), que corresponde a  $0,1 Pa \cdot s$ .

A unidade da viscosidade cinemática no Sistema Internacional é expressa em  $\frac{m^2}{s}$ . No Sistema CGS, é expressa em Stokes ( $S$ ), que equivale a  $1 \frac{cm^2}{s}$ .

Para situar o leitor em relação à ordem de grandeza da viscosidade de algumas substâncias cotidianas, segue a Tabela 1, meramente ilustrativa, onde os valores apresentados não são necessariamente rigorosos quanto às condições de contorno de aferição.

**Tabela 1: Tabela de viscosidades (WIKIPEDIA)**

| <b>Substância</b>     | <b>Viscosidade (<math>10^{-3}</math> Pa.s)</b> |
|-----------------------|------------------------------------------------|
| <b>Álcool etílico</b> | 0,3                                            |
| <b>Água</b>           | 1,0                                            |
| <b>Sangue</b>         | 4,0                                            |
| <b>Mercúrio</b>       | 17,0                                           |
| <b>Óleo de oliva</b>  | 81,0                                           |

### 2.3 PORQUE MEDIR A VISCOSIDADE?

A viscosidade é uma característica específica de cada fluído. Em vários processos e projetos industriais se torna importante analisar a viscosidades dos fluidos empregados para que assim os processos possam ser otimizados, propriedades físico-químicas possam ser controladas, erros possam ser previstos e prevenidos e máquinas possam ser projetadas. A maioria das indústrias que trabalham com processos envolvendo fluidos como, por exemplo, as indústrias do ramo alimentício, químico, petroquímico e farmacêutico, necessitam de meios para aferir a viscosidade dos fluidos a fim de controlar processos e garantir certos padrões de qualidade. Segundo a ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA QUÍMICA – ABIQUIM (2011), a participação dos setores químico, petroquímico e alimentício somou a 44,29% do PIB industrial no Brasil em 2009. A seguir, são apresentados exemplos da aplicação de viscosímetros em alguns desses setores:

- Na indústria farmacêutica, os viscosímetros são usados para controle da estabilidade química, do tempo de escoamento em frascos, da extrusão de tubos, do espalhar de uma pomada e da estabilidade de uma suspensão. Podem-se citar como exemplos processos envolvidos na fabricação de medicamentos para artrite, pomadas, supositórios, etc;

- Na indústria de cosméticos e higiene pessoal são utilizados para a análise no modo como os cremes se espalham, duração de fixação dos produtos, eficácia do produto, tempo de escoamento do recipiente e armazenagem de produtos. Podem-se citar como exemplos processos envolvidos na fabricação de xampu, creme dental, cremes hidratantes, gel para cabelo, batons, etc;
- Na indústria alimentícia, que representou mais de 9% do PIB Brasileiro em 2011, com faturamento de cerca de R\$383,3 bilhões segundo a ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS INDÚSTRIAS DE ALIMENTAÇÃO – ABIA (2011), os viscosímetros são utilizados no controle de qualidade e de textura de alimentos e bebidas. Um exemplo dessa aplicação se encontra na empresa de biscoitos Marilan, onde são usados dois tipos de viscosímetros: Copo Ford, para medir a viscosidade das massas no processo de produção e garantir que as mesmas tenham um determinado padrão de fluidez; e viscosímetro rotacional de encoder digital de bancada para o controle de qualidade do recebimento de materiais;
- Na indústria química, que em 2010 apresentou um faturamento de cerca de R\$260,2 bilhões colocando o Brasil entre os dez maiores mercados químicos mundiais (ABIQUIM, 2011), viscosímetros são usados para se analisar a forma como o produto flui do recipiente, a forma como ele escorre e a sua plasticidade. Um exemplo desse setor é a empresa de bens de consumo *Procter and Gamble – P&G*, onde viscosímetros *online* são usados, por exemplo, para o controle de processos de produção de amaciantes, e viscosímetros de bancada são utilizados para o controle de qualidade de sabão líquido, de amaciante e da cola utilizada nas embalagens.

No caso de óleos lubrificantes, a viscosidade é considerada uma das propriedades mais importantes em grande parte das aplicações. Um lubrificante mais viscoso tende a se manter mais facilmente entre duas peças móveis, garantindo assim uma melhor lubrificação a custo de uma maior carga no eixo. Já um óleo menos viscoso penetrará mais facilmente no sistema, porém terá maior dificuldade de se manter no local específico de lubrificação.

A escolha do lubrificante correto para cada condição de trabalho e temperatura é extremamente importante. A viscosidade em líquidos geralmente é uma grandeza inversamente proporcional à temperatura. Dessa forma, é necessário tomar cuidado ao escolher um lubrificante muito viscoso, já que em manhãs com baixas temperaturas a viscosidade poderá aumentar significativamente, podendo gerar desgaste e falhas no equipamento. Por outro lado, um lubrificante pouco viscoso pode ter sua viscosidade reduzida com o aquecimento de um motor, por exemplo, prejudicando sua lubrificação. Vale ressaltar que, além da temperatura, a viscosidade do fluido pode variar com o tempo em função do desgaste e deposição de partículas.

É importante lembrar que a variação da viscosidade em função da temperatura não ocorre em todos os óleos na mesma intensidade. Sendo assim, foi criada uma grandeza chamada Índice de Viscosidade, cuja finalidade é medir intensidade da variação da viscosidade em função da temperatura. O Índice de Viscosidade é tal que, quanto maior seu valor, menor será a influência da temperatura na viscosidade do óleo (APOSTILA DE LUBRIFICAÇÃO).

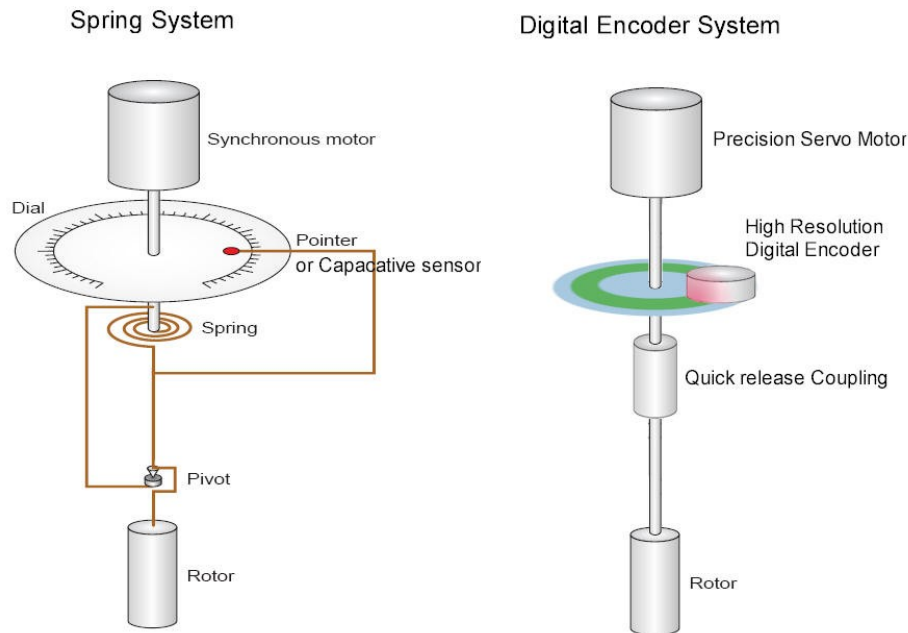
## 2.4 TIPOS DE VISCOSÍMETROS

### 2.4.1 *VISCOSÍMETRO ROTACIONAL*

A viscosidade é medida pelo torque aplicado à parte móvel do sensor separada de sua parte fixa pelo fluido de teste, a uma dada velocidade angular. Nos viscosímetros de cilindros concêntricos, a parte fixa corresponde, em geral, ao cilindro externo. Nos viscosímetros de cone-placa, um cone é rotacionado sobre o líquido que se encontra entre sua porção inferior e uma placa plana fixa.

- Rotacional com Motor Síncrono e Mola, Figura 5 (a). É usado um motor de passo para conduzir o eixo principal. Uma mola e um pivô articulado rodam o eixo. A viscosidade da amostra é medida pela deflexão da mola com o giro do eixo.

- Rotacional com Servo motor e Encoder digital, Figura 5 (b). É usado um servo motor de precisão para conduzir o eixo. O rotor é diretamente acoplado ao eixo. Microcontroladores utilizam a velocidade aferida pelo encoder digital e a corrente de armadura do motor para estimar a viscosidade do fluido.



**Figura 5: Viscosímetros Rotacionais, (a) por mola e (b) por encoder digital. (RHEOSYS)**

#### 2.4.2 VISCOSÍMETRO CAPILAR

A viscosidade é medida pela velocidade de escoamento do líquido através de um tubo capilar de vidro. É medido o tempo de escoamento do líquido entre duas marcas feitas no viscosímetro. Esse método é conhecido como o método clássico de medida de viscosidade de Stokes.

#### 2.4.3 VISCOSÍMETRO DE ESFERA

A viscosidade é medida através da velocidade de queda de uma esfera em um tubo vertical de vidro embebida no fluido de teste. É medido o tempo que uma esfera gasta para percorrer o espaço entre duas marcas feitas no viscosímetro.

#### 2.4.4 VISCOSÍMETRO DE PISTÃO

O funcionamento é parecido com o da esfera, exceto pelo fato de que é empregado um cilindro dentro do tubo de vidro ao invés de uma esfera. Este viscosímetro é de fácil

operação, longa duração e necessita de pouca manutenção. Por essas razões, é muito popular na indústria.

#### **2.4.5 VISCOSÍMETRO DE COPO FORD**

A viscosidade é medida pelo tempo que um volume fixo de fluido gasta para escoar através de um orifício existente na superfície inferior de um copo com forma afunilada. O tempo depende tanto do diâmetro do furo, quanto da temperatura do ensaio, que deve ser mantida constante durante toda a medição.

#### **2.4.6 VISCOSÍMETRO TUBO EM U**

A viscosidade dinâmica é medida pelo tempo que o fluido leva para percorrer dois pontos estipulados do capilar de raio conhecido. É necessário saber a densidade do fluido. Tal dispositivo é geralmente utilizado em laboratórios.

#### **2.4.7 VISCOSÍMETRO DE BOLHA**

A viscosidade é medida pelo tempo que bolhas levam para subir pelo fluido. Esses viscosímetros são geralmente usados para medição de viscosidade em resinas e vernizes. Apesar de pouco precisos, são rápidos e úteis para medir viscosidade no campo.

#### **2.4.8 VISCOSÍMETRO VIBRACIONAL**

A viscosidade é aferida por meio de um cilindro submerso que oscila circularmente em alta frequência, cisalhando o fluido como apresentado na Figura 6. A energia dissipada é medida através da amplitude dos movimentos e permite estimar sua viscosidade.



**Figura 6: Viscosímetro Vibracional. (VISCOSIMETROS.WORDPRESS)**

#### 2.4.9 VISCOSÍMETRO MAGNÉTICO

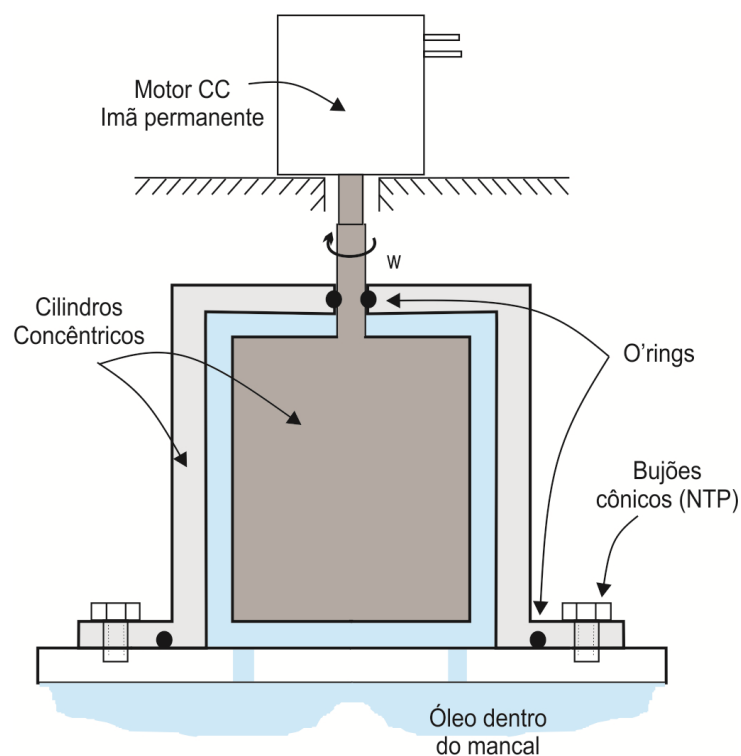
A viscosidade é medida quando uma amostra é inserida na câmara termicamente controlada onde se encontra um pistão. O movimento oscilatório do pistão e o campo magnético são controlados eletronicamente. Devido ao movimento do pistão, surge uma tensão de cisalhamento, e a viscosidade é medida por meio do tempo que o pistão leva para subir e descer dentro da câmara. Assim, com os dados do espaçamento entre o pistão e a câmara, da força gerada no pistão pelo campo eletromagnético e do tempo que o pistão leva para realizar o movimento, é possível estimar a viscosidade do fluído de teste.

Por fim, vale ressaltar que os viscosímetros podem ser classificados também em função de sua aplicação. Eles são ditos *in-line* quando acoplados diretamente ao sistema do qual se pretende aferir a viscosidade.

### 3. MODELAGEM E DIMENSIONAMENTO DO SISTEMA

Nesse capítulo serão apresentados os diversos modelos de cada um dos subcomponentes do sistema posteriormente empregados no dimensionamento e estudo do comportamento do dispositivo desenvolvido durante sua operação.

Na Figura 7 é apresentada de maneira ilustrativa a solução adotada para o problema proposto. Verifica-se que o sistema é composto, *a priori*, por um par de cilindros concêntricos fixos ao mancal através de bujões cônicos, um motor elétrico de ímã permanente e um par de o-rings, cuja finalidade consiste em vedar a região molhada pelo fluido. Os o-rings são empregados diretamente no eixo do cilindro interno e entre o cilindro externo e a tampa do mancal.



**Figura 7: Diagrama conceitual do sistema proposto**

Dada a configuração adotada, apresentam-se a seguir os modelos e análises realizadas durante o dimensionamento e estudo do comportamento do sistema:

- Modelo do motor elétrico de corrente contínua e ímã permanente;
- Modelo de fricção do *o-ring*;
- Modelo simplificado do viscosímetro para pré-dimensionamento do sistema;

- Modelo numérico para solução das equações diferenciais de Energia e Quantidade de movimento para o escoamento de Couette com viscosidade variável;
- Modelo numérico para solução da equação diferencial da Quantidade de movimento para o escoamento transiente de Couette;
- Modelo termodinâmico a diferenças finitas do viscosímetro;

Tais análises se baseiam principalmente em conceitos da mecânica dos fluidos, da termodinâmica e da teoria de transferência de calor, e têm como finalidade permitir dimensionar e prever o comportamento do sistema, garantindo que o viscosímetro trabalhará nas condições ótimas de aferição da viscosidade do fluido.

Vale ressaltar que um dos maiores problemas no emprego de um viscosímetro de cilindros concêntricos para medições de viscosidade em linha se deve ao fato de que o regime térmico do escoamento pode diferir do regime térmico do fluido no dispositivo. Tal fator requer uma análise minuciosa e detalhada dos fenômenos envolvidos no escoamento de Couette, bem como sua interação termodinâmica com o mancal, o que justifica o emprego dos modelos descritos anteriormente.

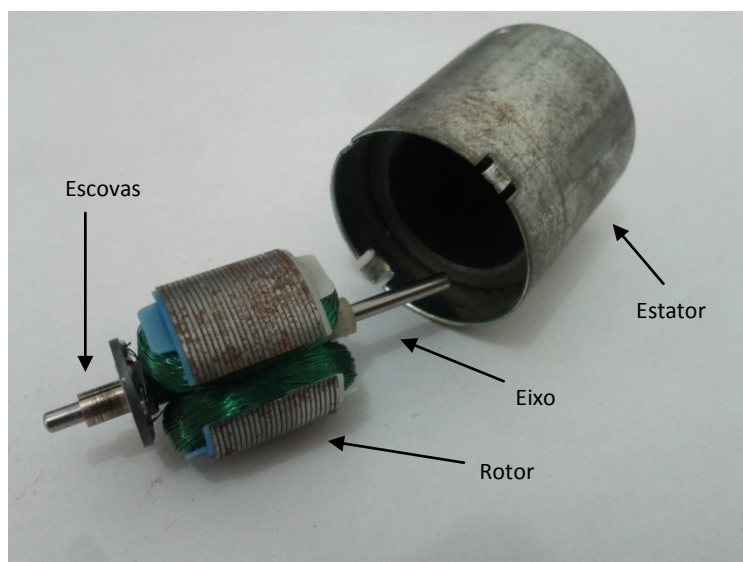
Por fim, serão apresentados os resultados e análises realizadas empregando-se tais modelos, bem como algumas conclusões e discussões conceituais a respeito de alguns fenômenos físicos verificados no sistema.

### 3.1 MOTOR ELÉTRICO DE CORRENTE CONTÍNUA E IMÃ PERMANENTE

Motores elétricos de corrente contínua de imã permanente são aqueles que podem operar utilizando uma fonte de alimentação contínua em detrimento de uma fonte de tensão alternada e utilizam imãs permanentes, geralmente em forma cilíndrica, para gerar o campo magnético de excitação do motor. Dessa forma, seguem um princípio básico de funcionamento baseado no fato de que as bobinas do rotor, ao serem alimentadas com uma tensão constante, se comportam como eletroímãs que tendem a se alinhar com o campo magnético gerado pelos imãs permanentes, gerando torque no rotor.

Tal fenômeno explica como esse tipo de motor é capaz de gerar torque, porém não explica sua capacidade de gerar movimento rotacional, uma vez que intuitivamente o motor deveria se bloquear ao alinhar os campos magnéticos do rotor e estator. O fenômeno da rotação acontece em função da adição de comutadores mecânicos, chamado de escovas, que garantem que o campo gerado pelo eletroímã sempre esteja desalinhado em relação ao campo gerado pelos ímãs permanentes, alterando as bobinas alimentadas. Dessa forma, esse tipo de motor é capaz de gerar torque sempre que conectado a uma fonte de energia elétrica.

A Figura 8 apresenta um motor de corrente contínua e ímã permanente desmontado, onde é possível visualizar seu estator, rotor, comutador (escova) e eixo.



**Figura 8: Motor CC de ímã permanente**

Esse tipo particular de máquina elétrica é largamente empregado em diversas aplicações de baixa potência, principalmente devido à sua simplicidade, baixo custo e compactidade. Podem ser encontrados em impressoras, secadores de cabelo, carros de controle remoto etc. Eventualmente podem apresentar problemas ligados à desmagnetização dos ímãs em função da operação em altas correntes ou devido à elevação da sua temperatura de trabalho.

Em termos de modelo elétrico, o motor em questão é similar a uma máquina elétrica de corrente contínua com a particularidade de possuir um campo magnético constante gerado pelos ímãs do estator, como proposto em Fitzgerald, Kingsley e Umans

(2006). Dessa forma, tem-se que o modelo da força eletromotriz  $E_a$  gerada pela rotação do motor é dada por

$$E_a = K_a \phi_d \omega_m,$$

onde  $K_a$  é uma constante geométrica que depende também de parâmetros construtivos do motor,  $\omega_m$  é a velocidade angular do rotor e  $\phi_d$  é o fluxo líquido ao longo do eixo do enrolamento de campo (estator). Nesse tipo de motor, o fluxo magnético do estator é constante e a equação anterior se reduz a:

$$E_a = K_m \omega_m$$

Sabendo que a potência elétrica líquida é igual à potência mecânica entregue pelo eixo multiplicada pela sua eficiência mecânica,  $\eta$ , tem-se:

$$T_{mec} = \frac{E_a I_a}{\omega_m} \eta = K_m I_a \eta,$$

onde  $T_{mec}$  corresponde ao torque aplicado ao rotor e  $I_a$  corresponde à corrente de armadura (rotor) do motor. A eficiência do motor pode variar em média de 70% a 95% em função de sua qualidade construtiva, da presença de redução e de suas características nominais.

Analisando as equações anteriores, percebe-se que existe uma relação linear entre o torque aplicado pelo motor e a corrente por ele consumida, bem como entre a força eletromotriz e a velocidade angular do sistema. Tais relações são extremamente importantes no escopo do projeto, uma vez que serão diretamente empregadas para medições de viscosidade no dispositivo proposto.

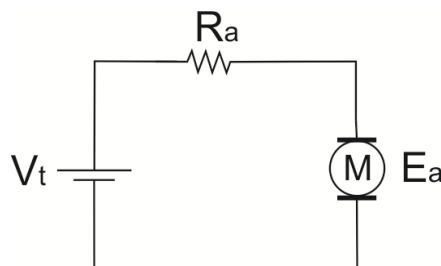


Figura 9: Circuito elétrico equivalente do motor cc de ímã permanente

O circuito elétrico equivalente é apresentado na Figura 9, onde se verifica que a indutância do enrolamento do rotor foi desprezada. Tal hipótese é aproximadamente precisa para motores convencionais, e válida para fenômenos que desprezam a dinâmica de transiente do motor ou para motores de características construtivas particulares. Dessa forma, a equação do circuito elétrico é dada por:

$$V_t = R_a I_a + E_a = R_a \frac{T_{mec}}{K_m} + K_m \omega_m .$$

Por último, vale ressaltar que os modelos de dependência linear entre torque e corrente de armadura e força eletromotriz e velocidade angular só são válidos sob algumas hipóteses, apresentadas a seguir:

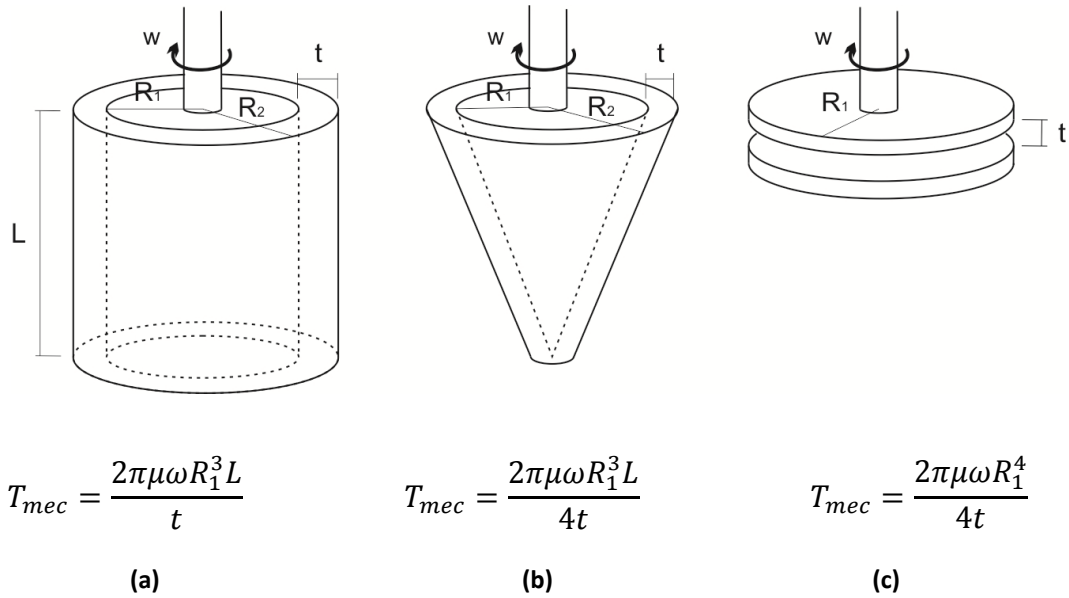
- Desprezam-se possíveis efeitos da desmagnetização da reação de armadura de magnetização cruzada;
- Desprezam-se possíveis variações de eficiência do comutador mecânico em torno do ponto de operação do motor
- Considera-se constante a resistência efetiva de armadura  $R_a$  em função da condição de operação do motor;
- Desprezam-se possíveis efeitos de saturação magnética do material ferromagnético da carcaça;
- Desprezam-se possíveis efeitos da variação do grau de dispersão de fluxo magnético no entreferro;
- Desprezam-se possíveis efeitos de variação na eficiência do motor, que depende, entre outros, dos efeitos de histerese, perdas por correntes parasitas, perdas mecânicas etc.

De fato, a maior parte dos efeitos acima apresentados pode ser desconsiderada quando o motor opera dentro das suas características nominais, principalmente para condição de operação com baixa corrente de armadura.

### 3.2 MODELO SIMPLIFICADO DO SISTEMA

Para desenvolver um modelo simplificado do sistema de medição de viscosidade, foi necessário inicialmente definir a melhor geometria para o sistema rotativo.

Para tal, pode-se, a princípio, analisar a solução simplificada da equação de Newton para as geometrias de escoamento apresentadas na Figura 10, como em Fox, McDonald e Pitchard (2006).

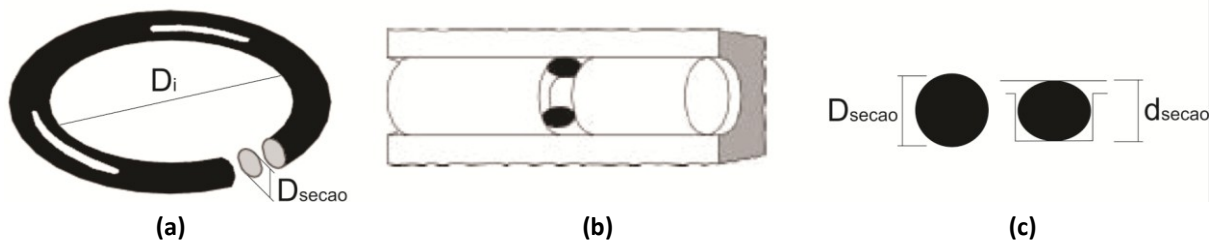


**Figura 10: Geometrias de viscosímetros rotacionais e respectivas soluções simplificadas da equação de Newton. (a) Cilindros concêntricos, (b) Cones concêntricos e (c) Placas paralelas**

Percebe-se que, dadas as soluções aproximadas para escoamentos laminares entre as diferentes geometrias apresentadas na Figura 10, para um determinado diâmetro máximo do sistema, a geometria que apresenta o maior torque para viscosidade e velocidade angular  $\omega R_1$  constantes, corresponde à geometria de cilindros concêntricos, desde que  $L > \frac{R_1}{4}$ . Uma vez que os requisitos do projeto impõem uma restrição de área, porém nada dizem a respeito do comprimento do viscosímetro, podemos supor que a condição do comprimento pode ser facilmente satisfeita e, portanto, a geometria de cilindros concêntricos é aquela que possui a maior capacidade de sensibilizar o dispositivo, apresentando a maior variação de torque em função de variações de viscosidade (maior valor de  $\frac{dT_{mec}}{d\mu}$ ).

Em seguida, faz-se necessário modelar a força de atrito gerada pelo emprego de o-rings na vedação do sistema. O-rings, do inglês “anel em forma de o”, consistem em objetos toroidais, geralmente fabricados em materiais elásticos, largamente empregados na vedação de sistemas hidráulico-pneumáticos. Suas propriedades de vedação advêm do

fato que, ao serem esmagados entre eixo e furo como ilustrado na Figura 11 (b), fornecem um encaixe com folga zero, reduzindo a fuga de fluido através dessa região, como proposto em Parker (1997).



**Figura 11: O'ring. (a) geometria do o'ring e dimensões principais; (b) método de utilização em sistemas mecânicos; e (c) geometria pré e após compressão**

O modelo empregado foi proposto e validado por Al-Ghathian e Tarawneh (2005), e basicamente propõe uma forma de estimar a distribuição de pressão de contato do o'ring com as paredes do eixo e do furo a partir de seu esmagamento, calculado através da diferença entre o diâmetro original e o diâmetro deformado, apresentados na Figura 11 (c). Dessa forma se torna possível estimar a força normal de contato e consequentemente o atrito de Coulomb causado pelo o'ring no eixo, como segue:

$$F_{oring} = \pi \mu_{seco} D_{secao} E (D_i + 2D_{secao}) \left(1 - \frac{d_{secao}}{D_{secao}}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{d_{secao}}{D_{secao}}\right)^2}$$

onde  $\mu_{seco}$  corresponde ao coeficiente de atrito cinético seco entre a borracha do o'ring e o material do eixo/furo e  $E$  é o módulo de elasticidade do material do o'ring.

Vale ressaltar que o modelo é calculado empregando o coeficiente de atrito cinemático, o que significa que o a equação acima só é válida a partir do momento em que o sistema inicia o movimento. Por fim, tal modelo propõe que a força de atrito adicionada ao sistema pelo o'ring é constante e independe de seu regime de operação.

Por fim, escolhida a geometria do sistema e apresentados os modelo de fricção, de vedação e do motor de imã permanente, pode-se desenvolver o equacionamento do modelo dinâmico do sistema a partir do qual é possível inferir algumas de suas importantes propriedades, bem como realizar seu dimensionamento.

Tomemos as equações:

$$V_t = R_a I_a + E_a \quad (1)$$

$$E_a = K_m \dot{\theta} \quad (2)$$

$$T_m = \eta K_m I_a - \frac{F_{oring} D_i}{2} \quad (3)$$

$$T_m = \dot{\theta} \mu c + \ddot{\theta} I_{rotor+cilindro} \quad (4)$$

onde  $R_a$  é a resistência efetiva de enrolamento do motor,  $I_a$  é a corrente de armadura do motor,  $E_a$  é a forma eletromotriz do motor,  $V_t$  é a tensão de alimentação do motor,  $k_m$  é a constante do motor,  $\theta$ ,  $\dot{\theta}$  e  $\ddot{\theta}$  são o deslocamento, velocidade e aceleração angular, respectivamente,  $T_m$  é o torque mecânico na ponta do eixo do motor,  $\eta$  é a eficiência do motor em torno da região de operação,  $T_{oring}$  é o torque gerado por atrito seco do oring,  $\mu$  a viscosidade do fluido,  $c$  a constante geométrica de atrito viscoso do sistema e  $I_{rotor+cilindro}$  o momento de inércia do conjunto formado pelos corpos girantes.

Vale frisar que, ao propor a equação (4), negligencia-se a dinâmica associada ao regime transiente no fluido, ou seja, consideram-se os efeitos viscosos predominantes em detrimento dos efeitos inerciais do fluido confinado entre cilindros concêntricos. Tal hipótese será validada no próximo capítulo através da análise do escoamento de Couette em regime transiente.

Substituindo (3) em (4), tem-se:

$$\eta K_m I_a - \frac{F_{oring} D_i}{2} = \dot{\theta} \mu c + \ddot{\theta} I_{rotor+cilindro} \quad (5)$$

Substituindo (2) e (1) em (5), tem-se:

$$\frac{\eta K_m (V_t - K_m \dot{\theta})}{R_a} - \frac{F_{oring} D_i}{2} = \dot{\theta} \mu c + \ddot{\theta} I_{rotor+cilindro} \quad (6)$$

Isolando  $V_t$  em (6), tem-se:

$$V_t = \left( \frac{F_{oring} D_i}{2} + \dot{\theta} \mu c + \ddot{\theta} I_{rotor+cilindro} \right) \frac{R_a}{\eta K_m} + K_m \dot{\theta} \quad (7)$$

Logo, pode-se analisar o comportamento do sistema a partir da inspeção da equação (7). Para facilitar tal abordagem, aplica-se a transformada de Laplace e, adotando condições iniciais nulas, calcula-se a função transferência  $G(s) = \frac{\dot{\theta}}{V_t^{mod}}$ , onde

$$V_t^{mod} = V_t - \frac{F_{oring} D_i R_a}{2\eta K_m}.$$

$$V_T^{mod} = \frac{(\dot{\theta}\mu c + \ddot{\theta}I_{rotor+cilindros})R_a}{\eta K_m} + K_m \dot{\theta}$$

$$G(s) = \frac{\dot{\theta}}{V_T^{mod}} = \left[ \frac{\frac{\eta K_m}{R_a}}{\left(\mu c + \frac{\eta K_m^2}{R_a}\right) + I_{rotor+cilindros}s} \right] \quad (8)$$

Dessa forma, verifica-se que a relação entre a velocidade angular e a tensão de entrada segue uma dinâmica de primeira ordem e, para uma entrada degrau em  $V_t^{mod}$  (o que implica  $V_t$  constante), tem-se pelo teorema do valor final:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\theta} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s\dot{\theta}}{s} \left( V_t - \frac{F_{oring} D_i R_a}{2\eta K_m} \right) = \left( V_t - \frac{F_{oring} D_i R_a}{2\eta K_m} \right) \frac{\frac{\eta K_m}{R_a}}{\left(\mu c + \frac{\eta K_m^2}{R_a}\right)} \quad (9)$$

Da equação (9) se conclui que, quando em regime permanente a uma dada condição de contorno, o sistema apresenta uma relação linear entre a velocidade angular e a tensão de alimentação do sistema.

Finalmente, podem-se trabalhar as equações (1), (2), (3) e (4) de forma a isolar a variável  $\mu$  em função de  $V_t$  e  $I_a$ . Substituindo (1) e (2) em (5), tem-se:

$$\eta K_m I_a - \frac{F_{oring} D_i}{2} = \frac{(V_t - R_a I_a)}{K_m} \mu c + \ddot{\theta} I_{rotor+cilindros} \quad (10)$$

De onde se isola  $\mu$ :

$$\mu = \left( \eta K_m I_a - \frac{F_{oring} D_i}{2} - \ddot{\theta} I_{rotor+cilindros} \right) \frac{K_m}{(V_t - R_a I_a) c} \quad (11)$$

Em regime permanente, tem-se  $\ddot{\theta} = 0$ , logo a equação (11) se torna:

$$\mu = \left( \eta K_m I_a - \frac{F_{oring} D_i}{2} \right) \frac{K_m}{(V_t - R_a I_a) c} \quad (12)$$

Tal relação nos mostra que é possível, a priori, medir a viscosidade do fluido em um viscosímetro de cilindros concêntricos a partir da medição da tensão de alimentação (ou rotação do cilindro interno) e da corrente de armadura. Além disso, pode-se analisar a sensibilidade do sistema em função das duas variáveis e estimar a propagação dos erros de medição a partir das derivadas parciais  $\frac{\partial \mu}{\partial V_t}$  e  $\frac{\partial \mu}{\partial I_a}$ , como segue:

$$\frac{\partial \mu}{\partial V_t} = - \left( \eta K_m I_a - \frac{F_{oring} D_i}{2} \right) \frac{K_m}{(V_t - R_a I_a)^2 c}$$

Ou, em função da velocidade angular, tem-se:

$$\frac{\partial \mu}{\partial V_t} = - \left( \eta K_m I_a - \frac{F_{oring} D_i}{2} \right) \frac{1}{K_m \dot{\theta}^2 c} \quad (13)$$

No caso da sensibilidade do sistema em relação à corrente de armadura, obtém-se:

$$\frac{\partial \mu}{\partial I_a} = \eta \frac{K_m^2}{(V_t - R_a I_a) c} + \left( \eta K_m I_a - \frac{F_{oring} D_i}{2} \right) \frac{R_a K_m}{(V_t - R_a I_a)^2 c}$$

Ou em função da velocidade angular, tem-se:

$$\frac{\partial \mu}{\partial I_a} = \eta \frac{K_m}{\dot{\theta} c} + \left( \eta K_m I_a - \frac{F_{oring} D_i}{2} \right) \frac{R_a}{K_m \dot{\theta}^2 c} \quad (14)$$

A partir de (14) pode-se calcular a sensibilidade da corrente de armadura em função da viscosidade do sistema.

$$\frac{\partial I_a}{\partial \mu} = \frac{\partial \mu}{\partial I_a}^{-1} = \frac{1}{\eta \frac{K_m}{\dot{\theta} c} + \left( \eta K_m I_a - \frac{F_{oring} D_i}{2} \right) \frac{R_a}{K_m \dot{\theta}^2 c}} \quad (15)$$

Isolando  $I_a$  na equação (12), tem-se:

$$I_a = \frac{\mu c V_t + \frac{F_{oring} D_i K_m}{2}}{\eta K_m^2 + R_a \mu c} \quad (16)$$

Substituindo (16) em (15), tem-se:

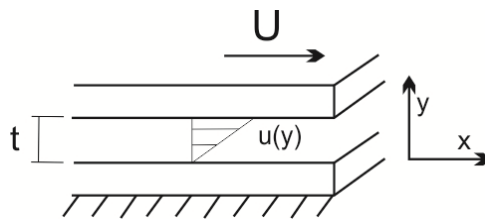
$$\frac{\partial I_a}{\partial \mu} = \frac{\partial \mu}{\partial I_a}^{-1} = \frac{1}{\eta \frac{K_m}{\dot{\theta} c} + \eta R_a \frac{\mu c V_t + \frac{F_{oring} D_i K_m}{2}}{(\eta K_m^2 + R_a \mu c) \dot{\theta}^2 c} - \frac{R_a F_{oring} D_i}{2 K_m \dot{\theta}^2 c}} \quad (17)$$

A partir das equações (13), (14) e (17) pode-se concluir que:

- Quanto maior o valor da constante geométrica de atrito viscoso do sistema, maior a sensibilidade do mesmo em relação a variações de viscosidade, dado o resultado da equação (17);
- A melhor condição de operação em termos de propagação de erro é aquela em que  $I_a$  é pequena, consequentemente o torque é baixo, e  $\dot{\theta}$  é grande, como evidenciado pelas equações (13) e (14);

### 3.3 O PROBLEMA FLUÍDICO

Esta seção propõe a análise minuciosa do escoamento de Couette, partindo das soluções simplificadas do problema até algumas soluções numéricas da equação da quantidade de movimento.



**Figura 12: Escoamento de Couette em placas planas paralelas infinitas**

Os primeiros estudos realizados na área datam da segunda metade do século XIX e se baseavam na aplicação da equação de Navier-Stokes (ou equação diferencial da quantidade de movimento) para o escoamento entre placas infinitas paralelas de fluidos newtonianos, incompressíveis, com viscosidade constante e sem gradientes de pressão externos. Sob essas condições, ilustradas na Figura 12, a equação da quantidade de movimento na direção  $y$  e a tensão de cisalhamento no plano  $yx$  assumem suas formas simplificada que segue, como proposto por Fox, McDonald e Pitchard (2006):

$$\frac{d^2u}{dy^2} = 0 \text{ e } \tau_{yx} = -\mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

Que, dadas as condições de contorno apresentadas, resultam em:

$$u(y) = \frac{U}{t} y \tag{18}$$

$$\text{e } \tau_{yx} = -\mu \frac{U}{t} \tag{19}$$

Já no século XX, Sir Geoffrey Taylor, estudioso dos escoamentos confinados entre planos paralelos, propôs-se a estudar o escoamento de fluido confinado entre cilindros concêntricos de comprimento infinito e desenvolveu um modelo baseado na resolução da equação diferencial da quantidade de movimento em coordenadas cilíndricas para fluidos newtonianos, incompressíveis, com viscosidade constante e sem gradientes de pressão externos.

Sob essas condições, a equação de Navier-Stokes em coordenadas cilíndricas na direção radial e a tensão cisalhante no plano  $r\theta$  podem ser definidos como:

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [rv_\theta] \right) = 0 \text{ e } \tau_{r\theta} = \mu r \frac{d}{dr} \left( \frac{v_\theta}{r} \right)$$

Dadas as condições de contorno ilustradas na Figura 13 (a), resultam em:

$$v_\theta = \left( \frac{\omega R_1^2}{R_1^2 - R_2^2} \right) r + \left( \frac{\omega R_1^2 R_2^2}{R_1^2 + R_2^2} \right) \frac{1}{r} \quad (20)$$

$$\text{e } \tau_{r\theta}(R_1) = - \frac{2\mu\omega}{1 - \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2} \quad (21)$$

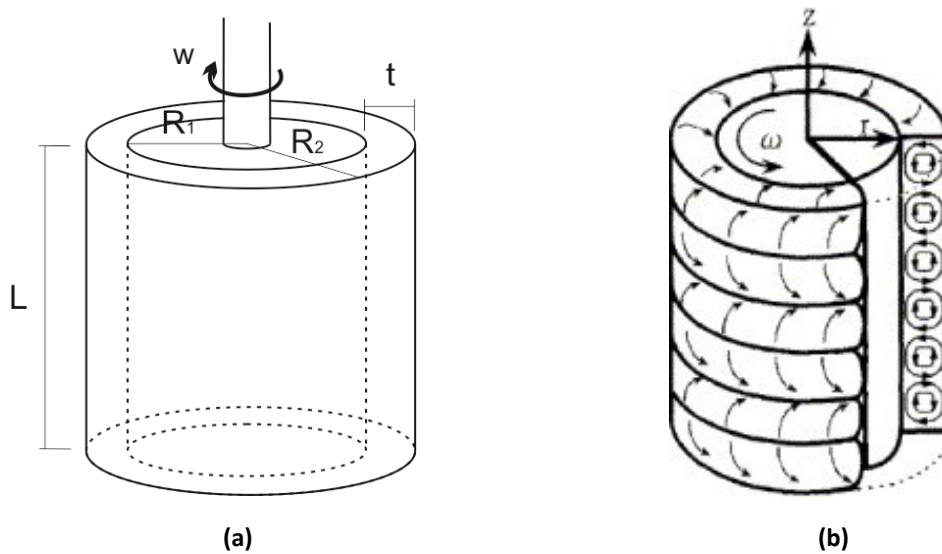
No escopo do presente projeto, a variável de interesse é o torque, logo, uma observação pertinente consiste no fato de que é então possível estimar o erro do modelo planificado da tensão cisalhante em função das dimensões do sistema, como segue:

$$\frac{\tau_{yx}}{\tau_{r\theta}} = \frac{\left( \frac{R_1}{R_2} \right) \left( 1 + \left( \frac{R_1}{R_2} \right) \right)}{2},$$

onde se adotam  $U = \omega R_1$  e  $t = R_2 - R_1$  na equação (19). Percebe-se que, à medida que o valor de  $\frac{R_1}{R_2}$  se aproxima de um, menor o erro de aproximação da tensão cisalhante pelo modelo planificado. De forma ilustrativa, quando  $R_1$  equivale a 95% de  $R_2$ , o erro de aproximação é de cerca de 7%.

Taylor também foi responsável por estudar a estabilidade do escoamento de fluidos confinados entre cilindros concêntricos infinitos, resultando na publicação do famoso artigo "*Stability of a Viscous Liquid contained between Two Rotating Cylinders*", Taylor (1922). De suas análises ele observou que, para baixos números de Reynolds ( $R_e$ ), o escoamento é laminar e respeita o perfil resultante da solução da equação da quantidade

de movimento, porém, quando a velocidade angular do cilindro interno ultrapassa um determinado valor, o escoamento se instabiliza e um segundo regime surge. Em tal condição, verifica-se a existência de vórtices toroidais, como aqueles apresentados na Figura 13 (b), responsáveis por modificar as interações entre fluido e máquina, alterando propriedades termodinâmicas do escoamento e impossibilitando as medições de viscosidade segundo o equacionamento proposto.



**Figura 13: (a) Escoamento de Couette entre cilindros concêntricos infinitos e (b) formação dos vórtices de Taylor no escoamento de Taylor-Couette, Dutta e Ray (2004)**

Além disso, Taylor mostrou que o surgimento de tais vórtices está condicionado a um regime onde as forças centrífugas do movimento se tornam mais relevantes que suas forças viscosas. Tal fenômeno ocorre quando o adimensional de Taylor,  $T_a$ , supera um valor crítico,  $T_{a_c}$ , que depende de aspectos geométricos e reológicos do escoamento, tais como a relação  $\frac{R_1}{R_2}$  e a curva de viscosidade do fluido. A seguir é apresentado o critério de Taylor para estabilidade do escoamento de Couette:

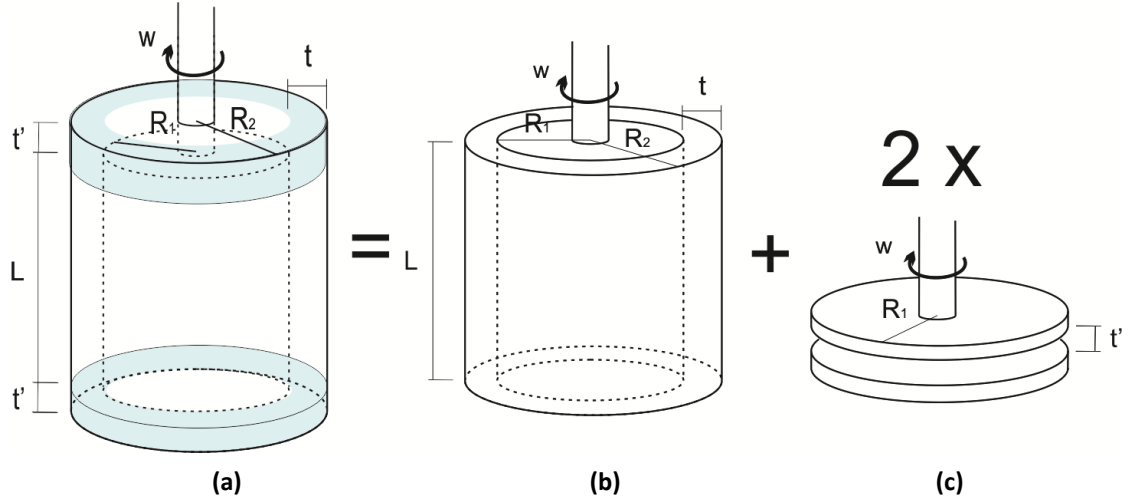
$$T_a = \frac{\omega^2 R_1 t^3}{\nu^2} > T_{a_c} \text{ e } \lim_{\frac{R_{\text{interno}}}{R_{\text{externo}}} \rightarrow 1} T_{a_{cr}} = 1700, \text{ segundo Taylor, G. I. (1922).}$$

Se a velocidade angular do movimento continuar aumentando, novos regimes de escoamento compostos por diferentes padrões de vórtices podem surgir em função das condições de contorno do problema. Dois desses padrões estáveis foram identificados

por Andereck e Swinney (1986) e são conhecidos como o escoamento com vórtices ondulantes (*wavy vortex flow*) e o escoamento com vórtices espirais (*spiral vortex flow*). Se por fim, o número de Reynolds crítico do escoamento for atingido, o sistema experimenta uma transição para um regime turbulento, como normalmente acontece em diferentes tipos de escoamentos conhecidos. Dessa forma, conclui-se que o presente projeto deve levar em conta as condições de estabilidade do escoamento de Taylor-Couette para evitar erros de medição.

Por outro lado, os estudos apresentados anteriormente se baseiam na hipótese de cilindros ou placas infinitas, dificilmente verificadas em sistemas reais, geralmente constituídos por cilindros finitos e parede estática de topo. A resolução do problema do escoamento segundo tais condições de contorno foi proposta por Wendl (1999), que chegou a um resultado analítico empregando Funções de Bessel de primeiro tipo. Em seu estudo, o autor também mostra que o escoamento de Couette é uma solução particular do resultado proposto e que há um aumento na tensão cisalhante próximo à região da parede de topo, que tende a diminuir à medida que a relação entre  $R_1$  e  $R_2$  se aproxima de um. Em seguida o autor mostra que o erro quadrático médio da aproximação da sua solução do perfil de velocidade pela solução de Taylor para cilindros infinitos é função das relações  $\frac{R_1}{t}$  e  $\frac{L}{t}$ , de forma que, quanto menor a primeira e maior a segunda, menor a influência da borda no perfil de escoamento.

Por fim, para a resolução do problema do presente trabalho, propôs-se a abordagem apresentada a seguir na Figura 14, onde os efeitos da transferência de quantidade de movimento do fluido da superfície superior de (b) para aqueles na superfície lateral de (c) através do fluido contido na região de destaque em (a), são negligenciados. Tal hipótese permite simplificar o modelo fluídico do escoamento entre cilindros concêntricos finitos, resultando em um escoamento de Couette e dois escoamentos entre placas paralelas rotacionais.



**Figura 14: Decomposição do sistema real em dois modelos simplificados. (a) sistema real; (b) cilindros concêntricos e (c) placas rotacionais paralelas**

A resolução do problema apresentado em (b) corresponde à integral de  $\tau_{r\theta}(R_1)$ , equação (21), na superfície do cilindro:

$$T_b = \int \tau_{r\theta}(R_1) r dA = \int -\frac{2\mu\omega R_1}{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2} dA = -\frac{4\pi\mu\omega R_1^2 L}{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2} \quad (22)$$

Por fim, a resolução do problema em (c) através da equação de Navier-Stokes em coordenadas cilíndricas é idêntica àquela apresentada na Figura 10 (c), reproduzida a seguir:

$$T_c = \frac{2\pi\mu\omega R_1^4}{4t'} \quad (23)$$

Logo, o torque teórico resultante da geometria proposta na Figura 14 (a) é

$$T = \frac{4\pi\mu\omega R_1^2 L}{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2} + 2 \frac{2\pi\mu\omega R_1^4}{4t'} = 4\pi\mu\omega R_1^2 \left( \frac{L}{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2} + \frac{R_1^2}{4t'} \right)$$

que pode ser utilizada no modelo simplificado do sistema onde

$$c = 4\pi R_1^2 \left( \frac{L}{1-\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2} + \frac{R_1^2}{4t'} \right). \quad (24)$$

Por fim, apresenta-se uma abordagem para validação da hipótese adotada na equação (4), em que se desprezam quaisquer efeitos dinâmicos do fluido em regime

transiente. Para tal, dadas as condições de contorno do viscosímetro desenvolvido, fez-se necessária a implementação de um método numérico para a resolução da equação da quantidade de movimento em regime transiente, que assume a forma de uma equação diferencial parcial.

Utilizando a abordagem do escoamento de Couette em placas planas paralelas infinitas, dadas as condições de contorno ilustradas na Figura 12 e, dadas as hipóteses abaixo:

- Escoamento transiente;
- Escoamento incompressível;
- Fluido com viscosidade constante;
- Não há variação de fluxo ou propriedades na direção  $x$  e  $z$ ;

a equação de Navier-Stokes assume a seguinte forma:

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \rho \frac{\partial u}{\partial t}$$

Vale ressaltar que a solução aproximada do problema cilíndrico é obtida a partir do problema planificado adotando as seguintes igualdades:  $u = \omega r$  e  $y = r - R_1$ .

Esse tipo de equação diferencial parcial possui solução analítica para certas condições de contorno, porém dada a simplicidade de implementação do método numérico empregado, optou-se por esta abordagem em detrimento daquela. Adotou-se o método explícito das diferenças finitas, que basicamente consiste em aproximar as derivadas parciais por diferenças finitas, como apresentado a seguir:

$$\frac{u_{m+1}^i - 2u_m^i + u_{m-1}^i}{\Delta y^2} = \frac{\rho}{\mu} \frac{u_m^{i+1} - u_m^i}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} u_0^i = 0 \\ u_M^i = U^i \end{cases}$$

Evidenciando o termo  $u_m^{i+1}$ , tem-se:

$$u_m^{i+1} = \frac{\rho \Delta t}{\mu \Delta y^2} u_{m+1}^i + \left(1 - \frac{2\rho \Delta t}{\mu \Delta y^2}\right) u_m^i + \frac{\rho \Delta t}{\mu \Delta y^2} u_{m-1}^i \quad (25)$$

De onde se calcula a evolução da tensão cisalhante na parede do cilindro interno como:

$$\tau_{yx}^i = \mu \frac{u_M^i - u_{M-1}^i}{\Delta y} \quad (26)$$

Dessa forma, a cada iteração, calculam-se os  $\tau_{xy}^i$  e  $u_m^{i+1}$  a partir do resultado da iteração anterior e a convergência do método é garantida se todos os coeficientes do lado direito da equação forem positivos. Ou seja, o método, que não é incondicionalmente estável, converge se e somente se:

$$\frac{2\rho\Delta t}{\mu\Delta y^2} < 1.$$

A justificativa matemática para o critério de convergência não será apresentada, porém é possível estabelecer uma justificativa física para o mesmo. O método de diferenças finitas basicamente calcula a velocidade futura a partir das velocidades presentes da partícula de fluido e de sua vizinhança, computando as transferências de quantidade de movimento entre elas. Acontece que, se o critério não for satisfeito, pode surgir uma condição em que a velocidade  $u_m^{i+1}$  será inferior à menor velocidade dentre  $u_{m+1}^i$ ,  $u_m^i$  e  $u_{m-1}^i$ , o que é fisicamente impossível dado o mecanismo de difusão de quantidade de movimento viscoso em um escoamento unidimensional de Couette.

### 3.4 O PROBLEMA TÉRMICO

O problema térmico consiste na necessidade de garantir que o regime térmico de escoamento confinado entre os cilindros concêntricos seja similar àquele encontrada no escoamento original a fim de evitar que erros na medição de viscosidade sejam introduzidos ao sistema em função da sua dependência com a temperatura. Dessa forma, análises termodinâmicas se fazem necessárias para determinar o comportamento dos gradientes de temperatura ao longo do sistema em função da variação de seus parâmetros geométricos e operacionais.

Para tal, o problema foi dividido em duas partes:

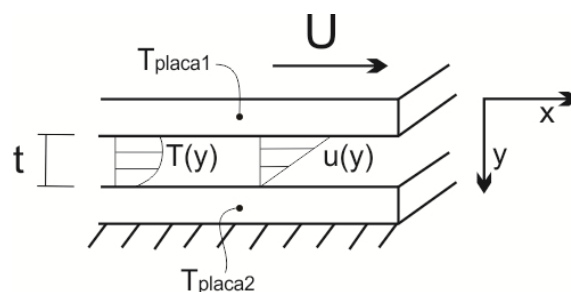
- Análise dos gradientes radiais de temperatura no fluido em um escoamento de Couette;

- Análise dos gradientes longitudinais de temperatura no fluido confinado entre cilindros concêntricos;

Cada um dos tópicos foi modelado segundo uma abordagem diferente em função dos fenômenos predominantes. No primeiro caso, os gradientes radiais surgem em função da dissipação viscosa de energia no fluido e devido à transferência de calor entre os cilindros interno e externo. Tais fenômenos podem ser previstos através da solução do sistema de equações diferenciais parciais da mecânica dos fluidos, composto pela equação diferencial da quantidade de movimento e da energia. Uma possível abordagem para resolver o sistema consiste novamente no método de diferenças finitas, adotado no presente trabalho.

Por outro lado, no caso do gradiente longitudinal de temperatura, predominam os fenômenos de transferência de calor por condução, o que permite modelar o sistema como um conjunto de sólidos contínuos e uniformes, uma vez que o escoamento confinado é unidimensional axial, garantindo que o problema possua simetria radial e não haja transferência de calor por convecção nas direções radial e longitudinal do anel cilíndrico. Dessa forma, propôs-se um modelo de parâmetros concentrados seguindo a metodologia que será apresentada a posteriormente nessa seção.

Para a implementação do método de diferenças finitas, utilizou-se uma abordagem semelhante àquela apresentada no item 3.3 para a solução do escoamento em regime transiente, salvo pelo fato da não adoção da hipótese de viscosidade constante do fluido na direção  $y$ .



**Figura 15: Escoamento de Couette entre placas paralelas infinitas**

Dessa forma, o problema se constitui na resolução da equação de Navier-Stokes e da equação diferencial da energia para o escoamento apresentado na Figura 15, adotando a viscosidade como uma função conhecida da temperatura.

A seguir são apresentadas as hipóteses simplificadoras adotadas:

- Escoamento permanente;
- Escoamento incompressível;
- A viscosidade é uma função conhecida da temperatura,  $\mu(T)$ ;
- Não há variação de fluxo ou propriedades na direção  $x$  e  $z$ ;
- Não há geração interna de energia (por reações químicas, por exemplo);

Como consequência, as equações constitutivas do problema assumem a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu(T) \frac{\partial u}{\partial y} \right] = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = - \frac{\mu(T)}{k} \frac{\partial u^2}{\partial y} \quad (28)$$

onde  $T(y)$  é função somente de  $y$  e  $k$  é a condutividade térmica do fluido.

Vale ressaltar novamente que a solução aproximada do problema cilíndrico é obtida a partir do problema planificado adotando as seguintes igualdades:  $u = \omega r$  e  $y = r - R_1$ .

Integrando a equação (27) em  $y$  e a substituindo em (28), tem-se:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{a}{\mu(T)} \quad (29)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = - \frac{a^2}{k\mu(T)} \quad (30)$$

Onde  $a$  é uma constante de integração que depende das condições de contorno de temperatura e velocidade, apresentadas na Figura 15: temperaturas constantes e uniformes  $T_{placa1}$  e  $T_{placa2}$  nas placas móvel e fixa, respectivamente, e  $u(0) = U$  e  $u(t) = 0$ . Através da análise térmica do volume de controle diferencial no fluido, percebe-se também que a soma das energias transferidas do fluido às paredes deve ser

igual à energia dissipada no fluido por efeitos viscosos, o que pode ser declarado matematicamente da seguinte maneira:

$$k \frac{\partial T}{\partial y}(0) - k \frac{\partial T}{\partial y}(t) = \mu(T(0)) \frac{\partial u}{\partial y}(0) u(0) \quad (31)$$

A partir da EDP apresentada, pode-se então equacionar as soluções numéricas em diferenças finitas como segue:

$$a_i = - \frac{U}{\Delta y \sum_{m=2}^M \frac{1}{\mu(T^{i-1}_m)}} \quad (32)$$

$$\frac{u^i_{m+1} - u^i_m}{\Delta y} = \frac{a_i}{\mu(T^i_m)} \quad (33)$$

$$\frac{T^i_{m+1} - 2T^i_m + T^i_{m-1}}{\Delta y^2} = - \frac{a_i^2}{k\mu(T^i_m)} \quad (34)$$

$$\begin{cases} T^i_2 = T^i_1 - \left( a_i U - k \frac{T^{i-1}_M - T^{i-1}_{M-1}}{\Delta y} \right) \frac{\Delta y}{k} \\ T^i_{M-2} = T^i_2 - \left( a_i U + k \frac{T^{i-1}_2 - T^{i-1}_1}{\Delta y} \right) \frac{\Delta y}{k} \end{cases}$$

Dados  $u^i_1 = U$ ,  $u^i_M = 0$ ,  $T^i_1 = T_{placa1}$  e  $T^i_2 = T_{placa2}$ .

Com tal modelo é possível avaliar a influência da variação da viscosidade no perfil de temperatura e velocidade do escoamento, bem como na variação da tensão de cisalhamento na parede.

Podem-se utilizar as soluções analíticas do problema para viscosidade constante, apresentada a seguir, como condição inicial do método numérico:

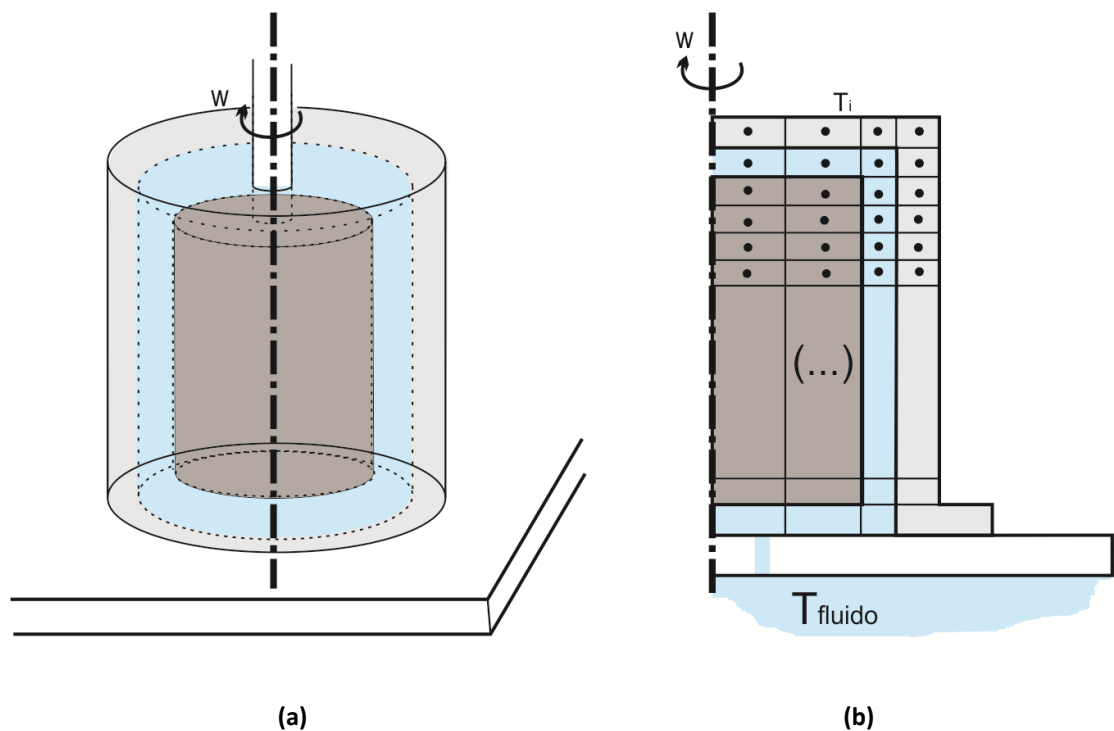
$$u(y) = -\frac{U}{t} y + U$$

$$T(y) = -\frac{\mu}{2k} \left( \frac{U}{t} \right)^2 y^2 + \left( T_{placa2} - T_{placa1} + \frac{\mu}{2k} U^2 \right) \frac{y}{t} + T_{placa1}$$

Vale ressaltar que é possível chegar a um resultado relativamente preciso para o problema com viscosidade variável através da iteração da solução analítica com a viscosidade calculada na temperatura média do escoamento.

Uma vez analisadas as características radiais do escoamento, fez-se necessário estudar o comportamento térmico do sistema como um todo, principalmente pra que fosse possível avaliar o gradiente longitudinal de temperatura no fluido confinado e tentar minimizá-lo ao dimensionar o sistema. Para tal, foi proposto um modelo de parâmetros concentrados, que se baseia na hipótese de que em cada elemento discreto do modelo as propriedades termodinâmicas podem ser consideradas uniformes e a troca de calor ocorre de maneira perpendicular às superfícies de contato com elementos adjacentes.

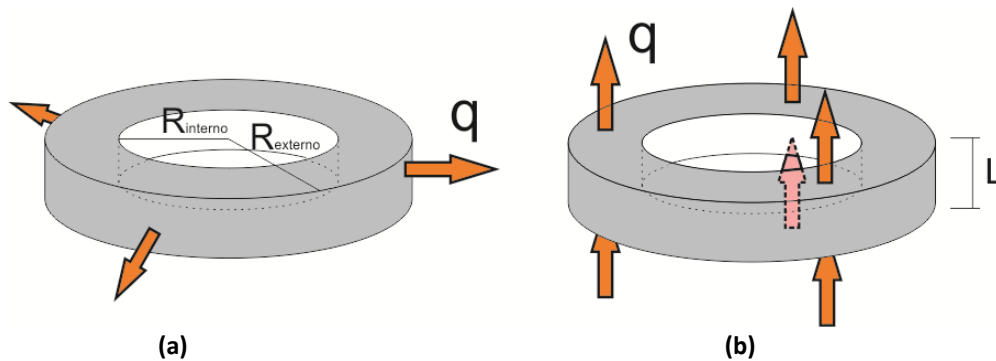
Vale ressaltar que no escoamento de Couette com número de Taylor inferior a seu valor crítico, o movimento das partículas de fluido é essencialmente axial, fazendo com que não haja troca de calor por convecção na direção radial do sistema. Somado ao fato do sistema possuir simetria radial, tais características permitem modelá-lo como um conjunto de sólidos em contato direto, com troca de calor predominante através do mecanismo de condução. Naturalmente, para o caso do cilindro externo em contato direto com o ar, verifica-se troca de calor por convecção natural.



**Figura 16: Geometria de cilindros concêntricos; (a) geometria empregada no sistema e (b) composição da malha de parâmetros concentrados**

Para criar o modelo, primeiramente se definiu o modelo geométrico do sistema como sendo aquele apresentado na Figura 16 (a), e em seguida foram definiram os critérios de criação da malha e concentração dos parâmetros termodinâmicos (capacidade térmica e resistências térmicas). Dada a simetria radial imposta pela geometria de cilindros concêntricos que garante a uniformidade axial das propriedades do sistema, o problema é essencialmente bidimensional e, em coordenadas cilíndricas, se torna independente de  $\theta$ , o que significa que a malha de elementos discretos com seção retangular assume a forma de cilindros vazados.

A Figura 16 (b) apresenta a malha empregada no modelo, onde cada um dos retângulos corresponde a um elemento discreto do sistema de parâmetros concentrados. Definida a malha de elementos discretos, o passo seguinte consiste em definir uma metodologia para calcular as capacitâncias e resistências térmicas entre elementos adjacentes. Para tal, utiliza-se a teoria de transferência de calor apresentada em Çengel (2009), que propõe manipular a equação de Fourier (35) e calcular as resistências térmicas para a condução de calor em função das possíveis condições de contorno do problema, representadas na Figura 17 (a) e (b):



**Figura 17: Transferência de calor nos elementos discretos do modelo (a) radialmente e (b) longitudinalmente**

A equação de Fourier é definida como segue:

$$\dot{q} = kA \frac{dT}{dx} \quad (35)$$

Integrando-a em uma superfície com a forma de um anel circular na direção vertical, como na Figura 17 (b), tem-se:

$$\Delta T = \frac{t}{\pi(R_{\text{externo}}^2 - R_{\text{interno}}^2)k} \dot{q}$$

No caso do fluxo de calor radial apresentado na Figura 17 (a), a integral da equação de Fourier em coordenadas cilíndricas resulta em:

$$\Delta T = \frac{\ln\left(\frac{R_{\text{externo}}}{R_{\text{interno}}}\right)}{2\pi Lk} \dot{q}$$

Dessa forma, dada definição de resistência térmica  $R_{\text{ter}} = \frac{\Delta T}{\dot{q}}$ , conclui-se que

$$R_{\text{cond}}^{\text{long}} = \frac{t}{\pi(R_{\text{externo}}^2 - R_{\text{interno}}^2)k} \quad (36)$$

$$R_{\text{cond}}^{\text{rad}} = \frac{\ln\left(\frac{R_{\text{externo}}}{R_{\text{interno}}}\right)}{2\pi Lk} \quad (37)$$

Onde  $k$  é condutividade térmica do material do elemento discreto e os raios interno e externo estão indicados na Figura 17.

Da equação de Newton para a convecção (38) apresentada a seguir, pode-se calcular a resistência térmica dos elementos discretos em contato direto com o ar da seguinte maneira:

$$\dot{q} = hA\Delta T \quad (38)$$

$$R_{\text{conv}} = \frac{1}{hA} \quad (39)$$

onde  $A$  é a área superficial em contato com o fluido e  $h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção, que pode depender do regime de escoamento, da rugosidade da superfície, da faixa de temperatura estudada, do fluido, entre outros fatores.

Por último, é necessário modelar a capacidade térmica,  $C$ , dos elementos discretos. Para tal, utiliza-se a hipótese de calor específico constante para sólidos e líquidos, como proposto em Van Wylen, Sonntag e Borgnake (1998). Os autores afirmam que o calor específico de substâncias incompressíveis é geralmente constante para temperaturas não muito baixas e intervalos não muito grandes de temperatura, de onde:

$$C = \frac{1}{\rho V} \frac{\delta Q}{\delta T} \quad (40)$$

onde  $\rho$  é a densidade do material e  $V$  é seu volume.

Dado  $c$  (calor específico) constante, tem-se:

$$C = c\rho V = \frac{\delta Q}{\delta T}. \quad (41)$$

Uma vez definida a metodologia para a concentração de parâmetros, a última etapa consiste em gerar o sistema de equações diferenciais ordinárias e resolvê-lo. Esse problema possui a particularidade de ser análogo a um circuito elétrico, chamado circuito elétrico equivalente, como apresentado na Figura 18, o que permite utilizar ferramentas de resolução desse tipo de problema. Tais ferramentas permitem ao usuário se manter alheio ao método numérico empregado, poupar tempo considerável e focar a maior parte do esforço na modelagem e interpretação dos resultados.

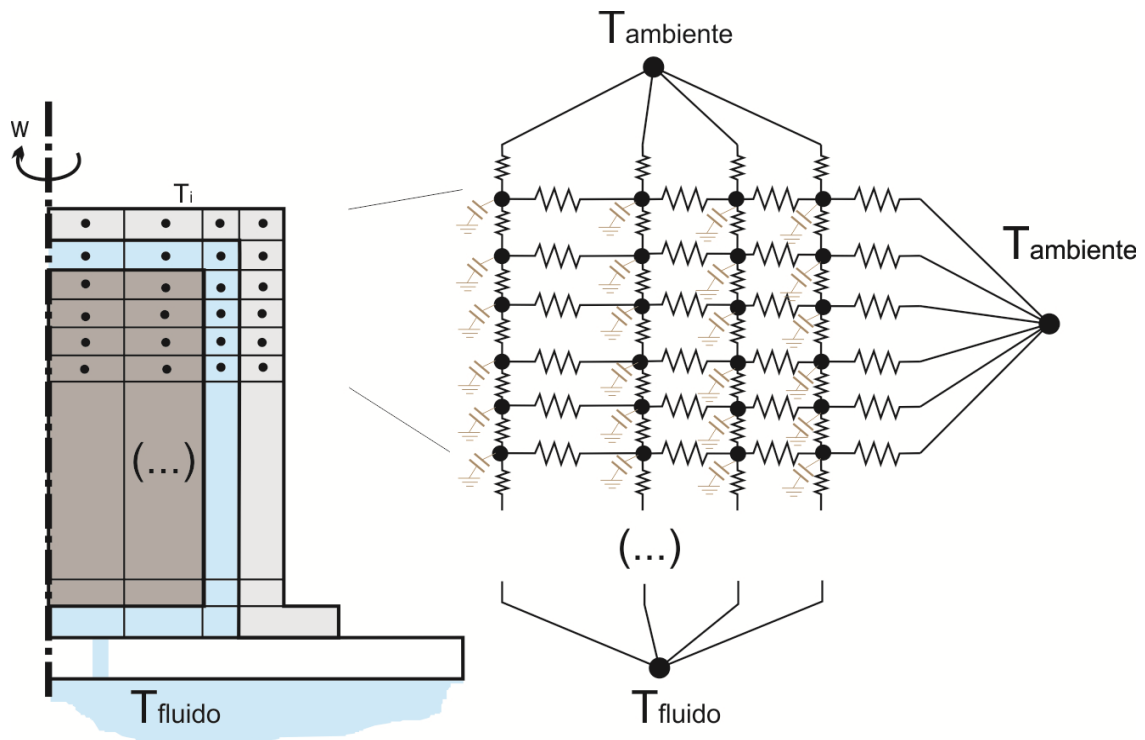


Figura 18: Analogia do problema térmico com circuitos elétricos

A seguir, apresenta-se a equação diferencial associada a um elemento discreto genérico “ $n$ ”.

$$\frac{dT_n}{dt} = - \left( \frac{1}{R_{esq}} + \frac{1}{R_{dir}} + \frac{1}{R_{cima}} + \frac{1}{R_{baixo}} \right) \frac{T_n}{C} + \frac{T_{esq}}{CR_{esq}} + \frac{T_{dir}}{CR_{dir}} + \frac{T_{cima}}{CR_{cima}} + \frac{T_{baixo}}{CR_{baixo}} + \frac{\dot{q}_n}{C} \quad (42)$$

onde  $T_n$  é a temperatura do elemento,  $R_{\text{direção}}$  são as resistências térmicas entre o elemento e seus vizinhos na direção especificada,  $T_{\text{indice}}$  são as temperaturas dos elementos da vizinhança e  $\dot{q}_n$  corresponde à potência dissipada no elemento, presente em nós correspondentes aos elementos de fluido e no elemento discreto em contato direto com o *o'ring*, onde corresponde à potência dissipada em função do atrito seco deste com o cilindro externo. Dessa forma percebe-se que, a cada elemento discreto se associa um nó, uma temperatura, uma capacidade térmica e uma equação diferencial, e que nos elementos correspondentes a partículas de fluido devem ser introduzidas fontes de corrente, não representadas no diagrama, a fim de simular a dissipação viscosa de energia neste ponto.

A potência viscosa dissipada no elemento de fluido é calculada a através da integral de área do produto da velocidade angular do cilindro pelas equações das tensões cisalhantes na parede móvel. No caso dos cilindros concêntricos, se obtém a solução pelo produto da velocidade angular e do torque, equação (22). Já no caso das placas circulares paralelas, a integral de superfície deve ser calculada analiticamente, resultando em:

$$\dot{q} = \frac{2\pi\mu\omega^2(R_2^4 - R_1^4)}{4t'} \quad (43)$$

Pode-se aplicar a equação (42) a cada um dos  $N$  elementos discretos do modelo, resultando no sistema de equações diferenciais ordinárias lineares, organizadas a seguir na forma de uma equação de estados:

$$[\dot{T}]_{Nx1} = \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{R_{esq}^i} + \frac{1}{R_{dir}^i} + \frac{1}{R_{cima}^i} + \frac{1}{R_{baixo}^i} \right) \frac{1}{C^i} & \frac{1}{C^i R^{ij}} (...) \\ \frac{1}{C^i R^{ij}} (...) & \left( \frac{1}{R_{esq}^i} + \frac{1}{R_{dir}^i} + \frac{1}{R_{cima}^i} + \frac{1}{R_{baixo}^i} \right) \frac{1}{C^i} \end{bmatrix}_{NxN} [T]_{Nx1} + \left[ \frac{\dot{q}}{C^i} \right]_{Nx1} \quad (44)$$

Na equação (44) percebe-se que, para uma dada linha da matriz de estados, que corresponde à equação de um elemento discreto, os termos fora da diagonal principal são todos nulos salvo para as colunas que correspondem a elementos adjacentes a ele, onde  $R_{ij}$  representam as resistências térmicas que os conectam e  $C^i$  representa a capacitância térmica do elemento em questão.

Da equação (44), uma vez que em regime permanente  $[\dot{T}]_{Nx1} = 0$ , percebe-se que a solução do sistema para tal condição se resume à resolução da matriz de estado, como segue:

$$[T]_{Nx1} = - \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{R_{esq}^i} + \frac{1}{R_{dir}^i} + \frac{1}{R_{cima}^i} + \frac{1}{R_{baixo}^i} \right) \frac{1}{C^i} & \frac{1}{C^i R^{ij}} (...) \\ \frac{1}{C^i R^{ij}} (...) & \left( \frac{1}{R_{esq}^i} + \frac{1}{R_{dir}^i} + \frac{1}{R_{cima}^i} + \frac{1}{R_{baixo}^i} \right) \frac{1}{C^i} \end{bmatrix}_{NxN}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ C^i \end{bmatrix}_{Nx1}$$

É possível provar através da reorganização da equação de estados que, em regime permanente, a solução do sistema não depende das capacitâncias térmicas  $C^i$ :

$$\begin{aligned} [\dot{T}]_{Nx1} = D_{NxN} \left( \frac{1}{C^i} \right) & \begin{bmatrix} \left( \frac{1}{R_{esq}^i} + \frac{1}{R_{dir}^i} + \frac{1}{R_{cima}^i} + \frac{1}{R_{baixo}^i} \right) & \frac{1}{R^{ij}} (...) \\ \frac{1}{R^{ij}} (...) & \left( \frac{1}{R_{esq}^i} + \frac{1}{R_{dir}^i} + \frac{1}{R_{cima}^i} + \frac{1}{R_{baixo}^i} \right) \end{bmatrix}_{NxN} [T]_{Nx1} \\ & + D_{NxN} \left( \frac{1}{C^i} \right) [\dot{q}]_{Nx1} \end{aligned}$$

onde  $D_{NxN} \left( \frac{1}{C^i} \right)$  é a matriz diagonal contendo o inverso das capacitâncias térmicas dos elementos discretos. A partir dessa formulação, percebe-se que em regime permanente as matrizes  $D_{NxN} \left( \frac{1}{C^i} \right)$  se cancelam, atestando a veracidade da afirmação anterior.

Uma possível abordagem de resolução do problema consiste em utilizar ferramentas de modelagem de sistemas dinâmicos, tais como MATLAB Simulink, para resolver o sistema de equações diferenciais. Tal estratégia foi adotada durante a execução do projeto devido à sua capacidade de integração com modelos dinâmicos de outros componentes do sistema, tais como motor, controlador, sistema visco-fluídico, etc.

Vale ressaltar que o modelo também prevê a adição de resistências adicionais na região dos elementos inferiores em função da interface entre o dispositivo e o mancal hidrodinâmico e na região dos elementos superiores em função da montagem do motor, que se acopla diretamente ao eixo do cilindro interno.

Por fim, podem-se avaliar também o tempo de resposta do sistema e o gradiente de temperatura do fluido e seu comportamento em função da variação da taxa de dissipação de energia no fluido que, por sua vez, depende da velocidade angular do cilindro interno.

Para tal, definiram-se duas métricas de interesse: a temperatura média dos elementos de fluidos e seu desvio padrão.

Para garantir uma boa precisão nos resultados obtidos foi realizada uma análise de sensibilidade, que consiste em medir as variações nas métricas de interesse causadas por variações nos parâmetros de modelo duvidosos, ou de baixa precisão. Basicamente, tal análise corresponde a medir de forma indireta as derivadas parciais das métricas em relação aos parâmetros duvidosos a fim de verificar sua relevância na propagação de erro através do modelo. Em particular, no caso do presente projeto, propuseram-se variações positivas e negativas de 20% em cada parâmetro estudado e em seguida as variações relativas das métricas-chave foram calculadas.

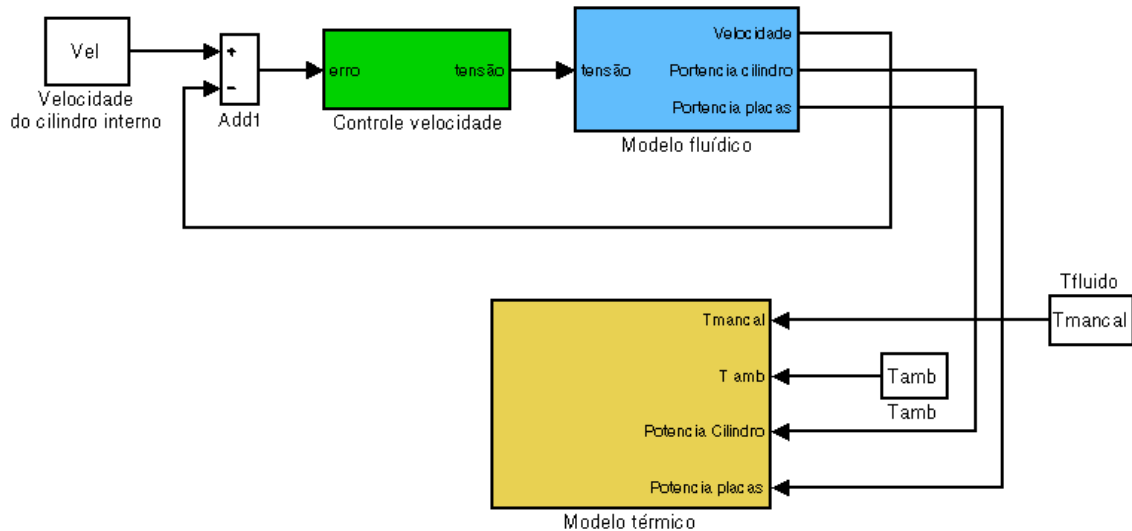
### 3.5 O MODELO DINÂMICO DO SISTEMA

A última etapa de modelagem do sistema consistiu na integração do modelo termodinâmico de parâmetros concentrados com os demais subsistemas que compõem o viscosímetro. Como citado anteriormente, isso foi possível por meio do uso do software MATLAB Simulink, onde foram integrados ao sistema o modelo do motor, o modelo da dinâmica das massas girantes, incluindo sua interação com o fluido confinado, bem como os modelos de atrito do o-ring e do comportamento térmico do sistema (modelo de parâmetros concentrados apresentado anteriormente).

Como consequência, torna-se possível simular o comportamento do sistema e projetar o controlador de velocidade do sistema (por exemplo, um controlador Proporcional, Integral e Derivativo - PID), bem como realizar uma pré-calibração de seus parâmetros.

A seguir, é apresentado o diagrama de blocos do sistema dinâmico em MATLAB Simulink, onde o bloco verde corresponde ao controlador de velocidade do sistema, que recebe realimentação de velocidade angular do cilindro interno aferida através de um encoder ou estimada a partir da tensão de alimentação do motor. O bloco azul corresponde ao modelo mecânico do sistema, responsável por simular sua dinâmica no grau de liberdade de rotação do cilindro interno, e, por último, o bloco amarelo

corresponde ao modelo termodinâmico de parâmetros concentrados, descrito na seção 3.4.



**Figura 19: Diagrama de blocos MATLAB Simulink do viscosímetro**

Uma última possível abordagem para o sistema dinâmico consiste em, dada a característica Newtoniana do fluido de trabalho, utilizar as variações da velocidade angular do cilindro interno para controlar a diferença de temperatura entre o fluido no mancal e aquele que se encontra no viscosímetro. Tal abordagem é factível, dados os resultados apresentados na seção 4.4 que atestam a controlabilidade da temperatura do sistema.

Para tal, pode-se empregar um par de termopares a fim de aferir a temperatura do fluido no mancal e sua temperatura no viscosímetro, realimentar o sistema de controle com a diferença das medidas e empregar uma segunda lei de controle que busque reduzir tal parâmetro através do ajuste da taxa de cisalhamento do fluido. O diagrama de blocos do sistema proposto é apresentado na Figura 20, e corresponde àquele apresentado na Figura 19 adicionado da nova malha de controle de temperatura. O bloco vermelho representa o sistema de controle de temperatura, que recebe realimentação da temperatura do fluido e aciona o sistema de controle de velocidade.

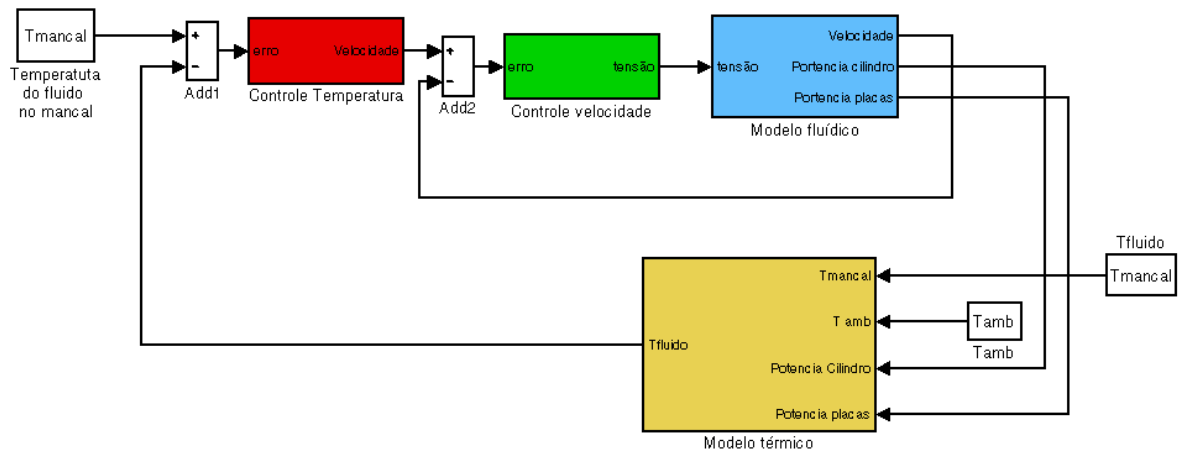


Figura 20: Malha de controle de temperatura do fluido no viscosímetro

### 3.6 CONSIDERAÇÕES RELEVANTES

Vale ressaltar que alguns viscosímetros de linha utilizados na indústria se diferem daquele desenvolvido no escopo do presente projeto pelo fato de aferirem a viscosidade efetiva do escoamento, o que significa que, em caso de um escoamento laminar, tais dispositivos medirão a viscosidade molecular do fluido, porém em casos de escoamentos turbulentos, estes aferirão a viscosidade aparente do escoamento, composta pela parcela laminar habitual e uma parcela devido às oscilações turbulentas, associadas aos tensores de Reynolds.

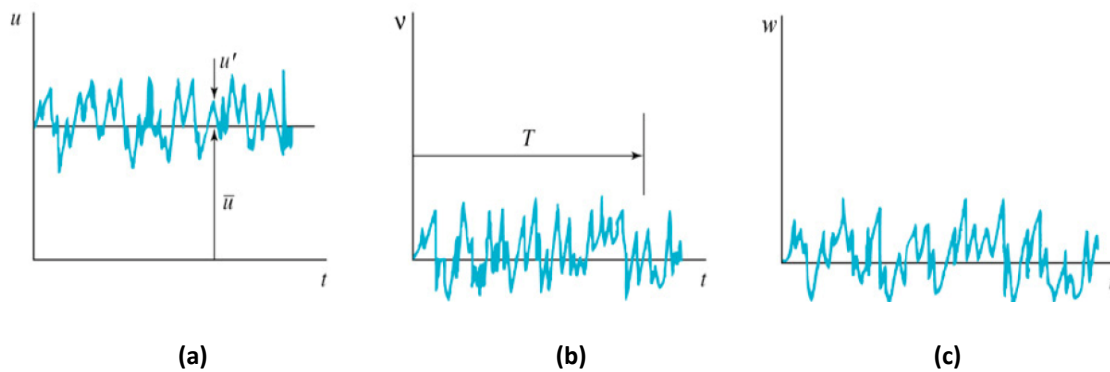
Considerando um escoamento interno em tubo circular na direção  $x$ , a tensão de cisalhamento no fluido é maior que aquela proposta por Newton, como apresentado em Potter e Wiggert (2003):

$$\tau_{esc} = \mu \frac{d\bar{u}}{dy} + \rho u'v' \quad (45)$$

onde  $u'$  e  $v'$  são as componentes aleatórias de movimento nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, e  $\bar{u}$  é a velocidade média em  $x$ .

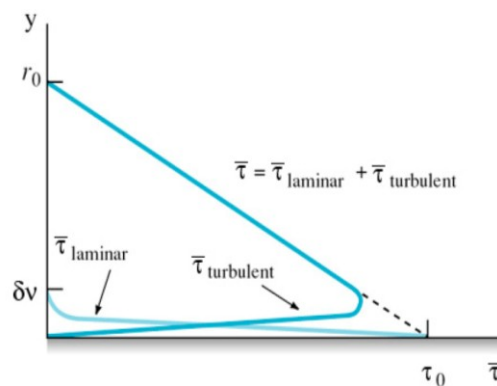
O primeiro termo do lado direito da equação (45) corresponde à tensão cisalhante viscosa proposta por Newton, ao passo que o segundo termo é conhecido como tensor de Reynolds e representa a parcela turbulenta da tensão cisalhante nos escoamentos desse tipo, onde as oscilações aleatórias nas velocidades das partículas, apresentadas na Figura 21, transportam quantidade de movimento nas direções perpendiculares à direção

principal do escoamento, aumentando a perda de carga na linha. Vale ressaltar que, em escoamentos turbulentos para tubos com alta rugosidade, a perda de carga na linha independe da viscosidade, indicando que as tensões cisalhantes turbulentas são preponderantes sobre as tensões viscosas e estão diretamente associadas às características do escoamento e da geometria do sistema, não necessariamente à viscosidade do fluido.



**Figura 21: Perfil de velocidade em um escoamento turbulento na direção x, Potter e Wiggert (2003).  
(a) direção x; (b) direção y e (c) direção z**

Dessa forma, ao serem introduzidos na linha a fim de aferir a viscosidade do fluido no escoamento, os viscosímetros de linha podem estar submetidos às tensões turbulentas, predominantes nas regiões internas do escoamento. Na Figura 22 é apresentado o comportamento das tensões cisalhantes ao longo de uma seção transversal de um tubo circular, evidenciando que a tensão turbulenta é predominante nas regiões centrais do escoamento, ao passo que a tensão laminar predomina na região da subcamada viscosa  $\delta v$ , geralmente pequena em comparação com o diâmetro do tubo.



**Figura 22: Tensão de cisalhamento em uma seção transversal do tubo, Potter e Wiggert (2003)**

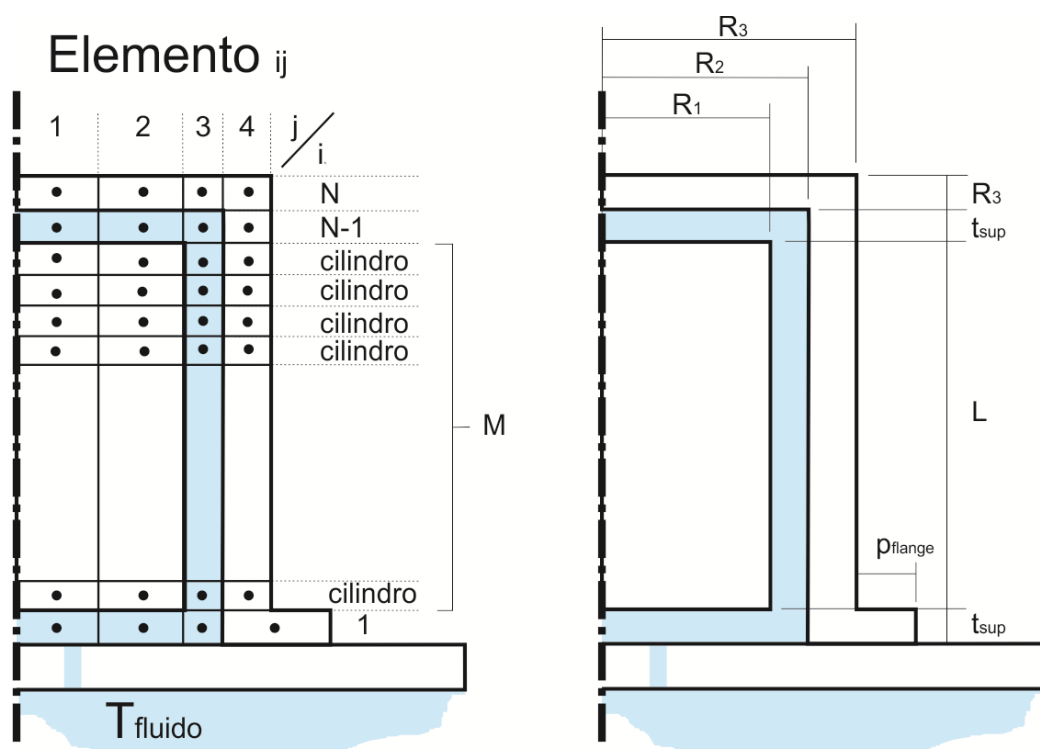
Por fim, a principal diferença do projeto desenvolvido para medições de viscosidade *online* consiste em aferir a viscosidade “laminar” do fluido, uma vez que ao confiná-lo na região entre cilindros concêntricos e trabalhar abaixo do número de Taylor crítico do sistema, um escoamento laminar é necessariamente imposto ao escoamento.

A característica descrita pode ser desejável ou não em função da aplicação do sensor. Na indústria alimentícia, por exemplo, procura-se realizar o controle da viscosidade das substâncias a fim de controlar sua qualidade ou seu comportamento na embalagem, sendo necessário, portanto, aferir viscosidade dinâmica laminar, como proposto no presente projeto. Por fim, vale ressaltar que no mancal hidrodinâmico para o qual foi primeiramente projetado o sistema, o escoamento é laminar com número de Reynolds relativamente baixo ( $Re \sim 100$ ), garantindo a validade da abordagem proposta no presente projeto.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse capítulo serão apresentados os resultados obtidos a partir da simulação dos modelos propostos no capítulo anterior, bem como algumas discussões a respeito dos mesmos.

Para permitir ao leitor a reprodução e validação dos resultados que seguem, é apresentado abaixo um diagrama geométrico do sistema contendo as principais dimensões do modelo e suas convenções de nomenclatura, Figura 23, além de uma lista completa do valor dos parâmetros adotados nas simulações, apresentadas nas tabelas 2, 3 e 4:



**Figura 23: Principais dimensões do modelo geométrico e convenções de classificação dos elementos da malha**

**Tabela 2: Condições ambiente empregadas nas simulações**

| Grandeza                     | Descrição                                                |
|------------------------------|----------------------------------------------------------|
| $T_{fluido} = 45^{\circ}C$   | Temperatura do fluido no mancal                          |
| $T_{amb} = 25^{\circ}C$      | Temperatura ambiente no laboratório de testes            |
| $h_{ar} = 15 \frac{W}{m^2K}$ | Coeficiente de convecção natural entre o cilindro e o ar |

Tabela 3: Dados do óleo de trabalho

| Grandeza                                              | Descrição                                                                |
|-------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| $k_{ol} = 0,23 \frac{W}{mK}$                          | Condutividade térmica do óleo                                            |
| $\rho_{ol} = 863 \frac{kg}{m^3}$                      | Densidade do óleo                                                        |
| $c_{ol} = 2017 \frac{J}{kgK}$                         | Calor específico do óleo                                                 |
| $\mu(T) = 0,043 e^{0.055 \cdot (30-T)} \frac{kg}{ms}$ | Viscosidade em função da temperatura (equação fornecida pelo fabricante) |

Tabela 4: Dados do alumínio (material utilizado na manufatura dos cilindros concêntricos)

| Grandeza                          | Descrição                         |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $k_{al} = 237 \frac{W}{mK}$       | Condutividade térmica do alumínio |
| $\rho_{al} = 2700 \frac{kg}{m^3}$ | Densidade do alumínio             |
| $c_{al} = 921 \frac{J}{kgK}$      | Calor específico do alumínio      |

#### 4.1 MODELO SIMPLIFICADO DO SISTEMA

O modelo simplificado do sistema foi implementado em uma planilha EXCEL, uma vez que para condições de regime permanente sua modelagem assume a forma de um sistema de funções definidas explicitamente nas variáveis de interesse. Dessa forma, através de sua análise é possível realizar um pré-dimensionamento geométrico e determinar as características desejáveis do motor.

A metodologia de concepção consistiu em definir as dimensões geométricas do sistema, dadas as seguintes restrições:

- $T_a < T_{acr}$ ;
- $R_3 \leq 30mm$ , uma vez que se soma a isso a dimensão da flange, necessária à fixação do viscosímetro no mancal que, por sua vez, possui restrições geométricas de área livre para acoplamento do sistema do viscosímetro;
- $\frac{\delta I_a}{\delta \mu} \geq 20 \frac{mA}{mPa \cdot s}$  na condição de operação mais crítica a fim de garantir que o sistema possua sensibilidade razoável para medir variações de tensão da ordem de  $10^{-3} Pa \cdot s$ ;

- Espessura dos vãos entre cilindros,  $t$  e  $t_{sup}$ , não inferiores a um milímetro, uma vez que, não tendo conhecimento prévio a respeito das condições de usinagem e fabricação dos cilindros concêntricos, não se pode garantir precisão em excentricidade ou alinhamento vertical. Tais erros se tornam críticos a partir de 25% de  $t$ , que correspondem a erros de medição de torque maiores que 5%, como apresentado no item 5.1. Ou seja, dado tal critério, são aceitos erros de excentricidade e alinhamento vertical inferiores a 0,25 mm;

Analisando a equação (17), nota-se que a sensibilidade do sistema aumenta com o aumento de  $c$ , constante de torque definida pela geometria do sistema que, no caso de cilindros concêntricos, corresponde à equação (24), reorganizada da seguinte maneira:

$$c = 4\pi R_1^2 \left( \frac{(R_1+t)^2 L}{t(2R_1+t)} + \frac{R_1^2}{4t_{sup}} \right) \quad (43)$$

De (43) podem-se calcular as derivadas parciais de  $c$  com relação a  $R_1$ ,  $t$  e  $t_{sup}$  como segue:

$$\frac{\delta c}{\delta R_1} = \frac{4\pi L}{t} \frac{[6R_1^4 + 12R_1^3 t + 8R_1^2 t^2 + 2R_1 t^3]}{(2R_1+t)^2} + \frac{4\pi R_1^3}{t_{sup}} > 0 \quad (44)$$

$$\frac{\delta c}{\delta t} = -4\pi R_1^2 L \frac{(2R_1^3 + 2R_1^2 t)}{t^2(2R_1+t)^2} < 0 \quad (45)$$

$$\frac{\delta c}{\delta t_{sup}} = -\frac{4\pi R_1^3}{t_{sup}^2} < 0 \quad (46)$$

Percebe-se, portanto que a constante  $c$  aumenta com a redução de  $t$  e  $t_{sup}$  e com o aumento de  $R_1$ , dados os resultados obtidos em (44), (45) e (46), o que permite afirmar que a máxima sensibilidade do sistema será garantida no limite superior permitido do raio do cilindro interno e no limite inferior do vão entre cilindros concêntricos, adotados, portanto, como dimensões de projeto ( $R_1 = 25mm$ ,  $t = t_{sup} = 1mm$ ). O comprimento dos cilindros,  $L = 50mm$ , foi definido de forma a ser condizente com as dimensões esperadas do sistema e garantir certa sensibilidade ao dispositivo. Dessa forma, o sistema proposto adota as dimensões apresentadas a seguir na Tabela 5.

Tabela 5: Dimensões do viscosímetro proposto

| Grandeza                       | Descrição                            |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| $R_1 = 25 \text{ mm}$          | Raio do cilindro interno (rotativo)  |
| $R_2 = 26 \text{ mm}$          | Raio interno do cilindro externo     |
| $t = R_2 - R_1 = 1 \text{ mm}$ | Espessura do vão entre cilindros     |
| $R_3 = 28 \text{ mm}$          | Raio externo do cilindro externo     |
| $L = 50 \text{ mm}$            | Comprimento do cilindro interno      |
| $t_{sup} = 1 \text{ mm}$       | Espessura do vão superior e inferior |

Como discutido no item 3.3, vale ressaltar que a aproximação proposta do escoamento no viscosímetro pelo escoamento de Taylor-Couette é razoavelmente precisa, uma vez que, dadas as relações que governam a influência da parede fixa no perfil de escoamento do sistema proposto,  $\frac{R_1}{t} = 25$  e  $\frac{L}{t} = 50$ , tem-se um Erro Quadrático Médio - EQM de aproximação do perfil de velocidade calculado em  $\frac{L}{2}$  muito inferior a  $10^{-3}$ , segundo proposto por Wendl (1999). Na verdade, o autor sugere em seu artigo que o EQM de aproximação do escoamento real pelo escoamento de Couette cai cerca de cinco ordens de grandeza quando se aumenta em dez a razão de aspecto  $\frac{L}{t}$ , o que levaria a um erro de aproximação inferior a  $10^{-20} \frac{m}{s}$  na região centrais do cilindro, dadas as dimensões de projeto.

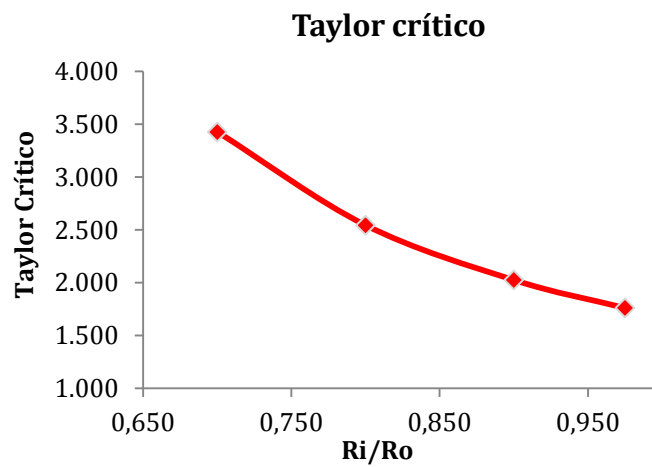
Em seguida, aborda-se a determinação do número de Taylor crítico para a geometria proposta. Como explicado anteriormente, segundo Lockett (2011) o número de Taylor crítico para fluidos Newtonianos é função das dimensões dos cilindros concêntricos e, para casos onde  $\frac{R_{interno}}{R_{externo}} \geq 0,8$ , pode ser aproximado pela seguinte função:

$$T_{a_{cr}} = \frac{\pi^4 \left(1 + \frac{R_{interno}}{R_{externo}}\right)^2}{4P} \quad (47)$$

$$\text{onde } P = 0,0571 \left(1 - 0,652 \left(\frac{R_{interno}}{R_{externo}} - 1\right)\right) + \frac{0,00056}{1 - 0,652 \left(\frac{R_{interno}}{R_{externo}} - 1\right)}.$$

Na Figura 24 se apresenta a curva do número de Taylor crítico segundo o modelo apresentado na equação (47) em função de  $\frac{R_{interno}}{R_{externo}}$ , onde se percebe que  $T_{acr} \sim 1700$  para  $\frac{R_{interno}}{R_{externo}} \sim 1$ , como proposto por Taylor (1922).

Dada a relação  $\frac{R_i}{R_o} \sim 0,962$  do sistema, tem-se um  $T_{acr} \sim 1805$  e, conseqüentemente, velocidade angular máxima, onde se garante a estabilidade do escoamento, de aproximadamente  $\omega_{max} \sim 2600 \text{ rpm}$ .



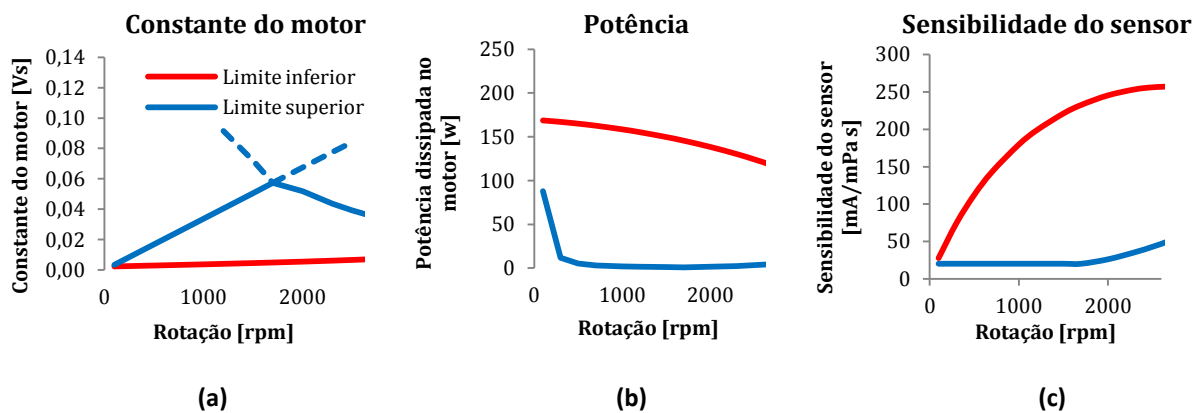
**Figura 24: Gráfico da curva do número de Taylor crítico**

Dessa forma, os resultados anteriores permitem garantir a precisão da aproximação simplificada para o escoamento entre cilindros concêntricos bem como assegurar que o escoamento interno será laminar.

O passo seguinte consiste em definir o o'ring empregado para a vedação do eixo. Para tal, utilizou-se o manual de seleção de o'rings, Parker (1997), desenvolvido pela empresa Parker Hannifin, resultando na escolha do modelo 2-007, cujo diâmetro interno é de  $\frac{5}{32} \text{ pol}$  e seu diâmetro de seção transversal de  $\frac{1}{16} \text{ pol}$ . O dimensionamento dos canais se baseou na metodologia aplicada em vedações estáticas. Para tais condições, verificou-se que o torque em função do atrito seco com o eixo seria de  $T_{oring} = 0,032 \text{ Nm}$  segundo o modelo proposto por Al-Ghathian e Tarawneh (2005), apresentado na seção 3.2. Para os cálculos do modelo, adotaram-se: coeficiente de atrito estático,  $\mu_{seco} = 0,4$ ; módulo de elasticidade da borracha do o'ring,  $E = 4 \text{ Mpa}$ , similar àquele empregado pelos autores em seu trabalho; e uma margem de segurança de 35% a fim de compensar

possíveis aumentos de fricção em função da pressurização do sistema e dilatação do material do o'ring.

Por fim, pode-se então desenvolver a metodologia de dimensionamento do motor a partir da definição do ponto de operação do sistema. Para tal, é possível encontrar o intervalo de constantes do motor capazes de gerar um viscosímetro que atenda aos requisitos de sensibilidade descritos anteriormente enquanto se varia a velocidade angular de operação. O limite superior de tal parâmetro é definido pela sensibilidade mínima desejada, ao passo que seu limite inferior é imposto pelas características elétricas nominais do motor, tais como corrente máxima e tensão de alimentação. Logo, dada a experiência prévia dos autores com motores elétricos de ímã permanente de 12V, adotou-se uma corrente máxima de 15A, tensão máxima igual à tensão nominal de alimentação e resistência efetiva de enrolamento do motor de  $0,85\Omega$ . Dessa forma, considerando-se as dimensões adotadas do sistema, a partir do modelo simplificado é possível obter os limites de operação apresentados na Figura 25.



**Figura 25: Análise do dimensionamento do motor em função da velocidade angular do regime de operação do sistema. (a) Curva do intervalo de possíveis constantes de motor; (b) Potência dissipada no enrolamento e; (c) Sensibilidade do sensor**

As curvas da Figura 25 são calculadas a partir do modelo apresentado na seção 3.2, empregando as equações (1), (2), (3) e (4). A potência dissipada no enrolamento é calculada a partir da resistência de enrolamento e da corrente de armadura e a sensibilidade do motor é calculada de acordo com a equação (17).

Primeiramente, vale ressaltar que a análise abrange o intervalo de 100 a 2600 rpm, onde se garante escoamento estável de Couette. Em segundo lugar, a mudança brusca na derivada do limite superior da constante do motor, Figura 25 (a), se

deve ao fato que, a partir de cerca de 1700 *rpm*, o fator limitante superiormente em termos de constante do motor deixa de ser a sensibilidade do sistema, cuja continuação da curva está representada pela linha tracejada à direita, e passa a ser a tensão de alimentação, cuja continuação da curva está representada à esquerda do gráfico.

Em seguida, é possível notar que quando se trabalha no limite superior da constante de motor (motores “grandes”), a potência dissipada no enrolamento de armadura é menor e a sensibilidade do sistema também. Por outro lado, reduções em tal parâmetro resultam em aumento de dissipação de energia no motor e melhoria na sensibilidade do sistema, porém o motor tende a operar em sua condição limite, o que significa que não há liberdade para aumentar a taxa de cisalhamento do sistema, tornando o projeto pouco flexível desse ponto de vista.

Dessa forma, definiu-se como critério de projeto selecionar um motor que adote certo compromisso entre ambos os fatores e se encontre na região central da curva de constante do motor, garantindo flexibilidade ao projeto, evitando consumo e dissipação excessiva de energia e garantindo razoável sensibilidade ao sistema. Por fim, a definição do ponto de operação depende dos resultados termodinâmicos apresentados na seção 4.4, dado o fato que a potência viscosa dissipada no fluido varia de quadraticamente com a velocidade angular do sistema e tem influência direta nos gradientes de temperatura longitudinais.

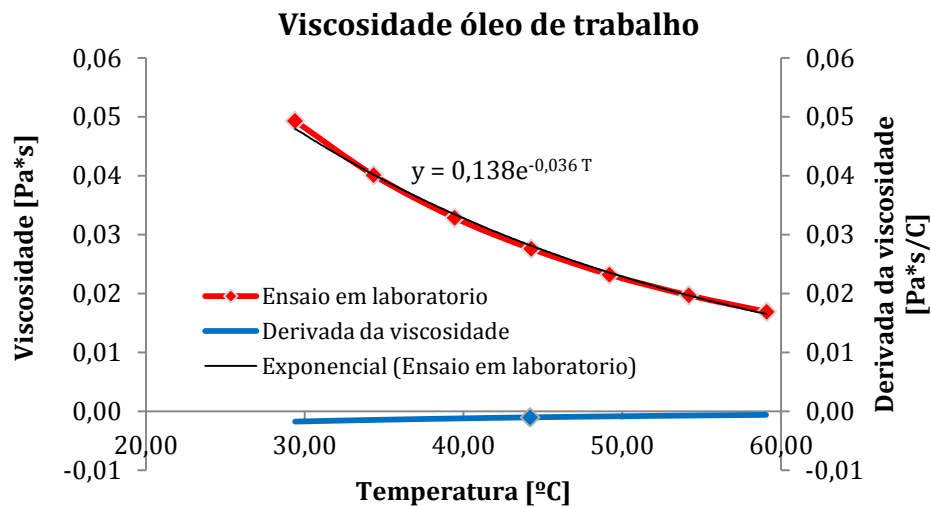
## 4.2 CARACTERIZAÇÃO DO FLUIDO

A fim de aumentar a acuracidade dos modelos propostos, realizou-se um processo de caracterização da curva de viscosidade do óleo empregado no mancal hidrodinâmico estudado que, segundo o fornecedor, corresponde a um óleo sintético com características semelhantes ao ISO VG 32.

Para tal, realizou-se um experimento utilizando um viscosímetro de bancada Brookfield digital Rheometer, modelo DV-III, com o qual se adotou o seguinte procedimento:

- A viscosidade foi avaliada em sete temperaturas diferentes, de  $30^{\circ}\text{C}$  a  $60^{\circ}\text{C}$ , em intervalos de cinco graus, tendo como ponto central a temperatura média de operação do mancal ( $45^{\circ}\text{C}$ );
- Foi realizada uma entrada em “rampa” na taxa de cisalhamento e a aferição de viscosidade foi realizada através do modelo de Bingham (1916);
- Para cada temperatura a viscosidade foi aferida duas vezes;

Os resultados obtidos são apresentados a seguir na Figura 26:

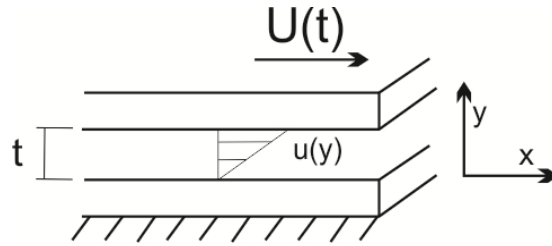


**Figura 26: Curva experimental de viscosidade do óleo ISO VG 32**

Vale ressaltar que a curva exponencial aproximada pelo método dos mínimos quadrados, destacada no gráfico, apresenta coeficiente de determinação de 0,9977 e será empregada para as simulações dos modelos que consideram a variação de viscosidade do fluido. A derivada da viscosidade em função da temperatura foi calculada a partir dessa mesma aproximação e o ponto em destaque corresponde ao ponto de operação do mancal, evidenciando o fato de que a derivada da curva é relativamente pequena em torno dessa região, fortalecendo a hipótese de viscosidade constante adotada como justificativa de alguns resultados a serem apresentados.

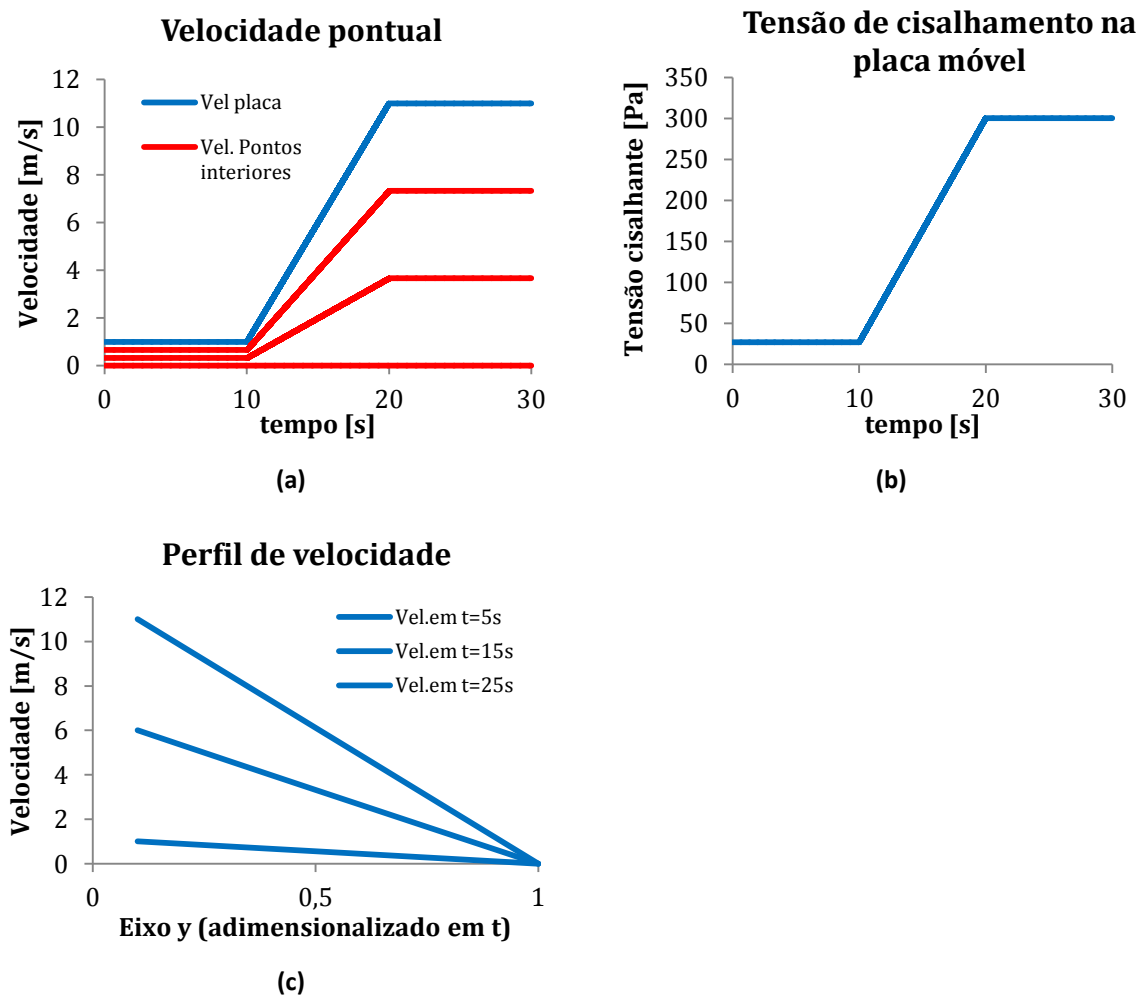
### 4.3 O PROBLEMA FLUÍDICO

A seguir é apresentada a solução do método explícito de diferenças finitas aplicado ao problema transiente de aceleração de placas paralelas em um escoamento plano de Couette, como apresentado na Figura 27.



**Figura 27: Escoamento transiente de Couette**

A fim de simular os efeitos da aceleração da placa superior no fluido, empregaram-se as equações (25) e (26) e utilizaram-se as condições de contorno geométricas planificadas apresentadas na Tabela 5, associadas a uma entrada em “rampa” em  $t = 10s$ , com velocidade inicial  $U(0) = 1 \frac{m}{s}$  e aceleração constante de  $1 \frac{m}{s^2}$ , e velocidade constante a partir de  $t = 20s$ , como apresentado na Figura 28.



**Figura 28: Estudo de velocidade no regime transiente do escoamento de Couette. (a) evolução temporal da velocidade pontual; (b) evolução temporal da tensão de cisalhamento da parede móvel e (c) perfil de velocidade**

Percebe-se que o efeito dinâmico da inércia do fluido é desprezível para as condições de contorno do problema, dado o perfil de velocidade linear e tensão cisalhante proporcional à velocidade da placa, mesmo durante o regime transiente. Isso pode ser explicado devido à predominância dos efeitos viscosos em detrimento dos efeitos inerciais do fluido

Por outro lado, considerando-se o problema com as mesmas condições de contorno da simulação anterior para um fluido com densidade mil vezes maior que o óleo de trabalho, aumentando consideravelmente sua inércia, obtêm-se os resultados apresentados na Figura 29.

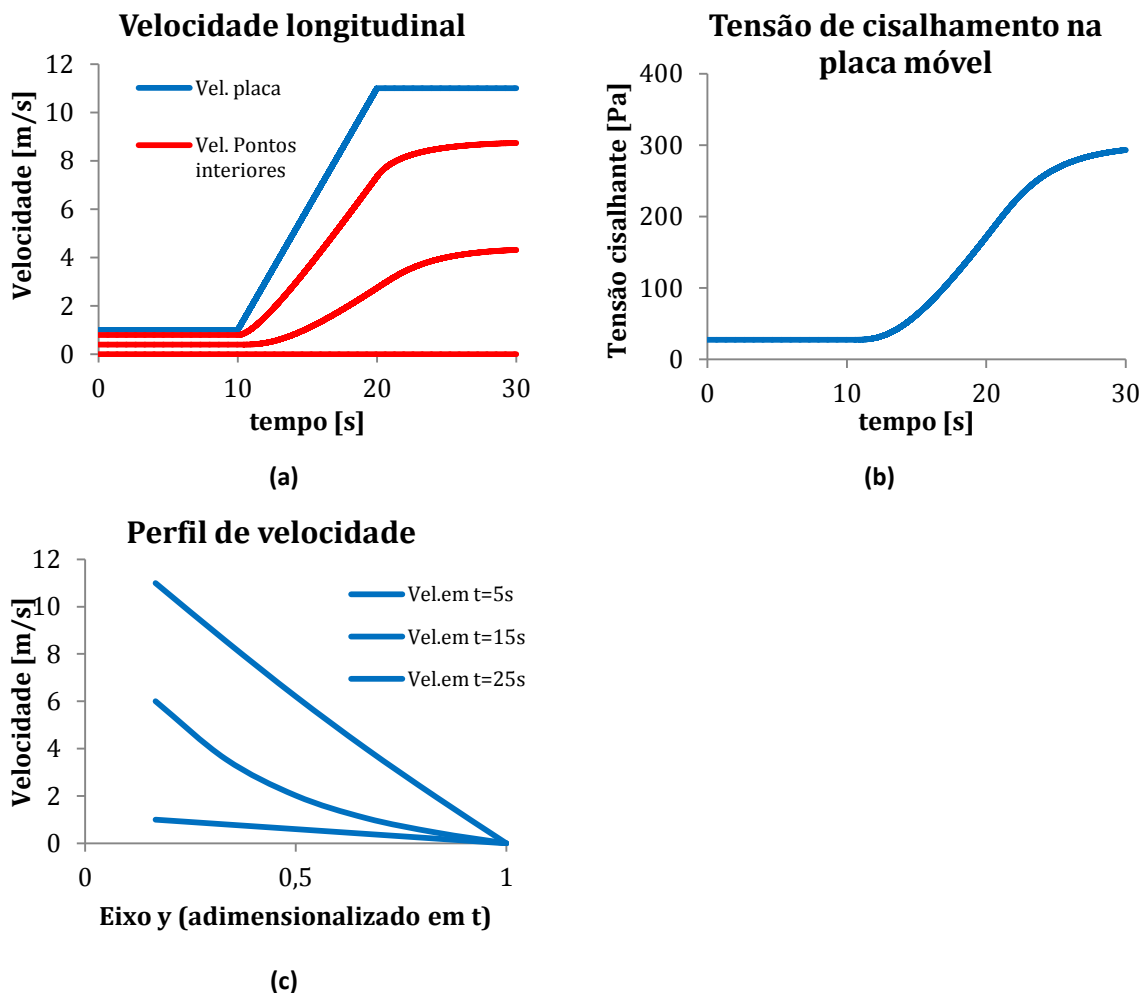


Figura 29: Estudo de velocidade no regime transiente do escoamento de Couette com viscosidade cinemática mil vezes menor que do óleo ISO VG 32. (a) evolução da velocidade pontual; (b) evolução da tensão de cisalhamento da parede móvel, (c) perfil de velocidade

Percebe-se que nesse caso os efeitos dinâmicos em função da inércia do fluido passam a ser relevantes, distorcendo os perfis de velocidade durante o regime transiente. Além disso, a evolução da tensão cisalhante na parede não segue seu perfil de velocidade, invalidando a hipótese de dependência linear entre o torque e a velocidade da placa (proporcional à velocidade angular do cilindro interno no modelo planificado).

Logo, conclui-se que, dados os resultados obtidos na simulação com as condições de contorno do presente projeto, é válida a hipótese de proporcionalidade entre o torque na superfície do cilindro móvel e sua velocidade angular em regime transiente, adotada na declaração da equação (4), parte do modelo simplificado do sistema.

#### 4.4 O PROBLEMA TÉRMICO

Esse tópico do presente trabalho tem como finalidade apresentar os resultados associados ao estudo dos gradientes de temperatura no fluido ao longo do dispositivo.

Primeiramente, é apresentada a solução numérica do problema termodinâmico do escoamento de Couette com viscosidade variável empregando-se as equações (32), (33) e (34), novamente seguindo as condições de contorno apresentadas no item 3.4 e os dados apresentados na Tabela 5.

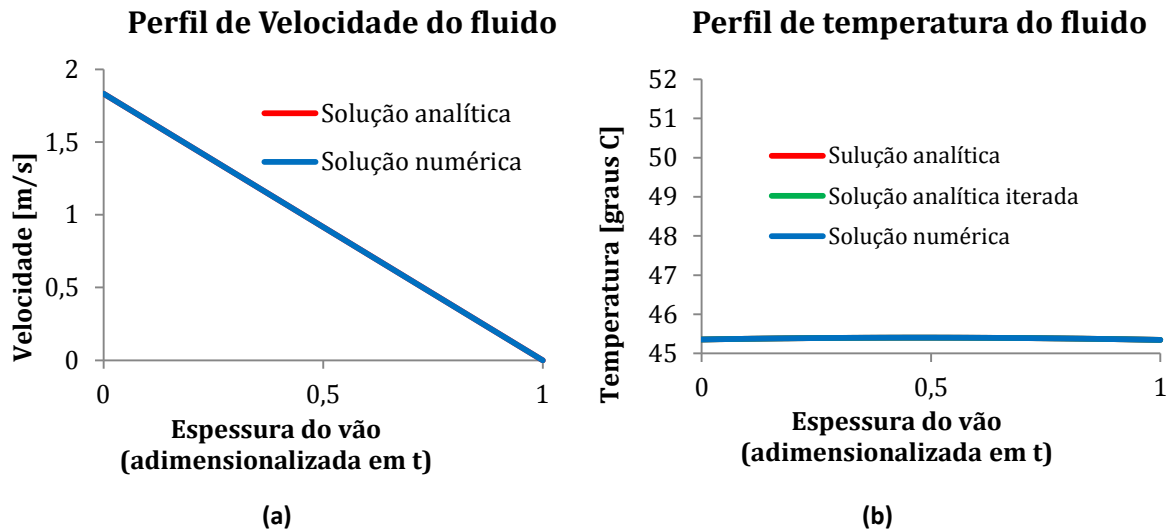
Vale ressaltar que as temperaturas  $T_{placa1}$  e  $T_{placa2}$  da Figura 15 são definidas pelas simulações do modelo de parâmetros concentrados, apresentadas a seguir nesta seção. Adicionalmente, se adota a condição de operação do sistema, definida por:

$$\omega \sim 700 \text{ rpm}$$

$$U = \omega R_1 \sim 1,83 \frac{m}{s}$$

$$T_{placa1} = 45,36^\circ C \text{ e } T_{placa2} = 45,36^\circ C,$$

Os resultados de perfil de velocidade e de temperatura obtidos são apresentados a seguir na Figura 30.

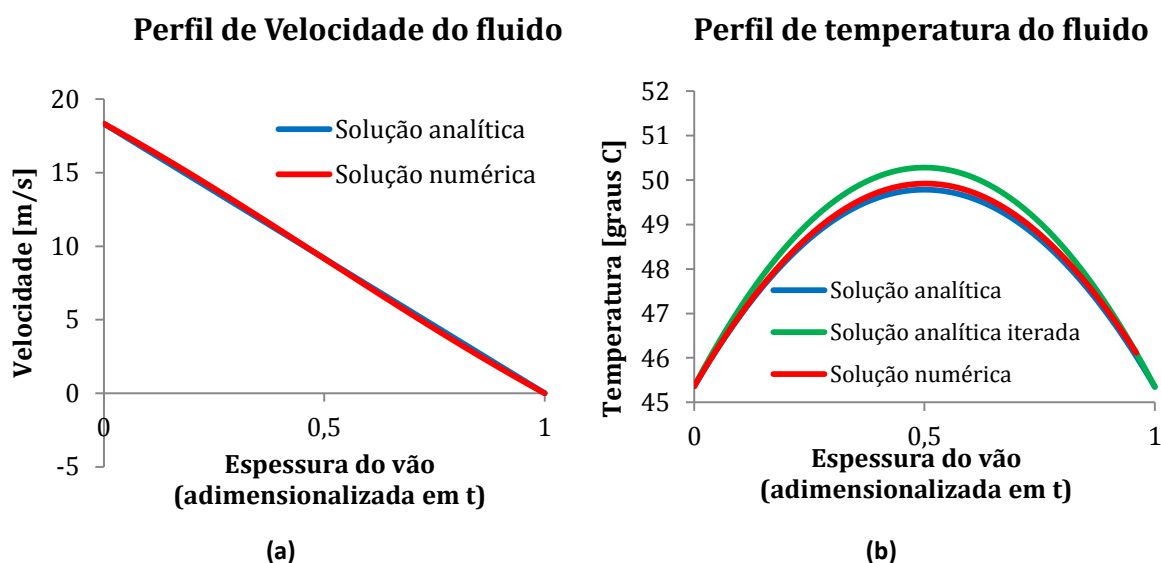


**Figura 30: Análise da influência da temperatura no perfil de velocidade do escoamento de Couette. (a) perfil de velocidade e (b) perfil de temperatura**

Nos gráficos da Figura 30, a solução analítica corresponde à solução térmica do escoamento de Couette considerando viscosidade constante igual à viscosidade do fluido de trabalho a temperatura igual a  $T_{placa1}$  e a solução analítica iterada corresponde à solução analítica do mesmo problema térmico onde, a cada iteração, uma nova viscosidade é adotada correspondendo à média entre a viscosidade anterior e a viscosidade calculada na temperatura média do perfil. Por último, a solução numérica consiste na solução numérica pelo método de diferenças finitas do sistema de equações diferenciais parciais do escoamento de Couette com viscosidade variável.

Percebe-se que a alteração do perfil de velocidade causada pela variação da viscosidade (em função de variações de temperatura) ao longo do vão entre as placas é imperceptível, dada a sobreposição das curvas apresentadas, e que o perfil de temperatura é praticamente linear, sendo válida, portanto, a hipótese de viscosidade constante. A justificativa para tal surge do fato que a derivada da curva de viscosidade do óleo tender a zero com o aumento da temperatura, sendo aproximadamente zero na região de operação do sistema, como já mencionado na seção 4.2.

Dessa forma, a gradiente radial de temperatura no vão entre os cilindros se deve essencialmente à transferência de calor por condução, e não à dissipação viscosa de energia no fluido, o que fortalece a hipótese adotada na modelagem térmica do sistema em que se considera o comportamento da lâmina de fluido como um sólido.



**Figura 31: Análise da influência da temperatura no perfil de velocidade do escoamento de Couette com velocidade angular dez vezes maior que a condição crítica encontrada no viscosímetro. (a) perfil de velocidade e (b) perfil de temperatura**

Os resultados apresentados na Figura 31 correspondem à simulação do mesmo modelo anterior em que se adota uma rotação angular 10 vezes maior, ou seja,  $\omega = 7000 \text{ rpm}$ , cuja finalidade consiste em ilustrar as mudanças no perfil de temperatura e velocidade em condições de dissipação de potência viscosa cem vezes maior.

Nesse caso, percebe-se que a energia dissipada no escoamento se torna considerável a ponto de deformar significativamente o perfil de temperatura, que passa a apresentar variações radiais de cerca de  $5^\circ\text{C}$ . Entretanto, as alterações no perfil de velocidade são ainda imperceptíveis.

Em seguida, estudaram-se os efeitos da propagação de calor ao longo do viscosímetro para entender o comportamento do gradiente longitudinal de temperatura no fluido. O modelo de parâmetros concentrados, apresentado no item 3.4, foi simulado com as condições de contorno apresentadas nas tabelas da seção 4 e temperatura inicial do sistema (válida para todos os elementos discretos) igual a  $25^\circ\text{C}$ . Além disso, optou-se por uma malha com treze linhas e quatro colunas de elementos discretos, correspondente aos "*Elementos<sub>cilindro,j</sub>*" da Figura 23. Na região da lâmina longitudinal de fluido foram definidas dez linhas e uma coluna de elementos discretos, dada a pequena espessura da região entre cilindros concêntricos. Para tal dimensionamento,

pode-se utilizar um critério adaptado do número de Biot, adimensional que compara a resistência convectiva do corpo imerso em um meio fluídico com sua resistência térmica de condução interna. Essa adaptação pode ser feita através da ampliação desse conceito, comparando resistências internas e resistências externas entre elementos discretos adjacentes, independente da forma que assumam.

$$Bi = \frac{R_{cond}}{R_{conv}}$$

Supondo um problema unidimensional em regime permanente, tem-se que o calor que atravessa o elemento discreto é igual ao calor que atravessa sua fronteira, de forma que:

$$\Delta T_{interno} \sim \frac{R_{interno}}{R_{externo}} \Delta T_{externo},$$

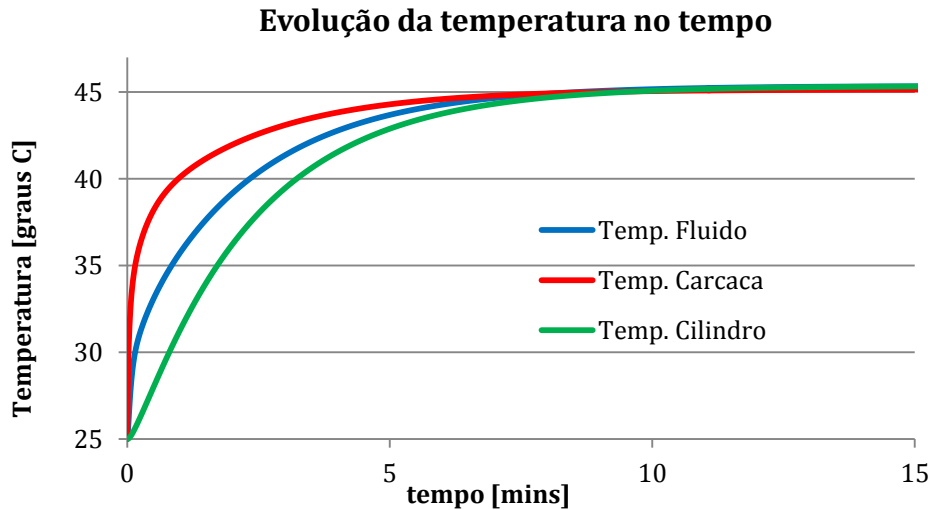
Como queremos um critério que garanta a validade da hipótese de temperatura uniforme nos elementos, devemos garantir que a relação  $\frac{\Delta T_{interno}}{\Delta T_{externo}}$  seja inferior a um dado valor. Logo, podemos definir o número de Biot adaptado ( $Bi'$ ) como segue:

$$Bi' = \frac{R_{interna}}{\Sigma R_{adjacentes}} = \frac{\frac{t_{hor}}{kA_{hor}} + \frac{t_{vert}}{kA_{vert}}}{\Sigma R_{adjacentes}},$$

Dessa forma, define-se como critério para o tamanho dos elementos discretos que o número de Biot adaptado seja inferior a uma constante,  $Bi' < cste$ . Para o caso de sólidos imersos em fluidos, o número de Biot crítico é geralmente adotado como 0,1, segundo Çengel (2009). No caso do critério adaptado, pode-se definir tal valor crítico através da simulação do modelo para diferentes tamanhos dos elementos discretos, buscando identificar o ponto em que reduções das dimensões dos elementos deixam de resultar em variações significativas nos resultados finais da distribuição de temperatura do sistema. Finalmente, pode-se garantir que a precisão do modelo de parâmetros concentrados seja aceitável e que a malha de elementos discretos esteja bem dimensionada.

Na Figura 32, é apresentada a evolução temporal da temperatura média do fluido, da carcaça e do cilindro, calculada a partir da solução numérica da equação (44), dada

temperatura inicial dos elementos discretos do viscosímetro igual à temperatura ambiente ( $T_{amb} = 25^{\circ}C$ ), temperatura do mancal igual à  $45^{\circ}C$  e velocidade angular do cilindro interno de 700 rpm.



**Figura 32: Evolução da temperatura no sistema proposto**

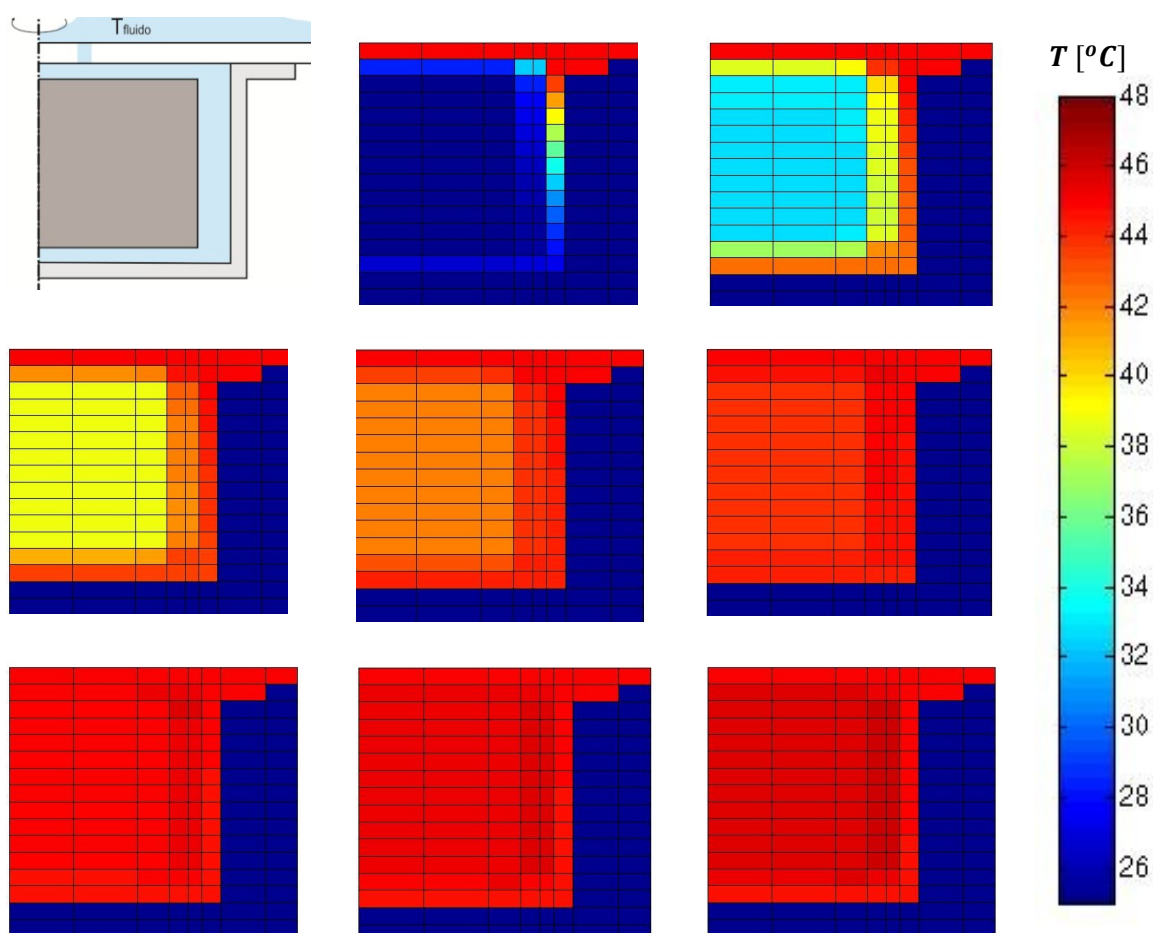
Percebe-se que a carcaça de alumínio, dada sua alta difusividade térmica (alta condutividade térmica e baixo calor específico) e o contato direto com o mancal, é o primeiro elemento a se aquecer e sua temperatura média em regime é muito próxima da temperatura do fluido no mancal. Já o fluido e o cilindro interno possuem um tempo de resposta maior. No caso do fluido, isso se deve à sua baixa difusividade térmica (alto calor específico e baixa condutividade térmica) e, no caso do cilindro, se deve principalmente ao fato de estar envolto pelo fluido, fazendo com que seu comportamento seja completamente subordinado a um aquecimento prévio do mesmo.

Vale ressaltar que suas temperaturas médias são ligeiramente maiores que a temperatura do mancal em função da dissipação de potência viscosa no fluido confinado entre cilindros concêntricos, fenômeno que será apresentado posteriormente na Figura 34 (a).

Por último, percebe-se que o tempo de resposta do sistema é relativamente grande, com o regime permanente sendo atingido após aproximadamente 10 minutos. Tal fenômeno não representa um problema para as possíveis medições de viscosidade, uma vez que o mancal ao qual estará acoplado também é um sistema com altíssima

capacidade térmica e relativa alta resistência térmica de fronteira (devido à convecção natural com o ar), tornando-o, portanto, um sistema ainda mais lento.

Abaixo são apresentados diagramas da evolução da distribuição de temperatura no tempo para as mesmas simulações, cujo intuito consiste em facilitar a compreensão do fenômeno de transferência calor no sistema, onde se verifica que a carcaça é o grande responsável por difundir a energia térmica no sistema e homogeneizar suas temperaturas. Os diagramas seguem a convenção apresentada na primeira imagem da Figura 33, onde cada imagem corresponde a um meio cilindro em corte, de forma a que o mancal se encontre na região superior da imagem.



**Figura 33: Evolução da temperatura no modelo de parâmetros concentrados (a sequência segue da esquerda para a direita, de cima para baixo)**

Em seguida, apresenta-se a Tabela 6 com os gradientes de temperatura no fluido, carcaça e cilindro depois de atingido o regime permanente na mesma simulação apresentada anteriormente, onde as temperaturas são apresentadas em graus Celsius e

correspondem a cada um dos dez elementos discretos longitudinais de fluido no modelo de parâmetros concentrados.

**Tabela 6: Gradiente de temperatura em regime permanente**

| Elemento        | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | Tmédia       |
|-----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------|
| <b>Fluido</b>   | 45,27 | 45,28 | 45,29 | 45,30 | 45,32 | 45,35 | 45,38 | 45,42 | 45,46 | 45,51 | <b>45,36</b> |
| <b>Carcaça</b>  | 45,00 | 45,00 | 45,02 | 45,05 | 45,08 | 45,13 | 45,19 | 45,26 | 45,35 | 45,45 | <b>45,15</b> |
| <b>Cilindro</b> | 45,35 | 45,35 | 45,35 | 45,36 | 45,36 | 45,36 | 45,36 | 45,37 | 45,37 | 45,37 | <b>45,36</b> |

Percebe-se que o gradiente de temperatura nos elementos de fluido é muito baixo, apresentando uma diferença de temperatura máxima de  $0,24^{\circ}\text{C}$  para a condição simulada, e que sua temperatura média é de cerca de  $45,36^{\circ}\text{C}$ , ligeiramente maior que a temperatura do fluido na linha.

É natural pensar que esse fenômeno ocorre em função da potência viscosa dissipada no fluido que, por sua vez, depende quadraticamente da velocidade angular de rotação do cilindro interno, como apresentado anteriormente. Dessa forma, realizou-se uma análise onde foram avaliadas as variações na temperatura média do fluido, em seu desvio padrão (métrica adotada para mensurar o gradiente de temperatura) e no balanço energético do sistema em função de variações na taxa de cisalhamento do fluido. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 34.

É possível notar que a temperatura média no fluido e na carcaça possui uma dependência aproximadamente quadrática com a rotação, fato comprovado pelo ajuste de polinômios de segundo grau apresentados a seguir através do método dos mínimos quadrados, resultando em coeficientes de determinação iguais a um,  $R^2 = 1$ .

$$T_{\text{fluido}}^{\text{quad}}(\text{rpm}) = 6,737 \cdot 10^{-7} \text{rpm}^2 + 8,258 \cdot 10^{-4} \text{rpm} + 44,458$$

$$T_{\text{carcaça}}^{\text{quad}}(\text{rpm}) = 3,056 \cdot 10^{-7} \text{rpm}^2 + 8,171 \cdot 10^{-4} \text{rpm} + 44,437$$

Em seguida, é possível notar que existe um ponto de mínimo local no gradiente longitudinal de temperatura do fluido, que está próximo à rotação em que a potência viscosa dissipada no fluido é igual ao calor recebido do mancal pelo viscosímetro, girando em torno de  $650 \text{ rpm}$ . Esse fenômeno pode ser explicado uma vez que essa condição é

aquela em que, dada a distribuição uniforme de geração e transferência de calor no sistema, a energia térmica percorre o menor caminho até as fronteiras do volume de controle, fazendo com que as quedas de potencial térmico (temperatura) sejam menores. Uma possível análise de tal fenômeno, que não faz parte do escopo do presente trabalho, pode ser realizada através da manipulação da matriz de estado do sistema, apresentada na equação (44).

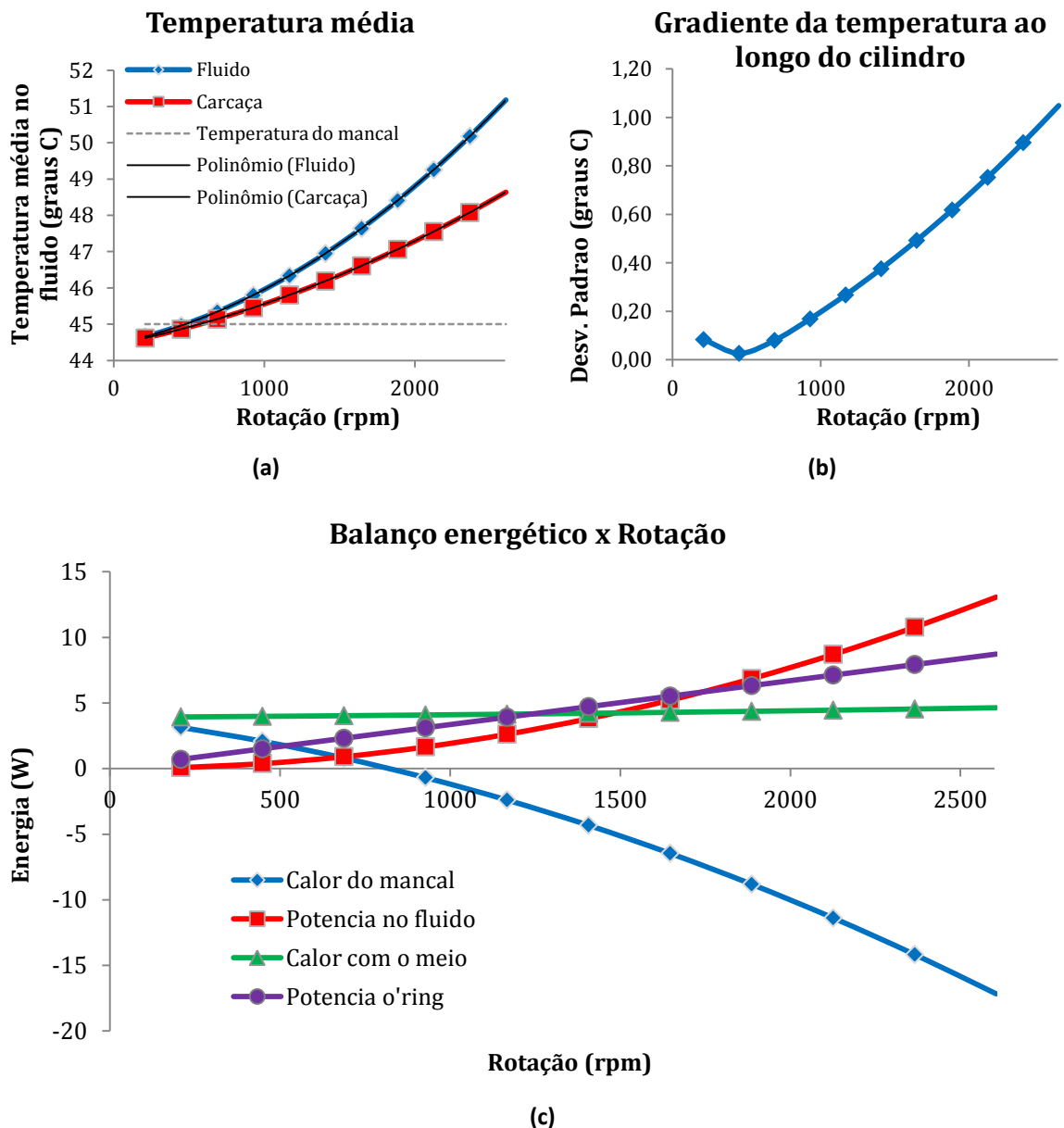


Figura 34: Variação nas métricas chave do modelo em função da rotação. (a) variação da temperatura média no cilindro externo e fluido; (b) variação do gradiente de temperatura no cilindro externo e fluido e (c) transferência de calor entre componentes do sistema

Percebe-se também que essa mesma velocidade de rotação corresponde ao ponto em que a temperatura média do fluido é igual à temperatura do mancal e, portanto, é potencialmente a região de interesse para a operação do sistema, pois se garante assim a maior precisão possível na aferição da viscosidade do fluido.

Por fim, conclui-se também que é possível controlar a temperatura de regime do sistema através da imposição da taxa de cisalhamento do fluido, fenômeno que pode ser explorado através do uso de termopares, como sugerido na seção 3.5.

Dando continuidade ao estudo do comportamento do sistema, buscou-se avaliar a sensibilidade do modelo proposto a parâmetros com grande imprecisão a fim de garantir sua confiabilidade. Os parâmetros imprecisos correspondem a grandezas que podem naturalmente variar em função de fenômenos naturais, como no caso da temperatura ambiente, e grandezas cujos valores são difíceis de estimar e/ou encontrar referências na literatura, como no caso dos parâmetros termodinâmicos do óleo de trabalho.

A análise de sensibilidade consiste em variar tais parâmetros e aferir seu impacto nas variações relativas dos resultados, analisando as métricas-chave: temperatura média e desvio padrão das temperaturas, como apresentado na Tabela 7 e na

Tabela 8:

**Tabela 7: Análise de sensibilidade para uma variação de -20% na variável teste**

| <b>700 rpm</b><br>(Variações de -20%) |              | $T_{média}$ | $\Delta T_{média}$ | $\sigma_T$ | $\Delta \sigma_T$ |
|---------------------------------------|--------------|-------------|--------------------|------------|-------------------|
| <b>Variável</b>                       | (valor base) | 45,36       |                    | 0,083      |                   |
| $k_{ol}$                              | 0,23         | 45,36       | 0,00%              | 0,083      | 0,00%             |
| $cp_{ol}$                             | 2017         | 45,36       | 0,00%              | 0,083      | 0,00%             |
| $h_{ar}$                              | 15           | 45,36       | 0,00%              | 0,083      | 0,00%             |
| $T_{amb}$                             | 25           | 45,22       | -0,30%             | 0,055      | -34,18%           |

**Tabela 8: Análise de sensibilidade para uma variação de +20% na variável teste**

| <b>700 rpm</b><br>(Variações de +20%) |              | $T_{média}$ | $\Delta T_{média}$ | $\sigma_T$ | $\Delta \sigma_T$ |
|---------------------------------------|--------------|-------------|--------------------|------------|-------------------|
| <b>Variável</b>                       | (valor base) | 45,36       |                    | 0,083      |                   |
| $k_{ol}$                              | 0,23         | 45,36       | 0,00%              | 0,083      | 0,00%             |
| $cp_{ol}$                             | 2017         | 45,36       | 0,00%              | 0,083      | 0,00%             |

|           |    |       |       |       |        |
|-----------|----|-------|-------|-------|--------|
| $h_{ar}$  | 15 | 45,36 | 0,00% | 0,083 | 0,00%  |
| $T_{amb}$ | 25 | 45,49 | 0,30% | 0,115 | 38,51% |

Percebe-se que o modelo é pouco sensível a erros associados às variáveis testadas, uma vez que no caso mais crítico, variação de  $-5^{\circ}C$  na temperatura ambiente, observa-se uma variação de apenas  $-0,3\%$  na temperatura média do fluido. Por outro lado, percebe-se que o gradiente de temperatura varia consideravelmente em função desse parâmetro, de forma a que, quanto maior a temperatura ambiente, maior o gradiente de temperatura no fluido. A justificativa para adotar  $T_{amb} = 25^{\circ}C$ , dada a média histórica anual de temperatura em São Carlos, que gira em torno de  $21^{\circ}C$ , é que a bancada se encontra dentro de um laboratório fechado e que o mancal aquece consideravelmente o ambiente ao seu redor. De qualquer forma, vale frisar que, em valores absolutos, o gradiente de temperatura no fluido para condição de operação,  $\Delta T_{fluido} = 0,24^{\circ}C$ , ainda é desprezível.

## 5. IMPLEMENTAÇÃO DO PROJETO FÍSICO

Nesse capítulo são apresentados os projetos mecânico e elétrico do sistema, compreendendo detalhes técnicos mecânicos, seleção de componentes mecânicos e diagramas elétricos. Este material foi empregado na concepção de um protótipo físico, cuja finalidade consistiu em validar os modelos e verificar a acuracidade do dispositivo proposto para medições de viscosidade no contexto descrito anteriormente.

De fato, em função de um equívoco de programação de modelo tardiamente descoberto, o protótipo físico manufaturado foi dimensionado de maneira errada, inviabilizando as medições de viscosidade do óleo de trabalho com precisão. Por outro lado, tal problema não impossibilitou a realização de experimentos para a verificação de diversos aspectos físicos dos modelos propostos, bem como a validação do conceito de medição de viscosidade através da corrente de armadura.

### 5.1 PROTÓTIPO FÍSICO

#### 5.1.1 PROJETO MECÂNICO

O último passo do projeto mecânico consiste na seleção do motor. Adotando-se o ponto ótimo de operação do sistema calculado na seção 4.4,  $\omega \sim 650rpm$ , e seu respectivo intervalo de possíveis constantes de motor de aproximadamente  $0,02Vs < k_m < 0,003Vs$ , como apresentado na Figura 25 (a) da seção 4.1, podem-se buscar no mercado motores de ímã permanente que atendam tais especificações. Tal tarefa pode não ser fácil, uma vez que nem todos os fabricantes disponibilizam tais informações em seus catálogos. Vale ressaltar que existem motores com características semelhantes, capazes de atender a tais requisitos de projeto, empregados em secadores de cabelo, impressoras e dispositivos do gênero.

Adicionalmente, durante a realização do projeto mecânico atentou-se para o fato de que possíveis erros de montagem ou manufatura poderiam acarretar em erros de modelo, além de alterar as medições entre sucessivos processos de montagem e desmontagem do sistema. Dessa forma, uma simples análise da equação de Newton aplicada às geometrias deformadas foi realizada a fim de se estudar três graus de

liberdade dos erros de montagem: erros de excentricidade, erros alinhamento e erros de ângulo de encaixe dos cilindros concêntricos, apresentados na Figura 35.

A análise consistiu em equacionar a espessura  $t(r, \theta, z)$  como função de  $r, \theta$  e  $z$ , dados os erros de montagem  $\Delta x, \Delta y$  ou  $\Delta \alpha$ , e integrar a equação de Newton na superfície de interesse do cilindro interno:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{\omega R_1}{t(r, \theta)}$$

O equacionamento dos problemas propostos e suas soluções são apresentados a seguir e se baseiam na hipótese de que as alterações geométricas impostas ao sistema em função dos erros de montagem não alteram a natureza unidimensional do escoamento.

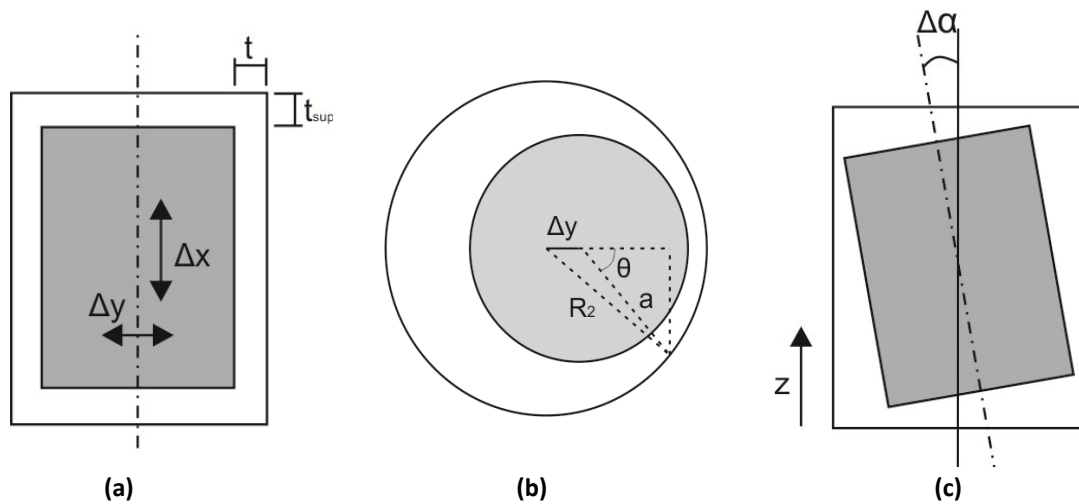


Figura 35: (a) Erros em  $x$  e  $y$  - cilindro em vista lateral; (b) erro de excentricidade - cilindro em vista de topo e; (c) erro no ângulo de encaixe - cilindro em vista lateral

- a) Um erro em  $x$ , como apresentado em Figura 35 (a), modifica a espessura do vão superior e inferior em  $\pm \Delta x$ , resultando em:

$$T' = \frac{2}{4} \pi \mu \omega R_1^4 \left( \frac{1}{t_{sup} - \Delta x} + \frac{1}{t_{sup} + \Delta x} \right)$$

Considerando o erro relativo  $\frac{\Delta x}{t}$ , temos:

$$T' = \frac{2}{4t} \pi \mu \omega R_1^4 \frac{1}{1 - \left( \frac{\Delta x}{t_{sup}} \right)^2}$$

Logo, pode-se calcular a variação relativa na medida do torque em função de um erro  $\frac{\Delta x}{t_{sup}}$ , onde  $T'$  corresponde ao torque com erro de montagem:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{T' - T}{T} = \frac{\left(\frac{\Delta x}{t_{sup}}\right)^2}{1 - \left(\frac{\Delta x}{t_{sup}}\right)^2}$$

- b) Um erro em  $y$  modifica a espessura do vão lateral entre cilindros como apresentado na Figura 35 (b), que apresenta os cilindros concêntricos em uma vista de topo. O equacionamento do problema resulta em:

Da lei dos cossenos aplicada ao triângulo  $\Delta y - R_2 - a$ :

$$R_2^2 = \Delta y^2 + a^2 - 2\Delta y a \cos(180^\circ - \theta)$$

De onde se soluciona a equação do segundo grau em  $a(\theta)$ :

$$a = -\Delta y \cos(\theta) \pm \sqrt{R_2^2 - \Delta y \sin^2 \theta}$$

Considerando o erro relativo  $\frac{\Delta y}{t}$ , temos:

$$a = -t \frac{\Delta y}{t} \cos(\theta) \pm R_2 \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta y}{R_2}\right)^2 \sin^2 \theta}$$

E dado que  $\sin(\theta) < 1$  para  $2\pi > \theta > 0$ , e  $\left(\frac{\Delta y}{R_2}\right)^2 \ll 1$ , a equação anterior pode ser aproximada por:

$$a = -t \frac{\Delta y}{t} \cos(\theta) + R_2$$

De onde,

$$t(\theta) = a(\theta) - R_1$$

$$t(\theta) = R_2 - R_1 - t \frac{\Delta y}{t} \cos(\theta) = t \left[1 - \frac{\Delta y}{t} \cos(\theta)\right]$$

Cuja integral

$$T' = \int_A \mu \frac{\omega R_1}{t(\theta)} R_1 dA = \mu L \omega R_1^3 \int \frac{1}{t(\theta)} d\theta = \mu L \omega R_1^3 \int \frac{1}{t - t \frac{\Delta y}{t} \cos(\theta)} d\theta$$

possui solução analítica trabalhosa, porém pode ser facilmente resolvida com auxílio de métodos numéricos.

Em seguida, pode-se calcular a variação relativa na medida de torque em função do erro relativo  $\frac{\Delta y}{t}$ .

- c) Um erro  $\Delta \alpha$  modifica a espessura ao longo dos vãos superior e inferior de maneira simétrica, e modifica a espessura do vão lateral entre cilindros ao

longo de sua direção axial, como apresentado na Figura 35 (c). Dessa forma, pode-se aproximar a solução do problema pela soma das soluções de erro em  $\Delta y$  variável em  $z$ , e  $\Delta x$  variável em  $r$  e  $\theta$ .

O problema lateral pode ser equacionado como o problema (b), com a particularidade de  $\Delta y$  ser uma função linear de  $z$ , o que nos leva ao seguinte equacionamento para a espessura do vão,  $t(\theta, z)$ :

$$t(\theta, z) = R_2 - R_1 - \tan(\Delta\alpha)z \cos(\theta)$$

A equação acima pode ser numericamente integrada na superfície lateral do cilindro:

$$T' = \int_A \mu \frac{\omega R_1}{t(\theta, z)} R_1 dA = \mu L \omega R_1^2 \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{1}{t(\theta, z)} d\theta dz = \mu L \omega R_1^2 \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_0^{2\pi} \frac{1}{R_2 - R_1 - \tan(\Delta\alpha)z \cos(\theta)} d\theta dz$$

Finalmente, um erro  $\Delta\alpha$  modifica a espessura dos vãos superior e inferior, resultando no seguinte equacionamento para a espessura:

$$t(\theta, r) = \tan(\Delta\alpha) r \cos(\theta) + t_{sup} + \frac{L}{2} [1 - \cos(\Delta\alpha)],$$

que pode ser novamente integrado numericamente nas superfícies inferior e superior do cilindro interno.

Em seguida, pode-se calcular a variação relativa na medida de torque em função do erro  $\Delta\alpha$  a partir da soma das duas soluções.

Os resultados numéricos apresentados na Figura 36 foram integrados com auxílio do programa MATLAB utilizando o método de quadratura de Simpson, onde o erro percentual de montagem em  $x$  corresponde a  $\frac{\Delta x}{t_{sup}}$ , em  $y$  corresponde a  $\frac{\Delta y}{t}$ , e no eixo das ordenadas corresponde a  $\frac{T' - T}{T}$ . Os resultados apresentados correspondem às variações nas medidas de torque para cada um dos erros independentemente, onde se assume que não ocorre mais de um erro de montagem simultaneamente.

Percebe-se que para erros em  $x$  e  $y$  inferiores a 20% tem-se menos de 3% de variação do torque, evidenciando o fato de que o sistema é relativamente pouco sensível nessas dimensões. Já no caso do grau de liberdade angular  $\Delta\alpha$ , verifica-se que para um erro de 2° tem-se aproximadamente 25% de variação de torque, o que permite concluir

que o sistema é bastante sensível a esse problema de montagem. Vale ressaltar que, para a geometria adotada, o erro máximo de ângulo de encaixe do sistema é de  $2,29^\circ$  em função de sua geometria. Dessa forma, apesar das simplificações do modelo fluídico e da hipótese de escoamento unidimensional, percebe-se a importância de garantir uma montagem precisa e de boa repetibilidade, tornando necessário definir como requisito de projeto a minimização de possíveis erros angulares.

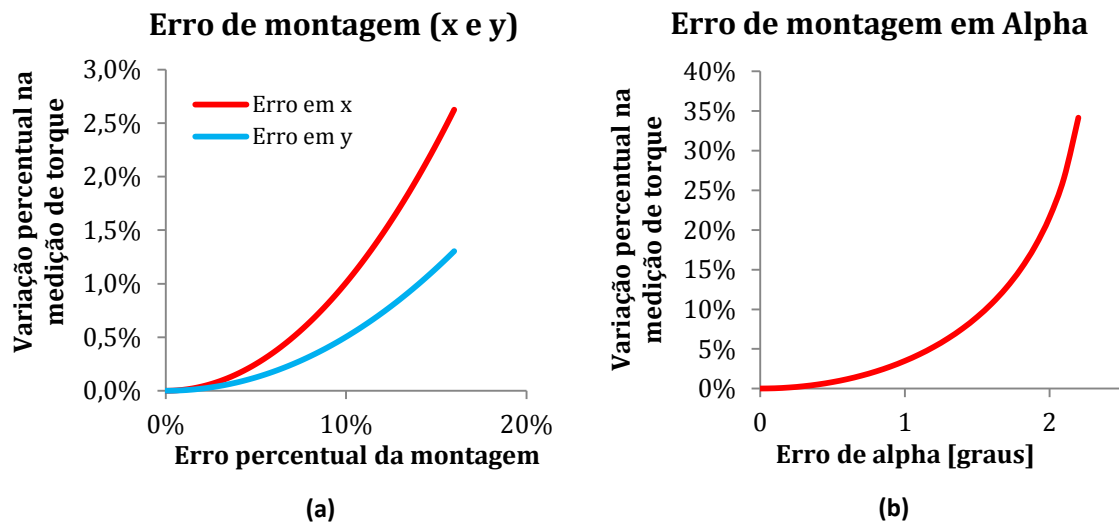


Figura 36: Erro de medição de torque em função de: (a) erros de alinhamento em x e y e (b) erro angular de encaixe

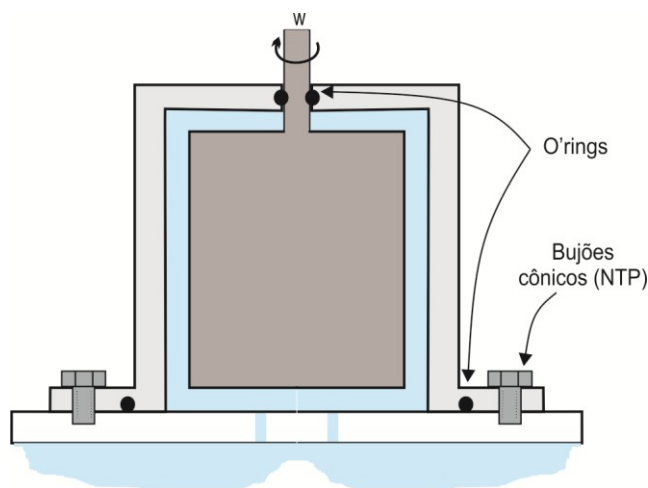
Vale ressaltar que, durante a montagem do sistema, os três tipos de erro devem ser encontrados simultaneamente. Dessa forma, a variação na medida de torque deve ser uma função de  $R^3 \rightarrow R$ , porém, para erros não muito grandes, um resultado aproximado pode ser obtido pela soma dos três erros de montagem individualmente com certa precisão.

Uma vez dimensionado o sistema, dois problemas técnicos requereram maior atenção: a vedação do sistema de cilindros concêntricos e a fixação do sistema no mancal de forma a não permitir vazamento de óleo pelo parafuso (caso venham a ser utilizados). Como apresentado na seção 4.1, a solução adotada empregou o-rings para vedar o sistema nas posições indicadas na Figura 37, sendo o segundo modelo, um o-ring 2-223. Vale destacar que o canal do alojamento do o-ring superior foi projetado no eixo em funções de restrições de usinagem, apesar dessa abordagem não ser desaconselhável

segundo Parker (1997). Para solucionar o problema da fixação, empregaram-se bujões padrão NTP com veda-rosca, como apresentado no diagrama ilustrativo da Figura 37.

Uma possível abordagem não testada pelos autores consiste em adicionar um rolamento ao eixo do cilindro interno, possivelmente posicionado acima do o'ring apresentado na Figura 37, a fim de garantir maior rigidez e evitar um possível erro de encaixe angular, ou substituir o sistema de vedação por rolamentos vedados.

Os desenhos técnicos detalhados com especificação de cotas do protótipo desenvolvido são apresentados no APÊNDICE A e, por fim, é apresentada a seguir a lista de componentes mecânicos utilizados na concepção de tal dispositivo:



**Figura 37: Esquema de montagem do sistema final**

- 1 x Cilindro interno (peça apresentada no Apêndice A);
- 1 x Cilindro externo (peça apresentada no Apêndice A);
- 1 x Junção (peça apresentada no Apêndice A);
- 1 x Tampa (peça apresentada no Apêndice A);
- 1 x Fixação motor (peça apresentada no Apêndice A);
- 1 x o-ring Parker 2 – 007, escala em polegadas;
- 1 x o-ring Parker 2 – 223, escala em polegadas;
- 2 x M4 x 10 allen;
- 3 x M3 x 10 allen;
- 3 x M5 x 10 allen + arruela;
- 3 x M10 + Porca + arruela;

- 3 x Bujões NTP, escala em polegadas;

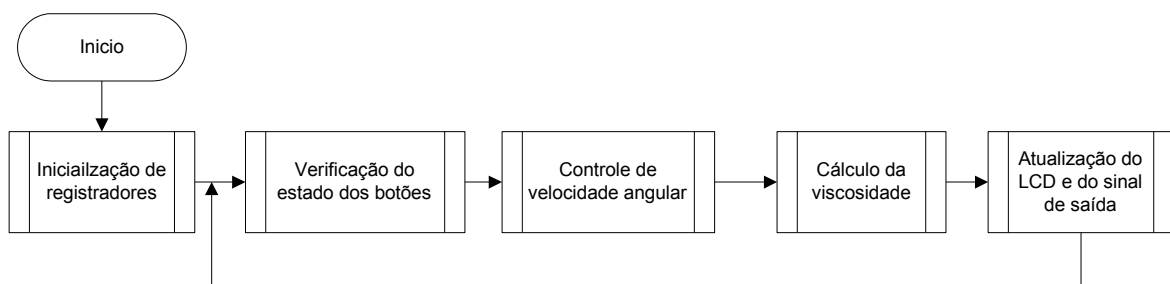
### 5.1.2 PROJETO ELÉTRICO

O projeto elétrico foi desenvolvido, implementado e testado, e tem por objetivo adquirir os dados do sensor, analisá-los, convertê-los em medidas de viscosidade e comunicá-los ao sistema de aquisição utilizado na bancada de testes do mancal hidrodinâmico. Tal sistema deve também garantir ao usuário certo nível de flexibilidade, sendo programável e possuindo uma interface amigável.

Para tal, optou-se pelo uso de um microcontrolador, PIC18F4550, que além de possibilitar o processamento embarcado de dados, possui interface USB, cerca de trinta e cinco entradas e/ou saídas digitais, treze entradas analógicas com conversores analógico/digital de 10 bits, duas saídas com modulação por largura de pulso (do inglês, *Pulse Width Modulation* – PWM), entre outras funcionalidades.

A interface de comunicação com o usuário é composta por um visor LCD MDL540466 de duas linhas por dezesseis colunas e três botões de controle. A placa conta ainda com o sistema de acionamento e controle de velocidade do motor elétrico, *encoder* ótico, sistema de aquisição e condicionamento do sinal de corrente de armadura, duas entradas para sinal de termopares, uma interface USB e saídas e/ou entradas digitais/analógicas ociosas. Grande parte das funcionalidades não foi utilizada no protótipo, mas têm como objetivo flexibilizar a utilização da placa, permitindo melhorias futuras de software sem que haja necessidade de modificá-la.

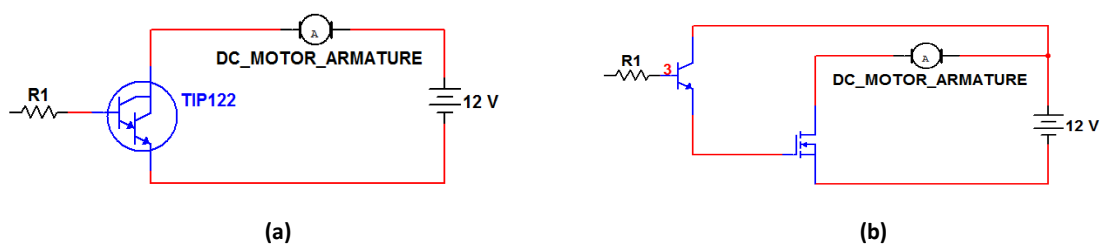
O fluxograma do programa de controle, implementado em linguagem C, é apresentado a seguir na Figura 38:



**Figura 38: Fluxograma simplificado do programa de controle do viscosímetro**

Um par LED-Fotodiodo receptor é utilizado como *encoder* digital de reflexão. Para tal, ambos são apontados para o eixo do cilindro interno, parte girante do sistema, de forma que o raio de luz emitido pelo LED esteja focalizado no fotodiodo. Adicionam-se ao eixo faixas de fita isolante preta, a fim de impossibilitar a polarização do fotodiodo nesses trechos, gerando um sinal de onda quadrada quando o cilindro estiver em movimento. Dessa forma, torna-se possível medir o tempo entre dois ou mais pulsos consecutivos através do uso de interrupções de *timer* e estimar a velocidade do sistema com precisão ajustável superior a 0,1%, dado o cristal empregado de 20 MHz.

O sistema de acionamento do motor utiliza uma saída do microcontrolador com PWM, adotando como *driver* de potência um transistor bipolar do tipo Darlington, TIP 122, projetado para operar como chave lógica segundo a topologia apresentada na Figura 39 (a). No caso da necessidade de corrente de armadura superior a 5A, dada a limitação de corrente de saturação do transistor bipolar apresentado, torna-se aconselhável empregar uma topologia similar àquela apresentada na Figura 39 (b), em que se utilizam um transistor bipolar e um transistor de efeito de campo com maior capacidade de corrente como alternativa. Em ambos os circuitos, o resistor à esquerda é diretamente conectado à saída PWM do microcontrolador, responsável por gerar um sinal de onda quadrada de 0 e 5V.



**Figura 39: Topologias de acionamento do motor elétrico via modulação de largura de pulso. (a) acionamento empregado no projeto defeituoso e (b) acionamento alternativo para correntes superiores a 5A.**

A aquisição do sinal de corrente de armadura foi realizada através da utilização de um resistor de amostragem de  $0,267\Omega$  em série com o motor, da amplificação da queda de tensão em seus terminais através de um circuito amplificador não inversor e da filtragem dos ruídos. Os dois estágios de tratamento foram projetados empregando amplificadores operacionais LM324.

O dimensionamento do circuito amplificador foi realizado a partir da corrente de armadura obtida no modelo simplificado do sistema em condição crítica de operação (máxima carga no motor, ou seja, máxima rotação). Vale ressaltar que, durante os experimentos, constatou-se um problema com o amplificador operacional empregado que consiste no fato de que o mesmo satura para tensões de entrada próximas à tensão de alimentação positiva, quando utilizado com fonte assimétrica. Dessa forma, como o motor é acionado via PWM, foi necessário alocar o resistor no circuito base-emissor a fim de garantir que não houvesse saturação do amplificador quando o transistor de potência estivesse em corte.

O filtro passa-baixa ativo, por sua vez, foi dimensionado a fim de filtrar os ruídos de comutação das escovas do motor, do acionamento por onda PWM e do *ripple* da rede (presente no sistema em função da alimentação por fonte chaveada de computador pessoal). Ademais, conhecidas as frequências dos ruídos preponderantes no sistema, pode-se utilizar a abordagem da resposta em frequência (diagrama de Bode) para verificar a eficiência de amortecimento e estimar o ruído final presente no sinal adquirido, que define um piso para a precisão de leitura da corrente de armadura e, conseqüentemente, para a medida de viscosidade. No projeto defeituoso, adotou-se um filtro Butterworth de segunda ordem com frequência de corte,  $f_{corte}$ , igual a 20Hz.

Vale ressaltar o fato de que o sistema de aquisição da bancada de teste do mancal hidrodinâmico possui interface para aquisição de sinais analógicos de  $-10$  a  $10V$ . Dessa forma, utilizou-se a segunda saída PWM do PIC 18F4550 e um segundo filtro passa-baixa ativo de segunda ordem para gerar um sinal analógico que represente a viscosidade do sistema. O atraso no tempo de resposta do sistema eletrônico de controle em função do uso de filtros passa-baixa também foi estudado a fim de garantir seu bom funcionamento, e nota-se que o tempo de resposta do viscosímetro é mais de três ordens de grandeza maior que o tempo de resposta do filtro empregado, não sendo, portanto, um problema.

Por fim, o diagrama elétrico completo do circuito é apresentado no APENDICE B, bem como as especificações dos demais componentes eletrônicos utilizados no projeto eletrônico aplicado ao protótipo desenvolvido.

## 5.2 TESTES EXPERIMENTAIS DO PROTÓTIPO FÍSICO

Como explicado anteriormente, o protótipo físico desenvolvido foi dimensionado baseado em um modelo do sistema com erros de programação, o que tornou impossível seu uso para medições precisas de viscosidade no mancal hidrodinâmico devido sua baixa sensibilidade. Contudo, o protótipo permitiu aferir a curva em vazio do motor, bem como validar o modelo de fricção no *o'ring*, realizar medições preliminares de viscosidade e analisar a aplicabilidade da solução mecânica adotada.

Para tal, empregou-se um motor Pittman GM9214E092, 12V, cujas especificações nominais retiradas do site do fabricante são listadas abaixo:

- Carga máxima (com redução) = 0,5 Nm
- Comp. da redução = 34,9mm
- Comp. do motor = 93,4mm
- Velocidade angular em vazio (com redução) = 1043 rpm
- Resistência interna efetiva = 0,83Ω
- Corrente em vazio = 0,33A

As dimensões da geometria do sistema de cilindros concêntricos do protótipo são apresentadas a seguir na Tabela 9.

Tabela 9: Dados geométricos do protótipo

| Grandeza                         | Descrição                            |
|----------------------------------|--------------------------------------|
| $R_1 = 15 \text{ mm}$            | Raio do cilindro interno (rotativo)  |
| $R_2 = 17,5 \text{ mm}$          | Raio interno do cilindro externo     |
| $t = R_2 - R_1 = 2,5 \text{ mm}$ | Espessura do vão entre cilindros     |
| $R_3 = 20 \text{ mm}$            | Raio externo do cilindro externo     |
| $L = 40 \text{ mm}$              | Comprimento do cilindro interno      |
| $t_{sup} = 2,5 \text{ mm}$       | Espessura do vão superior e inferior |

Três ensaios foram realizados: ensaio em vazio do motor, ensaio em vazio com o'ring e ensaio com óleo para aferição da viscosidade do fluido. Em cada um deles a

velocidade angular do cilindro interno foi variada e as leituras de corrente, posteriormente convertidas em torque, registradas.

### 5.2.1 CURVA EM VAZIO DO MOTOR

Os ensaios em vazio do motor têm por finalidade avaliar a constante do motor e levantar a curva de corrente de armadura por rotação em vazio.

Primeiramente, a constante do motor foi calculada através da aplicação de quatro níveis de tensão diferentes, onde se mediram a corrente de armadura e a rotação do motor. Dessa forma, é possível calcular a constante como segue:

$$K_m = \frac{RI_a - V_t}{\omega}$$

Dada a resistência interna do motor igual a  $1,1\Omega$ , aferida com auxílio de um ohmímetro, obtiveram-se os resultados apresentados na Tabela 10, onde se constata que a constante do motor é de cerca de  $0,071 \text{ Vs}$ .

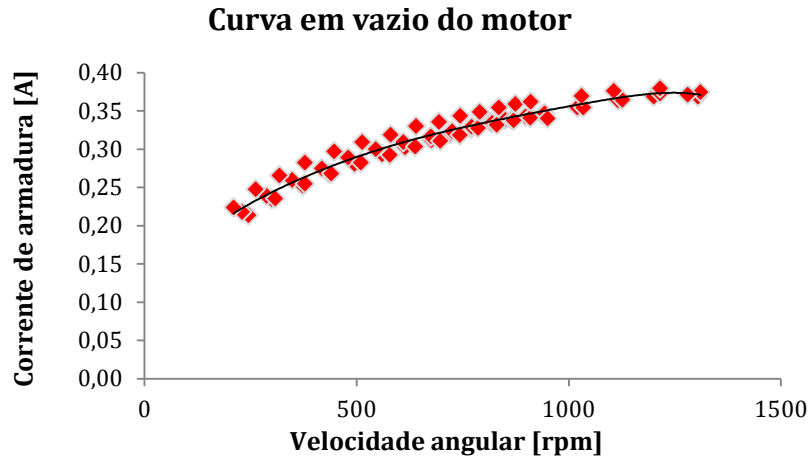
**Tabela 10: Avaliação da constante do motor**

| RPM            | $I_a$ [A] | $V_t$ [V] | $K_m$ [Vs]   |
|----------------|-----------|-----------|--------------|
| 1520           | 0,48      | 11,53     | 0,069        |
| 1395           | 0,47      | 10,72     | 0,070        |
| 594            | 0,33      | 4,77      | 0,071        |
| 362            | 0,28      | 3,10      | 0,074        |
| <b>Média =</b> |           |           | <b>0,071</b> |

A curva em vazio do motor foi aferida com auxílio do sistema eletrônico apresentado na seção 5.1.2. O ensaio consistiu em variar a velocidade angular do sistema de maneira controlada e registrar a corrente de armadura do sistema. A velocidade angular do motor foi variada com auxílio do PWM e monitorada através do *encoder* descrito anteriormente, enquanto a corrente de armadura foi medida com um voltímetro, um resistor de amostragem em série com o motor e um circuito de filtragem e amplificação.

A curva do motor, apresentada na Figura 40, pode ser aproximada por um polinômio de sexto grau com coeficiente de determinação de  $R^2 = 0,95$ :

$$I_a = -4,71 \cdot 10^{-19} \omega^6 + 1,85 \cdot 10^{-15} \omega^5 - 2,94 \cdot 10^{-12} \omega^4 + 2,48 \cdot 10^{-9} \omega^3 + 1,37 \cdot 10^{-6} \omega^2 + 0,68 \omega + 0,11$$



**Figura 40: Curva em vazio do motor**

Percebe-se que, à medida que a velocidade angular é incrementada, há um aumento da corrente de armadura em vazio, sugerindo que o torque em vazio do mancal do motor, bem como suas ineficiências elétricas sejam diretamente proporcionais à sua rotação.

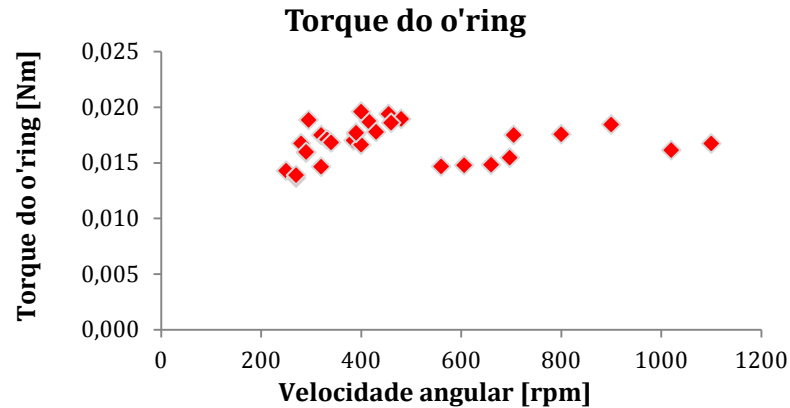
### 5.2.2 CURVA DO O'RING

Este ensaio foi realizado através da mesma metodologia do experimento anterior com a particularidade de se acoplar ao motor a montagem contendo o cilindro interno encaixado no cilindro externo com uso do o'ring. A partir da corrente de armadura, da constante do motor e do polinômio da curva do motor em vazio, pode-se calcular o torque aplicado ao eixo pelo o'ring em cada uma das medições experimentais como segue.

$$T_{oring} = (I_{a_{oring}} - I_{a_{vazio}}^{pol}) K_m$$

Tais medidas apresentam média de 0,017 Nm, com desvio padrão de 0,002 Nm, conforme resultados apresentados na Figura 41. Dessa forma, percebe-se que o modelo apresentado na seção 3.2 está aparentemente superdimensionado, uma vez que prevê um torque do o'ring de  $T_{oring} = 0,024 N$ , desconsiderando a margem de segurança de 35% adotada em função da pressurização do mancal, não existente nos experimentos. Uma possível explicação para tal se deve ao fato de que os valores do módulo de

elasticidade da borracha do o'ring, bem como o coeficiente de atrito seco entre este e o alumínio não foram de fato aferidos. Os valores empregados para tais parâmetros foram retirados de Al-Ghathian e Tarawneh (2005), sem validação prévia e podem estar sendo subestimados, resultando em uma possível imprecisão do modelo.



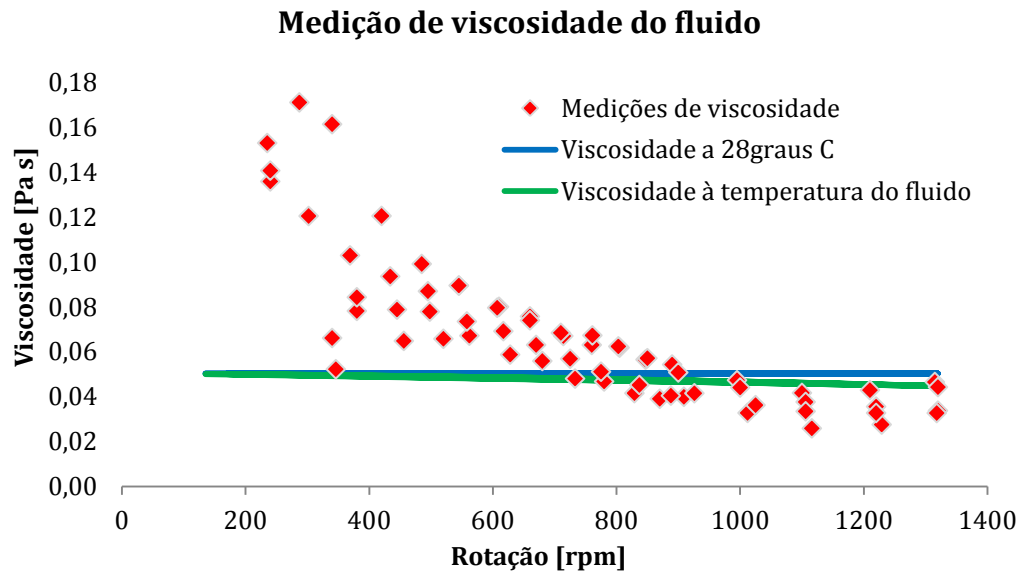
**Figura 41: Torque do o'ring**

### 5.2.3 ENSAIO PARA MEDIÇÃO DE VISCOSIDADE DO FLUIDO DE TRABALHO

Por fim, o último experimento realizado consistiu em adotar novamente a mesma metodologia dos dois ensaios anteriores com a particularidade de acoplar o motor ao sistema de cilindros concêntricos preenchido pelo fluido de trabalho, sem o auxílio do o'ring para vedação do sistema.

A velocidade angular e a corrente de armadura foram novamente monitorados e, a partir de tais valores e do modelo do torque fluídico do sistema, pôde-se estimar a viscosidade do fluido. Os resultados são apresentados na Figura 42.

Vale destacar que no dia dos ensaios a temperatura no local de realização dos experimentos era de aproximadamente  $28^{\circ}C$ , cuja viscosidade correspondente do fluido de trabalho é apresentada na reta azul da Figura 42. A curva verde corresponde à viscosidade do fluido à temperatura média do fluido no viscosímetro calculada a partir da equação (44) do modelo de parâmetros concentrados, apresentado na seção 4.4. Para tal, o modelo foi simulado com as mesmas condições de contorno do ensaio realizado, onde não se verifica a presença do mancal e a temperatura ambiente é igual a  $T_{amb} = 28^{\circ}C$ .



**Figura 42: Medições de viscosidade**

Dessa forma, percebe-se que as leituras do sistema superestimam a viscosidade do fluido a baixas rotações e tendem à leitura correta à medida em que esta aumenta, apresentando erro sistemático com aspecto exponencial. Além deste, apresentam erro aleatório de aproximadamente  $0,03 Pa \cdot s$  a partir de  $600 rpm$ . Tal fenômeno pode ser consequência do mau dimensionamento do protótipo, levando a uma baixa sensibilidade do sistema ao efeito viscoso do escoamento. Nessas condições, tem-se uma corrente de armadura em vazio de aproximadamente  $300 mA$  a  $500 rpm$ , como apresentada na Figura 40, e uma corrente esperada em função do torque viscoso de aproximadamente  $18,5 mA$ . Dessa forma, se existirem ruídos ou erros de medição de corrente da ordem de  $2 mA$ , facilmente encontrados em amperímetros comerciais na escala de medição do experimento, a viscosidade conterà erros de mais de 10% em suas medições. Logo, tais resultados indicam o sistema proposto é realmente factível, mas que seu mau dimensionamento não permite aferir a viscosidade do fluido com a precisão desejada.

Vale ressaltar que para a geometria adotada do protótipo, tem-se uma velocidade angular crítica teórica de instabilização do escoamento de Couette de aproximadamente  $850 rpm$ , calculada através da equação (47). Contudo, não se verificam mudanças bruscas nas medições de viscosidade, o que pode indicar que tal transição gere um efeito imperceptível na leitura de torque do sistema, dada sua baixa sensibilidade, ou que a transição seja adiada em função dos efeitos de borda (que favorecem os efeitos viscosos

em detrimento dos efeitos centrífugos) e dos erros de excentricidade do viscosímetro, que segundo Diprima e Stuart (1972) tendem a aumentar o número de Taylor crítico do escoamento.

Por fim, a montagem do sistema permitiu analisar a solução mecânica adotada para o problema. Dos experimentos realizados, foi possível concluir que a vedação do sistema através de o'ring é aparentemente eficiente, apesar de não ter sido testada sob pressão. Ademais, a fixação do sistema precisa ser enrijecida através do emprego de rolamentos de vedação, a fim de evitar as vibrações significativas presentes no sistema e os possíveis erros de ângulo de encaixe, visualmente constatados na montagem. Tais erros podem justificar em parte os erros sistemáticos encontrados, uma vez que dada a elasticidade do o'ring, à medida que a velocidade angular do sistema aumenta, os cilindros concêntricos tendem a se alinhar em função do efeito hidrodinâmico (o mesmo que governa o funcionamento de mancais hidrodinâmicos), reduzindo o aumento na leitura de torque em função do ângulo de encaixe, como apresentado na Figura 36.

## 6. CONCLUSÃO

Como principal resultado do presente Trabalho de Conclusão de Curso, pode-se citar o desenvolvimento de uma metodologia de concepção de um viscosímetro de cilindros concêntricos para medições de viscosidade em linha, além de um extensivo estudo do comportamento do sistema a partir de modelos teóricos e da validação do princípio de funcionamento através de experimentos com um protótipo físico.

Tais modelos foram também empregados no dimensionamento do sistema a partir da definição de critérios de projeto, tais como a sensibilidade do motor e a seus limites dimensionais.

Os experimentos realizados permitiram aferir a curva em vazio de corrente de armadura por velocidade do motor, analisar o torque do o'ring e verificar a aplicabilidade do conceito às medições de viscosidade. Dado o erro de modelo que ocasionou no mau dimensionamento do protótipo, não foi possível aferir com precisão a viscosidade do fluido, impossibilitando a caracterização do erro de medição do sensor.

De qualquer maneira, podem-se listar alguns fatores preponderantes na definição da precisão do dispositivo proposto:

- Linearidade da relação entre torque e corrente de armadura do motor;
- Repetibilidade da montagem do sistema de cilindros concêntricos;
- Sensibilidade do sistema, definido em projeto ( $\frac{\delta I_a}{\delta \mu}$ );
- Ruído de linha na leitura do sinal de corrente de armadura e;
- Resolução do conversor analógico-digital do microcontrolador empregado (conversores A/D de 10 bits, 0 a 5V, fornecendo resolução máxima de 4,9mV);

Dentre todos, o primeiro fator pode, *a priori*, ser corrigido, uma vez que os erros introduzidos pela não linearidade do motor, que podem estar também associados às variações de sua eficiência mecânica em função do regime de operação, devem apresentar características sistemáticas mapeáveis. Os demais fatores devem ter como consequência a introdução de erros aleatórios na aferição de viscosidade, sendo, portanto, aqueles que definirão a qualidade do sistema desenvolvido.

Dessa forma, pode-se afirmar que para garantir boa precisão ao sensor, deve-se projetar o sistema de forma a assegurar uma montagem sem folgas e/ou jogos; selecionar o motor de maneira conveniente a fim de maximizar a sensibilidade do sensor; garantir o bom dimensionamento do filtro passa-baixa do circuito de aquisição de forma a minimizar os ruídos elétricos no sinal da corrente de armadura e; dimensionar o circuito de amplificação a fim de explorar ao máximo a resolução do conversor A/D do microcontrolador empregado.

Como limitação da abordagem proposta, deve-se citar a ausência de estudos aprofundados sobre os fenômenos fluídicos de interação entre o mancal e o viscosímetro. Tais fenômenos correspondem à homogeneização da concentração de partículas (em função do desgaste do mancal, por exemplo) no fluido através de difusão e/ou advecção e da homogeneização da temperatura através de convecção (fluxo entre o mancal e o viscosímetro), fortemente influenciados pela interface entre o viscosímetro e o mancal, cuja geometria e dimensões não foram analisadas.

É possível também que, para aplicações com fluidos muito viscosos, o molhamento das superfícies internas do dispositivo seja limitado em função da reduzida espessura do vão entre cilindros, comprometendo seu bom funcionamento. Uma possível abordagem para esse tipo de aplicação seria prever a sangria periódica do dispositivo através da abertura controlada de uma fenda em sua extremidade, utilizando uma possível pressurização da linha a fim de promover um fluxo do mancal para o viscosímetro, homogeneizando o sistema e promovendo o molhamento de suas superfícies internas.

Vale ressaltar que os autores acreditam que o projeto apresenta grande potencial de comercialização, uma vez que seu custo estimado é muito inferior ao preço de sistemas semelhantes disponíveis no mercado, girando em torno de:

|                                  |                   |
|----------------------------------|-------------------|
| Usinagem de peças em alumínio    | <b>R\$ 350,00</b> |
| Componentes mecânicos            | R\$ 15,00         |
| Motor elétrico de ímã permanente | R\$ 30,00         |
| Circuito eletrônico de controle  | R\$ 100,00        |
| <b>Total</b>                     | <b>R\$ 495,00</b> |

Por fim, pode-se afirmar que o projeto desenvolvido atingiu seus objetivos acadêmicos no que diz respeito a instigar os alunos a aplicar parte dos conhecimentos adquiridos ao longo do curso, tendo como ponto positivo sua multidisciplinaridade, uma vez que seu desenvolvimento envolveu o estudo de fenômenos dinâmicos, térmicos, fluídicos, elétricos e de controle de sistemas dinâmicos.

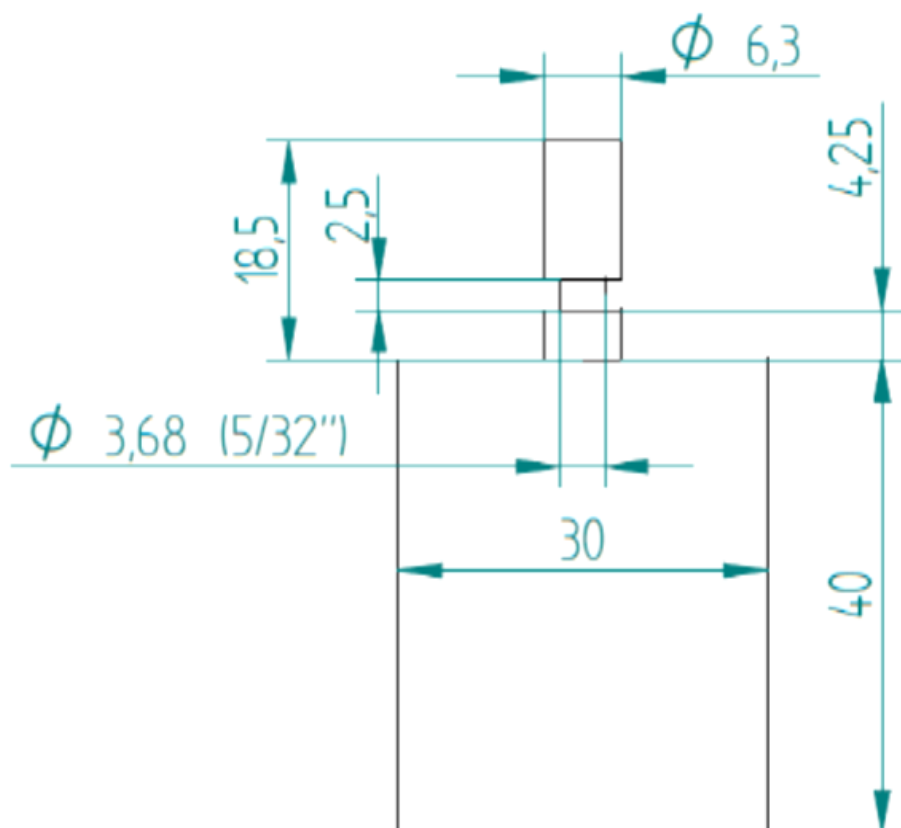
## 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] FERREIRA, DANILO A. **Renault Sandero**, 2008. Disponível em: <<http://autozine.com.br/lancamento/renault-sandero>>. Acesso em 16 nov. 2012.
- [2] NORTON, R. **Projeto de Máquinas**: Uma abordagem integrada. 2ª edição. Porto Alegre, RS, BRASIL: Bookman, 2000.
- [3] GARBRECHT, G. **Hydraulics and Hydraulic Research**: A Historical Review. Rotterdam, Holanda: Balkema, 1987.
- [4] AL-HASSAN, A. **Transfer Of Islamic Technology To The West**. Disponível em: <<http://www.history-science-technology.com/Articles/articles%2071.htm>> Acesso em 16 nov. 2012.
- [5] WIKIPEDIA. Disponível em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Viscosidade>>. Acesso em 16 nov. 2012.
- [6] ABIQUIM. Disponível em: <<http://www.abiquim.org.br/pdf/indQuimica/AIndustriaQuimica-SobreSetor.pptm>>. Acesso em 16 nov. 2012.
- [7] ABIA (2011). Disponível em: <<http://abia.org.br/vst/AForcadoSetordeAlimentos.pdf>>. Acesso em 16 nov. 2012.
- [8] APOSTILA DE LUBRIFICAÇÃO. Disponível em: <<http://www.ebah.com.br/content/ABAAAAG6wAJ/apostila-lubrificantes-lubrificacao>>. Acesso em 23 nov. 2012.
- [9] RHEOSYS. Disponível em: <[http://www.rheosys.com/Help\\_system/types\\_of\\_viscometer.html](http://www.rheosys.com/Help_system/types_of_viscometer.html)>. Acesso em 16 nov. 2012.
- [10] VISCOSIMETROS.WORDPRESS. Disponível em: <<http://viscosimetros.wordpress.com/metodo-de-medicao/>>. Acesso em 16 nov. 2012

- [11] FITSGERALD, A. E.; CHARLES KIGSLEY, JR; UMANS, S. D. **Máquinas Elétricas**. Porto Alegre: Booksman, 2006.
- [12] FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PITCHARD, P. J. **Introdução à mecânica dos fluidos**. Rio de Janeiro: LTC, 2006.
- [13] PARKER HANNIFIN IND. COM. LTDA., Divisão Seal. **Manual de O'Ring** - Catálogo 5700 BR. São Paulo, 1997
- [14] AL-GHATHIAN, FAISAL M. M. E TARAWNEH, MUAFAQ S. Friction Forces in O-ring Sealing. **American Journal of Applied Sciences** 2 (3): 626-632, 2005
- [15] TAYLOR, G. I. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, Volume 223, pag. 289-343, 1922.
- [16] ANDERECK, C. D.; LIU, S.S.; SWINNEY, H.L. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. **Journal of Fluid Mechanics**, Volume 164, pag. 155, 1986.
- [17] WENDL, M. C. General solution for the Couette flow profile. **Physical Review E**, Volume 60, Número 5, 1999.
- [18] ÇENGEL, YUNUS A. **Transferência de Calor e Massa: uma abordagem prática**. São Paulo: McGraw-Hill, 2009.
- [19] VAN WYLEN, G. J. ; SONNTAG, R. E.; BORGNAKE, C. **Fundamentos de Termodinâmica**. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda., 1998.
- [20] TAYLOR instability. Lockett, T. J., 2011. Disponível em: < <http://www.thermopedia.com/content/1179/>>. Acesso em 27 nov. 2012.
- [21] LOCKETT, T. J. Numerical **Simulation of Inelastic Non-Newtonian Fluid Flows in Annuli**. 1992. Dissertação de doutorado. Imperial College, University of London, 1992.

- [22] POTTER, M.C.; WIGGERT, D.C. **Mecânica dos Fluidos**.  
São Paulo: Editora CENGAGE, 2003.
- [23] BINGHAM, E.C. **An Investigation of the Laws of Plastic Flow**.  
*U.S. Bureau of Standards Bulletin*, 13, 309-353, 1916.
- [24] DUTTA, P. K.; RAY, A. K. **Experimental investigation of Taylor vortex photcalitic reactor for water purification**.  
Chemical Engineering Science, Volume 59, Tópicos 22–23, 5249–5259, 2004.
- [25] R. C. Diprima and J. T. Stuart. **Non-local effects in the stability of flow between eccentric rotating cylinders**.  
Journal of Fluid Mechanics, 54, pp 393-415, 1972.

## APÊNDICE A – DETALHAMENTO MECÂNICO DO PROTÓTIPO FÍSICO



Cilindro interno

Rafael Sobral – USP  
Alumínio

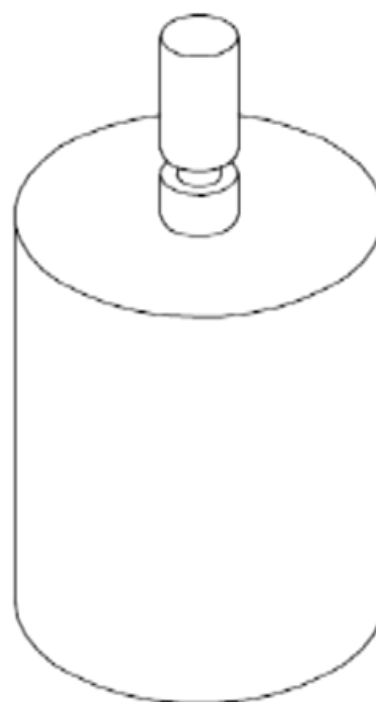
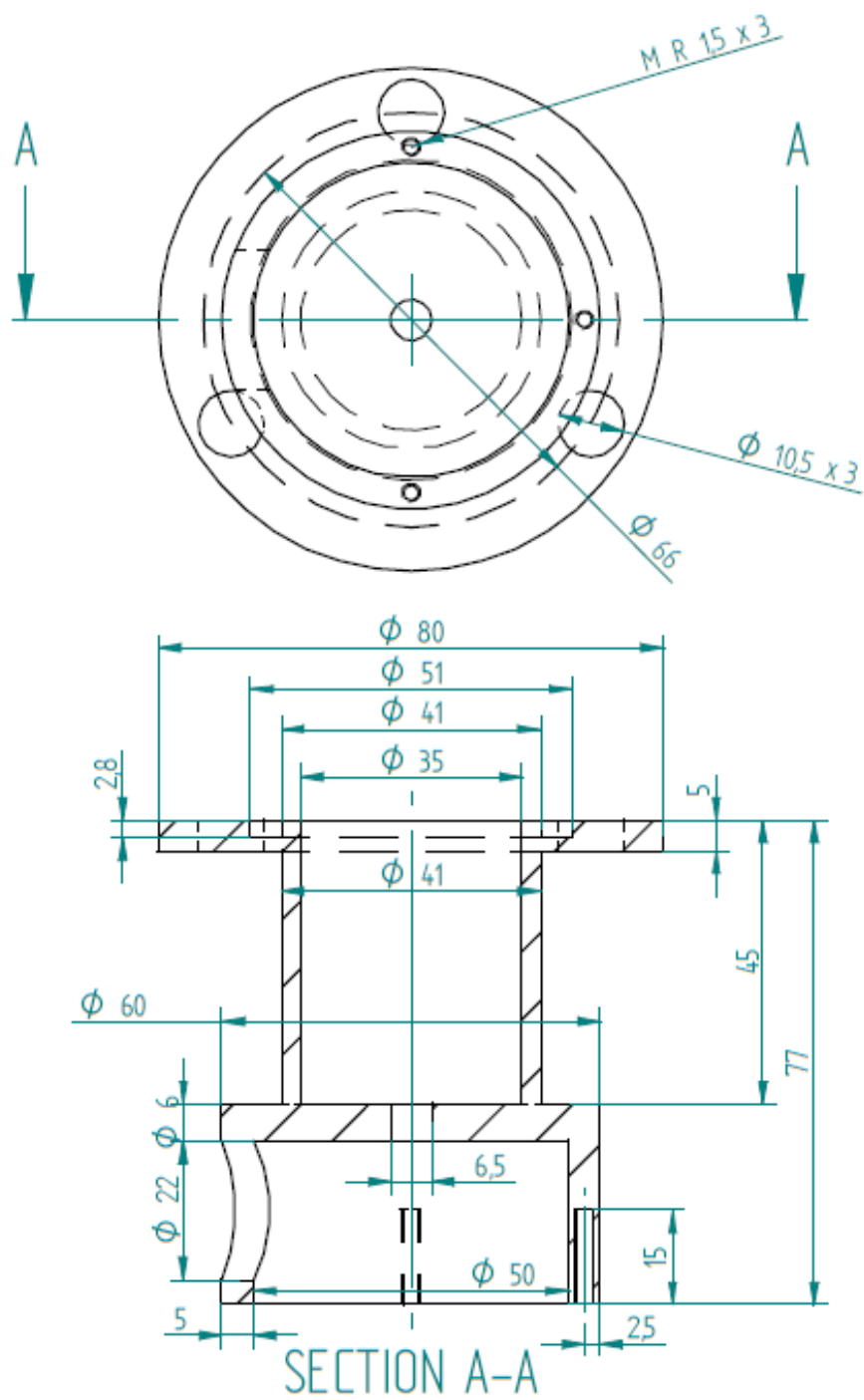


Figura 43: Desenho técnico do cilindro interno



Cilindro Externo

Rafael Sobral - USP  
Alumínio

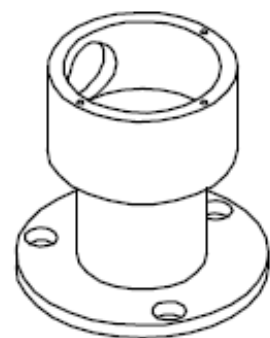
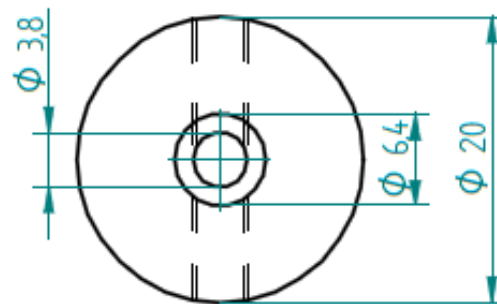
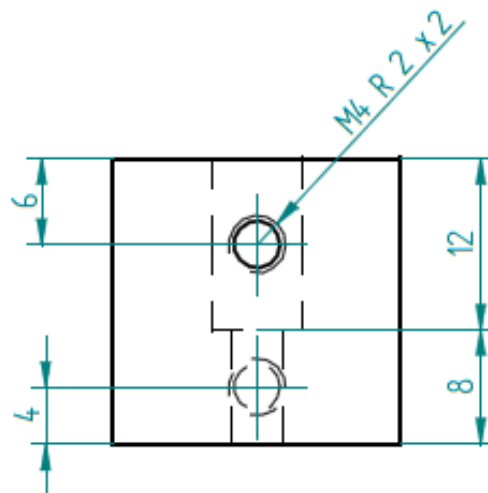


Figura 44: Cilindro externo



Junção

Rafael Sobral – USP  
Alumínio

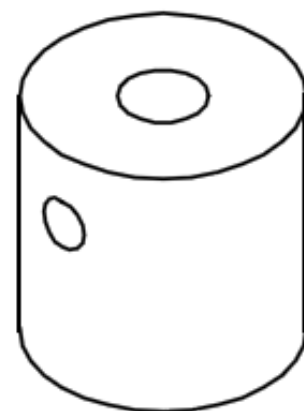
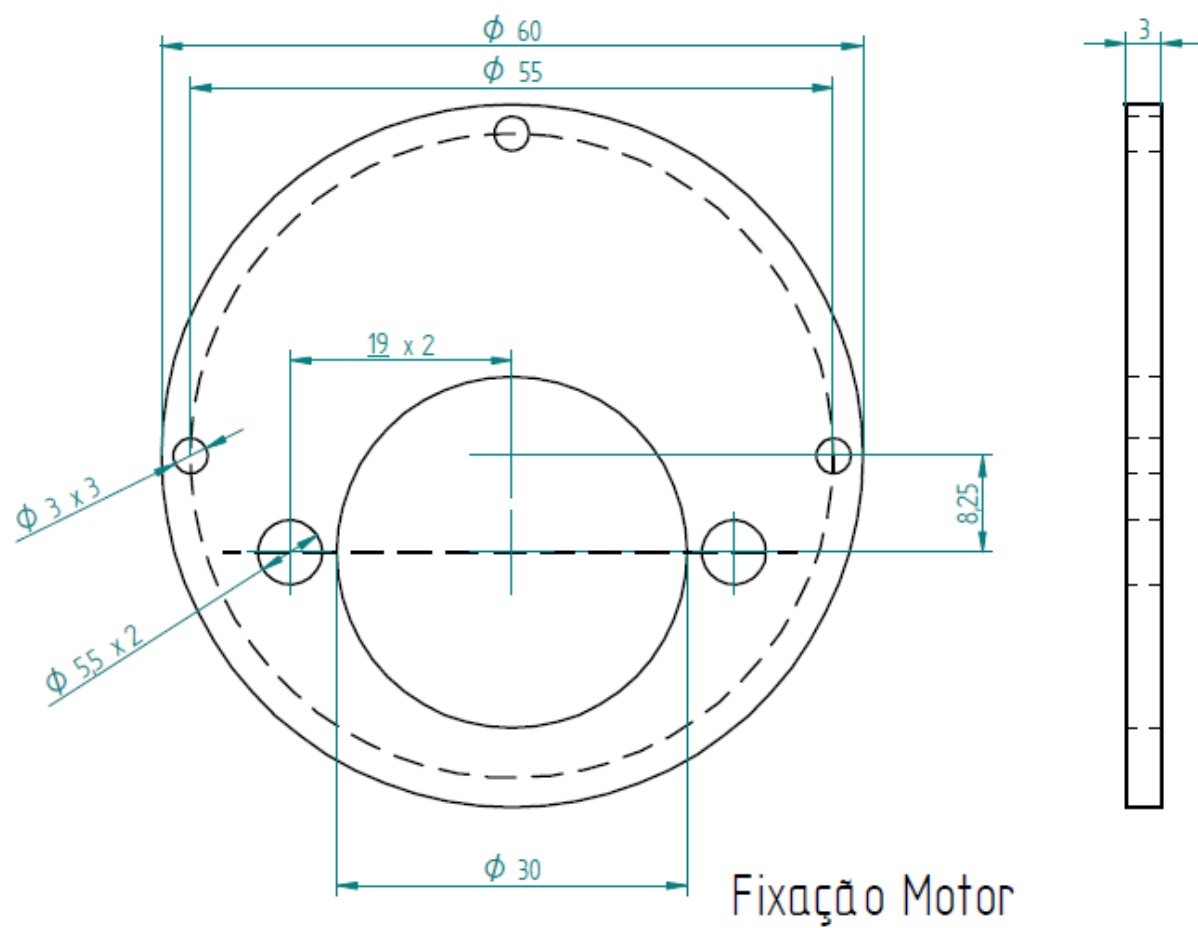
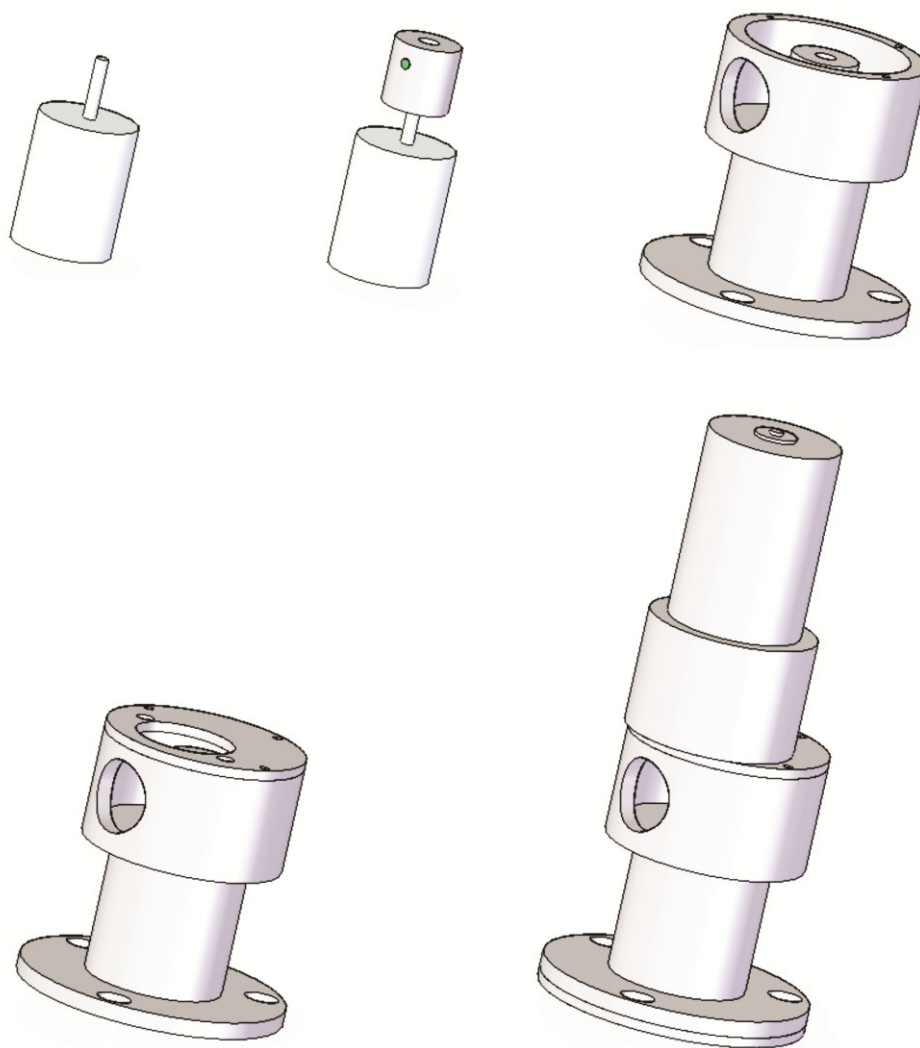


Figura 45: Acoplamento motor-cilindro

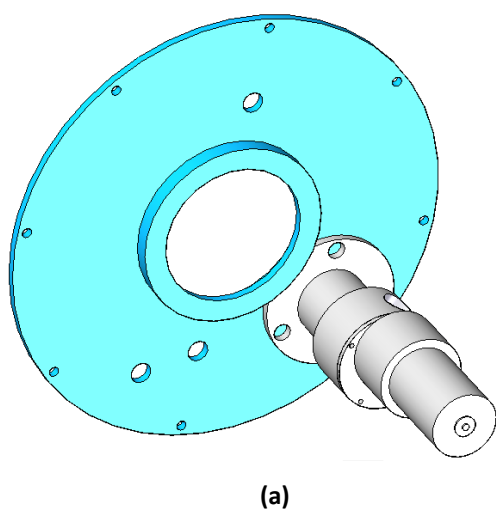


Rafael Sobral – USP  
Alumínio

Figura 46: Fixação do motor



**Figura 48: Apresentação detalhada das peças que compõem o sistema**



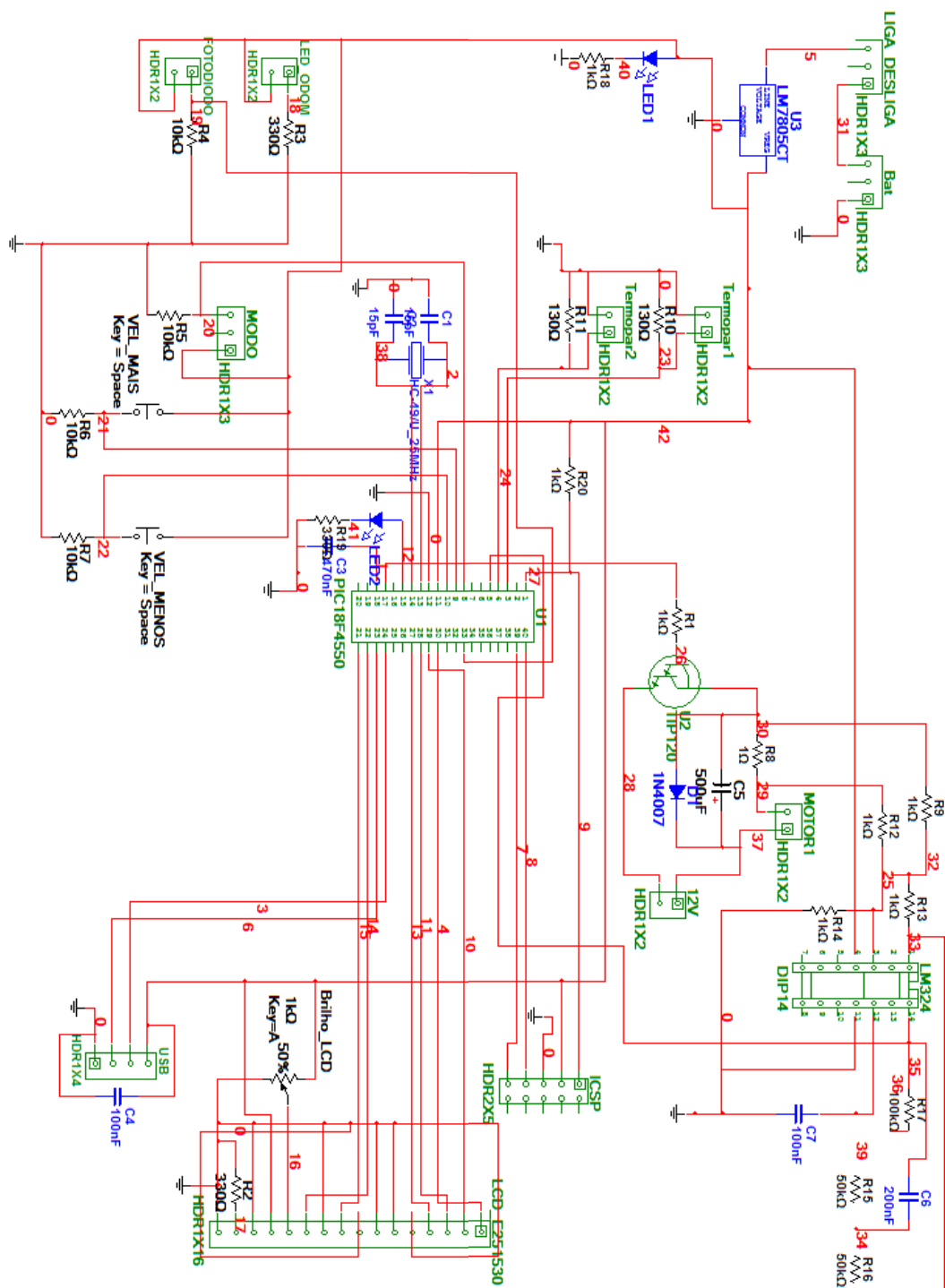
(a)



(b)

**Figura 47: Viscosímetro; (a) montagem na tampa do mancal hidráulico e (b) foto do protótipo físico**

## APÊNDICE B – DIAGRAMA ELÉTRICO DA PLACA DE CONTROLE



**Figura 49: Diagrama elétrico do circuito de controle**