

PEDRO NODA TAKAO

**ANÁLISE DE COMMODITIES E  
DIVERSIFICAÇÃO DE PORTFÓLIOS ATRAVÉS  
DO USO DE CLUSTERS**

São Paulo  
2021



PEDRO NODA TAKAO

**ANÁLISE DE COMMODITIES E  
DIVERSIFICAÇÃO DE PORTFÓLIOS ATRAVÉS  
DO USO DE CLUSTERS**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para ob-  
tenção do Diploma de Engenheiro de  
Produção.

São Paulo  
2021



PEDRO NODA TAKAO

**ANÁLISE DE COMMODITIES E  
DIVERSIFICAÇÃO DE PORTFÓLIOS ATRAVÉS  
DO USO DE CLUSTERS**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Diploma de Engenheiro de Produção.

Orientador:

Celma de Oliveira Ribeiro

São Paulo  
2021



Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

#### Catálogo-na-publicação

Takao, Pedro

Análise de Commodities e Diversificação de Portfólios através do uso de Clusters / P. Takao -- São Paulo, 2021.  
69 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.Análise de Clusters 2.Commodities 3.Hedge 4.Portfólios de investimento I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II.t.

# AGRADECIMENTOS

À minha família por sempre me apoiar em todos os momentos.

Aos amigos que me acompanharam no decorrer de minha jornada.

À Prof. Dr. Celma de Oliveira Ribeiro pela mentoria.

Aos meus colegas de trabalho os quais me auxiliaram durante minha trajetória profissional.



“  
And in the end it's not the years in your  
life that count; it's the life in your years.  
”

– Abraham Lincoln



## RESUMO

Com o intuito de auxiliar empresas brasileiras exportadoras e importadoras, uma análise de das séries temporais de diversas *commodities* fora feita, através do uso de técnicas de *clustering*. O objetivo fora encontrar oportunidades para melhorar as estratégias de longo prazo e diminuir os custos de contratação de operações destinadas à proteção dos preços de ativos perante às variações de mercado. Além disso, utilizou-se de *clusters* baseados no formato das séries para verificar se estes poderiam aprimorar os algoritmos de diversificação de portfólios. Os resultados mostraram que há diversas *commodities* que possuem padrões similares e poderiam ser utilizadas em conjunto para melhorar o resultado das empresas além de auxiliar instituições financeiras a oferecerem um melhor preço. Além disso, os resultados relacionados ao portfólio mostraram que há um potencial para melhora do algoritmo, uma vez que o portfólio apresentou um melhor desempenho com base no novo método de *clustering*. Por fim, há a necessidade de um estudo mais aprofundado para verificar o potencial total do novo método de *clustering*.

**Palavras-chave:** Análise de *Clustering* de *Commodities*, Empresas brasileiras exportadoras e importadoras, Operações de *Hedging*, Séries temporais, Estratégias de longo prazo.

# ABSTRACT

To assist brazilian exporting and importing companies, an analysis of commodities was done using clustering techniques. The goal was to find opportunities to improve long-term strategies and minimize the costs of derivative operations used to hedge commodities prices. Furthermore, we utilized the clusters which were based on the time series shapes, to verify if we could improve the algorithms used to diversity portfolios. Results demonstrate that there are many commodities with similar trends which could be used together to improve companies results and also help financial institution to offer better prices. In the portfolio case, we conclude that the new clustering method improved the results of the portfolio, since the new portfolio had a better performance overall. Lastly, we discuss the need of further investigation to really find the full potential of the clustering method.

**Keywords:** Cluster analysis, Brazilian exporting and importing companies, Hedging operations, Time-series, Long-term Strategies

# LISTA DE FIGURAS

1	Divisão do agronegócio e sua participação na formação do PIB do setor . . .	14
2	Histórico do preço do Algodão . . . . .	16
3	Histórico do preço do Milho . . . . .	16
4	Histórico do preço do Ouro . . . . .	17
5	Histórico do preço do Petróleo Brent . . . . .	17
6	Histórico do preço da Soja . . . . .	18
7	Histórico do preço do Trigo . . . . .	18
8	Histórico do dólar . . . . .	19
9	Gráfico comparativo entre a Meta Selic e o CDI . . . . .	25
10	Tabela comparativa entre Contratos a Termo e Contratos Futuros . . . . .	29
11	Quadro resumo de opções . . . . .	30
12	Dealers . . . . .	34
13	Cálculo do Dólar SPOT . . . . .	35
14	Modalidades de Câmbio . . . . .	36
15	Exemplo de Clusterização . . . . .	39
16	Exemplo de séries temporais e seus pontos de alinhamento . . . . .	41
17	Distância euclidiana x DTW . . . . .	41
18	Exemplo Matriz DTW . . . . .	43
19	Séries Temporais . . . . .	47
20	Séries Temporais Padronizadas . . . . .	47
21	Cluster Output . . . . .	48
22	Distribuição das commodities em seus clusters . . . . .	49
23	Séries Temporais Padronizadas em seus Clusters . . . . .	49

24	Série Padronizada Cluster 0 . . . . .	51
25	Série Padronizada Cluster 1 . . . . .	51
26	Série Padronizada Cluster 2 . . . . .	52
27	Série Padronizada Cluster 3 . . . . .	52
28	Série Padronizada Cluster 4 . . . . .	53
29	Série Padronizada Cluster 5 . . . . .	53
30	Diversificação do Portfólio e Desempenho - 1 ano . . . . .	55
31	Diversificação do Portfólio e Desempenho - 6 meses . . . . .	55
32	Diversificação do Portfólio e Desempenho - 3 meses . . . . .	56
33	Diversificação do Portfólio e Desempenho - 1 mês . . . . .	56
34	Inferências do Índice de Sharpe . . . . .	57
35	Cenário 1 - Hedge de 30% da exportação . . . . .	60
36	Cenário 2 - Hedge de 20% da exportação . . . . .	60
37	Séries Temporais Originais separadas por Cluster . . . . .	67
38	Séries temporais originais por cluster . . . . .	68
39	Dados Originais . . . . .	68
40	Dados Padronizados . . . . .	69

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>14</b>
1.1	Mercado brasileiro de commodities . . . . .	14
1.2	Motivação . . . . .	20
1.3	Objetivos . . . . .	22
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>23</b>
2.1	Conceitos básicos de finanças . . . . .	23
2.1.1	Taxa básica de juros . . . . .	23
2.1.2	Taxas Referenciais - DI . . . . .	24
2.1.3	Mercado de Derivativos . . . . .	25
2.1.3.1	Contratos a Termo e Contratos Futuros . . . . .	27
2.1.3.2	Opções, Swaps e Produtos Estruturados . . . . .	29
2.1.3.3	Precificação dos Derivativos . . . . .	31
2.1.4	Mercado de Câmbio . . . . .	32
2.1.4.1	Peculiaridades do Mercado de Câmbio Nacional . . . . .	32
2.1.4.2	PTAX . . . . .	33
2.1.4.3	Câmbio SPOT e Câmbio Futuro . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Modelos para superte à decisão</b>	<b>37</b>
3.1	Clustering . . . . .	37
3.2	K-Means . . . . .	38
3.3	Dynamic Time Warping . . . . .	40
3.3.1	Cálculo do algoritmo DTW . . . . .	42
3.4	Clustering de commodities . . . . .	43

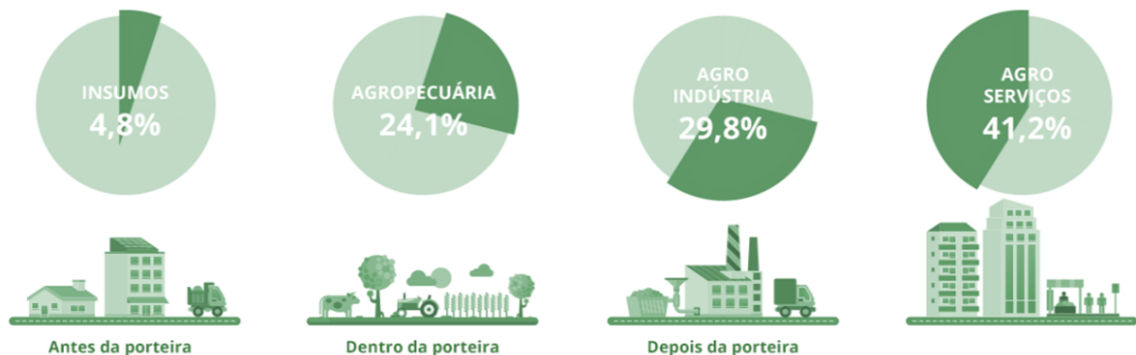
3.5	Construção de Portfólios de investimento . . . . .	44
3.5.1	Teoria Moderna do Portfólio . . . . .	44
3.5.2	Hierarquical Risk Parity . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Resultados e Análises</b>	<b>46</b>
4.1	Resultados do Cluster de Commodities . . . . .	46
4.2	Resultados dos portfólios . . . . .	53
<b>5</b>	<b>Hedging</b>	<b>59</b>
<b>6</b>	<b>Conclusões e Perspectivas Futuras</b>	<b>62</b>
	<b>Referências</b>	<b>64</b>
<b>7</b>	<b>Anexos-A</b>	<b>67</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Mercado brasileiro de commodities

Um dos pilares mais importantes para a economia brasileira foi, e continua sendo, o setor do agronegócio. Segundo a Sociedade Nacional de Agricultura (2019): “O agronegócio é a junção de inúmeras atividades que envolvem, de forma direta ou indireta, toda a cadeia produtiva agrícola ou pecuária”. A cadeia industrial está representada na figura 1, bem como suas respectivas participações na formação do PIB do setor como um todo, abaixo:

Figura 1: Divisão do agronegócio e sua participação na formação do PIB do setor



Fonte: Sociedade Nacional de Agricultura.

Em 2020, mesmo com a crise gerada pelo avanço da pandemia do coronavírus, o agronegócio seguiu firme e não apenas isso, mas conseguiu um crescimento ainda mais expressivo que nos anos anteriores, reforçando sua importância no cenário nacional.

De acordo com dados do Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA)<sup>1</sup>, o PIB do agronegócio teve uma alta recorde de 24,31% no ano de 2020 (considerando as evoluções de volume e preços reais) e passou a representar cerca de 26,6% do PIB nacional. Desta forma, percebe-se a importância do setor, que chegou próximo da marca de 2 trilhões de reais, dos cerca de 7,45 trilhões calculados no país todo em todos os setores. Vale ressaltar que todos os segmentos do agronegócio apresentaram alta, até mesmo os mais afetados pela pandemia, como é o caso da agroindústria, que apresentou alta de 8,72%.

Levando em conta a relevância do setor, percebemos que o Brasil depende em grande parte da situação no qual se encontra o agronegócio. Um dos fatores de grande relevância para o bom desempenho do setor reside na exportação de produtos para os diversos países do globo. Sendo assim, é importante que as empresas fiquem atentas ao cenário macroeconômico, em específico, na variação do preço das *commodities*, consideradas bens ou produtos de origem primária, e nas taxas de câmbio. Além disso, essa importância do setor traz liquidez para o mercado de *commodities*, atraindo grandes investidores que passam a montar um portfólio.

Os preços das *commodities*, as quais também chamaremos de ativos<sup>2</sup> quando tratarmos dos contratos negociados nas bolsa de valores ou no mercado de balcão (espaço de negociação de ativos ou operações não registradas na bolsa de valores), podem variar de forma brusca trazendo tanto benefícios quanto prejuízos. Essa variação nos preços chamamos de volatilidade. Quanto maior a volatilidade, maior o risco das operações e dos ativos em questão.

Vejamos a seguir a variação dos preços dos contratos negociados de algumas commodities do setor do agronegócio e outras commodities de outros setores que também serão importantes neste estudo.

---

<sup>1</sup>O CEPEA faz parte do Departamento de Economia, Administração e Sociologia da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz (Esalq), unidade da Universidade de São Paulo (USP) e está localizado em Piracicaba (SP)

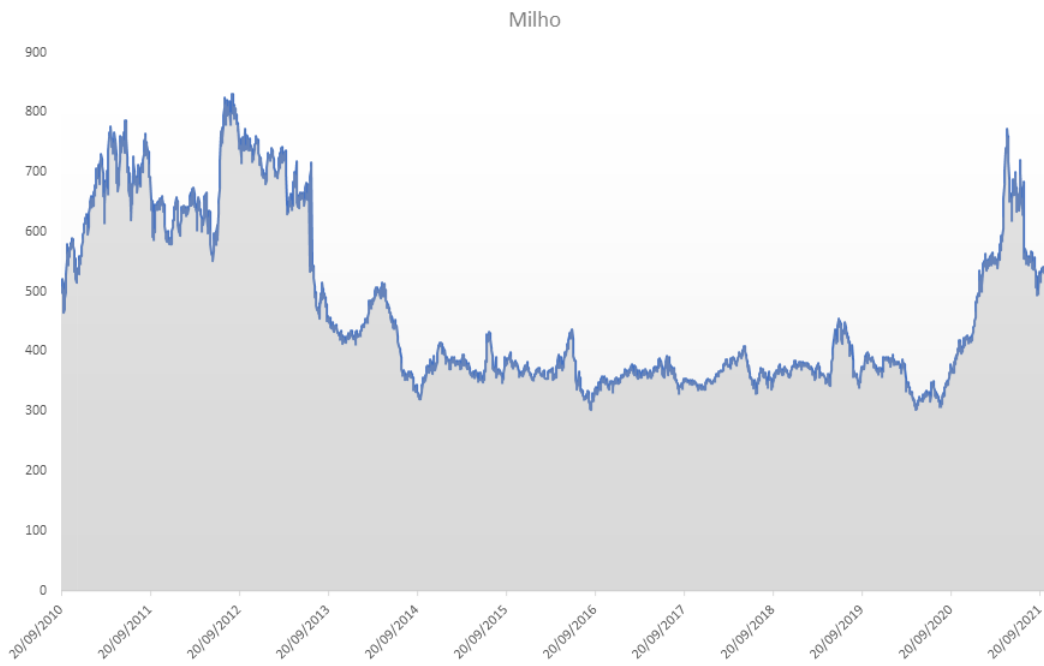
<sup>2</sup>Ativos podem ser considerados créditos, valores, bens ou direitos que compõe o patrimônio de uma pessoa física ou jurídica, possuindo valor comercial

Figura 2: Histórico do preço do Algodão



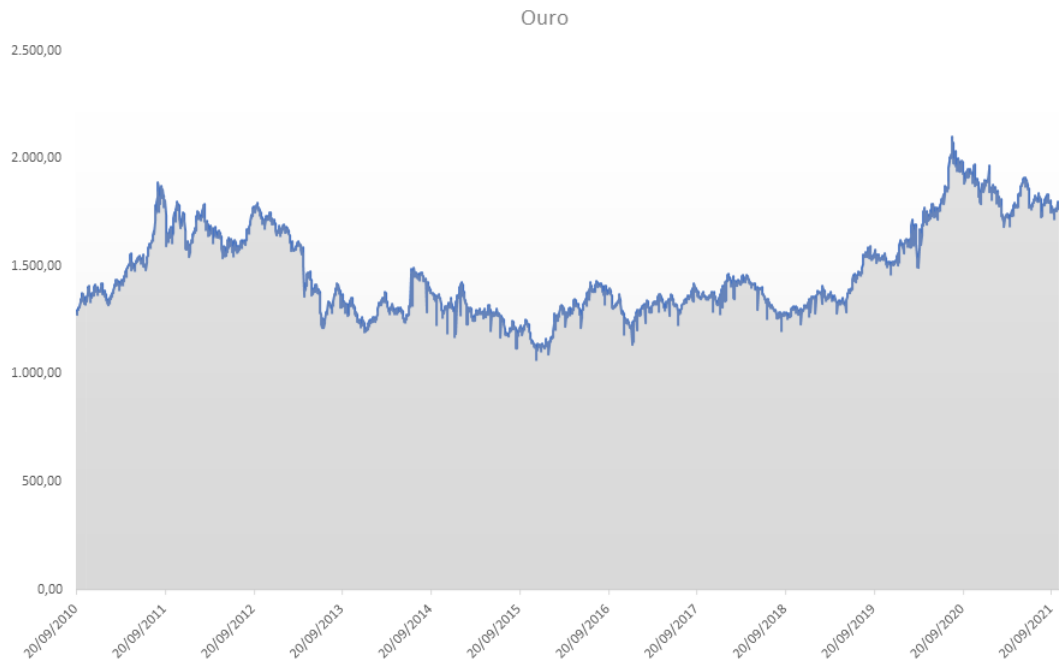
Fonte: Elaboração própria a partir de dados do site Investing.com.

Figura 3: Histórico do preço do Milho



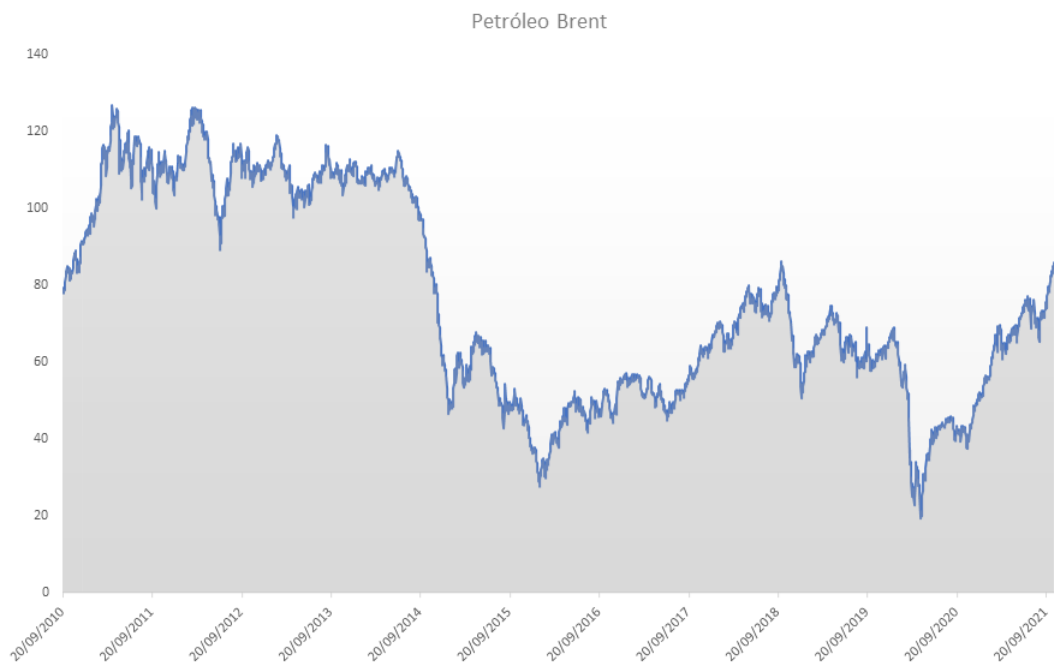
Fonte: Elaboração própria a partir de dados do site Investing.com.

Figura 4: Histórico do preço do Ouro



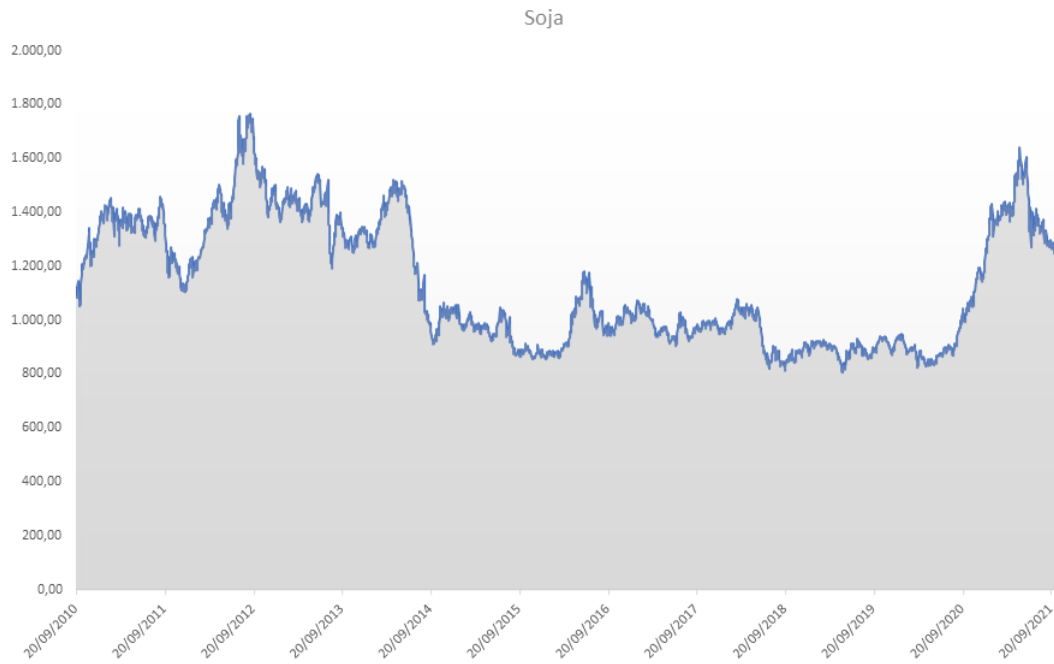
Fonte: Elaboração própria a partir de dados do site Investing.com.

Figura 5: Histórico do preço do Petróleo Brent



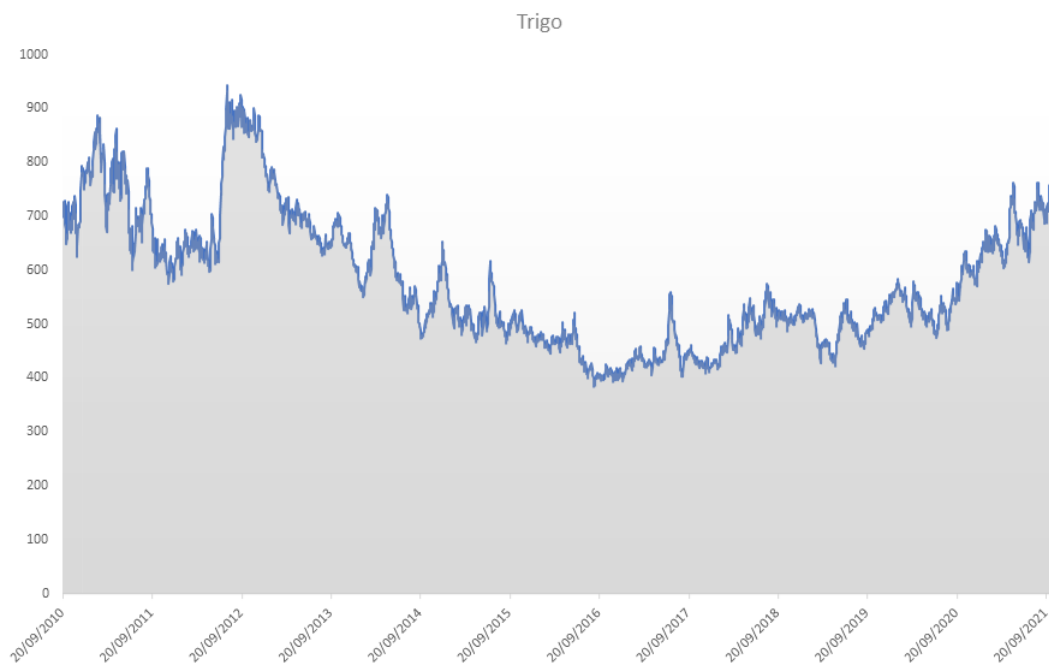
Fonte: Elaboração própria a partir de dados do site Investing.com.

Figura 6: Histórico do preço da Soja



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do site Investing.com.

Figura 7: Histórico do preço do Trigo



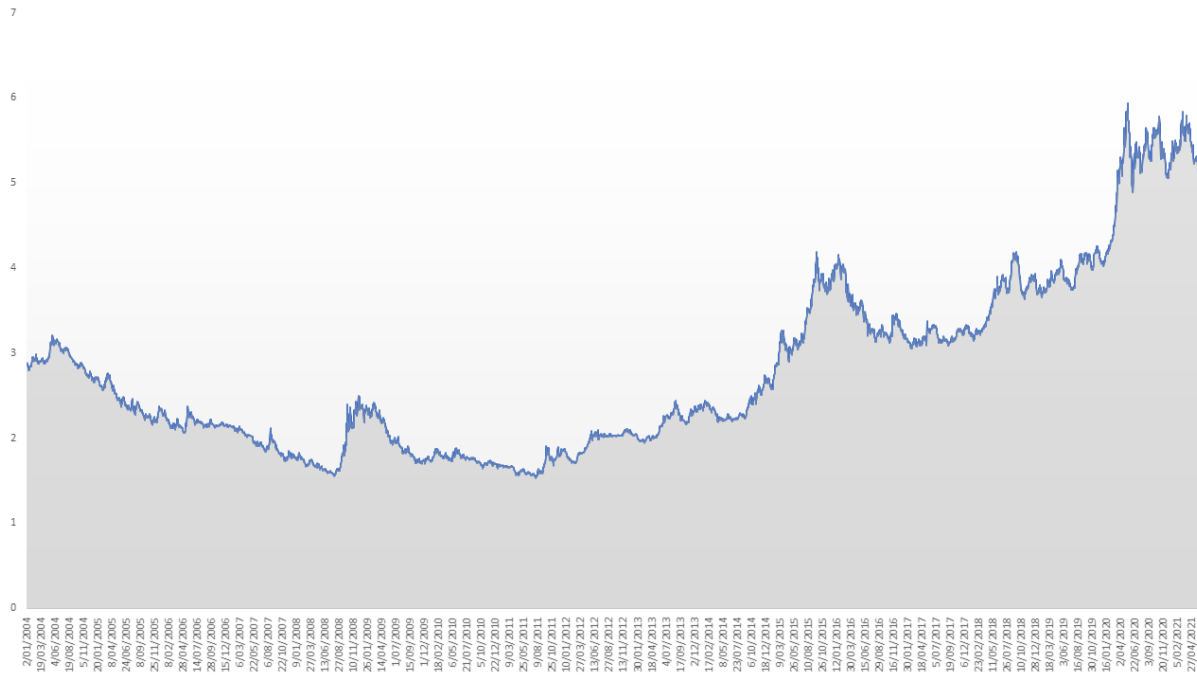
Fonte: Elaboração própria a partir de dados do site Investing.com.

Como podemos observar nos gráficos das figuras 2 a 7, os preços das commodities variam no tempo, de acordo com a oferta e demanda, com possíveis embargos econômicos,

e políticas internas e externas, o que gera instabilidade, imprevisibilidade e possíveis prejuízos para os exportadores e importadores. Vale ressaltar que os preços estão dados em dólares americanos (USD), e portanto, além da variação dos preços das commodities em si, precisamos nos preocupar com outra variável muito importante, o câmbio.

Atualmente o mercado de câmbio tem apresentado uma volatilidade cada vez maior. A variação na cotação das diversas moedas tem ocorrido com maior frequência e intensidade devido à diversos fatores, dentre eles: aumento da interação e dependência entre os mais diversos países do mundo; aceleração nas mudanças do cenário global; conturbações políticas; desenvolvimento tecnológico e conseqüentemente aumento do tráfego de informações; e desenvolvimento do mercado financeiro. Abaixo, na figura 8, vemos o histórico do dólar com base na PTAX (taxa média do dólar, divulgada pelo Banco Central do Brasil).

Figura 8: Histórico do dólar



Fonte: Elaboração própria a partir de dados do Banco Central.

Recentemente pudemos observar no Brasil (e no mundo todo) mudanças drásticas em decorrência da pandemia de COVID-19. A pandemia afetou o país em todos os aspectos, de forma que a não seria diferente com a moeda nacional, o Real. Exportadores e importadores sofreram com o novo cenário em que o mundo se encontrava, dada a incerteza do mercado, pois o valor do Real perdeu força no cenário internacional. Dessa

forma, o mercado cambial passou por um momento jamais visto desde a instauração do Plano Real.

Para manter sua competitividade e evitar um eventual colapso, as empresas precisam estar atentas aos movimentos de mercado (dos valores de seus ativos) e à variação cambial (principalmente exportadoras, importadoras e instituições financeiras, que dependem diretamente do valor da moeda no mercado internacional).

Com o intuito de prover uma forma de proteção (conhecida no mercado como operações de *Hedging*) para as empresas, e assegurar uma nova fonte de renda, as instituições financeiras desenvolveram diversos produtos, denominados “derivativos” que serão abordados com maiores detalhes no tópico 2.1.3. Estes produtos passaram a ser utilizados para que as empresas pudessem ter maior tranquilidade e garantia dos valores dos ativos e passivos, protegendo-as dos movimentos adversos do mercado.

Em 2008 o mercado de derivativos passou a ser conhecido e temido, uma vez que foi o epicentro da crise financeira que assolou o mundo. Apesar disso, diferentemente de sua fama, os produtos derivativos podem ser utilizados justamente para ajudar empresas a não sofrerem com os movimentos dos mercados. Se bem utilizados (com o intuito de se proteger e não de especular) as empresas podem ter tranquilidade e previsibilidade contábil.

## 1.2 Motivação

O mercado de derivativos, pouco conhecido fora do setor financeiro, é um mercado extremamente importante e muito interessante de se analisar. Como apresentado anteriormente no tópico 1.1, as incertezas de mercado tem papel importante para todas as empresas inseridas no sistema econômico local e internacional. A volatilidade da economia e seus impactos sobre os mais diversos produtos pode trazer sérias consequências para qualquer companhia. Ser capaz de contornar as incertezas e ter um planejamento para o futuro sólido trás diversas vantagens competitivas tanto para os integrantes do setor financeiro quanto para os demais.

Estando inserido no mercado financeiro há quase um ano, adquiri familiaridade com o setor de câmbio e derivativos (área na qual atuo ativamente, sendo responsável tanto por questões operacionais quanto de tomada de decisão). Neste contexto, a necessidade de um estudo mais aprofundado do mercado de câmbio e commodities surgiu de conversas com gestores de empresas e de operadores da mesa de câmbio, derivativos e aplicações de

um grande banco nacional. Como parte do time de *Sales & Trading* de um dos maiores bancos nacionais, é preciso ter conhecimento do mercado e dos clientes exportadores e importadores para aconselhá-los da melhor forma possível com relação às decisões de operações de câmbio e derivativos que devem tomar, bem como aproveitar oportunidades que tragam resultado para o banco.

Uma vez que os preços tanto de ativos quanto derivativos estão atrelados a modelos matemáticos, identificou-se a oportunidade de aprimorar os modelos de construção de portfólios existentes. Dessa forma, buscaremos verificar a possibilidade de melhorar a construção de portfólios (mais especificamente de derivativos de *commodities*) para que os investidores possam ter melhores resultados, e conseqüentemente as empresas tenham maior oferta para negociação de operações de *hedging*, dada a maior liquidez do mercado.

Empresas exportadoras precisam se prevenir de queda nos preços das *commodities* ao mesmo tempo em que precisam se preocupar com quedas no preço do dólar. Por outro lado, empresas importadoras estão vulneráveis à altas no dólar e ao aumento dos preços das *commodities*. Sendo assim, é imprescindível que as empresas consigam se proteger dessas variações para manter uma previsibilidade de seus balanços, garantindo ao mesmo tempo maiores receitas e menores custos. Tal proteção pode ser feita através de instrumentos de hedge (derivativos), sempre buscando os melhores preços no mercado.

Outro fator importante que decorre da capacitação das empresas de se proteger da volatilidade de mercado é a economia brasileira como um todo, uma vez que o Brasil ainda possui uma economia dependente dos preços de *commodities* para garantir uma balança comercial favorável. A título de exemplo, segundo CARRANÇA (2021), a balança comercial brasileira teve um resultado positivo de cerca de 95 bilhões de reais no primeiro trimestre de 2021, decorrente, em grande parte, da alta das *commodities*.

Do ponto de vista das instituições financeiras há a necessidade de garantir preços competitivos, os quais dependem das estratégias de risco de cada instituição. Nesse sentido, avaliaremos formas de diversificar os riscos e com isso ganhar competitividade.

Com base na demanda citada identificou-se a necessidade de um estudo mais aprofundado de formas de *Hedging* no Brasil e ainda indentificou-se também a possibilidade de acrescentar ao estudo ferramentas modernas de análise computacional, tendo em vista as mudanças no setor financeiro atual, de forma a aprimorar as análises e verificar a eficácia de tais ferramentas na área de finanças.

## 1.3 Objetivos

O primeiro objetivo deste trabalho será identificar oportunidades para empresas exportadoras e importadoras, através de uma análise qualitativa de cenários com base em métodos de *clustering*, para que possam minimizar seus custos e conseqüentemente melhorar seus resultados, bem como trazer maior segurança para o preço de seus ativos.

Iremos analisar as séries temporais de preços de diversas *commodities*, agrupando-as de forma que a trajetória de seus preços sejam similares, para que possamos tirar conclusões de seu comportamento nos últimos anos e compará-los para que seja possível que empresas tornem suas estratégias de *hedging* mais robustas.

O segundo objetivo deste trabalho será avaliar o desempenho de um algoritmo para construção de um portfólio de investimento com base em dois métodos de *clustering* diferentes. Atualmente o algoritmo utiliza-se do chamado *cluster* hierárquico, o qual utiliza de métricas de correlação para agrupar os ativos. Iremos avaliar se o agrupamento com base no formato das séries temporais trará benefícios ou não para o algoritmo com base no retorno, na variação dos preços e com base no chamado índice de sharpe.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste tópico serão apresentados conceitos e termos os quais serão utilizados para desenvolvimento deste trabalho. De forma geral, este tópico será estruturado em 2 partes: (i) Conceitos básicos de finanças e (ii) Modelos computacionais.

### 2.1 Conceitos básicos de finanças

O mercado de capitais possui diversos conceitos que serão abordados neste tópico para melhor compreensão deste trabalho. A seguir serão apresentados os conceitos e termos relevantes para a elaboração de uma estratégia de *hedging* e de gestão de riscos por parte dos chamados *market makers* (investidores que dão liquidez ao mercado, normalmente bancos, corretoras e instituições financeiras de forma geral).

#### 2.1.1 Taxa básica de juros

A taxa de juros nada mais é do que uma valorização do dinheiro no tempo. Segundo (LUENBERGER, 2014), a taxa de juros é comumente denominada de “valor temporal do dinheiro”.

Há 2 formas principais de cálculo de juros, os juros simples e os juros compostos. O primeiro, em geral, considera a quantidade de dias corridos para efeito de cálculos (360 dias) sendo o juros mais utilizado no mercado internacional, enquanto o segundo considera a quantidade de dias úteis (252 dias), comum no mercado nacional.

Considera-se também que quando não esteja especificado o período dos juros, este deverá ser considerado como juros anual, por padrão adotado no mercado financeiro de forma geral.

De acordo com o Banco Central do Brasil (também abreviado de BC, BCB ou Bacen) a Selic é a taxa básica de juros da economia. Através dela controla-se a inflação, baseado na estratégia econômica do país diante do cenário econômico interno e externo. Por ser a

taxa básica de juros, empréstimos, aplicações e financiamentos sofrem grande influência das mudanças na Selic.

A Selic é também a taxa de juros nas operações financeiras de empréstimo de um dia (entre instituições financeiras), as quais utilizam dos títulos públicos como lastro (garantia).

De forma geral, o aumento na taxa Selic gera um aumento nos custos de empréstimo, desestimulando o consumo e conseqüentemente freando a inflação. Por outro lado, a queda na Selic diminui os custos de empréstimo, estimulando o consumo e conseqüentemente aumentando a inflação.

Sendo a taxa básica de juros, a Selic é muito utilizada na precificação de diversos produtos, pois serve de guia para a criação das chamadas curvas pré de mercado, as quais levam em consideração as taxas de DI (Depósito Interbancário) que refere-se à taxa de juros dos empréstimos feitos entre os bancos. Isso acontece pois os bancos para não deixarem dinheiro em caixa, ou seja, parado sem rentabilidade, zeram seus caixas com outros bancos para que esse dinheiro seja remunerado.

No próximo tópico 2.1.2 será discutido a curva pré de mercado e a comparação com a Selic, a primeira sendo utilizada para precificar os contratos futuros, os quais serão essenciais para a realização das estratégias de Hedge.

### 2.1.2 Taxas Referenciais - DI

A partir da taxa Selic, mencionada no tópico anterior 2.1.1, podemos chegar à nossa taxa de referência, conhecida como taxa de depósito interbancário, ou mais comumente chamada de taxa DI. Esta taxa é muito utilizada no mercado interbancário e na precificação de boa parte dos produtos do mercado financeiro.

Segundo (FORTUNA, 2017), “O sistema financeiro tem, hoje, como único instrumento capaz de traduzir suas expectativas, o mercado interbancário de reais” Além disso, ainda acrescenta que “o BC não tem acesso [a este segmento]. Nele, os preços são livres de intervenção e, portanto, de balizamento fiscal”. Este mercado utilizada de títulos privados como lastro, e é restrito aos bancos e *brokers*.

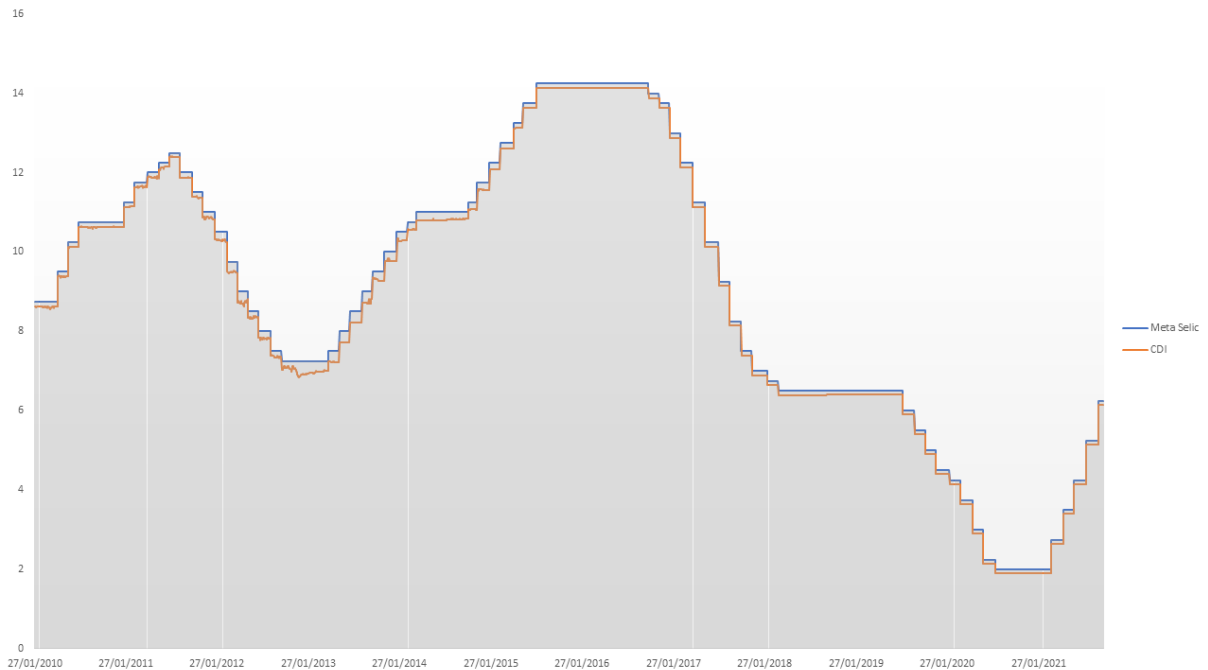
Criado na década de 80 para garantir a distribuição de recursos das instituições financeiras, o Certificado de Depósito Interbancário (ou CDI), conhecido também como Depósito Interfinanceiro (ou DI), podem ser descritos como “Títulos de emissão das instituições financeiras que lastreiam as operações no mercado interbancário”(FORTUNA,

2017).

As taxas médias de remuneração do CDI são importantes para nós pois são utilizadas na precificação de produtos de câmbio e derivativos. Para os derivativos utilizamos também o chamado DI futuro, que considera a expectativa e previsão do mercado para as taxas do DI em datas futuras.

Vale ressaltar que o valor da taxa do CDI está atrelado ao valor da Meta Selic, e constantemente muda de acordo com as novas diretrizes do Banco Central. Abaixo está representada a variação da Meta Selic e do CDI, nota-se que o CDI no período esteve abaixo da Meta Selic e em meados de 2018 o valor convergiu para 0,1% abaixo da Meta Selic.

Figura 9: Gráfico comparativo entre a Meta Selic e o CDI



Fonte: Elaboração Própria.

### 2.1.3 Mercado de Derivativos

“Um derivativo pode ser definido como um instrumento financeiro cujo valor depende (ou deriva) dos valores de outras variáveis subjacentes mais básicas” (John C. Hull, 2016). Um exemplo simples de um derivativo é o contrato futuro de soja, estipula-se um preço na data de negociação do ativo (soja) para compra ou venda deste em uma data futura

pré-determinada. Ou seja, hoje posso negociar de comprar daqui 1 ano uma quantidade de soja por um preço pré-determinado, fugindo assim da volatilidade de mercado.

Nas últimas décadas o mercado de derivativos cresceu exponencialmente e vem se tornando cada vez mais importante no mercado financeiro, uma vez que os valores transacionados em operações de derivativos são extremamente elevados e dada a versatilidade de tais produtos. Desta forma, não podemos menosprezar a relevância dos derivativos atualmente.

Em meados de 2007 os derivativos passaram a ser duramente criticados em virtude da crise do Subprime (conhecida também como bolha imobiliária). Na época, diversos derivativos foram criados a partir de hipotecas com péssimas avaliações de crédito, por meio de um procedimento chamado de securitização. Os derivativos acabaram por perder seu valor uma vez que os preços dos imóveis despencaram e, dessa forma, os investidores perderam grandes quantidades de dinheiro, dando início à crise. Porém, isso decorre de um uso equivocado dos derivativos e de operações em geral classificadas como especulativas, sendo diferentes das operações de foco deste trabalho.

Vale ressaltar que os derivativos podem ser negociados em mercados de balcão (OTC - *Over-The-Counter*) ou Mercado de bolsa. Sendo a negociação em bolsa padronizada e realizada na bolsa de valores, enquanto no mercado de balcão as negociações são feitas diretamente entre as 2 partes e há maior flexibilidade (não há chamada de margem, por exemplo). Normalmente no mercado de balcão a negociação é feita entre empresas e instituições financeiras, pois dada a maior flexibilidade, é possível criar contratos personalizados para cada empresa e suas respectivas demandas. Contudo, é preciso ter em mente que os preços de contratação dos produtos no mercado de balcão tendem a ser maiores, uma vez que há maior flexibilidade e os preços não estão abertos ao mercado.

Dentre as principais possibilidades de uso dos derivativos, destaca-se seu uso como: Instrumento de Proteção (*Hedge*); Instrumento para especulação; Instrumento para Arbitragem.

A primeira função se refere ao uso dos produtos derivativos para reduzir os riscos gerados pela variação dos preços dos ativos no decorrer do tempo. Utilizamos de instrumentos que irão garantir um certo valor esperado no futuro, independente dos movimentos de mercado, ou seja, terei de pagar ou irei receber um valor pré-determinado, sem que o mercado influencie nesse preço no futuro. Isso é feito através de contratos que anulem as perdas ou ganhos de certo ativo (basicamente trata-se de operações de derivativos que compensem os ganhos ou perdas das atuais operações em aberto). Tomemos como exemplo uma empresa

exportadora que irá receber um certo valor no futuro, quando seus produtos chegarem até o cliente no exterior. A empresa está exposta à variação dos preços de sua commodity, mas gostaria de travar o valor dessa commodity. Para se certificar de receber o valor que espera, dado a data que foi assinado o contrato de exportação a empresa pode fazer um contrato futuro para vender a commodity a um preço fixo no futuro. Desta forma, no futuro a empresa irá receber um valor pré-determinado, independentemente do preço que a commodity estiver sendo negociada na data futura.

A função de especulação, como o nome já diz, trata-se do uso de derivativos como forma de investidores apostarem contra alta ou queda de ativos. Diferentemente da primeira função (Hedge) essas operações não estão casadas com outras operações (como exportações ou importações), dessa forma, os ganhos ou perdas com os derivativos não são compensadas pelos ganhos ou perdas de outras operações inversas. Estes *players* são importantes pois geram liquidez para o mercado, facilitando para os primeiros e para as instituições financeiras realizarem suas operações.

Por último, temos a função de arbitragem, que são operações de compra ou venda nas quais os investidores se beneficiam da diferença de preço de mercado existente, sem correr qualquer risco. Um exemplo bem simples seria uma pessoa “A” disposta a vender dólar a 5.40 reais e outra pessoa “B” disposta a comprar dólar a 5.50 reais. Com o intuito de lucrar a diferença de 0.10 reais, realizamos uma arbitragem, comprando a 5.40 do vendedor “A” e vendendo para o comprador “B”, no mesmo instante, ou seja, não há risco de perda, uma vez que “travei” meu preço de compra e de venda.

Alguns derivativos existentes são: Contratos a Termo; Contratos Futuros; Swaps; e Opções. Sendo que focaremos nos dois primeiros, os quais serão mais relevantes para este estudo.

### **2.1.3.1 Contratos a Termo e Contratos Futuros**

Os contratos a termo e contratos futuros são considerados produtos derivativos simples. Os contratos podem ser de compra ou de venda de um ativo para uma data futura por um preço pré-determinado na data de negociação.

Um exemplo bem comum é o caso dos contratos futuros de commodities agrícolas. Podemos ter dois cenários neste caso, o cenário dos exportadores e dos importadores. No primeiro cenário o exportador entra no mercado de balcão ou na bolsa de valores e se propõe a vender seu produto, neste caso uma commodity agrícola, em uma data futura. Há negociação entre o exportador e a instituição financeira ou operadores na bolsa de

valores. No caso do mercado de balcão há uma negociação entre a instituição financeira e o exportador até que chegam em um acordo do preço e gera-se então o contrato a termo, determinando que a instituição financeira irá comprar a commodity a um preço pré estabelecido na data futura. No caso da bolsa, o exportador entra vendendo sua commodity no preço de mercado com base nos contratos futuros padronizados. No caso dos importadores, a negociação é idêntica, porém este está comprando commodities ao invés de vender.

Tomemos como exemplo o contrato de trigo futuro negociado atualmente a aproximadamente 800 centavos de dólar (ou 8 dólares) por *bushel* (unidade de medida, equivalente a aproximadamente 27kg). um exportador que quer vender daqui 1 ano seu trigo, irá negociar na bolsa ou no mercado de balcão um contrato para que consiga vender o trigo a um preço próximo de 800 centavos de dólar por *bushel*. Assim, no futuro este preço estará definido, independente se o preço do trigo subiu ou caiu devido à mudança na demanda. Repare que se o preço subir, o exportador deixou de ganhar dinheiro, uma vez que poderia vender mais caro seu produto, contudo, o se o preço cair, o exportador ganhou dinheiro. Nota-se também que de qualquer modo, o exportador já tinha conhecimento do que iria ter de receita daqui 1 ano, o que garante previsibilidade em seu balanço, podendo assim montar estratégias mais sólidas para a companhia, sem ter de se preocupar em acabar tendo gastos muito superiores aos seus recebíveis.

Os ajustes e a precificação serão abordados no tópico 2.1.3.3. Por ora, precisamos apenas entender que existe a possibilidade de negociar o preço de ativos no futuro para assegurarmos um resultado esperado, evitando cenários adversos do mercado e consequentemente trazendo previsibilidade para as empresas. No caso das instituições financeiras, tais contratos são importantes para zerar posições <sup>1</sup>, ou seja, evitar ficar à deriva do mercado e eventualmente acabar com um prejuízo futuro tomando um risco além do que fora autorizado.

Apesar de muito parecidos, abaixo estão listadas uma série de características que diferenciam os contratos a termo dos contratos futuros:

---

<sup>1</sup>A zeragem como é conhecida, nada mais é do que estar comprado e vendido em uma mesma quantidade de ativos ou derivativos, de forma que não o banco ou instituição financeira não está tomando posição como especulador no mercado

Figura 10: Tabela comparativa entre Contratos a Termo e Contratos Futuros

Contrato a Termo	Contrato Futuro
Negociado em Balcão	Negociado em Bolsa
Não Padronizado	Padronizado
Há entrega dos produtos / Há pagamento	Posição normalmente fechada antes da maturidade
Risco de Contraparte	Risco da Bolsa
Sem ajuste diário	Com ajuste diário

Fonte: Elaboração Própria.

Como podemos perceber, a principal diferença está no fato de que um é negociado no mercado de balcão, enquanto o outro é negociado no mercado de bolsa. Dessa forma, os contratos futuros seguem as regras estabelecidas pela bolsa, o que gera menor flexibilidade e maior padronização.

Em geral, os contratos a termo são negociados entre empresas e instituições financeiras em operações de hedge ou em casos mais específicos, enquanto os contratos futuros são negociados pelas instituições financeiras para realizar suas zeragens e pelos especuladores que buscam rentabilidade através da variação dos ativos e da liquidez de mercado.

### 2.1.3.2 Opções, Swaps e Produtos Estruturados

Apenas para apresentar os produtos e sem entrar em maiores detalhes, além dos contratos a termo e futuro existem as opções, swaps e produtos estruturados (que utilizam de uma combinação dos demais derivativos para montar um produto mais complexo).

Os swaps são basicamente trocas de fluxo de caixa. Segundo (John C. Hull, 2016) “Um swap é um contrato de balcão entre duas empresas para trocar fluxos de caixa no futuro. O contrato define as datas nas quais os fluxos de caixa devem ser pagos e de que

forma esses fluxos serão calculados. Em geral, o cálculo dos fluxos de caixa envolvem o valor futuro de uma taxa de juros, taxa de câmbio ou outra variável de mercado.”Um exemplo seria a troca de uma dívida de IPCA <sup>2</sup> para CDI, ou seja, uma empresa que deverá pagar um valor somado à um juros em IPCA, pode optar por trocar seu fluxo com outra empresa, para ficar ativo em IPCA e passivo em CDI, tendo assim sua dívida atrelada a um juros calculado com base no CDI.

As opções, por sua vez, são contratos nos quais uma parte adquire o direito de comprar ou vender um ativo no futuro enquanto a contraparte cede este direito. Nas operações envolvendo opções há o pagamento de um prêmio na data de negociação (D+0) por aquele que adquire o direito de compra ou venda, o que torna as opções um produto adequado apenas para aqueles que possuem caixa disponível.

Como não iremos analisar as opções a fundo neste trabalho, não iremos tratar dos resultados das opções, porém, apenas para finalizarmos, a ideia deste produto é pagar um prêmio para obter um direito de comprar ou vender algo no futuro, de forma que devemos obter o direito de comprar algo a um preço  $x$  se acreditamos que no futuro o preço estará  $x + y$  (para valores de  $x$  e  $y$  positivos e maiores do que 0) e devemos obter o direito de vender algo a  $x$  se acreditamos que no futuro o preço estará  $x - y$ .

A seguir um quadro resumo das opções:

Figura 11: Quadro resumo de opções

Tipo	Ação	Situação da Empresa	Prêmio
Call	Compra	Adquire direito de comprar algo por valor pré-determinado	Paga Prêmio
	Venda	Vende direito de comprar algo por valor pré-determinado	Recebe Prêmio
Put	Compra	Adquire direito de vender algo por valor pré-determinado	Paga Prêmio
	Venda	Vende direito de vender algo por valor pré-determinado	Recebe Prêmio

Fonte: Elaboração Própria.

Por último, no caso dos estruturados, há diversos produtos que unem, por exemplo,

---

<sup>2</sup>Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo - Trata-se de um índice utilizado para medir a inflação de um conjunto de produtos e serviços comercializados no varejo

compra e vendas de opções para formar estruturas mais complexas, mas estas não serão abordadas neste trabalho.

### 2.1.3.3 Precificação dos Derivativos

A precificação dos derivativos varia conforme o produto desejado. Para não fugirmos do escopo deste trabalho, iremos analisar apenas a precificação dos contratos futuros e a termo dos derivativos de câmbio e commodities. Desta forma, não entraremos na análise de opções, que possuem um modelo de precificação mais robusto e complexo, os quais exigiriam um conhecimento mais avançado de estatística e maiores detalhes dos métodos utilizados (árvore binomial e o modelo de Black & Scholes).

O preço dos produtos varia de acordo com as expectativas do mercado, tanto interno quanto externo, levando em consideração os cenários micro e macroeconômicos. Tais expectativas se traduzem nas taxas de juros internas e externas, como mencionado anteriormente.

A fórmula mais famosa de precificação de um contrato futuro ou a termo os quais serão o centro de estudo deste trabalho está representada a seguir:

$$Futuro = SPOT * CurvaPré / CupomCambial \quad (2.1)$$

A equação nos mostra a dependência das expectativas de juros internos (Curva Pré), de juros externos (Cupom Cambial) e do valor atual do ativo para a precificação de seu futuro.

Tendo todos os valores da equação, conseguimos chegar ao valor futuro do ativo, o qual será passado para o cliente, acrescido do que chamamos de *spread*<sup>3</sup> bancário. A zeragem, para evitar a exposição de mercado é feita pela tesouraria do banco, que entra no mercado de contratos futuros na bolsa e realiza, em geral, operações inversas (de forma que se o banco comprou um ativo, ele deverá ir no mercado vender uma mesma quantidade desse ativo, e se vendeu um ativo, deverá comprar, sempre buscando rentabilidade nessas operações, mas não sendo obrigatório, considerando também uma mesma data) para que o banco não fique posicionado. Contudo, quanto maior o volume e maior a volatilidade, há necessidade do uso de maior número de contratos futuros para realização da zeragem. Os contratos futuros listados na bolsa são disponibilizados do menor preço para o maior, de

---

<sup>3</sup>Taxa cobrada para a operação, aumentando o preço pago pelo cliente ou diminuindo os lucros do cliente

forma que quanto mais contratos necessários, mais cara se torna a zeragem. Dessa forma, verificaremos a possibilidade de utilizar de commodities similares para que as zeragens sejam feitas com os contratos mais baratos disponíveis, possibilitando um preço mais competitivo.

Tomemos como exemplo uma operação de compra de 500000 *bushels* de soja. O Banco comprou soja de um cliente para o prazo de 1 ano e quer zerar sua posição. Dessa forma, o banco entra na bolsa de valores e realiza a operação inversa, vendendo soja no mercado para o prazo de 1 ano. A zeragem é feita então através da bolsa de valores, neste caso na Chicago Board of Trade (CBOT). Porém, cada contrato na bolsa é padronizado em lotes de 5000 *bushels* de soja, de forma que o banco precisará de 100 contratos para sair de posição. Suponhamos que os primeiros 50 contratos na fila de ordens estejam a 850 centavos de dólar por *bushel* e os demais a 800 centavos de dólar por *bushel*, essa diferença no preço seria embutida no preço do cliente através de cálculos de riscos, tornando a operação mais cara. Neste caso, utilizando de uma média simples, o banco poderia comprar do cliente a soja por 825 centavos de dólar por *bushel*.

## 2.1.4 Mercado de Câmbio

O mercado de câmbio é basicamente um ambiente no qual há negociação e troca de diferentes moedas dos diversos países no mundo. Há a possibilidade de troca de moedas estrangeiras entre si (operações conhecidas como arbitragem e que não podemos confundir com a arbitragem citada anteriormente no tópico 2.1.3) ou troca de moeda nacional por moeda internacional, e vice-versa. Centralizaremos nossa análise apenas na segunda alternativa, considerando a troca de reais para outras moedas estrangeiras. A seguir serão apresentadas algumas peculiaridades importantes para nossa análise, contudo, não serão abordados pontos não relevantes.

### 2.1.4.1 Peculiaridades do Mercado de Câmbio Nacional

O mercado de câmbio nacional possui certas características que devem ser consideradas para as análises. Abaixo, temos algumas características e termos em forma de lista:

- Taxa de câmbio - Preço da moeda;
- Paridade - Relação entre moedas representada por meio de um número;

- Toda operação de câmbio deve ser registrada no Banco Central;
- Há uma lista de instituições autorizadas a operar no mercado de câmbio (Atualmente 183 instituições);
- Existência do mercado primário, no qual existe a entrada e saída de moeda estrangeira, sensibilizando as reservas internacionais e o balanço de pagamentos (como exemplo temos importações, exportações e moeda para turismo);
- Existência do mercado secundário, o qual não existe entrada e saída de moeda estrangeira, apenas há negociação de moeda entre as instituições autorizadas.

Outro ponto importante é a distinção entre o mercado à vista do mercado futuro, que será analisada mais a fundo no tópico 2.1.4.3, por ser de extrema importância para a análise e conclusão deste trabalho.

Por fim, é preciso lembrar que o Real não é uma moeda conversível, ou seja, possui restrições e não é aceita internacionalmente para ser liquidada no mercado de câmbio. Desta forma, para operar derivativos em bolsas internacionais (as quais possuem maior liquidez para certos ativos e derivativos) é preciso levar em conta as operações de câmbio. Sendo assim, precisaremos discutir sobre uma espécie de taxa média criada pelo Banco Central, a qual será analisada a seguir, denominada PTAX.

#### 2.1.4.2 PTAX

A taxa denominada PTAX é a taxa de referência do real por dólar mais utilizada no mercado de câmbio. Segundo o Banco Central do Brasil: “A PTAX é chamada assim por causa da PTAX800, uma transação do Sisbacen (Sistema do Banco Central) utilizada durante muitos anos pelo público para consultar as taxas de câmbio”.

A PTAX é utilizada para averiguar o valor médio do dólar em um determinado dia, sendo utilizado por clientes e corretores para negociação, mas mais importante, sendo utilizada para liquidação de diversos produtos financeiros, dentre eles os derivativos de câmbio e de commodities, os quais serão abordados neste trabalho. Vale ressaltar que a taxa é utilizada para liquidação tanto de derivativos do mercado local quanto no mercado exterior.

Para o cálculo da PTAX, é preciso ressaltar a importância dos *dealers*, apresentados na figura 3, os quais são determinados pelo Banco Central do Brasil.

Figura 12: Dealers

	Nome Instituição
01	BANCO ABC BRASIL S.A.
02	BANCO DO BRASIL S.A.
03	BANCO BNP PARIBAS BRASIL S.A.
04	BANCO BRADESCO S.A.
05	BANCO CITIBANK S.A.
06	BANCO DE INVESTIMENTOS CREDIT SUISSE (BRASIL) S.A.
07	GOLDMAN SACHS DO BRASIL BANCO MULTIPLO S.A.
08	ITAÚ UNIBANCO S.A.
09	BANCO J.P. MORGAN S.A.
10	BANK OF AMERICA MERRILL LYNCH BANCO MÚLTIPLO S.A.
11	BANCO MORGAN STANLEY S.A.
12	BANCO BTG PACTUAL S.A.
13	BANCO SAFRA S.A.
14	BANCO SANTANDER (BRASIL) S.A.

Fonte: Banco Central do Brasil.

O cálculo da PTAX é feito da seguinte forma:

- Consulta de 2 minutos em 4 horários de alta liquidez no mercado de câmbio, sendo escolhas aleatórias de início da consulta nos seguintes períodos: 10:00 às 10:10; 11:00 às 11:10; 12:00 às 12:10; 13:00 às 13:10.
- Cada *dealer* é responsável por enviar uma taxa única do dólar tanto de compra quanto de venda.
- Excluem-se as 2 maiores e as 2 menores taxas recebidas
- Calcula-se a média aritmética das taxas restantes.

Dessa forma, a taxa PTAX é influenciada pelos preços negociados com os *dealers*.

A divulgação da PTAX é feita pelo Sistema PTAX e pode ser encontrada no site do Banco Central ([bcb.gov.br](http://bcb.gov.br)).

### 2.1.4.3 Câmbio SPOT e Câmbio Futuro

O mercado de câmbio pode ser dividido entre câmbio SPOT (à vista) e câmbio futuro.

No mercado de câmbio SPOT (ou câmbio pronto) acontecem as operações em D+0, D+1 e D+2. Sendo D+0 a data de negociação e D+1 e D+2 a data de negociação somada a 1 e 2 dias úteis respectivamente. O dólar de referência no mercado SPOT é sempre o dólar em D+2, por padrão. Para as negociações em D+0 ou D+1, há uma pequena diferença nas taxas de compra e venda, por conta de descontos ou acréscimos do chamado “carrego”, nome dado à relação entre a taxa de juros de referência interna (DI), a qual considera juros compostos e base 252, e a taxa de juros de referência externa, a qual considera juros simples e base 360 (O chamado cupom cambial<sup>4</sup>. Vale ressaltar, porém, que a taxa LIBOR será extinta ao final deste ano, de forma que a partir de 2022 considera-se a utilização da taxa SOFR <sup>5</sup>).

Nota-se que o dólar (e as demais moedas) negociado possui um mercado de compra (entrada) e de venda (saída), no qual os vendedores desejam vender a moeda por um preço (mais caro) e os compradores desejam comprar a moeda por outro preço (mais barato). Para operações concomitantes, back-to-back <sup>6</sup> e simbólicas, é possível, e obrigatório no caso de operações simbólicas <sup>7</sup>, que as negociações sejam feitas a uma mesma taxa de entrada e saída.

O cálculo do valor de negociação justo, sem considerar o spread bancário está apresentado na figura a seguir:

Figura 13: Cálculo do Dólar SPOT

MN\ME	D+0	D+1	D+2
D+0	-2 CDI +2 linhas	-2 CDI +1 linha	-2 CDI
D+1	-1 CDI +2 linhas	-1 CDI +1 linha	-1 CDI
D+2	+2 linhas	+1 linha	SPOT

Fonte: Elaboração Própria.

<sup>4</sup>Normalmente utiliza-se da taxa LIBOR - London Interbank Offered Rate - Taxa de Juros Média diária, para negociar empréstimos no mercado interbancário internacional

<sup>5</sup>Secured Overnight Financing Rate - Taxa que leva em consideração as operações conhecidas como Repo, operações de recompra de títulos, de 1 dia

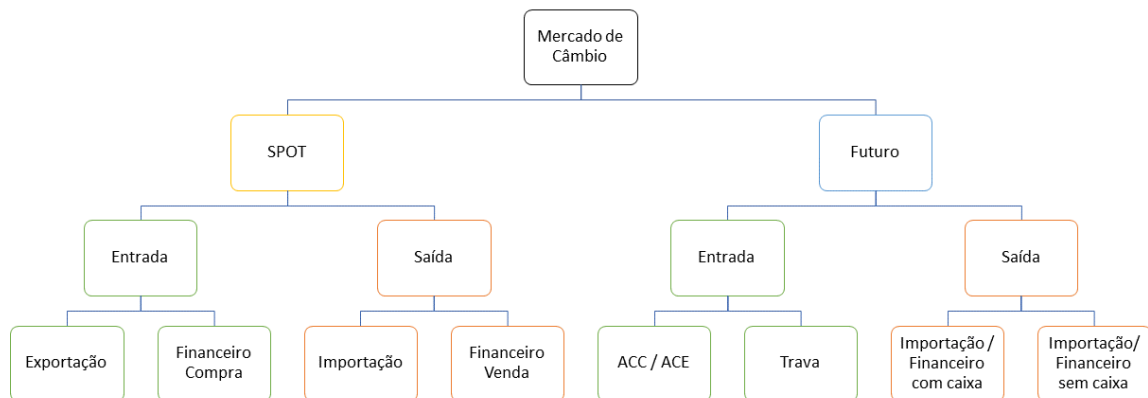
<sup>6</sup>Operações triangulares em que há entrada e saída - Em geral utilizadas para redução de custos, uma vez que as mercadorias não chegam a entrar em território nacional

<sup>7</sup>Operações nas quais não há movimentação real de moeda, apenas fictício

Considerando “linha” como a taxa LIBOR, o símbolo de menos como “desconto de” e o símbolo de mais como “acrescimento de”.

No caso do Mercado Futuro, não entraremos em tantos detalhes da precificação de cada tipo de operação pois haveria uma fuga de escopo. Assim como no mercado de câmbio pronto, há também operações de entrada e saída, e as taxas negociadas também dependem dos prazos, porém há necessidade de análise de crédito, considerando riscos de default <sup>8</sup>. Dessa forma, serão apenas apresentados os produtos no organograma na figura 6, abaixo:

Figura 14: Modalidades de Câmbio



Fonte: Elaboração Própria.

Vale lembrar que há um mercado de dólar casado. De forma que o “casado” é dado pela diferença entre o dólar SPOT e o dólar do primeiro vencimento dos contratos futuros. A relação entre as 3 variáveis pode ser observada na fórmula abaixo:

$$1^{\circ} \text{ Futuro de Dólar} = \text{Dólar SPOT} + \text{Casado} \quad (2.2)$$

<sup>8</sup>Descumprimento de obrigações legais - De forma geral, o não pagamento de dívidas

## 3 MODELOS PARA SUPORTE À DECISÃO

Neste tópico iremos discutir a metodologia adotada para a análise das *commodities* via clustering. Iremos verificar se há ou não conexões entre as diversas *commodities* negociadas no mercado futuro e seus respectivos valores no decorrer do tempo.

Além disso, discutiremos sobre as oportunidades de *Hedging* e estratégias que possam ser utilizadas, utilizando tanto do ponto de vista de empresas quanto do ponto de vista dos bancos e instituições financeiras.

A seguir será discutido o método de *clustering* utilizado e os detalhes da metodologia.

### 3.1 Clustering

Com o intuito de averiguar a similaridade entre as diferentes *commodities* no mercado, precisaremos agrupar estas *commodities* em grupos para que possamos verificar se há ou não alguma relação no tempo entre seus preços. Para isso, utilizaremos de uma técnica denominada análise de *Cluster*.

Segundo (JAMES et al., 2013) “Uma análise de ‘*Clustering*’ se refere a um amplo conjunto de técnicas para encontrar sub-grupos, ou *clusters*, em um conjunto de dados. Quando construímos um *cluster* com as observações de um conjunto de dados, procuramos dividi-las em grupos similares entre si, enquanto observações de grupos diferentes se mostram diferentes entre si”.

Um exemplo simples do uso de análise de *Cluster* é a segmentação de mercado. Utilizando-se de dados acumulados no segmento de automóveis, podemos verificar quais grupos de pessoas possuem maior afinidade com os diferentes modelos de carros.

Na seção seguinte veremos com mais detalhes sobre os diferentes clusters, a metodologia de análise de *cluster*. Iremos utilizar de terminologias em inglês em certos momentos para evitar traduções que possam levar a equívocos.

## 3.2 K-Means

O algoritmo utilizado para a construção dos *clusters* foi o algoritmo K-Means. Trata-se de um algoritmo simples e eficaz no qual os dados são divididos em K classes não sobrepostas. Primeiramente é preciso definir o número K de classes desejadas, e em seguida o algoritmo irá distribuir as observações para cada um dos K *clusters*, sendo cada observação atribuída para um único *cluster*. Em seguida, são criados os centroides, ou centros geométricos, os quais inicialmente estarão juntos e próximos da média de todos os dados disponibilizados.

Utilizaremos da mesma notação utilizada por (JAMES et al., 2013) para explicar o algoritmo. Considere que  $C_1, \dots, C_k$  denotam conjuntos que contém as diversas observações em cada um dos clusters. Os conjuntos devem satisfazer as propriedades abaixo:

- Cada observação pertence a pelo menos 1 *cluster*.  $C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_k = \{1, \dots, n\}$ . Sendo n o número de observações.
- Não há sobreposição dos *clusters*. Nenhuma observação pertence a mais de um *cluster*.  $C_i \cap C_j = \emptyset$  para todo  $i \neq j$ .  $i, j \in \{1, 2, \dots, k\}$

Segundo (JAMES et al., 2013) “A ideia por trás do K-means é que um bom *cluster* é aquele no qual a variação dentro do *cluster* é a menor possível”.

A variação mínima é dada por:

$$\text{mínimo} \left\{ \sum_{k=1}^N W(C_k) \right\} \quad (3.1)$$

A variação mínima é dada por:

$$W(C_k) = \frac{1}{|C_k|} \sum_{i, i' \in C_k} \sum_{j=1}^p (x_{ij} - x'_{ij})^2 \quad (3.2)$$

Na qual  $p =$  denota as características das observações,  $x$  denota o valor de cada observação de acordo com o índice  $i$  e a característica  $j$ .

Utilizando de ambas as equações chegamos à equação final, dada por:

$$\text{mínimo} \left\{ \sum_{k=1}^N \frac{1}{|C_k|} \sum_{i, i' \in C_k} \sum_{j=1}^p (x_{ij} - x'_{ij})^2 \right\} \quad (3.3)$$

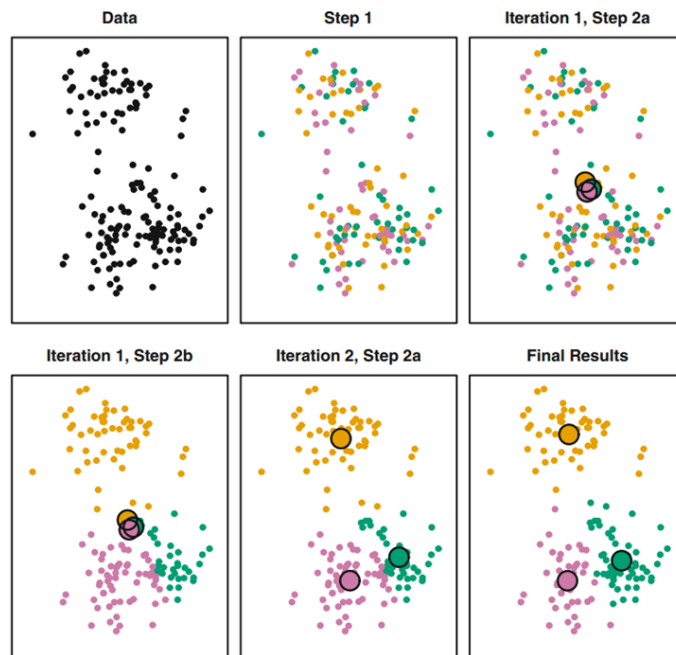
A seguir apresenta-se um exemplo dado por (JAMES et al., 2013):

O algoritmo é dado por:

- 1. Aleatoriamente atribuir um número de 1 a  $k$ , para cada observação.
- 2. Iterar até que os *clusters* parem de mudar:
  - (a) Para cada um dos  $K$  *clusters*, computar o centroide. O centroide do  $k$ -ésimo *cluster* é o vetor da média da característica  $p$  para as observações no  $k$ -ésimo *cluster*.
  - (b) Designar cada observação para o *cluster* com centroide mais próximo (utilizando da distância euclidiana)

O algoritmo garante que a cada passo o valor da função objetivo diminui.

Figura 15: Exemplo de Clusterização



Fonte: (JAMES et al., 2013).

Na figura 15, acima, percebemos no primeiro quadro a presença de diversas observações, representadas por pontos. Em seguida cada ponto é aleatoriamente associado a um *cluster*. Cria-se então 3 centroides (centros geométricos) com base nos dados disponíveis que com as iterações vão se movendo até que chegam a um ponto ótimo, no qual

as observações estão alocadas em seus respectivos *clusters*, tendo cada centroide atingido o centro de seu *cluster*.

Para o caso em que estamos analisando neste estudo precisaremos de um sofisticar o algoritmo de K-means uma vez que analisaremos séries temporais. Segundo (HSU; CHEN, 2014) “*Clustering* de séries temporais oferecem 2 benefícios, evitam suposições inapropriadas e restrição de dados, e ajudam na criação de modelos de dados, uma vez que são agrupados os dados objeto com comportamento dinâmico similares”.

### 3.3 Dynamic Time Warping

O uso do algoritmo K-means é simples e eficaz, porém é utilizado em geral para agrupar dados que não levam em conta o tempo. Como nosso objetivo é agrupar as *commodities* de acordo com seus respectivos preços em cada momento nos últimos anos (agrupar as séries temporais de cada *commodity*), precisamos realizar ajustes no algoritmo para que este possa trazer resultados mais apropriados. Para isso utilizaremos do método de DTW ou *Dynamic Time Warping*, que irá substituir a distância euclidiana no algoritmo.

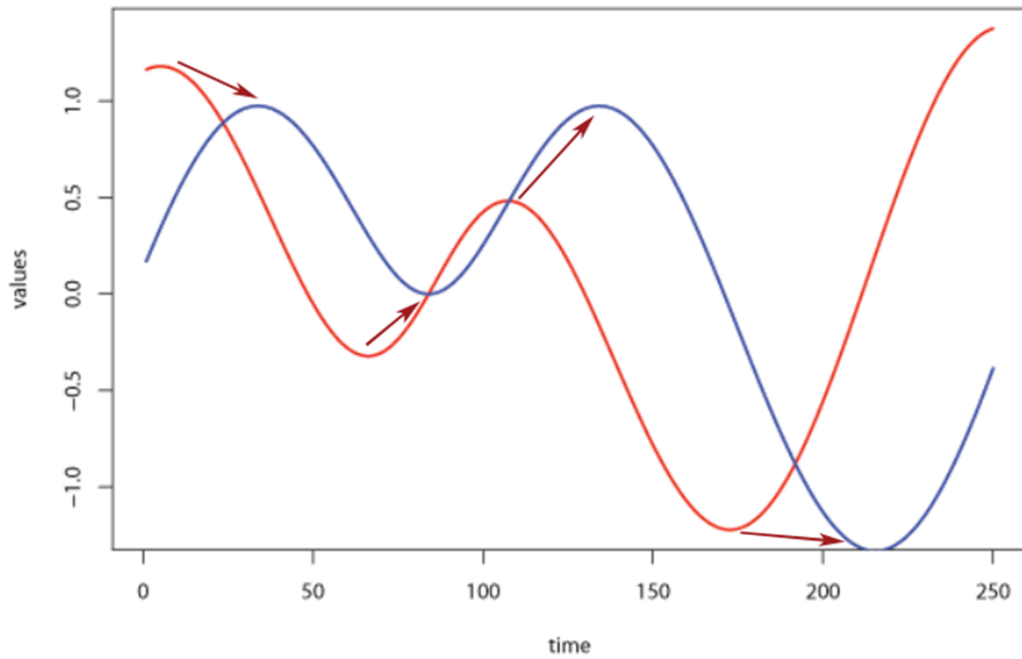
Segundo (SENIN, 2008) o algoritmo *Dynamic Time Warping* (DTW) foi introduzido por volta dos anos 60 e é utilizado em uma série de áreas: verificação de assinatura online; reconhecimento de linguagem de sinais; animações computacionais; processamento de música e sinais; engenharia química e alinhamento de sequência proteica; e data mining e *clustering* de séries temporais. Ainda segundo este autor: “o algoritmo ganhou popularidade por ser extremamente eficiente como medida de similaridade entre séries temporais, minimizando efeitos de mudança e distorção no tempo, uma vez que permite transformações ‘elásticas’ das séries temporais, com o objetivo de detectar formas similares com fases diferentes”.

De forma resumida, a função *Dynamic Time Warping* calcula um alinhamento ótimo entre duas ou mais séries temporais (dados vetores numéricos). Assim como a distância euclidiana, o ponto ótimo é aquele em que a soma das distâncias entre os elementos é a menor possível. Contudo, há pequenas mudanças nos cálculos para encontrar tais distâncias.

Como exemplo, a figura 16, abaixo, nos mostra duas séries temporais que possuem formatos similares, porém estão deslocadas no tempo. Além disso, na figura 17, podemos ver a comparação visual entre o uso da distância euclidiana e do algoritmo DTW, e seus

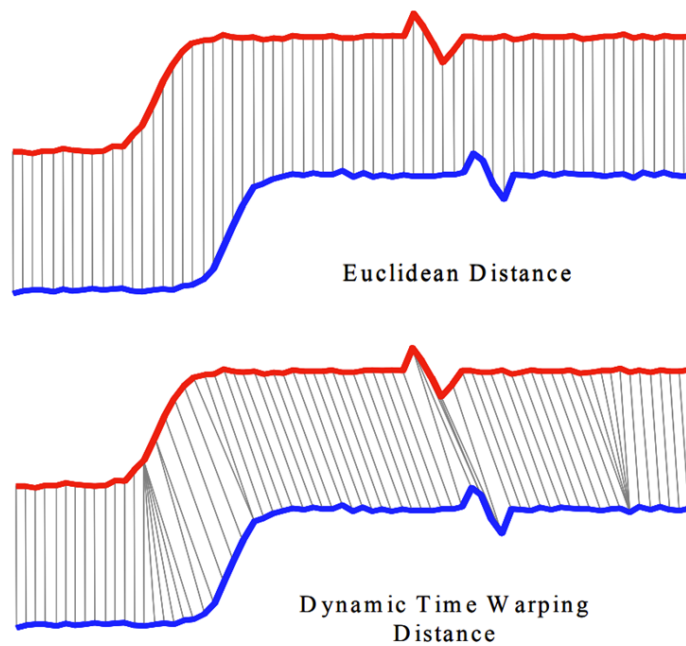
respectivos alinhamentos entre as diferentes séries temporais.

Figura 16: Exemplo de séries temporais e seus pontos de alinhamento



Fonte: (SENIN, 2008).

Figura 17: Distância euclidiana x DTW



Fonte: (KEOGH, 2004).

### 3.3.1 Cálculo do algoritmo DTW

Dados dois vetores  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n), n \in \mathbb{N}$  e  $V = (y_1, y_2, \dots, y_m), m \in \mathbb{N}$ , constrói-se uma matriz (MA) de dimensão  $X \times Y$ .

Após montada a matriz (MA), precisaremos preenche-la com os valores dados pelas equações abaixo (adaptadas de (SOUZA; PANTOJA; SOUZA, 2016)):

$$MA[0, Y_j] = |X_i - Y_j| + MA[0, j - 1] \quad (3.4)$$

$$MA[X_i, 0] = |X_i - Y_j| + MA[0, j - 1] \quad (3.5)$$

$$MA[X_i, Y_j] = |X_i - Y_j| + \min[MA[i, j - 1], MA[i - 1, j], MA[i - 1, j - 1]] \quad (3.6)$$

Com base nas equações acima é possível construir a matriz de distâncias e em seguida encontrar o caminho ótimo. segundo (SOUZA; PANTOJA; SOUZA, 2016): “Calcula-se a soma dos valores do melhor caminho entre os pontos final e inicial, encontrados partindo do ponto final, superior a direita, escolhendo sempre o menor valor dentre os três próximos à esquerda, abaixo e à diagonal. Na ocasião de valores iguais, a preferência é dada ao elemento da diagonal.”

Para exemplificar o algoritmo, elaborou-se a matriz abaixo, criada a partir de séries com dados aleatórios.

Figura 18: Exemplo Matriz DTW

7	45	36	18	18	20	12	16	17	13	12
9	39	31	16	16	18	12	16	14	10	14
6	31	24	12	12	12	10	10	9	12	11
3	26	20	11	11	9	11	7	8	15	10
9	24	19	9	9	11	7	13	12	8	12
4	16	12	5	5	5	8	7	7	13	14
7	13	10	4	4	7	6	10	12	14	16
6	7	5	2	3	6	6	9	11	14	15
3	2	1	3	5	5	9	9	10	17	19
1	0	1	5	9	11	17	19	22	31	35
	1	2	5	5	3	7	3	4	10	5

Fonte: Elaboração Própria.

### 3.4 Clustering de commodities

Foram selecionadas 14 commodities para serem agrupadas (incluindo commodities do agronegócio, metais, e de energia) via K-means, utilizando do método DTW. As commodities escolhidas foram: Açúcar; Algodão; Alumínio; Boi Gordo; Café; Cobre; Gás Natural; Milho; Óleo de Aquecimento; Ouro; Prata; Petróleo Brent; Soja; e Trigo.

As séries temporais consideraram os preços dos contratos futuros dos últimos 5 anos. Para nossa análise foi preciso tratar os dados, de forma que algumas datas foram excluídas para que pudessemos ter séries temporais de mesmo tamanho. O preenchimento dos dados faltantes traria complexidade ao modelo e fugiria do foco deste trabalho.

Vale ressaltar que os preços dos contratos utilizados para criar as séries temporais está em dólares americanos, uma vez que os contratos são negociados nas bolsas dos Estados Unidos. Algumas commodities possuem contratos na bolsa brasileira em reais, porém dada a maior liquidez no exterior optou-se por uma padronização, utilizando do dólar como padrão para os preços dos contratos.

Dado que o que nos interessa é a forma e a tendência das séries, os preços também

foram padronizados para que conseguíssemos criar *clusters* compatíveis com a realidade, uma vez que os métodos para agrupamento utilizam de distâncias e a diferença na ordem de grandeza nos preços de cada contrato gerariam resultados equivocados.

Os dados foram padronizados conforme equação 4.1 abaixo:

$$X = \frac{x_i - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (3.7)$$

Considerando X como o valor padronizado de cada observação no decorrer do tempo  $x_i$  = valor de cada observação,  $x_{min}$  como o valor mínimo de todas as observações e  $x_{max}$  o valor máximo de todas as observações.

Os dados iniciais e os dados padronizados serão apresentados nos Anexo - A.

## 3.5 Construção de Portfólios de investimento

Nesta seção iremos abordar brevemente sobre os modelos matemáticos utilizados na construção de portfólios de investimento. Comentaremos sobre a Teoria Moderna do Portfólio e focaremos no modelo matemático o qual utilizaremos neste trabalho para avaliar a relevância dos *clusters* adquiridos para a construção de um portfólio. Verificaremos se esta nova abordagem, com base no formato das séries temporais pode ou não, criar um portfólio mais robusto.

### 3.5.1 Teoria Moderna do Portfólio

Com o aumento da importância do mercado financeiro na economia global, surgiu-se a necessidade de tornar os investimentos algo mais sistemático através do uso de modelos matemáticos.

Por volta da década de 50, com o intuito de otimizar os portfólios de investimento, surgiu a Teoria Moderna do Portfólio, criada inicialmente por Harry Markowitz em seu artigo “Portfolio Selection”. De forma geral, segundo a INVESTOPEDIA (2021): “a teoria se baseia em um método para maximizar os retornos sem ultrapassar o nível máximo de risco que o investidor está disposto a correr. Um dos pontos centrais da teoria é a diversificação do portfólio na alocação dos ativos, uma vez que os investimentos são, em geral, divididos entre alto retorno e alto risco ou baixo retorno e baixo risco”.

A construção do portfólio considera medidas estatísticas como variância e correlação,

mas é preciso ressaltar que os investimentos devem ser analisadas em conjunto e não apenas individualmente, ou seja, para um dado valor esperado de retorno, busca-se montar um portfólio que minimize o risco, com base no conjunto de ativos disponíveis para se investir.

markowitz utilizou da matemática para a criação de um conceito denominado “fronteira eficiente”. Através dele, concluiu que o risco de uma carteira é influenciado pela diversificação dos ativos e não apenas pela média dos ativos individuais. Dessa forma, seria possível construir um portfólio de mesmo retorno esperado, porém com uma menor volatilidade, ou seja, menor risco.

### 3.5.2 Hierarchical Risk Parity

Com o decorrer do tempo, novas teorias para construção de portfólios foram surgindo. Ao invés de focar na distribuição de capital entre diferentes ativos, passou-se a distribuir o risco entre diferentes ativos.

Segundo (JAIN; JAIN, 2019): “Em essência, o HRP calcula os pesos de volatilidade inversos para grupos de ativos similares, que são escalonados iterativamente para baixo à medida que move-se para subgrupos menores, até que cada ativo forme um subgrupo”. O autor explica ainda que algoritmo opera em 3 estágios. O primeiro busca determinar hierarquicamente as relações entre os ativos, com base em suas correlações. O segundo estágio envolve a diagonalização da matriz de covariância através da reorganização das linhas e colunas com base nas informações do primeiro estágio. Por fim, após o segundo estágio, os pesos são distribuídos usando da alocação de variância inversa entre os subgrupos, obtidos através da biseção recursiva da matriz de covariância.

O algoritmo basicamente é utilizado para criação de portfólios, considerando os riscos e os retornos de cada ativo. Primeiramente são construídos *clusters* hierarquicos com base nas correlações entre os ativos e em seguida há a diagonalização da matriz de correlação. Dessa forma, organizam-se os ativos de modo que os ativos mais correlacionados se encontram mais próximos. Com os ativos já organizados, inicia-se a biseção, que reparte os *clusters* e os divide em *clusters* menores, até que cada *cluster* seja apenas um único ativo. Nesse processo, há um processo de distribuição de pesos para cada ativo, e em seguida o algoritmo nos entrega a distribuição ótima para o portfólio, com base nos dados analisados.

## 4 RESULTADOS E ANÁLISES

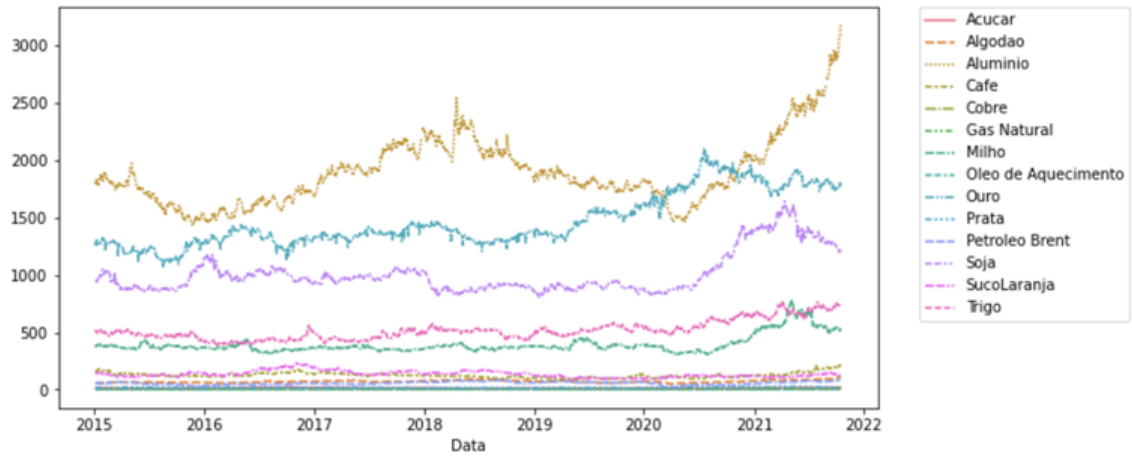
Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos neste trabalho, bem como serão analisados tais resultados e comentados com base nas expectativas iniciais.

### 4.1 Resultados do Cluster de Commodities

Com os dados apresentados anteriormente, pode-se então utilizar do algoritmo citado anteriormente no tópico 3.2 para realização dos clusters. Foram testados diferentes números de clusters e a combinação dos dois métodos citados anteriormente nos tópicos 3.2 e 3.3, distância euclidiana e dynamic time warping. Empiricamente chegou-se ao número ótimo de clusters igual a 6 sendo que o método utilizado para o cálculo das distâncias fora o *Dynamic Time Warping*.

Vale ressaltar que os dados das séries temporais apresentadas na figura 19 foram retirados de (INVESTING, 2021). Além disso, utilizou-se da biblioteca (TAVENARD et al., 2020) e (TURINGQUANT, 2021) para elaboração do código. Na figura 20 estão os dados das séries temporais padronizadas.

Figura 19: Séries Temporais



Fonte: Elaboração Própria a partir dos dados de (INVESTING, 2021).

Figura 20: Séries Temporais Padronizadas



Fonte: Elaboração Própria.

De maneira geral, o preço de ativos não possui uma tendência bem definida. Não há períodos de sazonalidade (ainda que quando tratamos de *commodities* agrícolas, haja períodos de safra) e com o passar do tempo, apesar dos preços comumente subirem dado o valor do dinheiro no tempo, nem sempre é o que ocorre.

Observando as séries, percebemos que de maneira geral, as *commodities* tiveram uma valorização durante o período da pandemia de COVID-19. No caso dos metais, estes são investimentos seguros, principalmente quando tratamos de Ouro ou Prata, e por isso em tempos de incerteza, tendem a se valorizar. As *commodities* agrícolas também dispararam, uma vez que tratam-se de produtos de necessidades básicas (alimentação) e o medo da falta dos produtos gerou certa preocupação nas pessoas, das quais muitas resolveram fazer estoques de alimentos, gerando esse aumento nos preços.

Nas figuras 21 e 22, abaixo, veremos o resultado do agrupamento das *commodities*, a primeira imagem nos mostra o resultado proporcionado pelo algoritmo e a segunda imagem nos mostra de maneira mais organizada cada *commodity* em seu respectivo *cluster* para tornar mais fácil a visualização. Também abaixo, na figura 23, temos as séries temporais padronizadas agrupadas.

Figura 21: Cluster Output

```
Out[25]: {'Acucar': 3,  
          'Algodao': 3,  
          'Aluminio': 3,  
          'Cafe': 5,  
          'Cobre': 1,  
          'Gas Natural': 3,  
          'Milho': 1,  
          'Oleo de Aquecimento': 2,  
          'Ouro': 1,  
          'Prata': 4,  
          'Petroleo Brent': 2,  
          'Soja': 1,  
          'SucoLaranja': 0,  
          'Trigo': 1}
```

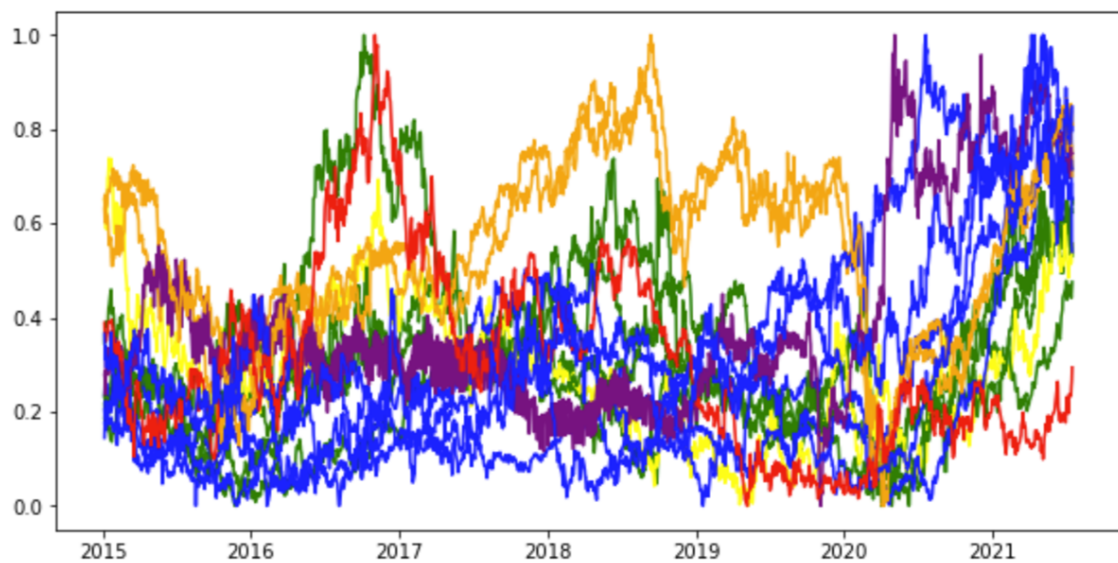
Fonte: Elaboração Própria.

Figura 22: Distribuição das commodities em seus clusters



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 23: Séries Temporais Padronizadas em seus Clusters



Fonte: Elaboração Própria.

Os resultados trouxeram informações novas e interessantes, bem como confirmou expectativas. Esperava-se inicialmente que as *commodities* agrícolas fossem agrupadas em um mesmo cluster, bem como as *commodities* de energia e os metais ocupassem cada um seu *cluster*. No entanto, este não foi o caso, e as diversas *commodities* acabaram por mostrar comportamentos similares, ainda que fossem de setores distintos.

Com base nos *clusters* construídos, vimos algumas características curiosas em alguns deles.

Com relação ao *cluster* 0, este ficou apenas com o suco de laranja, o qual pudemos observar queda em seu preço, fazendo com que durante a pandemia houvesse uma queda na produção no estado da Flórida, um dos principais produtores de suco de laranja no mundo. Isso acabou impactando o mercado norte-americano, porém a expectativa é que a produção volte a normalidade em breve, segundo dizem especialistas no setor.

O *cluster* 1 pode ser explicado pelo que fora dito anteriormente, em cenários de incerteza, estas *commodities* costumam se valorizar, enquanto em cenários “normais”, seu preço tende a se manter relativamente constante, valorizando levemente devido ao valor do dinheiro no tempo.

No caso do Petróleo Brent e do Óleo de Aquecimento, era esperado que fossem agrupados em um mesmo *cluster* (2), uma vez que são ambas *commodities* de energia e possuem demandas muito similares e possuem uma correlação superior a 0.9. Visualmente o Petróleo Brent e o Óleo de Aquecimento possuem curvas extremamente similares e acabaram por ocupar um cluster único, contudo o Gás Natural apesar de também ser uma *commodity* de energia, acabou em um cluster separado. Nota-se que os contratos futuros dessas 2 *commodities* são constantemente analisados para operações de *hedging* de produtos com menor liquidez, como é o caso de combustível de jatos.

O *cluster* 3 foi uma grande surpresa e precisaria ser estudado com maior cautela, analisando os cenários e fatores que impactaram cada uma das *commodities*. Este *cluster* assim como o *cluster* 1, se beneficiou do período de pandemia, contudo após a melhora da pandemia, seus preços, no geral, continuaram em uma crescente.

Os *clusters* 4 e 5 não tiveram nenhuma característica marcante, mas podemos ressaltar que a Prata estaria mais próxima do *cluster* 1, ao lado do Ouro, e o Café estaria mais próximo do *cluster* 3, juntamente com o açúcar.

De forma geral, as séries temporais foram agrupadas de forma coerente com o esperado. Apesar disso, seria necessário um estudo mais a fundo para verificar os eventos que

trouxeram certos picos ou vales para assim trazer maior robustez às tendências de cada *commodity*.

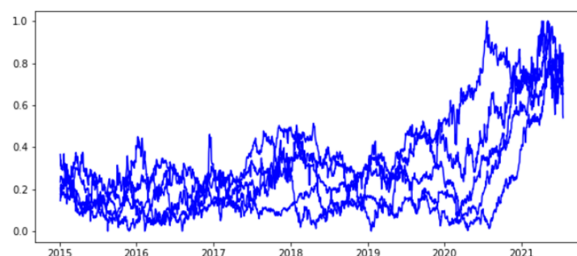
Abaixo, nas figuras 24,25,26,27,28, e 29, podemos verificar as séries temporais por *cluster*. Nota-se que as séries na figura estão padronizadas para facilitar a visualização, uma vez que dada a diferença na ordem de grandeza, as *commodities* de menores preços eram ofuscadas pelas *commodities* com preços mais elevados. No Anexo - A, estarão os *clusters* das séries originais, caso haja interesse.

Figura 24: Série Padronizada Cluster 0



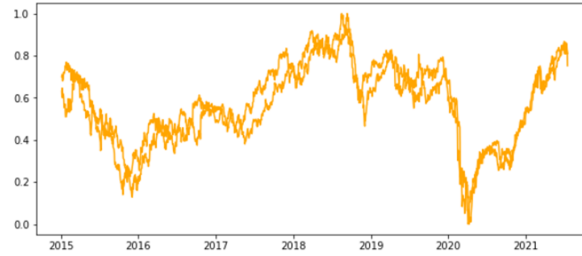
Fonte: Elaboração Própria.

Figura 25: Série Padronizada Cluster 1



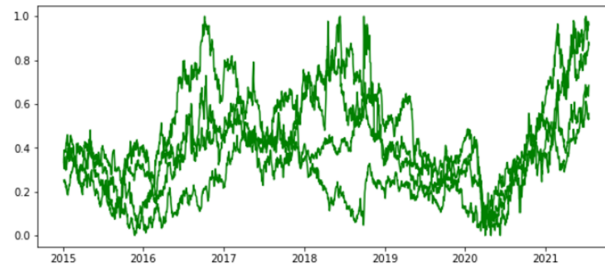
Fonte: Elaboração Própria.

Figura 26: Série Padronizada Cluster 2



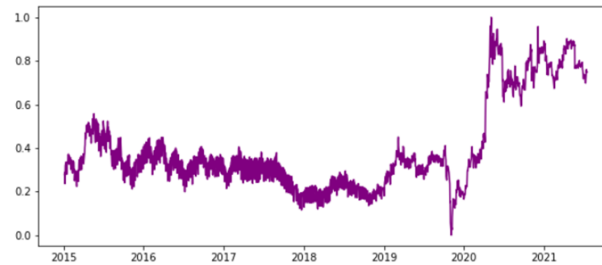
Fonte: Elaboração Própria.

Figura 27: Série Padronizada Cluster 3



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 28: Série Padronizada Cluster 4



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 29: Série Padronizada Cluster 5



Fonte: Elaboração Própria.

## 4.2 Resultados dos portfólios

Com o intuito de avaliar a eficácia de *clusters* baseados no formato das séries temporais, foi feita uma comparação na utilização do algoritmo HRP, entre o uso de *clusters* hierárquicos e o uso de *clusters* baseados no algoritmo K-means, com auxílio do método *Dynamic Time Warping*.

O teste fora feito em 2 etapas, considerando 4 cenários diferentes. Os cenários basicamente foram diferentes intervalos de tempo de investimento, sendo eles prazos de 1 ano; 6 meses; 3 meses; e 1 mês. Primeiramente rodou-se o algoritmo HRP na íntegra, utilizando do *cluster* hierarquico já inserido no código. Em seguida, os resultados foram anotados para futura comparação. Em seguida, substituímos o *cluster* hierarquico pelo *cluster* K-means, com o método DTW, e rodamos novamente o algoritmo HRP. Os resultados dos 4 cenários foram novamente anotados para comparação.

Vale mencionar que os dados utilizados para aprendizado foram dados de um período superior a 4 anos, de 2015 a 2020.

Ao final do teste, buscamos entender o desempenho de cada cluster dentro do algoritmo, através da comparação de resultados quantitativos. As métricas utilizadas foram a média dos retornos, a volatilidade (variação dos preços) e o índice de Sharpe, sendo este último calculado através da fórmula abaixo:

$$S = \frac{R - R_f}{\sigma} \quad (4.1)$$

Na qual R é o retorno médio do ativo, R<sub>f</sub> é o retorno médio da taxa livre de risco (normalmente considerada como títulos públicos, ou índices robustos como é o caso da S&P500, nos Estados Unidos) e  $\sigma$  é o desvio padrão do ativo no período. Neste caso, consideramos a taxa livre de risco como a taxa do CDI, sendo que para o período de 1 ano e 6 meses consideramos o CDI anterior de 2,65% a.a. e para o período de 3 meses e 1 mês, consideramos o CDI atual de 7,65%a.a.

Após completo o teste, chegamos aos seguintes resultados, como mostra as figuras 30,31,32, e 33:

Figura 30: Diversificação do Portfólio e Desempenho - 1 ano

1 Ano		1 Ano		1 ano		
K-means		Hierarquico		Retorno	Volatilidade	Sharpe
Commodity	Peso	Commodity	Peso			
Açúcar	4,67%	Açúcar	5,09%	K-means		
Algodão	9,71%	Algodão	9,71%	0,405226	0,091045	4,159736
Alumínio	15,65%	Alumínio	15,61%	Hierarquico		
Café	4,58%	Café	4,73%	0,406156	0,091515	4,148534
Cobre	11,69%	Cobre	11,69%			
Gás Natural	1,93%	Gás Natural	1,97%			
Milho	9,97%	Milho	9,70%			
Óleo de Aquecimento	3,58%	Óleo de Aquecimento	3,52%			
Ouro	8,58%	Ouro	8,10%			
Petróleo Brent	2,53%	Petróleo Brent	2,51%			
Prata	1,12%	Prata	1,07%			
Soja	13,83%	Soja	14,43%			
Suco de Laranja	4,22%	Suco de Laranja	4,31%			
Trigo	7,96%	Trigo	7,56%			

Fonte: Elaboração Própria.

Figura 31: Diversificação do Portfólio e Desempenho - 6 meses

6 meses		6 meses		6 meses		
K-means		Hierarquico		Retorno	Volatilidade	Sharpe
Commodity	Peso	Commodity	Peso			
Açúcar	5,18%	Açúcar	5,06%	K-means		
Algodão	9,69%	Algodão	9,41%	0,123268	0,102815	1,070542
Alumínio	15,62%	Alumínio	15,58%	Hierarquico		
Café	4,56%	Café	4,73%	0,121992	0,103331	1,052845
Cobre	12,01%	Cobre	11,50%			
Gás Natural	1,98%	Gás Natural	1,98%			
Milho	9,30%	Milho	9,70%			
Óleo de Aquecimento	3,90%	Óleo de Aquecimento	3,63%			
Ouro	8,32%	Ouro	8,56%			
Petróleo Brent	2,76%	Petróleo Brent	2,60%			
Prata	1,15%	Prata	1,16%			
Soja	14,10%	Soja	13,96%			
Suco de Laranja	4,34%	Suco de Laranja	4,46%			
Trigo	7,09%	Trigo	7,67%			

Fonte: Elaboração Própria.

Figura 32: Diversificação do Portfólio e Desempenho - 3 meses

3 meses		3 meses		3 meses		
K-means		Hierarquico		Retorno	Volatilidade	Sharpe
Commodity	Peso	Commodity	Peso			
Açúcar	5,08%	Açúcar	5,26%			
Algodão	10,43%	Algodão	9,70%			
Alumínio	16,09%	Alumínio	15,62%			
Café	5,07%	Café	4,89%			
Cobre	11,23%	Cobre	11,70%			
Gás Natural	1,94%	Gás Natural	2,13%			
Milho	8,24%	Milho	8,25%			
Óleo de Aquecimento	3,55%	Óleo de Aquecimento	3,90%			
Ouro	9,05%	Ouro	9,06%			
Petróleo Brent	2,82%	Petróleo Brent	2,80%			
Prata	1,09%	Prata	1,26%			
Soja	12,86%	Soja	12,84%			
Suco de Laranja	4,81%	Suco de Laranja	4,74%			
Trigo	7,75%	Trigo	7,86%			
				K-means		
				0,097286	0,088539	0,888710
				Hierarquico		
				0,097150	0,088452	0,888052

Fonte: Elaboração Própria.

Figura 33: Diversificação do Portfólio e Desempenho - 1 mês

1 mês		1 mês		1 mês		
K-means		Hierarquico		Retorno	Volatilidade	Sharpe
Commodity	Peso	Commodity	Peso			
Açúcar	5,53%	Açúcar	5,16%			
Algodão	9,87%	Algodão	9,85%			
Alumínio	15,61%	Alumínio	15,49%			
Café	4,41%	Café	4,73%			
Cobre	12,32%	Cobre	11,59%			
Gás Natural	2,16%	Gás Natural	2,14%			
Milho	7,82%	Milho	8,20%			
Óleo de Aquecimento	4,23%	Óleo de Aquecimento	3,96%			
Ouro	9,18%	Ouro	9,31%			
Petróleo Brent	3,01%	Petróleo Brent	2,83%			
Prata	1,28%	Prata	1,29%			
Soja	13,00%	Soja	12,96%			
Suco de Laranja	4,39%	Suco de Laranja	4,55%			
Trigo	7,19%	Trigo	7,94%			
				K-means		
				0,042321	0,093886	0,385803
				Hierarquico		
				0,041556	0,092052	0,385179

Fonte: Elaboração Própria.

Para avaliarmos os resultados precisamos entender as 3 variáveis utilizadas. De forma simples, quanto maior o retorno, menor a volatilidade e maior o índice de Sharpe, melhor o desempenho do portfólio. Com relação ao índice de Sharpe, a figura 34, abaixo, nos mostra como o mercado avalia os resultados do mesmo.

Figura 34: Inferências do Índice de Sharpe

Sharpe Ratio Number	Inference
< 1	Bad
1 – 1.99	Adequate/good
2 – 2.99	Very Good
> 3	Excellent

Fonte: (GETMONEYRICH, 2021).

Podemos observar acima que para cada cenário, o algoritmo HRP nos passou uma carteira ótima, com as porcentagens de alocação dos recursos em cada *commodity*, diversificando assim nosso portfólio.

Primeiramente podemos perceber que em ambos os casos (tanto com o *cluster* hierárquico quanto com o *cluster* K-means) os resultados foram similares.

No caso de investimentos para o prazo de 1 ano, os resultados foram bem satisfatórios, sendo que o *cluster* hierárquico obteve melhor retorno, porém maior volatilidade. A partir do índice de Sharpe pudemos verificar que o *cluster* K-means foi levemente superior, uma vez que a menor volatilidade compensou o menor retorno. Neste cenário, vemos que se comparado à taxa livre de risco, o portfólio obteve um desempenho extremamente satisfatório em ambos os casos.

No cenário de 6 meses, o *cluster* K-means foi superior em todos os aspectos, tendo maior retorno, menor volatilidade e conseqüentemente um maior índice de Sharpe. Neste caso, o desempenho do portfólio pode ser considerado como bom, ainda que não seja extraordinário.

No caso de investimentos de mais curto prazo, percebemos que o *cluster* K-means proporcionou maior retorno, porém maior volatilidade, sendo que o maior retorno compensou a maior volatilidade. Nestes últimos cenários, vemos que o desempenho do portfólio foi

pouco satisfatório, e isso provavelmente se deve a dois principais fatores: a alta dos juros e a desaceleração do crescimento das *commodities*. A taxa livre de risco subiu e a amenização da pandemia fez os preços de boa parte das *commodities* voltarem ao seu patamar original.

Por último, é importante ressaltar que os preços analisados estavam dados em dólar, de forma que pessoas que não possuem caixa em dólar (caso de pessoas físicas e empresas que não são instituições financeiras) devem ficar atentas pois a variação do câmbio afetaria o resultado final ao converter para reais e embolsar seus ganhos.

## 5 HEDGING

Neste capítulo iremos analisar as formas de *Hedging* e as respectivas operações envolvidas. Para tanto, utilizaremos dos conceitos mencionados no capítulo 2. Focaremos nas operações de *Hedge vanilla*, analisando a contratação do serviço de *Hedging* pelo exportador ou importador.

É importante ressaltar que no caso dos exportadores e importadores o *Hedging* pode ser calculado de acordo com os parâmetros da empresa, mas de maneira geral, e de acordo com conversas com líderes de empresas de grande porte do agronegócio, a quantidade a ser protegida é arbitrária de acordo com o risco que os gestores e a diretoria estão dispostos a tomar. Dessa forma, não há um cálculo exato, porém em linhas gerais 30% do valor da exportação ou importação é um valor que normalmente é “protegido” de início e no decorrer do tempo pode-se aumentar a posição ou sair de posição de acordo com o cenário econômico e a disponibilidade de caixa da empresa.

As empresas exportadoras e importadoras que possuem um único produto principal, de forma geral realizam seu *Hedging* contratando um contrato a termo (não padronizado) no mercado de balcão. Neste caso, o uso de *clusters* auxilia na tomada de decisão do gestor, ao verificar a tendência de todas as *commodities* de um mesmo *cluster*, podendo assim avaliar se sua *commodity* diverge ou não das demais. Caso haja divergência, isso pode ser um sinal de que a precificação da *commodity* esteja defasada e eventualmente pode-se realizar operações de *Hedge* menores ou maiores do que previamente estabelecido. Suponhamos que o Ouro, Cobre, Milho e Trigo tiveram preços ascendentes e não houve um evento específico que prejudicasse o preço da soja (embargos, por exemplo). Neste caso, a possibilidade de que o preço da soja esteja abaixo do que realmente vale é alto e a tendência é de que o preço volte a subir. Dessa forma, ao invés de realizar uma operação de *hedge* de 30% do valor da exportação, poderia ser feito operações para proteção de 20%, por exemplo.

Figura 35: Cenário 1 - Hedge de 30% da exportação

Preço SPOT Hoje	1000	Dólar	5,5
Libor	0,1%	Dias corridos	36
DI	8%	Dias úteis	28
% do Hedge	30%		
Volume da expo	10.000,00		
Volume hedge	3.000,00	bushels	
Preço Futuro	1.008,49	USD/bushel	
Spread	0,5%		
Preço com Spread	1.003,44		
Preço Spot na data de vencimento	Exportação	Derivativo	Resultado
1.000,00	3.000.000,00	25.461,13	3.025.461,13
1.005,00	3.015.000,00	10.461,13	3.025.461,13
1.008,49	3.025.461,13	-	3.025.461,13
1.010,00	3.030.000,00	- 4.538,87	3.025.461,13
1.015,00	3.045.000,00	- 19.538,87	3.025.461,13
Custo USD	15.127,31		
Custo BRL	83.200,18		

Fonte: Elaboração Própria.

Figura 36: Cenário 2 - Hedge de 20% da exportação

Preço SPOT Hoje	1000	Dólar	5,5
Libor	0,1%	Dias corridos	36
DI	8%	Dias úteis	28
% do Hedge	20%		
Volume da expo	10.000,00		
Volume hedge	2.000,00	bushels	
Preço Futuro	1.008,49	USD/bushel	
Spread	0,5%		
Preço com Spread	1.003,44		
Preço Spot na data de vencimento	Exportação	Derivativo	Resultado
1.000,00	2.000.000,00	16.974,09	2.016.974,09
1.005,00	2.010.000,00	6.974,09	2.016.974,09
1.008,49	2.016.974,09	-	2.016.974,09
1.010,00	2.020.000,00	- 3.025,91	2.016.974,09
1.015,00	2.030.000,00	- 13.025,91	2.016.974,09
Custo USD	10.084,87		
Custo BRL	55.466,79		

Fonte: Elaboração Própria.

Podemos observar nas figuras 26 e 27, que a diminuição no volume do *hedge* pode impactar drasticamente nos custos da empresa. No exemplo, vemos que há uma redução de aproximadamente 27.7 mil reais.

Por outro lado, se o preço estiver acima do esperado, será uma boa ideia travar o preço na alta, garantindo maior rentabilidade no futuro.

No caso da tesouraria dos bancos e instituições financeiras há cálculos sofisticados na gestão de risco e do portfólio. Contudo, como não entraremos a fundo no mundo de opções e produtos estruturados, deixaremos de lado o uso de estratégias avançadas como o uso das chamadas “gregas” para *hedging* dos portfólios. Dessa forma, focaremos nas oportunidades de diversificação e de mercado para *hedging* das operações realizadas com a área de mesa clientes <sup>1</sup> deixando de lado as posições tomadas decorrentes de especulação de mercado.

Para a tesouraria, o comum é zerar na totalidade as operações realizadas contra os clientes, porém para grandes volumes, como mencionado anteriormente no tópico 2.1.3.3, a zeragem se torna mais cara por conta da oferta e demanda, alterando os preços do mercado. Assim, é possível que a tesouraria faça suas zeragens utilizando de futuros de *commodities* diferentes, aproveitando os contratos mais baratos de cada *commodity*.

Apesar da possibilidade de tornar os preços mais atraentes por meio do uso de diferentes contratos futuros, existe certa dificuldade em avaliar a eficácia de diversificar o portfólio. Primeiramente cada banco e instituição opera de formas diferentes, sendo que pode existir áreas diferentes para *commodities* de diferentes setores (metálicas, agrícola, energia, etc.). Outro ponto é que os custos internos de cada operação é restrito e neste primeiro momento não se teve acesso às peculiaridades das transações. Por fim, o risco que cada instituição pode correr não é o mesmo para todas as instituições e dessa forma seus cálculos internos para geração do portfólio podem variar, de acordo com suas estratégias.

---

<sup>1</sup>área do banco responsável por negociar e fechar as operações com os clientes

## 6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Conclui-se através do estudo feito neste trabalho que, de forma geral, o uso de técnicas de *clustering* para *commodities* é uma estratégia que agiliza a tomada de decisão dos gestores e fornece dados para que sejam feitas as operações de *Hedging*, principalmente quando analisamos o cenário econômico e suas tendências. É possível observar a tendência da *commodity* em questão e verificar se as demais *commodities* com comportamento similar seguem a mesma tendência ou se a *commodity* analisada está se sobressaindo ou tendo uma performance abaixo do esperado. Dessa forma, ou o preço tende a ser “corrigido” pela oferta ou demanda, ou há algum fator que possa estar gerando essa disparidade no preço, como é o caso de embargos econômicos, desastres naturais, e etc. Com isso os gestores podem tomar suas decisões com maior segurança e criar estratégias mais robustas de longo prazo.

Notou-se também que o modelo de K-means foi eficaz na verificação do formato das séries, trazendo como resultado *clusters* diferentes dos tradicionais, como é o caso do *cluster* hierárquico baseado na correlação dos ativos. Esta nova opção de *cluster* traz uma visão diferente que deve ser avaliada com cautela para se aproveitar da melhor forma possível das informações proporcionadas.

O estudo também mostrou que há um potencial promissor em termos quantitativos, na construção de portfólios uma vez que nos cenários analisados o método de *cluster* por formato da série temporal mostrou um desempenho levemente superior em todos os casos analisados. Contudo, é importante ressaltar dois pontos: o primeiro ponto importante é que nos últimos tempos tivemos um cenário atípico de pandemia, que pode ter afetado o desempenho do algoritmo original; o segundo ponto é que ainda seria preciso elaborar novos testes e realizar testes de estresse no modelo garantindo uma maior robustez nos resultados. Em nossa análise, vale ressaltar, os portfólios tiveram distribuições similares para a alocação dos ativos, resultando em uma performance geral similar. Em termos absolutos ambos os portfólios obtiveram um bom resultado em todos os cenários analisados, contudo, nos cenários de menor prazo, se comparado às taxas de mercado atuais, o

desempenho foi levemente abaixo da expectativa, mas isto se deve ao cenário econômico das *commodities* como um todo, e não ao algoritmo em si.

Para futuras análises, será necessária a criação de modelos matemáticos mais sofisticados que utilizem dos *clusters* para analisar a distribuição das carteiras e seu impacto na gestão dos risco das instituições financeiras. Além disso, adicionar variáveis de risco específicas e expandir a quantidade e diversidade dos ativos em estudo seria relevante para termos um resultado mais robusto (deve-se considerar a flutuação da moeda e expandir o teste para ações, por exemplo). Também recomenda-se que sejam adquiridos dados de diferentes regiões do globo, assim seria possível relacionar o comportamento de cada região à forma que os ativos se comportam.

Por fim, seria interessante iniciar uma tentativa de realizar previsões com base nas séries temporais, no entanto a previsão de ativos no mercado exige um estudo mais aprofundado e focado neste tema, uma vez que não há uma tendência clara do rumo de cada ativo. Atualmente existem fundos quantitativos que buscam lucrar por meio de *machine learning*, através de códigos complexos para otimizar a compra e venda de seus ativos. Agregar a parte qualitativa deste estudo aos algoritmos de tais fundos pode gerar um resultado promissor e que deve ser estudado futuramente. Identificar novas metodologias de agrupamento de ativos e criar novos modelos matemáticos com base no formato das séries temporais pode também ser uma caminho promissor para um melhor desempenho no mundo dos investimentos.

## REFERÊNCIAS

AGRICULTURA, S. N. de. *Agronegócio*. 2019. Disponível em: <https://www.sna.agr.br/agronegocio/>.

AMIDON, A. *How to Apply K-means Clustering to Time Series Data*. 2020. Disponível em: <https://towardsdatascience.com/how-to-apply-k-means-clustering-to-time-series-data-28d04a8f7da3>.

B3. *Índice DI B3*. 2021. Disponível em: [https://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/indices/indices-de-segmentos-e-setoriais/serie-historica-do-di.htm](https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-de-segmentos-e-setoriais/serie-historica-do-di.htm).

BRASIL, B. C. do. *Cotações e boletins*. 2021. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/historicocotacoes>.

BRASIL, B. C. do. *Relação de Dealers de Câmbio*. 2021. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/acessoinformacao/legado?url=https://www4.bcb.gov.br/%2Fpec/%2Fdealers/%2Fprincipal.asp>.

BRASIL, B. C. do. *Taxa de Juros Básica = Histórico*. 2021. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/historicotaxasjuros>.

BRASIL, B. C. do. *TaxaSelic*. 2021. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/controleinflacao/taxaselic>.

BRASIL, G. do. *Balança Comercial fecha 2020 com superávit de US\$ 50,9 bilhões*. 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/pt-br/noticias/financas-impostos-e-gestao-publica/2021/01/balanca-comercial-fecha-2020-com-superavit-de-us-50-9-bilhoes>.

CARRANÇA, T. *PIB: Por que a economia surpreendeu no 1º tri, mesmo com piora da pandemia*. 2021. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/brasil-57311571>.

CEPEA. *PIB-AGRO/CEPEA*. 2021. Disponível em: <https://cepea.esalq.usp.br/br/releases/pib-agro-cepea-com-avanco-de-24-3-no-ano-pib-agro-alcanca-participacao-de-26-6-no-pib-brasileiro.aspx>.

CEPEA. *Sobre o CEPEA*. 2021. Disponível em: <https://www.cepea.esalq.usp.br/br/sobre-o-cepea.aspx>.

FORTUNA, E. *Mercado Financeiro Produtos e Serviços*. 21a edição. ed. Rio de Janeiro: Qualitymark Editora, 2017.

GETMONEYRICH. *SHARPE RATIO: ONE CAN USE IT TO PICK BEST MUTUAL FUNDS*. 2021. Disponível em: <https://getmoneyrich.com/sharpe-ratio/>.

- GLOBO. *Preços do petróleo Brent se aproximam de US\$ 57 com expectativas de oferta apertada*. 2021. Disponível em: <https://epocanegocios.globo.com/Mercado/noticia/2021/01/precos-do-petroleo-brent-se-aproximam-de-us-57-com-expectativas-de-oferta-apertada.html>.
- HSU, Y. C.; CHEN, A. P. A clustering time series model for the optimal hedge ratio decision making. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 138, p. 358–370, 8 2014. ISSN 18728286.
- IBGE. *IPCA*. 2021. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/estatisticas/economicas/precos-e-custos/9256-indice-nacional-de-precos-ao-consumidor-amplo.html?=&t=o-que-e>.
- INVESTING. *Commodities*. 2021. Disponível em: <https://br.investing.com/commodities/>.
- INVESTOPEDIA. *Modern Portfolio Theory (MTP)*. 2021. Disponível em: <https://www.investopedia.com/terms/m/modernportfoliotheory.asp>.
- JAIN, P.; JAIN, S. Can machine learning-based portfolios outperform traditional risk-based portfolios? The need to account for covariance misspecification. *Risks*, MDPI AG, v. 7, n. 3, 9 2019. ISSN 22279091.
- JAMES, G. et al. *An Introduction to Statistical Learning*. New York, NY: Springer New York, 2013. v. 103. ISBN 978-1-4614-7137-0.
- John C. Hull. *Opções, Futuros e Outros Derivativos*. 9a edição. ed. Porto Alegre: Bookman, 2016.
- KEOGH, C. A. R. E. *Making Time-series Classification More Accurate Using Learned Constraints*. [S.l.], 2004.
- LUENBERGER, D. *Investment Science*. 2nd edition. ed. New York: Oxford University Press, 2014.
- RICO. *Mercado de Balcão*. 2021. Disponível em: <https://ricconnect.rico.com.vc/blog/mercado-de-balcao>.
- SENIN, P. *Dynamic Time Warping Algorithm Review*. [S.l.], 2008.
- SOUZA, C. F. S.; PANTOJA, C. E. P.; SOUZA, F. C. M. VERIFICAÇÃO DE ASSINATURAS OFFLINE UTILIZANDO DYNAMIC TIME WARPING. In: . [S.l.]: Associação Brasileira de Inteligência Computacional - ABRICOM, 2016. p. 1–5.
- TAVENARD, R. et al. Tsllearn, a machine learning toolkit for time series data. *Journal of Machine Learning Research*, v. 21, n. 118, p. 1–6, 2020. Disponível em: <http://jmlr.org/papers/v21/20-091.html>.
- TURINGQUANT. *turingquant*. 2021. Disponível em: <https://turingquant.readthedocs.io/pt/latest/>.
- UOL. *Muito além do reforço contra gripe: 13 benefícios da laranja para a saúde*. 2021. Disponível em: <https://www.uol.com.br/vivabem/noticias/redacao/2018/10/27/laranja-beneficios-e-como-consumir.htm>.

WIKIPEDIA. *ALGODÃO*. 2021. Disponível em: [〈https://pt.wikipedia.org/wiki/Algodão〉](https://pt.wikipedia.org/wiki/Algodão).

WIKIPEDIA. *Açúcar*. 2021. Disponível em: [〈https://pt.wikipedia.org/wiki/Açúcar#:~:text=O%20açúcar%20%20%20termo,característica%20%20%20sabor%20adocicado.〉](https://pt.wikipedia.org/wiki/Açúcar#:~:text=O%20açúcar%20%20%20termo,característica%20%20%20sabor%20adocicado.)

WIKIPEDIA. *CAFÉ*. 2021. Disponível em: [〈https://pt.wikipedia.org/wiki/Café〉](https://pt.wikipedia.org/wiki/Café)

WIKIPEDIA. *Heating Oil*. 2021. Disponível em: [〈https://en.wikipedia.org/wiki/Heating\\_oil〉](https://en.wikipedia.org/wiki/Heating_oil).

WIKIPEDIA. *MILHO*. 2021. Disponível em: [〈https://pt.wikipedia.org/wiki/Milho〉](https://pt.wikipedia.org/wiki/Milho).

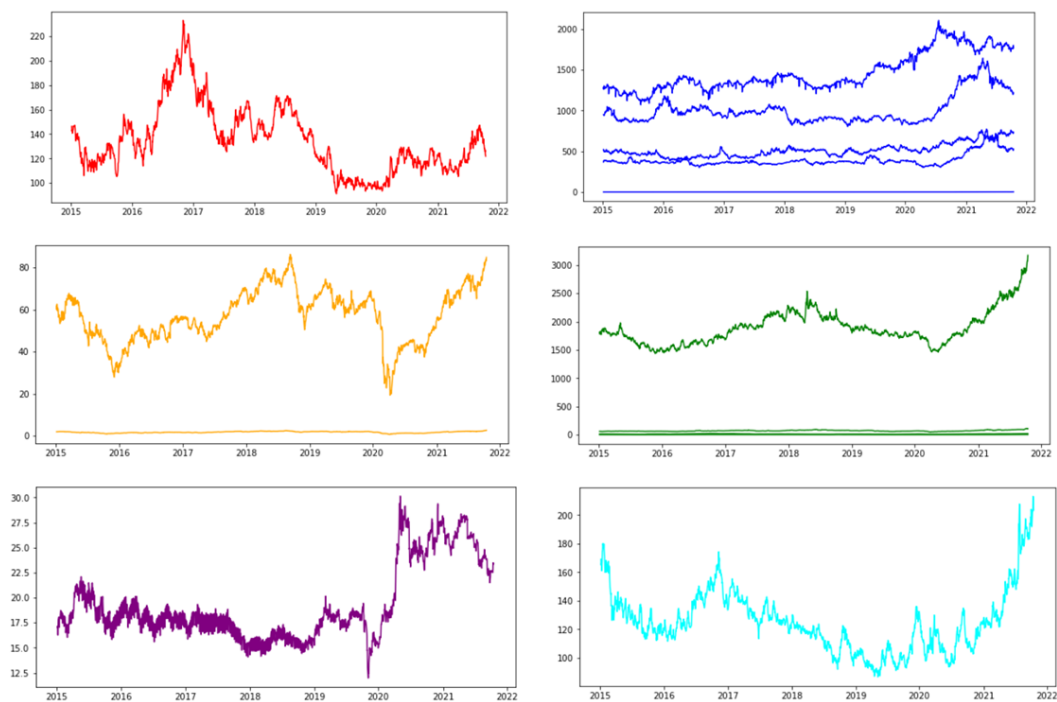
WIKIPEDIA. *SOJA*. 2021. Disponível em: [〈https://pt.wikipedia.org/wiki/Soja〉](https://pt.wikipedia.org/wiki/Soja).

WIKIPEDIA. *Tabela Periódica*. 2021. Disponível em: [〈https://pt.wikipedia.org/wiki/Tabela\\_periódica〉](https://pt.wikipedia.org/wiki/Tabela_periódica).

WIKIPEDIA. *TRIGO*. 2021. Disponível em: [〈https://pt.wikipedia.org/wiki/Trigo〉](https://pt.wikipedia.org/wiki/Trigo).

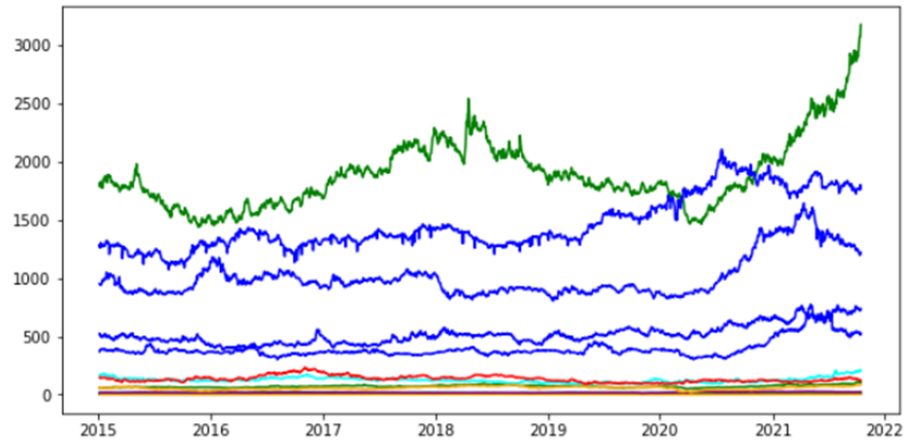
## 7 ANEXOS-A

Figura 37: Séries Temporais Originais separadas por Cluster



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 38: Séries temporais originais por cluster



Fonte: Elaboração Própria.

Figura 39: Dados Originais

	Acucar	Algodao	Aluminio	Cafe	Cobre	Gas Natural	Milho	Oleo de Aquecimento	Ouro	Prata	Petroleo Brent	Soja	SucoLaranja	Trigo
Data														
2021-10-15	19.80	107.05	3171.50	203.40	4.7295	5.410	525.75	2.5737	1768.3	23.387	84.86	1218.50	121.90	734.25
2021-10-14	19.59	107.24	3117.00	209.25	4.6315	5.687	516.75	2.5614	1797.9	23.349	84.00	1218.75	123.10	733.80
2021-10-13	19.86	103.94	3068.00	208.65	4.5160	5.590	512.25	2.5211	1794.7	23.477	83.18	1205.25	123.40	724.38
2021-10-12	20.07	106.37	3068.00	213.15	4.3255	5.505	522.50	2.5100	1759.3	23.170	83.42	1196.38	127.10	718.88
2021-10-11	20.33	109.80	3064.00	204.25	4.3665	5.345	533.00	2.5150	1755.7	22.514	83.65	1198.62	125.55	735.50
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
2015-01-09	14.91	60.63	1804.25	161.05	2.7160	2.575	385.75	1.8532	1300.0	17.788	61.02	938.50	140.75	496.00
2015-01-08	14.88	60.47	1825.50	166.60	2.7140	2.536	385.25	1.8771	1301.4	17.118	59.54	939.50	141.70	512.13
2015-01-07	14.78	60.35	1783.50	164.80	2.7080	2.634	383.50	1.8824	1289.2	16.265	62.58	941.13	143.20	502.13
2015-01-06	14.87	60.13	1780.25	165.15	2.7120	2.684	385.75	1.9080	1260.4	17.173	60.05	949.38	142.60	512.38
2015-01-05	14.26	60.58	1812.25	169.07	2.6390	2.610	369.75	1.8888	1282.0	17.033	61.63	950.50	146.35	522.50

Fonte: Elaboração Própria.

Figura 40: Dados Padronizados

	Acucar	Algodao	Aluminio	Cafe	Cobre	Gas Natural	Milho	Oleo de Aquecimento	Ouro	Prata	Petroleo Brent	Soja	SucoLaranja	Trigo
Data														
2021-07-15	0.556164	0.869612	0.960932	0.752141	0.796931	0.684650	0.540053	0.752573	0.715227	0.748857	0.810335	0.652681	0.294138	0.847577
2021-07-14	0.528767	0.883621	0.967148	0.747323	0.840794	0.653353	0.557560	0.822695	0.720845	0.748141	0.808542	0.650603	0.265184	0.842958
2021-07-13	0.539041	0.853448	0.976471	0.700749	0.840794	0.635469	0.809549	0.822312	0.734405	0.747315	0.827808	0.686567	0.253531	0.844278
2021-07-12	0.532877	0.846767	0.935627	0.719486	0.820758	0.649180	0.796817	0.839227	0.730531	0.760258	0.853644	0.665672	0.233404	0.808647
2021-07-09	0.552740	0.834914	0.946282	0.692184	0.835018	0.659911	0.780371	0.861616	0.715905	0.710415	0.833781	0.670746	0.237288	0.768053
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
2015-01-09	0.390411	0.253879	0.327192	0.796574	0.260650	0.325782	0.178780	0.680315	0.222007	0.319987	0.622611	0.161194	0.349576	0.295291
2015-01-08	0.388356	0.250431	0.346060	0.855996	0.259928	0.314158	0.177719	0.693398	0.223363	0.283086	0.600508	0.162388	0.356285	0.337864
2015-01-07	0.381507	0.247845	0.308768	0.836724	0.257762	0.343368	0.174005	0.696300	0.211546	0.236107	0.645908	0.164334	0.366879	0.311471
2015-01-06	0.387671	0.243103	0.305882	0.840471	0.259206	0.358271	0.178780	0.710313	0.183650	0.286116	0.608124	0.174185	0.362641	0.338524
2015-01-05	0.345890	0.252802	0.334295	0.882441	0.232852	0.336215	0.144828	0.699803	0.204572	0.278405	0.631720	0.175522	0.389124	0.365234

Fonte: Elaboração Própria.