

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

AVALIAÇÃO DA APLICAÇÃO DO ESTIMADOR DE
ESTADO WLS TRIFÁSICO E DO TESTE DO MAIOR
RESÍDUO NORMALIZADO EM UM SISTEMA DE
TRANSMISSÃO REAL

AUTOR

PEDRO HENRIQUE SIMÕES OLIVEIRA

ORIENTADOR

PROF. DR. JOÃO BOSCO AUGUSTO LONDON JUNIOR

SÃO CARLOS, 2024

PEDRO HENRIQUE SIMÕES OLIVEIRA

**AVALIAÇÃO DA APLICAÇÃO DO ESTIMADOR
DE ESTADO WLS TRIFÁSICO E DO TESTE DO
MAIOR RESÍDUO NORMALIZADO EM UM
SISTEMA DE TRANSMISSÃO REAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Escola de Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia Elétrica com Ênfase em
Sistemas de Energia e Automação

Orientador: Prof. Dr. João Bosco Augusto
London Junior.

SÃO CARLOS, 2024

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

S 593a	Simões, Pedro Avaliação da Aplicação do Estimador de Estado WLS trifásico e do Teste do Maior Resíduo Normalizado em um Sistema de Transmissão Real / Pedro Simões; orientador João Bosco. São Carlos, 2024. Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com ênfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2024. 1. Fluxo de potência. 2. Estimador de estado. 3. Erro grosseiro . 4. Resíduo normalizado . 5. Monitoramento de sistema. 6. Sistema de transmissão real . I. Título.
-----------	--

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Pedro Henrique Simões Oliveira

Título: “Avaliação da aplicação do estimador de estado WLS trifásico e do teste do maior resíduo normalizado em um sistema de transmissão real”

**Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em
06/12/2024,**

com NOTA 9,5 (nove, cinco), pela Comissão Julgadora:

**Prof. Titular João Bosco Augusto London Junior - Orientador
SEL/EESC/USP**

**Profa. Dra. Camila dos Anjos Fantin - Universidade Federal de Mato
Grosso**

Mestre Vitor Henrique Pereira de Melo - EESC/USP

**Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:
Professor Associado José Carlos de Melo Vieira Júnior**

*Aos meus pais, Solange e Glauco, e a toda
minha querida família, pelo apoio
incondicional.*

Agradecimentos

À minha mãe, Solange, que sempre acreditou em mim e forneceu seu apoio incondicional .

À meu Pai, Glauco, que não deixou de pensar no bem-estar de sua família .

Aos meus familiares, por me mostrarem o que realmente é valioso na vida.

À minha namorada, meu porto seguro, por ter enfrentado ao meu lado cada dificuldade e desafio que a minha escolha de faculdade acarretou.

À USP, pelo apoio financeiro que me permitiu continuar meus estudos e por ter fornecido toda sua estrutura que proporcionou crescimento pessoal e acadêmico.

À Escola de Engenharia de São Carlos (EESC), por buscar fornecer experiências ricas em conhecimento e aprendizado .

Ao professor João Bosco Augusto London Jr, pela orientação, atenção, apoio e incentivo na elaboração deste trabalho.

À todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica, por compartilharem o seu tempo em prol da educação.

Aos meus colegas de turma, por todo auxílio fornecido ao longo da graduação. À todos os integrantes do LACOSEP que sempre estiveram dispostos em ajudar no conteúdo desse trabalho.

“Cada escolha, Uma renúncia. Essa é a vida.”

Charlie Brown Jr

RESUMO

OLIVEIRA, P. H. S **Avaliação da Aplicação do Estimador de Estado WLS trifásico e do Teste do Maior Resíduo Normalizado em um Sistema de Transmissão Real**. 2024. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

O sistema elétrico brasileiro enfrenta desafios crescentes devido à maior demanda por energia, à integração de fontes renováveis e à complexidade de sua extensa malha de transmissão. Para garantir a estabilidade e a confiabilidade da rede, o monitoramento em tempo real e a estimativa precisa do estado operacional do sistema são fundamentais. Este trabalho aborda o desenvolvimento e a aplicação de um estimador de estado trifásico, baseado no método dos Mínimos Quadrados Ponderados, do inglês *Weighted Least Squares* (WLS), associado ao teste do maior resíduo normalizado, em sistemas de transmissão.

A pesquisa utiliza uma rede de transmissão real do Sistema Interligado Nacional (SIN), previamente modelada de forma trifásica, como estudo de caso. A metodologia inclui a implementação computacional do estimador WLS, análise da acurácia das estimativas obtidas e processamento de erros grosseiros a partir da aplicação do teste do maior resíduo normalizado. Além disso, são discutidos aspectos como desbalanços de carga, acoplamentos entre linhas de transmissão e os desafios impostos por medições sujeitas a ruídos (erros) de pequena ou grande magnitude (neste caso definido como erros grosseiros) e limitações de cobertura.

O trabalho é estruturado em capítulos que abordam desde os conceitos fundamentais sobre sistemas elétricos de potência e modelagem trifásica, até os métodos de monitoramento e estimação de estado, finalizando com a apresentação e discussão das análises realizadas. A pesquisa contribui para o entendimento e o aprimoramento das técnicas de monitoramento em redes elétricas interligadas, destacando a relevância da modelagem detalhada e de métodos computacionais avançados na operação de sistemas elétricos.

Palavras-chave: Estimação de Estado, Fluxo de Potência, Modelagem Trifásica, Monitoramento de Sistemas Elétricos de Potência, Resíduo Normalizado, Erro Grosseiro.

ABSTRACT

OLIVEIRA, P. H. S **Assessment of the Three-Phase Weighted Least Squares State Estimator and the Largest Normalized Residual Test in a Real Transmission System**. 2024. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

The Brazilian electrical system faces increasing challenges due to rising energy demand, the integration of renewable energy sources, and the complexity of its extensive transmission network. Real-time monitoring and accurate estimation of the system's operational state are essential to ensure grid stability and reliability. This work addresses the development and application of a three-phase state estimator, based on the Weighted Least Squares (WLS) method, associated with the largest normalized residual test for gross errors processing, in transmission systems.

The research uses a real transmission network of the Brazilian National Interconnected System, previously modeled in a three-phase way, as a case study. The methodology includes the computational implementation of the WLS estimator, analyzing the accuracy of the obtained estimates, and addressing gross errors using the largest normalized residual test. Additionally, it discusses issues such as unbalanced loads, coupling between transmission lines, and challenges posed by measurements affected by noise, including both small and large magnitude errors (also known as gross errors), as well as coverage limitations.

The work is organized into chapters that cover fundamental concepts of power systems and three-phase modeling, monitoring techniques, and state estimation method. It concludes with the presentation and discussion of the analyses conducted. This research contributes to the understanding and improvement of monitoring techniques in interconnected power grids, highlighting the importance of detailed modeling and advanced computational methods in electrical system operation.

Keywords: State Estimation. Power Flow. Three-Phase Modeling. Electric Power System Monitoring. Normalized Residual. Gross Error.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Diagrama de blocos do sistema	27
Figura 2 – Diagrama Unifilar do SEP	28
Figura 3 – Mapa do Sistema Interligado Nacional	29
Figura 4 – Representação de um elemento trifásico por quadripolo	31
Figura 5 – Modelo equivalente de uma linha trifásica	32
Figura 6 – Método das imagens	33
Figura 7 – Linha trifásica com neutro aterrado apenas com impedância	37
Figura 8 – Flecha da catenária	40
Figura 9 – Condutores Múltiplos	40
Figura 10 – Linha de transmissão com circuitos paralelos	42
Figura 11 – Transposição de Linhas	43
Figura 12 – Transposição de Linhas usual	43
Figura 13 – Representação de um transformador monofásico	45
Figura 14 – Modelo matemático do trafo monofásico	46
Figura 15 – Banco de capacitor trifásico configuração Y aterrado	49
Figura 16 – Convenção de sinais para fluxos e injeções de corrente	53
Figura 17 – Fluxograma abordando as etapas de um processo tradicional de estima- ção de estado	66
Figura 18 – Algoritmo de Gauss-Newton aplicado na estimação de estado pelo método WLS.	69
Figura 19 – Sistema elétrico com 2 barras e um elemento genérico	72
Figura 20 – Obtenção dos valores de referência das medidas e das variáveis de estado	76
Figura 21 – Diagrama unificar do ST modelado	78
Figura 22 – Diagrama unificar do ST modelado - inclusão das barras virtuais	79
Figura 23 – Métrica de desempenho para os valores de ângulo e tensão, dados diferentes intervalos de u	88
Figura 24 – Métrica de desempenho para as diferentes execuções	97

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Elementos da matriz de quadripolo do transformador trifásico de acordo com a topologia de ligação.	48
Tabela 2 – Tipos de barras no fluxo de potência convencional	53
Tabela 3 – Análise de acurácia das estimativas obtidas a partir das métricas indicadas.	80
Tabela 4 – Tabela indicativa de obtenção de amostras com uma medida portadora de EG, em que i/j/k representam índices distintos	81
Tabela 5 – Tabela com valores de referência e EGs	82
Tabela 6 – Medidas de referência - saída do estimador com $W = I$	84
Tabela 7 – Vetor de estado de referência	85
Tabela 8 – Amostras com respectivas medidas portadoras de EG (10σ)	89
Tabela 9 – Amostras com respectivas medidas eliminadas pelo estimador - 10σ	89
Tabela 10 – Amostras com respectivas medidas portadoras de EG (15σ)	89
Tabela 11 – Amostras com respectivas medidas eliminadas pelo estimador - 15σ	90
Tabela 12 – Amostras com respectivas medidas portadoras de EG (20σ)	90
Tabela 13 – Amostras com respectivas medidas eliminadas pelo estimador - 20σ	90
Tabela 14 – Amostras com respectivas medidas portadoras de Erro (3σ)	91
Tabela 15 – Medidas que apresentaram o maior resíduo normalizado em cada amostra - (3σ)	91
Tabela 16 – Amostras com medidas portadoras de 10σ de EG	93
Tabela 17 – Amostras com medidas não eliminadas e que apresentaram o maior resíduo normalizado - (teste 10σ)	95
Tabela 18 – Medidas portadoras de EG em cada plano de execução de 20 amostras	96

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
EG	Erro Grosseiro
GD	Geração Distribuída
INDE	Índice de Não Detecção de Erro
INEE	Instituto Nacional de Eficiência Energética
ONS	Organização Nacional do Sistema Elétrico
PMU	Phasor Measurements Units - Unidades de Medição Fasorial
SIN	Sistema Interligado Nacional
SEP	Sistema Elétrico de Potência.
WLS	Weighted Least Squares - Mínimos Quadrados Ponderados
ZIP	Modelo Polinomial de Carga
PQ	Barra de carga
PV	Barra de Tensão Controlada
$V\theta$	Barra slack

LISTA DE SÍMBOLOS

Δf	Variação de Frequência.
$\hat{x}$	Valor Estimado para o Estado x .
λ	Limite de Identificação de Erro Grosseiro.
μ_0	Permeabilidade Magnética no Vácuo.
Ω	Matriz de Covariância dos Resíduos.
ω	Frequência Angular.
ρ	Resistividade Elétrica.
σ	Desvio Padrão.
r^N	Módulo do Resíduo Normalizado.
T_n	Matriz de Transformação de Neutro.
Y	Matriz de Admitância.
Z	Matriz de Impedância.
I_n	Corrente de Neutro.
l_n	Logaritmo Neperiano.
B	Matriz de Susceptância.
b	Elemento de Susceptância.
C	Matriz de Capacitância.
D	Matriz de Distâncias entre Condutores.
e	Vetor de Erros Associados às Medidas.
f	Frequência.
G	Matriz de Condutância.
g	Elemento de Condutância.
GMR	Raio Médio Geométrico.

$h(x)$	Vetor de Equações que Relaciona as Medidas com as Variáveis de Estado.
J	Matriz Jacobiana.
K	Função Objetivo do Método WLS.
K_f	Coefficiente de Sensibilidade.
L	Matriz de Indutância.
P	Potência Ativa.
pr	Precisão do Medidor.
Q	Potência Reativa.
R	Matriz de Covariância.
RD	Raio do Condutor.
r	Elemento de Resistência Elétrica.
S	Matriz de Distância entre Condutores e Imagens.
T	Matriz de Transformação de Fortescue.
U	Matriz de Potenciais.
V	Magnitude do Fasor Tensão.
θ	Ângulo de Fase do Fasor Tensão.
x	Variáveis de Estado.
y	Elemento de Admitância.
z	Elemento de Impedância.
u	Valor Aleatório Pertencente à Distribuição $N(0, 1)$.

ÍNDICE

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Contextualização	21
1.2	Objetivos	22
1.3	Proposta	23
1.4	Descrição dos Capítulos	23
2	O SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA	25
2.1	Geração, Transmissão e Distribuição	25
2.2	O Sistema Interligado Nacional	27
3	MODELAGEM DO SISTEMA ELÉTRICO	31
3.1	Linhas de Distribuição	32
3.1.1	Modelagem das Impedâncias	32
3.1.1.1	Equações de Carson	34
3.1.1.2	Equações de Carson Modificadas	35
3.1.1.3	Matriz Impedância Primitiva	36
3.1.1.4	Matriz Impedância Fase e Redução de Kron	36
3.1.2	Modelagem das Admitâncias	38
3.2	Linhas de Transmissão	39
3.2.1	Flecha da Catenária	39
3.2.2	Condutores múltiplos	40
3.2.3	Presença dos Cabos-Guarda	41
3.2.4	Paralelismo de Redes	41
3.2.5	Transposição das Linhas	42
3.2.6	Quadripolo de Linha	44
3.3	Transformador	45
3.3.1	Transformadores Trifásicos	47
3.4	Banco de Capacitores	48
3.5	Cargas e Geradores	49
4	MONITORAMENTO DO SISTEMA ELÉTRICO DE POTÊNCIA	51
4.1	Fluxo de Potência	51
4.1.1	Definição do Problema do Fluxo de Potência	52
4.1.2	Conceitos Iniciais	53
4.1.2.1	Matriz Admitância	53
4.1.2.2	Equações de Potência	54

4.1.3	Método de Newton	56
4.1.4	Método de Newton-Raphson - Rede Trifásica	59
4.2	Estimador de Estado	62
4.2.1	Etapas da Estimação de Estado	64
4.2.2	O Método Dos Mínimos Quadrados Ponderados	65
4.2.3	Processamento de EGs	69
4.2.3.1	O método do maior resíduo normalizado	70
4.2.3.2	Teorema do Maior Resíduo Normalizado	71
4.2.4	Problema de Condicionamento Numérico	71
4.2.5	O método WLS para sistemas trifásicos	72
4.2.6	Tratamento da Referência Angular em Estimadores Trifásicos	74
5	METODOLOGIA PROPOSTA	75
5.1	Avaliação do Estimador de Estado em Ambiente Simulado	75
5.1.1	Obtenção das Variáveis de Estado de Referência	75
5.1.2	Geração de Valores de Medidas para Simulação	76
5.1.3	Tratamento de Medidas com EG	77
5.1.4	Métrica de desempenho do estimador	77
5.2	Sistema de estudo	78
5.2.1	Caso 1 - Análise de sensibilidade e acurácia	80
5.2.2	Caso 2 - Identificação de EGs	81
5.2.3	Caso 3 - Análise de EG em Amostras Ruidosas	82
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	83
6.1	Obtenção do caso de referência	83
6.2	Avaliação de sensibilidade do sistema	87
6.3	Avaliação da acurácia do estimador	87
6.4	Avaliação da detecção de EG	87
6.5	Averiguação do Teorema do Maior Resíduo Normalizado	91
6.6	Avaliação considerando EG e Ruído simultaneamente	95
6.7	Análise dos resultados	97
6.7.1	Sensibilidade e acurácia	97
6.7.2	Identificação de EG e Teorema do Maior Resíduo normalizado	98
6.7.3	Identificação de EG na presença de ruído	99
7	CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS	101
	REFERÊNCIAS	103

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

O sistema elétrico brasileiro enfrenta desafios significativos devido à crescente demanda por energia, à integração de fontes renováveis e à complexidade de sua extensa malha de transmissão. Com o aumento da geração distribuída (GD) e a maior intermitência associada a fontes de energia renováveis, como eólica e solar, ferramentas para monitoramento em tempo real tornam-se cruciais para garantir a estabilidade e a confiabilidade do sistema.

O monitoramento constante permite a detecção de anomalias e a correção imediata de desvios, prevenindo apagões e otimizando o uso dos recursos energéticos, fatores essenciais para assegurar o fornecimento contínuo e seguro de energia no Brasil.

Para garantir um monitoramento eficiente do sistema elétrico, é essencial coletar diversas medições ao longo da rede, para obtenção das variáveis de estado da rede elétrica (usualmente as tensões complexas nodais). Essas informações são vitais para avaliar o estado operacional do sistema e tomar decisões em tempo real. Para isso, são instalados medidores ao longo do sistema elétrico, possibilitando a medição de potência ativa e reativa (injeção e fluxo) e magnitude de tensão nodal através do sistema SCADA (*Supervisory Control and Data Acquisition*) convencional, ou, até mesmo, grandezas fasoriais sincronizadas, através das Unidades de Medição Fasorial, do inglês *Phasor Measurements Units* (PMUs).

No entanto, além de estarem sujeitos a erros de medição, a instalação desses dispositivos em todos os pontos do sistema não é viável economicamente, devido ao alto custo envolvido em sua aquisição, manutenção e infraestrutura necessária. Como resultado, a quantidade de medidores instalados costuma ser limitada, o que restringe a visibilidade completa da rede e exige o uso de técnicas avançadas para estimar as condições em áreas não monitoradas diretamente.

Para solucionar o desafio da escassez de medições e dos erros presentes nos dados obtidos pelos medidores, uma das principais ferramentas computacionais empregadas é o estimador de estado. Essa técnica visa determinar, em tempo real, as variáveis de estado de um Sistema Elétrico de Potência (SEP), ou seja, as tensões complexas nodais, utilizando um modelo elétrico detalhado da rede e seus parâmetros. A partir de um conjunto redundante de medidas, que estão sujeitas a ruído inerente, o estimador de estado processa essas informações para gerar uma visão precisa do comportamento do sistema.

Introduzido inicialmente na década de 1970 (SCHWEPPE; WILDES, 1970), o estimador de estado revolucionou a operação em tempo real dos SEPs ao fornecer dados

confiáveis sobre a condição do sistema, corrigindo medições errôneas e preenchendo lacunas em áreas sem medidores. Além disso, o estimador é fundamental para outras atividades de análise, como a detecção de falhas, otimização do sistema e controle preventivo, o que o torna indispensável para a gestão eficiente de uma rede elétrica.

Para a utilização eficaz do estimador de estado, a modelagem precisa do sistema elétrico é fundamental.

Quanto mais fiel for essa modelagem à realidade, melhores tendem a ser os resultados gerados pelo estimador. No entanto, na maioria dos casos, utiliza-se um modelo monofásico, ou de sequência positiva, em vez de uma modelagem trifásica completa. Uma análise da aplicação

Esse modelo monofásico simplifica a análise ao assumir que as cargas são equilibradas e que as redes operam de maneira simétrica. Nesse cenário, as grandezas elétricas em cada fase têm a mesma magnitude, com uma defasagem angular de 120° entre elas, e os parâmetros da rede e as cargas são considerados simétricos e equilibrados, respectivamente. Essa abordagem é geralmente adequada para sistemas de transmissão em extra-alta e ultra-alta tensão, onde o comportamento do sistema tende a ser mais balanceado.

No entanto, em situações em que há desbalanço significativo nas cargas ou desequilíbrios nas redes, a modelagem monofásica se torna inadequada (HANSEN; DEBS, 1995). Esses desbalanços são particularmente comuns em sistemas de distribuição, onde as cargas não podem ser distribuídas uniformemente entre os alimentadores e há a presença de cargas monofásicas e bifásicas. Já nos sistemas de transmissão, os desequilíbrios na rede podem ser causados, por exemplo, pela ausência de transposição nas fases das linhas de transmissão, o que afeta a precisão do modelo monofásico (ZHONG; ABUR, 2002).

Uma análise comparativa dos processos de estimação de estado monofásica e trifásica em um sistema de transmissão foi realizada em (OLIVEIRA et al.,). Essa mostrou que mesmo em sistemas de transmissão com pequenas assimetrias e desequilíbrios, a estimação associada a modelagem trifásica gera resultados mais satisfatórios quando comparado com os resultados de uma modelagem de sequência positiva.

1.2 Objetivos

Em comparação com os estudos voltados para a estimação de estado monofásica, há uma quantidade limitada de pesquisas focadas na estimação de estado trifásica para sistemas de transmissão. Alguns desses trabalhos tratam o problema de forma mais ampla e geral (BARAN; KELLEY, 1994), enquanto outros concentram seus esforços na aplicação da estimação trifásica em redes de distribuição (MELIOPOULOS; ZHANG, 1996). Contudo, é importante destacar que, em muitos desses estudos, são desconsiderados aspectos como

os acoplamentos mútuos entre linhas de transmissão, os desbalanços nas cargas e a falta de transposição das linhas.

Diante do cenário exposto, este trabalho tem como objetivo avaliar a acurácia de um estimador de estado trifásico por Mínimos Quadrados Ponderados, associado ao teste do maior resíduo normalizado para processamento de medidas com erros grosseiros, baseado em uma modelagem trifásica detalhada de um sistema de transmissão real.

1.3 Proposta

Para atingir os objetivos propostos, a análise será realizada com base em um sistema de transmissão real brasileiro, pertencente a uma importante concessionária de energia. Esse sistema já foi modelado, conforme descrito por (MASSON, 2021), com representação trifásica já disponível, contemplando todos os parâmetros elétricos necessários.

Um código em C foi desenvolvido para implementar um estimador de estado WLS associado ao teste do maior resíduo normalizado. Esse estimador processará os dados da modelagem do sistema e métricas de desempenho foram aplicadas para avaliar a acurácia dos resultados.

1.4 Descrição dos Capítulos

Este trabalho está estruturado em sete capítulos, conforme descrito a seguir:

- **Capítulo 2 - Sistema Elétrico de Potência:** Este capítulo apresenta uma visão geral sobre os sistemas elétricos de potência, abordando os processos de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Além disso, será discutido aspectos do SIN, destacando sua importância e desafios operacionais.
- **Capítulo 3 - Modelagem do Sistema Elétrico:** Neste capítulo, serão descritas as técnicas de modelagem de sistemas elétricos, tanto na abordagem monofásica quanto trifásica. Serão discutidos os principais componentes de um sistema elétrico, como transformadores, linhas de transmissão, capacitores, e cargas, e como esses elementos são representados nas modelagens.
- **Capítulo 4 - Monitoramento de Sistemas Elétricos de Potência:** Este capítulo explora as técnicas de monitoramento de sistemas de potência, com foco no fluxo de potência e na estimação de estado. Serão abordados os métodos de cálculo de fluxo de potência, como o método de Newton-Raphson; além do método WLS para estimação de estado.

- **Capítulo 5 - Metodologia Proposta:** Neste capítulo, será apresentada a metodologia utilizada neste trabalho, que envolve a aplicação do estimador de estado via método WLS em um sistema de transmissão com modelagem trifásica e assimétrica. Além disso, será apresentado o tipo de métrica de desempenho a ser utilizada, bem como os testes a serem executados para avaliar a eficiência de detecção de Erro Grosseiro via resíduo normalizado.
- **Capítulo 6 - Resultados e Discussão:** Este capítulo apresentará os resultados obtidos nas simulações realizadas, incluindo a aplicação do método de detecção e eliminação de erros grosseiros por meio do maior resíduo normalizado, a validação do teorema do maior resíduo normalizado e a avaliação da acurácia do estimador frente aos ruídos nos medidores, entre outros aspectos.
- **Capítulo 7 - Conclusão e Considerações Finais:** No capítulo final, serão apresentadas as conclusões do trabalho, bem como sugestões para trabalhos futuros e considerações sobre a aplicação prática dos resultados obtidos.

2 O Sistema Elétrico de Potência

2.1 Geração, Transmissão e Distribuição

Os sistemas elétricos de potência têm a função precípua de fornecer energia elétrica aos usuários, grandes ou pequenos, com a qualidade adequada, no instante em que for solicitada. Isto é, o sistema tem as funções de produtor, transformando a energia de alguma natureza, por exemplo, hidráulica, mecânica, térmica ou outra, em energia elétrica, e de distribuidor, fornecendo aos consumidores a quantidade de energia demandada, instante a instante (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2021).

Dessa maneira, os sistemas elétricos de potência são subdivididos em três grandes blocos, em que cada um, por sua vez, é composto por outros grupos:

1. **Geração:** Esse bloco é responsável pela geração de energia elétrica através da conversão de outros tipos de energia. Aqui, no Brasil, face ao grande potencial hídrico existente, predomina a produção de energia elétrica pela transformação de energia hidráulica em elétrica (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2021).

As usinas geradoras estão localizadas próximo dos recursos naturais energéticos, como as usinas hidroelétricas estabelecidas nos pontos favoráveis para o aproveitamento dos desníveis e quedas de água dos rios, assim como locais propícios para a formação de lagos e o armazenamento da água. Da mesma forma, as usinas térmicas localizam-se próximo das reservas de combustíveis fósseis como o carvão ou gás (ZANETTA, 2006).

Entretanto, esse cenário predominante ao longo dos anos está sofrendo alterações com a implementação da GD. De acordo com o Instituto Nacional de Eficiência Energética (INEE), GD é uma expressão utilizada para explicitar a geração de energia elétrica próxima ao consumidor final, com instalação de geradores de pequeno porte, independente da fonte energética escolhida. Dessa forma, é possível levar energia a locais remotos, com menos custos financeiros, em menos tempo e com menos impacto ambiental. Verifica-se que o uso de energia sustentável, através da GD, é a aposta para um futuro de qualidade para toda a população (PINTO, 2019).

2. **Tranmissão:** Essa camada refere-se ao processo pelo qual a energia elétrica gerada em usinas ou outras fontes de geração, é transportada para os centros de consumo, que podem estar localizados a grandes distâncias desses pontos de origem.

Após a energia ser gerada, normalmente em uma tensão relativamente baixa (13,8 a 24 kV), essa é imediatamente transformada para uma tensão mais alta (115 a

765 kV) por meio de transformadores, localizados em subestações elevadoras. Esse aumento na tensão é essencial porque reduz as perdas de energia durante o transporte, tornando o processo mais eficiente.

A transmissão ocorre através de redes de linhas de transmissão, que consistem em cabos condutores suspensos por torres. Condutores ideais para linhas aéreas de transmissão seriam aqueles que pudessem apresentar as seguintes características: alta condutibilidade elétrica, baixo custo, boa resistência mecânica, baixo peso específico e alta resistência à oxidação e à corrosão. As condições mencionadas, um tanto conflitantes, não são atendidas simultaneamente por nenhum material em particular e, dentre os metais que o maior número dessas propriedades possuem, estão o cobre e o alumínio, bem como suas ligas, que hoje são empregados universalmente (FUCHS, 1977).

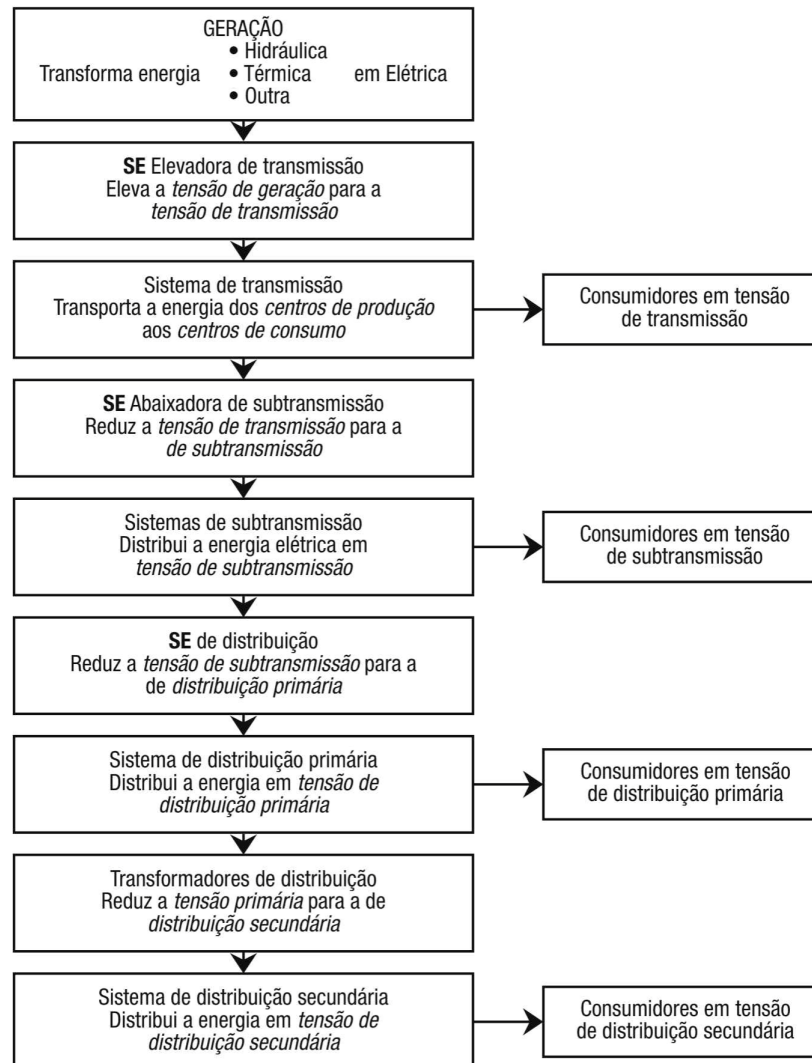
Essas linhas transportam a energia elétrica por longas distâncias até subestações intermediárias, como as subestações de subtransmissão, onde a tensão é parcialmente reduzida para atender consumidores em níveis de subtransmissão. A energia segue então para subestações finais, conhecidas como subestações de distribuição, onde a tensão é novamente reduzida para níveis que são adequados para distribuição aos consumidores finais, seja para uso residencial, comercial ou industrial.

3. **Distribuição:** Esse sistema é responsável pelo recebimento da energia dos sistemas de transmissão (ou subtransmissão) e pela distribuição para os consumidores finais, sendo formado por, basicamente, postes, isoladores e subestações (BARROS; GEDRA; BORELLI, 2014).

Inicialmente, as linhas de transmissão chegam às subestações primárias de distribuição, cuja função é reduzir a tensão de transmissão para níveis adequados ao transporte nas redes de média tensão. A partir dessas subestações, a energia é direcionada para alimentadores de média tensão que abastecem consumidores de alimentação primária, como indústrias de grande porte e grandes estabelecimentos comerciais. Em seguida, a energia passa por transformadores que diminuem a tensão para níveis ainda mais baixos, adequados à distribuição secundária, que tipicamente opera em tensões de 220 V a 380 V. Essa rede de baixa tensão atende a consumidores residenciais, pequenos comércio e outras pequenas instalações, garantindo que a energia chegue com segurança e eficiência às diversas necessidades de consumo.

A Figura 1 apresenta um resumo da estrutura do SEP em forma de diagrama de blocos. Adicionalmente, a Figura 2 fornece uma representação do mesmo sistema no formato de diagrama unifilar, destacando os principais componentes e suas interconexões.

Figura 1 – Diagrama de blocos do sistema



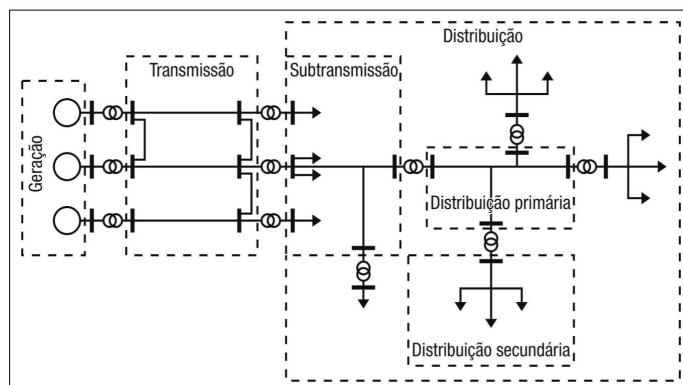
Fonte: KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA (2021)

2.2 O Sistema Interligado Nacional

O SIN é a principal rede de geração e transmissão de energia elétrica no Brasil, responsável por conectar a maior parte das usinas hidrelétricas, termelétricas, eólicas e solares do país aos centros consumidores. A interconexão dos sistemas elétricos, por meio da malha de transmissão, propicia a transferência de energia entre subsistemas, permite a obtenção de ganhos sinérgicos e explora a diversidade entre os regimes hidrológicos das bacias. A integração dos recursos de geração e transmissão permite o atendimento ao mercado com segurança e economicidade (Organização Nacional do Sistema Elétrico (ONS), 2024).

Até meados do século XX, o desenvolvimento da indústria de energia elétrica no Brasil ocorreu principalmente por meio de sistemas isolados, com usinas localizadas próximas às

Figura 2 – Diagrama Unifilar do SEP



Fonte: KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA (2021)

idades do Rio de Janeiro e São Paulo. As interligações começaram na década de 1920, inicialmente com o objetivo de permitir a transferência de energia durante períodos de crise. Embora alguns sistemas tenham sido interligados, a operação das usinas continuava de forma descentralizada, sem aproveitar a diversidade hidrológica existente nas diferentes regiões do país (CABRAL; CACHAPUZ, 2000).

O desenvolvimento do SIN foi impulsionado pela construção de grandes hidrelétricas, como Itaipu e Tucuruí (inauguradas em 1984), entre outras usinas ao longo dos rios Paraná, São Francisco e Tocantins. A necessidade de conectar essas usinas às principais áreas de consumo do país levou à criação de uma vasta rede de linhas de transmissão de alta tensão, que gradualmente conectou os sistemas regionais.

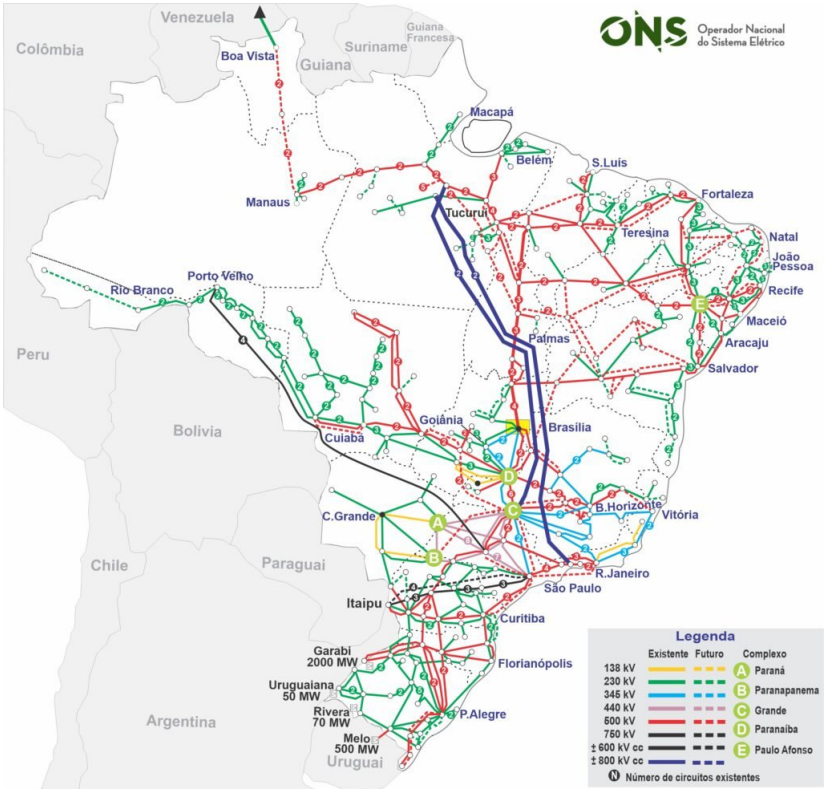
A criação da Eletrobras em 1962, como uma empresa estatal responsável pela coordenação e execução dos planos de energia elétrica, foi crucial para a integração dos sistemas isolados. A empresa desempenhou um papel central no planejamento e na execução dos projetos de infraestrutura necessários para a interligação.

Nos anos 1990 e 2000, o SIN passou por significativas transformações com a reestruturação do setor elétrico brasileiro, que envolveu a privatização de empresas estatais, a introdução de um mercado livre de energia e a criação de novas instituições reguladoras, como a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) e o Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS).

Atualmente, o Sistema Interligado Nacional (SIN) cobre a maior parte do território brasileiro (Figura 3), com exceção de algumas áreas isoladas, principalmente na região Norte, como trechos do estado do Amazonas e Roraima, que ainda operam com sistemas elétricos independentes. O SIN é considerado um dos maiores sistemas interligados do mundo, tanto em extensão quanto em complexidade, e desempenha um papel fundamental no desenvolvimento econômico e social do Brasil.

Além disso, o SIN é crucial para integrar fontes de energia renovável, como eólica e solar, que têm crescido significativamente no Brasil nas últimas décadas. A operação do sistema é coordenada pelo ONS, que garante o equilíbrio entre oferta e demanda de energia em tempo real, além de supervisionar a segurança e a confiabilidade do sistema.

Figura 3 – Mapa do Sistema Interligado Nacional



Fonte: ONS (2024)

3 Modelagem do sistema Elétrico

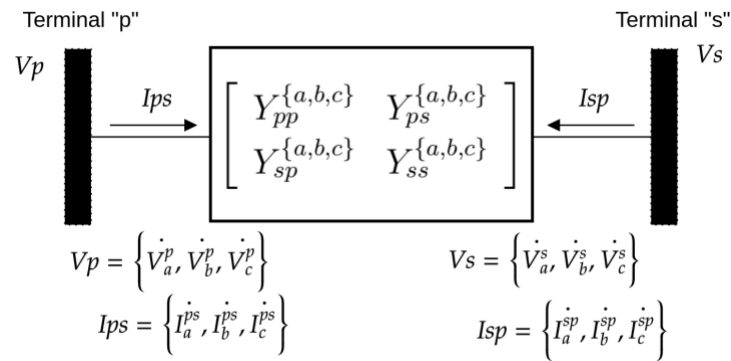
Este capítulo tem como objetivo detalhar o processo de modelagem dos principais componentes elétricos presentes em sistemas elétricos de potência. Inicialmente, será apresentada a modelagem de linhas de distribuição, com a introdução do modelo trifásico, abordando suas características fundamentais. Em seguida, serão discutidas as particularidades das linhas de transmissão, incluindo a simplificação por meio do modelo monofásico de sequência positiva, que facilita a análise de redes mais complexas.

Posteriormente, será introduzida a modelagem de transformadores, começando com o cálculo para transformadores monofásicos e expandindo, em seguida, para a modelagem de transformadores trifásicos, que são mais comuns em sistemas de grande escala. Na sequência, será analisado o banco de capacitores, detalhando seu papel na compensação reativa. Por fim, o capítulo abordará a modelagem de cargas e geradores, fundamentais para o comportamento dinâmico e estático do sistema elétrico, proporcionando uma visão completa dos elementos críticos para a análise de sistemas de potência.

No final de cada seção, procurou-se colocar o modelo trifásico de cada elemento no formato de quadripolo, a fim de facilitar a implementação do fluxo de potência e o estimador, ambos trifásicos.

A Figura 4 representa um elemento da rede genérico por meio de um quadripolo, em que as relações entre tensão e corrente nos terminais “p” e “s” são formadas através de matrizes admitância.

Figura 4 – Representação de um elemento trifásico por quadripolo



Fonte: MELO (2022)

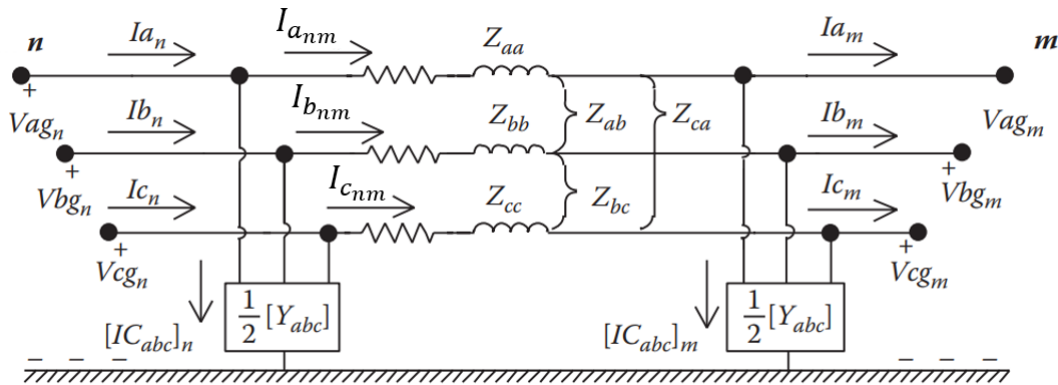
3.1 Linhas de Distribuição

Os resultados obtidos em cálculos de fluxo de potência são tão mais exatos quanto mais realistas forem os modelos dos componentes presentes no sistema de distribuição (JUNIOR, 1999).

Nesse sentido, é importante que uma linha seja representada por um modelo que inclua uma série de informações, tais como os efeitos resistivos, indutivos e capacitivos presentes nos cabos percorridos por corrente elétrica, a geometria dos postes sobre os quais a linha está disposta e o real espaçamento entre os condutores, entre outros fatores (KERSTING, 2018).

Um modelo completo de uma linha de distribuição é apresentado na Figura 5. Nela, estão representados os três condutores fase (a, b, c). Como será detalhado posteriormente, o condutor neutro não está explicitamente incluído, pois seu efeito já foi incorporado nos parâmetros do sistema.

Figura 5 – Modelo equivalente de uma linha trifásica



Fonte: KERSTING (2018)

É possível notar que as grandezas elétricas em cada uma das extremidades da linha, tais como tensão e corrente, dependem diretamente dos parâmetros de cada fase e dos parâmetros mútuos. As modelagens das impedâncias e admitâncias shunt serão realizadas de forma separadas, para, no fim, ser feita uma análise do modelo trifásico completo.

3.1.1 Modelagem das Impedâncias

A impedância série é composta por uma resistência que depende das características físicas do condutor e uma reatância indutiva que é fruto do fluxo magnético gerado pela corrente que o percorre. Já a impedância mútua é composta apenas por uma reatância indutiva gerada a partir da interação entre os fluxos magnéticos dos condutores. As

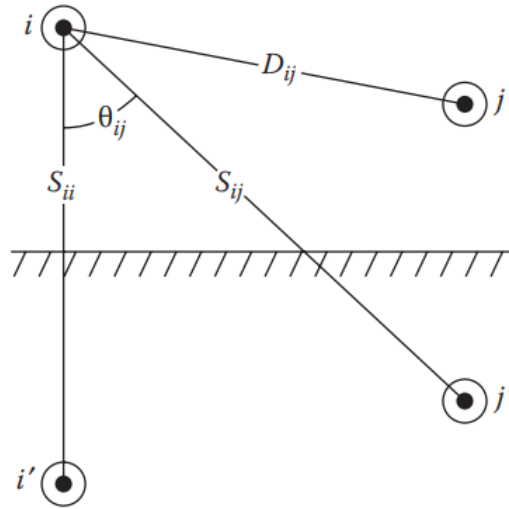
equações que fornecem os valores dessas impedâncias estão representadas em (3.1) e (3.2).

$$z_{ii} = r_i + j \cdot \omega \cdot L_{ii} \quad (3.1)$$

$$z_{ij} = j \cdot \omega \cdot L_{ij} \quad (3.2)$$

Os termos L_{ii} e L_{ij} representam a indutância própria e mútua, respectivamente. Os valores desses termos podem ser deduzidos a partir do equacionamento dos fluxos magnéticos (FUCHS, 1977), obtendo-se as expressões (3.3) e (3.4). Para chegar em tais equações é necessário empregar o método das imagens. Esse método envolve a introdução de condutores fictícios simétricos em relação aos condutores originais, com o solo servindo como plano de referência, mas com cargas de polaridade oposta, como mostrado na Figura 6.

Figura 6 – Método das imagens



Fonte: KERSTING (2018)

$$L_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{1}{GMR_i} \right) H/m \quad (3.3)$$

$$L_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{1}{D_{ij}} \right) H/m \quad (3.4)$$

Substituindo (3.3) e (3.4) em (3.1) e (3.2), obtêm-se:

$$Z_{ii} = r_i + j \cdot \mu_0 \cdot f \cdot \ln \left(\frac{S_{ij}}{GMR_i} \right) \quad (3.5)$$

$$Z_{ij} = j \cdot \mu_0 \cdot f \cdot \ln \left(\frac{S_{ii}}{D_{ij}} \right) \quad (3.6)$$

Em que,

- f é a frequência da rede
- r_i é a resistência do condutor 'i'
- μ_0 é a permeabilidade magnética no vácuo
- GMR_i é o raio médio geométrico do condutor 'i'
- D_{ij} é a distância entre os condutores 'i' e 'j'
- S_{ij} é a distância entre o condutor 'i' e a imagem do condutor 'j'
- S_{ii} é a distância entre o condutor 'i' e a imagem do condutor 'i'

Note que para o cálculo da impedância série da linha, precisa-se conhecer as características físicas dos condutores, as quais são tabeladas. Enquanto isso, para o cálculo da impedância mútua, somente é necessário ter em mãos as distâncias geométricas entre os condutores.

3.1.1.1 Equações de Carson

As fórmulas (3.5) e (3.6) ainda estão incompletas para redes assimétricas. Devido à assimetria da rede e o desbalanço das cargas, a soma das correntes em cada fase não resulta em zero, ocasionando, dessa forma, um escoamento de corrente pelo solo. Dessa forma, é importante que os parâmetros de uma linha levem em consideração os efeitos produzidos pela corrente de retorno pelo solo. A fim de resolver esse problema, Carson elaborou equações que incorporasse esse feito, sendo essas representadas em (3.7) e (3.8).

As equações de Carson originais são dadas por :

$$z_{ii} = r_i + 4\omega P_{ii}G + j \left(X_i + 2\omega G \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + 4\omega Q_{ii}G \right) \Omega/\text{milha} \quad (3.7)$$

$$z_{ij} = 4\omega P_{ij}G + j \left(2\omega G \cdot \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} + 4\omega Q_{ij}G \right) \Omega/\text{milha} \quad (3.8)$$

Sendo que :

$$X_i = 2\omega G \cdot \ln \frac{RD_i}{GMR_i} \Omega/\text{milha} \quad (3.9)$$

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3\sqrt{2}} k_{ij} \cos(\theta_{ij}) + \frac{k_{ij}^2}{16} \cos(2\theta_{ij}) \left(0.6728 + \ln \frac{2}{k_{ij}} \right) \quad (3.10)$$

$$Q_{ij} = -0.0386 + \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{2}{k_{ij}} + \frac{1}{3\sqrt{2}} k_{ij} \cos(\theta_{ij}) \quad (3.11)$$

$$k_{ij} = 8.565 \cdot 10^{-4} \cdot S_{ij} \cdot \sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (3.12)$$

A indicação de cada termo é:

z_{ii} = impedância própria do condutor i em Ω/milha

z_{ij} = impedância mútua entre os condutores i e j em Ω/milha

r_i = resistência do condutor i em Ω/milha

$\omega = 2\pi$ = frequência angular do sistema em radianos por segundo

$G = 0,160934 \cdot 10^{-3} \Omega/\text{milha}$

RD_i = raio do condutor i em pés (ft)

GMR_i = raio médio geométrico do condutor i em pés (ft)

f = frequência do sistema em Hertz

ρ = resistividade da terra em $\Omega\text{-metros}$

D_{ij} = distância entre os condutores i e j em pés (ft)

S_{ij} = distância entre o condutor i e a imagem j em pés (ft)

θ_{ij} = ângulo entre um par de linhas traçadas do condutor i até sua própria imagem e para a imagem do condutor j

3.1.1.2 Equações de Carson Modificadas

As equações (3.7) e (3.8) servem para identificar os parâmetros físicos e geométricos que caracterizam a impedância da linha. Entretanto, a fim de facilitar os cálculos, as equações de Carson geralmente são modificadas, adicionando-se aproximações para as constantes P_{ij} e Q_{ij} :

$$P_{ij} \approx \frac{\pi}{8} \quad (3.13)$$

$$Q_{ij} \approx -0.0386 + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{k_{ij}} \quad (3.14)$$

Substituindo esses valores aproximados nas fórmulas de impedância, assumindo frequência de 60 Hz e resistividade do solo de 100 $\Omega \cdot \text{m}$, as equações finais obtidas são :

$$z_{ii} = r_i + 0.0953 + j0.12134 \left(\ln \frac{1}{GMR_i} + 7.93402 \right) \Omega/\text{milha} \quad (3.15)$$

$$z_{ij} = 0.0953 + j0.12134 \left(\ln \frac{1}{D_{ij}} + 7.93402 \right) \Omega/\text{milha} \quad (3.16)$$

As equações (3.15) e (3.16) são as utilizadas no cálculo das impedâncias da linha. Vale ressaltar que essas equações são válidas para GMR_i e D_{ij} dados em pés (ft) e r_i em Ω/milha .

3.1.1.3 Matriz Impedância Primitiva

Os cálculos a serem realizados para sistemas polifásicos podem ser facilitados ao utilizar o formato matricial para seus parâmetros. Nessa perspectiva, define-se a matriz impedância primitiva que, para um sistema trifásico com um neutro (n), é dada por:

$$Z_{\text{primitiva}} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} & z_{an} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} & z_{bn} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} & z_{cn} \\ z_{na} & z_{nb} & z_{nc} & z_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Vale ressaltar que essa é uma matriz **simétrica** uma vez que os termos mútuos z_{ij} e z_{ji} são iguais entre si. Além disso, escrevendo na forma particionada:

$$Z_{\text{primitiva}} = \begin{bmatrix} Z_{ij} & Z_{in} \\ Z_{nj} & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

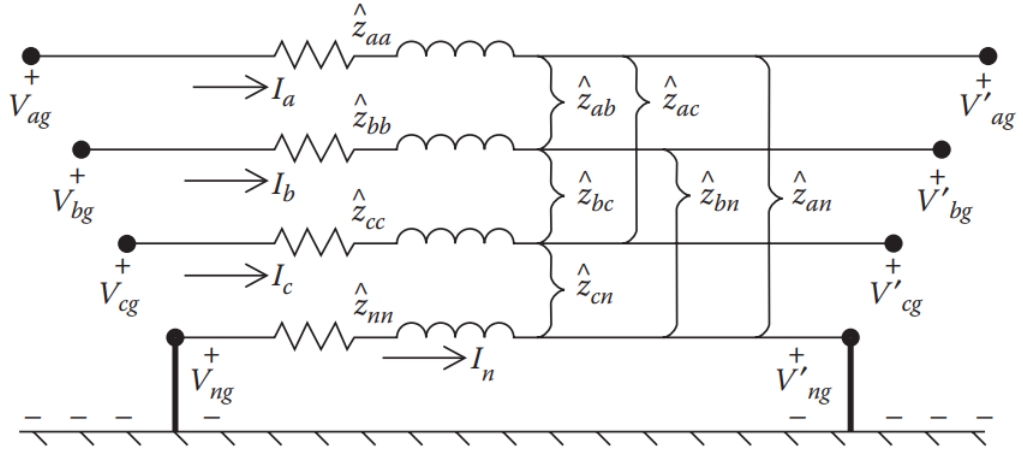
3.1.1.4 Matriz Impedância Fase e Redução de Kron

Uma linha trifásica com um neutro aterrado está ilustrado na figura 7. Na maior parte dos equacionamentos de redes elétricas, a matriz impedância precisa ser reduzida a uma matriz composta apenas pelas fases do sistema, ou seja, uma matriz 3x3. Para realizar isso, utiliza-se a redução de Kron. Inicialmente, ao utilizar a segunda lei de Kirchhoff no circuito em questão, obtém-se a equação matricial (3.19).

$$\begin{bmatrix} V_{ag} \\ V_{bg} \\ V_{cg} \\ V_{ng} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_{ag} \\ V'_{bg} \\ V'_{cg} \\ V'_{ng} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} & z_{an} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} & z_{bn} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} & z_{cn} \\ z_{na} & z_{nb} & z_{nc} & z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_n \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Note que a equação (3.19) representa simplesmente que a tensão no início da linha é igual a tensão no final da linha somada a queda de tensão ao longo da linha. Além disso, tal equação deixa claro que a queda de tensão em cada fase depende não somente do

Figura 7 – Linha trifásica com neutro aterrado apenas com impedância



Fonte: KERSTING (2018)

produto entre a corrente da respectiva fase e sua impedância própria, mas também do produto entre as correntes das outras fases e as respectivas impedância mútuas. A fim de simplificar os cálculos, utiliza-se a forma particionada :

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ V_{ng} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V'_{abc} \\ V'_{ng} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{ij} & Z_{in} \\ Z_{nj} & Z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{abc} \\ I_n \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Como o neutro é aterrado, v_{ng} e v'_{ng} são iguais a 0 . Logo, as equações isoladas são:

$$V_{abc} = V'_{abc} + Z_{ij} \cdot I_{abc} + Z_{in} \cdot I_n \quad (3.21)$$

$$0 = 0 + Z_{nj} \cdot I_{abc} + Z_{nn} \cdot I_n \quad (3.22)$$

Isolando a corrente do neutro na equação (3.22), obtém-se:

$$I_n = -Z_{nn}^{-1} \cdot Z_{nj} \cdot I_{abc} \quad (3.23)$$

É possível observar que a corrente no neutro é formada pelo produto de uma matriz e a matriz de correntes de fase. Aquela primeira é denominada matriz de transformação de neutro (T_n):

$$T_n = -Z_{nn}^{-1} \cdot Z_{nj} \quad (3.24)$$

$$\therefore I_n = T_n \cdot I_{abc} \quad (3.25)$$

Substituindo a equação (3.23) na equação (3.21):

$$V_{abc} = V'_{abc} + (Z_{ij} - Z_{in} \cdot Z_{nn}^{-1} \cdot Z_{nj}) \cdot I_{abc} \quad (3.26)$$

A equação acima é formada apenas por matrizes 3x3, logo, seu resultado também será uma matriz 3x3. Reescrevendo a equação:

$$V_{abc} = V'_{abc} + Z_{abc} \cdot I_{abc} \quad (3.27)$$

Em que:

$$Z_{abc} = Z_{ij} - Z_{in} \cdot Z_{nn}^{-1} \cdot Z_{nj} \quad (3.28)$$

As informações do neutro estão embutidas na matriz z_{abc} . Essa matriz é denominada matriz impedância por fase. A expressão utilizada em seu cálculo consiste na chamada "**redução de Kron**". O formato da matriz Z_{abc} é :

$$Z_{abc} = \begin{bmatrix} z_{aa} & z_{ab} & z_{ac} \\ z_{ba} & z_{bb} & z_{bc} \\ z_{ca} & z_{cb} & z_{cc} \end{bmatrix} \Omega/u.c \quad (3.29)$$

A matriz Z_{abc} , por sua vez, é uma matriz simétrica, contudo, devido à assimetria da linha, as impedâncias mútuas entre as fases são diferentes entre si.

3.1.2 Modelagem das Admitâncias

O elemento shunt de uma linha de transmissão, expresso em termos de admitância, é predominantemente caracterizado pela presença de uma susceptância capacitiva. Esta surge devido à proximidade dos condutores e à existência de um meio dielétrico que os separa. Quando uma diferença de potencial é aplicada aos condutores, cargas elétricas se acumulam em suas superfícies, criando um campo elétrico entre eles. Analogamente ao elemento série, a admitância shunt é subdividida em termos próprios (Y_{ii}) e mútuos (Y_{ij}). O primeiro surge devido ao campo elétrico entre condutor e solo, já o segundo devido ao campo entre condutores.

Assim como no cálculo da impedância série, o método das imagens é utilizado para incorporar o efeito do solo como superfície equipotencial. Inicialmente, calculam-se os coeficientes de potenciais de Maxwell pelo equacionamento dos campos elétricos, obtendo-se as equações (3.30) e (3.31):

$$U_{ii} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \ln \left(\frac{S_{ii}}{R_i} \right) \quad (3.30)$$

$$U_{ij} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \ln \left(\frac{S_{ij}}{D_{ij}} \right) \quad (3.31)$$

Em que,

- R_i é o raio do condutor 'i'.
- ϵ é a permissividade elétrica do meio.

Calculados todos os termos para n condutores, obtém-se a matriz de coeficientes de potenciais, descrita na equação (3.32). Assim como no caso da matriz impedância, aplica-se a redução de KRON descrita na equação (3.33) para obter a matriz reduzida. A sua inversa resulta na matriz de capacitância, como descrito em (3.34). Por fim, a matriz admitância (Y) é obtida pela equação (3.35).

$$U_{primitiva} = \begin{bmatrix} u_{aa} & u_{ab} & u_{ac} & \cdot & u_{an} \\ u_{ba} & u_{bb} & u_{bc} & \cdot & u_{bn} \\ u_{ca} & u_{cb} & u_{cc} & \cdot & u_{cn} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ u_{na} & u_{nb} & u_{nc} & \cdot & u_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$U_{abc} = U_{ij} - U_{in} \cdot U_{nn}^{-1} \cdot U_{jn} \quad (3.33)$$

$$C_{abc} = U_{abc}^{-1} \quad (3.34)$$

$$Y_{abc} = j \cdot \omega \cdot C_{abc} \quad \mu S/u.c \quad (3.35)$$

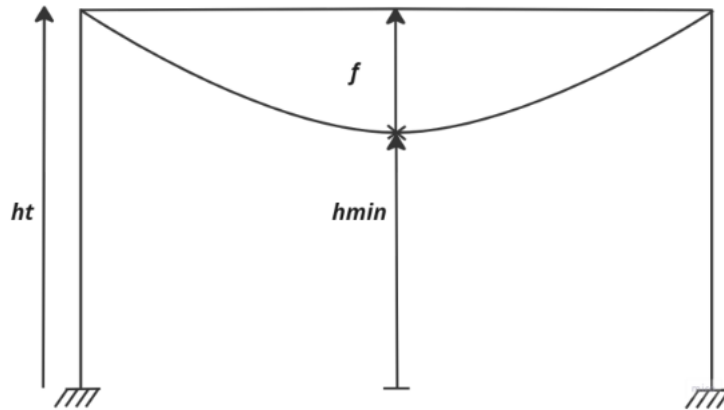
3.2 Linhas de Transmissão

A modelagem das linhas de transmissão utiliza as equações básicas já desenvolvidas para o sistema de distribuição. No entanto, as redes de transmissão apresentam efeitos específicos que precisam ser integrados a essas equações estabelecidas. Portanto, o objetivo desta seção é explorar em detalhe esses efeitos particulares e descrever como são incorporados matematicamente na modelagem.

3.2.1 Flecha da Catenária

Como um condutor percorre um longo caminho entre duas torres distintas, seu peso provoca o surgimento de uma curvatura. Logo, a altura utilizada na modelagem é diferente da altura do cabo na torre.

Figura 8 – Flecha da catenária



Fonte: Elaborada pelo Autor

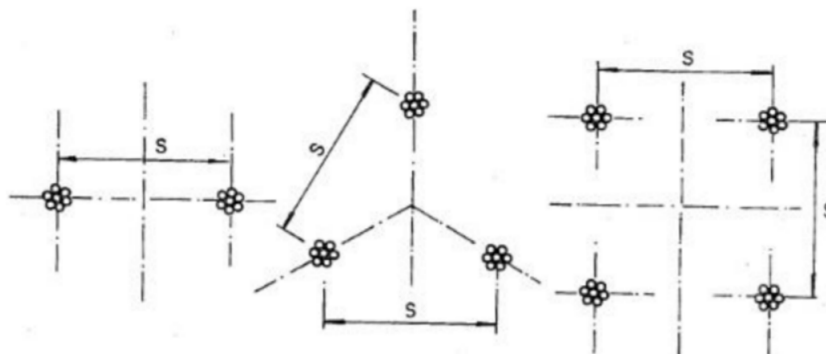
A figura 8 representa a flecha catenária formada, em que h_t é a altura do cabo na torre, h_{min} é a altura do cabo no meio do vão e f é a flecha no meio do vão. Uma aproximação para a altura a ser considerada na modelagem é :

$$h_m = h_t - \frac{2}{3} \cdot f \quad (3.36)$$

3.2.2 Condutores múltiplos

Observa-se que as linhas de transmissão de alta tensão são constituídas por múltiplos condutores, com o intuito de diminuir seus respectivos gradientes de potencial (FUCHS, 1977). Adicionalmente, há uma consideração econômica associada à complexidade de fabricar cabos com diâmetros elevados. Para contornar essa dificuldade, são acrescentados mais cabos em paralelo, separados por espaçadores, formando assim os condutores múltiplos (ZANETTA, 2006). Pode-se observar alguns arranjos de condutores múltiplos na figura 9.

Figura 9 – Condutores Múltiplos



Fonte: FUCHS (1977)

A multiplicidade é modelada por um único cabo fase composto por um raio equivalente dado de forma genérica por:

$$R_{eq} = \sqrt[n]{n \cdot R \cdot GMR} \quad (3.37)$$

Sendo n o número de subcondutores, R o raio da circunferência que circunscreve o condutores e GMR o raio médio geométrico.

3.2.3 Presença dos Cabos-Guarda

Cabos-guarda em linhas de transmissão (LT) desempenham um papel crucial na proteção e segurança do sistema elétrico. Esses cabos podem ser configurados como isolados ou aterrados. Quando isolados, a corrente induzida nos para-raios é nula, minimizando impactos nas indutâncias e reatâncias indutivas dos outros cabos. Por outro lado, na configuração aterrada, a corrente induzida circula pelos para-raios, penetrando no solo pelas torres e retornando ao cabo por outra torre. Nesse caso, as influências da resistência e indutância do solo afetam o valor da corrente induzida (FUCHS, 1977).

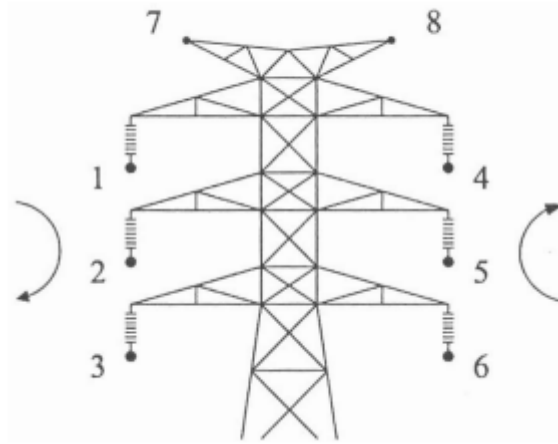
No caso em que esses são aterrados, aplica-se a Redução de Kron, a fim de reduzir a matriz impedância e admitância para uma matriz de dimensão 3x3.

3.2.4 Paralelismo de Redes

Em uma mesma torre de transmissão pode-se encontrar diversos circuitos. Além disso, é comum observar a existência de outras linhas na mesma faixa de passagem ou mesmo nas proximidades. Em certas situações, é necessário considerar o acoplamento entre os condutores desses circuitos, construindo matrizes de impedâncias e capacitâncias expandidas (ZANETTA, 2006).

No caso mais comum de circuitos com disposições simétricas na mesma torre, como ilustrado na figura 10, as transposições ocorrem em três trechos para cada circuito, seguindo um esquema de rotação de fases em direções opostas, conhecido como rotação anti-simétrica. A matriz de impedância primitiva pode ser calculada conforme a seguinte

Figura 10 – Linha de transmissão com circuitos paralelos



Fonte: ZANETTA (2006)

equação:

$$Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & z_{14} & z_{15} & z_{16} & z_{17} & z_{18} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} & z_{24} & z_{25} & z_{26} & z_{27} & z_{28} \\ z_{31} & z_{32} & z_{33} & z_{34} & z_{35} & z_{36} & z_{37} & z_{38} \\ z_{41} & z_{42} & z_{43} & z_{44} & z_{45} & z_{46} & z_{47} & z_{48} \\ z_{51} & z_{52} & z_{53} & z_{54} & z_{55} & z_{56} & z_{57} & z_{58} \\ z_{61} & z_{62} & z_{63} & z_{64} & z_{65} & z_{66} & z_{67} & z_{68} \\ z_{71} & z_{72} & z_{73} & z_{74} & z_{75} & z_{76} & z_{77} & z_{78} \\ z_{81} & z_{82} & z_{83} & z_{84} & z_{85} & z_{86} & z_{87} & z_{88} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

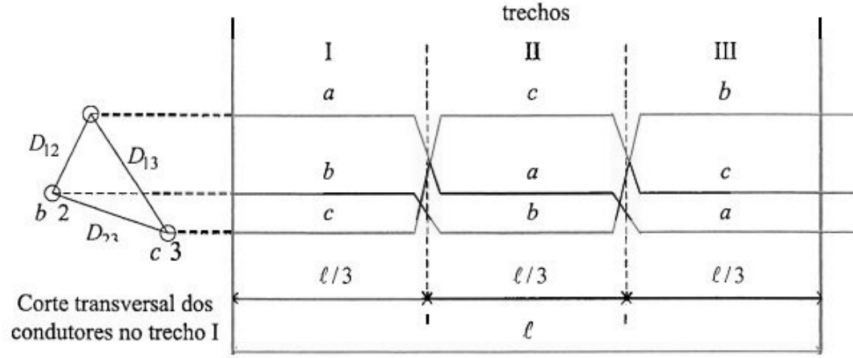
Ao considerar que os cabos-guarda estão aterrados, ao aplicar a redução de Kron, a matriz resultante assume dimensão 6x6.

3.2.5 Transposição das Linhas

Em sistemas de transmissão, devido à considerável extensão e à configuração geométrica da linha, o sistema torna-se desequilibrado em relação às indutâncias e ao fluxo concatenado. Mesmo quando a fonte e a carga são equilibradas, ocorrem desequilíbrios de tensão e corrente nos terminais. Uma estratégia para contornar esse problema é a prática da transposição das linhas, na qual as posições relativas entre os condutores são trocadas em intervalos regulares. Com essa abordagem, cada condutor assume a posição inicial de cada outro a uma distância uniforme, resultando na restauração do equilíbrio entre as fases (STEVENSON, 1974). Isso pode ser visto na figura 11.

No entanto, na realidade, a menos que haja sequências de fases distintas entre as

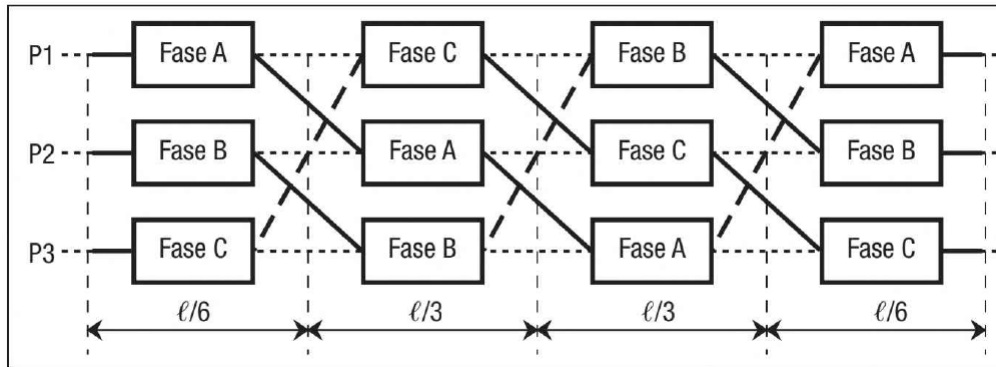
Figura 11 – Transposição de Linhas



Fonte: ZANETTA (2006)

subestações interligadas pela linha, haverá quatro trechos de transposição em vez de três. Assim, a sequência a-b-c que sai da subestação 1 e chega na subestação 2 permanece na mesma ordem, a-b-c. Dessa forma, a divisão do comprimento de linha l fica $\frac{l}{6}$ para os trechos 1 e 4, conforme a figura 12.

Figura 12 – Transposição de Linhas usual



Fonte: KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA (2021)

Após a transposição, a matriz impedância de fase é dada por :

$$Z_{abc} = \begin{bmatrix} z_f & z_m & z_m \\ z_m & z_f & z_m \\ z_m & z_m & z_f \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Sendo que z_f é a média aritmética das impedâncias próprias e z_m é a média aritmética das impedâncias mútuas :

$$z_f = \frac{1}{3} \cdot (z_{aa} + z_{bb} + z_{cc}) \quad (3.40)$$

$$z_m = \frac{1}{3} \cdot (z_{ab} + z_{bc} + z_{ca}) \quad (3.41)$$

Seja T a matriz de transformação de Fortescue dada por:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Em que $\alpha = 1\angle 120^\circ$. Ao utilizar essa matriz para obter as componentes de sequência presentes em Z_{012} , tem-se:

$$Z_{012} = T^{-1} \cdot Z_{abc} \cdot T = \begin{bmatrix} z_{00} & z_{01} & z_{02} \\ z_{10} & z_{11} & z_{12} \\ z_{20} & z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Pelo fato da linha ser transposta, os termos mútuos são nulos, o que resulta no formato final :

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} z_{00} & 0 & 0 \\ 0 & z_{11} & 0 \\ 0 & 0 & z_{22} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Nesse, z_{00} é a componente de sequência zero, z_{11} é a de sequência positiva e z_{22} é a negativa, de forma que :

$$z_{00} = z_f + 2 \cdot z_m \quad (3.45)$$

$$z_{11} = z_{22} = z_f - z_m \quad (3.46)$$

3.2.6 Quadripolo de Linha

Ao obter a matriz de impedância e admitância da linha, seja essa de distribuição ou transmissão, pode-se obter o modelo de quadripolo por uma simples aplicação das leis de Kirchhoff no sistema da figura 5. Seja Z a matriz impedância e Y_{sh} a matriz admitância shunt, têm-se que partindo do nó "n":

$$I_n = I_{nm} + IC_n \rightarrow I_n = (V_n - V_m) \cdot Z^{-1} + V_n \cdot \left(\frac{Y_{sh}}{2} \right) \quad (3.47)$$

$$I_n = \left(Z^{-1} + \frac{Y_{sh}}{2} \right) \cdot V_n - Z^{-1} \cdot V_m \quad (3.48)$$

Repetindo o processo para o nó "m":

$$I_m = I_{mn} + IC_m \rightarrow I_m = (V_m - V_n) \cdot Z^{-1} + V_m \cdot \left(\frac{Y_{sh}}{2}\right) \quad (3.49)$$

$$I_m = \left(Z^{-1} + \frac{Y_{sh}}{2}\right) \cdot V_m - Z^{-1} \cdot V_n \quad (3.50)$$

A partir das equações (3.48) e (3.50), obtém-se a equação matricial:

$$\begin{bmatrix} I_n \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z^{-1} + \frac{Y_{sh}}{2} & -Z^{-1} \\ -Z^{-1} & Z^{-1} + \frac{Y_{sh}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_n \\ V_m \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

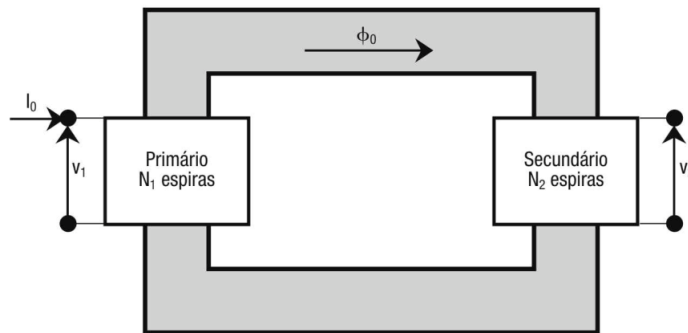
Dessa forma, a matriz admitância que representa o quadripolo da linha é dada por :

$$Y = \begin{bmatrix} Z^{-1} + \frac{Y_{sh}}{2} & -Z^{-1} \\ -Z^{-1} & Z^{-1} + \frac{Y_{sh}}{2} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

3.3 Transformador

Um transformador é um dispositivo elétrico essencial para a transmissão e distribuição de energia elétrica em sistemas de potência. Sua função principal é modificar os níveis de tensão e corrente alternada (AC) entre circuitos elétricos, sem alterar a frequência. Essa conversão é feita de forma eficiente por meio do princípio de indução eletromagnética, utilizando bobinas enroladas em um núcleo de material ferromagnético. Os transformadores podem elevar (transformadores elevadores) ou reduzir (transformadores abaixadores) a tensão, permitindo que a energia seja transportada a longas distâncias com menores perdas e utilizada de forma segura em aplicações residenciais, comerciais e industriais. A figura 13 ilustra a representação de um transformador monofásico.

Figura 13 – Representação de um transformador monofásico

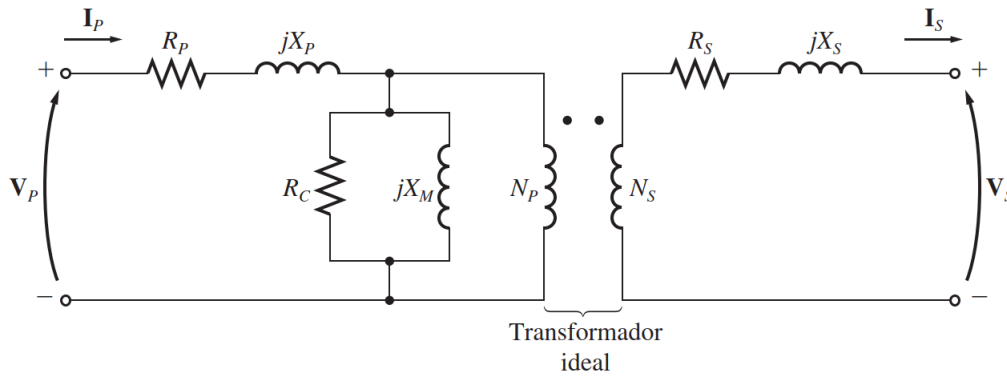


Fonte: KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA (2021)

A corrente que circula pela bobina do primário gera um fluxo magnético, que em sua maioria é direcionado e confinado pelo núcleo de ferro, atravessando também a bobina do

secundário. Esse processo induz uma corrente no secundário, o que resulta no surgimento de um novo fluxo magnético. A relação entre o número de espiras das bobinas no primário e no secundário define os valores das tensões V_1 e V_2 correspondentes. O modelo matemático que descreve esse transformador está ilustrado na Figura 14.

Figura 14 – Modelo matemático do trafa monofásico



Fonte: CHAPMAN (2013)

Cada parâmetro do modelo em questão representa um efeito a ser considerado na modelagem:

- R_p e R_s : são as resistências das bobinas primária e secundária, respectivamente. Essas explicitam a perda por efeito joule gerada pela correntes ao atravessar as bobinas.
- X_p e X_s : Nem todo o fluxo atravessa ambas as bobinas, sendo guiado pelo núcleo. Parte do fluxo é disperso e fica isolado apenas pela bobina do primário ou bobina do secundário. Esse fluxo de dispersão é representado pelas reatâncias de dispersão em questão.
- R_c : Representa as perdas por histerese e por correntes parasitas no núcleo. As perdas por histerese ocorrem devido ao ciclo contínuo de magnetização e desmagnetização do material do núcleo, o que dissipa energia em forma de calor. Já as perdas por correntes parasitas, ou correntes de Foucault, são causadas pela indução de pequenas correntes no núcleo devido à variação do fluxo magnético, também gerando calor.
- X_m : Representa a reatância de magnetização do transformador e está relacionada à energia necessária para magnetizar o núcleo de ferro.

Todos os parâmetros em questão são determinados por dois tipos de ensaio : o de curto-circuito e o em vazio. Esses são descritos por :

- **Ensaio em vazio:** Consiste em aplicar tensão nominal no lado primário com o secundário aberto (sem carga). Nesse teste, mede-se a corrente e a potência consumidas para estimar as perdas no núcleo (perdas por histerese e correntes parasitas), além da corrente de magnetização e a reatância de magnetização.
- **Ensaio em curto-circuito:** Realiza-se aplicando uma tensão reduzida no primário, suficiente para que no secundário flua a corrente nominal, enquanto o secundário é curto-circuitado. Esse ensaio permite medir as perdas no enrolamento (perdas ôhmicas) e determinar a resistência das bobinas e a reatância de dispersão do transformador.

Em geral, a impedância shunt formada por R_c e X_m pode ser desprezada por assumir valor alto. Além disso, como as resistências dos enrolamentos são geralmente menores que a reatância de dispersão, os fabricantes de transformadores costumam fornecer apenas a reatância de dispersão em p.u. (por unidade), uma vez que ela tem maior relevância no comportamento do transformador em condições operacionais típicas.

3.3.1 Transformadores Trifásicos

Neste trabalho, a fim de simplificar a modelagem, considerou-se que os transformadores trifásicos são formados pela associação entre trafos monofásicos cujos parâmetros de fase são completamente simétricos. Essa linha de raciocínio foi adotada em (CHEN et al., 1991).

Ao utilizar tal consideração, a matriz de admitância do quadripolo é escrita por :

$$Y_T = \begin{bmatrix} Y_{pp} & -Y_{ps} \\ -Y_{sp} & Y_{ss} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (3.53)$$

Em que as submatrizes Y_{pp} e Y_{ss} São formadas pelas admitâncias próprias do primário e secundário do trafo. Já as submatrizes Y_{ps} e Y_{sp} são constituídas por admitâncias mútuas entre as respectivas fases do primário e secundário. De acordo com o tipo de ligação presente nos lados do transformador, essas submatrizes assumem formatos diferentes. A tabela 1 resume as possíveis configurações e como ficam as submatrizes, sendo que Y_g representa a topologia estrela-aterrado, Y representa estrela não aterrado e Δ a ligação em triângulo. Além disso, "a" e "b" são os valores dos taps fora do valor nominal, do primário e secundário, respectivamente. Caso o transformador esteja na posição nominal, essas constantes assumem o valor unitário. Por fim, os valores de Y_I , Y_{II} e Y_{III} estão representados na equação (3.54), em que y_t é a admitância em p.u do transformador.

Tabela 1 – Elementos da matriz de quadripolo do transformador trifásico de acordo com a topologia de ligação.

Primário	Secundário	Y_{pp}	Y_{ss}	Y_{ps}	Y_{sp}
Y_g	Y_g	Y_I/a^2	Y_I/b^2	$-Y_I/a.b$	$Y_I/a.b$
Y_g	Y	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$-Y_{II}/a.b$	$Y_{II}/a.b$
Y_g	Δ	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$Y_{III}/a.b$	$Y_{III}/a.b$
Y	Y	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$-Y_{II}/a.b$	$Y_{II}/a.b$
Y	Y_g	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$-Y_{II}/a.b$	$Y_{II}/a.b$
Y	Δ	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$Y_{III}^t/a.b$	$Y_{III}/a.b$
Δ	Y_g	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$Y_{III}/a.b$	$Y_{III}/a.b$
Δ	Y	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$Y_{III}/a.b$	$Y_{III}/a.b$
Δ	Δ	Y_{II}/a^2	Y_{II}/b^2	$-Y_{II}/a.b$	$Y_{II}/a.b$

Fonte: Elaborada pelo autor

$$Y_I = \begin{bmatrix} yt & 0 & 0 \\ 0 & yt & 0 \\ 0 & 0 & yt \end{bmatrix}; Y_{II} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2yt & -yt & -yt \\ -yt & 2yt & -yt \\ -yt & -yt & 2yt \end{bmatrix}; Y_{III} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -yt & yt & 0 \\ 0 & -yt & yt \\ yt & 0 & -yt \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

3.4 Banco de Capacitores

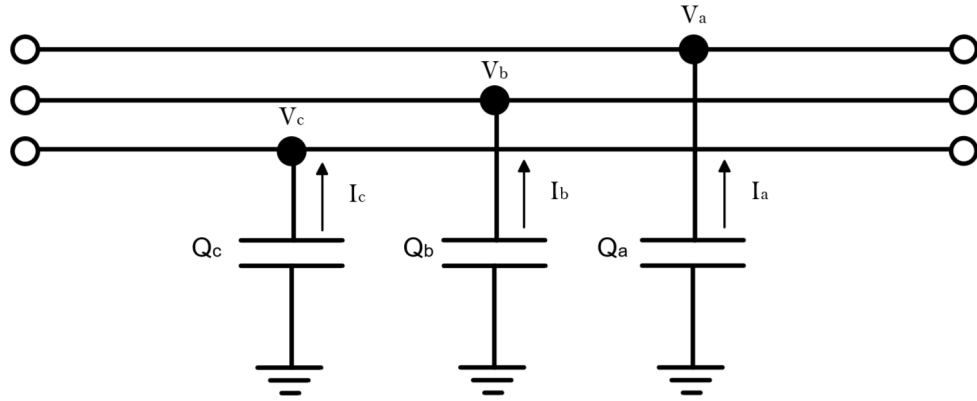
Os bancos de capacitores são dispositivos fundamentais nos sistemas elétricos de potência, utilizados principalmente para a correção do fator de potência e a melhoria da eficiência energética. Eles são compostos por vários capacitores conectados em série ou em paralelo e têm a função de fornecer potência reativa ao sistema, compensando a demanda de reativos gerada por cargas indutivas, como motores e transformadores. Essa compensação reduz as perdas de energia, melhora a tensão nos terminais de carga e libera capacidade de transmissão nas redes elétricas. Ao equilibrar a relação entre potência ativa e reativa, os bancos de capacitores contribuem para a estabilidade e eficiência dos sistemas de potência, sendo amplamente empregados em redes de distribuição e transmissão.

As topologias mais utilizadas são em Y-aterrado e Δ . Para fins de exemplificação, considere a topologia Y-aterrado representada na figura 15.

A susceptância de cada capacitor é dada pela equação (3.55), sendo que Q_N representa a potência reativa nominal e V_N a tensão nominal. As correntes em cada fase do banco são dadas pela equação (3.56), permitindo construir o sistema em formato de quadripolo (3.57).

$$B = \frac{Q_N}{V_N^2} \quad (3.55)$$

Figura 15 – Banco de capacitor trifásico configuração Y aterrado



Fonte: Elaborada pelo Autor

$$I_a = -jB_a \cdot V_a; \quad I_b = -jB_b \cdot V_b; \quad I_c = -jB_c \cdot V_c \quad (3.56)$$

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = -j \cdot \begin{bmatrix} B_a & 0 & 0 \\ 0 & B_b & 0 \\ 0 & 0 & B_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

O processo de modelagem de outras configurações podem ser encontradas em (JUNIOR, 1999).

3.5 Cargas e Geradores

De forma simplificada, as cargas podem ser representadas como impedâncias constantes, onde a relação entre tensão e corrente é fixa. No entanto, essa abordagem é limitada para análises mais complexas, pois, na realidade, a demanda de potência de uma carga varia com a tensão e a frequência. Para uma modelagem mais precisa, é comum utilizar modelos que levam em consideração a potência ativa e reativa consumida, classificando as cargas como:

- **Carga de potência constante:** Aqui, a potência ativa (P) e a reativa (Q) são mantidas constantes, independentemente da variação de tensão ou frequência.
- **Carga de corrente constante:** A corrente consumida pela carga é fixa, fazendo com que a potência varie de acordo com as flutuações de tensão.
- **Carga de impedância constante:** A carga se comporta como uma impedância fixa, onde tanto a corrente quanto a potência variam proporcionalmente com a tensão.

Existe ainda um modelo híbrido chamado modelo ZIP, formado por uma composição dos três modelos de carga já citados: impedância constante Z, corrente constante I e potência constante P; sendo que a soma das composições dos modelos deve representar a totalidade da potência ativa P_{load} e reativa Q_{load} . As equações que descrevem o modelo são:

$$P_{load} = P_N \cdot \left[Z_p \left(\frac{V}{V_N} \right)^2 + I_p \left(\frac{V}{V_N} \right) + P_p \right] \cdot (1 + K_F \cdot \Delta f) \quad (3.58)$$

$$Q_{load} = Q_N \cdot \left[Z_q \left(\frac{V}{V_N} \right)^2 + I_q \left(\frac{V}{V_N} \right) + P_q \right] \cdot (1 + K_F \cdot \Delta f) \quad (3.59)$$

Em que P_N é a potência nominal, V_N a tensão nominal, K_f é o coeficiente de sensibilidade e Δf é a variação de frequência em relação a nominal. Os coeficientes Z_p, I_p, P_p correspondem as porcentagens dos modelos de impedância, corrente, e potência constante, respectivamente. Os coeficientes em questão podem ser diferentes para potência ativa e a potência reativa, sendo que :

$$\begin{cases} Z_p + I_p + P_p = 1 \\ Z_q + I_q + P_q = 1 \end{cases}$$

Como a faixa de operação da frequência (Δf) em regime permanente é em torno de $\pm 0,05\%$ do seu valor nominal, pode-se desprezar a sua influência, de forma que as equações são reescritas por:

$$P_{load} = P_N \cdot \left[Z_p \left(\frac{V}{V_N} \right)^2 + I_p \left(\frac{V}{V_N} \right) + P_p \right] \quad (3.60)$$

$$Q_{load} = Q_N \cdot \left[Z_q \left(\frac{V}{V_N} \right)^2 + I_q \left(\frac{V}{V_N} \right) + P_q \right] \quad (3.61)$$

Para o caso dos geradores, esses são representados por um modelo de injeção de potência constante.

4 Monitoramento do Sistema Elétrico de Potência

O monitoramento do SEP é uma atividade essencial para garantir a operação segura e eficiente da rede elétrica. Esse processo envolve a coleta, análise e processamento de dados em tempo real para avaliar o desempenho do sistema e identificar eventuais falhas ou anomalias.

Um dos principais componentes no monitoramento é o fluxo de potência, que consiste em calcular o fluxo de energia elétrica ao longo das linhas de transmissão e distribuição, levando em consideração variáveis como tensões, correntes, potências ativas e reativas. O estudo do fluxo de potência permite aos operadores do sistema otimizar a operação da rede, minimizando perdas e garantindo que a energia chegue de forma eficiente aos consumidores finais. Além disso, esse cálculo é crucial para planejar expansões e reforços no sistema, uma vez que permite prever como a rede se comportará em diferentes condições operacionais.

Outro conceito fundamental no monitoramento do SEP é o estimador de estado, uma ferramenta de software que utiliza medições reais da rede, como tensões e correntes, combinadas com um modelo matemático do sistema, para fornecer uma estimativa precisa do estado atual da rede. O estimador de estado é vital para a identificação de erros nas medições, permitindo a correção de dados incorretos e proporcionando uma visão confiável do sistema elétrico. Ele também auxilia na detecção precoce de situações de risco, como sobrecargas ou quedas de tensão, garantindo a operação segura da rede em tempo real.

4.1 Fluxo de Potência

O **fluxo de potência** consiste na determinação do estado da rede (tensões complexas das barras), da distribuição dos fluxos (potências ativas e reativas que fluem pelas linhas e transformadores) e de algumas outras grandezas de interesse.

Programas de fluxo de potência são amplamente empregados por todas as empresas de energia para fins de planejamento e operação. A determinação do fluxo de potência requer certos parâmetros elétricos do sistema. Em uma abordagem teórica, se todas as tensões complexas das barras fossem conhecidas com confiabilidade, o fluxo de potência poderia ser obtido apenas pela resolução clássica do circuito elétrico linear (circuito da rede). Nesse cenário, as tensões e impedâncias dos ramos, incluindo as impedâncias das cargas, seriam todas especificadas, eliminando a necessidade de um algoritmo específico para o fluxo (MOHAN, 2016).

Entretanto, as companhias trabalham com variáveis como magnitudes de tensão V , potências ativas e reativas (P e Q) e outros parâmetros elétricos. Como não temos diretamente todas as tensões das barras, mas sim um conjunto de informações diferentes do sistema, algoritmos como o método de Newton-Raphson ou o método de Gauss-Seidel podem ser utilizados para resolver o problema do fluxo de potência.

Existem diferentes tipos de parâmetros considerados para o sistema elétrico. Na formulação clássica de fluxo de potência, esses parâmetros estão associados a quatro variáveis:

4.1.1 Definição do Problema do Fluxo de Potência

Existem diferentes tipos de parâmetros considerados para o sistema elétrico. Na formulação clássica de fluxo de potência, esses parâmetros estão associados a **quatro variáveis**:

- V_k – Magnitude do fasor tensão nodal da barra k ;
- θ_k – Ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra k ;
- P_k – Injeção líquida (geração menos carga) de potência ativa da barra k ;
- Q_k – Injeção líquida de potência reativa da barra k

Cada barra em um sistema elétrico pode ser classificada de acordo com os parâmetros associados a ela, conforme a Tabela 2. De maneira geral, as barras de carga são as mais numerosas, representando as subestações de energia onde as cargas do sistema estão conectadas. Em seguida, temos as barras de tensão controlada, que são aquelas onde a tensão é mantida fixa, geralmente associadas a grandes geradores e reguladores de tensão, que possuem sistemas de controle para ajustar sua tensão terminal.

Por fim, a barra de referência (também conhecida como barra de folga ou slack) é única e indispensável no sistema. Ela é considerada um barramento “infinito”, no qual a magnitude da tensão V é especificada (geralmente 1 pu) e o ângulo de fase é fixado (normalmente 0 radianos), servindo como referência para as demais barras. Além disso, a barra de referência desempenha um papel crucial no fechamento do balanço de potência, já que seus valores desconhecidos de P e Q são calculados para compensar as perdas no sistema e garantir o equilíbrio entre geração e carga.

Tabela 2 – Tipos de barras no fluxo de potência convencional

Tipo de barra	Nomenclatura	Valores conhecidos	incógnitas
Barra de carga	PQ	P_k e Q_k	V_k e θ_k
Tensão controlada	PV	P_k e V_k	θ_k e Q_k
Referência (slack)	V θ	V_k e θ_k	P_k e Q_k

Fonte: Elaborada pelo Autor

4.1.2 Conceitos Iniciais

4.1.2.1 Matriz Admitância

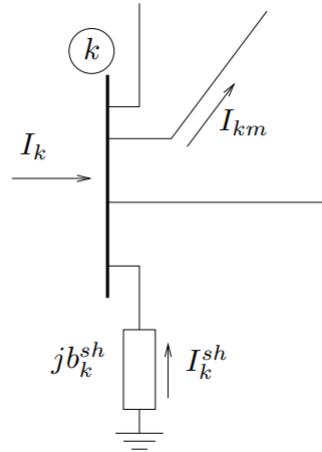
Considere a figura 16, o balanço de corrente pode ser escrito por:

$$I_k + I_{sh} = \sum_{m \in \Omega} I_{km} \quad (4.1)$$

$$I_k = V_k \cdot y_{sh} + \sum_{m \in \Omega} \frac{(V_k - V_m)}{z_{km}} \quad (4.2)$$

Sendo que y_{sh} representa a soma das admitâncias Shunt ligadas entre a barra "k" e a terra, y_{km} representa a admitância entre a barra "k" e a barra "m". O conjunto Ω é composto por todas as barras conectadas a barra "k", porém não contém a própria barra k.

Figura 16 – Convenção de sinais para fluxos e injeções de corrente



Fonte: MONTICELLI; GARCIA (1999)

Reescrevendo a equação (4.2):

$$I_k = V_k \left(y_{sh} + \sum_{m \in \Omega} \frac{1}{z_{km}} \right) - \sum_{m \in \Omega} \frac{V_m}{z_{km}} \quad (4.3)$$

Nessa última é possível separar dois termos de admitância:

$$Y_{kk} = \left(y_{sh} + \sum_{m \in \Omega} y_{km} \right) \quad (4.4)$$

$$Y_{km} = -\frac{1}{z_{km}} = -y_{km} \quad (4.5)$$

Esse primeiro representa a auto-admitância, ou admitância própria, sendo composto pela soma das admitâncias conectadas entre o barramento k e os outros barramentos, incluindo o terra (admitância shunt). Já o segundo termo, é o negativo do valor da admitância ligada entre o barramento k e o barramento m. Vale ressaltar que está sendo feito diferenciação entre Y e y . Enquanto o primeiro consiste em um termo composto por operações com as admitâncias da rede, o segundo corresponde a admitância de um único elemento. Logo :

$$I_k = V_k \cdot Y_{11} + \sum_{m \in \Omega} V_m Y_{km} \quad (4.6)$$

Essa última equação permite construir o modelo matricial do sistema:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & \dots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & \dots & Y_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

A matriz com os termos Y_{ij} é dita matriz admitância da rede e é de suma importância para o cálculo do fluxo de potência.

4.1.2.2 Equações de Potência

Dado uma barra k, as potências P e Q injetadas são :

$$P_k + jQ_k = V_k I_k^* \quad (4.8)$$

Pela equação (4.7), pode-se escrever:

$$I_k = \sum_{m=1}^n Y_{km} V_m \quad (4.9)$$

$$I_k^* = \sum_{m=1}^n Y_{km}^* V_m^* = \sum_{m=1}^n (G_{km} - jB_{km})V_m^* \quad (4.10)$$

Substituindo a equação (4.10) na equação (4.8) :

$$P_k + jQ_k = \sum_{m=1}^n [((G_{km} - jB_{km})(V_k V_m^*))] \quad (4.11)$$

Sendo que :

$$V_k V_m^* = |V_k||V_m|e^{j(\theta_{km})} = |V_k||V_m|(\cos(\theta_{km}) + j\sin(\theta_{km})) \quad (4.12)$$

onde $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$. Ao juntar as equações (4.12)/(4.11) e separando parte real e imaginária, obtém-se:

$$P_k = G_{kk}V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km}\cos(\theta_{km}) + B_{km}\sin(\theta_{km})) \quad (4.13)$$

$$Q_k = -B_{kk}V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km}\sin(\theta_{km}) - B_{km}\cos(\theta_{km})) \quad (4.14)$$

As equações (4.13) e (4.14) representam as potências ativa e reativa injetadas na barra "k".

Seja um sistema com n barras, sendo n_{PV} e n_{PQ} os números de barras PV e PQ e, ao considerar a existência da barra de referência, pode-se escrever :

$$n = n_{PV} + n_{PQ} + 1 \quad (4.15)$$

Logo, o número de variáveis especificadas são :

- P -> ($n_{PV} + n_{PQ}$)
- Q -> n_{PQ}
- P+Q -> ($n_{PV} + 2n_{PQ}$)

Dessa forma, tem-se ($n_{PV} + 2n_{PQ}$) equações de potência. Além disso, o número de variáveis desconhecidas são:

- V -> n_{PQ}
- θ -> ($n_{PV} + n_{PQ}$)

- $V + \theta - > (n_{PV} + 2n_{PQ})$

A conclusão obtida é que as $(n_{PV} + 2n_{PQ})$ equações de potência apresentam $(n_{PV} + 2n_{PQ})$ incógnitas, o que prova que o sistema pode ter solução, a depender da natureza das equações e das condições específicas do sistema elétrico. Vale ressaltar que essas equações (4.13 e 4.14) são não-lineares, o que pode ser visto pela presença de incógnitas nos argumentos das funções trigonométricas e pelos termos quadráticos. Logo, para chegar em uma solução, faz-se necessário a utilização de um método numérico.

4.1.3 Método de Newton

O método de Newton-Raphson é uma técnica iterativa amplamente utilizada para resolver sistemas de equações não lineares. No contexto do fluxo de potência em sistemas elétricos, ele é empregado para determinar as variáveis desconhecidas, como ângulos de tensão e magnitudes nas barras de um sistema de potência, baseando-se nas equações de equilíbrio de potência ativa e reativa.

Esse método se destaca por sua alta precisão e rápida convergência, especialmente em sistemas de grande porte, apesar de exigir maior capacidade computacional em comparação a métodos mais simples, como o Gauss-Seidel. No cálculo do fluxo de potência, o método de Newton-Raphson lineariza o sistema não linear de equações usando a expansão em série de Taylor. A cada iteração, resolve-se o sistema linear associado, o que ajusta as variáveis até que os erros sejam suficientemente pequenos.

A aplicação do método no fluxo de potência permite calcular com precisão os estados de tensão e fluxo de energia em todas as barras, considerando as potências geradas, consumidas e as perdas no sistema. A robustez e confiabilidade do método tornam-no uma escolha padrão em estudos de planejamento e operação de redes elétricas.

Existem diversas abordagens para esse método no fluxo de potência, como a convencional polar, convencional retangular e injeção de corrente (PEREIRA; COSTA, 2007). Nesse trabalho adotou-se a formulação polar. O primeiro passo para resolução do fluxo de potência nessa formulação é encontrar as raízes das equações :

$$\Delta P_k = P_k^{esp} - P_k(V, \theta) = P_k^{esp} - [G_{kk}V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km}))] = 0 \quad (4.16)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k(V, \theta) = Q_k^{esp} - [B_{kk}V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km}))] = 0 \quad (4.17)$$

Sendo que P_k^{esp} e Q_k^{esp} são as potências especificadas para as barras. Para encontrar as raízes dessas equações, precisa-se calcular o jacobiano em cada iteração " v ", considerando o vetor de variáveis x (tensões e ângulos desconhecidos). O jacobiano é dado por :

$$J(x^v) = - \begin{bmatrix} \frac{\delta P(V, \theta)}{\delta \theta} & \frac{\delta P(V, \theta)}{\delta V} \\ \frac{\delta Q(V, \theta)}{\delta \theta} & \frac{\delta Q(V, \theta)}{\delta V} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Cada termo do jacobiano é uma submatriz, em que:

$$H = \frac{\delta P(V, \theta)}{\delta \theta}; \quad N = \frac{\delta P(V, \theta)}{\delta V}; \quad M = \frac{\delta Q(V, \theta)}{\delta \theta}; \quad L = \frac{\delta Q(V, \theta)}{\delta V} \quad (4.19)$$

Ao realizar as derivadas acima, chega-se nas leis de formação de cada submatriz :

$$\begin{cases} H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (-G_{km} \sin \theta_{km} + B_{km} \cos \theta_{km}) \\ H_{kl} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_l} = V_k V_l (G_{kl} \sin \theta_{kl} - B_{kl} \cos \theta_{kl}) & l \in \Omega_k \\ H_{kl} = 0 & l \notin \Omega_k \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = 2V_k G_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ N_{kl} = \frac{\partial P_k}{\partial V_l} = V_k (G_{kl} \cos \theta_{kl} + B_{kl} \sin \theta_{kl}) & l \in \Omega_k \\ N_{kl} = 0 & l \notin \Omega_k \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \\ M_{kl} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_l} = -V_k V_l (G_{kl} \cos \theta_{kl} + B_{kl} \sin \theta_{kl}) & l \in \Omega_k \\ M_{kl} = 0 & l \notin \Omega_k \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -2V_k B_{kk} + \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \\ L_{kl} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_l} = V_k (G_{kl} \sin \theta_{kl} - B_{kl} \cos \theta_{kl}) & l \in \Omega_k \\ L_{kl} = 0 & l \notin \Omega_k \end{cases}$$

$$J(x^v) = - \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Com a matriz jacobiana em mãos, procede-se ao cálculo de sua inversa para, em seguida, determinar as correções de ângulo e tensão, conforme a equação (4.21). Posteriormente, os novos valores são calculados por meio do sistema (4.22) e os "mismatches" de potência são atualizados com base nesses valores. Se o maior valor do novo vetor de mismatch for inferior à tolerância previamente estabelecida, considera-se que o objetivo foi atingido, encerrando-se as iterações. Caso contrário, o processo é repetido. Após alcançar os resultados finais para os ângulos e tensões, afirma-se que a solução do "subsistema 1" foi obtida. O "subsistema 2" tem como objetivo determinar as potências nas barras e ramos desconhecidos, utilizando

as tensões complexas (módulo e ângulo) calculadas no "subsistema 1".

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta P^v \\ \Delta Q^v \end{bmatrix} &= -J(x^v) \cdot \Delta x^v \rightarrow \Delta x^v = -[J(x^v)]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P^v \\ \Delta Q^v \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta P^v \\ \Delta Q^v \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta^v \\ \Delta V^v \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \theta^v \\ \Delta V^v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P^v \\ \Delta Q^v \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} \theta^{v+1} &= \theta^v + \Delta \theta^v \\ V^{v+1} &= V^v + \Delta V^v \end{aligned} \quad (4.22)$$

Um resumo do algoritmo está ilustrado a seguir.

Algorithm 1 Fluxo de Potência pelo método de Newton-Raphson

- 1: **procedimento** SUBSISTEMA 1(Determinar tensões complexas)
- 2: Fazer $v = 0$ e escolher os valores iniciais dos ângulos das tensões das barras PQ e PV ($\theta^0 = 0^\circ$) e as magnitudes das tensões das barras PQ ($V^0 = 1$ pu).
- 3: Montar as equações de potência das barras PQ e PV, junto com os mismatches ΔP^v e ΔQ^v
- 4: Verificar se o maior valor de mismatch é menor que a tolerância admitida. Se não for, continuar com o método.
- 5: Calcular a jacobiana e a sua inversa
- 6: Determinar a nova solução (V^{v+1} e θ^{v+1}) pela equação matricial 4.21, sendo que :

$$\theta^{v+1} = \theta^v + \Delta \theta^v \quad (4.23)$$

$$V^{v+1} = V^v + \Delta V^v \quad (4.24)$$

- 7: fazer $v = v + 1$ e voltar para o passo 2
- 8: **fim procedimento**
- 9: **procedimento** SUBSISTEMA 2(Determinar Potências desconhecidas)
- 10: Utilizando as tensões complexas do subsistema 1, calcular as potências desconhecidas nas barras (PV, $V\theta$) :

$$\begin{aligned} P_k &= G_{kk} V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km} \cos(\theta_{km}) + B_{km} \sin(\theta_{km})) \\ Q_k &= -B_{kk} V_k^2 + V_k \sum_{m \in \Omega} V_m (G_{km} \sin(\theta_{km}) - B_{km} \cos(\theta_{km})) \end{aligned}$$

- 11: Calcular as potências que fluem nos ramos:

$$\begin{aligned} P_{km} &= V_k^2 g_{km} - V_k V_m (g_{km} \cos \theta_{km} + b_{km} \sin \theta_{km}) \\ Q_{km} &= -V_k^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) - V_k V_m (g_{km} \sin \theta_{km} - b_{km} \cos \theta_{km}) \end{aligned}$$

- 12: **fim procedimento**
 - 13: Com todas a tensões complexas e potências determinadas, o fluxo de potência do sistema está determinado.
-

4.1.4 Método de Newton-Raphson - Rede Trifásica

A extensão da aplicação do método de Newton no sistema monofásico para o trifásico é realizada utilizando os modelos de quadripolo dos elementos da rede, conforme Figura 4. O primeiro passo do método consiste em formar as matrizes admitâncias que representam os quadripolos.

Após isso, constrói-se as equações de potência complexa e ao dividir os termos em parte real e imaginária, obtém-se as seguintes equações de fluxo:

$$\begin{aligned}
 P_{ps}^j &= V_p^j \sum_{i \in \Omega} V_p^i \left(G_{ji}^{pp} \cos \theta_{ji}^{pp} + B_{ji}^{pp} \sin \theta_{ji}^{pp} \right) + V_p^j \sum_{i \in \Omega} V_s^i \left(G_{ji}^{ps} \cos \theta_{ji}^{ps} + B_{ji}^{ps} \sin \theta_{ji}^{ps} \right) \\
 P_{sp}^j &= V_s^j \sum_{i \in \Omega} V_s^i \left(G_{ji}^{ss} \cos \theta_{ji}^{ss} + B_{ji}^{ss} \sin \theta_{ji}^{ss} \right) + V_s^j \sum_{i \in \Omega} V_p^i \left(G_{ji}^{sp} \cos \theta_{ji}^{sp} + B_{ji}^{sp} \sin \theta_{ji}^{sp} \right) \\
 Q_{ps}^j &= -V_p^j \sum_{i \in \Omega} V_p^i \left(B_{ji}^{pp} \cos \theta_{ji}^{pp} - G_{ji}^{pp} \sin \theta_{ji}^{pp} \right) - V_p^j \sum_{i \in \Omega} V_s^i \left(B_{ji}^{ps} \cos \theta_{ji}^{ps} - G_{ji}^{ps} \sin \theta_{ji}^{ps} \right) \\
 Q_{sp}^j &= -V_s^j \sum_{i \in \Omega} V_s^i \left(B_{ji}^{ss} \cos \theta_{ji}^{ss} - G_{ji}^{ss} \sin \theta_{ji}^{ss} \right) - V_s^j \sum_{i \in \Omega} V_p^i \left(B_{ji}^{sp} \cos \theta_{ji}^{sp} - G_{ji}^{sp} \sin \theta_{ji}^{sp} \right)
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Sendo que "j" e "i" denotam uma das fases, $\Omega = \{a, b, c\}$ é o conjunto com todas as fases, "G" e "B" são a condutância e a susceptância que formam as submatrizes do quadripolo e θ_{ji}^{ps} é a diferença angular formada por θ_j^p e θ_i^s .

De posse dessas equações de potência do quadripolo, calcula-se as potências injetadas nas barras e os *mismatches* por um simples balanço de potência. Para a formação do jacobiano, derivadas das potências injetadas nas barras, em relação a um dado ângulo/tensão de uma determinada fase, precisam ser calculadas. Todas as configurações necessárias de derivadas estão representadas a seguir.

Derivadas Fluxo de 'p' para 's'

- Derivada em relação ao ângulo

- Derivada em relação a variável de estado da barra e da mesma fase do fluxo

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_{ps}^i}{\partial \theta_p^i} &= -V_p^i \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq i}} V_p^j \left(G_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} - B_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} \right) \\
 &\quad - V_p^i \sum_{j \in \Omega} V_s^j \left(G_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} - B_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} \right) \\
 \frac{\partial Q_{ps}^i}{\partial \theta_p^i} &= V_p^i \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq i}} V_p^j \left(B_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} + G_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} \right) \\
 &\quad + V_p^i \sum_{j \in \Omega} V_s^j \left(B_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} + G_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} \right)
 \end{aligned}$$

- Derivada em relação a variável de estado da barra e de fase diferente do fluxo

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{ps}^i}{\partial \theta_p^j} &= V_p^i V_p^j \left(G_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} - B_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} \right) \\ \frac{\partial Q_{ps}^i}{\partial \theta_p^j} &= -V_p^i V_p^j \left(B_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} + G_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} \right)\end{aligned}$$

- Derivada em relação a variável de estado da adjacente

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{ps}^i}{\partial \theta_s^j} &= V_p^i V_s^j \left(G_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} - B_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} \right) \\ \frac{\partial Q_{ps}^i}{\partial \theta_s^j} &= -V_p^i V_s^j \left(B_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} + G_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} \right)\end{aligned}$$

- Derivadas em relação a Tensão

- Derivada em relação a variável de estado da barra e da mesma fase do fluxo

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{ps}^i}{\partial V_p^i} &= 2V_p^i G_{ii}^{pp} + \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq i}} V_p^j \left(G_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} + B_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} \right) \\ &\quad + \sum_{j \in \Omega} V_s^j \left(G_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} + B_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} \right) \\ \frac{\partial Q_{ps}^i}{\partial V_p^i} &= -2V_p^i B_{ii}^{pp} - \sum_{j \in \Omega} V_p^j \left(B_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} - G_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} \right) \\ &\quad - \sum_{j \in \Omega} V_s^j \left(B_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} - G_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} \right)\end{aligned}$$

- Derivada em relação a variável de estado da barra e de fase diferente do fluxo

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{ps}^i}{\partial V_p^j} &= V_p^i \left(G_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} + B_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} \right) \\ \frac{\partial Q_{ps}^i}{\partial V_p^j} &= -V_p^i \left(B_{ij}^{pp} \cos \theta_{ij}^{pp} - G_{ij}^{pp} \sin \theta_{ij}^{pp} \right)\end{aligned}$$

- Derivada em relação a variável de estado da barra adjacente

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{ps}^i}{\partial V_s^j} &= V_p^i \left(G_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} - B_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} \right) \\ \frac{\partial Q_{ps}^i}{\partial V_s^j} &= -V_p^i \left(B_{ij}^{ps} \cos \theta_{ij}^{ps} - G_{ij}^{ps} \sin \theta_{ij}^{ps} \right)\end{aligned}$$

Derivadas Fluxo de Potência de 's' para 'p'

- Derivada em relação ao ângulo

- Derivada em relação a variável de estado da barra e da mesma fase do fluxo

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{sp}^i}{\partial \theta_s^i} &= -V_s^i \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq i}} V_s^j \left(G_{ij}^{ss} \sin \theta_{ij}^{ss} - B_{ij}^{ss} \cos \theta_{ij}^{ss} \right) \\ &\quad - V_s^i \sum_{j \in \Omega} V_p^j \left(G_{ij}^{sp} \sin \theta_{ij}^{sp} - B_{ij}^{sp} \cos \theta_{ij}^{sp} \right) \\ \frac{\partial Q_{sp}^i}{\partial \theta_s^i} &= V_s^i \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq i}} V_s^j \left(B_{ij}^{ss} \sin \theta_{ij}^{ss} + G_{ij}^{ss} \cos \theta_{ij}^{ss} \right) \\ &\quad + V_s^i \sum_{j \in \Omega} V_p^j \left(B_{ij}^{sp} \sin \theta_{ij}^{sp} + G_{ij}^{sp} \cos \theta_{ij}^{sp} \right)\end{aligned}$$

- Derivada em relação a variável de estado da barra e de fase diferente do fluxo

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{sp}^i}{\partial \theta_s^j} &= V_s^i V_s^j \left(G_{ij}^{ss} \sin \theta_{ij}^{ss} - B_{ij}^{ss} \cos \theta_{ij}^{ss} \right) \\ \frac{\partial Q_{sp}^i}{\partial \theta_s^j} &= -V_s^i V_s^j \left(B_{ij}^{ss} \sin \theta_{ij}^{ss} + G_{ij}^{ss} \cos \theta_{ij}^{ss} \right)\end{aligned}$$

- Derivada em relação a variável de estado da barra adjacente

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{sp}^i}{\partial \theta_p^j} &= V_s^i V_p^j \left(G_{ij}^{sp} \sin \theta_{ij}^{sp} - B_{ij}^{sp} \cos \theta_{ij}^{sp} \right) \\ \frac{\partial Q_{sp}^i}{\partial \theta_p^j} &= -V_s^i V_p^j \left(B_{ij}^{sp} \sin \theta_{ij}^{sp} + G_{ij}^{sp} \cos \theta_{ij}^{sp} \right)\end{aligned}$$

- Derivada em relação a Tensão

- Derivada em relação a variável de estado da barra e da mesma fase do fluxo

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{sp}^i}{\partial V_s^i} &= 2V_s^i G_{ii}^{ss} + \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq i}} V_s^j \left(G_{ij}^{ss} \cos \theta_{ij}^{ss} + B_{ij}^{ss} \sin \theta_{ij}^{ss} \right) \\ &\quad + \sum_{j \in \Omega} V_p^j \left(G_{ij}^{sp} \cos \theta_{ij}^{sp} + B_{ij}^{sp} \sin \theta_{ij}^{sp} \right) \\ \frac{\partial Q_{sp}^i}{\partial V_s^i} &= -2V_s^i B_{ii}^{ss} - \sum_{\substack{j \in \Omega \\ j \neq i}} V_s^j \left(B_{ij}^{ss} \cos \theta_{ij}^{ss} - G_{ij}^{ss} \sin \theta_{ij}^{ss} \right) \\ &\quad - \sum_{j \in \Omega} V_p^j \left(B_{ij}^{sp} \cos \theta_{ij}^{sp} - G_{ij}^{sp} \sin \theta_{ij}^{sp} \right)\end{aligned}$$

- Derivada em relação a variável de estado da barra e de fase diferente do fluxo

$$\begin{aligned}\frac{\partial P_{sp}^i}{\partial V_s^j} &= V_s^i \left(G_{ij}^{ss} \cos \theta_{ij}^{ss} + B_{ij}^{ss} \sin \theta_{ij}^{ss} \right) \\ \frac{\partial Q_{sp}^i}{\partial V_s^j} &= -V_s^i \left(B_{ij}^{ss} \cos \theta_{ij}^{ss} - G_{ij}^{ss} \sin \theta_{ij}^{ss} \right)\end{aligned}$$

- Derivada em relação a variável de estado da adjacente

$$\frac{\partial P_{sp}^i}{\partial V_p^j} = V_s^i \left(G_{ij}^{sp} \cos \theta_{ij}^{sp} + B_{ij}^{sp} \sin \theta_{ij}^{sp} \right)$$

$$\frac{\partial Q_{sp}^i}{\partial V_p^j} = V_s^i \left(B_{ij}^{sp} \cos \theta_{ij}^{sp} - G_{ij}^{sp} \sin \theta_{ij}^{sp} \right)$$

É possível notar através dessas equações que a matriz jacobiana vai ter dimensão 3 vezes maior que o caso monofásico, pois as derivadas são em relação as tensões e ângulos de cada fase. De posse do jacobiano, basta seguir o mesmo procedimento do caso monofásico.

4.2 Estimador de Estado

A estimação de estado em sistemas elétricos de potência (ESEP) é uma importante ferramenta computacional cujo principal objetivo é calcular o valor mais aproximado possível das variáveis de estado do sistema, usando dados coletados por dispositivos de medição. Esses dados passam por um processamento que lida com informações redundantes, permitindo uma visão precisa sobre a tensão em barramentos, fluxos de potência ativa e reativa, e a geração de potência em diferentes pontos da rede (CARVALHO, 1994).

Apesar da semelhança com o conceito de fluxo de potência, o estimador de estado possui característica distinta. A principal característica do fluxo de potência é que ele trabalha com condições operacionais específicas definidas para o estudo, assumindo que todas as medições e parâmetros do sistema são exatos. Isso o torna muito útil para estudos de planejamento, nos quais se busca simular o comportamento da rede sob cenários hipotéticos ou condições futuras, sem levar diretamente em conta erros ou imprecisões nas medições.

Por outro lado, a estimação de estado tem uma função diferente: ela lida com a realidade prática do sistema em operação, onde as medições disponíveis nem sempre são perfeitas. As variáveis de estado, como tensões e ângulos de fase em barramentos, são calculadas a partir de medições reais que podem conter erros, ruídos ou inconsistências devido a problemas em equipamentos de medição ou transmissão de dados. A estimação de estado utiliza métodos estatísticos para processar um conjunto de dados redundantes, corrigindo erros nas medições e fornecendo uma imagem mais realista e precisa do estado do sistema em tempo real. Isso a torna uma ferramenta crítica para a operação em tempo real de sistemas elétricos, onde a disponibilidade e a qualidade das informações podem variar.

O contexto de reestruturação e liberalização do setor elétrico elevou ainda mais a importância dessa ferramenta. Com a crescente complexidade dos sistemas e a entrada de múltiplos agentes no mercado de energia, a segurança da rede torna-se uma prioridade.

Entretanto, a disponibilização de informações detalhadas sobre o desempenho das diferentes empresas do setor pode ser limitada, especialmente em tempo útil. Nesse cenário, a estimação de estado surge como uma solução indispensável, oferecendo ao operador uma base de dados que não apenas reflete com precisão o estado atual da rede, mas também facilita a tomada de decisões rápidas e assertivas.

O algoritmo de estimação de estado utiliza diferentes tipos de dados em tempo real, como:

- **Medições analógicas:** São compostas pelos módulos das tensões nos barramentos, potências líquidas injetadas e potências que transitam nos ramos da rede (ativas e reativas).
- **Medições lógicas:** Essas medidas são essenciais para caracterizar a topologia da rede. Em geral, são informações dos estados dos seccionadores e disjuntores (aberto/fechado).
- **Pseudomedidas:** Medidas baseadas em diferentes registros históricos do perfil da rede, como o histórico de geração e carga.
- **Medidas virtuais:** Potências injetadas (de valor nulo) em barras intermediárias, ou seja, que não possuem carga ou geração.

Os sistemas de potência frequentemente utilizam diferentes tipos de medidores, que, dependendo de suas características, podem influenciar diretamente o desempenho do processo de estimação de estado. Essa influência não se dá apenas pelos valores medidos, mas também pela quantidade de medidores e pelos locais onde estão instalados. Esses fatores determinam o nível de redundância local das medidas. Nesse contexto, as medidas são classificadas como:

- **Medida Crítica (MC):** Uma medida é considerada crítica quando sua exclusão de um sistema observável (ou de uma ilha observável) torna o sistema (ou a ilha) não observável.
- **Medida Redundante:** Por outro lado, uma medida é classificada como redundante quando não é crítica.

Se o conjunto de medidas for em quantidade suficiente e bem distribuídos geograficamente na rede, o algoritmo estimador de estado apresentará uma fiel estimativa do estado real do sistema (PEREIRA, 2018). Dessa forma, a estimação de estado oferece uma série de benefícios significativos. Permite, por exemplo, o controle mais eficiente da rede em tempo real, graças à análise de segurança que pode ser realizada com base nas

informações geradas. Além disso, possibilita a detecção de anomalias e falhas, facilitando a identificação de problemas em equipamentos e a antecipação de situações críticas, o que é crucial para garantir uma resposta rápida e minimizar os riscos operacionais.

Outro aspecto relevante é a otimização dos recursos. Com a estimativa precisa do estado do sistema, o operador pode tomar decisões informadas sobre a necessidade de novos investimentos em equipamentos de medição e transmissão de dados, equilibrando o custo e a precisão das informações obtidas. Métodos de alocação otimizada de medidores baseados em estimação de estado são descritos em (KORRES; CONTAXIS, 1994).

Os resultados da estimação de estado podem ser utilizados tanto em um contexto “on-line” quanto “off-line”. No primeiro caso, as informações são aplicadas diretamente na operação em tempo real do SEE, alimentando sistemas de monitoramento, controle de contingências, despacho de potência e planejamento de saídas de serviço. No segundo caso, os resultados são usados para treinar operadores e realizar estudos sobre a precisão e posicionamento dos equipamentos de medição, além de otimizar a configuração da rede e melhorar as capacidades de detecção de erros.

Tradicionalmente, um algoritmo de estimação de estado é realizado em quatro etapas principais, as quais serão detalhada a seguir.

4.2.1 Etapas da Estimação de Estado

- 1ª Etapa : Obtenção da topologia do sistema, no modelo barra linha.

Nesta etapa, realiza-se a obtenção da topologia do sistema juntamente com a configuração dos medidores no modelo barra-ramo. O configurador de redes, nesse momento, processa os dados armazenados no banco de dados estático, que contém informações sobre a conexão entre os diversos equipamentos e os barramentos. Além disso, são analisadas as medidas lógicas provenientes do sistema SCADA, que monitora continuamente o status dos dispositivos seccionadores, como chaves e disjuntores. O objetivo é identificar, em tempo real, a configuração atual da rede, considerando a interconexão entre as seções de barramento, controlada pelo fechamento desses dispositivos. Qualquer alteração no estado dos seccionadores pode modificar a topologia do sistema, exigindo que o configurador de redes ajuste o modelo barra-ramo conforme necessário.

- 2ª Etapa : Análise e Restauração da Observabilidade do Sistema.

Nesse momento ocorre a análise e restauração da observabilidade do sistema. A finalidade é verificar se as medidas disponíveis (analogicas e virtuais) são suficientes para a estimação das variáveis de estado em todo o SEP. Se as medidas forem adequadas, o sistema é considerado observável. Em casos em que não há medidas suficientes, a observabilidade

pode ser restaurada com o uso de pseudo-medidas, que são estimativas baseadas em históricos ou previsões de operação, permitindo que o sistema seja observado como um todo. Outra alternativa é a identificação das "ilhas observáveis", que são partes do sistema onde as variáveis de estado podem ser estimadas, mesmo que o sistema completo não seja observável.

- 3ª Etapa: Estimação de Estado

Nessa etapa ocorre o processo de estimação de estado, onde se determinam as variáveis de estado do SEP, considerando a topologia obtida na primeira etapa, os parâmetros do sistema e o conjunto de medições disponíveis. O objetivo é calcular as tensões complexas nodais do sistema, levando em conta que as medições não são exatas. Assim, o estimador de estado utiliza técnicas estatísticas para atingir a melhor estimativa possível dessas variáveis de estado, proporcionando uma visão clara e precisa do funcionamento do SEP.

- 4ª Etapa: Processamento de Erros Grosseiros

Finalmente, na última etapa, realiza-se o processamento de erros grosseiros (EGs) em medições analógicas. Devido à natureza das medições, as leituras fornecidas ao estimador podem conter erros significativos, que afetam negativamente a precisão das variáveis de estado estimadas. Nesta fase, os EGs são detectados, identificados e eliminados do conjunto de dados de medição. Esse processo é fundamental para garantir que as variáveis de estado finais representem corretamente a situação operacional do SEP, garantindo maior confiabilidade na operação da rede.

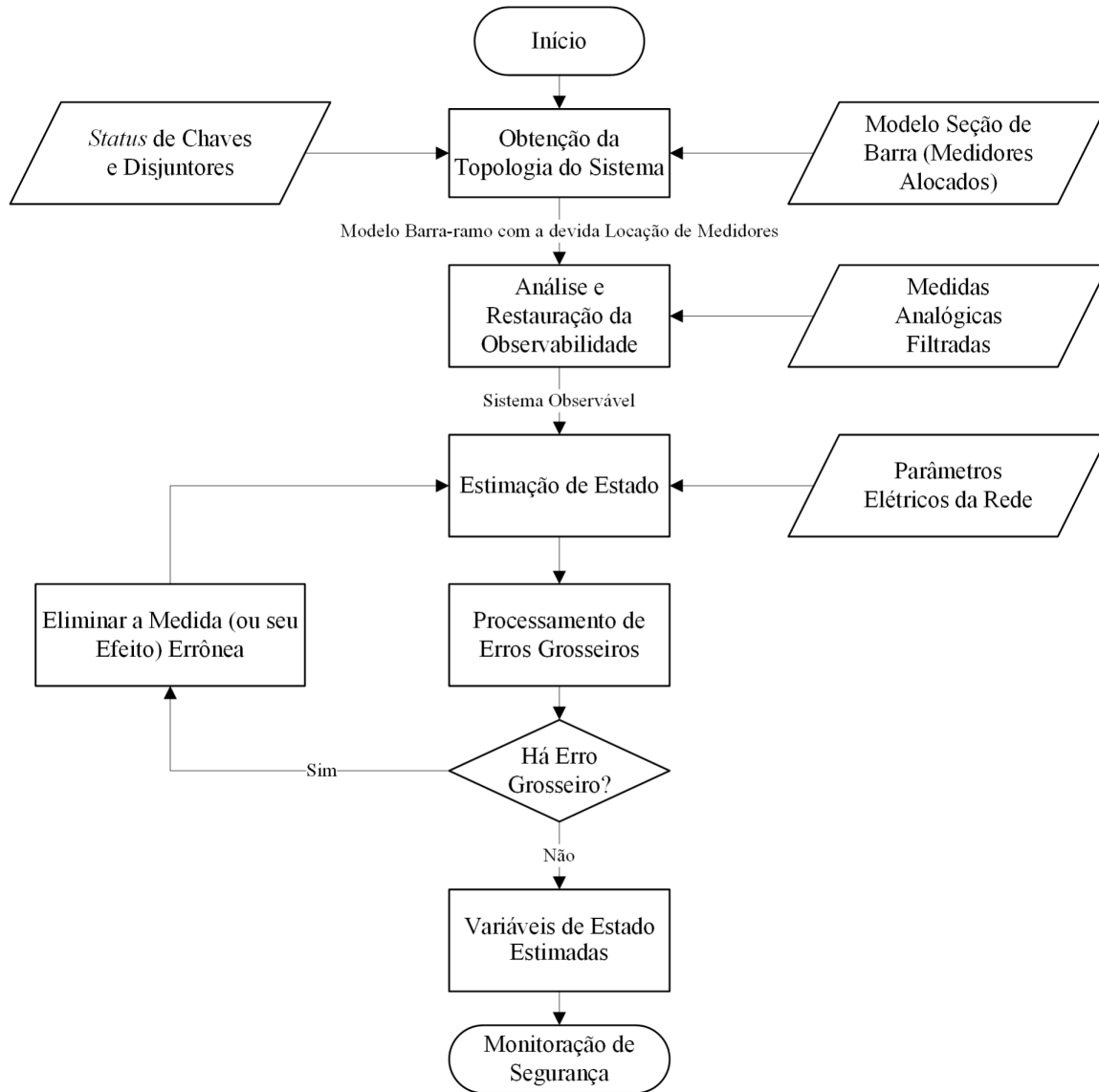
Um fluxograma com as etapas em questão pode ser visto na figura 17.

4.2.2 O Método Dos Mínimos Quadrados Ponderados

Existem diversos métodos para realização de estimação de estado de uma rede elétrica. O método a ser utilizado nesse trabalho é o método dos mínimos quadrados ponderados. Esse utiliza os diferentes tipos de medidas disponíveis, atribuindo pesos a essas de acordo com o grau de confiabilidade de cada uma.

Considerando um sistema com N barras, após obter a topologia da rede e seus parâmetros, é possível relacionar as medidas analógicas aferidas pelos medidores com funções não-lineares de potência ativa e reativa que recebem como argumento as variáveis

Figura 17 – Fluxograma abordando as etapas de um processo tradicional de estimação de estado



Fonte: BRETAS et al. (2021)

de estado, somado aos erros de medição, de acordo com a equação:

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots \\ h_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_m \end{bmatrix} = h(x) + e \quad (4.26)$$

Em que :

- $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ é o vetor das variáveis de estado do sistema, constituído pelas magnitudes de tensão e ângulo das barras, sendo que $\dim(x) = 2N - 1 = n$.

- $z = [z_1, z_2, \dots, z_m]^T$ é o vetor de medidas a serem utilizadas no processo de estimação, em que $\dim(z) = m$.
- $e = [e_1, e_2, \dots, e_m]^T$ é o vetor de ruídos (erros) associados as medidas em questão.
- $h(x) = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_m(x)]^T$ é o vetor composto pelas funções não-lineares que recebem como argumento as variáveis de estado. São representadas, de forma geral, por potências ativa e reativa injetadas nas barras ou nos ramos.

O método WLS utiliza hipóteses para simplificação do problema: considera que os erros não são sistemáticos e que erros de diferentes medidas não estão correlacionados. Dessa forma, o vetor de ruído assume uma distribuição normal com média 0 e a matriz covariância R se torna diagonal com desvio padrão σ_i .

$$R = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & 0 \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \sigma_m^2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

A matriz R representa o peso associado às medidas z_i . Esses pesos são formados pela variância de cada medida, de forma que quanto mais precisa é a medida, menor é a variância atribuída a mesma, o que implica na atribuição de um peso elevado para essa.

O processo do método WLS consiste em determinar um vetor aproximado para variáveis de estado ($\hat{x}$) de forma que esse minimize a função objetivo a seguir:

$$K(x) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(x))^2}{\sigma_i^2} = [z - h(x)]^T R^{-1} [z - h(x)] \quad (4.28)$$

Note que essa função é formada pelo somatório dos quadrados dos resíduos das medidas $(z_i - h_i(x))^2$ ponderados pelas variâncias $(1/\sigma_i^2)$. Para que essa seja minimizada, deve-se satisfazer ao menos a condição de otimalidade de primeira ordem, representada por:

$$g(x) = \frac{\partial K(x)}{\partial x} = -H^T(x) R^{-1} [z - h(x)] = 0 \quad (4.29)$$

Sendo que $H(x)$ é a matriz jacobiana de $h(x)$:

$$H(x) = \left[\frac{\partial h(x)}{\partial x} \right] \quad (4.30)$$

Como as funções $h(x)$ não são lineares, é necessário expandir a função $g(x)$ utilizando a série de Taylor em torno do vetor de estado de x^k , de acordo com:

$$g(x) = g(x^k) + G(x^k)(x - x^k) + \dots = 0 \quad (4.31)$$

Considerando os termos de ordem superior desprezíveis, obtém-se um processo iterativo conhecido por método de Gauss-Newton, descrito pela equação:

$$x^{k+1} = x^k - [G(x^k)]^{-1} \cdot g(x^k) \quad (4.32)$$

Note que k representa o contador de iteração, o que faz com que x^0 seja a estimativa inicial do processo iterativo, x^k o vetor solução da iteração atual e $G(x^k)$ a matriz ganho. Para determinar a matriz ganho, considere a equação a seguir:

$$g(x^k) = -H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot [z - h(x^k)] \quad (4.33)$$

$$G(x^k) = \frac{\partial g(x^k)}{\partial x} = -\frac{\partial H^T(x^k)}{\partial x} \cdot R^{-1} \cdot [z - h(x^k)] + H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot H(x^k) \quad (4.34)$$

O método de Gauss-Newton desconsidera os termos de segunda ordem. Logo, obtém-se:

$$G(x^k) = H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot H(x^k) \quad (4.35)$$

Ao substituir as equações (4.33) e (4.35) na equação (4.32), obtém-se a **Equação Normal** utilizada para atualizar os valores das variáveis de estado:

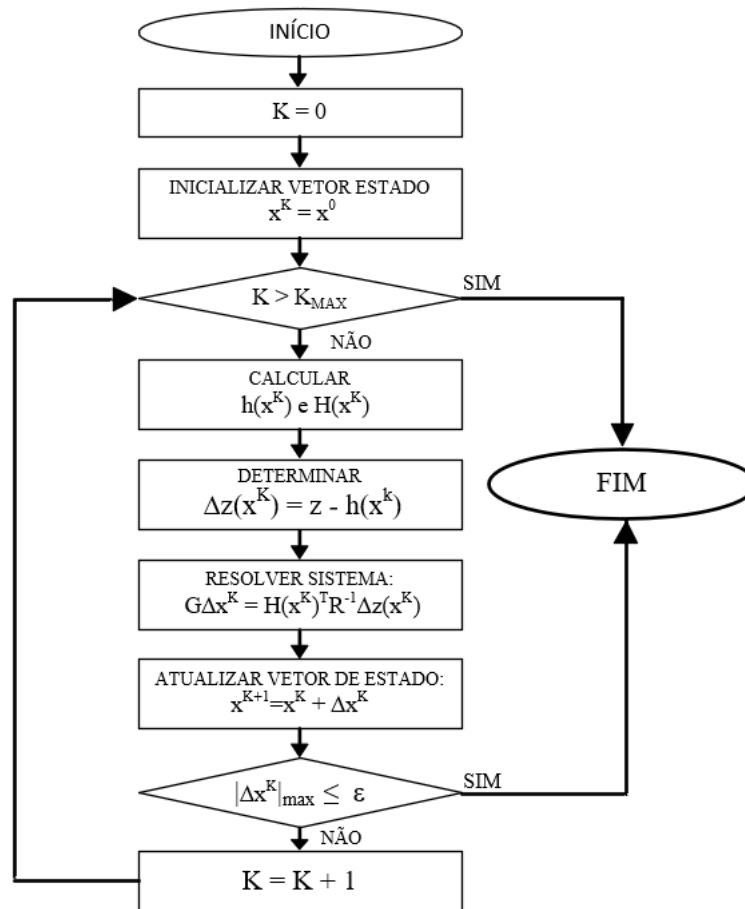
$$x^{k+1} = x^k + [H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot H(x^k)]^{-1} \cdot [H^T(x^k) \cdot R^{-1} \cdot [z - h(x^k)]] \quad (4.36)$$

O processo iterativo continua até atingir a tolerância definida ϵ (grau de aceitação de um solução) para os valores das variáveis de estado:

$$\Delta x^{k+1} = x^{k+1} - x^k \rightarrow \max |\Delta x^k| \leq \epsilon \quad (4.37)$$

Um resumo do processo de estimação de estado pelo método WLS pode ser visto na figura 18.

Figura 18 – Algoritmo de Gauss-Newton aplicado na estimação de estado pelo método WLS.



Fonte: Elaborada pelo Autor

4.2.3 Processamento de EGs

Na estimação de estado, medidas que apresentam EGs, também conhecidas como medidas espúrias, são aquelas que possuem desvios significativamente maiores do que o previsto pelo modelo de medição. Esses erros podem surgir devido a diversas causas, como falhas nos canais de comunicação ou equipamentos de medição defeituosos/descalibrados.

Tecnicamente, uma medida é considerada portadora de EG quando apresenta uma imprecisão muito superior ao estimado no modelo de medição. Em geral dizemos que uma medida é portadora de EG, quando a mesma desvia do seu valor "verdadeiro" de, no mínimo, três vezes a sua variância (CUTSEM; RIBBENS-PAVELLA; MILI, 1984).

Os erros presentes nas medições analógicas enviadas ao estimador de estado podem ser classificados de diversas formas, levando em conta o tipo, a localização e a quantidade de medições afetadas. Em termos gerais, essas classificações podem ser descritas como:

- **Erro grosseiro simples:** Apenas uma única medição em todo o sistema apresenta

erro grosseiro (EG);

- **Erros grosseiros múltiplos:** Mais de uma medição no sistema apresenta erro grosseiro (EG).

Diversas metodologias para detecção de EGs são amplamente discutidas na literatura, sendo que as mais utilizadas baseiam-se, fundamentalmente, nos testes de hipóteses desenvolvidos em (NEYMAN; PEARSON, 1933).

Uma vez identificadas as medidas com EGs, elas devem ser removidas, corrigidas ou substituídas por pseudomedidas, que podem ser estimadas com base no histórico operacional da rede.

4.2.3.1 O método do maior resíduo normalizado

O vetor de resíduos é escrito por :

$$r = z - h(x) \quad (4.38)$$

O primeiro passo do método em questão é calcular o vetor de resíduos normalizado através de:

$$r^N(i) = \frac{|r(i)|}{\sqrt{\Omega(i, i)}} \quad (4.39)$$

Sendo que $r^N(i)$ representa o resíduo da medida analisada normalizado por $\sqrt{\Omega(i, i)}$, sendo esse último o desvio padrão do respectivo resíduo. A matriz Ω é dita matriz covariância dos resíduos definida por :

$$\Omega = R - H(\hat{x}) \left[H^T(\hat{x}) R^{-1} H(\hat{x}) \right]^{-1} H^T(\hat{x}) \quad (4.40)$$

Após o cálculo do vetor de resíduos normalizados, o elemento de maior valor é identificado e submetido ao teste:

$$\max(r^N) \leq \lambda \quad (4.41)$$

O valor de λ representa o limite de identificação e está relacionado com os níveis de probabilidade aceitáveis para falso alarme e falha de identificação. Na prática, λ é comumente definido como 3, conforme indicado em (ABUR; EXPOSITO, 2004), o que significa que desvios maiores que três vezes o desvio padrão são considerados indicadores de EG.

Logo, se a desigualdade acima não for satisfeita, a medida que apresentou o maior resíduo é eliminada dos dados de entrada do estimador e o processo de estimação inicia-se novamente.

4.2.3.2 Teorema do Maior Resíduo Normalizado

Seja um Sistema de Potência monitorado através de um sistema de medição que fornece boas condições de redundância. Se apenas uma medida desse sistema for portadora de EG e as demais perfeitas (sem ruído e sem EG), então a medida que apresentar o maior resíduo normalizado, em valor absoluto, é a medida com EG (BRETAS et al., 2021).

4.2.4 Problema de Condicionamento Numérico

Uma das principais dificuldades associadas ao estimador de estado ponderado por mínimos quadrados (WLS) é o mau condicionamento numérico das matrizes que modelam o sistema. Esse problema pode levar a baixas taxas de convergência, tornar os resultados imprecisos ou, em casos mais críticos, fazer com que o processo iterativo não converja.

O condicionamento numérico é diretamente afetado pela natureza e qualidade das medições utilizadas no sistema. Em muitos casos, é necessário combinar medições de diferentes tipos para garantir a observabilidade global da rede elétrica. Contudo, essas medições frequentemente apresentam níveis de precisão bastante distintos, o que contribui para deteriorar o condicionamento da matriz associada ao estimador.

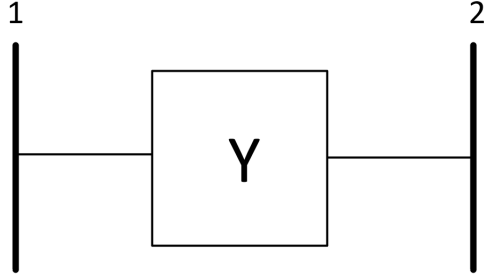
Essa deterioração tem impactos diretos na convergência do algoritmo: matrizes mal condicionadas aumentam a sensibilidade do sistema a erros de entrada e de arredondamento, amplificando imprecisões e dificultando a obtenção de uma solução robusta.

A fim de evitar problemas de convergência, o código do estimador WLS desse trabalho utilizou métodos ortogonais, como a fatoração QR, para resolver as equações normais do estimador.

4.2.5 O método WLS para sistemas trifásicos

A fim de exemplificar como é feita a extensão do método WLS para sistemas trifásicos, considere a figura 19.

Figura 19 – Sistema elétrico com 2 barras e um elemento genérico



Fonte: Elaborada pelo Autor

Considerando o sistema em questão monofásico, em que as medidas disponíveis são: medida fasorial de tensão na barra 1 ($V_1^m; \theta_1^m$), magnitude de tensão na barra 2 (V_2^m) e potência ativa entre 1 e 2 (P_{12}^m). Definindo a barra 2 como referência angular, tem-se o seguinte vetor de variáveis de estado:

$$x = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Além disso, os valores medidos são dados por:

$$Z = h(x) + e \rightarrow \begin{bmatrix} V_1^m \\ \theta_1^m \\ V_2^m \\ P_{12}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \theta_1 \\ V_2 \\ P_{12} \end{bmatrix} + e \quad (4.43)$$

A formação da matriz H é dada por :

$$H(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1^m}{\partial \theta_1} & \frac{\partial V_1^m}{\partial V_1} & \frac{\partial V_1^m}{\partial V_2} \\ \frac{\partial \theta_1^m}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \theta_1^m}{\partial V_1} & \frac{\partial \theta_1^m}{\partial V_2} \\ \frac{\partial V_2^m}{\partial \theta_1} & \frac{\partial V_2^m}{\partial V_1} & \frac{\partial V_2^m}{\partial V_2} \\ \frac{\partial P_{12}^m}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_{12}^m}{\partial V_1} & \frac{\partial P_{12}^m}{\partial V_2} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial P_{12}^m}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_{12}^m}{\partial V_1} & \frac{\partial P_{12}^m}{\partial V_2} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Supondo que o elemento entre as barras seja uma linha de transmissão, pode-se escrever :

$$P_{12} = V_1^2 g_{12} - V_1 \cdot V_2 \cdot [g_{12} \cos(\theta_{12}) + b_{12} \sin(\theta_{12})] \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial P_{12}^m}{\partial \theta_1} = V_1 \cdot V_2 \cdot [g_{12} \sin(\theta_{12}) - b_{12} \cos(\theta_{12})] \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial P_{12}^m}{\partial V_1} = 2V_1 g_{12} - V_2 \cdot [g_{12} \sin(\theta_{12}) - b_{12} \cos(\theta_{12})] \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial P_{12}^m}{\partial V_2} = -V_1 \cdot [g_{12} \sin(\theta_{12}) - b_{12} \cos(\theta_{12})] \quad (4.48)$$

Logo, substituindo essas derivadas na expressão de $H(x)$ a jacobiana fica totalmente definida, o que permite iniciar o processo de iteração considerando as magnitudes de tensão unitárias (1 p.u) e os ângulos de fase de tensão nulos (0 rad).

Caso o sistema fosse trifásico com fases a/b/c, o vetor de estado e o vetor de medidas seriam:

$$x = \begin{bmatrix} \theta_1^a \\ \theta_1^b \\ \theta_1^c \\ V_1^a \\ V_1^b \\ V_1^c \\ V_2^a \\ V_2^b \\ V_2^c \end{bmatrix}; \quad z = h(x) + e \rightarrow \begin{bmatrix} V_1^{am} \\ V_1^{bm} \\ V_1^{cm} \\ \theta_1^{am} \\ \theta_1^{bm} \\ \theta_1^{cm} \\ V_2^{am} \\ V_2^{bm} \\ V_2^{cm} \\ P_{12}^{am} \\ P_{12}^{bm} \\ P_{12}^{cm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^a \\ V_1^b \\ V_1^c \\ \theta_1^a \\ \theta_1^b \\ \theta_1^c \\ V_2^a \\ V_2^b \\ V_2^c \\ P_{12}^a \\ P_{12}^b \\ P_{12}^c \end{bmatrix} + e \quad (4.49)$$

A matriz jacobiana $H(x)$ seria escrita por :

$$H^m(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_1^{am}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial V_1^{am}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial V_1^{am}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial V_1^{am}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial V_1^{am}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial V_1^{am}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial V_1^{am}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial V_1^{am}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial V_1^{am}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial V_1^{bm}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial V_1^{bm}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial V_1^{bm}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial V_1^{bm}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial V_1^{bm}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial V_1^{bm}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial V_1^{bm}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial V_1^{bm}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial V_1^{bm}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial V_1^{cm}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial V_1^{cm}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial V_1^{cm}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial V_1^{cm}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial V_1^{cm}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial V_1^{cm}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial V_1^{cm}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial V_1^{cm}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial V_1^{cm}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial \theta_1^{am}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial \theta_1^{am}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial \theta_1^{am}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial \theta_1^{am}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial \theta_1^{am}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial \theta_1^{am}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial \theta_1^{am}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial \theta_1^{am}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial \theta_1^{am}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial \theta_1^{bm}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial \theta_1^{bm}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial \theta_1^{bm}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial \theta_1^{bm}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial \theta_1^{bm}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial \theta_1^{bm}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial \theta_1^{bm}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial \theta_1^{bm}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial \theta_1^{bm}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial \theta_1^{cm}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial \theta_1^{cm}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial \theta_1^{cm}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial \theta_1^{cm}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial \theta_1^{cm}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial \theta_1^{cm}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial \theta_1^{cm}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial \theta_1^{cm}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial \theta_1^{cm}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial V_2^{am}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial V_2^{am}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial V_2^{am}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial V_2^{am}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial V_2^{am}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial V_2^{am}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial V_2^{am}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial V_2^{am}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial V_2^{am}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial V_2^{bm}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial V_2^{bm}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial V_2^{bm}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial V_2^{bm}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial V_2^{bm}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial V_2^{bm}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial V_2^{bm}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial V_2^{bm}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial V_2^{bm}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial V_2^{cm}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial V_2^{cm}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial V_2^{cm}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial V_2^{cm}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial V_2^{cm}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial V_2^{cm}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial V_2^{cm}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial V_2^{cm}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial V_2^{cm}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial P_{12}^{am}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial P_{12}^{am}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial P_{12}^{am}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial P_{12}^{am}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial P_{12}^{am}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial P_{12}^{am}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial P_{12}^{am}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial P_{12}^{am}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial P_{12}^{am}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial P_{12}^{bm}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial P_{12}^{bm}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial P_{12}^{bm}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial P_{12}^{bm}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial P_{12}^{bm}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial P_{12}^{bm}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial P_{12}^{bm}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial P_{12}^{bm}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial P_{12}^{bm}}{\partial V_2^{cm}} \\ \frac{\partial P_{12}^{cm}}{\partial \theta_1^{am}} & \frac{\partial P_{12}^{cm}}{\partial \theta_1^{bm}} & \frac{\partial P_{12}^{cm}}{\partial \theta_1^{cm}} & \frac{\partial P_{12}^{cm}}{\partial V_1^{am}} & \frac{\partial P_{12}^{cm}}{\partial V_1^{bm}} & \frac{\partial P_{12}^{cm}}{\partial V_1^{cm}} & \frac{\partial P_{12}^{cm}}{\partial V_2^{am}} & \frac{\partial P_{12}^{cm}}{\partial V_2^{bm}} & \frac{\partial P_{12}^{cm}}{\partial V_2^{cm}} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

É possível observar que essa possui dimensão 12 x 9, enquanto no caso monofásico possuía dimensão 4 x 3 ; ou seja, sua dimensão triplicou. Além disso, nesse caso será necessário considerar as equações descritas em (4.25) e suas respectivas derivadas já apresentadas. Os parâmetros da linha de transmissão são obtidos pelo modelo de quadipolo da linha. Logo, o processo iterativo é idêntico ao do caso monofásico, mudando apenas as dimensões dos vetores.

4.2.6 Tratamento da Referência Angular em Estimadores Trifásicos

A definição de uma referência angular no estimador de estado trifásico é essencial para garantir que a equação normal seja possível e determinada. Quando não há a presença de medidas PMUs, o problema de estimação de estado exige que se defina uma barra como referência angular. Isso permite que o sistema tenha uma base para calcular as variáveis angulares de forma consistente.

Para sistemas trifásicos, onde cada barra possui 3 ângulos como variáveis de estado, a escolha de uma barra de referência é ainda mais crítica. A prática usual para o estimador WLS é considerar três referências angulares, uma para cada fase da barra escolhida. Nesse trabalho, atribuiu-se valores angulares equilibrados às três fases da barra de referência ($\theta_a = 0$, $\theta_b = -120^\circ$, $\theta_c = 240^\circ$)

5 METODOLOGIA PROPOSTA

Para a avaliação de Estimadores de Estado (EEs) em laboratório, é fundamental emular um ambiente de operação em tempo real, reproduzindo as condições típicas de uma rede elétrica ativa. Esse processo de emulação abrange a simulação de casos de referência, os quais fornecem valores precisos das variáveis de estado e das medidas a serem processadas pelo EE. A fim de refletir com fidelidade as incertezas presentes em condições reais, adiciona-se ruído aos valores de referência, o que permite representar a influência dos fatores externos e internos que introduzem variações e erros inerentes ao processo de medição. Esse ruído intencional possibilita que o EE seja testado quanto à sua capacidade de lidar com distúrbios e ainda gerar estimativas precisas.

Para que a avaliação seja completa, são utilizados valores de referência das variáveis de estado (tensões complexas nodais), obtidos através de cálculos de fluxo de potência. Esses valores de referência não apenas auxiliam na emulação realista das condições operacionais, mas também são indispensáveis para aferir a precisão das estimativas produzidas pelo EE em diferentes cenários de carga e operação.

Com essa abordagem, o processo de avaliação se torna robusto, assegurando que o EE seja capaz de operar de maneira confiável em diversas situações e que sua implementação no sistema elétrico real mantenha a qualidade e a precisão exigidas para a segurança e estabilidade do sistema como um todo.

5.1 Avaliação do Estimador de Estado em Ambiente Simulado

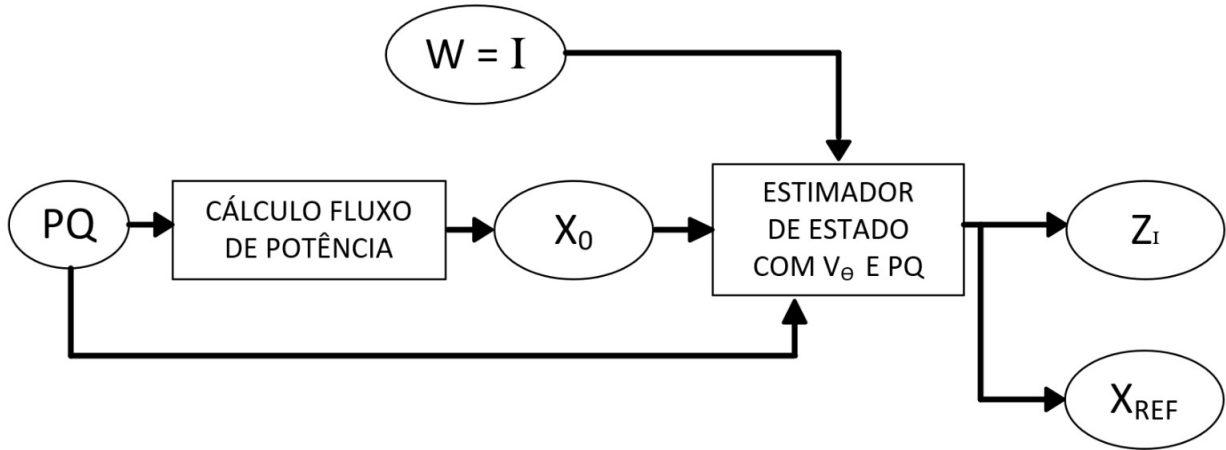
5.1.1 Obtenção das Variáveis de Estado de Referência

Com a modelagem do sistema em mãos, torna-se possível executar o fluxo de potência, obtendo as potências nos ramos, as potências líquidas injetadas e as tensões complexas em cada barra.

A partir dessas medidas, o próximo passo da metodologia consiste em utilizar as potências calculadas no fluxo de potência e apenas a tensão de referência (V_θ) para alimentar o estimador de estado, aplicando uma matriz de ponderação identidade. Nessa configuração, o estimador torna-se numericamente equivalente ao fluxo realizado pelo método de Newton-Raphson. Esse procedimento é utilizado para filtrar possíveis erros numéricos, que podem surgir devido a pequenas diferenças nos modelos, de erros de arredondamento ou de outras imprecisões que se propagam, levando a erros sistemáticos devido a variações nas implementações do fluxo de potência e do estimador WLS.

As magnitudes e ângulos de fase das tensões nodais obtidos na saída do estimador formam o vetor de estado de referência (X_{ref}), ou seja, admite-se que esses valores correspondem às variáveis de estado "verdadeiras", que na prática não são conhecidas. Além disso, todas as medidas de potência e módulo de tensão formam o vetor de medidas de referência (z_I). Esse processo está ilustrado na figura 20.

Figura 20 – Obtenção dos valores de referência das medidas e das variáveis de estado



Fonte: Elaborada pelo Autor

5.1.2 Geração de Valores de Medidas para Simulação

As medidas em tempo real obtidas pelo sistema SCADA são emuladas a partir do modelo de medição do estimador de estado. Essa metodologia consiste em considerar os valores obtidos pelos medidores equivalentes aos valores de referência (z_I) contaminados por ruídos.

Esse ruído, por sua vez, é gerado individualmente para cada medida de referência, a partir de um gerador de números aleatórios, conforme a equação (5.1).

$$z_{i\phi} = z_{i\phi}^{ref} + u_i \cdot \sigma_{i\phi} \quad (5.1)$$

$$\sigma_{i\phi} = \frac{|z_{i\phi}^{ref}| \cdot pr_i}{3} \quad (5.2)$$

Em que $z_{i\phi}$ é o valor da medida i da fase ϕ com ruído embutido que vai ser usado na simulação, $z_{i\phi}^{ref}$ é o valor de referência dessa medida, pr_i é um parâmetro representativo da precisão percentual do correspondente medidor, u_i é uma variável aleatória com distribuição normal de média zero e desvio padrão unitário ($N(0, 1)$) e $\sigma_{i\phi}$ é o desvio padrão da medida $z_{i\phi}$.

As medidas com ruído são utilizadas como dados de entrada do estimador, que é executado com o objetivo de gerar valores próximos aos valores de referência.

Para uma análise mais profunda do desempenho do estimador, o processo de inserção de ruído é repetido k vezes, gerando-se assim k amostras das n medidas. Em cada amostra, o ruído adicionado a cada medida é distinto do ruído das demais amostras, proporcionando uma variabilidade representativa das incertezas do processo de medição. Após a execução do estimador para todas as amostras, aplica-se uma métrica de desempenho que permite avaliar a precisão e a eficácia do método, considerando a capacidade do estimador em manter-se próximo dos valores de referência em condições variáveis de ruído.

5.1.3 Tratamento de Medidas com EG

A fim de simular medidas com EG impõe-se uma condição de intervalo para o valor de u_i , de forma que esse implique em uma grande distorção na medida de referência. Em geral, utiliza-se o intervalo $10 < u_i < 20$ para o surgimento de uma medida com EG.

Após inserção do EG na medida, ao executar o estimador de estado, computam-se todos os resíduos normalizados e submete-se ao teste do maior resíduo normalizado. Caso alguma medida tenha sido detectado como portadora de EG, essa é eliminada e o estimador é executado novamente.

5.1.4 Métrica de desempenho do estimador

Como dito anteriormente, para avaliar a acurácia dos resultados do estimador, foram utilizadas k amostras de entrada, o que resulta em k conjuntos vetores $\hat{x}_k$ (variáveis de estado estimadas) de saída .

Cada vetor de saída é comparado com o vetor de estado de referência, o que gera erros individuais por medida e fase. Existem diferentes métricas de desempenho para avaliar tais erros e a acurácia do processo como um todo.

A métrica de desempenho utilizada neste trabalho é o Erro Médio Quadrático, no inglês *Root Mean Squared Error* (RMSE), conforme equação (5.3).

$$RMSE_{i\phi} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{m=1}^k (\hat{x}_i^m - x_i^{ref})^2} \quad (5.3)$$

Em que $RMSE_{i\phi}$ é o erro quadrático médio da variável de estado estimada $\hat{x}_i^m$.

5.2.1 Caso 1 - Análise de sensibilidade e acurácia

Nesse teste, variou-se a quantidade de ruído inserido em cada conjunto de medidas. Para isso, limitou-se a faixa do intervalo do valor aleatório u , descrito na equação 5.1. Para cada intervalo permissivo de u , construiu-se 100 amostras de análise. Cada uma das amostras alimentou o estimador de estado isoladamente, resultando em 100 vetores de estado, com dimensões 1029×1 . Esse processo permitiu observar a ocorrência de falsas identificações de EGs nas medidas, servindo como indicador da sensibilidade do sistema.

Além disso, para cada saída do estimador, foi aplicado o cálculo da métrica de desempenho. Um resumo do procedimento do cálculo dos parâmetros pode ser visto na tabela 3.

	$ e_{x_i}^1 $	$ e_{x_i}^2 $	...	$ e_{x_i}^k $	$\mu_{e_{x_i}}$	$\sigma_{e_{x_i}}$	RMSE_{x_i}
$\hat{x}_1$							
$\hat{x}_2$							
...							
$\hat{x}_n$							
						RMSE _{máx}	
						μ_{RMSE}	
						σ_{RMSE}	

Tabela 3 – Análise de acurácia das estimativas obtidas a partir das métricas indicadas.

Sendo que cada variável é descrita por:

$$\text{Erro em módulo} \rightarrow |e_{x_i}^k| = |(\hat{x}_i^k - x_i^{\text{ref}})| \quad (5.5)$$

$$\text{Média do Erro} \rightarrow \mu_{e_{x_i}} = \frac{1}{k} \sum_{m=1}^k |e_{x_i}^m| \quad (5.6)$$

$$\text{Desvio padrão populacional do Erro} \rightarrow \sigma_{e_{x_i}} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{m=1}^k (e_{x_i}^m - \mu_{e_{x_i}})^2} \quad (5.7)$$

$$\text{Erro médio quadrático} \rightarrow RMSE_i = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{m=1}^k (x_i^m - x_i^{\text{ref}})^2} \quad (5.8)$$

$$\text{Média do Erro Médio Quadrático} \rightarrow \mu_{RMSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n RMSE_i \quad (5.9)$$

$$\text{Desvio padrão do Erro Médio Quadrático} \rightarrow \sigma_{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (RMSE_i - \mu_{RMSE})^2} \quad (5.10)$$

5.2.2 Caso 2 - Identificação de EGs

Esse estudo teve como objetivo verificar a capacidade do estimador de estado em detectar EGs. Para isso, inseriu-se um EG de 10σ em apenas uma medida do conjunto de referência, mantendo as demais inalteradas, ou seja, sem ruído. O processo foi repetido 10 vezes, gerando 10 amostras, em que cada uma se diferenciou pela medida específica na qual o EG foi inserido. A tabela 4 resume o procedimento adotado.

Tabela 4 – Tabela indicativa de obtenção de amostras com uma medida portadora de EG, em que i/j/k representam índices distintos

A1	A2	...	A10
$Z1_{\text{ref}}$	$Z1_{\text{ref}}$	$\cdots$	$Z1_{\text{ref}}$
$Z2_{\text{ref}}$	$Z2_{\text{ref}}$	$\cdots$	$Z2_{\text{ref}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\vdots$	Zj_{EG}	$\cdots$	Zj_{ref}
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
Zi_{EG}	Zi_{ref}	$\cdots$	Zi_{ref}
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	Zk_{EG}
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$Z1029_{\text{ref}}$	$Z1029_{\text{ref}}$	$\cdots$	$Z1029_{\text{ref}}$

Fonte: Elaborada pelo autor

Cada amostra foi então processada pelo estimador de estado para observar se o EG seria detectado, identificado e a correspondente medida eliminada. Em casos positivos, o valor do resíduo normalizado dessa medida foi registrado. Repetiu-se todo o processo inserindo EGs de 15 e 20σ .

Como discutido na Seção 4.2.3, o processo de identificação de EG exige um limite de aceitação para o resíduo normalizado. Em conformidade com a literatura, considerou-se um valor de $\lambda = 3$.

Adicionalmente, foi realizado um segundo teste para avaliar o teorema do resíduo normalizado, descrito na seção 4.2.3.2. Esse teste foi similar ao anterior, mas com a inserção

de um erro de 3σ . O objetivo dessa modificação foi gerar resíduos normalizados próximos ao limite de detecção ($\lambda = 3$) e verificar se, mesmo não detectada, a medida com erro apresentaria o maior resíduo normalizado em comparação com as demais.

5.2.3 Caso 3 - Análise de EG em Amostras Ruidosas

Este caso teve como objetivo avaliar a identificação de EGs em um cenário com ruído. Foram geradas 20 amostras contendo ruído, seguindo o procedimento descrito no "Caso 1". Em cada amostra, uma medida específica, associada ao índice i , foi selecionada aleatoriamente. Em vez de adicionar ruído a essa medida, foi introduzido um EG de 10σ . O procedimento está descrito na tabela 5.

Tabela 5 – Tabela com valores de referência e EGs

A1	A2	...	A20
$Z1_{r_{1x1}}$	$Z1_{r_{1x2}}$	$\dots$	$Z1_{r_{1x20}}$
$Z2_{r_{2x1}}$	$Z2_{r_{2x2}}$	$\dots$	$Z2_{r_{2x20}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
Zi – Com EG de 10σ em todas essas amostras			
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$Z1029_{r_{1029x1}}$	$Z1029_{r_{1029x2}}$	$\dots$	$Z1029_{r_{1029x20}}$

Fonte: Dados simulados para fins ilustrativos.

O objetivo central foi verificar se, em todas as amostras, a medida contaminada pelo EG era corretamente identificada. Nos casos em que isso não ocorreu, avaliou-se se essa medida apresentava o maior resíduo normalizado, uma característica indicativa do erro.

Para garantir maior confiabilidade nos resultados, o procedimento foi repetido 10 vezes. Em cada repetição, a medida contaminada pelo EG foi sorteada aleatoriamente, assegurando a aleatoriedade e a robustez da análise.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 Obtenção do caso de referência

A modelagem do sistema foi realizada conforme descrito em (MASSON, 2021), permitindo a obtenção dos seguintes parâmetros:

- Impedância série e shunt das linhas de transmissão;
- Cargas conectadas ao longo do sistema;
- Impedância equivalente dos transformadores;
- Susceptância dos bancos de reatores/capacitores;
- Potência dos geradores instalados.

Esses parâmetros foram essenciais para o mapeamento e a representação matemática do sistema. Com base nisso, foi realizado um fluxo de potência utilizando o método de Newton-Raphson, o que possibilitou obter todas as grandezas elétricas necessárias para simulação do estimador de estado.

Os resultados desse fluxo foram utilizados para compilar as medições que alimentariam o estimador de estado, com a matriz de ponderação configurada como a matriz identidade. Para exemplificar, a Tabela 6 apresenta algumas medidas derivadas do resultado do estimador de estado. Nessa tabela, o tipo de medição é descrito por:

- 0 – Fluxo de potência ativa (kW) no ramo DE-PARA;
- 1 – Fluxo de potência reativa (kVar) no ramo DE-PARA;
- 2 – Injeção líquida de potência ativa (kW) na barra DE;
- 3 – Injeção líquida de potência reativa (kVar) na barra DE;
- 4 – Módulo de tensão (kV) na barra DE".

As colunas 'DE' e 'PARA' referem-se às barras de origem e destino da medição. Quando essa é exclusiva de uma barra, o valor de PARA é -1. A coluna 'FASE' representa a fase da medição (1-A, 2-B e 3-C), e a última coluna indica a suposta precisão do medidor utilizado para obter a medição.

Alem das medidas de referência, o estimador retorna o vetor de estado, com os valores de magnitude de tensão (tipo 4) e ângulo de fase de tensão (tipo 5) de referência do sistema. Esses podem ser vistos na tabela 7.

Tabela 6 – Medidas de referência - saída do estimador com $W = I$

TIPO	DE	PARA	FASE	MEDIDA	PRECISÃO
0	1	2	1	-6141.690433	0.02
0	1	2	2	-6141.690433	0.02
0	1	2	3	-6141.690433	0.02
0	1	32	1	-6141.690433	0.02
0	1	32	2	-6141.690433	0.02
0	1	32	3	-6141.690433	0.02
0	2	29	1	-27520.79264	0.02
0	2	29	2	-27513.78677	0.02
0	2	29	3	-27365.09643	0.02
0	2	30	1	-27333.18616	0.02
0	2	30	2	-27513.78677	0.02
0	2	30	3	-27365.09643	0.02
0	3	4	1	-95956.23119	0.02
0	3	4	2	-95548.35235	0.02
0	3	4	3	-96070.16097	0.02
1	1	2	1	6343.9273	0.02
1	1	2	2	6343.9273	0.02
1	1	2	3	6343.9273	0.02
1	1	32	1	6343.9273	0.02
1	1	32	2	6343.9273	0.02
1	1	32	3	6343.9273	0.02
1	1	33	1	6343.9273	0.02
1	1	33	2	6343.9273	0.02
1	1	33	3	6343.9273	0.02
1	2	29	1	-92909.0246	0.02
1	2	29	2	-92864.4197	0.02
1	2	29	3	-92776.03133	0.02
1	2	30	1	-92909.0246	0.02
1	2	30	2	-92864.4197	0.02
1	2	30	3	-92776.03133	0.02
1	3	4	1	-29161.14995	0.02
1	3	4	2	-29437.22161	0.02
1	3	4	3	-29495.08165	0.02
2	1	-1	1	18425.0713	0.02
2	1	-1	2	18425.0713	0.02
2	1	-1	3	18425.0713	0.02
2	2	-1	1	18205.0134	0.02
2	2	-1	2	18205.0134	0.02
2	2	-1	3	18205.0134	0.02
2	3	-1	1	-80209.65843	0.02
2	3	-1	2	-81843.55593	0.02

TIPO	DE	PARA	FASE	MEDIDA	PRECISÃO
2	3	-1	3	-79956.85519	0.02
3	1	-1	1	-19031.7819	0.02
3	1	-1	2	-19031.7819	0.02
3	1	-1	3	-19031.7819	0.02
3	2	-1	1	304830.17	0.02
3	2	-1	2	304830.17	0.02
3	2	-1	3	304830.17	0.02
3	3	-1	1	-254205.0518	0.02
3	3	-1	2	-253343.3994	0.02
3	3	-1	3	-252879.0623	0.02
4	1	-1	1	139.0286127	0.01
4	1	-1	2	139.0312095	0.01
4	1	-1	3	139.0367016	0.01
4	2	-1	1	207.5538514	0.01
4	2	-1	2	207.557765	0.01
4	2	-1	3	207.5660421	0.01
4	3	-1	1	312.7082056	0.01
4	3	-1	2	312.7082056	0.01
4	3	-1	3	312.7082056	0.01

Fonte: Elaborada pelo Autor

Tabela 7 – Vetor de estado de referência

TIPO	BARRA	FASE A	FASE B	FASE C
4	1	1.046977	1.046996	1.047038
4	2	1.042011	1.042031	1.042072
4	3	1.083253	1.083253	1.083253
4	4	1.084554	1.084554	1.084554
4	5	1.068866	1.068884	1.068955
4	6	1.022758	1.022656	1.022809
4	7	1.066053	1.066053	1.066053
4	8	1.067037	1.066598	1.066336
4	9	1.037469	1.037395	1.037448
4	10	1.035303	1.035303	1.035303
4	11	1.037255	1.037255	1.037255
4	12	1.043743	1.043788	1.043736
4	13	1.039022	1.039022	1.039022
4	14	1.034549	1.034584	1.034572
4	15	1.031729	1.031729	1.031729
4	16	1.024234	1.023858	1.024184
4	17	1.029553	1.027052	1.030027
4	18	1.001300	0.997959	1.002145
4	19	1.069346	1.066707	1.068566
4	20	1.028840	1.026004	1.028017
4	21	1.012267	1.009389	1.011432
4	22	1.076169	1.073012	1.075139

TIPO	BARRA	FASE A	FASE B	FASE C
4	23	1.062898	1.058561	1.061352
4	24	0.990456	0.985414	0.988168
4	25	1.042981	1.037932	1.040470
4	26	0.994802	0.990633	0.993445
4	27	0.997542	0.992768	0.995628
5	1	-0.905632	119.090157	-120.906311
5	2	-0.640707	119.355072	-120.641417
5	3	0.000000	120.000000	-120.000000
5	4	3.286139	123.261706	-116.709900
5	5	1.751868	121.718378	-118.239690
5	6	-4.497327	115.443439	-124.493802
5	7	-4.147467	115.804469	-124.128784
5	8	-4.328960	115.629670	-124.318946
5	9	-4.974943	114.942935	-124.996898
5	10	-6.107126	113.779164	-126.150942
5	11	-10.236026	109.599292	-130.333426
5	12	-10.646015	109.180419	-130.748840
5	13	-11.834674	107.990436	-131.937232
5	14	-11.072178	108.752905	-131.174754
5	15	-17.029987	102.765552	-137.135369
5	16	-20.910447	98.891014	-140.994086
5	17	-30.381218	89.435515	-150.348044
5	18	-33.956918	85.874829	-153.874303
5	19	-14.021366	105.897298	-133.991923
5	20	-23.702659	96.119263	-143.711583
5	21	-21.600893	98.232853	-141.606398
5	22	-18.326889	101.537920	-138.317138
5	23	-24.457777	95.360817	-144.420766
5	24	-26.838105	92.974153	-146.801165
5	25	-24.900388	94.940527	-144.858221
5	26	-27.730372	92.059509	-147.699586
5	27	-29.235586	90.544580	-149.203481

Fonte: Elaborada pelo Autor

6.2 Avaliação de sensibilidade do sistema

O primeiro teste realizado foi de sensibilidade. Nesse, variou-se o valor de u da equação (5.1), restringindo-o para diferentes intervalos. Para cada intervalo, gerou-se 100 amostras, sendo que cada uma com 1029 medidas. O resultado obtido foi :

- $0 < u < 0.2$: Não houve falsa detecção de EG em nenhuma das 100 amostras geradas.
- $0.2 < u < 0.5$: Não houve falsa detecção de EG em nenhuma das 100 amostras geradas.
- $0.5 < u < 0.8$: Não houve falsa detecção de EG em nenhuma das 100 amostras geradas.
- $0.8 < u < 1.1$: Houve, em média, 2 falsas detecções de EG por amostra;
- $1.1 < u < 1.4$: Houve, em média, 6 falsas detecções de EG por amostra;
- $1.4 < u < 1.7$: Houve, em média, 11 falsas detecções de EG por amostra;

6.3 Avaliação da acurácia do estimador

Utilizando os resultados do caso anterior, avaliou-se o desempenho do estimador para cada faixa de intervalo de u , ou seja, para diferentes quantidades de ruído inserido por medida. O cálculo da métrica foi realizado com base no procedimento descrito na seção 5.2.1.

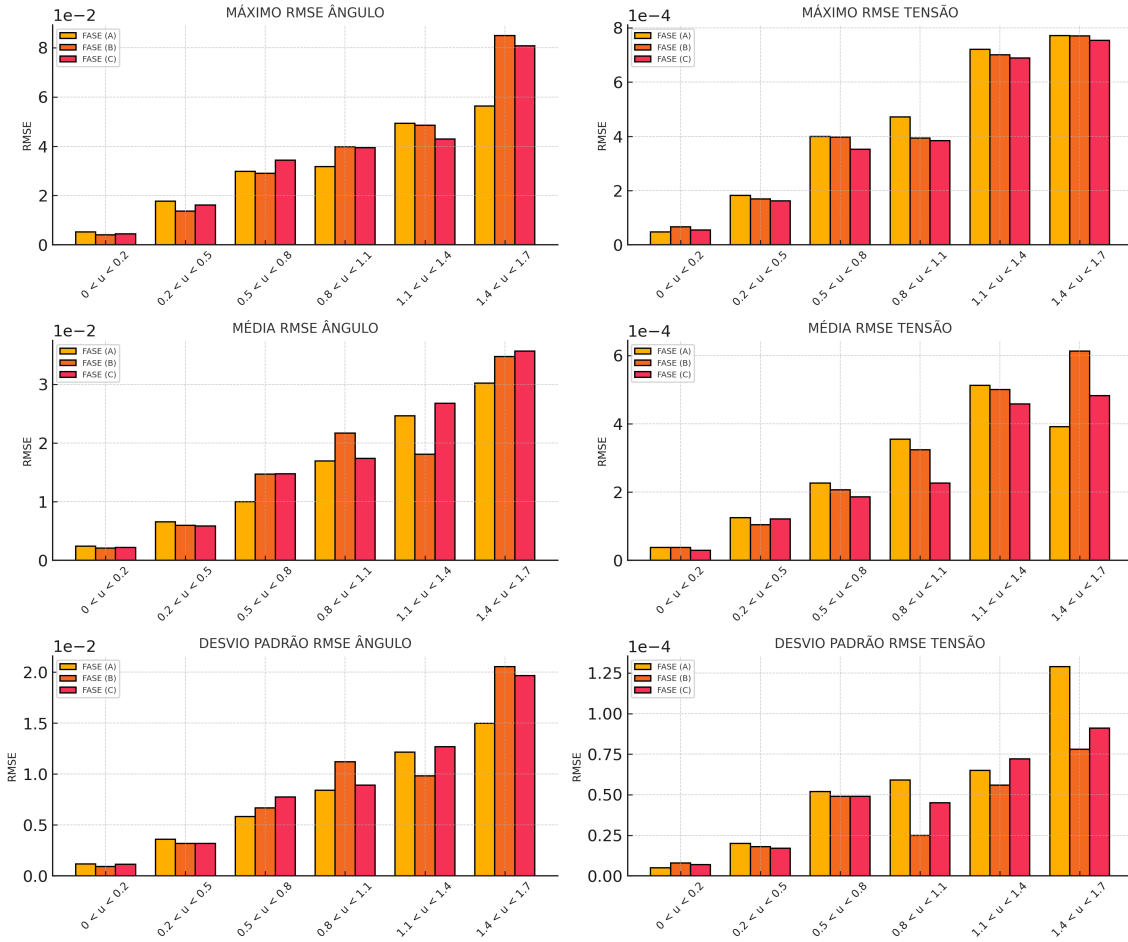
O resultado obtido está ilustrado nos gráficos da figura 23. Esses representam avaliações do vetor de erro médio quadrático, para cada fase, dado um intervalo. É possível notar que, conformer esperado, o desempenho do estimador diminui com o aumento do ruído inserido nas medidas.

6.4 Avaliação da detecção de EG

Nesse experimento, utilizou-se as medidas de referência, inserindo um EG de 10σ em apenas uma medida. Repetiu-se esse procedimento 10 vezes, obtendo-se 10 amostras.

A tabela 8 apresenta as medidas portadoras de EG em cada amostra. Nessa tabela, a segunda coluna representa o índice da medida (número entre 1 a 1029), enquanto as colunas 3-7 seguem a lógica da tabela 6. Por fim, a última coluna representa o valor de referência e com EG embutido das medidas testadas.

Figura 23 – Métrica de desempenho para os valores de ângulo e tensão, dados diferentes intervalos de u



Fonte: Elaborada pelo Autor

Após alimentar o estimador com esses valores, a tabela 9 apresenta as medidas eliminadas. Essa possui o mesmo formato da tabela anterior, com as seguintes diferenças: (i) a penúltima coluna apresenta o desvio padrão da medida (σ) calculado pelo estimador; e (ii) a última coluna indica o ruído normalizado.

Vale destacar que, com exceção da amostra 2, todas as demais tiveram as medidas portadoras de EG corretamente identificadas, apresentando, em geral, resíduo normalizado (R_n) próximo de 10.

O processo foi repetido para 15σ de EG, obtendo-se as tabelas 10 e 11. Para esse valor de EG, é possível observar que apenas a amostra de número 7 apresentou falha de detecção.

Por fim, utilizando 20σ de EG, obteve-se as tabelas 12 e 13. Nesse último teste, o estimador detectou a presença de EG corretamente em todas as amostras.

Tabela 8 – Amostras com respectivas medidas portadoras de EG (10σ)

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	Z(P.U)	$Z_{10\sigma}$ (P.U)
1	679	3	7	-1	1	-167.392481	-178.551980
2	440	1	9	10	2	-1.807841	-1.928364
3	44	0	3	30	2	27.513788	29.348040
4	97	0	8	19	1	235.224656	250.906300
5	988	4	14	-1	1	1.034566	1.069052
6	486	1	14	15	3	-16.529597	-17.631570
7	429	1	8	19	3	-45.443616	-48.473190
8	191	0	16	51	2	-114.645019	-122.288020
9	718	2	20	-1	1	127.458300	135.955520
10	305	1	24	25	2	-49.256316	-52.540070

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 9 – Amostras com respectivas medidas eliminadas pelo estimador - 10σ

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	$Z_{10\sigma}$ (P.U)	σ	R_n
1	679	2	7	-1	1	-178.551980	1.190335	6.333056
3	44	0	3	30	2	29.348040	0.195652	9.001341
4	97	0	8	19	1	250.906300	1.672692	9.255123
5	988	4	14	-1	1	1.069052	0.003563	9.571883
6	486	1	14	15	3	-17.631570	0.117543	8.516613
7	429	1	8	19	3	-48.473190	0.323151	8.916755
8	191	0	16	51	2	-122.288020	0.815245	9.124157
9	718	2	20	-1	1	135.955520	0.906361	8.819265
10	305	0	24	25	2	-52.540070	0.350264	12.484087

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 10 – Amostras com respectivas medidas portadoras de EG (15σ)

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	Z(P.U)	$Z_{15\sigma}$ (P.U)
1	266	0	21	22	2	-87.638627	-96.402490
2	1025	4	26	-1	2	0.990651	1.040184
3	957	4	3	-1	3	1.083241	1.137403
4	715	2	19	-1	1	53.509064	58.859970
5	862	3	20	-1	1	-59.239445	-65.163390
6	859	3	19	-1	1	18.086082	19.894690
7	344	1	2	1	2	-6.285511	-6.914062
8	443	1	10	9	2	-6.815564	-7.497120
9	580	1	21	49	1	-18.814902	-20.696390
10	360	1	2	30	3	-92.776031	-102.053630

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 11 – Amostras com respectivas medidas eliminadas pelo estimador - 15σ

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	$Z_{15\sigma}$ (P.U)	σ	R_n
1	266	0	21	22	2	-96.402490	0.642677	11.474509
2	1025	4	26	-1	2	1.040184	0.003467	14.035314
3	957	4	3	-1	3	1.137403	0.003791	14.159016
4	715	2	19	-1	1	58.859970	0.392396	4.617437
5	862	3	20	-1	1	-65.163390	0.434418	12.813143
6	859	3	19	-1	1	19.894690	0.132630	7.858266
8	443	1	10	9	2	-7.497120	0.049980	12.663606
9	580	1	21	49	1	-20.696390	0.137975	13.095235
10	360	1	2	30	3	-102.053630	0.680351	12.496635

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 12 – Amostras com respectivas medidas portadoras de EG (20σ)

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	Z(P.U)	$Z_{20\sigma}$ (P.U)
1	847	3	15	-1	1	54.154835	61.375480
2	160	0	14	35	1	18.445676	20.905100
3	824	3	7	-1	2	96.449868	109.309850
4	101	0	8	46	2	237.750821	269.450930
5	807	3	1	-1	3	-19.031779	-21.569350
6	305	0	24	25	2	-49.256312	-55.823820
7	141	0	12	14	3	73.783368	83.621150
8	675	2	5	-1	3	-85.030156	-96.367510
9	384	1	4	8	3	9.165000	10.387000
10	81	0	7	45	3	137.955026	156.349030

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 13 – Amostras com respectivas medidas eliminadas pelo estimador - 20σ

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	$Z_{20\sigma}$ (P.U)	σ	R_n
1	847	3	15	-1	1	61.375480	0.409166	14.764391
2	160	0	14	35	1	20.905100	0.139366	14.879315
3	824	3	7	-1	2	109.309850	0.728725	15.017893
4	101	0	8	46	2	269.450930	1.796322	17.447915
5	807	3	1	-1	3	-21.569350	0.143794	15.620789
6	305	0	24	25	2	-55.823820	0.372155	22.072711
7	141	0	12	14	3	83.621150	0.557469	13.436868
8	675	2	5	-1	3	-96.367510	0.642444	10.247583
9	384	1	4	8	3	10.387000	0.069246	11.422149
10	81	0	7	45	3	156.349030	1.042316	16.948664

Fonte: Elaborada pelo autor

6.5 Averiguação do Teorema do Maior Resíduo Normalizado

A fim de verificar a validade do teorema visto na seção 4.2.3.2 para sistemas trifásicos, repetiu-se o procedimento do caso anterior, porém, inserindo um erro de magnitude próxima do limiar de detecção ($\lambda = 3$). Os resultados obtidos para 3σ estão ilustrados nas tabelas 14 e 15.

Enquanto a primeira apresenta as medidas portadoras do erro de cada amostra, a segunda apresenta as medidas com maior resíduo normalizado após aplicar o estimador.

Note que os resultados estão de acordo com o teorema, ou seja, apesar de não ter havido detecção de EG ($r_n > 3$), as medidas portadoras do erro apresentaram o maior resíduo normalizado. Tomando como base a amostra que apresentou a medida com o menor resíduo (amostra 2), repetiu-se o procedimento variando o erro inserido. Com isso, percebeu-se que a detecção da medida portadora só ocorreu a partir da inserção de 41.9σ de erro, o que indica uma dificuldade de detecção para essa medida.

Tabela 14 – Amostras com respectivas medidas portadoras de Erro (3σ)

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	Z(P.U)	$Z_{3\sigma}$ (P.U)
1	548	1	19	22	2	-53.828716	-54.905290
2	951	4	1	-1	3	1.047059	1.057530
3	165	0	15	12	3	-113.715049	-115.989350
4	697	2	13	-1	1	35.991980	36.711820
5	836	3	11	-1	2	86.301500	88.027530
6	508	1	15	52	1	-20.517108	-20.927450
7	155	0	14	15	2	113.295706	115.561620
8	603	1	21	37	3	-7.441431	-7.590260
9	863	3	20	-1	2	-59.239441	-60.424230
10	21	0	2	33	3	6.141686	6.264520

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 15 – Medidas que apresentaram o maior resíduo normalizado em cada amostra - (3σ)

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	$Z_{3\sigma}$ (P.U)	σ	R_n
1	548	1	19	22	2	-54.905290	0.366032	2.792511
2	951	4	1	-1	3	1.057530	0.003525	0.215059
3	165	0	15	12	3	-115.989350	0.773255	2.861298
4	697	2	13	-1	1	36.711820	0.244743	2.388178
5	836	3	11	-1	2	88.027530	0.586844	2.584984
6	508	1	15	52	1	-20.927450	0.139515	2.109962
7	155	0	14	15	2	115.561620	0.770403	2.840170
8	603	1	21	37	3	-7.590260	0.050601	2.706819
9	863	3	20	-1	2	-60.424230	0.402824	2.736728
10	21	0	2	33	3	6.264520	0.041763	2.547045

Fonte: Elaborada pelo autor

Para uma análise mais ampla das características das medidas, o procedimento anterior foi repetido utilizando um erro de 10σ e 100 amostras. As medidas com EGs foram selecionadas de forma aleatória, porém, garantindo ao menos 20 amostras de cada tipo de medida (0, 1, 2, 3, 4), como indica a tabela 16.

As medidas não eliminadas pelo estimador estão representadas na tabela 17. Analisando cada amostra separadamente :

- Amostra 26 - A medida portadora de EG tinha índice 583, porém, a medida com o maior resíduo obtido foi a 649. É possível observar que ambas medidas são referentes ao fluxo de potência reativa no mesmo ramo, porém em sentidos opostos. Logo, são medidas com alto nível de redundância.
- Amostra 32 - Idem ao caso da amostra 26.
- Amostra 54 - A medida portadora de EG correspondia a injeção de potência ativa na barra 9, porém, a medida identificada com maior resíduo correspondeu a injeção na barra 10, sendo essa adjacente a anterior.
- Amostra 71 - A medida portadora de EG correspondia ao fluxo de potência reativa no ramo 9-6, porém, a medida identificada com maior resíduo correspondeu a injeção de potência reativa na barra 9.
- Amostra 78 - A medida portadora de EG correspondia a injeção de potência reativa na barra 4, porém, a medida identificada com maior resíduo correspondeu ao fluxo de potência reativa no ramo 4-8.
- Amostra 93 - A medida portadora de EG correspondeu a medida com maior resíduo normalizado.
- Amostra 96 - A medida portadora de EG correspondeu a medida com maior resíduo normalizado.

Por último, utilizou-se as amostras que não tiveram sua medida portadora de EG identificada e que, além disso, não apresentaram o maior resíduo normalizado, para inserir erros maiores (20 e 40σ). Com isso, observou-se que o estimador continuou não as identificando como portadoras de EGs. Ademais, algumas dessas forçaram a falsa detecção de EGs em medidas redundantes.

Tabela 16 – Amostras com medidas portadoras de 10σ de EG

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	Z(P.U)	$Z_{10\sigma}$ (P.U)
1	185	0	15	49	2	68.659867	73.237192
2	41	0	3	29	2	27.513787	29.348039
3	30	0	2	30	3	-27.365096	-29.189436
4	81	0	7	45	3	137.955030	147.152032
5	224	0	20	21	2	-17.699278	-18.879230
6	278	0	21	39	2	16.635471	17.744502
7	291	0	22	23	3	210.101956	224.108754
8	18	0	2	32	3	6.141690	6.551136
9	79	0	7	45	1	138.178318	147.390205
10	265	0	21	22	1	-87.319535	-93.140837
11	245	0	21	48	2	-111.815672	-119.270050
12	147	0	13	14	3	-17.546301	-18.716054
13	119	0	11	10	2	-73.437008	-78.332808
14	260	0	21	27	2	78.926148	84.187891
15	54	0	4	8	3	196.918882	210.046808
16	235	0	20	40	1	-29.380801	-31.339521
17	258	0	21	24	3	79.043738	84.313320
18	148	0	13	35	1	-18.445676	-19.675388
19	52	0	4	8	1	196.914329	210.041951
20	278	0	21	39	2	16.635471	17.744502
21	417	1	8	4	3	-13.487237	-14.386386
22	491	1	14	35	2	-5.797612	-6.184119
23	541	1	19	8	1	-2.422266	-2.583750
24	417	1	8	4	3	-13.487237	-14.386386
25	505	1	15	17	1	-18.497426	-19.730588
26	583	1	21	26	1	-5.496557	-5.862994
27	652	1	27	24	1	6.296858	6.716649
28	462	1	11	48	3	-7.678862	-8.190786
29	442	1	10	9	1	-6.918052	-7.379256
30	654	1	27	24	3	6.737718	7.186900
31	421	1	8	44	1	35.484669	37.850313
32	621	1	22	23	3	-0.521351	-0.556107
33	474	1	12	15	3	-6.466925	-6.898053
34	460	1	11	48	1	-7.698545	-8.211781
35	615	1	21	41	3	-12.364219	-13.188500
36	613	1	21	41	1	-12.366283	-13.190702
37	363	1	3	4	3	-29.495082	-31.461420
38	349	1	2	33	1	-6.285509	-6.704543
39	356	1	2	29	2	-92.864420	-99.055381
40	470	1	12	14	2	69.689649	74.335625
41	714	2	18	-1	3	69.481807	74.113927
42	676	2	6	-1	1	-0.738112	-0.787320
43	708	2	16	-1	3	229.173182	244.451394
44	698	2	13	-1	2	35.991977	38.391442
45	719	2	20	-1	2	127.458298	135.955518
46	740	2	27	-1	2	201.095282	214.501634
47	739	2	27	-1	1	201.095282	214.501634
48	662	2	1	-1	2	18.425071	19.653409
49	669	2	3	-1	3	-79.956855	-85.287312
50	736	2	26	-1	1	80.487502	85.853335
51	661	2	1	-1	1	18.425071	19.653409

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	Z(P.U)	$Z_{10\sigma}$ (P.U)
52	708	2	16	-1	3	229.173182	244.451394
53	673	2	5	-1	1	-85.030160	-90.698838
54	687	2	9	-1	3	2.220667	2.368712
55	703	2	15	-1	1	-407.053903	-434.190830
56	733	2	25	-1	1	196.230827	209.312882
57	685	2	9	-1	1	2.220667	2.368712
58	672	2	4	-1	3	-370.703812	-395.417400
59	734	2	25	-1	2	196.230827	209.312882
60	739	2	27	-1	1	201.095282	214.501634
61	867	3	21	-1	3	205.352809	219.042997
62	820	3	6	-1	1	92.157217	98.301031
63	821	3	6	-1	2	92.157217	98.301031
64	878	3	25	-1	2	-136.342585	-145.432090
65	858	3	18	-1	3	50.479480	53.844778
66	865	3	21	-1	1	205.352809	219.042997
67	871	3	23	-1	1	38.825019	41.413354
68	853	3	17	-1	1	-13.921741	-14.849857
69	850	3	16	-1	1	2.388222	2.547436
70	873	3	23	-1	3	38.825019	41.413354
71	831	3	9	-1	3	5.861783	6.252569
72	839	3	12	-1	2	-125.580713	-133.952761
73	841	3	13	-1	1	-11.933975	-12.729573
74	881	3	26	-1	2	14.551834	15.521957
75	878	3	25	-1	2	-136.342585	-145.432090
76	849	3	15	-1	3	53.722574	57.304079
77	883	3	27	-1	1	-1.856000	-1.979734
78	814	3	4	-1	1	3.886321	4.145409
79	807	3	1	-1	3	-19.031782	-20.300567
80	844	3	14	-1	1	99.097488	105.703987
81	1016	4	23	-1	2	1.058561	1.093846
82	956	4	3	-1	2	1.083253	1.119361
83	957	4	3	-1	3	1.083253	1.119361
84	1016	4	23	-1	2	1.058561	1.093846
85	1017	4	23	-1	3	1.061352	1.096731
86	1010	4	21	-1	2	1.009389	1.043035
87	1015	4	23	-1	1	1.062898	1.098328
88	1004	4	19	-1	2	1.066707	1.102264
89	1022	4	25	-1	2	1.037932	1.072530
90	1005	4	19	-1	3	1.068566	1.104185
91	950	4	1	-1	2	1.046996	1.081896
92	996	4	16	-1	3	1.024184	1.058324
93	962	4	5	-1	2	1.068884	1.104513
94	1006	4	20	-1	1	1.028840	1.063135
95	990	4	14	-1	3	1.034572	1.069058
96	955	4	3	-1	1	1.083253	1.119361
97	1012	4	22	-1	1	1.076169	1.112041
98	994	4	16	-1	1	1.024234	1.058375
99	1020	4	24	-1	3	0.988168	1.021107
100	973	4	9	-1	1	1.037469	1.072051

Fonte: Elaborada pelo autor

Tabela 17 – Amostras com medidas não eliminadas e que apresentaram o maior resíduo normalizado - (teste 10σ)

AMOSTRA	ÍNDICE	TIPO	DE	PARA	FASE	$Z_{10\sigma}$ (P.U)	σ	R_n
26	649	1	26	21	1	-14.551830	0.097011	1.121525
32	627	1	23	22	3	-38.825020	0.258831	0.048461
54	690	2	10	-1	3	-22.283430	0.148555	0.386667
57	109	0	9	10	1	50.947570	0.339647	0.328454
71	438	1	9	6	3	14.073470	0.093822	2.331880
77	652	1	27	24	1	6.296860	0.041979	0.907655
78	382	1	4	8	1	8.744410	0.058295	0.793243
93	962	4	5	-1	2	1.104529	0.003682	0.284818
96	955	4	3	-1	1	1.119355	0.003731	0.290317

Fonte: Elaborada pelo autor

6.6 Avaliação considerando EG e Ruído simultaneamente

Nesse experimento buscou-se avaliar a detecção de EG em uma medida, enquanto as outras possuíam ruído inserido. Para isso, construiu-se 10 planos de execução, em que cada plano é formado por 20 amostras de 1029 medidas. Em cada plano, escolheu-se uma medida para ser portadora de EG. Os planos de execução com as respectivas medidas escolhidas estão representados na tabela 18.

Ao rodar o estimador 20 vezes para cada plano, esse detectou em todas as amostras do plano a medida portadora de EG, eliminando-a. A única exceção foi para o plano de número 2, no qual em todas as amostras a medida eliminada foi a de índice 500. Essa também é caracterizada por um fluxo de potência reativa, compartilhando a mesma barra de origem que a medida de índice 503 (real portadora do EG), ou seja, tais medidas apresentam alto nível de redundância.

Além disso, após eliminar a falsa medida portadora de EG e rodar novamente o estimador, o maior resíduo normalizado encontrado não pertenceu à medida 503, e sim a medidas de fluxo e injeção de barras adjacentes.

O próximo passo foi analisar a acurácia do estimador na presença de ruído e EG. Isso pode ser visto na figura 24. Essa apresenta graficamente os parâmetros do RMSE aplicados aos resultados dos planos de execução citados anteriormente. Além disso, a fim de verificar o quão a eliminação de uma medida portadora de EG afeta o resultado do método, criou-se um plano de execução com 20 amostras com medidas apenas ruidosas, sem a presença de EG. O resultado oriundo desse plano, ao alimentar o estimador, também está presente na figura 24, identificado pelo número 0.

Tabela 18 – Medidas portadoras de EG em cada plano de execução de 20 amostras

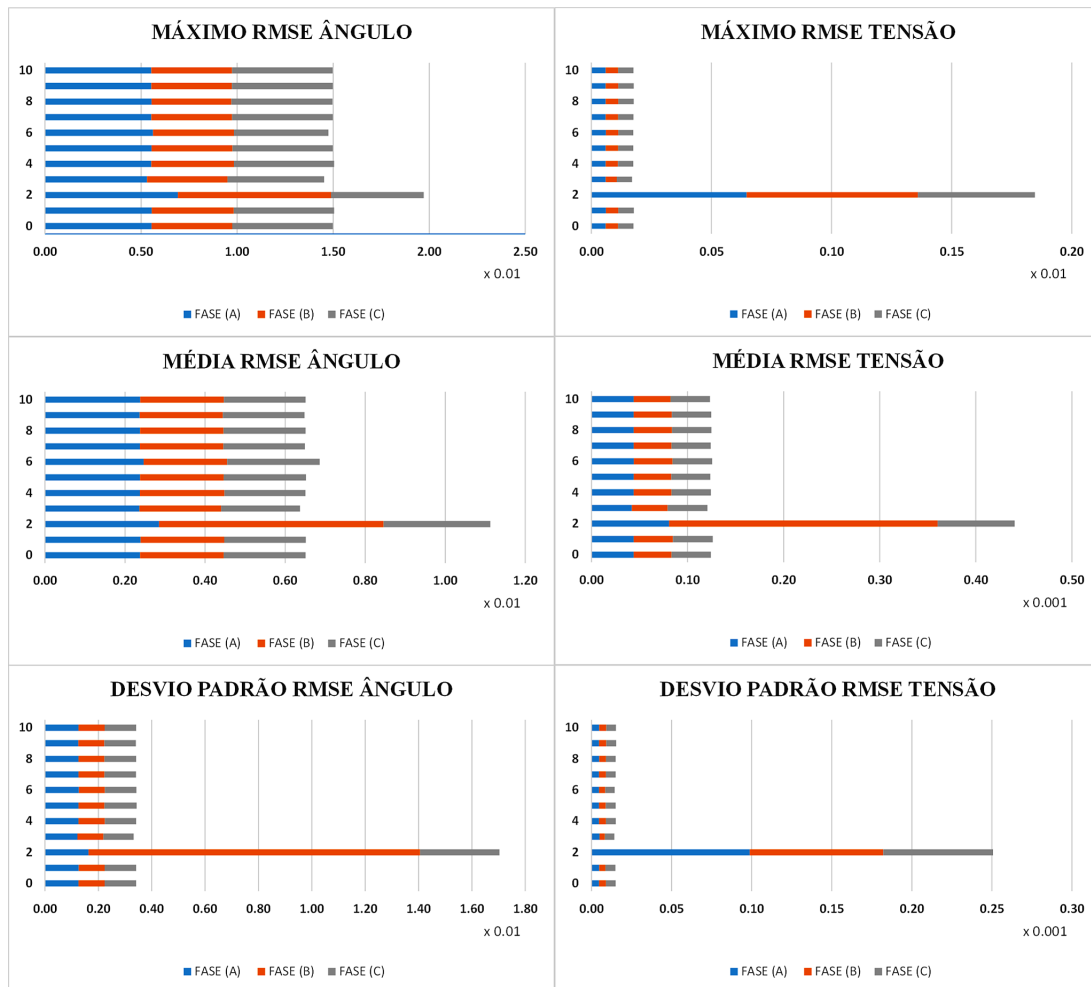
Execução	TIPO	ÍNDICE	DE	PARA	FASE	Z(P.U)	$Z_{10\sigma}$ (P.U)
1	1	473	12	15	2	-6.357680	-6.781530
2	1	503	15	51	2	-4.909070	-5.236340
3	0	224	20	21	2	-17.699280	-18.879230
4	0	35	3	7	2	96.724460	103.172760
5	2	738	26	-1	3	80.487500	85.853340
6	2	669	3	-1	3	-79.956860	-85.287310
7	3	844	14	-1	1	99.097490	105.703990
8	3	824	7	-1	2	96.449870	102.879860
9	4	1016	23	-1	2	1.058560	1.093859
10	4	986	13	-1	2	1.038979	1.073620

Fonte: Elaborada pelo autor

É notório que mesmo na presença de ruído e EG, o estimador fornece bons resultados, sendo que o maior RMSE do vetor ângulo de tensão de cada plano tem ordem de grandeza de 10^{-2} , enquanto para o vetor magnitude de tensão a ordem é de 10^{-3} .

Além disso, comparando todos os planos com aquele formado por apenas amostras ruidosas (plano 0), pode-se verificar que os resultados são semelhantes, ou seja, após a eliminação do EG, o estimador consegue fornecer um resultado muito próximo daquele do plano de medidas ruidosas sem EG. Porém, é notório que para a execução de número 2, o resultado obtido distanciou-se dos outros. Isso ocorreu devido a falsa detecção de EG citada anteriormente para as amostras desse plano. Logo, além de uma medida saudável ter sido eliminada, a medida portadora de EG permaneceu no conjunto de medidas que realimentou o estimador, provocando uma queda de desempenho do mesmo.

Figura 24 – Métrica de desempenho para as diferentes execuções



Fonte: Elaborada pelo Autor

6.7 Análise dos resultados

6.7.1 Sensibilidade e acurácia

A análise de sensibilidade realizada no estimador de estado revelou uma elevada suscetibilidade às variações na quantidade de ruído inserido nas medidas de entrada. Durante os testes, foi observado que o desempenho do estimador, avaliado através da métrica RMSE, piorava consideravelmente à medida que o nível de ruído aumentava. Essa sensibilidade foi mais evidente na detecção de falsos EGs, indicando que o estimador WLS trifásico apresenta uma grande sensibilidade aos ruídos.

Os gráficos de métricas (máximo, média e desvio padrão do RMSE) evidenciaram :

1. Boa acurácia dos resultados: É possível observar que o erro médio quadrático do estado estimado é baixo, ficando com ordem de grandeza de 10^{-2} para ângulo e 10^{-4} para tensão.

2. Aumento exponencial do erro: O RMSE, tanto para ângulos quanto para tensões, aumentou significativamente em função do incremento do ruído, especialmente nas faixas superiores ($u > 1.1$).
3. Comportamento assimétrico entre fases: Em algumas métricas, fases específicas apresentaram maior sensibilidade ao ruído. Isso era esperado, posto que além de considerar ruídos aleatórios para cada fase, o sistema elétrico analisado é assimétrico.

6.7.2 Identificação de EG e Teorema do Maior Resíduo normalizado

Os resultados mostram que o estimador é eficiente na detecção de EGs, especialmente à medida que a magnitude do erro aumenta. Vale ressaltar que a ausência de ruído nas medidas restantes facilitou a identificação da medida contaminada, pois o contraste entre a medida errônea e as demais se tornou mais evidente.

Além disso, ao inserir um erro de 3σ em uma medida de cada amostra, sendo esse o limite de detecção do resíduo normalizado ($\lambda = 3$), observou-se que não foi identificada nenhuma medida portadora de EG. Entretanto, as medidas contaminadas apresentaram consistentemente o maior resíduo normalizado em comparação com as demais, corroborando o teorema mencionado na Seção 4.2.3.2. Adicionalmente, foi realizado um teste utilizando a medida com o menor resíduo normalizado para verificar a quantidade de erro necessária para que essa medida fosse detectada como portadora de EG e, consequentemente, eliminada.

Notou-se que foi necessário um EG de 42σ , o que indica uma dificuldade de detecção dessa medida. Logo, essa provavelmente apresenta um alto INDE (índice de não detecção de erro) (BRETAS et al., 2021). Esse índice avalia a dificuldade do estimador WLS em detectar EGs em uma medida através do teste do maior resíduo normalizado. Ele é definido como a relação entre a parcela do erro que a medida consegue esconder e a parcela que ela não esconde. Em outras palavras:

- Medidas com alto INDE conseguem "mascarar" os seus erros de forma mais eficiente, tornando-os difíceis de detectar.
- Medidas com baixo INDE são mais sensíveis e, portanto, permitem que o erro inserido seja identificado.

No teste com 100 amostras contendo medidas portadoras de EG de 10σ (tabela 16), observou-se que, em algumas amostras, a medida contaminada não foi detectada pelo estimador. Nessas situações, analisou-se a medida com o maior resíduo normalizado (tabela 17) e constatou-se que, na maior parte, a medida portadora do EG não apresentou o maior resíduo normalizado. Em vez disso, o maior resíduo foi identificado em fluxos do mesmo ramo, mas no sentido oposto, em fluxos de ramos adjacentes ou em injeções de potência em

barras vizinhas. Em outras palavras, os resíduos normalizados das medidas redundantes à medida portadora do EG foram elevados, enquanto o resíduo normalizado da própria medida portadora permaneceu baixo. Tal comportamento é recorrente em amostras que possuem medidas portadoras de EG com alto INDE e, de acordo com os resultados obtidos, o teorema do maior resíduo normalizado falha nesses casos.

Apenas nas amostras que ocorreu falha de detecção e cujas medidas de magnitude de tensão eram portadoras do EG, o maior resíduo normalizado foi consistentemente associado à medida errônea.

Diante disso, foi inserido um EG de maior magnitude (20 e 40σ) nas medidas das amostras em que o maior resíduo não correspondia à medida contaminada. Após a execução do estimador com essa atualização, essas medidas ainda não foram detectadas como portadoras de EG. Além disso, essas forçaram a falsa detecção de EG em medidas redundantes. Esse comportamento pode ser um forte indicativo de que tais medidas possuem um INDE elevado, dificultando a identificação de EGs através dos seus resíduos normalizados e propagando os efeitos do erro para medidas redundantes.

6.7.3 Identificação de EG na presença de ruído

O objetivo desse teste era verificar se o estimador de estado permaneceria eficiente em identificar os EGs e eliminá-los, mesmo na presença de ruído em todas as medidas. Notou-se que em 9 dos 10 planos de execução, cada um formado por 20 amostras, porém com ruídos distintos, foi identificado a medida portadora do EG corretamente. Apenas nas amostras do plano 2 houve falha de detecção de EG, pois outra medida foi identificada como portadora do erro. Novamente, a medida identificada nesse caso, possuía um alto nível de redundância com a medida portadora de EG.

Logo, pode-se concluir que o estimador permaneceu eficaz na detecção de EG, mesmo na presença de ruído. Além disso, realizou-se uma análise de desempenho do resultado para cada plano de execução, obtendo a figura 24. Nessa análise, percebeu-se que após eliminar a medida com EG, a eficiência do estimador permaneceu muito parecida com aquela do plano de execução 0, ou seja, com o plano cuja medida portadora de EG foi substituída por apenas uma medida ruidosa (logo, não eliminada). A exceção ocorreu para o plano 2, que apresentou resultados discrepantes para a fase B. Isso ocorreu, pois a medida de fluxo de potência reativa de fase B (índice 503) portadora de EG não foi eliminada, permanecendo no sistema. Além disso, uma medida tecnicamente sadia, ou seja, sem EG (índice 500), foi eliminada.

Conclui-se, portanto, que falhas na identificação e remoção de EGs comprometem a acurácia dos resultados do estimador de estado, gerando prejuízos ao desempenho geral do sistema.

7 Conclusão e Considerações Finais

Os resultados apresentados neste trabalho demonstraram a eficácia do estimador de estado baseado no método WLS e resíduo normalizado em identificar e eliminar EGs, mesmo na presença de ruído nas medidas de entrada. A análise revelou que, na maioria das situações, o estimador foi capaz de identificar corretamente as medidas contaminadas, garantindo a manutenção da acurácia do sistema. No entanto, algumas limitações foram evidenciadas, especialmente em cenários com ruído elevado e em casos envolvendo medidas com provável alto INDE.

A análise de sensibilidade indicou que o estimador possui elevada suscetibilidade ao aumento do ruído nas medidas, resultando em um incremento exponencial do MS) para as estimativas das tensões complexas nodais. Adicionalmente, o comportamento assimétrico entre fases foi notável, refletindo as características do sistema elétrico analisado e a influência de ruídos aleatórios em cada fase.

Os testes com inserção de EGs destacaram a eficiência do estimador em condições controladas, mas também evidenciaram dificuldades em situações específicas. Em particular, quando medidas contaminadas apresentavam uma alta relutância na detecção do erro, levando a falsas detecções em medidas relacionadas a barras ou ramos adjacentes. Este comportamento foi ainda mais crítico em amostras com ruído elevado, como evidenciado no plano 2, onde medidas saudáveis foram erroneamente eliminadas.

Os desafios observados neste trabalho abrem caminho para futuras investigações, com o objetivo de melhorar a robustez e a precisão do estimador de estado WLS trifásico. Algumas direções promissoras incluem:

Cálculo do INDE de Todas as Medidas: A obtenção do INDE auxiliaria a identificar zonas com dificuldades de detecção de EG e ajudaria a caracterizar melhor o sistema como um todo.

Avaliação da Detecção de EGs Múltiplos: Analisar o comportamento do estimador quando mais de uma medida é portadora de EG proporciona uma análise em cenários mais desafiadores, além de poder avaliar de forma mais completa as limitações do Método WLS associado ao maior resíduo normalizado.

Detecção e Correção de Erros com Métodos Híbridos: A combinação de técnicas estatísticas com métodos baseados em lógica fuzzy ou otimização heurística pode aumentar a eficácia na detecção de erros.

Análise de Robustez em Cenários Reais: Utilização de medidas fasoriais sincronizadas, juntamente com medidas SCADA, para melhorar o processamento de EGs através da

análise dos resíduos do estimador WLS.

Aprimoramento de Métricas de Diagnóstico: O desenvolvimento de métricas mais sofisticadas para avaliar o desempenho do estimador, como índices de robustez e confiabilidade específicos para sistemas assimétricos, pode contribuir para uma análise mais detalhada e precisa.

REFERÊNCIAS

- ABUR, A.; EXPOSITO, A. G. *Power system state estimation: theory and implementation*. [S.l.]: CRC press, 2004.
- BARAN, M. E.; KELLEY, A. W. State estimation for real-time monitoring of distribution systems. *IEEE Transactions on Power systems*, IEEE, v. 9, n. 3, p. 1601–1609, 1994.
- BARROS, B. F. D.; GEDRA, R. L.; BORELLI, R. *Geração, transmissão, distribuição e consumo de energia elétrica*. [S.l.]: Saraiva Educação SA, 2014.
- BRETAS, A.; BRETAS, N. G.; LONDON, J. B. A.; CARVALHO, B. *Cyber - Physical Power Systems State Estimation*. [S.l.]: Elsevier, 2021.
- CABRAL, L.; CACHAPUZ, P. A eletrobrás e a operação dos sistemas elétricos interligados brasileiros. *Centro da Memória da Eletricidade no Brasil*, 2000.
- CARVALHO, J. A. B. *A estimação de estado em sistemas elétricos de energia Detecção e identificação de erros grosseiros*. [S.l.]: Universidade do Porto (Portugal), 1994.
- CHAPMAN, S. J. *Fundamentos de máquinas elétricas*. [S.l.]: AMGH editora, 2013.
- CHEN, T.-H.; CHEN, M.-S.; HWANG, K.-J.; KOTAS, P.; CHEBLI, E. A. Distribution system power flow analysis-a rigid approach. *IEEE Transactions on Power Delivery*, IEEE, v. 6, n. 3, p. 1146–1152, 1991.
- CUTSEM, T. V.; RIBBENS-PAVELLA, M.; MILI, L. Hypothesis testing identification: A new method for bad data analysis in power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, n. 11, p. 3239–3252, 1984.
- FUCHS, R. D. Transmissão de energia elétrica: Linhas aéreas (vol. 1). *Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora*, 1977.
- HANSEN, C.; DEBS, A. Power system state estimation using three-phase models. *IEEE transactions on power systems*, IEEE, v. 10, n. 2, p. 818–824, 1995.
- JUNIOR, J. C. d. M. V. *Método Zbus Gauss paralelo para cálculo de fluxo de potência trifásico em redes assimétricas de distribuição de energia elétrica*. Tese (Doutorado) — [sn], 1999.
- KAGAN, N.; OLIVEIRA, C. C. B. D.; ROBBA, E. J. *Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica*. [S.l.]: Editora Blucher, 2021.
- KERSTING, W. H. *Distribution system modeling and analysis*. [S.l.]: CRC press, 2018. 26–1 p.
- KORRES, G.; CONTAXIS, G. A tool for the evaluation and selection of state estimator measurement schemes. *IEEE transactions on power systems*, IEEE, v. 9, n. 2, p. 1110–1116, 1994.

MASSON, M. *Modelagem Trifásica Assimétrica de Um Sistema de Transmissão Real Para Análise Estática*. Trabalho de Conclusão de Curso — Escola de Engenharia de São Carlos, 2021.

MELIOPOULOS, A. S.; ZHANG, F. Multiphase power flow and state estimation for power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 11, n. 2, p. 939–946, 1996.

MELO, V. H. P. d. *Tratamento da referência angular no processo de estimação de estado trifásica em sistemas de distribuição*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2022.

MOHAN, N. Sistemas elétricos de potência—curso introdutório. *Ned Mohan-1. ed.-Rio de Janeiro: LTC*, 2016.

MONTICELLI, A. J.; GARCIA, A. *Introdução a sistemas de energia elétrica*. [S.l.]: Ed Unicamp, 1999.

NEYMAN, J.; PEARSON, E. S. IX. on the problem of the most efficient tests of statistical hypotheses. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, The Royal Society London, v. 231, n. 694-706, p. 289–337, 1933.

OLIVEIRA, R. de; MELO, V. H. P. de; OLIVEIRA, L. C. de; JR, J. B. A. L. Análise comparativa dos processos de estimação de estado monofásica e trifásica em um sistema de transmissão real.

Organização Nacional do Sistema Elétrico (ONS). *O que é o SIN*. 2024. <<https://www.ons.org.br/paginas/sobre-o-sin/o-que-e-o-sin>>. Acessado em: 30 de agosto de 2024.

PEREIRA, H. Q.; COSTA, V. M. d. Uma avaliação crítica das formulações de fluxo de potência para sistemas trifásicos via método de newton-raphson. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, SciELO Brasil, v. 18, p. 127–140, 2007.

PEREIRA, N. T. d. S. R. *Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Energia*. Dissertação (Mestrado) — Instituto Politecnico do Porto (Portugal), 2018.

PINTO, A. L. O. Geração distribuída de energia elétrica e desenvolvimento como liberdade análise das metas do brasil frente à busca por sustentabilidade. *Anais do EVINCI-UniBrasil*, v. 5, n. 1, p. 113–113, 2019.

SCHWEPPE, F. C.; WILDES, J. M. Power system static-state estimation, part i: Exact model. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 89, p. 120–125, 1970. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:88508195>>.

STEVENSON, W. D. *Elementos de análise de sistemas de potência*. [S.l.]: McGraw-Hill do Brasil, 1974.

ZANETTA, L. C. *Fundamentos de sistemas elétricos de potência*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2006.

ZHONG, S.; ABUR, A. Effects of nontransposed lines and unbalanced loads on state estimation. In: IEEE. *2002 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No. 02CH37309)*. [S.l.], 2002. v. 2, p. 975–979.