

Universidade de São Paulo - Escola Politécnica
MBA - Engenharia Financeira

Influência do juro brasileiro no mercado de renda variável local: Análise e estratégias de hedge

Guilherme Koike Folgueira

**São Paulo, SP
2025**

Guilherme Koike Folgueira

**Influência do juro brasileiro no mercado de renda variável
local: Análise e estratégias de hedge**

Monografia apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do MBA em Engenharia Financeira.

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Orientador: Prof. Bruno Augusto Angélico

São Paulo, SP

2025

Koike Folgueira, Guilherme

Influência do juro brasileiro no mercado de renda variável local: Análise e estratégias de hedge/ Guilherme Koike Folgueira. – São Paulo: USP, 2025.
71 p.

Trabalho de Conclusão de Curso - Escola Politécnica
Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, 2025

Orientador: Prof. Bruno Augusto Angélico

1. *Hedging* 2. Correlação. 3. Assimetria. 4. Curtose. 5. Renda fixa. 6. Renda Variável. I. Koike Folgueira, Guilherme.

Agradecimentos

Dedico este trabalho a todos que, de alguma forma, contribuíram para sua realização:

Ao meu pai, Francisco Carlos, e à minha mãe, Maria Aparecida, pelo amor e apoio incondicional, sabedoria, dedicação e esforço - referências que levarei para sempre.

À minha parceira, Letícia, por todo o seu amor, paciência, incentivo e carinho - sempre essenciais, seja para a realização deste trabalho, seja para a vida.

Aos alunos e professores do MBA em Engenharia Financeira da Escola Politécnica da USP, em especial, ao meu orientador, Bruno Angélico, pela sua expertise, sugestões e valiosos aprendizados.

Agradeço também à RBR Asset Management e seus profissionais, que contribuíram na obtenção dessa conquista.

Por fim, dedico um sincero agradecimento aos amigos e a todos que, de maneira direta ou indireta, contribuíram com apoio e encorajamento ao longo desta trajetória.

A todos, minha gratidão.

“Em tempos de crise, todas as correlações vão para 1.”
(Adágio antigo de Wall Street)

Resumo

A correlação entre a classe de renda fixa e renda variável é um fator essencial para a construção de portfólios e alocação eficiente de recursos. Este trabalho busca explorar características dessa correlação no Brasil, que é persistentemente elevada, passando pela influência do risco de crédito soberano e pela presença de estacionariedade em janelas móveis curtas. Adicionalmente, estuda-se as distribuições estatísticas dos retornos diários de ambas as classes de ativos, focando nos quatro primeiros momentos centrais, em que se observa maior retorno e menor volatilidade na renda fixa, porém com assimetria mais negativa e maior curtose. A partir dessas observações, propõe-se uma estratégia de *hedge* sistemática para uma carteira sempre comprada em renda variável, porém nem sempre vendida em renda fixa - atingindo melhores resultados de risco-retorno quando comparados a *benchmarks* tradicionais.

Palavras-chaves: *Hedging*, Correlação, Assimetria, Curtose, Renda fixa, Renda variável.

Abstract

The correlation between fixed income and equity is an essential factor for portfolio construction and efficient resource allocation. This study seeks to explore the characteristics of this correlation in Brazil, where it is persistently high, including the influence of sovereign credit risk and the presence of stationarity in short rolling windows. Additionally, the study examines the statistical distributions of the daily returns of both asset classes, focusing on the first four central moments, in which fixed income shows higher returns and lower volatility, albeit with more negative skewness and higher kurtosis. Based on these observations, a systematic hedge strategy is proposed for a portfolio that is always long in equity assets, but not always short in fixed income assets — achieving better risk-return results compared to traditional benchmarks.

Keywords: Hedging, Correlation, Skewness, Kurtosis, Fixed Income, Equity.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Correlação de ações e bonds de americanos, por risco de crédito (2000-2023)	17
Figura 2 – Correlação de Spearman em janelas móveis de 252 dias	20
Figura 3 – Correlação em janelas móveis de 21, 63, 126 e 252 dias úteis, com indicadores de quebras estruturais	24
Figura 4 – Momentos das distribuições de retornos do Ibovespa e IMA-B 5+, em janelas móveis de 252 dias	29
Figura 5 – Resultado de uma estratégia de hedge constante	31
Figura 6 – Matriz de correlação dos índices de renda fixa e variável	32
Figura 7 – Sinais de <i>hedge</i> , posições e resultado acumulado das estratégias	39
Figura 8 – Tamanho das posições vendidas assumidas, em relação ao notional total da carteira de renda variável	42
Figura A.1 – IBRA: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias	59
Figura A.2 – IBX 50: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias	60
Figura A.3 – ICON: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias	61
Figura A.4 – IDIV: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias .	62
Figura A.5 – IEE: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias .	63
Figura A.6 – IFNC: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias	64
Figura A.7 – IMAT: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias	65
Figura A.8 – INDX: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias	66
Figura A.9 – SMLL: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias	67
Figura A.10 – UTIL: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias	68

Lista de tabelas

Tabela 1 – Regressão do retorno adicional de títulos públicos nominais de 5 anos em variáveis explicatórias	18
Tabela 2 – Regressão do retorno adicional de ações em variáveis explicatórias . . .	19
Tabela 3 – Teste de Dickey-Fuller Aumentado das correlações em diferentes janelas móveis	21
Tabela 4 – Teste de Dickey-Fuller aumentado considerando quebras estruturais, utilizando janelas móveis de 21 dias	23
Tabela 5 – Teste de Dickey-Fuller aumentado considerando quebras estruturais, utilizando janelas móveis de 63 dias	23
Tabela 6 – Teste de Dickey-Fuller aumentado considerando quebras estruturais, utilizando janelas móveis de 126 dias	23
Tabela 7 – Teste de Dickey-Fuller aumentado considerando quebras estruturais, utilizando janelas móveis de 252 dias	23
Tabela 8 – Índices de renda fixa	26
Tabela 9 – Índices de renda variável	27
Tabela 10 – Análise de momentos: Renda fixa	28
Tabela 11 – Análise de momentos: Renda Variável	28
Tabela 12 – Média e desvio padrão dos quatro primeiros momentos - IBOV e IMA-B 5+	29
Tabela 13 – Volatilidade e Sharpe Ratio dos índices de renda fixa	32
Tabela 14 – Exemplo de início do hedge - Junho de 2008	34
Tabela 15 – Exemplo de encerramento do hedge - Outubro de 2008	35
Tabela 16 – Métricas de risco-retorno	40
Tabela 17 – Momentos das distribuições estatísticas dos retornos das estratégias . .	41
Tabela 18 – Value at Risk (VaR) e Expected Shortfall (ES)	43
Tabela 19 – Redução relativa do VaR e ES em relação à estratégia long-only	43
Tabela 20 – Melhores dias da estratégia long-only e performance das estratégias . .	44
Tabela 21 – Piores dias da estratégia long-only e performance das estratégias	44
Tabela 22 – Melhores semanas (5D) da estratégia long-only e performance das estratégias	45
Tabela 23 – Piores semanas (5D) da estratégia long-only e performance das estratégias	45
Tabela 24 – Melhores meses (21D) da estratégia long-only e performance das estratégias	46
Tabela 25 – Piores meses (21D) da estratégia long-only e performance das estratégias	46
Tabela 26 – Melhores 3 meses (63D) da estratégia long-only e performance das estratégias	47
Tabela 27 – Piores 3 meses (63D) da estratégia long-only e performance das estratégias	47

Tabela 28 – Melhores 6 meses (126D) da estratégia long-only e performance das estratégias	48
Tabela 29 – Piores 6 meses (126D) da estratégia long-only e performance das estratégias	48
Tabela 30 – Melhores anos (252D) da estratégia long-only e performance das estratégias	49
Tabela 31 – Piores anos (252D) da estratégia long-only e performance das estratégias	49
Tabela 32 – ETFs de renda fixa negociados na B3	53
Tabela 33 – IBRA: Métricas de risco-retorno	69
Tabela 34 – IBX 50: Métricas de risco-retorno	69
Tabela 35 – ICON: Métricas de risco-retorno	69
Tabela 36 – IDIV: Métricas de risco-retorno	69
Tabela 37 – IEE: Métricas de risco-retorno	70
Tabela 38 – IFNC: Métricas de risco-retorno	70
Tabela 39 – IMAT: Métricas de risco-retorno	70
Tabela 40 – INDX: Métricas de risco-retorno	70
Tabela 41 – SMLL: Métricas de risco-retorno	71
Tabela 42 – UTIL: Métricas de risco-retorno	71

Sumário

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Motivações e Justificativas	12
1.2	Objetivos	12
1.3	Organização do Trabalho	13
2	CORRELAÇÃO	14
2.1	Motivação	14
2.2	Modelos de correlação	15
2.3	Evidências internacionais	16
2.4	Risco de crédito e <i>flight-to-quality</i>	16
2.5	Cenário local	18
2.6	Reversão à média	21
3	MOMENTOS	25
3.1	Revisão Bibliográfica	25
3.2	Análise de dados	26
3.2.1	Índices de renda fixa	26
3.2.2	Índices de renda variável	26
3.2.3	Resultados	27
4	ESTRATÉGIA DE <i>HEDGE</i>: METODOLOGIA	31
4.1	Instrumentos	32
4.2	Análise de correlação: sinais de hedge	33
4.3	Períodos de baixa correlação	35
4.4	Sizing do hedge	35
4.4.1	<i>Notional-matching</i>	35
4.4.2	<i>Beta-matching</i>	36
4.4.3	<i>Volatility-matching</i>	37
5	ESTRATÉGIA DE <i>HEDGE</i>: BACKTEST	38
5.1	Dados	38
5.2	Implementação	38
5.3	Resultados	38
6	IMPLEMENTAÇÃO	51
6.1	Derivativos: Futuros e Swaps	51
6.1.1	Futuros	51

6.1.2	<i>Swaps</i>	52
6.2	ETFs	52
7	CONCLUSÃO	54
	REFERÊNCIAS	55
A	Backtest para índices de renda variável	59

1 Introdução

Esta pesquisa busca explorar as correlações dos mercados de renda fixa e renda variável no contexto brasileiro, assim como as características das distribuições estatísticas de retornos de ambas as classes de ativos. Para tal, combina a revisão da literatura clássica e moderna com novas investigações empíricas. Utilizam-se técnicas de análise de séries temporais - como testes de raiz unitária e algoritmos de detecção de ponto de mudança - assim como análises de momentos das distribuições estatísticas subjacentes. Os resultados são então utilizados como inspiração na formulação de uma estratégia de *hedge* sistemática, com regras bem definidas, atingindo retornos ajustados ao risco superiores aos principais *benchmarks* do mercado.

1.1 Motivações e Justificativas

Uma das principais variáveis para a construção de portfólios balanceados é a correlação entre instrumentos de renda fixa e renda variável - área de extensa produção acadêmica, como os trabalhos seminais de Markowitz (1952) e Merton (1972). No Brasil, ao contrário do que acontece em países desenvolvidos, nota-se historicamente uma correlação alta e persistente, junto com uma performance de longo prazo superior da classe de renda fixa - mesmo com menor volatilidade. Isso se reflete, por exemplo, em um *equity risk premium* negativo para as ações brasileiras, ao considerar uma abordagem indireta, utilizando modelos de mercado (Junior et al. (2011)). Por outro lado, em momentos de crise nos mercados de capitais, a classe de ativos de renda fixa também sofre *drawdowns* significativos - levando a uma distribuição estatística de retornos com assimetria negativa e alta curtose. Este trabalho busca estudar esses efeitos e implementá-los em uma estratégia permanentemente comprada em renda variável e ocasionalmente vendida em renda fixa de forma sistemática, de forma a obter melhores retornos ajustados ao risco frente a uma carteira *long-only*.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como propósitos principais:

- (a) Explorar o comportamento da correlação entre renda fixa e renda variável no Brasil - inclusive em momentos de crise dos mercados financeiros.
- (b) Explorar as distribuições estatísticas dos retornos da renda fixa e renda variável - focando, sobretudo, na assimetria e curtose das distribuições.

(c) Propor uma estratégia sistemática de *hedge* que se aproprie de tais características para gerar melhores retornos ajustados ao risco.

1.3 Organização do Trabalho

Após esta introdução, o Capítulo 2 foca na análise da correlação entre renda fixa e renda variável, trazendo dados e modelos de exemplos internacionais e especificidades do mercado brasileiro. O Capítulo 3 foca na análise das distribuições estatísticas dos retornos dos instrumentos de renda fixa e renda variável - e como isso pode ser explorado em uma estratégia sistemática de *hedge*. O Capítulo 4 propõe tal estratégia sistemática, que é aplicada e analisada no Capítulo 5. O Capítulo 6 explicita possíveis formas de implementação da estratégia, enquanto o Capítulo 7 sumariza os resultados e discute os próximos passos.

2 Correlação

O estudo das correlações é um dos temas centrais tanto da literatura acadêmica quanto da prática de investimentos, na medida em que determina a eficiência, em termos de risco-retorno, de portfólios diversificados (Markowitz (1952) / Engle (2002) / Elton et al. (2009)). No entanto, a pesquisa sobre os co-movimentos de ativos de renda fixa e renda variável no mercado brasileiro é relativamente escassa, fator de atenção tendo em vista a sua dinâmica própria, dadas as características de sua economia e risco de crédito soberano.

Dessa forma, este capítulo busca explorar as semelhanças e diferenças das correlações do Brasil com o observado em outros países, assim como analisar características relevantes, como impacto de fatores macroeconômicos, tendência de reversão à média e presença de quebras estruturais nas séries temporais subjacentes.

2.1 Motivação

Embora de natureza complexa, é esperado que exista alguma correlação entre os retornos de instrumentos de renda fixa e renda variável - seja essa correlação positiva ou negativa e de maior ou menor intensidade. Isso ocorre na medida em que alguns fatores de risco afetam a precificação de ambas as classes de ativo. Pericoli (2020), por exemplo, propõe o seguinte modelo, sendo $B_{t+1}^{(n-1)}$ o retorno nominal em um período n-1 de um título de renda fixa (2.1) e S_{t+1} o retorno nominal de uma ação (2.2).

$$B_{t+1}^{(n-1)} = \underbrace{r_t}_{\text{juro real}} + \underbrace{\hat{\pi}_t}_{\text{inflação esperada}} - \underbrace{\frac{1}{2}\lambda'\Sigma\int\Sigma'\lambda^*}_{\text{prêmio à termo}} + \underbrace{A_r^{(n-1)}\sigma_r\epsilon_{r,t+1}}_{\text{choque de juros}} + \underbrace{A_\pi^{(n-1)}\sigma_\pi\epsilon_{\pi,t+1}}_{\text{choque inflacionário}} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} S_{t+1} = & \underbrace{r_t}_{\text{juro real}} + \underbrace{\hat{\pi}_t}_{\text{inflação esperada}} - \underbrace{\frac{1}{2}\lambda'\Sigma\Sigma'\lambda}_{\text{prêmio à termo}} + \underbrace{a_r\sigma_r\epsilon_{r,t+1}}_{\text{choque de juros}} \\ & + \underbrace{\sigma_\pi\epsilon_{\pi,t+1}}_{\text{choque inflacionário}} + \underbrace{(a_s + 1)\sigma_\delta\epsilon_{\delta,t+1}}_{\text{choque de dividendo}} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Com isso, pode-se calcular a covariância de $B_{t+1}^{(n-1)}$ e S_{t+1} , conforme (2.3):

$$\begin{aligned} \text{Cov}(B_{t+1}^{(n-1)}, S_{t+1}) = & \underbrace{A_r^{(n-1)}a_r \cdot \sigma_r^2}_{\text{canal da incerteza } (>0)} + \underbrace{A_\pi^{(n-1)} \cdot \sigma_\pi^2}_{\text{canal nominal } (<0)} + \underbrace{A_\pi^{(n-1)}(a_s + 1) \cdot \rho_{\delta\pi} \cdot \sigma_\delta \cdot \sigma_\pi}_{\text{canal do fluxo de caixa } (>0 \text{ or } <0)} \\ & + \underbrace{\left[A_\pi^{(n-1)}a_r + A_r^{(n-1)} \right] \cdot \rho_{\pi r} \cdot \sigma_r \cdot \sigma_\pi}_{\text{canal do fator de desconto } (>0 \text{ ou } <0)} + \underbrace{A_r^{(n-1)}(a_s + 1) \cdot \rho_{\delta r} \cdot \sigma_\delta \cdot \sigma_r}_{\text{canal do rebalanceamento de portfólio } (>0 \text{ ou } <0)} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Pode-se calcular também as variâncias dos dois termos, conforme (2.4) e (2.5):

$$\text{Var}_t \left(B_{t+1}^{(n-1)} \right) = \left(A_r^{(n-1)} \sigma_r \right)^2 + \left(A_\pi^{(n-1)} \sigma_\pi \right)^2 + 2 A_r^{(n-1)} A_\pi^{(n-1)} \sigma_r \sigma_\pi \rho_{r\pi} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}_t(S_{t+1}) &= (a_r \sigma_r)^2 + \sigma_\pi^2 + (a_s + 1)^2 \sigma_\delta^2 + 2 a_r \sigma_r \sigma_\pi \rho_{r\pi} \\ &\quad + 2 a_r (a_s + 1) \sigma_r \sigma_\delta \rho_{r\delta} + 2 (a_s + 1) \sigma_\delta \sigma_\pi \rho_{\delta\pi} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Com isso, por fim, chega-se à formulação da correlação entre $B_{t+1}^{(n-1)}$ e S_{t+1} , conforme (2.6).

$$\text{Corr}_t \left(B_{t+1}^{(n-1)}, S_{t+1} \right) = \frac{\text{Cov}_t \left(B_{t+1}^{(n-1)}, S_{t+1} \right)}{\sqrt{\text{Var}_t \left(B_{t+1}^{(n-1)} \right) \text{Var}_t \left(S_{t+1} \right)}} \quad (2.6)$$

Embora o objetivo desse trabalho não seja replicar o trabalho de Pericoli (2020) para o mercado brasileiro, este serve de motivação para demonstrar que a correlação pode ser modelada - sendo este um objeto de estudo relevante na academia, conforme será explorado na próxima seção (Evidências internacionais).

2.2 Modelos de correlação

Para melhor entender os fatores que influenciam o valor da correlação entre ativos de renda fixa e renda variável, diversos modelos já foram propostos. Segundo Portelli e Roncalli (2024), tais modelos podem ser divididos em três grandes grupos:

- (1) Modelos centrados na dinâmica inflacionária
- (2) Modelos centrados na dinâmica do juro e da economia real
- (3) Modelos centrados na dinâmica inflação-crescimento

No primeiro grupo de modelos, como é de se esperar, o principal fator explicativo da dinâmica da correlação são as expectativas de inflação e as surpresas inflacionárias. O sinal e a intensidade são determinados pela correlação entre inflação, consumo e dividendos das empresas. A dinâmica da inflação com a economia também é importante em alguns modelos - com uma inflação contra-cíclica levando a uma correlação positiva, e uma inflação pró-cíclica levando a uma correlação negativa.

Já no segundo grupo de modelos, a dinâmica da correlação é explicada por choques em variáveis macroeconômicas e é transmitida por meio de mudanças na taxa de juros real. Esses modelos contemplam diversos mecanismos, tais quais choques de demanda e oferta, crescimento de consumo e efeitos de *flight-to-quality*.

Por fim, o terceiro grupo de modelos explora o comportamento da correlação com base no comportamento conjunto da inflação e do crescimento da economia. De forma geral,

a correlação tende a ser mais positiva em momentos em que a dinâmica inflacionária é dominante em termos de precificação dos ativos. Já quando o principal vetor de precificação é a dinâmica de crescimento da economia, a correlação tende a ser menor.

2.3 Evidências internacionais

As famílias de modelos mencionados anteriormente descrevem adequadamente, a grosso modo, a dinâmica das correlações de instrumentos de renda fixa com instrumentos de renda variável - principalmente em países desenvolvidos. Utilizando o modelo apresentado na seção Motivação, Pericoli (2020) obtém um R^2 de 68% para os Estados Unidos e 75% para a Alemanha. Brixton et al. (2023) utilizou um modelo de inflação-crescimento para prever as correlações em janelas móveis de 10 anos, em um período de tempo entre janeiro de 1960 e junho de 2022. Dessa forma, obteve-se um R^2 de 79% para os Estados Unidos, 85% para a Alemanha, 67% para o Japão e 52% para o Reino Unido. Weisberger e Xu (2022) utilizam um modelo do segundo grupo, utilizando observações quadrimestrais de variáveis macroeconômicas locais e estrangeiras (EUA) para o período 1972-2019. Os R^2 obtidos para a Austrália, Canadá, Alemanha, Japão e Reino Unido foram de 0.64, 0.82, 0.76, 0.70 e 0.70, respectivamente. Por fim, Molenaar et al. (2024) obtém um R^2 ajustado de 0.88 para explicar a correlação móvel de 36 meses dos Estados Unidos no período de 1978-2023, ao incorporar no modelo dados de expectativas de variáveis macroeconômicas de pesquisas - uma *proxy* ex ante dos fatores explicativos discutidos anteriormente.

2.4 Risco de crédito e *flight-to-quality*

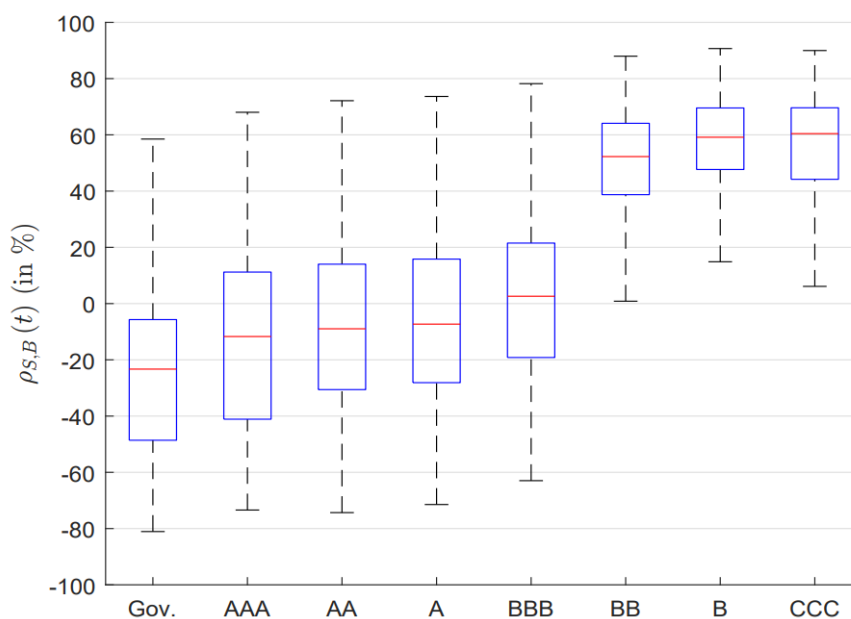
Dada a sensibilidade da correlação a eventos extremos, é importante entender a dinâmica de preços de títulos públicos e ações em momentos de crise. Essa relação é heterogênea em relação às geografias e ao tempo. Nesse sentido, um dos fatores mais relevantes é o risco de crédito associado aos títulos de renda fixa soberanos em dado momento. Para entender esse fenômeno, é necessário entender se os ativos soberanos de determinado país são considerados portos-seguro ou ativos de risco. Evidentemente, isso é determinado pela percepção de risco de crédito soberano do país. Em um cenário de crise, investidores buscam reduzir o risco de seus portfólios, migrando sua alocação de ativos de risco para portos-seguro. Considerando ativos de renda variável sempre como ativos de risco, conclui-se que:

(a) Se os ativos de renda fixa forem considerados ativos de risco, a correlação com os ativos de renda variável aumentará, na medida em que os preços de ambos os ativos serão afetados negativamente, na medida em que investidores reduzem suas posições em ambas as classes para investir em outros ativos percebidos como mais seguros.

(b) Se os ativos de renda fixa forem considerados como porto-seguros, a correlação com os ativos variável diminuirá, na medida em que os preços de ativos de renda variável terão seus preços afetados negativamente e os ativos de renda fixa se apreciarão, pois receberão os recursos oriundos do desinvestimento dos ativos de risco. Esse efeito, já mencionado anteriormente, é conhecido como *flight-to-quality*.

O efeito de *flight-to-quality* é amplamente descrito na literatura acadêmica. Baur e Lucey (2006) caracterizam o efeito como uma diminuição na correlação em períodos de crise no mercado de renda variável. Inversamente, os autores denominam de *contagion* quando a correlação aumenta em períodos de crise - situação observada, por exemplo, no Brasil. Outra caracterização importante pode ser encontrada em Tachibana (2020), que utiliza um modelo de cópula bivariada com mudança de regime de dois estados para estudar o comportamento de retornos de ações e títulos de renda fixa de países desenvolvidos - chegando à conclusão de que os títulos soberanos dos Estados Unidos e do Reino Unido assumem fortemente a função de porto-seguro em momentos de estresse no mercado, levando a correlações mais baixas com a renda variável. Por outro lado, o modelo de correlações de Brixton et al. (2023) apresentado na seção Evidências internacionais é menos efetivo para os casos da França ($R^2 = 39\%$) e da Itália ($R^2 = 32\%$), se comparado aos outros países desenvolvidos estudados pelos autores. O modelo de Molenaar et al. (2024) apresenta o mesmo comportamento. Isso ocorre na medida em que o risco de crédito dos dois países é maior dentre o grupo de países analisados - de modo que o efeito do *flight-to-quality* seja menos presente - impactando, dessa forma, a dinâmica das correlações, que passam a seguir um regime mais próximo do *contagion*.

Figura 1 – Correlação de ações e bonds de americanos, por risco de crédito (2000-2023)



Fonte: Portelli e Roncalli (2024) - Figura 35, página 55

De fato, o risco de crédito é uma variável que impacta não somente a correlação de títulos públicos com a renda variável, e sim de ativos da classe de crédito como um todo. Portelli e Roncalli (2024) mostram um exemplo do crédito privado norte-americano. Em tal exposição, reproduzida na Figura 1 deste estudo, mostra que a correlação dos *bonds* com as ações americanas é estritamente crescente com a classificação de *rating* corporativo dos ativos - tendo um salto de nível significativo com a transição da última faixa considerada de grau de investimento (BBB) para a primeira faixa de grau especulativo (BB).

2.5 Cenário local

No caso do Brasil, notamos uma correlação de índice de renda e de renda variável persistentemente positiva e de patamar elevado. Esse resultado é confirmado por trabalhos que estudam essa dinâmica globalmente. Em Weisberger e Xu (2022), o Brasil possui a maior correlação dentre os 14 países estudados (sendo 6 países desenvolvidos e 8 países em desenvolvimento). Já em Portelli e Roncalli (2024), o país apresenta a quinta maior correlação no período 2010-2019 (dentre 43), a maior correlação no período 2020-2023 (dentre 43) e a maior correlação no período 2014-2023 (dentre 44).

Uma das formas de entender essa correlação persistentemente alta é por meio da análise dos vetores subjacentes de retorno adicional de ambas as classes de ativos. Por essa linha, Cardoso e Garcia (2024) realizaram regressões do retorno adicional de ativos brasileiros em possíveis variáveis explicatórias. Para tal, utilizaram os títulos nominais de 5 anos como representante da classe renda fixa e o índice Ibovespa como representante da classe de renda variável. Os resultados são apresentados na Tabela 1 e Tabela 2:

Tabela 1 – Regressão do retorno adicional de títulos públicos nominais de 5 anos em variáveis explicatórias

Regressão do retorno adicional em:	$\hat{\beta}$	p-valor	R^2
Diferença Log Anual do IPCA	-0.5873	0.000	0.345
Diferença Log Anual do CDS	-0.5789	0.001	0.335
Diferença Log Anual do EMBI	-0.4477	0.007	0.200
Investimento em Portfólio	0.2418	0.131	0.058
Ordens de Câmbio (FX)	-0.2247	0.120	0.050
Diferença Log Anual de FX	-0.1967	0.277	0.039
Conta Financeira	0.1535	0.363	0.024
Hiato do Produto	-0.1134	0.257	0.013
Diferença Log Anual do Índice do Dólar	-0.0999	0.396	0.010
Crescimento da Produção	-0.0231	0.871	0.001
Fator Global Agrippino-Rey	0.0245	0.877	0.001

Fonte: Cardoso e Garcia (2024) - Tabela 2.1, página 24

Tabela 2 – Regressão do retorno adicional de ações em variáveis explicatórias

Regressão do retorno adicional em:	$\hat{\beta}$	p-valor	R^2
Diferença Log Anual do CDS	-0.8443	0.000	0.713
Diferença Log Anual do EMBI	-0.7504	0.000	0.563
Diferença Log Anual de FX	-0.6389	0.000	0.408
Diferença Log Anual do S&P500	0.6193	0.000	0.383
Diferença Log Anual do IPCA	-0.5873	0.000	0.345
Diferença Log Anual do Índice do Dólar	-0.5100	0.002	0.260
Fator Global Agrippino-Rey	0.4568	0.010	0.209
Diferença Log Anual do IBC	0.4542	0.002	0.206
Hiato do IBC	0.3399	0.050	0.116
Conta Financeira	0.3387	0.023	0.115
Ordens de Câmbio (FX)	0.0621	0.766	0.004
Investimento em Portfólio	-0.0002	0.999	0.000

Fonte: Cardoso e Garcia (2024) - Tabela 2.2, página 25

Nota-se, para ambos os títulos públicos e as ações, que os fatores Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), *Credit Default Swap* (CDS) e *Emerging Market Bond Index* (EMBI) são estatisticamente significantes, com confiança de 95%. Além disso, os betas são negativos para todos - indicando que esses fatores, quanto mais elevados, afetam negativamente tanto a precificação de ações quanto títulos públicos na mesma direção. Ou seja, além do fator inflacionário presente nos modelos clássicos de correlação, o risco de crédito soberano é determinante - evidenciado pelos fatores CDS e EMBI, duas medidas amplamente utilizadas por investidores para avaliar a solvabilidade de países emergentes. Adicionalmente, ao implementar uma análise de correlação canônica, os autores concluem que variáveis representando o ciclo financeiro global e fluxo de investimentos internacionais também co-movem com instrumentos de renda fixa e renda variável. Essas observações são compatíveis com o perfil da economia brasileira - com forte componente exportador e, portanto, altamente dependente de outros países. Além disso, são compatíveis com o risco de crédito soberano brasileiro - classificado como especulativo há mais de 10 anos.

De fato, a influência do risco de crédito soberano pode ser verificada de forma simples. Para tal, divide-se a análise em três períodos distintos:

(a) Período 1 - até 22/09/2009: Período em que pelo menos uma das três agências de rating globais - Standard & Poor's, Moody's e Fitch - não classificava a dívida soberana local brasileira de longo prazo como *Investment grade*.

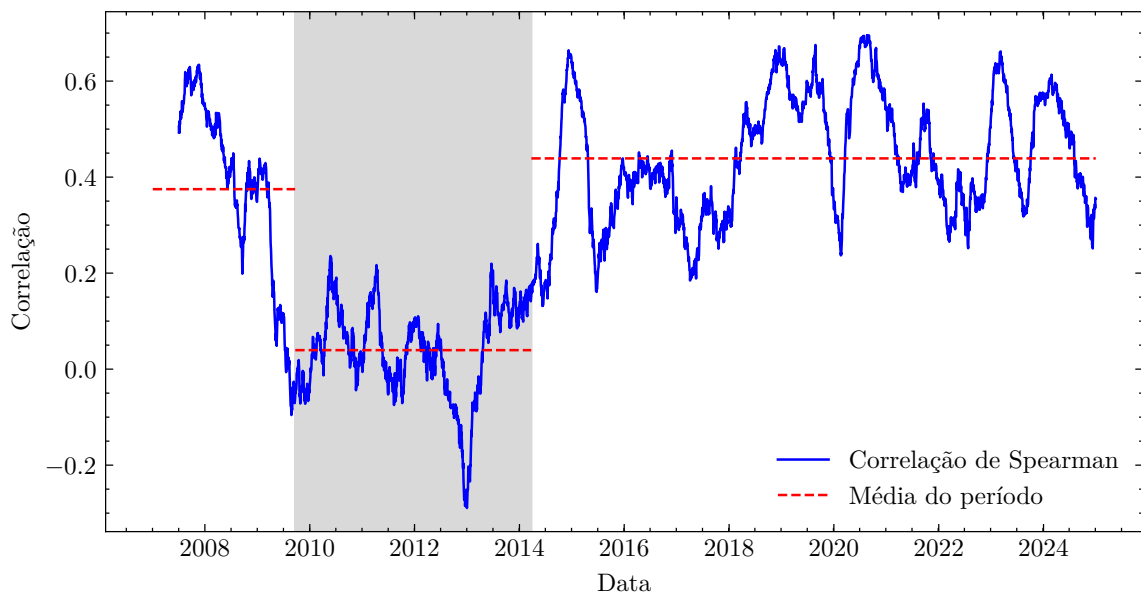
(b) Período 2 - entre 22/09/2009 e 24/03/2014: Período em que todas as três principais agências de rating globais classificavam a dívida soberana local brasileira de longo prazo como *Investment Grade*, sem nenhum *downgrade* no período.

(c) Período 3 - depois de 24/03/2014: Período entre o primeiro *downgrade* recebido pelo Brasil, pela Standard & Poor's, e a data atual deste trabalho - em que nenhuma das três agências de rating globais classifica a dívida soberana local brasileira de longo prazo como *Investment grade*.

Com isso, calcula-se desde janeiro de 2007 até dezembro de 2024 a correlação de Spearman em janelas móveis de 252 dias, utilizando o índice Ibovespa (IBOV) e o índice IMA-B 5+, composto por títulos soberanos brasileiros do tipo NTN-B com vencimentos maiores que 5 anos. Os resultados podem ser observados na Figura 2. O uso da correlação de Spearman é em linha com o sugerido por Molenaar et al. (2024). Essa escolha é tomada dado que deseja-se entender a evolução da tendência de médio/longo prazo das correlações - e a correlação de Pearson, tradicionalmente utilizada, é bastante sensível à presença de *outliers* janelas analisadas - levando a subidas e quedas bruscas nas correlações. Essa sensibilidade, embora indesejada para a análise atual, será importante em próximos tópicos deste trabalho - mais especificamente na seção seguinte, Reversão à média, em que se desenvolve o racional de um dos pilares da estratégia de *hedge*.

Ao analisar a correlação móvel de Spearman, nota-se uma clara mudança de regime entre os períodos analisados. Os períodos 1 e 3 apresentam alta correlação, com média de 0.40 e 0.44, respectivamente - sendo esses períodos justamente os associados a maior risco de crédito soberano brasileiro. Essa situação não se repete no período 2 - de menor risco de crédito - quando a média das correlações foi de somente 0.04.

Figura 2 – Correlação de Spearman em janelas móveis de 252 dias



Fonte: Elaboração própria.

A zona em cinza representa o período 2, conforme definido anteriormente, de menor risco de crédito soberano brasileiro.

2.6 Reversão à média

Na estratégia de *hedge* desenvolvida no Capítulo 4, o indicador utilizado para o início e encerramento das posições vendidas será justamente a correlação em janelas móveis.

Com os mesmos dados utilizados no item anterior, calculamos as séries de correlação em diferentes janelas móveis - 21, 42, 63, 126 e 252 observações. Realiza-se, para cada uma das séries de dados, um teste de Dickey-Fuller aumentado (ADF), que permite avaliar a estacionariedade das correlações. Os resultados são expostos na Tabela 3:

Tabela 3 – Teste de Dickey-Fuller Aumentado das correlações em diferentes janelas móveis

Janela	ADF (p-valor)
21	0.000000
42	0.000004
63	0.001944
126	0.043337
252	0.281781

No teste de Dickey-Fuller aumentado, a hipótese nula (H_0) é que a série temporal analisada possui raiz unitária - ou seja, não é estacionária. Para um nível de significância de 5%, podemos descartar a hipótese nula para os períodos de 21, 42, 63 e 126 dias úteis, sugerindo possível estacionariedade. Por outro lado, não descartamos a hipótese nula para o período de 252 dias. Vale comentar que, para os valores calculados, o p-valor é estritamente crescente com o tamanho da janela móvel - sugerindo maior probabilidade de as correlações serem estacionárias em janelas móveis mais curtas.

Na análise de estacionariedade, um ponto importante a ser considerado é a existência de quebras estruturais nas séries temporais analisadas. Isso pode ser justificado pela observação relatada no segmento anterior: as correlações podem ser variáveis no tempo - influenciadas diretamente, por exemplo, pelo risco de crédito soberano, com o caso brasileiro podendo ser dividido em três períodos distintos. Dessa forma, deseja-se encontrar para os propósitos deste trabalho uma janela móvel que contemple duas características distintas:

- (a) Estacionariedade
- (b) Quebras estruturais relativas ao risco de crédito soberano

Como ponto de partida, utiliza-se as correlações móveis em janelas de 21, 63, 126 e 252 dias calculadas anteriormente. Então, busca-se encontrar os pontos de quebra estrutural nas séries temporais. Para tal, utiliza-se o pacote *ruptures*, em *Python*, descrito em Truong, Oudre e Vayatis (2020). Mais especificamente, aplica-se um algoritmo do tipo *Pruned Exact Linear Time (PELT)*, proposto por Killick, Fearnhead e Eckley (2012). Esse é um algoritmo de segmentação ótima de complexidade computacional linear, que

busca minimizar uma função de custo definida pelo usuário, sujeito a um parâmetro de penalização, que evita a identificação de pontos de quebra em excesso. O algoritmo pode ser encontrado em (1).

(1) Algoritmo PELT

Input: sinal $\{y_t\}_{t=1}^T$, função de custo $c(\cdot)$, valor de penalty β .

Inicializar Z : um *array* de tamanho $(T + 1)$; $Z[0] \leftarrow -\beta$;

Inicializar $L[0] \leftarrow \emptyset$;

Inicializar $\chi \leftarrow \{0\}$ (Índices admissíveis)

for $t = 1, \dots, T$ **do**

$\hat{t} \leftarrow \arg \min_{s \in \chi} [Z[s] + c(y_{s..t}) + \beta];$
 $Z[t] \leftarrow [Z[\hat{t}] + c(y_{\hat{t}..t}) + \beta];$
 $L[t] \leftarrow L[\hat{t}] \cup \{\hat{t}\};$
 $\chi \leftarrow \{s \in \chi : Z[s] + c(y_{s..t}) \leq Z[t]\} \cup \{t\}$

end

Output: set $L[T]$ de índices dos *breakpoints* estimados.

Fonte: Truong, Oudre e Vayatis (2020) - Algoritmo 2, página 21

Foi utilizada uma função de custo do tipo c_{L_2} :

$$c_{L_2}(y_{a..b}) := \sum_{t=a+1}^b \|y_t - \bar{y}_{a..b}\|_2^2$$

onde $\bar{y}_{a..b}$ é a média empírica do sub-sinal $y_{a..b}$.

Essa função de custo considera uma distribuição gaussiana com variância fixa. Ou seja, o sinal é uma sequência de variáveis aleatórias normais independentes, com média constante por segmentos e a mesma variância (Truong, Oudre e Vayatis (2020)). Dessa forma, permite-se a detecção de mudanças na média da série temporal - que é justamente o objetivo da presente análise. Esse tipo de procedimento já foi utilizado em séries temporais financeiras, como em Dendramis, Kapetanios e Tzavalis (2014). Utiliza-se como *penalty* o logaritmo natural do tamanho da série, baseado no critério de Informação Bayesiano (*Bayesian information criterion (BIC)*). Os resultados podem ser encontrados nas Tabelas 4-7 e na Figura 3

Tabela 4 – Teste de Dickey-Fuller aumentado considerando quebras estruturais, utilizando janelas móveis de 21 dias

Segmento	Início	Fim	ADF (p-valor)
1	31/01/2007	20/11/2008	0.000940
2	21/11/2008	06/07/2012	0.000504
3	09/07/2012	07/01/2013	0.075888
4	08/01/2013	18/07/2014	0.000308
5	21/07/2014	29/12/2014	0.253344
6	30/12/2014	13/11/2017	0.000777
7	14/11/2017	30/12/2024	0.000147

Tabela 5 – Teste de Dickey-Fuller aumentado considerando quebras estruturais, utilizando janelas móveis de 63 dias

Segmento	Início	Fim	ADF (p-valor)
1	03/04/2007	21/01/2009	0.352270
2	22/01/2009	22/07/2014	0.027104
3	23/07/2014	30/12/2024	0.000028

Tabela 6 – Teste de Dickey-Fuller aumentado considerando quebras estruturais, utilizando janelas móveis de 126 dias

Segmento	Início	Fim	ADF (p-valor)
1	04/07/2007	16/04/2009	0.479469
2	17/04/2009	01/08/2014	0.173814
3	04/08/2014	30/12/2024	0.002696

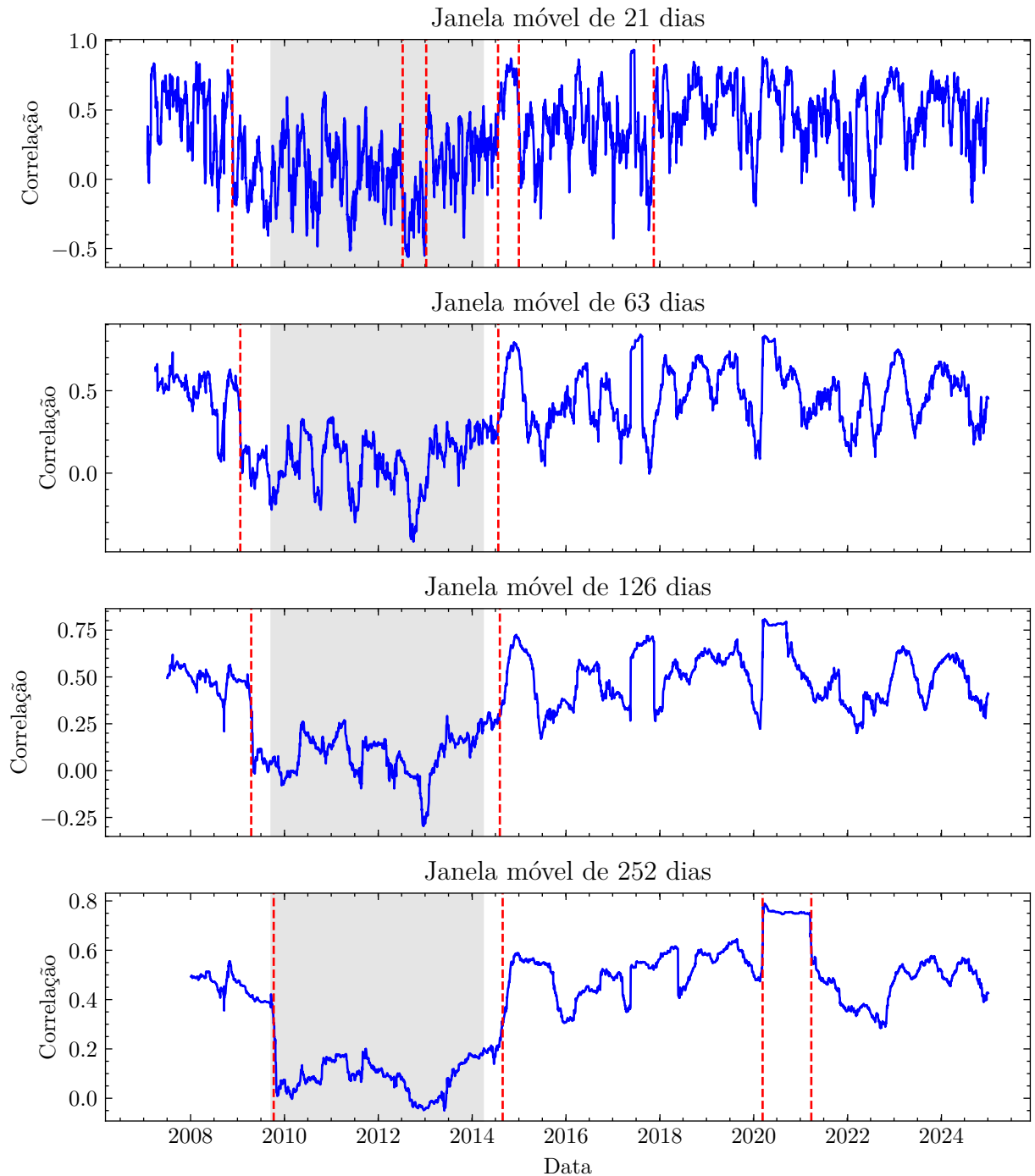
Tabela 7 – Teste de Dickey-Fuller aumentado considerando quebras estruturais, utilizando janelas móveis de 252 dias

Segmento	Início	Fim	ADF (p-valor)
1	04/01/2008	08/10/2009	0.928488
2	09/10/2009	25/08/2014	0.890600
3	26/08/2014	09/03/2020	0.075728
4	10/03/2020	23/03/2021	0.837976
5	24/03/2021	30/12/2024	0.224732

Dentre as janelas testadas, nota-se que a de 63 dias é a que melhor atende aos requisitos desejados, na medida em que detecta pontos de quebra estrutural compatíveis com as justificativas econômicas e apresenta estacionariedade com confiança de 95% em dois dos três períodos analisados. As janelas de 21 dias úteis e 252 dias úteis possuem mais quebras estruturais do que o desejado a priori - com essa segunda também apresentando baixa estacionariedade. A janela de 126 dias úteis, por outro lado, apresenta quebras

estruturais semelhantes à janela de 63 dias, porém com somente um período estacionário considerando uma confiança de 95%. Dessa forma, no desenvolvimento da estratégia de *hedge* no capítulo 4, será utilizada a janela móvel de 63 dias no cálculo de correlações.

Figura 3 – Correlação em janelas móveis de 21, 63, 126 e 252 dias úteis, com indicadores de quebras estruturais



Fonte: Elaboração própria.

As correlações em janelas móveis são representadas pelas linhas azuis, enquanto as quebras estruturais são representadas pelas linhas vermelhas.

3 Momentos

O modelo de média-variância de otimização de carteiras proposto por Markowitz (1952) é o principal pilar da Teoria Moderna de Portfólios, e é amplamente disseminado na literatura de investimentos. Em tal corrente, defende-se que investidores racionais buscam, para dado nível de retorno, minimizar o nível de risco de seus portfólios - representado, por sua vez, pela variância. Esse modelo, dessa forma, pressupõe que investidores racionais se importam apenas com o primeiro momento da distribuição de probabilidades (valor esperado/média) e do segundo momento central (variância). Portanto, o terceiro momento normalizado (assimetria) e o quarto momento normalizado (curtose) não têm importância nas decisões de alocação de investidores.

Outras linhas de pesquisa, no entanto, defendem que a assimetria e a curtose deveriam ser incorporadas nas preferências dos investidores - dado que as distribuições de retornos não costumam ser exatamente normais. Dessa forma, busca-se neste capítulo explorar a teoria por trás dessas preferências, assim como entender as distribuições estatísticas de diversos índices de renda fixa e renda variável brasileiros.

3.1 Revisão Bibliográfica

O estudo de momentos superiores aplicados a investimentos é uma área de estudo bastante explorada por pesquisadores. Em Young e Trent (1969), os autores concluem que a média geométrica dos retornos de investimentos é positivamente relacionada à média aritmética e à assimetria, porém é negativamente relacionada à variância e à curtose - ou seja, o objetivo de maximizar o retorno acumulado é condizente com momentos ímpares maiores e momentos pares menores. Nesse sentido, Athayde e Flôres (2003) afirmam que, para funções de utilidade estritamente crescentes e côncavas, a utilidade esperada cresce com momentos ímpares e diminui com momentos pares.

Uma função de utilidade $u(x)$ representa as preferências de um investidor em relação a diferentes níveis de riqueza. Ela é estritamente crescente quando se satisfaz (3.1):

$$u(x_2) > u(x_1) \quad (3.1)$$

Ela é côncava se, para quaisquer dois pontos x_1 e x_2 e para qualquer λ no intervalo $[0, 1]$, vale (3.2):

$$u(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \lambda u(x_1) + (1 - \lambda)u(x_2) \quad (3.2)$$

Uma função estritamente crescente reflete o fato de que investidores sempre preferem

mais riqueza a menos. Adicionalmente, a concavidade implica que o ganho adicional de utilidade que um investidor obtém ao aumentar a riqueza diminui à medida que ele fica mais rico. Dessa forma, pode-se justificar os resultados de Athayde e Flôres (2003) de forma intuitiva:

- (a) Média aritmética: Investidores preferem retornos aritméticos maiores.
- (b) Variância: Investidores preferem menor variância, na medida em que diminui a variabilidade dos seus retornos.
- (c) Assimetria: Investidores preferem assimetria positiva, pois isso implica em maiores realizações de retornos acima da média.
- (d) Curtose: Investidores preferem menor curtose, visto que isso implica em caudas da distribuição menos gordas.

3.2 Análise de dados

Considerando a preferência dos investidores pelos momentos das distribuições estatísticas, é natural investigar o comportamento dessas medidas nas classes de renda fixa e renda variável no Brasil. Para tal, utilizam-se alguns índices específicos, calculados pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA) e pela bolsa de valores brasileira (B3).

3.2.1 Índices de renda fixa

Como *proxy* do mercado de renda fixa, utilizam-se os ativos da Tabela 8. O período de análise inicia em 02 de janeiro de 2007 - a primeira data em que todos os índices analisados têm informações de preço disponíveis, e termina em 30 de dezembro de 2024.

Tabela 8 – Índices de renda fixa

Ativo	Código Bloomberg
IRF-M	BZRFIRFM Index
IRF-M 1+	BZRFIR1+ Index
IMA-B 5	BZRFIMB5 Index
IMA-B	BZRFIMAB Index
IMA-B 5+	BZRFIB5+ Index

3.2.2 Índices de renda variável

Utilizam-se os índices de renda variável explicitados na Tabela 9. Assim como nos índices de renda fixa, usamos os dados de preço de 02 de janeiro de 2007 até 30 de dezembro de 2024.

Tabela 9 – Índices de renda variável

Ativo	Código Bloomberg
Índice Ibovespa (Ibovespa B3)	IBOV Index
Índice Brasil 50 (IBrX 50 B3)	IBX50 Index
Índice Brasil Amplo BM&FBovespa (IbrA B3)	IBRA Index
Índice BM&FBOVESPA Financeiro (IFNC B3)	IFNCBV Index
Índice de Consumo (ICON B3)	ICONBV Index
Índice de Energia Elétrica (IEE B3)	IBOVIEE Index
Índice de Materiais Básicos BM&FBOVESPA (IMAT B3)	IMAT Index
Índice Dividendos BM&FBOVESPA (IDIV B3)	IDIV Index
Índice do Setor Industrial (INDX B3)	INDX Index
Índice Small Cap (SMLL B3)	SMLLBV Index
Índice Utilidade Pública BM&FBOVESPA (UTIL B3)	BZUTIL Index

3.2.3 Resultados

Calcula-se então a média aritmética, variância, assimetria e curtose dos índices de renda fixa e renda variável. As definições utilizadas são a média aritmética simples, a variância amostral, a assimetria de Fisher-Pearson com correção amostral e o excesso de curtose com correção amostral, conforme as fórmulas (3.3), (3.4), (3.5) e (3.6).

$$\text{Média aritmética} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.3)$$

$$\text{Variância} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.4)$$

$$\text{Assimetria} = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3 \quad (3.5)$$

$$\text{Curtose} = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)} \quad (3.6)$$

A Tabela 10 contém os resultados para os índices de renda fixa, assim como as médias de cada um dos momentos.

A Tabela 11 contém os resultados dos índices de renda variável.

Nota-se que, de maneira geral, os índices de renda fixa brasileiros analisados possuem maior média, menor variância, menor assimetria e maior curtose frente aos de renda variável no período analisado. Considerando as preferências do investidor identificadas na seção Revisão Bibliográfica, a renda fixa possui distribuição de retornos cujos dois primeiros momentos favorecem o investidor. No entanto, possui assimetria menor e curtose maior - características indesejadas pelo investidor, a priori.

Tabela 10 – Análise de momentos: Renda fixa

Índice	Média	Variância	Assimetria	Curtose
IRF-M	0.000398	0.000004	-2.125572	36.136257
IRF-M 1+	0.000408	0.000010	-1.743535	28.205738
IMA-B 5	0.000434	0.000003	-2.133391	33.764243
IMA-B	0.000434	0.000019	-1.842409	41.492623
IMA-B 5+	0.000443	0.000043	-1.308913	34.027534
Média	0.000424	0.000016	-1.830764	34.725279

Tabela 11 – Análise de momentos: Renda Variável

Índice	Média	Variância	Assimetria	Curtose
IFNC	0.000297	0.000365	0.007381	8.147951
ICON	0.000191	0.000232	-0.804342	12.993257
IEE	0.000378	0.000172	-0.562425	8.971220
IMAT	0.000300	0.000381	-0.319855	6.720415
IDIV	0.000409	0.000226	-0.388176	8.463263
INDX	0.000283	0.000224	-0.935318	15.675051
SMLL	0.000163	0.000248	-1.103173	14.529785
UTIL	0.000446	0.000215	-0.555753	9.356555
IBOV	0.000216	0.000280	-0.439186	10.243416
IBX 50	0.000250	0.000284	-0.439173	10.962823
IBRA	0.000275	0.000259	-0.532719	11.443627
Média	0.000291	0.000262	-0.552067	10.682487

Pode-se justificar a variância, assimetria e curtose observados na Tabela 10 e na Tabela 11 de forma intuitiva:

(a) A menor variância de ativos de renda fixa é justificada na medida em que os ativos subjacentes possuem fluxos de caixa previsíveis e certos, em oposição aos ativos de renda variável, que possuem fluxos de caixa incertos. Adicionalmente, pela análise deste estudo focar em títulos públicos, o risco de crédito associado é considerado menor que o das ações.

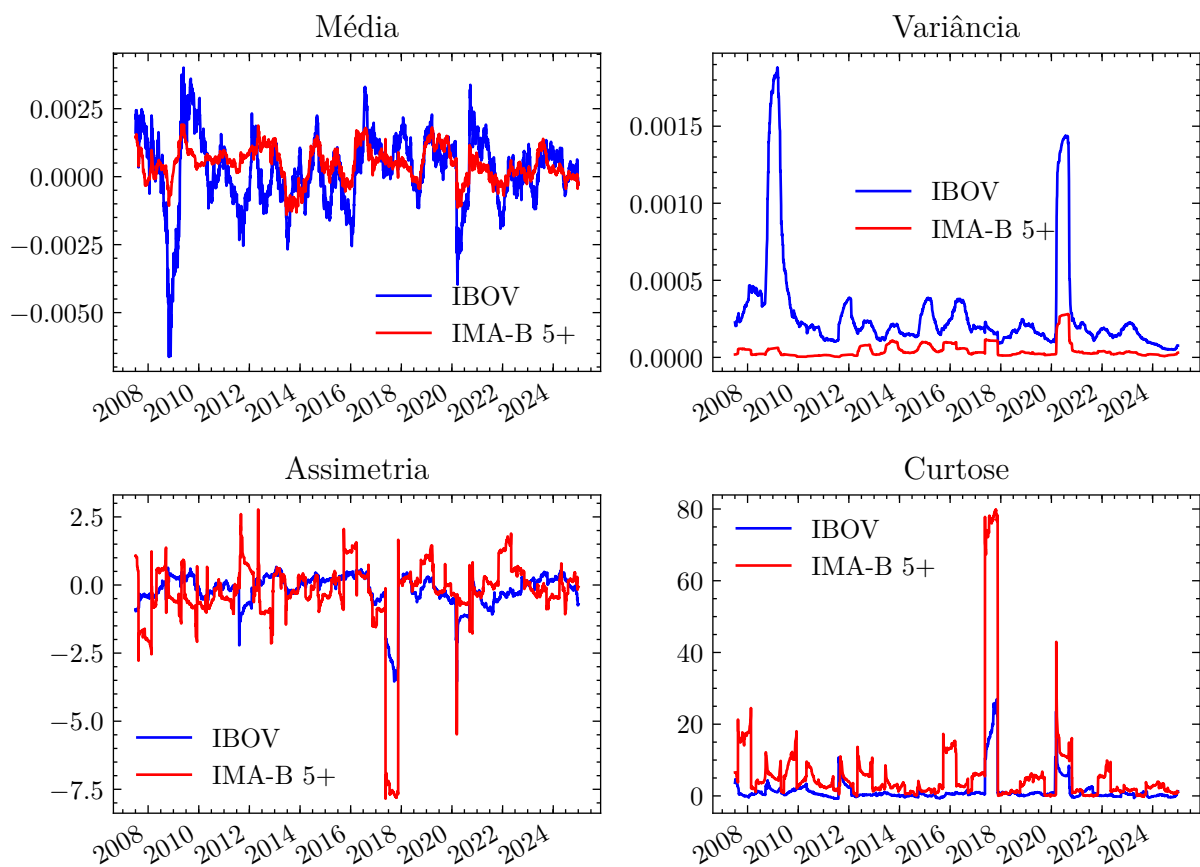
(b) A diferença de assimetria se justifica pela convexidade do investimento em renda variável, visto que o ganho máximo é ilimitado, enquanto na renda fixa, o ganho máximo é conhecido.

(c) A curtose adicional observada na renda fixa é justificada na medida em que, em tempos normais, a variabilidade de retornos da renda fixa é baixa, aumentando o número de dados da amostra em valores perto da média. Em períodos de crise econômica, no entanto, há uma concentração de retornos extremos - dado, inclusive, o efeito de *contagion* explorado na seção Risco de crédito e *flight-to-quality* do Capítulo 2. Dessa forma, a distribuição é caracterizada por um pico central pronunciado e caudas mais gordas.

Pode-se analisar, também, a persistência dos valores da média, variância, assimetria

e curtose - na medida em que os momentos centrais das distribuições estatísticas de retornos não são constantes no tempo (Chang, Christoffersen e Jacobs (2013) / Savva e Theodossiou (2018) / Christiansen e Savva (2022)) . Para tal, utiliza-se o Índice Ibovespa (IBOV) como representante da classe de renda variável e o índice IMA-B 5+ como representante da classe de renda fixa - por ser o índice de maior duration. Dessa forma, calcula-se cada um dos quatro momentos em janelas móveis de 252 dias, assim como a média e variância das séries resultantes. As séries temporais podem ser encontradas na Figura 4. Os dados numéricos podem ser encontrados na Tabela 12.

Figura 4 – Momentos das distribuições de retornos do Ibovespa e IMA-B 5+, em janelas móveis de 252 dias



Fonte: Elaboração própria.

Tabela 12 – Média e desvio padrão dos quatro primeiros momentos - IBOV e IMA-B 5+

Índice	1º momento	2º momento	3º momento	4º momento
IBOV: média	0.000228	0.000283	-0.186897	1.400593
IBOV: desvio padrão	0.001326	0.000325	0.628495	3.478937
IMA-B 5+: média	0.000448	0.000043	-0.323307	6.347130
IMA-B 5+: desvio padrão	0.000605	0.000046	1.441005	12.692786

De maneira geral, nota-se que o IBOV - representando a classe de renda variável -

possui variância persistentemente mais elevada que o IMA-B 5+, que representa a classe de renda fixa. O inverso ocorre na medida de curtose - em que o IMA-B 5+ é persistentemente maior que o IBOV.

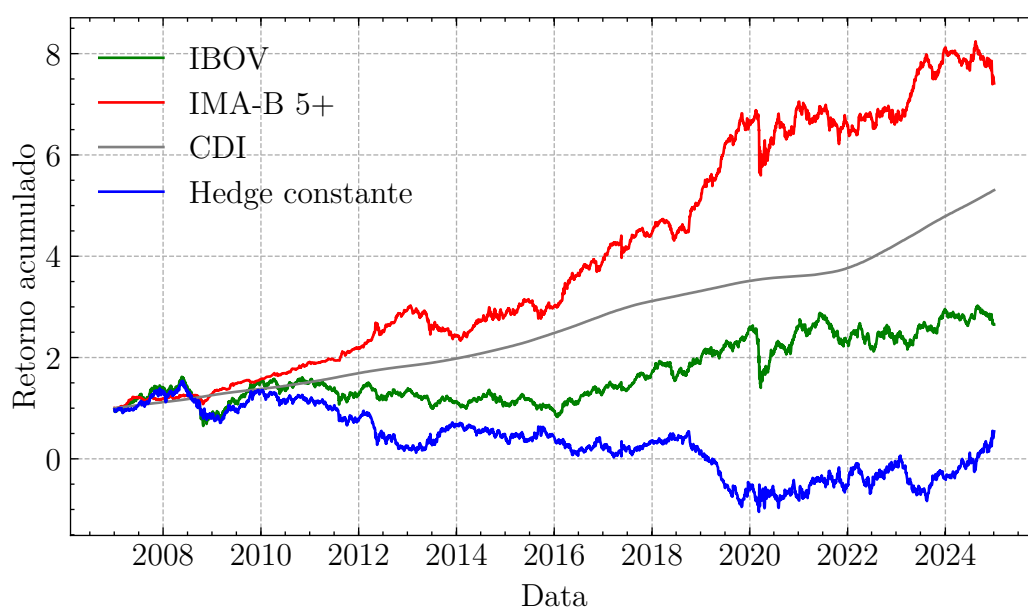
Quanto aos momentos ímpares, o IMA-B 5+ possui maior média no consolidado do período, com menor volatilidade nessa medida. Já em se tratando da assimetria, acontece o oposto: essa medida, no consolidado do período, é mais elevada para o IBOV - sendo ela também menos volátil.

Em linhas gerais, observa-se que, no Brasil, os investimentos em renda fixa possuem retornos menos voláteis e, na média, maiores do que os investimentos em renda variável. No entanto, a combinação de assimetria mais negativa e curtose persistentemente elevada indica a presença de uma cauda esquerda da distribuição mais proeminente - característica essa que será explorada na estratégia de *hedge* proposta no Capítulo 4.

4 Estratégia de *hedge*: Metodologia

Na totalidade do período estudado, notamos de maneira geral um excesso de performance dos índices de renda fixa no Brasil vis-à-vis os índices de renda variável. Dessa forma, uma estratégia que se mantém tanto comprada em ações quanto vendida em títulos públicos por toda a totalidade do período estudado tende a ter uma performance significativamente pior que os *benchmarks* usuais, para a maioria dos índices de renda variável analisados. A título de exemplo, simula-se a performance de uma estratégia passiva, permanentemente comprada em IBOV e vendida na mesma magnitude, em termos de exposição financeira, em IMA-B 5+. Os resultados, expostos na Figura 5, mostram que essa estratégia performa significativamente pior que ambos os índices originais e que o investimento em instrumentos atrelados à Taxa DI.

Figura 5 – Resultado de uma estratégia de hedge constante



Fonte: Elaboração própria.

No entanto, deseja-se encontrar formas de se apropriar da correlação persistentemente positiva e elevada entre os títulos públicos brasileiros e a renda variável, assim como as caudas negativas mais gordas das distribuições de retornos da renda fixa, caracterizadas pela assimetria mais negativa e maior curtose. Para tal, propõe-se uma estratégia que se mantém sempre exposta à classe de renda variável, porém nem sempre vendida na classe de renda fixa, dado o carregamento negativo significativo da estratégia perene. Para tal, aproveita-se do comportamento estacionário das correlações observado no Capítulo 2 - caracterizando um *hedge* dinâmico governado por regras estatísticas bem definidas.

4.1 Instrumentos

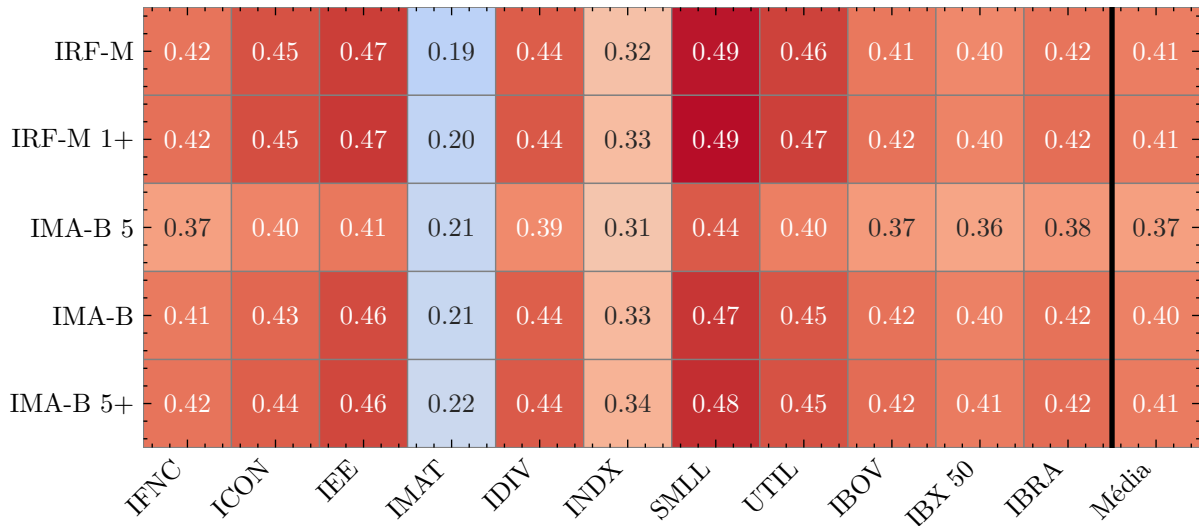
Uma definição importante para a estratégia é qual índice de renda fixa será utilizado para implementar o *hedge*. Tal qual anteriormente, considera-se o uso de cinco índices de renda fixa, sendo dois pré-fixados e três atrelados à inflação:

(a) **Pré-fixados:** IRF-M e IRF-M 1+

(b) **Inflação:** IMA-B 5, IMA-B e IMA-B 5+

A Figura 6 mostra a matriz de correlação dos índices de renda fixa e variável, assim como a média dos valores para cada índice de renda fixa. Ao analisar os dados, nota-se um nível de correlação média próximo para os cinco índices considerados, o que é esperado, dada a altíssima correlação intragrupo da renda fixa. O menor valor é do IMA-B 5, enquanto os maiores valores são do IRF-M, IRF-M 1+ e IMA-B 5+.

Figura 6 – Matriz de correlação dos índices de renda fixa e variável



Fonte: Elaboração própria.

Calcula-se também a volatilidade e *Sharpe Ratio* de cada um - os resultados são expostos na Tabela 13

Tabela 13 – Volatilidade e Sharpe Ratio dos índices de renda fixa

Índice	Volatilidade (a.a.)	Sharpe Ratio
IRF-M	3.30%	0.219
IRF-M 1+	4.94%	0.199
IMA-B 5	2.85%	0.578
IMA-B	6.92%	0.235
IMA-B 5+	10.4%	0.180

Deseja-se um instrumento com maior volatilidade - visto que isso garante maior proteção para uma mesma exposição financeira. Dessa forma, se reduz o valor que deve ser depositado em margem, assim como reduz a exposição bruta do portfólio e os custos associados à estratégia - como custos de transação, *spreads* praticados pelas contrapartes ou mesmo custo de aluguel, a depender de como a estratégia for implementada. Em relação ao *Sharpe Ratio*, quanto menor o valor, melhor - na medida em que deseja-se estar vendido em instrumentos que tenham pior retorno ajustado ao risco.

Desse forma, para as estratégias de *hedge*, será utilizado o índice de IMA-B 5+, visto que, dentre os índices de renda fixa considerados, ele possui maior correlação com ativos de renda variável, maior volatilidade e menor *Sharpe Ratio*.

4.2 Análise de correlação: sinais de hedge

Primeiro, calcula-se a correlação entre o ativo e o IMA-B 5+ em janelas móveis de 63 dias úteis - em acordo com a análise realizada na seção Reversão à média do Capítulo 2. Também calcula-se uma medida de correlação de longo prazo utilizando uma média móvel exponencial (*Exponentially weighted moving average* - *EWMA*). Obtém-se a média e o desvio padrão dessa medida, utilizados como parâmetros para montar o *hedge*, de acordo com as fórmulas (4.1) e 4.2).

$$\rho_t^{(EWMA)} = \alpha \rho_t^{(calculado)} + (1 - \alpha) \rho_{t-1}^{(EWMA)} \quad (4.1)$$

$$\sigma_t^{(EWMA)} = \sqrt{\alpha \left(\rho_t^{(calculado)} - \rho_t^{(EWMA)} \right)^2 + (1 - \alpha) \left(\sigma_{t-1}^{(EWMA)} \right)^2} \quad (4.2)$$

O modelo EWMA é utilizado por permitir adaptabilidade a choques nos preços com simples implementação e baixo custo computacional. A escolha do parâmetro α traz um *trade-off* entre adaptabilidade e estabilidade. Para esse estudo, utiliza-se um α relativamente alto (0.99) - pois deseja-se analisar o comportamento de longo prazo das correlações, porém com espaço para adaptabilidade. O uso de modelos EWMA é bastante difundido em aplicações do mercado financeiro - ganhando notoriedade com o *software* RiskMetrics (J.P. Morgan (1996))

Feito o processo anterior, pode-se estabelecer limiares de entrada e saída baseados nas estatísticas da correlação de longo prazo calculada pelo EWMA. Vale comentar que os parâmetros utilizados para a tomada de decisão de *hedge* em determinado dia são sempre relativos ao dia anterior, para evitar *look-ahead bias* - quando utiliza-se informações que não estavam disponíveis no momento da tomada de decisão.

(a) Limiar de Entrada: Quando a correlação móvel (63 dias) cai 1,5 desvios padrão abaixo da média EWMA, inicia-se o *hedge*. Utiliza-se esse parâmetro com base na

característica de reversão à média explorada no Capítulo 2. Ou seja, quando a correlação móvel em janelas de 63 dias está demasiadamente baixa, espera-se que ela retorne para patamares mais elevados - em movimentos normalmente associados a estresses nos mercados de capitais.

Para exemplificar essa etapa, pode-se utilizar o período de *hedge* iniciado em junho de 2008, conforme a Tabela 14. Como não havia um *hedge* ativo no dia 11/06, assim que a correlação em janelas móveis de 63 dias recua abaixo do limiar de entrada, no dia 12/06/2008 o *hedge* é iniciado.

Tabela 14 – Exemplo de início do hedge - Junho de 2008

Métrica ↓ / Data →	11/06	12/06
(a) Correlação 63D	0.4660	0.4253
(b) Correlação EMWA	0.0603	0.0611
(c) Desvio padrão EWMA	0.5446	0.5434
(d) Limiar de entrada = (a) - 1.5*(c)	0.4541	0.4516
Sinal de entrada	0	1
Justificativa	(a) > (d)	(a) < (d)
Hedge	Inativo	Iniciado

(b) Limiar de Saída: Se a correlação móvel sobe acima de 1 desvio padrão da média EWMA, sinaliza-se o primeiro sinal para encerrar o *hedge*. O *hedge* é encerrado de fato quando a correlação móvel cruza esse limiar novamente - ou seja, desce abaixo de 1 desvio padrão da média EWMA. A lógica de encerramento do *hedge* possui duas etapas na medida em que deseja-se manter o portfólio protegido pelo período imediatamente seguinte de um choque que aumente as correlações. Caso fosse utilizado apenas o primeiro sinal de saída, o *hedge* seria desmontado nos primeiros dias de estresse, ignorando o efeito dos *clusters* de volatilidade - em que grandes mudanças nos preços tendem a ser acompanhadas de outras grandes mudanças nos preços. Mais especificamente, os retornos absolutos, ou o quadrado dos retornos, possuem uma autocorrelação positiva - conforme primeiro descrito por Mandelbrot (1997). Dessa forma, é imperativo estar protegido em períodos em que os *clusters* de volatilidade se mostram presentes.

Para exemplificar a lógica dessa etapa, pode-se utilizar o encerramento do *hedge* iniciado em junho de 2008, explorado anteriormente, em outubro de 2008 - conforme a Tabela 15. O primeiro sinal de saída é verificado no dia 23/10/2008, visto que a correlação em janelas móveis de 63 dias sobe acima do limiar de saída. Assim que ela retorna para um patamar abaixo do limiar de saída, no dia 28/10/2008, o segundo sinal de saída é verificado e o período de *hedge* é encerrado.

Tabela 15 – Exemplo de encerramento do hedge - Outubro de 2008

Métrica ↓ / Data →	22/10	23/10	...	27/10	28/10
(a) Correlação 63D	0.5392	0.5891		0.6011	0.5794
(b) Correlação EMWA	0.1663	0.1665		0.1669	0.1669
(c) Desvio padrão EWMA	0.4063	0.4081		0.4118	0.4135
(d) Limiar de saída = (a) + (c)	0.5727	0.5747		0.5787	0.5804
Sinal de saída 1	0	1		-	-
Justificativa	(a) < (d)	(a) > (d)		-	-
Sinal de saída 2	-	-		0	1
Justificativa	-	-		(a) > (d)	(a) < (d)
Hedge	Ativo	Ativo		Ativo	Encerrado

4.3 Períodos de baixa correlação

Como mostrado na seção Cenário local do Capítulo 2, houve um período em que as classes de renda fixa e renda variável demonstraram uma baixa correlação - sendo este um período em que a percepção de risco do brasileiro era menor. Nesses períodos, dada a desconexão, a estratégia de hedge descrita acima será pouco eficiente. Dessa forma, se a correlação móvel de 63 dias cair abaixo de certo limiar de correlação, reduz-se a exposição à renda variável. Considera-se, nesse estudo, zero como o limiar de correlação e uma redução de 50% da exposição em renda variável quando ele é superado negativamente. O capital resultante dessa redução é alocado em investimentos de renda fixa pós-fixada, tais como LFTs, Operações Compromissadas e Fundos de Zeragem de caixa - todos com retorno atrelado à taxa DI. Não realizamos hedge utilizando o IMA-B 5+ durante esses períodos de baixa correlação.

4.4 Sizing do hedge

Propõem-se três formas distintas de calibrar o tamanho do hedge em relação à exposição em renda variável:

4.4.1 *Notional-matching*

Nessa estratégia, simplesmente vendemos um *notional* de IMA-B 5+ igual ao valor financeiro total da exposição ao índice de renda variável, quando um hedge é sinalizado. Dessa forma, a estratégia possui *notional* líquido neutro quando o *hedge* é sinalizado. Os recursos provenientes da venda são investidos em instrumentos de caixa pós-fixados (idênticos aos citados na seção Períodos de baixa correlação). Esse pressuposto de alocação do caixa resultante das vendas se aplica a todas as estratégias de *hedge* exploradas nessa seção.

Como essa estratégia neutraliza a exposição financeira do portfólio, ela será denominada de *Notional-Matching*.

4.4.2 *Beta-matching*

Na segunda abordagem, calculamos o β da renda variável em relação à renda fixa para dimensionar o *hedge*, de acordo com a fórmula (4.3):

$$\beta = \rho \cdot \frac{\sigma_{IBOV}}{\sigma_{IMA-B\ 5+}} \quad (4.3)$$

Para os componentes necessários para o cálculo do β - correlação e volatilidades - utilizam-se os seguintes métodos:

(a) Para o componente da correlação (ρ), utiliza-se a média da correlação EWMA calculada anteriormente.

(b) Para o cálculo das volatilidades (σ), também utiliza-se o método de EWMA, com um $\alpha = 0.99$ - tal qual no cálculo das correlações.

O β será o fator de ajuste de tamanho do *hedge*. Dessa forma, a estratégia assume uma posição vendida nos instrumentos de renda fixa de forma a montar um *hedge* que seja β -neutro. Dessa forma, denomina-se essa estratégia de *Beta-matching*.

Para exemplificar, pode-se utilizar o mesmo período de *hedge* da seção 4.2. No dia 12/06/2008, em que o hedge é sinalizado, são calculados os seguintes parâmetros:

$$(a) \sigma_{IBOV} = 30.8819\%;$$

$$(b) \sigma_{IMA-B\ 5+} = 8.7219\%;$$

$$(c) \rho_{EWMA} = 0.543447$$

Calcula-se então o β :

$$\beta = \rho \cdot \frac{\sigma_{IBOV}}{\sigma_{IMA-B\ 5+}} = 0.543447 \cdot \frac{30.8819\%}{8.7219\%} \approx 1.92$$

Ou seja, nesse dia a estratégia *Beta-matching* assume uma posição vendida em aproximadamente 1,92 patrimônios líquidos em IMA-B 5+.

Essa estratégia pode assumir posições maiores ou menores que a *Notional-matching* - a depender da magnitude das medidas de correlação móvel e volatilidade. No entanto, sempre assumirá posições menores que a estratégia apresentada a seguir - em que somente as volatilidades são consideradas (*Volatility-matching*). Isso ocorre na medida em que a correlação de duas variáveis nunca pode exceder o valor de 1.

4.4.3 *Volatility-matching*

Aqui, ajustamos o tamanho do *hedge* por um fator dado pela razão da volatilidade EWMA do ativo para a do IMA-B 5+, segundo (4.4).

$$Fator = \frac{\sigma_{IBOV}}{\sigma_{IMA-B\ 5+}} \quad (4.4)$$

Esse fator é aplicado no sizing do *hedge*, de forma a igualar a volatilidade da ponta passiva e da ponta ativa. Portanto, denomina-se essa estratégia de *Volatility-Matching*.

Com o mesmo exemplo utilizado anteriormente, e utilizando os mesmos parâmetros, no dia 12/06/2008 temos:

$$Fator = \frac{\sigma_{IBOV}}{\sigma_{IMA-B\ 5+}} = \frac{30.8819\%}{8.7219\%} \approx 3.54$$

Ou seja, nesse dia a estratégia *Volatility-matching* assume uma posição vendida em aproximadamente 3,54 patrimônios líquidos em IMA-B 5+.

Essa estratégia costuma assumir posições vendidas consideravelmente maiores que as estratégias *Notional-matching* e *Beta-matching* - visto que a volatilidade da renda variável costuma ser significativamente maior que na renda fixa, conforme discutido no Capítulo 3. Essa característica, em períodos em que o *hedge* é bem-sucedido, tem maior potencial de mitigar perdas e se apropria de maior forma dos efeitos de assimetria e curtose discutidos anteriormente. No entanto, caso o *hedge* não seja bem-sucedido, paga-se um carregamento significativamente maior pela estratégia. Dessa forma, amplifica-se tanto o risco de quebra dos padrões históricos de correlação quanto o risco de não-estacionariedade dos momentos das distribuições estatísticas dos retornos dos ativos.

5 Estratégia de *hedge*: Backtest

Com a estratégia já delimitada, a próxima etapa é realizar o *backtest*, de forma a verificar se ela cumpre os propósitos inicialmente definidos. Primeiro, serão discutidos detalhes técnicos: extração e tratamento dos dados e implementação técnica. Logo em seguida, apresentam-se os resultados obtidos.

5.1 Dados

Para realizar o *backtest*, utilizamos os índices Ibovespa, representando o mercado de renda variável, e o índice IMA-B 5+, representando o mercado de renda fixa, conforme racional desenvolvido na seção Instrumentos do Capítulo 4. Assim como nos capítulos anteriores, a análise se inicia em 02 de janeiro de 2007 e se encerra em 30 de dezembro de 2024. As séries de preços foram obtidas via Bloomberg, utilizando os tickers "IBOV Index" e "BZRFIB5+ Index", respectivamente. Com a série de preços, foram calculados os log-retornos, conforme (5.1):

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (5.1)$$

Posteriormente, foram removidos os valores correspondentes a feriados, em que o retorno de ambos os índices é zero.

A estratégia também foi implementada utilizando outros índices representativos da renda variável brasileira - como índices setoriais - no lugar do índice geral (IBOV). Nesse caso, o início do período de *backtest* corresponde ao período em que há dados de preço disponíveis para cada índice de renda variável. Os resultados são apresentados no Apêndice A.

5.2 Implementação

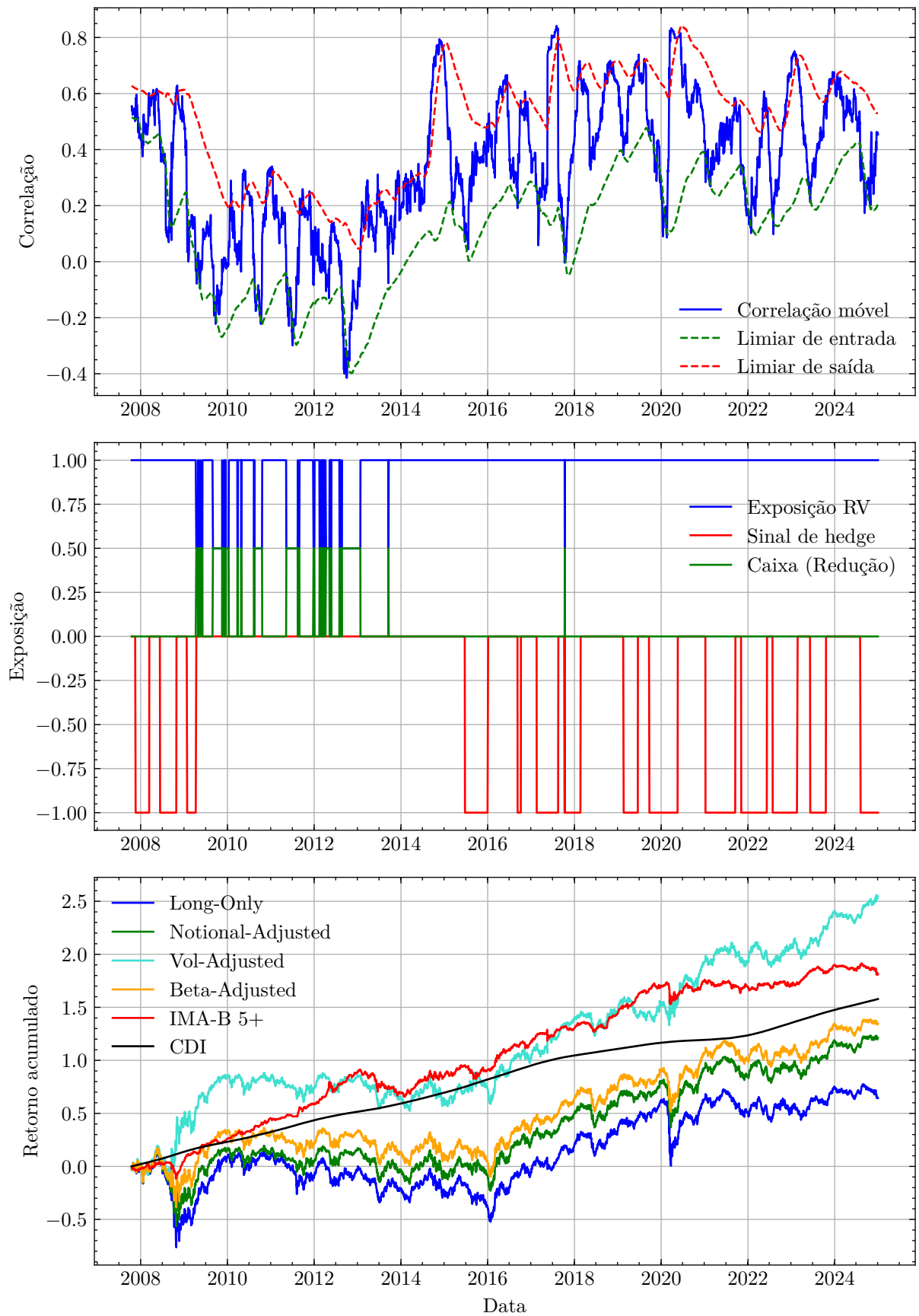
A estratégia foi implementada via Python - utilizando os pacotes pandas e numpy.

5.3 Resultados

A Figura 7 sumariza os resultados obtidos, ao mostrar em três painéis distintos:

- (a) Os sinais de entrada e saída do *hedge*
- (b) As posições tomadas ao longo do tempo
- (c) Os resultados decorrentes da estratégia

Figura 7 – Sinais de *hedge*, posições e resultado acumulado das estratégias



Fonte: Elaboração própria.

A partir da Figura 7, podemos tirar algumas conclusões. Primeiramente, no primeiro quadro, notamos o comportamento de reversão à média de fato sendo verificado - gerando 14 sinais de *hedge* - evidenciados no segundo painel. Além disso, notamos que todas as estratégias propostas performam melhor que a estratégia *long-only*. Em especial, a estratégia *Vol-Adjusted* se destaca - superando, inclusive, o retorno do índice IMA-B 5+.

A Tabela 42 contém algumas métricas de risco-retorno, definidas pelas fórmulas (5.2), (5.3), (5.4), (5.5), (5.6) e (5.7):

$$\text{Retorno Excedente (a.a.)} = R_{ativo}^{(anual)} - R_{CDI}^{(anual)} \quad (5.2)$$

$$\text{Volatilidade (a.a.)} = \sqrt{252} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (r_t - \bar{r})^2} \quad (5.3)$$

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{\text{Retorno Excedente (a.a.)}}{\text{Volatilidade (a.a.)}} \quad (5.4)$$

$$\text{Sortino Ratio} = \frac{\text{Retorno excedente (a.a.)}}{\sqrt{252 \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^2 \mathbf{1}_{\{r_i < 0\}}}} \quad (5.5)$$

$$\text{Max Drawdown (MDD)} = \max_{0 \leq t \leq T} \left(\frac{M_t - P_t}{M_t} \right), \text{ sendo } M_t = \max_{0 \leq \tau \leq t} P_\tau \quad (5.6)$$

$$\text{Calmar Ratio} = \frac{R_{ativo}^{(anual)}}{\text{Max Drawdown}} \quad (5.7)$$

Tabela 16 – Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Volatility
Retorno excedente (a.a.)	-5.45%	-2.13%	-1.35%	5.66%
Volatiliade (a.a.)	26.58%	23.92%	23.74%	25.07%
Sharpe Ratio	-0.21	-0.09	-0.06	0.23
Sortino Ratio	-0.28	-0.12	-0.08	0.34
Max Drawdown	-59.96%	-51.72%	-42.96%	-30.30%
Calmar Ratio	-0.09	-0.04	-0.03	0.19

Nota-se uma melhora significativa na performance ajustada a risco de todas as estratégias propostas - ainda mais exacerbada na estratégia *Volatility-Matching*. Enquanto os retornos excedentes das estratégias foram consideravelmente superiores à carteira *long-only*, vale ressaltar que não houve uma redução significativa da volatilidade. Dessa forma, a melhoria observada no *Sharpe Ratio* se deve majoritariamente ao numerador, ou seja, pelos maiores retornos excedentes das estratégias.

Ao analisar o *Sortino Ratio*, por outro lado, nota-se uma diferença ainda maior nos resultados. Enquanto o *Sharpe Ratio* considera como medida de risco a volatilidade anualizada, o *Sortino Ratio* considera somente a volatilidade oriunda dos retornos negativos. Dessa forma, essa diferença maior nos resultados aponta para uma minimização da volatilidade negativa nas estratégias de *hedge* - apoiada pela análise dos momentos que será realizada subsequentemente. Adicionalmente, verifica-se uma redução no *Max Drawdown* das estratégias de *hedge* - assim como aumento do *Calmar Ratio*, indicando uma minimização de perdas agudas em momentos de crises financeiras.

A Tabela 17 compara os momentos da distribuição estatística dos retornos diários de todas as estratégias.

Tabela 17 – Momentos das distribuições estatísticas dos retornos das estratégias

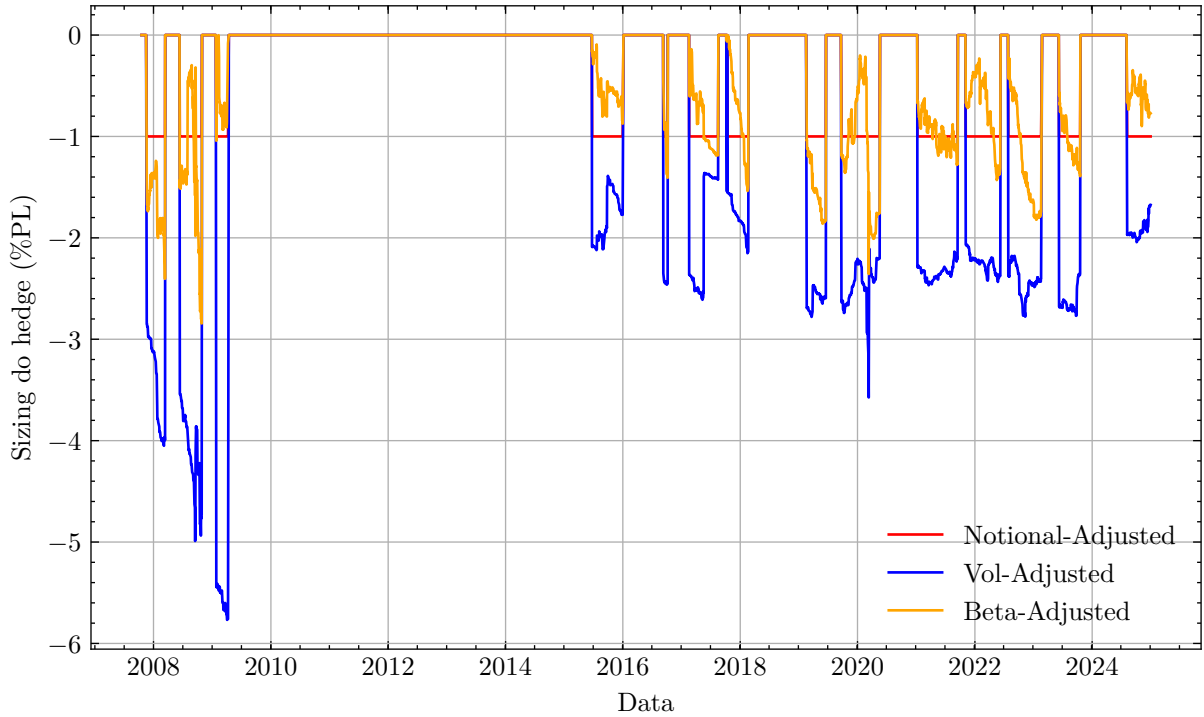
Métrica	Long-only	Notional	Beta	Volatility
Média	0.000149	0.000281	0.000312	0.000590
Variância	0.000280	0.000227	0.000224	0.000249
Assimetria	-0.432381	-0.091777	0.004140	1.073496
Curtose	10.640036	7.777389	7.671854	15.859953

Como já comentado anteriormente, as estratégias de *hedge* levaram a uma média maior, porém sem grandes reduções na variância. Por outro lado, notamos um comportamento bastante diferente em relação à assimetria, que aumenta consideravelmente nas estratégias de *hedge* - observação positiva dada a preferência dos investidores explorada anteriormente. A curtose diminui nas estratégias de *Notional matching* e *Beta-matching*, porém aumenta na estratégia de *Volatility-matching*. Vale destacar os momentos dessa última estratégia, com uma distribuição de retornos com curtose elevada indicando caudas gordas - porém, em conjunto com a assimetria positiva, demonstra que a cauda direita da distribuição, desejada por investidores, é mais proeminente que a cauda esquerda - que representa retornos altamente negativos.

Além disso, na Figura 8, compara-se o tamanho das posições das estratégias de *Notional-matching*, *Beta-matching* e *Volatility-matching*.

Como é de se esperar, sempre que o *hedge* está ativo na estratégia *Notional-matching*, a posição é de -1 patrimônio líquido. O tamanho das posições da estratégia *Beta-matching* pode ser maior ou menor que um patrimônio líquido - sendo, na média, ligeiramente superior ao verificado na estratégia *Notional-matching* (-1.115 patrimônios líquidos). Já a posição da estratégia *Volatility matching* é, por definição, sempre maior do que a da estratégia *Beta-Matching* - e, empiricamente, sempre maior do que a da estratégia *Notional matching*, visto que o valor da volatilidade do Ibovespa sempre supera o valor da volatilidade do IMA-B 5+. A média das posições quando o *hedge* está ativo, nesse caso, é de -2.532 patrimônios líquidos.

Figura 8 – Tamanho das posições vendidas assumidas, em relação ao notional total da carteira de renda variável



Fonte: Elaboração própria.

Sob a ótica do risco, duas métricas relevantes que podem ser analisadas são o *Value at risk* (*VaR*) e o *Expected Shortfall* (*ES*). O *VaR* é a perda máxima esperada em um período para um dado nível de confiança. Já o *ES* estima a perda média no período quando esse limite é ultrapassado. Calcula-se ambas as métricas para a carteira *long-only* e para as estratégias de *hedge* utilizando o método histórico - que não necessita de suposições acerca da distribuição estatística subjacente dos retornos. Os resultados são exibidos na Tabela 18. Adicionalmente, computa-se a redução relativa nas estratégias de *hedge* dos valores de *Value at Risk* e *Expected Shortfall*, em relação à estratégia *long-only*. Os resultados são exibidos na Tabela 19.

Tabela 18 – Value at Risk (VaR) e Expected Shortfall (ES)

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Volatility
VaR (95% - 1D)	-2.55%	-2.33%	-2.33%	-2.32%
VaR (99% - 1D)	-3.94%	-3.51%	-3.44%	-3.39%
ES (95% - 1D)	-4.36%	-3.96%	-3.89%	-3.90%
ES (99% - 1D)	-6.96%	-5.82%	-5.58%	-5.40%
VaR (95% - 1W)	-5.33%	-4.98%	-4.93%	-5.09%
VaR (99% - 1W)	-8.32%	-7.29%	-7.06%	-6.87%
ES (95% - 1W)	-9.18%	-8.44%	-7.97%	-7.57%
ES (99% - 1W)	-14.95%	-11.81%	-10.94%	-9.85%
VaR (95% - 1M)	-11.36%	-10.30%	-10.04%	-10.04%
VaR (99% - 1M)	-18.42%	-15.31%	-14.32%	-12.72%
ES (95% - 1M)	-20.08%	-17.78%	-16.47%	-14.29%
ES (99% - 1M)	-35.55%	-25.15%	-21.87%	-16.72%

Tabela 19 – Redução relativa do VaR e ES em relação à estratégia long-only

Métrica	Notional	Beta	Volatility
VaR (95% - 1D)	8.6%	8.6%	9.0%
VaR (99% - 1D)	10.9%	12.7%	14.0%
ES (95% - 1D)	9.2%	10.8%	10.6%
ES (99% - 1D)	16.4%	19.8%	22.4%
VaR (95% - 1W)	6.6%	7.5%	4.5%
VaR (99% - 1W)	12.4%	15.1%	17.4%
ES (95% - 1W)	8.1%	13.2%	17.5%
ES (99% - 1W)	21.0%	26.8%	34.1%
VaR (95% - 1M)	9.3%	11.6%	11.6%
VaR (99% - 1M)	16.9%	22.3%	30.9%
ES (95% - 1M)	11.5%	18.0%	28.8%
ES (99% - 1M)	29.3%	38.5%	53.0%

A redução de VaR e ES ocorre para todos os horizontes e níveis de confiança calculados. A redução relativa é maior no ES, na medida em que o impacto sobre as caudas esquerdas da distribuição de retornos é proporcionalmente maior - como verificado na análise de momentos - refletindo em um recuo ainda mais acentuado do ES. Além disso, notamos que a redução relativa tanto do VaR quanto do ES é maior em períodos mais longos - em linha com o desenho do *hedge*, em que, quando é executado, costuma permanecer ativo por semanas ou meses.

Para melhor entender a efetividade das estratégias propostas, uma forma é comparar seu comportamento nos períodos de melhor e pior performance da estratégia *long-only*. Para isso, realiza-se a análise nos períodos de 1 dia, 1 semana, 1 mês, 3 meses, 6 meses e 1 ano. Os períodos são então filtrados para eliminar interseções de dias, de forma a ampliar a variedade de resultados analisados. Os resultados estão nas Tabelas 20–31.

Tabela 20 – Melhores dias da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
13/10/2008	Sim	0.136782	0.119691	0.108237	0.064636
13/03/2020	Sim	0.130228	0.045126	0.048847	-0.071977
28/10/2008	Não	0.125968	0.125968	0.125967	0.125968
24/03/2020	Sim	0.092485	0.070205	0.070481	0.041303
19/09/2008	Sim	0.091367	0.059969	0.040460	-0.038637
24/11/2008	Não	0.089860	0.089860	0.089860	0.089860
20/10/2008	Sim	0.080264	0.085677	0.090739	0.106208
08/12/2008	Não	0.079831	0.079831	0.079831	0.079831
30/09/2008	Sim	0.073555	0.066476	0.062092	0.044104
25/03/2020	Sim	0.072275	0.042501	0.041833	0.002108
30/10/2008	Não	0.072058	0.072058	0.072058	0.072058
02/01/2009	Não	0.069285	0.069285	0.069285	0.069285
10/03/2020	Sim	0.068989	0.067329	0.066794	0.063412
17/03/2016	Não	0.063874	0.063874	0.063873	0.063874
04/05/2009	Não	0.063792	0.063792	0.063792	0.063792
06/04/2020	Sim	0.063184	0.055501	0.054666	0.044840
30/04/2008	Não	0.061415	0.061415	0.061415	0.061415
24/01/2008	Sim	0.057824	0.050905	0.044252	0.032520
29/10/2009	Redução	0.057462	0.028895	0.028895	0.028895
23/03/2009	Sim	0.057269	0.057971	0.058625	0.061198
Hedge ->	12/20	Delta médio ->	-0.011572	-0.013288	-0.030154

Tabela 21 – Piores dias da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
12/03/2020	Sim	-0.159938	-0.092801	-0.096321	-0.000382
16/03/2020	Sim	-0.149908	-0.132414	-0.134897	-0.112999
09/03/2020	Sim	-0.129806	-0.095224	-0.087152	-0.020571
15/10/2008	Sim	-0.120961	-0.111947	-0.104581	-0.079904
18/03/2020	Sim	-0.109248	-0.056031	-0.057250	0.016285
22/10/2008	Sim	-0.107335	-0.076855	-0.046190	0.043129
29/09/2008	Sim	-0.098310	-0.091414	-0.087861	-0.071472
18/05/2017	Sim	-0.092110	0.010660	-0.001231	0.169209
08/08/2011	Redução	-0.084306	-0.041921	-0.041921	-0.041921
12/11/2008	Não	-0.080671	-0.080671	-0.080671	-0.080671
11/03/2020	Sim	-0.079455	-0.006693	0.023569	0.180608
15/09/2008	Sim	-0.078933	-0.075288	-0.072198	-0.061945
02/10/2008	Sim	-0.076197	-0.059682	-0.048629	-0.005401
26/02/2020	Sim	-0.072622	-0.060858	-0.061113	-0.043284
24/10/2008	Sim	-0.071606	-0.053315	-0.035848	0.015613
17/09/2008	Sim	-0.069831	-0.048269	-0.027507	0.037466
21/01/2008	Sim	-0.068315	-0.060757	-0.054704	-0.043067
27/10/2008	Sim	-0.067213	-0.068732	-0.070172	-0.074398
21/11/2008	Não	-0.066654	-0.066654	-0.066654	-0.066654
05/11/2008	Não	-0.063300	-0.063300	-0.063300	-0.063300
Hedge ->	17/20	Delta médio ->	0.025728	0.031604	0.077153

Tabela 22 – Melhores semanas (5D) da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
03/11/2008	Não	0.261941	0.261941	0.261941	0.261941
04/03/2016	Não	0.165617	0.165617	0.165617	0.165617
30/03/2020	Sim	0.160534	0.090876	0.089859	-0.002427
28/11/2008	Não	0.157897	0.157897	0.157897	0.157897
06/01/2009	Não	0.132535	0.132535	0.132535	0.132535
13/04/2020	Sim	0.125500	0.098714	0.094996	0.060655
06/05/2009	Redução	0.116820	0.106457	0.106457	0.106457
15/08/2011	Redução	0.115955	0.059137	0.059137	0.059137
25/03/2020	Sim	0.113772	0.094459	0.093784	0.068498
12/12/2008	Não	0.107878	0.107878	0.107878	0.107878
30/01/2008	Sim	0.105833	0.099589	0.093658	0.083139
08/04/2020	Sim	0.102474	0.109589	0.109807	0.119121
13/04/2016	Não	0.099911	0.099911	0.099911	0.099911
08/06/2020	Não	0.096976	0.096976	0.096976	0.096976
09/11/2020	Não	0.096930	0.096930	0.096930	0.096930
23/03/2009	Sim	0.094618	0.076697	0.059139	-0.006781
01/09/2011	Redução	0.093068	0.075838	0.075838	0.075838
27/10/2011	Não	0.092937	0.092937	0.092937	0.092937
08/10/2018	Não	0.090650	0.090650	0.090650	0.090650
06/10/2022	Sim	0.087937	0.082034	0.083624	0.075049
Hedge ->	10/20	Delta médio ->	-0.011156	-0.012510	-0.023891

Tabela 23 – Piores semanas (5D) da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
12/03/2020	Sim	-0.342532	-0.167482	-0.132791	0.187514
27/10/2008	Sim	-0.292620	-0.242591	-0.193205	-0.048662
08/10/2008	Sim	-0.254903	-0.200086	-0.162844	-0.019220
18/03/2020	Sim	-0.241539	-0.196633	-0.199812	-0.140059
08/08/2011	Redução	-0.184610	-0.091145	-0.091145	-0.091145
21/01/2008	Sim	-0.146576	-0.137266	-0.129805	-0.115502
21/11/2008	Não	-0.135605	-0.135605	-0.135605	-0.135605
03/10/2008	Sim	-0.131683	-0.117636	-0.108940	-0.073313
09/09/2008	Sim	-0.116216	-0.106367	-0.098865	-0.073303
23/03/2020	Sim	-0.112908	-0.034792	-0.035971	0.070386
28/02/2020	Sim	-0.112003	-0.086663	-0.086635	-0.047546
20/05/2010	Não	-0.107375	-0.107375	-0.107375	-0.107375
22/05/2017	Sim	-0.104603	-0.028919	-0.029860	0.110612
21/10/2014	Não	-0.101184	-0.101184	-0.101184	-0.101184
17/05/2012	Não	-0.099675	-0.099675	-0.099675	-0.099675
07/07/2008	Sim	-0.095626	-0.084259	-0.073340	-0.052950
12/11/2008	Não	-0.094629	-0.094629	-0.094629	-0.094629
04/09/2008	Sim	-0.092350	-0.082788	-0.075494	-0.050888
23/12/2008	Não	-0.092205	-0.092205	-0.092205	-0.092205
02/03/2009	Sim	-0.092098	-0.101951	-0.112703	-0.146272
Hedge ->	14/20	Delta médio ->	0.032084	0.039443	0.091496

Tabela 24 – Melhores meses (21D) da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
04/03/2016	Não	0.240398	0.240398	0.240398	0.240398
23/04/2020	Sim	0.225799	0.131361	0.123728	0.001156
04/05/2009	Sim	0.208319	0.214888	0.221467	0.250867
29/03/2016	Não	0.206926	0.206926	0.206926	0.206926
09/06/2020	Sim	0.201829	0.200007	0.199400	0.197939
06/01/2009	Não	0.186085	0.186085	0.186085	0.186085
25/02/2008	Sim	0.181079	0.158566	0.134559	0.093484
07/04/2009	Sim	0.176291	0.174979	0.173275	0.169557
01/12/2020	Não	0.170338	0.170338	0.170338	0.170338
25/11/2008	Não	0.167799	0.167799	0.167799	0.167799
12/08/2022	Sim	0.159693	0.120921	0.126658	0.069200
06/09/2011	Redução	0.151110	0.079926	0.079926	0.079926
16/05/2008	Não	0.150203	0.150203	0.150203	0.150203
07/11/2011	Não	0.148804	0.148804	0.148804	0.148804
12/08/2009	Não	0.146585	0.146585	0.146585	0.146585
28/05/2009	Redução	0.146308	0.122932	0.122932	0.122932
26/07/2016	Não	0.142414	0.142414	0.142414	0.142414
14/04/2014	Não	0.137556	0.137556	0.137556	0.137556
25/01/2019	Não	0.137417	0.137417	0.137417	0.137417
16/10/2018	Não	0.127865	0.127865	0.127865	0.127865
Hedge ->	8/20	Delta médio ->	-0.012342	-0.013424	-0.023268

Tabela 25 – Piores meses (21D) da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
23/03/2020	Sim	-0.605907	-0.397080	-0.362582	0.000626
27/10/2008	Sim	-0.545373	-0.419295	-0.312466	0.036949
08/08/2011	Redução	-0.234225	-0.112281	-0.112281	-0.112281
06/10/2008	Sim	-0.210015	-0.140584	-0.080101	0.119509
24/06/2013	Não	-0.203699	-0.203699	-0.203699	-0.203699
15/06/2018	Não	-0.201310	-0.201310	-0.201310	-0.201310
04/07/2008	Sim	-0.181910	-0.168291	-0.155179	-0.130434
20/05/2010	Redução	-0.174962	-0.157358	-0.157358	-0.157358
19/01/2016	Sim	-0.173371	-0.175522	-0.174739	-0.177331
01/10/2014	Não	-0.157838	-0.157838	-0.157838	-0.157838
19/11/2008	Sim	-0.155981	-0.107436	-0.059532	0.080655
05/06/2012	Redução	-0.154021	-0.132758	-0.132758	-0.132758
23/01/2008	Sim	-0.151361	-0.149571	-0.147612	-0.143822
10/05/2022	Sim	-0.142168	-0.115357	-0.121890	-0.081254
03/10/2011	Não	-0.134749	-0.134749	-0.134749	-0.134749
04/07/2022	Sim	-0.130841	-0.130465	-0.130470	-0.129912
19/08/2008	Sim	-0.124855	-0.131172	-0.136881	-0.147253
27/10/2014	Não	-0.124724	-0.124724	-0.124724	-0.124724
28/07/2008	Sim	-0.123137	-0.113742	-0.104467	-0.088743
09/09/2008	Sim	-0.122005	-0.108768	-0.098559	-0.064485
Hedge ->	15/20	Delta médio ->	0.033523	0.047163	0.105112

Tabela 26 – Melhores 3 meses (63D) da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
02/06/2009	Sim	0.398958	0.368478	0.369882	0.379700
24/06/2020	Sim	0.395166	0.326654	0.326511	0.237401
28/04/2016	Não	0.370471	0.370471	0.370471	0.370471
13/10/2009	Redução	0.279703	0.227799	0.227799	0.227799
08/01/2021	Sim	0.269525	0.269104	0.268970	0.268562
26/01/2009	Sim	0.268715	0.271839	0.276434	0.285704
18/09/2017	Sim	0.223574	0.183389	0.194076	0.166606
19/03/2012	Redução	0.202791	0.177788	0.177788	0.177788
08/09/2016	Não	0.197799	0.197799	0.197799	0.197799
06/05/2015	Não	0.196678	0.196678	0.196678	0.196678
16/06/2014	Não	0.194676	0.194676	0.194676	0.194676
08/11/2011	Redução	0.192953	0.121768	0.121768	0.121768
21/10/2022	Sim	0.192538	0.164751	0.168297	0.127300
23/04/2008	Sim	0.189997	0.195063	0.201528	0.213303
26/06/2023	Sim	0.188526	0.181911	0.180344	0.171017
03/09/2014	Não	0.181780	0.181780	0.181780	0.181780
12/03/2018	Sim	0.181350	0.134694	0.148401	0.094121
19/09/2013	Redução	0.181190	0.164344	0.164344	0.164344
06/12/2018	Não	0.173272	0.173272	0.173272	0.173272
28/12/2023	Sim	0.161327	0.160409	0.160311	0.158870
Hedge ->	14/20	Delta médio ->	-0.018916	-0.016993	-0.026602

Tabela 27 – Piores 3 meses (63D) da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
27/10/2008	Sim	-0.712117	-0.529946	-0.368286	0.142420
23/03/2020	Sim	-0.593938	-0.433343	-0.402871	-0.101468
18/08/2008	Sim	-0.321080	-0.309114	-0.297415	-0.274421
25/05/2020	Sim	-0.307616	-0.167300	-0.132945	0.141152
29/12/2008	Sim	-0.290264	-0.164003	-0.056343	0.294672
08/08/2011	Redução	-0.287464	-0.129457	-0.129457	-0.129457
01/06/2012	Redução	-0.238426	-0.152686	-0.152686	-0.152686
26/01/2016	Sim	-0.230318	-0.237636	-0.232864	-0.239075
15/12/2014	Não	-0.228825	-0.228825	-0.228825	-0.228825
09/07/2013	Não	-0.215441	-0.215441	-0.215441	-0.215441
05/07/2022	Sim	-0.210128	-0.185620	-0.191564	-0.154729
25/08/2015	Sim	-0.196853	-0.096002	-0.128335	0.009641
18/06/2018	Não	-0.195470	-0.195470	-0.195470	-0.195470
28/10/2021	Sim	-0.173050	-0.139885	-0.136815	-0.093697
21/01/2008	Sim	-0.163692	-0.156890	-0.152199	-0.142840
05/07/2010	Redução	-0.158089	-0.140485	-0.140485	-0.140485
03/02/2014	Não	-0.157386	-0.157386	-0.157386	-0.157386
17/04/2013	Redução	-0.154669	-0.149199	-0.149199	-0.149199
11/10/2011	Redução	-0.119459	-0.076284	-0.076284	-0.076284
02/05/2023	Sim	-0.113498	-0.129242	-0.133868	-0.151620
Hedge ->	16/20	Delta médio ->	0.053678	0.069452	0.152629

Tabela 28 – Melhores 6 meses (126D) da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
27/05/2009	Sim	0.505190	0.485880	0.476753	0.457440
22/09/2020	Sim	0.425597	0.357086	0.356943	0.267832
27/07/2016	Não	0.416192	0.416192	0.416192	0.416192
30/09/2009	Sim	0.407566	0.359316	0.365895	0.395295
06/02/2012	Redução	0.292796	0.209673	0.209673	0.209673
19/03/2019	Sim	0.287744	0.277355	0.272390	0.258989
03/09/2014	Não	0.283138	0.283138	0.283138	0.283138
26/01/2018	Sim	0.274327	0.243053	0.248576	0.214603
05/05/2021	Sim	0.241067	0.289213	0.298207	0.356279
30/11/2016	Sim	0.233544	0.220558	0.219849	0.200630
09/03/2010	Redução	0.222316	0.100634	0.100634	0.100634
30/05/2008	Sim	0.206152	0.212864	0.220777	0.235674
19/11/2010	Redução	0.197492	0.179964	0.179964	0.179964
20/09/2017	Sim	0.187965	0.196093	0.217302	0.300391
11/11/2019	Sim	0.185446	0.105911	0.062437	-0.025516
22/09/2023	Sim	0.169449	0.196670	0.200321	0.242863
23/01/2013	Redução	0.155658	0.148608	0.148608	0.148608
12/01/2023	Sim	0.151554	0.160386	0.159803	0.183823
16/05/2017	Sim	0.148881	0.116012	0.118439	0.066487
22/06/2015	Não	0.136149	0.136149	0.136149	0.136149
Hedge ->	17/20	Delta médio ->	-0.021673	-0.021808	-0.024954

Tabela 29 – Piores 6 meses (126D) da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
27/10/2008	Sim	-0.835383	-0.648254	-0.481417	0.036947
23/03/2020	Sim	-0.500084	-0.333595	-0.309293	-0.000097
02/03/2009	Sim	-0.420260	-0.256731	-0.114371	0.345473
05/07/2013	Redução	-0.336753	-0.317546	-0.317546	-0.317546
18/01/2016	Sim	-0.321861	-0.231099	-0.261507	-0.130845
04/10/2011	Redução	-0.320515	-0.233693	-0.233693	-0.233693
01/12/2021	Sim	-0.241228	-0.210139	-0.207090	-0.166438
04/03/2015	Não	-0.203162	-0.203162	-0.203162	-0.203162
17/03/2014	Redução	-0.175950	-0.192797	-0.192797	-0.192797
25/07/2012	Redução	-0.172087	-0.106175	-0.106175	-0.106175
25/08/2015	Sim	-0.152324	-0.051473	-0.083807	0.054169
06/04/2023	Sim	-0.150509	-0.096027	-0.101560	-0.008304
17/08/2020	Sim	-0.149560	-0.015532	0.018623	0.283313
20/05/2010	Redução	-0.146984	-0.174449	-0.174449	-0.174449
11/09/2018	Não	-0.145903	-0.145903	-0.145903	-0.145903
19/05/2011	Redução	-0.126554	-0.105271	-0.105271	-0.105271
29/09/2022	Sim	-0.108467	-0.123189	-0.122810	-0.145343
18/06/2024	Não	-0.089584	-0.089584	-0.089584	-0.089584
20/02/2013	Redução	-0.056547	-0.054307	-0.054307	-0.054307
08/11/2013	Redução	-0.050158	-0.067005	-0.067005	-0.067005
Hedge ->	17/20	Delta médio ->	0.052397	0.067537	0.164143

Tabela 30 – Melhores anos (252D) da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
25/11/2009	Sim	0.776249	0.663715	0.654588	0.635274
25/03/2021	Sim	0.581866	0.561143	0.570582	0.538816
25/01/2017	Sim	0.562955	0.549968	0.549260	0.530041
19/06/2019	Sim	0.362355	0.291864	0.260037	0.183831
19/04/2018	Sim	0.311928	0.304971	0.324739	0.376571
27/03/2024	Sim	0.265395	0.316790	0.325050	0.405164
17/07/2023	Sim	0.206936	0.225384	0.223922	0.262367
29/08/2014	Redução	0.205127	0.188281	0.188281	0.188281
18/08/2010	Redução	0.202880	0.096784	0.096784	0.096784
07/08/2012	Redução	0.170674	0.164411	0.164411	0.164411
04/11/2022	Sim	0.133279	0.117133	0.117579	0.089704
04/03/2020	Sim	0.129323	0.020179	-0.028150	-0.152931
08/05/2015	Não	0.073484	0.073484	0.073484	0.073484
20/05/2011	Redução	0.072960	0.075105	0.075105	0.075105
17/03/2016	Sim	0.041416	0.158857	0.122357	0.288164
21/05/2013	Redução	0.040387	0.054004	0.054004	0.054004
25/02/2022	Sim	0.025123	0.079766	0.076416	0.151096
11/12/2024	Sim	0.024926	0.092158	0.086502	0.157892
19/01/2009	Sim	-0.324433	-0.132238	0.041064	0.571204
Hedge ->	18/19	Delta médio ->	0.002049	0.005957	0.043496

Tabela 31 – Piores anos (252D) da estratégia long-only e performance das estratégias

Data	Hedge	Long-Only	Notional	Beta	Volatility
27/10/2008	Sim	-0.750439	-0.551443	-0.373449	0.166049
23/03/2020	Sim	-0.387557	-0.296257	-0.306356	-0.079326
08/08/2011	Redução	-0.335873	-0.195394	-0.195394	-0.195394
01/09/2015	Sim	-0.308247	-0.190002	-0.228167	-0.064900
14/07/2022	Sim	-0.289595	-0.234195	-0.233526	-0.166666
03/02/2014	Redução	-0.255404	-0.272251	-0.272251	-0.272251
14/07/2009	Sim	-0.221905	-0.083612	0.059859	0.532028
21/03/2013	Redução	-0.197770	-0.119242	-0.119242	-0.119242
24/03/2023	Sim	-0.186174	-0.156764	-0.159724	-0.105177
04/06/2012	Redução	-0.186065	-0.053430	-0.053430	-0.053430
17/05/2016	Sim	-0.118731	-0.001290	-0.037789	0.128017
27/12/2024	Sim	-0.109488	0.013678	-0.008199	0.123962
23/10/2014	Não	-0.089114	-0.089114	-0.089114	-0.089114
26/02/2021	Sim	-0.032600	0.123412	0.163401	0.451273
29/11/2010	Redução	-0.000131	-0.035519	-0.035519	-0.035519
13/09/2018	Sim	0.004932	0.001772	-0.000284	-0.012626
30/01/2024	Sim	0.108781	0.148478	0.152851	0.220113
24/05/2019	Sim	0.123638	0.100295	0.092550	0.068389
09/11/2017	Sim	0.128166	0.148762	0.159690	0.245643
02/03/2017	Sim	0.383162	0.357631	0.356959	0.320559
Hedge ->	19/20	Delta médio ->	0.066797	0.079664	0.189140

No período de um dia, nota-se uma maior presença do *hedge* nos piores dias (17/20 - Tabela 21) do que nos melhores dias (12/20 - Tabela 20). Além disso, notamos que o valor absoluto do delta de performance é bastante superior nos piores dias. Em outras palavras, perde-se consideravelmente menos nos piores períodos do que deixa-se de ganhar nos melhores períodos. Essas duas observações são verificadas nas janelas de tempo mais curtas - até 1 mês (21 dias úteis). Isso demonstra que alguns efeitos explorados anteriormente são de fato verificados nas estratégias propostas - correlação consistentemente positiva, reversão à média das correlações e perfil de assimetria e curtose mais favorável na renda variável do que na renda fixa.

Nos períodos mais longos - de três meses a um ano - a presença do *hedge* é verificada em frequência semelhante nos melhores e piores dias - consistente com o *holding period* elevado do *hedge*. No entanto, o ganho de performance dos piores dias continua bastante superior à perda de performance nos melhores dias. No período de 1 ano, inclusive, nota-se na média um ganho de performance de todas as estratégias mesmo nos melhores períodos da carteira *long-only* (Tabela 31).

6 Implementação

A estratégia idealizada nos capítulos anteriores pressupõe operar vendido (*short*) em títulos públicos. Para tal, sugere-se o uso de duas formas para implementar a estratégia: por meio de derivativos ou utilizando *Exchange Traded Funds* (ETFs).

6.1 Derivativos: Futuros e Swaps

Uma alternativa bastante utilizada pelo mercado brasileiro para se expor na classe de renda fixa são os derivativos. Essa seção trata de dois instrumentos que podem ser utilizados para tal: futuros e *swaps*.

6.1.1 Futuros

Para negociar taxas de juros reais por meio de futuros na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), utilizam-se os contratos futuros de cupom de IPCA, cujo *ticker* é DAP. Como detalhado na página da B3 sobre futuros de cupom IPCA (B3, 2025):

"O contrato funciona como uma ferramenta de proteção contra flutuações da taxa de juro real brasileira. O cupom de IPCA é a taxa de juro real calculada pela diferença entre a taxa média dos depósitos interfinanceiros de um dia (DI) e a inflação medida pelo Índice de Preço ao Consumidor Amplo (IPCA), calculado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Considerando um título sem pagamento de fluxos de juros intermediários, ou seja, sem pagamento de cupom, o Contrato Futuro de Cupom de IPCA se mostra um instrumento de proteção equivalente, pois ele replica o valor presente de um financeiro descontado por uma taxa de juro real. O contrato é negociado em taxa de juro real “limpa”, ou seja, desconsiderando a inflação acumulada da última divulgação até a data de negociação. Assim, a variação de inflação até o vencimento do contrato a ser considerada para cálculo da taxa real é baseada no valor do Índice IPCA pro rata do dia de negociação."

Vale notar que, por ser um futuro, não há dispêndio de recursos na compra ou venda dos ativos. Dessa forma, não se investem os recursos provenientes da venda em instrumentos pós-fixados. Essa correção, no entanto, é feita na mecânica de ajustes diários do próprio contrato - como demonstram as fórmulas de cálculo - (6.1), (6.2) e (6.3). Especificamente, o ajuste pelo DI contra o IPCA é realizado pelo termo FC_t , da fórmula (6.3):

$$AD_t = [PA_t - (PA_{t-1} \times FC_t)] \times M \times PRT_t \times N, \text{ sendo:} \quad (6.1)$$

$$PRT_t = IPCA_{t-1} \times \left(1 + \frac{IPCA \text{ Proj}_t}{100}\right)^{\frac{dud_t}{du_m}} \quad (6.2)$$

$$FC_t = \frac{\prod_{j=1}^k \left(1 + \frac{DI_{t-j}}{100}\right)^{\frac{1}{252}}}{\frac{PRT_t}{PRT_{t-k}}} \quad (6.3)$$

Caso se deseje realizar o *hedge* utilizando juros nominais ao invés de juros reais, é possível utilizar os Contratos Futuros de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia, cujo ticker é DI1. Estes contratos, na data de escrita deste trabalho, possuem de forma geral maior liquidez que os contratos de DAP.

6.1.2 Swaps

Uma outra alternativa para implementar a estratégia é por meio de *swaps* - instrumentos em que se paga ou recebe, no final do contrato, a diferença entre duas taxas pré-acordadas. Para tal, é preciso que a ponta ativa do instrumento seja pós-fixada (Taxa DI) e a ponta passiva seja ou pré-fixada - seja em sua totalidade (taxa fixa) ou atrelada à inflação (IPCA + taxa fixa).

Os *swaps*, ao contrário dos futuros, são instrumentos de balcão - em que se acordam os termos do contrato diretamente com a contraparte. Como a estratégia descrita neste estudo necessita de dinamismo na entrada e saída de posições, é necessário assegurar as condições de liquidez dos *swaps*, assim como os *spreads* praticados pela contraparte.

6.2 ETFs

Outra alternativa é a utilização de ETFs de renda fixa, produto homologado na B3 a partir de 2018. Por meio destes ETFs, pode-se expor a diversos índices - inclusive os utilizados neste estudo. Um resumo dos ETFs disponíveis na data deste trabalho pode ser encontrado na Tabela 32.

Para replicar as estratégias, é preciso assumir uma posição vendida nos ETFs - dessa forma, ganha-se com a variação negativa do índice, assim como recebe-se o financeiro da venda e aplica-se esses recursos em instrumentos de caixa de curto prazo. O uso de ETFs para essa finalidade é viável desde novembro de 2021, quando a bolsa de valores brasileira (B3) passou a permitir o empréstimo deste instrumento.

Para implementar a estratégia descrita neste trabalho, utilizando o índice IMA-B 5+ para realizar o *hedge*, podem ser usados os ETFs B5MB11 e IB5M11.

Tabela 32 – ETFs de renda fixa negociados na B3

Código	Underlying
BDAP11	IDAP5 B3
FIXA11	S&P/BM&F Índice de Futuros de Taxa de Juros - DI 3 Anos ER
PACC11	IMA-B 5 P2
PACG11	IMA-B
DEBB11	Teva Debêntures DI
PACB11	ITBR IPCA Ultra Longo CE
IMBB11	IMA-B
B5MB11	IMA-B 5+
LFTB11	MarketVector Brazil Treasury 760 Day Target Duration Index
NTNS11	Teva Tesouro IPCA+ 0 a 4 anos
LFTS11	Teva Tesouro Selic
IMAB11	IMA-B
B5P211	IMA-B 5 P2
IB5M11	IMA-B 5+
IRFM11	IRF-M P2
IDKA11	IRF-M P3

7 Conclusão

Verificamos que o Brasil possui uma correlação entre renda fixa e renda variável persistentemente alta, com picos em períodos de estresse no mercado financeiro - caracterizando um efeito conhecido como *contagion*, oposto do efeito *flight-to-quality* verificado em países desenvolvidos. Isso se deve à percepção dos agentes econômicos de um risco de crédito soberano elevado. Adicionalmente, verifica-se assimetria mais negativa e maior curtose nas distribuições estatísticas de retornos dos índices de renda fixa frente aos de renda variável, apesar da maior média e menor variância.

Utilizando esses fatos, propõe-se uma estratégia de *hedge* para um portfólio sempre comprado em ações. Verifica-se um desempenho absoluto melhor que os *benchmarks* de renda fixa e renda variável, além de uma redução significativa nas métricas de risco se comparado a uma carteira *long-only*.

Como próximos passos, é possível refinar a estratégia proposta de algumas formas. Primeiramente, uma opção é o refinamento do cálculo da volatilidade dos índices, utilizada para dimensionar as posições de *hedge*. Para tal, pode ser utilizado um modelo do tipo *Generalized Autoregressive conditional heteroskedasticity* (GARCH), amplamente utilizado para esse propósito (Engle (2001) / Francq e Zakoian (2019)). Além disso, outra parte que pode ser refinada é a regra de encerramento do *hedge*, podendo incorporar métricas adicionais - baseadas, por exemplo, em tempo de exposição máximo ou medidas de risco. Em termos de *backtest* e implementação, é importante estabelecer parâmetros de custos e liquidez da estratégia, de forma a garantir a aderência dos resultados realizados com os previstos.

Referências

ATHAYDE, G. M. D.; FLÔRES, R. G. Incorporating skewness and kurtosis in portfolio optimization: A multidimensional efficient set. In: *Advances in portfolio construction and implementation*. [S.l.]: Elsevier, 2003. p. 243–257.

B3. *Futuro de Cupom IPCA*. 2025. Acessado em: 30 de janeiro de 2025. Disponível em: <https://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/juros/futuro-de-cupom-ipca.htm>.

BAUR, D.; LUCEY, B. M. Flight-to-quality or contagion? an empirical analysis of stock-bond correlations. *Institute for International Integration Studies Discussion Paper*, v. 122, 2006.

BRIXTON, A. et al. A changing stock-bond correlation: Drivers and implications. *Journal of Portfolio Management*, v. 49, n. 4, 2023.

CARDOSO, R.; GARCIA, M. *Bonds and Stocks Returns Comovements in Brazil: Are they Different from those in the US?* Tese (Doutorado) — PUC-Rio, 2024.

CHANG, B. Y.; CHRISTOFFERSEN, P.; JACOBS, K. Market skewness risk and the cross section of stock returns. *Journal of Financial Economics*, v. 107, n. 1, p. 46–68, 2013.

CHRISTIANSEN, C.; SAVVA, C. S. *Government bond market risk-return trade-off*. 2022. Available at SSRN 4251282. Disponível em: <<https://ssrn.com/abstract=4251282>>.

DENDRAMIS, Y.; KAPETANIOS, G.; TZAVALLIS, E. Level shifts in stock returns driven by large shocks. *Journal of Empirical Finance*, v. 29, p. 41–51, 2014.

ELTON, E. J. et al. *Modern portfolio theory and investment analysis*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009.

ENGLE, R. Garch 101: The use of arch/garch models in applied econometrics. *Journal of economic perspectives*, American Economic Association, v. 15, n. 4, p. 157–168, 2001.

ENGLE, R. Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models. *Journal of business & economic statistics*, Taylor & Francis, v. 20, n. 3, p. 339–350, 2002.

FRANCQ, C.; ZAKOIAN, J.-M. *GARCH models: structure, statistical inference and financial applications*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2019.

J.P. Morgan. Reuters. riskmetrics–technical document. *World Wide Web*, <http://www.riskmetrics.com/rmcovv.html>, 1996.

JUNIOR, W. G. et al. Estimando o prêmio de mercado brasileiro/estimating the brazilian market premium. *Revista de Administração Contemporânea*, Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração, v. 15, n. 5, p. 931, 2011.

KILLICK, R.; FEARNHEAD, P.; ECKLEY, I. A. Optimal detection of changepoints with a linear computational cost. *Journal of the American Statistical Association*, v. 107, n. 500, p. 1590–1598, 2012.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952. ISSN 00221082, 15406261.

MERTON, R. C. An analytic derivation of the efficient portfolio frontier. *Journal of financial and quantitative analysis*, Cambridge University Press, v. 7, n. 4, p. 1851–1872, 1972.

MOLENAAR, R. et al. Empirical evidence on the stock–bond correlation. *Financial Analysts Journal*, p. 1–20, 2024.

PERICOLI, M. On risk factors of the stock–bond correlation. *International Finance*, v. 23, n. 3, p. 392–416, 2020.

PORTELLI, L.; RONCALLI, T. *Stock-Bond Correlation: Theory & Empirical Results*. 2024. Available at SSRN 4823094. Disponível em: <<https://ssrn.com/abstract=4823094>>.

SAVVA, C. S.; THEODOSSIOU, P. The risk and return conundrum explained: International evidence. *Journal of Financial Econometrics*, v. 16, n. 3, p. 486–521, 2018.

TACHIBANA, M. Flight-to-quality in the stock–bond return relation: a regime-switching copula approach. *Financial Markets and Portfolio Management*, v. 34, n. 4, p. 429–470, 2020.

TRUONG, C.; OUDRE, L.; VAYATIS, N. Selective review of offline change point detection methods. *Signal Processing*, v. 167, p. 107299, 2020.

WEISBERGER, N.; XU, X. Stock-bond correlation: A global perspective. *PGIM IAS-June*, 2022.

YOUNG, W. E.; TRENT, R. H. Geometric mean approximations of individual security and portfolio performance. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 4, n. 2, p. 179–199, 1969.

Apêndices

A Backtest para índices de renda variável

Figura A.1 – IBRA: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias

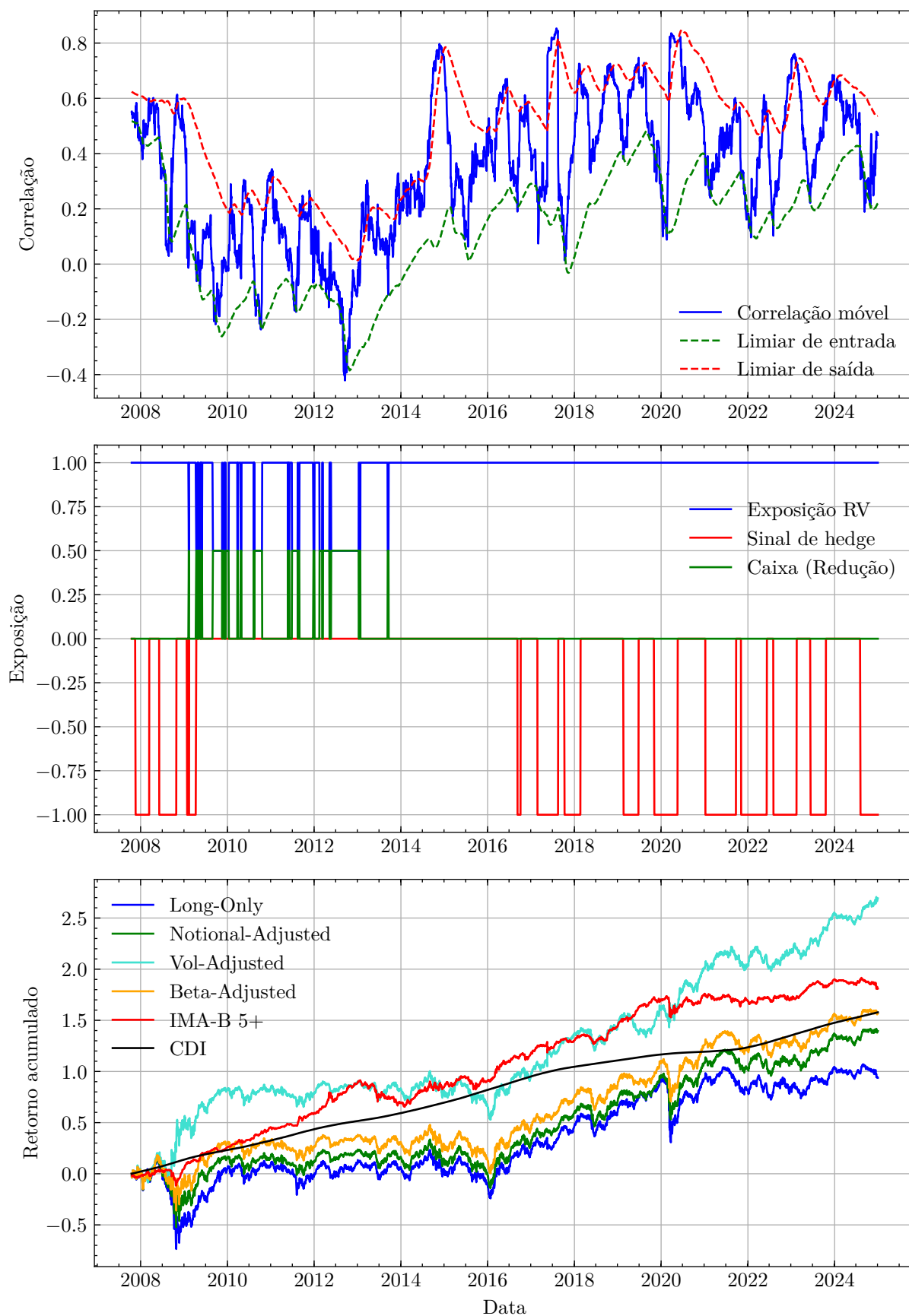
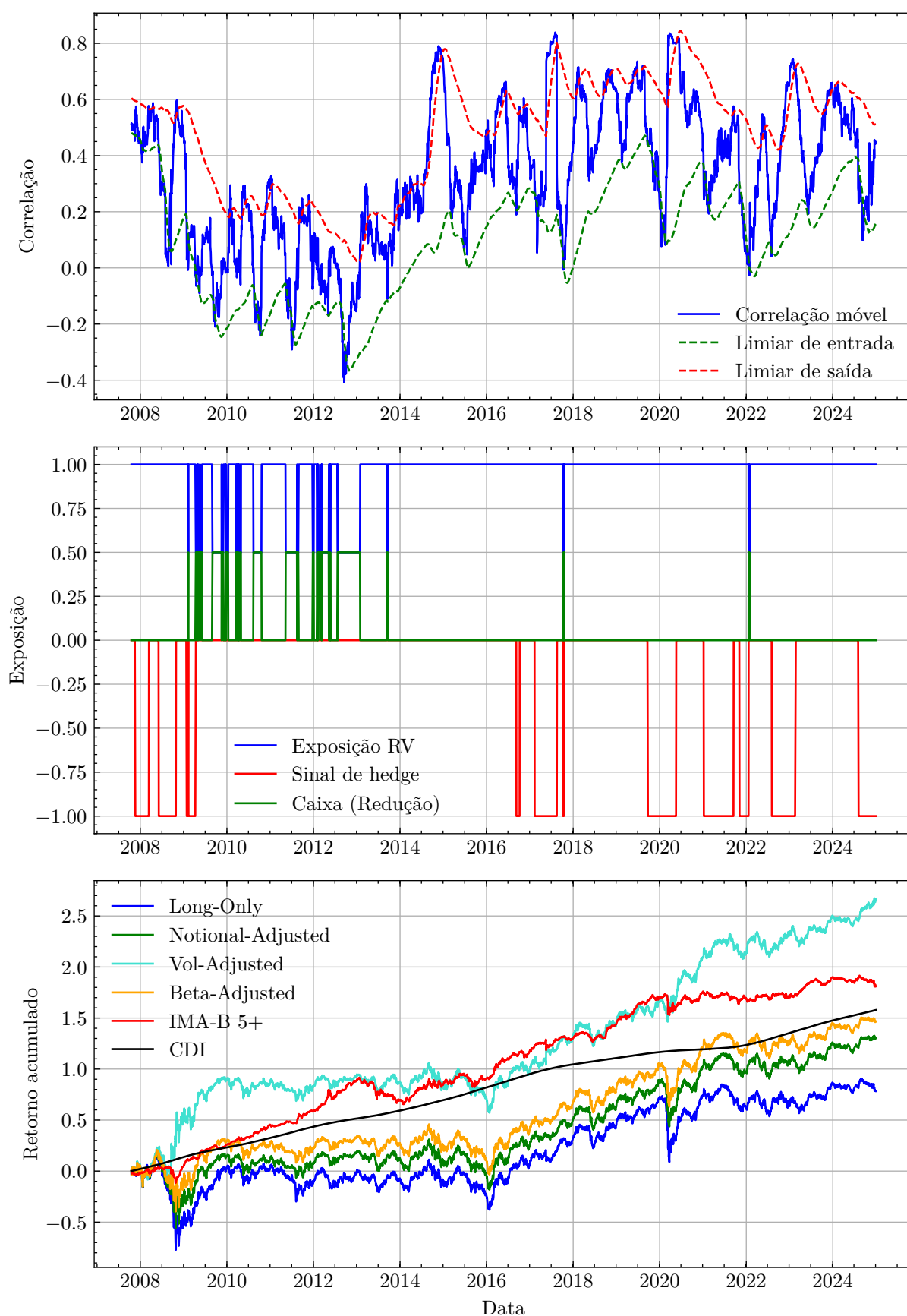
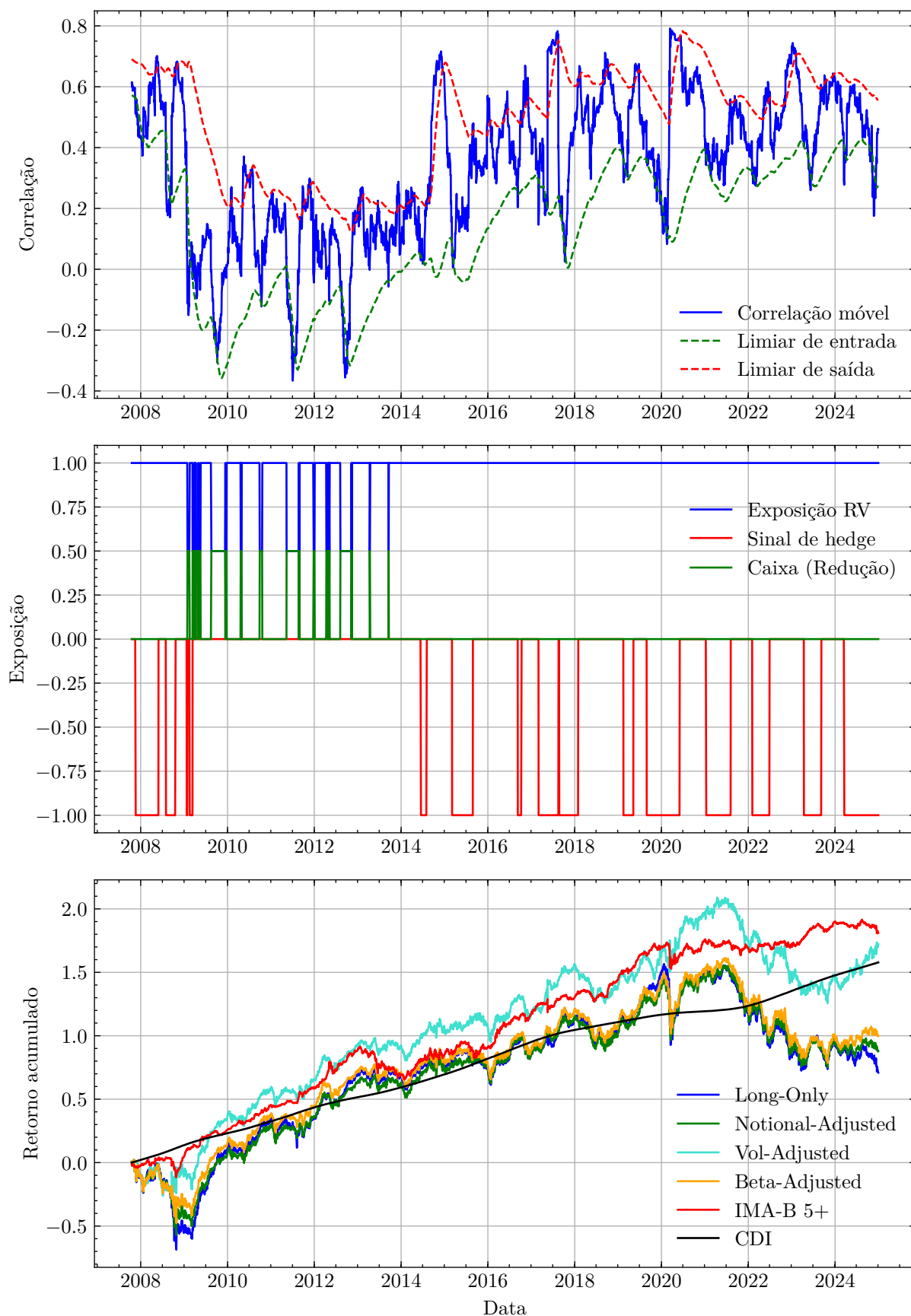


Figura A.2 – IBX 50: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias



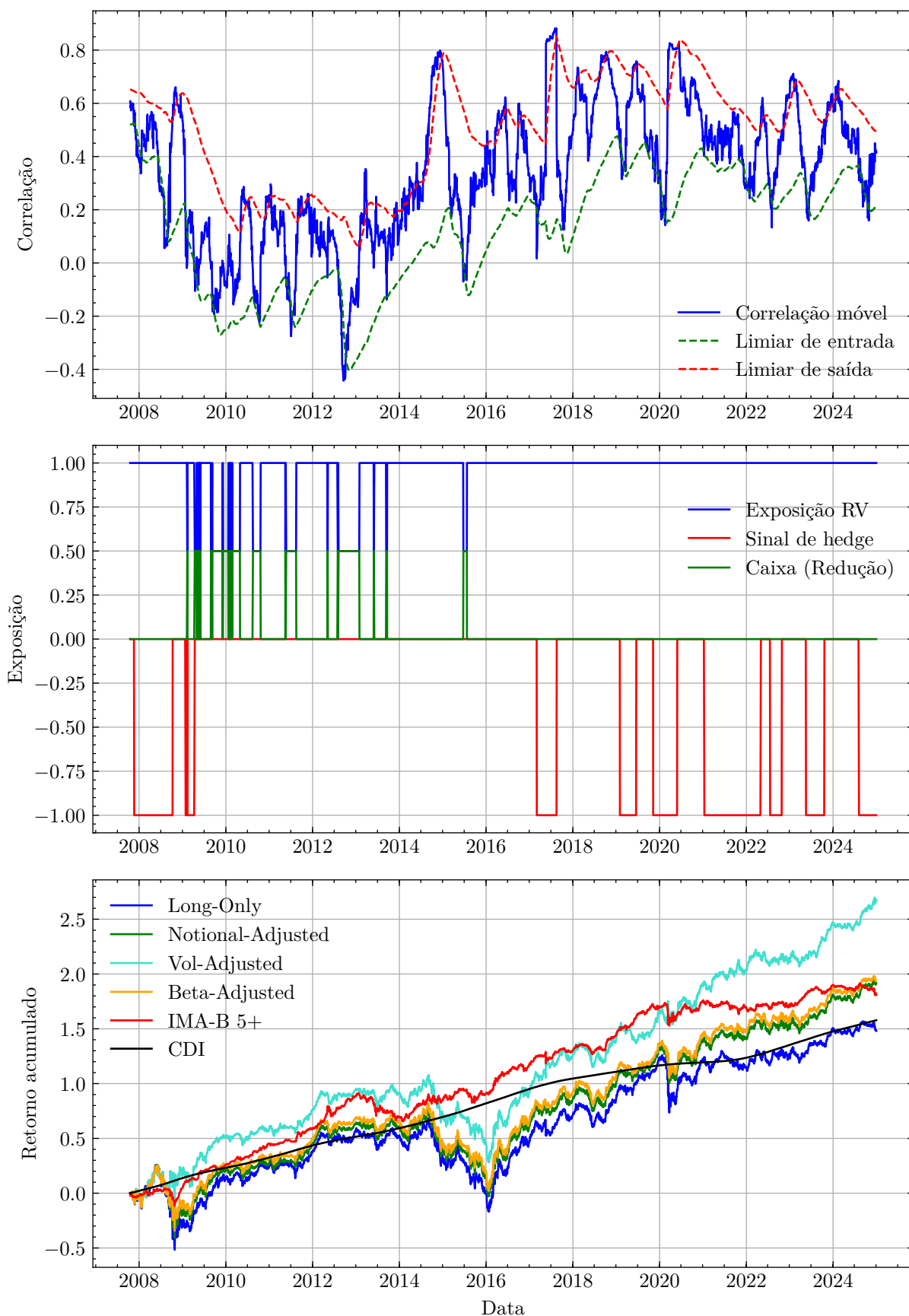
Fonte: Elaboração própria.

Figura A.3 – ICON: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias



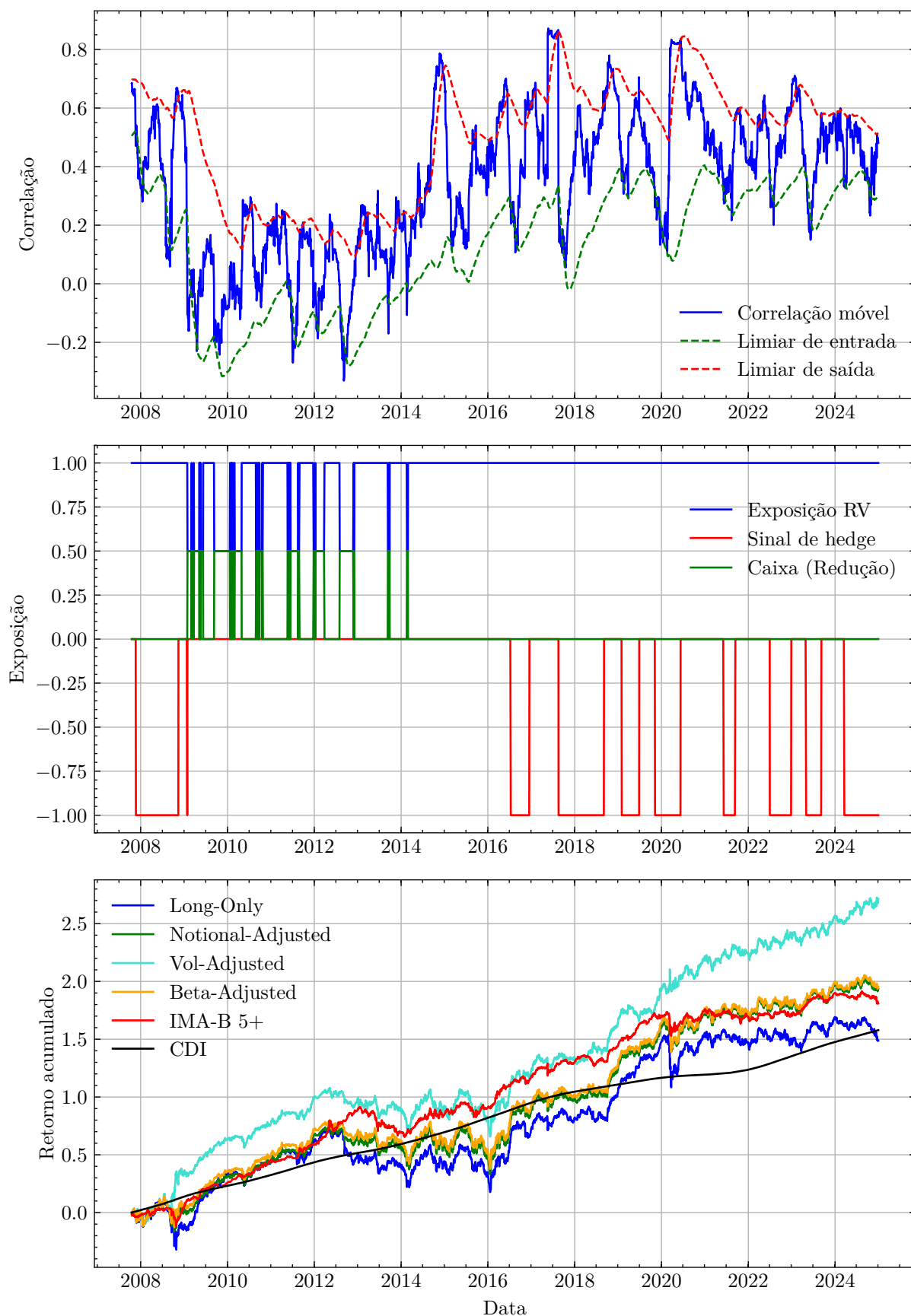
Fonte: Elaboração própria.

Figura A.4 – IDIV: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias



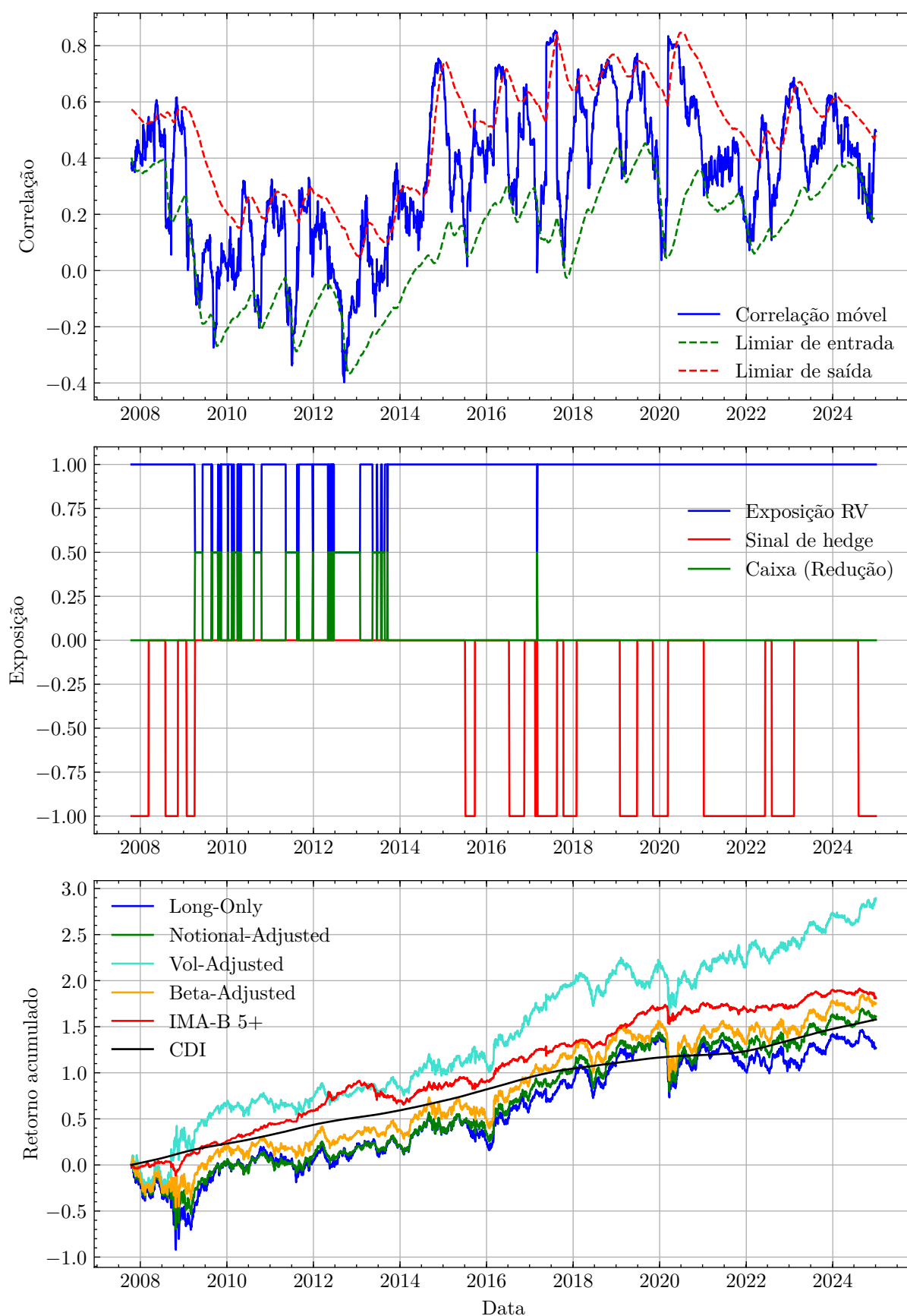
Fonte: Elaboração própria.

Figura A.5 – IEE: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias



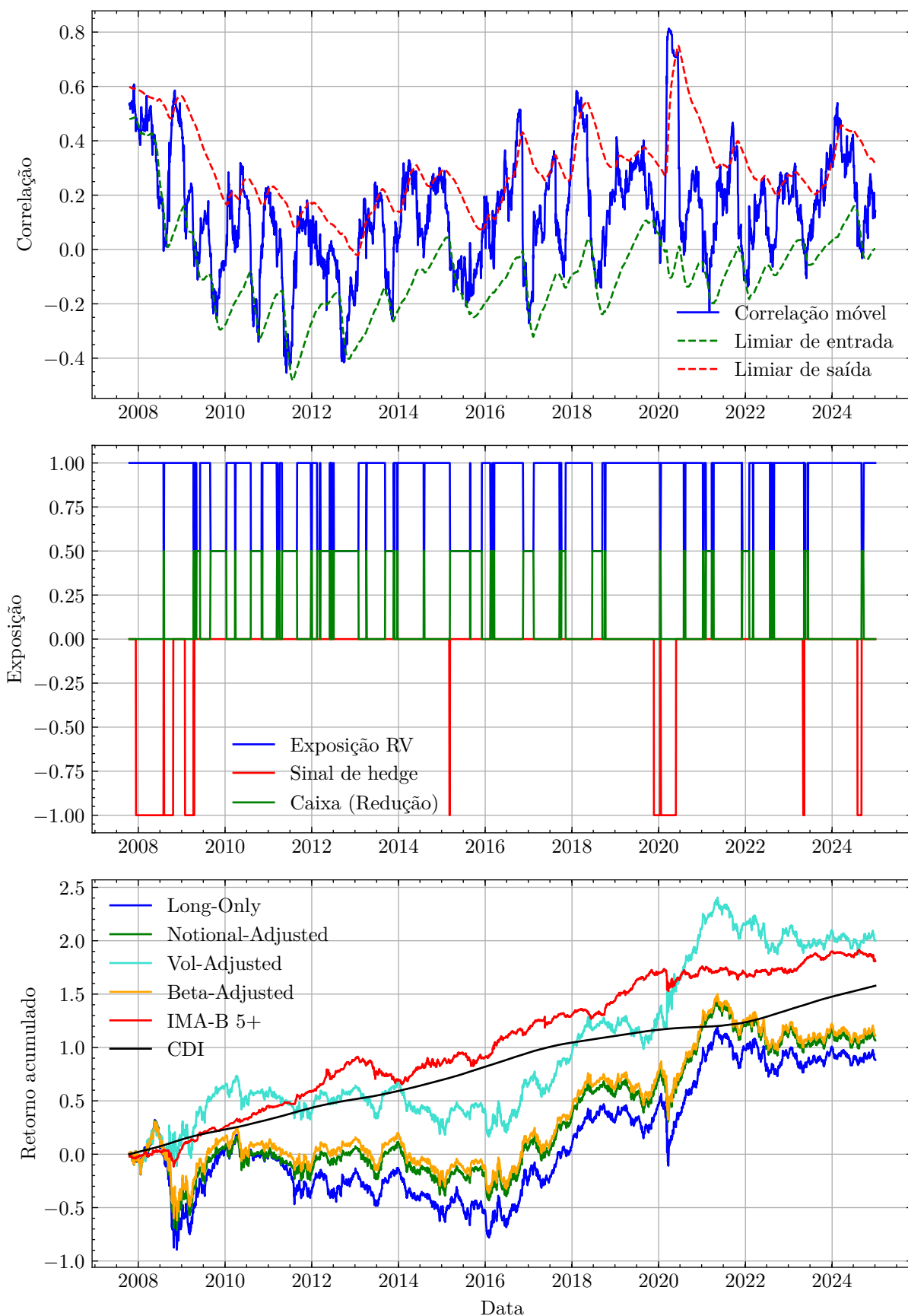
Fonte: Elaboração própria.

Figura A.6 – IFNC: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias



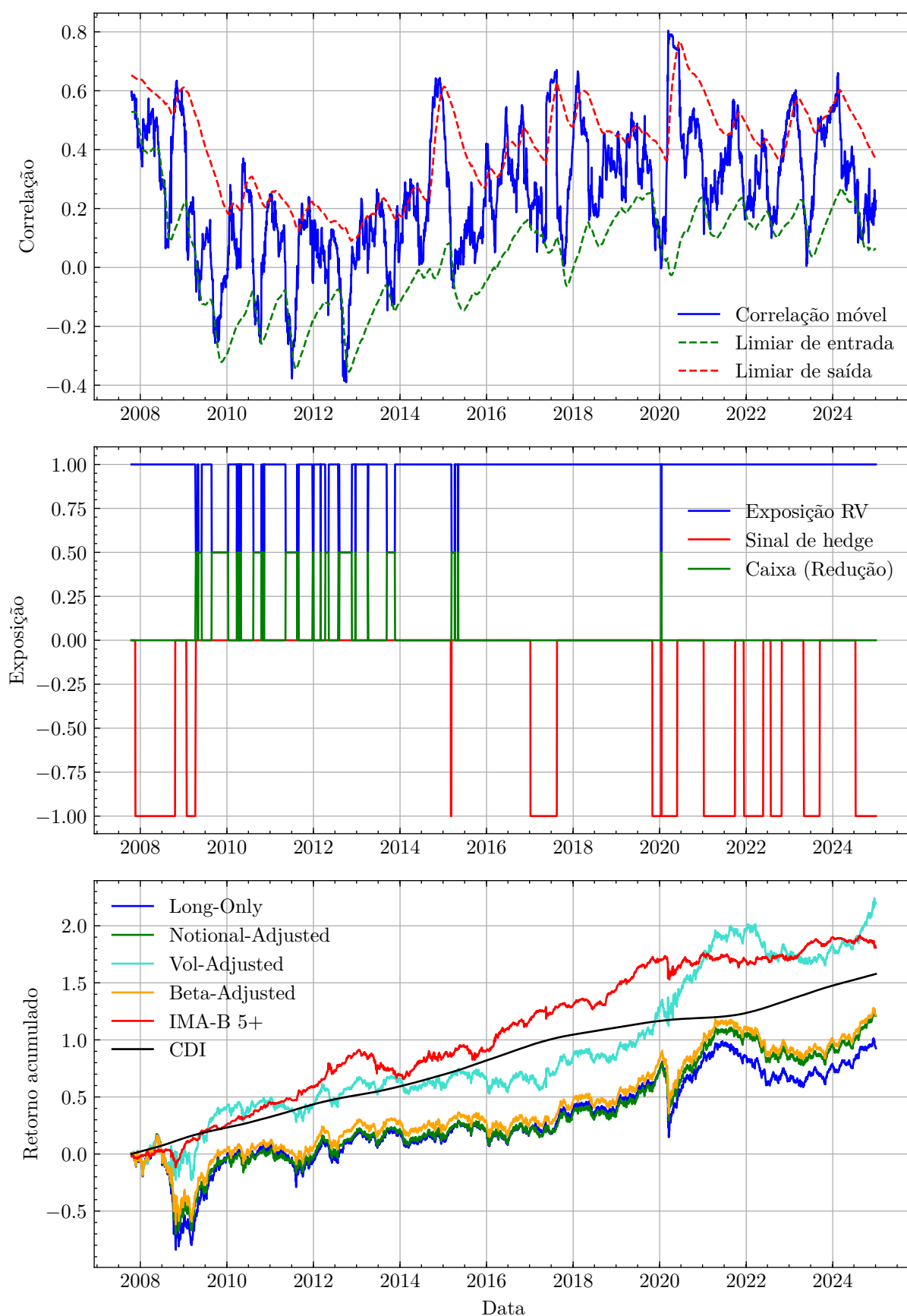
Fonte: Elaboração própria.

Figura A.7 – IMAT: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias



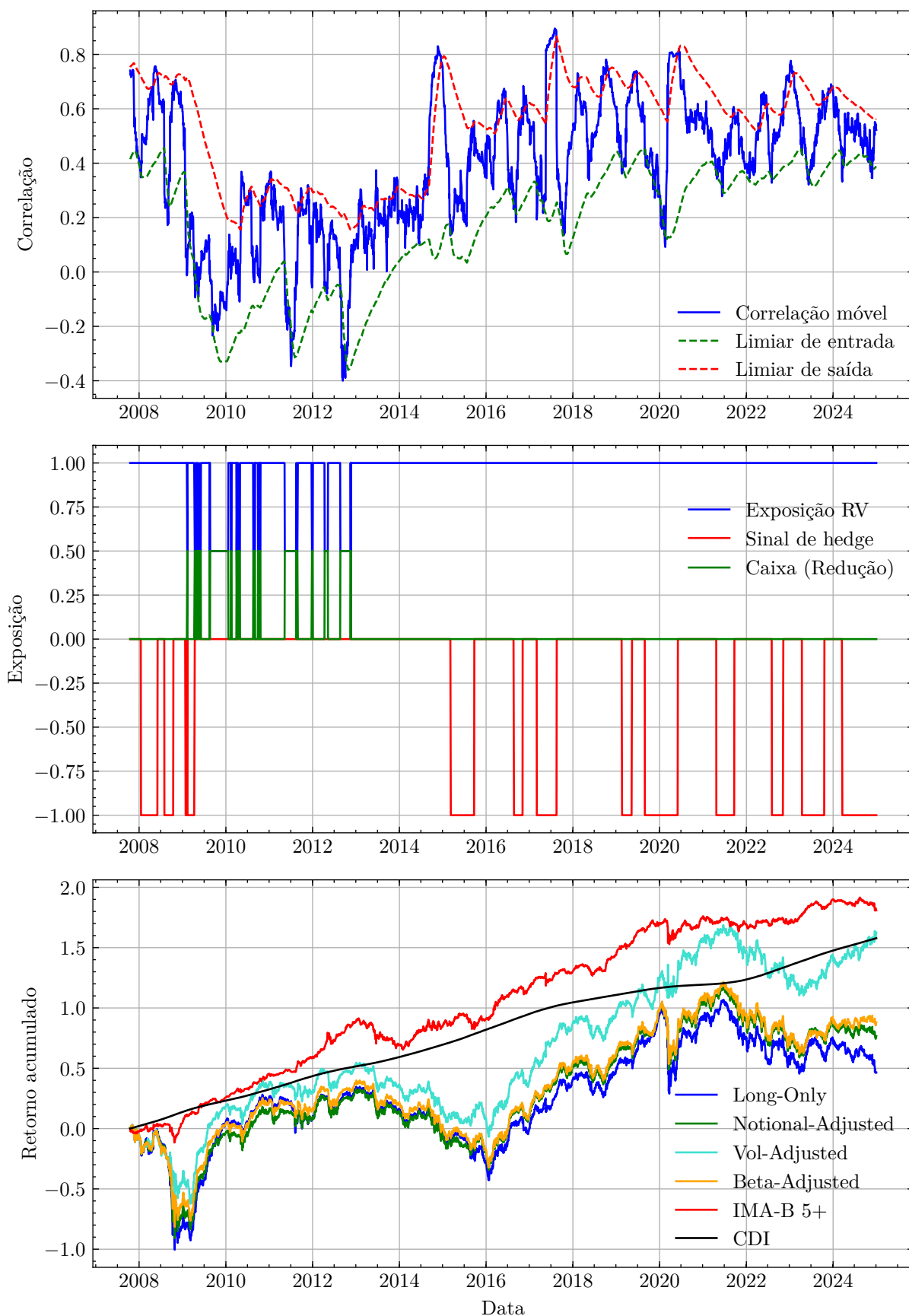
Fonte: Elaboração própria.

Figura A.8 – INDX: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias



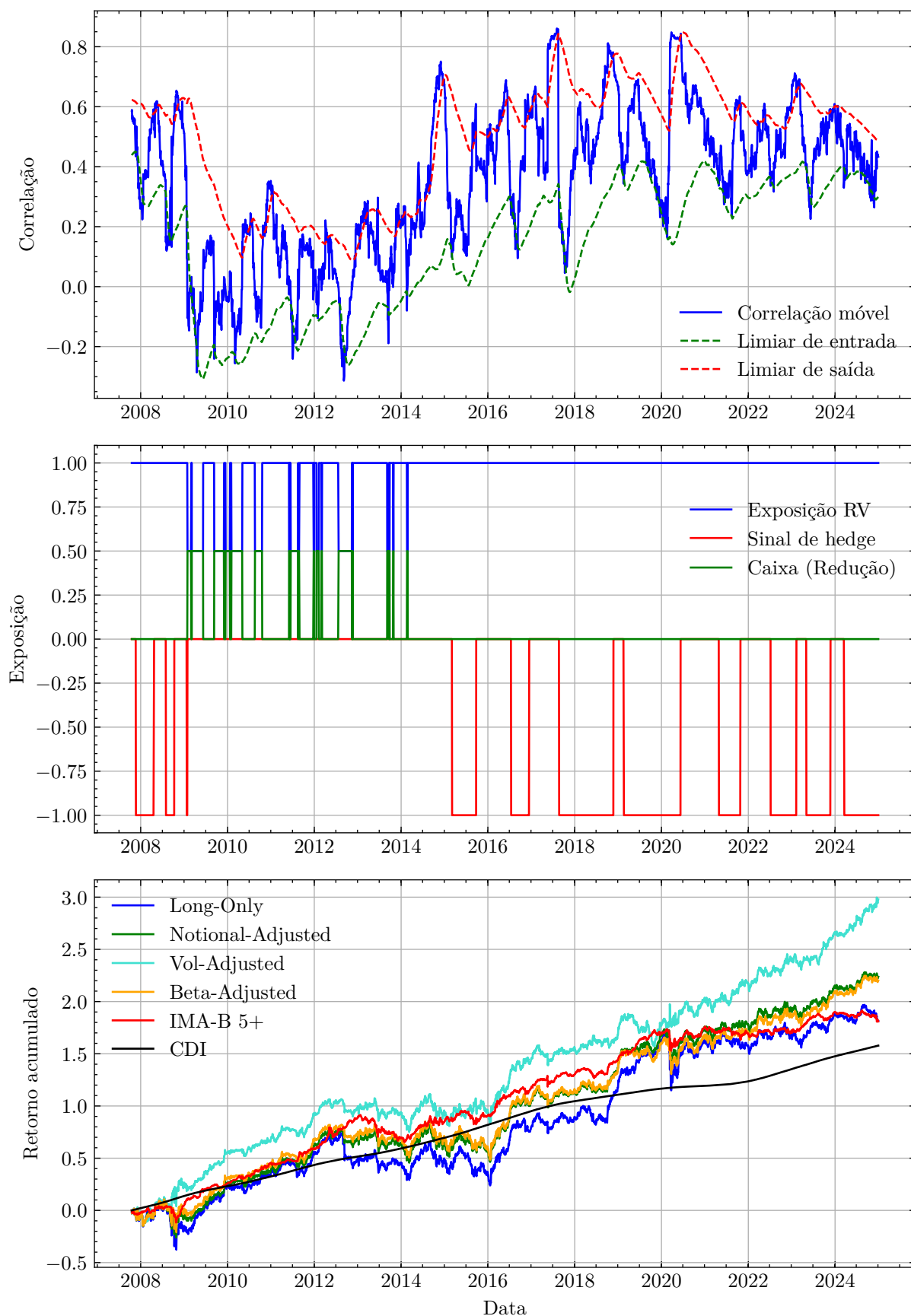
Fonte: Elaboração própria.

Figura A.9 – SMLL: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias



Fonte: Elaboração própria.

Figura A.10 – UTIL: Sinais de hedge, posições e resultado acumulado das estratégias



Fonte: Elaboração própria.

Tabela 33 – IBRA: Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Vol
Retorno excedente (a.a.)	-3.73%	-1.07%	-0.07%	6.50%
Volatilidade (a.a.)	25.57%	22.94%	22.82%	23.90%
Sharpe Ratio	-0.15	-0.05	-0.00	0.27
Sortino Ratio	-0.20	-0.06	-0.00	0.41
Max Drawdown	-59.18%	-50.09%	-41.92%	-37.78%
Calmar Ratio	-0.06	-0.02	-0.00	0.17

Tabela 34 – IBX 50: Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Vol
Retorno excedente (a.a.)	-4.64%	-1.58%	-0.64%	6.33%
Volatilidade (a.a.)	26.76%	24.32%	24.22%	25.40%
Sharpe Ratio	-0.17	-0.06	-0.03	0.25
Sortino Ratio	-0.24	-0.09	-0.04	0.38
Max Drawdown	-61.56%	-52.87%	-45.30%	-38.84%
Calmar Ratio	-0.08	-0.03	-0.01	0.16

Tabela 35 – ICON: Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Vol
Retorno excedente (a.a.)	-5.07%	-4.08%	-3.38%	0.84%
Volatilidade (a.a.)	24.23%	21.95%	21.89%	22.98%
Sharpe Ratio	-0.21	-0.19	-0.15	0.04
Sortino Ratio	-0.28	-0.25	-0.21	0.05
Max Drawdown	-57.55%	-55.25%	-56.32%	-56.58%
Calmar Ratio	-0.09	-0.07	-0.06	0.01

Tabela 36 – IDIV: Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Vol
Retorno excedente (a.a.)	-0.56%	1.98%	2.12%	6.40%
Volatilidade (a.a.)	23.78%	21.81%	21.80%	23.00%
Sharpe Ratio	-0.02	0.09	0.10	0.28
Sortino Ratio	-0.03	0.13	0.14	0.41
Max Drawdown	-57.31%	-5.,96%	-54.96%	-54.96%
Calmar Ratio	-0.01	0.04	0.04	0.12

Tabela 37 – IEE: Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Vol
Retorno excedente (a.a.)	-0.53%	2.09%	2.20%	6.63%
Volatilidade (a.a.)	20.69%	18.43%	18.57%	19.15%
Sharpe Ratio	-0.03	0.11	0.12	0.35
Sortino Ratio	-0.03	0.16	0.17	0.51
Max Drawdown	-42.64%	-34.53%	-34.53%	-34.53%
Calmar Ratio	-0.01	0.06	0.06	0.19

Tabela 38 – IFNC: Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Vol
Retorno excedente (a.a.)	-1.81%	0.20%	1.03%	7.68%
Volatilidade (a.a.)	30.29%	28.30%	28.04%	29.47%
Sharpe Ratio	-0.06	0.01	0.04	0.26
Sortino Ratio	-0.08	0.01	0.05	0.39
Max Drawdown	-62.11%	-53.45%	-47.69%	-46.97%
Calmar Ratio	-0.03	0.00	0.02	0.16

Tabela 39 – IMAT: Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Vol
Retorno excedente (a.a.)	-4.06%	-2.99%	-2.73%	2.46%
Volatilidade (a.a.)	31.08%	27.79%	27.95%	29.03%
Sharpe Ratio	-0.13	-0.11	-0.10	0.08
Sortino Ratio	-0.18	-0.15	-0.14	0.13
Max Drawdown	-70.39%	-64.12%	-60.30%	-43.57%
Calmar Ratio	-0.06	-0.05	-0.05	0.06

Tabela 40 – INDX: Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Vol
Retorno excedente (a.a.)	-3.80%	-2.14%	-2.11%	3.64%
Volatilidade (a.a.)	23.80%	21.71%	21.83%	23.16%
Sharpe Ratio	-0.16	-0.10	-0.10	0.16
Sortino Ratio	-0.21	-0.13	-0.13	0.23
Max Drawdown	-63.77%	-58.24%	-54.20%	-32.16%
Calmar Ratio	-0.06	-0.04	-0.04	0.11

Tabela 41 – SMLL: Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Vol
Retorno excedente (a.a.)	-6.49%	-4.74%	-4.07%	0.28%
Volatilidade (a.a.)	25.17%	22.59%	22.37%	23,23%
Sharpe Ratio	-0.26	-0.21	-0.18	0.01
Sortino Ratio	-0.34	-0.28	-0.24	0.02
Max Drawdown	-64.43%	-60.87%	-57.02%	-48.52%
Calmar Ratio	-0.10	-0.08	-0.07	0.01

Tabela 42 – UTIL: Métricas de risco-retorno

Métrica	Long-only	Notional	Beta	Vol
Retorno excedente (a.a.)	1.38%	3.85%	3.63%	8.17%
Volatilidade (a.a.)	23.27%	20.68%	20.69%	21.72%
Sharpe Ratio	0.06	0.19	0.18	0.38
Sortino Ratio	0.08	0.26	0.25	0.55
Max Drawdown	-42.01%	-30.48%	-31.98%	-27.70%
Calmar Ratio	0.03	0.13	0.11	0.29