UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

LAÍS SILVA COSTA NASCIMENTO

CRIAÇÃO DE AÇÕES EDUCATIVAS PARA A MATEMATECA

Análise de viabilidade

SÃO PAULO
2025

LAÍS SILVA COSTA NASCIMENTO

CRIAÇÃO DE AÇÕES EDUCATIVAS PARA A MATEMATECA

Análise de viabilidade

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade de São Paulo, como parte das atividades acadêmicas do curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Colli.
Co-orientadora: Isabela Porto Cavalcante.

SÃO PAULO

2025

MAT0451 – Projetos de Ensino

Aluna: Lais Silva Costa Nascimento

Título do trabalho: Criação de ações educativas para a Matemateca

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Colli (MAP-IMEUSP)

Banca:
Prof. Dr. Eduardo Colli (MAP)
Prof. Dr. Leonardo Barichello (MAT)
Prof. Dr. Márcio Vieira de Almeida (MAT)

Data da apresentação: 02.12.2025

Conceito final: 9,0

Eduardo Colli
____

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha mãe, por ter sido a base de toda a minha vida e por tudo o que me ofereceu. Sei que estaria muito orgulhosa ao me ver concluir esta jornada.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente ao pessoal da Matemateca, Patty e Professor Dr. Eduardo Colli, por estarem comigo desde o início da minha graduação, e me abrirem caminhos extraordinários.

À Professora Isabela Porto Cavalcante, pelas orientações valiosas durante a elaboração deste trabalho.

À minha família, sobretudo meus pais, por sempre me apoiarem em minhas decisões e me incentivarem a batalhar pelo melhor.

Aos meus amigos, por tornarem cada etapa deste caminho mais simples, leve e emocionante. Minha gratidão.

EPÍGRAFE

“Não sei como você é; preciso saber. Não sei também onde você está (sei apenas que está em algum lugar); preciso saber onde você está para que eu possa ir até lá falar com você e para que possamos nos entender, e negociar um projeto no qual eu gostaria que estivesse presente à perspectiva de você ir a lugares novos.”

(Rômulo Campos Lins)

RESUMO

Este trabalho analisa a aplicação de ações educativas da Matemateca em um contexto de educação não formal, investigando sua viabilidade e seus impactos no processo de aprendizagem de uma turma de Ensino Fundamental. Fundamentado em Paulo Freire, Vygotsky, Marandino e Gohn, o estudo considera a centralidade do diálogo, da mediação cultural e da participação ativa na constituição de ambientes de aprendizagem significativos.

As ações educativas das peças Balancinho, Anamorfose do Cilindro Espelhado e Pontes de Königsberg foram desenvolvidas ao longo de sete aulas e possibilitaram observar transformações relevantes nos estudantes, como maior autonomia, engajamento, espontaneidade e abertura à exploração dos conceitos matemáticos. Para além disso, constatou-se que os alunos demonstraram maior envolvimento quando manipulavam as peças da Matemateca e quando já haviam estabelecido vínculo com a mediadora, evidenciando a importância das interações sociais para a aprendizagem, como proposto por Vygotsky.

As atividades do Balancinho e da Anamorfose foram particularmente eficazes, enquanto a atividade das Pontes de Königsberg, ação sobre grafos, gerou compreensão parcial, ainda que tenha oferecido um primeiro contato significativo com o tema. Os resultados indicam que as ações educativas foram viáveis, favoreceram a aprendizagem e contribuíram para tornar o ensino de matemática mais prazeroso e significativo para os estudantes, confirmando os objetivos gerais e pessoais da pesquisa.

Palavras-chave: educação não formal; ações educativas; Matemateca; ensino de matemática; aprendizagem significativa.

ABSTRACT

This work analyzes the implementation of educational activities from the Matemateca within a non-formal education context, examining their feasibility and their impact on the learning processes of a lower secondary school class. Grounded in the theoretical contributions of Paulo Freire, Lev Vygotsky, Martha Marandino, and Maria da Glória Gohn, the study highlights the centrality of dialogue, cultural mediation, intentionality, and active participation in the construction of meaningful learning environments.

The educational actions using the pieces *Balancinho*, *Anamorfose do Cilindro Espelhado*, and *Pontes de Königsberg* were developed over seven classes and allowed the observation of relevant transformations in the students, such as increased autonomy, engagement, spontaneity, and openness to exploring mathematical concepts. Results showed that students were more involved when they manipulated the Matemateca pieces and when a trusting relationship had already been established with the mediator, reaffirming the importance of social interaction for cognitive development, as proposed by Vygotsky.

The activities involving the *Balancinho* and the *Anamorfose* proved particularly effective in promoting exploration, creativity, and conceptual understanding. The activity of Pontes de Königsberg, on graph theory, although resulting in only partial comprehension, offered students a valuable first encounter with the topic, fulfilling its introductory purpose. Overall, the findings indicate that the educational actions were feasible, positively influenced the students' learning processes, and contributed to making mathematics more enjoyable and meaningful, thus meeting both the general objectives of the project and the researcher's personal goals.

Keywords: *non-formal education; educational activities; Matemateca; mathematics teaching; meaningful learning.*

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Matemateca é um Centro de Difusão e Ensino vinculado ao Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação da Universidade de São Paulo (IME-USP), que tem como objetivo tornar o entendimento da matemática mais acessível, intuitivo e lúdico, por meio de um extenso acervo composto por diversas peças relacionadas a diferentes conteúdos matemáticos.

Com o intuito de dar continuidade a esse propósito, o presente Projeto de Ensino propõe a implementação de ações educativas nas exposições da Matemateca, visando ampliar a difusão do conhecimento e enriquecer a experiência dos visitantes. Mais especificamente, propõe-se que cada peça tenha sua própria ação educativa, que se assemelha a uma sequência didática de conteúdos a serem trabalhados, a depender da peça.

Ao propor atividades dinâmicas, experimentais e participativas, a Matemateca busca também transformar a maneira como os estudantes percebem a matemática, de uma disciplina tradicionalmente vista como difícil e distante do seu cotidiano para uma experiência prazerosa, curiosa e significativa. Assim, aprender matemática passa a ser um processo de descoberta e criação, não apenas de memorização e raciocínio abstrato.

A dinâmica de funcionamento da Matemateca, enquanto museu matemático, baseia-se em um modelo de visitas mediadas. As escolas interessadas entram em contato com a instituição para agendar uma visita, que ocorre normalmente no próprio espaço do IME USP. Após o agendamento, são escolhidos monitores responsáveis por mediar a relação entre os alunos e as peças, explicando os conceitos matemáticos por trás de cada uma delas, mas também incentivando a exploração autônoma e o protagonismo dos estudantes.

Nesse contexto, as ações educativas surgem como um complemento essencial à experiência museológica, oferecendo atividades estruturadas para serem realizadas antes, durante e após a exposição, de modo a potencializar o aprendizado e estabelecer conexões mais significativas entre os conceitos apresentados e o repertório dos alunos.

Essa proposta dialoga diretamente com o pensamento de Paulo Freire, para quem o conhecimento não se transmite de forma unilateral, mas se constrói na interação e na problematização da realidade. Freire (1996) defende que "ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção", o que está em plena sintonia com o caráter investigativo e participativo das ações educativas.

Além disso, a abordagem freireana valoriza o diálogo e a experiência concreta como instrumentos de emancipação e desenvolvimento crítico. Nesse sentido, as ações educativas da Matemateca se configuram como práticas pedagógicas que estimulam a curiosidade, a reflexão e a autonomia dos estudantes, princípios que Freire (1987) considera fundamentais para uma educação libertadora.

Assim, o objetivo central do projeto é aprofundar a aprendizagem matemática dos estudantes do ensino básico e transformar sua relação com a disciplina, promovendo um olhar mais curioso, investigativo e prazeroso em relação à matemática. Para tanto, quando uma escola manifesta interesse em visitar a Matemateca, este presente trabalho busca propor não apenas a realização da visita em si, mas a participação em um projeto mais amplo, que integra a experiência museológica a um percurso educativo estruturado e reflexivo, fundamentado em uma perspectiva dialógica e humanizadora.

Dessa forma, considera-se que a cena pedagógica e seu potencial educativo se manifestam por meio dos múltiplos sentidos que os sujeitos constroem e ressignificam no fluir das interações, das relações sociais, da cultura à qual pertencem e da necessidade de reconhecer os saberes de todos os atores envolvidos na ação educativa. Nesse processo, destaca-se o protagonismo dos alunos e o papel do professor como organizador do ambiente de aprendizagem (FREIRE, 1980; VIGOTSKI, 2003).

Para Paulo Freire (1980, p. 69), "educação é comunicação, é diálogo, na medida em que não é a transferência de saber, mas um encontro de sujeitos interlocutores que buscam a significação dos significados". Essa perspectiva rompe com a concepção tradicional de educação passiva, em que o aluno é mero receptor de informações, e propõe uma aprendizagem ativa, colaborativa e situada. Tal ideia dialoga diretamente com a proposta das ações educativas da Matemateca, que buscam construir ambientes de aprendizagem participativos, nos quais os estudantes possam experimentar, investigar e refletir coletivamente sobre os conceitos matemáticos apresentados.

Como destacam Braga e Calazans (2001, p. 81), vivemos em uma sociedade em que “as comunicações se aceleram e em que as interações, processos e pontos de articulação se multiplicam”, o que exige que o sistema educacional se reinvente constantemente. Assim, as ações educativas da Matemateca assumem esse papel de inovação, propondo experiências pedagógicas interativas, dialógicas e culturalmente situadas, capazes de transformar o aprendizado em um espaço de construção coletiva de significados.

Para orientar tanto a formulação quanto a análise do projeto, foram adotados como referenciais teóricos os estudos de Lev Vygotsky, que oferece uma base sólida para compreender o processo de aprendizagem e interpretar os resultados obtidos. Vygotsky destaca o papel da interação social, da cultura e da linguagem na construção do conhecimento, fundamentos que dialogam diretamente com as propostas de mediação e protagonismo presentes nas ações educativas.

2 AÇÕES EDUCATIVAS

2.1 DEFINIÇÃO

Ações educativas são conjuntos intencionais de atividades e mediações pedagógicas planejadas para promover a apropriação de saberes, habilidades e significados por parte dos participantes, articulando objetivos de aprendizagem, estratégias de interação e recursos materiais e simbólicos. Em contexto museológico, caracteriza-se por articular momentos de mediação (leitura, investigação guiada, experimentação e reflexão), valorizando a experiência direta do visitante, a interação social e a construção contextualizada de sentido. Em suma, trata-se de uma prática educativa situada, mediada e propositiva, cujo propósito é transformar a relação do público com o objeto de estudo por meio de atividades intencionalmente concebidas.

As ações educativas têm como objetivo promover experiências que articulem dimensões cognitivas e afetivas da aprendizagem. Mais do que transmitir informações, essas ações buscam afetar positivamente os indivíduos, despertando curiosidade, interesse e prazer pelo conhecimento, além de possibilitar a criação de laços e memórias significativas. De acordo com Marandino (2008), as ações educativas em espaços de divulgação científica têm como finalidade "favorecer processos de significação" que envolvem não apenas o intelecto, mas também as emoções e as interações sociais dos sujeitos. Dessa forma, ao criar situações em que o visitante se envolve, sente e reflete, a ação educativa cumpre seu papel de transformar a relação entre o sujeito e o conhecimento, tornando a aprendizagem mais profunda, prazerosa e significativa.

De acordo com Martha Marandino (2008), as ações educativas devem ser aplicadas preferencialmente em ambientes não escolares, como museus, centros de ciência ou espaços de divulgação científica, onde a aprendizagem se dá de forma mais livre, interativa e significativa. Nessa mesma perspectiva, Maria da Glória Gohn (2006) ressalta que essas ações são frutos da *educação não formal*, ou seja, de processos educativos que ocorrem fora das instituições escolares tradicionais. Diferente da educação formal, que é estruturada, sistematizada e vinculada a currículos oficiais, a educação não formal busca promover o aprendizado por meio da experiência, do diálogo e da participação ativa dos sujeitos em contextos sociais e culturais diversos.

É necessário esclarecer que as ações educativas são um tópico dentro da educação não formal, sendo essencial fazer a correta diferenciação entre educação formal e não formal, o que será abordado a seguir.

2.2 EDUCAÇÃO FORMAL E EDUCAÇÃO NÃO FORMAL

Como já relatado, entende-se por ação educativa uma medida própria da educação não formal. No entanto, para compreender plenamente esse conceito, é necessário antes diferenciar a educação não formal da educação formal.

A primeira e mais evidente distinção é que a educação formal ocorre dentro das instituições escolares, com conteúdos e objetivos previamente definidos, seguindo currículos oficiais e normas estabelecidas. Já a educação não formal se desenvolve em espaços alternativos, fora do ambiente escolar, e tem como base o compartilhamento de experiências, a participação ativa e a interação entre os sujeitos.

De acordo com Gohn (2006), a educação não formal se caracteriza por ser um processo de formação que acontece fora dos espaços escolares, de modo intencional, organizado e contínuo, voltado à ampliação de saberes e valores que contribuem para a formação cidadã. Assim, mesmo não estando vinculada à certificação, essa modalidade possui finalidades educativas claras e uma estrutura planejada para atingir determinados objetivos formativos.

Na educação formal, o papel do professor é claramente identificado, sendo ele o mediador do conhecimento de maneira institucionalizada. Já na não formal, o educador é aquele com quem se interage, como um mediador, monitor, pesquisador, responsável por promover a troca de saberes e a construção conjunta do conhecimento.

Outro ponto importante é o local de atuação. Enquanto a educação formal se dá em escolas regulamentadas e certificadas, organizadas segundo diretrizes nacionais, a educação não formal ocorre em espaços mais abertos e dinâmicos, como museus, centros culturais, projetos sociais e ambientes comunitários. Nesses espaços, desenvolvem-se processos interativos intencionais que valorizam o diálogo e o protagonismo dos sujeitos. Apesar de o mais comum ser o museu, não se restringe a ele, podendo ocorrer também em bibliotecas, centros culturais, meios de comunicação de massa, etc.

Como destaca Marandino (2008), as ações educativas em museus e centros de ciências configuram práticas de educação não formal, pois envolvem atividades planejadas que buscam promover a construção de significados a partir da interação entre o público, o objeto e o conhecimento científico. Dessa forma, essas ações não apenas transmitem conteúdos, mas buscam afetar positivamente os indivíduos, ampliando a absorção de conhecimentos, estimulando a curiosidade, fortalecendo vínculos e criando memórias significativas.

Além disso, conforme ressalta Gohn (2006, p. 29), “a educação não formal capacita os indivíduos a se tornarem cidadãos do mundo, no mundo. Sua finalidade é abrir janelas de conhecimento sobre o mundo que circunda os indivíduos e suas relações sociais. Seus objetivos não são dados *a priori*, eles se constroem no processo interativo, gerando um processo educativo.” Essa concepção reforça a ideia de que o aprendizado ocorre de forma contínua, situada e transformadora, a partir da vivência e da troca entre sujeitos.

Enquanto a educação formal pressupõe ambientes normatizados, com regras e comportamentos definidos previamente, a educação não formal ocorre em contextos construídos coletivamente, a partir das experiências e interesses dos participantes. Nessas situações, o ato de participar, aprender e compartilhar saberes é marcado pela liberdade, pelo diálogo e pelo engajamento, valorizando a dimensão humana e social do aprendizado.

Ainda segundo Maria da Glória Gohn em sua obra *Educação não-formal, participação da sociedade civil e estruturas colegiadas nas escolas* (2006), a educação não formal tem uma forte dimensão ética, cidadã e transformadora, buscando desenvolver sujeitos críticos, conscientes e participativos. A autora sintetiza seus principais objetivos como sendo:

a) Educação para cidadania;
b) Educação para justiça social;
c) Educação para direitos (humanos, sociais, políticos, culturais etc.);
d) Educação para liberdade;

e) Educação para igualdade;

f) Educação para democracia;

g) Educação contra discriminação;

h) Educação pelo exercício da cultura e para a manifestação das diferenças culturais.

Essa perspectiva evidencia que a educação não formal vai muito além da transmissão de conteúdos: ela busca formar indivíduos capazes de compreender e transformar a realidade, construindo saberes a partir da vivência, da troca e da reflexão crítica sobre o mundo que os cerca.

É considerável salientar que, em hipótese alguma, a educação não formal substitui ou compete com a formal, por mais que ambas possuam alguns objetivos em comum, como a formação de um cidadão pleno.

Além disso, é importante relembrar que ações educativas pensadas somente por parte da instituição não são suficientes, cabendo a responsabilidade também à escola de aderir ao projeto e se comprometer a passar as atividades necessárias para os alunos e, além disso, é importante que os alunos queiram participar, se engagem e interajam da forma esperada. Sendo assim, é de extrema relevância se atentar para o papel dos agentes mediadores no processo: os educadores, os mediadores, assessores, facilitadores, monitores ou referências.

Diante do exposto, as ações da Matemateca legitimam-se como práticas de educação não formal por materializarem os critérios fundamentais apontados pela literatura. Dialogando com Gohn (2006), a instituição se enquadra neste campo por promover uma aprendizagem intencional e estruturada, porém realizada fora das amarras do currículo escolar rígido e da obrigatoriedade de certificação. A Matemateca oferece o ambiente de liberdade e participação voluntária descrito pela autora, onde a construção do conhecimento matemático ocorre via interação social e troca de experiências, visando a formação de uma cultura científica cidadã.

Simultaneamente, a proposta adere à perspectiva de Marandino (2008) sobre a educação em museus e centros de ciências. Ao priorizar a mediação humana e a interação direta com as peças (o objeto do conhecimento), as ações da Matemateca afastam-se da mera exposição contemplativa. Elas configuram-se como processos de educação não formal porque focam na 'significação': o objetivo não é apenas ensinar um teorema, mas afetar o visitante, despertando curiosidade e permitindo que ele construa sentido a partir de sua própria exploração e contexto, características intrínsecas à aprendizagem em espaços não escolares.

3 MUSEUS

3.1 O QUE É UM MUSEU

Neste capítulo será apresentado o conceito de museu e um breve histórico sobre sua origem. Os museus surgiram como uma forma de preservação de bens culturais e científicos, inicialmente impulsionados pelo orgulho nacional e pelo desejo de manter viva a memória coletiva. É certo que colecionar e catalogar são práticas intuitivas do ser humano e, com o acúmulo de artefatos encontrados e descobertos ao longo das viagens pelo mundo, as coleções particulares foram gradualmente dando origem às primeiras instituições museológicas.

Na obra *Educação em Museus: Pesquisas e Práticas*, da autora Paulette Macmanus e organização de Martha Marandino e Luciana Monaco, há o relato de uma mostra muito importante, conhecida como “Grande Exposição dos Trabalhos da Indústria de Todas as Nações”, ocorrida em Londres, em 1850. Essa mostra foi promovida nas áreas de artesanato e marcenaria, que pode ser considerada uma proposta educativa para o público. Até aquele momento, a educação formal era obrigatória somente até os oito anos de idade, e, depois disso, a maioria das pessoas deixava de estudar. Foi nesse contexto que se iniciou uma abordagem educacional nos museus. Assim, os museus passaram a ser cada vez mais vistos com um olhar voltado à motivação educacional, com a intenção de exercer uma influência positiva nas pessoas, sobretudo nas crianças.

É importante também comentar sobre os educadores dos museus e sua relevância. Eles não são os curadores, aqueles responsáveis por reunir as peças e montar a exposição, mas sim aqueles que dialogam com o público e se encarregam de construir o conhecimento de forma horizontal, diferentemente de como fazem os professores no modelo tradicional. A importância do educador museal reside no seu papel de promover o aprendizado dentro do ambiente do museu, atuando como mediador entre o acervo e o visitante.

Segundo Marandino e Monaco (2013), a função educativa dos museus é indissociável de sua função social, uma vez que essas instituições se configuram como espaços de construção de significados, mediação cultural e diálogo entre o público e o patrimônio. Essa perspectiva reforça a importância das ações educativas como instrumentos que potencializam o papel transformador dos museus, ampliando o alcance e o impacto do conhecimento neles produzido.

Dessa forma, pode-se classificar a Matemateca como um museu, pois possui as mesmas características, como a conservação e preservação de um patrimônio cultural, bem como a possibilidade de ressignificá-lo. Por esse motivo, o Centro promove uma educação não formal voltada às escolas visitantes, e é por isso que ações educativas são de extrema importância. Além de disseminar ensinamentos sobre conceitos matemáticos, a Matemateca também ensina sobre como se comportar em exposições, como explorar uma peça a fim de descobrir mais sobre os percursos de pensamento envolvidos e, principalmente, constrói o conhecimento de forma horizontal, em pé de igualdade, com o apoio de mediadores, alunos da USP que passam por um preparo específico para exercer essa função.

3.2 CONVERSA COM O MUSEU DE ARQUEOLOGIA E ETNOLOGIA DA USP

Durante a visita ao MAE (Museu de Arqueologia e Etnologia da Universidade de São Paulo), realizada no dia 22 de abril, eu e o Prof. Colli, orientador do presente trabalho, tínhamos o objetivo de obter mais ideias e esclarecer dúvidas relacionadas ao desenvolvimento do projeto. Na ocasião, os funcionários responsáveis pelas visitas e ações educativas explicaram como são realizadas as atividades. Antes do início das ações, eles promovem uma roda de acolhimento com as crianças, com o intuito de acalmá-las e orientá-las quanto à postura e aos cuidados necessários dentro do espaço do museu. Nesse momento, também são transmitidos avisos importantes, como as instruções sobre o manuseio adequado das peças. Essa prática se confirmou alinhada à definição de educação não formal, pois, além de promover a aprendizagem, também buscou socializar os indivíduos e prepará-los para a experiência coletiva de visitação.

Os funcionários do MAE também mencionaram a existência de um curso de formação obrigatório voltado aos professores que desejassem emprestar materiais do museu para utilizar em sala de aula. Tal iniciativa se mostrou coerente com o que discute Bezerra (2008) em capítulo publicado na coletânea organizada por Marandino (2008) “Educação não formal e divulgação em ciência: da produção do conhecimento a ações de formação". Neste capítulo, a professora Alessandra

Bezerra, ao discutir “Como formar educadores para a educação não formal?”, destaca como uma das primeiras medidas a introdução, na formação docente, da discussão sobre o uso de coleções de objetos com função educativa, exatamente como foi feito pelo MAE.

Esse curso de formação se revelou uma ação extremamente valiosa, pois representa um investimento em uma parceria sólida com o professor, fortalecendo a relação entre o museu e a escola. Além disso, os docentes participantes recebem um certificado de atividade de extensão, o que enriquece suas práticas pedagógicas, levando para a sala de aula novas perspectivas, metodologias e formas de mediação do conhecimento.

Por fim, foi dito que o museu mantinha um período semanal destinado à manutenção da exposição e ao planejamento de suas ações de gestão e educativas, prática que, de fato, foi observada e demonstrou a importância de uma estrutura organizada e contínua para o bom funcionamento das atividades de mediação e ensino.

4. PRÁTICA DAS AÇÕES EDUCATIVAS

4.1 ESTRUTURA PLANEJADA

Após o encontro realizado no MAE (Museu de Arqueologia e Etnologia da Universidade de São Paulo) e a leitura de algumas referências teóricas, foram desenvolvidas ideias para serem implementadas antes, durante e depois de cada exposição na Matemateca.

Antes da visita, além da formação destinada ao professor, que consistiria em explicações detalhadas sobre cada peça e sobre o passo a passo das atividades, ficou previsto que os alunos teriam acesso a materiais informativos sobre as peças disponíveis no *site* da Matemateca, depois responderiam a um questionário prévio e realizariam experimentos que simulassem o funcionamento das peças que seriam vistas durante a visita. Todo esse material foi elaborado para ser enviado por escrito ao professor, de forma clara, ficando a seu critério decidir se o conteúdo seria compartilhado diretamente com os alunos ou se ele próprio o apresentaria em sala de aula.

Durante a visita, a proposta previa que os estudantes respondessem a algumas perguntas que estimulassem a observação e a reflexão, sem tornar a atividade excessivamente densa, de modo a permitir que explorassem o acervo de forma autônoma, com o apoio dos mediadores sempre que necessário.

Após a visita, também seriam coletados dados dos alunos, juntamente com o *feedback* deles e do professor, por meio de um questionário físico, para posterior análise e apresentação dos resultados no encerramento deste trabalho.

É importante também ressaltar que o foco da pesquisa é voltado para alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, sejam de instituições públicas ou particulares. Considerando que a Matemateca possui um acervo extenso e diversificado, planejou-se selecionar algumas peças e dividir os alunos em grupos, de modo que cada grupo tivesse como foco uma determinada peça relacionada a um conteúdo presente no currículo escolar, como probabilidade, geometria, entre outros.

Para turmas com cerca de trinta alunos, foram consideradas duas possibilidades de organização: cinco grupos de seis estudantes ou dez grupos de três, de acordo com o número de peças e o nível de complexidade de cada uma.

Dentre as peças cogitadas[1] para a criação das ações educativas, destacaram-se a Anamorfose do Cilindro Espelhado e o Inversor de Peaucellier, em razão de suas propriedades geométricas; o Balancinho e o Cone que Sobe a Rampa, por abordarem conceitos relacionados à previsibilidade; os Nós e as Superfícies Regradas, por suas relações interdisciplinares com outros campos do conhecimento; o Ladrilhamento e os Poliedros, por tratarem de ângulos, simetrias e pavimentação; a peça Amostragem, por explorar conceitos de pesquisa e probabilidade; o Arco Capaz, por possibilitar a introdução do uso do GeoGebra; e, por fim, as Pontes de Königsberg, por permitirem o trabalho com o tema dos grafos. As peças efetivamente escolhidas, bem como suas razões, serão explicitadas no capítulo a seguir.

4.2 DIFICULDADES ENFRENTADAS

Como já discutido anteriormente, o projeto dependia fortemente do interesse das escolas em complementar as visitas com as ações educativas. Porém, além de a Matemateca ter enfrentado um período de baixa procura no primeiro semestre deste ano, das poucas escolas agendadas, nenhuma se interessou em aderir ao que foi proposto. Por exemplo, entre os meses de maio a julho apenas cinco instituições de ensino procuraram o museu, e, dentre essas cinco, somente duas estavam aptas para o programa, seguindo as normas da disciplina MAT 451. Essas duas não retornaram quanto à aplicação.

Assim, nota-se que essa disposição não seria viável, possivelmente em razão de o professor não dispor de tempo nem de recursos necessários para realizar as tarefas essenciais, ou ainda por não ter havido uma explicação suficientemente clara no protocolo. Outro fator que pode ter contribuído para a falta de adesão é a extensão excessiva do documento, que acaba dificultando a comunicação das informações. Por todos esses motivos, buscou-se uma alternativa que ajudasse a

[1] O acervo completo, incluindo estas e outras peças, está disponível para consulta em: https://matemateca.ime.usp.br/acervo.html.

solucionar o problema, surgindo então a oportunidade de aplicar o projeto como uma disciplina eletiva, em uma instituição pública realizada na região do Butantã.

4.3 PROPOSTA DE ELETIVA

Após algum tempo em busca de escolas possíveis para a aplicação do presente projeto, surgiu a oportunidade de eu mesma implementá-lo como uma disciplina eletiva em uma escola pública da região do Butantã, reconhecida por sua qualidade de ensino e por contar com diversos estagiários que são alunos da USP.

Essa disciplina seria oferecida aos estudantes do 8º e 9º ano dos Anos Finais do Ensino Fundamental e, por se tratar de uma eletiva, sua participação não seria obrigatória, logo os alunos poderiam optar por se inscrever voluntariamente.

É fundamental destacar que estamos cientes da aparente contradição de realizar uma ação educativa de natureza museal (não formal) dentro do espaço físico da escola (formal). No entanto, o formato de disciplina eletiva permitiu preservar as características essenciais da educação não formal, operando como um contraponto à rigidez do ensino tradicional. Ao priorizar a adesão voluntária, a ausência de avaliações quantitativas e a liberdade de exploração, a proposta subverteu a lógica escolar padrão, mantendo o foco na experiência, no engajamento e na construção de significado pessoal, objetivos típicos das ações educativas em museus, mesmo estando geograficamente situada em uma sala de aula.

O professor responsável por essas turmas informou que esperava cerca de quinze estudantes inscritos, e que a disciplina seria realizada ao longo de sete aulas, nos meses de agosto, setembro e na primeira semana de outubro. As aulas aconteceriam semanalmente, com exceção de duas ocasiões em que foi necessário um intervalo de duas semanas.

Dessa forma, iniciou-se o processo de planejamento e adaptação do projeto originalmente concebido para exposições, de modo a ajustá-lo ao novo formato escolar. Após algumas discussões e ajustes, definiu-se que as sete aulas seriam organizadas da seguinte maneira: duas aulas para a peça do Balancinho, duas para a Anamorfose, duas para as Pontes de Königsberg e uma aula final de encerramento, destinada à apresentação de outras peças, abertas à exploração e experimentação dos alunos.

Cada dupla de aulas foi dividida em duas etapas complementares: A primeira etapa correspondeu ao pré-exposição, momento em que os estudantes realizariam as atividades propostas e responderiam ao Questionário - Etapa 1; A segunda etapa referiu-se à exploração da peça, na qual os alunos teriam contato direto com o objeto, interagiriam com ele e, em seguida, responderiam ao Questionário - Etapa 2.

As demais alterações e particularidades referentes a cada peça estão detalhadas no capítulo seguinte, que apresenta o processo de criação de cada ação educativa.

5 PROCESSO DE CRIAÇÃO DE CADA AÇÃO EDUCATIVA

Como mencionado anteriormente, a proposta inicial do projeto previa sua realização com uma turma de aproximadamente trinta estudantes, de escolas interessadas em participar de uma exposição da Matemateca. Nessa configuração, a aplicação das atividades seria conduzida pelo próprio professor da turma, previamente orientado por meio de textos informativos, um de caráter geral e outro específico para cada peça selecionada.

O objetivo era que o grupo de trinta estudantes fosse dividido em seis subgrupos de cinco integrantes cada, de modo que dois grupos ficassem responsáveis por uma mesma peça. Assim, cada uma das três peças selecionadas seria trabalhada por dois grupos distintos, permitindo comparações entre percepções e resultados.

A coleta de dados, nesse formato inicial, ocorreria em diferentes etapas. Antes da visita à Matemateca, o professor recolheria os questionários aplicados aos alunos e elaboraria um diário de bordo relatando sua experiência, impressões sobre o envolvimento da turma, dificuldades encontradas, aspectos positivos e eventuais diferenças observadas entre as atividades de cada peça, entre outros.

Durante a visita, os estudantes teriam acesso a um formulário *on-line*, disponível em seus próprios celulares, no qual responderiam às perguntas relacionadas às atividades durante e após a exposição. Esse formulário permaneceria aberto até o encerramento do projeto, permitindo que as respostas fossem completadas até a aula final, também conduzida pelo professor. Esse formulário funcionaria como um “Estudo Dirigido”, servindo também para orientar os estudantes na exposição.

A seguir será apresentado o processo de elaboração de cada uma das ações educativas, bem como as adaptações necessárias em função das mudanças de formato ocorridas ao longo do desenvolvimento do projeto. As ações são apresentadas em ordem alfabética de seus respectivos títulos.

5.1 ANAMORFOSE DO CILINDRO ESPELHADO

A Anamorfose do Cilindro Espelhado foi uma das peças selecionadas por apresentar múltiplas possibilidades de exploração conceitual, abrangendo temas como coordenadas em um plano cartesiano e em um plano deformado, transposição de pontos e reflexão de imagens no cilindro. Além de seu potencial didático, a peça também se destaca por estimular a criatividade dos estudantes.

A principal motivação para a escolha dessa peça foi a possibilidade de propor dois desafios distintos aos alunos: o primeiro consistia em desenhar, em uma folha de papel sulfite, uma curva que fosse visualizada como uma reta no reflexo do cilindro; o segundo propunha a criação de um desenho aparentemente deformado, mas que se apresentasse corretamente refletido no espelho cilíndrico. Esperava-se que os estudantes se mostrassem particularmente motivados ao observar as figuras “tortas” ganharem forma perfeita no reflexo, tornando o processo uma oportunidade de engajamento lúdico e investigativo.

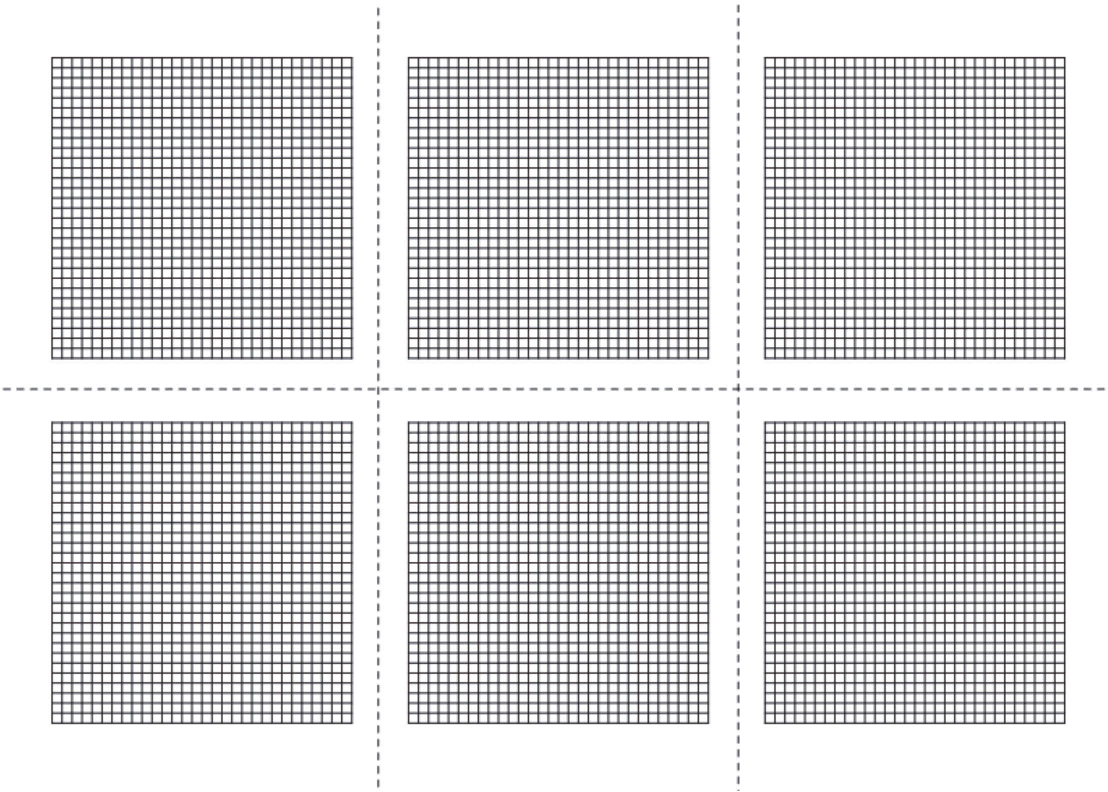
Para a realização da atividade, foram utilizados dois tipos de suporte gráfico: um papel milimetrado impresso em papel vegetal e um papel quadriculado específico, adaptado às coordenadas do cilindro, conforme apresentado nas figuras 01 e 02. Os estudantes deveriam elaborar o desenho inicial no papel vegetal, invertê-lo, demarcar suas coordenadas e, em seguida, realizar a transposição para o papel deformado. Dessa forma, o desenho se apresentaria corretamente no reflexo do cilindro, permitindo a compreensão prática da relação entre deformação geométrica e imagem refletida.

Com o objetivo de padronizar o processo de desenvolvimento das ações educativas e, simultaneamente, ampliar a divulgação do *site* da Matemateca, definiu-se que todas as peças envolveriam uma leitura prévia do texto explicativo disponível no site, como etapa introdutória às atividades. Além disso, cada proposta contaria com um vídeo demonstrativo, elaborado para apresentar o passo a passo das atividades, tanto para os professores quanto para os alunos.

No caso da Anamorfose do Cilindro Espelhado, foi produzido um vídeo específico explicando detalhadamente o processo de realização da atividade, com orientações sobre os materiais necessários e o modo de execução. Alguns *frames* desse vídeo, ilustrando o passo a passo, serão apresentados a seguir, após os exemplos dos quadriculados utilizados.

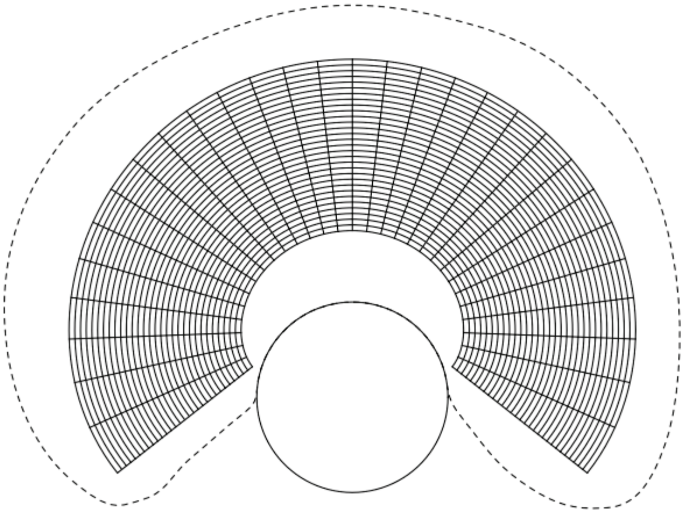
O objetivo desse vídeo é que ele sirva como material para algumas obras expostas na Matemateca, abrindo possibilidade para o seguimento às ações educativas criadas. Não só o vídeo como também os questionários dessas e das demais peças.

Figura 1 - Papel quadriculado



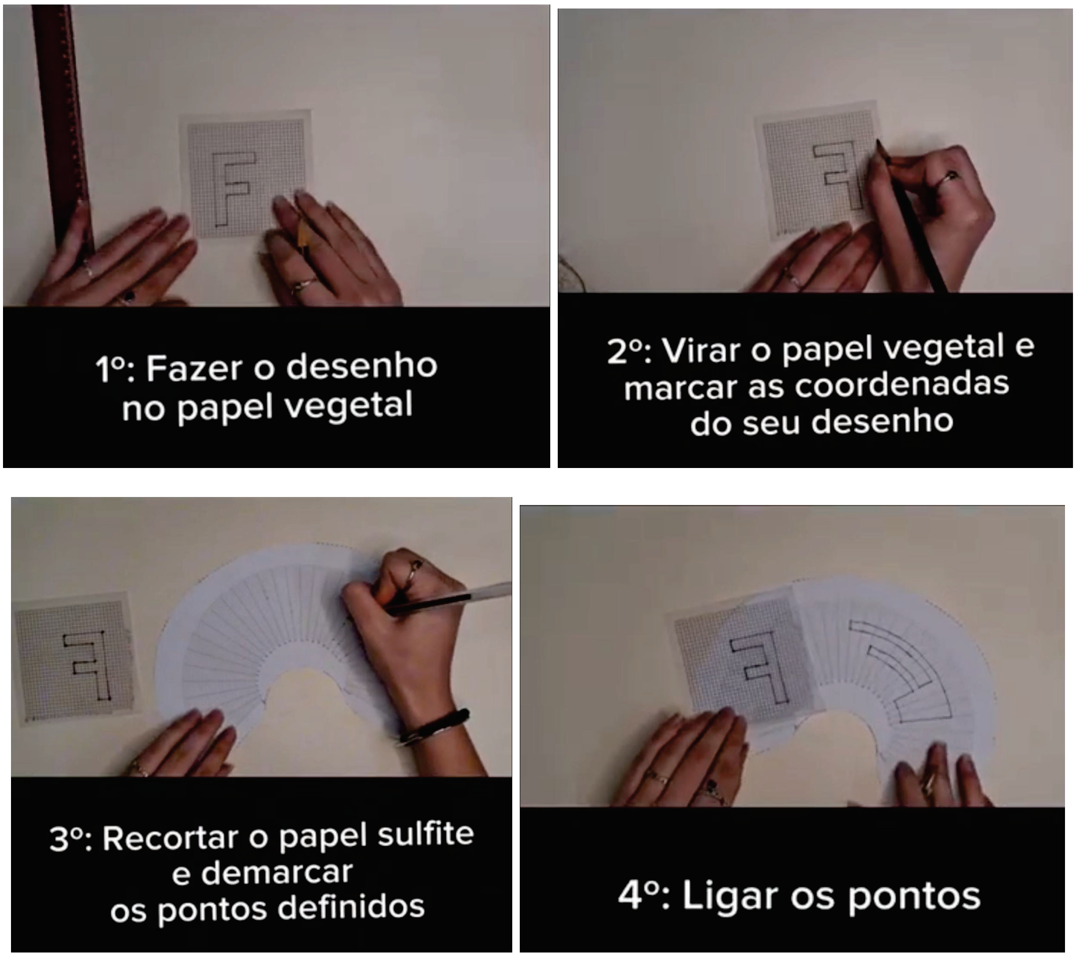
Fonte: Autoral

Figura 2 - Plano do cilindro



Fonte: Autoral

Figura 3 - *Frames* do vídeo produzido



Fonte: Autoral

Figura 4 - *Frame* do vídeo produzido

Fonte: Autoral

A partir dessa definição, as perguntas e desafios a serem propostos durante a exposição já estavam estabelecidos. Optou-se por utilizar uma linguagem simples e acessível, de modo a favorecer a compreensão dos estudantes e estimular a interação com a peça. As instruções seriam apresentadas da seguinte forma: “Posicione o seu desenho no espelho. Deu certo?” e “É possível usar o lápis na base branca do espelho. Tente fazer uma curva que apareça como uma reta no cilindro.”

Em seguida, foram elaboradas as perguntas iniciais para a etapa pré-exposição, com o intuito de introduzir os estudantes aos conceitos explorados pela peça e estimular a reflexão sobre o fenômeno observado. As questões definidas foram: “Como você explicaria o fato de uma figura distorcida formar uma imagem correta no cilindro?”, “Por que é importante utilizarmos o papel milimetrado nesse processo?” e “Faça o seu próprio desenho para colocá-lo no cilindro espelhado durante a visita! Obs.: utilize sua criatividade, os conhecimentos adquiridos com o material disponibilizado e o papel milimetrado fornecido pelo(a) professor(a)”. (Apêndice B)

Portanto, ficou definido que essas seriam as perguntas relacionadas à peça Anamorfose, e que a atividade consistiria em seguir o passo a passo apresentado no vídeo explicativo. Entretanto, com a reformulação do projeto para ser aplicado no formato de disciplina eletiva, foi necessário adequar o modelo inicialmente proposto.

Nesse novo formato, em que a aplicação das aulas passou a ser conduzida por mim, deixaram de existir algumas limitações anteriores, como a necessidade de simplificar excessivamente o processo e de redigir instruções extremamente detalhadas para o professor executor. Essa mudança possibilitou maior flexibilidade na condução das atividades e contribuiu significativamente para o desenvolvimento da presente pesquisa.

Para a finalização dessa etapa e sua adaptação à versão definitiva, algumas questões foram reformuladas, embora as etapas iniciais – a leitura do texto explicativo no *site* e a reprodução do vídeo – tenham sido mantidas. Assim, o questionário da Etapa 1, correspondente ao momento pré-exposição, passou a conter as seguintes perguntas: “Como você explicaria o fato de uma figura distorcida formar uma imagem correta no cilindro?” e “Por que você precisou virar o papel vegetal antes de transferir o desenho?”. Esse questionário se encontra na seção de Apêndice A deste documento.

Já a Etapa 2 apresentava as seguintes perguntas: “O seu desenho ficou correto quando colocado na frente do espelho? Se não, explique o que aconteceu.” e “É possível usar o lápis na base branca do espelho. Tente fazer uma curva que apareça como um segmento de reta no cilindro. Dica: para isso marque um ponto inicial e final e os ligue. Explique como você fez e porque você acha que deu certo.”. Presente na seção Apêndice B.

Para além das alterações no questionário, também foi definido, conforme já mencionado, que as etapas de antes, durante e pós-exposição seriam distribuídas ao longo de duas aulas. Dessa forma, a primeira aula seria destinada à abordagem anterior ao contato com a peça, correspondendo ao momento de pré-visita, enquanto a segunda aula contemplaria a interação com a peça, os desafios práticos e as reflexões posteriores.

Assim, a leitura do material teórico, a explicação da atividade e a realização do Questionário - Etapa 1 - Anamorfose ocorreriam na primeira aula. Já a segunda aula seria dedicada à manipulação da peça, à execução dos desafios e ao preenchimento do Questionário - Etapa 2 - Anamorfose.

Dessa forma, considerou-se concluída a elaboração da ação educativa referente à Anamorfose do Cilindro Espelhado. Em síntese, o planejamento seguiu a seguinte sequência.

Primeira aula (pré-exposição):

1. Leitura coletiva do material disponível no *site* da Matemateca;
2. Reprodução e acompanhamento do vídeo explicativo;
3. Execução do desenho no papel vegetal e demarcação dos pontos;
4. Resposta ao Questionário - Etapa 1 - Anamorfose do Cilindro Espelhado (Apêndice A).

Segunda aula (durante e pós-exposição):

1. Transposição do desenho do papel vegetal para o papel milimetrado específico do cilindro;
2. Verificação do resultado visual no espelho cilíndrico;
3. Realização do desafio de formar uma reta no reflexo;
4. Resposta ao Questionário - Etapa 2 - Anamorfose (Apêndice B).

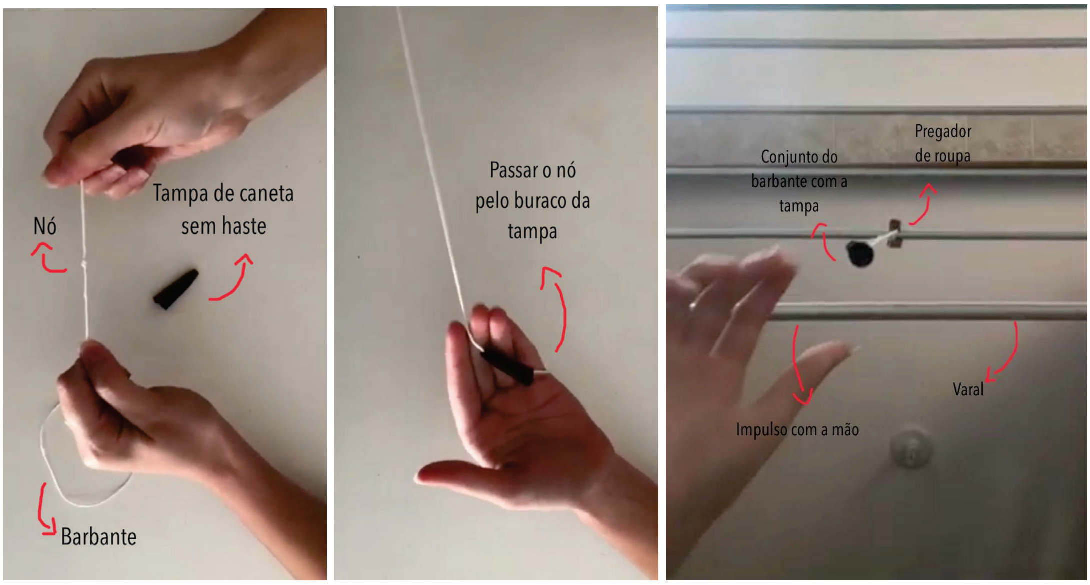
5.2 BALANCINHO

O Balancinho foi a primeira peça efetivamente considerada para o desenvolvimento de uma ação educativa, além de ter apresentado um processo de criação mais fluido em comparação às demais. Tal fato se explica por sua popularidade nas exposições – sendo constantemente uma das peças mais admiradas pelos visitantes – e pelos diversos conceitos que ela possibilita explorar, como temas de Física (Mecânica e Leis de Newton), modelagem e atrito, entre outros.

Desde o início, o experimento a ser reproduzido pelos alunos foi claramente definido: simular um pêndulo e analisar suas diferentes trajetórias, observando os fatores que influenciam seu comportamento. Para isso, foram consideradas diversas possibilidades de montagem, como o uso de um fio apoiado sobre uma vareta sustentada por livros, ou preso em um ponto elevado distante de paredes. Entre as opções de peso do pêndulo, cogitou-se o uso de copos pequenos com pedras ou arroz, tampinhas de garrafa ou borrachas. O único requisito estabelecido era que o formato e o peso do objeto não interferissem no movimento pendular.

Tendo em vista a necessidade de propor um experimento com materiais de fácil acesso e estrutura simples, definiu-se o modelo final utilizando uma tampa de caneta perfurada ao centro (sem haste), um barbante como fio de apoio e um varal como ponto de fixação, preso por um pregador, simulando o movimento do pêndulo.

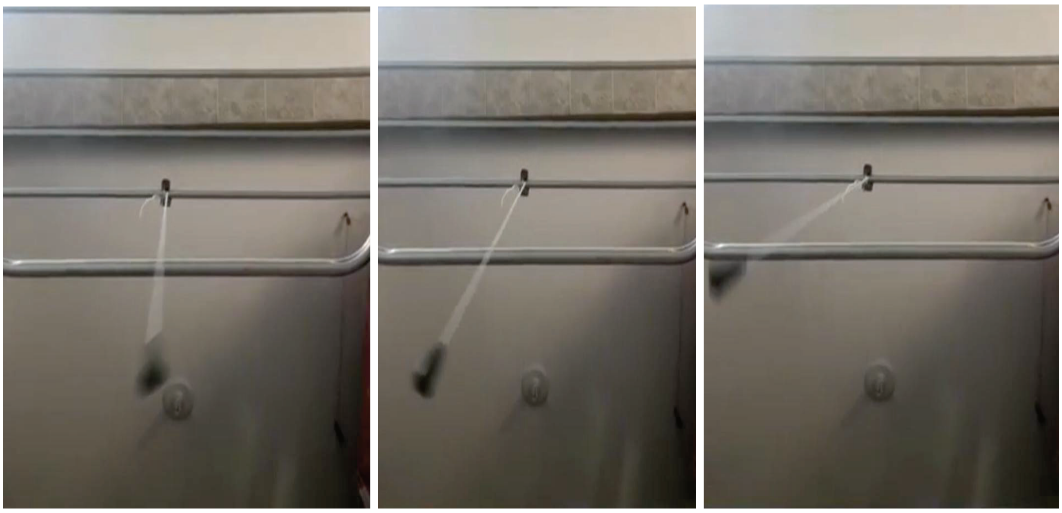
Figura 5 - *Frames* do vídeo produzido



Fonte: Autoral

Com base nesse modelo, foi produzido um vídeo demonstrativo apresentando o passo a passo do experimento, destinado tanto aos professores que aplicariam a atividade em sala de aula quanto aos estudantes. O vídeo seria futuramente disponibilizado no *site* da Matemateca, em uma área específica voltada às ações educativas.

Figura 6 - Sequência de *frames* do movimento do pêndulo



Fonte: Autoral

As perguntas da atividade foram elaboradas com o objetivo principal de analisar o entendimento dos estudantes sobre o conceito de modelagem, investigando sua capacidade de observar e explicar diferentes comportamentos do pêndulo. Buscou-se, assim, explorar aspectos como curvas mais abertas ou fechadas, trajetórias com cruzamentos de pontos, além dos efeitos do impulso aplicado em contraste com o simples ato de soltar o pêndulo.

Inicialmente, as questões propostas para o pré-exposição foram:

1. “O que faz o pêndulo girar?”
2. “Onde mais podemos encontrar esse movimento no dia a dia?”
3. “Quais propriedades ou matérias que você aprendeu na escola é possível relacionar com o movimento do pêndulo?”

No entanto, após uma reflexão sobre a abrangência e adequação das perguntas a diferentes públicos, concluiu-se que a terceira questão poderia restringir a compreensão de estudantes com níveis distintos de familiaridade com o tema. Dessa forma, ela foi reformulada, resultando nas versões finais do Questionário - Etapa 1 - Balancinho, compostas pelas duas primeiras perguntas originais e pela nova questão: “O movimento do pêndulo muda quando você solta a tampa de lugares diferentes? E quando você empurra a tampa quando vai soltar? Explique o que muda.”

Já para as perguntas do momento durante a exposição, buscou-se manter a linguagem simples e clara, de modo a favorecer a compreensão dos estudantes e incentivar a observação ativa do fenômeno. As questões inicialmente cogitadas foram:

1. “Quais são as formas de começar o movimento?”
2. “Como é possível fazer uma curva mais aberta? E em forma de 8?”

Essas perguntas foram mantidas na versão final definitiva do trabalho, presentes na seção de Apêndice C e D, pois se mostraram adequadas aos objetivos propostos. O intuito era analisar se os estudantes seriam capazes de identificar as diferentes posições, direções e forças, ou seja, as variáveis envolvidas no início do movimento, bem como descrever o processo necessário para produzir diferentes trajetórias, como curvas mais abertas ou fechadas e movimentos em forma de “8”.

Seguindo a estrutura já adotada nas demais ações educativas, o momento pré-exposição permaneceu voltado à etapa teórica, enquanto o durante e pós-exposição concentraram-se na parte prática. Dessa forma, a primeira aula foi dedicada à leitura do material sobre o Balancinho disponível no *site* da Matemateca e à exibição do vídeo demonstrativo do experimento. Entre essa e a próxima aula, os estudantes deveriam reproduzir o experimento em casa e responder ao Questionário - Etapa 1 - Balancinho, a ser entregue no encontro seguinte.

Já na segunda aula, os alunos teriam a oportunidade de manusear a peça e, após a realização da atividade experimental, responder ao Questionário - Etapa 2 - Balancinho.

Cabe destacar que a primeira aula foi propositalmente planejada de forma mais simples e breve, uma vez que parte de seu tempo seria destinada à apresentação da Matemateca, à explicação do formato das aulas e à investigação inicial da relação dos estudantes com a matemática. Além disso, o Balancinho foi a peça selecionada para inaugurar o conjunto das ações educativas, de modo que a primeira aula da eletiva coincidiu com a primeira aula desta peça, justificando a escolha de uma estrutura mais curta e introdutória.

A escolha do Balancinho para iniciar o conjunto das ações educativas partiu da intenção de proporcionar um primeiro contato envolvente e motivador com o projeto. Essa peça é uma das mais apreciadas pelo público nas exposições da Matemateca, o que a torna especialmente adequada para despertar o interesse e a curiosidade dos alunos logo no início da eletiva.

Além disso, a ação educativa do Balancinho possui uma estrutura mais simples em comparação às demais, o que favorece sua aplicação inicial. Assim, a peça foi selecionada por aliar potencial de engajamento e facilidade de execução, permitindo que os estudantes se aproximassem das atividades de forma leve, lúdica e confiante. A proposta era, portanto, iniciar o percurso com uma experiência prazerosa, que servisse como porta de entrada para as demais ações educativas.

5.3 PONTES DE KÖNIGSBERG

Essa foi a última peça para a qual foi desenvolvida uma ação educativa, motivo pelo qual seu formato apresenta algumas diferenças em relação às demais. Contudo, ela foi escolhida por abordar um conceito cada vez mais presente no mundo contemporâneo: os grafos.

Grafos são estruturas matemáticas compostas por vértices (ou nós) e arestas (ou ligações), utilizadas para representar relações entre elementos. Eles aparecem em inúmeros contextos do cotidiano, como em redes sociais, rotas de transporte e entrega, no mapa do metrô de São Paulo, além de terem aplicações em áreas como biologia, economia, engenharia e computação.

Por sua ampla aplicabilidade e potencial de representar problemas complexos de forma visual e acessível, os grafos possuem grande valor educacional. Assim, desenvolver uma ação educativa voltada a esse tema contribui para o aprofundamento do conhecimento dos estudantes na Teoria dos Grafos, especialmente considerando que, embora o conceito esteja presente em peças da Matemateca como as Pontes de Königsberg e o Icosiano[2], os jovens geralmente não têm tanta familiaridade com esse conteúdo.

Além disso, o contato com esse tipo de representação desde cedo pode se mostrar especialmente proveitoso para o futuro acadêmico e profissional dos alunos, uma vez que, caso escolham seguir carreiras em áreas como as mencionadas, já

[2] O Icosiano é um objeto do acervo da Matemateca que ilustra o conceito de Caminhos Hamiltonianos. Disponível em: https://matemateca.ime.usp.br/acervo/icosiano.html.

estarão familiarizados com a lógica e a aplicabilidade dos grafos, facilitando o aprendizado de conteúdos mais complexos.

No que diz respeito à diferença das demais peças, essa se distingue principalmente pela estrutura. Enquanto as outras contavam com um vídeo explicativo e uma atividade prática para ser reproduzida em casa, como o desenho da Anamorfose do Cilindro Espelhado ou o experimento do Balancinho, essa ação educativa iniciava-se diretamente em sala, sem uma etapa preparatória. Entretanto, manteve-se o padrão geral adotado nas demais peças, prevendo a leitura do material disponível no *site* da Matemateca antes da realização das atividades.

Desde o início, o objetivo estabelecido para essa proposta era auxiliar os alunos na construção de um grafo, trabalhando, porém, com relações que despertassem maior engajamento e interesse. Inicialmente, cogitou-se montar um grafo social da turma, relacionando “quem é amigo de quem”. No entanto, considerando a possibilidade de essa atividade gerar desconfortos ou situações delicadas entre os colegas, a proposta foi reformulada. Assim, decidiu-se que o grafo seria construído com base em uma relação neutra e objetiva: a quantidade de letras em comum entre os nomes dos estudantes.

Logo, foi pensado que Gn é o grafo em que cada par de nomes conectado tem n ou mais letras em comum. Por exemplo, G5 é o grafo que conecta dois nomes com 5 ou mais letras em comum.

A atividade foi planejada de modo a permitir a exploração de conceitos fundamentais da Teoria dos Grafos, como grafos completos, conexos e suas propriedades estruturais. Para isso, os alunos receberiam uma lista de nomes previamente definida e deveriam completar uma tabela indicando a quantidade de letras em comum entre cada par de nomes. A lista foi elaborada de forma proposital, garantindo que os resultados fossem conhecidos antecipadamente pelo professor, o que facilitaria o acompanhamento, a correção e a formulação das perguntas de reflexão.

A lista de nomes foi criada aleatoriamente, com esse resultado:

Quadro 1 - Lista de nomes para a atividade

1. Lucas Henrique
2. Mariana
3. João Pedro
4. Rafael
5. Ana Clara
6. Beatriz
7. Caio

Fonte: Autoral

E a tabela que relaciona os nomes deveria seguir esse formato:

Quadro 2 - Tabela que relaciona os nomes com suas quantidades de letras em comum

Nomes/Quantidade de letras em comum	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

Fonte: Autoral

As instruções para a formulação dos grafos consistiam em considerar cada nome como um vértice. A sugestão era dispor esses vértices de forma a compor um heptágono, o que facilitaria o traçado das linhas, ou arestas, que indicariam as relações entre os pares de nomes, de acordo com a quantidade de letras em comum entre eles.

A única regra estabelecida era que as letras repetidas deveriam ser contabilizadas conforme o número de vezes em que aparecessem. Por exemplo, o nome Mariana possui três letras “a”, enquanto Ana Clara apresenta quatro. Dessa forma, os dois nomes compartilham cinco letras em comum, que são três “a”, um “r” e um “n”.

Com a etapa inicial definida, passou-se à elaboração das perguntas que comporiam os questionários. Conforme mencionado anteriormente, o principal objetivo conceitual dessa atividade era introduzir e explorar com os estudantes as noções de grafos conexos e grafos completos, conceitos fundamentais na Teoria dos Grafos.

Um grafo conexo é aquele em que existe um caminho entre qualquer par de vértices; ou seja, é possível deslocar-se de um vértice a outro utilizando apenas as arestas do grafo. A partir dessa definição, foi formulada a primeira pergunta do Questionário - Etapa 1: “Pegue o grafo 3 e escolha dois vértices (nomes). Existe um caminho de arestas entre eles? Se sim, isso vale para todos os pares de vértices?”.

A segunda questão buscava trabalhar a compreensão do conceito de grafo completo, sendo a própria definição apresentada no enunciado, a fim de facilitar a assimilação do termo pelos alunos: “Um grafo é completo quando cada vértice se liga com todos os outros. Algum deles é completo? Qual?”.

Por fim, a terceira pergunta visava estimular a reflexão sobre as dificuldades encontradas e as percepções de diferença entre os grafos construídos: “Qual dos grafos foi mais difícil de fazer? Que outras diferenças você encontrou entre os grafos?”. Essas três questões compuseram o Questionário - Etapa 1 - Pontes de Königsberg, cuja finalidade era avaliar a compreensão conceitual e o raciocínio dos estudantes durante a construção dos grafos.

Para o Questionário - Etapa 2, foram definidas três perguntas que tinham como propósito avaliar a assimilação dos conceitos apresentados e a relação que os alunos conseguiram estabelecer entre a teoria e a prática observada na peça. A primeira questão formulada foi: “Quais desafios matemáticos você encontrou nesta aula e na anterior?”. Essa pergunta teve como objetivo identificar as principais dificuldades enfrentadas pelos estudantes durante a introdução ao tema de grafos, permitindo compreender quais aspectos conceituais ou procedimentais exigiriam maior aprofundamento.

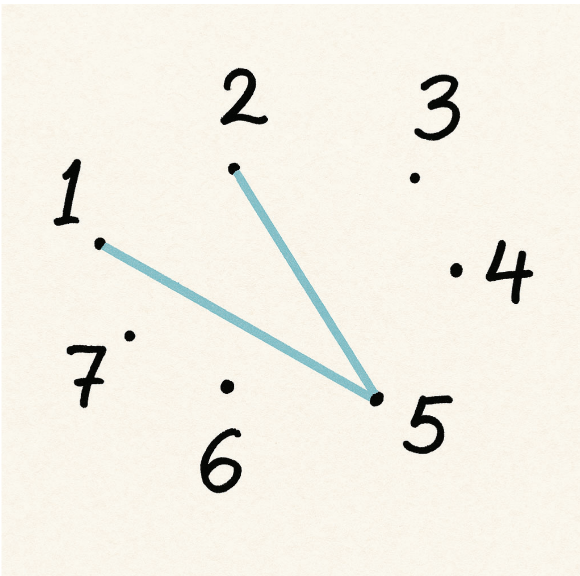
A segunda pergunta foi: “Esse sistema da peça é um grafo? Explique por quê.”. Ela buscava avaliar se os alunos haviam compreendido a definição formal de grafo e se seriam capazes de aplicá-la para reconhecer o conceito na peça analisada, expressando sua compreensão com palavras próprias.

E então a terceira pergunta: “Você conhece outros exemplos de grafos? Onde eles aparecem?". Foi elaborada com o intuito de estimular a reflexão e o pensamento investigativo, incentivando os alunos a relacionarem o conteúdo trabalhado com situações cotidianas e a perceberem a aplicabilidade dos grafos em diferentes contextos e áreas do conhecimento.

Assim, a ação educativa montada para a peça Pontes de Königsberg seguiria o seguinte formato na etapa pré-exposição:

1. Leitura inicial: os alunos deveriam ler o material referente à peça disponível no *site* da Matemateca.
2. Introdução teórica: o(a) professor(a) explicaria brevemente o conceito de grafos, informando que a atividade consistiria na construção de cinco grafos, baseados na quantidade de letras em comum entre pares de nomes de uma lista previamente definida.
3. Exemplo guiado: o(a) professor(a) realizaria junto aos alunos a montagem do grafo G5, que representa as conexões entre nomes com cinco ou mais letras em comum, utilizando-o como exemplo. Esse deveria ser seu resultado:

Figura 7 - Grafo de 5 ou mais letras em comum, G5



Fonte: Autoral

Atividade em grupo: em seguida, os alunos, organizados em grupos, deveriam construir os demais grafos – G4, G3, G2 e G1, nesta ordem. Um modelo com o resultado esperado (o “gabarito”) seria disponibilizado ao final das orientações para conferência.

4. Encerramento da etapa: após a conclusão das construções, os grupos deveriam responder ao Questionário - Pontes de Königsberg - Etapa 1. Caso o tempo em aula não fosse suficiente, a entrega poderia ser feita posteriormente. No entanto, seria essencial que o questionário fosse respondido antes do contato com a peça.

Já na etapa durante a exposição, além de resolverem o desafio original da peça Pontes de Königsberg, os estudantes também seriam responsáveis por responder ao Questionário - Etapa 2. Ambos questionários estão presentes em Apêndice E e F.

É importante destacar que, embora a atividade tenha sido pensada para o trabalho em grupo, permitindo que os alunos se organizassem para dividir tarefas, como a montagem dos diferentes grafos , o preenchimento do questionário deveria ser realizado individualmente. Essa escolha buscou garantir que cada estudante expressasse suas próprias reflexões, compreensões e dificuldades, permitindo uma análise mais precisa sobre o entendimento individual dos conceitos abordados.

Com a definição de que o projeto seria aplicado no formato de eletiva, distribuído ao longo de sete aulas, a principal adaptação foi a eliminação dos grupos, de modo que cada estudante realizaria as atividades individualmente, como aconteceu com todas as peças. Para evitar uma sobrecarga de trabalho, decidiu-se que todos deveriam montar obrigatoriamente o G3, por se tratar de um grafo conexo, e mais um grafo de escolha livre. Essa decisão também teve como objetivo observar as estratégias adotadas pelos alunos na escolha do segundo grafo, aspecto que será discutido posteriormente.

5.4 PROTOCOLOS DE CADA PEÇA

Como o objetivo central da pesquisa é criar ações educativas para a Matemateca, além da aplicação do projeto em si, foram também elaborados protocolos para facilitar o processo de comunicação e convite às escolas interessadas em futuras exposições. A intenção é que, posteriormente, o setor educativo possa se desenvolver de forma mais autônoma, sem demandar o mesmo nível de acompanhamento direto que foi necessário nesta etapa inicial.

Conforme mencionado anteriormente, a proposta era que cada peça da Matemateca possuísse sua própria ação educativa, seguindo um padrão estruturado: leitura do material no site, realização de uma atividade ou experimento, resposta ao Questionário - Etapa 1, interação prática com a peça e, por fim, resposta ao Questionário - Etapa 2. Todas essas orientações estariam reunidas em uma seção específica do *site* da Matemateca, dedicada às ações educativas.

Nessa mesma área, seriam disponibilizados também os protocolos, documentos que orientariam os professores sobre como conduzir as atividades e trabalhar com cada peça. Assim, além do material pedagógico, foram desenvolvidos protocolos correspondentes a cada ação educativa. Contudo, com a adaptação do projeto para o formato de disciplina eletiva, esses documentos não foram utilizados durante a aplicação, mas o convite de participação está disponível na seção de Apêndice G deste trabalho.

6 RELATO DA ELETIVA

Antes de iniciar os relatos, gostaria de esclarecer que a fim de preservar o anonimato, tanto da escola na qual apliquei o projeto quanto do professor responsável pela disciplina eletiva que ministrei, irei me referir aos mesmos como Escola e Professor, diferente do Professor Colli, meu orientador, cujo nome utilizarei ao citá-lo.

A escola adota um modelo de disciplinas eletivas de livre escolha, no qual os alunos definem em quais desejam se inscrever. Nesse formato, a frequência não é obrigatória e não há atribuição de nota para a aprovação. Tal estrutura gerou um contexto em que os estudantes não demonstravam preocupação em comparecer regularmente às aulas ou em apresentar um bom desempenho na matéria, o que impactou diretamente a assiduidade e o engajamento ao longo do projeto.

Além disso, conforme citado no subcapítulo 2.2, a educação não formal também oferece aos alunos maior liberdade e autonomia, princípios que procurei preservar ao longo das aulas. Por esse motivo, em diversos momentos optei por não repreender os estudantes por seus pensamentos, escolhas ou respostas, mesmo quando demonstravam resistência em responder alguma questão. Essa postura visou respeitar os ritmos individuais e reforçar a dimensão formativa da participação voluntária, característica central das práticas de educação não formal.

07/08/2025 - 1ª aula

No dia em que ocorreria a primeira aula, tive uma conversa prévia com o Professor responsável pelas aulas eletivas na escola, algumas horas antes da aula, a fim de compreender como geralmente funcionam as disciplinas eletivas na Escola, e obter uma descrição do perfil dos alunos. Nesse momento, ele me apresentou uma lista com sete estudantes, entre meninos e meninas, todos matriculados entre o 8º e o 9º ano do Ensino Fundamental.

Um ponto que chamou minha atenção foi o fato de o Professor esperar que a disciplina tivesse entre quinze e vinte inscritos, número que corresponde à média das demais eletivas, mas, naquele caso, havia apenas sete. Entre os alunos, o professor informou que um deles era autista de nível 3 de suporte e, também, surdo.

Contudo, sua acompanhante terapêutica atuava igualmente como intérprete de Libras, por isso a comunicação com ele não deveria ser um problema. Diante disso, eu teria apenas algumas horas para pensar em possíveis adaptações nas atividades planejadas para aquele dia, de modo a contemplar as necessidades desse estudante. Apesar do aviso em cima da hora, acredito que esse exemplo sirva para confirmar a qualidade da Escola.

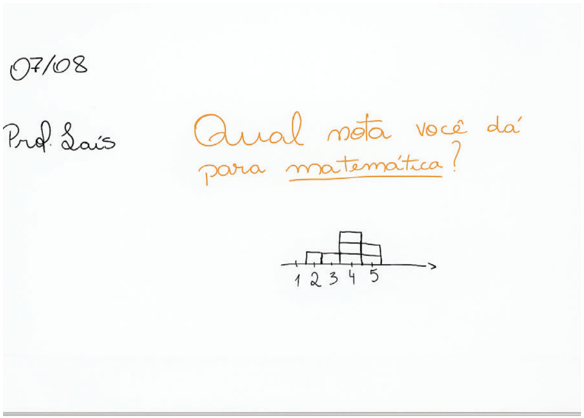
Entretanto, ao retornar para ministrar a aula, o Professor comunicou que o aluno referido precisou se desmatricular, pois os encontros coincidiam com o horário de sua terapia. Assim, a turma passou a contar com seis participantes. Poucos minutos após o início da aula, entretanto, uma nova estudante chegou, informando que não havia gostado da outra disciplina na qual estava inscrita e desejava mudar para a da Matemateca. Com a autorização do Professor, a mudança foi efetivada, retornando o grupo, então, a ter sete alunos.

Finalmente começando a aula, realizei uma breve apresentação pessoal, explicando o curso que faço na Universidade de São Paulo (USP), a área em que pretendo atuar após a conclusão da graduação – a docência em matemática – e a relação entre aquela experiência e o desenvolvimento do meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Também esclareci aos alunos o que é um TCC, visto que a maioria desconhecia o significado do termo.

Em seguida, apresentei a Matemateca, explicando que se trata de um acervo composto por peças matemáticas que auxiliam no ensino e na aprendizagem da disciplina. Para ilustrar, acessei o *site* da Matemateca e mostrei algumas das peças disponíveis. Nesse momento, os estudantes demonstraram entusiasmo ao reconhecer objetos familiares, como os jogos da velha tridimensionais. Aproveitei a ocasião para destacar que, em meu ponto de vista, a principal beleza da Matemateca está na forma como suas peças tornam o aprendizado da matemática mais dinâmico e agradável, sendo capazes, muitas vezes, de despertar o interesse até mesmo daqueles que não gostam da disciplina.

Dando continuidade à aula, solicitei que os estudantes se apresentassem, informando seus nomes, suas disciplinas preferidas, um hobby e a nota que atribuíam à disciplina de matemática, em uma escala de 1 a 5. Dos sete alunos presentes, apenas um indicou a matemática como sua matéria favorita. Em seguida, propus uma breve conversa sobre a relação que cada um mantinha com a disciplina, pedindo que avaliassem seu nível de afinidade com ela. Todos afirmaram gostar de Matemática, e dois estudantes mencionaram ter maior facilidade com o conteúdo. A partir das respostas obtidas, elaborei com eles o seguinte gráfico ilustrativo:

Figura 8 - Relação dos alunos com a matemática



Fonte: Autoral

Portanto, como é possível observar, um aluno deu nota 2, um para nota 3, três deram nota 4 e dois deram nota 5, a nota máxima. Ninguém deu nota 1, a mínima. Ou seja, os jovens desta turma demonstraram gostar da matéria, o que já era esperado dado que eles podem optar por em qual disciplina se inscrever e todos sabiam que essa teria relação com matemática.

Em sequência, iniciei as atividades referentes à primeira peça a ser trabalhada com a turma: o Balancinho. Para introduzir o tema, realizei a leitura do texto correspondente disponível no *site* da Matemateca, conduzindo paralelamente algumas discussões à medida que os conceitos eram apresentados. Entre os pontos abordados, destacaram-se as relações entre o movimento do Balancinho e o de um balanço comum em parques de diversões, as diferentes formas de traçar curvas e a influência do atrito sobre a folha, entre outros aspectos. Posteriormente, apresentei alguns vídeos que mostravam harmonógrafos em funcionamento, bem como as figuras formadas por seus movimentos, e exibi a gravação do experimento sendo realizado, presente nas Figuras 5 e 6.

Depois, sugeri aos alunos algumas maneiras de reproduzir a atividade demonstrada, como, por exemplo, com os materiais utilizados no vídeo demonstrativo, e solicitei que, se possível, registrassem o processo. Nesse momento, surgiu espontaneamente uma discussão sobre o uso de celulares, questão que ainda não havia sido previamente tratada com o Professor deles e o Professor Colli. Os estudantes perguntaram se poderiam utilizar o celular na próxima aula para registrar e apresentar o vídeo, e considerei necessário refletir sobre alternativas que permitam a coleta desses registros sem depender do uso dos aparelhos em sala de aula.

Logo após, realizei a leitura conjunta das perguntas do Questionário - Etapa 1 - Balancinho, ressaltando que algumas já haviam sido discutidas, mas que seria importante que eles refletissem também sobre outras possíveis respostas.

Ao final, foi estabelecido, em consenso com os alunos, o prazo de entrega da atividade, que também gerou uma breve discussão coletiva. Como a próxima aula estava agendada para o dia 21/08, duas semanas depois da data da primeira aula, definiu-se que os questionários poderiam ser entregues ao professor até o dia 13/08, com certa flexibilidade, desde que a entrega ocorresse impreterivelmente antes do encontro seguinte. Isso era importante pois nesse próximo encontro planejava-se levar a peça do Balancinho para explorar, de forma prática, o movimento, as curvas e os desenhos produzidos.

Cabe ressaltar que os estudantes se mostraram bastante resistentes à proposta de realizar a atividade em casa, manifestando insatisfação em diversos momentos. Ainda assim, optei por manter a proposta original do projeto, que previa que as perguntas do questionário fossem respondidas individualmente fora do ambiente escolar e entregues antes da aula seguinte.

21/08/2025 - 2ª aula

A partir da segunda aula, foi possível perceber que a frequência não era obrigatória para a disciplina eletiva, assim como a realização das lições de casa, o que gerou certa preocupação, uma vez que tal flexibilidade poderia comprometer o andamento e o planejamento do projeto.

Ao chegar à sala de aula, constatei que, dos sete alunos matriculados, apenas dois estavam presentes. Após alguns minutos de espera, mais dois estudantes chegaram, totalizando quatro participantes. O Professor e os próprios alunos informaram que os demais estavam na escola, mas haviam optado por não comparecer à aula, situação aparentemente comum e permitida nas eletivas. Apesar disso, mantive uma postura otimista, especialmente por se tratar de um encontro interativo, no qual seria utilizada a peça do Balancinho.

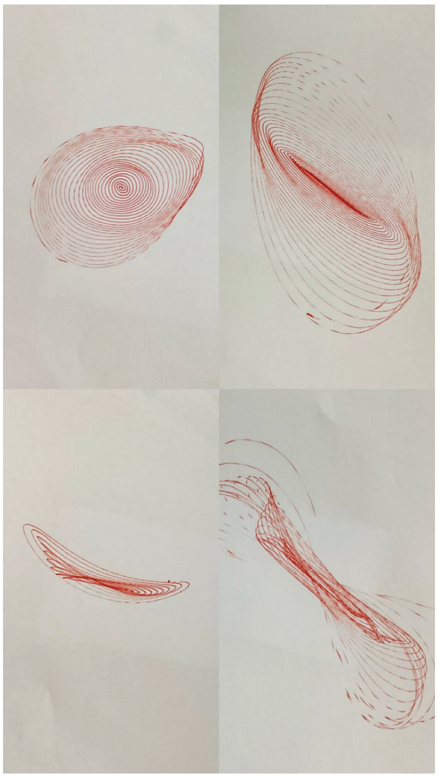
No início da aula, questionei os alunos sobre quem havia trazido a atividade respondida. O Questionário - Etapa 1 - Balancinho continha apenas três perguntas, mas nenhum dos estudantes havia sequer iniciado a tarefa. Perguntei, então, se alguém havia tentado reproduzir o experimento proposto anteriormente, e novamente obtive respostas negativas. Diante disso, decidi alterar a dinâmica planejada para o encontro. Inicialmente, a proposta era recolher as atividades e, em seguida, iniciar o manuseio da peça; contudo, como as tarefas não haviam sido realizadas, reservei um momento da aula para essa etapa.

De forma improvisada, utilizei um colar e um anel para simular o movimento de um pêndulo, com o intuito de ilustrar o experimento e incentivar a participação dos alunos. Após esse momento de discussão e observação, todos conseguiram responder às perguntas do questionário, o que permitiu avançar, então, para a parte prática da aula.

Em seguida, pedi que os alunos se levantassem e se dirigissem até a mesa do professor, onde o Balancinho já estava montado. Nesse momento, um dos presentes informou que, a partir daquela semana, precisaria sair toda quinta-feira às 12h30, cerca de vinte minutos após o início da aula, o que representou mais um desafio em relação à presença dos estudantes. Assim, apenas três alunos permaneceram para participar da atividade com a peça e, consequentemente, apenas esses puderam responder ao Questionário - Etapa 2 - Balancinho apresentado no Apêndice D, uma vez que o manuseio da peça era essencial para o desenvolvimento dessa etapa.

Apesar do número reduzido de participantes, a atividade transcorreu de forma bastante positiva. Os alunos demonstraram entusiasmo ao interagir com a peça e foram criativos ao explorar diferentes movimentos e trajetórias, inclusive tentando reproduzir algumas curvas que eu havia levado como exemplo, conforme as figuras a seguir:

Figura 9 - Curvas de exemplos para reprodução



Fonte: Autoral

O objetivo ao levar esses exemplos para eles era mostrar que existem outras formas de curvas que podem ser feitas a partir do Balancinho, mais abertas, mais fechadas, com cruzamentos etc.

Inicialmente, eu esperava que cada estudante produzisse de dois a três desenhos, mas eles se mostraram muito engajados, realizando diversos registros, explorando as possibilidades de movimento do pêndulo e também utilizando cores distintas em um mesmo desenho, com um comportamento bem diferente do que eles tiveram anteriormente. Também propus um desafio para que os alunos tentassem reproduzir alguns dos exemplos que eu havia levado, o que despertou bastante interesse entre eles — especialmente em um dos estudantes, que se mostrou particularmente envolvido com a atividade.

Figura 10 - Curvas produzidas pelos alunos

Fonte: Estudantes da turma

Durante esse momento, percebi também uma mudança significativa na postura do grupo. Até então, os estudantes se mostravam mais contidos e pouco comunicativos. Contudo, ao manusear a peça, passaram a se expressar com maior espontaneidade, sorrindo, brincando e interagindo tanto entre si quanto comigo. Foi possível notar que o clima em sala se tornou mais leve e descontraído, como se a barreira inicial de estranhamento começasse a se desfazer.

Posteriormente, pedi que todos respondessem ao Questionário - Etapa 2 do Balancinho, enquanto eu lhes entregava uma folha de papel sulfite, com seis espaços quadriculados, que seria utilizada na próxima atividade, sobre Anamorfose do Cilindro Espelhado. Essa folha foi apresentada no capítulo anterior, mostrada na Figura 1. Perguntei quem gostava de desenhar − apenas o aluno que estava mais entusiasmado com as obras do Balancinho confirmou − e expliquei que deveriam fazer desenhos no papel e trazê-los na aula seguinte. Nesse momento, surgiram novamente algumas reclamações por parte dos alunos, demonstrando resistência em relação à realização de atividades fora do horário escolar. Ainda assim, bem como na aula anterior, mantive a decisão de deixar a atividade para ser feita em casa, embora dessa vez, já sem a expectativa de que fosse efetivamente realizada.

Além disso, expliquei que aquela folha serviria apenas como um rascunho, para que pudessem testar diferentes desenhos no papel quadriculado. Minha única recomendação foi que se atentassem a demarcar os pontos previamente, como em uma brincadeira de “ligue os pontos”.

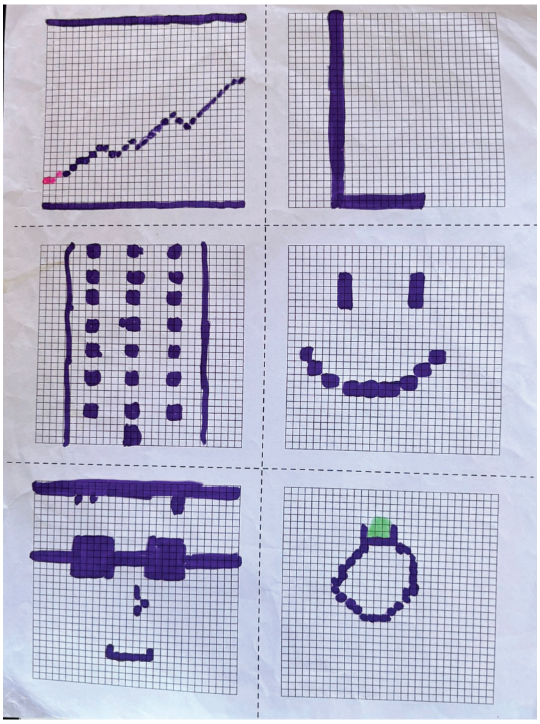
28/08/2025 - 3ª aula

Como nessa aula seria iniciada uma nova peça, a Anamorfose do Cilindro Espelhado, segui o procedimento previsto anteriormente: iniciar o encontro com a leitura conjunta do conteúdo disponível no *site* da Matemateca sobre a peça. Além disso, embora esta fosse uma aula voltada à parte teórica, ou seja, sem o uso integral da peça, combinei com o professor Colli de levar apenas o cilindro — que constitui uma de suas partes —, com o objetivo de oferecer aos alunos um elemento físico para manipulação. Essa decisão teve como intuito evitar o desinteresse observado na primeira aula sobre o Balancinho, que havia sido inteira e exclusivamente teórica.

Dessa vez, estavam presentes cinco alunos: três que haviam participado da última aula e dois que tinham comparecido apenas ao primeiro encontro. No entanto, o estudante que precisava se ausentar às 12h30 participou apenas da etapa de leitura e discussão do material do *site*, não acompanhando o restante das atividades. Durante a leitura, procurei novamente levantar alguns pontos de discussão com os alunos, a fim de tornar essa parte mais dinâmica e participativa. Depois disso, entreguei o cilindro nas mãos deles para eles entenderem sobre o que havíamos conversado.

Em seguida, perguntei aos dois estudantes que haviam participado da aula anterior se tinham realizado os desenhos no papel quadriculado, conforme solicitado. Somente uma aluna tinha concluído a atividade, mas pelo menos seus desenhos se mostraram bastante criativos, pois ela utilizou estratégias que nem eu nem o professor Colli havíamos considerado previamente, como pintar os próprios quadradinhos do plano para compor as figuras.

Figura 11 - Desenhos realizados por uma das alunas



Fonte: Aluna C

Assim, seguindo o planejamento da aula, distribuí novas folhas de papel quadriculado, desta vez em papel vegetal, e expliquei o passo a passo da proposta: primeiro, deveriam elaborar um desenho no papel; em seguida, virar a folha e numerar cada linha e cada coluna. Nesse momento, surgiram diversas reclamações, pois consideraram o processo de numeração dos pontos trabalhoso. De fato, percebi que alguns deles cometeram erros na contagem, o que os levou a reiniciar a atividade em novas folhas de papel vegetal, e isso me fez perceber que o modelo proposto não havia sido o mais adequado. Além disso, os alunos demonstraram pouco entusiasmo para realizar os desenhos, o que resultou em mais um momento de resistência coletiva.

Essa constatação levantou uma reflexão importante sobre a estrutura do material: uma malha quadriculada extensa (30x30) demanda um tempo excessivo de preparação e numeração, gerando fadiga antes mesmo do início da atividade principal.

Embora uma redução na quantidade de linhas diminuísse a chance de erros de contagem e o trabalho braçal, ela traria um impacto negativo para o resultado final no cilindro. A anamorfose cilíndrica depende de uma boa resolução para que as curvas distorcidas se reflitam de forma suave e reconhecível. Uma malha com menos pontos resultaria em desenhos mais *pixelados* ou segmentados, prejudicando a ilusão de ótica e a compreensão do fenômeno físico de reflexão. Portanto, conclui-se que a densidade da malha era necessária para a qualidade visual, e que a solução não seria reduzi-la, mas sim fornecer o suporte já preparado (numerado e recortado) para eliminar a barreira mecânica sem comprometer a riqueza geométrica da atividade.

Enquanto os demais, ainda que com certa relutância, davam continuidade aos desenhos, uma das alunas me perguntou se poderia desenhar qualquer figura. Respondi que sim, ao que ela reagiu perguntando se poderia fazer apenas a letra “i”, representada por um retângulo com uma pequena circunferência no topo. A estudante deixou claro que sua intenção era terminar rapidamente a atividade. Apesar de confirmar que o desenho era válido, procurei incentivá-la a elaborar algo mais detalhado, mas ela afirmou que preferia manter apenas aquele formato, por considerá-lo suficiente.

Quando todos finalizaram a atividade, conforme o cronograma, era o momento de responder ao Questionário – Etapa 1 – Anamorfose, com mais uma série de desabafos sobre não querer responder nenhuma pergunta, mas fizeram ao fim. Reforcei aos alunos que as respostas não seriam utilizadas para atribuição de notas, ou seja, não influenciariam em seu desempenho final nem em matemática nem na disciplina eletiva da Matemateca. Ainda assim, destaquei a importância de se dedicarem à tarefa com seriedade e atenção. No entanto, percebi que alguns estudantes responderam de forma pouco empenhada, demonstrando intenção de concluir rapidamente a atividade. Esse aspecto será retomado e analisado no próximo capítulo, destinado à análise dos dados.

Assim, com todos os alunos tendo concluído os desenhos e respondido aos questionários, e considerando as experiências anteriores, decidi recolher todos os materiais ao final da aula para guardá-los comigo e trazê-los na próxima. Essa medida teve como objetivo evitar que os estudantes se esquecessem ou perdessem suas produções.

Ademais, percebi que os alunos estavam se aproximando cada vez mais de mim, o que tornou menos desafiador lidar com seus momentos de relutância e incentivá-los a participar das dinâmicas propostas. Senti também que as aulas passaram a se tornar momentos mais leves e prazerosos para todos nós, pois, enquanto desenhavam, fazíamos brincadeiras e surgiam conversas espontâneas sobre a escola, os amigos e aspectos do cotidiano deles. Assim, pude também conhecê-los melhor – algo que considero essencial no trabalho docente, uma vez que compreender quem são os alunos é fundamental para estabelecer vínculos e planejar práticas pedagógicas mais significativas.

04/09/2025 - 4ª aula

Nesta quarta aula, estava previsto realizar a transposição dos desenhos do papel vegetal quadriculado para o quadriculado deformado, específico do cilindro. De acordo com o cronograma, tratava-se da segunda aula dedicada à peça Anamorfose do Cilindro Espelhado, caracterizada como um encontro prático, no qual seria possível utilizar efetivamente a peça. Assim, após a etapa de redesenho no novo quadriculado, os alunos poderiam observar os resultados refletidos no cilindro e explorar os demais itens do conjunto, que incluíam figuras planas (2D) e objetos tridimensionais (3D). Além disso, o Professor informou que uma das alunas, que havia comparecido apenas à primeira aula, desistira da disciplina e, portanto, não participaria mais dos encontros.

Figura 12 - Cubo deformado para ser refletido no cilindro

Fonte: *Wikimedia Commons.*

Dessa vez, para evitar as reclamações e erros que foram recorrentes na aula anterior, levei o quadriculado já demarcado com as trinta linhas e trinta colunas, além de recortado, a fim de minimizar o trabalho dos alunos. Embora tenha havido algumas reclamações no início, o resultado acabou me surpreendendo positivamente.

A começar pela estudante que havia desenhado a letra “i” na aula anterior: ela realizou a transposição do desenho e, por iniciativa própria, foi até o cilindro para verificar se o resultado havia ficado correto. Constatou que a imagem estava certa, mas percebeu que o pingo do “i”, que no rascunho era uma bolinha, seria mais difícil de transpor. Por isso, optou por substituir a bolinha por um quadrado, conseguindo finalizar o trabalho sem dificuldades, sendo a primeira a acabar.

A partir disso, os demais alunos começaram a se empenhar mais nos desenhos, pedindo sugestões e orientações sobre o que desenhar e como fazer suas ideias funcionarem. Uma das alunas, a mesma que havia feito diferentes desenhos no rascunho, teve a iniciativa de colorir o desenho de árvore que produziu no papel vegetal, algo que nem eu nem o professor Colli havíamos considerado, o que novamente nos surpreendeu.

De modo geral, todos os desenhos ficaram excelentes. Após a conclusão, propus um novo desafio: desenhar uma curva no papel que aparecesse como uma reta no cilindro. Dois alunos tentaram inicialmente, e em seguida a estudante que havia feito os desenhos coloridos teve uma ideia que gerou fascínio coletivo — desenhou uma linha vertical no papel, que, como esperado, apareceu também como uma reta vertical no cilindro. Ela de fato fez o que eu havia proposto, mas após isso tive que especificar que a reta deveria aparecer na horizontal. Um dos alunos tentou novamente, e, ao não conseguir, experimentou usar o compasso, sem sucesso. Ainda assim, teve a ideia criativa de desenhar um rosto sério na folha, de modo que parecesse sorridente no cilindro. Os demais também se envolveram, elaborando estratégias para ver quem conseguiria fazer a melhor reta.

Um aspecto muito positivo foi o clima descontraído e divertido que se estabeleceu durante a aula. Foi gratificante observar a mudança de postura da turma: nas primeiras aulas, demonstravam certa frieza e desinteresse, resistindo às atividades; agora, estavam rindo, trocando ideias e exercitando a criatividade para resolver os desafios propostos.

Em seguida, sugeri que avaliássemos juntos os desenhos de cada um, fazendo uma brincadeira de classificá-los para ver qual havia ficado mais interessante e bem feito. Constatei que todos haviam completado a tarefa de transposição com sucesso, pois as imagens apareciam corretas no cilindro – com exceção de um estudante que esqueceu de inverter o lado do papel vegetal, o que resultou em uma imagem espelhada. Aproveitei o momento para instigá-los a refletir porque isso aconteceu, e responderem as perguntas do Questionário - Etapa 2 - Anamorfose.

Inicialmente, esse questionário seria uma tarefa para casa, a ser entregue na aula seguinte. No entanto, decidi alterar essa dinâmica e não deixar mais atividades para fora do horário escolar, já que essa era uma reclamação recorrente entre os alunos, que frequentemente esqueciam de fazê-las ou de trazê-las de volta. Além disso, considerei essa decisão mais adequada, visto que a frequência na turma era irregular e havia o risco de um aluno faltar e não entregar a atividade posteriormente.

18/09/2025 - 5ª aula

Tendo finalizado as aulas da Anamorfose, passamos a focar na última peça da seleção: as Pontes de Königsberg. Mais uma vez, optei por alterar parcialmente o planejamento inicial, por considerar que a proposta original não despertaria tanto interesse nos estudantes, embora tenha mantido a leitura do conteúdo do *site* logo no início da aula.

Inicialmente, a ideia era apenas instruí-los sobre como montar os grafos, pedir que preenchessem a tabela com os nomes — Quadro 2 — e, em seguida, construíssem um grafo com três ou mais letras em comum (denominado G3), além de outro de livre escolha. Contudo, decidi tornar a dinâmica mais envolvente: levei fitas coloridas, cada cor representando um grafo diferente, para que montássemos juntos as conexões com base nas letras em comum dos próprios nomes dos alunos. Por exemplo, o primeiro estudante analisaria quantas letras compartilhava em comum com cada colega e, de acordo com a quantidade, utilizaria uma cor específica de fita para representá-la.

Nesta aula, participaram cinco estudantes, sendo que um deles não estava matriculado oficialmente na disciplina mas, com a autorização do Professor, pôde integrar o grupo. Sua produção de material não será analisada.

Assim que iniciamos a brincadeira, os alunos rapidamente perceberam e deduziram espontaneamente conceitos fundamentais que seriam trabalhados posteriormente, como o fato de que quando chegasse a vez do último estudante o seu grafo já estaria pronto.

Depois desse momento inicial, entreguei a eles a lista impressa com os nomes e a tabela de relações, orientando-os a preencher os espaços em branco para consolidar o raciocínio desenvolvido na atividade. Essa tabela corresponde àquela apresentada no capítulo anterior, porém foi adaptada com alguns espaços em branco para que os próprios alunos pudessem completá-la. O objetivo dessa modificação foi estimular a observação de padrões e relações entre os dados, como, por exemplo, perceber que o número de letras em comum do primeiro nome com o segundo é o mesmo que do segundo nome com o primeiro.

Quadro 3 - Tabela incompleta para os estudantes preencherem

Nomes/Quantidade de letras em comum	1	2	3	4	5	6	7
1		4	3	4	5	4	
2			2	3	5		2
3	3	2			2	3	2
4		3	3		4		
5	5	5	2	4			
6	4		3		2		
7							

Fonte: Autoral

Os alunos pareceram gostar bastante da atividade. Durante a execução, mostraram-se engajados, fazendo perguntas, tirando dúvidas e pedindo que eu conferisse se haviam completado corretamente as relações entre os nomes. Contudo, apesar de eles terem percebido, durante a brincadeira das fitas, que o último grafo já estava completo, acredito que tiveram dificuldade em relacionar cada número com seus anteriores, pois acabavam contando as letras repetidas duas vezes. Por exemplo, já haviam contado as letras em comum entre os nomes nº 2 e nº 4, mas voltavam a contar novamente ao preencher o espaço correspondente ao 4 com o 2.

Ao menos demonstraram compreender a lógica de que a última linha, referente ao nome nº 7, deveria permanecer em branco, realizando esse preenchimento automaticamente.

Pude notar também que ocorreram alguns erros na contagem e, consequentemente, no preenchimento da tabela e na elaboração dos grafos, mas esse não era o foco principal da minha observação ou análise naquele momento.

Em seguida, quando todos já haviam preenchido suas tabelas, pedi que elaborassem o grafo correspondente aos nomes que possuíam três ou mais letras em comum, além de escolherem outro grafo adicional para representar. Nesse momento, alguns alunos demonstraram certa confusão e precisaram de um pouco mais do meu auxílio para compreender como montar os grafos. Outros, porém, criaram suas próprias estratégias, pensando, além do G3, qual outro grafo seria mais rápido ou prático de construir.

Assim, alguns optaram pelo G1 (apenas uma letra em comum entre os pares de nomes; em geral, Gn é o grafo em que cada par de nomes conectado tem n ou mais letras em comum), enquanto outra aluna escolheu o G5. O G1, naturalmente, exigia mais tempo, pois envolvia relacionar todos os nomes entre si, enquanto o G5 era o mais simples, por possuir menos conexões entre os vértices. É importante mencionar que a mesma estudante que, na atividade da Anamorfose, havia escolhido o desenho mais simples para terminar rapidamente, foi também quem percebeu que o G5 seria o grafo mais rápido de fazer, mantendo o mesmo padrão de buscar resolver as tarefas de forma mais prática e imediata.

Após isso, os estudantes responderam o Questionário - Etapa 1 - Pontes de Königsberg e assim encerramos a primeira aula desta peça.

25/09/2025 - 6ª aula

Na sexta aula, levei as peça Pontes de Königsberg para darmos continuidade ao trabalho com essa peça. Logo ao chegar, fui recebida pelos alunos na porta da sala, que me disseram que gostariam que a próxima aula, que seria a última, fosse dedicada apenas a comidas e brincadeiras. Como eu já havia planejado utilizar esse último encontro para realizar um fechamento das atividades, concordei com a proposta, contanto que cada um levasse algum doce ou salgadinho para compartilharmos.

Nessa aula estavam presentes quatro alunos, porém um deles havia faltado na aula anterior. Assim, o Professor estava presente e auxiliou esse estudante, repassando o conteúdo e as instruções da atividade anterior, enquanto eu acompanhava os outros três, que estavam dando continuidade ao trabalho. A proposta consistia em encaixar os nomes dados na lista nas ilhas da peça, de modo a representar o grafo G3 nas pontes. Porém, como na peça há apenas seis ilhas, e na lista há sete nomes, optei por tirar o primeiro nome, que era o que possuía mais conexões, para o desafio funcionar.

O aluno que havia faltado demonstrou bastante dificuldade em compreender a dinâmica, possivelmente por não ter participado da explicação da aula anterior. Além disso, a condução acabou ficando um pouco corrida, já que eu precisava orientar tanto esse estudante quanto os demais. Ainda assim, o professor conseguiu auxiliá-lo, e ao final ele conseguiu compreender e realizar a proposta.

Os outros três alunos iniciaram juntos o processo de encaixar os nomes nas ilhas, mas dois deles acabaram se desinteressando ao longo da atividade e deixaram de se envolver. A terceira estudante, entretanto, manteve-se bastante dedicada e persistente em tentar resolver o desafio. Em determinado momento, perguntou-me se o modo como havia feito estava correto; ao responder que não, ela retrucou dizendo que talvez não fosse possível realizar a tarefa. Por um instante, pensei que ela desistiria, mas a incentivei a tentar novamente, explicando que a atividade era possível, apenas exigia mais atenção. A estudante continuou se esforçando e, ao final, conseguiu completar o desafio sozinha, o que representou um avanço significativo em termos de engajamento e perseverança.

Em seguida, quando ela finalizou, chamei novamente todos os estudantes, inclusive os que ainda estavam concluindo as atividades da aula anterior, para resolverem o desafio principal da peça das Pontes de Königsberg. Reexpliquei brevemente a história que inspira o problema e propus que tentassem resolvê-lo utilizando as pontes disponíveis. Nesse momento, a estudante que havia se destacado anteriormente já não demonstrou o mesmo empenho, e nenhum dos alunos conseguiu efetivamente resolver o desafio. No entanto, um dos meninos mostrou grande curiosidade e começou a explorar diferentes possibilidades, tentando montar o percurso utilizando todas as pontes ao mesmo tempo. Ele permaneceu concentrado nessa tarefa até o final da aula, quando entreguei o Questionário - Etapa 2 - Pontes de Königsberg, que os alunos responderam antes de encerrarmos o encontro.

02/10/2025 - 7ª aula

Nessa última aula, ocorreu uma situação diferente das anteriores. Ao chegar à sala, encontrei o professor ainda presente, o que me proporcionou a oportunidade de conversar brevemente com ele. Agradeci pela oportunidade de ter desenvolvido o projeto durante suas aulas, ressaltando o quanto essa experiência contribuiu significativamente para a minha pesquisa e formação profissional. Expliquei que havia sido uma vivência muito importante para mim, tanto do ponto de vista acadêmico quanto pessoal.

O Professor também expressou agradecimento, afirmando que havia gostado muito da proposta. Comentou que a ideia de desenvolver um projeto desse tipo era algo que ele já vinha planejando há algum tempo e que ficou feliz em vê-lo acontecer. Ele relatou ainda que, quando propôs a disciplina eletiva, esperava cerca de quinze alunos inscritos, mas ficou surpreso ao perceber que apenas sete se matricularam. Além disso, observou que a frequência média ao longo do semestre oscilou entre três e cinco estudantes, o que o levou a investigar o motivo da baixa participação. Segundo ele, após conversar com outros professores da escola, constatou que a situação não se restringia à disciplina da Matemateca: diversas outras eletivas também estavam enfrentando problemas semelhantes, com índices de frequência e engajamento reduzidos. Por isso mencionou que a Escola estava repensando o modelo de aulas eletivas, e que também ele fosse totalmente reformado, por conta da insatisfação dos estudantes.

Após essa conversa inicial com o professor, ele se retirou da sala e permaneceram apenas três estudantes. Perguntei quem havia trazido um lanchinho, conforme combinamos na última aula, mas só um deles trouxe pão de queijo. Por sorte, já tinha previsto que eles poderiam esquecer, como já havia acontecido antes, e levei uma quantidade maior de pães de queijo e de docinhos. Após verificar a situação da comida, pedi que respondessem ao questionário de *feedback* sobre as atividades desenvolvidas ao longo do projeto, antes de eu liberar para comermos e jogarmos juntos. Eu havia levado os jogos da velha de tabuleiro 3x3x3 e de 4x4x4 para brincarmos também.

Uma das alunas, que sempre respondia rapidamente às tarefas, foi a primeira a concluir o questionário. Apesar da agilidade, suas respostas foram bastante interessantes e coerentes. Essa mesma estudante, inclusive, havia se mostrado mais engajada na atividade das Pontes de Königsberg, mesmo quando os demais colegas já haviam perdido o interesse. No questionário, ela confirmou essa percepção ao afirmar que aquela havia sido a atividade de que mais gostara. Ela também mencionou que achou a proposta da Anamorfose do Cilindro Espelhado mais complexa, o que vai ao encontro das observações feitas durante as aulas, em que demonstrou maior dificuldade em compreender e realizar as etapas dessa atividade.

Outro aluno avaliou que a atividade do Balancinho foi a mais divertida, enquanto considerou a das pontes “entediante”. Um terceiro classificou a Anamorfose como difícil, mas descreveu as Pontes como “fáceis e legais”, embora tenha tido bastante dificuldade para realizá-la. Esse aluno havia faltado à aula anterior e, portanto, recebeu explicações mais resumidas, o que pode ter influenciado sua percepção de facilidade.

Ao final da aplicação dos questionários, finalmente abri o momento para comermos e jogarmos os jogos da velha tridimensionais. Notei que, nessa atividade, o envolvimento foi espontâneo e imediato, muito maior do que nas situações em que eu conduzia experimentos ou direcionava a investigação. Eles demonstraram curiosidade genuína e entusiasmo em explorar as peças, sem enxergar a tarefa como uma “atividade avaliativa”. Essa diferença foi perceptível: nas aulas anteriores, havia uma expectativa de que toda atividade seria seguida por uma explicação ou tarefa escrita; já nessa, a percepção foi de brincadeira e descoberta. Bastaram poucas instruções para que começassem a jogar por conta própria, testando e propondo variações das regras.

Durante os jogos, a aluna que sempre concluía rapidamente as tarefas destacou-se novamente por seu raciocínio ágil. Em pouco tempo, observou que, no tabuleiro 3×3×3, o primeiro jogador tinha grande vantagem, o que de fato é confirmado em versões matemáticas do jogo. Ela explicou que, ao começar, era possível definir as jogadas e obrigar o oponente a apenas bloquear, uma percepção bastante refinada. Mais adiante, ao jogarmos a versão 4×4×4, ela observou que essa vantagem já não se repetia, demonstrando novamente atenção e capacidade de análise.

Quando os alunos começaram a se cansar do formato tradicional, foi essa mesma estudante quem sugeriu uma nova regra: venceria quem conseguisse formar três linhas completas, e não apenas uma. A proposta renovou o interesse do grupo, tornando o jogo mais desafiador e estimulando novas estratégias.

Um dos meninos, por sua vez, manteve o perfil investigativo que já havia demonstrado nas outras atividades – ele gostava de “extrapolar” as regras, tentando explorar todas as possibilidades. Assim como nas Pontes de Königsberg, em que quis atravessar todas as pontes possíveis, nessa aula ele tentou preencher completamente o tabuleiro 4×4×4 para observar quantas linhas poderiam ser formadas.

Antes de encerrarmos, aproveitei um momento para retomar a conversa sobre o conceito de matemática. Perguntei o que, para eles, era “matemática”, e as respostas foram bastante reveladoras: uma aluna afirmou que “matemática é tudo”, dizendo ser sua disciplina favorita e destacando que “usamos matemática para tudo”. Já os outros dois responderam de forma mais associada ao contexto escolar, mencionando “contas”, “calculadora” e “números”. Então, questionei se eles acreditavam que havíamos feito matemática durante as aulas, pois não utilizamos calculadoras, nem trabalhamos com contas. Todos responderam que sim, mesmo sem termos trabalhado diretamente com cálculos. A aluna explicou que, por exemplo, na atividade das pontes foi necessário contar letras e estabelecer relações, o que também envolve pensamento matemático. Essa resposta demonstra que, de alguma forma, os estudantes reconheceram a presença da matemática em situações não convencionais, o que já representa uma ampliação importante de suas concepções sobre a disciplina.

Essas respostas foram bem importantes e serão retomadas novamente no capítulo de análise dos resultados.

Encerramos a aula compartilhando o lanche e conversando informalmente. Nesse momento, ficou ainda mais evidente como cada aluno havia revelado traços marcantes de sua personalidade ao longo do projeto: a estudante de raciocínio rápido e objetivo, o aluno criativo que explorava possibilidades além das propostas, e o mais tímido, que preferia observar e interagir em dupla. Essa diversidade de perfis tornou o processo muito mais rico e coerente com os princípios da pesquisa qualitativa, especialmente ao considerar, como destaca Vygotsky (2001) em *A construção do pensamento e da linguagem*, a importância da interação e da subjetividade no processo de análise dos resultados.

7 ANÁLISE DOS DADOS

A coleta de dados para esta pesquisa foi conduzida integralmente por mim, pesquisadora, ao longo das aulas da disciplina eletiva. Os instrumentos utilizados consistiram na observação participante e na aplicação de questionários.

Grande parte das informações analisadas advém das minhas impressões e registros sobre as interações entre os estudantes, seus comportamentos e o engajamento demonstrado durante o manuseio das peças. Esses dados qualitativos foram complementados pelas respostas obtidas nos questionários impressos (Etapas 1 e 2), respondidos individualmente pelos alunos, permitindo uma triangulação entre a percepção da pesquisadora e a produção escrita dos participantes.

A análise dos dados desta pesquisa será realizada sob a perspectiva dos estudos do psicólogo Lev Semionovitch Vygotsky.

Todas as respostas de cada pergunta de todos os questionários serão agrupadas em conceitos que os alunos demonstraram ter aprendido, bem como uma breve análise se foi satisfatório, ou seja, se eles atingiram os objetivos desejados.

7.1 TEORIA DE VYGOTSKY NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Lev Semionovitch Vygotsky é um referencial teórico adequado para contribuir com esta pesquisa, por compreender o processo de aprendizagem como resultado direto das interações sociais e culturais nas quais o indivíduo está inserido. Para o autor, o contexto histórico-cultural molda o desenvolvimento psicológico, determinando a maneira de pensar e de compreender o mundo.

Nesse sentido, Vygotsky defende que a aprendizagem ocorre essencialmente a partir do outro, pois na ausência do outro o homem não se constitui plenamente como ser humano. A formação acontece, portanto, na relação entre o sujeito e a sociedade que o cerca: o indivíduo transforma o ambiente e é, simultaneamente, transformado por ele. Essa perspectiva reforça o papel da cultura, da socialização e da linguagem como elementos centrais no desenvolvimento cognitivo.

No campo educacional, essas ideias se alinham fortemente com os princípios das ações educativas propostas nesta pesquisa. Assim como Vygotsky valoriza a mediação social e a construção compartilhada do conhecimento, as ações educativas buscam promover situações em que o estudante atue de forma ativa, colaborativa e reflexiva, desenvolvendo o pensamento por meio da interação e da comunicação entre os pares. Essa abordagem, que rejeita o ensino tradicional, verbalista e unidirecional, propõe um aprendizado contextualizado e dialógico, no qual o aluno é protagonista de sua aprendizagem.

Com base na obra *A Construção do Pensamento e da Linguagem* (VYGOTSKY, 2001), compreende-se que o desenvolvimento histórico se sobrepõe ao biológico, e que a linguagem tem papel essencial como mediadora das relações cognitivas e sociais. O processo educativo, portanto, deve ser compreendido como uma experiência de troca simbólica, em que o diálogo e o uso de signos contribuem para a elaboração de conceitos e para a formação integral do sujeito.

Além disso, a análise dos dados obtidos nesta pesquisa considera não apenas as respostas aos questionários e as observações registradas em aula, mas também o histórico individual dos estudantes, incluindo seus modos de pensar, agir, interagir e se expressar. Esses elementos são compreendidos como parte constitutiva do processo de aprendizagem, pois revelam as trajetórias e experiências socioculturais que influenciam a maneira como cada aluno interpreta, participa e se engaja nas atividades propostas. Assim, ao observar o comportamento, as reações, os comentários e as estratégias dos alunos, busca-se compreender como suas singularidades contribuem para a construção coletiva do conhecimento.

Dessa forma, uma prática pedagógica fundamentada nas ideias de Vygotsky possibilita a constituição de sujeitos autônomos, críticos e potencialmente dialógicos, princípios que sustentam o conceito de ações educativas aplicadas neste projeto. A valorização da cultura, da linguagem e da interação como mediadoras do processo de ensino-aprendizagem aproxima-se diretamente do propósito das ações educativas da Matemateca: promover experiências significativas e contextualizadas, que estimulem a reflexão, a construção de sentido e o engajamento ativo dos estudantes.

7.2 ANÁLISE DOS QUESTIONÁRIOS

7.2.1 Análise de Questionário - Balancinho - Etapa 1

Como dito no capítulo da descrição das aulas, apenas três estudantes responderam os questionários do Balancinho, por isso sua análise será mais limitada.

P1: O que faz o pêndulo balançar?

A- O movimento que aplicamos neste pêndulo, a gravidade e o próprio eixo que segura a corrente faz ele se movimentar.
B- A gravidade, porque a gravidade puxa as coisas para baixo, e quando está em um ponto fixo, no alto fica lá balançando enquanto a gravidade puxa para baixo.
C- Gravidade, impulso.

Quadro 4 - Respostas P1 - Balancinho - Etapa 1

Pergunta	O que faz o pêndulo balançar?	
Palavras-chave	Gravidade	Impulso
Número de respostas	3	2 (A,C)

Fonte: Autoral

P2: Onde mais podemos encontrar esse movimento no dia a dia?

A- No balanço, no guindaste e no relógio antigo.
B- Relógio antigo, balanço.
C- Relógio antigo, balanço e guindaste.

P3: O movimento do pêndulo muda quando você solta a tampa da caneta em lugares diferentes? E quando você empurra a tampa quando vai soltar? Explique o que muda.

A- Sim porque muda o ângulo em que o peso na corda vai balançar e pode ir mais rápido.

B- Muda, porque às vezes solta forte ou de um ângulo diferente, e também depende da posição.
C- Sim, quando empurra tem mais impulso.

Quadro 5 - Respostas P3 - Balancinho - Etapa 1

Pergunta	O movimento do pêndulo muda quando você solta a tampa da caneta em lugares diferentes? E quando você empurra a tampa quando vai soltar? Explique o que muda.	
Conceito-chave	Impulso e posição	Velocidade/Impulso
Número de respostas	1	2

Fonte: Autoral

7.2.2 Análise de Questionário - Balancinho - Etapa 2

P1: Quais são as formas de começar o movimento?

A- Girando, puxando, empurrando. Empurrar para os lados que se movimenta o pêndulo.
B- Puxando a mesinha.
C- Puxando a mesinha e soltando.

Quadro 6 - Respostas P1 - Balancinho - Etapa 2

Pergunta	Quais são as formas de começar o movimento?		
Conceito-chave	Puxar e soltar	Empurrar	Girar
Número de respostas	3	1	1

Fonte: Autoral

P2: Como é possível fazer uma curva mais aberta? E em forma de 8?

A- Você puxa e depois empurra para o lado para fazer a curva mais aberta e para a de 8 você puxa girando a mesa
B- Pega a mesinha e coloca um pouco de lado e solta e vira um 8. E na curva mais aberta é a mesma coisa só que puxando mais para o lado.
C- Deixando a canetinha mais perto da ponta. Puxa como se fosse reto mas girando um pouco para o lado.

Quadro 7 - Respostas P2 - Balancinho - Etapa 2

Pergunta	Como é possível fazer uma curva mais aberta? E em forma de 8?
Conceito-chave	Giro
Número de respostas	3

Fonte: Autoral

7.2.3 Análise da ação educativa do Balancinho

Quadro 8 - Comparação de conceitos entre os questionários do Balancinho

Questionário Balancinho	Etapa 1	Etapa 2
Conceitos compreendidos	Impulso	Ângulo e impulso

Fonte: Autoral

O esperado com essas perguntas era se os estudantes conseguiam identificar as variáveis que modelam a curva feita pelo balancinho, bem como prever esse movimento antes de fazê-lo e identificar o movimento do pêndulo em outras situações do cotidiano.

Dessa forma, nota-se que os alunos atingiram satisfatoriamente esse objetivo, então pode-se assumir que a ação educativa cumpriu com seu propósito.

7.2.4 Análise de Questionário - Anamorfose do Cilindro Espelhado - Etapa 1

P1: Como você explicaria o fato de uma figura distorcida formar uma imagem correta no cilindro?

A- O cilindro está refletindo as coisas e como é um cilindro reflete só distorcendo e como o desenho também é distorcido ele fica certo.
B- Quando você desenha normal a figura fica distorcida, e quando desenha torto fica normal, então eu acho que é por causa do reflexo e o formato.
C- Eu tentei fazer mas estou com muita dificuldade.
D- Eu explicaria que não tem explicação.
E- Pois o cilindro é deformado e deforma a imagem, então se deformarmos a figura vai ocorrer a inversão.

Quadro 9 - Respostas P1 - Anamorfose do cilindro Espelhado - Etapa 1

Pergunta	Como você explicaria o fato de uma figura distorcida formar uma imagem correta no cilindro?	
Conceitos-chaves	O cilindro é deformado e deforma a imagem, então se deformar a figura, vai ocorrer a inversão.	Não sei/Não há explicação
Número de respostas	3	2

Fonte: Autoral

P2: Por que você precisou virar o papel vegetal antes de transferir o desenho?

A- Porque o desenho fica invertido no espelho vira pois inverte de novo.
B- Para inverter o desenho marcar as coordenadas, e passar para uma outra folha com as mesmas coordenadas, aí fazendo isso o desenho fica distorcido, e botando no cilindro fica normal.
C- Eu tentei fazer mas estou com muita dificuldade.
D- Para não ficar invertido
E- Para o desenho não ficar invertido na hora que ele é refletido.

Quadro 10 - Respostas P2 - Anamorfose do cilindro Espelhado - Etapa 1

Pergunta	Por que você precisou virar o papel vegetal antes de transferir o desenho?	
Conceitos-chave	Para a imagem do desenho não ficar invertida	Não sei
Número de respostas	4	1

Fonte: Autoral

7.2.5 Análise de Questionário - Anamorfose do Cilindro Espelhado - Etapa 2

P1: O seu desenho ficou correto quando colocado na frente do espelho? Se não, explique o que aconteceu.

A- Ficou correto.
B- Sim, ele ficou correto.
C- Deu.
D- Sim, ficou correto.
E- Sim.

P2: É possível usar o lápis na base branca do espelho. Tente fazer uma curva que apareça como um segmento de reta no cilindro. Dica: para isso marque um ponto inicial e final e os ligue. Explique como você fez e porque você acha que deu certo.

A- Eu tentei usar um compasso para fazer um círculo mas não deu certo.
B- Sim, porque você tem que pegar e colocar as mesmas coordenadas na base, aí vai ficar achatado/curvado, e já que o cilindro é torto/redondo, tem que desenhar torto para ficar reto, e a linha é a mesma coisa.
C- Fiz na vertical.
D- Eu fiz isso pois é diferente/invertido a visão do papel e a do espelho e por esse motivo precisa reescrever em uma folha com o formato circular. Eu fiz uma linha curvada.

E- Pois o cilindro é curvado, ele reflete uma linha reta curvada, então, se curvar a linha no mesmo grau do cilindro, a curva vira uma reta.

Quadro 11 - Respostas P2 - Anamorfose do cilindro Espelhado - Etapa 2

Pergunta	É possível usar o lápis na base branca do espelho. Tente fazer uma curva que apareça como um segmento de reta no cilindro. Dica: para isso marque um ponto inicial e final e os ligue. Explique como você fez e porque você acha que deu certo.	
Conceitos-chave	Distorção do desenho	Fazer uma linha na vertical
Número de respostas	4	1

Fonte: Autoral

7.2.6 Análise da ação educativa da Anamorfose do Cilindro Espelhado

Quadro 12 - Comparação de conceitos entre os questionários da Anamorfose do Cilindro Espelhado

Questionário Anamorfose do Cilindro Espelhado	Etapa 1	Etapa 2
Conceitos compreendidos	O cilindro é deformado e a imagem invertida	É preciso fazer uma curva para refletir uma reta

Fonte: Autoral

O objetivo desses questionários era avaliar a percepção dos alunos sobre o motivo da deformação e inversão promovida pelo cilindro ao refletir uma imagem.

Conforme foram apresentados nas respostas, a maioria dos estudantes conseguiu captar o ponto desejado, portanto também foi uma ação educativa bem sucedida.

7.2.7 Análise de Questionário - Pontes de Königsberg - Etapa 1

P1: Pegue o grafo 3 e escolha dois vértices (nomes). Existe um caminho de arestas entre eles? Se sim, isso vale para todos os pares de vértices?

B- Sim vale para todos os vértices.

C- Sim nesse caso sim.

D- Sim existe um caminho de arestas entre eles, e isso não vale para todos os pares de vértices pois todos não tem as mesmas letras em comum.

Quadro 13 - Respostas P1 - Pontes de Königsberg - Etapa 1

Pergunta	Pegue o grafo 3 e escolha dois vértices (nomes). Existe um caminho de arestas entre eles? Se sim, isso vale para todos os pares de vértices?	
Conceitos-chave	Vale para todos pares de vértices	Não vale para todos pares de vértices
Número de respostas	2	1

Fonte: Autoral

P2: Um grafo é completo quando cada vértice se liga com todos os outros. Algum deles é completo? Qual?

B- Não é completo, porque todos os vértices tinham que estar ligados.

C- Não

D- Sim, eu acho que o 2.

Quadro 14 - Respostas P2 - Pontes de Königsberg - Etapa 1

Pergunta	Um grafo é completo quando cada vértice se liga com todos os outros. Algum deles é completo? Qual?	
Conceitos-chave	Não é completo	O G2.
Número de respostas	2	1

Fonte: Autoral

P3: Qual dos grafos foi mais difícil de fazer? Que outras diferenças você encontrou entre os grafos?

B- O G3, porque dá pra ficar confuso na tabela, e tinha mais números para ligar.
C- O 1 pois tive que fazer linhas com todo o resto.
D- Eu acho que o grafo 1 pois tem que ser ligado com todos.

Quadro 15 - Respostas P3 - Pontes de Königsberg - Etapa 1

Pergunta	Qual dos grafos foi mais difícil de fazer? Que outras diferenças você encontrou entre os grafos?	
Conceitos-chave	O G1, pois é o grafo com maior número de arestas, e todos vértices se ligam	G3, pois era o número de letras em comum de diversos nomes
Número de respostas	2	1

Fonte: Autoral

7.2.8 Análise de Questionário - Pontes de Königsberg - Etapa 2

P1: Quais desafios matemáticos você encontrou nesta aula e na anterior?

A- O grafo que se relaciona com a matemática como um tipo de gráfico que mostra as coisas em comum que algo tem.
B- Olhar a tabela tipo um exemplo, ver se 1 tem quantas letras com o 7.

D- Ter que ligar todos os nomes.
E- A proporcionalidade de números de letras e as formas geométricas, quantidade etc.

O objetivo desta pergunta era compreender o que os alunos identificaram de matemática no conceito de grafo. De acordo com as respostas, pode-se perceber que para eles, há a questão de contar a quantidade de letras em comum, analisar os dados da tabela que relaciona essa quantidade de números e a forma geométrica da disposição dos vértices. Porém, tais condições são específicas para essa situação e tipo de grafo apresentado. Por isso ainda há dúvidas sobre o entendimento claro deles.

P2: Esse sistema da peça é um grafo? Explique por quê.

A- Sim porque no caso as ilhas seriam os nomes que se conectam e as pontes são arestas.
B- [Não respondeu.]
D- Sim é um grafo pois liga as ilhas as pontes.
E- Sim, pois cada ponto (ilha) tem suas interligações, que é a definição de grafo.

Quadro 16 - Respostas P2 - Pontes de Königsberg - Etapa 2

Pergunta	Esse sistema da peça é um grafo? Explique porquê.	
Conceitos-chave	Sim, pois há pontos ligados por arestas, conforme a definição de grafos.	Não respondeu.
Número de respostas	3	1

Fonte: Autoral

P3: Onde encontramos grafos no cotidiano?

A- Na estação de trem e metrô.
B- Encontramos em matemática, e obras de construção.
D- Nas linhas de estação do metrô e do ônibus.

E- Em ruas, metrô, corredores

Assim, percebe-se que os alunos conseguiram identificar grafos em outras situações, presentes inclusive no cotidiano deles. Porém, não é certo que o conceito foi verdadeiramente compreendido, ainda que as ações educativas também sirvam como um contato inicial com determinados assuntos.

Além disso, conforme já mencionado, houve, segundo minha percepção, uma mudança significativa na postura e no comportamento do grupo de alunos a partir da segunda aula, especialmente no momento em que a turma passou a interagir diretamente com as peças. Acredito que esse efeito ocorreu porque a etapa de exploração tornou os estudantes protagonistas da atividade, o que pareceu tornar a aula mais envolvente e estimulante, favorecendo uma participação mais ativa.

Outra observação, ainda no âmbito das questões comportamentais, refere-se ao modo como os alunos demonstravam certas regularidades de personalidade, o que permitia identificar padrões em suas atitudes durante as aulas.

Em diálogo com Vygotsky, entende-se que, no processo de ensino e aprendizagem, é fundamental considerar o contexto sociocultural do estudante, bem como toda a sua bagagem prévia, pois esses elementos influenciam diretamente sua forma de compreender e se envolver com o conteúdo. Assim, conhecer também as qualidades, dificuldades e particularidades dos alunos pode ser valioso para a prática docente, contribuindo para uma atuação pedagógica mais sensível, contextualizada e eficaz.

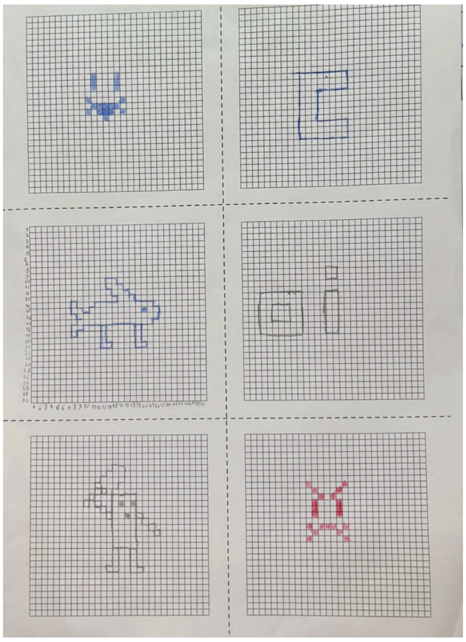
7.3 ANÁLISE INDIVIDUAL DOS ALUNOS

7.3.1 Aluno A

Esse estudante sempre demonstrou um perfil mais criativo nas atividades propostas. O primeiro momento em que pude perceber essa característica foi na minha chegada à sala de aula: A estava com uma estrela ninja feita de papel, confeccionada por ele mesmo. Posteriormente, durante a atividade com o Balancinho, na qual os alunos tinham liberdade para produzir quantos desenhos desejassem, no estilo que preferissem, A foi quem mais explorou possibilidades criativas, produzindo figuras variadas e experimentando diferentes cores e formas de curvas.

Além disso, na aula dedicada à elaboração de desenhos para serem reproduzidos no Cilindro Espelhado, ele novamente se destacou ao criar composições inusitadas, evidenciando seu interesse pelo desenho e sua inclinação artística.

Figura 13 - Desenhos produzidos por A



No que diz respeito à interação com as peças, ele demonstrava constante interesse em explorar possibilidades além das propostas iniciais. Frequentemente perguntava se poderíamos pensar em diferentes soluções para os problemas apresentados ou até mesmo criar novos desafios a partir das peças.

No Questionário de Avaliação, A atribuiu nota 4 ao seu gosto pela matemática e afirmou que continuou gostando da disciplina da mesma forma após a conclusão da eletiva. Para ele, a atividade com o Balancinho foi a mais interessante; a Anamorfose também foi avaliada de maneira positiva, enquanto a atividade das Pontes de Königsberg foi considerada entediante, possivelmente por não envolver produção artística, aspecto pelo qual demonstrou maior afinidade ao longo das aulas.

Dessa forma, compreende-se que, para o ensino não apenas de matemática, mas de outras áreas do conhecimento voltadas a esse aluno em particular, é pertinente propor tarefas que envolvam criatividade, permitindo-lhe expressar-se e engajar-se mais profundamente. Nesse sentido, pode-se considerar que as ações educativas contribuíram para favorecer sua participação e seu envolvimento no processo de aprendizagem.

7.3.2 Aluno B

O aluno B sempre se mostrou um adolescente mais tímido e retraído. Com frequência demonstrava insegurança em relação às próprias respostas e à sua capacidade, o que fazia com que participasse menos das discussões em grupo. Ainda assim, buscava minha ajuda individualmente sempre que necessário e, nesses momentos, conseguia acompanhar o raciocínio com agilidade após uma breve explicação direcionada.

Nos momentos de interações com a peça, sempre que o fazia em dupla, com A, se sentia mais à vontade e confortável para revelar seus pensamentos.

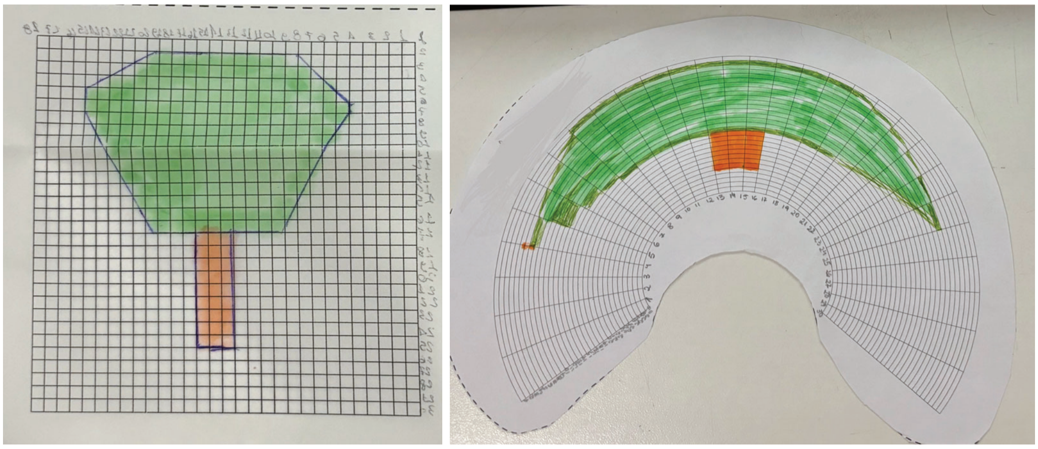
No Questionário de Avaliação, B afirmou que daria nota 3 para matemática e mencionou ter passado a gostar mais da disciplina após a eletiva. Entre as atividades realizadas, avaliou positivamente a do Balancinho e a das Pontes de Königsberg, sendo esta a sua preferida. Em contrapartida, comentou que considerou a Anamorfose do Cilindro Espelhado mais difícil.

Assim, entende-se que as ações educativas também contribuíram significativamente para esse aluno, uma vez que se configuram como atividades investigativas que favorecem maior autonomia, segurança e construção gradual de confiança no processo de aprendizagem.

7.3.3 Aluno C

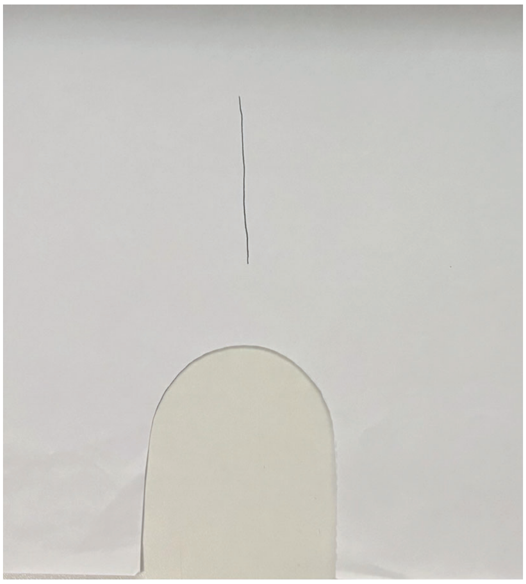
A aluna C aparentou ser alguém com forte preferência por estímulos visuais, demonstrando gosto particular por colorir. Esse padrão pôde ser observado tanto nos desenhos de rascunho da Anamorfose do Cilindro Espelhado quanto no desenho final, feito sobre o papel com o quadriculado deformado, sendo a única estudante que optou por trabalhar com cores nessa atividade. O mesmo ocorreu na aula sobre grafos, em que decidiu atribuir uma cor específica para cada grafo, organizando visualmente o conteúdo de maneira própria.

Figura 14 - Desenhos feitos por C



Além disso, C foi a estudante que conseguiu solucionar o desafio de desenhar uma reta que aparecesse como reta no cilindro espelhado, na peça da Anamorfose do Cilindro Espelhado. Para isso, elaborou uma única linha vertical, que certamente seria refletida como uma reta no espelho — uma solução rápida, prática e plenamente válida para o problema.

Figura 15 - Linha vertical desenhada por C



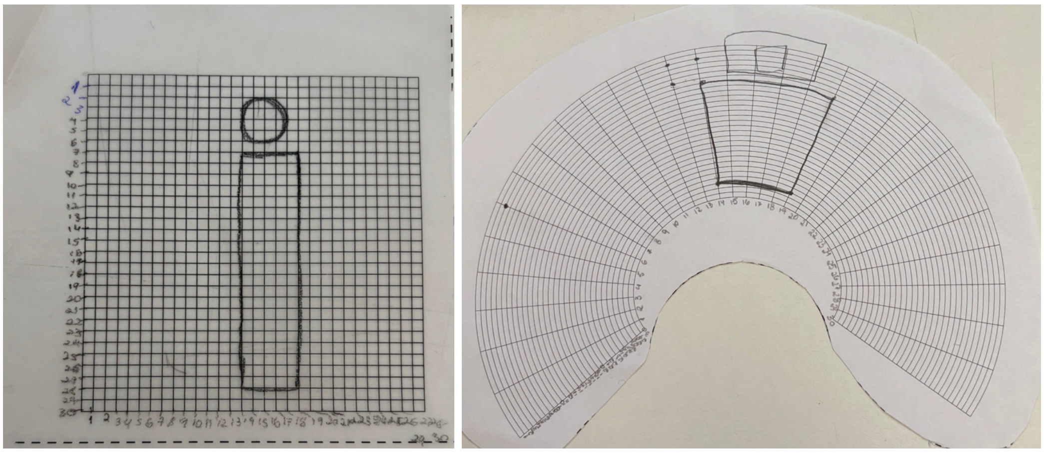
C não compareceu à última aula, momento em que foi aplicado o Questionário de Avaliação, motivo pelo qual seu feedback sobre as aulas e atividades não pôde ser registrado.

Ainda assim, observa-se que as ações educativas a apoiaram no uso espontâneo de sua criatividade, permitindo que ele se expressasse livremente e demonstrasse, em diferentes momentos, um notável cuidado e originalidade nas tarefas realizadas.

7.3.4 Aluno D

A estudante D de início parecia de início demonstrar desinteresse pelas aulas e atividades propostas, por sempre considerar possibilidades de como fazer a tarefa o mais rápido possível para acabá-la logo, como fez com os desenhos da Anamorfose do Cilindro Espelhado e ao utilizar da estratégia de realizar o G5, nas Pontes de Königsberg, por pensar que sería grafo mais rápido.

Figura 16 - Desenhos feitos por D



Porém, ao ser perguntada na última aula sobre o que é a matemática, respondeu prontamente que a matemática é tudo, e que era sua matéria predileta. Assim, percebi que, na realidade, o raciocínio lógico de D para matemática era mais rápido que os demais, por isso o fruto do desinteresse. Tanto que, ao ser proposto o desafio das Pontes de Königsberg, enquanto os outros alunos desistiram facilmente por terem considerado mais difícil, D pela primeira vez se mostrou muito empenhada em encontrar uma solução para o problema, e foi a única aluna que o conseguiu. E também no momento que os alunos deveriam desenhar uma curva que refletisse uma reta no cilindro, também tentou reproduzir mais de uma vez, buscando alternativas para resolver o desafio.

Outro ponto que chamou minha atenção foi sua facilidade de perceber que o grafo 3 seria o mais difícil de ser realizado, pois é o grafo com maior número de conexões, como respondeu para a pergunta três das Pontes de Königsberg - Etapa 1. Outros alunos de primeiro momento tinham cogitado que a opção de realizar um grafo com menos trabalho seria fazer o G1.

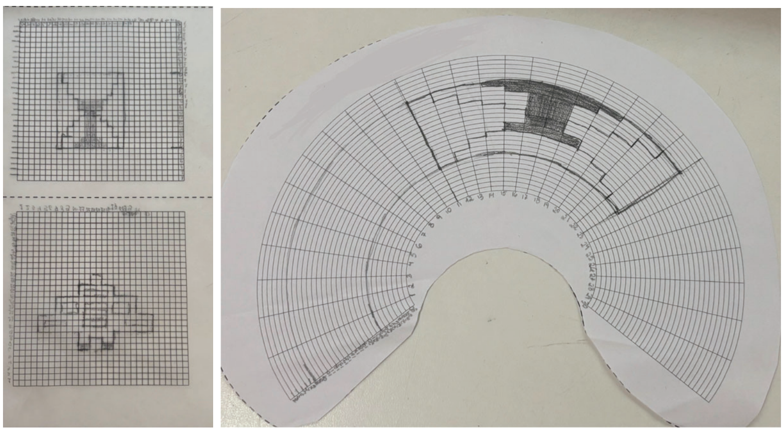
No questionário de avaliação, ao responder a pergunta sobre a nota que avalia matemática, D revelou uma nota 4 de 5, e que a das Pontes de Königsberg foi a que mais gostou, o que condiz com sua postura de sentir o desafio e se motivar.

Dessa forma, também é possível considerar que as ações educativas funcionaram para este aluno, mas com o olhar individualizado de que ele necessita se sentir desafiado para ter a motivação e autonomia para participar das atividades.

7.3.5 Aluno E

O aluno E frequentemente demonstrava certa resistência inicial às atividades, expressando reclamações antes de começar. No entanto, apesar desse comportamento, sempre realizava as tarefas com empenho e dedicação. Um exemplo disso ocorreu durante a atividade da Anamorfose do Cilindro Espelhado: embora tenha reclamado no início, produziu desenhos bastante originais, como uma ampulheta e um morcego, revelando criatividade e cuidado no trabalho.

Figura 17 - Desenhos feitos por E



Outro momento em que E demonstrou esse comportamento foi quando solicitei que fizessem os grafos das Pontes de Königsberg. A proposta era que os estudantes realizassem dois grafos: o G3 e outro de livre escolha. Contudo, por iniciativa própria, E decidiu fazer todos os grafos disponíveis, executando-os com agilidade.

Além disso, ao analisar suas respostas, nota-se que ele compreendia bem os conteúdos trabalhados e conseguia expressar suas ideias de maneira consistente. Isso reforçou minha percepção de que E é um aluno dedicado, mesmo que nem sempre demonstre entusiasmo pelas atividades.

E não compareceu à última aula, motivo pelo qual seu feedback sobre as aulas e atividades não pôde ser registrado.

Diante dos aspectos apresentados, é possível considerar que E foi o estudante menos impactado pelas ações educativas, pois demonstrou grande facilidade de adaptação a qualquer tipo de atividade proposta. Ainda assim, sua participação contribuiu positivamente para as aulas, especialmente ao proporcionar momentos de descontração entre os colegas, o que favoreceu um dos princípios centrais da educação não formal: a participação espontânea.

7.3.6 Demais alunos

Considerando o fato de que os outros dois alunos mencionados compareceram apenas na primeira aula, ou até a terceira, esses estudantes não foram analisados, pois não foi possível recolher impressões e dados suficientes para análise.

7.4 PERCEPÇÕES DA ÚLTIMA AULA

Como já mencionado, a sétima e última aula foi destinada exclusivamente a atividades de encerramento. Jogamos os jogos da velha tridimensionais e compartilhamos lanches que eu e outro aluno levamos.

De maneira que não havia nenhuma atividade obrigatória, exceto o preenchimento do formulário de feedback, tornou-se evidente que a participação dos estudantes estava mais fluida e espontânea. Eles demonstraram maior engajamento e envolvimento natural.

Inicialmente, propus apenas que jogássemos entre nós, seguindo as regras convencionais. Entretanto, após algumas rodadas, os próprios alunos passaram a criar novas regras e modos alternativos de jogar. A aluna D, por exemplo, formulou deduções corretas sobre a peça, como a vantagem estratégica de quem inicia a partida no tabuleiro 3x3x3.

Essa postura contrastou profundamente com as demais aulas: não houve reclamações, nem necessidade de intervenções ou estímulos da minha parte. Eles simplesmente continuaram praticando, de forma autônoma, os princípios fundamentais da educação não formal.

Esse momento me levou a duas reflexões. A primeira foi a percepção de que as ações educativas atingiram seus objetivos, sendo a participação espontânea o resultado mais evidente. A segunda foi a constatação de que, ao retirar o caráter obrigatório das atividades, tornou-se muito mais fácil para os alunos se expressarem e explorarem as peças de acordo com seus próprios interesses e ritmos.

Além disso, um dos propósitos do projeto era favorecer processos de significação que envolvessem não apenas o intelecto, mas também as emoções e as interações sociais. Ou seja, criar situações em que o visitante se envolvesse, sentisse e refletisse. Dessa forma, a ação educativa cumpriu seu papel de transformar a relação entre o sujeito e o conhecimento, tornando a aprendizagem mais profunda, prazerosa e significativa.

Portanto, essa aula final também produziu dados extremamente importantes para as conclusões deste trabalho.

8 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como principal objetivo analisar a viabilidade da aplicação de ações educativas no contexto da Matemateca, compreendida como um espaço de educação não formal. Com base nas referências teóricas de Paulo Freire (1980; 1987), Vygotsky (2003), Marandino (2001; 2016) e Gohn (2006; 2011), buscou-se compreender como práticas pedagógicas intencionais, desenvolvidas em ambientes não escolares, podem promover aprendizagens significativas, estimular a autonomia dos alunos e favorecer processos de ressignificação do conhecimento matemático.

A análise das sete aulas aplicadas evidencia que os objetivos traçados foram, em grande medida, alcançados. Um dos aspectos mais importantes observados foi a mudança na postura dos estudantes ao longo das atividades. Nas primeiras aulas, quando ainda não havia proximidade entre docente e turma, a participação era mais tímida e reativa. Entretanto, conforme o vínculo se consolidou, aspecto central das pedagogias dialógicas propostas por Freire, os alunos passaram a demonstrar maior engajamento, curiosidade e disposição para se expressar. Assim, confirmou-se a importância do diálogo e da interação humana para a constituição de um ambiente educativo acolhedor e mobilizador.

Além disso, verificou-se que a presença das peças da Matemateca desempenhou um papel decisivo: os estudantes apresentavam atitudes mais ativas, investigativas e colaborativas quando manipulavam objetos concretos. Tal constatação dialoga diretamente com Vygotsky (2003), para quem a aprendizagem ocorre na interação entre sujeito, cultura e ferramentas mediadoras. As peças, enquanto artefatos culturais e científicos, funcionaram como mediadoras potentes, facilitando a construção compartilhada do conhecimento.

No que diz respeito à eficácia das ações educativas, constatou-se que, de modo geral, elas impactaram positivamente os estudantes, embora cada peça tenha apresentado níveis distintos de compreensão. As atividades do Balancinho e da Anamorfose do Cilindro Espelhado mostraram-se especialmente bem-sucedidas. No caso do Balancinho, a possibilidade de realizar múltiplos desenhos, manipular a peça e observar relações matemáticas despertou claramente o interesse dos estudantes, além de permitir o desenvolvimento de autonomia investigativa, aspecto valorizado por Gohn (2011) ao discutir os objetivos da educação não formal.

A atividade da Anamorfose também se destacou por mobilizar criatividade, resolução de problemas e raciocínio geométrico. Diversos alunos demonstraram envolvimento espontâneo, expressando-se por meio de desenhos autorais e estratégias inusitadas, evidência de que o processo afetivo-cognitivo, enfatizado por Marandino (2016) como elemento da ação educativa em museus, esteve presente.

Por outro lado, a ação educativa sobre as Pontes de Königsberg apresentou resultados mais ambíguos. Embora a maioria dos alunos tenha conseguido reproduzir grafos e engajar-se com a atividade, não ficou totalmente claro se houve, de fato, compreensão profunda do conceito matemático envolvido. Ainda assim, a vivência foi valiosa: como destaca a educação não formal, o primeiro contato com um conceito já constitui uma abertura de horizonte, mesmo que a internalização plena ocorra posteriormente (GOHN, 2006). A atividade, portanto, cumpriu um papel introdutório relevante, oferecendo aos estudantes a oportunidade de conhecer um tema pouco abordado no ensino básico.

Do ponto de vista pessoal e formativo, também considero que meus objetivos foram plenamente atingidos. Senti que o ensino de matemática tornou-se mais prazeroso para os alunos, aspecto evidenciado tanto nas interações espontâneas quanto nos feedbacks finais, e pude observar momentos genuínos de descoberta, autoria e entusiasmo. Esses elementos constituem, conforme Freire (1987), sinais inequívocos de uma prática educativa humanizadora.

Por fim, conclui-se que a implementação das ações educativas foi viável, pertinente e transformadora. As práticas desenvolvidas demonstraram capacidade de: promover participação ativa e espontânea; estimular autonomia e confiança; favorecer a construção coletiva do conhecimento; aproximar os estudantes da matemática de forma significativa; articular cognição, emoção e experiência, como propõe a educação não formal; consolidar o papel do mediador como facilitador da aprendizagem, em diálogo com a perspectiva museológica defendida por Marandino.

Espera-se que este trabalho possa contribuir para futuras iniciativas na Matemateca e em outros museus interativos, reforçando o entendimento de que a matemática pode, e deve, ser vivida como experiência investigativa, criativa e prazerosa.

REFERÊNCIAS

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

GOHN, Maria da Glória. Educação não-formal, participação da sociedade civil e estruturas colegiadas nas escolas. **Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, Rio de Janeiro, v. 14, n. 50, p. 27–38, 2006.

MARANDINO, Martha. Museus de Ciências e Educação: novos desafios. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 25, n. 1, p. 77–94, 2008.

MARANDINO, Martha; BEZERRA, Alessandra. Educação não formal e divulgação em ciência: da produção do conhecimento a ações de formação. *In*: MARANDINO, Martha; MONACO, Luciana (Org.). **Educação em museus**: pesquisas e prática. São Paulo: FEUSP, 2008. p. 109–128.

MARANDINO, Martha; MONACO, Luciana (Org.). **Educação em museus**: pesquisas e prática. São Paulo: FEUSP, 2013.

SCHWANTES, V.; XAVIER, M. P.; KRACKE, E.; GRAUNKE, C. K.; GONÇALVES JÚNIOR, A. C.; SCHWANTES, E. B. F. Reflexão sobre aprendizagem matemática na perspectiva histórico-cultural. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, ano 6, ed. 5, v. 2, p. 106-131, maio 2021. DOI: 10.32749/nucleodoconhecimento.com.br/educacao/historico-cultural.

SILVA, A. W. J.; BRAGA, R. M.; GIORDANO, C. C. Contribuições do pensamento vygotskiano para a modelagem matemática. **Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação**, Araraquara, v. 16, n. esp. 3, p. 1681–1693, jun. 2021. DOI: 10.21723/riaee.v16iesp.3.15305.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2009.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO - ANAMORFOSE DO CILINDRO ESPELHADO - ETAPA 1

Nome:
Data: ____/____/____

Anamorfose

Após as instruções do(a) professor(a) e a realização do desenho, responda:

1. Como você explicaria o fato de uma figura distorcida formar uma imagem correta no cilindro?

2. Por que você precisou virar o papel vegetal antes de transferir o desenho?

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO - ANAMORFOSE DO CILINDRO ESPELHADO - ETAPA 2

matemateca IMEUSP

USP

Código:	Ano:	Data: ____/____/____

Anamorfose

Após as instruções do(a) professor(a) e a realização do desenho, responda:

1. **Como você explicaria o fato de uma figura distorcida formar uma imagem correta no cilindro?**

____

____

____

____

____

2. **Por que você precisou virar o papel vegetal antes de transferir o desenho?**

____

____

____

____

____

APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO - BALANCINHO - ETAPA 1

Nome:
Data: ____/____/____

Balancinho

Após as instruções do(a) professor(a) e a construção do seu próprio pêndulo, responda às seguintes questões:

1. **O que faz o pêndulo balançar?**

2. **Onde mais podemos encontrar esse movimento no dia a dia?**

3. **O movimento do pêndulo muda quando você solta a tampa de lugares diferentes? E quando você empurra a tampa quando vai soltar? Explique o que muda.**

APÊNDICE D - QUESTIONÁRIO - BALANCINHO - ETAPA 2

Código	
Ano:	**Data:** ____/____/____

Questões "Balancinho"

1. Quais são as formas de começar o movimento?

2. Como é possível fazer uma curva mais aberta? E em forma de 8?

APÊNDICE E - QUESTIONÁRIO - PONTES DE KÖNIGSBERG - ETAPA 1

Nome:
Data: ____/____/____

Pontes de Königsberg

Após as instruções do(a) professor(a) e a construção dos grafos com 4, 3, 2 e 1 letras em comum, nessa ordem, responda:

1. Pegue o grafo 3 e escolha dois vértices (nomes). Existe um caminho de arestas entre eles? Se sim, isso vale para todos os pares de vértices?

____

____

____

____

____

2. Um grafo é completo quando cada vértice se liga com todos os outros. Algum deles é completo? Qual?

____

____

____

3. Qual dos grafos foi mais difícil de fazer? Que outras diferenças você encontrou entre os grafos?

____

____

____

APÊNDICE F - QUESTIONÁRIO - PONTES DE KÖNIGSBERG - ETAPA 2

matematica IMEUSP

USP

Nome:
Data: ____/____/____

Pontes de Königsberg

Tome a lista de nomes dada para a realização dos grafos e retire um deles. Agora, com os nomes restantes, utilize-os para nomear cada ilha.

1. Quais desafios matemáticos você encontrou nesta aula e na anterior?

____

____

____

____

____

2. Esse sistema da peça é um grafo? Explique porquê.

____

____

____

____

3. Onde encontramos grafos no cotidiano?

____

____

____

APÊNDICE G - CONVITE PARA PARTICIPAÇÃO DO PROJETO

Olá, bom dia / boa tarde / boa noite! Como vai?

Convidamos você e sua escola para participar da visita à Matemateca, um evento para explorar a matemática de maneira interativa e para instigar o interesse pela matemática nos seus alunos com a exposição interativa das nossas peças, jogos e atividades que exploram diversos campos da matéria. Caso queira conferir tudo isso e dar uma olhada no nosso acervo, basta acessar: https://matemateca.ime.usp.br/acervo.html

Para que os alunos tirem o máximo de proveito do evento e que ele seja completo, ele terá 3 etapas com diferentes atividades: antes, durante e no final do evento.

- Antes do Evento

Antes do evento eles terão duas atividades, a primeira é um questionário simples de duas questões sobre o que os alunos acham e como eles se sentem com a matemática que a escola deve imprimir para os alunos realizarem em sala. Este questionário será impresso, os alunos não serão identificados e devem ser entregues aos monitores da Matemateca. Para entender melhor, leia a documento "Instruções" em anexo.

Para a segunda atividade há alguns vídeos, experimentos e algumas perguntas, que estão em anexo no documento das respectivas peças, para que os alunos façam em aula ou em casa (como o professor preferir). No dia da visita as peças que eles reproduziram em casa estarão na visita, por isso a execução desta atividade é crucial para que os alunos cheguem na visita com um conhecimento prévio sobre as peças e, desta forma, aproveitem melhor e consigam fazer os exercícios propostos durante o evento.

- Durante o Evento

Durante o evento haverá diversas peças da exposição da Matemateca no qual os alunos podem interagir, tirar suas dúvidas com os monitores e, junto das peças que eles já se familiarizaram antes do evento, haverá algumas questões e/ou atividades para eles responderem à respeito da matemática por trás da peça.

- Final do Evento

Ao final do evento eles responderão em uma sala separada um questionário em papel nos dando um feedback sobre o evento para que possamos melhorar nossas visitas. Lembrando que o anonimato dos alunos será mantido.

Por fim, as peças que os alunos devem realizar as atividades descritas antes da visita estão com as instruções anexadas no email e vale ressaltar que a exposição está aberta para todas as escolas e turmas do **6° ano até o 3° ano do ensino médio.**

Em caso de qualquer dúvida podem nos contatar pelo email:
matemateca@usp.br

Obrigada pela atenção!