ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

TRABALHO DE FORMATURA

"ESCOLHA DE UM MÉTODO ADEQUADO PARA O GERENCIAMENTO DE RISCO DE MERCADO EM UMA INSTITUIÇÃO FINANCEIRA"

FERNANDO FURTADO DE OLIVEIRA

ORIENTADOR: PROF. ÁLVARO E. HERNANDEZ

São Paulo

2001

Aos meus pais, Osmar e Silvana.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Álvaro E. Hernandez pela excelente orientação, sem a qual este trabalho não poderia ter sido feito.

À Marina, pelo permanente incentivo.

À minha família e àqueles que se consideram parte dela.

Aos amigos da turma 2001, especialmente ao André, Borelli, Bottura, Cadu, Chehab, Filipe, Mifano, Roberto e Rodrigo, os quais também podem ser considerados, direta ou indiretamente, como autores deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

Parte I

RESUMO

Este trabalho foi realizado na controladoria gerencial de um banco de investimentos. Seu principal objetivo foi encontrar um método de gerenciamento de risco de mercado que pudesse auxiliar e consolidar o risco incorrido nos negócios feitas pela mesa de operações do banco.

Foram mostrados três métodos para o gerenciamento de risco, dos quais o *VAR* foi escolhido por possibilitar que o risco pudesse ser medido em termos monetários dado um nível de significância desejado. Como o *VAR* pode ser calculado segundo algumas abordagens diferentes, foram então apresentados dois modelos para seu cálculo: o modelo delta-normal e o modelo de simulações de Monte Carlo.

Em seguida definiram-se critérios para a comparação destes modelos e então o modelo de simulações de Monte Carlo foi considerado o mais adequado. Assim, foi recomendado ao banco que implementasse o *VAR* calculado segundo este modelo.

1 - INTRODUÇÃO

1.1 Estágio

Este trabalho será iniciado com uma apresentação do estágio realizado pelo autor, de forma a contextualizar sua realização e a escolha de seu tema.

O tema deste trabalho refere-se a como gerenciar os riscos de mercado a que estão expostas instituições financeiras. Dessa forma, mostra-se uma breve definição de risco, sendo feita uma explicação mais aprofundada posteriormente. De acordo com a definição de um dicionário de língua portuguesa, pode-se entender risco como sendo a "possibilidade de perda ou de responsabilização pelo dano" (FERREIRA, 1988, p.573). Analogamente, pode-se dizer que o conceito de risco de mercado utilizado neste trabalho consiste em possibilidade de perda ou de responsabilização pela perda de dinheiro associada à mudança no valor de ativos e passivos financeiros de uma empresa.

Quanto ao estágio, este foi realizado em um banco de investimentos. Trata-se de uma empresa cuja atividade principal é negociar ativos financeiros como ações, títulos da dívida pública, moedas estrangeiras etc.

Esta atividade é feita através de operadores, os quais são responsáveis por negociar estes ativos com outras instituições financeiras. As empresas que negociam ativos financeiros formam o mercado financeiro.

Dentro da empresa, o estágio foi realizado na controladoria gerencial, a parte do banco responsável por apurar os lucros ou prejuízos gerados pela mesa de operações (local de trabalho dos operadores) diariamente e por monitorar os riscos incorridos pela mesa com as operações realizadas, ao longo de cada dia, no mercado financeiro.

A mesa de operações é a parte do banco que está diretamente ligada ao mercado financeiro. A partir dela os operadores realizam todos os negócios feitos pelo banco todos os dias. Quando a empresa deseja comprar ações, por exemplo, são os operadores da mesa que entram em contato com o mercado financeiro para comprar estas ações. Com isso, a mesa de operações assume riscos de mercado os quais devem ser gerenciados.

Pode-se dizer, no entanto, que a função da controladoria gerencial não se resume a dizer o quanto a empresa ganhou ou perdeu em cada dia. As principais funções do setor são:

- Explicação de como as receitas foram geradas nos períodos passados;
- Análise das possíveis perdas potenciais futuras a que estão sujeitos os operadores e, por conseqüência, toda a empresa;
- Validação do gerenciamento de risco realizado pelos operadores;
- Auxílio aos operadores na estimativa do risco a ser assumido pelo banco em caso de novas operações;
- Revisão dos valores dos ativos e passivos que o banco possui;
- Consolidação dos resultados de todos os operadores.

O trabalho deverá focar-se nas atividades atribuídas à controladoria gerencial relacionadas com a gestão do risco, como o auxílio aos operadores na estimativa do risco assumido em novas operações e a análise das perdas potenciais futuras a que está sujeita a empresa.

1.2 Descrição do problema

Tendo sido apresentado o estágio realizado pelo autor do trabalho, faz-se uma breve descrição do problema.

O problema consiste em realizar-se uma estimativa do risco decorrente das operações realizadas por um banco de investimentos. Para melhor detalhá-lo, fez-se uma divisão deste em partes menores.

Inicialmente, pode-se dizer que a empresa não possui um método padrão de gerenciamento de risco utilizado por todos os seus operadores. Cada operador administra os riscos de suas operações separadamente, tornando difícil sua consolidação.

Assim, torna-se complicada a tarefa de se estimar quanto o banco poderia perder em um determinado intervalo de tempo. A controladoria gerencial foi então designada a diminuir esta dificuldade, desenvolvendo um processo padrão que pudesse prever diariamente estes potenciais prejuízos futuros.

Pode-se dizer assim que a primeira parte do problema é encontrar alguns métodos de gerenciamento de risco existentes para que seja possível estudá-los e analisá-los, a partir do que se torna possível a escolha de um método.

Contudo, não é suficiente apenas encontrar alguns métodos de gerenciamento de risco. Deve-se também encontrar uma maneira de se comparar os métodos eficientemente para que se possa escolher o mais adequado para a empresa. Chega-se assim à segunda parte do problema, que consiste em analisar comparativamente os métodos.

Esta análise deve considerar alguns critérios como a eficiência do método, a viabilidade de implementação técnica e econômica de cada método escolhido e também a sua adequação ao ambiente de trabalho do banco, evitando que seja escolhido um método ruim para a empresa.

1.3 Justificativa

Uma vez apresentado o ambiente em que o trabalho será realizado e uma descrição do problema, pode-se agora justificar a escolha deste tema, mostrando a relevância do trabalho e a motivação encontrada pelo autor para sua realização.

Inicialmente, pode-se dizer que o tema foi escolhido por fazer parte do dia-a-dia do programa de estágio do autor. Seria inadequado realizar um trabalho de formatura que procurasse utilizar na prática parte da teoria vista durante o curso sem que este trabalho fosse feito na área de estágio do seu autor. Neste projeto em específico, buscou-se fazer um trabalho que utilize os conhecimentos de engenharia de produção e os aplique de acordo com algumas necessidades do mercado financeiro.

Além disso, fatores externos foram responsáveis por motivar o autor a realizar o trabalho dentro deste tema.

Nos últimos anos, temos visto diferentes casos de bancos nacionais que foram à falência e tiveram que ser liquidados pelo Banco Central do Brasil. Alguns destes bancos faliram devido a um mau gerenciamento dos riscos. Estas empresas possuíam exposição a risco financeiro muito superior àquela que poderiam suportar. Os operadores destas empresas foram maus administradores de seus riscos, fazendo com que estas não fossem capazes de honrar com suas obrigações e, conseqüentemente, levando-as a serem liquidadas pelo Banco Central. Em alguns casos isto pode ter ocorrido pela inexistência ou ineficiência de ferramentas de auxílio à tarefa de gerenciar riscos de mercado, comprometendo as estimativas de prejuízos potenciais futuros destes bancos.

Sabe-se que a falência de uma instituição financeira pode levar à falência 'em cascata' de diversas outras instituições, algo que poderia ser extremamente danoso para o país e também os mercados de outros países. Quando uma instituição financeira deixa de honrar com seus compromissos, isto é, não paga suas dívidas, outras empresas financeiras que contavam com estes créditos para honrarem com suas obrigações passam a não poder fazê-lo, podendo ocorrer assim as 'quebras em cascata'.

Com isso, torna-se bastante importante o dimensionamento das potenciais perdas futuras destas instituições, possibilitando que estas assumam exposição a risco condizentes com suas capacidades de honrar com seus compromissos caso perdas potenciais se concretizem.

Os fatores externos, trazidos à realidade do banco, também servem como justificativa para a realização deste trabalho. Muitos seriam os problemas de um banco sobre os quais se poderia realizar um trabalho de formatura. Contudo, entre as opções existentes dentro da área de estágio do autor, este demonstrou ser de maior importância, uma vez que a existência de um melhor gerenciamento dos riscos do banco pode evitar perdas de capitais, evitando que a instituição assuma riscos não condizentes com seu tamanho.

Dessa forma, ficam diminuídas também as chances de a empresa sofrer qualquer revés que possa acarretar em sua falência e, conseqüentemente, no fim de suas atividades, algo totalmente indesejável não só do ponto de vista da empresa, mas também do ponto de vista de outros bancos ou instituições que atuam no mercado financeiro.

1.4 Objetivos e estrutura do trabalho

Pode-se dizer que alguns objetivos foram definidos e deverão ser cumpridos ao longo da realização deste trabalho.

Inicialmente, objetiva-se uma breve explicação sobre alguns conceitos relevantes a respeito do mercado financeiro, os quais são importantes para a compreensão de etapas posteriores do projeto. Estes conceitos podem encontrados no capítulo 2.

Em seguida, a meta passa a ser a realização de um levantamento acerca de maneiras existentes para gerenciamento de risco de mercado de instituições financeiras, permitindo que o autor deste trabalho possa conhecer e analisar alguns destes métodos.

Através deste levantamento o autor poderá então estudar os métodos encontrados e verificar quais podem e quais não podem ser utilizados no projeto da controladoria gerencial para consolidação do risco incorrido pela mesa de operações. Isto deverá permitir o descarte de parte dos métodos encontrados, restando uma quantidade menor de métodos para serem comparados e analisados mais a fundo em uma fase posterior do trabalho. Esta parte do estudo se encontra no capítulo 3.

Logo após o primeiro levantamento acerca de métodos de gerenciamento de risco deve-se objetivar então a realização de um estudo que permita analisar com maior profundidade os métodos não descartados. Este estudo acerca de métodos utilizados no gerenciamento de risco encontra-se nos capítulos 4 e 5.

Após a realização das etapas anteriormente descritas, o objetivo passa a ser a realização de uma análise comparativa que possibilite a escolha do método de gerenciamento de risco que se mostre mais adequado para ser utilizado pela controladoria gerencial do banco para controlar os riscos incorridos pela mesa de operações. Com isso, pode-se saber qual o método "vencedor", recomendando sua utilização pela empresa. Esta escolha pode ser encontrada no capítulo 6.

As conclusões a respeito da realização e do cumprimento dos objetivos do trabalho encontram-se no capítulo 7.

2 - CONCEITOS RELEVANTES SOBRE O MERCADO FINANCEIRO

Neste capítulo serão mostrados alguns conceitos importantes para o entendimento do conceito de risco, facilitando a compreensão do gerenciamento de risco e de alguns métodos utilizados para este fim. Para tanto, serão mostradas definições sobre tipos de risco e também alguns conceitos sobre o mercado financeiro.

2.1 Tipos de risco existentes

Como já foi citado anteriormente, risco pode ser entendido, em seu sentido mais amplo, como perda ou possibilidade de responsabilização por perdas ocorridas. Contudo, risco pode ser definido como "a volatilidade de resultados inesperados, normalmente relacionada ao valor de ativos ou passivos de interesse" (JORION, 1997, p.3). Do ponto de vista das empresas, JORION (1997) classificou risco em três tipos:

- Riscos operacionais: riscos assumidos voluntariamente pelas empresas de forma a criar vantagens competitivas, valorizando-a perante seus acionistas. Este tipo de risco se relaciona com o setor da economia em que a empresa atua e inclui, entre outros, inovações tecnológicas, marketing e maneira de administração da empresa (assumindo maiores ou menores riscos).

- Riscos estratégicos: são aqueles que resultam de grandes mudanças no cenário político e econômico. Como exemplo deste tipo de risco, pode-se citar a crise na produção industrial em muitos setores econômicos no Brasil em função da diminuição das alíquotas de importação de diversos produtos durante o início do Plano Real, fazendo com que os produtos nacionais, os quais eram menos competitivos tecnologicamente em alguns casos, se tornassem também mais caros.
- Riscos financeiros: estão ligados a possíveis perdas nos mercados financeiros. A oscilação de variáveis financeiras como taxas de juros e de câmbio geram risco financeiro para muitas empresas. As empresas não financeiras tendem a minimizar este tipo de risco para se concentrarem na gestão de apenas um tipo de risco, que é o risco operacional. Por outro lado, sabe-se que as instituições financeiras se preocupam com a gestão ativa de riscos financeiros, devendo ser capazes de medi-lo com precisão, já que este risco faz parte da essência de seus negócios.

Dentro do risco financeiro há diferentes tipos de riscos sendo um de seus aspectos o risco de mercado. Segundo documento técnico do banco J.P. Morgan e da agência de notícias Reuters (1996), o risco de mercado origina-se devido à variação do valor de mercado dos ativos e passivos que determinada instituição financeira possui. Pode ser definido como uma incerteza relacionada aos resultados provenientes das mudanças de variáveis de mercado, como preço de ações, taxas de juros e de câmbio, entre outras.

Há outros tipos de riscos financeiros além do risco de mercado. De acordo com este documento, são eles:

- Risco de crédito: risco que se origina a partir do não pagamento de uma dívida por um devedor.

- Risco de liquidez: risco que surge com a dificuldade de comprar ou vender ativos financeiros pouco negociados no mercado.
- Risco operacional[1]: risco proveniente de realizações de erros operacionais dentro da empresa.

2.2 Produtos de Investimento

Serão apresentados algumas definições e conceitos relativos aos produtos que aparecem neste trabalho ou que se mostrem importantes para o entendimento do gerenciamento de risco de forma geral. As definições serão mostradas dentro de grupos de produtos, facilitando seu entendimento. A apresentação destes conceitos é importante para o posterior entendimento dos métodos de gerenciamento de risco.

Os produtos apresentados estão divididos em produtos de captação, títulos públicos federais, mercado de ações e derivativos. Esta divisão foi feita de forma a representar os tipos mais comuns de produtos de investimento.

Em primeiro lugar estão os produtos de captação, os quais correspondem à maneira como as empresas em geral conseguem dinheiro para financiar suas atividades. Em seguida estão os títulos públicos federais, os quais podem ser considerados como um caso particular de produto de captação, utilizado pelo governo federal para financiar suas atividades, e por isso estão em um grupo à parte. O terceiro grupo é aquele relacionado ao mercado de ações, onde são negociadas frações de empresas privadas ou estatais. O quarto e último grupo corresponde ao mercado de derivativos, no qual são negociados diversos tipos de produtos que derivam de outros produtos e que serão mais detalhados adiante.

[1] JORION definiu risco operacional como um dos três tipos de risco inerentes ao funcionamento de uma empresa. Contudo, o documento técnico do banco J.P. Morgan e da agência Reuters classificou este tipo de risco como parte do risco financeiro, motivo pelo qual foram mantidas as duas definições.

2.2.1 Produtos de Captação

As mesas de operações das instituições financeiras precisam de dinheiro para atuar no mercado. De maneira geral, a lógica é captar dinheiro com um determinado custo e fazer com que os rendimentos gerados pelo dinheiro captado sejam maiores do que os custos incorridos em sua captação. Mostram-se a seguir alguns produtos para a captação de dinheiro segundo FORTUNA (1999).

2.2.1.1 Certificado de Depósito Bancário - CDB (Pré ou pós-fixado)

Trata-se de um dos mais antigos e utilizados títulos para captação de recursos em bancos, conhecidos oficialmente como depósitos a prazo. O dinheiro captado é remunerado, por um determinado período de tempo, por alguma taxa de juros que pode ser definida antes da aplicação (pré-fixado) ou depois do resgate do dinheiro (pós-fixado).

2.2.1.2 Certificado de Depósito Interbancário – CDI

Trata-se de título semelhante ao CDB, porém sua negociação está restrita aos bancos. Os CDI podem ser negociados por períodos de um ou mais dias. Os CDI de um dia são conhecidos também apenas como DI (Depósito Interfinanceiro). Neste caso, o dinheiro aplicado em um dia é resgatado no dia seguinte segundo uma taxa de curto prazo, o CDI *Over*.

2.2.1.3 Bônus/Eurobônus

São títulos emitidos pelos bancos através de instituições no exterior e que funcionam com lastro para operações no Brasil. São emitidos com prazos de três a oito anos com taxas de juros fixas (*Fixed Rate Notes*) ou flutuantes (*Floating Rate Notes*).

2.2.2 Títulos Públicos Federais

O governo federal realiza, sempre através do Banco Central, emissões de títulos públicos com a finalidade de captar recursos e executar e financiar suas dívidas. Para tanto, emite diversos títulos com características diferentes de prazo e remuneração com o intuito de rolar sua dívida. Esses papéis possuem siglas específicas que os identificam de acordo com suas propriedades.

A venda destes títulos é feita através de leilões restritos às instituições financeiras autorizadas pelo Banco Central a participar destes. As empresas que possuem esta autorização constituem o mercado primário de títulos. Estas instituições podem então revender os títulos adquiridos em leilões no mercado secundário (constituído pelas instituições que não possuem autorização para participar dos leilões de títulos do Banco Central). De acordo com FORTUNA (1999), mostram-se a seguir alguns desses títulos.

2.2.2.1 Notas do Tesouro Nacional - NTN

São títulos pós-fixados com valor nominal de emissão em múltiplos de R$1.000,00. Estes títulos são nominativos e negociáveis, podendo ser colocados no mercado na forma de ofertas públicas ou através de leilões feitos pelo Banco Central. O conjunto de opções de NTN está dividido em diversos tipos de papéis, cada um com uma terminação diferente. Dentre eles, temos:

- NTN-C: títulos pós-fixados corrigidos pela variação do IGP-M e juros mínimos de 6% ao ano. O prazo mínimo deste título é de doze meses, com pagamento semestral de juros e resgate do principal apenas no vencimento.
- NTN-D: títulos com prazo mínimo de três meses e juros de 6% ao ano mais atualização do valor nominal feita pela cotação do dólar comercial.

- NTN-H: títulos com prazo mínimo de noventa dias corrigidos pela Taxa Referencial (TR) com resgate no vencimento.

2.2.2.2 Bônus do Banco Central - BBC

É o único título público federal de curto prazo pré-fixado oferecido em leilões primários do Banco Central. São emitidos via leilão com valor nominal em múltiplos de R$1.000,00. Seu preço unitário é negociado com deságio em relação ao valor de resgate no vencimento.

Existe uma série especial deste título (BBC-E), o qual possui taxas pré-fixadas flutuantes a cada vinte e oito dias, isto é, há uma correção da taxa se houver uma mudança dos juros neste período.

2.2.2.3 Notas do Banco Central - NBC

São títulos emitidos com prazo máximo de um ano, com maior freqüência para papéis de noventa e cento e oitenta dias, com valor nominal em múltiplos de R$1.000,00. São oferecidas em ofertas públicas, através de leilões, mediante a disputa por deságio. As NBC podem ser vendidas com compromisso de recompra, podendo-se assim utilizar capital de terceiros em sua negociação.

Existe uma série especial deste título (NBC-E) com correção atrelada ao dólar comercial mais taxas de juros de 6% ao ano.

2.2.3 Mercado de ações

Segundo FORTUNA (1999), uma ação é a representação da menor parcela do capital social de uma sociedade por ações.

O mercado de ações pode ser dividido em duas partes: o mercado primário, no qual a própria empresa emite as ações que são posteriormente ofertadas por um banco; e o mercado secundário, em que as ações são comercializadas em bolsas de valores.

As bolsas de valores, as quais não são instituições financeiras, mas sim associações civis sem fins lucrativos, são constituídas pelas corretoras de valores e fornecem a infra-estrutura necessária para o mercado de ações. Em resumo, são locais especialmente criados e mantidos para que se realizem negociações de valores mobiliários (títulos e ações, por exemplo) em mercado livre e aberto.

As ações podem ser ordinárias, com direito a voto no conselho da empresa, ou preferenciais, com direito de preferência sobre os dividendos a serem distribuídos. Todas as ações devem ser nominativas ou escriturais, não existindo mais ações do tipo ao portador desde o começo da década de noventa.

Quanto ao valor ou preço das ações, estes são conseqüência das condições de mercado, tal como oferta e procura por determinada ação, das condições estruturais e comportamentais do país e das condições específicas da empresa em questão, bem como do setor econômico a que a esta pertence.

Na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), as ações mais negociadas do mercado compõem o Índice Bovespa, sendo que seu valor corresponde a uma média ponderada do preço de mercado destas ações. Dessa forma, este índice representa uma tendência média de comportamento das ações e também pode ser negociado nos mercados à vista e futuro (o mercado de futuros será explicado no item 2.2.4.1).

2.2.4 Derivativos

Segundo BOOKSTABER (1987), o mercado de derivativos é aquele em que a determinação dos valores de mercado deriva de preços do mercado à vista (por exemplo, do mercado de ações ou de títulos da dívida pública). Dentro deste mercado, encontram-se os mercados futuros, os mercados a termo, os mercados de opções e o mercado de *swaps*. Mostram-se em seguida alguns conceitos a respeito dos mercados futuros e de opções.

2.2.4.1 Mercado de Futuros

Neste mercado negociam-se compromissos de compra ou venda de mercadorias e ativos financeiros por um preço determinado entre vendedor e comprador, sendo este compromisso liquidado em uma data futura previamente determinada.

Têm como objetivo básico a proteção dos agentes econômicos (produtores primários, indústrias, comércio, investidores e instituições financeiras) contra oscilações dos preços de produtos e investimentos em ativos financeiros.

De acordo com HULL (1995), este mercado é muito importante porque facilita a distribuição de riscos entre os agentes econômicos, além de influir diretamente na formação futura dos preços das mercadorias e ativos financeiros negociados neles.

No Brasil, o mercado de futuros é realizado na Bolsa de Mercadorias e de Futuros (BM&F), a qual é responsável por criar as normas relativas a este, objetivando sua organização, operacionalização, desenvolvimento e transparência.

A seguir, alguns ativos financeiros negociados no mercado de futuros.

- Índice Bovespa: trata-se de mercado em que as partes intervenientes assumem o compromisso de compra e venda do Índice Bovespa em determinada data futura.
- Dólar comercial: trata-se de mercado em que as partes intervenientes assumem o compromisso de compra e venda de dólar em determinada data futura.
- DI de um dia[2]: neste mercado, o valor futuro de liquidação de um contrato é sempre R$100.000,00. Assim, negocia-se no presente um valor desagiado correspondente à expectativa de taxa de juro entre a data presente e a data de liquidação do contrato. Por exemplo, se o valor presente de um contrato de DI com vencimento em trinta dias for

2 Trata-se do nome do produto na BM&F, não dependendo do período de tempo em que é negociado.

R$98.356,56, isto significa que a taxa de juro esperada para este período de trinta dias é:

$$i = \frac{100.000,00}{98.356,56} - 1 = 1,6709\% \qquad \text{(Equação 2.1)}$$

2.2.4.2 Mercado de Opções

Segundo FORTUNA (1999), uma opção representa um direito a seu detentor de comprar ou vender um determinado ativo, até ou em determinada data, por um preço previamente estabelecido.

Na prática, quem compra uma opção compra um direito que pode ser usado como descrito acima e quem a vende tem a obrigação de honrar o direito do comprador.

É importante notar que, diferentemente do mercado de futuros, em que comprador e vendedor são obrigados a honrar o contrato futuro na data de seu vencimento, neste caso o titular da opção tem o direito de exercer o cumprimento do contrato, mas não o dever de cumpri-lo, cabendo este dever ao lançador da opção. Daí chamar-se este mercado de mercado de opções.

Exemplo:

Digamos que um investidor queira ter o direito de comprar uma ação de Petrobrás por R$40,00 em trinta dias. Para isto, ele deve pagar uma determinada quantia, a qual chamamos de prêmio, a alguém que esteja disposto a lançar esta opção. Assim, se em trinta dias o ativo estiver valendo menos do que R$40,00, o titular terá o direito de comprá-lo por R$40,00 do lançador. Porém, isto não será vantajoso, uma vez que esta ação pode ser comprada no mercado por menos de R$40,00. Neste caso o direito não foi usado. Por outro lado, caso o preço da ação no mercado seja maior do que R$40,00 em trinta dias, o titular poderá usar seu *direito e comprar o ativo pelos R$40,00, podendo na mesma hora vendê-lo por mais de R$40,00 no mercado.*

No exemplo acima, mostra-se um caso em que o titular detinha uma opção de compra. Contudo, existem também opções de venda. Enquanto as opções de compra (chamadas também de *call*) dão ao seu titular o direito de comprar algum ativo em determinada data, as opções de venda (chamadas também de *put*) dão ao seu titular o direito de vender algum ativo em determinada data.

Apresentam-se a seguir definições a respeito de alguns parâmetros que caracterizam as opções, de acordo com BOOKSTABER (1987):

- Titular: detentor do direito de comprar ou vender o ativo objeto na data combinada.
- Lançador: tem a obrigação de comprar ou vender o ativo objeto de acordo com a vontade do titular.
- Ativo objeto: ativo o qual o titular da opção terá direito de comprar ou vender.
- Prêmio: preço pago pelo titular da opção ao lançador.
- Preço de exercício: preço previamente estabelecido pelo qual o ativo poderá ser comprado ou vendido pelo titular.
- Opção americana: proporciona a seu detentor comprar ou vender o ativo a qualquer momento até a data de vencimento.
- Opção européia: proporciona a seu detentor comprar ou vender o ativo somente na data de vencimento.

O exercício de uma opção de compra deverá ocorrer sempre que o preço de mercado do ativo objeto for superior ao preço de exercício da opção na data de vencimento, enquanto que uma opção de venda deverá ser exercida sempre que o preço de mercado do ativo objeto for menor do que o preço de exercício estabelecido.

Para que se determine o prêmio (P) justo a ser pago por uma opção, deve-se considerar os fatores que influenciam sua precificação. Se for considerado o exemplo de uma opção de compra de ação da Petrobrás em trinta dias (visto acima), pode-se determinar quais fatores poderiam influir no valor do prêmio a ser pago pelo titular.

Primeiramente, pode-se dizer que o preço à vista do ativo objeto (neste caso uma ação de Petrobrás) possui grande influência na determinação do prêmio. Imagine que se desejasse determinar o preço justo a ser pago pelo prêmio de uma opção de compra de Petrobrás com preço de exercício de R$40,00, a qual tivesse seu vencimento no mesmo instante. Supondo-se que o preço da ação de Petrobrás neste instante fosse de R$45,00, o prêmio justo deveria ser R$5,00, pois o resultado desta operação seria zero tanto para o titular quanto para o lançador da opção. O titular pagaria R$5,00 ao lançador e no mesmo instante exerceria o direito de comprar a ação por R$40,00, vendendo-a em seguida por R$45,00 no mercado. O lançador, por sua vez, receberia R$5,00 do titular e seria obrigado a vender por R$40,00 um ativo que teria que ser comprado por R$45,00 no mercado.

Neste caso, percebe-se que além do preço à vista do objeto (S), o preço de exercício (X) de uma opção também influi diretamente na determinação do prêmio justo a ser pago pela opção. Para uma opção de compra, quanto menor for o preço de exercício X, maior será o valor do prêmio justo a ser pago pela opção. Para uma opção de venda vale o inverso. Quanto maior for o valor de X, maior será o valor do prêmio justo a ser pago pela opção.

Além destes fatores, pode-se dizer que a taxa de juros (i) que represente o custo de oportunidade das partes também influi no valor do prêmio. Considere-se o exemplo de opção de Petrobrás com vencimento em trinta dias e que o preço de exercício da opção seja R$40,00. Imagine que se pudesse saber com certeza que em trinta dias a ação estaria valendo R$45,00. Neste caso, pode-se afirmar que o lucro do titular seria de R$5,00 daqui a trinta dias. Considerando-se ainda que o custo de oportunidade do lançador seja de 1% nestes trinta dias, o resultado de R$5,00 trazido a valor presente é, na verdade, igual a:

$$\frac{5,00}{(1+0,01)} = 4,95 \qquad \text{(Equação 2.2)}$$

Assim, o prêmio justo a ser pago por esta opção é igual a R$4,95, uma vez que o fluxo de caixa desta operação ocorrerá em momentos distintos. O titular irá pagar o prêmio no ato, mas só poderá lucrar com a operação em trinta dias (quando do seu vencimento).

Com isso, percebe-se também a importância do tempo até o vencimento (T) na determinação do prêmio. Quanto maior for o tempo até o vencimento, maior será o efeito da taxa de juros e também das incertezas quanto ao preço futuro do ativo objeto (medidas pela volatilidade do ativo objeto, explicada a seguir).

O último fator que se deve considerar diretamente na precificação de uma opção é a expectativa potencial de variação do ativo objeto durante o período entre o lançamento e o vencimento da opção. Esta expectativa é representada pala volatilidade (σ) do ativo em questão.

Ativos que possuam volatilidades baixas possuem menor probabilidade de terem grandes mudanças em seus preços ao longo do tempo. Com isso, um lançador de uma opção deste ativo corre menor risco durante a negociação da opção, fazendo com que o prêmio desta diminua. Inversamente, ativos com alta volatilidade implicam em maior risco ao lançador de uma opção, causando um aumento no valor do prêmio.

Com isso, BOOKSTABER (1987) definiu que o prêmio justo a ser pago por uma opção deve ser função dos seguintes parâmetros:

$$P = f(S, X, i, T, \sigma)$$

onde:

P é o prêmio a ser pago pela opção;

S é o preço do ativo objeto;

X é o preço de exercício da opção;

i é a taxa de juros esperada;

T é o tempo até o vencimento;

σ é a volatilidade do preço do ativo objeto.

2.3 Carteira de investimento

Uma carteira de investimento consiste em um *portfolio* contendo os produtos de investimento financeiro que uma pessoa ou instituição financeira detém. O valor de mercado desta carteira pode ser determinado como função dos preços de cada produto de investimento que a compõem.

3 - MÉTODOS DE GERENCIAMENTO DE RISCO

O gerenciamento de risco pode ser realizado de maneiras diferentes e ainda por variados tipos de empresas e instituições financeiras. A partir da realização de levantamento sobre métodos de gerenciamento de riscos, mostram-se agora três destes métodos.

O primeiro método é o de gerenciamento de risco a partir de notas atribuídas a ativos financeiros por agências de classificação de risco. O segundo método é o *Value at Risk*[3] (*VAR*), sendo que este método pode ser utilizado de algumas maneiras diferentes, podendo-se dizer que não há apenas um modelo a ser utilizado quando se trata de gerenciar o risco através do *VAR*. O terceiro método é a realização de *delta-hedge*, ou proteção de ativos financeiros segundo exposição do tipo delta. A explicação de cada um deles encontra-se a seguir.

3.1 Agências de classificação de risco

Uma maneira de se realizar o gerenciamento de risco é através da utilização dos modelos de classificação de risco realizados por agências especializadas, como Moody's, Standard & Poor's, Fitch, entre outras. Estas agências atribuem notas (também conhecidas como *ratings*) a títulos públicos e privados de diversos países e empresas, sendo as melhores notas atribuídas a títulos com menor risco (ditos de

[3]Expressão em inglês que significa valor em risco.

melhor qualidade), isto é, que possuem menor chance de não serem honrados em seus vencimentos.

Cada uma destas agências possui seus próprios critérios para classificar os títulos públicos e privados em geral. Serão utilizados os critérios e definições da agência Standard &Poor's para esclarecer o funcionamento deste método de gerenciamento de risco, os quais são similares aos de outras agências de classificação de risco em geral.

Segundo o *website* da agência Standard & Poor's[4], um *rating* atribuído a um determinado título se constitui de uma opinião da agência sobre a qualidade de crédito de um emissor (pode ser público ou privado) com relação a uma obrigação financeira qualquer. Em outras palavras, a agência utiliza alguns critérios para dizer se uma dívida qualquer de um governo ou empresa privada possui maior ou menor chance de ser honrada em seu vencimento.

De acordo com o *website* da agência, os *ratings* são baseados em informações fornecidas pelos emissores ou por outras fontes de informação (imprensa, agências de notícias etc.) a respeito de seus fluxos de caixa, de suas receitas futuras, das condições macroeconômicas gerais (condições do mercado em que se encontra a empresa ou governo devedores, por exemplo), entre outras informações. A partir destas informações, a agência tem condições de atribuir um *rating* à dívida avaliada.

Segundo a Standard & Poor's, podem ser atribuídas as seguintes notas a devedores públicos ou privados em geral, em ordem decrescente de capacidade de honrar compromissos financeiros:

- AAA: mais alta nota designada pela agência. Significa que o devedor possui capacidade excepcional de honrar seus compromissos financeiros.
- AA: difere pouco da nota mais alta. Significa que o devedor é muito capaz de honrar seus compromissos financeiros.

[4] A empresa divulga seus critérios de avaliação no *website* www.standardandpoors.com.

- A: este nota significa que o devedor possui boa capacidade de cumprir seus compromissos financeiros.
- BBB: significa capacidade adequada de honrar compromissos financeiros. Indica pequena suscetibilidade a pioras nas condições macroeconômicas ou do mercado em que se encontra o devedor, pioras estas que diminuiriam a capacidade de honrar os compromissos.
- BB: indica média suscetibilidade a pioras nas condições macroeconômicas ou do mercado em que se encontra o devedor. Significa que o devedor não possui capacidade adequada de honrar seus compromissos financeiros em condições de mudanças macroeconômicas ou conjunturais.
- B: indica grande suscetibilidade a pioras nas condições macroeconômicas ou do mercado em que se encontra o devedor. Pequenas mudanças na economia tornariam este devedor inadimplente.
- CCC: significa que o devedor tem chances de não honrar seus compromissos financeiros mesmo em condições macroeconômicas normais e ainda indica grande suscetibilidade a pioras nas condições macroeconômicas ou do mercado em que se encontra este devedor, mudanças estas que certamente o tornariam inadimplente.
- CC: significa que o devedor tem grandes chances de não honrar seus compromissos financeiros.
- C: nota atribuída a governos ou empresas em processo de falência, mas que ainda continuam a pagar suas dívidas.
- D: significa que o devedor está inadimplente.

Para exemplificar a utilização deste tipo de método de gerenciamento de risco mostra-se a situação a seguir.

Um fundo de investimentos conservador, por exemplo, o qual supõe-se não assumir grandes riscos, talvez não precise de muito mais do que as notas atribuídas por uma agência de classificação de risco conceituada para administrar seus riscos.

Assim, sua exposição a risco financeiro pode ser medida pela qualidade dos ativos que compõem este fundo. Quanto maiores as notas dos ativos que compões a carteira deste fundo mais conservador será considerado o fundo.

Sabe-se que não é recomendável que fundos de investimento conservadores possuam ativos especulativos (com baixa capacidade de honrarem seus compromissos financeiros) em seus ativos. Assim, se um operador de um fundo de investimento conservador utilizar as classificações de risco da agência Standard & Poor's, por exemplo, ele dará preferência à compra de títulos com notas maiores (AAA, AA e A em maiores quantidades e BBB, BB e B em quantidades menores) e evitará a aquisição de títulos com chances maiores de não serem honrados em seus vencimentos (títulos com notas CCC, CC, C e D).

3.2 VAR

O segundo método mostrado neste trabalho é o *VAR*, o qual consiste em um método de mensuração de risco que utiliza técnicas estatísticas padrões na estimativa do risco e que atribui um valor financeiro na medição deste.

Segundo JORION (1997), *VAR* pode ser entendido como a máxima perda esperada em um determinado período, sob condições de mercado e dentro de um determinado nível de significância[5].

Ainda de acordo com JORION (1997), *VAR* permite que seus usuários tenham uma medida concisa de seu risco de mercado. Por exemplo, quando um banco diz que o *VAR* de um dia de sua carteira é de R$10 milhões a um nível de significância de 1%, isto significa dizer que há apenas 1% de chance, sob condições de mercado, de ocorrer um prejuízo maior do que R$10 milhões neste dia. Esses dois valores resumem tanto a exposição do banco ao risco de mercado como a probabilidade de oscilação adversa[6].

[5] Trata-se de jargão técnico comumente utilizado, cujo entendimento deve ocorrer após leitura do exemplo mostrado nesta página.
[6] Para melhor compreensão do exemplo, ver figura 4.1.

É importante que se mostrem alguns propósitos aos quais o *VAR* se mostra útil. De maneira geral, JORION (1997) apontou que o *VAR* serve para os propósitos abaixo descritos.

Inicialmente, considera-se a sua importância como um fornecedor de informações gerenciais, isto é, pode ser utilizado para informar aos gerentes e diretores de uma empresa qual o risco decorrente de transações e operações de investimento, podendo mostrar informações a respeito de valores financeiros marcados a mercado[7].

Outro propósito desta ferramenta é permitir que se controle a alocação de recursos da instituição, estabelecendo limites máximos de exposição ao risco que os operadores podem assumir. Segundo JORION (1997), o *VAR* permite também que o risco seja decomposto em suas partes através do cálculo dos *VARs* 'incrementais' (este conceito será mais bem explicado adiante), possibilitando que se conheçam as posições que mais contribuem para o *VAR* como um todo.

Além disso, pode-se utilizar o *VAR* como ferramenta para avaliação de performance. Assim, os operadores são obrigados a desempenhar ganhos proporcionais a seus riscos, fator essencial em um ambiente de negócios. Isso faz com que os operadores tenham maior incentivo na hora de controlar seus riscos, evitando que sejam tomados riscos desnecessários, os quais os operadores tendem a assumir para aumentarem seus ganhos.

Levando-se em consideração estas utilidades do *VAR*, mostram-se também quais empresas ou instituições podem utilizar este instrumento de gestão de risco e o motivo pela qual cada uma se utilizaria desta ferramenta.

Em primeiro lugar, sabe-se que as instituições financeiras são potencialmente as maiores usuárias do *VAR*. Estas empresas geralmente possuem em suas carteiras um grande número de produtos derivativos, tornando fundamental a gestão de risco de forma a evitar que ocorram perdas vultosas, como ocorreu no caso do banco Barings em sua filial na Ásia, o qual acabou por falir e teve que ser vendido a outro

[7] A marcação a mercado é uma expressão bastante utilizada no mercado financeiro e será mais bem explicada no capítulo 4 (ver nota de rodapé 7).

banco europeu por um preço simbólico simplesmente pelo fato de não ter feito um controle e gerenciamento adequado de seus riscos de mercado.

Além das instituições financeiras, o *VAR* é utilizado e aceito por órgãos reguladores do mercado, como o Banco Central do Brasil. Estes órgãos estabelecem então requerimentos mínimos de capital, a partir da análise de risco da carteira destas empresas, para que as instituições financeiras possam atuar no mercado. No Brasil as empresas são obrigadas pelo órgão regulador a utilizar ferramentas de gestão de risco de mercado.

Por fim, empresas não financeiras e administradoras de ativo que possuam riscos podem se utilizar deste instrumento para gerir estes riscos. Por exemplo, uma empresa que exporte e que possui, portanto, interferências em seu negócio devido à oscilação da taxa de câmbio podem mensurar seus riscos e proteger seus capitais, ou ainda, um fundo de pensão com grande patrimônio e que aplique no mercado financeiro pode utilizar o *VAR* para avaliar os riscos de sua carteira e os rumos tomados por seus investimentos.

3.3 O delta-hedge

O terceiro método considerado neste trabalho é a realização do *delta-hedge*, ou proteção a partir da medição de exposição a risco decorrente da variação dos preços de mercado que influenciam na formação do valor de uma carteira de investimento.

O *hedge*, jargão bastante utilizado no mercado financeiro, consiste em realização de mudança na composição de uma carteira de forma a diminuir a exposição e determinada variável de mercado, como variações de taxas de juros, taxas de câmbio ou preços de ações.

Supondo-se uma determinada carteira de investimentos composta por títulos públicos no valor de R$1.000.000,00 em um dia qualquer e que a cotação do Dólar americano seja de R$2,00 por dólar neste dia, pode-se dizer que esta carteira está avaliada em US$500.000,00. Supondo-se ainda que a cotação do Dólar americano neste dia passe para R$4,00 por dólar tem-se que esta carteira teria seu valor em Dólar reduzido para US$250.000,00 neste dia caso todos os outros fatores de risco se mantivessem constantes.

Assim, pode-se dizer que esta carteira está exposta a variação do Dólar americano em relação ao Real e que, assim, pode-se desejar fazer o *hedge* (ou proteção) desta carteira contra a variação da taxa de câmbio. Para isso, uma das maneiras possíveis seria comprar o equivalente a R$1.000.000,00 em contratos de Dólar futuro de forma que a mudança do valor em Dólares da carteira seja compensada por ganhos ou perdas correspondentes no mercado futuro desta moeda. De forma geral, o exemplo mostrado serve para exemplificar o conceito de *hedge* em uma instituição financeira.

Quanto ao conceito de delta, pode-se dizer que sua utilização está ligada à variação no valor de mercado de uma carteira devida a mudanças de valor dos ativos objetos que compõem esta carteira. No exemplo acima, pode-se dizer que o ativo objeto em questão era o Dólar americano, já que foi utilizada a variação da taxa de câmbio para realização do *hedge*, ou seja, tanto os títulos da dívida pública quanto o Dólar futuro foram avaliados segundo a cotação desta moeda.

Assim, pode-se dizer que o delta da posição em títulos federais sem *hedge* era igual a U$500.000,00 vendido (a posição vendida, ao contrário da posição comprada, tem prejuízo quando o ativo relacionado se valoriza). Dessa forma, o *delta-hedge* pode ser feito de forma a assumir uma posição em Dólar futuro equivalente a US$500.000,00 comprado. Com isso, o delta total da posição com relação à variação cambial é zero, o qual foi obtido através de uma modificação da carteira de investimento.

3.4 A escolha de um método mais adequado

Primeiramente, para justificar as escolhas do autor acerca de um método mais adequado a ser utilizado neste trabalho é necessário que se faça uma breve explicação sobre tipos de mesas de operações.

De modo geral, pode-se dizer que há dois tipos de mesas de operações em bancos ou instituições financeiras em geral. Existem as mesas que investem e operam utilizando recursos de clientes e existem mesas que investem dinheiro próprio.

As mesas de operações que investem recursos de clientes, conhecidas também como mesas de *Asset Management*, dependem de pessoas interessadas em aplicar seus recursos no mercado financeiro. Quando uma pessoa quer investir em um fundo cambial (cujo rendimento está atrelado à variação do dólar), por exemplo, ela entra em contato com uma instituição financeira que disponha de uma mesa de *Asset Management* e realiza a aplicação desejada.

Assim, estas mesas de operações não podem fazer o que quiserem com os recursos das pessoas, mas sim realizar operações no mercado financeiro que gerem os rendimentos pretendidos pelos clientes (no exemplo dado os rendimentos devem ser similares à variação da cotação do dólar). A receita destas mesas é gerada pela cobrança de taxa de administração, a qual corresponde a um percentual do total investido pelo cliente, não importando se as operações realizadas no mercado financeiro geraram lucro ou prejuízo. Os resultados das operações da mesa são totalmente transferidos para os clientes, sendo que estes devem arcar com eventuais prejuízos nas operações.

Quanto ao segundo tipo de mesas de operações, conhecidas como mesas da tesouraria, pode-se dizer que estas operam no mercado financeiro com recursos próprios. Estes recursos podem ser provenientes de captação no mercado, capital social da instituição, lucros acumulados pela empresa, entre outros meios. Com isso, estas mesas não dependem de recursos de clientes, operando no mercado financeiro de acordo com suas expectativas em relação ao mercado.

Dessa forma, se um banco acredita que uma moeda poderá desvalorizar-se com relação ao dólar (como aconteceu com o Real em 1999), por exemplo, a mesa da tesouraria poderia operar no mercado financeiro comprando dólares até que a esperada desvalorização ocorresse. O rendimento da operação seria equivalente à valorização do dólar. Percebe-se que esta operação não dependeria de recursos externos, mas tão somente das expectativas dos operadores do banco e da disponibilização dos recursos pela tesouraria do banco, sendo que os riscos incorridos na operação seriam totalmente assumidos pela mesa da tesouraria. Se eventualmente a moeda em questão se valorizasse com relação ao dólar a mesa da tesouraria arcaria com o prejuízo, não havendo transferência deste para terceiros como ocorreria em uma mesa de *Asset Management*.

Portanto, conclui-se que as mesas de *Asset Management* não possuem grande preocupação com exposição aos riscos de mercado, uma vez que os resultados das suas operações são repassados aos clientes. Sua preocupação maior é com a qualidade de seus ativos, os quais possivelmente serão avaliados pelos clientes quando estes escolherem uma instituição na qual aplicarão seus recursos. Assim, este tipo de mesa poderia utilizar apenas as notas atribuídas por agências de classificação de risco para o gerenciamento do risco em suas atividades.

Quanto às mesas de tesouraria, a elas interessa saber exatamente quanto estão expostas em termos de riscos de mercado, uma vez que eventuais prejuízos com operações devem ser arcados pelo banco. Com isso, um método que atribui notas a ativos financeiros para a estimativa do risco até pode ser utilizado pelos operadores deste tipo de mesa. Contudo, estes são insuficientes quando se tem interesse em saber em termos monetários o valor de potenciais perdas futuras que poderiam ocorrer, valor este que pode ser estimado através da utilização do *VAR*.

Como o estágio realizado pelo autor foi feito em uma mesa de operações própria (mesa de tesouraria), descarta-se a utilização exclusivamente de classificações feitas pelas agências especializadas no gerenciamento de risco. Este método de gerenciamento de risco não é suficiente para realizar a estimativa adequada de risco pretendida no projeto realizado neste trabalho.

Quanto ao delta-hedge, pode-se dizer que este proporciona uma medição do risco em valores monetários, como já foi explicado. Contudo, sua utilização só é possível quando feita com relação a um único ativo-objeto. Este método não possibilita a mensuração do risco global de uma carteira de investimentos com relação a ativos-objetos diferentes (o que pode ser feito a partir do *VAR*), como, por exemplo, a variação no valor de uma ação de Petrobrás e a variação no valor de um título da dívida pública federal. Assim, este método pode ser considerado inadequado para utilização no banco, uma vez que a carteira de investimentos da empresa é bastante diversificada, e este trabalho tem como um de seus objetivos a consolidação do risco de mercado incorrido por diversos operadores contendo diferentes tipos de produtos de investimento.

Por isso, um estudo mais aprofundado de gerenciamento de risco deve focar-se no *VAR* e em alguns dos modelos utilizados na estimativa do risco por este método.

Sabe-se que o *VAR* é um método de gerenciamento de risco muito utilizado em instituições financeiras. Segundo ARCOVERDE (2000), dois dos principais modelos estatísticos utilizados em seu cálculo são os modelos delta-normal e o de simulações de Monte Carlo, os quais serão mostrados adiante. A justificativa para a escolha destes dois modelos encontra-se no capítulo 5.

Com isso, a partir deste ponto o trabalho deverá focar-se no estudo e comparação destes modelos, possibilitando que se escolha um que seja mais adequado para utilização no banco.

4 - CONCEITOS RELEVANTES PARA MELHOR ENTENDIMENTO DO *VAR*

Este capítulo contém alguns conceitos importantes para o entendimento do *VAR*. Contudo, antes da apresentação destes conceitos será feita uma contextualização do gerenciamento de risco e da utilização de técnicas estatísticas para a sua estimativa.

Inicialmente, pode-se dizer que o gerenciamento de risco sempre esteve ligado à sociedade humana. Desde muitos séculos atrás a civilização humana sempre esteve preocupada com as incertezas relacionadas às suas atividades. O empréstimo de dinheiro pelos bancos mediante a existência de garantias, o custo do arrendamento de terras atrelado a um percentual do total produzido pelo arrendatário, a cobrança de juros elevados de pessoas ou empresas consideradas más pagadoras de suas dívidas etc. Todos estes eventos são muito mais antigos do que a existência do mercado financeiro como ele é hoje em dia. E todos também possuem um fator em comum: o risco, o qual pode ser considerado como intrínseco às diversas atividades realizadas por nossa sociedade.

Ao longo do tempo, a sociedade humana criou diferentes maneiras de gerenciar o risco de uma maneira geral. Estas maneiras eram mais simples no passado e tornaram-se mais sofisticadas com o decorrer do tempo. Foram criadas leis para regulação e proteção da economia de mercado, foram desenvolvidos conceitos de matemática e estatística, foram inventados os computadores pessoais. Estes eventos distintos, alguns já existentes há mais tempo (como o desenvolvimento de conceitos estatísticos) do que outros (como os potentes processadores de computadores pessoais), contribuíram para que o gerenciamento de risco feito pelo homem se tornasse cada vez mais sofisticado, podendo-se entender porque existe tamanha preocupação com o gerenciamento do risco de mercado feito por instituições financeiras hoje em dia.

Quanto à utilização de técnicas estatísticas para estimativa do *VAR*, pode-se dizer que algumas destas técnicas já existem há bastante tempo. Um destes modelos, conhecido como delta-normal, utiliza conceitos básicos da estatística, como, por exemplo, as distribuições normais, a parametrização de amostras, correlações etc. Estes conceitos já existem há algum tempo. Contudo, começaram a ter maior aplicação no mercado financeiro a partir do desenvolvimento de computadores com maior capacidade de processamento e que passaram a permitir, portanto, cálculos mais rápidos.

Dessa forma, não existe a intenção, neste trabalho, de apresentar conceitos estatísticos comumente utilizados em diversas áreas como sendo novos, mas sim de mostrar uma aplicação destes conceitos em um assunto que tem sido intensamente explorado nos últimos anos: o gerenciamento de risco de mercado em instituições financeiras. É neste contexto que surge o *VAR* e seus modelos para estimativa de risco de mercado.

4.1 Definição de VAR

Segundo JORION (1997) *VAR* consiste em uma estimativa da perda potencial máxima de uma carteira de investimentos, medida em valores monetários, por um determinado período de tempo e com um determinado nível de significância. Para esclarecer o conceito elaborou-se o exemplo a seguir:

Digamos que um investidor qualquer compre US$10.000.000,00 em ações da Embratel acreditando que o valor da ação deverá subir no período de um mês. Digamos ainda que este investidor queira saber antes da compra quanto poderia ser a perda potencial com a operação e que ele possua um software habilitado a fazer *este cálculo. Vamos supor que o investidor tenha digitado a operação desejada em seu computador e que a resposta do software tenha sido a seguinte: "este programa não pode prever o futuro com certeza, mas baseado em modelos estatísticos existe 95% de chance de que as ações estejam valendo pelo menos US$9.500.000,00 daqui a um mês". A resposta dada significa que a perda potencial máxima desta operação em um mês seria de US$500.000,00 em 95% dos casos.Esta estimativa é conhecida como o VAR da operação.*

A partir do exemplo, pode-se dizer que o *software* construiu uma distribuição de probabilidade do valor das ações após um mês do investimento utilizando algum modelo estatístico. Conclui-se então que após um mês da compra existe 95% de chance de que o valor de mercado das ações de Embratel seja maior ou igual a US$9.500.000,00.

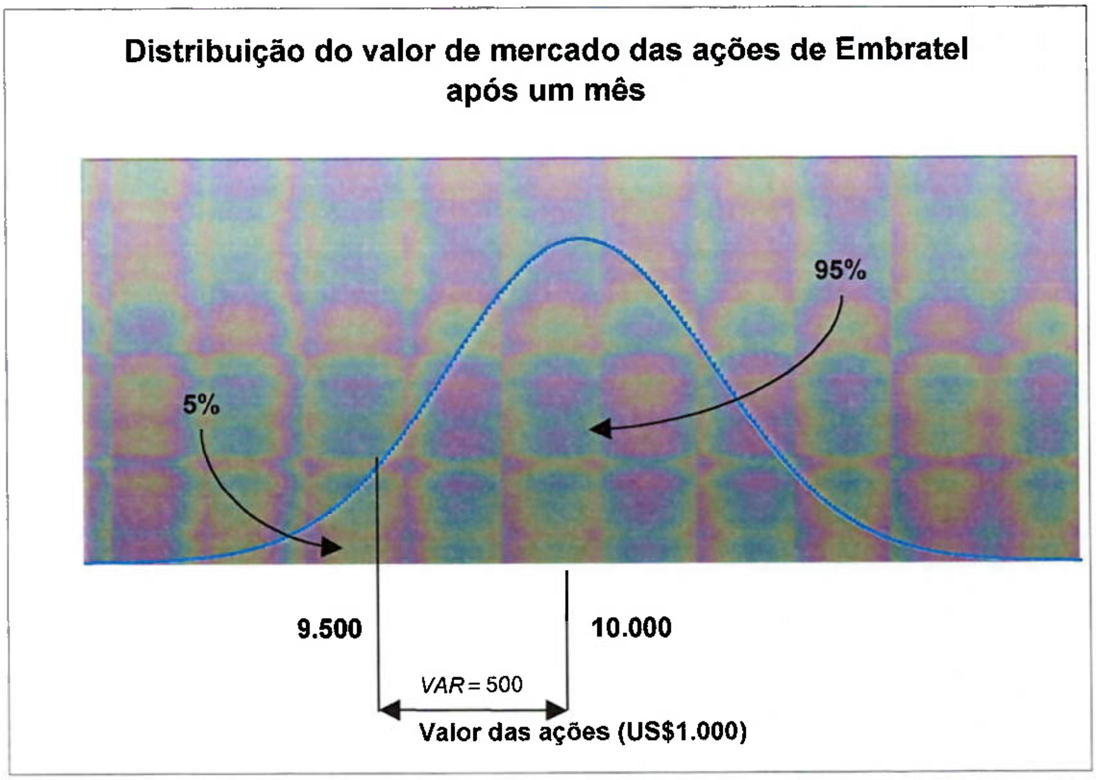

Figura 4.1: Distribuição do valor de mercado das ações de Embratel após um mês

Segundo NATENBERG (1994), a curva de distribuição de probabilidade do valor de mercado de uma carteira (no exemplo acima, a carteira foi composta exclusivamente por ações da Embratel) pode ser encontrada a partir da análise de fatores de risco que influenciam os preços destas carteiras como, por exemplo, taxas de juros, preços de ações, índices de inflação etc.

A partir desta análise, a qual pode ser realizada através do estudo de séries históricas do comportamento destes fatores de risco, levantam-se curvas de distribuição de probabilidade dos fatores e, em seguida, pode-se levantar a curva de distribuição de probabilidade do valor de mercado da carteira, encontrando-se o *VAR*.

Os fatores de risco, os quais são variáveis de mercado que influenciam o valor de carteiras de investimento podem ser, entre outros, taxas de juros determinadas pelo governo, taxas de câmbio, índices de ações como o IBOVESPA, preços de ações negociadas na Bolsa de Valores etc.

4.2 Marcação a mercado[8] de uma carteira de investimento

Como foi mostrado acima, o cálculo do *VAR* deve ser realizado a partir do valor de mercado da carteira de investimento avaliada. Para se determinar este valor, JORION (1997) utilizou a marcação a mercado, a qual também será utilizada neste trabalho.

A marcação a mercado consiste em utilizar preços do mercado para cotar cada produto que compõe a carteira. A partir desta cotação, multiplica-se a quantidade de unidades de cada produto pelo seu preço de mercado, somando-se então os totais obtidos para cada produto. A equação 4.1 sintetiza este conceito.

$$VC = \sum_{1}^{n} Qi * Si \qquad \text{(Equação 4.1)}$$

[8] Expressão utilizada no mercado financeiro e que se refere a preços de mercado de um ativo financeiro.

onde:

VC é o valor da carteira;

n é a quantidade de produtos que compões a carteira;

Q é quantidade do produto i na carteira;

S é o preço de mercado unitário do produto i.

A equação 4.1 pode ser aplicada para produtos financeiros cotados no mercado à vista e também para instrumentos de renda fixa ou produtos derivativos. No caso dos produtos à vista como ações, índices de ações e moedas estrangeiras, pode-se obter o valor do produto de interesse cotado no mercado e utilizá-lo diretamente na marcação a mercado para determinação do valor da carteira.

No entanto, quando se trata de produtos que dependem de outros fatores para terem seus valores determinados (caso de opções, futuros e produtos de renda fixa) deve-se utilizar algum modelo para obtenção de seus valores de mercado para então realizar a determinação do valor de mercado da carteira que possua estes produtos. Mostram-se a seguir alguns destes produtos e uma forma usual de cálculo do valor de mercado destes.

4.2.1 Valor de mercado de produtos de renda fixa

Segundo FORTUNA (1999), o valor de mercado de um produto de renda fixa como, por exemplo, um Título Público Federal pré-fixado pode ser obtido pela equação 4.2:

$$VP = \frac{VF}{(1+i)^t} \qquad \text{(Equação 4.2)}$$

onde:

VP é o valor presente do produto;

VF é o valor de resgate do produto no seu vencimento;

i é a taxa de juros esperada para o período;

t é o número de dias úteis para o vencimento do contrato.

Assim, o valor de mercado do ativo a ser utilizado na determinação do valor de mercado da carteira é *VP*.

4.2.2 Valor de mercado de contratos futuros

Segundo HULL (1995), o valor de mercado do contrato futuro de um determinado ativo pode ser determinada pela equação 4.3 abaixo.

$$F = S * e^{(R-y)*t} \qquad \text{(Equação 4.3)}$$

onde:

F é o valor de mercado do contrato futuro;

S é o valor de mercado do ativo em questão;

R é a taxa de juros de mercado;

y é a rentabilidade esperada do produto;

t é o número de dias para o vencimento do contrato.

Após a determinação de *F* pode-se então calcular o valor de mercado de uma carteira que contenha algum tipo de contrato futuro através da equação 4.1.

4.2.3 Valor de mercado de opções

Segundo BOOKSTABER (1987), o valor de mercado de uma opção pode ser considerado como sendo o valor de seu prêmio. BOOKSTABER (1987) considera que o modelo Black-Scholes, publicado em 1973, avalia adequadamente os prêmios de opções tanto de compra (*call*) quanto de venda (*put*) do tipo européia.

De acordo com este modelo, o prêmio C de uma opção de compra pode ser calculado através da expressão:

$$C = S * N(d_1) - X * e^{-R*t} * N(d_2) \qquad \text{(Equação 4.4)}$$

enquanto que o prêmio P de uma opção de venda pode ser calculado através da equação 4.5.

$$P = S * N(-d_1) + X * e^{-R*t} * N(-d_2) \qquad \text{(Equação 4.5)}$$

com:

$$d_1 = \frac{[\ln(S / X) + (R + 0{,}5 * \sigma^2) * t]}{\sigma * \sqrt{t}} \qquad \text{Equação 4.6)}$$

e

$$d_2 = d_1 - \sigma * \sqrt{t} \qquad \text{(Equação 4.7)}$$

onde:

C é o valor de mercado de uma opção de compra;

P é o valor de mercado de uma opção de venda;

S é o valor de mercado do ativo no mercado à vista;

X é o preço de exercício da opção;

i é o número de dias até o vencimento;

σ é a volatilidade percentual do preço do ativo objeto;

R é a taxa de juros de mercado;

N(d) é a função cumulativa normal.

Após a determinação do valor de mercado de uma opção de compra ou de venda pode-se utilizar este preço para o cálculo do valor de mercado da carteira que contenha opções.

4.3 Retornos diários

Segundo JORION (1997), as mudanças no valor de mercado de uma carteira de investimentos entre dois instantes de tempo são muito importantes para o cálculo do *VAR*. Através da análise destas mudanças é possível estimar a distribuição provável do valor desta carteira no futuro.

Para a realização desta análise, JORION (1997) utilizou o conceito de retornos diários através de séries históricas. O retorno é uma forma de se verificar a mudança no valor de uma carteira em um determinado período de tempo.

Para o cálculo do retorno de uma variável, JORION (1997) utilizou o conceito de retorno geométrico, dado pela equação 4.8.

$$r_l = \ln\left(\frac{V_t}{V_{t-1}}\right) \qquad \text{(Equação 4.8)}$$

onde:

R_l é o retorno geométrico da variável V;

V_t é o valor da variável no instante t;

V_{t-1} é valor da variável no instante t-1.

4.4 Volatilidade

Para o cálculo do *VAR* é necessário preverem-se os comportamentos dos fatores de risco que influem na formação do valor de mercado da carteira avaliada.

Para tanto, pode-se medir a variabilidade destes fatores, também conhecida como a volatilidade destes.

Segundo BOOKSTABER (1987), a volatilidade é uma forma de medir a incerteza com relação ao comportamento de uma variável. Quanto maior for a volatilidade de uma variável, maior a sua variabilidade e, conseqüentemente, maiores as incertezas com relação ao comportamento futuro desta.

HULL (1995) definiu alguns tipos de volatilidades utilizadas no mercado, dos quais mostram-se os seguintes:

- Volatilidade histórica: estimativa da volatilidade futura através da análise de uma série histórica com o comportamento dos preços do ativo cuja volatilidade se deseja avaliar.
- Volatilidade implícita: volatilidade referente às opções. Pode ser obtida através da utilização do valor de mercado do prêmio de uma opção qualquer. Aplicando-se o modelo Black-Scholes pode-se então encontrar o valor da volatilidade que gere um prêmio exatamente igual ao valor de mercado da opção em questão. Esta volatilidade é a volatilidade implícita.

BOOKSTABER (1987) definiu alguns métodos para o cálculo da volatilidade histórica, dois dos quais podem ser vistos a seguir.

4.4.1 Método da média móvel

Segundo BOOKSTABER (1987), a volatilidade de um ativo pode ser dita como uma medida do desvio-padrão dos retornos diários deste ativo. Assim, uma maneira de calcular a volatilidade é obtendo-se uma amostra de valores históricos de retornos diários deste ativo, os quais têm pesos iguais no cálculo da estimação da volatilidade. A equação 4.9 sintetiza este conceito.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} * \sum_{t=1}^{n} (\ln r_t - \bar{r})} \qquad \text{(Equação 4.9)}$$

onde:

σ é o desvio-padrão da amostra de retornos diários (estimação da volatilidade);

r_t é o valor de retorno histórico observado;

$\bar{r}$ é a média amostral dos retornos;

n é o tamanho da amostra.

Ainda segundo BOOKSTABER (1987), o tamanho da amostra utilizada influi no cálculo da volatilidade. Amostras muito grandes, apesar de ricas, tendem a ocultar tendências de mudança no valor da volatilidade. No entanto, segundo COSTA NETO (1977), tamanhos de amostras menores do que 30 não devem ser utilizadas para estimação de parâmetros.

4.4.2 Método de retornos diários com suavização exponencial

De acordo com BOOKSTABER (1987), diferentemente do método de estimação da volatilidade pelo método de retornos diários sem ponderação, a utilização da suavização exponencial atribui pesos diferentes aos retornos diários, sendo atribuídos pesos maiores aos retornos mais recentes. Com isso, é possível que se detecte mais rapidamente qualquer mudança nas condições de mercado.

Para a atribuição deste peso maior aos retornos mais recentes é utilizada uma variável conhecida como fator de decaimento (λ). A volatilidade em um instante t qualquer é obtida a partir de uma estimativa anterior de volatilidade em t-1. O cálculo da volatilidade em t é dado pela equação 4.10.

$$\sigma = \sqrt{\lambda * \sigma_{t-1}^2 + (1-\lambda) * (r_{t-1} - \bar{r})^2} \qquad \text{(Equação 4.10)}$$

onde:

σ é a estimativa da volatilidade no instante t;

σ_{t-1} é a estimativa da volatilidade no instante t-1;

λ é o fator de decaimento;

r_{t-1} é o valor de retorno histórico observado em t-1;

$\bar{r}$ é a média amostral dos retornos.

Segundo BOOKSTABER (1987), a grande vantagem deste método com relação ao método sem ponderação é que a suavização exponencial permite que a estimativa da volatilidade reaja mais rapidamente a mudanças bruscas do mercado, tornando esta estimativa mais próxima do valor real.

4.5 Correlação entre retornos de diferentes ativos

Outro conceito importante para o cálculo do VAR, de acordo com JORION (1997), é a correlação entre os retornos de diferentes ativos da carteira avaliada, a qual indica o grau de correlacionamento existente nas mudanças de preços destes ativos.

A correlação entre retornos de dois ativos x e y pode ser calculada, segundo COSTA NETO (1977), através da seguinte equação:

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_x * \sigma_y} \qquad \text{(Equação 4.11)}$$

sendo que:

$$\sigma_{xy}^2 = \sum_{i=1}^{n} [(x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})] / (n-1) \qquad \text{(Equação 4.12)}$$

onde:

ρ_{xy} é a correlação entre os retornos de x e y;

σ^2_{xy} é a covariância entre os valores de x e y;

σ_x é o desvio-padrão da distribuição de x;

σ_y é o desvio-padrão da distribuição de y;

x_i é o valor de x observado;

$\bar{x}$ é a média amostral de x;

y_i é o valor de y observado;

$\bar{y}$ é a média amostral de y;

n é o tamanho da amostra observada.

5 - MODELOS ESTATÍSTICOS PARA O CÁLCULO DO *VAR*

Apresentados alguns conceitos relevantes para o entendimento do *VAR*, pode-se agora mostrar dois modelos para seu cálculo, os quais estão neste capítulo.

Segundo JORION (1997), os modelos para cálculo podem ser classificados em dois grupos. O primeiro grupo é o de avaliação local da carteira de investimento, que inclui o modelo delta-normal e o segundo grupo é o de avaliação plena da carteira, que inclui o modelo de simulação de Monte Carlo. Dessa forma, explica-se um modelo de cada tipo, comparando-se posteriormente as duas abordagens.

A diferença entre as classificações está no tamanho do intervalo em que se comportam adequadamente. A avaliação local comporta-se bem localmente, isto é, é eficiente quando os fatores de risco apresentam pequenas variações. Já a avaliação plena comporta-se de forma mais adequada que os modelos de avaliação local quando se consideram variações mais expressivas nos fatores de risco.

5.1 Modelo Delta-Normal

5.1.1 Distribuição normal

Primeiramente, para a utilização deste modelo deve ser feita a suposição, segundo documento técnico do banco J.P. Morgan e da agência Reuters (1996), de que a distribuição dos retornos dos fatores de risco se aproxima de uma distribuição normal, sendo μ e σ a média e o desvio-padrão desta distribuição.

Segundo MEYER (1969), este tipo de distribuição é utilizado quando as variáveis em questão são consideradas aleatórias. A função de densidade de probabilidade de uma distribuição normal é dada pela seguinte expressão:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} * e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} \qquad \text{(Equação 5.1)}$$

com $-\infty < x < \infty$, onde:

f(x) é a função de densidade de probabilidade de x;

x é a variável observada;

μ é a média da distribuição;

σ é o desvio-padrão da distribuição.

A função f(x) indica a probabilidade de um intervalo infinitesimal em torno de x conter a variável aleatória.

Considerando-se que a variável aleatória seja o retorno de um dos fatores de risco e que as perdas potenciais geradas por estes fatores de risco encontram-se na parte da curva de distribuição dos retornos em que estes são negativos, deve-se então determinar um nível de significância desejado, a partir do que se tem a seguinte expressão:

$$PROB(r_i < r < \infty) = 1 - \alpha \qquad \text{(Equação 5.2)}$$

onde:

α é o nível de significância desejado;

r_i é o menor retorno esperado dado um nível de significância α;

r é um retorno aleatório.

Supondo-se arbitrariamente um nível de significância α igual a 5%, por exemplo, deve-se então estimar o valor do menor retorno esperado r_i e, a partir disto, pode-se dizer que a probabilidade de um retorno r qualquer ser menor do que r_i é igual a 5%.

Segundo COSTA NETO (1977), conhecendo-se os valores dos parâmetros μ e σ, pode-se determinar o valor de r_i utilizando-se o conceito de normal reduzida, a qual é uma particularização de uma distribuição normal com média igual a zero e desvio-padrão igual a um.

De acordo com COSTA NETO (1977), determinando-se α pode-se encontrar um valor correspondente de z_0 (variável na distribuição normal reduzida) e a partir daí usa-se a seguinte a relação:

$$r_i = z_0 * \sigma + \mu \qquad \text{(Equação 5.3)}$$

sendo que a relação entre as distribuições de z e x é a seguinte:

$$\text{PROB}(z_0 < z < 0) = \text{PROB}(r_i < r < \mu)$$

Na prática, pode-se adotar um valor fixo de α, o qual arbitrariamente será 5% neste trabalho. Com isto, encontra-se o valor de z_0 que corresponde a este nível de significância segundo COSTA NETO (1977), o qual é igual a –1,645. Assim, tem-se a seguinte equação:

$$r_i = -1{,}645 * \sigma + \mu \qquad \text{(Equação 5.4)}$$

De acordo com documento técnico do banco J.P. Morgan e da agência Reuters (1996), o parâmetro μ pode ser desprezado quando se fala na média dos retornos. Com isso, a equação 5.4 fica:

$$r_i = -1{,}645 * \sigma \qquad \text{(Equação 5.5)}$$

5.1.2 Conceito de delta

Para facilitar o entendimento do conceito de delta utilizado neste modelo para o cálculo do *VAR* explica-se antes o conceito de variação do valor de mercado em opções. A partir da fórmula de precificação de opções de Black-Scholes, HULL (1995) definiu que a variação no valor de mercado P de uma opção pode ser aproximada pela soma das derivadas parciais da fórmula com relação a cada uma dos parâmetros de cálculo do prêmio P (preço do ativo objeto, volatilidade, taxa de juros livre de risco, tempo para o vencimento e preço de exercício no vencimento), através da seguinte equação:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial S} dS + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 P}{\partial S^2} dS^2 + \frac{\partial P}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial P}{\partial R} dR + \frac{\partial P}{\partial t} dt \qquad \text{(Equação 5.6)}$$

onde:

P é o prêmio da opção;

S é o preço do ativo objeto;

σ é a volatilidade do ativo objeto;

R é a taxa de juros de mercado;

T é o tempo até o vencimento.

Cada parcela da equação acima nos permite avaliar quanto mudaria o preço de uma opção dada uma mudança em cada um dos parâmetros.

De acordo com HULL (1995), o fator de risco mais significativo na determinação do valor de mercado de uma opção é uma mudança no preço do ativo-objeto (S). O impacto desta mudança pode ser calculado como sendo a primeira derivada da fórmula de Black-Scholes com relação a S. Esta derivada é conhecida como o delta da opção. Assim, tem-se que:

$$\Delta = \frac{\partial P}{\partial S} \qquad \text{(Equação 5.7)}$$

onde:

Δ é o delta da opção.

Segundo HULL (1995), o delta de uma opção deve sempre variar entre –1 e +1 continuamente, sendo que este parâmetro indica que possuir uma opção significa o mesmo que possuir uma fração do ativo objeto desta opção, fração esta que equivale ao valor do delta.

Assim, quando o delta de uma opção é igual a +1, isto equivale ao mesmo que uma posição comprada no ativo objeto relacionado. Analogamente, quando o delta é igual a –1, isto equivale ao mesmo que uma posição vendida no ativo objeto relacionado. Ainda, quando o delta de uma opção é +0,5, isto equivale a dizer que a posição comprada em duas opções é equivalente a uma posição comprada no ativo objeto. Esta propriedade permite que um operador possa avaliar sua exposição a um determinado ativo. Vale dizer que o delta de um ativo objeto é sempre igual a +1, uma vez que seu valor de mercado é dado diretamente pelo seu preço no mercado.

De acordo com HULL (1995), os deltas são aditivos, permitindo que os operadores possam controlar o risco relacionado à variação do preço de um ativo através do delta total da carteira analisada da seguinte forma. Delta igual a zero significa nenhuma variação no valor da carteira dada uma pequena variação no valor do ativo objeto. Assim:

$$\Delta Carteira = \sum_{i=1}^{n} q_i \Delta_i \qquad \text{(Equação 5.8)}$$

onde:

Δcarteira é o delta total da carteira;

q é a quantidade de contratos do tipo i na carteira;

Δ é o delta de contratos do tipo i na carteira.

5.1.3 Cálculo do *VAR* para um ativo

Apresentada esta explicação acerca do delta na precificação de derivativos, pode-se agora apresentar a equação para cálculo do *VAR* de um dia de um ativo pelo modelo delta-normal segundo JORION (1997).

$$VAR = \frac{\partial P}{\partial S} \Delta S \qquad \text{(Equação 5.9)}$$

onde:

$\frac{\partial P}{\partial S}$ ou Δ é o delta do ativo;

ΔS é a variação no preço do ativo sobre o qual calcula-se o *VAR* em um dia;

O *VAR* foi definido para um dia por ser este o horizonte de tempo utilizado no banco para gerenciamento do risco, uma vez que a composição da carteira do banco muda diariamente.

Sabe-se também que a variação no preço do ativo em um dia pode ser encontrada a partir do seu retorno, assim:

$$\Delta S = S * r_i \qquad \text{(Equação 5.10)}$$

onde:

S é o preço do ativo;

r_i é o retorno do ativo em um dia.

Como foi feita a suposição de que a distribuição dos retornos aproxima-se de uma distribuição normal, tem-se que r_i pode ser substituído por:

$$r_i = -1.645 * \sigma \qquad \text{(Equação 5.11)}$$

quando o nível de significância é igual a 5%. Assim, substituindo 5.10 e 5.11 em 5.9, chega-se ao *VAR* para um ativo qualquer com horizonte de um dia:

$$VAR = -1.645 * \sigma * S * \Delta \qquad \text{(Equação 5.12)}$$

ao nível de significância de 5%.

5.1.4 Cálculo do *VAR* total da carteira

A equação 5.12 sintetiza o cálculo do *VAR* pelo modelo delta-normal para um único ativo. Pode-se agora mostrar a maneira como se calcula o *VAR* total de uma carteira através da utilização desta abordagem.

Para a realização do cálculo do *VAR* total de uma carteira não se pode simplesmente somar algebricamente os *VARs* relacionados a cada ativo. Segundo documento técnico do banco J.P. Morgan e da agência Reuters (1996), o risco global deve levar em conta as correlações entre os retornos dos fatores de risco que influenciam o valor de cada um dos ativos que compõem a carteira.

Quando se definiu *VAR*, foi dito que seu cálculo considera a perda devido ao movimento adverso dos fatores de risco que formam seus valores de mercado. Contudo, NATENBERG (1994) considera que a probabilidade de que ocorram movimentos adversos em todos os fatores de mercado causando prejuízo relacionado a todos os ativos da carteira ao mesmo tempo é pequena (esta probabilidade é menor quanto maior for a diversidade de ativos na carteira).

Assim, pode-se dizer que o *VAR* total de uma carteira deve levar em consideração a correlação existente entre cada ativo da carteira. Segundo JORION

(1997), uma maneira de realizar seu cálculo é através do cálculo do *VAR* incremental (que é o *VAR* relacionado a cada ativo) de cada um dos ativos da carteira e da utilização da correlação existente para o comportamento de cada ativo. De posse destes valores, tem-se que o *VAR* global é dado, segundo documento técnico do banco J.P. Morgan e da agência Reuters (1996), por:

$$(VAR_{carteira})^2 = VAR^T * \Sigma * VAR \qquad \text{(Equação 5.13)}$$

onde:

$$VAR = \begin{bmatrix} VAR_1 \\ VAR_2 \\ \vdots \\ VAR_n \end{bmatrix}$$

é a matriz formada pelos *VARs* de cada ativo.

VAR^T é a matriz *VAR* transposta e

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \cdots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & 1 & \cdots & \rho_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n,1} & \rho_{n,2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

é a matriz formada pelas correlações entre os retornos dos ativos da carteira, sendo que

$$\rho_{m,n} = \rho_{n,m} \qquad \text{(Equação 5.14)}$$

corresponde à correlação entre os ativos m e n.

5.1.5 Aplicação prática

Neste item será mostrado como pode ser calculado o VAR utilizando-se o modelo delta-normal. O exemplo considera uma carteira com produtos de investimento reais e informações obtidas na Bolsa de Valores de São Paulo.

Supõe-se uma carteira contendo os seguintes produtos no dia 11/01/2001:

Produto	Petrobrás PN	Opção de compra (*call*) de Globocabo PN
Símbolo	PETR4	PLIML6
Quantidade	25.000	-10.000.000
Preço	50,90	0,10
Valor de mercado	1.272.500	-1.000.000
Preço de exercício	-	0,60
Data de vencimento	-	19/11/01
Dias úteis até vencimento	-	10
Taxa de juros diária	0,0691%	

Tabela 5.1: Composição da carteira para aplicação prática do modelo Delta-Normal.

Para o cálculo do *VAR* total da carteira é necessário realizar o cálculo do *VAR* relacionado a cada ativo, no caso Petrobrás PN e Globocabo PN. Para tanto, deve-se conhecer a volatilidade relacionada a cada ativo, bem como o delta de cada posição.

Para o cálculo da volatilidade será usado o método de retornos diários com suavização exponencial visto no capítulo 4. Assim, tem-se:

Ativo	Volatilidade estimada
Petrobrás PN	22,45%
Globocabo PN	18,13%

Tabela 5.2: Volatilidade dos ativos

Quanto ao delta de cada posição, pode-se dizer que ele vale 1 para a posição comprada em ações da Petrobrás PN, uma vez que seu valor de mercado é igual à sua cotação no mercado. Já para o cálculo do delta da opção de compra de Globocabo PN, deve-se utilizar a derivada de primeira ordem da fórmula de Black-Scholes com relação ao preço dos ativos de interesse. Deve-se conhecer a taxa de juros diária, bem como o número de dias até o vencimento para a realização deste cálculo. Com isso, tem-se o seguinte:

$$\Delta_{PLIM4} = 0{,}977 \qquad \text{(Equação 5.15)}$$

Dessa forma, pode-se calcular agora o *VAR* de um dia relativo a cada ativo com nível de significância igual a 5% utilizando-se a equação 5.12:

$$VAR_{PETR4} = -1{,}645 * 1.272.250{,}00 * 1 * 0{,}2245 = -469.937{,}43$$

$$VAR_{PLIM4} = -1{,}645 * -1.000.000{,}00 * 0{,}977 * 0{,}1813 = 291.453{,}56$$

Em seguida, para que se possa calcular o VAR total da carteira é necessário também calcular a correlação existente entre os retornos diários de cada ativo. Assim, utilizando-se a equação 4.8 chega-se ao seguinte valor:

$$\rho_{PETR4,PLIM4} = 72{,}4\% \qquad \text{(Equação 5.16)}$$

Com isso, pode-se calcular o VAR total da carteira realizando-se a multiplicação matricial mostrada na equação 5.13:

$$VAR_{carteira} = R\$234.351{,}44$$

5.2 Modelo de Simulação de Monte Carlo

Neste item será abordado um modelo para o cálculo do *VAR* através de simulações de Monte Carlo.

Primeiramente, será apresentada uma discussão relativa às suposições feitas para a utilização do modelo delta-normal. Na seqüência, será explicado o conceito de estimativa do *VAR* por simulações de Monte Carlo, seguido por um método para realização de simulações de variações nos fatores de risco. Por fim, será explicado como simular variações no valor de mercado de uma carteira e também uma aplicação prática do modelo que mostre os conceitos apresentados.

Como já foi definido anteriormente, *VAR* consiste em uma estimativa da perda potencial do valor de uma carteira devido a oscilações dos fatores de risco dado um determinado horizonte e um certo nível de significância.

No item anterior foi apresentado o modelo delta-normal para o cálculo do *VAR* total de uma carteira. Contudo, este modelo leva em consideração algumas suposições para seu cálculo, o que faz com que este apresente vantagens e desvantagens com relação ao modelo de simulações de Monte Carlo.

Segundo PICOULT (1997) e JORION (1997) duas das suposições feitas pelo modelo delta-normal tornam este modelo algumas vezes inadequados. São elas:

- A distribuição dos retornos dos fatores de risco pode ser aproximada por uma distribuição normal;
- Os efeitos das variações dos fatores de risco sobre os retornos do valor da carteira podem ser explicados por uma função linear.

Com isso, mostra-se um modelo que consiga capturar mais adequadamente os efeitos da não-linearidade e não-normalidade na variação dos valores de mercado dos produtos.

5.2.1 Efeitos da não linearidade e não-normalidade dos produtos

Já foi visto até aqui que no cálculo do *VAR* de uma carteira procura-se encontrar a distribuição da variação do valor financeiro da carteira. Para tanto, pode-se fazer uma análise de séries históricas. Como no caso de uma carteira em específico que se modifica diariamente não existe uma série histórica que possa ser analisada, o que se faz é realizar a análise dos movimentos históricos dos fatores de risco que formam seu valor de mercado.

Com esta análise, pode-se então montar uma estimativa da distribuição de probabilidade dos movimentos dos fatores de risco, os quais poderão ser utilizados para montar a distribuição dos possíveis retornos da carteira em análise.

No modelo delta-normal, a transformação das variações dos fatores de risco em variações do valor de mercado da carteira analisada é feita através de uma aproximação por delta da seguinte maneira:

$$\Delta VC = \frac{\partial VC}{\partial S} * \Delta S \qquad \text{(Equação 5.17)}$$

onde:

ΔVC é a variação do valor da carteira;

S é a variação no valor dos ativos;

$\frac{\partial VC}{\partial S}$ é a sensibilidade da variação no valor da carteira com relação à variação infinitesimal de S, conhecido também como delta.

A equação 5.17 é apenas uma aproximação da variação no valor da carteira levando-se em conta apenas os deltas e considerando que os retornos decorrentes de variações nos fatores de risco se distribuem normalmente. Para contratos do tipo linear, como é o caso de ações, taxas de câmbio, índices de ações, *commodities* como ouro e prata etc, cuja variação no valor de mercado deve-se exclusivamente a uma variação no seu preço de mercado o delta é suficiente para explicar a variação no valor de mercado de toda a carteira.

Contudo, para contratos não-lineares, como é o caso dos derivativos como as opções e os futuros, cuja variação no valor de mercado depende de mais de um fator de risco (como, por exemplo, o preço do ativo objeto ou a taxa de juros do mercado), a utilização do delta é apenas uma aproximação, já que outros fatores além do preço do ativo objeto foram desprezados.

Segundo PICOULT (1997) e JORION (1997), a aproximação por delta é boa para contratos não-lineares quando as variações nos fatores de risco são pequenas. No entanto, esta aproximação deixa de ser tão eficiente conforme aumentam as variações nos fatores de risco. Assim, o cálculo do *VAR* pode ser distorcido em caso de grandes variações quando este é estimado através do modelo delta-normal, podendo levar a grandes erros quando da realização desta estimativa.

Segundo SHAW (1997), outra complicação existente na estimativa do *VAR* de carteiras que possuem muitos contratos não-lineares decorre da utilização de uma multiplicação matricial (equação 5.13) que leva em conta as correlações entre os retornos dos fatores de risco. De acordo com SHAW (1997), esta multiplicação matricial só deveria ser feita para carteiras contendo apenas contratos lineares, podendo causar erros na estimativa do *VAR* através do método delta-normal quando houver contratos não-lineares na carteira.

Desta forma, PICOULT (1997), SHAW (1997) e JORION (1997) consideraram o modelo de simulações de Monte Carlo como uma forma alternativa para o cálculo do *VAR* que captura de forma mais apropriada os efeitos da não-linearidade e não-normalidade de contratos que compõem uma determinada carteira de investimentos, sendo que as vantagens e desvantagens da utilização deste modelo serão apresentadas e discutidas no capítulo 6.

Poder-se-ia fazer aqui uma explicação mais aprofundada dos efeitos da não-linearidade e da não-normalidade na estimativa do VAR. Contudo, este trabalho possui maior foco na aplicação e comparação dos modelos, justificando o enfoque mais superficial decorrente destes efeitos.

5.2.2 A utilização de simulações de Monte Carlo

Explica-se agora em que consiste o modelo de simulações de Monte Carlo e como este funciona em linhas gerais. É importante salientar que não cabe neste trabalho discutir o porquê deste modelo funcionar, mas apenas apresentar como este modelo funciona, possibilitando a comparação deste com o modelo delta-normal.

Este modelo para a estimativa do *VAR* utiliza simulações aleatórias de variações dos fatores de risco para um determinado horizonte de tempo para posteriormente simular variações também aleatórias no valor da carteira do banco. A partir da simulação de uma série de amostras pode-se construir uma curva de distribuição da variação no valor de mercado da carteira. Assim, dado um nível de significância desejado pode-se então estimar o *VAR* total da carteira.

Segundo PICOULT (1997), o valor de mercado de cada produto que compõe uma carteira de investimento muda em função da influência dos fatores de risco. Assim, os fatores de risco são responsáveis por eventuais quedas no valor de mercado destes produtos. Para estimar o *VAR* total de uma carteira segundo o modelo de simulações de Monte Carlo deve-se então simular as variações nos fatores de risco como preços de ações, índices de ações, taxas de juros, taxas de câmbios etc. e em seguida simular as oscilações no valor de mercado da carteira resultantes das variações nos fatores de risco.

Através da realização de um número grande de simulações pode-se obter um grande número de possíveis variações no valor de mercado da carteira, possibilitando a construção de um histograma contendo a distribuição destas variações simuladas. A partir de um nível de significância desejado pode-se então estimar a maior perda potencial de valor da carteira devido às variações dos fatores de risco, isto é, o VAR.

5.2.3 Simulação das variações dos fatores de risco

Neste item será mostrada uma discussão a respeito de simulação de variações nos fatores de risco e será apresentado também um modelo para a simulação destas variações. Em seguida, será mostrado como utilizar este modelo para simular variações de um fator de risco e de dois fatores de risco.

PICOULT (1997) e JORION (1997) utilizaram duas maneiras distintas de para simular as variações dos fatores de risco. Uma delas é a simulação histórica, utilizada por PICOULT (1997), em que cada valor encontrado é composto pelas variações reais observadas no passado para os fatores de risco de um dia a outro.

A outra forma é através de uma simulação estatística paramétrica, utilizada por JORION (1997), em que as variações dos fatores de risco podem ser simuladas supondo-se que seguem uma distribuição normal, sendo que é feita a hipótese de que as correlações e volatilidades mantêm-se constantes durante o horizonte de tempo em que se deseja calcular o *VAR*.

De acordo com PICOULT (1997), a simulação histórica apresenta a vantagem de que não são feitas suposições quanto à distribuição de probabilidade das variações dos fatores de risco nem quanto à constância das correlações e volatilidades no tempo.

Entretanto, sua desvantagem reside no fato de que são necessárias amostras inconvenientemente grandes para que se façam as simulações. O fato de estas amostras serem muito grandes faz com que sejam também muito antigas. Uma amostra de tamanho 500, por exemplo, conteria dados de 500 dias úteis passados, o que representaria dois anos se forem considerados uma média de 250 dias úteis por ano. Como conseqüência disso, estes dados possivelmente não representariam a realidade do mercado em que se deseja estimar o *VAR*.

Por isso, neste trabalho as variações dos fatores de risco serão simuladas supondo-se que seguem uma distribuição normal, ou seja, será realizada segundo uma simulação estatística paramétrica.

Supondo-se uma carteira composta por várias posições em diversos contratos que apresentam diferentes características e que o valor de mercado desta carteira varie em função de uma série de N fatores de risco. Com isso, é necessário realizar a simulação de N volatilidades e de N * (N - 1) / 2 correlações.

JORION (1997) realizou então uma simulação dos N fatores de risco (X_j) através da decomposição de Cholesky[9] da matriz de variância-covariância (será mostrada em seguida) composta pelas N volatilidade e N * (N - 1) / 2 covariâncias somente nos casos em que esta matriz era positiva e definida.

[9] A explicação deste conceito encontra-se no anexo I.1

Diz-se que uma matriz V, N x N, é positiva e definida e que, portanto, pode ser decomposta por Cholesky quando se puder encontrar uma matriz C, N x N, tal que a matriz $C^*V^*C^{-1}$, N x N, tenha todos os elementos de sua diagonal positivos.

5.2.3.1 Simulação das variações dos fatores de risco por Cholesky

Mostra-se agora um processo para realizar a simulação dos fatores de risco através da decomposição por Cholesky passo-a-passo.

1. Construção da matriz V, N x N, de variância-covariância.

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2\rho_{1,2} & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_1\sigma_n\rho_{1,n} \\ \sigma_1\sigma_2\rho_{1,2} & \sigma_2^2 & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_2\sigma_n\rho_{2,n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_i\sigma_j\rho_{i,j} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \sigma_i\sigma_j\rho_{i,j} & \sigma_i^2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_{n-1}\sigma_n\rho_{n-1,n} \\ \sigma_1\sigma_n\rho_{1,n} & \sigma_2\sigma_n\rho_{2,n} & \cdot & \cdot & \sigma_{n-1}\sigma_n\rho_{n-1,n} & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad \text{(Equação 5.18)}$$

onde:

σ_i é a volatilidade (desvio-padrão) da variação dos retornos diários do fator de risco ΔX_i;

$\rho_{i,j}$ é a correlação entre as variações diárias dos fatores de risco X_i e X_j.

2. Realização de decomposição por Cholesky para construção da matriz diagonal inferior A, N x N, a partir de V.

$A^*A^T = V$, sendo que A^T é a matriz transposta de A e $A_{i,j}$ é igual a zero quando $j > i$.

$$A * A^T = \begin{bmatrix} A_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n,1} & A_{n,2} & \cdots & A_{n,n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{2,1} & \cdots & A_{n,1} \\ 0 & A_{2,2} & \cdots & A_{n,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{n,n} \end{bmatrix} = V \qquad \text{(Equação 5.19)}$$

3. Uso da matriz A encontrada para realização da transformação linear de um conjunto de N números aleatórios independentes normalmente distribuídos (Z_i) em um conjunto de variações correlacionadas dos fatores de risco (ΔX_i). Supondo que a média das variações seja igual a zero, pode-se dizer que a transformação linear é obtida através do seguinte produto matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & 0 & \cdots & 0 \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n,1} & A_{n,2} & \cdots & A_{n,n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_n \end{bmatrix} \qquad \text{(Equação 5.20)}$$

5.2.3.2 Simulação das variações de um fator de risco

Supondo-se inicialmente que as variações das taxas de mercado de um único fator de risco X possam ser aproximadas por uma distribuição normal, sua simulação pode ser feita a partir da equação 5.20:

$$\Delta X = \overline{\Delta X} + \sigma * Z \qquad \text{(Equação 5.21)}$$

onde:

$\overline{\Delta X}$ é a média histórica da variação diária do fator de risco X;

Z é um número aleatório que segue a distribuição normal reduzida.

A consideração de um fator de risco representa o mais simples caso de utilização da decomposição por Cholesky, quando a multiplicação matricial da equação 5.20 resulta na equação 5.21.

Assumindo que a média das variações seja igual a zero, tem-se que:

$$\Delta X = \sigma * Z \qquad \text{(Equação 5.22)}$$

5.2.3.3 Simulação das variações de dois fatores de risco

Supondo-se agora que existissem dois fatores de risco, o processo de simulação das variações dos fatores dos fatores de risco por Cholesky poderia ser efetuado da seguinte maneira:

Primeiramente, deve-se montar a matriz V, 2 x 2, de variância-covariância, segundo a equação 5.18:

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1 \sigma_2 \rho_{1,2} \\ \sigma_1 \sigma_2 \rho_{1,2} & \sigma_2^2 \end{bmatrix} \qquad \text{(Equação 5.23)}$$

Em seguida, deve-se encontrar a matriz através da decomposição por Cholesky, tal que:

$$A * A^T = \begin{bmatrix} A_{1,1} & 0 \\ A_{2,1} & A_{2,2} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{2,1} \\ 0 & A_{2,2} \end{bmatrix} = V \qquad \text{(Equação 5.24)}$$

Com isso, encontra-se a matriz A igual a:

$$A = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ \sigma_2 \rho_{1,2} & \sigma_2 \sqrt{1 - \rho_{1,2}^2} \end{bmatrix} \qquad \text{(Equação 5.25)}$$

Em seguida, deve-se realizar a transformação linear segunda a equação 5.20, de forma que se obtenham as seguintes expressões:

$$\Delta X_1 = \sigma_1 * Z_1 \qquad \text{(Equação 5.26)}$$

$$\Delta X_2 = \sigma_2 * \rho_{1,2} * Z_1 + \sigma_2 * \sqrt{1-\rho_{1,2}^2} * Z_2 \qquad \text{(Equação 5.27)}$$

Nota-se que no caso em que a correlação entre os retornos das variações dos fatores de risco é igual a zero a equação 5.26 não se altera. Contudo, a equação 5.27 ficaria reduzida a:

$$\Delta X_2 = \sigma_2 * Z_2 \qquad \text{(Equação 5.28)}$$

Vale ressaltar que a decomposição da matriz de variância-covariância V por Cholesky só pode ser feita quando esta for positiva definida, caso contrário este processo de simulação poderá incorrer em erros e distorções no cálculo do *VAR*.

A realização de simulação das variações contendo N fatores de risco pode ser feita de forma análoga à mostrada neste item, seguindo-se o processo mostrado em 5.2.3.1.

5.2.4 Simulação de variações no valor da carteira

Após realizar-se simulações nas variações dos fatores de risco que influenciam no valor de mercado da carteira, pode-se agora simular as variações do valor de mercado desta carteira.

Para tanto, JORION (1997) propôs a reavaliação do valor de mercado dos contratos para cada simulação das variações nos fatores de risco, procedimento que será adotado neste trabalho.

Contudo, pode-se dizer que a adoção deste procedimento requer uma capacidade grande de processamento para calcular as reavaliações no valor de cada contrato da carteira.

Vamos supor que um banco possua 1.000 contratos diferentes em sua carteira os quais estejam sujeitos a apenas um fator de risco. Para estimar o *VAR* desta carteira através de 10.000 simulações das variações deste fator, por exemplo, será necessário realizar a reavaliação de cada um dos contratos 10.000, o que leva à conclusão de que serão necessários 1.000 contratos x 10.000 simulações = 10.000.000 de reavaliações.

Apesar disso, pode-se adiantar[10] agora que o banco possui capacidade de processamento para realizar os cálculos de reavaliação dos contratos de sua carteira, o que nos permite manter este modelo como candidato a ser utilizado pela empresa.

5.2.5 Aplicação prática

Neste item será mostrado como pode ser calculado o VAR de uma carteira, utilizando-se o modelo de simulações de Monte Carlo, com produtos de investimento reais e informações obtidas na Bolsa de Valores de São Paulo.

Esta aplicação prática tem como objetivo facilitar o entendimento do modelo explicado, clarificando dúvidas que eventualmente não tenham sido dirimidas através das teorias e conceitos mostrados.

Supõe-se uma carteira contendo os seguintes produtos e seus respectivos preços de fechamento no dia 11/01/2001:

Produto	Petrobrás PN	Globocabo PN	Embraer
Símbolo	PETR4	PLIM4	EMBR4
Quantidade na carteira	15.000	250.000	-75.000
Preço da ação em 11/01/2001	50,90	0,66	12,05
Valor de mercado do contrato	763.500	165.000	-903.750

Tabela 5.3: Composição da carteira para aplicação de simulações de Monte Carlo (Preço e valor de mercado em R$)

Para o cálculo do VAR através do modelo de simulações de Monte Carlo é necessário que se obtenham alguns dados, tais como a volatilidade dos retornos diários dos valores das ações que compõem a carteira e a correlação entre os retornos desses valores. Esses valores serão utilizados na construção da matriz V de variância-covariância.

[10] As discussões sobre viabilidade técnica serão mostradas no capítulo 7.

Para o cálculo das volatilidades, utiliza-se o método de retornos diários com suavização exponencial mostrado no capítulo 4. Dessa forma, encontram-se os seguintes valores de volatilidade:

Produto	Petrobrás PN	Globocabo PN	Embraer
Símbolo	PETR4	PLIM4	EMBR4
Volatilidade	8,37%	18,35%	11,39%

Tabela 5.4: Volatilidades dos ativos da carteira.

Para o cálculo das correlações existentes entre os retornos dos valores de cada ação será usada a equação 4.11 mostrada anteriormente. Através deste cálculo, tem-se que as correlações entre estes retornos são:

Parâmetro	Embraer
Correlação entre PETR4 e PLIM4	95,30%
Correlação entre PETR4 e EMBR4	92,19%
Correlação entre PLIM4 e EMBR4	96,07%

Tabela 5.5: Correlações entre os ativos da carteira

A partir das informações de mercado e dos cálculos já realizados, pode-se agora efetuar o processo de simulação das variações dos fatores de risco por Cholesky. Primeiramente, deve-se montar a matriz V, 3 x 3, de variância-covariância, com base na equação 5.18. Assim:

$$V = \begin{bmatrix} 0{,}0069998 & 0{,}0146298 & 0{,}0087847 \\ 0{,}0146298 & 0{,}0336669 & 0{,}0200762 \\ 0{,}0087847 & 0{,}0200762 & 0{,}0129726 \end{bmatrix}$$

Em seguida, pode-se realizar a decomposição por Cholesky da matriz V obtendo-se a matriz triangular inferior A.

$$A = \begin{bmatrix} 0,0836646 & 0 & 0 \\ 0,1748629 & 0,1633008 & 0 \\ 0,1049991 & 0,0105065 & 0,0428649 \end{bmatrix}$$

A partir da matriz A acima e da geração de números aleatórios Z_1, Z_2, Z_3, pode-se realizar a simulação de variações nos preços de cada ativo que compõe a carteira.

A geração dos números aleatórios pode ser feita utilizando-se o inverso da distribuição normal reduzida. Neste caso, utilizou-se uma função do aplicativo Excel que gera números aleatórios homogeneamente entre 0 e 1. Em seguida, utilizou-se a função INVNORM para calcular o inverso da distribuição normal reduzida para um valor entre 0 e 1, gerando-se assim, 10.000 valores para cada uma das variáveis Z_1, Z_2, Z_3. Assim, chegou-se à seguinte tabela de números aleatórios:

Simulação	Z1	Z2	Z3
1	0,670402187	-0,881493634	0,322415872
2	1,924800017	0,829188593	0,376780918
3	-1,744974725	1,330715804	-0,834888851
4	-0,267430096	-0,59478225	0,677080152
5	-1,211078597	-0,466135361	-0,192690095
6	1,658895599	-0,764932793	-2,577253326
7	-0,187592377	-2,320339263	-2,431970643
...	...	...	...
10000	0,077552613	-0,643144631	-0,50229346

Tabela 5.6: Geração de números aleatórios.

A partir da geração de números aleatórios pode-se então realizar a simulação de variações nos preços das ações de Petrobrás PN, Globocabo PN e Embraer PN. Estas simulações devem ser feitas segundo a relação a seguir:

$$\begin{bmatrix} \Delta S_{PETR4} \\ \Delta S_{PLIM4} \\ \Delta S_{EMBR4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0836646 & 0 & 0 \\ 0,1748629 & 0,1633008 & 0 \\ 0,1049991 & 0,0105065 & 0,0428649 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{bmatrix}$$

Obtêm-se então as variações nos preços dos ativos:

Simulação	PETR4	PLIM4	EMBR4
1	5,609%	-2,672%	7,495%
2	16,104%	47,198%	22,696%
3	-14,599%	-8,782%	-20,503%
4	-2,237%	-14,389%	-0,531%
5	-10,132%	-28,789%	-14,032%
6	13,879%	16,517%	5,567%
7	-1,569%	-41,172%	-14,832%
10000	0,649%	-9,146%	-2,014%

Tabela 5.7: Simulações das variações nos valores dos preços dos ativos.

A partir dos valores encontrados ao fechamento do mercado no dia 11/01/2001 para os preços das ações de Petrobrás PN, Globocabo PN e Embraer PN, pode-se transformar as variações simuladas em preços simulados para o fechamento do dia seguinte. Para tanto, são utilizadas as seguintes expressões:

$$S_{PETR4} = S_{0_{PETR4}} * e^{\Delta S_{PETR4}} \quad \text{(Equação 5.29)}$$

$$S_{PLIM4} = S_{0_{PLIM4}} * e^{\Delta S_{PLIM4}} \quad \text{(Equação 5.30)}$$

$$S_{EMBR4} = S_{0_{EMBR4}} * e^{\Delta S_{EMBR4}} \quad \text{(Equação 5.31)}$$

onde:

$S_{0_{PETR4}}$ é o preço de fechamento da ação de Petrobrás PN em 11/01/2001;

$S_{0_{PLIM4}}$ é o preço de fechamento da ação de Globocabo PN em 11/01/2001;

$S_{0_{EMBR4}}$ é o preço de fechamento da ação de Embraer PN em 11/01/2001;

S_{PETR4} é o valor simulado do preço da ação de Petrobrás PN para o fechamento do dia seguinte;

S_{PLIM4} é o valor simulado do preço da ação de Globocabo PN para o fechamento do dia seguinte;

S_{EMBR4} é o valor simulado do preço da ação de Embraer PN para o fechamento do dia seguinte;

ΔS_{PETR4} é o retorno simulado de Petrobrás PN;

ΔS_{PLIM4} é o retorno simulado de Globocabo PN;

ΔS_{EMBR4} é o retorno simulado de Embraer PN.

Com os preços simulados, pode-se calcular o valor simulado de cada contrato no dia seguinte, chegando-se aos seguintes valores simulados de contratos:

Simulação	PETR4		PLIM4		EMBR4	
1	R$	807.547,62	R$	160.649,56	R$	(974.089,62)
2	R$	896.905,66	R$	264.523,13	R$	(1.134.012,54)
3	R$	659.789,32	R$	151.127,08	R$	(736.217,61)
4	R$	746.606,82	R$	142.886,91	R$	(898.967,39)
5	R$	689.929,05	R$	123.723,90	R$	(785.431,74)
6	R$	877.172,71	R$	194.632,01	R$	(955.490,51)
7	R$	751.610,54	R$	109.314,53	R$	(779.171,34)
...		...		...		...
10000	R$	768.470,00	R$	150.577,90	R$	(885.726,12)

Tabela 5.8: Valores simulados dos contratos no dia seguinte.

Tendo calculado os valores simulados de cada contrato, pode-se agora simular as variações no valor de mercado da carteira. O valor da carteira no dia 11/01/2001 equivale à soma dos valores de cada contrato. Assim, a carteira valia, em 11/01/2001:

$$VC = PETR4 + PLIM4 + EMBR4 \qquad \text{(Equação 5.32)}$$

onde:

VC é o valor de mercado da carteira em 11/01/2001;

PETR4 é o valor do contrato de Petrobrás PN em 11/01/2001;

PLIM4 é o valor do contrato de Globocabo PN em 11/01/2001;

EMBR4 é o valor do contrato de Embraer PN em 11/01/2001;

No dia 11/01/2001 a carteira valia R$ 24.750,00. Assim, a partir das simulações dos valores dos contratos no dia seguinte, chega-se aos valores simulados de variações no valor da carteira, mostrados na tabela 5.9, subtraindo-se dos valores simulados para as carteiras no dia seguinte a quantia de R$ 24.750,00.

Simulação	Variação no valor da carteira
1	-30.642,44
2	2.666,25
3	49.948,79
4	-34.223,66
5	3.471,21
6	91.564,20
7	57.003,73
...	...
10000	8.571,78

Tabela 5.9: Simulações de variações no valor da carteira.

A partir dos dados simulados pode-se montar o histograma de variação no valor de mercado da carteira, o qual pode ser visto a seguir.

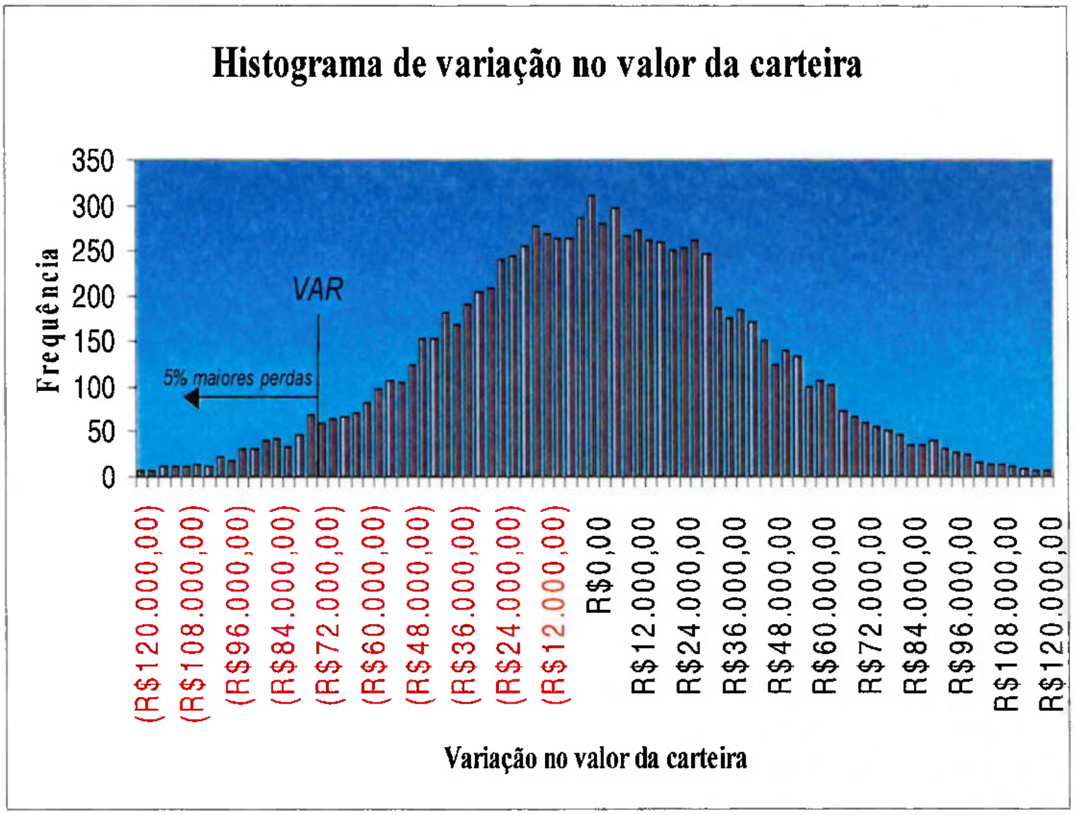

Figura 5.1: Histograma de distribuição das variações simuladas no valor da carteira.

Quando se define o nível de significância em 5%, pode-se chegar à estimativa no valor do *VAR*. No caso desta carteira o *VAR* com horizonte de um dia a um nível de significância de 5% é igual R$ 71.750,00.

6 - COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS

Neste capítulo será feita uma análise comparativa entre os dois modelos apresentados no capítulo 5. A partir desta análise pode-se então definir o modelo a ser recomendado para ser utilizado pela controladoria gerencial no auxílio ao gerenciamento de risco de mercado da mesa de operações do banco.

Sabe-se que a comparação e escolha de um modelo adequado podem ser feitas segundo algumas abordagens diferentes, uma vez que existem diversos modelos de auxílio à tomada de decisão. Dessa forma, apresentam-se agora algumas ferramentas utilizadas para este fim, podendo-se, em seguida, fazer a comparação e escolha do modelo "vencedor".

6.1 Ferramentas de auxílio à tomada de decisão

Neste item serão mostradas algumas ferramentas de auxílio à tomada de decisão extraídas de HERNANDEZ (1992) e FITZSIMMONS (2000), dentre as quais uma será utilizada para a comparação entre os modelos de estimativa do *VAR*. Algumas delas são:

- Árvores de decisão
- Diagramas de influência

- QFD[11]
- Matrizes de decisão

As árvores de decisão e os diagramas de influência são modelos de auxílio à tomada de decisão sob risco, o que não ocorre neste caso. Assim, serão descartadas como ferramentas de comparação a serem utilizadas neste trabalho.

Quanto ao QFD, CARVALHO (1997) considera que este modelo tem sido bastante utilizado por empresas em geral no processo de tomada de decisão em seus projetos. Esta abordagem trabalha as informações através da utilização de matrizes interrelacionadas. Contudo, não será utilizada neste trabalho por apresentar complexidade acima da desejada neste projeto.

Já as matrizes de decisão podem ser consideradas como uma forma mais simples do que o QFD no auxílio à tomada de decisão, mostrando-se condizentes com os objetivos deste trabalho. Serão então utilizadas para a realização da comparação entre os modelos.

Assim, para a realização da comparação entre os modelos segundo uma matriz de decisão deve-se então fazer a definição dos critérios comparativos que se mostrem relevantes e, em seguida, deve-se definir qual a importância relativa entre os critérios, podendo-se assim atribuir pesos a cada critério.

A partir disto, deve-se efetuar a aplicação dos critérios comparativos, realizando-se, posteriormente, a construção da matriz de decisão. A análise da matriz de decisão permitirá escolher o modelo "vencedor".

É importante dizer que alguns conceitos a respeito dos modelos que não foram mostrados no capítulo anterior poderão aparecer durante a comparação e discussão dos modelos. Estes conceitos foram omitidos anteriormente para facilitar a compreensão de cada modelo, mas podem ser de alguma importância durante a avaliação destes neste capítulo.

[11] Quality Function Deployment

6.2 Critérios de comparação

A análise dos modelos para estimativa do *VAR* poderá ser realizada após a definição dos critérios comparativos e da importância relativa entre estes. Neste item, serão mostrados os critérios a serem utilizados para comparar os modelos, uma explicação de cada critério e também a justificativa pela sua utilização. Os critérios serão divididos em dois grupos com características distintas. Por exemplo, ao avaliarem-se as viabilidades técnica e econômica de cada modelo, os critérios investimentos para implementação e alocação da mão-de-obra deverão aparecer em um grupo maior que se chamará viabilidade técnico-econômica.

Dessa forma, os grupos em que os critérios se encontram são:

- Avaliação matemática do modelo;
- Viabilidade técnico-econômica;

6.2.1 Avaliação matemática do modelo

Dentro deste grupo encontram-se os critérios relevantes para a avaliação do modelo em si. Quando se fala em avaliação matemática do modelo se está tentando comparar os modelos quanto às suas eficiências para a estimativa do *VAR*, desconsiderando-se as comparações que deverão ser feitas nos outros grupos.

Inicialmente, pode-se dizer que o banco possui uma carteira de investimentos mista, isto é, composta tanto por produtos derivativos, os quais são mais difíceis de terem seus valores de mercado definidos, quanto por outros tipos de produtos como ações no mercado à vista e títulos públicos federais, os quais podem ter seus preços mais facilmente determinados. Como os modelos possuem comportamentos diferentes com relação à presença ou não de produtos derivativos (ou não-lineares), como já discutido no capítulo 5, o primeiro critério deste grupo passa a ser o comportamento de cada modelo devido à presença de ativos não-lineares. A relevância deste critério, como já dito, é o fato de o banco possuir em sua carteira produtos derivativos como opções e futuros, alterando a eficiência dos modelos.

Além da presença de ativos não-lineares, outra característica para avaliação matemática dos modelos é sua capacidade de variação no tempo. Neste trabalho as explicações a respeito de cada modelo foram feitas sempre se considerando um horizonte de um dia para a estimativa do *VAR* de forma a facilitar a compreensão dos conceitos mostrados. Contudo, pode-se desejar realizar uma mudança de horizonte de um dia para uma semana ou um mês, por exemplo. Neste caso, deseja-se avaliar então se os modelos permitem esta mudança de horizonte e também quais as implicações que uma mudança no horizonte poderia ocasionar. A relevância deste critério se deve ao fato de o banco possuir interesse em calcular o *VAR* considerando-se não apenas a estimativa com horizonte de um dia, mas também estimativas com horizontes semanais ou mensais. Com isso, tem-se que o segundo critério para avaliação matemática do modelo é a variação no horizonte de estimativa.

Outra característica dos modelos que deve ser avaliada é seu comportamento frente a ativos cujos retornos não podem ser aproximados de uma distribuição normal. A hipótese de aproximação a uma normal foi feita quando se explicou o modelo delta-normal e pode afetar sensivelmente a estimativa do *VAR* quando tal hipótese for falsa na prática. Assim, e terceiro critério a ser considerado é o comportamento de cada modelo frente a retornos cujas distribuições não podem ser aproximadas por normais.

Uma quarta característica que deve ser considerada para a avaliação matemática dos modelos é a existência de propensão ao risco de modelo, o qual surge quando são feitos suposições ou cálculos errados. Como os modelos estudados exigem que sejam feitos cálculos e suposições, deve-se então avaliar qual o impacto que erros nestas suposições ou cálculos ocasiona na precisão da estimativa do VAR a partir de cada um dos modelos. A relevância deste critério está no fato de que suposições são inevitáveis quando se deseja estimar o *VAR*, bem como a ocorrência de cálculos errados devido a aproximações. Assim, deve-se avaliar os impactos destes erros em cada um dos modelos.

6.2.2 Viabilidade técnico-econômica

Dentro deste grupo estão os critérios a serem utilizados para avaliar a viabilidade técnico-econômica de cada modelo. A análise de viabilidade é importante para que se possa comparar os modelos quanto aos recursos físicos necessários para a implementação de cada um deles, alocação de mão-de-obra, facilidade computacional para implementação, entre outros critérios considerados relevantes para o projeto.

É importante dizer que nenhum dos modelos parece ser inviável técnica ou economicamente quando analisados de forma absoluta. Assim, é necessário compará-los para que se possa saber qual dos modelos poderia ser mais facilmente implementado quando analisado do ponto de vista técnico-econômico.

Primeiramente, pode-se dizer que uma das dificuldades a serem enfrentadas quando da implementação de um dos modelos será a parte computacional. Por serem diferentes do ponto de vista estatístico, deve-se analisar a facilidade de computação de cada modelo. Assim, a justificativa para a utilização deste critério vem do fato de que um modelo mais fácil de ser implementado computacionalmente diminuiria o tempo total de implementação, o que significa também uma redução nos custos totais do projeto. Com isso, pode-se definir o primeiro critério como sendo a facilidade computacional.

Um outro critério que de certa forma está ligado ao primeiro é a alocação de mão-de-obra, o qual pode ser decisivo na escolha do melhor modelo. Para tornar realidade a utilização de qualquer um dos modelos será necessário alocar um determinado número de pessoas responsáveis por realizar a parte computacional da implementação, a manutenção do sistema de risco, o desenvolvimento de melhorias etc. Com isso, o segundo critério deste grupo passa a ser a alocação de mão-de-obra dedicada. A justificativa para a utilização deste critério é avaliar a necessidade que cada um dos modelos terá de alocação de mão-de-obra dedicada, fator que pode mudar sensivelmente os custos do projeto, o que por si só já é suficiente para mostrar a relevância do critério.

Um critério importante para a comparação dos modelos é a capacidade de processamento que cada modelo deverá exigir. Como já foi citado no capítulo 5, sabe-se que os modelos demandam capacidades de processamento distintas, o que nos leva ao terceiro critério dentro deste grupo: capacidade de processamento. Quanto maior a capacidade de processamento requerida maior deverá ser a velocidade de processamento dos equipamentos utilizados, o que também deve causar mudanças diretas nos investimentos a serem feitos para a implementação de um dos modelos.

O quarto e último critério a ser considerado neste grupo é composto por uma avaliação dos custos básicos incorridos para implementação de cada modelo. Alguns dos custos são a compra de computadores, contratação de mão-de-obra para desenvolvimento e melhoria dos modelos, mão-de-obra para manutenção do sistema de estimativa de risco etc.

6.3 Importância relativa entre os critérios

Uma vez apresentados os critérios de comparação entre os modelos pode-se definir a importância relativa entre os critérios. A partir da importância relativa é possível definir os pesos a serem atribuídos para cada critério, pesos estes que serão utilizados na construção da matriz de decisão que levará ao modelo mais adequado.

Como será utilizado um número reduzido de critérios, pois a avaliação deverá ser feita com base em fatores considerados os mais importantes, não é conveniente que os pesos dos critérios possuam diferenças muito grandes. Caso isto ocorra, o critério que possuir peso muito maior que os outros acabará por decidir sozinho qual o critério mais adequado.

Portanto, decidiu-se arbitrariamente pela separação dos critérios em três faixas. Os critérios da primeira faixa deverão possuir peso 1 na avaliação dos modelos, os critérios da segunda faixa deverão possuir peso 2 e os critérios da terceira faixa, e também os mais importantes, deverão possuir peso 3 quando for construída a matriz de decisão.

Na primeira faixa encontram-se dois critérios que apresentam menor importância relativamente aos outros. São eles:

	Critério	Peso
Faixa 1	Variação no horizonte de estimativa Capacidade de procesamento	1

Tabela 6.1: Critérios da primeira faixa.

Pode-se dizer que a variação no horizonte de estimativa possui menor importância por tratar-se de uma característica desejável, mas não fundamental. O objetivo principal do trabalho é encontrar um modelo para estimativa do *VAR* para o horizonte de um dia e, quando necessário, para horizontes diferentes. Assim, a impossibilidade de variação no horizonte da estimativa de um dia para uma semana ou um mês, por exemplo, fica em segundo plano, podendo todo o cálculo ser refeito quando esta mudança de horizonte for necessária.

Quanto à capacidade de processamento, sua menor importância relativa deve-se ao fato de que este não deve vir a ser um fator crítico para o sucesso do projeto, sendo que a capacidade de processamento requerida por cada modelo deve ser importante apenas para que as estimativas do *VAR* sejam feitas com maior rapidez ao final de cada dia.

Quanto à segunda faixa, os critérios que a compõem podem ser vistos a seguir:

	Critério	Peso
Faixa 2	Risco de modelo Facilidade computacional Alocação de mão-de-obra	2

Tabela 6.2: Critérios da segunda faixa.

Pode-se dizer que os critérios da segunda faixa aí se encontram por serem de maior importância do que os da primeira faixa, mas, ao mesmo tempo, não são tão importantes a ponto de serem considerados fundamentais na decisão do modelo mais adequado a ser implementado no banco. Estes critérios representam a avaliação de fatores importantes na escolha do melhor modelo, mas de alguma forma deficiências nestes quesitos podem ser contornadas caso o modelo vencedor apresente estas deficiências.

Por último estão os critérios mais importantes na comparação dos modelos, os quais encontram-se na terceira faixa. São eles:

	Critério	Peso
Faixa 3	Presença de ativos não-lineares Distribuições não-normais Custos básicos	3

Tabela 6.3: Critérios da terceira faixa.

Estes critérios são de fundamental importância na escolha do melhor modelo, sendo mais dificilmente contornados caso o modelo escolhido apresente sérias deficiências em qualquer um dos quesitos que compõem esta faixa. Por isso, estes critérios apresentam os maiores pesos a serem utilizados na construção da matriz de decisão. Assim, têm-se as seguintes faixas de critérios:

	Critério	Peso
Faixa 3	Presença de ativos não-lineares Distribuições não-normais Custos básicos	3
Faixa 2	Risco de modelo Facilidade computacional Alocação de mão-de-obra	2
Faixa 1	Variação no horizonte de estimativa Capacidade de procesamento	1

Tabela 6.4: Faixas de critérios.

6.4 Aplicação dos critérios

Definidos os critérios e os pesos relacionados a eles, deve-se agora realizar a aplicação dos critérios. Os modelos serão então comparados critério a critério, de forma que se possa atribuir uma nota para cada modelo em cada critério. As notas deverão variar de 0 a 4, sendo dada nota 0 quando o modelo possuir desempenho muito ruim no critério e nota 4 quando o desempenho for muito bom. As notas 1,2 e 3 serão atribuídas em caso de desempenho ruim, regular e bom, respectivamente. Assim, será possível a construção da matriz de decisão.

6.4.1 Presença de ativos não-lineares

O primeiro critério a ser utilizado para comparar os modelos é o comportamento dos modelos quando existirem ativos não-lineares, como opções e futuros, na carteira de investimentos do banco.

O modelo delta-normal possibilita estimativa adequada do *VAR* na presença de ativos não-lineares sempre que as variações de mercado dos fatores de risco não forem muito grandes. Para exemplificar esta situação, mostra-se um gráfico (figura 6.1) representativo da estimativa de valor de mercado de um contrato não-linear pelo modelo delta-normal e a variação real deste mesmo contrato.

Pela análise do gráfico, percebe-se que o modelo delta-normal pode avaliar adequadamente o valor de mercado do contrato não-linear apenas quando as variações no preço do ativo-objeto encontram-se dentro de uma determinada faixa de valores com menores variações. Fora dela, o valor da estimativa é muito diferente do valor real do contrato. Assim, quando houver na carteira grande proporção de contratos não-lineares ou quando as variações nos fatores de risco forem grandes, o modelo estará propenso a distorções. Com isso, pode-se dizer que o modelo possui desempenho considerado ruim neste quesito (nota 1).

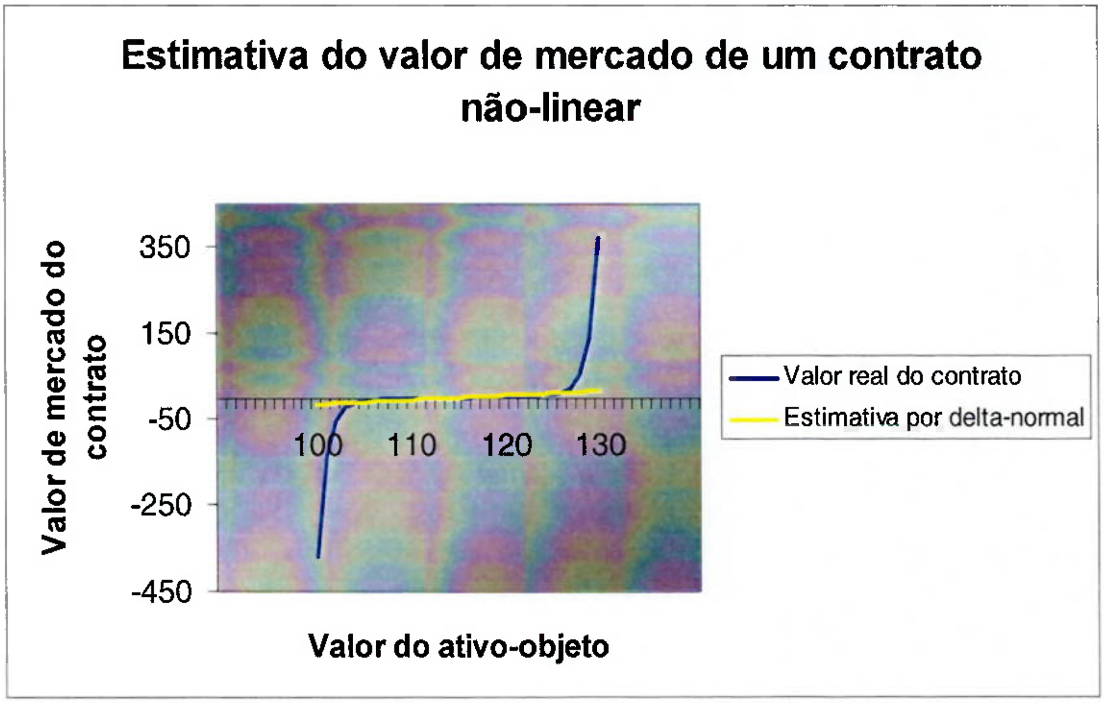

Figura 6.1: Estimativa do valor de mercado de um contrato não-linear.

Diferentemente do modelo delta-normal, o modelo de simulações de Monte Carlo simula valores aleatórios do valor de mercado da carteira, não dependendo da composição desta. Assim, independentemente da composição da carteira ou da variação percentual dos fatores de risco, a estimativa de variação do valor de mercado deverá ser adequada, sendo o cálculo do *VAR* menos sujeito a distorções. Dessa forma, pode-se atribuir nota 4 ao desempenho do modelo de simulações de Monte Carlo quanto ao seu comportamento frente à presença de ativos não-lineares.

6.4.2 Variação no horizonte de estimativa

O segundo critério de comparação entre os modelos é a possibilidade de variação no horizonte de estimativa do *VAR*.

Para o modelo delta-normal o horizonte de estimativa do valor de risco de mercado pode ser mudado a partir da estimativa do *VAR* para um dia. Esta mudança pode ser feita através da seguinte equação:

$$VAR_{tdias} = VAR_{1dia} * \sqrt{t} \qquad \text{(Equação 6.1)}$$

onde:

$VAR_{t\,dias}$ é o VAR para um horizonte de t dias;

VAR_{1} dia é o VAR para o horizonte de um dia;

t é o horizonte para o qual se deseja mudar a estimativa do VAR.

Segundo JORION (1997), esta mudança de horizonte pode ser feita sem perdas expressivas na precisão da estimativa do VAR quando se trata de mudanças para o horizonte de até um ano. Com isso, pode-se dizer que o modelo possui desempenho bom neste quesito (nota 3).

Quanto ao modelo de simulações de Monte Carlo, a mudança de horizonte não é tão simples para este modelo. Em realidade, a mudança de horizonte na estimativa do VAR implica em realização de novas simulações em número igual ao número de dias do horizonte para o qual se deseja estimar o *VAR*.

Dessa forma, quando se deseja estimar o *VAR* de um contrato com o horizonte de um dia, pode-se realizar 10.000 simulações de variações no valor deste contrato em um dia. Contudo, quando se deseja calcular o *VAR* de um mesmo contrato para um horizonte de sete dias deve-se então realizar as 10.000 simulações 7 vezes, realizando-se as simulações de variações no valor do contrato dia a dia.

Com isso, pode-se perceber que o modelo possibilita variações no horizonte de estimativa do *VAR*, mas com maiores dificuldades. Portanto, seu desempenho neste quesito é apenas regular (nota 2).

6.4.3 Distribuições não-normais

O terceiro critério de avaliação é o comportamento dos modelos frente ao fato de que nem todos os retornos dos fatores de risco possuem distribuição que possa ser aproximada pela distribuição normal.

Quando o modelo delta-normal foi mostrado, fez-se a suposição de que estes retornos possuíam distribuição normal e a estimativa do *VAR* foi realizada com base nesta suposição. Assim, como se sabe que nem sempre isto é verdade, o cálculo do VAR por este modelo pode apresentar distorções como as existentes devido à não-linearidade dos contratos. Por isso, o desempenho do modelo neste critério pode ser considerado ruim (nota 1).

Quanto ao modelo de simulações de Monte Carlo, o fato de existirem ativos cujos retornos dos fatores de risco não possuam distribuição que se aproxime da normal não parece ser um problema. Deve-se apenas fazer uma ressalva com relação às simulações das variações dos fatores de risco, as quais podem ser feitas utilizando-se modelos que gerem distribuições próximas de normais. Dessa forma, pode-se dizer que o desempenho do modelo com relação a este critério é bom (nota 3).

6.4.4 Risco de modelo

O quarto critério a ser aplicado para a comparação entre os modelos é o risco do modelo, o qual surge pelo fato de serem feitas suposições para utilização dos modelos e também por existirem erros de cálculos devido a aproximações ou ainda devido à geração inadequada de números aleatórios.

O modelo de simulações de Monte Carlo realiza a estimativa do VAR a partir de simulações baseadas na geração de números aleatórios. Caso a geração destes números não seja feita de forma adequada surge então um dos riscos de modelo.

Além disso, algumas suposições são feitas (como a aproximação dos retornos dos fatores de risco por uma normal no caso do modelo delta-normal ou a utilização do modelo de decomposição por Cholesky para matrizes definidas positivas no caso do modelo de simulações de Monte Carlo) em ambos os modelos, o que implica mais uma vez em risco de modelo para os dois candidatos.

O modelo delta-normal apresenta, de forma geral, menor risco de modelo em relação ao modelo de Monte Carlo. Por isso, será atribuída nota 3 para o modelo delta-normal e nota 1 para o modelo de simulações de Monte Carlo neste quesito.

6.4.5 Facilidade computacional

O quinto critério de comparação entre os modelos é a facilidade computacional de cada modelo. Como os modelos estimam o *VAR* de diferentes maneiras, pode-se dizer que a programação em computador para implementação dos modelos possui dificuldades distintas.

Primeiramente, pode-se dizer que o modelo delta-normal não possui grandes dificuldades computacionais, uma vez que sua estimativa se baseia em cálculos simples do *VAR* de cada ativo, das correlações entre os ativos e apenas um fator de maior dificuldade que se encontra na multiplicação matricial para o cálculo do *VAR* total da carteira. Assim, pode-se dizer que este modelo possui facilidade computacional que pode ser classificada como boa, correspondendo a uma nota 3.

Já o modelo de simulações de Monte Carlo apresenta maior dificuldade computacional, uma vez que sua estimativa do VAR envolve multiplicações matriciais e geração de números aleatórios, as quais devem ser feitas segundo algoritmos que evitem o risco de modelo e que são considerados difíceis de serem traduzidos para a linguagem de programação. Portanto, pode-se dizer que o modelo tem desempenho ruim neste critério, sendo então atribuída a nota 1.

6.4.6 Alocação de mão-de-obra

O sexto quesito a ser aplicado para avaliar os modelos é a necessidade de alocação de mão-de-obra para efetuar o desenvolvimento, a manutenção e as melhorias do sistema de gerenciamento de risco a ser implementado.

Inicialmente, imaginou-se que fosse necessária uma quantidade grande de pessoas para realizar a implementação e a manutenção do modelo a ser utilizado para o gerenciamento de risco de mercado. Contudo, pode-se dizer que uma vez escolhido o modelo vencedor será necessária a contratação de apenas um profissional que possa fazer a parte de programação do modelo em computador.

Este profissional ficaria responsável também por realizar as melhorias no sistema desenvolvido, possibilitando avanços como uma maior rapidez de processamento no cálculo do *VAR*, ou ainda a melhora na interface do sistema com o usuário que possibilite a utilização mais adequada deste.

Considera-se que a contratação deste profissional deverá ocorrer independentemente do modelo escolhido e que esta contratação estaria dentro do previsto pela empresa, sendo considerada bastante razoável do ponto de vista dos custos incorridos.

Dessa forma, pode-se dizer que os dois modelos têm bom desempenho neste critério, com ambos merecendo nota 3.

6.4.7 Capacidade de processamento

O sétimo critério para comparação dos modelos é a capacidade de processamento necessária para a estimativa do *VAR* através de cada um dos modelos.

Foi dito na avaliação dos modelos com relação à facilidade computacional que o modelo delta-normal possuía maior simplicidade para ser programado, uma vez que a estimativa do *VAR* por este modelo possuía operações mais simples de serem traduzidas para a linguagem de programação.

Por outro lado, foi dito também que o modelo de simulações de Monte Carlo apresenta maior dificuldade de programação pelo fato de apresentar algumas operações matriciais e por envolver a geração de números aleatórios.

Pelo mesmo motivo que o modelo de simulações de Monte Carlo apresentou maior dificuldade computacional este modelo necessita de maior capacidade de processamento para a realização da estimativa do risco de mercado. As operações envolvidas no cálculo do *VAR* a partir desta abordagem são mais numerosas e mais complexas, o que faz com que este modelo necessite de computadores mais potentes para o cálculo do VAR com o mesmo dispêndio de tempo que o modelo delta-normal.

Com isso, pode-se dizer que o modelo delta-normal tem desempenho muito bom neste quesito (nota 4), enquanto que o modelo de simulações de Monte Carlo tem desempenho apenas regular (nota 2).

6.4.8 Custos básicos

O oitavo e último critério para avaliação e comparação dos modelos para gerenciamento do risco de mercado é uma avaliação de alguns custos básicos relacionados à implementação e utilização de um sistema de gerenciamento de risco no banco.

Inicialmente, pode-se dizer que é necessário um investimento em um computador que funcione com dedicação exclusiva aos cálculos para estimativa do *VAR*. A dedicação exclusiva é necessária, pois desta forma é possível calcular o *VAR* a qualquer hora do dia sem dispêndios expressivos de tempo. Considera-se também que este equipamento deve possuir conexão com os computadores utilizados pelos operadores, de forma que possa ser alimentado em tempo real pelas novas operações realizadas pelo banco e pelos preços de mercado praticados no mercado em cada momento do dia.

Além disso, é necessário que se contrate um especialista em programação que efetue a implementação do sistema de risco e que desenvolva melhorias quando este já estiver em operação.

Como os custos do projeto se aplicam para ambos os modelos, pode-se dizer que ambos devem apresentar o mesmo desempenho neste quesito. Pode-se afirmar também que os custos incorridos devem ficar dentro do planejado pelo banco para este projeto. Assim, tem-se que os dois modelos tem bom desempenho neste último quesito, merecendo nota 3.

Feitas as avaliações dos modelos, mostra-se a seguir uma tabela que consolida as notas atribuídas aos modelos em cada critério, a qual resume o desempenho dos modelos avaliados:

	Notas	
	Delta-normal	Simulação de Monte Carlo
Presença de ativos não-lineares	1	4
Variação no horizonte de estimativa	3	2
Distribuições não-normais	1	3
Risco de modelo	3	1
Facilidade computacional	3	1
Alocação de mão-de-obra	3	3
Capacidade de processamento	4	2
Custos básicos	3	3

Tabela 6.5: Consolidação das notas atribuídas aos modelos em cada critério.

6.5 Construção da matriz de decisão

A partir da atribuição de notas e da determinação do peso de cada critério na avaliação final dos modelos, pode-se construir a matriz de decisão que permitirá escolher o modelo vencedor, o qual será recomendado para ser implementado pela controladoria gerencial para auxílio no gerenciamento de risco do banco.

A seguir tem-se a matriz de decisão, na qual estão os critérios de comparação, os pesos correspondentes a cada critério e as notas ponderadas obtidas pelos modelos. Pode-se ver também a pontuação total obtida por cada modelo avaliado.

		Modelos		
		Peso	Delta-normal	Simulação de Monte Carlo
Critérios	Presença de ativos não-lineares	3	3	12
	Variação no horizonte de estimativa	1	3	2
	Distribuições não-normais	3	3	9
	Risco de modelo	2	6	2
	Facilidade computacional	2	6	2
	Alocação de mão-de-obra	2	6	6
	Capacidade de procesamento	1	4	2
	Custos básicos	3	9	9
	Total		40	44

Tabela 6.6: Matriz de decisão.

6.6 Análise da matriz de decisão

O último passo para a escolha do modelo de gerenciamento de risco mais adequado e que será recomendado à empresa para que seja implementado é a análise da matriz de decisão construída no item anterior.

Inicialmente, pode-se afirmar que a maior pontuação foi obtida pelo modelo de simulações de Monte Carlo. Esta abordagem para a estimativa do VAR alcançou 44 pontos em 68 possíveis, o que significa um aproveitamento de 64,71%, enquanto que o modelo delta-normal chegou a 40 pontos em 68 possíveis, com um aproveitamento de 58,82% dos pontos.

Além de ter obtido um melhor aproveitamento no total de pontos, o modelo de simulações de Monte Carlo teve melhor desempenho nos critérios de maior peso, os quais também apresentam maior importância relativa.

No critério presença de ativos não-lineares este modelo alcançou nota 4, a maior possível, enquanto que o modelo delta-normal teve nota 1. No quesito distribuições não-normais, o modelo de simulações de Monte Carlo apresentou desempenho bom, com nota 3, contra um desempenho ruim do modelo delta-normal, o qual teve nota 1. Estes dois critérios mostram que o modelo de simulações de Monte Carlo parece ser um modelo eficiente em um número maior de situações quando comparado ao delta-normal, o que leva à conclusão de que a estimativa do VAR a partir desta abordagem deverá ser mais confiável de maneira geral.

No último critério da faixa 3 (a de maior importância), que corresponde a uma avaliação dos custos básicos para a implementação de um dos modelos, as duas abordagens obtiveram empate, o que não permite concluir nada em fsavor de algum dos modelos.

Deve-se fazer duas ressalvas com relação ao modelo de simulações de Monte Carlo. Em primeiro lugar, apesar de este modelo parecer ser o mais adequado, tendo obtido maior pontuação geral e também melhor desempenho nos critérios de maior importância relativa, sua implementação deverá ser mais difícil, já que as facilidades computacionais do modelo delta-normal eram maiores. A segunda ressalva se refere ao risco do modelo, o qual parece ser mais expressivo quando se trata do modelo de simulações de Monte Carlo, uma vez que esta abordagem envolve maior quantidade de operações complexas e possui um componente que deve ser tratado com cuidado que é a geração de números aleatórios para simulação de variações nos fatores de risco.

Finalmente, pode-se dizer que, apesar de algumas ressalvas, o modelo de simulações de Monte Carlo deve ser considerado "vencedor" e será recomendado à empresa que aplique este modelo no desenvolvimento de um sistema de gerenciamento de risco a ser utilizado pela controladoria gerencial do banco.

7 - CONCLUSÃO

O trabalho supra-exposto poderá agora ser finalizado e concluído, podendo o autor fazer as considerações relevantes à sua realização e ao cumprimento dos objetivos definidos no primeiro capítulo. Pode-se dizer que se tentou cumprir da melhor maneira possível os objetivos propostos, de forma que se pudesse realizar um trabalho o mais completo possível, evitando que restassem dúvidas sobre os conceitos apresentados.

Buscou-se também realizar um trabalho de formatura voltado para o estágio em que o autor realizou programa de estágio, de forma que o trabalho pudesse não só contar com a contribuição efetiva do autor, mas também que o projeto pudesse ter alguma aplicação prática ao final de sua realização.

Inicialmente, tentaram-se mostrar alguns conceitos relevantes sobre risco, especialmente o risco decorrente de operações no mercado financeiro, bem como algumas explicações sobre produtos e carteiras de investimento, de forma que se pudesse introduzir o assunto gerenciamento de risco.

Em seguida, o autor preocupou-se em fazer um levantamento acerca de métodos de gerenciamento de risco de mercado em uma instituição financeira. Foram mostrados então três métodos bastante utilizados pelas empresas preocupadas em gerenciar risco de mercado.

O primeiro método é o gerenciamento do risco a partir das classificações de agências especializadas, tais como Standard&Poor's, Fitch, Moody's, entre outras.

Estas agências possuem modelos de mensuração do risco de papéis negociados no mercado financeiro, emitindo periodicamente notas (ou *ratings*) dos papéis avaliados. Estas notas podem então ser utilizadas pelas empresas que negociam estes papéis como uma forma de mensurar o risco incorrido em suas operações. Quanto maiores as notas dos papéis em carteira de uma instituição menores serão os riscos que esta instituição corre.

Um segundo método apresentado e também bastante utilizado pelas empresas interessadas em gerenciar o risco de mercado é o *VAR*, o qual foi explicado e escolhido pelo autor em detrimento da utilização dos *ratings* das agências especializadas.

O terceiro método mostrado é o gerenciamento de risco através do conceito de *delta-hedge*. Este método também é bastante utilizado por bancos de maneira geral. Contudo, sua utilização não é possível quando a carteira de investimentos administrada possuir produtos derivados de diferentes ativos objeto, dificultando a estimativa e a consolidação do risco global da carteira.

Pode-se dizer que um dos motivos pelos quais o *VAR* foi escolhido foi o fato de este método apresentar um valor financeiro na estimativa do risco, o que não seria possível com a utilização de notas de agências especializadas em mensurar risco.

Descartado um dos métodos, o autor procurou focar o trabalho em um estudo mais aprofundado acerca do *VAR*, o qual pode ser estimado através de algumas técnicas estatísticas distintas, sendo uma de avaliação local e outra de avaliação global da carteira. Mais especificamente, procurou-se mostrar dois modelos para o cálculo do *VAR*, os quais poderiam em seguida ser comparados. Os modelos estudados neste trabalho são o delta-normal e o modelo de simulações de Monte Carlo.

Finalmente, tentou-se fazer uma comparação entre os modelos apresentados, de forma que se pudesse escolher o mais adequado para o banco onde o autor realizou o programa de estágio. Assim, o autor preocupou-se em encontrar critérios adequados de comparação entre as abordagens, bem como determinar a importância relativa entre elas. Isto permitiu que se fixassem pesos para cada critério.

A determinação dos pesos e a avaliação do desempenho dos modelos em cada quesito permitiram que fosse construída uma matriz de decisão, a qual foi fundamental para que o autor pudesse escolher o "candidato vencedor". A análise desta matriz de decisão propiciou ao autor concluir que a estimativa do *VAR* a partir do modelo de simulações de Monte Carlo é a maneira mais adequada para a criação de um sistema que possa auxiliar a controladoria gerencial do banco na tarefa de gerenciar o risco de mercado de suas operações.

Dessa forma, este modelo de gerenciamento de risco deverá ser recomendado à empresa em que o autor realizou o trabalho para que seja implementado e utilizado como ferramenta de suporte ao gerenciamento do risco.

Os próximos passos a serem realizados pelo banco a partir da recomendação do *VAR* calculado segundo o modelo de simulações de Monte Carlo são:

- Contratação de pessoas capacitadas a desenvolver a parte de programação do método;
- Compra de computadores;
- Implementação do método;
- Teste do método;
- Colocação do método em produção pelo banco.

Com isso, chega-se ao fim deste projeto, o qual permitiu ao autor que pudesse adquirir novos conhecimentos sobre a gestão de risco através do cumprimento dos objetivos propostos no início do trabalho e do suporte concedido por seu orientador.

Pode-se afirmar que, se não foi possível fazer um trabalho perfeito (o autor pensa que isto é praticamente impossível), ao menos foi possível compreender como se deve realizar um trabalho acadêmico, conhecimento que pode ser bastante útil futuramente considerando-se a vontade do autor de seguir ligado à vida acadêmica.

8 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCOVERDE, G. **Alocação de capital para cobertura de risco de mercado.** Rio de Janeiro, 2000. 87 p. Tese (Mestrado) – Fundação Getúlio Vargas.

BOOKSTABER, R.M. **Option Pricing & Investment Strategies.** Chicago: Probus Publishing Company, 1987. 233 p.

CARVALHO, M.M. **QFD: uma ferramenta de tomada de decisão em projeto.** Florianópolis, 1997. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Catarina. 162p.

CONTADOR, J.C. (Coord.) **Gestão de Operações:** A Engenharia de Produção a serviço da modernização da empresa. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1998. 593 p.

COSTA NETO, P.L.O. **Estatística.** São Paulo: Edgard Blücher, 1977. 264p.

CULP, C. **The Risk Management Process:** Business Strategy and Tactics. London: John Wiley & Sons Ltd, 2001. 642 p.

FITZSIMMONS, J.A.; FITZSIMMONS, M.J. **Administração de Serviços: Operações, Estratégia e Tecnologia de Informação** 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2000. 537 p.

FORTUNA, E. **Mercado Financeiro:** Produtos e Serviços. 13ª ed. Rio de Janeiro: Qualitymark, 1999. 519 p.

FERREIRA, A.B.H. **Novo Dicionário Básico da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Nova Fronteira S/A, 1988. 687 p.

HERNANDEZ, A.E. **Modelos na análise de decisão: um estudo comparativo entre a utilização de árvores de decisão e de diagramas de influência.** São Paulo, 1992. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. 146p.

HULL, J. **Introdução aos mercados futuros e de opções.** 2ª ed. Trad. da Bolsa de Mercadorias & Futuros. São Paulo: Cultura Editores, 1996. 448 p.

INOUE, O. **Modelos para Estimativa do Risco de Mercado em Carteiras de Derivativos.** São Paulo, 1998. Trabalho de Formatura – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

JORION, P. **Value at Risk:** A nova fonte de referência para o controle do risco de mercado. Trad. da Bolsa de Mercadorias & Futuros. São Paulo: BM&F, 1998. 305 p.

LOBO, L.H. **Como montar um controle de risco passo a passo.** São Paulo: BOVESPA, 2000. 43 p.

MEYER, P.L. **Probabilidade:** Aplicações à Estatística. 2ª ed. Trad. de Addison-Wesley Publishing Company. Rio de janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1983. 426 p.

MORGAN, Bank J.P e Agência Reuters. **RiskMetrics^{tm}:** Technical Document (1996). New York: Bank J.P. Morgan, 1996. 152 p.

NATENBERG, S. **Option Volatility & Pricing.** Chicago; Cambridge: Probus Publishin Company, 1994. 469 p.

PICOULT, E. **Calculating Value-at-Risk with Monte Carlo Simulation.** In: Monte Carlo: Methodologies and applications for pricing and risk management. London: Risk Books, 1997. 340 p.

SHAW, J. **Beyond VAR and Stress Testing.** In: Monte Carlo: Methodologies and applications for pricing and risk management. London: Risk Books, 1997. 340 p.

I. ANEXOS

I.1 Método de decomposição por Cholesky

De acordo com JORION (1997), uma matriz quadrada, positiva e definida pode ser decomposta eficientemente em duas matrizes triangulares, sendo uma inferior e outra superior, através da decomposição por Cholesky. Para uma matriz de qualquer tipo, isso pode ser alcançado através da decomposição LU, A = L*U. Se A satisfaz o critério anterior então ela pode ser decomposta mais eficientemente na forma $A = L*L^T$, onde L (que pode ser interpretada como a "raiz quadrada" de A) é a matriz triangular inferior com todos os elementos de sua diagonal positivos.

Uma variante deste método é a decomposição da matriz na forma $A = R^T*R$, onde R é uma matriz triangular superior.

A decomposição de Cholesky pode ser utilizada para resolver equações normais de um problema por mínimos quadrados. Nestes problemas tem-se a seguinte expressão:

$$A^T * Ax = A^T b \qquad \text{(Equação I.1)}$$

onde:

A^T*A é quadrada e positiva definida.

Para resolver o problema A = L*L^T é feita a equalização dos coeficientes dos dois lados da equação:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \cdots & l_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \cdots & l_{1n} \\ 0 & l_{22} & \cdots & l_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & l_{nn} \end{bmatrix}$$ (Equação I.2)

Dessa forma, para i = 1,...,n e j = i+1,...,n, pode-se obter l_{ii} e l_{ij} de acordo com as seguintes equações:

$$l_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}^{2}}$$ (Equação I.3)

$$l_{ij} = \frac{\left(a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{jk} * l_{ik}\right)}{l_{ii}}$$ (Equação I.4)

Como A é quadrada, positiva e definida, a equação I.3, na qual é calculada uma raiz quadrada, é sempre positiva e todos os l_{ij} são números reais.