

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Tharik José Sorrino dos Reis

**Análise Experimental de um Sistema Rotativo Construído por Manufatura  
Aditiva**

São Carlos

2018



Tharik José Sorrino dos Reis

**Análise Experimental de um Sistema Rotativo Construído por Manufatura  
Aditiva**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecatrônica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Mecatrônico.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Nicoletti

São Carlos

2018

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES  
TRABALHOS, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU  
ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE  
QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da  
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

S368a Sorrino Reis, Tharik José  
Análise Experimental de um Sistema Rotativo Construído  
por Manufatura Aditiva / Tharik José Sorrino Reis;  
orientador Rodrigo Nicoletti. São Carlos, 2018.

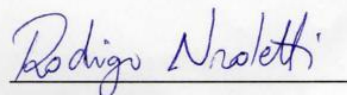
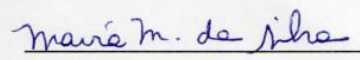
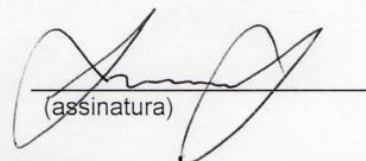
Monografia (Graduação em Engenharia Mecatrônica) --  
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de  
São Paulo, 2018.

1. Manufatura Aditiva. 2. Impressão 3D. 3. Sistema  
Rotativo. 4. Estudo dinâmico. 5. Vibração. I. Títul

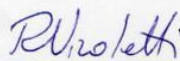
## FOLHA DE AVALIAÇÃO

Candidato: **Tharik José Sorrino dos Reis**Título: **Análise Experimental de um Sistema Rotativo Construído por Manufatura Aditiva**Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Escola de Engenharia de São Carlos da  
Universidade de São Paulo  
Curso de Engenharia *Mecatrônica*.

## BANCA EXAMINADORA

Professor Dr. **Rodrigo Nicoletti**  
(Orientador)Nota atribuída: 9,5 ( nove, cinco )  
(assinatura)Professora Dra. **Maíra Martins da Silva**Nota atribuída: 9,5 ( NOVE, CINCO )  
(assinatura)Professor Dr. **Leopoldo P.R. de Oliveira**Nota atribuída: 9,5 ( nove, cinco )  
(assinatura)Média: 9,5 ( nove, meio )Resultado: AprovadoData: **07/12/2018.**

Este trabalho tem condições de ser hospedado no Portal Digital da Biblioteca da EESC

SIM  NÃO  Visto do orientador  
\_\_\_\_\_

## DEDICATÓRIA

*À minha família por todo o esforço desmedido e investimento na minha educação, assim como pelos valores ensinados. Também dedico essa conquista à minha vó sem a qual eu nunca conseguiria tal feito.*



## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu pai André Salviano dos Reis, à minha mãe Janaína Giuliana Sorrino dos Reis e à minha irmã Tharyne Sorrino dos Reis. Todos foram protagonistas para que eu tivesse a educação que hoje tenho.

À minha avó Maria Helena da Silva pelo comprometimento e amor imensurável com toda sua família. Sem a senhora com certeza eu não seria metade da pessoa que hoje sou.

À Karine Ananias Carvalho pela paciência e preocupação. Sou eternamente grato pela seu companheirismo e exemplo que me passa.

A todos os meus familiares, que sempre estiveram ao meu lado incentivando-me a correr atrás dos meus sonhos.

Ao professor e orientador Rodrigo Nicoletti por todo tempo, incentivo e auxílio neste trabalho. Além de um grande professor, uma ótima pessoa.

A todos os professores pelos conhecimentos que a mim foram passados. Uma das maiores profissões do mundo e que de fato merece maior reconhecimento a qual lhe cabe.

Aos meus amigos pelos grandes momentos durante esses anos de faculdade. Obrigado pelas risadas, puxões de orelha, conselhos e momentos juntos. Amizades as quais terei comigo para o resto da minha vida.



## EPÍGRAFE

“Não basta que as frases sejam boas, seria preciso que o que delas se fizesse também fosse bom. ”

Aldous Huxley (1932) - Admirável  
Mundo Novo



## RESUMO

Sorrino, T. J. **Análise Experimental de um Sistema Rotativo Construído por Manufatura Aditiva**. 2018. S368a. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

O presente trabalho consiste em projetar um modelo de máquina rotativa básica utilizando-se manufatura aditiva do tipo FDM (Fused Deposit Modeling) para estudo de seu comportamento dinâmico. O modelo é composto por um eixo flexível com disco acoplado igualmente espaçado entre dois mancais que servem de apoio para o sistema. O estudo teórico consiste em, através de análise computacional, encontrar o diagrama de Campbell, a primeira velocidade crítica e o gráfico de deflexão do sistema. Então o modelo é manufaturado e submetido a testes experimentais para obter os dados práticos. O primeiro teste realizado consiste em medir a deflexão horizontal e vertical do modelo com velocidades de rotações que são alteradas pontualmente para manter o sistema em semi equilíbrio. O segundo teste consiste em submeter o eixo a uma excitação em rampa para medir novamente a deflexão horizontal e vertical em um range contínuo de frequências até perto da primeira velocidade crítica. A partir da análise comparativa entre os dados experimentais obtidos e os teóricos calculados; levando em conta alguns fatores como: tolerância do equipamento de manufatura, sentido de impressão e nível de preenchimento, comprova-se a factibilidade de utilização deste novo método de manufatura para projeção de eixos.

Palavras-chave: 1. Manufatura Aditiva 2. Impressão 3D. 3. Sistema Rotativo. 4. Estudo dinâmico 5. Vibração

## ABSTRACT

Sorrino, T.J. **Experimental Analysis of a Rotating System Built by Additive Manufacturing.** 2018. 198 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.

The present work concerns the development of a basic rotating machine by utilizing FDM (Fused Deposit Modeling) additive manufacturing to study its dynamics behavior. A flexible shaft with a disc attached which is equally spaced between two bearings that function as support for the structure compose the system. The theoretical study consists on, thru computational analysis, finding the Campbell diagram, the first critical velocity and the deflexion plot of the system. Then it is manufactured and subjected to some testing to gather practical information. The first test performed consists on measuring the horizontal and vertical deflexion with rotational speeds that are punctually shifted to keep the system in semi equilibrium. The second test consists on making the system undergoes a ramp slope of velocity to once more measure the horizontal and vertical deflexion of the system in a continuous range of frequency nearly until the first critical velocity. Thru the comparative analysis of the experimental data gathered and the theoretical ones calculated; considering some factor such as manufacturing equipment tolerance, direction of printing, rate of fulfillment, it is verified the feasibility of this new method of manufacturing on projection of shafts.

Keywords: 1.Additive Manufacturing 2.3D Printing 3.Rotating System 4.Dynamic Study 5. Vibration



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1:</b> rotor de Rankine modelado.....	3
<b>Figura 2:</b> modelo de viga bi apoiada para Eixos Rotativos de Dunkerley .....	5
<b>Figura 3:</b> modelo básico de rotor, conhecido como modelo de Laval .....	6
<b>Figura 4:</b> representação de um eixo flexível desbalanceado e deformado .....	6
<b>Figura 5:</b> Centro de Massa (G) e de Rotação (C) do disco .....	7
<b>Figura 6:</b> resposta ao desbalanceamento de um rotor de Jeffcott.....	10
<b>Figura 7:</b> comportamento do rotor de Laval com aumento da razão entre a velocidade de rotação e a velocidades crítica. $j = \Omega\omega n$ .....	11
<b>Figura 8:</b> categorização das metodologias de manufatura aditiva mais utilizadas atualmente	17
<b>Figura 9:</b> modelo CAD de um rotor de Savonius.....	18
<b>Figura 10:</b> parâmetros de design de um rotor de Savonius .....	19
<b>Figura 11:</b> (a) acréscimo tangencial no comprimento da pá (b) acréscimo de uma pá reta angulada.....	19
<b>Figura 12:</b> variação no coeficiente de energia para diferentes valores de TSP.....	20
<b>Figura 13:</b> medição de anisotropia .....	21
<b>Figura 14:</b> interface de usuário do simulador COMSOL .....	24
<b>Figura 15:</b> diagrama de Campbell para o modelo 3 obtido por análise computacional .....	25
<b>Figura 16:</b> geometria gerada pelo COMSOL para o Modelo 3 de rotor com os mancais nas extremidades.....	26
<b>Figura 17:</b> desenho CAD das peças.....	27
<b>Figura 18:</b> peças finais manufaturadas por impressão 3D - FDM.....	28
<b>Figura 19:</b> bancada experimental .....	29
<b>Figura 20:</b> gráfico de sinal do sensor de deslocamento horizontal e vertical para velocidade de rotação de 7Hz. ....	31
<b>Figura 21:</b> gráfico de deslocamento horizontal centralizado e sinal convertido para distância .....	31
<b>Figura 22:</b> resultado teórico para a deflexão do sistema e resultado experimental obtidos para as primeiras frequências .....	33
<b>Figura 23:</b> gráfico da excitação em rampa imposta no motor .....	34
<b>Figura 24:</b> eixo quebrado após excitação em rampa .....	34

<b>Figura 25:</b> resposta da deflexão em voltagem à excitação em rampa do sistema .....	35
<b>Figura 26:</b> resposta da excitação em rampa transformada para sistema em quase-equilíbrio..	36
<b>Figura 27:</b> resposta da excitação em rampa, teórico x experimental .....	36

**LISTA DE TABELAS**

<b>Tabela 1:</b> dimensões do rotor convencional e do otimizado impressos em 3D.....	20
<b>Tabela 2:</b> propriedades mecânicas do material ABS (Acrilonitrila butadieno estireno) .....	24
<b>Tabela 3:</b> geometrias adotadas para três modelos e suas primeiras frequências naturais obtidas através da análise computacional .....	25
<b>Tabela 4:</b> três primeiras velocidades críticas do Modelo 3, obtidas por análise computacional .....	26
<b>Tabela 5:</b> dados para a deflexão horizontal frequência a frequência.....	32
<b>Tabela 6:</b> dados para a deflexão vertical frequência a frequência.....	32

## Sumário

<b>RESUMO.....</b>	<b>XII</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>XIII</b>
<b>LISTA DE ILUSTRAÇÕES .....</b>	<b>XV</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>XVII</b>
<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo.....	2
1.2 Conteúdo do Trabalho.....	2
<b>2. Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>3</b>
2.1 História da dinâmica de rotores .....	3
2.2 Manufatura Aditiva.....	12
2.3 Eixos Impressos em 3D .....	18
2.3.1 Investigação de performance de um rotor de Savonius impresso em 3D.....	18
2.3.2 Manufatura Aditiva de um Rotor Magnético Mole Parte Ativa e Eixo para uma Máquina Síncrona de Imã Permanente .....	21
2.4 Conclusão da revisão bibliográfica.....	22
<b>3. Projeto e Construção da Bancada de Testes .....</b>	<b>23</b>
3.1 Projeto do Rotor.....	23
3.2 Impressão 3D/Manufatura Aditiva do Rotor .....	26
3.3 Construção da Bancada Experimental .....	28
<b>4. Resultados.....</b>	<b>30</b>
4.1 Frequência Natural Experimental .....	30
4.2 Teste de deflexão: frequência a frequência .....	30
4.3 Teste de deflexão: excitação em rampa .....	33
<b>5. Conclusão .....</b>	<b>37</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>38</b>



## 1. Introdução

Ao longo do século XIX os conhecimentos e teorias sobre a dinâmica de máquinas rotativas, também denominadas de rotores, e a vibração inerente a elas estavam em seu auge. O cenário era favorável ao rápido progresso no desenvolvimento de maquinários de alta velocidade de rotação, permeando os mais diversos cenários. A propagação desse tipo de tecnologia levou os humanos da época a inventarem turbinas à vapor para transformar energia mecânica em energia elétrica, rotor de motores de máquinas automotivas, turbinas de avião, bateadeiras domésticas e até brinquedos infantis.

O uso de rotores continuou, desde então, a se espalhar desde a cadeia de produção até em produtos de alta performance atualmente manufaturados. O motor principal de turbo propulsão da aeronave *Space Shuttle* da NASA é um dos mais notáveis exemplos, sendo capaz de produzir 70 000HP de potência. Além desse, podemos elencar mais alguns exemplos de rotores de alta densidade energética e alta velocidade de rotação: motores de turbojato para propulsionarem aviões supersônicos, as turbinas da Usina de Itaipú e também turbo-compressores utilizados nas indústrias petroquímicas. Inevitavelmente, essas máquinas de elevada velocidade rotacional implicam em forças centrífugas de magnitude considerável. Essas forças podem conter caráter destrutivo devido à presença de imperfeições no projeto, como deslocamentos radiais da máquina fora do seu eixo de rotação ou discordância do centro de massa com o centro geométrico da peça, isto é, desbalanceamentos em geral.

Tais imperfeições acentuam-se caso o maquinário opere com frequência de rotação próxima a sua frequência natural. Tal fenômeno é chamado de ressonância e amplia a magnitude dos efeitos negativos, evidenciando imperfeições inerentes a qualquer projeto mecânico. As consequências são desastrosas: redução do tempo de vida das peças, vibração indesejada, ruídos sonoros, e ocasionais danos irreparáveis ao dispositivo. Portanto, o estudo das frequências de vibração e das frequências naturais de qualquer máquina rotativa é de extrema importância. Assim é possível prever o comportamento dos elementos de modo a mitigar ou eliminar as possíveis causas raízes, prolongando a vida útil do aparelho e provendo maior segurança ao usuário. (Fontes, 2015)

Atualmente, um novo tipo de manufatura está se popularizando em todo o mundo: manufatura aditiva, ou mais comumente conhecida como impressão 3D. Este novo método para construir peças está transformando o mundo, pois é relativamente rápido, pode manufaturar

peças com alto nível de detalhamento, facilmente personaliza a peça final, possui custo e uso de material reduzido em comparação a técnicas de extrusão, entre outros motivos. O alcance desta tecnologia é imenso, atualmente já são impressos órgãos, casas, protótipos, utensílios domésticos e ferramentas em 3D. O uso de manufatura aditiva para criação de protótipos é particularmente interessante para este estudo, pois abrange a construção de sistemas rotativos para serem testados nas mais diversas aplicações que se pode imaginar. Nesse contexto, todos os problemas de vibração já discutidos acima poderão surgir e é de extrema importância que se conheça a existência ou inexistência de particularidades que poderão surgir no estudo dinâmico de peças manufaturadas por impressão 3D.

### **1.1 Objetivo**

Através de análise experimental, estudar o comportamento dinâmico de um sistema rotativo: eixo com disco acoplado, ambos construídos com a utilização da técnica de manufatura aditiva. Compreender apenas e evidenciar possíveis comportamentos peculiares que podem emergir desses sistemas para que futuros engenheiros, que se baseiem na mesma técnica de manufatura, possam estar cientes de antemão sobre problemas que possivelmente encontrarão.

### **1.2 Conteúdo do Trabalho**

No Capítulo 2 do trabalho, apresenta-se a revisão bibliográfica acerca dos assuntos aqui discutidos, sendo eles principalmente dinâmica de rotores e impressão 3D (ou manufatura aditiva). No Capítulo 3 é demonstrado o projeto de construção do eixo, da bancada experimental e o resultado final de ambos. No Capítulo 4 realizam-se os testes experimentais e são analisados os dados obtidos. No Capítulo 5 as conclusões finais do trabalho são levantadas de acordo com os resultados obtidos.

## 2. Revisão Bibliográfica

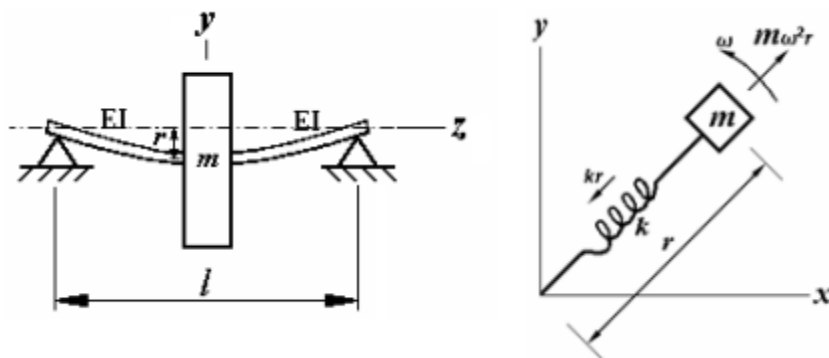
### 2.1 História da dinâmica de rotores

O histórico da dinâmica de rotores será brevemente apresentado nessa seção de modo a prover uma ideia geral sobre o modelo construído por alguns nomes de destaque na área do estudo científico acerca da do comportamento dinâmico de sistemas rotativos. O intuito é demonstrar o grau de maturidade desta ciência assim como evidenciar sua importância.

#### William John Macquorn Rankine

Apresentado em 1869, o primeiro registro de um artigo sobre os estudos dinâmicos de rotores foi de autoria de Rankine. De acordo com o artigo, uma de suas descobertas fora o “equilíbrio indiferente”. Segundo Rankine, o movimento era: estável caso a velocidade tenha módulo abaixo da velocidade crítica (velocidade coincidente com a frequência natural do sistema), indiferente caso atingisse a velocidade crítica e instável caso superasse a velocidade crítica. Por causa dessa afirmação, surgiu a crença de que nenhum aparelho conseguiria operar com velocidades acima da crítica. Contudo esta afirmação é errônea, pois Rankine desprezou o efeito de Coriolis e as forças de amortecimento. (GUNTER, 1966)

*Figura 1: rotor de Rankine modelado*



Fonte: (Vance, 1988)

A Figura 1 é uma representação do modelo de Rankine e suas variáveis. Sendo  $r$  a deflexão máxima do eixo em relação à linha EI,  $m$  a massa do disco acoplado,  $k$  a rigidez do eixo e  $\omega$  a velocidade rotacional do sistema eixo disco. Considerando modelo estático, a força elástica ( $k * r$ ) presente no modelo deve possuir módulo igual à força centrípeta ( $m * \omega^2 * r$ ).

$$k * r = m * \omega^2 * r \quad (1)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

Portanto a velocidade crítica definida por Rankine é definida pela *equação (2)*, e segundo seu modelo (já contestado conforme dito anteriormente) nenhuma máquina desbalanceada poderia operar com velocidade acima dessa, pois a mesma entraria em estado destrutivo devido as grandes pressões que seriam teoricamente exercidas sobre o eixo. (Cota, 2008)

## Dunkerley

Dunkerley continuou os estudos da dinâmica de rotores tendo como base científica as análises proferidas por Rankine. Dunkerley disse em seu trabalho que caso o período de revolução de um rotor fosse diminuindo à medida que ele se aproxima da frequência natural do eixo, esse somente se manteria em atividade sem nenhum distúrbio caso operasse na premissa de ser um eixo perfeito, ou seja, sem a presença de desbalanceamentos. Se o eixo recebesse o mínimo desbalanceamento nessa condição, Dunkerley afirmou que uma vibração violenta configurar-se-ia e teria seu ápice quando a frequência de rotação coincidissem com a frequência natural do eixo. Porém, caso a velocidade de rotação do eixo continuasse a aumentar, a vibração seria atenuada e então o eixo poderia continuar operando sem grandes implicações negativas. Dunkerley, portanto, afirmou que assim como já conhecido na época a respeito da vibração de varas, rotores também possuíam uma série de frequências nas quais a vibração seria ampliada, ou seja, uma série de frequências naturais de oscilação. (Dunkerley, 1894)

Figura 2: Modelo de viga bi apoiada para Eixos Rotativos de Dunkerley



Fonte: Cota, 2008

Analisando a viga do modelo descrito pela Figura 2, a seguinte equação fora determinada:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = \rho A \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (3)$$

$EI$  é a rigidez à flexão da viga,  $\rho$  a densidade,  $A$  é a área transversal da viga, o eixo  $x$  tem sentido horizontal e está posicionado no centro da viga em descanso e o eixo  $y$  é o vertical. Caso solucione-se esta equação diferencial parcial (3) é possível obter os módulos de vibração ou oscilação naturais do eixo, sendo eles as velocidades críticas de operação da viga. (Cota, 2008)

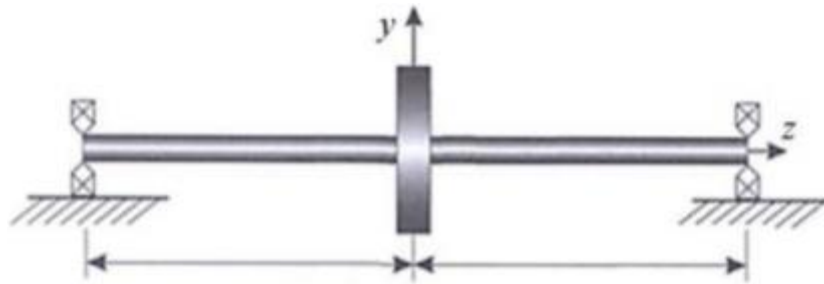
Em alguns casos, o método é utilizado para encontrar aproximações experimentais acerca da primeira frequência natural do sistema. No entanto, este cálculo comumente conhecido como ‘Método de Dunkerley’ possui algumas aproximações matemáticas e em consequência disso o valor encontrado é sempre de menor módulo do que o real.

### **Karl Gustaf Patrik de Laval**

Laval foi um engenheiro e inventor sueco que ganhou notabilidade no campo de dinâmica de rotores. Com o intuito de construir desnatadeiras centrífugas de altas velocidades de rotação, o inventor arquitetou uma maneira de tirar melhor proveito da energia cinética do escoamento o qual essas máquinas estão submetidas. Como resultado, a desnatadeira idealizada por ele foi capaz de atingir a velocidade de rotação desejada, que era maior do que a velocidade crítica do sistema. Portanto, Laval comprovou experimentalmente que rotores são capazes de operar com velocidades acima da crítica, o que era contestado pelos cientistas da época devido aos trabalhos de Rankine.

O modelo de rotor, representado na Figura 3, descrito por Laval é um dos sistemas dinâmicos de rotores mais simples que existem. Basicamente consiste em um eixo flexível apoiado por mancais isotrópicos o qual contém em seu centro um disco rígido de massa  $m$  acoplado. Mesmo sendo um sistema de simples configuração, conceitos de suma importância para o entendimento da dinâmica de máquinas rotativas podem ser compreendidos analisando o rotor de Laval.

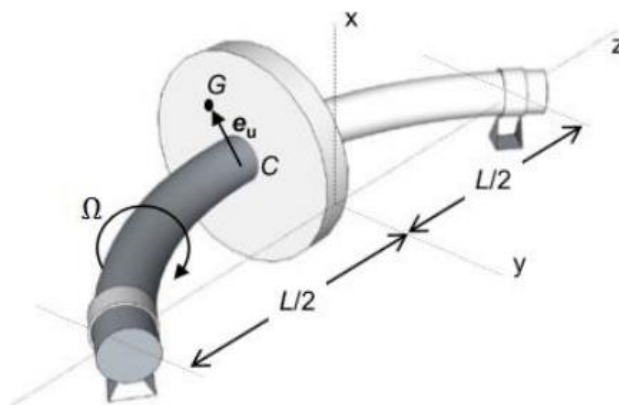
*Figura 3: modelo básico de rotor, conhecido como modelo de Laval*



Fonte: Correa, 2015

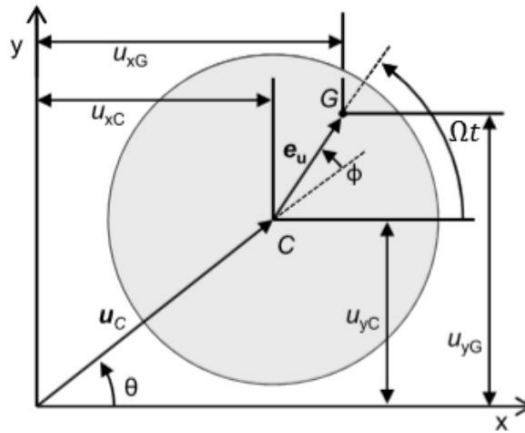
O rotor de Laval é descrito e equacionado baseando-se somente no desbalanço do sistema, desprezando a geometria do disco e suas implicações no amortecimento do modelo. O desbalanço é caracterizado pela localização distinta entre o centro de massa, aqui caracterizado pelo ponto  $G$  das Figuras 4 e 5, e o centro de rotação, posicionado no ponto  $C$  das mesmas figuras.

*Figura 4: representação de um eixo flexível desbalanceado e deformado*



Fonte: YOUNG; ZONGLI; ALLAIRES, 2012.

Figura 5: Centro de Massa (G) e de Rotação (C) do disco



Fonte: YOUNG; ZONGLI; ALLAIRE, 2012.

Na Figura 5,  $u_c$  representa o vetor posição do centro geométrico do disco, e suas coordenadas nos eixos  $x$  e  $y$  são representadas por  $u_{c_x}$ ,  $u_{c_y}$  na Figura 2.5, porém nas equações para melhor compreensão elas serão denotadas simplesmente por  $x$  e  $y$ . Já  $e_u$  representa a excentricidade entre o centro de massa e de rotação, e suas coordenadas serão  $u_{G_x} = (x + e_u \cos(\Omega t))$  e  $u_{G_y} = (y + e_u \sin(\Omega t))$ . Para equacionar o movimento vibratório no eixo  $x$  e  $y$  do sistema, basta aplicar a segunda Lei de Newton no disco da Figura 5, notando que as forças restauradoras do sistema são as forças elásticas representadas pelas rigidez,  $K_x$  e  $K_y$ , do eixo. Portanto, sendo  $m$  a massa do disco e  $\Omega$  sua velocidade de rotação:

$$m \frac{d^2}{dt^2} (x + e_u \cos(\Omega t)) = -K_x u_{c_x} \quad (4)$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} (y + e_u \sin(\Omega t)) = -K_y u_{c_y} \quad (5)$$

Caso seja considerado que os mancais são isotrópicos, de acordo com o que fora descrito por (Correa, 2015) facilmente encontraremos após algumas manipulações nas Equações (4) e (5):

$$m\ddot{x} + k_T x = m e_u \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (6)$$

$$m\ddot{y} + k_T y = m e_u \Omega^2 \sin(\Omega t) \quad (7)$$

Tais equações definem fielmente o primeiro modo de vibração do sistema. Além disso, para encontrarmos as frequências naturais do sistema basta que as soluções homogêneas do sistema de equações (6) e (7) seja resolvido, de maneira a obtermos como resposta (Correa, 2015) :

$$\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{k_T}{m}} \quad (8)$$

As duas frequências naturais encontradas não dependem da velocidade de rotação do eixo. Nota-se que ambas possuem mesmo módulo, porém a diferença é que em uma delas a trajetória orbital do eixo possui o mesmo sentido da rotação do eixo em torno de si mesmo (precessão direta ou *forward whirling*) enquanto a outra possui esses sentidos opostos (precessão retrógrada ou *backward whirling*). O fenômeno de precessão também pode ser caracterizado como síncrono, quando os dois movimentos de rotação têm o mesmo módulo, ou assíncrono quando esses diferem. No momento em que a velocidade de rotação do rotor  $\Omega$  iguala-se à uma das frequências naturais do sistema  $\omega_1$  ou  $\omega_2$ , ocorrerá o fenômeno da ressonância. Tal ponto é denominado de velocidade crítica, pois assim como já previamente descrito, é onde as forças de desbalanceamento passam a ter sua amplitude consideravelmente ampliada.

### **Henry Homan Jeffcott**

O modelo de rotor descrito e analisado por Jeffcott em 1919 foi capaz de descrever matematicamente o funcionamento de um rotor com velocidades acima da crítica. O modelo proposto tem em sua composição um eixo flexível, no qual um disco rígido desbalanceado é acoplado. O suporte do eixo é constituído por dois apoios, o que resulta no sistema descrito por Laval. Contudo, a diferença entre os dois pesquisadores é que Jeffcott introduziu o amortecimento dinâmico do fluido (normalmente o ar) o qual envolve o eixo na equação. Portanto, o modelo matemático consiste no descrito por Laval com a adição do amortecimento viscoso.

As equações que serão descritas abaixo originam-se da aplicação da Segunda Lei de Newton sobre o sistema da Figura 5 adicionando o efeito causado pelo amortecimento. Nota-

se que são análogas com as Equações (6) e (7) considerando a ação do amortecimento. Para a condição de regime estacionário, onde a velocidade de rotação é constante ( $\Omega = \text{cte}$ ,  $\dot{\Omega} = 0$ ). Além disso, os efeitos transitórios são atenuados devido ao amortecimento e a ação da gravidade é desprezada. Portanto, obtemos:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_T x = m e_u \Omega^2 \cos(\Omega t) \quad (8)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + k_T y = m e_u \Omega^2 \text{sen}(\Omega t) \quad (9)$$

As constantes são as mesmas já descritas para as Equações (4) e (5), somente a constante  $c$ , o amortecimento viscoso, que fora adicionada. Nota-se que as Equações (8) e (9) são equivalentes a um sistema de segunda ordem, composto por massa, mola e amortecedor, sujeito a uma força harmônica constante. De acordo com (Rao, 2014), a solução desse tipo de EDO é apresentada pelas Equações (10) e (11):

$$x = \frac{e_u \Omega^2}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\Omega}{m}\right)^2}} \cos(\Omega t - \emptyset) \quad (10)$$

$$y = \frac{e_u \Omega^2}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\Omega}{m}\right)^2}} \text{sen}(\Omega t - \emptyset) \quad (11)$$

$$\emptyset = \tan^{-1} \left[ \frac{c\Omega}{m\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)} \right] \quad (12)$$

Lembrando que  $x$  e  $y$  são as duas componentes do vetor de posição do centro geométrico do disco:  $u_c$ , podemos calcular seu módulo.

$$u_c = \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{e_u \Omega^2}{\sqrt{\left(\frac{k}{m} - \Omega^2\right)^2 + \left(\frac{c\Omega}{m}\right)^2}} \quad (13)$$

Analisando a Figura 6 (a) nota-se que com o aumento da velocidade de rotação do eixo o deslocamento de posição do centro do disco é acentuado até um limite. Por definição, esse marco de pico máximo no módulo do vetor  $u_c$  é onde encontra-se a velocidade crítica ( $\omega_n$ ). Ao ultrapassar esse limiar o deslocamento é minimizado assintoticamente até o valor de  $e_u$  (excentricidade entre o centro de massa e o centro geométrico do disco). Portanto, Jeffcott

demonstrou matematicamente ser possível operar máquinas rotativas com velocidades acima da crítica, como demonstrado na Figura 6 (a).

Na Figura 6 (b) observa-se um fenômeno conhecido como ‘inversão da velocidade crítica’. Para velocidades de rotação inferiores à crítica o centro de massa posiciona-se externamente à órbita do eixo, já para maiores velocidades que superam a crítica o centro de massa gira internamente à órbita. Quando o ângulo de defasagem é de  $90^\circ$  o rotor possui velocidade de rotação igual à primeira frequência natural do sistema não amortecido  $\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)$ .

Figura 6: resposta ao desbalanceamento de um rotor de Jeffcott

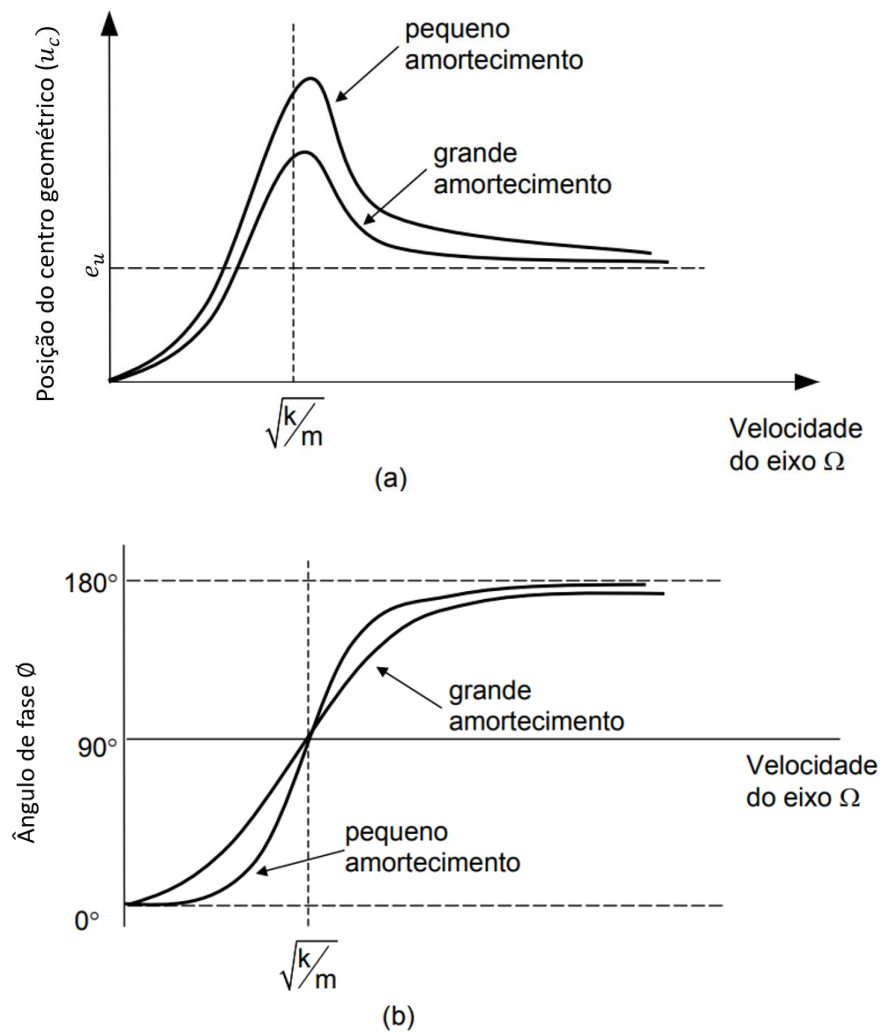
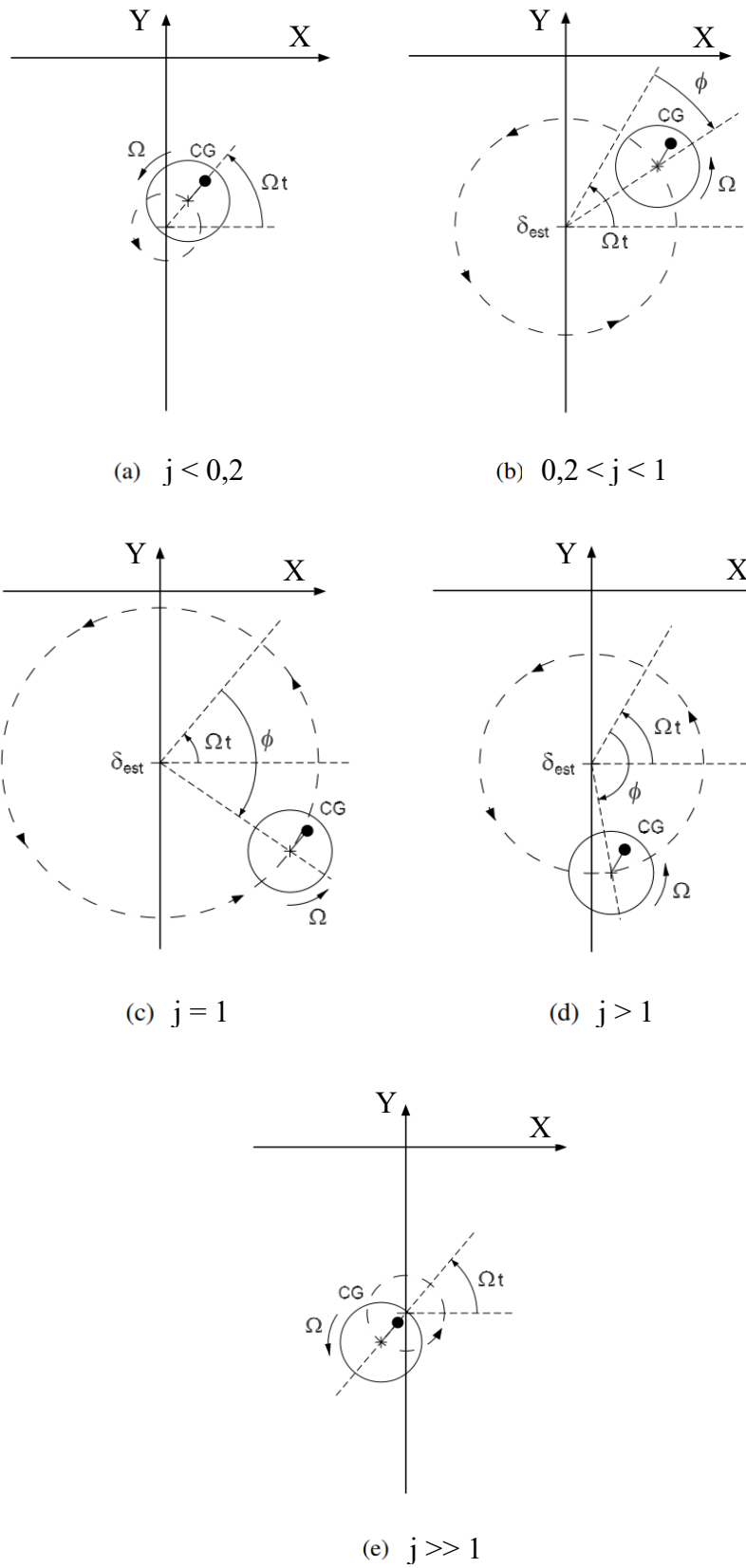


Figura 7: comportamento do rotor de Laval com aumento da razão entre a velocidade de rotação e a velocidades crítica.  $j = \frac{\Omega}{\omega_n}$



A Figura 7 ilustra os resultados obtidos nos gráficos da Figura 6 em 5 fases distintas:

- **(a)  $j < 0,2$**  : no caso de velocidade de rotação do rotor muito baixa, distante da velocidade crítica, a órbita de precessão realizada pelo rotor tem amplitude próxima a zero, como mostrado no começo do da Figura 6 (a). Além disso, a defasagem do giro do centro de massa (CG) é praticamente nula também, como evidenciado na Figura 6 (b) e ele rotacional externamente à órbita de precessão.
- **(b)  $0,2 < j < 1$** : aproximando o rotor da velocidade crítica, a amplitude da órbita aumenta drasticamente, aumentando a distância entre o centro da órbita e o centro geométrico do disco. A defasagem de rotação do CG passa a ser perceptível e continua externa à órbita.
- **(c)  $j = 1$** : analisando a Figura 6 (b), neste momento o ângulo de defasagem é  $90^\circ$  e o CG tangencia a circunferência de órbita. Neste momento o raio de órbita é muito próximo do máximo e o eixo opera com uma velocidade igual à frequência natural do sistema (velocidade crítica).
- **(d)  $j > 1$** : operando com velocidades supercríticas (acima da frequência natural do sistema) o raio de órbita começa a ter sua amplitude reduzida. Neste momento ocorre o fenômeno de inversão da velocidade crítica, pois o CG passa a rotacionar na parte interna à órbita. Ambas essas afirmações condizem com os dados da Figura 6, visto que a órbita diminui e o ângulo de defasagem tem valor maior do que  $90^\circ$ .
- **(e)  $j \gg 1$** : quando a velocidade de rotação do sistema tende a infinito o raio da órbita se aproxima assintoticamente da excentricidade,  $e_u$  de acordo com a Figura 6 (a). Um outro fenômeno interessante é que ao mesmo tempo o ângulo de defasagem também se aproxima de  $180^\circ$ , conforme demonstrado na Figura 6 (b) e a junção de ambas essas informações faz com que o CG se posicione próximo ao centro de órbita, ao que se denomina *autocentragem*.

## 2.2 Manufatura Aditiva

Comumente chamada de Manufatura Aditiva, as primeiras tentativas concretas de impressão 3D aconteceram em 1980. Hideo Kodama, um pesquisador do Instituto Municipal Industrial de Pesquisa de Nagoya (*Nagoya Municipal Industrial Research Institute – NMIRI*), foi o pioneiro a formular uma técnica de prototipagem rápida através do manuseio de um raio

de laser para solidificação de polímeros. Em 1980 e 1981 Kodama já havia publicado dois artigos que serviriam de base para a expansão e consolidação da impressão 3D. Neles o cientista redigia sobre os experimentos nos quais ele produzira modelos tridimensionais através da exposição de pequenas frações de resinas fotossensíveis à luz ultravioleta, instantaneamente solidificando a parte exposta. Utilizando esse método, que futuramente seria intitulado de estereolitografia, Kodama controlava as coordenadas x-y onde a resina seria solidificada para formar, camada por camada, os primeiros elementos construídos por manufatura aditiva. Portanto, Hideo Kodama introduziu dois dos conceitos mais importantes da impressão 3D à humanidade: o uso de raios de luz para solidificar as partes expostas de elementos fotossensíveis e a utilização desse método para moldar a peça 3D em cortes transversais e construí-la camada por camada. (Wohlers, Gornet, 2016)

Três anos depois, em 1984, Charles Hull expediu seu pedido de patente americana, intitulado *Apparatus for Production of Three-Dimensional Objects by Stereolithography* (Aparelho para Produção de Objetos Tridimensionais por Estereolitografia), a qual lhe foi concedida em 1986. Sua patente descrevia o processo de solidificar fotopolímeros (polímeros que alteram suas propriedades quando expostos à luz) líquidos através da exposição à luz UV. O raio laser UV era controlado por computadores e a finalidade da solidificação do polímero era formar uma série de sessões transversais, uma em cima da outra, que davam molde ao produto final construído por impressão 3D. Hull denominou esse processo de **estereolitografia (SLA)**, termo a partir do qual originou-se o formato de arquivo. stl, comumente utilizado na manufatura aditiva. Após o sucesso de sua patente, Charles Hull em conjunto com Raymond Freed criaram a 3D Systems Inc., empresa produtora e vendedora de maquinário de estereolitografia. Em 1987 a 3D Systems criou a primeira impressora 3D comercial no mundo que utilizava metodologia SLA. (Su, Al'Aref, 2018)

Concomitantemente a Hull, um estudante de graduação da Universidade de Texas também contribuía para a evolução da manufatura aditiva. Seu nome é Carl Deckard e em 1986 seu pedido de patente lhe foi concedido. Nela Deckard explicava uma nova técnica de impressão 3D chamada **SLS (Selective Laser Sintering - Sinterização Seletiva a Laser)**. A sinterização é o processo no qual pó plástico compactado é solidificado quando submetido a determinadas temperaturas próximas de seu ponto de fusão. O aparelho criado por Deckard funcionava através da sinterização seletiva feita por um controle computacional de direcionamento do raio laser que solidificava camadas por camada de pó com a finalidade de formar o produto final. (Deckard, 1986)

Em 1989, outro novo tipo de impressão 3D foi desenvolvido em um pedido de patente feito por Steven Scott Crump. A técnica, que fora denominada **FDM (Fused Deposit Modeling – Modelagem por Deposição Fundida)**, consiste em carregar a impressora com um filamento de termoplástico ou fio de metal que é aquecido no cabeçote de extrusão até exatamente a temperatura na qual o elemento começa a derreter. Nesse momento a deposição do material é guiada por um computador através de uma determinação digital prévia, e a formação da peça final é realizada pela sobreposição de várias camadas finas do material utilizado. O controle da temperatura do cabeçote é de extrema importância, pois cada camada deve ser mantida logo abaixo do ponto de solidificação para que haja uma boa aderência entre as camadas. Caso o ponto de temperatura esteja abaixo do desejado, a aderência será baixa e caso esteja ligeiramente acima o formato e a tolerância final do produto podem ser impactados negativamente. (Su, Al’Aref, 2018)

Ao longo dos anos 90 outras técnicas surgiram. Desenvolvida e patenteada por William E. Masters, **BPM (Ballistic Particle Manufacturing – Manufatura por Partículas Balísticas)** projeta micropartículas de cera derretida a partir de um jato para formar as seções transversais do produto final. O jato se move verticalmente para adicionar as demais camadas que formarão o objeto 3D. (Masters, 1989). Michael Feygin, em 1995, consolidara em seu pedido de patente a técnica conhecida como **LOM (Laminated Object Manufacturing – Manufatura de Objetos em Lâminas)** que consiste em utilizar lâminas de plástico, papel ou metal, revestidas com adesivo que serão fundidas através de calor e pressão. Então uma lâmina ou um laser controlado por computador é utilizado para cortar o material no molde final desejado. Michael criou uma empresa para comercializar seu produto, no entanto devido a dificuldades financeiras a empresa encerrou seus negócios. (Palermo, 2013). Outra técnica de manufatura aditiva que surgiu perto dos anos 90 é a **SGD (Solid Ground Curing)** que fora desenvolvida pela empresa Cubital Inc., que também já encerrou seus negócios. A técnica se baseia na utilização de um líquido sensível à luz UV. Camadas são solidificadas em uma única exposição de luz UV, controlada por uma máscara ótica personalizada, a qual permite a passagem da luz apenas no molde exato de cada camada da peça. Então o líquido restante é eliminado e substituído por uma cera que servirá de suporte para que a próxima camada seja construída. No final do processo, a cera é derretida e o resultado é a peça 3D. (Stetz, 2009)

Atualmente, há inúmeras técnicas de manufatura aditiva que se categorizam em 7 categorias de destaque:

1<sup>a</sup>: **Vat Photopolymerization (fotopolimerização em tonel)**, baseada no processo de estereolitografia, explicado no segundo parágrafo desta Seção 2.2. Além da técnica SLA, esta

categoria também abrange a tecnologia **DLP** (*Digital Light Processing – Processamento por Luz Digital*). O método é muito similar ao SLA, no qual um líquido sensível a luz UV se solidifica quando exposto à mesma, no entanto a tecnologia DLP utiliza um projetor de luz digital projeta a imagem da camada inteira ao invés de desenhá-la, como é feito no método SLA. Portanto, cada seção é solidificada simultaneamente, diminuindo o tempo de processamento. Uma variação dessa metodologia é a **CDLP**, ou DLP Contínua, na qual o processo é exatamente o mesmo do DPL com uma única diferença, a plataforma de construção se move continuamente no eixo Z, aumentando ainda mais a velocidade de processamento.

2ª: **Powder Bed Fusion (Fusão de Pó em Descanso)**, engloba processos nos quais a parte sólida é manufaturada a partir de uma fonte térmica que induz a fusão por sinterização ou por derretimento entre partículas de pó, seja de metal ou plástico, uma camada por vez. O processo já descrito nesta seção que está incluído nessa categoria é a Sinterização Seletiva a Laser (SLS). **SLM** (*Selective Laser Melting – Derretimento Seletivo a Laser*) e **DMLS** (*Direct Metal Laser Sintering – Sinterização Direta por Laser de Metal*) são processos muito parecidos com o SLS, contudo SLM e DMLS utilizam como matéria-prima o metal para produzir as peças finais. A metodologia SLM submete o pó de metal até sua temperatura de derretimento enquanto a DMLS aquece o material até a eminência da temperatura de derretimento para que o pó se funda quimicamente. A terceira e quarta técnica inseridas nessa categoria são: **EBM** (*Electron Beam Melting – Derretimento por Feixe de Elétron*), que utiliza um feixe de elétrons induzir a fusão entre as partículas, e **MJF** (*Multi Jet Fusion*), que se baseia em um agente químico que induz a sinterização de pós de plástico quando exposto a luz infravermelha.

3ª: **Material Extrusion (Extrusão de Materiais)**, que se baseia justamente no processo de extrusão do material. A tecnologia presente nesta categoria é **FDM** (*Fused Deposit Modeling*) e já foi previamente explorada.

4ª: **Material Jetting (Jato de Material)** é a categoria na qual os maquinários depositam, de maneira similar às impressoras 2D convencionais, partículas de material (fotopolímero, metal ou cera) que se solidificam quando submetidos a altas temperaturas ou quando expostos a luz UV. Essa tecnologia permite que sejam criadas peças com materiais de diferentes propriedades ao longo da sua estrutura. Um dos processos inclusos tem o mesmo nome da categoria, **Material Jetting**, que consiste na utilização de vários bocais minúsculos que injetam gotículas de fotopolímero na base de construção. Luz UV incide sobre o material para que ele seja solidificado e construa as camadas transversais do produto final. O segundo processo da categoria é denominado **NPJ** (*Nano Particle Jetting – Jato de nanopartícula*) e utiliza um

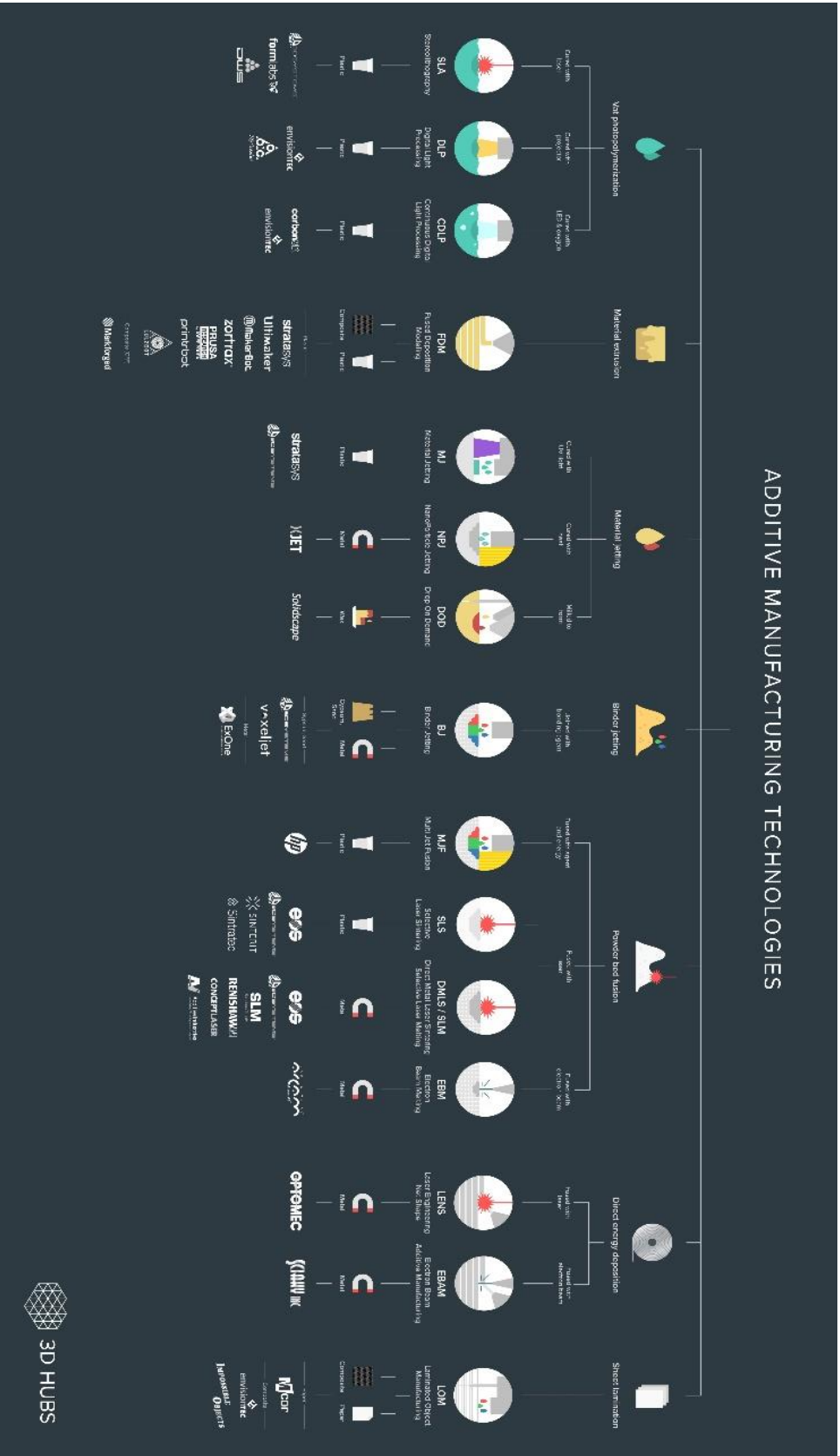
líquido cuja composição contém nanopartículas de metais. O líquido é ejetado para a bandeja de construção de modo a formar finas camadas de gotículas. Alta temperatura incide na plataforma de construção para que o parte do líquido evapore, restando apenas as partículas de metal que formarão a peça final. O terceiro processo aqui explorado dentro da categoria, é **DOD** (*Drop-on-Demand – Gota sob Demanda*) e seu maquinário possui dois jatos de impressão, um para depositar o material de construção, normalmente cera, e outro para depositar material de suporte solúvel. As impressoras de DOD expõem as gotas de materiais em rotas pré-definidas de maneira pontual, sendo cada ponto a ser preenchido uma gota. Dessa forma as camadas são construídas para formar a impressão 3D final.

5<sup>a</sup>: **Binder Jetting (Jato de Ligantes/Aglutinantes)**, baseia-se em aplicar agentes ligantes em pó de materiais, que será aglutinado para formar as camadas sólidas das peças. A tecnologia utilizada também se chama **Binder Jetting** e consiste exatamente na aplicação de agentes aglutinantes sobre finas camadas de material em pó, podendo ele ser cerâmico ou metálico. O cabeçote de impressão deposita gotículas do agente aglutinante no molde de cada camada, como se estivesse realizando uma impressão 2D de cada uma. A medida que cada camada é finalizada, a bacia de pó move-se para baixo para que uma nova camada de pó seja distribuída em cima da anterior para que o processo de construção continue até que a peça final esteja moldada. Para que a peça esteja pronta para uso, é imprescindível realizar um pós-tratamento.

6<sup>a</sup>: **DED** (*Direct Energy Deposition – Deposição Direta de Energia*) é a penúltima categoria abordada e cria as peças fundindo material em pó a medida que ele é depositado. O primeiro processo aqui discutido incluso na categoria é **LENS** (*Laser Engineered Net Shaping*), consiste em expelir material em pó, comumente metal, de um cabeçote de impressão para que laser incida nele o fundindo e solidificando. O caminho percorrido pelo laser moldará as camadas transversais que formarão a peça 3D. O segundo processo é **EBAM** (**Electron Beam Additive Manufacture – Manufatura Aditiva de Raios de Elétrons**) e funciona de maneira muito similar ao LENS, contudo ao invés de aplicar raios laser, EBAM aplica jatos de elétrons, pois eles são mais eficientes e aplicados a vácuo, podendo ser utilizado no espaço.

7<sup>a</sup>: **Sheet Lamination** é a última categoria abordada e seu funcionamento já fora descrito, pois a tecnologia inclusa nesse grupo já fora abordada, sendo ela a **LOM** (*Laminated Object Manufacturing – Manufatura de Objetos em Lâminas*).

Figura 8: categorização das metodologias de manufatura aditiva mais utilizadas atualmente



Fonte: 3D HUBS

Figura 8: categorização das metodologias de manufatura aditiva mais utilizadas atualmente

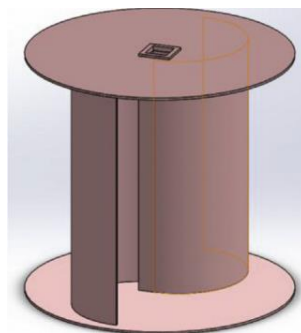
## 2.3 Eixos Impressos em 3D

Para efeitos de análise prévia sobre a importância emergente dos estudos experimentais de eixos impressos em 3D serão abordados dois trabalhos relativos a esse assunto já realizados. O primeiro estuda a performance de uma turbina eólica convencional (rotor de Savonius) e alterações no design para otimizar o coeficiente energético do rotor. O uso de manufatura aditiva neste caso possibilitou estudar teoria x prática de maneira simples e rápida, conforme é realizado no presente trabalho. O segundo estuda o potencial de manufatura aditiva de metais em máquinas síncronas de ímãs permanentes. O intuito é adicionar atributos que não eram possíveis com outros métodos de manufatura para que a performance da máquina seja aumentada. O maior destaque do segundo estudo para o atual trabalho é a importância de se levar em conta as tolerâncias de produção da manufatura aditiva.

### 2.3.1 Investigação de performance de um rotor de Savonius impresso em 3D

Seção totalmente referenciada no trabalho de Altan, 2016. Um rotor de Savonius, exemplificado na Figura 9, é composto por dois semicilindros de mesma altura, denominados de pás, que são posicionados entre dois discos horizontais. O intuito é que haja diferença de torque entre a parte côncava e a convexa dos semicilindros, resultando em movimento rotacional do rotor.

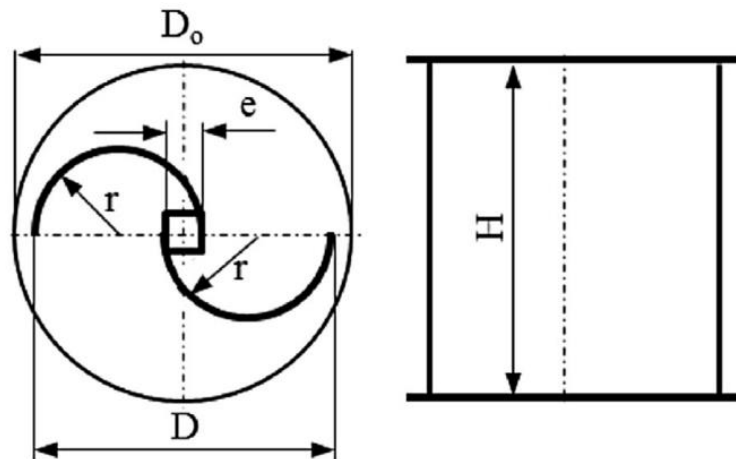
*Figura 9: modelo CAD de um rotor de Savonius*



Fonte: Altan, 2016

Tendo como base a Figura 2.10, os centros dos semicilindros são quase simétricos, havendo um pequeno deslize de comprimento  $e$ . O diâmetro externo dos discos é  $D_o$ , o diâmetro do rotor é  $D$ , o raio dos semicilindros é  $r$  e a altura do rotor é  $H$ .

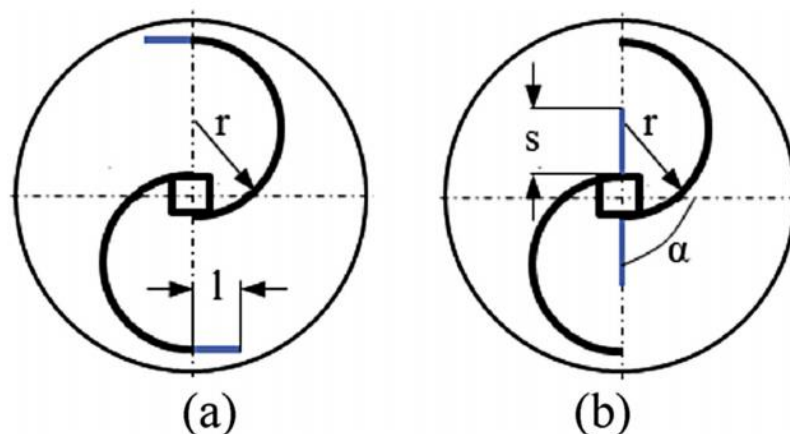
Figura 10: parâmetros de design de um rotor de Savonius



Fonte: Altan, 2016

A Figura 11 ilustra as alterações em design a serem implantadas de modo a validar a sua influência positiva ou negativa na performance do rotor. A otimização da Figura 11 (a) é uma adição tangencial de comprimento final da pá,  $l$ . Já a Figura 11 (b) apresenta o acréscimo de uma pá reta de comprimento  $s$ , com ângulo  $\alpha$  de posicionamento em relação a linha horizontal entre os centros dos semicilindros.

Figura 11: (a) acréscimo tangencial no comprimento da pá (b) acréscimo de uma pá reta angulada



Fonte: Altan, 2016

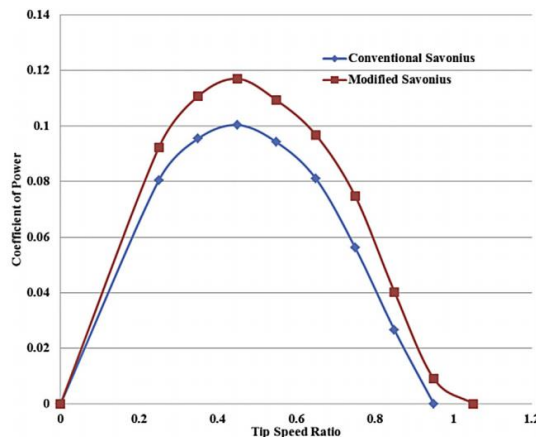
Dois rotores foram manufacturados através de impressão 3D do tipo FDM (Fused Deposit Modeling), sendo o primeiro convencional e o segundo otimizado. Baseado em estudos prévios, analíticos e experimentais, o autor desse trabalho dimensionou os rotores de acordo com a Tabela 1.

*Tabela 1: dimensões do rotor convencional e do otimizado impressos em 3D*

	Convencional	Otimizado
<b>Do</b>	13.2 cm	13.2 cm
<b>D</b>	12.0 cm	12.0 cm
<b>H</b>	12.0 cm	12.0 cm
<b>r</b>	3.4 cm	3.4 cm
<b>e</b>	1.6 cm	1.6 cm
<b>l</b>	-	1.02 cm
<b>s</b>	-	3.4 cm
<b><math>\alpha</math></b>	-	135°

A variação do coeficiente de energia de acordo com a TSP (*Tip Speed Ratio*, razão entre a velocidade da ponta da pá com a velocidade do vento) foi obtida para o rotor de Savonius convencional e para o otimizado através de análise numérica. O resultado está exposto na Figura 12 e demonstra que o rotor otimizado influencia positivamente a performance do sistema em até 20% a mais para um valor de TSP de aproximadamente 0,45. Portanto, a aplicação de manufatura aditiva neste caso permitiu a validação experimental de teorias, assim como será testado no presente trabalho.

*Figura 12: variação no coeficiente de energia para diferentes valores de TSP*



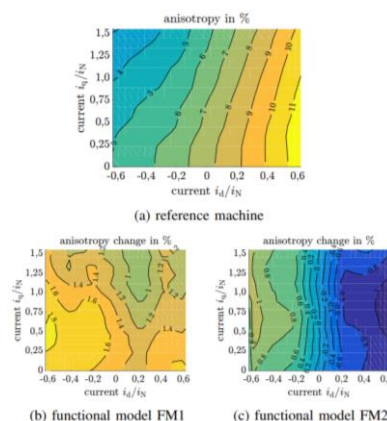
### 2.3.2 Manufatura Aditiva de um Rotor Magnético Mole Parte Ativa e Eixo para uma Máquina Síncrona de Imã Permanente

Seção totalmente referenciada nos estudos de Urbaneck, 2018. O trabalho em questão consiste em manufaturar através do método SLM (*Selective Laser Melting*) duas partes de uma Máquina Síncrona de Imã Permanente: a parte ativa do rotor e o eixo. O material utilizado é uma liga de ferro silício, pois atende os requisitos mecânicos e magnéticos. O grande potencial da utilização de manufatura aditiva é atribuir otimizações no modelo através de designs que, devido a essa nova metodologia de manufatura, podem ser confeccionados apropriadamente. Mais especificamente nesse trabalho encaixes adicionais foram adicionados no design para que seja testada a hipótese de aumento na anisotropia magnética.

Os resultados foram obtidos para dois módulos de funcionamento com diferentes dados mecânicos e elétricos, um denominado FM1 e o outro FM2. Os resultados práticos para a variação na anisotropia magnética para FM1 e FM2 estão demonstrados na Figura 13. As análises demonstram que para FM1 houve uma pequena alteração positiva em relação à máquina de referência, enquanto que para FM2 a variação é menor ainda e em alguns momentos até negativa. Mesmo que o aumento de anisotropia magnética não tenha sido relevante, é importante salientar que a utilização de manufatura aditiva neste caso provou-se efetiva e aplicável para realização de testes e experimentos.

O autor deste estudo levantou algumas hipóteses para explicar os resultados e entre elas uma explica que poderiam ser consideradas as tolerâncias de produção do tipo de manufatura aditiva utilizada para que trabalhos futuros similares apresentem resultados mais consistentes.

Figura 13: medição de anisotropia



## **2.4 Conclusão da revisão bibliográfica**

O estudo da dinâmica de rotores é de grande importância visto que a sua vasta utilização nos inúmeros setores requer que a operação seja controlada. Para que isso ocorra é necessário conhecer modelos que simulem fielmente a realidade das máquinas rotativas. Como atualmente o sistema de manufatura conhecido por manufatura aditiva está sendo amplamente utilizado com as mais diversas tecnologias, é importante estudar experimentalmente as possíveis implicações da impressão 3D utilizada para confeccionar rotores. Ainda não há muitos estudos práticos acerca do tema, porém alguns estudos já começaram a delinear o potencial dessa aplicabilidade, conforme evidenciado nas seções 2.3.2 e 2.3.3.

### 3. Projeto e Construção da Bancada de Testes

#### 3.1 Projeto do Rotor

Para projetar o eixo, primeiramente fora decidido confeccioná-lo de acordo com o modelo simples de um rotor de Laval composto por: eixo com um disco acoplado simetricamente e apoiado por mancais rígidos. Os requisitos desejados que a geometria do modelo atendessem eram:

- Primeira frequência natural ( $\omega_n$ ): entre 40Hz e 50Hz
- Área útil de no máximo 200 x 200 x 200 mm (largura, profundidade e altura) devido à limitação na área de impressão 3D

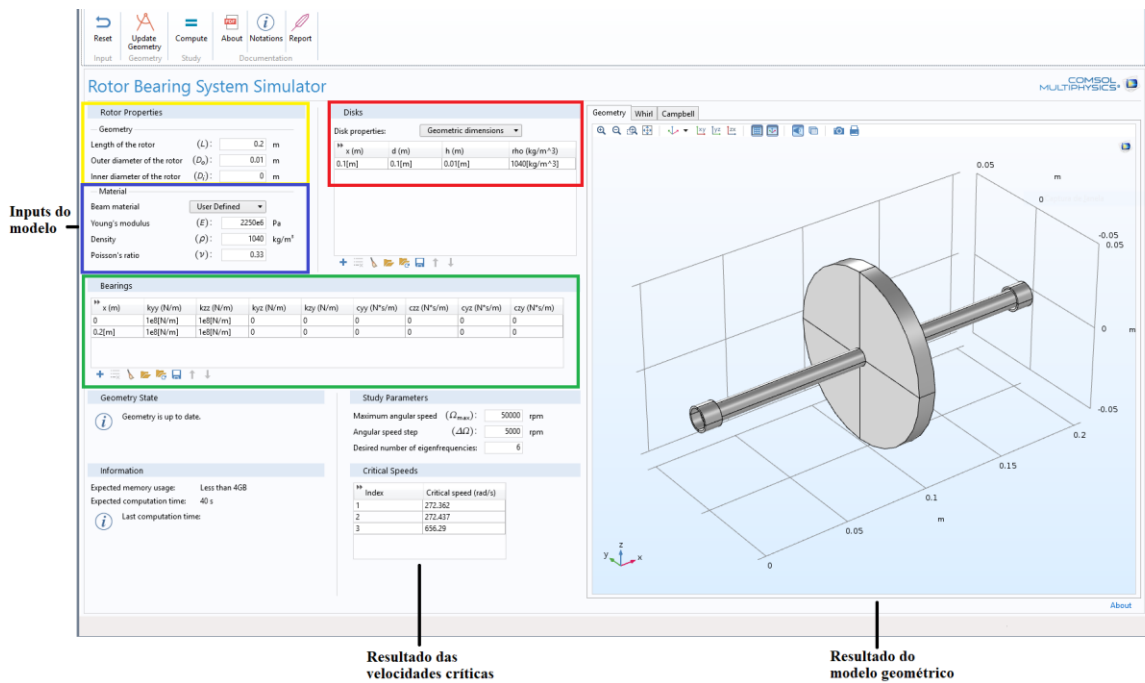
O software computacional *COMSOL Multiphysics 5.3* de análise de elementos finitos foi utilizado para tal finalidade através do *Rotor Bearing System Simulator* (Simulador de Sistema Rotor Mancal). O simulador efetua uma análise de frequências naturais para encontrar as velocidades críticas do rotor, logo a resultado desse estudo é o diagrama de Campbell e as velocidades críticas do modelo.

A Figura 14 demonstra a interface de usuário da aplicação e os inputs necessários para realizar os estudos do modelo são:

- Geometria do Rotor
  - Comprimento (L)
  - Diâmetro Externo (Do)
  - Diâmetro Interno (Di)
- Material do Rotor
  - Módulo de Young ( $E$ )
  - Densidade
  - Coeficiente de Poisson
- Disco:
  - Posição Central (x)
  - Diâmetro (d)
  - Comprimento (h)

- Densidade ( $\rho$ )
- Mancais:
  - Posição (x)
  - Rigidez em y ( $k_{yy}$ )
  - Rigidez em x ( $k_{xx}$ )

Figura 14: interface de usuário do simulador COMSOL



Entrando com os dados necessários no sistema as respostas são as velocidades críticas, o modelo geométrico e podemos também obter o Diagrama de Campbell. Com o intuito de produzir um modelo que atenda aos requisitos previamente explicitados, foram construídos 3 modelos, todos com as mesmas propriedades do material utilizado na impressão 3D (Plástico ABS) que estão evidenciadas na Tabela 2, com mancais rígidos (rigidez  $k_{yy}$  e  $k_{xx}$  altíssimas:  $1e8$  [N/m]) e com diferentes configurações geométricas explicitadas na Tabela 3.

Tabela 2: propriedades mecânicas do material ABS (Acrilonitrila butadieno estireno)

Plástico ABS	
Módulo de Young ( $E$ )	2250 [MPa]
Densidade ( $\rho$ )	1040 kg/m <sup>3</sup>
Coefficiente de Poisson	0,33

Tabela 3: geometrias adotadas para três modelos e suas primeiras frequências naturais obtidas através da análise computacional

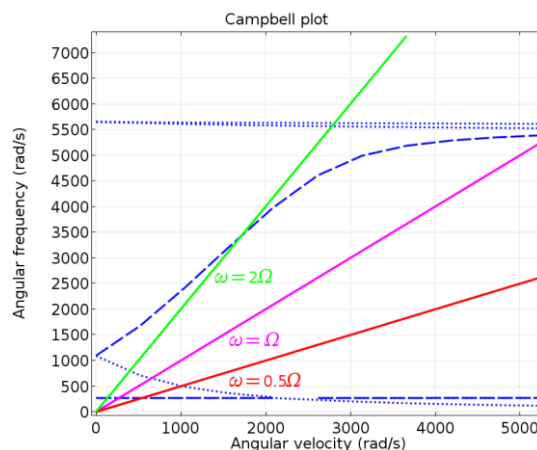
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
<b>Comprimento do Eixo (L)</b>	20 [cm]	20 [cm]	20 [cm]
<b>Diâmetro Externo do Eixo (Do)</b>	1 [cm]	1 [cm]	1 [cm]
<b>Diâmetro Interno do Eixo (Di)*</b>	0 [cm]	0 [cm]	0 [cm]
<b>Comprimento do Disco (h)</b>	2 [cm]	1,5 [cm]	2 [cm]
<b>Diâmetro do Disco (d)</b>	8 [cm]	8 [cm]	8 [cm]
<b>1ª Frequência Natural</b>	38,76 [Hz]	44,25 [Hz]	43,35 [Hz]

\*Di = 0 implica eixo maciço

Dos 3 modelos estudados, somente o 2 e o 3 atenderam ao requisito de possuir 1ª frequência natural com módulo entre 40 [Hz] e 50 [Hz]. A definição final ficou para a geometria do Modelo 3 e os resultados mais detalhados estão apresentados abaixo no Gráfico de Campbell da Figura 15 e na Tabela 4 que apresenta as 3 primeiras velocidades críticas do Modelo 3.

No Gráfico de Campbell, as linhas em azul relacionam as frequências naturais do sistema com a velocidade angular do rotor. Observa-se que para a primeira frequência natural, linha azul reta tracejada na parte inferior do gráfico, ela independe da velocidade angular e se mantém constante com valor de 272,362 [rad/s]. As outras linhas azuis representam as frequências naturais seguintes, e devido a ação do efeito giroscópico, elas variam de acordo com a velocidade angular. Como neste trabalho só será analisada a primeira frequência natural e as velocidades de rotação são relativamente baixas (<300 [rad/s]) para que o efeito giroscópico seja relevante, o fenômeno pode ser desconsiderado. Os pontos de cruzamento entre a linha contínua rosa e as azuis indicam as velocidades críticas

Figura 15: diagrama de Campbell para o modelo 3 obtido por análise computacional

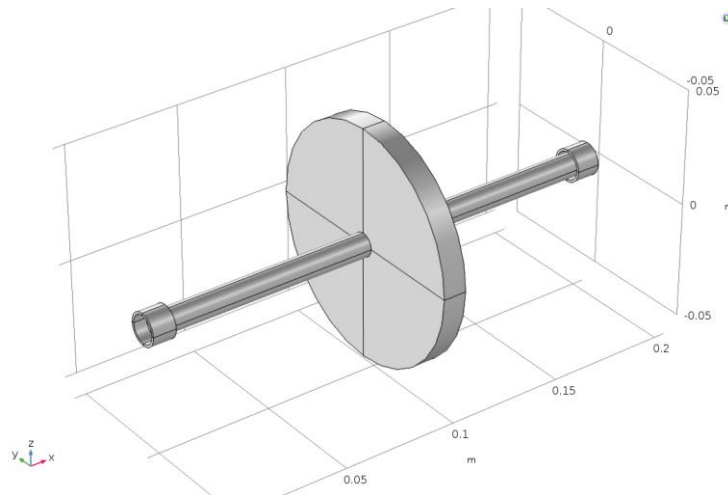


A Tabela 4 indica esses pontos de cruzamento para um range de velocidade angular entre 0 [rad/s] e 5500 [rad/s]. Repara-se que a primeira e a segunda frequência natural são praticamente a mesma; pois, conforme explicado na Seção 2.1, no rotor de Laval as duas primeiras velocidades críticas tem mesmo módulo, porém uma está em precessão direta e outra em precessão indireta.

*Tabela 4: três primeiras velocidades críticas do Modelo 3, obtidas por análise computacional*

Índices	Velocidade Crítica [rad/s]	Velocidade Crítica [Hz]
1	272,362	43,35
2	272,437	43,36
3	656,29	104,45

*Figura 16: geometria gerada pelo COMSOL para o Modelo 3 de rotor com os mancais nas extremidades*



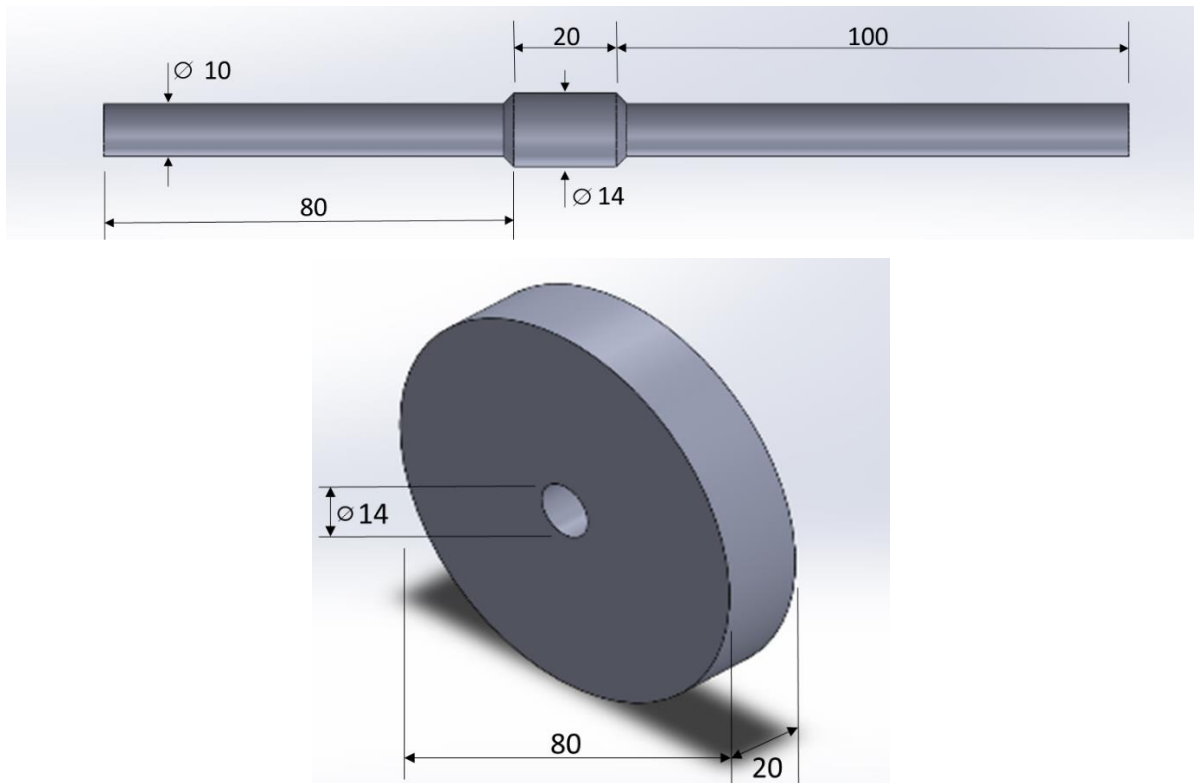
### 3.2 Impressão 3D/Manufatura Aditiva do Rotor

Para a manufatura do rotor, a tecnologia de impressão 3D utilizada é a FDM (*Fused Deposit Modeling*). Em uma recapitulação rápida, FDM consiste em utilizar filamentos de termoplásticos como matéria-prima, neste caso o plástico ABS, que são aquecidos no cabeçote de extrusão até um estado semilíquido. Então o material pode facilmente escorrer através do cabeçote, que irá moldar camada por camada da peça. Depois que o plástico semilíquido escorre

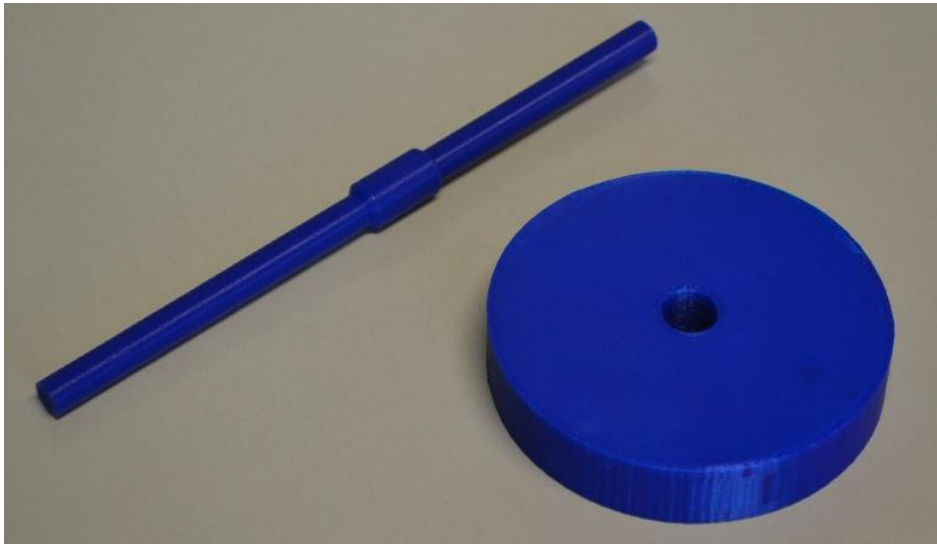
pelo cabeçote, ele se junta com a camada inferior e endurece. Uma vez que uma camada acaba de ser moldada pela máquina, o cabeçote se reposiciona verticalmente para começar a construção da próxima camada.

O modelo do rotor foi dividido em duas peças: eixo e disco, e cada uma foi moldada em um modelo CAD (Figura 3.5 e 3.6) para serem posteriormente impressas em 3D e montadas no modelo final por interferência. Com o intuito de facilitar a montagem e permitir o acoplamento do motor, algumas modificações foram feitas no motor. Um alongamento de 20mm foi adicionado em uma das extremidades para acoplar o motor, e no meio do eixo desprezando o alongamento há um incremento no diâmetro de 10mm para 14mm que fora introduzido por um chanfro. Esse incremento tem comprimento de 20mm, pois será utilizado para facilitar a acoplagem do disco. Portanto, o modelo CAD utilizado para a impressão na Figura 17. O resultado final da impressão 3D está demonstrado na Figura 18 e as seguintes configurações foram utilizadas: eixo impresso verticalmente, disco impresso horizontalmente, temperatura de impressão de 220°C, porcentagem de preenchimento de 50% e espessura das camadas de 0,25mm.

*Figura 17: desenho CAD das peças*



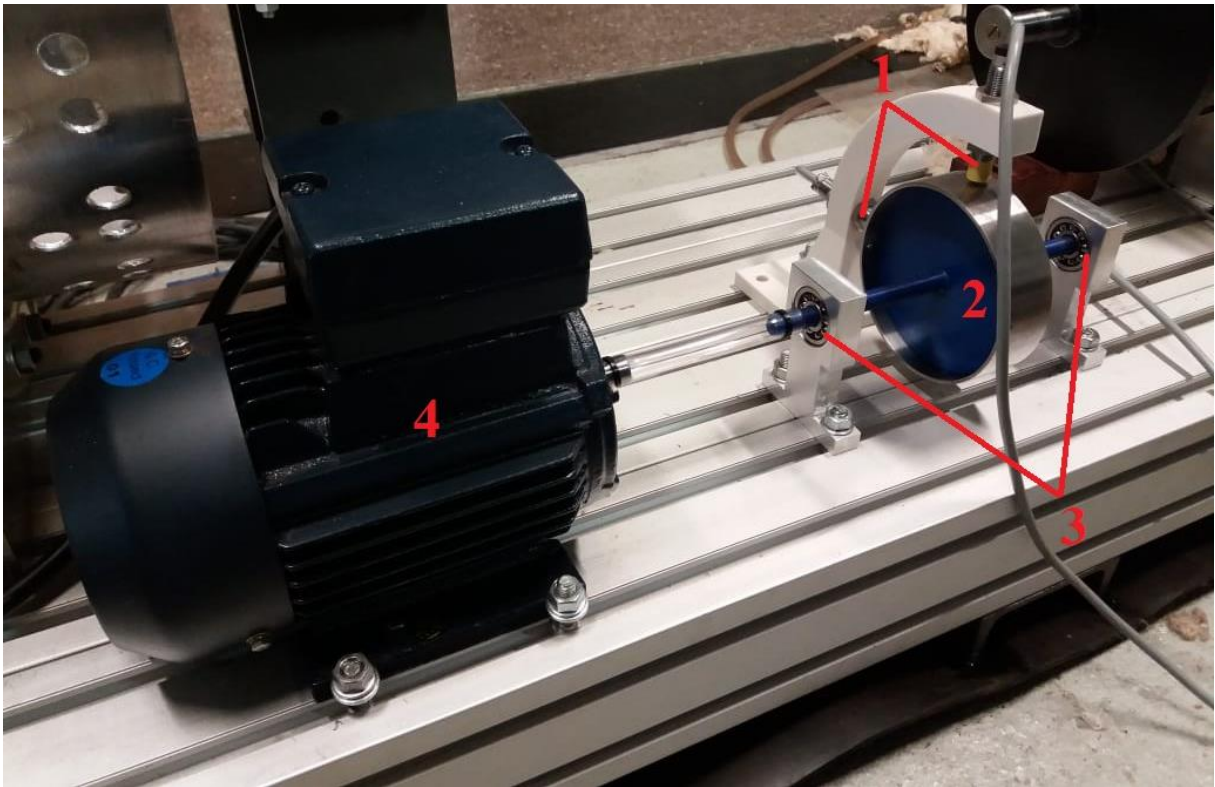
*Figura 18: peças finais manufaturadas por impressão 3D - FDM*



### **3.3 Construção da Bancada Experimental**

A bancada experimental foi construída em uma mesa inercial para isolar a medição de ruídos e vibrações externas. A construção do suporte para o sistema foi feita através de um bloco de alumínio onde estão montados os dois rolamentos auto compensadores modelo 2200E. O rotor (eixo+disco) está acoplado nos rolamentos e um anel de aço foi montado ao redor do disco para que os sensores indutivos sejam capazes de medir o deslocamento do disco. O motor foi conectado ao eixo no seu alongamento e o controle da velocidade de rotação imposta ao rotor é feito por um inversor de frequências. A Figura 19 demonstra a configuração final da bancada.

*Figura 19: bancada experimental*



- 1: sensores indutivos para medir distâncias. Um será utilizado para medir o deslocamento vertical e o outro o deslocamento horizontal.
- 2: modelo do sistema com disco já acoplado no eixo e anel de aço já posicionado.
- 3: mancais auto compensadores modelo 2200E
- 4: motor

Utilizando uma placa de aquisição de dados e controle da National Instruments (*NI PCI 6229*) obtêm-se os dados de distância provenientes dos sensores indutivos e também é possível controlar a entrada de potência imposta no motor para que se controle a velocidade de rotação do rotor. Ambos os dados podem ser trabalhados com o auxílio de um computador.

## 4. Resultados

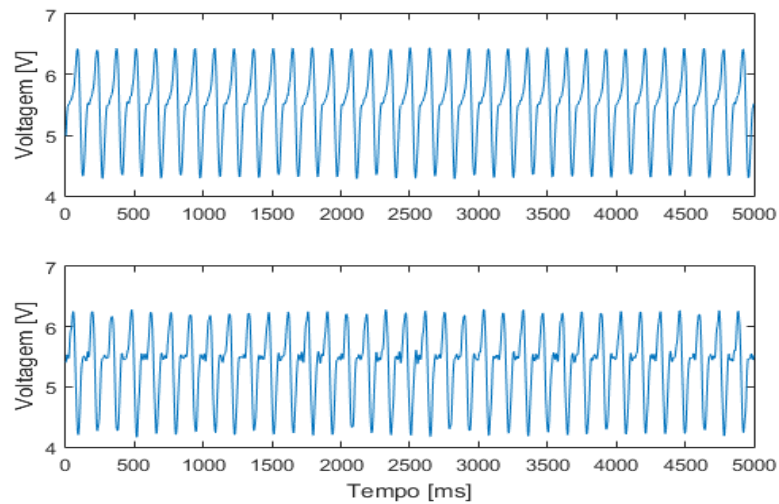
### 4.1 Frequência Natural Experimental

A constatação da primeira frequência natural do sistema foi obtida utilizando excitação por impacto e conseqüentemente medindo a resposta livre do sistema. O valor obtido foi de  $\omega_{n_{exp}} = 44 \pm 1 [Hz]$ , e apresenta erro de 1,15% quando comparada com a teórica que é  $\omega_{n_{teor}} = 43,50 [Hz]$ .

### 4.2 Teste de deflexão: frequência a frequência

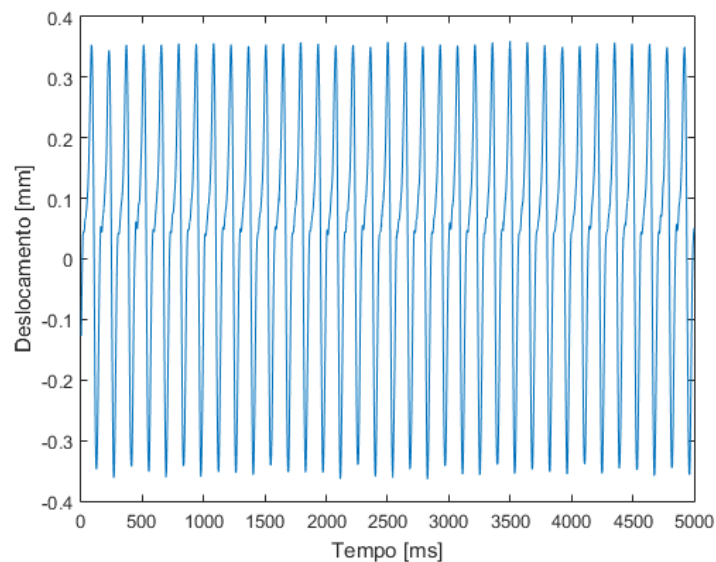
Neste teste foram obtidos os dados de deslocamento horizontal e vertical proveniente dos sensores indutivos para as frequências de rotação do eixo de 2Hz, 4Hz, 7Hz, 10Hz, 13Hz, 16Hz e 20Hz. Utilizou-se o inversor de frequências com o intuito de controlar a velocidade de rotação do rotor. Após o input da velocidade desejada esperou-se alguns segundos para realizar a medição, para atenuar quaisquer efeitos da aceleração de rotação nas medições e realiza-las com o sistema em quase-equilíbrio. Com o rotor já em movimento, utiliza-se o software MATLAB a fim de obter os dados provenientes dos sensores. Para o período de amostragem adotou-se o tempo de 5 segundos e para a taxa de amostragem adotou-se a frequência 1000 amostras coletadas por segundo. O resultado foi a obtenção de gráficos, como o exemplificado na Figura 20, para o deslocamento horizontal e vertical em cada uma das frequências desejadas com a variação do tempo.

*Figura 20: gráfico de sinal do sensor de deslocamento horizontal e vertical para velocidade de rotação de 7Hz.*



Os gráficos da Figura 20 deveriam ter aspectos senoidal, porém conforme evidenciado pelas variações presentes na medição há um erro de centricidade entre o eixo e o disco, causando esse fenômeno. Em seguida transformaram-se todos os sinais obtidos de voltagem para deslocamento através da curva de calibração dos sensores indutivos. Primeiro é necessário centralizar o sinal em 0, definindo assim o offset de medição. Para cada sinal, a média foi encontrada e conseqüentemente subtraída, assim centralizando em 0 a medida. Posteriormente, a conversão do sinal de voltagem [V] para milímetros [mm] foi feita dividindo o mesmo por 3, pois a sensibilidade de medição do sensor é de  $\frac{1}{3} \left[ \frac{mm}{V} \right]$ . O resultado está demonstrado na Figura 21.

*Figura 21: gráfico de deslocamento horizontal centralizado e sinal convertido para distância*



Após feita a conversão do sinal para todos os dados obtidos, analisou-se os gráficos para extrair deles a máxima e mínima deflexão horizontal e vertical em cada frequência estudada. Finalmente a média e o erro em cada caso foram calculados.

*Tabela 5: dados para a deflexão horizontal frequência a frequência*

Frequência [Hz]	Horizontal			
	Mínimo [mm]	Máximo [mm]	Média [mm]	Erro [mm]
2	0,330	0,360	0,345	0,015
4	0,320	0,350	0,335	0,015
7	0,320	0,350	0,335	0,015
10	0,320	0,380	0,350	0,030
13	0,330	0,390	0,360	0,030
16	0,350	0,390	0,370	0,020
20	0,380	0,420	0,400	0,020

*Tabela 6: dados para a deflexão vertical frequência a frequência*

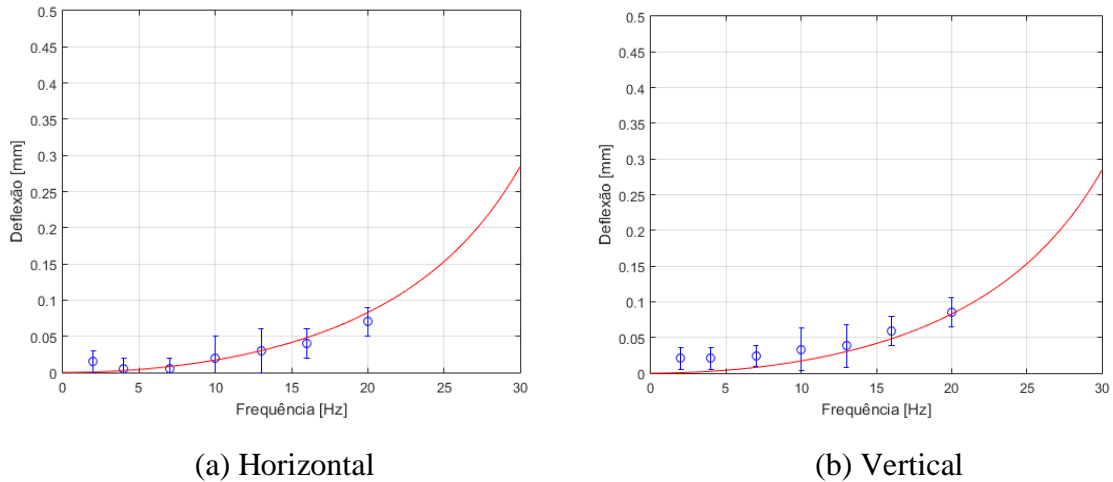
Frequência [Hz]	Vertical			
	Mínimo [mm]	Máximo [mm]	Média [mm]	Erro [mm]
2	0,347	0,354	0,3505	0,0035
4	0,346	0,355	0,3505	0,0045
7	0,350	0,358	0,3540	0,0040
10	0,355	0,371	0,3630	0,0080
13	0,357	0,380	0,3685	0,0155
16	0,384	0,392	0,3890	0,0050
20	0,400	0,430	0,4150	0,0150

Utilizou-se a Equação (13) dividindo seu numerador e denominador pela frequência natural ( $\omega_n$ ) a fim de que se obtenha uma aproximação do resultado teórico para comparar com. A seguir seguem os dados utilizados:

- Frequência natural: 43,35Hz
- Coeficiente de amortecimento baixo: 0,001
- Massa do disco \* Deflexão / Massa Total: 0,3

A seguir é apresentada a Figura 22 (a) e (b), demonstrando que os resultados práticos (pontos azuis, com os erros em barra) se aproximaram satisfatoriamente do teórico (linha vermelha) tanto para a deflexão horizontal quando para a vertical.

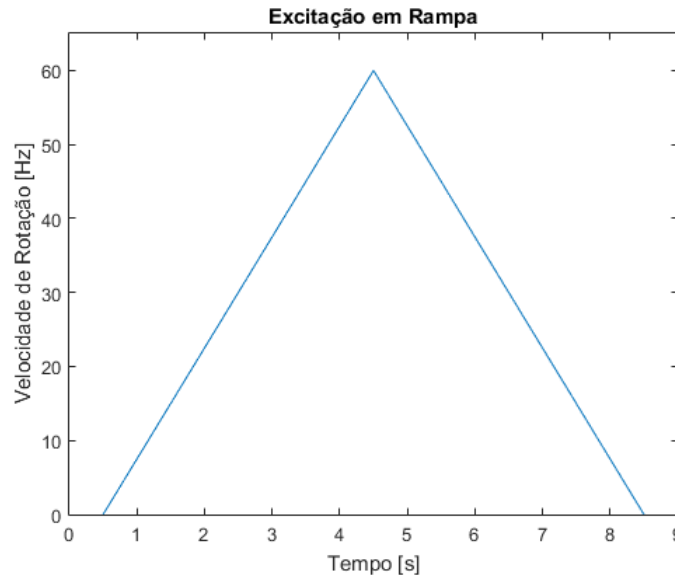
*Figura 22: resultado teórico para a deflexão do sistema e resultado experimental obtidos para as primeiras frequências*



### 4.3 Teste de deflexão: excitação em rampa

Nesta seção, a excitação imposta no motor será em formato de rampa. Nos primeiros 0,5 [s] a rotação será nula, nos próximos 4 [s] a aceleração será constante em  $15 \left[ \frac{\text{Hz}}{\text{s}} \right]$ , em seguida negativamente constante em  $-15 \left[ \frac{\text{Hz}}{\text{s}} \right]$  e finalmente nula durante os 0,5s finais. O estudo será a resposta gráfica do deslocamento mediante o modo de operação. A Figura 23 exemplifica a excitação graficamente e a mesma foi controlada através do inversor de frequências do motor. O software MATLAB e sua interface com a Placa de Controle NI PCI 6229 foi utilizado para a configurar a excitação em rampa no inversor.

*Figura 23: gráfico da excitação em rampa imposta no motor*



O teste foi realizado num período de amostragem total de 9 [s] e com uma taxa de amostragem de 1000 [Hz]. O estudo foi destrutivo na faixa de operação de 40Hz, resultando na quebra do eixo, conforme evidenciado na Figura 24. Conforme a velocidade de rotação aproximou-se da velocidade crítica (44Hz para a experimental) os esforços presentes no eixo tornaram-se de tamanha amplitude que o mesmo não os suportou, quebrando.

*Figura 24: eixo quebrado após excitação em rampa*

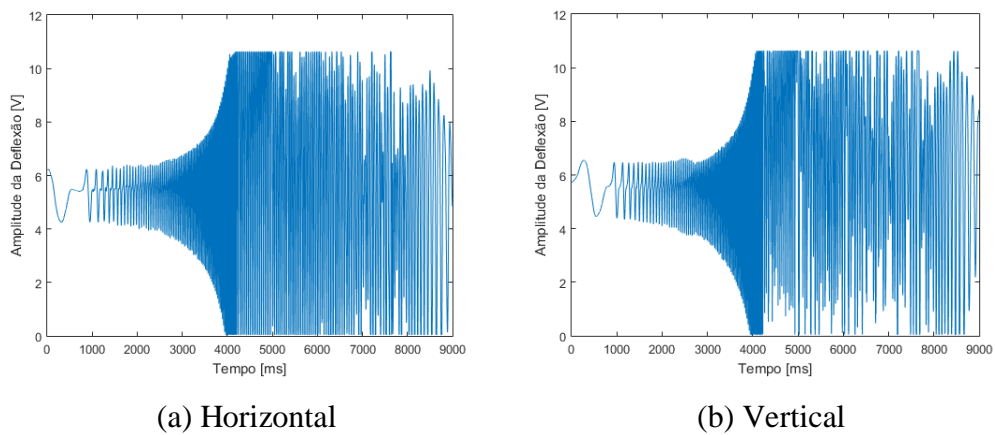


O eixo impresso verticalmente pode ter acarretado em erro de coaxialidade entre ele e o disco, amplificando as forças internas perto da velocidade crítica (efeito intensificado pela presença de um anel de aço de massa não desprezível). Além disso, as tolerâncias na impressão

3D de peças circulares também podem ter influenciado no desbalanço, pois implica em erro de concentricidade no momento de acoplar o disco no eixo. Outra futura análise a ser realizada pode incluir incremento no nível de preenchimento da peça manufaturada para aumentar a máxima tensão suportada pré ruptura.

Percebe-se que, analisando a Figura 25, a quebra aconteceu pouco antes dos 4 [s]. Após este momento, os dados tornam-se inutilizáveis visto que o sistema já havia quebrado. No entanto, mesmo o ensaio sendo destrutivo, os dados na faixa de operação entre 0 [s] e 4 [s] podem ser aproveitados para análise aproximada do comportamento do sistema.

Figura 25: resposta da deflexão em voltagem à excitação em rampa do sistema



Os mesmos procedimentos adotados na Seção 4.2 para centralização do sinal em torno do 0 do eixo das ordenadas e também para a conversão do sinal de voltagem [V] para deflexão [mm] foram realizados para os dados obtidos para a excitação em rampa até os 4 [s].

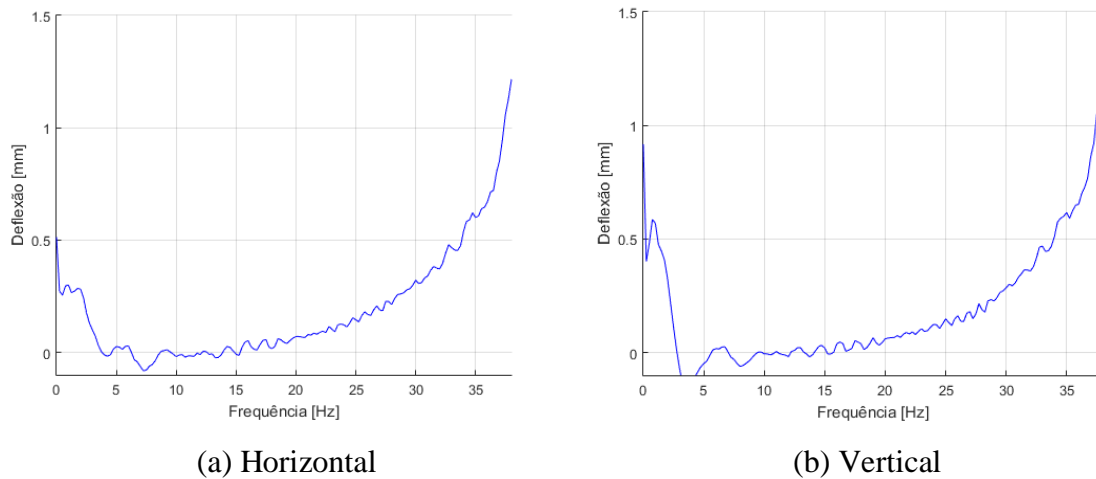
Em seguida a função do MATLAB *fft* foi utilizada para encontrar uma aproximação da função transferência da deflexão vertical e horizontal até os 4 [s] de amostragem. Com a finalidade de transformar esse resultado com o sistema em aceleração no que seria analogamente obtido com o sistema em quase-equilíbrio (sem aceleração) basta seguir a equação abaixo:

$$u_{c_{semi\ equilibrium}} = \left| FFT \left( u_{c_{aceleração}} \right) \right| \frac{T_s}{N_s \sqrt{\frac{\pi}{2\Omega}}} \quad (14)$$

$T_s$  representa o período de amostragem utilizado que foi de 4 [s], até a eminência da destruição.  $N_s$  é o número de dados obtidos e neste caso foi de 4000 (taxa de amostragem de

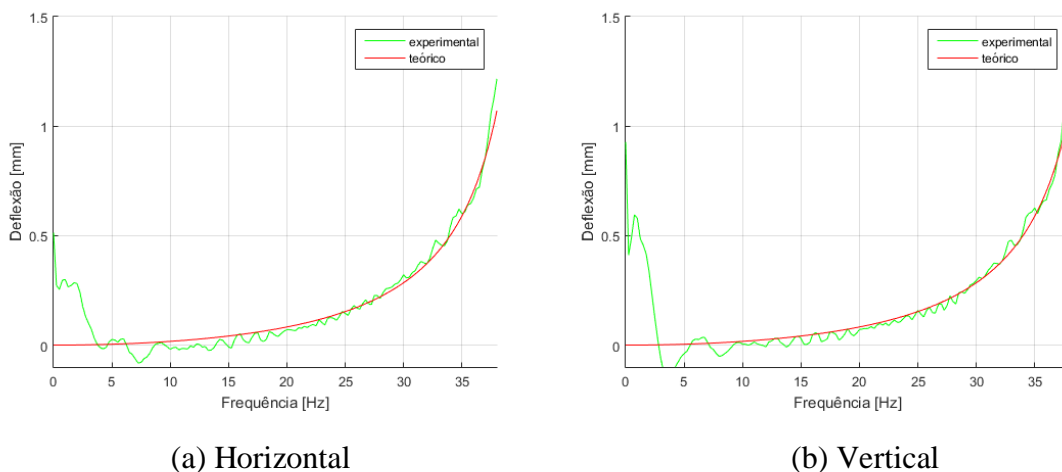
1000 [Hz] multiplicada pelo período de amostragem  $T_s$ ). Logo após, a função *smooth* foi empregada com o intuito de suavizar e centralizar o sinal obtido. A Figura 26 demonstra os resultados obtidos para a deflexão horizontal e vertical, destacando que a função *fft* do MATLAB não possui acurácia nos extremos de sua utilização.

Figura 26: resposta da excitação em rampa transformada para sistema em quase-equilíbrio



A Figura 27 compara os resultados experimentais da resposta em rampa com o teórico tanto para a deflexão horizontal (a) quanto para a vertical (b). Os dados experimentais do início de ambos os gráficos estão em grande discordância com a teoria, pois, conforme já explicado, a função do MATLAB *fft* contém erros grandes na fronteira inferior e superior na função a qual foi utilizada. Observa-se que, mesmo analisando a fração de 0 a 4 [s] da resposta, os dados experimentais corroboram com a teoria proposta com significativo grau de precisão.

Figura 27: resposta da excitação em rampa, teórico x experimental



## 5. Conclusão

Os testes de frequência natural, deflexão frequência a frequência e em rampa demonstraram que a eixos cuja manufatura foi realizada por impressão 3D do tipo *FDM* possuem comportamentos dinâmicos muito similares com a teoria aqui proposta, salvo algumas exceções. Primeiro, o ensaio foi destrutivo, portanto não se pode avaliar o comportamento do modelo após a primeira velocidade crítica. Algumas hipóteses aqui foram levantadas para que futuros estudos levem em conta na estruturação de seus experimentos e manufatura de modelos similares:

- Sentido de impressão, vertical ou horizontal, pode influenciar na tolerância de coaxialidade das peças.
- Nível de tolerância da impressão pode auxiliar a construção de estruturas e aumentar positivamente a circularidade de peças cujo design possui elementos redondos.
- Aumentar o nível de preenchimento deve incrementar a resistência da peça à tração, portanto a mesma resistirá com maior eficácia à esforços de magnitude elevada.

Portanto, levando em conta os pontos acima apresentados a utilização de manufatura aditiva para a construção de rotores demonstrou-se factível e com grande potencial. Conforme apresentado nos outros dois trabalhos aqui abordados cujo escopo de estudo era similar, possíveis otimizações de design podem ser estudadas na dinâmica de rotores com o advento da impressão 3D.

## REFERÊNCIAS

Altan, B.D. **Investigation of 3D Printed Savonius Rotor Performance**. 2016, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering. Denizli, Turkey 2016.

Cota, E.R. **Análise Dinâmica de Rotores em Balanço Utilizando Procedimentos Computacionais e Experimentais**. 2008. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia da UFMG, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

Deckard, C.R. BOARD OF REGENTS, THE UNIVERSITY OF TEXAS SYSTEM. **Apparatus for Producing Parts by Selective Sintering**. US n. US05597589A, 17 out. 1986. Disponível em:< <https://www.google.com/patents/US5597589>>. Acesso em 29 Out. 2018.

Dunkerley, S. **On the Whirling and Vibration of Shafts**. In: Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. 185, 1894. p.279-360.

Gunter, E.J. **Dynamic Stability of Rotor-Bearing Systems**. 1966. NASA-SP-113. Technical Report. Washington, NASA, 1966 234 P. Disponível em:<<https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19670002613.pdf>>. Acesso em 24 Out. 2018.

Fontes, Y.C. **Resposta ao Desbalanço de Rotor com Absorvedor Dinâmico Rotativo com Elemento Visco elástico**. 2015. F628r. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

Masters, W.E. **System and Method for Computer Automated Manufacture with Reduced Object Shape Distortion**. 1989. US number: US005216616A. Disponível em:<<https://patentimages.storage.googleapis.com/db/54/13/ee4bfcee46fc58/US5216616.pdf>>. Acesso em 29 Out. 2018.

Palermo, E. **What is Laminated Object Manufacturing?** 2013, LiveScience. Disponível em:< <https://www.livescience.com/40310-laminated-object-manufacturing.html>>. Acesso em 30 Out. 2018.

Pereira, J.C. **Introdução à Dinâmica de Rotores**. 2005. Apostila - Departamento de Engenharia Mecânica UFSC, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

Stetz, K. **Solid Ground Curing (SGC)**. 2009, Rapid Prototyping Study. Disponível em:<<https://kylestetzerp.wordpress.com/2009/05/20/solid-ground-curing-sgc/>>. Acesso em 30 Out. 2018.

Su, A.; Al'Aref, S.J. **History of 3D Printing**. Academic Press. 3D Printing Applications in Cardiovascular Medicine, 2018.

Urbaneck, S. **Additive Manufacturing of a Soft Magnetic Rotor Active Part and Shaft for a Permanent Magnet Synchronous Machine**. 2018, German Research Association for Drive Technology. Project 731 II 'Soft Materials for 3D Printing'.

Vance, J. M. **Rotordynamics of Turbomachinery**. ISBN 0-471-80258-1. John Wiley & Sons, Inc., 1988. Disponível em: <<https://bit.ly/2Rg517d>>. Acesso em 25 Out. 2018.

Wohlers T, Gornet T. **History of additive manufacturing**. Wohlers Associates, Inc., Wohlers Report 2016. Disponível em:< <http://www.wohlersassociates.com/history2016.pdf>>. Acesso em 24 Out. 2018.

YOUNG, S.; ZONGLI, L.; ALLAIRE, P.E. Control of Surge in Centrifugal Compressors by Active Magnetic Bearing. Springer, 2012.

3D Hubs. **Additive Manufacturing Technologies: An Overview**. Ben Redwood, 2018. Disponível em: <<https://www.3dhubs.com/knowledge-base/additive-manufacturing-technologies-overview>>. Acesso em 1 Set. 2018.