

Sys 2128689

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROJETO MECÂNICO

PROJETO ESTRUTURAL DE ROLO PRENSA DE SUCCÃO

SERGIO LUIZ JABUR SALOMÃO

ORIENTADOR: Prof. Ronaldo de Breyne Salvagni

1 9 8 2

## SUMÁRIO

Neste trabalho o autor faz a análise estrutural de um componente de grande importância para fabricação de papel: o rolo prensa de sucção.

Esta análise foi feita com o intuito de obter-se um processo de dimensionamento para o componente acima citado pois a determinação de seus principais parâmetros ainda não é realizada no Brasil.

Foram feitos modelos baseados na teoria existente, não-tendo sido verificados experimentalmente, mas os resultados de um caso prático concordaram razoavelmente com os dados de um fabricante estrangeiro.

Este equipamento vem sendo fabricado na Europa a mais de 150 anos e portanto a experiência acumulada enorme, prevalendo o bom senso do executor no seu dimensionamento. A par disto os fabricantes estrangeiros vêm conduzindo diversas - pesquisas como medição de tensões por fotoelasticidade, com extensômetros elétricos e método dos elementos finitos.

O autor concentrou sua atenção no elemento mais crítico do equipamento que é a camisa perfurada.

Para pré selecionar a camisa foi feito um modelo aproximado para avaliação de tensões, deflexões e frequência natural.

A seguir é feito o esboço do conjunto com dimensionamento de vários elementos, e finalmente é feito um cálculo mais acurado da deflexão do rolo para efeito de usinagem do abalamento. Para tanto o autor faz um modelo com a utilização - do método dos elementos finitos, que também é apresentado resumidamente.

É feito um estudo das condições adversas do meio de trabalho que influem nas propriedades mecânicas do material.

O projeto apresentado baseia-se num equipamento de concepção da firma Voith S/A.

## Í N D I C E

1. Introdução	pág. 1
2. Dimensionamento	pág. 4
2.1. Esforços atuantes	pág. 4
2.2. Cálculo das tensões	pág. 7
2.3. Cálculo da deflexão	pág. 12
2.4. Velocidade Crítica	pág. 13
2.5. Seleção dos mancais e pontas de eixo	pág. 13
2.6. Fixação das pontas de eixo na camisa	pág. 16
2.7. Cálculo de abaulamento	pág. 19
2.8. Seleção dos materiais do rolo de sucção	pág. 26
3. Dimensionamento Prático	pág. 30
4. Referências Bibliográficas	pág. 43
Apêndice I - O método dos Elementos Finitos	
Apêndice II - Programas para calculadora	
Apêndice III - Malha para cálculo de $E^*$	
Apêndice IV - Desenho de Conjunto	

## NOMENCLATURA

- 1 -  $G$  = comprimento livre de cargas
- 2 -  $U$  = comprimento da ponta de eixo
- 3 -  $BL$  = comprimento da camisa
- 4 -  $S$  = largura da tela
- 5 -  $LE$  = distância entre mancais
- 6 -  $p_l$  = pressão linear
- 7 -  $w$  = peso linear da camisa
- 8 -  $f$  = força linear resultante do vácuo
- 9 -  $T$  = tensão do feltro
- 10 -  $R_c$  = Reação de apoio da caixa de sucção
- 11 -  $P, F, Q$  = forças concentradas
- 12 -  $q_x, q_y$  = carga distribuída equivalente
- 13 -  $p_1, p_2$  = pressão absoluta interna, externa
- 14 -  $\alpha, \beta, \gamma, \theta$  = ângulo de aplicação das cargas
- 15 -  $a, b, c$  = comprimentos característicos do padrão de furação
- 16 -  $r$  = raio dos furos
- 17 -  $\Delta\theta, \theta_{tu}$  = ângulos característicos do padrão de furação
- 18 -  $t_u, t_l$  = passo perimetral e longitudinal do padrão de furação
- 19 -  $z$  = número de furos em  $t_u \times t_l$
- 20 -  $D_e, D_i, \bar{D}$  = diâmetros, externo, interno, médio
- 21 -  $R_e, R_i, \bar{R}$  = raio externo, interno, médio
- 22 -  $e$  = espessura da camisa
- 23 -  $J$  = momento de inércia
- 24 -  $A$  = área transversal
- 25 -  $w_t, w_f$  = módulo de resistência a torção, flexão
- 26 -  $\sigma, \tau$  = tensão normal, de cisalhamento
- 27 -  $M_f$  = momento fletor
- 28 -  $M_t$  = momento torçor
- 29 -  $k_t, k_f$  = fator de concentração de tensões teórico, real
- 30 -  $E_m, E_z$  = módulo de elasticidade
- 31 -  $G_m, G_z$  = módulo de elasticidade transversal
- 32 -  $\bar{E}, E^*z$  = módulo de elasticidade equivalente, aparente
- 33 -  $\alpha_0$  = ângulo de posição da linha neutra
- 34 -  $\alpha_z, \alpha_n$  = relação cisalhamento máximo/cisalhamento médio
- 35 -  $m_s$  = momento estático
- 36 -  $\sigma_D, \tau_D$  = limite de resistência a fadiga
- 37 -  $\sigma_e, \tau_e$  = limite de escoamento

- 38 -  $\delta$  = flecha no centro do rolo
- 39 - K = relação entre rigidez da ponta de eixo/rigidez da camisa
- 40 -  $m'$ ,  $F'$  = momento, força fictícia
- 41 - r = raio de curvatura do conjunto ponta de eixo camisa
- 42 - f = fração de área
- 43 -  $f_n$  = frequência natural
- 44 - C = capacidade de carga dinâmica do rolamento
- 45 -  $\dot{V}$  = vazão de ar
- 46 - n = rotação
- 47 - v = velocidade

## 1. INTRODUÇÃO

O rolo prensa de sucção é um componente muito importante da máquina de papel. Sua função básica juntamente com o rolo de prensagem é reduzir o volume específico da folha de papel úmida recém-formada de forma a expulsar a água por saturação da folha, e por ação do vácuo aspirá-la para que a mesma não retorne para a folha quando da expansão do papel ao volume inicial. Além disto há um efeito de secagem do papel devido a saturação do ar na passagem pela folha fora da zona de prensagem (nip).

O rolo prensa de sucção consiste basicamente em uma camisa perfurada com vácuo interno apoiada em mancais e pressionada contra o rolo prensa (fig. 1.1)

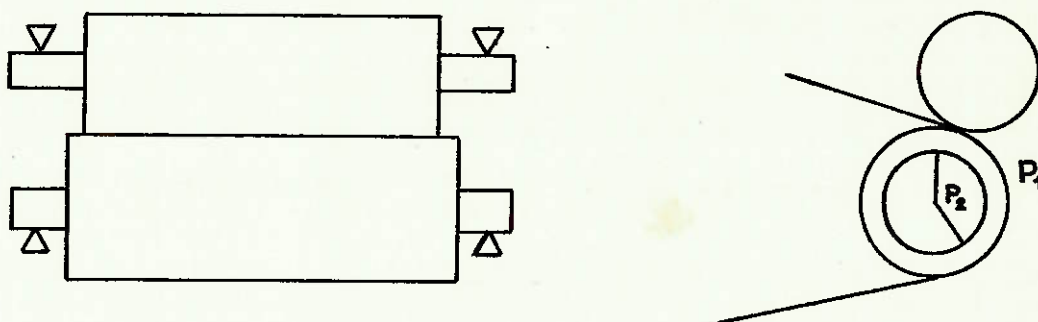


fig. 1.1 - Representação esquemática de uma prensa de sucção.

Devido a sua importância e custo elevado, o rolo de sucção pode influenciar enormemente os custos de produção de uma fábrica de papel. Por isto, sua vida útil, segurança operacional e comportamento em serviço devem ser previstos com a máxima precisão para não acarretar paradas indesejáveis nas

máquinas de papel, que trabalham em serviço contínuo.

O rolo de sucção pode ser dividido nos seguintes conjuntos:

- Camisa Perfurada
- Pontas de Eixo
- Mancais de rolamento
- Conjunto de vácuo, subdividido em
  - . caixa distribuidora do vácuo
  - . conjunto de selagem do vácuo
  - . conjunto posicionador da zona de sucção
  - . conjunto variador da zona de sucção - opcional.

Os requisitos necessários para estimar a solicitação em serviço de um rolo de sucção são:

- Pressão Linear de prensagem
- Largura da prensa
- Tipo de borracha de cobertura
- Padrão de furação
- Vácuo desejado
- Vazão requerida de ar
- Velocidade de trabalho.

Os requisitos acima advém da tecnologia de fabricação de papel e para atendê-los deve-se obedecer as seguintes limitações:

- Flecha limitada para manter a espessura do papel constante ao longo da largura da máquina.
- Vida dos mancais especificada.
- Resistência ao meio corrosivo sob tensão.
- Não entrar em ressonância nas velocidades normais de trabalho.

Assim, cada conjunto deve satisfazer a vários requisitos:

- Mancais 

{	rotação
	vida útil sob carga

- Pontas de eixo { esforços solicitantes  
permitir passagem de vácuo com perda de carga limitada.
  
- Camisa perfurada { resistir a flexão alternada  
flecha admissível  
frequência natural afastada da rotação máxima  
resistência a corrosão
  
- Conjunto de vácuo { Distribuição eficiente do vácuo  
Estanqueidade

Além de obviamente serem exequíveis física e economicamente.

A concepção básica de um rolo de sucção é mostrada na fig. 1.2.

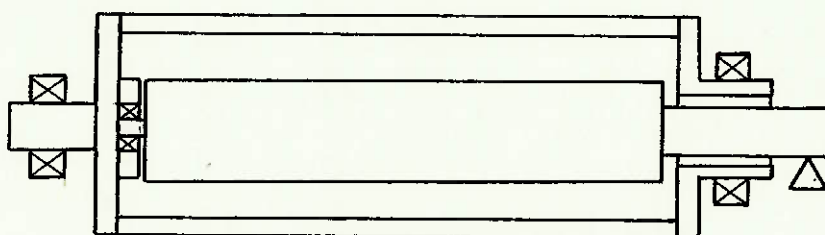


fig. 1.2 - Concepção básica de um rolo de sucção.

A passagem do vácuo se dá através de uma das pontas de eixo havendo o compromisso entre a área livre para passagem do ar e o diâmetro do rolamento, sendo este responsável por - boa parcela do custo do equipamento.

A caixa de sucção é apoiada no corpo do mancal e em um rolamento fixado na ponta do eixo oposta.

## 2. DIMENSIONAMENTO

### 2.1 - Esforços atuantes

Considera-se o rolo de sucção como uma viga bi apoiada, submetida aos seguintes esforços. ( vide fig. 2.1).

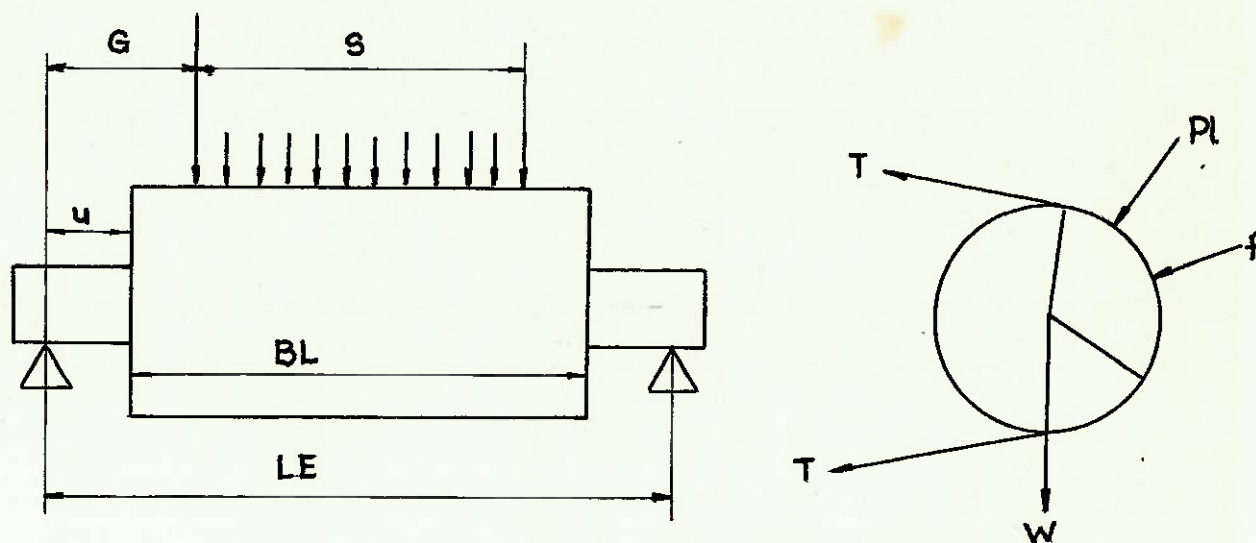


fig. 2.1 - Analogia de viga para rolo de sucção.

- a) pressão linear de contato com o rolo prensa =  $\underline{pl}$
- b) peso próprio  $\underline{w}$
- c) força devida a diferença de pressão interna e externa  $\underline{f}$
- d) tensão do feltro  $\underline{T}$
- e) reação da caixa de sucção  $\underline{Rc}$

sendo as três primeiras forças consideradas distribuídas e a última concentrada.

T e pl são dados

w é admitido como  $\frac{W}{S}$  onde W é o peso da camisa a proximado

$$W = \pi \bar{D}.e.(1-A_A)LE.\delta$$

para cálculo de  $f$  devemos analisar a situação física conforme fig. 2.2.

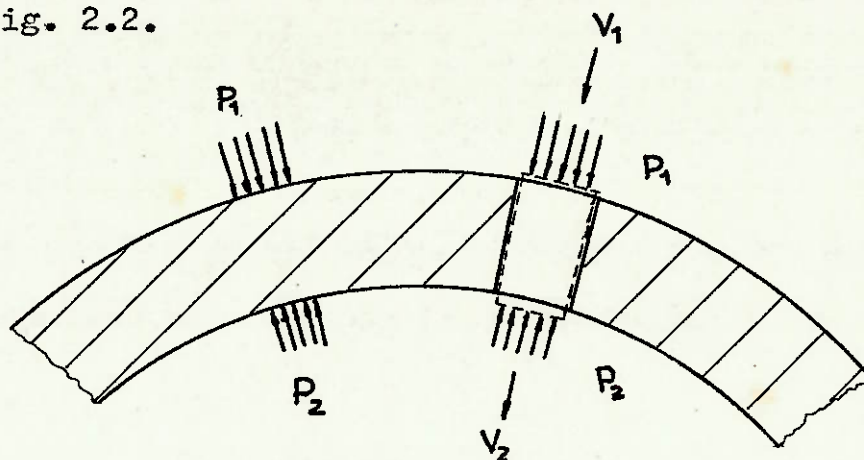


fig. 2.2 - Forças de pressão na camisa..

na área não perfurada a força por unidade de área é  $(p_1 - p_2)$ .

na área perfurada, tomando um volume de controle entre a seção antes do furo e após o furo e aplicando a equação da quantidade de movimento

$$(P_1 - P_2) A_f - F_t = \dot{m} (V_2 - V_1)$$

sendo  $A_f$  a área do furo e  $F_t$  a força que o papel e a parede do furo fazem no volume de controle.

pela equação da continuidade

$$\dot{m} = cte = \frac{V_1 A_f}{v_1} = \frac{V_2 A_f}{v_2} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{v_2}{v_1}$$

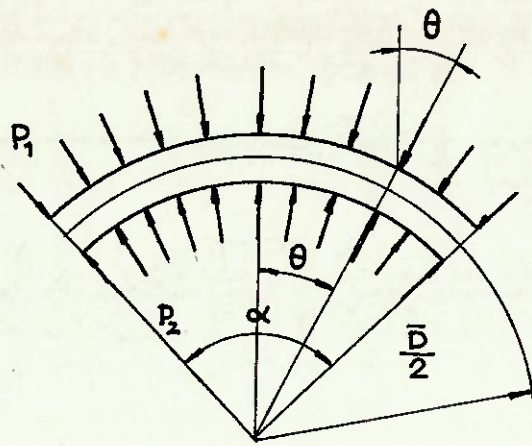
como o volume específico aumenta temos que

$$F_t = (P_1 - P_2) A_f - \dot{m} V_1 \left( \frac{v_2}{v_1} - 1 \right)$$

ou seja,  $F_t$  é menor que  $(p_1 - p_2) A_f$ .

como fica muito complicado determinar o estado do ar em 2 admitiremos que  $F_t = (p_1 - p_2) A_f$ , portando a força por unidade de área perfurada é  $(p_1 - p_2)$ .

Para um arco de diâmetro  $\bar{D}$  e ângulo  $\alpha$  temos (fig. 2.3) a força resultante por unidade de comprimento.



. 6 .

$$f = \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \frac{\bar{D}}{2} (P_1 - P_2) \cos \theta \, d\theta$$

$$f = (P_1 - P_2) \bar{D} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (2.1)$$

fig. 2.3 - Resultante das pressões

Admitindo as forças distribuídas sobre a largura de tela da máquina, conforme fig. 2.4, temos os dois carregamentos resultantes

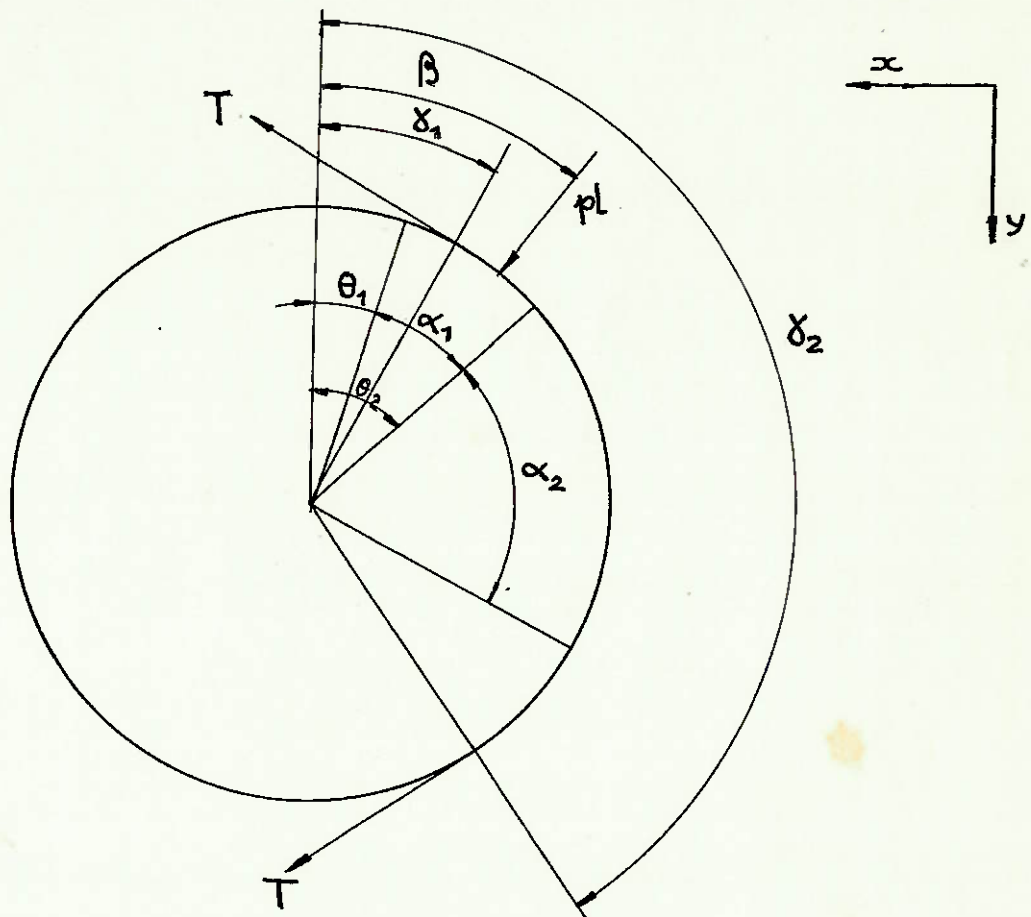


fig. 2.4 - Esquema das forças distribuídas

$$q_x = f_1 \sin \left( \theta_1 + \frac{\alpha_1}{2} \right) + f_2 \sin \left( \theta_2 + \frac{\alpha_2}{2} \right) + T \cos \delta_1 - T \cos \delta_2 + pl \sin \beta$$

$$q_y = f_1 \cos \left( \theta_1 + \frac{\alpha_1}{2} \right) + f_2 \cos \left( \theta_2 + \frac{\alpha_2}{2} \right) - T \sin \delta_1 + T \sin \delta_2 + pl \cos \beta + w$$

$$\text{onde } f_1 = \Delta p_1 \bar{D} \sin \frac{\alpha_1}{2} \quad \text{e} \quad f_2 = \Delta p_2 \bar{D} \sin \frac{\alpha_2}{2} \quad (2.2)$$

$$\bar{D} = \frac{D_e + D_i}{2}$$

fazendo o equilíbrio da caixa de sucção admitimos que 60% do carregamento total está sobre o rolamento interno. Isto devido a relação de distâncias entre apoios e carregamento, que é praticamente invariável nas construções usuais

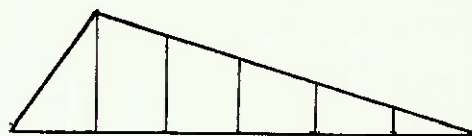
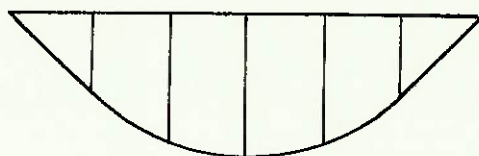
$$R_{cy} = 0,6 \left[ W_c - f_1 s \cos\left(\theta_1 + \frac{\alpha_1}{2}\right) - f_2 s \cos\left(\theta_2 + \frac{\alpha_2}{2}\right) \right] \quad (2.3)$$

$$R_{cx} = 0,6 s \left[ -f_1 \operatorname{sen}\left(\theta_1 + \frac{\alpha_1}{2}\right) - f_2 \operatorname{sen}\left(\theta_2 + \frac{\alpha_2}{2}\right) \right]$$

Podemos então determinar os diagramas de esforços solicitantes separando os dois casos

cargas distribuídas

reação da caixa de sucção



O momento fletor no meio do rolo será então

$$M_x = q_x \cdot s \left( \frac{G}{2} + \frac{s}{8} \right) + \frac{R_{cx} G}{2} \quad (2.4)$$

$$M_y = q_y \cdot s \left( \frac{G}{2} + \frac{s}{8} \right) + \frac{R_{cy} G}{2}$$

## 2.2 - Cálculo das tensões

Para calcular as tensões devido a flexão, admitimos a validade da teoria de vigas esbeltas e de variação suave de seção transversal. A seção mais solicitada será portanto aquela que tiver menor momento de inércia. Como a distribuição de furos é homogênea a seção crítica é a que tem menor área.

De acordo com o padrão de furação podemos determinar a seção crítica (fig. 2.5)

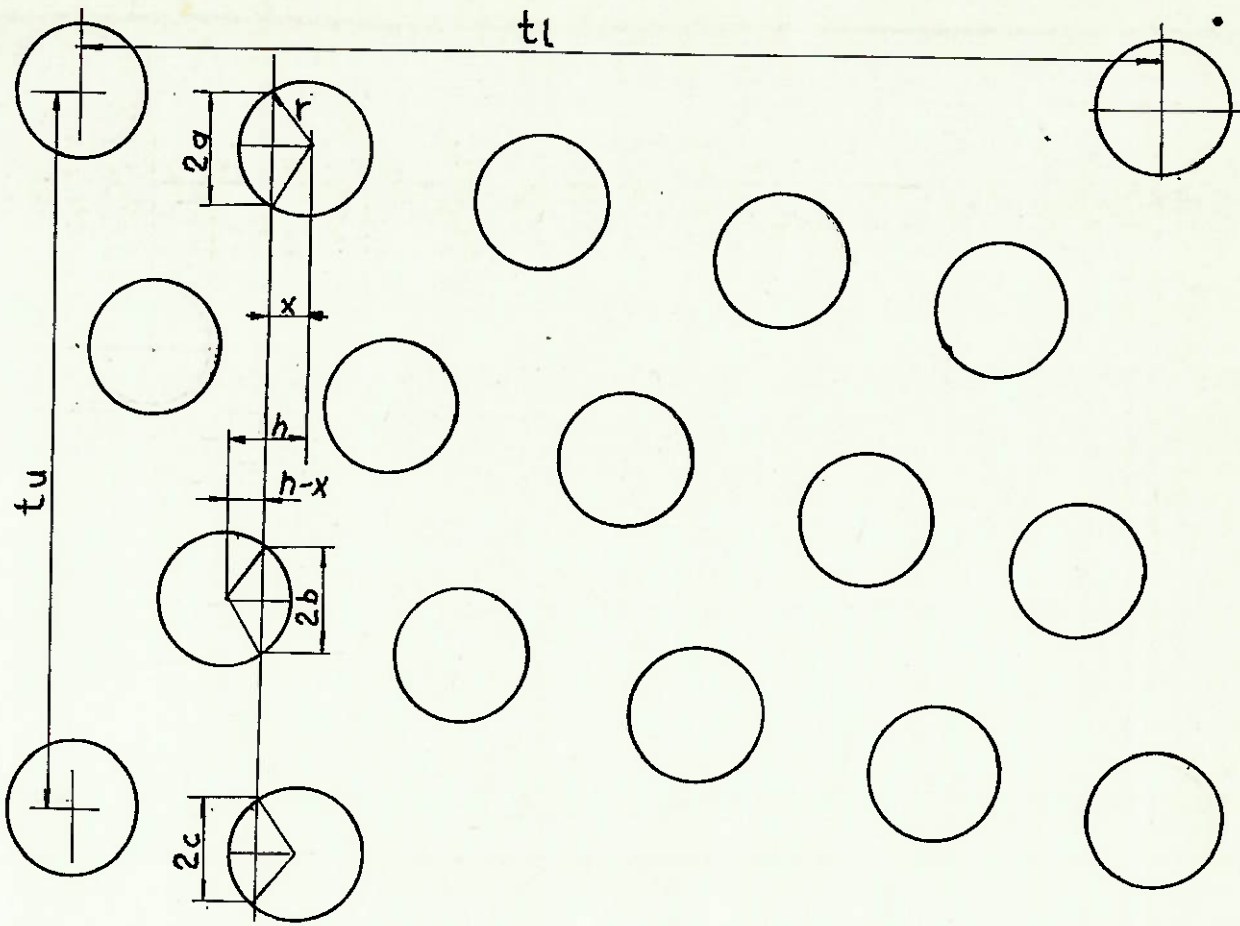


fig. 2.5 - Padrão de furação típico

temos válidas as seguintes relações

$$\begin{aligned}
 a &= \sqrt{r^2 - x^2} \\
 b &= \sqrt{r^2 - (h-x)^2} \\
 c &= \sqrt{r^2 - x^2}
 \end{aligned}
 \tag{2.5}$$

Para cada passo  $t_u$  temos  $t_u - a - 2b - c$  de material resistente

$$\psi = t_u - a - 2b - c = t_u - 2\sqrt{r^2 - x^2} - 2\sqrt{r^2 - (h-x)^2}$$

para determinar o mínimo da função obtemos  $\frac{d\psi}{dx}$  e igualamos a zero

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{-2x}{\sqrt{r^2 - x^2}} + \frac{2(h-x)}{\sqrt{r^2 - (h-x)^2}} = 0$$

racionalizando e resolvendo obtemos  $x = \frac{h}{2}$

calculamos portanto o momento de inércia

$$J = \int_{R_i}^{R_e} \int_0^{2\pi} r^3 \sin^2 \theta \, dr \, d\theta = \frac{R_e^4 - R_i^4}{4} \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{2\pi} \quad (2.6)$$

Ou no caso de paredes finas

$$J = \int_0^{2\pi} \bar{R}^2 \sin^2 \theta \bar{R} e \, d\theta = \bar{R}^3 e \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{2\pi} = 4 \bar{R}^3 e \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi/2}$$

no nosso caso existem pontos de descontinuidade da expressão entre colchetes, devendo ser calculado apenas nos pontos on de existe material

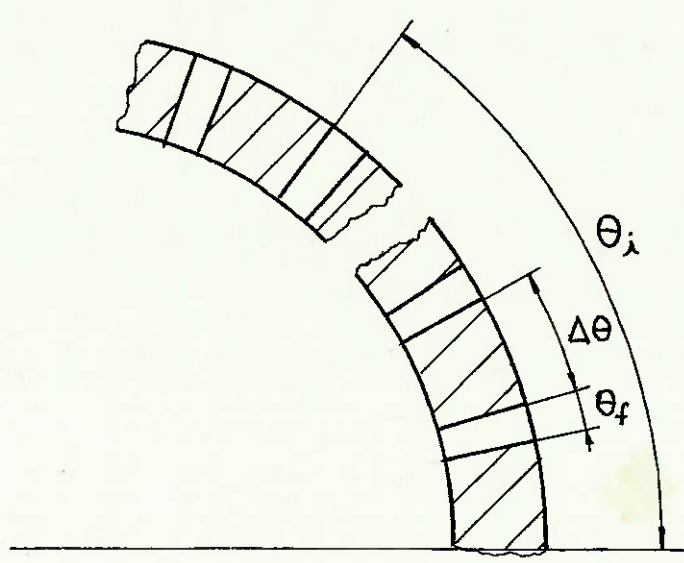


fig. 2.6 - Ângulos característicos

$$\left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{\pi/2} = \sum_{\lambda=0}^{n-1} \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{\theta_\lambda}^{\theta_{\lambda+\Delta\theta}} = \frac{n\Delta\theta}{2} + \frac{1}{4} \sum_{\lambda=0}^{n-1} [\sin 2\theta_\lambda - \sin 2(\theta_\lambda + \Delta\theta)]$$

$$\theta_\lambda = \lambda(\theta_f + \Delta\theta)$$

$$n = \frac{\pi}{2(\theta_f + \Delta\theta)}$$

$$\theta_f = \frac{2}{R_e} \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{4}}$$

$$\Delta\theta = \frac{t_u}{2R_e} - \theta_f$$

Com o auxílio de uma calculadora programável podemos facilmente obter a somatória (vide anexo 1).

Então calculamos as tensões de acordo com a teoria de vigas

$$\sigma = \frac{M D e}{J.2} \quad (2.7)$$

Devido a descontinuidades na seção da viga existe concentração de tensões. Para avaliá-las utilizaremos os dados obtidos por Siebel e Kopf para placas planas perfuradas com vários padrões de furação.

Admite-se que nas fibras extremas temos um caso de tensão plana, devido a grande relação diâmetro espessura.

No caso do rolo de sucção, o padrão de furação encontra-se inclinado em relação ao eixo principal de tensões. Fazemos então a decomposição da tensão em dois planos perpendiculares, para os quais temos os dados de concentração de tensões. (fig. 2.7)

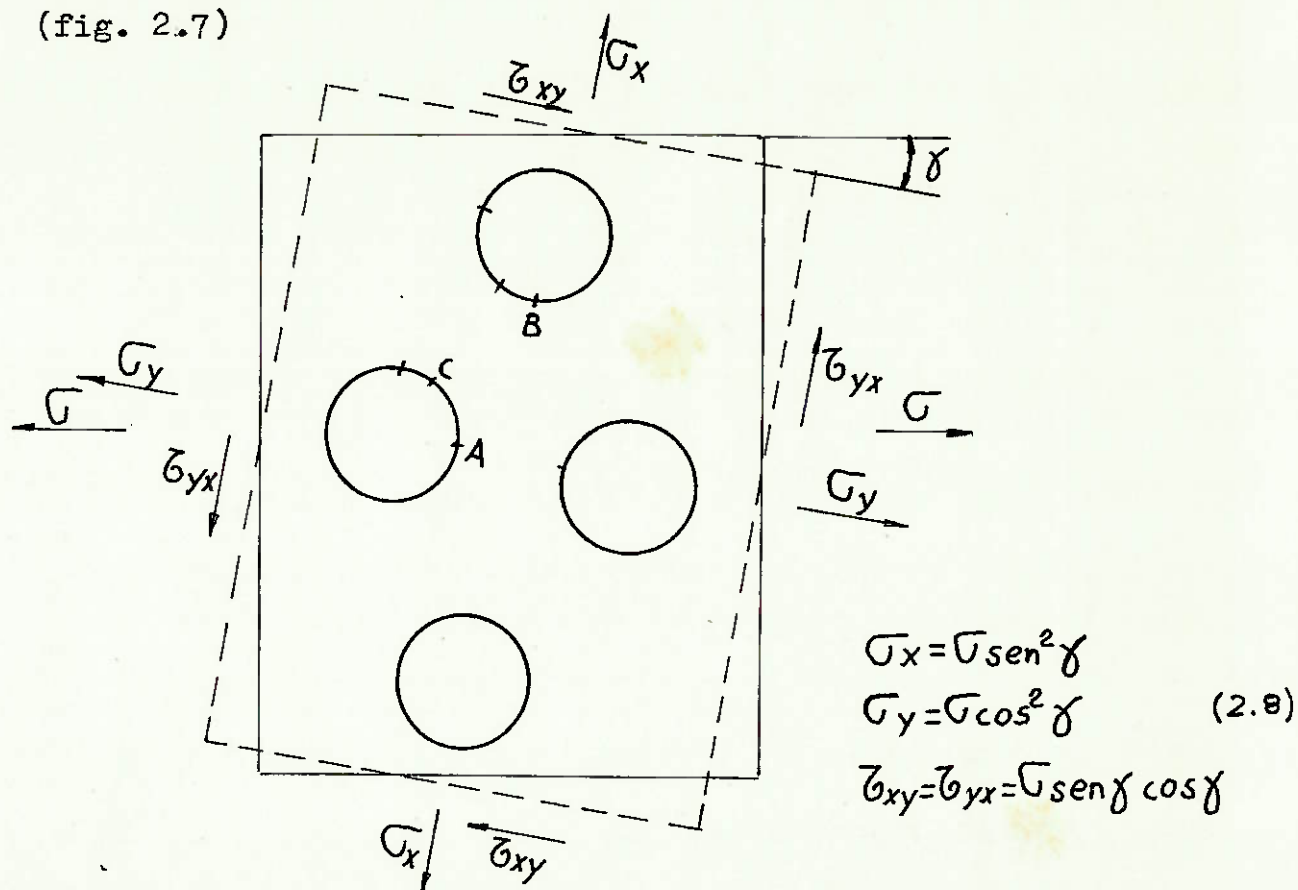


fig. 2.7 - Decomposição da tensão principal

A seguir calculamos as tensões nos pontos A, B, C de acordo com os dados disponíveis, se necessário fazemos interpolação

$$\begin{aligned}\sigma_A &= k_1 \sigma_y + k_2 \sigma_x \\ \sigma_B &= k_3 \sigma_y + k_4 \sigma_x \\ \sigma_C &= k_5 \sigma_y + k_6 \sigma_x\end{aligned}\quad (2.9)$$

O efeito das tensões cisalhamento será considerado de acordo com os resultados de Chu Kia - Wang.

Wang derivou a expressão para concentração de tensões em uma placa plana quadrada com um único furo submetido a esforços-cisalhantes. (fig. 2.8)

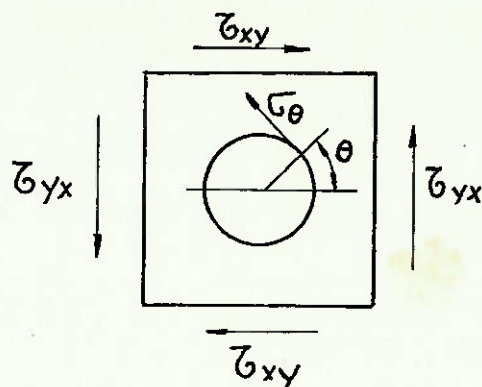


fig. 2.8 - Placa plana sujeita a esforços cisalhantes, no menclatura.

$$\sigma_{\theta} = c_1 \tau_{xy} \sin 2\theta + c_2 \tau_{xy} \sin 6\theta + c_3 \tau_{xy} \sin 10\theta \quad (2.10)$$

Como nos pontos A e B os efeitos do cisalhamento são nulos, fazemos a sobreposição dos efeitos no ponto C

$$\sigma'_C = \sigma_C + \sigma_{\theta C}$$

sendo esta tensão alternada

Comparamos então a tensão máxima com o limite de fadiga do material em meio corrosivo, ou então calcular o fator de se gurança.

$$n_s = \frac{\sigma_D}{k_f \sigma_a}$$

$$k_f = q(k_t - 1) + 1$$

como existe falta de dados para o coeficiente de sensibilidade para os casos em questão utiliza-se  $K_t$  em vez de  $K_f$ , observando que isto está a favor da segurança, o que equivale a dizer que

$$n_s = \frac{\sigma_D}{\sigma_{max}}$$

### 2.3 - Cálculo da deflexão

Para calcular a deflexão máxima admite-se que o rolo tem seção transversal constante em todo o vão livre. Para calcular utiliza-se a analogia de Mohr, em uma viga análoga carregada com o diagrama de momentos fletores mostrado na seção anterior.

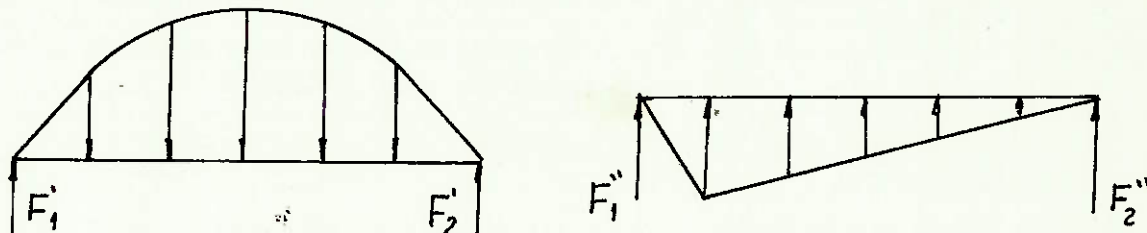


fig. 2.9 - Carregamentos de Mohr

Para calcular a deflexão utilizamos o princípio de superposição sendo a deflexão total a soma das deflexões causadas pelas cargas distribuídas e carga concentrada (reação da caixa de sucção).

do equilíbrio estático obtemos a reação fictícia no apoio para as cargas distribuídas

$$F_1' = qSG \left( \frac{G+S}{4} \right) + \frac{qS^3}{24}$$

e o momento fictício no meio do vão:

$$m' = F_1' \frac{LE}{2} - \frac{qSG^2}{4} \left( \frac{G+S}{3} + \frac{S}{2} \right) - \frac{qS^3G}{16} - \frac{qS^4}{128} \quad (2.11)$$

da mesma forma para a reação da caixa

$$F_2'' = \frac{(3G+S)R_c \cdot G \cdot (G+S)}{6LE}$$

$$m'' = F_2'' \cdot \frac{LE}{2} - \frac{R_c \cdot G \cdot LE^2}{4B} \quad \delta = \frac{m' + m''}{EJ} \quad (2.12)$$

#### 2.4 - Velocidade crítica

A velocidade crítica é verificada para que não seja atingida nas rotações normais de trabalho. Ela deve ser bem maior que a velocidade máxima da máquina para que não haja vibração, o que poderia prejudicar a qualidade do papel e até mesmo reduzir a vida dos mancais.

Segundo Den Hartog para eixos bi-apoiados de seção transversal constante temos para frequência natural no 1º modo

$$f_n = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EJ}{WLE^3}} \quad (2.13)$$

e portanto a velocidade crítica

$$V_{cr} = f_n \pi D e$$

#### 2.5 - Seleção dos mancais e pontas de eixo

Verificado quanto a tensões, flexão admissível e velocidade crítica de forma aproximada, podemos adotar a camisa selecionada e fazer o pré projeto do conjunto camisa-pontas de eixo.

Deve-se selecionar as pontas de eixo de forma a atender os requisitos de resistência a fadiga e ser compatível com os rolamentos da forma mais econômica ou seja, diâmetros pequenos.

O caso mais crítico é o mancal do lado de comando por onde se dá a passagem do vácuo. Ali deve haver um compromisso entre o tamanho do rolamento que deve ser o menor possível e simultaneamente ter-se uma área mínima para passagem do ar limitando assim a perda de carga e economizando potência na

bomba de vácuo. Além disto se forem atingidas velocidades - muito altas, haverá queda de temperatura e consequentemente - mudança de estado da água arrastada pelo fluxo de ar, que - vai se congelando nas paredes e obstruindo a passagem prejudicando assim o funcionamento do rolo de sucção.

Outro fator importante para escolha do conjunto mancal- pontas de eixo é a velocidade da máquina, pois a rotação admis- sível dos rolamentos autocompensadores cai com o aumento do diâmetro do rolamento, e também é influenciado pelo tipo de lubrificação.

Se porventura não houver rolamento autocompensador que satisfaça as condições prescritas de velocidade, temos que fazer a compensação na caixa do rolamento, o que equivale a um mancal esférico.

Reações de apoio

De acordo com o esquema calculamos as reações de apoio

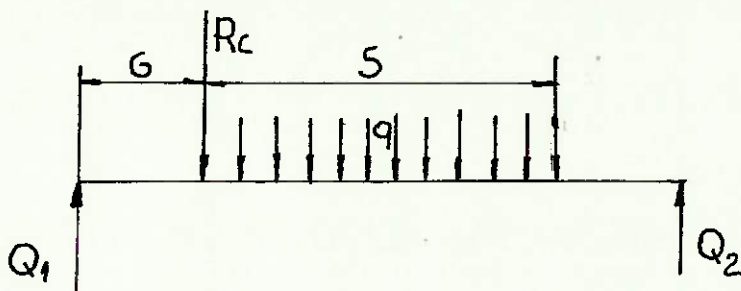


fig. 2.10 - Esquema para cálculo das reações de apoio

$$Q_1 = \frac{qS}{2} + \frac{R_c(S+G)}{LE}$$

$$Q_2 = \frac{qS}{2} + \frac{R_c G}{LE}$$

(2.14)

Momento de acionamento

Devido à deformação da camisa no ponto de contato há atrito de rolamento que deve ser vencido por intermédio de acionamento.

$$M_t = p l . s . \rho \quad (2.15)$$

Para a ponta de eixo do lado de comando

$$d_{i \min} = \sqrt{\frac{4V}{\pi v}} \quad \text{onde } v \text{ é a velocidade admissível do ar no tubo.} \quad (2.16)$$

Após o pré seccionamento podemos calcular as tensões e compará-las com os valores admissíveis.

para o lado de acionamento

$$M_f = Q_1 \mu \quad W_f = \frac{\pi D^3}{32} \quad \sigma_f = \frac{M_f}{W_f}$$

$$M_t = p l . s . \rho \quad W_t = \frac{\pi D^3}{16} \quad \tau_t = \frac{M_t}{W_t}$$

$$n_s = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{k_f \sigma_f}{\sigma_D}\right)^2 + 3 \left(\frac{\tau_t}{\tau_e}\right)^2}} \quad (2.17)$$

para o lado de comando

$$M_f = Q_2 \mu \quad W_f = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{32 D} \quad \sigma_f = \frac{M_f}{W_f}$$

$$n_s = \frac{\sigma_D}{k_f \sigma_f}$$

Os rolamentos devem ser dimensionados para uma vida de 100.000h. Assim devemos escolher de acordo com a capacidade-dinâmica do rolamento.

$$\frac{C}{Q} = \left( \frac{0.1 . v . 60}{\pi D e} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{para rolamentos de rolos}$$

Podemos dimensionar também o rolamento de apoio da caixa de vácuo.

### 2.6 - Fixação das pontas de eixo na camisa

Para fixar as pontas de eixo na camisa utilizamos geralmente parafusos. Sabendo que estes suportarão o momento de flexão na junção calcula-se para obedecer as condições de resistência.

Admite-se que a ponta de eixo é rígida e não se deforma, e que a seção permanece plana após a flexão. Admite-se também que a distribuição dos parafusos é homogênea (vide fig.2.11)

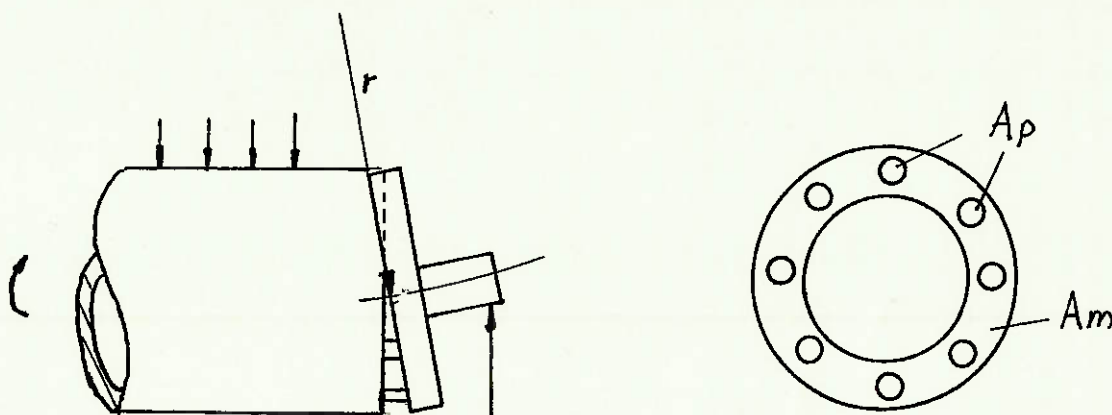


fig. 2.11 - Deformação da junção dos parafusos

O encurtamento relativo das fibras da camisa acima da linha neutra será

$$\epsilon_{m_c} = -\frac{x}{r} \quad x \text{ medido a partir da linha neutra}$$

O alongamento relativo na face da ponta de eixo será

$$\epsilon_{m_t} + \epsilon_p = \frac{x}{r}$$

$$\epsilon_{m_c} = \frac{\sigma_{m_c}}{E_m}$$

$$\epsilon_{m_t} = \frac{\sigma_{m_t}}{E_m}$$

$$\epsilon_p = \frac{F}{E_{\text{aco}} \cdot A_p}$$

$$\frac{A_p}{A} = f$$

$$A = A_p + A_m$$

$$A_m = (1-f) A$$

$$f = \frac{n d_p^2}{(D_e^2 - D_i^2)}$$

cortando os parafusos e fazendo o equilíbrio das regiões de tração e compressão temos:

equilíbrio da parte em tração

$$\int \sigma_{mt} dA = \Sigma F$$

admitindo distribuição homogênea dos parafusos

temos em cada ponto  $\sigma_{mt} \cdot dA_m = \sigma_p \cdot dA_p \Rightarrow \sigma_p = \sigma_{mt} \cdot \frac{A_m}{A_p}$

$$\sigma_p = \sigma_{mt} \frac{(1-f)A}{A \cdot f} = \sigma_m \frac{(1-f)}{f}$$

e portanto

$$\epsilon_p = \frac{\sigma_{mt} (1-f)}{E_{aço}}$$

equilíbrio de momentos

$$\int \sigma_{mc} x dA + \int \sigma_{mt} x dA = M_f \text{ ou } \int \sigma_{mc} x dA + \Sigma F \cdot x = M_f$$

equilíbrio axial

$$\int \sigma_{mc} dA = \int \sigma_{mt} dA \quad \text{ou} \quad \int \sigma_{mc} dA = \Sigma F$$

$$\frac{\sigma_{mt}}{E_m} + \frac{\sigma_{mt} (1-f)}{f E_{aço}} = \frac{x}{r} \quad \therefore \sigma_{mt} \left[ \frac{1}{E_m} + \frac{(1-f)}{f E_{aço}} \right] = \frac{x}{r}$$

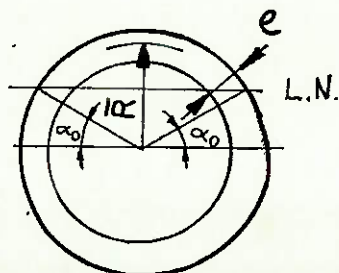
$$\bar{E} = \left[ \frac{1}{E_m} + \frac{(1-f)}{f E_{aço}} \right]^{-1} \quad \therefore \sigma_{mt} = \bar{E} \frac{x}{r}$$

$$\sigma_{mc} = \frac{x E_m}{r}$$

fazendo o equilíbrio axial

$$\int \sigma_{mc} dA + \int \sigma_{mt} dA = 0$$

Considerando um tubo de parede fina de raio médio  $\bar{R}$  e espessura  $e$



$$x = \bar{R} (\sin \theta - \sin \alpha_0)$$

onde  $\alpha_0$  é o ângulo de referência da linha neutra

substituindo os valores podemos determinar  $\alpha_0$

Multiplicando  $dA = e\bar{R} d\theta$  por  $(1-f)$  para obtermos a integração na área cheia da camisa, descontando-se os furos

$$\int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} (1-f)\bar{R}(\text{sen}\theta - \text{sen}\alpha_0) \frac{E_m \bar{R} e d\theta}{r} = \int_{\pi-\alpha_0}^{2\pi+\alpha_0} \bar{R}(\text{sen}\theta - \text{sen}\alpha_0) \frac{\bar{E} \bar{R} e (1-f) d\theta}{r}$$

simplicando as expressões temos

$$\int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} (\text{sen}\theta - \text{sen}\alpha_0) E_m d\theta = \int_{\pi-\alpha_0}^{2\pi+\alpha_0} (\text{sen}\theta - \text{sen}\alpha_0) \bar{E} d\theta$$

$$E_m [-\cos\theta - \theta \text{sen}\alpha_0]_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} = \bar{E} [-\cos\theta - \theta \text{sen}\alpha_0]_{\pi-\alpha_0}^{2\pi+\alpha_0}$$

$$E_m [2 \cos \alpha_0 - (\pi - 2\alpha_0) \text{sen} \alpha_0] = \bar{E} [2 \cos \alpha_0 + (\pi + 2\alpha_0) \text{sen} \alpha_0]$$

$$\frac{2 \cos \alpha_0 - (\pi - 2\alpha_0) \text{sen} \alpha_0}{2 \cos \alpha_0 + (\pi + 2\alpha_0) \text{sen} \alpha_0} = \frac{\bar{E}}{E_m} = \left[ 1 + \left(\frac{1}{f} - 1\right) \frac{E_m}{E_{a\phi_0}} \right] \quad (2.18)$$

resolvendo-se a equação obtemos  $\alpha_0$

Fazendo o equilíbrio de momentos temos

$$\int \sigma_{mc} x dA + \int \sigma_{mt} x dA = M_f$$

$$\text{com } dA = \bar{R} e (1-f) d\theta$$

$$\sigma_{mc} = \frac{x E_m}{r} \quad \sigma_{mt} = \frac{\bar{E} x}{r}$$

$$\int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} x^2 \frac{E_m}{r} dA + \int_{\pi-\alpha_0}^{2\pi+\alpha_0} x^2 \frac{\bar{E}}{r} dA = M_f$$

$$r = \frac{(1-f)}{M_f} \int_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} \bar{R}^3 e E_m (\text{sen}\theta - \text{sen}\alpha_0)^2 d\theta + \int_{\pi-\alpha_0}^{2\pi+\alpha_0} \bar{R}^3 e \bar{E} (\text{sen}\theta - \text{sen}\alpha_0)^2 d\theta$$

o que resulta em

$$r = \frac{(1-f) \bar{R}^3}{M_f} \left\{ \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\text{sen} 2\theta}{4} + 2 \cos \theta \text{sen} \alpha_0 + \theta \text{sen} 2\alpha_0 \right]_{\alpha_0}^{\pi-\alpha_0} E_m \dots \right. \\ \left. + \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\text{sen} 2\theta}{4} + 2 \cos \theta \text{sen} \alpha_0 + \theta \text{sen} 2\alpha_0 \right]_{\pi-\alpha_0}^{2\pi+\alpha_0} \bar{E} \right\} \quad (2.19)$$

$$r = \frac{(1-f) \bar{R} e^3}{M_f} \left\{ E_m \left[ (\pi - \alpha_0) \left( \frac{1}{2} + \sin^2 \alpha_0 \right) - \frac{3}{2} \sin 2\alpha_0 \right] \dots \right. \\ \left. + \bar{E} \left[ (\pi + 2\alpha_0) \left( \frac{1}{2} + \sin^2 \alpha_0 \right) + \frac{3}{2} \sin 2\alpha_0 \right] \right\} \quad (2.19)$$

$$\sigma_{m_c \text{ máx}} = \frac{E_m}{r} R e (1 - \sin \alpha_0)$$

$$\sigma_{m_t \text{ máx}} = \frac{\bar{E}}{r} R e (1 + \sin \alpha_0) \quad (2.20)$$

$$\sigma_{p \text{ máx}} = \sigma_{m_t \text{ máx}} \frac{(1-f)}{f} = \frac{\bar{E} (1-f)}{r f} R e (1 + \sin \alpha_0)$$

Como a sollicitação do parafuso é cíclica ele deve ser dimensionado à fadiga.

Na montagem os parafusos são montados com protensão o que reduz o curso das tensões e aumenta o coeficiente de segurança a fadiga. Como é muito difícil determinar as deformações na camisa no ciclo de compressão superposto com o efeito do pré tensionamento, admite-se que o parafuso tem um ciclo completo de tensões, isto é, de zero a  $\sigma_{p \text{ máx}}$  e o fator de segurança se calcula

$$n_s = \frac{1}{K_f \frac{\sigma_{p \text{ máx}}}{2 \sigma_D} + \frac{\sigma_{p \text{ máx}}}{2 \sigma_e}} = \frac{1}{\frac{\sigma_{p \text{ máx}}}{2} \left( \frac{K_f}{\sigma_D} + \frac{1}{\sigma_e} \right)}$$

## 2.7 - Cálculo de abaulamento

Após a definição dos principais parâmetros e escolhida a caixa de sucção já temos um conhecimento melhor das cargas atuantes. Deve-se agora determinar a flecha máxima com maior precisão para compensá-la com usinagem do abaulamento.

Para calcular a deflexão utiliza-se a analogia de Mohr, admitindo que a viga tenha seções de módulo de elasticidade e momento de inércia constante em cada trecho. Admite-se também-

que os momentos de inércia das pontas de eixo são idênticos.

2.7.1 - Deflexão devida a cargas distribuídas

2.7.1.1 - Devido à flexão

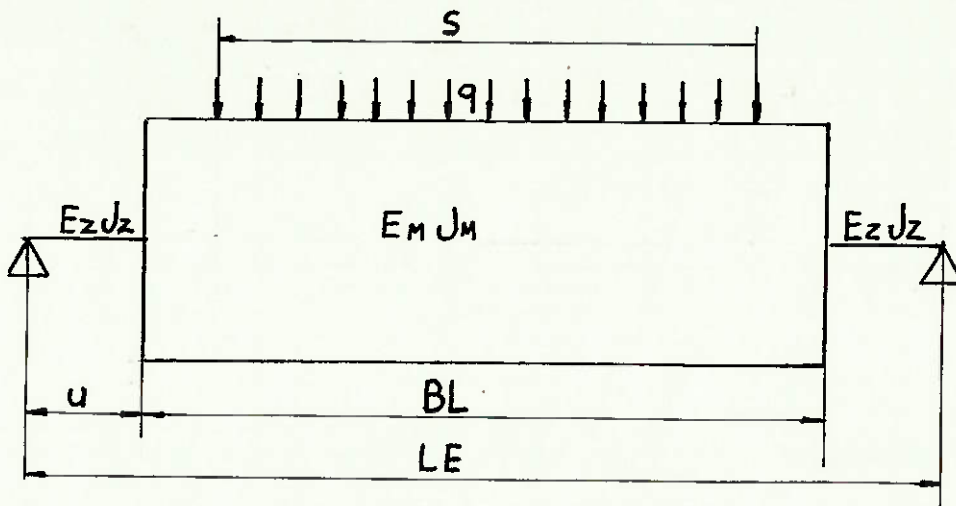
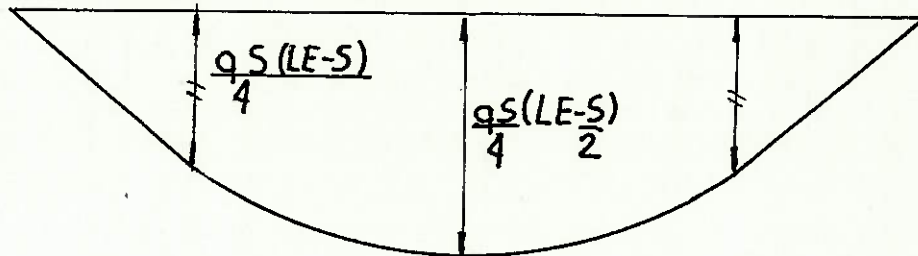
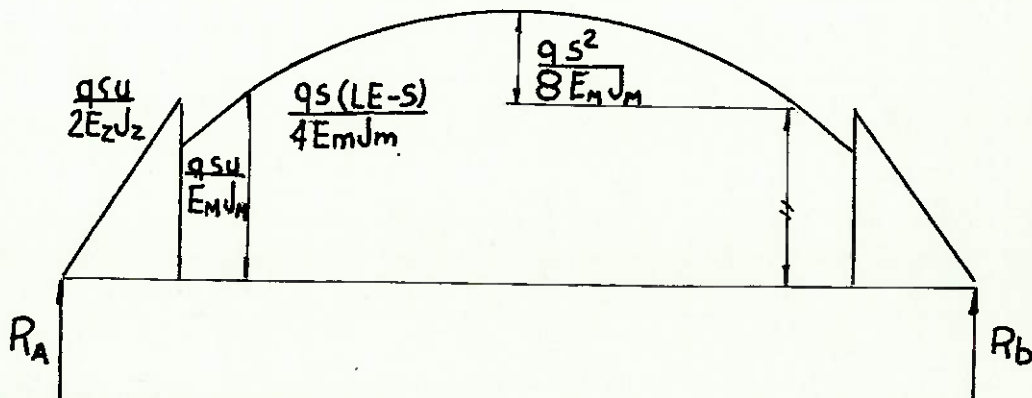


Diagrama de Momentos Fletores



Carregamento de Mohr



$$R_A = \frac{qsu}{2E_z J_z} \cdot \frac{u}{2} + \frac{qs(u+(LE-S))}{2E_M J_M} \frac{(BL-S)}{4} + \frac{qs(LE-S)}{4E_M J_M} \frac{s}{2} + \frac{2}{3} \frac{s}{2} \frac{qs^2}{8E_M J_M}$$

$$\frac{E_z J_z}{E_M J_M} = K$$

$$R_A = \frac{qs}{4E_M J_M} \left( \frac{u^2}{K} + (u + \frac{LE-S}{2}) \frac{(BL-S)}{2} + (LE-S) \frac{s}{2} + \frac{s^2}{6} \right)$$

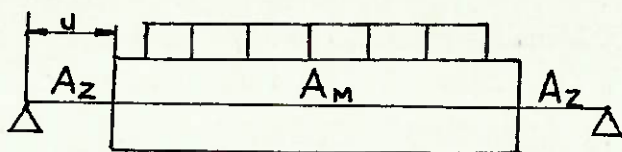
$$\delta' = R_A \frac{LE}{2} - \frac{qsu}{2E_z J_z} \cdot \frac{u}{2} \left( \frac{LE}{2} - \frac{2u}{3} \right) - \frac{qs}{2E_M J_M} \frac{(u+(LE-S))}{2} \frac{(BL-S)}{4} \frac{BL}{2} \dots$$

$$- \frac{1}{6} \left( \frac{BL-S}{2} \right)^2 \left( \frac{qs(LE-S)}{2E_M J_M} + \frac{qsu}{2E_M J_M} \right) - \frac{qs^2}{8E_M J_M} \cdot \frac{s^2}{16} - \frac{qs(LE-S)}{2 \cdot 2E_M J_M} \cdot \frac{s}{2} \frac{s}{4}$$

$$\delta' = \frac{qs}{4E_M J_M} \left\{ (BL-S) \frac{u}{2} \left[ u + \frac{(LE-S)}{2} \right] + \frac{sLE^2}{4} - \frac{7s^2LE}{24} + \frac{2u^3}{3K} + \frac{(BL-S)^2}{6} \left[ \frac{LE-S+u}{6} + \frac{3s^3}{32} \right] \right\}$$

(2.21)

2.7.1.2 - Devido ao cisalhamento



$$\delta'' = \int_0^u \frac{\alpha_z q_s}{2 A_z G_z} dz + \int_u^{\frac{LE-S}{2}} \frac{\alpha_M q_s}{2 A_M G_M} dz + \int_{\frac{LE-S}{2}}^{\frac{LE}{2}} \alpha_M \left( \frac{q_s}{2} - q \frac{(z - (LE-S))}{2} \right) \frac{1}{A_M G_M} dz$$

$$\delta'' = \frac{\alpha_z q_s u}{2 A_z G_z} + \frac{\alpha_M q_s}{2 A_M G_M} \left( \frac{LE-S}{2} - u \right) \quad (2.22)$$

onde  $A_M$  ou  $G_M$  levam em consideração a falta de material nos furos admite-se que  $A_M = A \frac{\Delta\theta}{\Delta\theta + \theta_f}$

$$\alpha = \frac{\bar{\sigma}_{máx}}{\bar{\sigma}_{médio}} = \frac{Q m_s A}{b J Q} = \frac{m_s A}{b J} \quad (2.23)$$

para uma seção circular cheia temos  $\alpha = \frac{4}{3}$

para uma seção anular considerando parede fina temos

$$J = \bar{R} e^3 \left[ \frac{\theta}{2} - \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^{2\pi} = \bar{R} e^3 \pi$$

e momento estático no centro de gravidade da seção será

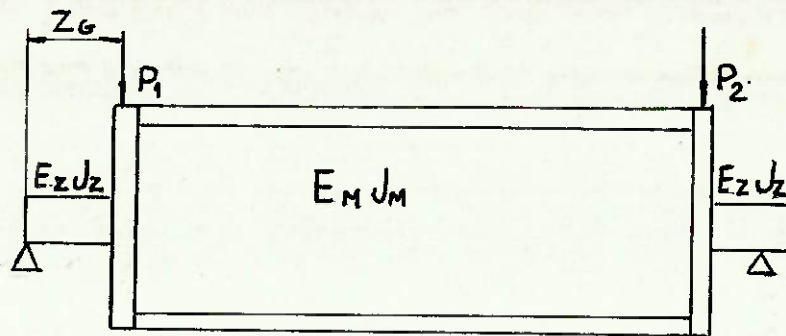
$$M_{Sx} = \int_0^{\pi} \bar{R} \sin\theta \cdot \bar{R} e d\theta = \bar{R}^2 e [-\cos\theta]_0^{\pi} = 2 \bar{R} e$$

$$b = 2e \quad A = 2\pi \bar{R} e$$

$$\alpha = \frac{2 \bar{R}^2 e \cdot 2\pi \cdot \bar{R} e}{2 e \bar{R}^3 e \cdot \pi}$$

portanto para uma seção anular de parede fina  $\alpha = 2$

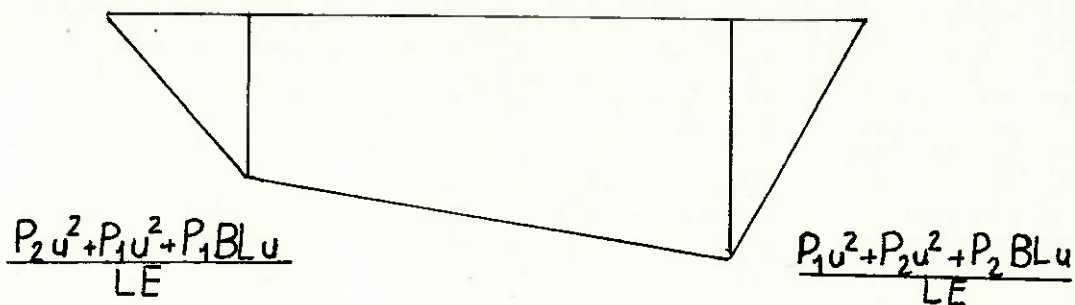
2.7.2 - flecha no centro do rolo devido a cargas concentradas (peso das pontas de eixo e reações da caixa de sucção)



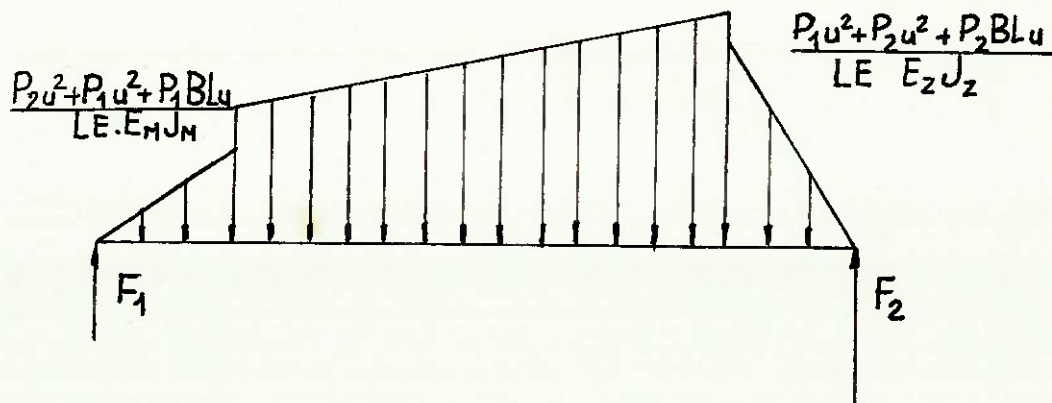
Considera-se que os pesos e reação da caixa se concentram na mesma linha de ação e que  $Z_g = u$

2.7.2.1 - Devido a flexão

Momentos fletores



Carregamento de Mohr



As reações de apoio serão

$$F_2 = \frac{((P_1+P_2)u^2 + P_2BLu)}{LE^2 E_z J_z} \frac{u}{2} (LE-2u) + \frac{((P_1+P_2)u^2 + P_2BLu)}{LE E_M J_M} \frac{BL}{2} \dots$$

$$+ \frac{(P_1-P_2)BLu}{LE^2 E_M J_M} \frac{BL}{2} \left(u + \frac{BL}{3}\right) + \frac{(P_2-P_1)u^2 + P_1BLu}{LE^2 E_z J_z} \cdot \frac{u^2}{3}$$

o momento no centro do rolo será a deflexão

$$\delta_x''' = F_2 \frac{LE}{2} - \frac{(P_1+P_2)u^2 + P_2BLu}{LE E_z J_z} \frac{u}{2} \left(\frac{LE-2u}{3}\right) - \frac{((P_1+P_2)u^2 + P_2BLu)BL^2}{LE E_z J_z} \frac{\dots}{8}$$

$$- \frac{(P_1-P_2)BLu}{LE E_M J_M} \frac{BL^2}{24}$$

$$k = \frac{E_z J_z}{E_M J_M}$$

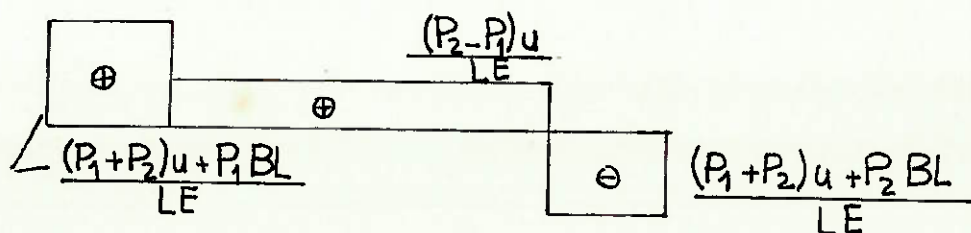
e simplificando obtemos

$$\delta_x''' = \frac{1}{4LE E_M J_M} \left\{ \frac{((P_1+P_2)u^2 + P_2BLu)}{3k} \left(2u^2 + \frac{BL(LE-BL)}{2}\right) + \dots \right.$$

$$\left. + (P_1-P_2)BL^2u \left[u + \frac{BL}{6}\right] + \frac{((P_2+P_1)u^2 + P_1BLu)}{3k} \left(2u^2\right) \right\}$$

(2.24)

2.7.2.2 - Devido a força cortante



$$\delta_x^{(III)} = \int_0^u \alpha_z \left[ \frac{(P_1+P_2)u + P_1BL}{LE} \right] A_z G_z dz + \int_u^{LE} \alpha_M \frac{(P_2-P_1)u}{LE} \frac{dz}{AMGM}$$

$$\delta_x^{(III)} = \alpha_z \left[ \frac{(P_1+P_2)u + P_1BL}{LE} \right] A_z G_z u + \frac{\alpha_M}{AMGM} \frac{(P_2-P_1)u}{LE} \left( \frac{LE}{2} - u \right) \quad (2.25)$$

para obtermos a deflexão total basta somarmos  $\delta x = \delta x' + \delta x'' + \delta x''' + \delta x''''$

As equações utilizadas para cálculo de deflexão de vigas su  
põe vigas com seção transversal constante, o que não ocorre  
neste caso.

Para obter-se valores mais próximos da realidade deve-se cor  
rigir as equações com um modelo.

Assume-se que o material perfurado seja homogêneo e tenha um  
módulo de elasticidade aparente  $E^*$ .

Calculamos a deflexão da viga como se ela tivesse seção -  
transversal cheia e com módulo de elasticidade  $E^* = E_m$ .

Para estimar o módulo de elasticidade aparente admite-se uma  
placa plana com o padrão de furação do rolo, com dimensões -  
conhecidas e com o mesmo material da camisa, submetida a uma  
tensão uniformemente distribuída nas faces transversais ( vi  
de fig. 2.12)

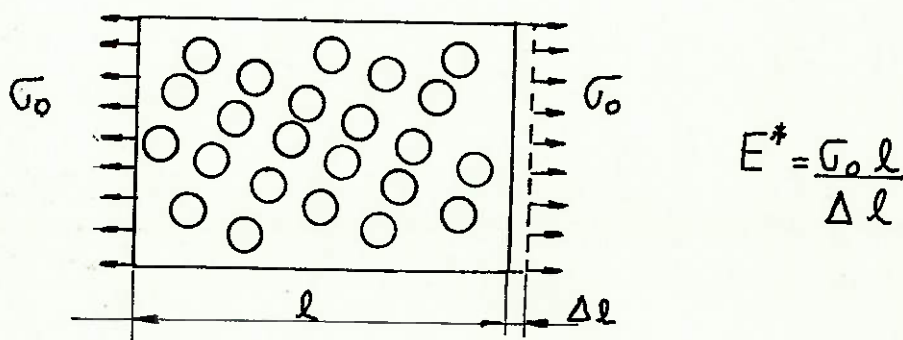


fig. 2.12 - Chapa de módulo aparente  $E^*$

Podemos obter  $E^*$  experimentalmente embora seja difícil impor

uma distribuição uniforme de tensões.

Uma outra forma seria o método dos elementos finitos, que consiste num processo numérico de resolução de equações diferenciais, disponível em computadores digitais.

## 2.8 - Seleção dos materiais do rolo de sucção

### 2.8.1 - Camisa

Para escolha do material da camisa deve se considerar os seguintes fatores:

- flecha admissível, largura da máquina
- resistência a fadiga em meio corrosivo
- facilidade de fabricação
- preço

flecha máxima admissível: reflete a necessidade de um certo valor mínimo para o módulo de elasticidade do material da camisa por quanto menor este maior será a flecha obtida para a mesma seção transversal.

resistência a fadiga em meio corrosivo: alguns materiais - são mais sensíveis à influência de meios agressivos, por tanto na seleção do material devem ser consideradas as condições de trabalho.

Observa-se que sob a ação de um meio corrosivo não se define um limite de resistência a fadiga, pois a tensão máxima aplicada cai continuamente com o número de ciclos conforme se observa na fig. 2.13

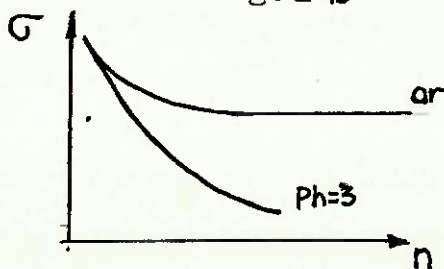


fig. 2.13

Isto porque devido à ação corrosiva do meio vão se formando pequenas cavidades e configurando múltiplos núcleos de concentração de tensões, terminando por acentuar ainda mais as concentrações de tensão já previstas no projeto. A queda de tensão de fadiga é mais acentuada quando se utiliza um mau acabamento superficial, pois forma depósitos de agentes corrosivos facilitando sua ação. Atualmente vem ocorrendo grande número de fraturas prematuras devido a tendência de reutilização das águas, o que eleva a concentração dos elementos agressivos reduzindo a vida do equipamento.

facilidade de fabricação; as camisas são geralmente fundi - das e cada material têm características próprias com rela - ção a este processo, tratamentos térmicos complementares e tensões residuais.

O mesmo ocorre em relação a usinabilidade pois devem ser usinados milhares de furos com um bom acabamento superficial sob o risco de reduzir ainda mais a tensão de fadiga do material. A não obediência ao padrão de furação estipulada poderá refletir tensões de trabalho superiores àquelas previstas, causando uma quebra prematura.

preço: este fator obviamente influirá na viabilidade da - construção do equipamento na análise de custo/benefício.

Analisando sobre estes pontos de vista tem-se os seguintes - materiais usuais na fabricação de camisas de rolo de sucção.

#### BRONZE

O bronze apresenta um pequeno número de problemas de fabri - cação. É de fácil fundição principalmente quando se usa o - processo de fundição contínua. Tem boa usinabilidade barateando seus custos e assegurando a obtenção da perfeita distribuição dos furos.

Apresenta pequena sensibilidade a cloretos e boa resistên - cia a corrosão.

Pequeno índice de sensibilidade a concentração de tensões e pequeno investimento inicial. Em contrapartida o seu módulo de elasticidade é pequeno, limitando sua utilização a máquinas de pequena largura de tela, e baixas pressões de trabalho no níp.

Bronze	Sn	$E = 96.000 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_D = 85 \text{ N/mm}^2$
Bronze	Al	$E = 110.000 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_D = 120 \text{ N/mm}^2$

As tensões são para ensaio em  $\text{ph} = 3,5$  e para um número de ciclos de  $10^7$   $\text{Cl}^- = 20\text{ppm}$ .

#### Aço inoxidável cromo martensítico

Apresenta alto módulo de elasticidade  $E = 200.000 \text{ N/mm}^2$ . Não apresenta problemas de fundição, tratamento térmico e tensões residuais. Tem boa usinabilidade podendo ser furado com brocas helicoidais normais.

Por outro lado é muito sensível a cloretos e compostos de enxofre que reduzem rapidamente seu limite de fadiga, observando que a tendência da indústria de papel é de fechar ao máximo o circuito das águas da fábrica elevando as concentrações destes elementos.

Apresenta um custo inicial baixo.

#### Aço inoxidável Cr-Ni ferrítico austenítico

Tem alto módulo de elasticidade  $E = 200.000 \text{ N/mm}^2$  e alta resistência a águas com baixo  $\text{ph}$ .

Não fossem as dificuldades na fabricação este seria o material ideal, pois ele apresenta muitos problemas de fundição e tensões residuais após tratamento térmico.

É um material duro e por isto de difícil usinagem.

Devido às altas pressões de usinagem necessárias, existe um endurecimento devido ao encruamento do metal na aresta trans

versal de corte da broca, o que causa o desvio das brocas de pequeno diâmetro resultando num padrão de furação extremamente irregular, o que acarreta níveis de tensão de trabalho superiores aos previstos no dimensionamento.

Além disto representa custos iniciais altos.

#### 2.8.2 - Pontas de eixo

As pontas de eixo apresentam problemas menores com relação à corrosão, pois elas podem ser revestidas com alguma pintura de proteção.

Dentre os materiais mais utilizados temos:

Ferro fundido cinzento: fácil fundição e usinagem, pequena - resistência a choques e desgaste.

Ferro fundido nodular: fácil fundição e usinagem, resistente a choque e desgaste.

Aço fundido: problema de homogeneidade e tensões residuais , mais difícil fundição.

Aço forjado: ótimo sob ponto de vista estrutural mas de alto custo.

### 3. Dimensionamento Prático

Rolo prensa de sucção para cilindro monolúcido, papel tis sue

$$LE = 3640 \text{ mm}$$

$$S = 2590 \text{ mm}$$

$$p_l = 70 \text{ KN/M} \quad \beta = 20^\circ$$

zona de sucção

$$\Delta p_1 = 0,07 \text{ MPa} \quad \alpha_1 = 15^\circ \quad \theta_1 = -5^\circ$$

$$\Delta p_2 = 0,06 \text{ MPa} \quad \alpha_2 = 115^\circ \quad \theta_2 = 20^\circ$$

$$V_1 \text{ específica} = 145 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \text{ min}}$$

$$V_2 \text{ específica} = 122 \frac{\text{m}^3}{\text{m}^2 \text{ min}}$$

$$\text{tensão na tela} \quad T = 5 \text{ kN/m}$$

$$\delta_1 = 20^\circ$$

$$\delta_2 = 135^\circ$$

cobertura de borracha X 300

padrão de furação

$$t_u = 23,15 \text{ mm}$$

$$t_l = 35,71 \text{ mm}$$

$$d = 4,25 \text{ mm}$$

$$\% A_a = 25,7\% \text{ sobre } \bar{D}$$

velocidade max 1500 m/min

Como em nosso caso a largura de tela é relativamente pequena escolhemos a camisa de Bronze que nos permite maior economia nos processos de fabricação e oferece grande resistência a corrosão assim como é insensível a presença de cloretos.

Para iniciarmos o processo de seleção iterativo devemos nos basear em experiências anteriores. Para tanto consultamos a norma Voith que nos dá os principais parâmetros do rolo, isto é, o diâmetro e a espessura da camisa, em função da largura de tela, pressão linear no nip e velocidade, sugerindo também o material da camisa.

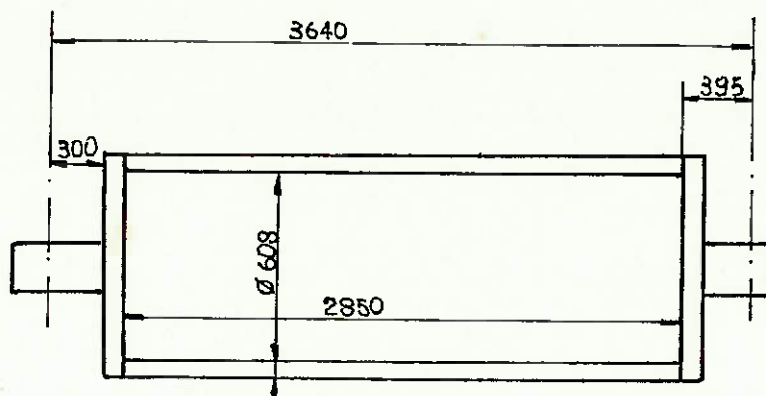
Conforme a norma adotamos:

Material GC - Cu Sn 5 Zn Pp

De = 700 mm      e = 46mm

Di = 608 mm

Db = 740mm



$$\bar{D} = \frac{De + Di}{2} = 654 \text{ mm}$$

Peso aproximado do rolo

$$W = \pi \bar{D} e (1 - A_A) \gamma L E \quad \gamma = 86.330 \text{ N/m}^3$$

$$W = 22067 \text{ N}$$

Peso da caixa de sucção (segundo norma)

$$W_c = 15.000 \text{ N}$$

forças devido ao vácuo      eq. 2.1

$$f_1 = 0,07 \cdot 0,654 \cdot \text{sen} \frac{19^\circ}{2} = 0,76 \text{ KN/m}$$

$$f_2 = 0,06 \cdot 0,654 \cdot \text{sen} \frac{115^\circ}{2} = 33,1 \text{ KN/m}$$

Considerando o peso próprio agindo na largura da tela      calculamos as cargas distribuídas. conf. eq. 2.2

$$q_x = 0,76 \text{ sen} \left( -5^\circ + \frac{19^\circ}{2} \right) + 33,1 \text{ sen} \left( 20^\circ + \frac{115^\circ}{2} \right) - 5 \text{ cos} \cdot 20^\circ -$$

$$5 \text{ cos} 135^\circ + 70 \text{ sen} 20^\circ = 64,6 \text{ KN/m}$$

$$q_y = 0,76 \text{ cos} \left( -5^\circ + \frac{19^\circ}{2} \right) + 33,1 \text{ cos} \left( 20^\circ + \frac{115^\circ}{2} \right) - 5 \text{ sen} 20^\circ$$

$$5 \text{ sen} 135^\circ + 70 \text{ cos} 20^\circ + \frac{22.067}{2,59} = 84 \text{ KN/m}$$

as reações da caixa de sucção eq. 2.3

$$R_{cx} = 0,6 \left[ -0,76 \operatorname{sen} \left( -5^\circ + \frac{19^\circ}{2} \right) \cdot 2,59 - 33,1 \operatorname{sen} \left( 20^\circ + \frac{115^\circ}{2} \right) \cdot 2,59 \right] = 50,310\text{N}$$

$$R_{cy} = 0,6 \left[ -0,76 \cos \left( -5^\circ + \frac{19^\circ}{2} \right) \cdot 2,59 - 33,1 \cos \left( 20^\circ + \frac{115^\circ}{2} \right) \cdot 2,59 + 15 \right] = 3,310\text{N}$$

$$R_c = \sqrt{50,310^2 + 3,310^2} = 50,418\text{N}$$

Momento fletor no meio do rolo eq. 2.4

$$M_x = 64,4 \cdot \frac{2,59}{2} \left( 0,525 + \frac{2,59}{4} \right) - 50,31 \cdot \frac{0,525}{2} = 84,6 \text{ KN.m}$$

$$M_y = 84 \cdot \frac{2,59}{2} \left( 0,525 + \frac{2,59}{4} \right) - 3,31 \cdot \frac{0,525}{2} = 126,7 \text{ KN.m}$$

$$M = \sqrt{84,6^2 + 126,7^2} = 152,35 \text{ KN.m}$$

Momento de inércia reduzido

$$r = 2,125\text{mm} \quad h = 2,55\text{mm} \quad t_u = 23,15\text{mm}$$

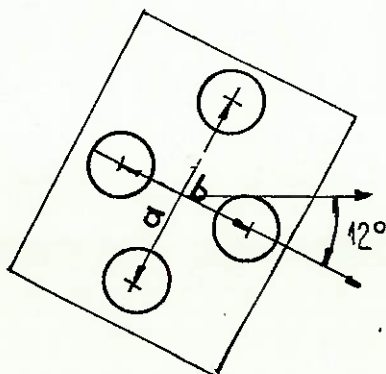
$$R_e = 350\text{mm} \quad R_i = 304\text{mm}$$

Com o programa para HP - 41 obtemos

$$J = 3,602 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

A tensão normal nas fibras extremas eq. 2.7

$$\sigma = \frac{152 \cdot 350 \cdot 0,35}{3,602 \cdot 10^{-3}} = 14,8 \text{ MPa}$$



Decompondo a tensão principal nos dois planos para os quais temos os dados eq. 2.8

$$\sigma_y = 14,8 \text{ sen}^2 12^\circ = 0,64 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x = 14,8 \text{ cos}^2 12^\circ = 14,16 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = 14,8 \text{ sen} 12^\circ \text{ cos} 12^\circ = 3,01 \text{ MPa}$$

interpolando os dados de concentração de tensões para  $b/a = 0,51$  e  $d/b = 0,55$  segundo Siebel e Kopf

	$b/a = 0,48$	$b/a = 0,58$	$b/a = 0,51$
$K_1$	3,5	3,6	3,53
$K_2$	-1	-0,9	-0,97
$K_3$	-1,2	-2,2	-1,5
$K_4$	3,9	5,5	4,38
$K_5$	-0,1	0,3	0,02
$K_6$	2,7	2,7	2,7

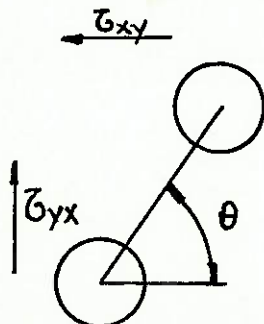
conforme eq. 2.9

$$\sigma_y = 3,53 \cdot 0,64 - 0,97 \cdot 14,16 = -11,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_x = -1,5 \cdot 0,64 + 4,38 \cdot 14,16 = 61,1 \text{ MPa}$$

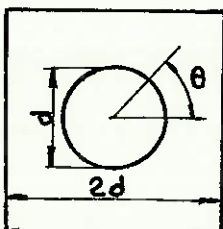
$$\tau_{xy} = 0,02 \cdot 0,64 + 2,7 \cdot 14,16 = 38,2 \text{ MPa}$$

Tensões devido ao cisalhamento



$$\theta = \text{arctg} \frac{a}{b} = 63^\circ$$

admitindo o furo em uma placa quadrada de lado  $2d$  a tensão tangencial na borda do furo é segundo WANG



$$\sigma_\theta = -8,586 \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x} \text{ sen } 2\theta - 0,23 \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x} \text{ sen } 6\theta$$

calculando no ponto C

$$\sigma_{\theta c} = 7,01 \cdot 3,01 = 21,1 \text{ MPa}$$

com a superposição temos

$$\sigma'_c = \sigma_c + \sigma_{\theta c} = 59,3 \text{ MPa}$$

Portanto a tensão máxima é 61,1 MPa alternada

O limite de fadiga para  $10^8$  ciclos do GC - CuSn5ZnPb é 85 MPa e é o único dado que dispomos.

O ensaio foi feito em água branca sintética de sulfito de sódio, tiosulfato de sódio, acetato de sódio e ácido sulfúrico - ph = 3,5.

Segundo a folha de cálculo da matriz Voith um valor admissível de 61,7 MPa pode ser empregado, portanto sob ponto de vista de tensões a camisa é satisfatória. Convém observar-se que  $10^8$  ciclos corresponde a apenas 4 meses de trabalho na velocidade máxima.

Calculamos agora a flecha máxima de forma aproximada, admitindo o rolo com seção constante com momento de inércia mínimo. conf. eq. 2.11

$$F'_{1x} = 64,6 \cdot \frac{2,59}{2} \cdot \frac{0,525}{2} \cdot \frac{(0,525 + 2,59)}{2} + \frac{64,6}{24} \cdot \frac{2,59^3}{24} = 115 \frac{\text{KN}}{\text{m}^2}$$

$$m'_x = 115 \cdot \frac{3,64}{2} - 64,6 \cdot 2,59 \cdot \frac{0,525^2}{4} \cdot \frac{(0,525 + 2,59)}{3} + \frac{64,6 \cdot 2,59 \cdot 0,525}{16} - \frac{64,6 \cdot 2,59^4}{128} = 132,8 \text{ KN} \cdot \text{m}^3$$

eq. 2.12

$$F'_{2x} = \frac{1}{6} \cdot \frac{(3 \cdot 0,525 + 2,59)}{3,64} \cdot 50,3 \cdot 0,525 \cdot \frac{(0,525 + 2,59)}{2} = 15,69 \text{ KNm}^2$$

$$m'_x = 15,69 \cdot \left(\frac{3,64}{2}\right) - 50,3 \cdot \frac{0,525}{8} \cdot \frac{3,64^2}{6} = 21,26 \text{ KN} \cdot \text{m}^3$$

$$\delta_x = \frac{m - m'}{E} = \frac{111,5}{93 \cdot 10^6 \cdot 3,602 \cdot 10^{-3}} = 3,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$m_y = m_x \frac{q_y}{q_x} = 172,7 \text{ KN} \cdot \text{m}^3$$

$$m'_y = m'_x \cdot \frac{Rc_y}{Rc_x} = 1,4 \text{ KN} \cdot \text{m}^3$$

$$\delta_y = \frac{m - m'}{E} = \frac{171,3}{93 \cdot 10^6 \cdot 3,602 \cdot 10^{-3}} = 5,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\delta = \sqrt{(3,3 \cdot 10^{-4})^2 + (5,1 \cdot 10^{-4})^2} = 6,07 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\frac{\delta}{BL} = \frac{0,607}{2,85} = 0,21$$

para este tipo de borracha de cobertura admite-se uma flexão específica de 0,4 mm/m

Velocidade crítica

$$f_n = 55 \text{ s}^{-1}$$

$$V_{\text{crit}} = 7.745 \text{ m/min}$$

Reações de apoio devido a cargas distribuídas  
eq. 2.14

$$Q_{1x}' = Q_{2x}' = \frac{64,6 \times 2,59}{2} = 83,66 \text{ KN}$$

$$Q_{1y}' = Q_{2y}' = \frac{84 \times 2,59}{2} = 108,78 \text{ KN}$$

Devido a cargas concentradas (reação da caixa)

$$Q_{1x}'' = \frac{50,31 (0,525 + 2,59)}{3,64} = 43,05 \text{ KN}$$

$$Q_{1y}'' = \frac{3,31 (0,525 + 2,59)}{3,64} = 2,83 \text{ KN}$$

$$Q_{2x}'' = \frac{50,31 \cdot 0,525}{3,64} = 7,26 \text{ KN}$$

$$Q_{2y}'' = \frac{3,31 \cdot 0,525}{3,64} = 0,47 \text{ KN}$$

$$Q_{1x} = Q_{1x}' - Q_{1x}'' = 40,6 \text{ KN}$$

$$Q_{2x} = Q_{2x}' - Q_{2x}'' = 76,4 \text{ KN}$$

$$Q_{1y} = Q_{1y}' - Q_{1y}'' = 105,95 \text{ KN}$$

$$Q_{2y} = Q_{2y}' - Q_{2y}'' = 108,31 \text{ KN}$$

$$Q_1 = \sqrt{40,6^2 + 105,95^2} = 113,46 \text{ KN}$$

$$Q_2 = \sqrt{76,4^2 + 108,31^2} = 132,54 \text{ KN}$$

Tensão de cisalhamento máxima na camisa devido à força cortante

$$Q_{\max} = Q_2 = 132,54 \text{ KN}$$

$$\tau_{\max} = \alpha \frac{Q}{A} \quad \text{para seção anular fina } \alpha = 2$$

$$\tau_{\max} = \frac{2 \times 132,54}{\frac{\pi}{4} (0,7^2 - 0,608^2)} = 3,7 \text{ MPa}$$

com as cargas podemos dimensionar as pontas de eixo

O diâmetro interno da ponta de eixo do lado de comando deve permitir a passagem do ar em uma velocidade não superior a 60 m/s

$$V_2 = 122 \times 0,32 \cdot 2,59 = 101,1 \text{ m}^3/\text{min.}$$

$$V_1 = 175 \times 0,1 \cdot 2,59 = 37,6 \text{ m}^3/\text{min.}$$

$$V = V_1 + V_2 = 37,6 \text{ m}^3/\text{min.}$$

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{4V}{\pi V_{\max}}} = 0,22 \text{ m}$$

Utilizando um tubo de 20mm de espessura de parede temos um diâmetro interno da ponta de eixo de 270mm. O diâmetro exter

no será função do rolamento.

$$\frac{C}{Q} = L_{10}^{1/p} \quad p = \frac{10}{3} \text{ para rolamentos de rolos.}$$

para 100.000 horas temos

$$L_{10} = 0,1 \cdot 645 \cdot 60 = 3.870 \text{ milhões de ciclos}$$

$$\frac{C}{Q} = 11,92 \quad n = \frac{1500}{0,75\pi} = 645 \text{ RPM}$$

$$C_1 = 113.462 \times 11,92 = 1.352.582 \text{ N}$$

$$C_2 = 132.544 \times 11,92 = 1.580.060 \text{ N}$$

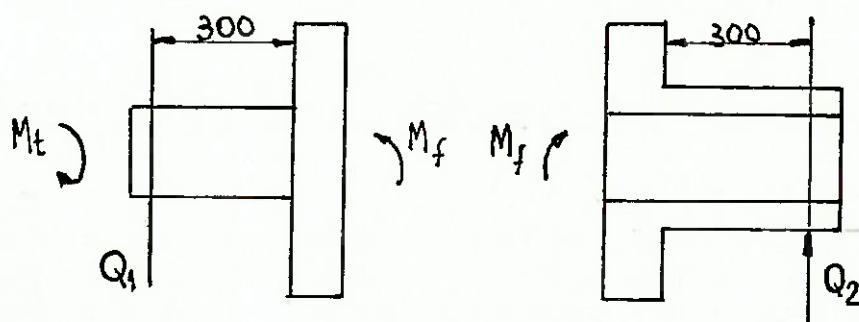
para esta carga e rotação só é permitida lubrificação a óleo

Os rolamentos menores escolhidos são

Para o lado de comando 23068 CAK/W33

Para o lado de acionamento 24056 CK30/W33

Os diâmetros escolhidos são normalizados pela firma Voith



Para o lado de comando temos

$$M_{f2} = 132.544 \cdot 0,3 = 39.763,2 \text{ Nm}$$

$$W_2 = \frac{\pi (0,34^4 - 0,27^4)}{32 \cdot 0,34} = 23 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$$

$$\sigma_2 = 17 \text{ MPa} \quad \frac{d}{D} = 2 \quad \frac{r}{d} = 0,025 \quad kt = 2,3$$

usando GGG 40

ferro fundido nodular

$$\sigma_D = 160 \text{ MPa}$$

$$\zeta_e = 240 \text{ MPa}$$

$$n_s = \frac{160}{2,3 \cdot 17} = 4,1$$

Para o lado de acionamento temos o momento torção eq.2.15

$$M_t = 70 \cdot 2,59 \cdot 10 = 1813 \text{ Nm}$$

$$\tau = \frac{1813}{\frac{0,280^3}{16}} = 0,42 \text{ MPa}$$

$$M_{f1} = 113.462 \cdot 0,3 = 34.038,6 \text{ Nm}$$

$$\sigma_1 = \frac{34.038,6}{\frac{0,285}{32}} = 15,8 \text{ MPa} \quad \frac{d}{D} = 2,5 \quad \frac{r}{D} = 0,025 \quad kt = 2,35$$

$$n_s = \frac{1}{\sqrt{\left(2,35 - \frac{15,8}{160}\right)^2 + 3 \left(\frac{0,42}{240}\right)^2}} = 4,3 \quad \text{eq. 2.17}$$

Dimensionamento dos parafusos

Conforme a norma Voith devemos usar 28 parafusos M16 classe de resistência 10.9 42 Cr Mo 4  $\sigma_r = 1000 \text{ MPa}$   $\sigma_D = 450 \text{ MPa}$  com fator de segurança 2,5.

$$f = \frac{28 \cdot 14^2}{700^2 - 610^2} = 0,047 \quad E = \left\{ \frac{1}{96.000} + \left( \frac{1}{0,047} - 1 \right) \frac{1}{21.000} \right\}^{-1} =$$

$$9.348,31 \text{ N/mm}^2$$

Obtenção da posição da linha neutra eq. 2.18

$$\frac{(2 \cos \alpha_0 - (\pi - 2\alpha_0) \sin \alpha_0)}{(2 \cos \alpha_0 + (\pi + 2\alpha_0) \sin \alpha_0)} = 0,0973$$

com o auxílio de uma calculadora programável obtemos  $\alpha_0$

$$\alpha_0 = 0,685 \text{ rad} = 39,2^\circ$$

$$M_f = 132.544 \cdot 0,395 = 52.354 \text{ N}$$

eq. 2.19

$$r = 1,926,7 \text{ m}$$

$$\sigma_{m_c \text{ máx}} = \frac{0,350 \cdot 96 \cdot 10^9}{1,926,7} (1 - \sin 39,2^\circ) = 6,4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{m_t \text{ máx}} = \frac{9,35 \cdot 10^9}{1926,7} \cdot 0,35 (1 + \sin 39,2^\circ) = 2,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_p \text{ máx} = \sigma_{m_t \text{ máx}} \left( \frac{1}{f} - 1 \right) = 2,7 \cdot \left( \frac{1}{0,047} - 1 \right) = 56,3 \text{ MPa}$$

como o parafuso e a rosca estão tensionados temos  $kt = 3$  segundo Peterson

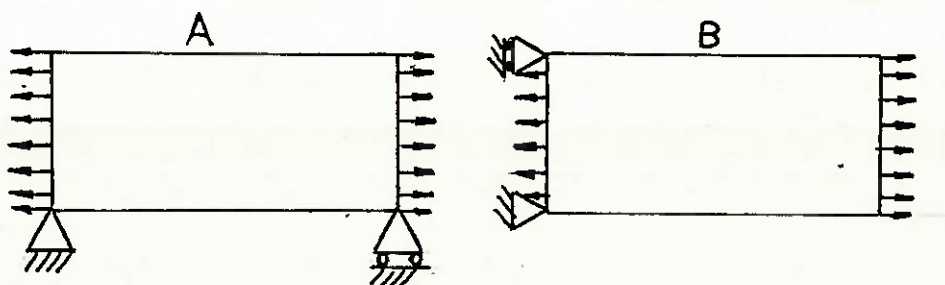
$$n_s = \frac{450}{3 \cdot 56,3} = 2,66$$

Estimativa do Módulo de elasticidade aparente

Utilizando o método dos elementos finitos, tracionamos uma chapa com o padrão de furação do rolo e com os deslocamentos obtidos calculamos a deformação e o módulo de elasticidade aparente admitindo homogeneidade e linearidade no comportamento elástico da chapa.

$$E^* = \frac{\sigma \cdot l}{w}$$

Foi utilizado o programa SAP IV, elemento de estado plano de tensões em dois modelos conforme ilustrado abaixo.



Os deslocamentos obtidos foram (em mm) para  $\sigma = 100 \text{ N/mm}^2$

z = 0		z = 465		z = 0		z = 465	
y	w	y	w	y	w	y	w
0	0,08294	0	0,93368	0	0	0	0,85074
20,5	0,067144	44	0,92938	20,5	-0,010071	44	0,85872
42,5	0,052475	83	0,88603	42,5	-0,018596	83	0,82627
73	0,063483	120	0,87245	73	$9.29 \cdot 10^{-4}$	120	0,82302
97	0,064611	190	0,87363	97	$8,759 \cdot 10^{-3}$	140	0,82979
108	0,061582	177	0,87923	108	$8,8 \cdot 10^{-3}$	177	0,84572
143	0,0605	199	0,87399	143	0,01749	199	0,84634
190	0,0591	221	0,874	190	0,029227	221	0,85131
224	0,03995	254	0,93393	224	0,019573	254	0,88193
251	0,01156	275	0,88287	251	$-1,2 \cdot 10^{-3}$	275	0,87673
273	$-6,49 \cdot 10^{-3}$	297	0,85631	273	-0,0131	297	0,85691
297	0			297	0		
$\bar{w}$	0,04767		0,8898		0,0062		0,8488

Calculamos o valor médio dos deslocamentos em cada borda - tracionada integrando os deslocamentos assumindo variação linear entre os nós

$$\bar{w} = \frac{1}{y_{\max}} \int_0^{y_{\max}} w \, dy$$

$$w_a = 0,8898 - 0,047669 = 0,8421$$

$$w_b = 0,848 - 0,0062 = 0,8418$$

$$E_a^* = \frac{100 \cdot 465}{0,8421} = 55217 \text{ N/mm}^2$$

$$E_b^* = \frac{100 \cdot 465}{0,8418} = 55291 \text{ N/mm}^2$$

$$E^* = 55.250 \text{ N/mm}^2$$

Cálculo do abaulamento

$$J_{z1} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$J_{z2} = 3,95 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

fazendo  $J_z = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$        $J_n = 5,08 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$

momento de seção cheia

$E_{ggg} = 160 \cdot 10^9 \text{ Pa}$

$K = 0,2$

Peso real da camisa

$W = \gamma \left[ \frac{\pi(D_e^2 - D_i^2)Bl}{4} - n \frac{\pi d \cdot e}{4} \right]$

$n$  = número total de furos

$n = \frac{\pi D_e s \cdot z}{t_u t_l}$

$z$  = número de furos por  $t_u$  x  $t_l$ .

$\gamma = 86,3 \text{ KN/m}^3$

$n = 96.451$

$w = 17.813 \text{ N}$

corrigindo  $q_y$  para o peso exato

$q_y = 82,4 \text{ KN/m}$

substituindo os valores em 2.21 obtemos

$\delta'_x = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$       devido a flexão

$\delta'_y = 5,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

devido ao cisalhamento

$A_{z1} = 6,16 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$        $G_{ggg} = 64 \cdot 10^9 \text{ Pa}$

$A_{z2} = 3,35 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$        $G_{\text{bronze}} = 35,5 \cdot 10^9 \text{ Pa}$

$A_z = 4,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$

$A_m = 6,67 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$        $A_m$  é calculado por 2.23

obtemos substituindo em 2.22

$\delta''_x = 7,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

$\delta''_y = 9,7 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

Cargas concentradas

$P_{z1} = 3.323 \text{ N}$

$R_{cx} = -50.310 \text{ N}$

$P_{z2} = 2828 \text{ N}$

$R_{cy} = -3.310 \text{ N}$

substituindo em 2.24 obtemos

$$\delta_x''' = -1,08 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\delta_y''' = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

devido a flexão

e em 2.25

$$\delta_x''' = -1 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\delta_y''' = 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

devido ao cisalhamento

$$\delta_x = \sum \delta_{ix} = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\delta_y = \sum \delta_{iy} = 6,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\delta = 7,08 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

4. REFERÊNCIAS

1. Timoshenko, S.P. - Resistência dos Materiais - Livro técnico e científico editora, Rio de Janeiro, 1979
2. Timoshenko, S.P. - Teoria da Elasticidade - Editora Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, 1980
3. Niemann, G. - Elementos de Máquinas - Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1971
4. Armbruster, G. - Greater Operational Safety for Suction - Roll Shells - Reimpressão de "Das Papier"
5. Siebel und Kopf - Beanspruchung in gelochten platten - Forshung Ing. Wes. 5, 1934
6. Bathe K.J. et al. - SAP IV - A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of linear Systems - Earthquake Engineering Research Center 1974
7. Zienkiewicz, O. - The finite element method in Structural - and Continuum Mechanics - Mc Graw Hill, London, 1967
8. De Zagottis, D. - Elasticidade e elementos finitos - apostila de aula pontes e grandes estruturas, São Paulo, 1982
9. Den Hartog, U.P. - Vibrações nos sistemas mecânicos - Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1972
10. Voith - PaN 3.6, Heidenheim, 1964
11. SKF - catálogo geral, 1980
12. Vestola und H. Stieb - Haltbarkeit von Saugwalzenmänteln - Wochenblatt für Papierfabrikation, 1982
13. Peterson, R.E. - Stress Concentration Design Factors - John Wiley & Sons, New York, 1966

14. Wang, Chu Kia - Perforated Shear Web - Journal Applied Mechanics 13, junho 1946.

## APENDICE I

### O Método dos Elementos Finitos

#### 1. Conceituação

##### Energia de deformação

Quando um pequeno elemento de lados  $dx dy dz$  é submetido a uma tensão normal  $\sigma_x$  tem-se uma força  $\sigma_x dy dz$  realizando trabalho numa extensão  $\epsilon_x dx$ . Se a extensão for realizada no regime elástica e a tensão aumentar gradativamente o trabalho de deformação será  $dU = \frac{1}{2} \sigma_x \epsilon_x dx dy dz$ . Analogamente nas outras faces teremos os respectivos trabalhos de deformação devido às tensões aplicadas. Assim para o volume elementar o trabalho total de deformação será.

$$dU = \frac{1}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx}) dx dy dz$$

e portanto o trabalho de deformação por unidade de volume será

$$U_0 = \frac{1}{2} (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx})$$

##### Princípio dos trabalhos virtuais

Se uma partícula está em equilíbrio então é nulo o trabalho total do conjunto de forças que age sobre a mesma para qualquer deslocamento virtual.

Em um corpo elástico em equilíbrio, todas as suas partículas estão em equilíbrio e portanto o trabalho das forças de campo, forças de superfície e forças elásticas entre as partículas é nulo para qualquer deslocamento virtual. Sendo  $u, v, w$  os deslocamentos reais devido as forças que agem no corpo e  $\delta u, \delta v, \delta w$  os deslocamentos virtuais, temos por intermédio das relações deformação - deslocamento as deformações virtuais correspondentes.

$$\delta \epsilon_x = \frac{\partial \delta u}{\partial x}, \dots \quad \delta \gamma_{xy} = \frac{\partial \delta u}{\partial y} + \frac{\partial \delta v}{\partial x}$$

e portanto o trabalho virtual por unidade de volume

$$\frac{1}{2} (\sigma_x \delta \epsilon_x + \sigma_y \delta \epsilon_y + \sigma_z \delta \epsilon_z + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \tau_{zx} \delta \gamma_{zx})$$

que é portanto igual a

$$\delta U_0$$

Este trabalho é executado contra as forças elásticas das partículas. Para obtermos o trabalho executado pelas forças elásticas das partículas devemos trocar de sinal.

Então o trabalho das forças internas será  $-\delta U_0$ . Sendo as forças de superfície agindo no corpo  $\bar{X} ds, \bar{Y} ds, \bar{Z} ds$  e as forças de campo  $\bar{X} dV, \bar{Y} dV, \bar{Z} dV$  e pelo princípio dos trabalhos virtuais fazendo com que o trabalho total se

ja nulo para deslocamentos virtuais obtemos

$$\int (\bar{X}\delta u + \bar{Y}\delta v + \bar{Z}\delta w) dS + \int (X\delta u + Y\delta v + Z\delta w) dV - \int \delta U_0 dV = 0$$

admitindo que durante o deslocamento virtual não ocorram mudanças nas forças de superfície, de campo, e tensões internas podemos passar o símbolo de variação para fora das integrais obtendo

$$\delta \left[ \int U_0 dV - \int (\bar{X}u + \bar{Y}v + \bar{Z}w) dS - \int (Xu + Yv + Zw) dV \right] = 0$$

e o trabalho de deformação  $\int U_0 dV$  pode ser entendido como a energia potencial armazenada no corpo.

analogamente  $\int (\bar{X}u + \bar{Y}v + \bar{Z}w) dS$  como energia potencial das forças de superfície e  $\int (Xu + Yv + Zw) dV$  como a energia potencial das forças de campo.

A expressão entre colchetes é por definição a energia potencial do sistema ( $\Pi$ )

A igualdade acima mostra que para um sistema em equilíbrio os deslocamentos  $u, v, w$  são tais que a variação da energia potencial do corpo é nulo para qualquer deslocamento virtual, isto é, ela é estacionária.

Portanto para determinar as deformações (e tensões) de um corpo em equilíbrio deve-se determinar um campo de deslocamento que torne a energia potencial mínima.

A expressão  $\Pi$  é um funcional, isto é um número real associado a um terço de funções  $u(x,y,z); v(x,y,z); w(x,y,z)$

Para determinar os mínimos dos funcionais isto é o terço que satisfaz a igualdade  $\delta \Pi = 0$  é utilizado o cálculo variacional que só é utilizado em casos simples.

No método dos elementos finitos o que se faz é discretizar o contínuo de forma que a determinação do campo de deslocamentos se resume na obtenção de um número finito de deslocamentos.

Para tanto divide-se o contínuo em uma série de pequenos elementos conectados por um número finito de pontos denominados nós,

Dentro do elemento assumimos que os deslocamentos são função apenas dos deslocamentos dos nós, função esta denominada função de forma ou interpolação. Assim transformamos o cálculo variacional em diferencial.

Impondo que a energia potencial seja mínima para cada deslocamento nodal temos em cada elemento.  $\frac{\partial \Pi}{\partial u_i} = 0$

obtemos portanto equações relacionando os deslocamentos dos nós do elemento.

Por exemplo se for admitido variação linear dos deslocamentos dentro do elemento, as derivadas nos levarão a um sistema linear de equações.

Impondo as condições de mínimo para cada deslocamento e mais as condições de contorno obtemos um sistema de equações cujas incógnitas são os deslocamentos nodais e seu número igual ao número de nós vezes o número de graus de liberdade em cada nó menos as condições de vinculação.

Este método tornou-se prático com o advento dos computadores de grande porte e de alta velocidade que nos permitem resolver sistemas de equações a milhares de incógnitas.

O programa disponível na escola para o cálculo de tensões é o SAP IV

Na minimização da energia potencial elástica do corpo o computador utiliza uma forma matricial. As matrizes para cada elemento são chamadas matrizes de rigidez. As matrizes de rigidez montadas e multiplicadas pelos deslocamentos nodais nos dão as equações que nos levarão aos deslocamentos procurados.

Observa-se que nesta matriz os valores diferentes do zero situam-se próximos da diagonal se a numeração dos nós for conveniente, isto é, se em cada elemento a diferença entre os números nodais forem pequenas. Isto resulta num artifício para economia de memória no computador, que decompõe a matriz global em uma matriz de largura menor com menos da metade da matriz primeira. Portanto na discretização dos elementos é importante se considerar a numeração conveniente dos nós.

## 2. Aplicação Prática

Para determinar-se o módulo de elasticidade aparente do material perfurado idealizou-se uma placa plana com vazios hexagonais com o padrão de furação da camisa. Para tanto foi desenhado a placa e obtiveram-se as coordenadas nodais por medição e geometria.

Foi aplicada uma tensão de tração uniforme na direção do eixo do rolo e vinculada de forma isostática.

Os deslocamentos obtidos foram usados para o cálculo do módulo de elasticidade aparente.

APÊNDICE II - programas para calculadora HP 41-CV

Cálculo de  $J$  reduzido

01 - LBL JOTA	31 - X<>Y	61 - RCL 12
02 - RAD	32 - RCL 11	62 - +
03 - H =	33 - +	63 - 2
04 - PROMPT	34 - /	64 - *
05 - X 12	35 - 2	65 - SIN
06 - 4	36 - /	66 - ST-14
07 - /	37 - ENTER	67 - X<>Y
08 - CHS	38 - ENTER	68 - 2
09 - R =	39 - FIXO	69 - *
10 - PROMPT	40 - RND	70 - SIN
11 - X 12	41 - FIX 5	71 - ST + 14
12 - +	42 - 1	72 - DSE-13
13 - SQRT	43 - +	73 - GTO 01
14 - 2	44 - STO 13	74 - RCL 14
15 - *	45 - X<>Y	75 - 4
16 - Re =	46 - RCL 12	76 - /
17 - PROMPT	47 - *	77 - RCL 10
18 - STO 10	48 - 2	78 - X 12
19 - /	49 - *	79 - X 12
20 - STO 11	50 - STO 14	80 - RI
21 - TU =	51 - LBL 01	81 - PROMPT
22 - PROMPT	52 - RCL 11	82 - X 12
23 - RCL 10	53 - RCL 12	83 - X 12
24 - /	54 - +	84 - —
25 - 2	55 - RCL 13	85 - *
26 - /	56 - 1	86 - $J$ =
27 - X<>Y	57 - —	87 - AVIEW
28 - —	58 - *	88 - PSE
29 - STO 12	59 - ENTER	89 - DEG
30 - PI	60 - ENTER	90 - VIEWX
		91 - END

H = distância entre os furos

R = raio do furo

Re = raio externo da camisa

TU = passo perimetral

RI = raio interno da camisa

Determinação de  $\alpha_0$  posição da linha neutra dos parafusos.  
Para ser usado com root-finder ou qualquer programa de raízes de equações.

01 - LBL ALFA	E STO 01
02 - RAD	
03 - STO00	calcula $\alpha_0$ em radianos
04 - 2	
05 - *	
06 - PI	
07 - —	
08 - RCL 00	
09 - SIN	
10 - *	
11 - RCL 00	
12 - COS	
13 - 2	
14 - *	
15 - +	
16 - RCL 00	
17 - 2	
18 - *	
19 - PI	
20 - +	
21 - RCL 00	
22 - SIN	
23 - *	
24 - RCL 00	
25 - COS	
26 - 2	
27 - *	
28 - +	
29 - /	
30 - RCL 01	
31 - —	
32 - RTN	

Deslocamento do bordo da madeira para cálculo de E \*

