

ANNA ANDREA KAJDACSZY BALLA SOSNOSKI

**OTIMIZAÇÃO NA GESTÃO FINANCEIRA DE USINAS SUCRO
ALCOOLEIRAS**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do Diploma
de Engenheiro de Produção

SÃO PAULO
2007

ANNA ANDREA KAJDACSY BALLA SOSNOSKI

**OTIMIZAÇÃO NA GESTÃO FINANCEIRA DE USINAS SUCRO
ALCOOLEIRAS**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para a obtenção do Diploma
de Engenheiro de Produção

Orientadora:
Prof^ª Dr^a Celma de Oliveira Ribeiro

SÃO PAULO
2007

FICHA CATALOGRÁFICA

Sosnoski, Anna Andrea Kajdacsy Balla
Otimização na gestão financeira de usinas sucro-
alcooleiras. / A. A. K. B. Sosnoski. -- São Paulo, 2007.
p.

Trabalho de Formatura – Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.Pesquisa Operacional 2.Finanças I.Universidade de São
Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de
Produção II.t.

A MINHA FAMÍLIA

AGRADECIMENTOS

A toda minha família, pelo enorme apoio e compreensão que me deram durante os anos do curso de Engenharia de Produção da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

À professora Celma de Oliveira Ribeiro, pela paciência, incentivo e sugestões na realização deste trabalho.

Aos professores do departamento de Engenharia de Produção, pelos conhecimentos transmitidos que permitiram construir e elaborar este trabalho de formatura.

Aos amigos de faculdade, pelo companheirismo demonstrado em todos os momentos de minha vida acadêmica.

A todos aqueles que, embora não citados, contribuíram direta ou indiretamente para a execução deste trabalho.

RESUMO

O constante risco financeiro ao qual o produtor agrícola está exposto no momento da comercialização do produto final demanda o uso de instrumentos mitigadores do mesmo, a fim de assegurar um preço que viabilize economicamente o processo produtivo. Este trabalho consiste na elaboração de um modelo de otimização multiperíodo para gestão financeira de usinas sucro alcooleiras. A escolha das quantidades ótimas de produção de cada produto envolve incertezas, caracterizadas pelos preços dos ativos, que podem ser modelados segundo processos estocásticos, transformando o problema num problema de otimização estocástica. Dada a dimensão e a complexidade desses problemas, utilizam-se algoritmos alternativos na modelagem dessas incertezas, como as técnicas de geração de árvores de cenários. O processo de geração de árvores de cenários transforma o problema estocástico em um problema determinístico de grandes dimensões, além de representar de forma clara e concisa a evolução dos possíveis caminhos – cenários – que uma variável aleatória pode assumir. Várias técnicas de geração de árvores de cenários podem ser usadas, entre elas: simulação e *clustering*, os modelos de otimização e o modelo híbrido. Para resolver o modelo de otimização, utilizaram-se dados do mercado à vista e futuro de álcool e açúcar, assim como dados sobre custos de produção e de estocagem de cada subproduto.

Palavras-chave: *Hedging*. *Commodities* Agrícolas. Setor sucro alcooleiro. Otimização.

ABSTRACT

The constant financial risk to which the agricultural producers are displayed at the moment of the commercialization of their final products demands the use of mathematical instruments that reduce the risks, in order to assure a price that makes possible the productive process. This work consists of the elaboration of a mutiperiod optimisation model for financial management of sugarcane enterprises. The choice of the optimal amounts of production of each product involves uncertainties characterized by the prices of these products, that can be shaped according to random processes, transforming the problem into a stochastic optimisation problem. Given the dimension and the complexity of these problems, alternative algorithms for modeling these uncertainties have been used, as the technique of Scenario Tree Generation. The process of Scenario Tree Generation transforms the stochastic optimisation problem into a deterministic optimisation problem of great dimensions, representing clearly and in a concise way the evolution of the possible scenarios that a variable can assume. Several techniques of Scenario Tree Generation can be used as the simulation and clustering, the optimisation models and the hybrid models. To implement the proposed optimisation model, we used prices from the spot and future markets of ethanol and sugar, as well as data of production costs and stockage costs for each product.

Keywords: Hedging. Agricultural Commodities. Sugar and Ethanol Sector. Optimisation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Comparação da evolução dos preços futuros de Álcool.....	28
Figura 2.2 – Comparação da evolução dos logaritmos dos preços futuros de Álcool.....	29
Figura 2.3 – Comparação da Evolução dos preços futuros de Açúcar.....	30
Figura 2.4 – Comparação da Evolução dos logaritmos dos preços futuros de Açúcar.....	30
Figura 3.1 – Comparação da evolução dos preços de álcool e açúcar trazidos à uma mesma escala.....	37
Figura 3.2 – Comparação da evolução do $\ln(\text{preços})$ de álcool e açúcar trazidos à uma mesma escala.....	37
Figura 3.3 – Resultados da Simulação do logaritmo do preço do açúcar futuro.....	38
Figura 3.4 – Resultados da Simulação do logaritmo do preço do açúcar à vista.....	39
Figura 3.5 – Resultados da Simulação do logaritmo do preço do álcool futuro.....	39
Figura 3.6 – Resultados da Simulação do logaritmo do preço do álcool à vista.....	39
Figura 3.7 – Modelo de uma árvore de cenários.....	42
Figura 3.8 – Modelo de geração de uma árvore de cenários em paralelo.....	44
Figura 3.9 – Processo de simulação, <i>clustering</i> e geração de árvore de cenários.....	45
Figura 4.1 – Comparação da Evolução das Razões de Hedge de Mínima Variância para Açúcar.....	54
Figura 6.1 – Evolução do preço do Álcool à vista e futuro.....	75
Figura 6.2 – Evolução do logaritmo do preço do Álcool à vista e futuro.....	76
Figura 6.3 – Evolução do preço do Açúcar à vista e futuro.....	76

Figura 6.4 – Evolução do logaritmo do preço do Açúcar à vista e futuro.....	77
Figura 6.5 – Resultados dos testes de sazonalidade para os preços do Álcool.....	80
Figura 6.6 – Resultados dos testes de sazonalidade para os preços do Açúcar.....	81
Figura 6.7 – Caminhos simulados para o logaritmo dos preços de Álcool Futuro.....	82
Figura 6.8 – Caminhos simulados para o logaritmo dos preços de Açúcar Futuro.....	83
Figura 6.9 – Caminhos simulados para o logaritmo dos preços de Álcool à Vista.....	83
Figura 6.10 – Caminhos simulados para o logaritmo dos preços de Açúcar à Vista.....	84
Figura 6.11 – Árvore de Cenários gerada para Preços à Vista de Álcool e Açúcar.....	85
Figura 6.12 – Árvore de Cenários gerada para Preços Futuro de Álcool e Açúcar.....	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Índices de correlação entre preços de álcool e açúcar.....	37
Tabela 4.1 – Categorias de Razões de <i>Hedge</i> estáticas.....	50
Tabela 6.1 – Raízes da Árvore de Cenários.....	77
Tabela 6.2 – Matriz de covariância do logaritmo dos preços à vista.....	78
Tabela 6.3 – Matriz de covariância do logaritmo dos preços futuros.....	78
Tabela 6.4 – Matriz resultante da fatoração de Cholesky para preços futuros.....	79
Tabela 6.5 – Matriz resultante da fatoração de Cholesky para preços à vista.....	79
Tabela 6.6 – Distribuição mensal dos preços do Álcool.....	79
Tabela 6.7 – Distribuição mensal dos preços do Açúcar.....	80
Tabela 6.8 – Resultados da otimização da riqueza em T para Álcool.....	88
Tabela 6.9 – Resultados da otimização da riqueza em T para Açúcar.....	88
Tabela 6.10 – Resultados da otimização da riqueza em todo o período para Álcool.....	88
Tabela 6.11 – Resultados da otimização da riqueza em todo o período para Açúcar.....	89
Tabela 6.12 – Valores das Razões de <i>Hedge</i> calculados mensalmente.....	91
Tabela 6.13 – Resultados da otimização do risco pelo modelo de Mínima Variância.....	91
Tabela 6.14 – Resultados da otimização da variância em T para Álcool.....	92
Tabela 6.15 – Resultados da otimização da variância em T para Açúcar.....	92
Tabela 6.16 – Resultados da otimização da variância em todo o período para Álcool.....	92

Tabela 6.17 – Resultado otimização da variância em todo o período para Açúcar.....	93
Tabela 6.18 – Resultado da otimização da riqueza e variância em T para Álcool.....	94
Tabela 6.19 – Resultado da otimização da riqueza e variância em T para Açúcar.....	94
Tabela 6.20 – Resultados da otimização da riqueza e variância em todo o período para Álcool.....	95
Tabela 6.21 – Resultados da otimização da riqueza e variância em todo o período para Açúcar.....	95

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 Motivação	15
1.2 Objetivos	18
1.3 A Empresa.....	19
1.4 Organização do Trabalho.....	19
2 CONCEITOS.....	22
2.1 Mercado de Álcool e Açúcar	22
2.2 O Mercado Futuro	24
2.3 Sazonalidade nos Mercados de Álcool e Açúcar.....	27
2.4 Conclusão.....	31
3 SIMULAÇÃO DE PREÇOS DE AÇÚCAR E ÁLCOOL	32
3.1 Introdução	32
3.2 Simulação de Monte Carlo	33
3.3 Simulação com Sazonalidade	35
3.4 Geração de Árvores de Cenários.....	40
3.5 Simulação e <i>Clustering</i>	42
3.5.1 Simulação em Paralelo	43
3.6 Conclusão.....	44
4 ESTRATÉGIAS DE <i>HEDGING</i>.....	46
4.1 Introdução	46
4.2 <i>Hedge</i>	47
4.2.1 <i>Hedging</i> Estático	49
4.2.1.1 Razão de <i>Hedge</i> de Mínima Variância.....	50
4.2.2 <i>Hedging</i> Dinâmico	51
4.2.3 <i>Hedge</i> aplicado à produção.....	52
4.3 Modelo de <i>Hedge</i> Adotado	54
4.4 Conclusão.....	56

5 DEFINIÇÃO DO MODELO	57
5.1 Introdução	57
5.2 Simulação de Preços.....	58
5.3 Modelo de Otimização	60
5.4 Parâmetros do Modelo.....	63
5.5 Variáveis de Decisão	65
5.6 Função Objetivo	66
5.7 Restrições	68
5.8 Conclusão.....	70
6 RESOLUÇÃO, RESULTADOS E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	72
6.1 Introdução	72
6.2 Definição das Variáveis de Entrada do Modelo	73
6.3 Resultado da Simulação e <i>Clustering</i>	75
6.4 Resultados da Otimização	87
6.5 Conclusão.....	95
7 CONCLUSÃO	97
7.1 Conclusões	97
7.2 Comentários Finais e Recomendações para Trabalhos Futuros.....	98
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	100
APÊNDICE A - PROCESSOS ESTOCÁSTICOS	106
APÊNDICE B - SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	110
APÊNDICE C - TESTES DE SAZONALIDADE	112
APÊNDICE D - MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA	115
APÊNDICE E - FATORAÇÃO DE CHOLESKY	117

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo aplicar conceitos de pesquisa operacional na área de otimização de gestão de usinas sucro alcooleiras. Serão analisadas estratégias de *hedge* que os usineiros podem adotar visando uma maximização de sua riqueza em um determinado período e também minimização dos riscos envolvidos neste processo.

Considerando-se uma usina com a possibilidade de produção de diferentes produtos como o álcool, açúcar, bagaço, vinhaça, etc, o usineiro busca a maximização do retorno do capital investido dado nível de risco gerado pelas incertezas da evolução dos preços futuros. Dessa forma, um algoritmo de otimização pode ser construído para a determinação das quantidades ótimas dos produtos que compõem o mix de produção de uma determinada usina e determinação das estratégias de *hedge* no mercado futuro que possam garantir ao produtor uma maior proteção contra oscilações no mercado.

Em geral estas decisões são tomadas de forma independente, analisando apenas a questão de maximização da riqueza ou então de minimização de riscos envolvidos. Portanto este Trabalho de Formatura apresenta uma abordagem distinta da usual, buscando a junção destes dois aspectos em um único modelo de otimização.

1.1 Motivação

O complexo agroindustrial canavieiro constitui-se na mais antiga atividade econômica do Brasil. A relevância de estudar o funcionamento do setor sucro alcooleiro brasileiro reside em sua grande importância tanto no ambiente doméstico como internacional, diferenciando-se dos demais países por produzir, em escala industrial, tanto açúcar como álcool. Em termos de mercado interno, a cana-de-açúcar ocupa posição de destaque entre as principais culturas quanto à área plantada e também quanto ao volume e valor da produção. Diante desta importância tanto para o mercado brasileiro como para o mundial, é bastante freqüente na literatura, Piacente (2006) e Belik e Vian (1998), a tentativa de compreensão da trajetória do setor sucro alcooleiro e de suas características estruturais. A discussão da importância da cana-de-açúcar na história econômica do país já foi tratada por diversos autores sendo

bastante rica na literatura. Há a presença de trabalhos que datam da década de 70 evoluindo até os dias de hoje, quando a questão do álcool voltou à tona. No entanto pouco ainda foi tratado a respeito de estratégias de *hedge* no mercado futuro neste ambiente.

Atualmente, segundo dados da UNICA, o mercado sucro alcooleiro movimenta cerca de R\$ 12,7 bilhões por ano, com faturamentos diretos e indiretos, que correspondem a aproximadamente 2,3% do PIB brasileiro. Na safra 2004/05 foram produzidas 255 milhões de toneladas de cana, que resultaram em um total de 16,2 milhões de toneladas de açúcar e 10,6 milhões de m³ de álcool. O parque sucro alcooleiro nacional possui mais de 300 unidades industriais em atividade, sendo que cerca de 41% localizam-se no Estado de São Paulo. Aproximadamente 27% são destilarias autônomas e o restante, usinas com destilaria anexa.

O Brasil destaca-se como o maior produtor e exportador mundial de açúcar, sendo um dos países mais competitivos nesse mercado. Já com relação ao álcool, atualmente, o Brasil é o maior produtor do mundo.

Uma das mais importantes características do setor sucro alcooleiro brasileiro consiste na flexibilidade de sua produção. As usinas de cana-de-açúcar podem direcionar o caldo oriundo da moagem da cana-de-açúcar tanto para a fabricação de açúcar como para de álcool, dependendo da rentabilidade desses produtos. Além destes, há a possibilidade de produção de subprodutos advindos do bagaço gerado neste processo, como o álcool de segunda qualidade e a co-geração de energia.

Segundo estudo levantado por Alves (2002) as fábricas do setor sucro alcooleiro podem produzir tanto o álcool anidro como o hidratado, que são consumidos pelo mercado interno. Já no caso do açúcar, principalmente devido a maior liquidez de seu mercado, pode ser comercializado nos mercados interno e externo, conforme as vantagens comparativas de preços. O bagaço da cana, obtido após a moagem, pode ser utilizado no processo de co-geração de energia, podendo reduzir os custos com tais gastos na usina, ou como matéria-prima para a produção de celulose. Outros subprodutos derivados do processo de produção do álcool e açúcar são a vinhaça (fertilizante) e o melaço (fermentações).

No processo de tomada de decisão do mix de produção os usineiros formam expectativa considerando preços futuros e quantidades demandadas de açúcar e álcool, tanto no mercado interno como no externo.

O processo de tomada de decisão que envolve o mix de produção e sua gestão financeira é um dos principais problemas para o usineiro, necessitando de um estudo prévio da evolução da demanda e do comportamento dos preços de seus produtos no futuro para que

estratégias de *hedge* possam ser assumidas. Antes da década de 90 os usineiros não se deparavam com este problema devido à grande intervenção estatal nas políticas de produção que não permitia a livre flutuação dos preços.

Para reverter essa posição, no início da década de 90 adotaram-se novas políticas que sinalizavam para uma menor intervenção estatal e, posteriormente, o setor sucro alcooleiro foi inserido em um contexto de livre mercado. Dai, o setor passou por uma profunda transformação, pois o preço do açúcar no mercado interno deixou de ser tabelado e com a posterior liberação das exportações, as possibilidades de comercialização do produto se expandiram, exigindo do usineiro um maior estudo e análise da situação antes da tomada de decisão. O mercado de álcool passou por mudanças similares a partir de 1997, o preço do álcool anidro deixou de ser tabelado e logo em seguida em 1998 o governo liberou o preço da cana-de-açúcar e em 1999, o preço do álcool hidratado, aumentando então a liquidez de tal mercado.

Estas mudanças afetaram diretamente os produtores de álcool e açúcar tanto em sua política de produção como na forma de comercializar seus produtos. A partir do momento em que essas atividades deixaram de ser orientadas pelo governo e passaram a fazer parte da administração privada de cada usina, essas empresas passaram a depender mais de sua eficiência administrativa e econômica, e também depararam-se com uma concorrência mais intensa na colocação de seus produtos finais, o açúcar e o álcool. Os produtores e agentes de mercado passaram a conduzir suas ações de acordo com os sinais emitidos por preços determinados em mercados competitivos, necessitando identificar políticas e estratégias que os protegessem neste novo ambiente.

A abordagem deste presente trabalho busca tentar atender esta demanda dos usineiros por modelos de simulação da evolução dos preços de seus produtos no mercado à vista e futuro, que forneçam uma base para a definição de seu mix de produção e também de estratégias de *hedge* no mercado futuro que possam minimizar a volatilidade do mercado. Para isso utilizou-se modelos multiperíodos de otimização que possam fornecer a cada instante o mix ótimo de produção e a estratégia que maximize a riqueza do produtor minimizando simultaneamente o risco envolvido neste processo de tomada de decisão.

Dessa forma, será apresentado um modelo que contemple um algoritmo de otimização multiperíodo que possa ser utilizado na prática por um usineiro, fornecendo a este uma ferramenta útil para que consiga através de uma árvore de cenários verificar quais são suas

possíveis estratégias e de acordo com a sua aptidão ao risco definir aquela que melhor lhe convém.

1.2 Objetivos

O objetivo deste projeto é construir, implementar e analisar modelos de otimização multiperíodo para elaborar estratégias de *hedging* que levem em conta as peculiaridades da produção de derivados de cana-de-açúcar. O modelo baseia-se em processos estocásticos que descrevam de maneira fidedigna a evolução dos preços dos produtos tanto no mercado à vista como futuro, permitindo captar e prever tendências e oscilações sazonais. A simulação de preços é, portanto uma entrada do modelo de otimização multiperíodo, que deve determinar a estratégia de *hedging* ótima para a gestão dos recursos do produtor.

Verifica-se assim que o Trabalho de Formatura apresenta muitas contribuições para esta área de estudo, ainda carente de modelos mais sofisticados e abrangentes para o auxílio na tomada de decisão. O trabalho se baseia em dois objetivos principais:

- Construir estratégias de proteção financeira junto com produção para uma usina sucro alcooleira através de um modelo de otimização.
- Empregar processos estocásticos que descrevam a evolução de preços de *commodities* agrícolas.

Como objetivos secundários se destacam:

- Análise das diferentes funções utilidades do investidor e seu impacto na elaboração de estratégias.
- Utilização da técnica da *clustering* com simulação para construir árvores de cenários no mercado de *commodities*.
- Empregar o mercado futuro como instrumento para redução de risco de preço.

1.3 A Empresa

A realização deste trabalho foi motivada pela demanda de profissionais da Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) por modelos matemáticos relacionados à gestão financeira de *commodities* agrícolas. Através de contato que se estende desde 2004 junto a estes profissionais, o tema do trabalho de formatura foi desenvolvido de forma a minimizar a carência destes por modelos mais sofisticados que não perdessem o foco do sistema produtivo e suas principais restrições e peculiaridades.

Este trabalho de formatura é uma evolução de um projeto de Iniciação Científica realizado no período de agosto de 2004 a agosto de 2005, que tinha como objetivo a criação de modelos de previsão de preços de *commodities* agrícolas no mercado futuro. Neste projeto o foco era a elaboração de processos que fossem capazes de descrever a evolução de preços das *commodities*, o que é uma das entradas para a concretização do atual trabalho.

O projeto de Iniciação Científica foi premiado com Menção Honrosa pela Universidade de São Paulo no 13º Siicusp (Simpósio Internacional de Iniciação Científica da Universidade de São Paulo). O mesmo trabalho também resultou na publicação de dois artigos científicos em congressos. O projeto foi apresentado no congresso nacional da SOBER em 2005 e no congresso internacional Euroma em 2007.

Verificando a possibilidade de expansão do tema de estudo da Iniciação Científica, especialistas da BM&F sugeriram a utilização dos resultados obtidos para a elaboração de estratégias de proteção no mercado financeiro. A sugestão foi aceita e o trabalho de formatura se desenvolve sobre este tema. Os resultados obtidos com este trabalho serão utilizados posteriormente como um dos tópicos da dissertação de mestrado que a autora deverá iniciar em 2008.

1.4 Organização do Trabalho

O Capítulo 1 apresenta o tema do trabalho a ser desenvolvido bem como as justificativas de sua importância para o setor sucro alcooleiro e os objetivos principais a serem tratados.

O Capítulo 2 descreve alguns conceitos necessários à compreensão deste trabalho. O capítulo inicia com uma introdução ao mercado de álcool e açúcar, discutindo sua evolução e perspectivas. Em seguida, são apresentadas as características do mercado futuro onde os produtos de interesse são negociados, descrevendo seus principais componentes e respectivos interesses. Por último, descreve-se o processo de formação de preços no mercado futuro para álcool e açúcar e os possíveis riscos que os usineiros incorrem. Destaca-se também a presença de sazonalidade destas culturas identificando-se sua influência na evolução de seus preços.

O Capítulo 3 analisa os métodos de simulação para os preços de álcool e açúcar. Para isso são apresentados alguns conceitos de processos estocásticos, simulação de Monte Carlo para posteriormente analisar-se como estes modelos podem ser adaptados para tratar evoluções com sazonalidade. Por fim são apresentados modelos de geração de árvores de cenários com objetivo de encontrar na teoria os métodos utilizados na modelagem de parâmetros aleatórios de forma discretizada. É apresentada a técnica de simulação e *clustering* que será utilizada pelo modelo proposto.

O Capítulo 4 descreve as possíveis estratégias de *hedging* que um usineiro pode adotar. Diferencia-se modelos que determinam razões de *hedge* estáticas de dinâmicas e com base nas informações disponíveis na literatura adota-se um modelo de *hedge* adequado ao problema em questão.

O Capítulo 5 descreve o modelo de programação a ser utilizado na resolução do problema de otimização de riqueza e minimização do risco nas usinas. O capítulo começa com o detalhamento da técnica de geração de árvores de cenários escolhida – simulação e *clustering*. Em seguida, o modelo de otimização é descrito de forma minuciosa: parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições.

O Capítulo 6 apresenta os resultados obtidos na aplicação do modelo numa usina sucro alcooleira. O modelo é testado num horizonte de um ano, sendo revisado a cada data de vencimento dos contratos futuros. O capítulo se encerra com a análise dos resultados encontrados, no qual dois casos particulares são estudados separadamente e posteriormente em conjunto, a maximização de riqueza e minimização de risco.

O Capítulo 7 é o capítulo de fechamento do trabalho. Neste capítulo serão analisadas as respostas obtidas no capítulo 6. Após a análise, serão apresentadas as conclusões e as recomendações para trabalhos futuros que podem ser desenvolvidos a partir do modelo construído neste trabalho.

As referências bibliográficas são apresentadas ao final do documento. Os apêndices também fazem parte deste trabalho.

2 CONCEITOS

Neste capítulo serão apresentados conceitos fundamentais para elaboração deste Trabalho de Formatura. Inicialmente serão discutidas as características principais do mercado de negociação de álcool e açúcar assim como o processo de formação de seus preços no mercado futuro.

Serão apresentados os principais riscos decorrentes da tomada de decisão do usineiro e serão descritas possíveis estratégias utilizadas para minimizá-los. Ao final do capítulo apresenta-se uma análise da sazonalidade presente no cultivo e produção de derivados da cana-de-açúcar, destacando-se sua importância na evolução dos preços destes ativos.

2.1 Mercado de Álcool e Açúcar

A evolução recente do setor sucro alcooleiro e as perspectivas otimistas de crescimento para os próximos anos têm tornado este setor bastante atrativo e também têm demandado um melhor posicionamento dos usineiros, exigindo estratégias de produção mais elaboradas.

Alguns dos fatores propulsores da reestruturação que vem ocorrendo neste mercado são: a redução de barreiras comerciais, custos logísticos, definições políticas, uso mais freqüente do Gás Natural Veicular (GNV), entrada no mercado do veículo bi-combustível, reestruturação tributária do setor, aumento das exportações, mix álcool/gasolina e co-geração de energia, entre outros. Pela dinâmica natural destes fatores que influenciam a configuração do setor, o mercado está constantemente exposto a incertezas. A principal questão que deriva disso para os usineiros seria como se preparar e definir estratégias, prioridades e tendências.

É importante ressaltar que a criação de modelos matemáticos e de gestão financeira que descrevam o comportamento do mercado deve seguir um caminho determinado e coerente com a realidade produtiva, partindo sempre da decisão do usineiro. Desta forma busca-se a ponderação entre o valor gerado e a propensão a assumir risco pelo negócio.

Do binômio retorno x risco surgem as diretrizes estratégicas corporativas e se elabora um modelo adequado que, neste setor, tenderá cada vez mais a uma grande flexibilidade,

devido à necessidade de se adequar às características das funções utilidade de cada usineiro. O principal desafio das organizações que atuam neste setor é garantir, de modo sustentável, mesmo considerando as flutuações nestes mercados, a geração de valor para o produtor.

Como todas as atividades econômicas, a agropecuária possui diversos riscos associados ao processo de produção e comercialização. Com relação ao produtor rural, basicamente, existem três tipos de riscos que ameaçam seus resultados:

- risco de produção
- risco de crédito
- risco de preço

O risco de produção refere-se a possibilidade do volume de produção esperada não se concretizar devido a eventos relacionados com o clima, como por exemplo seca, excesso de chuvas, geadas, etc. Para administrar riscos de produção pode-se estabelecer contratos de seguros agrícolas com companhias de seguros.

O risco de crédito relaciona-se à possibilidade do tomador do crédito não honrar o compromisso assumido com o agente financeiro. Pode ser reduzido administrando o próprio risco de preços.

O risco de preço representa a possibilidade dos preços oscilarem em sentido contrário ao interesse do produtor, isto é, no que se refere às mercadorias, o risco do preço cair a níveis insuficientes para a remuneração do custo de produção. O risco de preço da mercadoria pode ser minimizado utilizando programas governamentais de suporte de preços, contratos a termo com adiantamento de recursos e contratos a termo sem adiantamento de recursos. Dentre as diversas ferramentas para redução de risco de preços disponíveis nos mercados financeiros, este trabalho analisa estratégias de *hedging* nos mercados futuros.

Segundo a apostila do curso da Bolsa de Mercadorias & Futuros (2006) o processo de livre negociação nos mercados de açúcar e álcool no Brasil remonta ao início dos anos 1990, quando da extinção do Instituto do Açúcar e do Alcool (IAA), órgão governamental que regulava a produção de açúcar e promovia estímulos à produção de álcool. A finalidade do IAA era assegurar o equilíbrio interno no fornecimento de açúcar e fomentar a fabricação de álcool, devido à alta dos preços do petróleo no mercado internacional.

2.2 O Mercado Futuro

Segundo Bertolo (2006) os mercados futuros de *commodities* agropecuárias são uma forma de propiciar segurança, em um ambiente com risco, para o produtor rural e para a agroindústria, possibilitando uma garantia quanto à queda ou à elevação de preços. Os mercados futuros são uma forma eficaz para a eliminação do risco deste ambiente. Este risco é gerado pela variação na produção o que leva a uma incerteza de preços em um tempo futuro, quando se dará então a comercialização do produto.

De acordo com Ribeiro, Sosnoski e Widonsck (2005) o mercado futuro de *commodities* agrícolas possui negociação nas bolsas de mercadoria, onde são transacionados contratos de produtos agropecuários, com um preço determinado para uma data futura. No mercado futuro agropecuário são negociados contratos referentes a uma quantidade de produto, alguns de seus participantes estão interessados no produto enquanto outros não têm a intenção de comercializar produtos físicos diretamente na bolsa. Portanto o mercado futuro em bolsa é um mercado de contratos onde na realidade são negociados preços futuros de uma mercadoria.

Nos mercados futuros de *commodities* agropecuárias há diversos participantes como os compradores, os vendedores, os especuladores, os corretores e os operadores. Para efetuar uma operação no mercado futuro de *commodities* agropecuárias, tanto o vendedor como o comprador, devem operacionalizar as suas intenções através de uma corretora de valores. São os operadores de pregão que executam as ordens de compra e venda que vêm das corretoras por ordem dos seus clientes.

Muitos dos participantes do mercado futuro não estão preocupados em entregar ou receber um ativo físico, mas sim em ter ganhos com as oscilações de preços ou com a adoção de estratégias mais abrangentes. Desta forma, um número muito pequeno de contratos darão origem a entregas e recebimentos físicos na bolsa.

Em 1995, a Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F), em sintonia com o setor sucro alcooleiro, lançou o contrato futuro de açúcar cristal. Há contratos futuros em negociação nos Estados Unidos (*New York Board of Trade*) e na Europa (*Euronext.Liffe*), para o açúcar demerara e refinado, respectivamente. Vale ressaltar que o açúcar negociado na BM&F é o cristal especial, que é de qualidade superior ao demerara e inferior ao refinado.

No ano 2000, a Bolsa colocou em mercado o contrato futuro de álcool anidro carburante, o primeiro contrato derivativo dessa *commodity* no mundo. Em março de 2005, a *Chicago Board of Trade* introduziu o contrato futuro de etanol.

Há diversas empresas ou setores da economia sujeitos aos riscos de oscilação de preço do açúcar ou do álcool. Os exemplos listados a seguir foram adaptados da apostila do curso da BM&F (2006) e buscam ilustrar situações potenciais de risco de preço com as quais os participantes dessa cadeia produtiva podem deparar-se.

- Empresas de insumo – empresas de fertilizantes, defensivos, adubos e outros que fazem suas vendas atreladas ao produto. Se as vendas forem vinculadas a uma mercadoria e se o faturamento ocorrer na safra, a empresa de insumo correrá o risco de queda de preço – e a operação de *hedge* mais natural seria a venda de contratos futuros de açúcar (ou de álcool, dependendo do contrato de fornecimento com seu cliente).

- Produtores de cana – geralmente, são remunerados pelo mix de produção das usinas (percentual da cana destinada ao açúcar e ao álcool), incorrendo, assim, no risco de queda de preço. O *hedge* natural seria uma posição vendida em contratos futuros.

- Usineiros – defrontam-se com o risco de, à época do produto acabado (açúcar ou álcool), os preços caírem abaixo do custo de produção. Nesse caso, o *hedge* natural seria uma operação de venda de contratos futuros. Mas os usineiros podem também assumir posição comprada, nas situações em que a posição no mercado futuro substitui seu estoque vendido antecipadamente ou, ainda, em que não tenham produzido por algum motivo e precisem honrar contratos fechados anteriormente com seus compradores.

- Indústrias: como o açúcar ou o álcool podem constituir insumo para fabricação de determinado produto acabado (refrigerante, por exemplo), há naturalmente necessidade de proteção de preço, pois, com a elevação de preço dessa matéria-prima, a indústria pode não conseguir repassar esse aumento para o consumidor de seu produto. Portanto, a operação de *hedge* correta para esse caso seria assumir posição comprada em mercados futuros.

- Distribuidoras de combustíveis – da mesma forma que as indústrias, as distribuidoras necessitam de proteção tanto para a alta de preço do álcool (*hedge* de compra) como para defesa de seus estoques desse produto (*hedge* de venda).

- *Traders* – podem assumir os dois lados nos mercados futuros. Dependendo da situação específica, a posição de um *trader* nos mercados futuros pode ser comprada ou vendida, de acordo com sua exposição ao risco no mercado físico (exportação/importação).

- Fundos de investimento – são os agentes que proporcionam liquidez ao mercado, assumindo posições compradas e vendidas em contratos futuros.

Os preços dos contratos futuros de álcool e açúcar são negociados através da Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F). A BM&F é um mercado organizado onde se negociam produtos com vencimento em determinada data futura, por preço previamente estabelecido. Assim sendo podemos interpretar as cotações divulgadas pela Bolsa como uma média das opiniões dos participantes do mercado em relação ao preço futuro de uma *commodity*.

Os preços futuros podem ser estimados da seguinte forma: toma-se o preço à vista do ativo em questão e acrescentam-se os custos de manutenção de uma posição física desse ativo, ou seja soma-se o preço à vista da *commodity* ao seu custo de carregamento para uma data futura. Os principais custos de carregamento são: custos de armazenagem, custos de transporte, custos de financiamento e custos de seguros.

Além dos custos acima citados, podemos acrescentar também um elemento adicional de incerteza quanto ao preço futuro de uma mercadoria. Conclui-se então que o preço futuro é o preço à vista da *commodity*, carregado de um prêmio que corresponde aos custos de manutenção de uma posição física, mais um prêmio pelo risco de incerteza.

Diariamente, os participantes do mercado negociam preços do açúcar e do álcool para diversos vencimentos futuros. Entretanto, a todo o momento, influenciados por fatores de oferta e demanda, os preços futuros se alteram, variando para cima ou para baixo do nível estabelecido anteriormente.

Para efeito de apuração do valor relativo ao ajuste diário das posições em aberto, estas são ajustadas, ao final de cada pregão, com base no preço de ajuste do dia, estabelecido conforme regras da BM&F, com movimentação financeira no dia útil subsequente (D+1). O ajuste diário é calculado até a data de vencimento, inclusive, como sendo a diferença entre o preço de fechamento na data t menos o preço de fechamento em $t-1$. O valor do ajuste diário se positivo, será creditado ao titular da posição compradora e debitado ao titular da vendedora. Caso o valor seja negativo, será debitado ao comprador e creditado ao vendedor.

Os contratos futuros de açúcar e álcool buscam atender à demanda por *hedge* do setor sucro alcooleiro, por representarem um instrumento de gestão de risco, e oferecem ao mercado, ao mesmo tempo, parâmetros de preço e transparência em sua formação.

Portanto diversas estratégias, isoladas ou conjuntas, podem ser utilizadas pelos empresários do setor agropecuário para comercializar seus produtos. Segundo Fontes, Castro

e Azevedo (2005), hoje o processo de comercialização é feito basicamente com o produto físico, em que os produtores vendem diretamente para os compradores ou utilizam a intermediação de uma cooperativa para a venda. A comercialização dos produtos em mercados derivativos, seja por bolsa de mercadorias e/ou por Cédula do Produto Rural (CPR), ainda é pouco usada, mas vem ganhando importância, pois, com a tendência da profissionalização deste mercado, a utilização de mecanismos que garantam preços para os produtores, será cada vez mais ampliada. Conforme Teixeira (1992), os mercados futuros constituem-se no instrumento de mercado mais eficaz para eliminar o risco da variação de preços dos bens econômicos.

Segundo Fileni (1999), a falta de conhecimento operacional e as incertezas em relação ao comportamento relativo dos preços futuros e à vista contribuem para a pequena participação do mercado futuro durante a comercialização agrícola.

De acordo com Arbex e Carvalho (1999), o mercado futuro de açúcar é o mais desenvolvido entre os produtos agrícolas nacionais, com o maior volume de negociação, ou seja maior liquidez, entre os contratos agropecuários na Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F). Já o mercado de álcool apresenta uma menor liquidez razão pela qual não serão abordadas estratégias de *hedge* com futuros para este produto.

A comercialização em mercados derivativos pode ser classificada em contratos a futuro, a termo e de opção. Sendo que os dois últimos não fazem parte do escopo deste trabalho.

2.3 Sazonalidade nos Mercados de Álcool e Açúcar

Em geral sazonalidade consiste em flutuações que ocorrem ciclicamente. Tais movimentos decorrem normalmente das variações climáticas relacionadas às estações do ano, ou a fatores culturais relacionados a efeitos de calendário. No caso dos derivados de cana-de-açúcar o ciclo observado é anual oscilando entre períodos de safra e entressafra oriundos das condições de plantio e colheita ao longo do ano. Estas variações estão relacionadas com os fatores de produção, com o produto e nos custos de oportunidade das máquinas e equipamentos utilizados para a produção de álcool e açúcar.

Giustina (1995), comenta a sazonalidade de vários pontos:

- a variação dos padrões climáticos que se verifica ao longo de um período em uma região faz com que a generalidade das produções agrícolas seja marcadamente sazonal, produzindo-se em cada estação do ano os produtos que melhor aproveitam as características climáticas que nesse período vigoram;
- os avanços verificados nas tecnologias de produção, nos domínios da rega, da drenagem, das estufas, do aparecimento de variedades tolerantes ou resistentes a certos fenômenos, que aumentam o controle do agricultor sobre algumas das variáveis do clima e solo, têm diminuído esta sazonalidade.(GIUSTINA, 1995).

A produção agrícola ocorre em algumas épocas do ano, como a cana que tem sua colheita no início do outono, característica que determina basicamente o comportamento dos preços desses produtos. Nas estações comumente chuvosas do Brasil (setembro a março), a produção de cana cai verticalmente, períodos este chamados de entressafra, aumentando nos meses de abril a agosto, período de pouca chuva, que é o período de safra da cana-de-açúcar.

Os produtos agroindustriais, pois, são dependentes do comportamento sazonal da oferta agrícola. A velocidade da produção, das vendas e a formação de estoques estão de acordo com a velocidade especificada pelas estações do ano. Conforme Slack *et al.* (1997), em muitas organizações, o planejamento e controle de capacidade está preocupado em lidar com flutuações sazonais da demanda.

A seguir as figuras 2.1 e 2.2 apresentam a comparação da evolução anual dos preços e do logaritmo dos preços futuros do álcool para os anos de 2001 à 2007. O objetivo destas figuras é identificar a existência de sazonalidade nas séries temporais disponíveis.

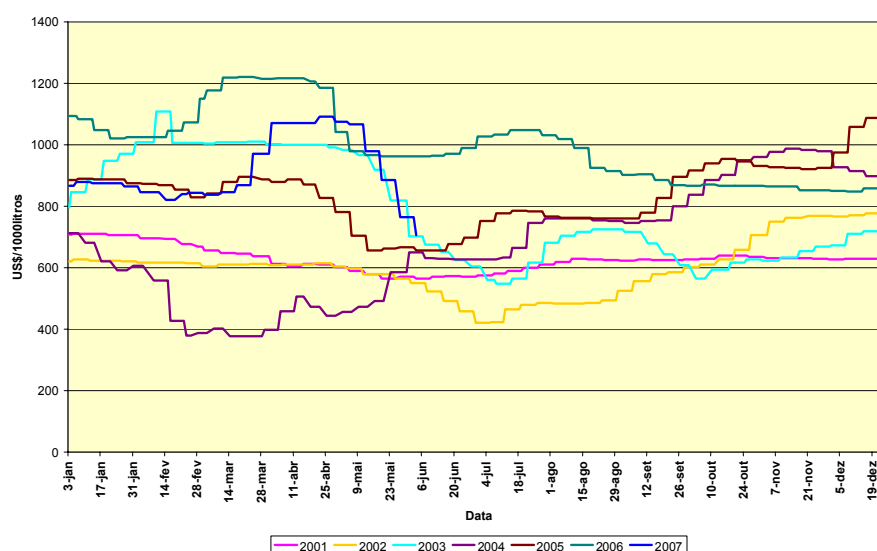


Figura 2.1 – Comparação da Evolução dos preços futuros de Álcool

Pode-se perceber pelo gráfico acima, que trata da evolução do preço futuro do álcool, que os anos de 2004/2005 apresentam ciclos similares, que por sua vez se diferenciam dos demais anos analisados. Estes acontecimentos afetam a evolução usual do produto, que como pode ser verificado na evolução dos demais anos, tem um ciclo definido pela variação da produção entre safra e entressafra. Desta forma percebemos que quando a série é isenta de influências exógenas tende a apresentar um pico nos preços, próximo ao período de colheitas (de março a maio), a partir do qual os preços caem, devido a grande quantidade do produto disponível no mercado. Conforme a oferta se reduz, os preços voltam a subir até o momento de nova colheita, fechando assim o ciclo sazonal.

Com a evolução da tecnologia disponível para o cultivo de cana e produção de seus sub produtos, o período de safra e entressafra vem variando. A colheita que anteriormente só era realizada a partir do mês de abril e maio, hoje ocorre até em março, caracterizando um deslocamento da curva de preços.

Aplicando-se o logaritmo nos preços diários, conforme sugere Makridakis *et al.* (1998), os dados tornam o efeito sazonal das variáveis aditivo e estabiliza a variância do erro, permitindo sua simulação.

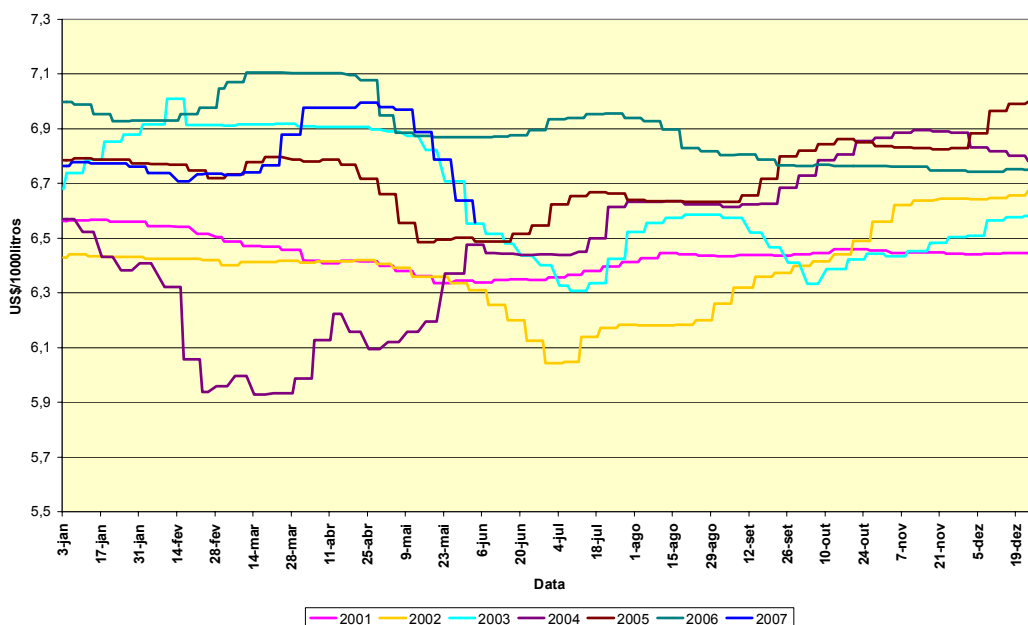


Figura 2.2 – Comparação da Evolução dos logaritmos dos preços futuros de Álcool

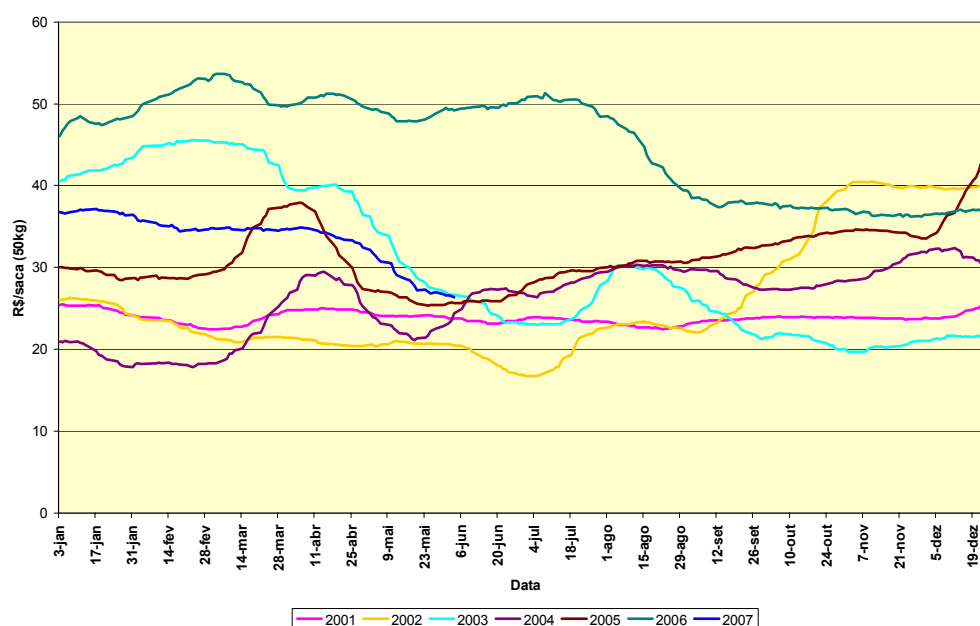


Figura 2.3 – Comparação da Evolução dos preços futuros de Açúcar

Analisando o comportamento do açúcar, observa-se um comportamento com tendência durante as safras e sazonal em diferentes meses do ano. São observadas também as diversas oscilações no preço do açúcar, devido a falta de ajuste entre a oferta e a demanda, uma vez que a maior oferta de açúcar ocorre no período que corresponde a safra de cana-de-açúcar e o consumo encontra-se distribuído no ano todo.

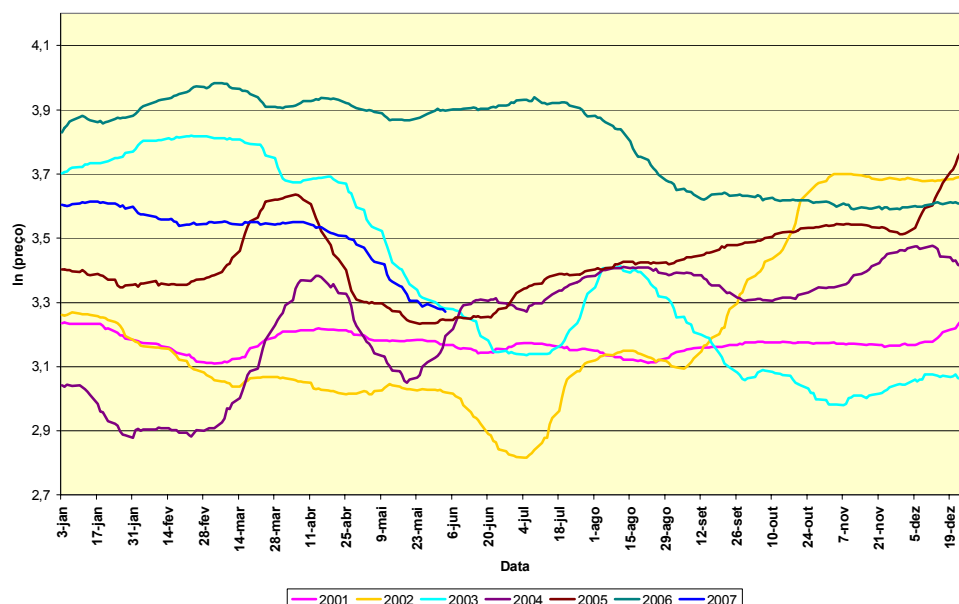


Figura 2.4 – Comparação da Evolução dos logaritmos dos preços futuros de Açúcar

Como exemplo cita-se o fato ocorrido de março a novembro de 2002, resultando em uma alta significativa no preço do açúcar. Segundo economistas da área, neste ano, a alta do

açúcar refletiu o aumento do dólar, o período de entressafra e o aumento das *commodities* no mercado internacional.

2.4 Conclusão

Através da análise realizada verifica-se que os derivados da cana-de-açúcar apresentam picos sazonais tanto decorrentes do próprio cultivo da cana e a oscilação entre safra e entressafra, como aqueles picos decorrentes de variáveis exógenas à sua produção, como redução de oferta no mercado devido a condições climáticas adversas, políticas de armazenagem, entrada no mercado de novos competidores, etc.

A análise da sazonalidade é fundamental para a construção dos modelos de simulação para a evolução dos preços dos derivados da cana-de-açúcar. Os modelos de simulação devem ser capazes de incorporar o componente sazonal destas culturas, fornecendo curvas que se aproximem da evolução real dos preços.

3 SIMULAÇÃO DE PREÇOS DE AÇÚCAR E ÁLCOOL

Neste capítulo serão discutidos os principais modelos de simulação de preços existentes na literatura, destacando possíveis processos estocásticos capazes de descrever a evolução dos preços de álcool e açúcar.

Inicialmente apresenta-se o modelo de simulação de Monte Carlo, discutindo-se posteriormente a possibilidade de inserção do componente sazonal neste modelo.

Em seguida são apresentados métodos de geração de árvores de cenário que têm como objetivo discretizar o processo de tomada de decisão para que seja aplicado o modelo de otimização. A técnica de simulação e *clustering* é detalhada por ser a selecionada pelo modelo proposto.

3.1 Introdução

Em uma usina sucro alcooleira com capacidade de produção de n subprodutos, um gestor deve considerar as informações sobre os preços dos produtos, à vista e no mercado futuro e os custos de produção e armazenagem, de forma a determinar a composição de seu mix de produção e a estratégia de *hedge* a cada instante de tomada de decisão ao longo de um horizonte de investimento. O objetivo do gestor é determinar o mix ótimo de produção, composto pelos n subprodutos, a cada instante t , de forma a maximizar a sua riqueza futura em T , onde $t = 1, 2, \dots, T$. Além do mix ótimo, deve determinar uma estratégia de *hedge* com contratos no mercado futuro que possa maximizar seus ganhos e reduzir o risco decorrente da oscilação de preços.

Cada usineiro apresenta sua curva característica da função utilidade que define seu grau de aceitação de risco a cada instante de tempo. Portanto trata-se de um problema de otimização multiperíodo, onde busca-se a maximização da função utilidade de um indivíduo.

Como os preços dos produtos variam ao longo do tempo de forma aleatória, o problema de tomada de decisão envolve incertezas. Logo, pode-se modelar essas incertezas, caracterizadas pela evolução dos preços dos produtos, segundo processos estocásticos,

transformando o problema num problema de otimização estocástica multiperíodo como apresentados por Hu (2003).

Os problemas de otimização estocástica multiperíodo possuem particularidades, como o cálculo de expectativas condicionais de variáveis aleatórias, que dificultam a sua resolução. Além disto, o tamanho e a complexidade desses problemas podem crescer rapidamente com a adição de novas incertezas no modelo, motivo pelo qual no modelo proposto neste trabalho o problema de otimização estocástica será convertido em um problema de otimização determinística.

Dessa forma, exceto para casos simples, os problemas de programação estocástica multiperíodo podem ser formulados, mas nem sempre resolvidos. Muitos autores, com destaque para Pflug (2001) e Hibiki (2005), têm se concentrado em criar métodos e algoritmos que exploram e simplificam a resolução desses problemas. Como exemplo, pode-se citar os métodos de geração de árvores de cenários, uma técnica bastante empregada na resolução destes tipos de problema.

3.2 Simulação de Monte Carlo

A Simulação ou Método de Monte Carlo (MMC) pode ser conceituado como um método de simulação estatística. Métodos de simulações estatísticas podem ser definidos em termos gerais como qualquer método que utilize uma seqüência de números aleatórios para gerar a simulação.

Em muitas aplicações de Monte Carlo, o processo físico é simulado diretamente e não é necessário escrever as equações diferenciais que descrevem o comportamento do sistema. A única exigência é que o sistema seja descrito por Funções Densidade de Probabilidade. Uma vez definidas estas funções, a Simulação de Monte Carlo pode proceder à amostragem aleatória para as mesmas.

Para realizar o processo de amostragem, é necessário utilizar algum método de geração de números aleatórios. Os resultados destas amostras aleatórias ou interações devem ser acumulados de maneira apropriada para produzir o resultado desejado, mas a característica fundamental do Método de Monte Carlo é usar técnicas de amostragem aleatória para chegar à solução do problema. O método aplica-se bem, tanto a problemas absolutamente não

probabilísticos, quanto a problemas com estrutura inerentemente probabilística. A simulação de Monte Carlo tem sido empregada em finanças para descrever a evolução de preços e para tanto tem que determinar processos estocásticos que descrevem a evolução dos mesmos.

Para o problema de interesse, considere uma usina com a capacidade de produzir N produtos. Caso não sejam correlacionados, a solução para o problema da evolução do preço destes produtos se dá de forma direta. Assume-se que o processo em questão possa ser aproximado por um processo de Wiener, que é uma maneira de descrever preços de ativos financeiros através de:

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dz \quad (3.1)$$

Integrando a equação explicitada para um processo de Wiener e generalizando para N produtos, temos:

$$\Delta S_{j,t} = S_{j,t-1} (\mu_j \Delta t + \sigma_j \mathcal{E}_{j,t} \sqrt{\Delta t}), \quad j = 1, \dots, N \quad (3.2)$$

onde \mathcal{E} é uma variável aleatória normal padrão, isto é, uma variável aleatória com média zero e variância um e $\Delta t = H/n$, onde H é o horizonte de investimento e n o número de incrementos (períodos) ao longo deste horizonte.

Os valores de \mathcal{E} são independentes entre os períodos de tempo e entre as séries $j = 1, \dots, N$. Através da simulação de Monte Carlo, geram-se números pseudo-aleatórios que descrevem o comportamento a ser percorrido pelos produtos independentemente. O valor resultante da combinação dos N preços num determinado horizonte de tempo H é dado pelo somatório do valor de cada produto j no instante de tempo H .

Entretanto, as variáveis (preços) são em geral correlacionadas. Isto faz com que a simulação se torne computacionalmente mais complexa, sendo necessário descrever a relação entre as variáveis, o que é feito através da matriz de variância-covariância (Σ_t).

Um das formas de se obter uma simulação sem nenhuma simplificação com relação às correlações entre os preços dos produtos em questão, consiste na utilização de uma técnica conhecida como método de decomposição ou fatoração de Cholesky da matriz variância-covariância dos ativos que está detalhado no apêndice E. A decomposição de Cholesky será utilizada no modelo de construção de árvores de cenário, trabalhando-se com o logaritmo dos preços, conforme será detalhado mais a diante.

No entanto o modelo de simulação apresentado acima deve ser adaptado para a utilização na simulação dos preços dos produtos, álcool e açúcar. Estes produtos apresentam

sazonalidade e através do modelo proposto não é possível captar a variação sazonal decorrente dos períodos de safra e entressafra da cana-de-açúcar.

3.3 Simulação com Sazonalidade

Como os ativos álcool e açúcar apresentam sazonalidade na evolução de seus preços, a Simulação de Monte Carlo deve ser adaptada para a inserção do comportamento sazonal.

O modelo a ser apresentado é baseado no trabalho de Tseng e Barz (2002). Neste estudo os autores apresentam um método que permite a inserção do componente sazonal no modelo de simulação. A metodologia sugerida pode ser aplicada em processos que sigam o movimento browniano generalizado e neste trabalho será adotada para a simulação dos preços à vista e futuros tanto para o álcool como para o açúcar. Baseado em um processo de Ito tem-se que os preços podem ser obtidos através do seguinte processo estocástico:

$$dX_t = -\mu(X_t - m_t)dt + \sigma dB_t \quad (3.3)$$

onde X_t é o logaritmo do preço em t , m_t representa a média do logaritmo dos preços obtida para o instante t , σ é o desvio padrão e μ é um parâmetro que mede o grau de armazenagem dos produtos. Quando este valor for elevado indica que há baixa autocorrelação entre o preço em t e o preço em $t-1$.

Assim o modelo é composto por dois componentes principais, o primeiro que carrega informações do histórico de preços, ajustando-os de acordo com a sazonalidade existente, e o segundo que é o componente aleatório.

Tseng e Barz (2002) demonstraram que a solução da equação acima é a seguinte:

$$X_t = e^{-\kappa t} X_0 + \alpha(1 - e^{-\kappa t}) + \sigma \int_0^t e^{-\kappa(t-s)} dB_s \quad (3.4)$$

onde α , κ e σ são parâmetros que podem ser estimados através do método de máxima verossimilhança.

Para realizar a simulação dos preços discretiza-se o processo. A integração é realizada em relação ao processo B_t obtendo-se a seguinte dinâmica:

$$X_{sim}(t) = \alpha - e^{-\kappa}(\alpha - X_{sim}(t-1)) + \sigma e^{-\kappa} B \quad (3.5)$$

onde $X_{sim}(t)$ indica o valor simulado do logaritmo do preço do ativo em t .

O número aleatório B é gerado neste caso por simulação de Monte Carlo tradicional. Para a obtenção dos parâmetros presentes nesta equação utiliza-se o método de máxima verossimilhança. No apêndice D é apresentada uma breve discussão de tal método.

Os seguintes estimadores para o processo são determinados por:

$$\alpha = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n X_i - \frac{1}{n+1} \left(\frac{X_0 - e^{-\kappa} X_n}{1 - e^{-\kappa}} \right) \quad (3.6)$$

$$\approx \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n X_i \quad \text{para } n \text{ grande}$$

$$\kappa = -\ln \left[\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \alpha)(X_{i-1} - \alpha)}{\sum_{i=0}^{n-1} (X_i - \alpha)^2} \right] \quad (3.7)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - (e^{-\kappa}(X_{i-1} - \alpha) + \alpha))^2 \quad (3.8)$$

$$\sigma^2 = \frac{2\kappa \hat{\sigma}^2}{(1 - e^{-2\kappa})} \quad (3.9)$$

Portanto, substituindo os preços da série temporal original pelo logaritmo dos preços, pode-se aplicar estas expressões para obtenção dos parâmetros, tanto para o álcool como para o açúcar, isoladamente.

Cogitou-se a possibilidade de uma estimação agregada, isto é, no momento de estimação dos parâmetros por máxima verossimilhança ao invés de estimar por exemplo os valores α , κ e σ isoladamente para álcool e açúcar, estimar-se-ia os vetores $[\alpha_1 \alpha_2]$ $[\kappa_1 \kappa_2]$ e a matriz de covariância simultaneamente. Ou seja, as expressões analíticas já considerariam os parâmetros dos dois ativos. Para isto seria necessário trabalhar com uma distribuição normal multivariada. No entanto o estudo e execução de uma estimação agregada, ou seja, via modelo de máxima verossimilhança bivariado, não está no escopo deste Trabalho de Formatura.

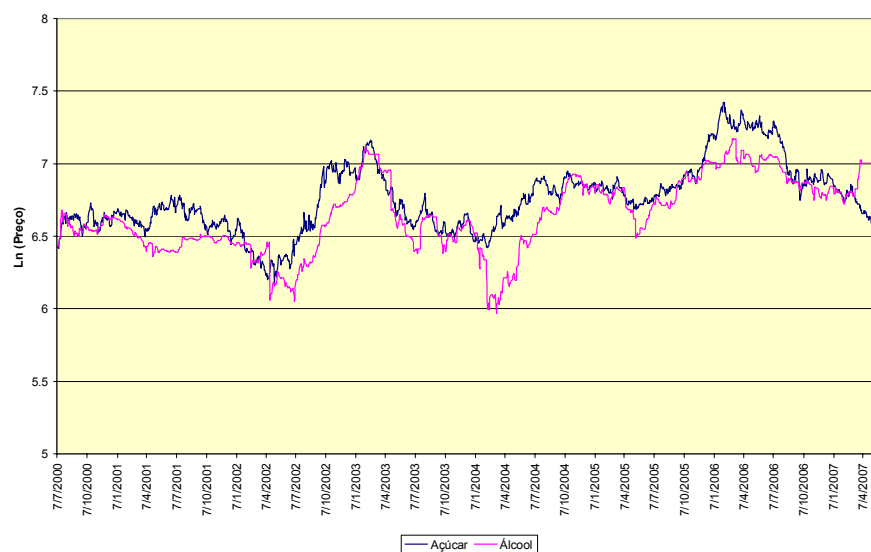
Como ambos são derivados da cana-de-açúcar e portanto têm oscilações conforme seu período de safra e entressafra é razoável assumir que suas sazonalidades sejam próximas.

Para verificar a veracidade disto, calculou-se a correlação entre os preços destes produtos e os resultados obtidos foram os seguintes:

Tabela 3.1 – Índices de correlação entre preços de álcool e açúcar

	Índice de Correlação
Preços Futuros	0,80
Logaritmo dos Preços	0,88

Para comprovar que os valores são correlacionados realizou-se um teste de hipóteses para análise de correlação o qual resultou na rejeição da hipótese $H_0: \rho = 0$, onde ρ é o coeficiente de correlação. Portanto assume-se $H_1: \rho \neq 0$, que considera que a correlação entre os preços de álcool e açúcar exista. O mesmo resultado pode ser verificado através das figuras 3.1 e 3.2 para preços e logaritmo dos preços respectivamente.

**Figura 3.1 – Comparação da evolução dos preços de álcool e açúcar trazidos à uma mesma escala****Figura 3.2 – Comparação da evolução do ln(preços) de álcool e açúcar trazidos à uma mesma escala**

Como modo alternativo para a não utilização de um modelo de estimação agregado, decidiu-se pela inserção da correlação existente através da matriz proveniente da fatoração de Cholesky no modelo de Tseng e Barz (2002). A matriz foi inserida no modelo por meio da multiplicação desta pelo componente aleatório da equação de simulação. Dessa forma os valores obtidos através da simulação são fornecidos pela seguinte equação:

$$X_{sim}(t) = \alpha - e^{-\kappa}(\alpha - X_{sim}(t-1)) + \sigma.e^{-\kappa}\xi.L \quad (3.10)$$

onde L é a matriz obtida através da decomposição de Cholesky.

Para o cálculo dos parâmetros utilizaram-se dados históricos de julho de 2000 até fevereiro de 2006, totalizando 1390 observações, permitindo assim a utilização destes para validar o modelo com os dados de fevereiro de 2006 a fevereiro de 2007. Num primeiro momento simulou-se para um horizonte de 249 dias para a frente, o que resultaria em um ano de produção. Os resultados obtidos foram satisfatórios por conseguirem captar o comportamento dos valores reais de uma maneira apropriada.

É razoável supor que para horizontes de simulação muito grandes o modelo não responda adequadamente por utilizar parâmetros estáticos que seriam incapazes de capturar a evolução dos preços. Portanto a definição dos horizontes de simulação merece atenção especial.

Os gráficos que se seguem ilustram o comportamento da simulação, tanto para o álcool como para o açúcar. Estes gráficos comparam os valores reais do logaritmo dos preços com os simulados para o período de fevereiro de 2006 a fevereiro de 2007.

Açúcar FUTURO

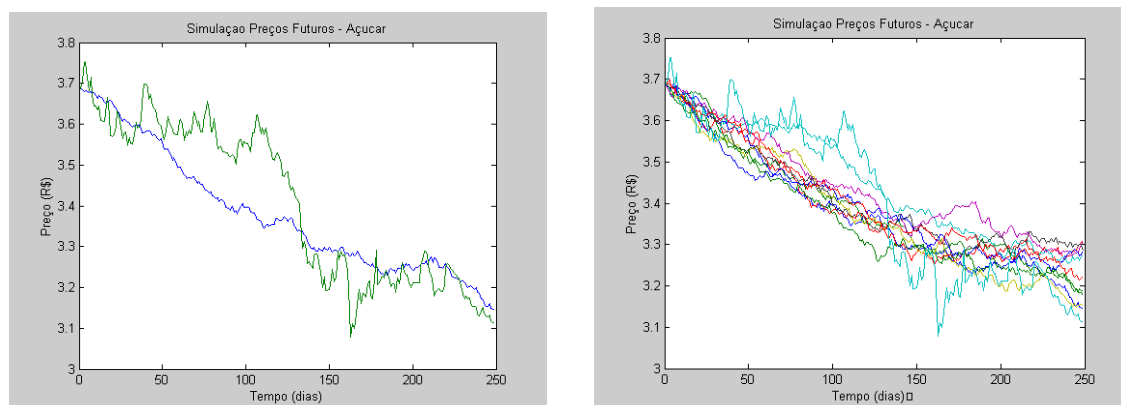


Figura 3.3 – Resultados da Simulação do logaritmo do preço do açúcar futuro. À esquerda com apenas um cenário simulado e à direita com 10 cenários. A linha azul no gráfico à esquerda corresponde aos valores simulados e a verde aos valores reais.

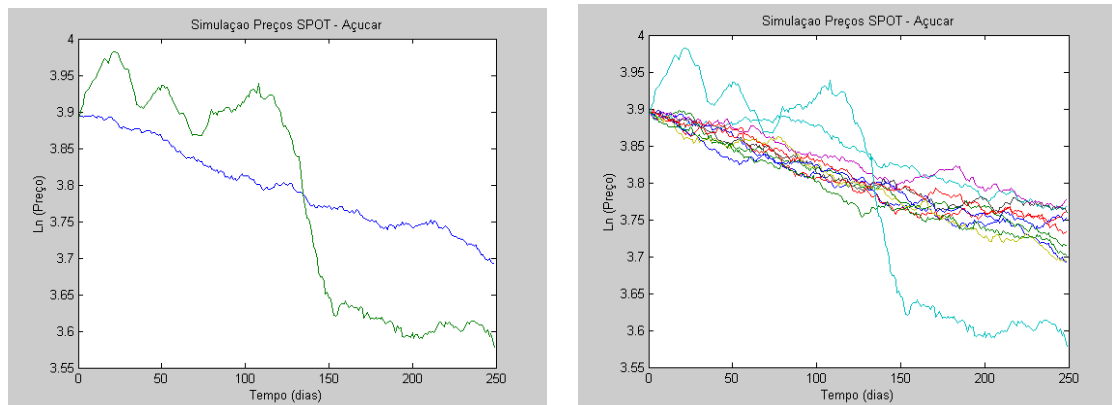
Açúcar SPOT

Figura 3.4 – Resultados da Simulação do logaritmo do preço do açúcar à vista. À esquerda com apenas um cenário simulado e à direita com 10 cenários. A linha azul no gráfico à esquerda corresponde aos valores simulados e a verde aos valores reais.

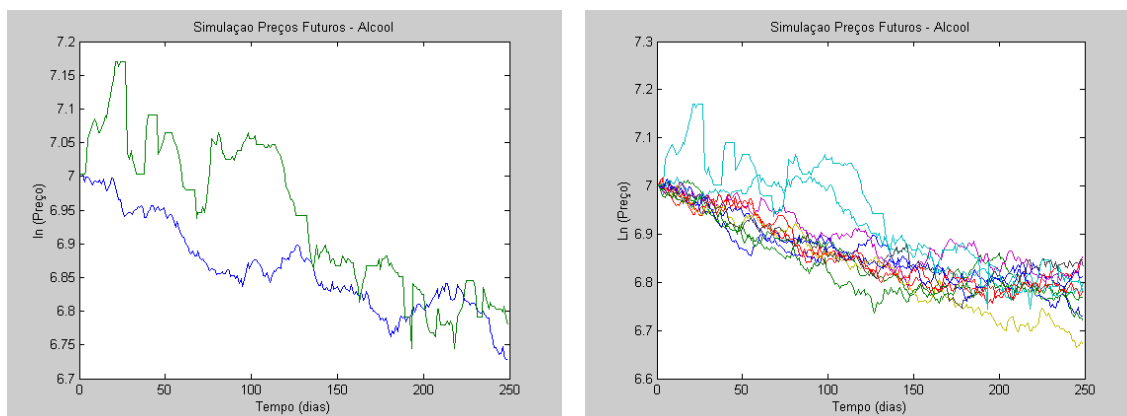
Alcool FUTURO

Figura 3.5 – Resultados da Simulação do logaritmo do preço do álcool futuro. À esquerda com apenas um cenário simulado e à direita com 10 cenários. A linha azul no gráfico à esquerda corresponde aos valores simulados e a verde aos valores reais.

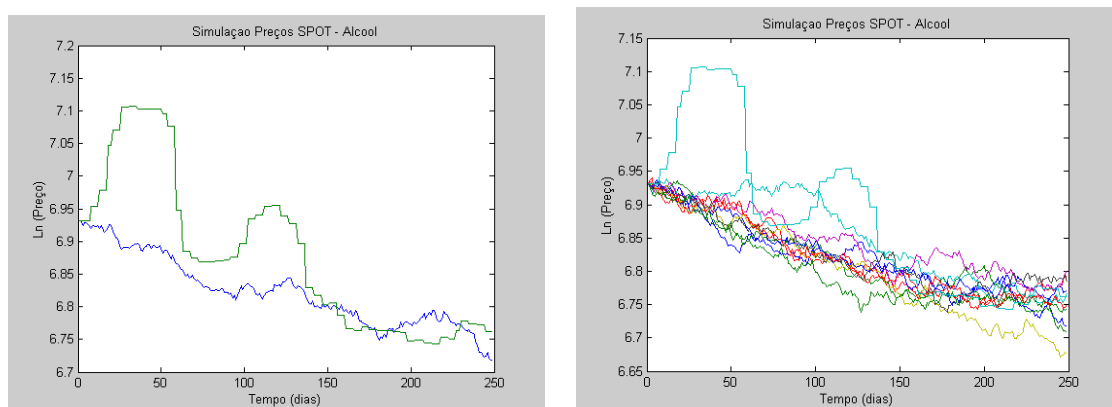
Alcool SPOT

Figura 3.6 – Resultados da Simulação do logaritmo do preço do álcool à vista. À esquerda com apenas um cenário simulado e à direita com 10 cenários. A linha azul no gráfico à esquerda corresponde aos valores simulados e a verde aos valores reais.

3.4 Geração de Árvores de Cenários

Para que se possa utilizar um modelo de otimização estocástica, é necessário que a cada instante t haja uma solução $X^S(t)$, onde S é um cenário gerado. No entanto como o número de cenários é bastante elevado a quantidade de soluções a tratar exigiria uma capacidade computacional muito grande, exigindo que o problema seja tratado de forma a reduzir suas dimensões.

Portanto para permitir a utilização dos resultados da simulação como entrada para o modelo de otimização é necessária a discretização dos valores obtidos, reduzindo-se assim o tamanho e a complexidade da resolução. A solução para esta discretização dos dados é a geração de uma árvore de cenários.

O objetivo da geração de árvores de cenários é representar de forma clara e concisa a evolução dos possíveis caminhos que uma variável aleatória pode seguir. Dado que uma variável aleatória pode assumir diferentes valores ao longo do tempo, segundo uma determinada distribuição de probabilidades, estes métodos buscam tentar reproduzir esses caminhos através da construção de cenários ou estados da natureza.

O processo de geração de cenários transforma implicitamente o problema estocástico num problema determinístico de grandes dimensões que, naturalmente, contém um erro originado pelo processo de discretização. Dessa forma, supõe-se que o futuro se reduz a um número finito de pontos no tempo, com um horizonte temporal de comprimento fixado. Em cada data futura, toma-se uma aproximação da distribuição contínua, supondo que apenas possa ocorrer um número finito de estados, definidos como uma realização dos valores dos elementos aleatórios considerados.

No entanto a utilização de valores determinísticos em uma árvore de decisão é uma solução sub-ótima, no mínimo por três razões conforme cita Koller (2000):

- Ao trabalhar com valores determinísticos, uma única assunção errada para o valor de uma alternativa pode fazer com que o cálculo da árvore ofereça um resultado inútil.
- A utilização de valores determinísticos gera um resultado também determinístico e não uma faixa de possíveis valores. Este ponto é particularmente grave, pois, sendo o valor esperado um número médio, é possível que a volatilidade das variáveis aumente, sem que este seja alterado.
- A assunção de correlação zero entre as variáveis. Copeland e Antikarov (2001) consideram que a abordagem decisória através de árvores de decisão, de modo geral, dará respostas erradas por pressupor uma taxa de desconto constante ao longo de toda a árvore de decisão. Segundo estes autores, a abordagem da árvore de

decisões transgride a lei do preço único, a qual diz que dois produtos que têm exatamente o mesmo retorno em qualquer situação são substitutos perfeitos e, portanto, devem ter exatamente o mesmo preço, de forma a impedir lucros por arbitragem. (KOLLER, 2000)

Na literatura, Andrade (2000), aponta os seguintes cuidados a serem tomados para que uma árvore de decisão seja um instrumento eficaz de auxílio na tomada de decisão:

- A árvore deve ser simples e conter somente as informações necessárias, de forma a permitir uma comunicação fácil e completa;
- Os modelos para análise de risco e sensibilidade devem ser, dentro do possível, simples e fáceis de compreender, para que seus resultados sejam bem aceitos;
- As pessoas que vão decidir devem ser envolvidas no processo de análise, de forma a assegurar que:
- Estejam presentes todas as estratégias que devem ser analisadas;
- O nível de modelagem seja correto, sem simplificações ou complicações desnecessárias;
- Os resultados obtidos sejam bem compreendidos e discutidos. (ANDRADE, 2000).

A figura 3.7 representa de forma ilustrativa o modelo de uma árvore de cenários. O conjunto dos cenários corresponde ao conjunto das “folhas” e dos “nós” da árvore. Nela, identifica-se claramente todos os elementos que compõem o processo de discretização da variável aleatória ao longo do tempo através da utilização do modelo de árvores.

A “raiz” da árvore representa o estado inicial, isto é, o valor atual da variável aleatória. Para um dado “galho” da árvore, desde a “raiz” até uma de suas “folhas”, teríamos um particular cenário, isto é, uma particular seqüência de realizações da variável aleatória. Os “nós” da árvore representam estados possíveis e os “arcos”, transições com probabilidade positiva. O número de arcos que parte de cada nó pode não ser o mesmo em cada tempo: é razoável considerar que nos tempos mais próximos do atual, em que há melhor conhecimento da situação, haja vantagem em haver um número maior de possibilidades do que quando se está afastando no tempo. Particularmente, no caso onde há dois estados no final de cada período para cada estado no início deste, temos uma árvore binomial.

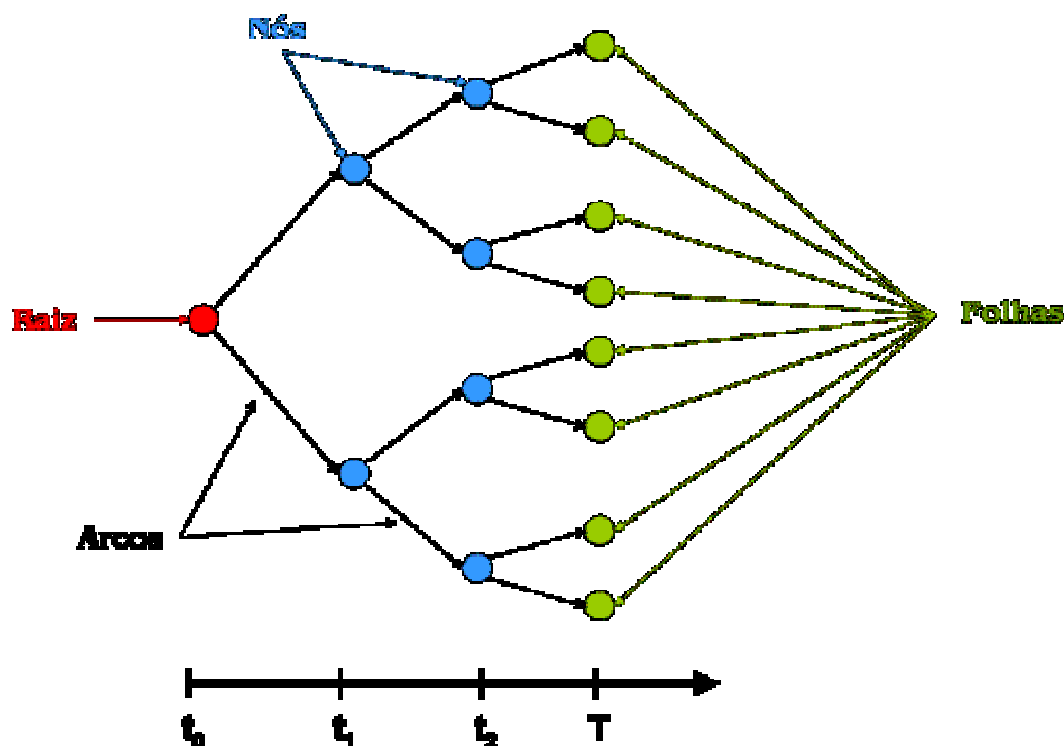


Figura 3.7 – Modelo de uma árvore de cenários

Existem diversas técnicas para a geração de árvores de cenários, como a simulação e *clustering*, os modelos de otimização e o modelo híbrido. No presente trabalho a técnica utilizada foi a de simulação e *clustering*.

3.5 Simulação e *Clustering*

Esta técnica de geração de árvores de cenários consiste na simulação de um número grande de caminhos que uma variável aleatória possa seguir, respeitando as características de sua distribuição de probabilidades (média, variância, assimetria e curtose). Inúmeras técnicas de simulação podem ser utilizadas, como por exemplo, a simulação Monte Carlo. Em seguida, aplica-se uma técnica de *clustering* para obter as ramificações desejadas, de forma a construir a árvore de cenários.

Segundo Russi (2005) *clustering* é um método de classificação para a identificação de grupos num conjunto de dados. Considerada uma das técnicas de agrupamento mais populares

hoje em dia, a técnica de *clustering* possui aplicações diversas em quase todas as áreas de conhecimento. A classificação em grupos é baseada em similaridades ou distâncias (dissimilaridades) entre os elementos de um conjunto de dados.

Segundo Johnson *et. al.* (1998) um dos métodos mais utilizados para o cálculo dessas dissimilaridades é a distância de Minkowski, em que a distância entre os elementos é calculada através da seguinte expressão:

$$d(x, y) = \left[\sum_{i=1}^p |x_i - y_i|^m \right]^{\frac{1}{m}} \quad (3.11)$$

onde m é um número inteiro positivo que define o peso dado às diferenças. Em particular, para m igual a 2, temos a distância Euclidiana.

A partir da matriz de distâncias dos elementos de um conjunto de dados, inicia-se o algoritmo de formação de grupos. Devido a enorme variedade de formas agrupamentos, algumas técnicas foram criadas para a construção de *clusters* de forma racional, sem a necessidade de olhar para todas as possíveis configurações. Estas técnicas são apresentadas por Russi (2005).

A obtenção da árvore de cenários no método de simulação e *clustering* pode ser realizada de duas formas: simulação em paralelo ou simulação sequencial. O método utilizado neste trabalho foi o de simulação paralela que será explicitado a seguir.

3.5.1 Simulação em Paralelo

Na simulação em paralelo, cada um dos cenários pertencentes a um dado nó da árvore é obtido a partir do valor atual da variável aleatória (raiz). No tempo inicial $t = 0$, o valor atual da variável aleatória forma a raiz da árvore. Simula-se um número adequado de representações do fenômeno a considerar, gerando caminhos que a variável aleatória possa seguir. Através da técnica de *clustering*, determinam-se os respectivos *clusters*, cujos centróides constituem os nós do nível um ($t = 1$). Esses *clusters* são então divididos em *sub-clusters*, cujos centróides representam os nós do nível dois ($t = 2$) e assim sucessivamente até chegar às folhas da árvore ($t = T$).

A figura 3.8 ilustra o processo da simulação em paralelo. A figura foi adaptada de Gulpinar *et al.* (2001). As linhas pontilhadas denotam os caminhos obtidos por simulação. As elipses representam os *clusters* obtidos em cada instante de tempo t e as linhas cheias, a árvore de cenários resultante. Percebe-se que o número total de caminhos simulados em todos os nós num dado nível da árvore é sempre igual ao número original de caminhos simulados. Esta é a característica da simulação em paralelo: com uma única simulação, determina-se a árvore de cenários resultante.

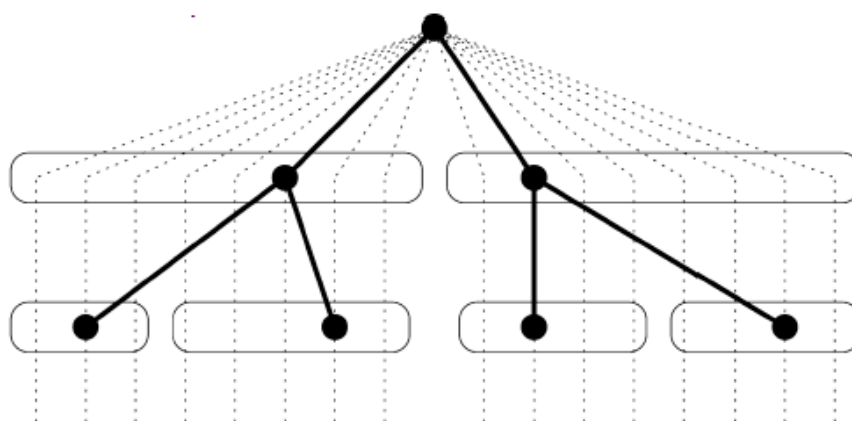


Figura 3.8 – Modelo de geração de uma árvore de cenários em paralelo

3.6 Conclusão

O objetivo da simulação da evolução de preços de álcool e açúcar é fornecer ao modelo de otimização dados a respeito dos possíveis cenários que podem ocorrer de maneira determinística. Assim permite-se que o modelo de otimização realize as comparações entre possíveis estratégias a serem assumidas optando por aquela que otimize a função objetivo, que deve englobar a maximização de riqueza e minimização de risco.

Através da simulação adotada, adaptada do modelo de Tseng e Barz (2002), obtém-se uma série de caminhos possíveis que a variável preço pode seguir. Com o objetivo de transformar este processo estocástico em determinístico para utilização no modelo de otimização é necessária a utilização de uma técnica de *clustering* para que seja gerada uma árvore de cenários.

Portanto como percebe-se através da figura 3.9, parte-se dos dados reais de evolução de preços observados para um dado período, com base nestes valores estima-se os parâmetros de simulação. Como resultado da simulação têm-se diversos cenários previstos que serão agrupados de acordo com uma técnica de *clustering* que considera as dissimilaridades entre os pontos, para que ao fim resulte-se em uma árvore de cenários que será utilizada pelo modelo de otimização. Este procedimento é realizado tanto para os preços de álcool como para açúcar, para mercado à vista e futuro.

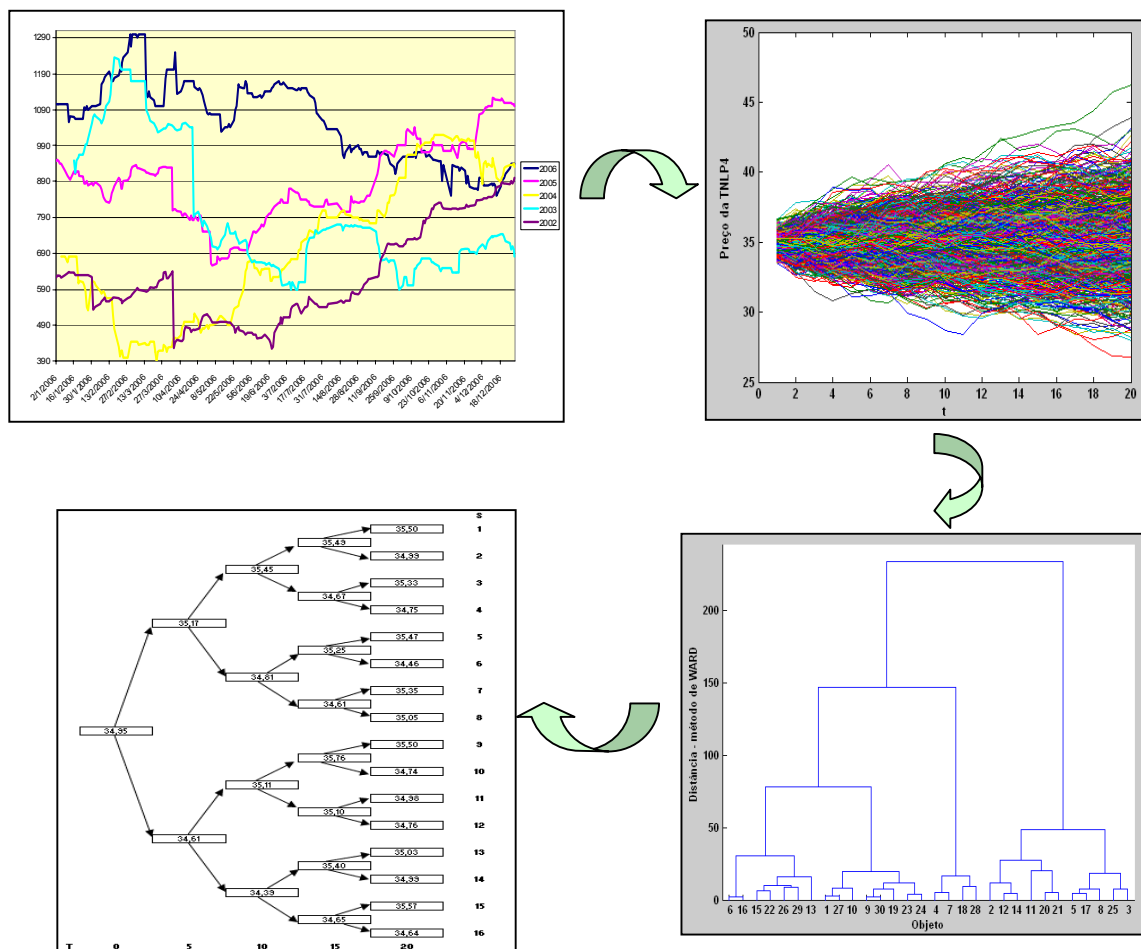


Figura 3.9 – Processo de simulação, *clustering* e geração de árvore de cenários

4 ESTRATÉGIAS DE *HEDGING*

O capítulo 4 irá apresentar os principais conceitos de *hedge* e proteção financeira que podem ser aplicados ao caso de usinas sucro alcooleiras. É apresentado um exemplo de como estas operações podem minimizar o efeito de oscilações na evolução dos preços dos produtos e qual a sua importância no ambiente em questão.

Serão descritos os principais modelos para definição de estratégias de *hedge* adotados na literatura. Estes modelos podem ser divididos em dois grandes grupos, os estáticos e os dinâmicos. Cada modelo apresenta suas vantagens e desvantagens e estas serão discutidas ao longo do capítulo. Ao final é apresentado o modelo proposto que será inserido no modelo de otimização.

4.1 Introdução

Um usineiro tem ao seu dispor diversas estratégias de proteção financeira a adotar de acordo com suas expectativas em relação à evolução do preço tanto do álcool como do açúcar no mercado à vista e futuro. Através da combinação de duas posições, uma no mercado à vista e outra no mercado futuro, é possível eliminar algum risco a que o produtor fica exposto ao assumir uma posição no mercado à vista. Estas operações são conhecidas como estratégias de *hedge*. As estratégias de *hedge* são, portanto instrumentos que visam proteger operações financeiras do risco de grandes variações de preço de um determinado produto, seja eliminando o risco ou reduzindo-o.

Ao utilizar uma estratégia de *hedge* com futuros de açúcar, por exemplo, o usineiro estabelece preços mínimos e máximos para compras ou vendas futuras de açúcar. Devido à grande importância do açúcar no mercado global e às fortes oscilações de preços decorrentes do ciclo sazonal deste produto, o valor e o uso de mercados futuros de açúcar têm aumentado significativamente nos últimos anos. Já no caso do álcool este aumento não foi tão significativo, o que resultou em uma baixa liquidez, ou seja, número reduzido de negociações e transações realizadas no mercado futuro deste produto. Assim, os usineiros privilegiam

estratégias com futuros que trabalhem com o açúcar, fato pelo qual neste trabalho não se considerou estratégias de *hedge* com álcool.

4.2 *Hedge*

Segundo Chen, Lee e Shresta (2003) o conceito básico de *hedging* é a combinação de investimentos no mercado à vista e no mercado futuro, para formar um portfolio de baixo risco ou que maximize a utilidade do investidor. Portanto para a elaboração destas estratégias, o *hedging* pode ser interpretado como uma carteira de investimento.

Para exemplificar o modo de atuação do usineiro no mercado futuro segue uma adaptação do material do curso da BM&F (2006). Suponha uma colheita de cana-de-açúcar de aproximadamente 100.000 toneladas e que o fator de conversão para produção de açúcar seja 0,1. Então a partir desta colheita pode-se produzir até 10.000 toneladas de açúcar.

O custo médio de produção é de R\$650,00/t de açúcar e um produtor deseja fixar antecipadamente o preço de venda de seu produto, por meio de uma operação no mercado futuro.

A cotação do açúcar na BM&F para o mês de comercialização de sua safra é de R\$815,00/t. Considerando que o risco a que o produtor está sujeito é o de redução nos preços do açúcar no momento da venda, ele decide fazer uma operação de proteção (*hedge*) com 40 % de sua produção. Tal operação é equivalente a um seguro de preço de venda dessa parcela de sua produção.

Tomada a decisão de fazer o *hedge*, o produtor vende, por intermédio de sua corretora, 40% de sua produção (ou seja, $100.000 * 0,1 * 0,4 = 4000$ t de açúcar) no mercado futuro por R\$815,00/t de açúcar. O restante da produção será vendido no mercado à vista ou então estocado para comercialização no período seguinte sem que seja feita nenhuma operação de *hedge*.

Imaginando que, na época programada para a comercialização da mercadoria, haja forte expansão da oferta do produto, reduzindo o preço do açúcar para R\$765,00/t, o produtor venderá no mercado físico suas 4.000 t por R\$765,00, auferindo receita bruta de R\$3.060.000,00. Em contrapartida, no mercado futuro, ele reverte sua posição vendida, comprando 4.000 t por R\$765,00 – e encerrando, assim, sua posição nesse mercado.

Como ele vendeu seus contratos por R\$815,00/t e os recomprou por R\$765,00, obteve ganho total na operação a futuro de R\$200.000,00 $[(815,00 - 765,00) \times 4000 \text{ t}]$. Esse ganho foi realizado ao longo da vigência de sua posição vendida no mercado futuro, à medida que os preços foram baixando e foram pagos os ajustes diários.

Ainda há a necessidade de se incluir os custos operacionais associados a sua operação no mercado futuro que são os seguintes:

- corretagem paga à corretora (abertura da posição: operação de venda)
- corretagem paga à corretora (encerramento da posição: operação de compra)
- taxas da Bolsa

Resultado final = $3.060.000 + 200.000 - \text{taxas (supondo 10.000)} = \text{R\$}3.250.000,00$. Esse resultado corresponde à receita de venda de 4000 t de açúcar no mercado físico, mais o ganho obtido na operação de *hedge* no mercado futuro, menos os custos operacionais. O valor equivalente do açúcar por tonelada é de $3.250.000 \div 4.000 = \text{R\$}812,50/\text{saca}$.

Nota-se que, com o seguro o produtor ficou garantido ao preço inicial de R\$815,00/t, evitando as perdas geradas pelas quedas no preço do açúcar. Dessa forma, o usineiro fica protegido contra a volatilidade futura dos preços do açúcar, obtendo taxa de retorno de $(812,50 / 650,00) - 1 = 24,1\%$ no período em questão.

De maneira geral, considere um portfolio composto de C_s unidades do produto no mercado à vista e C_f unidades de contratos no mercado futuro e sejam S_t e F_t os preços à vista e futuro no instante t , respectivamente.

Quando uma estratégia de *hedging* é adotada o retorno do portfolio será dado por:

$$R_h = \frac{(C_s S_t R_s - C_f F_t R_f)}{C_s S_t} = R_s - h R_f \quad (4.1)$$

onde:

$$R_s = \frac{(S_{t+1} - S_t)}{S_t} \text{ e } R_f = \frac{(F_{t+1} - F_t)}{F_t}$$

O valor $h = \frac{C_f F_t}{C_s S_t}$ é denominado razão de *hedge*.

Algumas vezes a razão de *hedge* é abordada como sendo derivada da variação de preços (lucro) ao invés de retornos. Neste caso o lucro no portfolio hedgeado, VH , e a razão de *hedge*, H , são respectivamente dados por:

$$\Delta VH = C_s \Delta S_t - C_f \Delta F_t \quad (4.2)$$

$$H = \frac{C_f}{C_s} \quad (4.3)$$

onde $\Delta S_t = S_{t+1} - S_t$ e

$$\Delta F_t = F_{t+1} - F_t.$$

O principal objetivo do *hedging* é escolher a razão ótima de *hedge* (H), cujo valor depende da função objetivo particular escolhida no modelo de otimização que maximiza a utilidade do investidor. A razão de *hedge* pode ser estática ou dinâmica, havendo diversas técnicas para determinar a razão de *hedge*, que em geral são obtidas através da minimização de uma função de utilidade.

É importante verificar que nos cálculos acima assume-se que a posição em caixa é fixa e somente se procura uma posição ótima no futuro. A maioria dos modelos de *hedging* na literatura assume que a posição em caixa é fixa, o que é razoável considerar neste mercado. No entanto, quando se trabalha com preços de *commodities*, a posição em caixa inicial torna-se uma importante variável de decisão que pode ser relacionada com a decisão de produção.

4.2.1 *Hedging Estático*

Considera-se neste caso que a razão de *hedge* é estática se ela permanecer a mesma durante todo o período de análise. A razão de *hedge* estática pode ser dividida em 8 categorias como indicado na tabela a seguir:

Tabela 4.1 – Categorias de Razões de *Hedge* estáticas

Razão de <i>Hedge</i>	Função Objetivo
Razão de <i>Hedge</i> de Mínima Variância	Minimizar Variância de R_h
Média-Variância	Maximizar $E(R_h) - \frac{1}{2} A \cdot Var(R_h)$
Sharpe	Maximizar $\frac{E(R_h) - R_f}{\sqrt{Var(R_h)}}$
Máxima Utilidade Esperada	Maximizar $E[U(W_1)]$
Mínimo coeficiente MEG (<i>Mean Extended Gini Coefficient</i>)	Minimizar $\Gamma_v(R_h v)$
Média MEG	Maximizar $E[R_h] - \Gamma_v(R_h v)$
Mínimo GSV (<i>Generalized Semi Variance</i>)	Minimizar $V_{b,a}(R_h)$
Máxima média GSV	Maximizar $E[R_h] - V_{b,a}(R_h)$

Fonte: Chen, Lee e Shresta (2003)

4.2.1.1 Razão de *Hedge* de Mínima Variância

Um modelo bastante conhecido para determinar a razão de *hedge* é o de mínima variância. Johnson (1960) obtém esta razão minimizando o risco do portfolio, dado pela variância das mudanças no valor do portfolio hedgeado:

$$Var(\Delta VH) = C_s^2 Var(\Delta S) + C_f^2 Var(\Delta F) - 2C_s C_f Cov(\Delta S, \Delta F) \quad (4.4)$$

Onde $Cov(\Delta S, \Delta F)$ é a covariância entre preços futuros e preços à vista do produto.

A razão de *hedge* neste caso é dada por:

$$H_J = \frac{C_f}{C_s} = \frac{Cov(\Delta S, \Delta F)}{Var(\Delta F)} \quad (4.5)$$

Alternativamente, a definição acima foi empregada para determinar a razão de *hedge* de preços e foi utilizada $Var(R_h)$ para representar o risco do portfolio, então a razão de *hedge* obtida através da minimização de $Var(R_h)$ é dada por:

$$Var(R_h) = Var(R_s) + h^2 Var(R_f) - 2h Cov(R_s, R_f) \quad (4.6)$$

Neste caso a razão de *hedge* é:

$$h = \frac{Cov(R_s, R_f)}{Var(R_f)} = \rho \left(\frac{\sigma_s}{\sigma_f} \right) \quad (4.7)$$

onde ρ é a correlação entre R_s e R_f , e σ_s e σ_f são desvios padrão de R_s e R_f , respectivamente.

Uma característica atrativa da razão de *hedge* de mínima variância é a simplicidade de cálculo, requisitando baixa capacidade computacional. Porém, ele ignora o retorno esperado do portfolio hedgeado, neste caso ou os investidores precisam ser infinitamente avessos ao risco ou então o retorno esperado dos contratos futuros deve ser zero. Existem ainda outros modelos de *hedging* estático como os explicitados na tabela 4.1, porém o estudo de tais modelos não é o foco deste trabalho.

4.2.2 *Hedging Dinâmico*

Às vezes pode ser mais interessante alterar a razão de *hedge* durante o período de análise. Um modo de permitir esta mudança é recalcular a razão de *hedge* baseando-se nas informações atualizadas sobre a covariância (σ_{sf}) e variância (σ_f^2). Esta abordagem envolve o cálculo da razão de *hedge* baseado em informações condicionais ao invés de informações não condicionais. Neste caso a razão de *hedge* de mínima variância é dada por:

$$h_1 | \Omega_{t-1} = \frac{\sigma_{sf} | \Omega_{t-1}}{\sigma_f^2 | \Omega_{t-1}} \quad (4.8)$$

onde Ω_{t-1} é a informação disponível até o instante $t-1$.

O ajuste da razão baseado em novas informações pode ser implementado usando modelos condicionais como o ARCH e GARCH ou mesmo utilizando um modelo de médias móveis. Alternativamente podemos permitir que a razão de *hedge* varie durante o período de *hedging*, considerando modelos multiperíodos, como utilizam Lien e Luo (1993). Lien e Luo (1993) consideram um *hedge* com um horizonte de planejamento de T períodos que minimize a variância da riqueza no final do horizonte de planejamento, W_T . Considere a situação onde $C_{s,t}$ é a posição no mercado à vista no início do período t e as posições correspondentes ao

mercado futuro são dadas por $C_{f,t} = -b_t C_{s,t}$. A riqueza no final do horizonte de planejamento, W_T , é dada por:

$$\begin{aligned} W_T &= W_0 + \sum_{t=0}^{T-1} C_{s,t} [S_{t+1} - S_t - b_t (F_{t+1} - F_t)], \\ &= W_0 + \sum_{t=0}^{T-1} C_{s,t} [\Delta S_{t+1} - b_t \Delta F_{t+1}] \end{aligned} \quad (4.9)$$

Os b_t ótimos são dados pela seguinte expressão:

$$b_t = -\frac{\text{Cov}(\Delta S_{t+1}, \Delta F_{t+1})}{\text{Var}(\Delta F_{t+1})} - \sum_{i=t+1}^{T-1} \frac{C_{s,i}}{C_{s,f}} \frac{\text{Cov}(\Delta F_{i+1}, \Delta S_{i+1} + b_i \Delta F_{i+1})}{\text{Var}(\Delta F_{i+1})} \quad (4.10)$$

É claro pela equação acima que a razão de *hedge* ótima b_t variará ao longo do tempo. A razão de *hedge* multiperíodo difere da anteriormente citada devido ao seu segundo termo do lado direito da equação acima. Porém, é interessante verificar que a razão de *hedge* multiperíodo só será diferente do caso estático se as variações nos preços futuros atuais estiverem correlacionadas com as variações dos preços futuros no futuro ou com as variações nos preços no mercado à vista.

4.2.3 *Hedge aplicado à produção*

Os modelos anteriormente apresentados assumiam que os preços à vista eram fixos ou pré-determinados, sendo, portanto, a produção ignorada. Essa visão talvez seja adequada aos mercados financeiros, porém quando se considera *commodities* futuras, a produção deve ser considerada no caso em que a posição a ser assumida no mercado à vista torna-se uma variável de decisão.

Lence (1995) apresenta em seu artigo uma proposta diferenciada que segue a mesma linha deste Trabalho de Formatura, analisando-se o *hedge* atrelado ao sistema produtivo e suas restrições, o que poucos autores fazem. Neste artigo ele amplia o modelo considerando aspectos intrínsecos do meio produtivo. Neste modelo Lence (1995) também incorpora a possibilidade de se investir em um ativo livre de risco, por exemplo títulos do governo, outros ativos, mercado de crédito, etc.

Lence (1995) considera um tomador de decisão cuja utilidade é função da riqueza final obtida $U(W_1)$. No instante de tomada de decisão t ($t = 0$), decide-se qual a produção em unidades da *commodity* (Q) que será vendida na data $t = 1$ com o preço P_1 . Neste instante aloca-se L reais ao ativo livre de risco com a taxa $(R_L - 1)$, toma-se um empréstimo de B reais com a taxa $(R_B - 1)$, investe-se I reais em uma atividade diferente que origine uma taxa de retorno $(R_I - 1)$ e vende-se X unidades no mercado futuro com preço F_0 . O custo de transação para as negociações no futuro são F reais por unidade da *commodity* negociada a ser paga na data de vencimento. A riqueza final (W_1) é dada portanto por:

$$W_1 = W_0 R = P_1 Q + (F_0 - F_1) X - f |X| - R_B B + R_L L + R_I I \quad (4.11)$$

onde R é o retorno do portfolio diversificado.

O tomador de decisão irá maximizar a utilidade esperada sujeito as seguintes restrições:

$$\begin{aligned} W_0 + B &\geq v(Q)Q + L + I, \quad 0 \leq B \leq k_B v(Q)Q, \quad k_B \geq 0, \\ L &\geq k_L F_0 |X|, \quad k_L \geq 0, \quad I \geq 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Onde $v(Q)$ é a média da função custo, k_B é quantidade máxima (expressa pela proporção da riqueza inicial) que o tomador de decisão pode emprestar, e k_L é a margem de segurança para os contratos futuros.

Utilizando este modelo, Lence (1995) introduziu dois custos de oportunidade: o investimento (sub-ótimo) alternativo (c_{alt}) e o de estimação de risco (e_{Bayes}). Seja R_{opt} o retorno obtido pela estratégia de maximização da utilidade esperada e R_{alt} o retorno de uma estratégia de investimento alternativo (sub-ótimo). O custo de oportunidade a particular c_{alt} é dado por:

$$E[U(W_0 R_{opt})] = E[U(W_0 R_{alt} + c_{alt})] \quad (4.13)$$

Em outras palavras, c_{alt} é o mínimo retorno exigido pelo investidor para investir na estratégia alternativa ao invés de investir na estratégia ótima. Através da adoção de modelos de simulação, Lence (1995) identificou que a maximização das razões de *hedge* para utilidade esperada são diferentes das razões de *hedge* de mínima variância. Ele também demonstrou que em algumas situações, a razão de *hedge* ótima é zero.

Da mesma forma o custo de oportunidade da estimação dos riscos (e_{Bayes}) é definido como:

$$E_\rho[E[U\{W_0[R_{opt}(\rho) - e_\rho^{Bayes}\}]]] = E_\rho[E(U(W_0 R_{opt}^{Bayes}))] \quad (4.14)$$

onde $R_{opt}(\rho)$ é o retorno da maximização da utilidade esperada onde o investidor sabe com certeza o valor da correlação entre preços futuros e à vista (ρ), R_{opt}^{Bayes} é o retorno da maximização da utilidade esperada onde o investidor conhece a distribuição da correlação ρ , e E_ρ é a expectativa a respeito de ρ . Utilizando os resultados das simulações, Lence (1995) averiguou que o custo de oportunidade da estimação de riscos é negligenciável portanto, o valor do uso de métodos sofisticados de estimação é negligenciável.

4.3 Modelo de *Hedge* Adotado

Dentre as diversas estratégias de *hedging* possíveis para a elaboração do modelo no presente trabalho adotou-se uma adaptação do modelo de Mínima Variância estudado por Johnson (1960) e também sugerido por Luenberger (1997).

A literatura diz que em tese devemos manter o portfólio fixo, porém esta hipótese não é realista, pois através de análises preliminares percebemos que as razões de *hedge* não têm um padrão definido ao longo dos anos. A evolução destes valores pode ser verificada através da figura 4.1 que compara a evolução anual dos valores das razões de *hedge* para o açúcar calculadas pelo modelo de mínima variância. Estes valores foram calculados com dados de junho de 2000 a junho de 2007 utilizando-se uma janela móvel de 22 dias, correspondente a um mês.

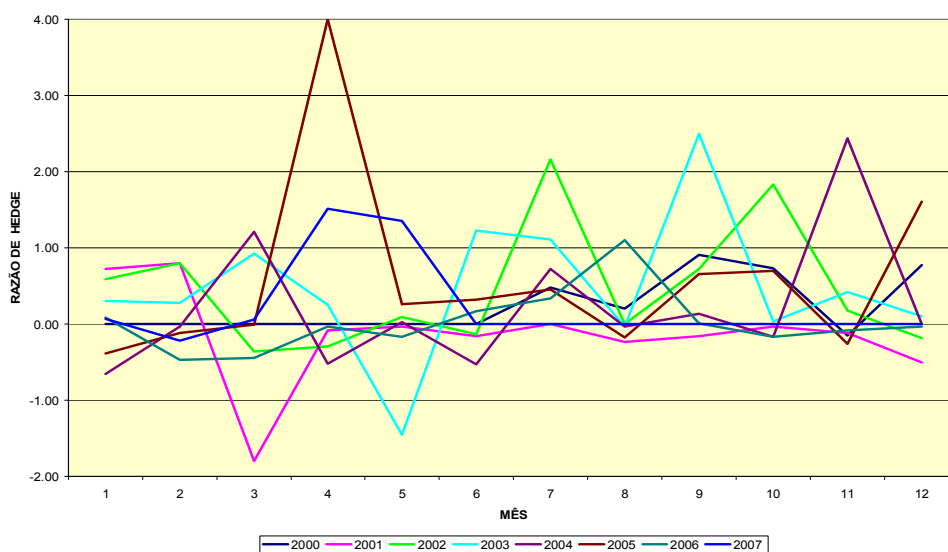


Figura 4.1 – Comparação da Evolução das Razões de *Hedge* de Mínima Variância para o Açúcar.

Da figura 4.1 se observa que a razão de *hedge* varia com o tempo e não apresenta padrões ao longo dos anos. Possivelmente o adequado seria adotar um modelo de *hedge* dinâmico, porém o estudo de tais modelos não está no escopo deste trabalho de formatura.

Para contornar esta situação, vamos admitir que o usineiro na prática utiliza este percentual fixo, no momento da decisão, como um balisador para *hedgear* sua posição no mercado futuro. Assume-se que o usineiro utiliza-se do modelo em t para tomar uma decisão e pode utilizá-lo novamente em $t + 1$, e portanto pode usar o modelo proposto como uma estratégia dinâmica de decisão. Desta forma utiliza-se o modelo estático proposto de uma maneira dinâmica.

Como se observa na figura 4.1 de evolução dos valores das razões de *hedge* (HR), estes podem assumir valores positivos e negativos. No caso de serem positivos significa que será realizada uma operação de venda no mercado futuro no total de $VF(t) = HR * X(t)$, onde VF é o total de vendas futuras no instante t e $X(t)$ é a produção total no instante t . Quando o valor de HR for superior a 1 implica-se em alavancagem financeira, isto é, o usineiro pretende vender no mercado futuro uma quantidade maior do que àquela que realmente dispõe para vender. Neste caso não há liquidação física na data de vencimento, necessitando encerrar sua posição no mercado futuro um dia antes do vencimento.

Quando o HR assume um valor negativo significa que o usineiro irá comprar no mercado futuro, esta estratégia é adotada quando os preços no mercado futuro são menores do que no mercado à vista, o que indicaria a queda dos preços nos futuros. Comprando-se no mercado futuro, portanto, o usineiro se protege dessa possível queda nos preços. No caso de compra no futuro a liquidação da posição também não será física pois o usineiro não tem interesse na mercadoria física e sim em sua proteção contra a oscilação dos preços. Há a possibilidade de se limitar a alavancagem financeira, admitindo-se que o usineiro faz *hedging* limitado a um percentual máximo da produção o que é feito inserindo-se uma restrição no modelo de otimização.

4.4 Conclusão

Através do estudo realizado de modelos para determinação de estratégias de *hedge* ótimas presentes na literatura, notou-se que embora estes sejam bastante sofisticados na modelagem e minimização do risco, são poucos os presentes na literatura que possam ser aplicados a um sistema produtivo com suas restrições. Com o levantamento realizado buscou-se a seleção de um modelo que permitisse abordar conjuntamente as peculiaridades de uma usina sucro alcooleira e que considerasse também a maximização da riqueza, que é um dos interesses do produtor.

O modelo proposto adota uma técnica de determinação da razão de *hedge* estática, pois o estudo dos modelos dinâmicos foge do escopo deste trabalho. Como foi verificado que um percentual fixo não corresponde à realidade, pois as razões de *hedge* oscilam frequentemente, decidiu-se pela adoção do modelo estático de maneira dinâmica, permitindo a reestruturação das posições e recálculo da razão de *hedge* a cada instante de tomada de decisão.

5 DEFINIÇÃO DO MODELO

O setor sucro alcooleiro carece hoje de modelos que auxiliem os usineiros na gestão tanto produtiva como financeira de seus produtos. Há na literatura diversos trabalhos que abordam as questões de definição de mix de produção ótimos, considerando todas as restrições advindas do meio produtivo da usina. Há também uma literatura bastante rica no estudo de modelos para definição de estratégias ótimas de *hedge*, tanto estáticas como dinâmicas, com mercados futuro e de opções.

No entanto há uma lacuna de estudos que tentem agrupar estes dois tipos de abordagem, fornecendo aos produtores um modelo que seja de fácil utilização em uma usina sucro alcooleira. É importante portanto construir uma ferramenta que permita uma gestão financeira, através da definição de estratégias de *hedge*, e que ao mesmo tempo considere todas as restrições de seu sistema, como capacidade de produção, armazenamento, atendimento de demanda, etc.

Neste capítulo, descreve-se sucintamente o modelo utilizado na simulação da evolução dos preços de álcool e açúcar no mercado à vista e futuro, na construção das árvores de cenário, na definição do mix de produção e das estratégias de *hedging* adotando contratos futuros. Tal modelo envolve o uso da simulação e *clustering* para a geração da árvore de cenários.

Utiliza-se inicialmente um modelo de programação linear para a obtenção do mix ótimo de produção e da estratégia a ser adotada em cada instante de tempo t , que maximize a riqueza do indivíduo ao final de um período. Num segundo momento adotou-se um modelo de programação quadrática capaz de captar e minimizar o risco envolvido no processo através da variância dos preços dos produtos.

5.1 Introdução

Com base nas diversas possibilidades de geração de cenários apresentadas anteriormente, decidiu-se criar um modelo que fosse relativamente simples e de fácil

implementação, haja vista que ele deverá ser colocado em prática numa situação real na usina sucro alcooleira. Dessa forma, optou-se pela abordagem utilizada por Hu (2003).

O modelo proposto por Hu (2003) é baseado na construção da árvore de cenários por simulação, e o modelo utiliza a técnica da simulação em paralelo. Dessa forma, há apenas a necessidade de se executar uma vez a simulação, na raiz da árvore, economizando tempo e esforço computacional. Após a simulação, adotou-se a técnica de *clustering* para classificar os cenários simulados em *clusters*, de forma a construir uma árvore de cenários. Dessa forma, limita-se o número de variáveis de decisão do problema, os cenários simulados são substituídos por *clusters* que representam as possíveis realizações da variável aleatória. Em seguida, um modelo de otimização baseado inicialmente em programação linear para maximização da riqueza e posteriormente em programação quadrática para minimização da variância é aplicado de forma a obter as estratégias de *hedge* e o mix ótimos de produção em cada instante de tempo t .

As estratégias de *hedge* adotadas pelo modelo de otimização são baseadas no estudo de Chen, Lee e Shresta (2003) para situações de razões de *hedge* estáticas. Apesar da verificação do comportamento dinâmico destes valores, o estudo de modelos condicionais não faz parte do escopo deste Trabalho de Formatura. Assim, decidiu-se adotar o modelo estático de modo dinâmico, considerando-se que o usineiro a cada instante de tomada de decisão, ao utilizar-se do modelo, atualizará as simulações e conseqüentemente as razões de *hedge*.

A seguir, descreveremos sucintamente os principais passos do modelo.

5.2 Simulação de Preços

Considere um modelo a ser aplicado num horizonte de investimento T , onde o tempo varia de $t = 0$ a $t = T$, e decisões condicionadas são tomadas a cada instante de tempo t . O usineiro tem a sua disposição N produtos para compor o seu mix de produção e sua estratégia ótima de *hedge*.

As possíveis realizações dos preços dos produtos P_t onde $t = 0, \dots, T$, são descritas através de J caminhos simulados, obtidos via o modelo de simulação adaptado do estudo de Tseng e Barz (2002) apresentado no capítulo 3:

$$J^{(q)} = \{P_0^{(q)}, P_1^{(q)}, \dots, P_T^{(q)}\} \quad q = 1, \dots, J, \quad (5.1)$$

A partir dos caminhos simulados e do vetor de preços obtido, inicia-se o processo de divisão dos *clusters* para a obtenção dos centróides que constituirão os nós da árvore de cenários. Em cada instante de tomada de decisão, que no caso foi dividido de forma que coincidissem com os vencimentos dos contratos futuros, foi aplicada a técnica de *clustering* obtendo dois *sub clusters* para cada *cluster* inicial, ou seja dois estados da natureza no final de cada período para cada estado no início deste. Dessa forma obtém-se um modelo binomial da evolução dos preços.

Para a formação dos *clusters* utilizou-se a distância euclidiana, assumindo que quanto menores as distâncias mais similares são os pontos, indicando que eles podem fazer parte do mesmo *cluster*. A distância euclidiana é dada pela equação:

$$\text{dist}(P_t^{(q_1)}, P_t^{(q_2)}) = \left\{ \sum_{j=1}^J |P_{tj}^{(q_1)} - P_{tj}^{(q_2)}|^2 \right\}^{1/2} \quad (5.2)$$

Dessa forma, a árvore de cenários pode ser gerada utilizando um método de agrupamento, a partir da matriz de dissimilaridades dos preços dos produtos. Entre os métodos existentes na literatura, empregou-se o método de Ward, através da função fornecida pelo aplicativo Matlab, que tem como entrada a matriz com as distâncias euclidianas entre os pontos obtidos através da simulação.

No método de Ward os *clusters* são formados minimizando a “perda de informação” de se juntar dois grupos. Em cada passo, *clusters*, cuja combinação resulta num menor aumento da soma de desvios quadrados (calculado com relação ao centróide do *cluster*), são agrupados. O método é descrito por Ward (1963) através de:

$$d(r, s) = \frac{n_r n_s d_{rs}^2}{(n_r + n_s)} \quad (5.3)$$

onde n_r é o número de objetos no *cluster* r

n_s é o número de objetos no *cluster* s

d_{rs}^2 é a distância entre os centróides do *cluster* r e do *cluster* s

Após realizado o agrupamento determina-se qual será o centróide do *cluster* obtido, que representará um dos nós da árvore de cenários. Neste caso optou-se pela utilização da média. Esta escolha tem a vantagem de representar num valor único todo o conjunto de

pontos de maneira mais simples, porém apresenta como desvantagem o fato de poder distorcer as informações caso haja pontos com valores extremos. Para evitar este problema o ideal é a realização de um número relativamente grande de cenários simulados, porém isto depende da capacidade computacional disponível.

O cálculo do vetor dos valores que compõem o centróide do *cluster* pode ser obtido através da seguinte expressão:

$$C_{ts} = \frac{1}{J_{ts}} \sum_{q=1}^{J_{ts}} P_i^{(q)} \quad i = 1, \dots, N; \quad (5.4)$$

onde:

C_{ts} : Centróide do *cluster* do tempo t e do cenário S , composto por um vetor de médias dos preços dos ativos com risco;

$P_i^{(q)}$: Preço do produto i no caminho q ;

J_{ts} : Número de caminhos que passam pelo *cluster* do tempo t e do cenário S .

A probabilidade de ocorrência do cenário $\pi_s, s = 1, \dots, S$ no tempo T foi calculada utilizando o número de caminhos simulados que passam por cada *cluster* em T . Matematicamente, esta probabilidade pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$\pi_s = \frac{J_s}{J} \quad (5.5)$$

onde:

π_s : probabilidade de ocorrência do cenário S ;

J_s : número de caminhos que “passam” pelo *cluster* obtido no cenário S ;

J : número de caminhos simulados.

5.3 Modelo de Otimização

A formulação matemática envolve o desenvolvimento de um modelo a ser aplicado no mix de produção de uma usina num horizonte de investimento T . O modelo também permite a

análise da entrada de sub-produtos como, por exemplo, o bagaço da cana, como gerador de energia e riqueza.

Neste trabalho o foco será na análise sob a perspectiva do produtor (usineiro). Busca-se uma maximização da riqueza ao final de um período T , considerando-se as restrições presentes neste sistema, como atendimento da demanda, riqueza mínima a cada instante t de tomada de decisão, política de estoques, etc.

Considera-se que o usineiro em um período t possa optar por três alternativas distintas:

- Vender parte de sua produção no mercado físico à vista – os custos considerados são apenas os de produção. A receita obtida corresponde a multiplicação da quantidade vendida com o preço à vista do produto.
- Estocar parcela de sua produção admitindo os custos de estocagem e de produção pelo período em questão e somente realizar sua venda (ou não) no próximo momento de tomada de decisão.
- Vender no mercado futuro, adotando uma estratégia de *hedge* para parte de sua produção. Engloba-se neste caso os custos de produção e de estocagem até a data de liquidação da mercadoria física. A receita obtida neste caso diz respeito a multiplicação da quantidade vendida no mercado futuro pelo preço de fechamento no momento do vencimento somada aos ajustes diários pagos durante o período.

Sabe-se que a cada período de tomada de decisão o usineiro tem a sua disposição uma certa quantidade C de cana-de-açúcar que pode tanto ser convertida para álcool como para açúcar. Considerando-se os fatores conversores da transformação da cana-de-açúcar em álcool e em açúcar, admite-se que a soma das produções destes dois produtos no período t não deve ultrapassar a quantidade C .

A produção no instante t (X_t) pode ser estocada, vendida à vista ou no mercado futuro, portanto produção não corresponde necessariamente a vendas. No entanto a quantidade de produto vendido depende diretamente da quantidade produzida. Assim a produção no instante t (X_t) se relaciona com as vendas realizadas no mercado físico (V_t), somada às vendas realizadas no mercado futuro (VF_t) somada à variação do estoque naquele período ($A_t - A_{t-1}$) resultando na seguinte equação:

$$X_t = V_t + VF_t + A_t - A_{t-1} \quad (5.6)$$

Dessa forma o modelo de otimização buscará maximizar a riqueza obtida no final de um período longo de 1 ano ($T = 249$ dias). A escolha do período de um ano foi feita com a intenção de analisar o comportamento dos preços ao longo de um ciclo completo de produção.

No modelo em questão adotou-se que em um ano haveria cinco momentos de tomada de decisão os quais coincidem com os vencimentos dos produtos no mercado futuro de açúcar (fevereiro, abril, julho, setembro, novembro) onde o usineiro pode assumir uma estratégia distinta definindo a quantidade dos ativos destinada a cada alternativa citada anteriormente.

Caberá ao modelo de otimização avaliar com base nos dados simulados, os benefícios ou perdas ocasionadas por cada estratégia, para decidir sobre a aplicação ou não no mercado futuro, seja comprando ou vendendo.

O modelo também necessita obedecer às restrições do sistema produtivo. A primeira restrição diz respeito a capacidade de produção, de acordo com os equipamentos que a usina dispõe sabe-se qual a capacidade máxima de processamento da cana-de-açúcar.

Há também a restrição que considera a disponibilidade de matéria prima em cada período do ano. Considerou-se que não é possível a estocagem de cana-de-açúcar para processamento em um próximo período. Esta hipótese é plausível, pois a matéria prima deteriora-se rapidamente quando armazenada, e também os custos de armazenagem são elevados, sendo que as usinas não dispõem de espaço físico para este estoque.

O modelo deve atender a demanda mínima do mercado para ambos os produtos principais, por isso é necessária a elaboração de restrições que limitem a produção de apenas um produto, alocando limites superiores e inferiores de produção.

Devido às limitações do espaço físico para armazenagem dos produtos derivados da cana, é necessária a inserção de uma restrição que avalie o giro de estoque não permitindo o acúmulo excessivo da produção nos estoques. Destaca-se que a parcela da produção alocada para vendas no mercado futuro também necessita permanecer em estoque até o próximo vencimento.

No modelo elaborado não se considerou a possibilidade de alavancagem financeira, que ocasionaria na venda de mais de 100% da produção no mercado futuro. Esta opção é utilizada pelos especuladores participantes no mercado que não interessam-se pela mercadoria física, liquidando sua posição de vendido no mercado futuro em data anterior ao vencimento do contrato.

Num segundo momento decidiu-se pela inserção no modelo de otimização da possibilidade de produção de álcool de segunda qualidade a partir do bagaço proveniente da produção original e também a oportunidade de geração de energia a partir deste bagaço.

Sabendo-se qual a quantidade produzida de álcool e açúcar num determinado período de tomada de decisão, obtém-se através de conversores de produção álcool \Rightarrow bagaço e açúcar \Rightarrow bagaço, a quantidade disponível de bagaço que poderá ser utilizada para gerar estes dois sub produtos (álcool e energia). Admitindo-se seus custos de produção e estocagem e também o retorno obtido através da comercialização destes subprodutos o modelo de otimização deve ser capaz de definir a qual fim o bagaço se destinará.

A seguir serão descritos os parâmetros adotados no modelo assim como a função objetivo e as demais restrições.

5.4 Parâmetros do Modelo

Primeiro, definem-se os parâmetros, bem como as notações que serão empregadas no modelo de otimização. Ressalta-se que todas as variáveis de decisão são medidas em porcentagem, por exemplo, a quantidade vendida no mercado futuro pode ser 0,3 o que resultaria que 30% da capacidade da usina seria destinada a esta estratégia.

- $I = \{1, \dots, N\}$: conjunto dos produtos que podem ser produzidos pela usina. Inicialmente tomou-se $N = 2$ e posteriormente incorporam-se os subprodutos gerados pelo bagaço resultando em $N = 4$;
- $\pi_s, s = 1, \dots, S$: probabilidade de ocorrência do cenário s , obedecendo as seguintes condições: $\pi_s > 0$ e $\sum_{s=1}^S \pi_s = 1$. O valor desta probabilidade é obtido através da técnica da *clustering*, verificando-se a porcentagem de cenários que cada *sub cluster* contém.
- $X_{is}(t), i \in I, t = 0, \dots, T$: quantidade do produto i produzido no tempo t no cenário s . Esta quantidade é medida em toneladas de cana-de-açúcar, utilizando-se de conversores para adaptá-la aos preços simulados. No entanto verifica-se que adotando uma variável para cada cenário, através de modelos de otimização estocástica, o problema torna-se muito grande. Para reduzir a complexidade de resolução adotou-se uma estratégia distinta

considerando-se que para todos os cenários em um dado instante t a quantidade produzida seria a mesma.

- $A_{is}(t), i \in I, t = 0, \dots, T-1$: quantidade do produto i armazenado no tempo t no cenário s , medido em toneladas de cana-de-açúcar.
- $V_{is}(t), i \in I, t = 0, \dots, T-1$: quantidade do produto i vendido no tempo t no cenário s , medido em toneladas de cana-de-açúcar.
- Ce_i : custo de armazenagem do produto i . Este custo corresponde aos gastos de manutenção do espaço físico para armazenagem dos produtos provenientes do processamento da cana, assim como os custos de movimentação destes produtos.
- Cp_E e Cp_{alc} : custo de produção de Energia e do álcool de segunda qualidade proveniente do bagaço, respectivamente. Este custo engloba o tratamento do bagaço para utilização no processamento e também custos de manutenção dos equipamentos utilizados, energia necessária e mão de obra.
- Cp_{is} : custo de produção do produto i no tempo t no cenário s . Este custo engloba equipamentos e sua manutenção, energia e utilidades necessárias e mão de obra utilizada no processo.
- $VF_{is}(t)$: quantidade do produto i vendido no mercado futuro no instante t , medido em toneladas de cana-de-açúcar.
- $CF_{is}(t)$: quantidade do produto i comprado no mercado futuro no instante t , medido em toneladas de cana-de-açúcar.
- $E_i(t)$: quantidade de energia produzida no instante t proveniente do bagaço gerado durante a produção do produto i , medido em toneladas de cana-de-açúcar.
- $Alc_i(t)$: quantidade de álcool de segunda qualidade produzida no instante t proveniente do bagaço gerado durante a produção do produto i , medido em toneladas de cana-de-açúcar.
- $PF_{is}(t)$: preço no mercado futuro do primeiro vencimento do produto i no instante t .
- $P_E(t)$: preço da energia gerada a partir do bagaço no instante t .
- $P_{Alc}(t)$: preço do álcool de segunda qualidade gerado a partir do bagaço no instante t .
- $P_{is}(t), i \in I, t = 0, \dots, T$: preço do produto i no tempo t no cenário s ;
- $R_s(t), t = 0, \dots, T$: riqueza no tempo t no cenário s .

- $C(t)$: quantidade de cana disponibilizada para a usina no tempo t . A quantidade máxima será considerada igual a 1, representado 100% da capacidade de produção, nos períodos de entressafra, este valor é reduzido chegando a 0.
- K : Capital mínimo requerido a cada período. Este valor é estimado como o mínimo de riqueza gerada necessária para manter o funcionamento da usina e permitir investimentos no próprio negócio.
- $Conv_{X \rightarrow Y}$: Conversor para determinar quantidade originada de produto Y a partir de determinada quantidade de produto X . Exemplo: $Conv_{Bagaço \rightarrow Alc} = 0,2$ significa que a partir de 1000 t de bagaço produz-se 200 t de álcool de segunda qualidade. Estes conversores são utilizados para relacionar as variáveis de decisão do modelo com os preços simulados e custos assumidos, que são medidos em unidades distintas.

5.5 Variáveis de Decisão

Em seguida, definimos as variáveis de decisão para cada estágio da simulação:

- **Variáveis em $t = 0$**

- $A_i(0) = (A_1(0), A_2(0), \dots, A_n(0))'$: quantidade do produto i , $i \in I$, estocado em $t = 0$.
- $V_i(0) = (V_1(0), V_2(0), \dots, V_n(0))'$: quantidade do produto i , $i \in I$, vendido em $t = 0$.
- $VF_i(0) = (VF_1(0), VF_2(0), \dots, VF_n(0))'$: quantidade do produto i , $i \in I$, vendido no mercado futuro, tomada de decisão em $t = 0$ e liquidação da posição em $t = 1$.
- $CF_i(0) = (CF_1(0), CF_2(0), \dots, CF_n(0))'$: quantidade do produto i , $i \in I$, comprado no mercado futuro, tomada de decisão em $t = 0$ e liquidação da posição em $t = 1$.
- $E_i(0) = (E_1(0), E_2(0), \dots, E_n(0))'$: quantidade de energia proveniente do bagaço proveniente do produto i gerada em $t = 0$.

- $Alc_i(0) = (Alc_1(0), Alc_2(0), \dots, Alc_n(0))'$: quantidade de energia proveniente do bagaço proveniente do produto i gerada em $t = 0$.

• **Variáveis em $t = 1, \dots, T$**

- $A_i(t, s) = (A_{1s}(t), A_{2s}(t), \dots, A_{ns}(t))'$: quantidade do produto i , $i \in I$, estocado no tempo t no cenário s .
- $V_i(t, s) = (V_{1s}(t), V_{2s}(t), \dots, V_{ns}(t))'$: quantidade do produto i , $i \in I$, vendido no tempo t no cenário s .
- $VF_i(t) = (VF_1(t), VF_2(t), \dots, VF_n(t))'$: quantidade do produto i , $i \in I$, vendido no mercado futuro, tomada de decisão em t e liquidação da posição em $t + 1$.
- $CF_i(t) = (CF_1(t), CF_2(t), \dots, CF_n(t))'$: quantidade do produto i , $i \in I$, comprado no mercado futuro, tomada de decisão em t e liquidação da posição em $t + 1$.
- $E_i(t) = (E_1(t), E_2(t), \dots, E_n(t))'$: quantidade de energia proveniente do bagaço proveniente do produto i gerada em t .
- $Alc_i(t) = (Alc_1(t), Alc_2(t), \dots, Alc_n(t))'$: quantidade de energia proveniente do bagaço proveniente do produto i gerada em t .

5.6 Função Objetivo

A função objetivo inicialmente utilizada busca a maximização da riqueza futura do indivíduo. O problema é então formulado como um problema de programação linear com uma matriz de coeficientes esparsa.

Matematicamente têm-se duas opções para elaborar esta função objetivo, a primeira considera os resultados financeiros obtidos ao final do período de análise, a segunda considera

a riqueza gerada em cada instante de tomada de decisão, buscando maximizar a soma de todos os instantes. Assim a função objetivo para o primeiro caso é:

$$MAX \sum_{s=1}^S \pi_s R_s(T) \quad (5.7)$$

E a função objetivo resultante para o segundo caso é:

$$MAX_{\substack{X(0,s), \dots, X(T,s) \\ s=1, \dots, S}} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \pi_s R_s(t) \quad (5.8)$$

Em outra abordagem da função objetivo considerou-se interessante a análise da variância gerada pela oscilação dos preços dos produtos. A variância pode ser considerada como sendo o risco envolvido no processo de tomada de decisão, por isso seria interessante incluí-la na função objetivo. Analisou-se o comportamento do modelo com o objetivo somente de minimizar a variância, o que se assemelha ao modelo de Mínima Variância para determinação das razões de *hedge*. Novamente foi considerada a otimização tanto ao final do período de análise como a cada instante, seguindo a mesma abordagem dada à função de maximização da riqueza. Poder-se-ia usar uma abordagem onde ponderar-se-ia o tempo, no entanto este estudo não faz parte do escopo deste Trabalho de Formatura. Assim, as funções objetivo resultantes foram:

$$Min \sum_{t=1}^T \begin{bmatrix} V_t \\ VF_t \\ CF_t \end{bmatrix}^T \Sigma \begin{bmatrix} V_t \\ VF_t \\ CF_t \end{bmatrix} \quad \text{para minimização da variância a cada instante de tomada de decisão.}$$

$$Min \begin{bmatrix} V_T \\ VF_T \\ CF_T \end{bmatrix}^T \Sigma \begin{bmatrix} V_T \\ VF_T \\ CF_T \end{bmatrix} \quad \text{para minimização da variância somente ao final do período.}$$

Onde Σ é a matriz de covariância entre os preços à vista e futuros dos produtos. No caso esta análise foi feita apenas para o açúcar, pois estratégias de *hedge* com futuros não foram consideradas para o álcool.

Após a análise isolada destes dois tipos de função objetivo que interessam ao usineiro, decidiu-se pelo estudo de um modelo que as unisse em uma única função objetivo, verificando como o modelo se comporta em um problema multiobjetivo. A função obtida foi:

$$\text{Min } W \begin{bmatrix} V_t \\ VF_t \\ CF_t \end{bmatrix}^T \Sigma \begin{bmatrix} V_t \\ VF_t \\ CF_t \end{bmatrix} - (1-W) \sum_{s=1}^S \pi_s R_s(T) \text{ para minimização da variância e maximização}$$

da riqueza ao final do período de análise.

$$\text{Min } W \sum_t \begin{bmatrix} V_t \\ VF_t \\ CF_t \end{bmatrix}^T \Sigma \begin{bmatrix} V_t \\ VF_t \\ CF_t \end{bmatrix} - (1-W) \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \pi_s R_s(t) \text{ para minimização da variância e}$$

maximização da riqueza a cada instante de tomada de decisão.

Onde W é o fator ponderador entre os dois objetivos da função. Este fator deve ser estimado de acordo com a função utilidade do usineiro, representando o quanto este é avesso ao risco.

5.7 Restrições

Baseado nos limites existentes do sistema produtivo em uma usina sucro alcooleira, as seguintes restrições foram elaboradas para que as condições básicas de funcionamento da usina sejam atendidas.

A restrição (5.9) corresponde a determinação da quantidade produzida de determinado produto, relacionando-a às vendas à vista e no futuro realizadas, assim como à variação de estoque.

$$X_{is}(t) = A_{is}(t) - A_{is}(t-1) + V_{is}(t) + VF_{is}(t) \quad (5.9)$$

A restrição (5.10) tem o objetivo de limitar a quantidade alocada para a produção de álcool de segunda qualidade e de energia, para que não ultrapasse a quantidade de bagaço gerado em determinado período. Para isso utiliza-se um conversor para determinar o quanto de bagaço é gerado a partir da produção do produto i . Para cada produto haverá uma restrição deste tipo, por apresentarem fatores de conversão distintos.

$$X_i(t) \cdot \text{Conv}_{i \rightarrow \text{Bagaço}} = \text{Alc}_i(t) + E_i(t) \quad (5.10)$$

A restrição (5.11) tem o objetivo de estabelecer qual a riqueza gerada no instante t . Este resultado é obtido considerando-se os resultados provenientes da venda dos produtos no mercado à vista, da venda de futuros definida no instante $t-1$, dos ajustes diários gerados tanto para compra como para venda no futuro, da venda de álcool de segunda qualidade produzido e também pelos ganhos em utilização de energia gerada a partir do bagaço. Estes resultados são descontados pelos custos de produção de cada um dos produtos assim como pelos custos de armazenagem das parcelas alocadas tanto para estoque como para vendas futuras.

$$\begin{aligned} R_s(t) = & \sum_i V_{is}(t) \cdot P_{is}(t) \cdot \text{Conv}_{cana \rightarrow i} - X_{is}(t) \cdot Cp_{is}(t) \cdot \text{Conv}_{cana \rightarrow i} + \\ & - (VF_{is}(t) + A_{is}(t)) \cdot Ce_i \cdot \text{Conv}_{cana \rightarrow i} + \\ & (P_{is}(t) + (PF_{is}(t-1) - PF_{is}(t))) \cdot VF_{is}(t-1) \cdot \text{Conv}_{cana \rightarrow i} + \\ & (PF_{is}(t-1) - PF_{is}(t))) \cdot CF_{is}(t-1) \cdot \text{Conv}_{cana \rightarrow i} + \\ & E_i(t) \cdot (P_E(t) - Cp_E(t)) \cdot \text{Conv}_{Bagaço \rightarrow E} + \\ & Alc_i(t) \cdot (P_{Alc}(t) - Cp_{Alc}(t)) \cdot \text{Conv}_{Bagaço \rightarrow Alc} \end{aligned} \quad (5.11)$$

A restrição (5.12) tem o objetivo de não permitir que a produção no período seja negativa e nem superior a capacidade de matéria prima (cana-de-açúcar) disponível no instante t . Desta restrição também resulta que a quantidade enviada ao estoque em t , $A(t)$ será ou consumida em $t+1$ ou então será adicionada ao estoque em $t+1$, $A(t+1)$.

$$0 \leq A_{is}(t) - A_{is}(t-1) + V_{is}(t) + VF_{is}(t) \leq C(t) \quad \forall t, \forall i \quad (5.12)$$

Como não se considerou a possibilidade de armazenagem de matéria prima para utilização em um próximo período, é necessário que a soma da produção realizada em t de todos os produtos seja igual a disponibilidade de matéria prima naquele instante, resultando na restrição (5.13).

$$\sum_i X_i(t) = C(t) \quad \forall t \quad (5.13)$$

A restrição (5.14) tem o objetivo de permitir o atendimento da demanda no instante t . A mercadoria física fornecida ao mercado no instante t corresponde a quantidade vendida no mercado à vista somada à quantidade que decidiu-se vender em $t-1$ no mercado futuro. Vale lembrar que a quantidade $VF(t)$ só será liquidada em $t+1$, portanto a decisão ocorre em t , mas a transação só é efetuada em $t+1$.

$$Demanda(t) \leq V_i(t) + VF(t-1) \quad \forall t, \forall i \quad (5.14)$$

As restrições (5.15), (5.16) e (5.17) são de não negatividade das variáveis de decisão do modelo de otimização.

$$A_i(t) \geq 0 \quad \forall t, \forall i \quad (5.15)$$

$$X_i(t) \geq 0 \quad \forall t, \forall i \quad (5.16)$$

$$VF_i(t) \geq 0 \quad \forall t, \forall i \quad (5.17)$$

A restrição (5.18) tem o objetivo de limitar a atuação no mercado futuro com a operação de compra de contratos de açúcar. Esta restrição é necessária, pois nos casos em que há queda de preços no mercado futuro a tendência seria alocar o máximo possível na operação de compra no futuro para lucrar com os ajustes diários gerados. Sem um limite superior o problema ficaria irrestrito.

$$CF_i(t) \leq 1 \quad \forall t, \forall i \quad (5.18)$$

A restrição (5.19) limita a quantidade enviada ao estoque de acordo com a capacidade física deste para cada produto i .

$$A_i(t) \leq C_{estoque,i}(t) \quad \forall t, \forall i \quad (5.19)$$

A última restrição deste modelo, (5.20), vem garantir que haja um resultado mínimo a cada instante t , permitindo o pleno funcionamento da usina sem a necessidade de buscar empréstimos para investir em seu negócio.

$$R_s(t) \geq K \quad \forall t \quad (5.20)$$

5.8 Conclusão

Neste capítulo foi apresentado o modelo de otimização proposto destacando-se quais são as variáveis e parâmetros empregados, as restrições do sistema produtivo as quais o modelo deve obedecer, assim como a função objetivo. A função objetivo foi tratada de três formas distintas neste trabalho, nas duas primeiras propõe-se a realização de uma análise

individualizada da maximização da riqueza e da minimização da variância. Na terceira versão apresentada trata-se estes dois objetivos principais conjuntamente.

Verifica-se também a possibilidade de análise dos resultados apenas ao final do período de análise, ou então otimizando as posições ao longo do tempo. Há a possibilidade de adoção de uma abordagem que possa ponderar o tempo, dando maior importância a resultados mais próximos ao final do período, ou então em períodos mais críticos de produção, no entanto o estudo de tal abordagem não faz parte do escopo deste trabalho.

Com base no modelo proposto pode-se partir para a análise de resultados, verificando-se o quão adequado o modelo é a realidade do ambiente produtivo. No próximo capítulo serão apresentados os resultados obtidos e as análises realizadas.

6 RESOLUÇÃO, RESULTADOS E ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Neste capítulo, será aplicado o modelo de otimização elaborado em uma usina sucro alcooleira. Elaborou-se passo a passo a aplicação do modelo desenvolvido numa situação real, vivida pelos produtores deste setor. Além disto, apresentou-se os principais resultados obtidos com a análise de sensibilidade do problema observando-se como o modelo se comporta com as mudanças propostas na função objetivo e no horizonte de tempo de otimização.

6.1 Introdução

Uma vez apresentado e detalhado o modelo de otimização iniciaremos a parte prática deste trabalho. Em uma primeira etapa, será feita a análise da performance dos resultados obtidos com a simulação realizada e o *clustering*, avaliando-se o comportamento das séries geradas para os preços dos produtos.

Em seguida, será aplicado o modelo de otimização sugerido, inicialmente analisando-se cada uma das funções objetivo propostas isoladamente para que seja realizada a verificação de como o resultado final do problema é afetado por cada uma delas e pelas restrições de produção.

Baseado nos resultados obtidos inicia-se a análise das funções objetivo em conjunto e é feita uma análise de sensibilidade com a introdução das restrições do sistema produtivo no modelo para uma posterior análise do comportamento do mix ótimo de produção e da estratégia de *hedge* adotada.

Todos os passos do modelo proposto foram simulados utilizando o aplicativo Matlab. O Matlab possui uma grande vantagem, pois ele trabalha com dados representados na forma de matrizes. Além disto, possui alguns algoritmos prontos, como a aplicação da técnica de *clustering* e a resolução de problemas de programação linear e quadrática, fato este que simplificou consideravelmente a aplicação do modelo em estudo.

6.2 Definição das Variáveis de Entrada do Modelo

➤ **Custo de Produção**

Os dados sobre custos de produção de álcool e açúcar foram obtidos através de um levantamento realizado pela EMBRAPA em parceria com a UNICA em setembro de 2006. Os dados obtidos para o álcool foram medidos em R\$/litro e os dados de açúcar em US\$/ton. Estes valores foram então transformados para se adequarem às séries de preços obtidas.

➤ **Fatores de Conversão**

Os fatores de conversão de cana em açúcar, cana em álcool e bagaço em seus subprodutos, foram levantados através de um estudo realizado pela UNICA que visava a correta definição dos ganhos obtidos com a co-geração de energia. Desta forma definiu-se quanto que uma tonelada de cana poderia produzir de álcool, açúcar e subprodutos e estabeleceu-se os fatores conversores.

➤ **Preços à Vista de Álcool e Açúcar**

Os preços de fechamento dos contratos de álcool e açúcar no mercado à vista foram obtidos através do site do CEPEA/ESALQ, o qual divulga os resultados do mercado agropecuário. Os dados são para o período de 7 de julho de 2000 à 7 de julho de 2007. Os preços à vista de açúcar são diários e os preços de álcool são semanais e medidos em R\$/saca de 50 kg e R\$/1000 litros, respectivamente. Para possibilitar o tratamento simultâneo dos dados de açúcar e álcool, a série do último foi ajustada para observações diárias, assumindo-se que ocorre uma evolução linear entre os dados semanais.

➤ **Preços Futuros de Álcool e Açúcar**

Os preços do mercado futuro de álcool e açúcar foram obtidos através da BM&F. Utilizou-se os dados para o primeiro vencimento do contrato futuro das *commodities*. O período das observações coletadas é o mesmo que para os preços à vista assim como as unidades de medida e ambos os produtos apresentam observações diárias.

➤ **Capacidade dos estoques e Custo de Estocagem**

Os dados correspondentes à capacidade do estoque e ao custo de armazenagem foram obtidos através de uma análise de cenários já que estes valores não foram disponibilizados por uma fonte confiável ao trabalho. Dessa forma testou-se utilizar o

modelo com diversos valores distintos para verificar como o resultado variava para se selecionar o valor a ser utilizado.

➤ **Disponibilidade de matéria-prima**

A quantidade de cana-de-açúcar disponibilizada para uma usina varia ao longo do tempo principalmente devido aos períodos de safra e entressafra. Neste trabalho assumiu-se que o usineiro durante o período de safra obterá a matéria prima de maneira uniforme, portanto o corte da cana será gradual e constante. Já no período de entressafra assumiu-se disponibilidade nula de matéria prima. Portanto utilizando-se da notação do modelo de otimização, conforme a equação 5.13, para os meses de safra a disponibilidade é $C(t) = 1 \sim 100\%$ e para os meses de entressafra $C(t) = 0 \sim 0\%$.

➤ **Demanda**

A demanda de álcool foi estimada atrelando-se seu valor com a evolução da demanda por carros *flex* e número de veículos em circulação. Adota-se que exista uma curva de participação de veículos que se expressa através de uma curva de Gompertz, assumindo-se o consumo mensal destes veículos e a porcentagem de álcool adicionada a gasolina, obtém-se qual seria a necessidade do mercado de álcool. A curva de Gompertz apresenta uma estrutura do tipo:

$$f(T) = e^{-e^{a+b \times T}}$$

onde as constantes a e b são os parâmetros do modelo e a variável T refere-se à idade do veículo.

No caso do açúcar a demanda é mais estável e já conhecida, sabe-se que seus valores oscilam entre 30 e 40% da produção de cana-de-açúcar brasileira, quantidade esta suficiente para abastecer o mercado interno e permitir a exportação.

➤ **Riqueza mínima**

Para determinação da riqueza mínima por período também se utilizou a análise de cenários como comentado no caso dos dados de estoque para a determinação de um valor adequado ao modelo. Foram testados diversos níveis de riqueza mínima que o usineiro poderia escolher e com base na análise de resultados selecionou-se uma.

➤ **Dados dos sub produtos da cana**

Os dados referentes aos preços de venda do álcool e de segunda qualidade e da energia gerada através do bagaço não foram considerados confiáveis. A divulgação de tais valores ainda é bastante incipiente no setor e devido a esta indisponibilidade não se

utilizará estas informações nos testes computacionais. Assim apesar do modelo de otimização ter sido construído para tratar tais subprodutos nos testes apresentados neste trabalho eles não foram considerados.

6.3 Resultado da Simulação e *Clustering*

Para a construção de uma árvore de cenários que possa explicar de maneira adequada a evolução dos preços de álcool e açúcar, empregou-se a simulação de Monte Carlo adaptada com o modelo de Tseng e Barz (2002).

Através deste novo modelo adaptado, realiza-se a simulação e obtém-se um conjunto de dados que posteriormente podem ser agrupados formando as ramificações da árvore de cenários (*Clustering*).

Para a elaboração da simulação e da técnica de *clustering* foi utilizada a mesma série adotada no processo de determinação dos parâmetros de simulação pelo método de máxima verossimilhança. As figuras 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4 ilustram a evolução do preço destas *commodities* ao longo deste período.

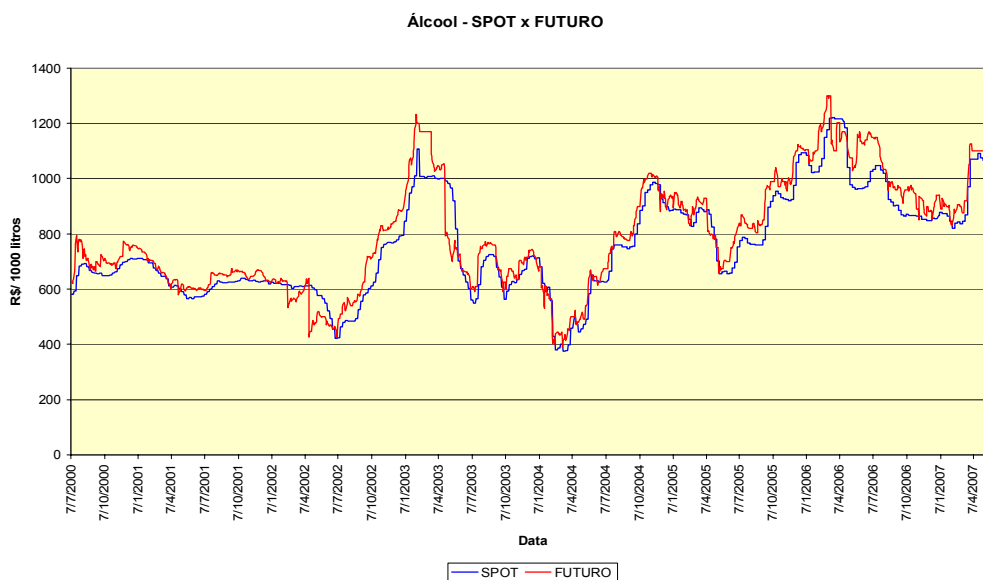


Figura 6.1 – Evolução do preço do Álcool à vista e futuro

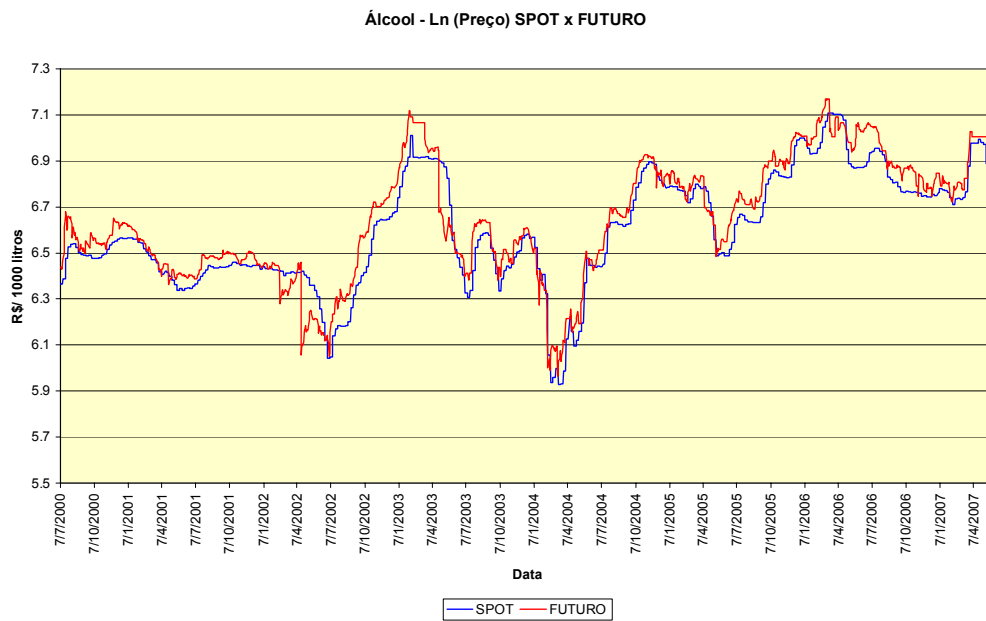


Figura 6.2 – Evolução do logaritmo do preço do Álcool à vista e futuro

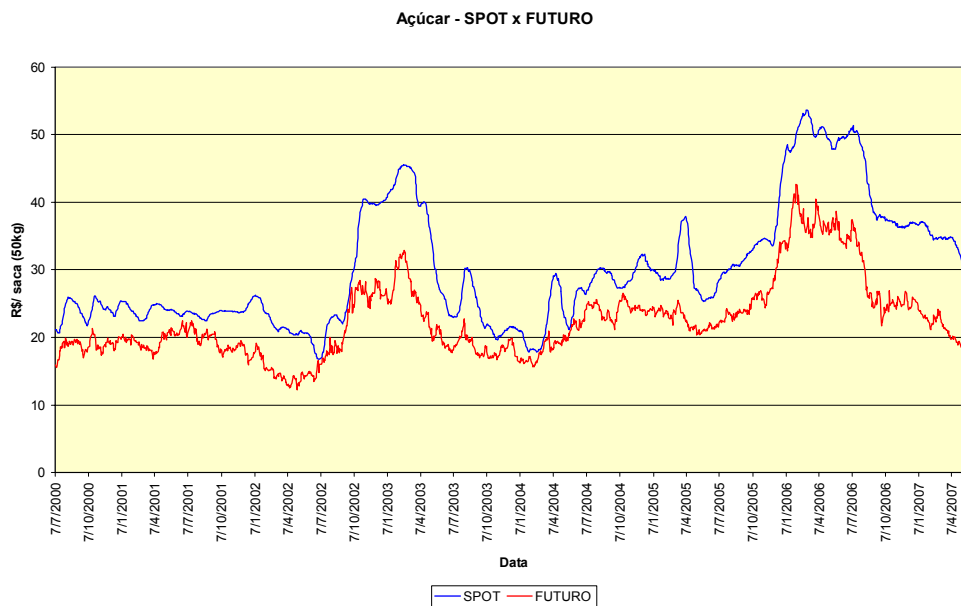


Figura 6.3 – Evolução do preço do Açúcar à vista e futuro

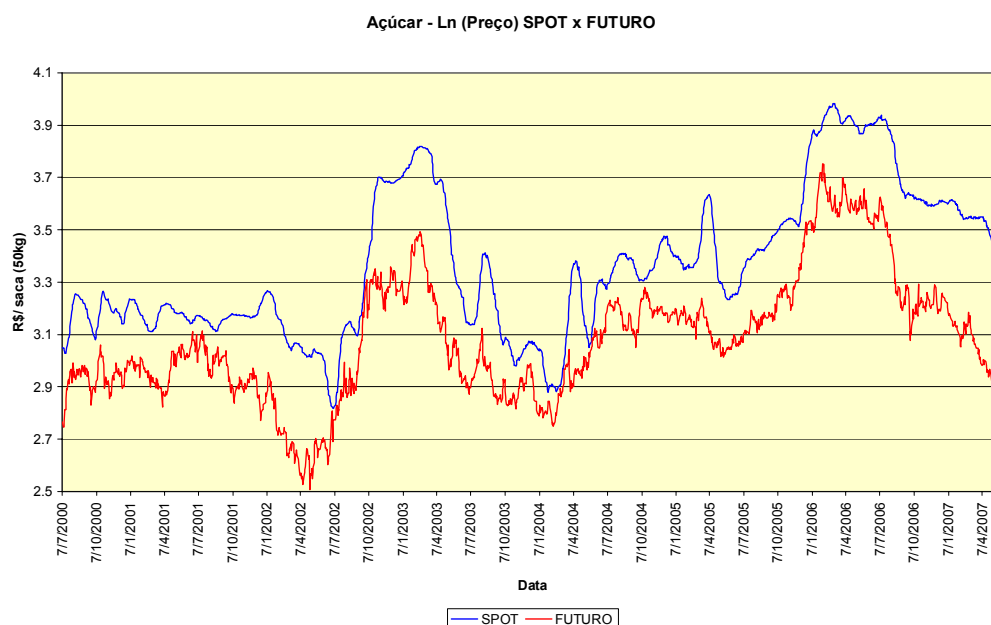


Figura 6.4 – Evolução do logaritmo do preço do Açúcar à vista e futuro

Os preços do fechamento do pregão do dia 2 de fevereiro de 2006 foram utilizados como os preços iniciais na simulação. Os logaritmos destes preços constituirão as raízes da árvore de cenários a ser obtida. Os valores são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 6.1 – Raízes da Árvore de Cenários

	Alcool	Açúcar
raiz ln(spot)	6.93	3.89
raiz ln(futuro)	7.00	3.69

Para a construção da matriz de variância-covariância dos produtos, utilizaram-se os dados diários dos logaritmos dos preços dos produtos no período de 7 de julho de 2000 a 2 de fevereiro de 2006. A opção de se trabalhar com o logaritmo dos preços ao invés dos próprios preços segue a proposta de Makridakis *et al.* (1998) que sugere que assim estabiliza-se a variância dos erros e torna o efeito sazonal aditivo.

A partir das séries de logaritmos dos preços, a volatilidade e as respectivas covariâncias foram então calculadas utilizando o método de Alisamento Exponencial assumindo um valor de λ igual a 0,97.

A técnica de Suavização Exponencial conforme proposta de Ribeiro, Sosnoski e Miranda (2007) indica que a covariância dos logaritmos dos preços pode ser calculada da seguinte forma:

$$\sigma_{ij,t}^2 = \lambda \sigma_{ij,t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{i,t-1} r_{j,t-1} \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (6.1)$$

onde:

$\sigma_{ij,t}^2$: Covariância entre os logaritmos dos preços i e j em t ;

λ : Fator de decaimento;

$\sigma_{ij,t-1}^2$: Covariância entre os logaritmos dos preços i e j em $t-1$;

$r_{i,t-1}$: Logaritmo do preço do produto i em $t-1$;

$r_{j,t-1}$: Logaritmo do preço do produto j em $t-1$;

As matrizes obtidas foram as seguintes:

Tabela 6.2 – Matriz de covariância do logaritmo dos preços à vista

	Alcool	Açúcar
Alcool	0.05989	0.05680
Açúcar	0.05680	0.07629

Tabela 6.3 – Matriz de covariância do logaritmo dos preços futuros

	Alcool	Açúcar
Alcool	0.05994	0.05670
Açúcar	0.05670	0.07612

As simulações conseguem tratar adequadamente o mix de produção que depende de mais de uma variável porque o tempo de processamento aumenta linearmente com N , enquanto que aumenta geometricamente com N para métodos binomiais ou de diferenças finitas.

No caso, como no modelo de Tseng e Barz (2002), os produtos não são correlacionados, a solução para o problema da evolução do preço dos produtos não se dá de forma direta. Portanto é necessária a adoção do modelo proposto, que considera a fatoração de Cholesky para que os dados sejam gerados simultaneamente para álcool e açúcar considerando o componente sazonal desta evolução.

Aplicando-se o método de decomposição de Cholesky na matriz variância-covariância dos ativos encontra-se a seguinte matriz:

Tabela 6.4 – Matriz resultante da fatoração de Cholesky para preços futuros

	Alcool	Açúcar
Alcool	0.24	0.00
Açúcar	0.23	0.15

Tabela 6.5 – Matriz resultante da fatoração de Cholesky para preços à vista

	Alcool	Açúcar
Alcool	0.24	0.00
Açúcar	0.23	0.15

Para comprovar a necessidade de utilização do modelo de simulação adaptado para comportamentos sazonais decidiu-se verificar o comportamento da sazonalidade do conjunto de dados tanto de álcool como de açúcar. Através desta análise podemos notar como os dados se comportam no período de um ano, verificando se há ou não um movimento cíclico dos preços gerado pela variação entre períodos de safra e entre safra.

Em seguida serão apresentados os resultados obtidos para os testes de sazonalidade apresentados no Apêndice C deste trabalho para a série de preços dos ativos álcool e açúcar. Nas tabelas 6.6 e 6.7 são apresentados os valores dos preços agrupados por ano e por mês para álcool e açúcar respectivamente. Os valores mensais são calculados como sendo a média obtida dos valores diários do mês em questão. A quantidade de elementos a cada mês varia, estando entre 18 a 22 dados diários.

Tabela 6.6 – Distribuição mensal dos preços do Álcool

Preço Álcool		Mês											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ano	2000	0	0	390	386	405	510	687	720	691	697	716	755
	2001	737	698	656	616	606	602	622	653	657	660	651	648
	2002	630	595	572	548	498	467	505	555	646	754	821	865
	2003	1036	1194	1063	994	741	675	649	762	693	649	679	725
	2004	620	475	435	494	572	642	732	794	826	972	1004	926
	2005	927	870	909	837	708	751	844	822	915	995	989	1105
	2006	1085	1177	1179	1166	1086	1143	1129	996	955	960	900	896
	2007	909	873	896	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Em seguida são apresentados os resultados do teste de sazonalidade Kruskal-Wallis e teste de Friedman para os preços de álcool:

Kruskal-Wallis ANOVA Table					
Source	SS	df	MS	Chi-sq	Prob>Chi-sq
Columns	2323.3	11	211.212	5.3	0.9155
Error	28774.7	60	479.578		
Total	31098	71			

Friedman's ANOVA Table					
Source	SS	df	MS	Chi-sq	Prob>Chi-sq
Columns	532.333	11	48.3939	10.65	0.4733
Interaction	411.667	22	18.7121		
Error	2506	36	69.6111		
Total	3450	71			

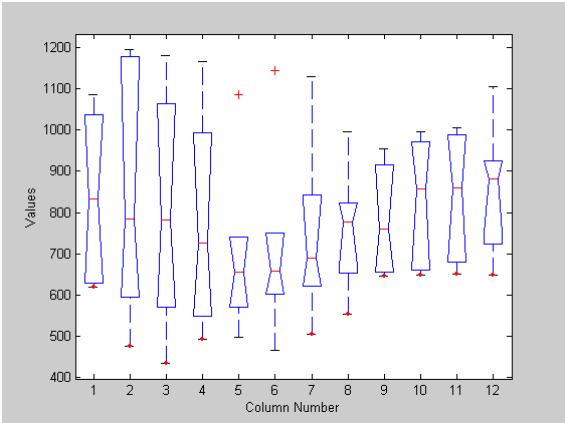


Figura 6.5 – Resultados dos testes de sazonalidade para os preços do Álcool

São apresentados abaixo os resultados dos testes de sazonalidade para os preços de açúcar:

Tabela 6.7 – Distribuição mensal dos preços do Açúcar

Preço Açúcar		Mês											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ano	2001	19.78	19.45	18.39	18.53	20.60	21.05	21.19	19.91	19.79	18.06	18.48	17.65
	2002	17.79	15.19	14.22	13.40	13.90	14.58	16.88	18.30	22.21	26.62	26.18	27.37
	2003	27.00	31.42	26.29	23.57	20.75	18.97	19.23	20.26	17.60	17.49	17.97	18.59
	2004	16.58	16.47	18.83	19.00	20.47	22.07	24.67	23.68	22.66	25.57	24.23	23.90
	2005	24.00	23.32	23.98	21.78	20.94	21.51	22.70	23.34	23.93	26.16	25.98	31.55
	2006	36.60	38.97	36.74	36.80	36.68	34.40	34.81	27.78	24.82	24.69	25.28	25.22

Kruskal-Wallis ANOVA Table					
Source	SS	df	MS	Chi-sq	Prob>Chi-sq
Columns	823.3	11	74.848	1.88	0.9989
Error	30274.7	60	504.578		
Total	31098	71			

Friedman's ANOVA Table					
Source	SS	df	MS	Chi-sq	Prob>Chi-sq
Columns	85.667	11	7.7879	1.71	0.9993
Interaction	363.333	22	16.5152		
Error	3001	36	83.3611		
Total	3450	71			

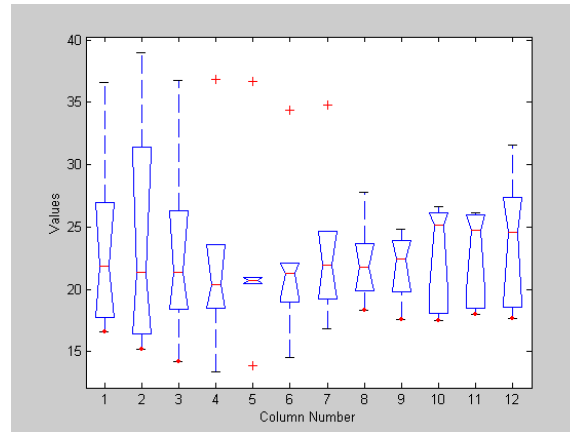


Figura 6.6 – Resultados dos testes de sazonalidade para os preços do Açúcar

Foram realizados testes de sazonalidade também para o logaritmo dos preços tanto do álcool como do açúcar. Como percebe-se pelos testes das figuras 6.5 e 6.6, os dados analisados não apresentam sazonalidade explícita, no entanto seguindo-se a visão dos profissionais deste mercado assume-se que as séries apresentam um componente sazonal implícito nos preços fornecidos.

O modelo de simulação proposto no capítulo 3 foi então utilizado para simulação do horizonte de 249 dias com 500 cenários simulados.

Este horizonte de tempo foi selecionado, pois corresponde ao número de dias de negociação existentes entre o dia 2 de fevereiro de 2006 e 2 de fevereiro de 2007. Este período corresponde a um ciclo completo de cultivo da cana-de-açúcar e permite que os resultados obtidos através da simulação sejam comparados com o que foi observado, permitindo a validação do modelo proposto.

Aplicou-se então a simulação em paralelo, com a qual encontrou-se um vetor composto pelos logaritmos dos preços de cada um dos produtos, para cada instante t e para cada cenário simulado. Estes valores foram obtidos para cada instante t através da seguinte equação:

$$X_{sim}(t) = \alpha - e^{-\kappa}(\alpha - X_{sim}(t-1)) + \sigma \cdot e^{-\kappa} \xi \cdot L \quad (6.2)$$

Onde:

$X_{sim}(t)$ é o logaritmo do preço do ativo no instante t ;

L é a matriz obtida após a decomposição de Cholesky da matriz de variância-covariância;

ξ é uma variável aleatória.

O vetor de logaritmos, com distribuição $N(0,1)$, dos preços encontrado através da simulação é então transformado em preços utilizando a seguinte expressão:

$$P_{it} = EXP(X_{sim}(t)) \quad (6.3)$$

Dada a dimensão do problema, não é possível representar graficamente o vetor dos preços dos produtos ao longo do horizonte de investimento. Portanto são apresentados os gráficos separados para o Alcool e Açúcar com a evolução dos possíveis cenários que os preços dos produtos podem seguir.

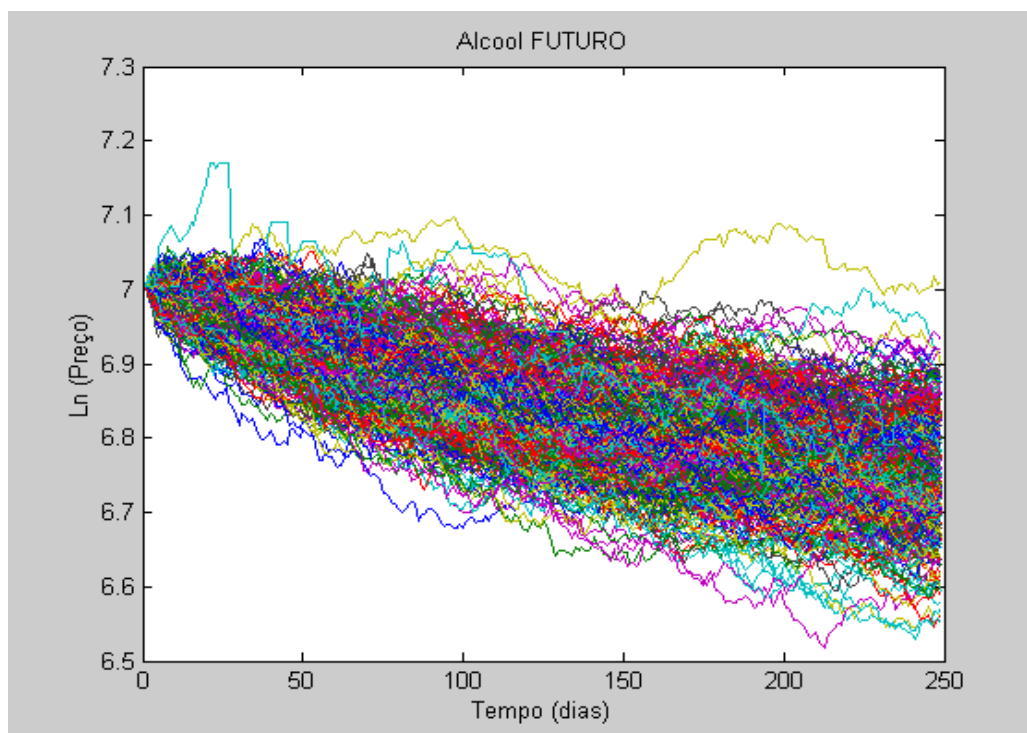


Figura 6.7 – Caminhos simulados para o logaritmo dos preços de Alcool Futuro

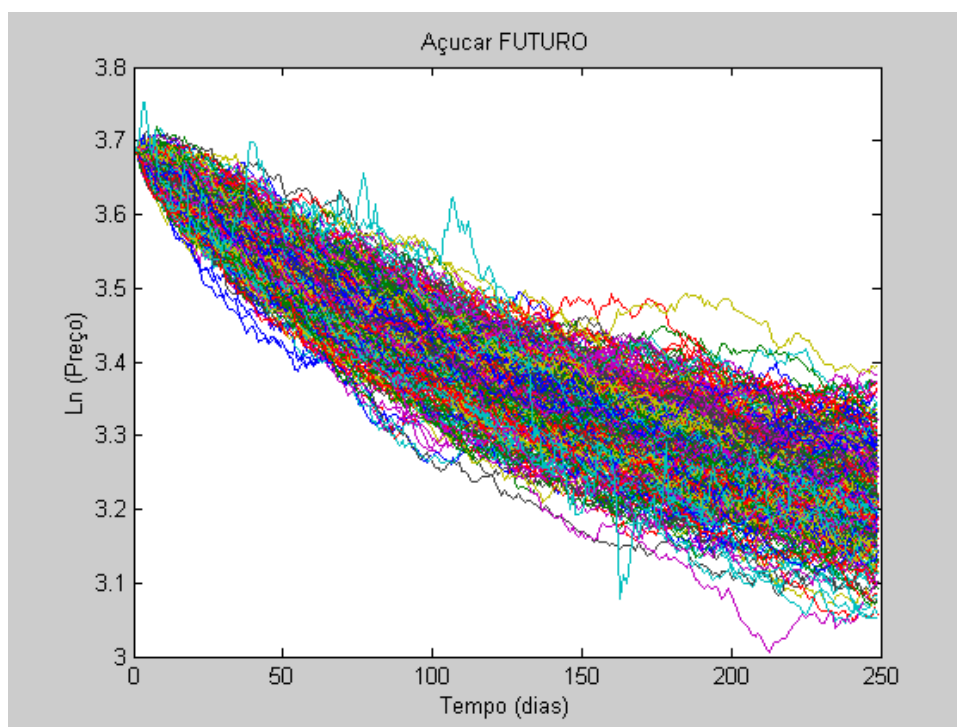


Figura 6.8 – Caminhos simulados para o logaritmo dos preços de Açúcar Futuro

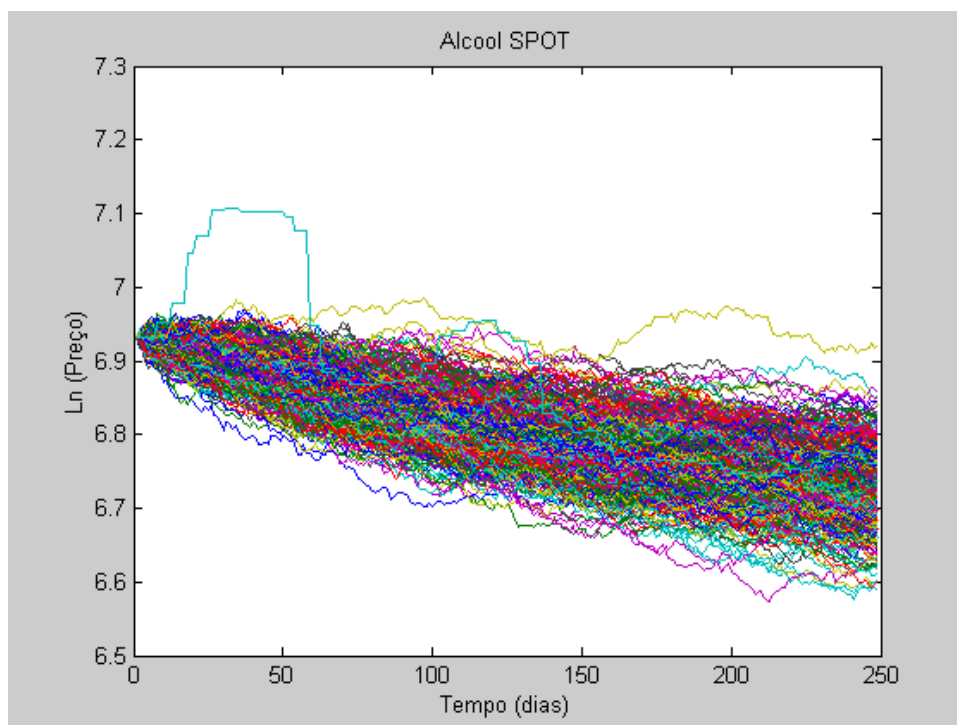


Figura 6.9 – Caminhos simulados para o logaritmo dos preços de Alcool à Vista

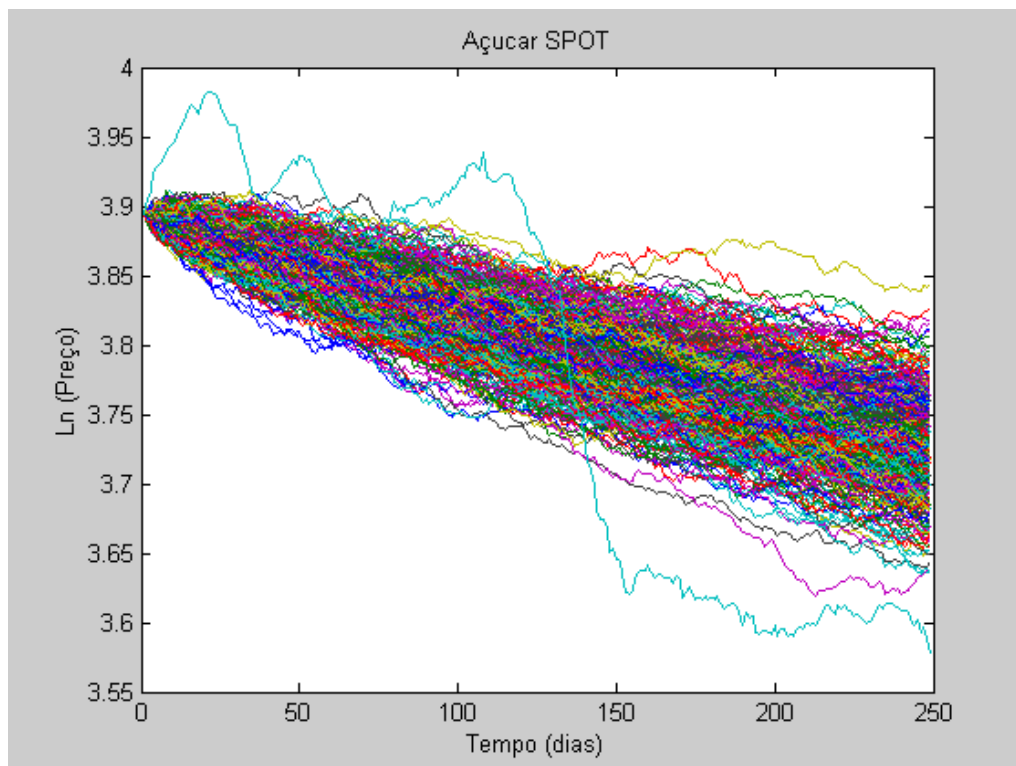


Figura 6.10 – Caminhos simulados para o logaritmo dos preços de Açúcar à Vista

Para a geração da árvore de cenários utilizou-se a técnica de *clustering*, para se determinar os respectivos *clusters*, cujos centróides constituem os nós do nível um ($t=1$). Esses *clusters* são então divididos em sub-*clusters*, cujos centróides representam os nós do nível dois ($t=2$) e assim sucessivamente até chegar às folhas da árvore ($t=T$).

Em seguida nas figuras 6.11 e 6.12 observa-se as árvores obtidas através da simulação e *clustering* para álcool e açúcar tanto para os preços à vista (SPOT), como futuros. Nestas árvores estão os preços que foram gerados pelo processo de simulação para álcool e açúcar, sendo que os nós representam os instantes de tomada de decisão, que são dados pelos vencimentos dos contratos no ano de 2006 que ocorrerão em 02 de fevereiro de 2006, 03 de abril de 2006, 01 de junho de 2006, 01 de setembro de 2006 e 01 de novembro de 2006.

A cada seta da figura é atribuída uma probabilidade de ocorrência de cada cenário, sendo que a cada instante de tomada de decisão a somatória destas probabilidades deve ser igual a 1.

A opção de se simular 500 cenários foi feita para minimizar os efeitos indesejáveis do cálculo de uma média para os centróides com baixa amostragem de valores. Quanto maior o número de cenários simulados, melhor o modelo captará o comportamento dos preços, no

entanto devido a restrições computacionais decorrentes do aplicativo disponível este valor não pôde ultrapassar 500.

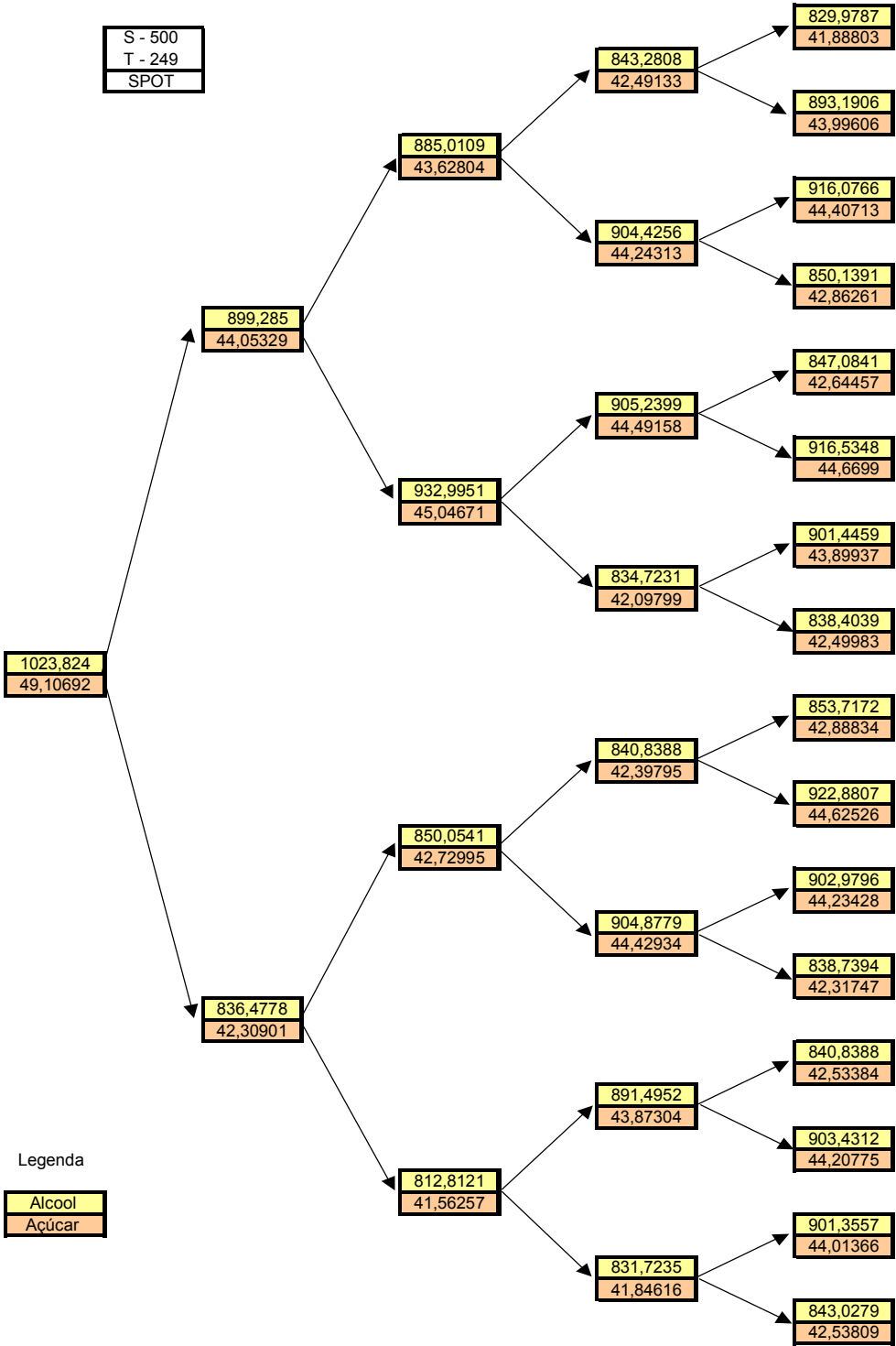


Figura 6.11 – Árvore de Cenários gerada para Preços à Vista de Alcool e Açúcar

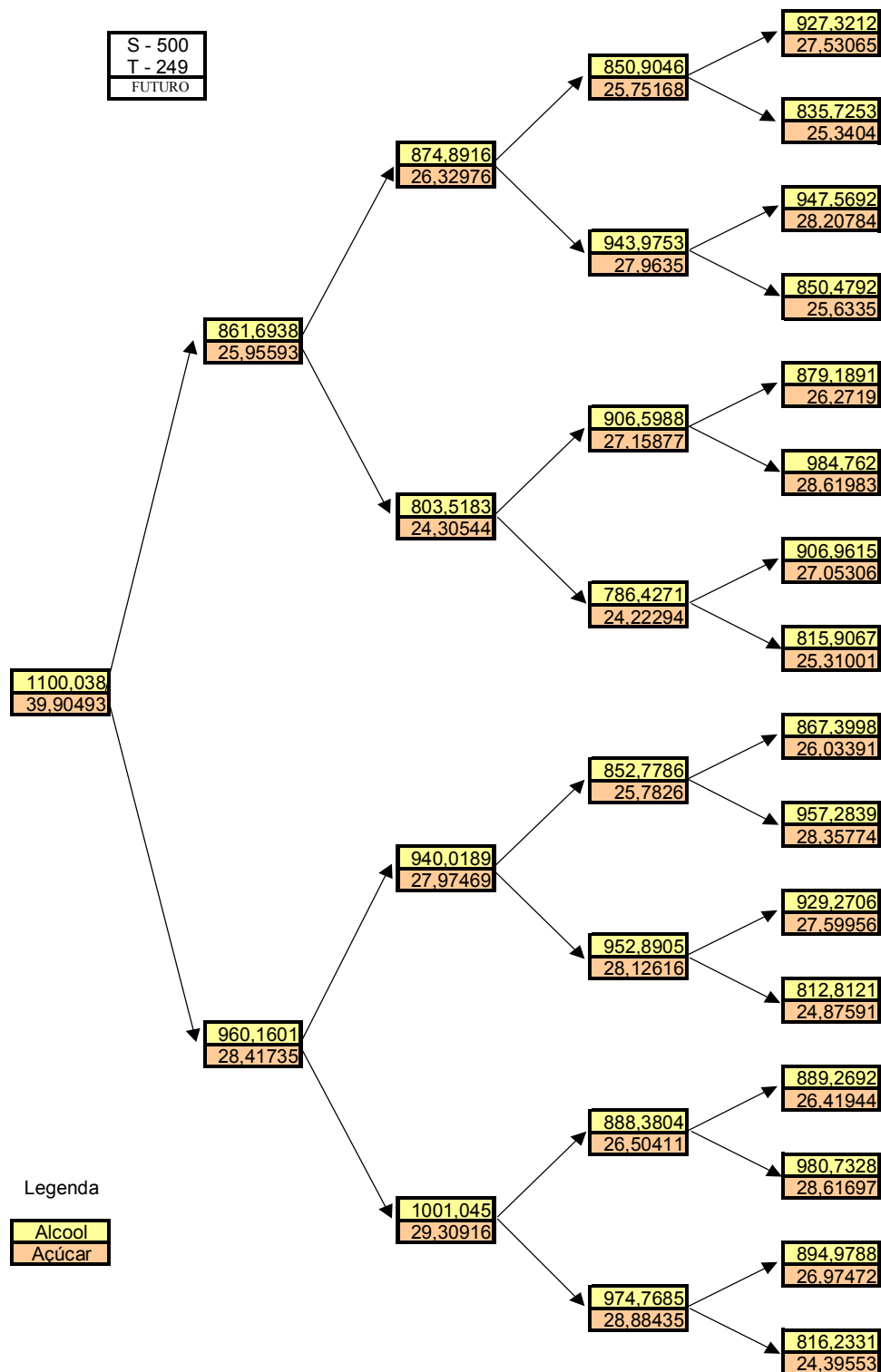


Figura 6.12 – Árvore de Cenários gerada para Preços Futuro de Álcool e Açúcar

6.4 Resultados da Otimização

O modelo proposto para resolução do problema de maximização da riqueza e minimização da variância apresentou as seguintes características:

Número de variáveis de decisão: 40

Número de restrições do tipo menor ou igual: 65

Número de restrições do tipo igual a: 15

O algoritmo utilizado para a resolução do problema foi o método dos pontos interiores. O método dos pontos interiores, também conhecido como método de Karmarkar, inicia o algoritmo de otimização através do centro do sólido definido pelo problema a ser otimizado, ao invés de começar pela sua superfície, como faz o algoritmo Simplex. Este algoritmo é indicado para a resolução de problemas de programação linear de grandes dimensões.

Inicialmente aplicou-se o modelo de otimização para a definição das variáveis de decisão a cada cenário, no entanto a grande dimensão do problema requer uma capacidade computacional muito elevada. Decidiu-se pela definição das variáveis de decisão a cada instante t de tomada de decisão, assim, considera-se que independentemente do cenário a quantidade de produto vendida e armazenada será a mesma para aquele instante t . Desta forma o número de variáveis reduz-se de 248 para apenas 40, reduzindo as exigências computacionais, tornando o cálculo viável conforme foi comentado no capítulo 5 na seção correspondente à definição dos parâmetros.

Quando se aplicou o modelo de otimização ao problema percebeu-se que as restrições de demanda e de riqueza mínima por período eram conflitantes, o que levava a uma inviabilidade das soluções. Neste caso foi necessário modificar os limites pré-definidos para a demanda dos produtos, “relaxando” as restrições. Esta escolha foi feita pois considera-se mais interessante ao usineiro manter a riqueza mínima estabelecida, ao invés de atender a uma demanda mínima. Considera-se que o usineiro não tenha contratos fixos de atendimento de demanda com seus clientes e portanto o não atendimento desta restrição não levaria a uma deterioração de sua imagem e perda de clientes. Assim, os modelos ficam “livres” para definir qual destino será dado à cana-de-açúcar disponível.

Os resultados obtidos quando adota-se a função objetivo de maximização da riqueza foram os das tabelas 6.8 e 6.9. Nestas tabelas os valores são dados em percentual da capacidade de produção da usina. Portanto a soma das vendas à vista (Vendas), com as vendas futuras (Vendas F.) e a variação de estoque tanto de álcool como de açúcar de um período para o período subsequente não deve ultrapassar 100% segundo as restrições do problema. No entanto como o valor de estoque no período t é acumulativo e pode não ser utilizado para vendas no período subsequente, seu valor pode superar os 100%. Já com relação às compras futuras (Compras F.) o modelo limita-as à no máximo 100% da capacidade da usina, sendo que esta quantidade não representa mercadoria física, não impactando nas restrições de capacidade da usina.

Tabela 6.8 – Resultados da otimização da riqueza em T para Álcool

	Álcool					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	1023,82	0%	1100,04	0%	95%	0%
Abril	868,13	0%	910,53	0%	51%	0%
Junho	868,34	30%	907,21	0%	56%	70%
Setembro	869,61	31%	891,12	0%	44%	39%
Novembro	871,44	39%	885,17	0%	50%	0%

Tabela 6.9 – Resultados da otimização da riqueza em T para Açúcar

	Açúcar					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	49,11	0%	39,90	0%	57%	0%
Abril	43,19	12%	27,18	24%	50%	64%
Junho	43,19	11%	27,08	6%	50%	46%
Setembro	43,25	12%	26,70	2%	50%	32%
Novembro	43,31	17%	26,51	8%	50%	8%

Os resultados das tabelas 6.8 e 6.9 consideram a otimização da riqueza somente no período final de análise, já quando considera-se na função objetivo a soma da riqueza em cada período de tomada de decisão os resultados ficam:

Tabela 6.10 – Resultados da otimização da riqueza em todo o período para Álcool

	Álcool					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	1023,82	70%	1100,04	0%	100%	0%
Abril	868,13	70%	910,53	0%	100%	30%
Junho	868,34	70%	907,21	0%	100%	60%
Setembro	869,61	60%	891,12	0%	0%	0%
Novembro	871,44	70%	885,17	0%	50%	0%

Tabela 6.11 – Resultados da otimização da riqueza em todo o período para Açúcar

Cenário	Açúcar					
	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	49,11	30%	39,90	0%	100%	0%
Abril	43,19	0%	27,18	0%	100%	0%
Junho	43,19	0%	27,08	0%	100%	0%
Setembro	43,25	0%	26,70	0%	100%	0%
Novembro	43,31	30%	26,51	0%	50%	0%

Verifica-se que os resultados obtidos priorizam as compras no futuro, pois o modelo identifica que a relação entre os preços à vista e os preços no mercado futuro permite a obtenção de benefícios através dos ajustes diários. Desta forma o usineiro iria comprar futuro sem a necessidade de receber a mercadoria física no momento do vencimento, sua única intenção com esta estratégia é se proteger contra as oscilações de preço e lucrar com os ajustes diários realizados.

Percebe-se que as restrições de limitação das compras futuras foram altamente utilizadas neste caso, não permitindo que a parcela da produção a ser negociada no futuro extrapole os 100%.

Após executado este modelo de otimização que maximiza a riqueza, realizou-se a análise do risco (medido através da variância) tanto nos preços à vista como nos preços futuros, assim como da covariância existente entre eles. Ao tratar a variância neste modelo de otimização proposto, estamos na verdade gerenciando os riscos envolvidos nas possíveis estratégias de *hedge* que o usineiro poderia assumir. Portanto com o intuito de minimizar essa variância e reduzir os riscos para o produtor decidiu-se inserir um novo enfoque em nosso modelo de otimização, assumindo-se a função objetivo de minimização da variância explicitada no capítulo 5.

Em um primeiro momento optou-se pela análise individual da minimização da variância sem inserir um componente relacionado à riqueza gerada na função objetivo. Assim pode-se verificar a relação entre este novo modelo de otimização e o modelo de Mínima Variância que é uma das opções da literatura para a adoção de estratégia de *hedge*, baseado no cálculo das razões de *hedge* de mínima variância.

O modelo de Mínima Variância também busca a minimização dos riscos envolvidos, porém sem considerar as restrições impostas por um sistema de produção real. Portanto no novo modelo proposto a função objetivo se iguala a do modelo de Mínima Variância, já as restrições como as de capacidade da usina, armazenagem e produção do novo modelo, vêm

reduzir o espaço das soluções viáveis do problema. Esta redução acaba por aumentar o valor ótimo gerado, por se tratar de um problema de minimização. A proposta feita é um aprimoramento do *hedging* de mínima variância, apesar deste ser um modelo limitado.

A seguir são apresentados os resultados que seriam obtidos através da adoção de um modelo de Mínima Variância para a formação de estratégias de *hedge* no mercado futuro. As razões de *hedge* neste caso seriam fixas para todo o horizonte de tempo, representando a porcentagem da produção em t que deveria ser vendida/comprada no mercado futuro.

$$\begin{aligned} \text{Razão de Hedge Açúcar} &= \frac{\text{Cov}(\text{Spot}, \text{Futuro})}{\sigma^2(\text{Futuro})} = \frac{\text{Cov}(V, VF)}{\sigma^2(VF)} = 1,43 = 143\% \\ \text{Razão de Hedge Álcool} &= \frac{\text{Cov}(\text{Spot}, \text{Futuro})}{\sigma^2(\text{Futuro})} = \frac{\text{Cov}(V, VF)}{\sigma^2(VF)} = 0,87 = 87\% \end{aligned}$$

Percebe-se pelos resultados que seguindo uma estratégia de Mínima Variância, no caso do álcool, 87% da produção do período deveria ser vendida no mercado futuro. No entanto através de contato com pessoas atuantes no meio, verificamos que estratégias de venda com álcool no mercado futuro não são realizadas devido à baixa liquidez deste mercado, portanto no modelo de otimização elaborado considerou-se a hipótese de venda no futuro apenas com açúcar. No entanto a operação de compra no futuro foi permitida para ambos os produtos já que não há interesse na mercadoria física e esta operação serviria apenas para maximizar a riqueza em casos em que o modelo de otimização verifique esta possibilidade.

Já nos resultados do açúcar com estratégia de mínima variância pura, nota-se que através da adoção das razões de *hedge*, que correspondem a divisão da covariância entre preços à vista e futuros pela variância dos preços futuro, há a presença de alavancagem financeira, vendendo-se no futuro acima do que se tem realmente em estoque, 143%. Estes resultados apresentados baseiam-se no cálculo da covariância e variância para o período de julho de 2000 à fevereiro de 2006. A alavancagem financeira não é permitida no modelo de otimização elaborado neste trabalho.

Quando os períodos de cálculo das razões de *hedge* são reduzidos para intervalos mensais observa-se que as estratégias de *hedge* se alternam entre períodos de compra no mercado futuro e outros de venda no futuro. Isto ocorre devido à correlação e covariância entre preços à vista e futuros variar ao longo do tempo como já foi discutido no capítulo 4

sobre *Hedge*. Os resultados para as Razões de *Hedge* (HR) mensais para o Açúcar estão expostos na tabela 6.12.

Tabela 6.12 – Valores das Razões de *Hedge* calculados mensalmente

HR		ANO							
		2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
MES	1	0,00	0,72	0,59	0,30	-0,65	-0,39	0,09	0,06
	2	0,00	0,80	0,80	0,28	-0,04	-0,12	-0,47	-0,22
	3	0,00	-1,80	-0,36	0,92	1,21	-0,01	-0,45	0,06
	4	0,00	-0,09	-0,29	0,25	-0,52	4,00	-0,04	1,52
	5	0,00	-0,03	0,09	-1,45	0,02	0,26	-0,17	1,35
	6	0,00	-0,16	-0,14	1,23	-0,53	0,32	0,17	0,00
	7	0,48	0,00	2,16	1,11	0,72	0,45	0,34	0,00
	8	0,20	-0,23	0,00	-0,03	-0,04	-0,18	1,10	0,00
	9	0,91	-0,16	0,72	2,50	0,14	0,65	0,01	0,00
	10	0,73	-0,03	1,83	0,04	-0,17	0,69	-0,17	0,00
	11	-0,15	-0,12	0,18	0,42	2,44	-0,26	-0,08	0,00
	12	0,77	-0,50	-0,19	0,10	0,00	1,60	-0,04	0,00

Quando os valores são negativos deve-se comprar no mercado futuro. Observa-se que os valores das razões de *hedge* variam consideravelmente, o que a princípio impossibilita a adoção de um valor constante e a adoção de um modelo estático. Porém assume-se que o usineiro recalcule seu mix de produção e redefina suas estratégias a cada instante de tomada de decisão, desta forma pode-se utilizar o modelo estático de maneira dinâmica.

Com base nestes resultados, a estratégia do usineiro para o período de fevereiro de 2006 à fevereiro de 2007 é obtida através da expressão:

$$VF_s(t) = HR_i \cdot X_i(t-1) \text{ se HR é positivo}$$

$$CF_s(t) = HR_i \cdot X_i(t-1) \text{ se HR é negativo}$$

Assim os resultados para o período de análise utilizando-se o método de mínima variância ficariam:

Tabela 6.13 – Resultados da otimização do risco pelo modelo de Mínima Variância

Mês de tomada de Decisão	Porcentagem da Produção Vendida/Comprada no Futuro
Fevereiro	-47%
Abril	-4%
Junho	17%
Setembro	1%
Novembro	-8%

Portanto através da adoção do modelo de Mínima Variância mensalmente, sem considerar as restrições de produção da usina, os resultados oscilam entre compra no futuro e venda, de acordo com a evolução dos preços futuro simulados. Os resultados para o mês de setembro representam claramente o período de entressafra, onde a produção é bastante próxima a zero, levando a estratégias bem modestas de venda no mercado futuro.

Já através da adoção do novo modelo que somente minimiza a variância atendendo as restrições de produção, os resultados obtidos através da nova otimização foram:

Tabela 6.14 – Resultados da otimização da variância em T para Álcool

	Álcool					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	1023,82	0%	1100,04	0%	0%	88%
Abril	868,13	1%	910,53	0%	0%	87%
Junho	868,34	1%	907,21	0%	0%	180%
Setembro	869,61	11%	891,12	0%	0%	170%
Novembro	871,44	70%	885,17	0%	0%	142%

Tabela 6.15 – Resultados da otimização da variância em T para Açúcar

	Açúcar					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	49,11	0%	39,90	0%	0%	12%
Abril	43,19	1%	27,18	0%	0%	111%
Junho	43,19	43%	27,08	43%	0%	30%
Setembro	43,25	14%	26,70	14%	0%	2%
Novembro	43,31	0%	26,51	0%	0%	59%

Estes resultados são obtidos considerando a minimização do risco somente ao final do período, que seria em fevereiro de 2007. Já minimizando-se o risco a cada instante de tomada de decisão os resultados ficam:

Tabela 6.16 – Resultados da otimização da variância em todo o período para Álcool

	Álcool					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	1023,82	22%	1100,04	0%	0%	77%
Abril	868,13	32%	910,53	0%	0%	103%
Junho	868,34	18%	907,21	0%	0%	185%
Setembro	869,61	22%	891,12	0%	0%	163%
Novembro	871,44	70%	885,17	0%	0%	159%

Tabela 6.17 – Resultados da otimização da variância em todo o período para Açúcar

	Açúcar					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	49,11	0%	39,90	0%	0%	1%
Abril	43,19	0%	27,18	0%	0%	43%
Junho	43,19	0%	27,08	0%	0%	43%
Setembro	43,25	0%	26,70	0%	0%	43%
Novembro	43,31	0%	26,51	0%	0%	77%

Neste caso verifica-se que o modelo não assume estratégias no mercado futuro e prefere trabalhar com uma política de estoques para atender uma provável demanda futura quando os preços forem mais elevados. No caso específico do açúcar nota-se que a produção é totalmente destinada aos armazéns, pois esta operação poderia gerar um maior ganho no futuro, por exemplo, em fevereiro do ano seguinte quando se está prevendo uma alta de preços devido ao comportamento sazonal desta série. Neste caso não ocorre o atendimento da demanda para o açúcar, pois considerou-se que tal operação prejudicaria a riqueza obtida no período.

Percebe-se através dos resultados obtidos que a inserção das restrições relacionadas à produção levam a uma diferenciação dos resultados que foram obtidos através do modelo de Mínima Variância. Nota-se assim, que as restrições de capacidade e produção levam a adoção de diferentes estratégias de *hedge* no mercado futuro, que destoam daquilo que é proposto pela literatura.

Portanto verifica-se a importância de adoção de um modelo que considere todas as características reais do meio produtivo da usina. Uma decisão baseada nos modelos de definição de razões de *hedge* apresentados pela literatura levaria a estratégias que poderiam não ser viáveis para o sistema produtivo.

Após a análise dos resultados da maximização da riqueza e de minimização da variância individualmente optou-se pela inclusão de ambos na função objetivo do problema de otimização. Obtém-se assim um problema multiobjetivo com a possibilidade de ponderação dos objetivos de acordo com o perfil e desejo do usineiro.

Dessa forma obtém-se a seguinte função objetivo para o problema:

$$\text{Min} \quad W \sum_t \begin{bmatrix} V_t \\ VF_t \\ CF_t \end{bmatrix}^T \Sigma \begin{bmatrix} V_t \\ VF_t \\ CF_t \end{bmatrix} - (1-W) \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \pi_s R_s(t) \quad (6.4)$$

Assim, caso o usineiro seja mais avesso ao risco pode atribuir maior peso (W) ao componente relacionado ao risco, mas caso seja propenso ao risco este peso pode ser reduzido privilegiando-se a riqueza obtida durante o período. Portanto este peso W é obtido através de uma análise da função utilidade do usineiro, podendo ser modificado conforme se variam os interesses em questão. Neste trabalho optou-se por um $W = 0,5$, sem privilegiar nenhum dos objetivos em detrimento do outro. Esta abordagem é usual na literatura, como citado por Luenberger (1997), mesmo sabendo-se que as unidades de variância e média são distintas.

As restrições do modelo mantêm-se as mesmas utilizadas durante as análises individuais, representando as restrições impostas pelo sistema produtivo da usina sucro alcooleira. Os resultados obtidos para a otimização somente no último período foram os seguintes:

Tabela 6.18 – Resultados da otimização da riqueza e variância em T para Alcool

	Alcool					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	1023,82	70%	1100,04	0%	100%	0%
Abril	868,13	70%	910,53	0%	100%	30%
Junho	868,34	70%	907,21	0%	100%	60%
Setembro	869,61	60%	891,12	0%	0%	0%
Novembro	871,44	70%	885,17	0%	0%	0%

Tabela 6.19 – Resultados da otimização da riqueza e variância em T para Açúcar

	Açúcar					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	49,11	30%	39,90	0%	100%	0%
Abril	43,19	0%	27,18	0%	100%	0%
Junho	43,19	0%	27,08	0%	100%	0%
Setembro	43,25	0%	26,70	0%	100%	0%
Novembro	43,31	30%	26,51	0%	0%	0%

Neste caso mais uma vez o modelo optou por comprar no futuro, isto se deve ao fato dos preços futuros serem inferiores ao preço à vista no período analisado. Desta forma caso o usineiro efetue esta operação de compra ele lucrará com os ajustes diários realizados, que serão creditados em sua conta, e se utilizará do mercado futuro sem intenção de liquidar sua mercadoria física. Percebe-se que ocorre a alocação de maior parte da produção no produto álcool, pois o lucro obtido com a sua produção é maior do que o do açúcar. No entanto devido às restrições produtivas, o modelo não é capaz de produzir somente álcool.

Quando considera-se a otimização para todos os períodos de tomada de decisão e não somente o final obtém-se:

Tabela 6.20 – Resultados da otimização da riqueza e variância em todo o período para Álcool

	Álcool					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	1023,82	70%	1100,04	0%	100%	10%
Abril	868,13	70%	910,53	0%	100%	40%
Junho	868,34	70%	907,21	0%	100%	70%
Setembro	869,61	70%	891,12	0%	0%	0%
Novembro	871,44	70%	885,17	0%	0%	0%

Tabela 6.21 – Resultados da otimização da riqueza e variância em todo o período para Açúcar

	Açúcar					
Cenário	Preço	Vendas	Preço F.	Vendas F.	Compras F.	Estoque
Fevereiro	49,11	20%	39,90	0%	0%	0%
Abril	43,19	0%	27,18	0%	0%	0%
Junho	43,19	0%	27,08	0%	0%	0%
Setembro	43,25	0%	26,70	0%	0%	0%
Novembro	43,31	30%	26,51	0%	0%	0%

Neste caso novamente a venda à vista de álcool se sobrepõe a de açúcar devido as maiores margens obtidas com tal negociação no mercado à vista. Percebe-se que a compra futuro de álcool também é utilizada, porém sem interesse na mercadoria física decorrente destes contratos. A operação de compra futura só ocorre com o álcool, devido a relação entre os preços à vista e os preços no mercado futuro, que permite ao usineiro lucrar com os ajustes diários previstos. Já no caso do açúcar o mesmo não ocorre, o que poderia levar a operação de venda no futuro, no entanto o modelo de otimização verifica que as margens de lucratividade com a produção de açúcar não são tão elevadas, destinando a maior parte da produção para o álcool. Novamente verifica-se que o modelo opta pelo não cumprimento da demanda para favorecer a riqueza obtida ao longo do período.

6.5 Conclusão

Quando se analisa somente a minimização da variância, percebe-se que o modelo não optou por estratégias no mercado futuro, nem de compra nem de venda. A venda no mercado

futuro, que foi permitida apenas para o açúcar, poderia ser utilizada com o intuito de reduzir os riscos, mas não foi indicada neste caso pelo comportamento da série de preços desta *commodity*, em que os preços à vista sempre se mostraram superiores ao futuro. Assim seria mais vantajoso ao produtor ou estocar o produto ou vendê-lo no mercado à vista, já que esta operação no futuro não poderia ser utilizada para proteção contra riscos. Já quando se analisa a maximização da riqueza, o modelo considera interessante a compra no futuro desta *commodity* devido aos ajustes diários a serem recebidos. Nota-se que as operações no mercado futuro para as condições em que os preços do açúcar se apresentaram no período, não têm o objetivo de proteção e redução da variância e sim de aumentar os ganhos nestas transações.

Por isso quando se analisa a função objetivo multiobjetivo o modelo mescla as duas estratégias assumidas anteriormente, utilizando-se dos estoques para se garantir contra os riscos de oscilação de preços e do mercado futuro para maximização de seus ganhos.

7 CONCLUSÃO

Neste capítulo, serão apresentadas as análises dos resultados obtidos. As principais conclusões serão explicitadas, bem como as recomendações para trabalhos futuros.

7.1 Conclusões

Conforme apresentado nos capítulos anteriores, o modelo desenvolvido contribui com a tomada de decisão para o mercado sucro alcooleiro brasileiro, devido ao fato de que a grande maioria dos modelos propostos na literatura trabalha com estratégias de *hedge* sem considerar as restrições presentes no meio produtivo da usina. O modelo foi baseado nos trabalhos de Hu (2003) e Chen, Lee e Shresta (2003), utilizando-se de um modelo de definição de estratégias de *hedge* estático. A implementação de tal modelo com dados reais de uma usina sucro alcooleira com capacidade de produção de álcool e açúcar foi realizada e seus resultados analisados. Este estudo direcionado a derivados da cana-de-açúcar nunca foi feito na literatura, sendo o trabalho bastante inovador neste sentido. Apesar de o modelo ter sido desenvolvido para tratar também dos sub-produtos decorrentes da produção de álcool e açúcar, como bagaço e energia, os dados a respeito destes não é de fácil acesso o que impossibilitou a sua utilização nos testes computacionais realizados.

Destaca-se ainda a utilização da técnica de simulação e *clustering* no modelo, sendo a simulação inovadora no sentido de tentar incorporar ao modelo o componente sazonal de evolução dos preços de álcool e açúcar, baseada na adaptação do modelo de Tseng e Barz (2002) para o problema. A técnica da *clustering* também é uma ferramenta matemática simples e desconhecida para muitos, que possui um imenso benefício na classificação de grupos e geração da árvore de cenários utilizada para aplicação do modelo de otimização.

A técnica de simulação e *clustering* foi capaz de captar bem as tendências e o comportamento sazonal dos preços destes produtos, permitindo a construção de uma árvore de cenários adequada à realidade deste ambiente produtivo. Portanto como contribuição deste trabalho identifica-se o emprego de processos estocásticos no processo de previsão da

evolução de preços de *commodities* agrícolas, tanto no mercado à vista como no mercado futuro.

Com os testes realizados verificou-se que os modelos propostos na literatura para estratégias de *hedging* são deficientes no sentido em que não consideram as restrições do sistema produtivo. Através dos resultados obtidos percebe-se que quando considera-se somente a minimização de variância os resultados obtidos não são consistentes com a realidade do usineiro. Portanto este trabalho contribui significativamente com o fornecimento de uma ferramenta de análise conjunta de estratégias de *hedge* tanto com o objetivo de minimizar o risco como para maximizar a riqueza.

A partir dessa análise conjunta dos interesses do usineiro pôde-se conhecer melhor como sua função utilidade se comporta diante de diversos cenários propostos e qual o seu impacto na elaboração das estratégias de proteção financeira. O emprego do mercado futuro de açúcar como instrumento para redução do risco de preço a que o usineiro está sujeito, mostrou-se bastante eficaz, permitindo não apenas a proteção financeira, mas também ganhos significativos através de compras no mercado futuro quando esta operação parecia favorável.

7.2 Comentários Finais e Recomendações para Trabalhos Futuros

Os resultados obtidos com o modelo quantitativo foram condizentes com o objetivo inicial do trabalho. Entretanto, o seguinte aspecto vale ser mencionado: diversas vezes por restrições dos aplicativos utilizados nos cálculos ou então por não comporem o escopo deste trabalho de formatura, foi necessária a simplificação de alguns aspectos do problema. Apesar dos cenários terem sido simulados de maneira conjunta tanto para álcool como para açúcar, buscando manter a correlação entre estes através da fatoração de Cholesky, a utilização de modelos de estimação de parâmetros bivariados ou então modelo condicionais como o ARCH ou o GARCH poderiam fornecer resultados mais precisos. No entanto o estudo de tais modelos não fez parte do escopo do presente trabalho, ficando como sugestão para futuros aprimoramentos a sua utilização. Outras recomendações para o desenvolvimento de trabalhos futuros seriam:

- **Aplicação de outros métodos de geração de árvores de cenários:** neste trabalho foi utilizado apenas o método de simulação e *clustering*, com simulação em paralelo, na construção da árvore de cenários. A utilização dos outros métodos poderia ser analisada para que se possam comparar as respostas obtidas com o modelo de otimização, utilizando as várias técnicas, bem como avaliar o tempo necessário requerido para a construção da árvore de cenários em cada método (eficiência computacional).
- **Diversificação do número/tipos de sub produtos:** o modelo proposto considerou tanto estratégias com álcool e açúcar, como os principais subprodutos do processo produtivo. No entanto devido à indisponibilidade de dados destes subprodutos, na etapa de testes computacionais e análise dos resultados não foi possível a verificação de como estes podem impactar nas estratégias assumidas. Como recomendação para trabalhos futuros fica a utilização e incorporação de um maior número de subprodutos para a composição das estratégias de proteção.
- **Estratégias com opções:** Outros tipos de produtos financeiros poderiam ser utilizados no modelo de otimização além dos derivativos no mercado futuro, como os derivativos de opções. Para uma descrição dos tipos dos produtos financeiros existentes em finanças, veja Hull (1997).
- **Ponderação do tempo na função objetivo:** Ao invés de assumir-se somente a otimização da função objetivo no final do período de análise ou então ao longo do período com pesos idênticos a cada instante t , pode-se ponderar o tempo de forma a privilegiar os resultados obtidos em um determinado momento.
- **Penalidade por não atendimento de demanda:** Como foi exposto no capítulo anterior não foi possível a adoção da restrição de demanda conjuntamente à restrição de riqueza mínima por período, necessitando-se “relaxar” a restrição de demanda. No entanto os resultados demonstram que houve uma alocação exagerada no produto álcool por suas margens de rentabilidade serem maiores que do açúcar. Assim, seria interessante considerar na função objetivo uma função que penalizasse o não atendimento da demanda, dessa forma o modelo seria capaz de quantificar o *trade-off* entre não atender a demanda e atender a riqueza mínima exigida.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AIUBE, F. A. L.; BAIDYA, T. K. N.; TITO, E. A. H. **“Processos estocásticos dos preços das commodities: uma abordagem através do filtro de partículas”**. Rev. Bras. Econ., vol.60, no.3, p.215-233, 2006.
- ALVES, L. R. A., BACCHI, M. R. P. **“Oferta de exportação de açúcar do Brasil”**. Rev. Econ. Sociol. Rural, vol.42, no.1, p.9-33, 2004.
- ANDRADE, E. L. **“Introdução à Pesquisa Operacional: métodos e modelos para análise de decisão.”** 2ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
- ARBEX, M.A. e CARVALHO, V.D. **“Eficiência do Mercado Futuro de Café Brasileiro, no período de 1992 a 1998.”** Revista de Economia e Sociologia Rural, vol. 37, no 1, páginas 97-113, 1999.
- BAILLIE, R.T. MYERS, R.J., **“Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Commodity Futures Hedge”**. Journal of Applied Econometrics, v.6, p.109-124, 1991.
- BELIK, W.; VIAN, C. E. F. **“Desregulamentação estatal e novas estratégias competitivas da agroindústria canavieira em São Paulo.”** In: MORAES, M. A. F. D.; SHIKIDA, P. F. A. (org.). Agroindústria canavieira no Brasil: evolução, desenvolvimento e desafios. São Paulo: Atlas, 1998.
- BERTOLO, P. H. M. **“Aferição do Conteúdo quantitativo de periódicos do setor sucroalcooleiro.”** Iniciação Científica - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, 2006.
- BM&F, **“Operações de Hedge no Mercado Futuro”**, Apostila do curso oferecido pelo Instituto Educacional BM&F, São Paulo, 2006.
- BRANDT, J.A., BESSLER, D.A. **“Price Forecasting and Evaluation: An Application in Agriculture”**, Journal of Forecasting, p. 237-259, 1983.
- BURNQUIST, H. L.; BACCHI, M. R. P. **“Análise de Barreiras Protecionistas no Mercado de Açúcar”**. In: Márcia Azanha F. D. de Moraes e Pery F. Assis Shikida. (Org.). Agroindústria Canavieira do Brasil. São Paulo: Ed. Atlas v.1, p.139-156, 2002.
- CHEN, S. S.; LEE, C.F.; SHRESTHA, K. **“Futures hedge ratios: a review”**. The Quarterly Review of Economics and Finance 43, p. 433-465, 2003.
- COPELAND, T. e ANTIKAROV, V. **“Opções Reais: um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos.”** Rio de Janeiro: Campus, 2001.

COSTA, C. C.; BURNQUIST, H. L.; GUILHOTO, J. J. M. **“Impacto de alterações nas exportações de açúcar e álcool nas regiões Centro-Sul e Norte-Nordeste sobre a economia do Brasil”**. Rev. Econ. Sociol. Rural, v.44(4), p. 609-627, 2006.

DIXIT, A. K., PINDYCK, R. S. **“Investment Under Uncertainty.”** Princeton University Press. New Jersey, USA, 1993.

ELOBEID A., BEGHIN J. **“Multilateral Trade and Agricultural Policy Reforms in Sugar Markets.”**, Journal of Agricultural Economics, v. 57, No. 1, p. 23 – 48, 2006.

EVANS, J., OLSON, D. **“Introduction to Simulation and Risk Analysis”** Prentice Hall, 1998.

EVERITT, B. S. **“Cluster Analysis.”** 3ª ed. London: Edward Arnold, 1993.

EYDELAND, A ; WOLYNIEC K. **“Energy and Power Risk Management: New Developments in Modelling”**, Pricing and Hedging (Wiley Finance Series) John Wiley & Sons, UK, 2003.

FAMA, E. AND K. FRENCH. **“Commodity Futures Prices: Some Evidence on Forecast Power”**, Journal of Business, v. 60, p. 55–74, 1987.

FILENI, D. H. ; MACHADO, H. M. ; MARQUES, P. V. **“O risco de base e a efetividade do hedge para o agronegócio do café em Minas Gerais”** Revista de Administração da UFLA, Universidade Federal de Lavras, v. 1, n. 1, p. 90-107, 1999.

FONTES, R. E. ; CASTRO JUNIOR, L. G. ; AZEVEDO, A. F. **“Estratégia de Comercialização em Mercados Derivativos-Descobrimto de Base e Risco de Base da Cafeicultura em Diversas Localidades de Minas Gerais e São Paulo.”** Ciência e Agrotecnologia, Lavras, v. 29, n. 2, p. 382-389, 2005.

FRANCIS, J, C; ARCHER, S, H. **“Portfolio Analysis.”** 2ª ed. New Jersey: Prentice Hall, 1979.

GEMAN, H. **“Commodities and Commodity Derivatives: Modeling and Pricing for Agriculturals”**, Metals and Energy, Wiley, 2005.

GILBERT,S.,JONES,S.K., MORRIS,G.H. **“The Impact of Skewness in the Hedging Decision”**. Journal of Futures Markets, v. 26(5), p. 503-520, 2006.

GIOT, P. LAURENT, S. **“Market Risk in commodity markets; a VAR approach”**. Energy Economics, v. 25, p. 435-457, 2003.

GIUSTINA, J. S. D. **“Um sistema de contabilidade analítica para apoio à decisões do produtor rural.”** Dissertação de Mestrado, 1995.

- GULPINAR, N; RUSTEM, B; STTERGREN, R. **“Simulation and Optimisation Approaches to Scenario Tree Generation.”** Working Paper, 2001.
- HARRIS, R.D.F.; SHEN, J. **“Hedging and Value at Risk”**, Journal Of Futures Markets, v. 26(4), p. 369-390, 2006.
- HIBIKI, N. **“Multi-Period Stochastic Optimization Models for Dynamic Asset Allocation.”** Journal of Banking & Finance, 2005.
- HOYLAND, K; WALLACE, S, W. **“Generating Scenario Trees for Multistage Problems.”** Management Science 47 (2), 295-307, 2001.
- HU, H. **“A New Simulation-Based Approach for Multi-Period Portfolio Optimization Problems.”** Working Paper. Department of Applied Mathematics and Physics, Kyoto University, 2003.
- HULL, J, C. **“Options, Futures and Others Derivatives.”** 3^a ed. New Jersey: Prentice Hall, 1997.
- INGALLS, R. **“Introduction to simulation.”** Winter Simulation Conference, 2002.
- JOHNSON, R, A; WICHERM, D, W. **“Applied Multivariate Statistical Analysis”**. 4^a ed. Prentice Hall, New Jersey, 1998.
- JOHNSON, L. L. **“The theory of hedging and speculation in commodity futures.”** Review of Economic Studies, 27, 139–151, 1960.
- JR., E.S. GARDNER. **“Exponential smoothing: The state of the art—Part II”**, International Journal of Forecasting, v. 22(4), p. 637-666, 2006.
- JÚDICE, J.J., RIBEIRO, C. O., SANTOS, P.J. **“Análise Comparativa dos Modelos de Seleção de Carteiras de Ações de Markowitz e Konno”**. Investigação Operacional, v. 23 (2), p. 211-224, 2003.
- KOLLER, G. R. **“Risk modeling for determining value and decision making.”** Washington, D.C.: Chapman & Hall/CRC, 2000.
- LEE, C. F., BUBNYS, E. L., e LIN, Y. **“Stock index futures hedge ratios: Test on horizon effects and functional form.”** Advances in Futures and Options Research, 2, 291–311, 1987.
- LENCE, S. H. **“The economic value of minimum variance hedges.”** American Journal of Agricultural Economics, 77, 353–364, 1995.

LENCE, S. H. “**Relaxing the assumptions of minimum variance hedging.**” *Journal of Agricultural and Resource Economics*, 21, 39–55, 1996.

LIEN, D., e LUO, X. “**Estimating the extended mean-Gini coefficient for futures hedging.**” *Journal of Futures Markets*, 13, 665–676, 1993a.

LIEN, D., e LUO, X. “**Estimating multiperiod hedge ratios in cointegrated markets.**” *Journal of Futures Markets*, 13, 909–920, 1993b.

LIEN, D., WILSON, B.K. “**Multiperiod hedging in the presence of stochastic volatility**”. *International Review of Financial Analysis*, v. 10, p. 395-406, 2001.

LUENBERGER, D, G. “**Investment Science.**” Oxford University Press, 1997.

MACEDO, I.C. “**Competitividade da agroindústria brasileira da cana-de-açúcar.**” In: Macedo, I.C. (Org.). *A Energia da Cana-de-açúcar*. São Paulo: Ed. Berlendis & Vertechhia: ÚNICA – União da Agroindústria Canavieira do estado de São Paulo, v. 1, p. 191-199, 2005.

MAKRIDAKIS, S. e WHELLWRIGHT *et al.* “**Forecasting: methods and applications.**” 3rd. Ed. Wiley & Sons. NY, 1998.

MILTERSEN K.R; SCHWARTZ. E.S. “**Pricing of options on commodity futures with stochastic term structures of convenience yields and interest rates**”. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 33(1), p. 61-86, 1998.

MOREIRA, J. R., GOLDEMBERG, J. “**The alcohol program**”. *Energy Policy* v. 27, p. 229-245, 1999.

MU, X. “**Weather, storage, and natural gas price dynamics: Fundamentals and volatility**”. *Energy Economics*, Volume 29, Issue 1, p. 46-63, 2007.

MYERS, R.T.; THOMPSON, S.R. “**Generalized Optimal Hedge Ratio Estimation**” *American Journal of Agricultural Economics*, v. 71, p. 858-867, 1989.

NG, S., “**Looking for evidence of speculative stockholding in commodity markets**”. *Journal of Economic Dynamics and Control*, v. 20, p. 123-143, 1996.

NG, V.K.; PIRRONG, S.C., “**Fundamentals and Volatility: Storage, Spreads, and the Dynamics of Metals Prices**”, *Journal of Business* v. 67(2), p. 203–230, 1994.

NIELSEN M.J.; SCHWARTZ, E.S. “**Theory of Storage and the Pricing of Commodity Claims**”, *Review of Derivatives Research*, v. 7(1), p. 5-24, 2004.

PARK, T.H.; SWITZER, L.N. **“Bivariate GARCH Estimation of The Optimal Hedge Ratios for Stock Index Futures: A Note”**. Journal Of Futures Markets, v. 15, p. 61-67, 1995.

PETEE, E.W. **“Long Term Commodity Price Forecasting – 1850 to 1930.”**, The journal of Business of the University of Chicago, v. 9, No 2, p. 95-113, 1936.

PFLUG, G, CH. **“Scenario Tree Generation for Multi-Period Financial Optimization by Optimal Discretization”**. Mathematical Programming, Ser B 89, pp251-257, 2001.

PIACENTE, F. J. **“A agroindústria canavieira e o sistema de gestão ambiental: O caso das usinas localizadas nas bacias hidrográficas dos rios Piracicaba, Capivari e Jundiá.”** Dissertação (Mestrado em Ciência Econômica) - Universidade Estadual de Campinas, 2006.

RIBEIRO, C. O. ; SOSNOSKI, A. A. K. B. ; MIRANDA, B. **“Brazilian agricultural commodities prices forecast: a hierarchical model based on neural networks.”** In: 14th EUROMA Internacional Anual Conference, Ankara. Proceedings - 14th EUROMA Internacional Anual Conference, 2007.

RIBEIRO, C. O. ; SOSNOSKI, A. A. B ; WIDONSCK, C. A. **“Redes neurais aplicadas à previsão de preços da soja no mercado futuro.”** In: XLIII CONGRESSO DA SOBER - Sociedade Brasileira de Economia e Sociologia Rural, Ribeirão Preto. Anais da SOBER, 2005.

RIBEIRO, C. O. ; MIRANDA, B. ; WIDONSCK, C. A . **“Redes neurais aplicadas à previsão de volatilidade do mercado futuro de álcool.”** In: XXV ENEGEP - Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2005, Porto Alegre, 2005.

RIBEIRO, C. O. ; FERREIRA, L. A. S. **“Uma contribuição ao problema de composição de carteiras de mínimo Valor em Risco”**. Gestão & Produção, v. 12 (2), p. 295-304, 2005.

ROCKAFELLAR, R.T.; URYASEV, S. **“Optimization of conditional value-at –risk”**. Journal of Risk, v. 2 (3), p. 21-41, 2000.

ROOT, T.H., LIEN, D. **“Can modeling the natural gas future market as a threshold cointegrated system improve hedging and forecasting performance?”**. International Review of Financial Analysis, v. 12, p. 117-133, 2003.

RUSSI, B. ; RIBEIRO, C. O. **“Otimização Multiperíodo de Carteiras de Investimentos utilizando a técnica de geração de árvores de cenários”** BT/PRO/0604 - ISSN 1413-2168, 2006.

SAAD, N. ; RIBEIRO, C. O. **“Um modelo de gestão ativo/passivo: aplicação para fundos de benefício definido com ativos de fluxo incerto”**. Revista Contabilidade & Finanças, v. 5, p. 75-87, 2006.

- SAAD, N; RIBEIRO, C. O. **“Modelos determinísticos de gestão de ativo/passivo: uma aplicação no Brasil”**. Revista de Contabilidade e Finanças, São Paulo, v. 1 (34), p. 50-62.
- SCHWARTZ, E. S. (1997) "The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging." Journal of Finance, 52, p. 922-973, 2004.
- SIMON M. F., GAROGORRY F. L. **“The expansion of agriculture in the Brazilian Amazon.”**, Environmental Conservation, v. 32(3), p. 203 – 212, 2005.
- SLACK, N. et al. **“Administração da Produção.”** São Paulo: Atlas, 1997.
- SOLOMON, B. D., BARNES J. R., HALVORSEN K. E. **“Grain and Cellulosic Ethanol: History, Economics and Energy Policy.”**, Biomass & Bioenergy, p. 416-425, 2007.
- SORENSEN C. **“Modeling Seasonality in Agricultural Commodity Futures.”**, The Journal of Future Markets, p. 393-430, 2002.
- SOUZA, M. C. M. **“Quantificação das incertezas na avaliação de projetos.”** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.
- TEIXEIRA, E.C.; LEITE, C. A. M.; SILVA, O. M.; CAVALCANTI, J. E. A.; SILVA, J. M. A. **“Inflação e agricultura: análise econométrica do comportamento de preços setoriais e agregados no Brasil.”** Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) - Universidade Federal de Viçosa, 1992.
- TSENG, C., BARZ, G. **“Short-Term Generation Asset Valuation: A Real Options Approach”**, Operations Research, Vol. 50, No. 2, pp. 297-310, 2002.
- VEDONK, M., FAALIJ A. P. C., DIEPERINK C. **“Governance of The Emerging Bio-Energy Markets.”**, Energy Policy. v. 35(7), p. 3909-3924, 2007.
- WARD, Jr., J. H. **“Hierarchical Grouping to Optimize an Objective Function.”** Journal of the American Statistical Association 58, 236-244, 1963.
- WINSTON, W, L. **“Introduction to Mathematical Programming: Applications and Algorithms.”** 2ª ed. Belmont, California: Duxbury Press, 1995.

APÊNDICE A - PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

O processo estocástico provê uma representação matemática de como um sistema evolui no tempo. De acordo com Dixit e Pindyck (1993), um processo estocástico é definido por uma lei de probabilidade para a evolução de uma variável S em um tempo t . Logo, para dados momentos t_1, t_2, t_3 , poderá ser calculada a probabilidade de ocorrência de S_1, S_2, S_3 .

Os processos estocásticos podem assumir um comportamento estacionário, quando a média e variância da variável se mantêm constantes no tempo, ou não estacionário, quando o valor esperado da variável S crescer sem limites, e a variância aumentar com t . Com relação a ocorrência de S , esta pode variar de forma discreta ou contínua no tempo e no estado.

Um processo estocástico pode assumir alguns comportamentos:

- comportamento tipo “passeio aleatório” (*random walk*), estacionário, ou não, no qual a variável S assume um padrão de saltos de crescimento e decrescimento constantes de mesma probabilidade;
- se este comportamento apresentar uma tendência, será classificado como “passeio aleatório com tendência” (*random walk with drift*);
- considerando que o salto de crescimento e decrescimento pode assumir um padrão contínuo e aleatório, com distribuição normal, média zero e desvio padrão σ então o comportamento de S será classificado como processo estocástico tempo-discreto e estado-contínuo;
- outro exemplo de processo estocástico é o processo auto-regressivo de primeira ordem, denominado AR(1), e determinado pela seguinte fórmula:

$$S_t = \mu + \varphi \cdot S_{t-1} + u_t \quad (\text{A.1})$$

onde: μ e φ são constantes e u_t é o termo de erro.

O processo AR(1) é adicionalmente referido como um processo de reversão à média (*mean reverse*), pois no longo-prazo S_t tende à um valor constante.

Os comportamentos acima descritos, de passeio aleatório, em tempo discreto ou contínuo, com ou sem tendência e o processo AR(1) satisfazem a Propriedade de Markov, e em função disto também são chamados Processos de Markov. Esta propriedade assume que a probabilidade de distribuição para S_{t-1} depende exclusivamente de S_t e não do que aconteceu

anteriormente à S_t , ou seja, somente o valor presente é relevante para prever o futuro. A propriedade de Markov é importante pois simplifica a análise de um processo estocástico.

Geralmente, pode-se afirmar que os preços dos ativos seguem um processo de Markov. Por exemplo, suponha que o preço de um contrato de álcool esteja R\$ 900,00 hoje. Se a variável segue um processo de Markov, nossa projeção para o preço desta no futuro não deve ser afetada pelo preço dela há uma semana atrás, há um mês atrás ou há um ano atrás. A única informação relevante é o fato do preço ser R\$ 900,00 hoje, isto é, o preço atual contém toda a informação embutida do histórico dos preços passados da ação.

Processos de Wiener

Movimento Browniano ou Processo de Wiener é um processo estocástico em tempo contínuo não estacionário, que assume três importantes propriedades:

- 1) é um processo de Markov;
- 2) possui incrementos independentes de mudança ao longo do intervalo de tempo;
- 3) mudanças no processo em qualquer momento de um intervalo finito assumem uma distribuição normal, no qual a variância cresce linearmente com o tempo.

Adaptando o modelo original de Wiener, é possível descrever o Movimento Browniano com Tendência (*Brownian motion with drift*), a partir da seguinte equação:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_t dt + \sigma_t dz \quad (\text{A.2})$$

Onde dz é uma variável aleatória normalmente distribuída com média zero e variância dt . Essa variável condiciona os choques aleatórios sobre o preço e não depende de informações passadas. A variável é *browniana* no sentido de que sua variância diminui com o intervalo de tempo, $VAR(dz) = dt$, o que exclui, por exemplo, movimentos com saltos repentinos. O processo também é geométrico porque todos os parâmetros são multiplicados pelo preço atual S_t . Os parâmetros μ_t e σ_t representam o desvio e a volatilidade instantânea no momento t , que podem evoluir com o tempo. Para simplificar, trabalha-se com parâmetros μ e σ constantes.

O Movimento Browniano Generalizado, ou Processo de Ito (*Generalized Brownian Motion, Ito Process*), é uma generalização do movimento original, dado pela seguinte equação:

$$dS_t = a(S, t)dt + b(S, t)dz \quad (\text{A.3})$$

Onde: dz é o incremento de mudança, e $a(S, t)$ e $b(S, t)$ são funções conhecidas não aleatórias. As variáveis a e b são também conhecidas como parâmetros tendência de crescimento e variância, funções do tempo e estado atuais.

Os parâmetros $a(S, t)$ e $b(S, t)$ são conhecidos, respectivamente, como taxa de crescimento esperado instantâneo e taxa de variância instantânea.

Ainda derivam-se dois casos particulares de comportamento a partir do conceito de Movimento Browniano:

- 1) Movimento Browniano Geométrico (*Geometric Brownian Motion - GBM*);
- 2) Tendência de Reversão à Média (*Mean-Reverting Processes*).

No GBM, os parâmetros de tendência e variância são dados respectivamente, por:

$$a(s, t) = \mu S \quad (\text{A.4})$$

$$b(s, t) = \sigma S \quad (\text{A.5})$$

Quando substituídos na equação do Processo de Ito, tem-se:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \quad (\text{A.6})$$

No GBM com tendência, S assume uma distribuição lognormal. Então, com $F(S) = \ln S$, então se tem uma distribuição normal, cujo valor esperado de S não depende da variância, e é dado pela equação:

$$E[S(t)] = S_0 e^{\mu t} \quad (\text{A.7})$$

Enquanto no GBM os preços tendem para longe do ponto de partida, no padrão de comportamento denominado de Tendência de Reversão à Média, ainda que os preços subam e desçam aleatoriamente, no longo prazo, tendem a voltar para o custo marginal de produção. O processo simples de reversão à média é denominado Processo de Ornstein-Uhlenbeck, e é dado pela seguinte equação:

$$dS = \eta(S - S_0)dt + \sigma dz \quad (\text{A.8})$$

Onde: dz é um incremento de Wiener, η é a velocidade da reversão e S_0 é o nível normal de S , para o qual S tende a reverter.

No Processo de Reversão à Média o valor esperado de S depende da diferença entre S e S_0 , assim, se o valor esperado de S for maior (menor) que o valor esperado de S , é mais provável que os preços caiam (subam) no curto prazo. Isto significa que este tipo de

comportamento não possui incrementos independentes, ainda que satisfaça as Propriedades de Markov.

Calculando a média e a variância de dS , o valor esperado de S é dado pela seguinte equação:

$$\varepsilon[S_t] = S + (S_0 - S)e\mu_t\eta_t \quad (\text{A.9})$$

Estes são os padrões possíveis de comportamento dos preços de *commodities*, nos quais uma determinada série histórica deve se encaixar.

APÊNDICE B - SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO

Uma simulação compreende a utilização de uma representação ou modelo de sistema real para analisar o comportamento ou desempenho deste sistema, respeitando todas as regras e condições reais a que o sistema está submetido.

O modelo de simulação é propriamente um conjunto de suposições ou princípios que define o sistema ou problema. Ou ainda, como define Ingalls (2002), “*simulação é o processo de projetar modelos dinâmicos de sistemas dinâmicos com o propósito de entender o comportamento do sistema ou de avaliar estratégias operacionais deste*”.

Este trabalho versa sobre modelos de simulação descritivos e probabilísticos, porque considera a aleatoriedade dos dados do sistema que representa. A simulação, como técnica de análise de sistemas e de decisões de problemas, vem sendo utilizada há bastante tempo ao longo da história. Dezenas de aplicações de simulação estão a nossa volta, tais como: previsão do tempo, simuladores de vôo, táticas militares, trajetórias de foguetes.

Segundo Evans e Olson (1998), o processo de simulação consiste em cinco passos essenciais:

1. Desenvolver o modelo conceitual do sistema ou problema em estudo

Definir o problema, identificar as metas e objetivos do estudo, determinar a importância das variáveis de entrada e definir as medidas de saídas. Além disso, podemos incluir a descrição lógica do sistema cujo estudo está se iniciando. Modelos de simulação devem ser os mais simples possíveis, com foco nos fatores críticos.

2. Construir o modelo de simulação

Desenvolver fórmulas e/ou equações, coletando todas as informações necessárias a serem utilizadas em cada variável e definir a forma de registrar os resultados. Isso implica desenhar uma planilha e desenvolver um programa computacional.

3. Provar e validar o modelo

Provar refere-se ao processo de assegurar que o modelo está livre de erros lógicos. Validar é assegurar que o modelo é uma representação razoável do atual sistema ou problema.

Estes são passos importantes para dar credibilidade ao modelo de simulação e ganhar aceitação pelos gestores e outros usuários.

Para provar o modelo, utilizam-se algumas técnicas padrão de engenharia de software, tal como construir e programar o modelo em pequenos módulos, depurando cada módulo, antes de colocá-los juntos. O modelo previsto pode usar hipóteses simplificadas, então os resultados podem ser comparados com os encontrados através de soluções analíticas, usando um conjunto de dados reais, para checar se correspondem aos resultados reais e rastreando em toda a extensão do modelo todos os seus detalhes lógicos.

A Validação, assegurando que o modelo é uma boa representação da realidade, pode ser vista de algumas perspectivas diferentes: Validade Aparente consiste em perguntar a especialistas se o modelo e/ou resultados são razoáveis. Isso pode incluir a comparação da estrutura do modelo de simulação com o sistema presente, focando a atenção nas ligações entre as pequenas partes do modelo. Recursos gráficos computacionais podem auxiliar enormemente neste esforço. Um enfoque útil, às vezes chamado de Validação por Dados Históricos, compara as saídas do modelo, processando dados históricos com um sistema real, usando os mesmos dados como entradas. Validade dos Dados inclui assegurar que todos os dados de entrada e as distribuições de probabilidade são verdadeiramente representativos do sistema existente que foi modelado. Isto acarreta testes estatísticos de excelência de ajuste ou análise de sensibilidade das saídas em relação às variações das entradas.

Não existe um procedimento específico para selecionar diferentes técnicas e verificação e validação; entretanto, é extremamente importante que algum método ou ambos - validação e verificação - sejam utilizados.

4. Desenhar ensaios com o modelo

Determinar os valores das variáveis controláveis a serem estudadas ou as questões que devem ser respondidas, a fim de atingir os objetivos dos tomadores de decisão.

5. Realizar os experimentos e analisar os resultados.

Rodar a simulação para obter as informações requeridas. Pode ser necessário retornar ao primeiro passo e levantar novas informações ou realizar modificações no modelo. Portanto, simulação é um processo evolutivo que deve envolver não somente os analistas e os que desenvolvem o modelo, mas também os usuários dos resultados.

APÊNDICE C - TESTES DE SAZONALIDADE

Para a realização do teste de sazonalidade de uma série temporal os dados sobre os preços dos ativos são agrupados em uma tabela com k ($=12$) colunas, uma para cada mês, e p linhas, sendo p o número de anos. Há dois intervalos de tempo que são importantes, mês e ano. O que se observa em séries sazonais é que ocorrem relações:

- entre observações para meses sucessivos em um ano particular
- entre as observações para o mesmo mês em anos sucessivos

Assim a observação Z_t correspondente a janeiro de 2000 é relacionada com os demais meses de 2000, bem como com os demais meses de janeiro de 2001, 2002, etc.

Nota-se uma semelhança com a Análise de Variância, os meses representam “tratamentos” e os anos representam “réplicas”. Assim, Z_t é relacionada com Z_{t-1} , Z_{t-2} , ..., mas também com Z_{t-k} , Z_{t-2k} , Isto implica que séries sazonais são caracterizadas por apresentarem correlação alta em “lags sazonais”, isto é, lags que são múltiplos do período k .

Para verificar a existência de sazonalidade em uma série temporal podem ser utilizados dois enfoques principais, tanto testes paramétricos como não-paramétricos.

Teste de Kruskal-Wallis

Uma das opções nos testes não paramétricos é o teste de Kruskal-Wallis. Nele, cada coluna da tabela definida anteriormente é suposta uma amostra, isto é, temos k (igual a 12) amostras de tamanho n_j (iguais a p), ou seja, as observações são:

$$Y_{ij}, \quad j = 1, \dots, k, \quad i = 1, \dots, n_j, \quad N = \sum_j n_j \quad (C.1)$$

As observações Y_{ij} são substituídas por seus postos R_{ij} , obtidos ordenando-se todas as N observações. Seja R_j a soma dos postos associados a j -ésima amostra (coluna),

$$R_j = \sum_i R_{ij}, \quad j = 1, \dots, k \quad (C.2)$$

A hipótese H_0 de não existência de sazonalidade é rejeitada se a estatística

$$T1 = \frac{12}{(N(N+1))} \sum_j \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1) \quad (C.3)$$

For maior ou igual ao valor crítico $T1c$, onde $T1c$ é tal que $PH(T1 \geq T1c) = \alpha$, α = nível de significância do teste. Para n_j suficientemente grande, ou $k \geq 4$, sob H_0 , a distribuição de $T1$ pode ser aproximada por uma variável χ^2 com $k-1$ graus de liberdade (11 no caso de dados mensais).

Este teste, no entanto tem um lado negativo, pois supõe-se que as variáveis dentro de cada amostra sejam independentes e que as amostras sejam independentes entre si, o que evidentemente não corre no caso em questão: há dependência entre preços de um mesmo mês, para diferentes anos, e entre preços de vários meses, dentro de um mesmo ano.

Teste de Friedman

Outra possibilidade é o teste de Friedman que é aplicado para amostras relacionadas. Neste caso os meses são considerados “tratamentos” e os anos são considerados “blocos”. A ordenação é feita dentro de cada bloco em vez de ordenar todas as N observações. Mas mesmo aqui, os blocos são considerados independentes, ou seja, os preços de um ano são independentes das observações de outro ano qualquer.

A estatística de Friedman é:

$$T2 = \frac{12}{pk(k+1)} \sum_j R_j^* - 3p(k+1) \quad (C.4)$$

Onde p = número de blocos = número de anos,

k = número de tratamentos = 12 e

R_j^* denota a soma dos postos da j -ésima coluna, isto é,

$$R_j^* = \sum_i R_{ij}^* \quad (C.5)$$

Onde R_{ij}^* = posto de Y_{ij} dentro do bloco i , de 1 até k . A distribuição de $T2$ pode ser aproximada por um χ^2 com $k-1$ graus de liberdade.

Testes não-paramétricos

Há também a opção dos testes paramétricos, onde podemos utilizar um teste F rotineiro a uma análise de variância. O modelo subjacente é:

$$Y_{ij} = S_j + e_{ij}, \quad i = 1, \dots, n_j, \quad j = 1, \dots, k \quad (\text{C.6})$$

E supondo $e_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$, independentes. Sob a hipótese nula $H_0 : S_1 = \dots = S_k$, a estatística:

$$T3 = \frac{N-k}{k-1} \left(\frac{\sum_j n_j (\bar{Y}_j - \bar{Y})^2}{\sum_i \sum_j n_j (\bar{Y}_{ij} - \bar{Y}_j)^2} \right) \quad (\text{C.7})$$

tem distribuição $F(k-1, N-k)$.

Vemos, pois, que condições para se aplicar o teste incluem a validade do modelo aditivo e normalidade dos resíduos.

A conclusão é que devemos ser cautelosos ao utilizarmos estes testes, devido às suposições envolvidas para sua aplicação e a possibilidade das mesmas não serem válidas para o modelo sob consideração.

APÊNDICE D - MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

Uma amostra aleatória (y_1, y_2, \dots, y_n) , retirada de uma população com uma função de densidade de probabilidade $f(y, \theta)$, a qual depende do vetor de parâmetros θ , tem uma função de densidade de probabilidade (pdf) conjunta dada por:

$$\prod_{i=1}^n f(y_i, \theta) \quad (\text{D.1})$$

Isto é, a função de densidade de probabilidade conjunta é simplesmente o produto das densidades de cada uma das observações,

$$f(y_1, \theta) \cdot f(y_2, \theta) \cdot \dots \cdot f(y_n, \theta) \quad (\text{D.2})$$

onde θ é um vetor de parâmetros (fixo) e y_i é uma variável aleatória (variável).

Note que, antes da retirada da amostra, cada observação é uma variável aleatória cuja função de densidade de probabilidade é igual a função de densidade de probabilidade da população. A média e a variância de cada observação a ser retirada são iguais à média e variância da população em questão. É neste sentido que dizemos que na função de densidade conjunta, antes de retirada a amostra, θ é fixo e y_i é variável.

Contudo, uma vez que tenha sido obtida uma amostra específica, y_i torna-se fixo e a função de densidade de probabilidade conjunta pode então ser reinterpretada como sendo uma função do vetor de parâmetros θ , que se tornam variáveis. Para uma dada amostra (y_1, y_2, \dots, y_n) , a função de densidade de probabilidade conjunta vista como função do vetor de parâmetros desconhecidos θ , é denominada de função de verossimilhança.

Em econometria o problema que se coloca é o de, dada uma amostra, obter-se uma estimativa dos valores dos parâmetros populacionais desconhecidos. Uma possibilidade para a resolução do problema de estimação é escolher o vetor θ que maximize a probabilidade de obtenção da amostra específica (y_1, y_2, \dots, y_n) , que se tem em mãos. Em outras palavras, queremos o vetor θ que faz a probabilidade de obter-se a amostra já obtida a maior possível, ou seja, temos que achar o θ que maximize a função de verossimilhança.

Temos portanto a função de verossimilhança $L(y, \theta)$, onde y é fixo e θ é a variável, e o problema consiste em obter-se o vetor θ que maximiza esta função. O estimador de máxima verossimilhança $\hat{\theta}$ é o vetor que faz

$$L(\hat{\theta}, y) > L(\hat{\theta}, y) \quad (\text{D.3})$$

onde $\hat{\theta}$ é qualquer outro estimador de θ .

Do ponto de vista matemático a implementação deste procedimento parece ser simples, pois tudo que temos a fazer é maximizar a função de verossimilhança com respeito a θ . Para tanto, basta igualar a zero as derivadas parciais da função de verossimilhança e achar o vetor θ que resolve este conjunto de equações. Na maioria dos casos nós trabalharemos com o logaritmo natural da função de verossimilhança ($\ln L$), pois maximizar o logaritmo natural de uma função é em geral mais simples e produz os mesmos resultados da maximização da função original.

De acordo com o que foi exposto anteriormente, resolvendo o processo estocástico obtém-se que a função densidade de probabilidade condicional é:

$$f(X_i | X_{i-1}; \alpha, \kappa, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}^2}} \exp \left[-\frac{(X_i - (e^{-\kappa} X_{i-1} + \alpha(1 - e^{-\kappa})))^2}{2\hat{\sigma}^2} \right] \quad (D.4)$$

onde

$$\hat{\sigma}^2 \equiv \frac{\sigma^2}{2\kappa} (1 - e^{-2\kappa}) \quad (D.5)$$

E a partir dessa função densidade de probabilidade, obtém-se a função de verossimilhança para o logaritmo dos preços:

$$\begin{aligned} L(\alpha, \kappa, \hat{\sigma}) &= \sum_{i=1}^n \ln[f(X_i | X_{i-1}; \alpha, \kappa, \hat{\sigma})] = -\frac{n}{2} (\ln(2\pi) + \ln(\hat{\sigma}^2)) \\ &\quad - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2} \sum_{i=1}^n (X_i - (e^{-\kappa} X_{i-1} + \alpha(1 - e^{-\kappa})))^2 \end{aligned} \quad (D.6)$$

Para a estimação dos parâmetros, primeiramente iguala-se a zero a primeira derivada da função de verossimilhança, resultando nos seguintes parâmetros que são utilizados na simulação proposta neste trabalho:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial L(\alpha, \kappa, \hat{\sigma})}{\partial \alpha} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{i=1}^n ((X_i - e^{-\kappa} X_{i-1}) - \alpha(1 - e^{-\kappa})) \\ 0 &= \frac{\partial L(\alpha, \kappa, \hat{\sigma})}{\partial \kappa} = \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{i=1}^n ((X_i - \alpha)(X_{i-1} - \alpha) - e^{-\kappa} ((X_i - \alpha)^2)) \\ 0 &= \frac{\partial L(\alpha, \kappa, \hat{\sigma})}{\partial \hat{\sigma}} = \frac{n}{\hat{\sigma}} - \frac{1}{\hat{\sigma}^3} \sum_{i=1}^n (X_i - (e^{-\kappa} (X_{i-1} - \alpha) + \alpha))^2 \end{aligned} \quad (D.7)$$

APÊNDICE E - FATORAÇÃO DE CHOLSKY

Segundo Russi (2005) a decomposição ou fatoração de Cholesky é utilizada pela simulação de Monte Carlo quando as variáveis apresentam correlação e necessitam ser geradas conjuntamente.

Como exemplo, considere uma usina que produza somente álcool e açúcar, ou seja 2 produtos, A e B . Admitindo-se que os produtos apresentem uma média de preços $\mu_j = 0$ e que Δt seja igual a um, obtemos as seguintes equações;

$$R_{A,t} = \frac{\Delta S_{A,t}}{S_{A,t-1}} = \sigma_A \varepsilon_{A,t} \quad (\text{E.1})$$

$$R_{B,t} = \frac{\Delta S_{B,t}}{S_{B,t-1}} = \sigma_B \varepsilon_{B,t} \quad (\text{E.2})$$

Entretanto, devido à correlação dos produtos ser diferente de zero, isto é, $\rho_{AB} \neq 0$, incorporamo-la no modelo através da seguinte operação matricial:

$$R = L X Z$$

ou

$$\begin{bmatrix} R_{A,t} \\ R_{B,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{21} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{A,t} \\ \varepsilon_{B,t} \end{bmatrix} \quad (\text{E.3})$$

onde a matriz L transforma as variáveis aleatórias $\varepsilon_{A,t}$ e $\varepsilon_{B,t}$ que seguem a distribuição normal padronizada, em variações correlacionadas dos fatores de risco $R_{A,t}$ e $R_{B,t}$.

A matriz L pode ser encontrada através da decomposição de Cholesky da matriz variância-covariância dos ativos. Como a matriz de variância-covariância é simétrica ($A = A^t$) e definida positiva ($x^t A x > 0 \forall x \neq 0$), ela pode ser fatorada em $A = L U = L L^t$, utilizando a decomposição de Cholesky:

$$A = \begin{pmatrix} \sigma_A^2 & \sigma_A \sigma_B \rho_{AB} \\ \sigma_A \sigma_B \rho_{AB} & \sigma_B^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{11} & 0 \\ I_{21} & I_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{11} & I_{21} \\ 0 & I_{22} \end{pmatrix} = LL^t \quad (\text{E.4})$$

Resolvendo a equação acima, temos que:

$$L = \begin{pmatrix} \sigma_A & 0 \\ \sigma_B \rho_{AB} & \sigma_B \sqrt{1 - \rho_{AB}^2} \end{pmatrix} \quad (\text{E.5})$$

Logo, a evolução dos preços dos ativos A e B pode ser descrita pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} R_{A,t} &= \sigma_A \varepsilon_{A,t} \\ R_{B,t} &= \sigma_B \rho_{AB} \varepsilon_{A,t} + \sigma_B \sqrt{1 - \rho_{AB}^2} \varepsilon_{B,t} \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$