

FRANCIELE SCHLEMM

MAPEAMENTO DA RELAÇÃO OFERTA-DEMANDA DA EDUCAÇÃO
BÁSICA PRIVADA DA CIDADE DE SÃO LUÍS - MA

SÃO PAULO

2019

FRANCIELE SCHLEMM

MAPEAMENTO DA RELAÇÃO OFERTA-DEMANDA DA EDUCAÇÃO
BÁSICA PRIVADA DA CIDADE DE SÃO LUÍS - MA

Monografia apresentada ao Programa de
Educação Continuada da Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo,
para obtenção do título de Especialista em
Engenharia Financeira.

Orientador: Professor Márcio de Menezes

SÃO PAULO

2019

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os professores, especialmente ao Prof. Márcio Menezes, por compartilharem suas sabedorias e suas experiências.

Desejo igualmente agradecer as minhas colegas de pós-graduação, Vanusa Gomes e Marcelle Toutain, cujo apoio e amizade estiveram presentes em todos os momentos.

À minha mãe, principal responsável pela minha vida e a quem devo meu caráter. Estendo este agradecimento ao meu pai e minhas irmãs, que sempre me incentivaram e torceram pela minha vitória e, principalmente, pelo amor incondicional que me deram.

Ao meu esposo Wagner, por todo amor, carinho, compreensão e apoio em tantos momentos difíceis desta caminhada. Obrigada por permanecer ao meu lado, mesmo sem os carinhos rotineiros, sem a atenção devida e depois de tantos momentos de lazer perdidos.

Por fim, a todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para realização desta monografia, o meu sincero agradecimento.

RESUMO

O mercado da educação básica privada no Brasil, pulverizado em pequenas instituições, muitas ainda familiares, carece de instituições voltadas a públicos de alto poder aquisitivo. Este mercado tem-se mostrado uma alternativa atraente para expansão, atraindo grandes empresas líderes no ensino superior, bem como capital estrangeiro e empresas sem tradição neste setor. Por se tratar de um setor chave na sociedade, o estudo de tal contexto é de grande interesse. Assim, através de uma metodologia computacional, este trabalho analisa a relação “oferta x demanda” de uma fatia do mercado de educação básica privada de alto padrão, na cidade de São Luís, capital do estado do Maranhão. O foco é a identificação de escolas operando na educação básica privada, voltadas a famílias com alto poder aquisitivo e a classificação dessas escolas em mercados, de acordo com o fluxo de alunos ocorrido entre elas nos anos de 2016 e 2017, bem como a obtenção de uma estimativa potencial de alunos que devem adentrar a este setor de educação. Com tais resultados, apresenta-se uma análise de investimento nas marcas de ensino atuantes na região escolhida.

Palavras-chave: Educação Básica Privada, Redes Complexas, Detecção de Comunidades, Teoria dos Grafos, Algoritmo de Girvan e Newman.

ABSTRACT

The private basic education market in Brazil is composed of small institutions, many of which are still family business which lack focus on high-income publics. This market has shown itself to be an attractive alternative for expansion, attracting large leading companies in higher education, as well as foreign capital and companies with no background in this sector. As basic education is a key sector in society, the study of such context is of great interest. Thus, through a computational methodology, this paper aims to analyze the "supply vs demand" in relation to a high-income private primary education segment of the education market in the capital city of São Luís, in the state of Maranhão. The focus is to identify of schools operating in private basic education, aimed at families with high purchasing power and the market classification of these schools, according to the flow of students in the years 2016 and 2017, as well as obtaining a potential estimate of students who may be interested enter this education sector. With those results, an investment analysis of the teaching brands in the chosen region is presented.

Keywords: Private Basic Education, Complex Networks, Communities Detection, Graph Theory, Girvan and Newman Algorithm.

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1: QUANTIDADE DE ESCOLAS	30
GRÁFICO 2: QUANTIDADE DE MATRÍCULAS.....	30
GRÁFICO 3: NETWORK DAS ESCOLAS DE INTERESSE DA CIDADE DE SÃO LUÍS. CÍRCULOS VERDES: ESCOLAS COM SALDO DE ALUNOS POSITIVO; CÍRCULOS VERMELHOS: ESCOLAS COM SALDO DE ALUNOS NEGATIVO.....	32
GRÁFICO 4: NETWORK GEOGRÁFICO DAS ESCOLAS DE INTERESSE DA CIDADE DE SÃO LUÍS. EIXO DAS ABCISSAS: LATITUDE. EIXO DAS ORDENADAS: LONGITUDE.	33
GRÁFICO 5: COMUNIDADES - NÍVEL 1 EIXO DAS ABCISSAS: LATITUDE. EIXO DAS ORDENADAS: LONGITUDE..	34
GRÁFICO 6: COMUNIDADES - NÍVEL 2 EIXO DAS ABCISSAS: LATITUDE. EIXO DAS ORDENADAS: LONGITUDE..	34

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: ETAPAS DA METODOLOGIA DE ANÁLISE DO GRUPO DE OFERTA E O FLUXO ENTRE SEUS INTEGRANTES	24
TABELA 2: PERFIL SOCIOECONÔMICO DAS ESCOLAS DE INTERESSE.....	25
TABELA 3: RESULTADO DA METODOLOGIA DE ANÁLISE DO GRUPO DE OFERTA E O FLUXO ENTRE SEUS INTEGRANTES	29
TABELA 4: RELAÇÃO DAS ESCOLAS DE INTERESSE NA CIDADE DE SÃO LUÍS.....	31
TABELA 5: CLASSIFICAÇÃO DAS ESCOLAS PRIVADAS DE SÃO LUÍS.....	31
TABELA 6: RELAÇÃO DAS ESCOLAS DE INTERESSE DE SÃO LUÍS COM SUAS RESPECTIVAS COORDENADAS GEOGRÁFICAS	32
TABELA 7: RESULTADO DO ALGORITMO DE GIRVAN E NEWMAN	33
TABELA 8: RENDA MÉDIA MENSAL - ENEM 2017	35
TABELA 9: DEMANDA POTENCIAL POR FAIXA SALARIAL.....	35

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: DISPOSIÇÃO DAS SETE PONTES (EM VERMELHO) CONECTANDO AS DUAS ILHAS AO CENTRO DA CIDADE DE KÖNIGSBERG.	15
FIGURA 2: DISPOSIÇÃO DAS PONTES DE KÖNIGSBERG REPRESENTADA NA FORMA DE GRAFO.	16
FIGURA 3: EXEMPLO DE GRAFO	17
FIGURA 4: EXEMPO DE REDE DE ESTRUTURA DE TRÊS COMUNIDADES. FONTE: NEWMAN, MARK EJ, AND MICHELLE GIRVAN. "FINDING AND EVALUATING COMMUNITY STRUCTURE IN NETWORKS." PHYSICAL REVIEW E 69.2 (2004): 026113.	20
FIGURA 5: EXEMPLO DE DENDROGRAMA. LINHA VERMELHA TRACEJADA: NÍVEL DAS COMUNIDADES, CORTE OU THRESHOLD, DO INGLÊS. FONTE: NEWMAN, MARK EJ, AND MICHELLE GIRVAN. "FINDING AND EVALUATING COMMUNITY STRUCTURE IN NETWORKS." PHYSICAL REVIEW E 69.2 (2004): 026113	21
FIGURA 6: EXEMPLOS DE CONJUNTO DE CAMINHOS. FONTE: NEWMAN, MARK EJ, AND MICHELLE GIRVAN. "FINDING AND EVALUATING COMMUNITY STRUCTURE IN NETWORKS." PHYSICAL REVIEW E 69.2 (2004): 026113	22
FIGURA 7: ESCOLAS DE INTERESSE	29

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
FIES	Fundo de Financiamento Estudantil
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
MEC	Ministério da Educação

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	11
2. OBJETIVOS.....	14
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
3.1 TEORIA DOS GRAFOS	15
3.2 DETECÇÃO DE COMUNIDADES	18
3.2.1 Algoritmo de Girvan e Newman.....	19
4. METODOLOGIA DE ANÁLISE.....	23
4.1 O GRUPO DE OFERTA E O FLUXO ENTRE SEUS INTEGRANTES.....	23
4.1.1 <i>Etapa 1: Lista base de escolas modelo.....</i>	<i>24</i>
4.1.2 <i>Etapa 2: Fluxo de alunos entre as escolas.....</i>	<i>24</i>
4.1.3 <i>Etapa 3: Características socioeconômicas.....</i>	<i>25</i>
4.1.4 <i>Etapa 4: Fluxos de escolas.....</i>	<i>25</i>
4.1.5 <i>Demais classificações.....</i>	<i>26</i>
4.2 COMUNIDADES	26
4.3 DEMANDA	26
4.4 DEMANDA x OFERTA	27
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	29
6. CONCLUSÕES.....	36
7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	37
8. REFERÊNCIAS	38

1. INTRODUÇÃO

Poucos setores da economia brasileira já atravessaram alguma crise econômica com tanta desenvoltura como o fez o setor de ensino privado na recente crise brasileira em 2017. Na direção inversa à maioria das empresas, as redes de ensino particulares, básico (ensino infantil e ensino médio) e universitário, expandiram e diversificaram seus negócios, impulsionando o mercado de educação ao topo do *ranking* dos mercados mais rentáveis e promissores do país. Ver Ref. [13].

O setor de educação básica privada destaca-se como uma alternativa atraente, apresentando claros potenciais de expansão. Com cerca de 40 mil escolas privadas no país, o mercado de ensino básico encontra-se pulverizado em pequenas instituições, muitas delas ainda familiares. A atração por grandes grupos a esta fatia do setor também baseia-se no fato da educação básica ser por eles vista como um mercado mais resiliente a crises, haja vista que famílias de alunos que estudam em escolas particulares dificilmente migram seus filhos para outras escolas com mensalidades inferiores, tampouco públicas - exceto em casos excepcionais, é claro. Já a graduação (muitas vezes paga pelo próprio estudante) é uma fatia do mercado de educação que, quando necessário economizar, costuma ser o item escolhido pelo indivíduo ou família a ser postergado. Ver Ref. [12].

Companhias com forte influência no mercado de faculdades privadas começaram a expandir suas atuações para o segmento de educação básica. Dentre uma série de iniciativas empresariais ocorridas nos últimos anos, destaca-se a decisão da Kroton Educacional, maior empresa de ensino superior do país, ao comprar a gigante de ensino básico Somos Educação, gerando assim uma nova empresa atuante no mercado de educação básica privada, a Saber. Numa rota relativamente diferente ao da Kroton Educacional, sua concorrente Estácio, segunda maior empresa de ensino superior, começou a abrir turmas de ensino médio, aproveitando a infraestrutura já existente em seus diversos campi. Já a Ânima, outra grande empresa do mercado de graduação e pós-graduação, concretizou parceria com a escola Lumiar. Ver Ref. [12].

A corrida dos grandes grupos rumo à educação básica ganha força em 2015, momento em que o Fundo de Financiamento Estudantil - FIES, programa do Ministério da Educação – MEC, sofre cortes em seu orçamento, elevando assim a taxa de juros

cobrada aos alunos, bem como reduzindo o tempo de carência a eles concedido, deixando de ser o motor impulsionador dos alunos de baixa renda à faculdades privadas através do crédito acessível. Como consequência, uma drástica redução no número de matrículas da graduação ocorre junto ao FIES nos anos seguintes. Ademais, após o Cade, Conselho Administrativo de Defesa Econômica, vetar a fusão entre as empresas Kroton Educacional e Estácio, em 2017, houve certo entendimento entre os grandes grupos que a concentração do mercado de ensino superior por grandes corporações estaria atingindo o limite [12].

O mercado de educação básica passou a atrair também outras empresas sem tradição neste setor, como é o caso do grupo de investimentos Bahema, que começou na década de 1950 como empresa de implementos agrícolas, participando de marcas como Unibanco e Metal Leve. Desde 2017, o grupo vem anunciando aquisições no setor de educação. Adquiriu participações majoritárias, bem como pequenas fatias em escolas tais como, Balão Vermelho e Mangabeiras em Belo Horizonte - MG, Escola Parque no Rio de Janeiro - RJ e a Escola da Vila em São Paulo - SP [12]. Ainda em 2017, a Bahema passou a investir na Escola Mais, anunciou ampla colaboração com a Escola Viva em São Paulo - SP e criou o grupo Critique, cujo foco é promover trocas de boas práticas e fomentar a produção de conhecimento entre as escolas.

Na mesma direção, o mercado de educação básica particular no Brasil começou a atrair também capital estrangeiro, como é o caso da rede Nova-iorquina de educação básica, Avenues. Fundada em 2012, a rede de ensino é direcionada a um público com alto poder aquisitivo. Em 2018 investiu aproximadamente R\$ 370 milhões para criar uma unidade de ensino na cidade de São Paulo, com estrutura para dois mil e cem alunos e com mensalidades médias a R\$ 9 mil. Antes mesmo de abrir as portas, esta nova unidade recebeu inscrições de cerca de duas mil famílias interessadas em matricular seus filhos na instituição. Ver [13] e [14]. Segundo Klein, CEO da Hoper Educação, "há no Brasil uma série de grandes centros - como São Paulo, Rio de Janeiro e até mesmo Salvador - onde uma parcela de população pode pagar por educação *premium*¹, mas não encontra vagas" [15].

*Premium*¹: jargão utilizado para designar perfil socioeconômico de alto padrão.

Sendo assim, face ao atual contexto do mercado de educação privada no país, especialmente a educação básica, este trabalho tenciona apresentar uma análise das opções de investimento em escolas *premium*. O foco deste trabalho será a identificação da relação “*oferta x demanda*”.

Escolheu-se a cidade de São Luís, capital do estado do Maranhão, como exemplo de aplicação da metodologia aqui desenvolvida, por se tratar de uma base de dados pequena, ideal para desenvolvimento da metodologia de análise. Ademais, trata-se de uma capital de estado, o que torna possível que a mesma concentre uma demanda das cidades vizinhas.

As informações socioeconômicas utilizadas provêm de várias bases de dados disponibilizadas pelos seguintes órgãos e instrumentos federais: Censo Escolar² 2016 e 2017 [2], Enem 2017 [1] e IBGE [3]. As informações geográficas foram obtidas através do Google Maps. Para análise do grande volume de dados disponível, foram desenvolvidos programas em Python® e Matlab®.

O texto está estruturado da seguinte forma: no segundo capítulo são destacados os objetivos do presente trabalho. No capítulo três é apresentada a fundamentação teórica utilizada no desenvolvimento da metodologia de análise. No capítulo quatro, a metodologia de análise desenvolvida e aplicada no presente trabalho é apresentada. O quinto capítulo apresenta e discute os resultados desta metodologia. Já o capítulo seis apresenta as conclusões acerca dos resultados obtidos. Por fim, o capítulo sete apresenta sugestões de trabalhos futuros.

Censo Escolar²: O Censo Escolar da Educação Básica é uma pesquisa realizada anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Os dados coletados na pesquisa constituem a mais completa fonte de informações utilizada pelo Ministério da Educação (MEC).

2. OBJETIVOS

O presente trabalho tenciona apresentar uma análise das melhores opções de investimento no mercado de educação básica privada, destinado a públicos de alto poder aquisitivo (*premium*).

Através da metodologia proposta e detalhada no capítulo 4, serão obtidas as seguintes informações na cidade de interesse:

- Escolas que atendam ao perfil socioeconômico escolhido;
- O fluxo de alunos ocorrido do ano de 2016 para o ano de 2017, entre as escolas escolhidas acima;
- Demanda potencial de alunos em famílias com alto poder aquisitivo. Renda mensal familiar superior a 10 salários mínimos;
- Regiões com baixa oferta de escolas privadas de alto padrão;

Com base nos pontos levantados acima, pretende-se aumentar a compreensão da relação “*oferta x demanda*” da região de interesse, permitindo que se realize uma análise das melhores opções de investimento no mercado de educação básica privada *premium*.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo apresenta a fundamentação teórica à qual foi baseada a metodologia de análise descrita no capítulo 3.

3.1 TEORIA DOS GRAFOS

A teoria dos grafos estuda as relações entre objetos de um determinado conjunto. Pioneiro nesta teoria, o matemático suíço Leonhard Euler, formulou e resolveu o Problema das Pontes de Königsberg, o qual surgiu como desafio lógico-matemático em sua época e acabou por contribuir para o desenvolvimento teórico e prático acerca dos grafos.

A cidade de Königsberg é cortada pelo curso do rio Prególia, o qual forma em determinado ponto dentro da cidade, duas ilhas que, à época, eram unidas entre si e com o restante do centro da cidade por um conjunto de sete pontes. O enigma envolvia a seguinte questão: seria possível realizar um trajeto cruzando as setes pontes uma única vez, sem repetição, e retornar ao ponto inicial? A Figura 1 ilustra a disposição das sete pontes e das duas ilhas em relação ao centro da cidade de Königsberg.

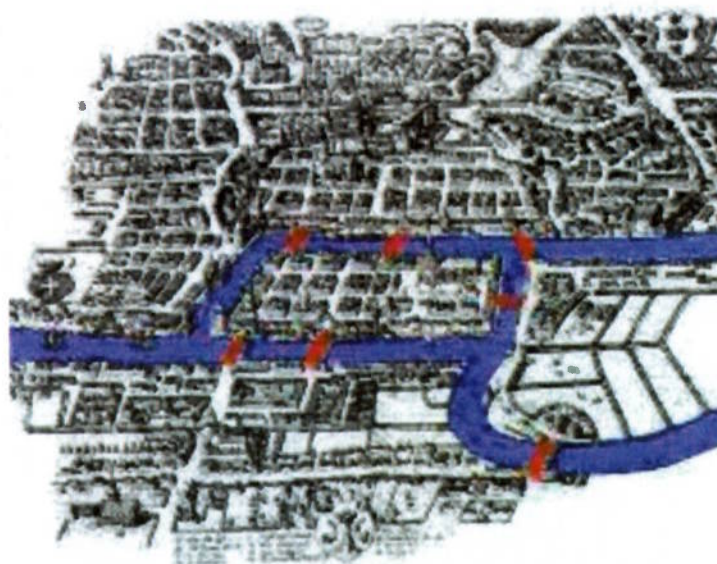


Figura 1: Disposição das sete pontes (em vermelho) conectando as duas ilhas ao centro da cidade de Königsberg.

Fonte: <http://www.mat.uc.pt/~alma/escolas/pontes/>

Para resolver o problema, Euler transformou as pontes em linhas imaginárias e as duas ilhas e as duas margens do rio em quatro vértices, os pontos A, D, C e B, respectivamente, criando assim um grafo, como é possível ver na Figura 2.

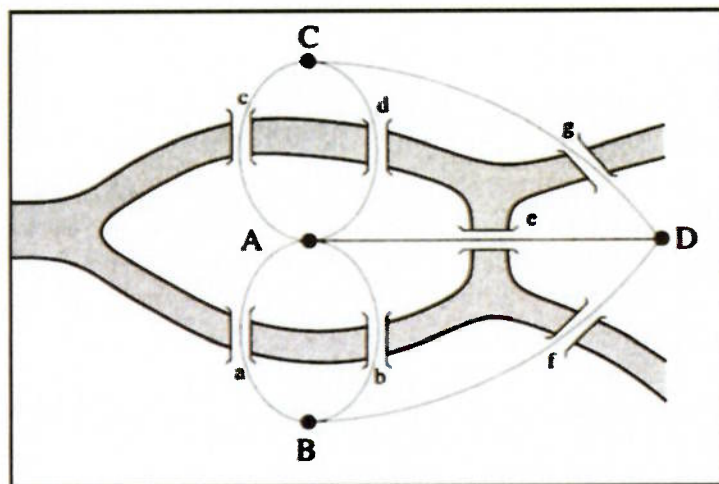


Figura 2: Disposição das pontes de Königsberg representada na forma de grafo.

Fonte: <https://math.stackexchange.com/questions/1173328/eulers-solution-of-seven-bridges-of-k%C3%B6nigsberg-in-layman-terms>

Com esta abordagem, Euler percebeu que só seria possível atravessar o caminho inteiro passando uma única vez em cada ponte se houvesse exatamente zero ou dois pontos de onde saísse um número ímpar de caminhos. A razão de tal coisa é que de cada ponto deve haver um número par de caminhos, pois será preciso um caminho para "entrar" e outro para "sair". Os dois pontos com caminhos ímpares referem-se ao início e ao final do percurso, pois estes não precisam de um para entrar e um para sair, respectivamente. Se não houver pontos com número ímpar de caminhos, deve-se iniciar e terminar o trajeto no mesmo ponto, podendo esse ser qualquer ponto do grafo. Isso não é possível quando há dois pontos com números ímpares de caminhos, sendo obrigatoriamente um o início e outro o fim [16].

Um exemplo simples de grafo é um par ordenado, $G = (V, E)$, onde V é um conjunto finito de elementos denominados vértices³ ou nós e E é um conjunto de elementos do tipo $\{x, y\}$, ou seja, retas, comumente chamadas na teoria de grafos de

³ Vértices: Um vértice é o ponto comum entre os lados de uma figura geométrica, ou o encontro de duas semi-retas, no caso de um polígono e de três ou mais, no caso de um poliedro.

restas⁴, com $x, y \in V$ e $x \neq y$. Se a reta/aresta α pertence ao grupo de pontos contidos em E , $\alpha = \{x, y\} \in E$, pode-se dizer que:

- A aresta α liga ou une os vértices x e y ;
- Os vértices x e y são adjacentes e vizinhos.

Na Figura 3 podemos visualizar o grafo $G = (V, E)$, onde os vértices são os pontos a, b, c, d, e , pertencentes ao vetor V , $V = \{a, b, c, d, e\}$, e as arestas são segmentos de linha que os conectam, pertencentes a matriz E , $E = \{\{a, b\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{d, e\}\}$.

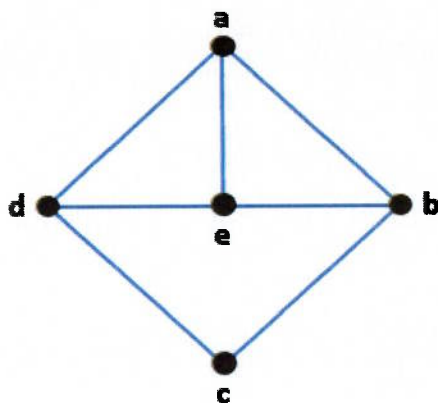


Figura 3: Exemplo de Grafo

Arestas podem ou não ter direção, ligar ou não um vértice a ele próprio e pesos podem ser associados aos vértices e arestas através de valores escalar. Se as arestas necessitam ter uma direção associada, temos um dígrafo, também chamado de grafo orientado. Um grafo com um único vértice e sem arestas é conhecido como grafo trivial. Um grafo conexo é aquele em que sempre há um caminho entre qualquer par de vértices, caso contrário, ele é chamado de desconexo. Um grafo que não contém um ciclo é chamado de floresta e, caso essa floresta seja um grafo conexo, então é chamado de árvore [17].

Interações que podem ser representadas por grafos estão em toda parte e muitos problemas de interesse prático podem ser formulados através de grafos. O

⁴ Arestas: Na geometria, chama-se aresta o segmento de linha que representa a intersecção de dois ou mais planos ou superfícies. A aresta também possui o nome de "reta". Ver [6].

desenvolvimento de algoritmos para manipulação grafos é um tema importante da ciência da computação [17].

3.2 DETECÇÃO DE COMUNIDADES

Segundo Fortunato [5], uma comunidade (*cluster*, do inglês) é formada por um grupo de agentes que possuem propriedades comuns, e/ou desempenham uma função similar dentro de uma determinada daquela rede.

Análises de comunidades são utilizadas em diversas aplicações como redes sociais, redes neurais, interações diversas, etc., permitindo análises estruturais destas. Em grandes bancos de dados, por exemplo, determinar comunidades permite uma divisão melhor dos dados e conseqüentemente, um armazenamento mais eficiente. A determinação da hierarquia entre as diversas comunidades existentes em uma rede é assunto bastante explorado na área de computação. Determinar comunidades em grafos é denominada particionamento de grafos (*graph clustering*, do inglês).

Técnicas de *clustering* são eficientes em análise de dados, com aplicações que vão de estatística à ciência de computadores, biologia e psicologia. Em diversas áreas da ciência que lidam com dados empíricos, uma das primeiras classificações a se tentar é o agrupamento dos indivíduos através de alguma similaridade.

No entanto, todos os algoritmos de *clustering* encontram dificuldades com dados para os quais não conseguem definir uma boa partição. Muitos algoritmos foram desenvolvidos para lidar com situações nas quais os métodos tradicionais não atendiam. Dentre a grande variedade de algoritmos desenvolvidos, alguns são baseados em métodos robustos, sendo capazes de separar eficientemente grupos com conjuntos de dados muito diferentes, enquanto outros são mais específicos e necessitam de condições iniciais adequadas para que os seus resultados sejam satisfatórios [10].

As técnicas de *clustering* podem ser divididas em dois grupos principais, de acordo com a abordagem feita ao problema de particionamento: *i)* técnicas globais, analisando as redes como um todo e dividindo-a em comunidades, *e.g.*, métodos

hierárquicos; ou *ii*) técnicas de particionamento locais, que atendem padrões existentes em partes particulares da rede.

3.2.1 Algoritmo de Girvan e Newman

O algoritmo de Girvan e Newman [8] é um algoritmo divisivo que tem sua base no conceito de centralidade da aresta ou, do inglês, *edge betweenness*.

Através de um processo de decomposição hierárquica de um grafo, o algoritmo de Girvan e Newman detecta comunidades removendo progressivamente as arestas da rede original, em ordem decrescente de importância. A definição desta importância fica a cargo da medida de intermediação ou centralidade (*betweenness*, do inglês) que a aresta possui em relação à rede. Um coeficiente de centralidade é atribuído à cada aresta para diversas comunidades que vão se formando dentro da rede, até que não restem arestas a serem analisadas, obtendo-se assim o grafo particionado em N comunidades.

Note, leitor, que trabalhando em ordem decrescente de importância, este algoritmo consegue detectar comunidades marginais à rede, formada por conexões frágeis, portanto menos centrais às redes, em oposição aos métodos de *clustering* hierárquicos tradicionais, onde se procura construir uma medida de detecção das ligações mais centrais de uma determinada comunidade, não avaliando as conexões frágeis, deixando assim de identificar comunidades menores, igualmente importantes do ponto de vista numérico. Assim, ao invés de identificar comunidades através da adição de vértices a cada um dos grupos se formando, os autores propõem a divisão do grafo original e o particionamento através da remoção das ligações “menos importantes”.

As etapas do algoritmo para detecção da comunidade são apresentadas abaixo:

1. Calcula-se o valor de *centralidade* para todas as ligações do grafo
2. Remove-se a ligação com maior *centralidade*
3. Recalcula-se a *centralidade* para todas as ligações restantes
4. Retorna-se ao passo 2 até que não restem mais ligações

Os autores enfatizam a importância do passo 3, em que se recalcula o valor da centralidade para as ligações que continuam consideradas. No caso de comunidades conectadas por mais de uma ligação, cada qual com um valor distinto de centralidade, a remoção das ligações com maior centralidade gera um papel importantíssimo em se analisar a ligação de menor importância. O cálculo desta propriedade permite que a ligação assumira um papel mais importante na determinação de comunidades, evitando assim a não identificação e conseqüente não classificação de comunidades marginais.

Como exemplo, a Figura 4 apresenta uma pequena rede com três comunidades identificadas (círculos vermelhos em linhas tracejadas) e os indivíduos que a formam em seu interior (pequenos círculos de cor preta). Segmentos de linha na cor preta indicam conexão entre indivíduos pertencentes a mesma comunidade, enquanto segmentos de linha na cor cinza, indicam conexão entre indivíduos pertencentes a comunidades diferentes.

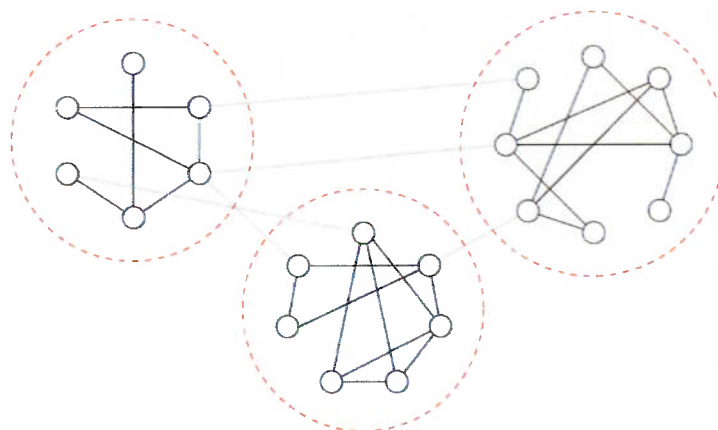


Figura 4: Exemplo de rede de estrutura de três comunidades. Fonte: Newman, Mark EJ, and Michelle Girvan. "Finding and evaluating community structure in networks." *Physical Review E* 69.2 (2004): 026113.

O resultado final do algoritmo de Girvan e Newman é um dendrograma, Figura 5, o qual é produzido dividindo-se a rede de cima para baixo, obtendo comunidades cada vez menores, através da remoção sucessiva de conexões, conforme descrito no início deste subitem. O formato final é o de uma árvore invertida no plano vertical, onde as folhas são os círculos e representam cada um dos indivíduos daquela rede. À medida que se sobe na árvore, os vértices se juntam para formar comunidades cada vez maiores, até se atingir o topo, onde todos os indivíduos estão reunidos em uma única comunidade.

Um corte horizontal da árvore em determinado nível, como representado pela linha vermelha pontilhada na Figura 5, é o nível das comunidades e, conseqüentemente, determinará a quantidade de comunidades existentes. A altura vertical das divisões no dendrograma indica a ordem em que as divisões (ou junções) ocorreram. Ademais, é possível construir dendrogramas mais elaborados onde as alturas contenham outras informações.

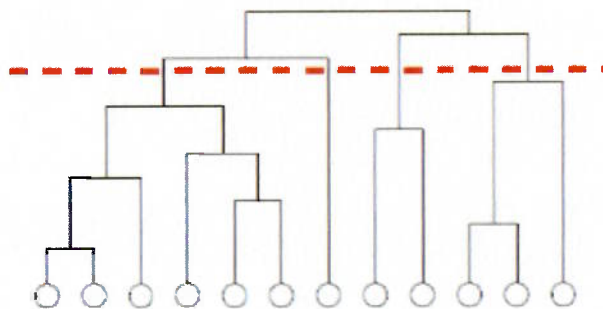


Figura 5: Exemplo de dendrograma. Linha vermelha tracejada: nível das comunidades, corte ou *threshold*, do inglês. Fonte: Newman, Mark EJ, and Michelle Girvan. "Finding and evaluating community structure in networks." *Physical Review E* 69.2 (2004): 026113

Na teoria dos grafos, a identificação de maiores larguras ou amplitudes, também conhecido em inglês por *Breadth-First Search – BFS*, encontra caminhos mais curtos de um vértice para qualquer outro.

Em um caso simples, quando há apenas um único caminho mais curto do vértice de origem para qualquer outro vértice, o conjunto resultante de caminhos possíveis forma uma árvore de caminhos mais curtos, como mostra a Figura 6a. No entanto, na maioria dos casos práticos, as redes têm pelo menos alguns pares de vértices dentre os quais existem vários caminhos geodésicos de igual comprimento. A Figura 6b mostra um exemplo em que a estrutura resultante, na verdade, não é mais uma árvore e, nesses casos, é necessário um passo extra no algoritmo para calcular corretamente a distância.

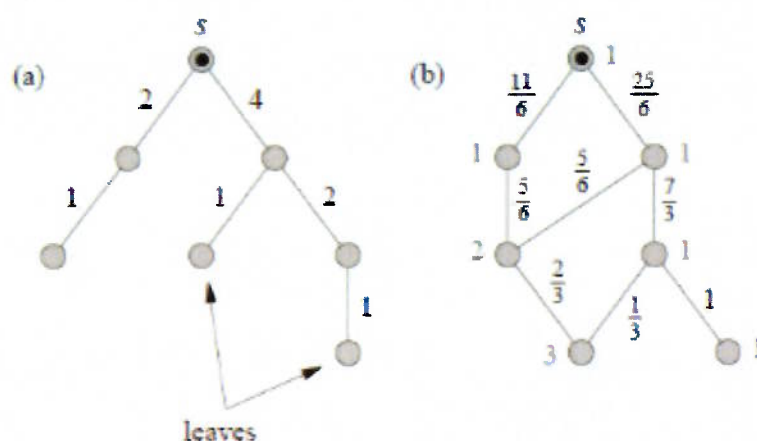


Figura 6: Exemplos de conjunto de caminhos. Fonte: Newman, Mark EJ, and Michelle Girvan. "Finding and evaluating community structure in networks." *Physical Review E* 69.2 (2004): 026113

Para encontrar o valor de corte 'ótimo' do dendrograma e, conseqüentemente, encontrar a melhor quantidade de comunidades existentes numa rede, Newman e Girvan propuseram uma medida de qualidade, chamada de 'modularidade'. Esta medida é baseada na medida de *assortative mixing* [9], em que a modularidade, Q , é definida por:

$$Q = \sum_i (e_{ij} - a_i^2) = \text{Tr } e - ||e^2||$$

onde, e_{ij} , é a fração de todas as ligações na rede original entre vértices da comunidade i com a comunidade j , O cálculo da modularidade é então efetuado a cada divisão da rede dada pelo dendrograma, sendo utilizado o maior valor para a posição do Q ótimo.

4. METODOLOGIA DE ANÁLISE

Como apontado no capítulo 2, Objetivos, o presente trabalho pretende identificar: Escolas que atendam ao perfil socioeconômico escolhido; O fluxo de alunos ocorrido do ano de 2016 para o ano de 2017, entre as escolas escolhidas; Demanda potencial de alunos em famílias com alto poder aquisitivo. Renda mensal familiar superior a 10 salários mínimo; Regiões com baixa oferta de escolas privadas de alto padrão.

Para isto, desenvolveu-se a metodologia aqui apresentada, a qual foi dividida em 4 partes:

1. Identificação das escolas que representam a “oferta” através de análise de banco de dados. Subitem 4.1;
2. Definição de *clusters*: identificação do mercado formado pelas escolas selecionadas no item anterior; Subitem 4.2;
3. Identificação da “demanda” também através de análise de bancos de dados; Subitem 4.3;
4. Cruzamento dos dados de oferta e demanda obtidos nos passos anteriores; Subitem 4.4.

A metodologia aplicada trabalhou com as bases do Censo Escolar 2016 e 2017 (microdados), base Enem 2017 e IBGE.

4.1 O GRUPO DE OFERTA E O FLUXO ENTRE SEUS INTEGRANTES

Iniciou-se a análise com base em uma lista pré-estabelecida de 210 escolas privadas do Brasil, reconhecidas pela robustez de sua marca e que estão direcionadas para um público de alto poder aquisitivo.

Nesta primeira etapa da metodologia, a identificação da oferta e do fluxo das escolas integrantes, foram consideradas todas as escolas privadas da base nacional do Censo Escolar 2017. Isto foi feito de forma ilustrativa. Para as demais etapas da metodologia, foi selecionada a cidade de São Luís, capital do Maranhão, para melhor visualização dos resultados do algoritmo.

A Tabela 1 apresenta o procedimento aplicado para ampliação da lista das escolas de interesse:

Etapa	Descrição
1	Lista Base inicial das 210 escolas privadas
2	Inclusão de escolas que possuem fluxo relevante de alunos para as escolas presentes na lista inicial (passo repetido mais duas vezes)
3	Com base em dados socioeconômicos do Enem, definiu-se um padrão mínimo do perfil da família do aluno dentre as escolas na lista atual, considerando principalmente renda e escolaridade dos pais. Inclusão das escolas acima do mínimo definido
4	A etapa 2 é repetida mais duas vezes

Tabela 1: Etapas da metodologia de análise do grupo de oferta e o fluxo entre seus integrantes

Os subitens seguintes descrevem cada uma das etapas acima em detalhes.

4.1.1 Etapa 1: Lista base de escolas modelo

Iniciou-se a análise com base em uma lista pré-estabelecida de 210 escolas privadas do Brasil, reconhecidas pela robustez de sua marca. Essa lista foi denominada de Lista Base, doravante denominada “LB”.

4.1.2 Etapa 2: Fluxo de alunos entre as escolas

Com base no Censo Escolar 2017 versus Censo Escolar 2016, foi possível identificar o fluxo de alunos que trocam de escolas antes de completarem o ensino médio. As escolas particulares que perderam mais de 35% dos alunos para escolas presentes na Lista Base, foram incluídas na lista.

Este último passo foi realizado mais duas vezes, ou seja, para um total de três rodadas, visando aumentar a Lista Base inicial, dado o número relativamente pequeno da lista inicial de partida. Essa nova lista, escolas da Lista Base mais escolas que mandam alunos para as escolas presentes na LB, foi denominada de Escolas de Interesse, doravante denominada “EI”.

4.1.3 Etapa 3: Características socioeconômicas

Para identificação das regiões em que a população prioriza a educação de alta qualidade e tem alta disposição para gastos com educação, foi analisado o perfil socioeconômico e escolaridade dos pais.

Na base de dados do ENEM 2017, foi possível mensurar essas características socioeconômicas médias das escolas, via questionário aplicado aos alunos que prestaram a prova, analisando as quatro variáveis abaixo:

- Proporção de pais com ensino superior completo;
- Proporção de mães com ensino superior completo;
- Proporção de famílias com renda entre 10 e 20 salários mínimos;
- Proporção de famílias com renda superior a 20 salários mínimos.

Para definição do padrão mínimo, foi calculado a média das escolas presentes na lista EI para cada uma das quatro variáveis, menos metade de um desvio padrão. Esta análise foi feita separadamente para as capitais e interior dos estados, conforme apresentado na Tabela 2.

Perfil Socioeconômico	Meta Capital	Meta Interior
% Pais com ensino superior completo	60,79%	52,61%
% Mães com ensino superior completo	67,65%	60,29%
% Famílias com renda entre 10 e 20 salários mínimos	19,38%	18,87%
% Famílias com renda superior a 20 salários mínimos	16,95%	9,29%

Tabela 2: Perfil Socioeconômico das Escolas de Interesse

Todas as escolas que possuíam pelo menos 3 características acima da meta definida dentro das respectivas regiões, foram incluídas na lista EI.

4.1.4 Etapa 4: Fluxos de escolas

Dado que o ENEM só considera escolas que possuem ensino médio e, obviamente, escolas participantes da prova, foi realizada a etapa 2 novamente, para analisar as escolas que mandam parte de seus alunos para as escolas presentes na

lista aumentada. Este algoritmo foi rodado duas vezes para ampliação da lista e finalização da segmentação vertical.

4.1.5 Demais classificações

Escolas que perdem mais de 40% dos alunos para escolas públicas federais, estaduais ou municipais, são classificadas como Escola de Entrada. Todas as demais escolas que não foram classificadas como Escola de Entrada ou Escola de Interesse, são classificadas como Escola Intermediária.

4.2 COMUNIDADES

Os mercados das escolas classificadas como Escolas de Interesse foram definidos com base no fluxo de alunos entre estas escolas de uma mesma cidade.

Através do fluxo de alunos entre as escolas, foram criados links entre elas que determinam uma conexão forte ou fraca, dependendo de todas as trocas de alunos que essa escola possui com as demais escolas de sua cidade.

Assim, uma escola A que troca muitos alunos com a escola B e, que não troca nenhum aluno com a escola C, possui uma conexão forte com a escola B e uma conexão fraca com a escola C.

Todas as escolas que possuem uma conexão forte entre si, formam uma comunidade ou, do inglês, *cluster*. Para identificação das comunidades, foi utilizado como base o algoritmo de Girvan-Newman [8].

Esta análise foi realizada apenas para a cidade de São Luís, capital do estado do Maranhão.

4.3 DEMANDA

A demanda é o número de alunos estimado, dentro de uma região que, de acordo com o seu perfil socioeconômico, escolheriam estudar em escolas de alta qualidade, supondo que essa opção esteja disponível.

Dado que temos a informação do perfil socioeconômico apenas para alunos que realizaram o Enem, foram analisadas as seguintes variáveis:

- Proporção de famílias com renda inferior a 5 salários mínimos;
- Proporção de famílias com renda entre 5 e 10 salários mínimos;
- Proporção de famílias com renda entre 10 e 20 salários mínimos;
- Proporção de famílias com renda superior a 20 salários mínimos.

Para estas variáveis, foi calculado a média do total de alunos matriculados em escolas privadas.

Assim, com a informação do percentual de alunos matriculados em cada faixa salarial e, supondo que esta mesma proporção da base do Enem pode ser aplicada na base total de alunos das escolas privadas presentes no Censo Escolar 2017, foi possível estimar o número de alunos potenciais para cada município.

Esta análise foi realizada apenas para a cidade de São Luís, capital do Maranhão.

4.4 DEMANDA x OFERTA

Junto da planilha de estimativas de demanda potencial, foi calculado a demanda potencial não atendida, ou seja, aquela excedente à oferta de Escolas de Interesse para cada cidade.

O resultado negativo significa que existem mais alunos matriculados do que demanda potencial na cidade. Isso é um indicativo de que podem haver alunos de outras cidades que estão migrando para estudar, como exemplo, alunos de cidades pequenas da região metropolitana de uma capital viaja até a capital para estudar. Outra possibilidade é a existência de um excesso de bolsas de estudo sendo oferecidas aos alunos que não teriam capacidade de arcar com as mensalidades.

Cidades com resultado negativo são ambientes onde, para uma nova escola, a captação de alunos se dará essencialmente via absorção de alunos matriculados em outras escolas. Ou seja, o ambiente competitivo é mais rigoroso.

Um resultado positivo significa que a demanda potencial estimada excede o número de alunos matriculados nas Escolas de Interesse no município. Deve-se tomar cuidado com cidades que possuem demanda potencial não atendida positiva e

nenhum aluno matriculado. Frequentemente, essas cidades pertencem à região de influência de uma cidade maior, e é factível que essa demanda potencial esteja sendo atendida por cidades mais próximas que possuem uma maior, e melhor, oferta de escolas.

Como salientado algumas vezes, esta análise foi realizada apenas para a cidade de São Luís, capital do Maranhão.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este capítulo apresenta os resultados obtidos através do uso da metodologia de análise apresentada e discutida no capítulo anterior.

Com base nos indicadores socioeconômicos escolhidos, a metodologia identificou 2.516 escolas privadas do Brasil, as quais foram adicionadas à Lista Base inicial, criando-se assim um grupo de Escolas de Interesse no país, com um total de 2.726. A Figura 7 ilustra este procedimento e apresenta quantas escolas foram selecionadas e adicionadas em cada etapa.

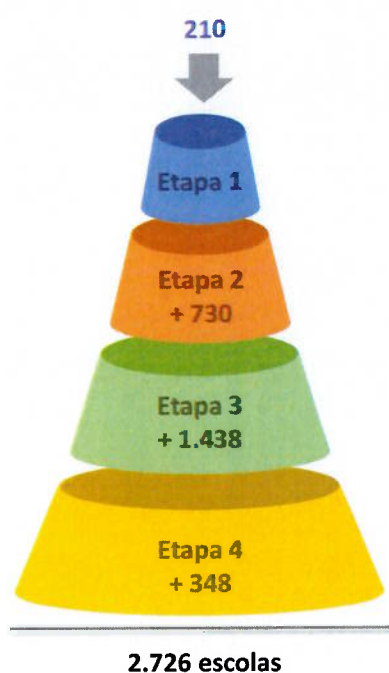


Figura 7: Escolas de Interesse

O país possui um total de 40.735 escolas privadas listadas como “ativa” no Censo Escolar 2017. Para este montante, a classificação ocorreu da seguinte maneira: 2.726 foram identificadas pela metodologia e classificadas como Escolas de Interesse; 17.401 como Escolas Intermediárias; 20.608 Escolas de Entrada. A Tabela 3 apresenta esta divisão.

Classificação Escolas	Qtde. Escolas	Qtde. Alunos
Entrada	20.608	4.192.703
Intermediária	17.401	3.505.785
Interesse	2.726	1.188.573
Total Geral	40.735	8.887.061

Tabela 3: Resultado da Metodologia de análise do grupo de oferta e o fluxo entre seus integrantes

O Gráfico 1 e o Gráfico 2 apresentam as quantidades de escolas e de matrículas, respectivamente, de acordo com as classificações: Escola de Entrada, Escola Intermediária e Escola de Interesse.



Gráfico 1: Quantidade de Escolas



Gráfico 2: Quantidade de matrículas

Para a cidade de São Luís, do total de 412 escolas privadas, o algoritmo aplicado identificou 10 Escolas de Interesse, listadas na Tabela 4. As demais escolas privadas foram classificadas conforme apresentado na Tabela 5.

ESCOLA	Classificação	Total de Alunos
CENTRO EDUCACIONAL MONTESSORIANO REINO INFANTIL	Escola de Interesse	1.969
CENTRO DE EDUCACAO INTERNACIONAL	Escola de Interesse	336
ESCOLA BILINGUE DO MARANHAO LTDA	Escola de Interesse	701
ESCOLA VIVA VIDA	Escola de Interesse	283
COLEGIO LITERATO	Escola de Interesse	1.940
JARDIM ESCOLA CRESCIMENTO LTDA	Escola de Interesse	1.835
BUNA E BACELAR LTDA	Escola de Interesse	616
COLEGIO DOM BOSCO LTDA	Escola de Interesse	984
ESCOLA PORTAL DO SABER	Escola de Interesse	362
INVICTUS EDUCACIONAL	Escola de Interesse	105
TOTAL		9.131

Tabela 4: Relação das escolas de interesse na cidade de São Luís.

Classificação Escolas	Qtde. Escolas	Qtde. Alunos
Entrada	277	63.509
Intermediária	125	33.802
Interesse	10	9.131
Total Geral	412	106.442

Tabela 5: Classificação das escolas privadas de São Luís

O Gráfico 3 apresenta o fluxo de alunos entre as Escolas de Interesse da cidade de São Luís. Os círculos destacados em verde representam as escolas que receberam mais alunos do que perderam, ou seja, possuem saldo positivo. Já os círculos destacados em vermelho representam as escolas com saldo negativo; perderam mais alunos do que receberam. Quanto maior o círculo, maior a quantidade de alunos que a escola recebeu ou perdeu. As setas indicam a direção da migração do aluno entre escolas, enquanto a espessura representa o fluxo. Quanto mais espessa a linha, maior o número de alunos que por ela migraram.

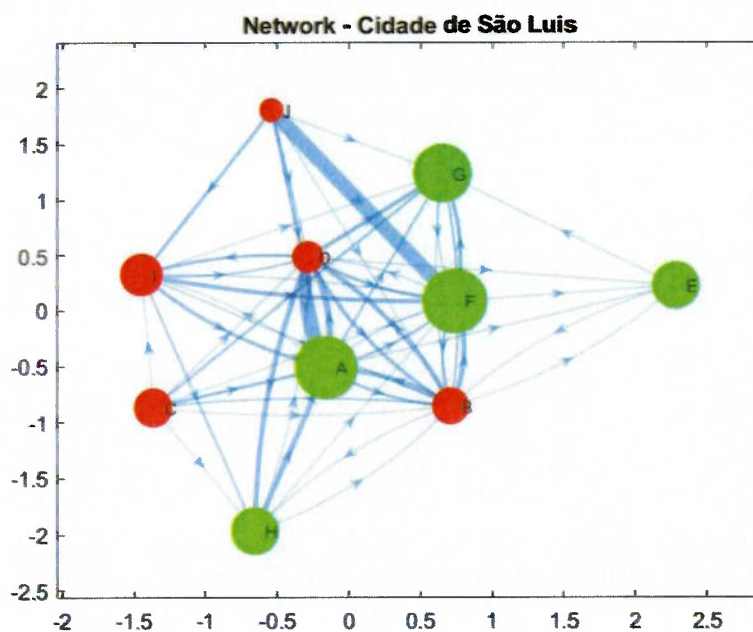


Gráfico 3: Network das Escolas de Interesse da Cidade de São Luís. Círculos verdes: escolas com saldo de alunos positivo; círculos vermelhos: escolas com saldo de alunos negativo.

Com as coordenadas de latitude e longitude das escolas listadas na Tabela 6, foi possível gerar o gráfico geograficamente, conforme apresentado no Gráfico 4.

ID	CO_CENSO	ESCOLA	LONGITUDE	LATITUDE
A	21009902	CENTRO EDUCACIONAL MONTESSORIANO REINO INFANTIL	-2,50496955	-44,28880155
B	21010331	COLEGIO DOM BOSCO LTDA	-2,49992108	-44,28727806
C	21013985	ESCOLA VIVA VIDA	-2,48844138	-44,26527053
D	21195534	JARDIM ESCOLA CRESCIMENTO LTDA	-2,49806676	-44,28651899
E	21199274	INVICTUS EDUCACIONAL	-2,48925601	-44,25479919
F	21199809	COLEGIO LITERATO	-2,50058564	-44,23351318
G	21261075	CENTRO DE EDUCACAO INTERNACIONAL	-2,49415981	-44,26916510
H	21273456	ESCOLA BILINGUE DO MARANHAO LTDA	-2,49750403	-44,28715736
I	21279446	BUNA E BACELAR LTDA	-2,49305579	-44,24613565
J	21455201	ESCOLA PORTAL DO SABER	-2,50196298	-44,24378604

Tabela 6: Relação das Escolas de Interesse de São Luís com suas respectivas coordenadas geográficas

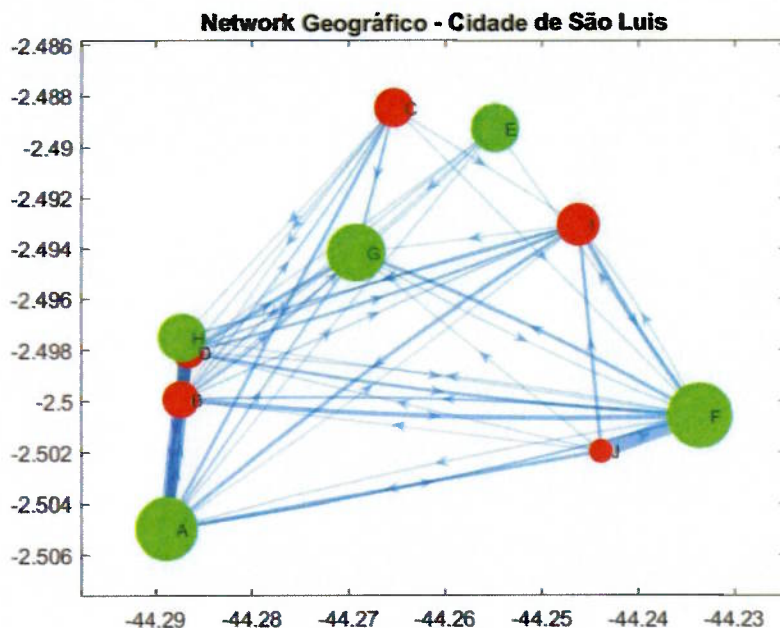


Gráfico 4: Network Geográfico das Escolas de Interesse da Cidade de São Luís. Eixo das abscissas: Latitude. Eixo das ordenadas: Longitude.

O algoritmo de Girvan e Newman gerou as comunidades apresentadas na Tabela 7 para cada um dos níveis.

Nível 1	{'E'}	{'D' 'I' 'B' 'F' 'J' 'A' 'G' 'H' 'C'}								
Nível 2	{'E'}	{'D' 'I' 'B' 'F' 'J' 'A' 'G' 'C'}	{'H'}							
Nível 3	{'E'}	{'D' 'I' 'B' 'F' 'J' 'A' 'G'}	{'C'}	{'H'}						
Nível 4	{'E'}	{'A'}	{'D' 'I' 'F' 'B' 'J' 'G'}	{'C'}	{'H'}					
Nível 5	{'E'}	{'A'}	{'B'}	{'C'}	{'D' 'I' 'F' 'J' 'G'}	{'H'}				
Nível 6	{'E'}	{'A'}	{'B'}	{'C'}	{'D'}	{'I' 'J' 'G' 'F'}	{'H'}			
Nível 7	{'E'}	{'A'}	{'B'}	{'C'}	{'D'}	{'F'}	{'H'}	{'I' 'G' 'J'}		
Nível 8	{'E'}	{'A'}	{'B'}	{'C'}	{'D'}	{'F'}	{'H'}	{'I'}	{'G' 'J'}	
Nível 9	{'E'}	{'A'}	{'B'}	{'C'}	{'D'}	{'F'}	{'H'}	{'I'}	{'G'}	{'J'}

Tabela 7: Resultado do Algoritmo de Girvan e Newman

O Gráfico 5 apresenta o mesmo network geográfico, destacando as comunidades formadas no nível 1 pelo algoritmo de Girvan e Newman. Ou seja, no nível 1, foram identificadas 2 comunidades, uma formada por 9 escolas e a outra por uma única escola, destacadas pelas linhas tracejadas na cor vermelha. As linhas que conectam uma escola a outra representam o fluxo de alunos entre elas, enquanto as setas a direção da migração do aluno entre escolas. Quanto mais espessa a linha, maior o número de alunos que por ela migraram. Quanto maior o círculo, maior a quantidade de alunos que a escola recebeu ou perdeu.

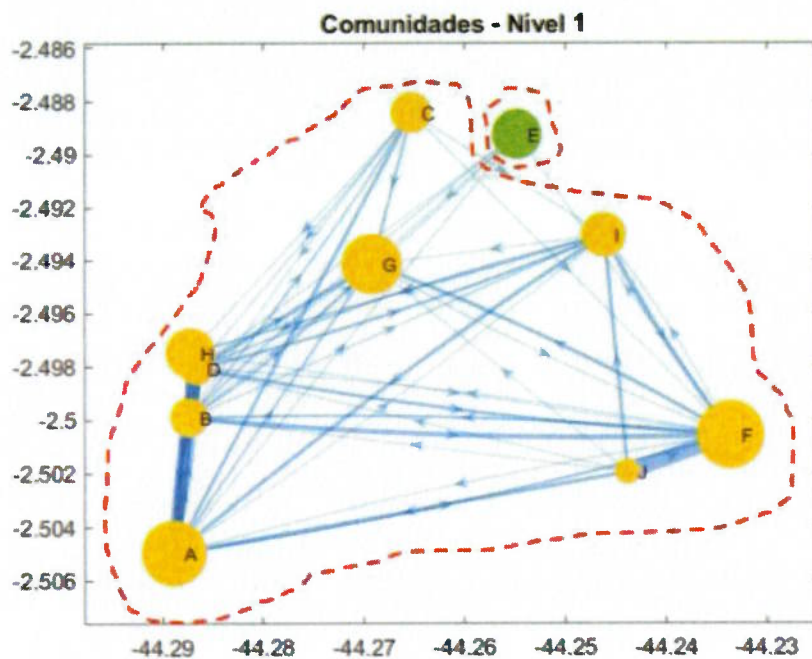


Gráfico 5: Comunidades - Nível 1 Eixo das abscissas: Latitude. Eixo das ordenadas: Longitude.

Já o Gráfico 6 apresenta o mesmo network geográfico, entretanto, destacando as comunidades formadas no nível 2 pelo algoritmo de Girvan e Newman. Ou seja, no nível 2, foram identificadas 3 comunidades, uma formada por 8 escolas e as outras duas por uma única escola cada, destacadas pelas linhas tracejadas na cor vermelha.

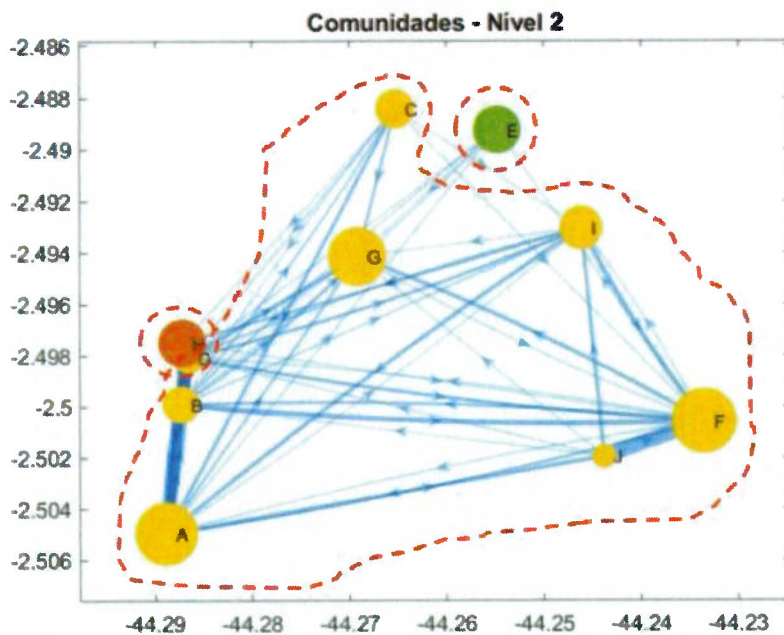


Gráfico 6: Comunidades - Nível 2 Eixo das abscissas: Latitude. Eixo das ordenadas: Longitude.

Com base no Enem 2017, foi possível identificar o perfil socioeconômico médio dos alunos de escolas privadas que realizaram a prova. Mantendo o estudo para a cidade de São Luís, a Tabela 8 apresenta o perfil socioeconômico por faixa salarial. Do total das 412 escolas privadas de São Luís, apenas 81 delas participaram do Enem 2017, enquanto que, das dez Escolas de Interesse identificadas pelo algoritmo, apenas seis possuem ensino médio.

Escolas Privadas (Enem 2017)	Colégios	Alunos	% Renda Mensal			
			Inferior a 5 SM	5 a 10 SM	10 a 20 SM	Superior a 20 SM
Escolas de Interesse	6	436	19,5%	29,1%	32,1%	19,3%
Escolas Privadas	81	3.017	72,2%	17,9%	6,7%	3,3%

Tabela 8: Renda média mensal - Enem 2017

Supondo que o total de alunos matriculados em escolas privadas na base do Censo Escolar 2017 segue esta mesma distribuição de perfil médio dos alunos que fizeram o Enem 2017, estimamos a demanda potencial por faixa salarial conforme apresentado na Tabela 9.

Faixa de Renda	Matrículas Escolas Privadas 2017
Renda mensal inferior a 5 SM	76.846
Renda mensal entre 5 a 10 SM	19.008
Renda mensal entre 10 a 20 SM	7.123
Renda mensal superior a 20 SM	3.464
	106.442

Tabela 9: Demanda potencial por faixa salarial

Sabendo que as Escolas de Interesse visam um público de famílias com renda mensal superior a 10 salários mínimos, podemos estimar que a demanda potencial para este perfil é de 10.588 alunos (7.123 + 3.464), contra 9.131 alunos que estão efetivamente matriculados nas Escolas de Interesse na cidade de São Luís.

Com isso, notamos que há uma demanda potencial não atendida positiva, ou seja, a demanda potencial estimada excede o número de alunos matriculados nas Escolas de Interesse, havendo espaço para expansão de novos colégios com este perfil.

6. CONCLUSÕES

Motivado pelo recente furor no mercado nacional de educação básica privada *premium*, o presente trabalho desenvolveu e apresentou acerca deste tema aplicado à metodologia própria, com a qual foi possível criar uma base com Escolas de Interesse, de acordo com um perfil socioeconômico similar ao das escolas presentes na lista base inicial.

A metodologia de definição de *Clusters* identificou os mercados das Escolas de Interesse, com base no fluxo de alunos entre elas, possibilitando verificar os grandes competidores. Foi possível ainda estimar a demanda potencial para o público de alto poder aquisitivo. Esta demanda foi confrontada com o total de alunos matriculados nas Escolas de Interesse, para identificação de demanda potencial não atendida.

Quando aplicado à cidade de São Luís, capital do Maranhão, de um total de 412 escolas privadas “ativas” listadas no Censo Escolar 2017, 10 foram classificadas como Escolas de Interesse; 125 como Escolas Intermediárias; 277 como Escolas de Entrada.

As 10 escolas classificadas como “escolas de interesse” foram então analisadas à luz da procura por mercados. O algoritmo de Girvan e Newman identificou no nível 2, três mercados, com o maior deles formado por 8 escolas e os outros dois menores, formados cada um por apenas uma única escola. O primeiro mercado, formado por oito escolas, é o que concentra o maior fluxo de alunos, sendo então o indicado para investimento, seja à procura de escolas mais robustas, com forte entrada de alunos, ou mesmo o oposto, uma escola com baixo fluxo de entrada de alunos, porém com potencial de crescimento, podendo inclusive representar oportunidades mais vantajosas, visto que o potencial de crescimento de uma marca fraca é relativamente superior ao de outra escola, mais forte.

A demanda potencial estimada ficou acima do total de matrículas das Escolas de Interesse, indicando uma possível demanda potencial não atendida e, portanto, potencial para expansão do mercado de escolas *premium*.

7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão para trabalhos futuros, a metodologia de demanda potencial pode ser melhor aprofundada, utilizando, por exemplo, o modelo estatístico de escolhas "*Multinomial Logit*", para avaliar como a renda familiar e a educação dos pais impactam na propensão de escolha das famílias por escolas com padrão *premium*, ou seja, como as características socioeconômicas determinam a escolha do nível da escola.

8. REFERÊNCIAS

- [1] Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Microdados Enem 2017**. Brasília: Inep, 2017. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 01 de setembro de 2018.
- [2] Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Microdados Censo Escolar 2016 e 2017**. Brasília: Inep, 2017. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/web/guest/microdados>>. Acesso em: 01 de setembro de 2018.
- [3] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE. **Microdados Censo 2010 do estado do Maranhão**. Disponível em: <https://ww2.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/censo2010/resultados_gerais_a_mostra/resultados_gerais_amostra_tab_uf_microdados.shtm>. Acesso em: 01 de setembro de 2018.
- [4] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE. Estrutura Territorial. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/organizacao_do_territorio/estrutura_territorial/divisao_territorial/2017/>. Acesso em: 01 de setembro de 2018.
- [5] FORTUNATO, S. (2010). **COMMUNITY DETECTION IN GRAPHS, PHYSICS REPORTS 486**, PP. 75-174, ARXIV:0906.0612V2.
- [6] LAKATOS, IMRE. **PROOFS AND REFUTATIONS. THE LOGICO OF MATHEMATICAL DISCOVERY**. BOOK, CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, 1976.
- [7] Newman, Mark EJ. **Modularity and community structure in networks**. National Academy of Sciences of the USA, 103(23):8577–8582, 2006. Disponível em: <<https://www.pnas.org/content/103/23/8577.abstract>>. Acesso em: 12 de janeiro de 2019.
- [8] Newman, Mark EJ, and Michelle Girvan. **“Finding and evaluating community structure in networks.”** Physical Review E 69.2 (2004): 026113. Disponível em: <<https://arxiv.org/pdf/cond-mat/0308217.pdf>>. Acesso em: 12 de janeiro de 2019.

- [9] Newman, M. E. J. **Mixing patterns in networks**. cond-mat/0209450 (2002). Phys. Rev. E 67, 026126 (2003). Disponível em: <<https://arxiv.org/pdf/cond-mat/0209450.pdf>>. Acesso em: 12 de janeiro de 2019.
- [10] Shortreed, Susan. **Learning in Spectral Clustering**. Tese de Doutorado, University of Washington Graduate School (2006).
- [11] EULER, L. **Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis**. Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, v. 8, p. 128–140, 1741.
- [12] Cunha, Joana. **Conglomerados do ensino superior avançam sobre a educação básica**. Disponível em: <<https://www1.folha.uol.com.br/mercado/2018/06/conglomerados-do-ensino-superior-avancam-sobre-a-educacao-basica.shtml>>. Acesso em: 01 de março de 2019.
- [13] Segalla, Amauri; Mendes, Jaqueline. **Cada vez mais profissionalizado, ensino privado não para de crescer**. Disponível em: <https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/economia/2017/12/05/internas_economia,645486/cada-vez-mais-profissionalizado-ensino-privado-nao-para-de-crescer.shtml>. Acesso em: 01 de março de 2019.
- [14] Giovanelli, Carolina. **Escola Avenues chega à capital com mensalidade na faixa dos 9800 reais**. Disponível em: <<https://vejasp.abril.com.br/cidades/escola-nova-iorquina-avenues-zona-sul/>>. Acesso em: 01 de março de 2019.
- [15] Julião, Henrique. **Escolas premium vão liderar a retomada do ensino particular**. Disponível em: <<https://www.dci.com.br/2.252/escolas-premium-v-o-liderar-a-retomada-do-ensino-particular-1.490203>>. Acesso em: 01 de março de 2019.
- [16] Wikipédia. **Sete pontes de Königsberg**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Sete_pontes_de_K%C3%B6nigsberg>. Acesso em: 01 de março de 2019.
- [17] Wikipédia. **Teoria dos Grafos**. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_grafos>. Acesso em: 01 de março de 2019.