

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Projeto do controle de um veículo elétrico de duas rodas
coaxiais para portadores de paraplegia utilizando lógica Fuzzy

Gabriel Kimito Kiyohara

São Paulo
2011

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Projeto do controle de um veículo elétrico de duas rodas
coaxiais para portadores de paraplegia utilizando lógica Fuzzy

Trabalho de formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Graduação em
Engenharia

Gabriel Kimito Kiyohara

Orientador: Prof. Dr. Décio C. Donha

São Paulo
2011

FICHA CATALOGRÁFICA

Kiyohara, Gabriel Kimito

Projeto do controle de um veículo elétrico de duas rodas coaxiais para portadores de paraplegia utilizando lógica fuzzy / G.K. Kiyohara. – São Paulo, 2011.

90 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Modelagem de dados 2. Lógica fuzzy I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t.

RESUMO

Este trabalho trata da dinâmica de um veículo auto-estabilizante e é formado por duas partes principais: modelagem do sistema e simulações numéricas. A primeira trata da criação dos modelos físico e matemático (espaço de estados) do sistema formado pelo veículo auto-estabilizante e o usuário sobre ele; a segunda, da síntese de um algoritmo de controle difuso para o sistema modelado e verificar seu desempenho em simulações numéricas, a fim de sintonizá-lo. Para efeitos de comparação de desempenho, foram feitas simulações com um algoritmo LQR no domínio do tempo, e testes variando o conjunto de parâmetros do usuário.

ABSTRACT

This is a study of a self-balancing vehicles' dynamics and is divided into two main parts: system modeling and numerical simulations. The first part is about the creation of physical and mathematical models (state space) for the dynamic behavior of the system formed by the self-balancing vehicle and its user. The second one is about using the model from the first part to create a fuzzy control algorithm fitting the system's requirements, and compare it with a LQR control algorithm in time domain.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Exemplo de mapa de regras fuzzy	10
Tabela 2. Dados do motor NPC-T64 ^[11] , convertidos para unidades SI	35
Tabela 3. Gravidades específicas do corpo humano	37
Tabela 4. Localização do centro de gravidade = distância da extremidade superior em % do comprimento do segmento	38
Tabela 5. Dimensões da cadeira e do corpo de usuários masculinos[mm] ^[9]	39
Tabela 6. Mapa de regras para $\alpha D - \alpha E - 2h=Z$ e $\phi 3=Z$	54
Tabela 7. Mapa de regras para $\alpha D - \alpha E - 2h=Z$ e $\phi 3=N$	54
Tabela 8. Mapa de regras para $\alpha D - \alpha E - 2h=Z$ e $\phi 3=P$	54
Tabela 9. Mapa de regras para roda direita quando $\alpha D - \alpha E - 2h=N$ e $\phi 3=Z$	55
Tabela 10. Mapa de regras para roda direita quando $\alpha D - \alpha E - 2h=N$ e $\phi 3=N$	55
Tabela 11. Mapa de regras para roda direita quando $\alpha D - \alpha E - 2h=N$ e $\phi 3=P$	55
Tabela 12. Mapa de regras para roda direita quando $\alpha D - \alpha E - 2h=P$ e $\phi 3=Z$	55
Tabela 13. Mapa de regras para roda direita quando $\alpha D - \alpha E - 2h=P$ e $\phi 3=N$	55
Tabela 14. Mapa de regras para roda direita quando $\alpha D - \alpha E - 2h=P$ e $\phi 3=P$	55
Tabela 15. Mapa de regras para roda esquerda quando $\alpha D - \alpha E - 2h=N$ e $\phi 3=Z$	56
Tabela 16. Mapa de regras para roda esquerda quando $\alpha D - \alpha E - 2h=N$ e $\phi 3=N$	56
Tabela 17. Mapa de regras para roda esquerda quando $\alpha D - \alpha E - 2h=N$ e $\phi 3=P$	56
Tabela 18. Mapa de regras para roda esquerda quando $\alpha D - \alpha E - 2h=P$ e $\phi 3=Z$	56
Tabela 19. Mapa de regras para roda esquerda quando $\alpha D - \alpha E - 2h=P$ e $\phi 3=N$	56
Tabela 20. Mapa de regras para roda esquerda quando $\alpha D - \alpha E - 2h=P$ e $\phi 3=P$	56
Tabela 21. Valores da constante q e alteração dos parâmetros	62

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. O Segway ^[4]	3
Figura 2. Funcionamento da cadeira ereta ^[5]	5
Figura 3. Ideia de um Segway adaptado para deficientes físicos. ^[6]	6
Figura 4. Gráfico de funções de pertinência	8
Figura 5. Intersecção entre funções de pertinência	9
Figura 6. Ação nas rodas e reação no corpo	13
Figura 7. Modelo físico do corpo do usuário	15
Figura 8. Modelo físico do veículo	15
Figura 9. Orientação em relação a um referencial fixo no solo, vista superior ...	16
Figura 10. Inclinações dos corpos em relação ao eixo vertical, vista lateral	17
Figura 11. Forças tangenciais nas rodas (vista superior, enfatizando a base) ...	25
Figura 12 Diagrama de blocos do controle LQR	33
Figura 13. Diagrama de blocos do controle Fuzzy	34
Figura 14. Representação do elo 2, que engloba os membros inferiores	43
Figura 15. Representação do elo 1, que contém o torso, a cabeça e os membros superiores	44
Figura 16. Gráfico das posições angulares $\phi 1$ e $\phi 3$ no controle LQR	50

Figura 17. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle LQR	50
Figura 18. Gráfico das tensões nos motores, incluindo comandos do usuário, no controle LQR	51
Figura 19. Posições assumidas pelo sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle LQR	51
Figura 20. Funções de pertinência de ϕ_3	57
Figura 21. Funções de pertinência de ϕ_3	57
Figura 22. Funções de pertinência de $\alpha D - f - h$ e $\alpha E - f + h$	57
Figura 23. Funções de pertinência de $\alpha D - \alpha E - 2h$	58
Figura 24. Funções de pertinência da ação de controle	58
Figura 25. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle fuzzy	59
Figura 26. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle fuzzy	59
Figura 27. Gráfico das tensões nos motores no controle fuzzy	60
Figura 28. Posições assumidas pelo sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle fuzzy	60
Figura 29. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle LQR (q=0,8)...	63
Figura 30. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle LQR (q=0,8).....	63
Figura 31. Gráfico das tensões nos motores, incluindo comandos do usuário, no controle LQR (q=0,8)	64
Figura 32. Posições do sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle LQR (q=0,8).....	64
Figura 33. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle fuzzy (q=0,8)..	65
Figura 34. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle fuzzy (q=0,8).....	65
Figura 35. Gráfico das tensões nos motores, no controle fuzzy (q=0,8)	66
Figura 36. Posições do sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle fuzzy (q=0,8).....	66
Figura 37. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle LQR (q=1,2)..	67
Figura 38. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle LQR (q=1,2).....	68
Figura 39. Gráfico das tensões nos motores, incluindo comandos do usuário, no controle LQR (q=1,2)	68
Figura 40. Posições do sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle LQR (q=1,2).....	69
Figura 41. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle fuzzy (q=1,2)..	69
Figura 42. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle fuzzy (q=1,2).....	70
Figura 43. Gráfico das tensões nos motores, no controle fuzzy (q=1,2)	70
Figura 44. Posições do sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle fuzzy (q=1,2).....	71

LISTA DE NOTAÇÃO

B : largura entre o ponto de contato entre a roda direita com o chão e o ponto de contato entre a roda esquerda e o chão.

b_D e b_E : constante de dissipação viscosa dos sistemas motor+roda direito e esquerdo, respectivamente.

b_1 : constante de dissipação viscosa do quadril do usuário (representação do controle motor).

D : diâmetro das rodas.

CM_1 ou $CM1$: centro de massa do elo 1 do sistema, referente ao tronco, membros superiores e cabeça do usuário.

CM_2 ou $CM2$: centro de massa do elo 2 do sistema, referente aos membros inferiores do usuário.

CM_3 ou $CM3$: centro de massa do elo 3 do sistema, referente ao veículo.

e_D , e_E : componentes das tensões de armadura aplicadas nos motores direito e esquerdo, respectivamente, comandadas pelo algoritmo de controle do veículo.

f : comando dado pelo usuário para que o veículo desloque-se para frente ou para trás, entra como uma referência no sistema de controle.

F_D e F_E : forças de contato entre o chão e as rodas direita e esquerda, na direção circunferencial.

g : aceleração da gravidade.

h : comando dado pelo usuário para que o veículo realize curvas, entra como uma referência no sistema de controle.

i_D , i_E : correntes elétricas nos motores direito e esquerdo, respectivamente.

I_{ij} : momento de inércia do elo ou elemento j ($j=1,2,3,E,D$) em torno do eixo i ($i=x,y,z$), com pólo no baricentro do respectivo elo.

ImL_4 : termo de (momentos de inércia) $\times$ (massas) $\times$ (comprimentos), usado para reduzir o tamanho das equações

I_{R1} , I_{R3} : termos adimensionais (razões entre momentos de inércia), usado para reduzir o tamanho das equações

I_{S1} , I_{S2} , I_{S3} , I_{S4} , I_{ap} , I_{am} : termos de somatório de momentos de inércia, usados para reduzir o tamanho das equações.

K_D e K_E : constantes eletromotrizes (torque/corrente) dos motores direito e esquerdo, respectivamente.

K_T : constante de rigidez da mola torcional do quadril do usuário (representação do controle motor).

L_{CMj} : altura do baricentro do elo j em relação ao ponto mais baixo deste, quando na posição vertical (ver figuras para maiores detalhes).

L_D e L_E : indutâncias dos motores direito e esquerdo, respectivamente.

L_2 : altura total do elo 2.

m_i : massa do elo ou elemento i .

M_1 : momento torsor aplicado pelo usuário, em esforço para inclinar seu tronco (representação do controle motor).

mL_{12} : termo de (massas)x(comprimentos), usados para reduzir o tamanho das equações.

r : razão de transmissão dos motores.

$veloc_3$: módulo da velocidade do CM3 no sistema fixo no solo.

x, y, z : eixos do sistema de coordenadas solidário ao veículo.

x_i, y_i, z_i : coordenadas do centro de massa do elo i no sistema solidário ao veículo.

$\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i$: velocidades do centro de massa do elo i no sistema solidário ao veículo.

$\ddot{x}_i, \ddot{y}_i, \ddot{z}_i$: acelerações do centro de massa do elo i no sistema solidário ao veículo.

X, Y, Z : eixos do sistema de coordenadas fixo no solo.

X_i, Y_i, Z_i : coordenadas do centro de massa do elo i no sistema fixo no solo.

$\dot{X}_i, \dot{Y}_i, \dot{Z}_i$: velocidades do centro de massa do elo i no sistema fixo no solo.

$\ddot{X}_i, \ddot{Y}_i, \ddot{Z}_i$: acelerações do centro de massa do elo i no sistema fixo no solo.

α_D e α_E : deslocamento angular das rodas direita e esquerda, respectivamente.

$\dot{\alpha}_D$ e $\dot{\alpha}_E$: velocidades angulares das rodas direita e esquerda, respectivamente.

$\ddot{\alpha}_D$ e $\ddot{\alpha}_E$: acelerações angulares das rodas direita e esquerda, respectivamente.

$\theta_i, \dot{\theta}_i$: deslocamento e velocidade angulares do elo ou elemento i no plano coronal (em torno do eixo x , ver figuras para esclarecimento).

$\phi_i, \dot{\phi}_i, \ddot{\phi}_i$: deslocamento, velocidade e aceleração angulares do elo ou elemento i no plano sagital (em torno do eixo y, ver figuras para esclarecimento).

$\psi_i, \dot{\psi}_i, \ddot{\psi}_i$: deslocamento, velocidade e aceleração angulares do elo ou elemento i no plano transversal (em torno do eixo z, ver figuras para esclarecimento).

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	1
2 OBJETIVO.....	2
3 SOBRE O VEÍCULO.....	3
4 SOBRE CONTROLE FUZZY.....	7
4.1 Multivalência e Pertinência.....	7
4.2 Implicação lógica e regras de inferência.....	10
4.3 Mapa de regras fuzzy.....	10
5 MODELAGEM.....	13
5.1 Equacionamento.....	14
5.2 Parâmetros do veículo.....	34
5.3 Modelo do corpo humano.....	36
6 RESULTADOS.....	47
6.1 Controle Linear Quadrático (LQR).....	47
6.2 Controle Fuzzy.....	52
6.3 Alterando os parâmetros.....	61
6.3.1 Simulações para usuário mais baixo.....	62
6.3.2 Simulações para usuário mais alto.....	67
7 ANÁLISES.....	72
8 CONCLUSÕES.....	74
ANEXO A – LINHA DE COMANDO DO CONTROLE LQR(SCILAB).....	76
ANEXO B – LINHA DE COMANDO DO CONTROLE FUZZY(SCILAB).....	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	90

1 INTRODUÇÃO

Segundo Censo de 2000 do IBGE^[1], 14,5 % da população brasileira é formada por portadores de algum tipo de deficiência (mental, motora, visual, etc.). Com a crescente demanda por produtos voltados a facilitar a vida de portadores de deficiência física e que aumentem sua independência e inclusão na sociedade, surgem idéias para criação de sistemas alternativos, por exemplo, à cadeira de rodas.

Em 2002 iniciou-se a produção do Segway HT^[2], criado por Dean Kamen. Trata-se de um pequeno veículo com duas rodas laterais que são movidas separadamente por motores elétricos para seguir uma trajetória e manter o equilíbrio. Baseado na dinâmica do pêndulo invertido, utiliza sensores e processadores internos para coordenar os movimentos.

Mais tarde, surgiram propostas de adaptação do Segway para deficientes. Em 2007, Josep Mora divulgou um protótipo que consiste de um Segway com um assento estofado e guidão dobrável, para facilitar a transição de um deficiente de uma cadeira para o veículo. Segurando no guidão para dar equilíbrio, o usuário dá os comandos com a inclinação de seu tronco^[3].

Trata-se de uma iniciativa interessante, que facilita a locomoção de alguém que sofre de paralisia dos membros inferiores. Porém, persistem alguns problemas do uso de cadeiras de rodas.

Os cadeirantes, por passarem muito tempo sentados, submetem seus membros inferiores a pressão prolongada, principalmente nas regiões de protuberância óssea do quadril. Isso dificulta a circulação sanguínea, o que leva a falta de oxigenação do tecido e tem por consequência danos graves aos tecidos (úlceras de pressão ou escaras).

A posição sentada também implica em dificuldades no cotidiano de um cadeirante, como as simples tarefas de alcançar uma estante ou o botão do elevador, uma vez que a maior parte do ambiente urbano não é projetado levando em conta essa minoria da população.

2 OBJETIVO

O presente trabalho é dedicado à modelagem de um veículo similar ao Segway HT, adaptado para que possa ser utilizado por cadeirantes em posição ereta; e à síntese do controle do mesmo utilizando-se lógica difusa. Para permitir comparações, inclui também um algoritmo de controle linear quadrático.

O estudo será feito considerando-se o usuário já posicionado e erguido, não abordando os mecanismos para erguimento a partir da posição sentada ou deitada.

Também não será considerada a presença de obstáculos nem a inclinação lateral do veículo, sendo aplicável a ambientes internos como um escritório, residência ou *shopping center*.

3 SOBRE O VEÍCULO

Em 2002, entrou no mercado o Segway® HT (Human-Transporter). Criado por Dean Kamen, trata-se de um veículo individual com duas rodas coaxiais operadas por motores DC independentes com a capacidade de manter-se equilibrado enquanto se desloca. A Fig.1 mostra uma versão do Segway HT ^[4].



Figura 1. O Segway^[4]

O princípio de funcionamento pode ser explicado de maneira simples. Ao andar, uma pessoa desloca seu centro de gravidade para a frente e, antes de cair, põe um pé à frente, desloca-se, põe o outro pé, e assim sucessivamente.

Ao Segway aplicou-se a mesma lógica, mas usando seus motores em vez de pernas: quando o usuário inclina o veículo para frente, os motores recebem o comando de girar as rodas para frente; quando inclinado para trás, gira para trás.

O controle de curvas é feito através da torção do guidão direito – no Segway® PT (Personal-Transporter), versão atualizada do HT, a inclinação do manche para o lado correspondente comanda as curvas. O centro de controle do aparelho recebe o comando do usuário e desacelera uma das

rodas em relação à outra, ou faz com que tenham velocidades opostas, o que dá a trajetória curva.

O veículo conta com 5 giroscópios microeletromecânicos de silício para detectar suas velocidades angulares e dois sensores de inclinação preenchidos com líquido eletrolítico, usados para determinar a direção vertical, análogos aos sensores no ouvido interno dos humanos. A rigor, 3 giroscópios seriam suficientes, sendo os dois adicionais uma redundância com o intuito de garantir maior segurança.

O processamento dos sinais e dos comandos é feito por duas placas de circuito contendo um total de 10 microprocessadores. Normalmente as duas placas operam juntas com uma frequência de amostragem de 100 Hz, mas em caso de falha de uma delas, a outra se encarrega de dar o aviso de erro e garantir uma parada suave.

À época de seu lançamento, Dean Kamen afirmou que o Segway viria a substituir os carros, assim como os carros substituíram os cavalos. Embora ainda não tenha alcançado tal meta, o dispositivo apresenta suas vantagens:

- seus motores elétricos são alimentados por baterias que podem ser recarregadas em tomadas domésticas – 6 horas de carga fornecem autonomia para 24 km, e Kamen estima um acréscimo de cinco centavos diários na conta de energia elétrica --, representando uma alternativa energética menos agressiva ao meio ambiente do que os automóveis;
- os aparelhos são pouco mais espaçosos do que um pessoa (ocupam uma área de 48cm x 63,5 cm), podendo ser levados para dentro de prédios para serem guardados ou deixados carregando na tomada, sem a preocupação com estacionamentos;
- sua capacidade de realizar curvas sobre seu próprio eixo e chegar a velocidades de 20 km/h fazem dele uma opção de veículo de trabalho em armazéns, substituindo mini carros elétricos, e veículo de patrulha para shopping centers e praças (como vem sendo usado). ^[4]

A mobilidade é uma das características desejáveis em um produto para deficientes físicos. Porém, o Segway não apresenta tecnologia que

permita que uma pessoa com paralisia dos membros inferiores mantenha-se em pé, outra característica desejável.

Nessa linha existem as “standing-wheelchairs”, ou “cadeiras de roda eretas” em tradução livre. Como o nome indica, são cadeiras de rodas com dispositivos que elevam o usuário, colocando-o e mantendo-o na posição ereta, como ilustra a Fig.2 ^[5]. Com peças que mantêm os pés fixos nos apoios, anteparos que impedem a flexão dos joelhos, e um apoio adicional na região do abdômen, o aparelho mantém a pessoa na vertical, com o peso sustentado por suas pernas.

Elas permitem que o usuário fique em pé aliviando a pressão no quadril, melhorando a postura e permitindo que se alcance estantes e pias, entre outras atividades que deixam de ser triviais quando se está em uma cadeira de rodas.



Figura 2. Funcionamento da cadeira ereta^[5]

Porém, os modelos disponíveis no mercado permitem pouca ou nenhuma mobilidade enquanto se está na posição erguida, sendo o usuário obrigado a retornar à posição sentada para se locomover.

A união da tecnologia auto-estabilizante com a tecnologia de erguimento, como ilustrada na Fig.3 ^[6] é uma ideia a ser explorada pelo ramo da acessibilidade.



Figura 3. Ideia de um Segway adaptado para deficientes físicos.^[6]

4 SOBRE CONTROLE FUZZY

A característica especial da lógica fuzzy (também referida com o lógica nebulosa e em alguns casos por teoria de possibilidades) é a de representar uma forma inovadora de manuseio de informações imprecisas, de forma muito distinta da teoria de probabilidades. A lógica fuzzy provê um método de traduzir expressões verbais, vagas, imprecisas e qualitativas, comuns na comunicação humana, em valores numéricos. Isso abre as portas para se converter a experiência humana em uma forma compreensível pelos computadores. Assim, a tecnologia possibilitada pelo enfoque fuzzy tem um imenso valor prático, na qual se torna possível a inclusão da experiência de operadores humanos, os quais controlam processos e plantas industriais, em controladores computadorizados, possibilitando estratégias de tomadas de decisão em problemas complexos. ^[7]

No caso deste projeto, a característica de utilização de experiência humana será deixada de lado, uma vez que não há operador humano no controle interno do Segway.

Será explorada a capacidade do método de se adaptar a plantas de parâmetros não totalmente conhecidos e variáveis, e também a maior simplicidade no desenvolvimento da lógica de controle, embora apresente maior tempo para sintonia e otimização do controle, geralmente feitos de forma empírica.

4.1 Multivalência e Pertinência

Na lógica bivalente, em que uma afirmação só pode assumir os valores zero, para FALSO, e 1, para VERDADEIRO. Ao pensar na teoria de conjuntos usual, por exemplo, quando se fala no conjunto dos números naturais, um número real qualquer ou é membro dos naturais, ou não é, não havendo meio-termo.

Já a lógica multivalente, da qual se vale a lógica fuzzy, utiliza valores intermediários, graus de verdade que variam entre 0 e 1 (ou 0 a 100%), que

melhor traduzem algumas incertezas encontradas na interpretação humana da realidade. Por exemplo, tomando-se um conjunto “casa”; uma cabana precária poderia pertencer a esse conjunto com grau de verdade 5%, enquanto uma mansão teria grau 100%. A essa graduação de verdade dá-se o nome de *grau de pertinência*.

Num tratamento numérico, por exemplo, pode-se definir um conjunto “Próximo-de-Zero”, para o qual define-se que uma variável x a ele pertence com grau 1,0 se for nula, terá grau de pertinência 0,5 para o valor 0,025 em módulo, e grau nulo para valor 0,05 em módulo, variando linearmente para valores intermediários. A esta função entre valor da variável e grau de pertinência dá-se o nome de *função de pertinência*.

Pode-se definir ainda outro conjunto “Quase-Zero”, cuja função de pertinência é mostrada graficamente na figura 4 a seguir, juntamente com a função de pertinência de Próximo-de-Zero.

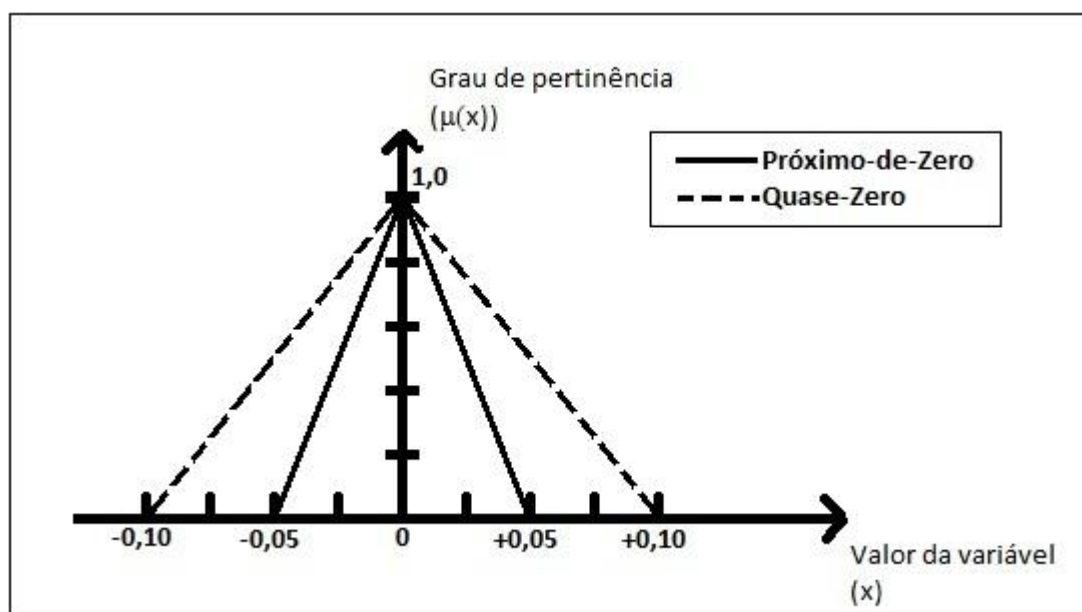


Figura 4. Gráfico de funções de pertinência

Nota-se que a função de Quase-Zero é mais abrangente que a de Próximo-de-Zero e, por isso, diz-se que o conjunto Quase-Zero é mais difuso que Próximo-de-Zero.

Os conjuntos fuzzy podem ainda apresentar intersecções, como mostra a figura 5 a seguir. Nela, está exemplificada a forma como um guarda de trânsito avalia o excesso de velocidade de veículos que passam por uma via com limite de 80km/h. Devido a imprecisões do detector de velocidade, é necessário adotar certa tolerância para não penalizar motoristas injustamente.

Assim, pode-se determinar os conjuntos de excesso de velocidade Zero(Z), com grau 1 para excessos menores ou iguais a zero; Baixo(B), com grau 1 no valor de 2km/h de excesso; Médio(M), com grau 1 em 4km/h; e Alto(A), com grau 1 para excessos maiores ou iguais a 6km/h. Nota-se que é possível, para um certo valor de excesso, pertencer a dois conjuntos ao mesmo tempo. Por exemplo, um excesso de 4,5 km/h pertence ao conjunto M com grau 0,75, e ao grupo A com grau 0,25.

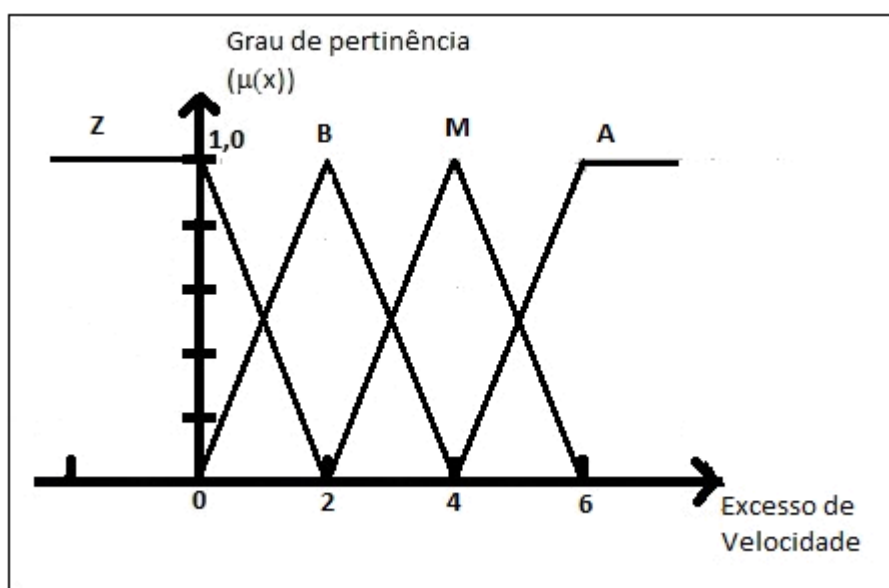


Figura 5. Intersecção entre funções de pertinência

É possível criar regras de controle com formatos diferentes do triangular ou do trapezoidal, mas por ora isso é desnecessário. Pode-se também usar triângulos assimétricos.

A capacidade de lidar com verdades distintas simultaneamente é uma das vantagens do uso da lógica fuzzy, pois através da ponderação dada pelos graus de pertinência, é possível ponderar as leis de controle e lidar com

necessidades por vezes conflitantes. Por exemplo, num controle de semáforo de cruzamento, que adapta o tempo de abertura conforme a intensidade do tráfego em cada via, o sistema fuzzy é capaz de lidar com a situação em que ambas as vias estão muito movimentadas.

4.2 Implicação lógica e Regras de inferência

Há um aspecto relevante na forma de pensar dos seres humanos: a *implicação lógica*, que consiste na formulação de conexões entre causas e efeitos, ou condição e consequência. [7]

Nesse caso são formuladas regras de inferência, da seguinte forma:

SE $\text{causa}_1 = A$ e $\text{causa}_2 = B$ ENTÃO efeito = C

Onde A, B e C são conjuntos que, no caso da lógica fuzzy, serão conjuntos fuzzy associados a funções de pertinência.

Por exemplo, um estudante fazendo um experimento de medição que chegue ao resultado “desvio em relação ao esperado” pertencente ao conjunto Quase-Zero e com “desvio das medições” pertencente a Próximo-de-Zero (condições) conclui que o experimento foi bem-sucedido (consequência) com certo grau de pertinência dependente dos graus de pertinência das medidas.

4.3 Mapa de regras fuzzy

Dentre as regras de controle fuzzy, a que foi escolhida para ser usada é a de mapas de regras. Consiste na determinação das implicações associadas aos diferentes conjuntos de entradas possíveis. Um exemplo simplificado aparece na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1. Exemplo de mapa de regras fuzzy

		Impor aceleração	Velocidade		
			N	Z	P
Posição	N		PB	PS	Z
	Z		PS	Z	NS
	P		Z	NS	NB

Neste exemplo, tem-se o conjunto de regras que rege a aceleração de um motor que posiciona um carro, conforme os valores de velocidade instantânea do carro e o valor da posição deste em relação ao ponto de chegada.

Os conjuntos fuzzy que contêm as entradas são negativo(N), zero(Z) e positivo(P). Como as grandezas velocidade e distância têm escalas e dimensões distintas, os conjuntos fuzzy e suas funções de pertinência podem diferir (N da velocidade $\neq N$ da posição).

Os conjuntos da aceleração são zero(Z), positivo pequeno(PS, em inglês), positivo grande(PB), negativo pequeno(NS) e negativo grande(NB).

O mapa traduz de forma simplificada o que um motorista faria: se a velocidade é zero e a posição é negativa, acelera-se um pouco no sentido positivo; se a posição é positiva e a velocidade é positiva, acelera-se intensamente no sentido negativo; se a posição é negativa e a velocidade é positiva, não se acelera.

Assim, de uma forma linguística e empírica é possível criar uma lógica de controle que dispensa complexos modelos matemáticos e que pode ser entendida por pessoas com pouca experiência. Este tipo de algoritmo mostra-se útil em aplicações industriais em que o processo controlado é difícil de ser modelado matematicamente, ou quando há necessidade de ajustes periódicos e falta de mão-de-obra especializada em automação.

No caso do veículo auto-estabilizante, pode-se criar regras que respondam ao ângulo e à velocidade angular de inclinação da base em relação à vertical.

Existem ainda outras formas de se aplicar a lógica fuzzy em controle. Pode-se citar o controle fuzzy paramétrico e a aplicação neurofuzzy. No controle fuzzy paramétrico, as consequências do mapa de regras são substituídas por equações lineares que fornecem o valor de saída conforme as entradas, de maneira similar a uma matriz de controle em espaço de estados.

Já a aplicação neurofuzzy combina os princípios fuzzy com a técnica de redes neurais para obter um sistema que primeiro toma uma série de medidas de um sistema de controle pré-existente, podendo ser até um operador humano, e a partir disso “aprende” a emular seu comportamento.

O fuzzy paramétrico não se apresenta muito adequado para este projeto uma vez que a planta não é totalmente conhecida: um usuário “médio” pode ser estimado e usado para criar um modelo, mas sempre haverá variações de tamanho e peso, ou mesmo a inclusão de um objeto imprevisto, como uma mochila ou sacola que faria com que o esforço em sintonizar finamente os coeficientes das equações lineares fosse em vão. Já o neurofuzzy carece de um sistema previamente controlado ou de um operador experiente para tomada de dados e, estando estes indisponíveis, não será usado.

5 MODELAGEM

Para proporcionar maior conforto ao usuário, pensou-se em limitar o movimento da cintura para baixo apenas – utilizando fixadores nos joelhos, e uma faixa na cintura –, deixando o movimento do tronco livre.

Neste caso, quando o usuário se inclina para frente, por ação e reação, a base do veículo tende a se inclinar para trás; e vice-versa. O sistema de controle dos motores, por sua vez, tenta corrigir a inclinação da base: se esta se inclina para frente, os motores aplicam um torque para movê-la tal que o anteparo volte à posição vertical, acelerando as rodas para frente no processo, conforme Fig.(6).

Ou seja, se o usuário só pudesse utilizar a inclinação de seu tronco como entrada do sistema, ele teria de se inclinar para trás, o que não é viável, confortável, tampouco intuitivo.

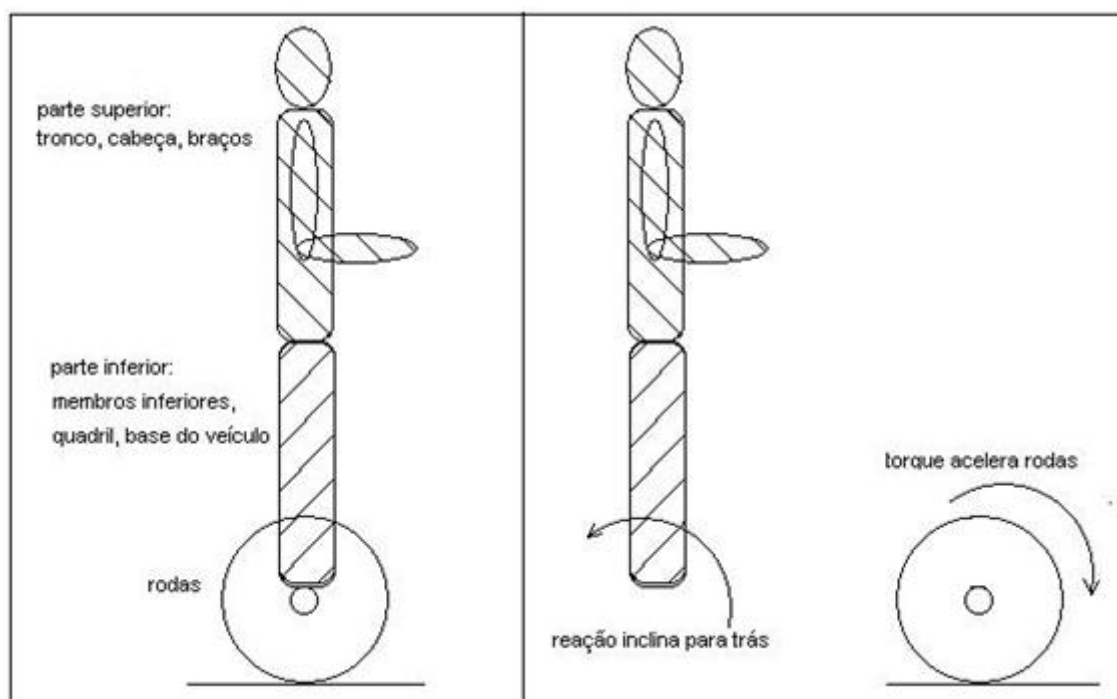


Figura 6. Ação nas rodas e reação no corpo

Portanto, tanto o controle de curvas como o controle de avanço serão feitos por um comando manual (um joystick, por exemplo) e a inclinação do

tronco será incluído como parte da modelagem, mas não será o comando principal de trajetória.

Para modelagem da inclinação do corpo, é necessário estudar a junta do quadril (uma simplificação, uma vez que a coluna também pode ser flexionada e alterar o posicionamento do tronco), atribuindo-lhe certa rigidez e amortecimento representados como uma mola linear e um amortecedor viscoso, e a ação de controle será um momento aplicado na junta, representando a ação dos músculos.

Deu-se início a um modelo matemático, para evidenciar quais parâmetros precisam ser estimados. Percebe-se que o espaço de estados precisa incluir coordenadas relativas, com referencial solidário ao veículo.

Entretanto, o equacionamento envolve um referencial fixo no solo, inercial, como será visto adiante.

5.1 Equacionamento

No que diz respeito ao levantamento de dados antropométricos, foram encontrados os trabalhos de Hanavan(1964)^[8], que trata do levantamento de vários parâmetros dos corpos de pessoas saudáveis, como gravidades específicas e comprimentos; e os trabalhos de Pacquet & Feathers(2004)^[9], que apresentam resultados de medições de comprimentos dos corpos de cadeirantes.

O cruzamento das informações de gravidades específicas de Hanavan com as dimensões de cadeirantes fornecidas por Pacquet & Feathers foram usados para estimar as massas e momentos de inércia a serem usados na modelagem, bem como as posições de centros de massa.

Contudo, por se tratarem de estudos separados, há problemas de notação e não correspondência de certas medidas, de forma que os valores numéricos a serem usados no modelo tiveram de ser adaptados, e algumas dimensões foram tomadas do corpo do autor deste trabalho e alteradas para corrigir a diferença de alturas entre o autor e o modelo.

Foi feito um modelamento físico e matemático, conforme será mostrado a seguir.

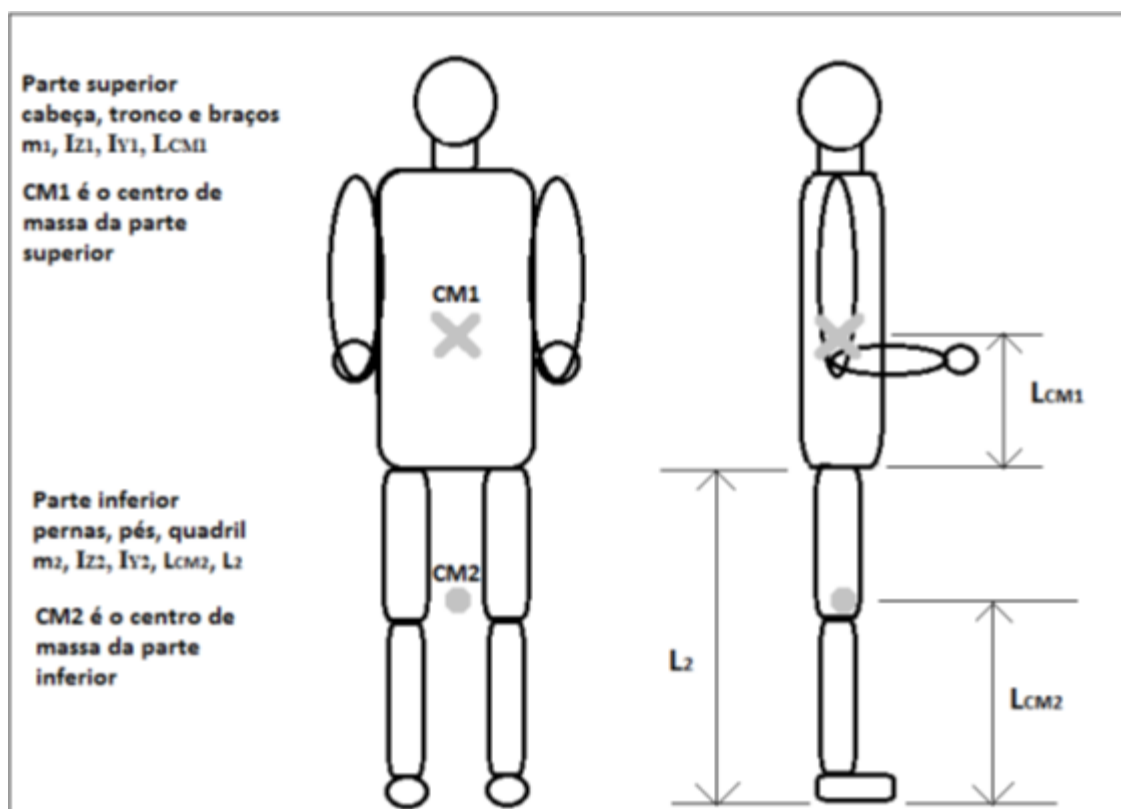


Figura 7. Modelo físico do corpo do usuário

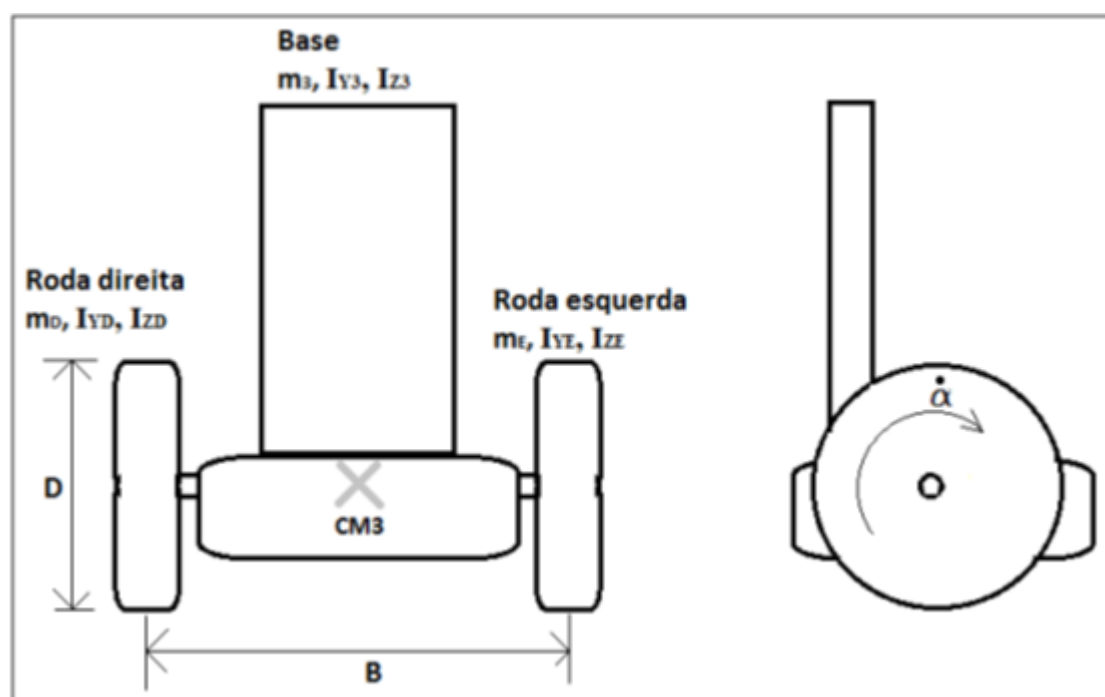


Figura 8. Modelo físico do veículo

As figuras 7 e 8 mostram os componentes principais do sistema e os parâmetros associados: massas, comprimentos e momentos de inércia. A parte inferior do corpo do usuário será mantida solidária ao anteparo do veículo com uso de correias e arnês, enquanto a parte superior fica livre para ser movida. Portanto, o modelo contempla usuários que ainda apresentam controle da parte superior do corpo.

A dinâmica da inclinação do tronco será simplificada, representada por uma junta rotativa com mola torcional (de rigidez K_T), na qual será aplicado um momento torsor (M_1) para simular a ação da musculatura. Para simular a capacidade de estabilização do tronco, será incluído um coeficiente de atrito tal que o sistema tenha um amortecimento próximo do crítico.

O veículo conta com dois motores DC iguais, um para cada roda, controlados separadamente por tensão de armadura. O eixo de saída do motor passa por um sistema de redução para aumentar o torque e reduzir a velocidade.

A seguir, são apresentadas figuras que explicam a notação a ser utilizada no equacionamento.

A dinâmica de tais motores pode ser representada pela equação:

$$e = L \frac{di}{dt} + Ri + K(r\dot{\alpha} - \dot{\phi}_3)$$

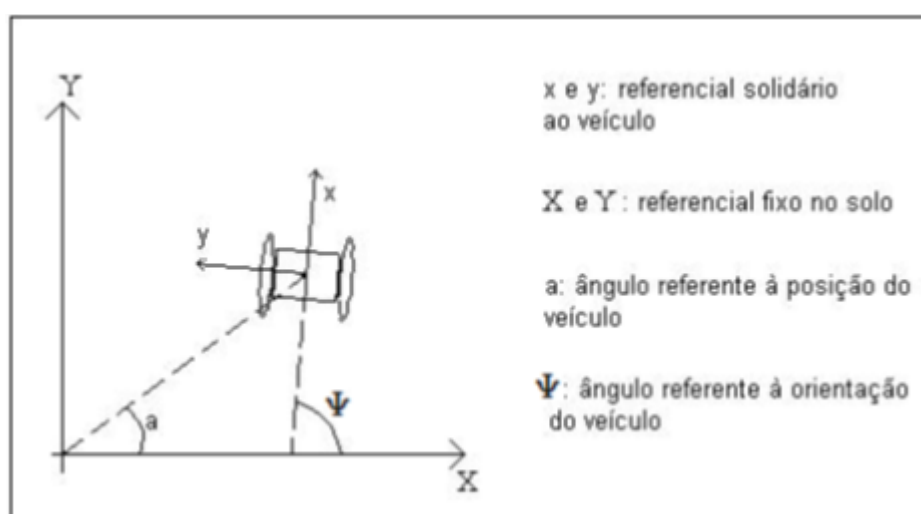


Figura 9. Orientação em relação a um referencial fixo no solo, vista superior

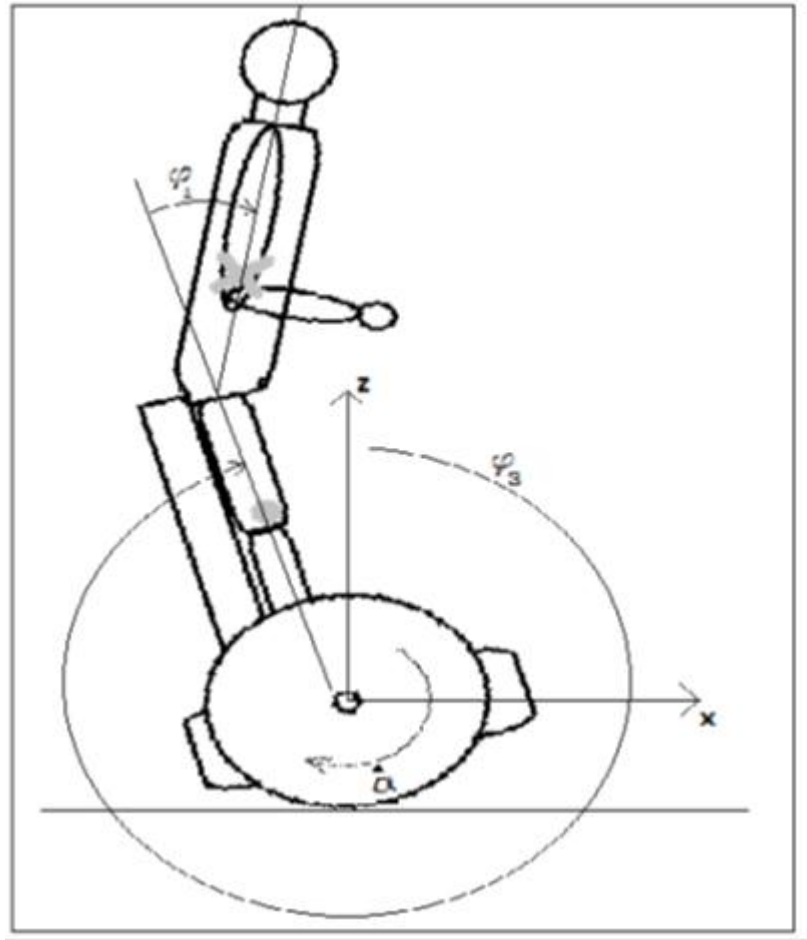


Figura 10. Inclinações dos corpos em relação ao eixo vertical, vista lateral

Para chegar ao modelo matemático, foi usado o método de Lagrange.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = F_i \quad (1)$$

Onde L é combinação dos termos de energia cinética (T) e potencial (V) ($L=T-V$), R é o termo dissipativo, q_i é a coordenada generalizada e F_i é a força externa generalizada.

Energia cinética:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} [m_3 (\dot{X}_3^2 + \dot{Y}_3^2 + \dot{Z}_3^2) + I_{x3} \dot{\theta}_3^2 + I_{y3} \dot{\phi}_3^2 + I_{z3} \dot{\psi}_3^2] + \frac{1}{2} \left[m_D \left(\dot{\alpha}_D \cdot \frac{D}{2} \right)^2 + \right. \\ & \left. I_{xD} \dot{\theta}_D^2 + I_{yD} \dot{\phi}_D^2 + I_{zD} \dot{\psi}_D^2 \right] + \frac{1}{2} \left[m_E \left(\dot{\alpha}_E \cdot \frac{D}{2} \right)^2 + I_{xE} \dot{\theta}_E^2 + I_{yE} \dot{\phi}_E^2 + I_{zE} \dot{\psi}_E^2 \right] + \\ & \frac{1}{2} [m_2 (\dot{X}_2^2 + \dot{Y}_2^2 + \dot{Z}_2^2) + I_{x2} \dot{\theta}_2^2 + I_{y2} \dot{\phi}_2^2 + I_{z2} \dot{\psi}_2^2] + \frac{1}{2} [m_1 (\dot{X}_1^2 + \dot{Y}_1^2 + \dot{Z}_1^2) + I_{x1} \dot{\theta}_1^2 + I_{y1} (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3)^2 + I_{z1} \dot{\psi}_1^2] + \frac{L_D}{2} \dot{i}_D^2 + \frac{L_E}{2} \dot{i}_E^2 + K_D i_D (r \alpha_D - \phi_3) + K_E i_E (r \alpha_E - \phi_3) \end{aligned} \quad (2)$$

Os termos $K.i.a$ são os termos eletromecânicos, que fornecem a relação entre a rotação do rotor dos motores, a corrente elétrica e o torque gerado. K é a constante eletromecânica e r é a relação de transmissão da redução do motor. Devido a essa redução, os termos I_{YD} e I_{YE} são a soma do momento de inércia da respectiva roda com o momento de inércia do rotor do respectivo motor multiplicado por r^2 .

Energia potencial:

$$V = m_1 z_1 g + m_2 z_2 g + m_3 z_3 g + \frac{K_T \phi_1^2}{2} \quad (3)$$

Dissipativo:

$$R = \frac{R_D i_D^2}{2} + \frac{R_E i_E^2}{2} + \frac{b_1}{2} \dot{\phi}_1^2 + \frac{b_D}{2} (r \dot{\alpha}_D - \dot{\phi}_3)^2 + \frac{b_E}{2} (r \dot{\alpha}_E - \dot{\phi}_3)^2 \quad (4)$$

Hipóteses:

- as inércias, atritos viscosos, resistências elétricas, entre outros, são considerados lineares e constantes no tempo;
- os elos do corpo (elos 1 e 2) se comportam como corpos rígidos, com uma junta rotativa entre eles (representando o quadril);
- não há escorregamento nem perda de contato entre as rodas e o solo;
- o chão é plano e horizontal;
- o centro de massa do veículo está contido no (ou muito próximo do) eixo das rodas e, portanto, sua posição não varia com as inclinações;
- os centros de massa são colineares quando $\phi_1 = 0$, formando uma linha vertical quando $\phi_3 = \phi_1 = 0$.

Cinemática:

Para o centro de massa 2 tem-se:

$$X_2 = X_3 + L_{CM2} \sin \phi_3 \cos \psi \rightarrow \dot{X}_2 = \dot{X}_3 + L_{CM2} (\dot{\phi}_3 \cos \phi_3 \cos \psi - \dot{\psi} \sin \phi_3 \sin \psi) \quad (5)$$

$$Y_2 = Y_3 + L_{CM2} \sin \phi_3 \sin \psi \rightarrow \dot{Y}_2 = \dot{Y}_3 + L_{CM2} (\dot{\phi}_3 \cos \phi_3 \sin \psi + \dot{\psi} \sin \phi_3 \cos \psi) \quad (6)$$

$$Z_2 = Z_3 + L_{CM2} \cos \phi_3 \rightarrow \dot{Z}_2 = \dot{Z}_3 - L_{CM2} \dot{\phi}_3 \sin \phi_3 \quad (7)$$

De (5), (6) e (7) vem (8):

$$\begin{aligned} \dot{X}_2^2 + \dot{Y}_2^2 + \dot{Z}_2^2 = & \dot{X}_3^2 + \dot{Y}_3^2 + \dot{Z}_3^2 + 2L_{CM2} [\dot{X}_3 (\dot{\phi}_3 \cos \phi_3 \cos \psi - \dot{\psi} \sin \phi_3 \sin \psi) + \\ & \dot{Y}_3 (\dot{\phi}_3 \cos \phi_3 \sin \psi + \dot{\psi} \sin \phi_3 \cos \psi) - \dot{Z}_3 \dot{\phi}_3 \sin \phi_3] + L_{CM2}^2 [\dot{\phi}_3^2 + (\dot{\psi} \sin \phi_3)^2] \end{aligned} \quad (8)$$

Para o centro de massa 1 tem-se:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_3 + [L_2 \text{sen} \phi_3 + L_{CM1} \text{sen}(\phi_1 + \phi_3)] \cos \psi \rightarrow \\ \dot{X}_1 &= \dot{X}_3 + [L_2 \dot{\phi}_3 \cos \phi_3 + L_{CM1}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \cos(\phi_1 + \phi_3)] \cos \psi - \dot{\psi} \text{sen} \psi [L_2 \text{sen} \phi_3 + \\ &L_{CM1} \text{sen}(\phi_1 + \phi_3)] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= Y_3 + [L_2 \text{sen} \phi_3 + L_{CM1} \text{sen}(\phi_1 + \phi_3)] \text{sen} \psi \rightarrow \\ \dot{Y}_1 &= \dot{Y}_3 + [L_2 \dot{\phi}_3 \cos \phi_3 + L_{CM1}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \cos(\phi_1 + \phi_3)] \text{sen} \psi + \dot{\psi} \cos \psi [L_2 \text{sen} \phi_3 + \\ &L_{CM1} \text{sen}(\phi_1 + \phi_3)] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_3 + L_2 \cos \phi_3 + L_{CM1} \cos(\phi_1 + \phi_3) \rightarrow \\ \dot{Z}_1 &= \dot{Z}_3 - L_2 \dot{\phi}_3 \text{sen} \phi_3 - L_{CM1}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \text{sen}(\phi_1 + \phi_3) \end{aligned} \quad (11)$$

De (9), (10) e (11) vem:

$$\begin{aligned} \dot{X}_1^2 + \dot{Y}_1^2 + \dot{Z}_1^2 &= \dot{X}_3^2 + \dot{Y}_3^2 + \dot{Z}_3^2 + \dot{\psi}^2 [L_2 \text{sen} \phi_3 + L_{CM1} \text{sen}(\phi_1 + \phi_3)]^2 + \\ &L_2^2 \dot{\phi}_3^2 + L_{CM1}^2 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3)^2 + 2L_2 L_{CM1} \dot{\phi}_3 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \cos \phi_1 + 2\dot{\psi} [L_2 \text{sen} \phi_3 + \\ &L_{CM1} \text{sen}(\phi_1 + \phi_3)] (-\dot{X}_3 \text{sen} \psi + \dot{Y}_3 \cos \psi) + 2[\dot{\phi}_3 L_2 \cos \phi_3 + L_{CM1} (\dot{\phi}_1 + \\ &\dot{\phi}_3) \cos(\phi_1 + \phi_3)] (\dot{X}_3 \cos \psi + \dot{Y}_3 \text{sen} \psi) - 2\dot{Z}_3 [\dot{\phi}_3 L_2 \text{sen} \phi_3 + (\dot{\phi}_1 + \\ &\dot{\phi}_3) L_{CM1} \text{sen}(\phi_1 + \phi_3)] \end{aligned} \quad (12)$$

Aplicando as hipóteses:

Se o chão é plano e horizontal, $\dot{Z}_3 = 0$.

Se não há escorregamento entre as rodas e o solo, a velocidade do centro de massa de cada roda equivale a $\frac{D}{2} \dot{\alpha}$.

Como $\dot{X}_3 = \text{veloc}_3 \cos \psi$ e $\dot{Y}_3 = \text{veloc}_3 \text{sen} \psi$, vem:

$$\dot{X}_3 = \frac{D}{4} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) \cos \psi \quad (13)$$

$$\dot{Y}_3 = \frac{D}{4} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) \text{sen} \psi \quad (14)$$

$$\text{E também: } \psi = \frac{D}{2B} (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E) \quad (15)$$

Aplicando-se a (8) e (12) vem:

$$\dot{X}_2^2 + \dot{Y}_2^2 + \dot{Z}_2^2 = \frac{D^2}{16} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E)^2 + L_{CM2}^2 \left[\dot{\phi}_3^2 + \frac{D^2}{4B^2} \sin^2 \phi_3 (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E)^2 \right] + \frac{DL_{CM2}}{2} \dot{\phi}_3 \cos \phi_3 (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_1^2 + \dot{Y}_1^2 + \dot{Z}_1^2 = & \frac{D^2}{16} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E)^2 + \frac{D^2}{4B^2} (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E)^2 [L_2 \sin \phi_3 + L_{CM1} \sin(\phi_1 + \phi_3)]^2 + \\ & L_{CM1}^2 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3)^2 + L_2^2 \dot{\phi}_3^2 + 2 L_2 L_{CM1} \dot{\phi}_3 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \cos \phi_1 + \\ & \frac{D}{2} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) [\dot{\phi}_3 L_2 \cos \phi_3 + L_{CM1} (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \cos(\phi_1 + \phi_3)] \end{aligned} \quad (17)$$

E os termos de energia cinética e potencial:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} \left[m_3 \frac{D^2}{16} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E)^2 + I_{y3} \dot{\phi}_3^2 + I_{z3} \frac{D^2}{4B^2} (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E)^2 \right] + \frac{1}{2} \left[m_D \left(\dot{\alpha}_D \cdot \frac{D}{2} \right)^2 + \right. \\ & I_{yD} \dot{\phi}_D^2 + I_{zD} \frac{D^2}{4B^2} (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E)^2 \left. \right] + \frac{1}{2} \left[m_E \left(\dot{\alpha}_E \cdot \frac{D}{2} \right)^2 + I_{yE} \dot{\phi}_E^2 + I_{zE} \frac{D^2}{4B^2} (\dot{\alpha}_D - \right. \\ & \left. \dot{\alpha}_E)^2 \right] + \frac{1}{2} \left[m_2 (\dot{X}_2^2 + \dot{Y}_2^2 + \dot{Z}_2^2) + I_{y2} \dot{\phi}_3^2 + I_{z2} \frac{D^2}{4B^2} (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E)^2 \right] + \\ & \frac{1}{2} \left[m_1 (\dot{X}_1^2 + \dot{Y}_1^2 + \dot{Z}_1^2) + I_{y1} \dot{\phi}_1^2 + I_{z1} \frac{D^2}{4B^2} (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E)^2 \right] + \frac{L_D}{2} \dot{i}_D^2 + \frac{L_E}{2} \dot{i}_E^2 + \\ & K_D i_D (r \alpha_D - \phi_3) + K_E i_E (r \alpha_E - \phi_3) \end{aligned} \quad (18)$$

$$V = m_1 g [Z_3 + L_2 \cos \phi_3 + L_{CM1} \cos(\phi_1 + \phi_3)] + m_2 g (Z_3 + L_{CM2} \cos \phi_3) + m_3 g Z_3 + \frac{K_T \phi_1^2}{2} \quad (19)$$

De (4), (18) e (19), um possível vetor de estados é:

$$[\phi_1 \quad \dot{\phi}_1 \quad \phi_3 \quad \dot{\phi}_3 \quad \alpha_D \quad \dot{\alpha}_D \quad i_D \quad \dot{i}_D]^T$$

E as coordenadas generalizadas a serem usadas são:

$$[\phi_1 \quad \phi_3 \quad \alpha_D \quad \alpha_E \quad \int i_D dt \quad \int i_E dt]$$

Com isso:

$$q_1 = \phi_1 \rightarrow \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} = m_1 \left[L_{CM1}^2 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) + L_2 L_{CM1} \dot{\phi}_3 \cos \phi_1 + \frac{DL_{CM1}}{4} \cos(\phi_1 + \phi_3) (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) \right] + I_{y1} (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} \right) = m_1 [L_{CM1}^2 (\ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_3) + L_2 L_{CM1} (\ddot{\phi}_3 \cos \phi_1 - \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_3 \sin \phi_1)] +$$

$$I_{y1} (\ddot{\phi}_1 + \ddot{\phi}_3) + m_1 \frac{D}{4} L_{CM1} [(\ddot{\alpha}_D + \ddot{\alpha}_E) \cos(\phi_1 + \phi_3) - (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \sin(\phi_1 + \phi_3)]$$

$$\frac{\partial L}{\partial \phi_1} = m_1 \frac{D^2}{4B^2} (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E)^2 L_{CM1} \cos(\phi_1 + \phi_3) [L_{CM1} \sin(\phi_1 + \phi_3) +$$

$$L_2 \sin \phi_3] + m_1 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \sin \phi_1 \left[-L_2 L_{CM1} \dot{\phi}_3 - \frac{D}{4} L_{CM1} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) \right] +$$

$$m_1 g L_{CM1} \sin(\phi_1 + \phi_3) - K_T \phi_1$$

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{\phi}_1} = b_1 \dot{\phi}_1 ; \quad F_1 = M_1$$

$$\rightarrow (m_1 L_{CM1}^2 + I_{y1}) \ddot{\phi}_1 + (m_1 L_{CM1}^2 + I_{y1} + m_1 L_2 L_{CM1} \cos \phi_1) \ddot{\phi}_3 +$$

$$m_1 \frac{D}{4} L_{CM1} \cos(\phi_1 + \phi_3) (\ddot{\alpha}_D + \ddot{\alpha}_E) - m_1 L_2 L_{CM1} \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_3 \sin \phi_1 -$$

$$m_1 \frac{D}{4} L_{CM1} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \sin(\phi_1 + \phi_3) -$$

$$m_1 \frac{D^2}{4B^2} (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E)^2 L_{CM1} \cos(\phi_1 + \phi_3) [L_{CM1} \sin(\phi_1 + \phi_3) + L_2 \sin \phi_3] +$$

$$m_1 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) L_{CM1} \sin \phi_1 \left[L_2 \dot{\phi}_3 + \frac{D}{4} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) \right] - m_1 g L_{CM1} \sin(\phi_1 + \phi_3) + K_T \phi_1 + b_1 \dot{\phi}_1 = M_1 \quad (20)$$

Analogamente para as demais coordenadas:

$$q_2 = \phi_3 \rightarrow$$

$$[I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + m_2 L_{CM2}^2 + m_1 (L_2^2 + L_{CM1}^2 + 2L_2 L_{CM1} \cos \phi_1)] \ddot{\phi}_3 +$$

$$[I_{y1} + m_1 L_{CM1} (L_{CM1} + L_2 \cos \phi_1)] \ddot{\phi}_1 - m_1 L_2 L_{CM1} \sin \phi_1 (\dot{\phi}_1^2 + 2\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_3) +$$

$$[m_2 L_{CM2} \cos \phi_3 + m_1 (L_2 \cos \phi_3 + L_{CM1} \cos(\phi_1 + \phi_3))] \frac{D}{4} (\ddot{\alpha}_D + \ddot{\alpha}_E) -$$

$$m_1 \frac{D}{4} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) [L_2 \dot{\phi}_3 \sin \phi_3 + L_{CM1} (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \sin(\phi_1 + \phi_3)] -$$

$$m_2 L_{CM2}^2 \frac{D^2}{8B^2} \sin \phi_3 (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E)^2 - g(m_1 L_2 + m_2 L_{CM2}) \sin \phi_3 -$$

$$m_1 g L_{CM1} \sin(\phi_1 + \phi_3) + K_D \dot{\phi}_D + K_E \dot{\phi}_E + b_D (\dot{\phi}_3 - r \dot{\alpha}_D) + b_E (\dot{\phi}_3 - r \dot{\alpha}_E) = 0 \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
q_3 = \alpha_D \rightarrow & m_1 L_{CM1} \frac{D}{4} \cos(\phi_1 + \phi_3) \ddot{\phi}_1 + [(m_1 L_2 + m_2 L_{CM2}) \cos \phi_3 + \\
& m_1 L_{CM1} \cos(\phi_1 + \phi_3)] \frac{D}{4} \ddot{\phi}_3 - \frac{D}{4} (m_2 L_{CM2} + m_1 L_2) \dot{\phi}_3^2 \sin \phi_3 - \\
& m_1 L_{CM1} \frac{D}{4} \sin(\phi_1 + \phi_3) (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3)^2 + \left\{ \frac{D^2}{16} (m_1 + m_2 + m_3 + 4m_D) + \right. \\
& \frac{D^2}{4B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + I_{zD} + I_{zE}) + I_{yD} + m_2 L_{CM2}^2 \frac{D^2}{4B^2} \sin^2 \phi_3 + \\
& m_1 \frac{D^2}{4B^2} [L_2 \sin \phi_3 + L_{CM1} \sin(\phi_1 + \phi_3)]^2 \Big\} \ddot{\alpha}_D + \left\{ \frac{D^2}{16} (m_1 + m_2 + m_3 + \right. \\
& 4m_D) - \frac{D^2}{4B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + I_{zD} + I_{zE}) - m_2 L_{CM2}^2 \frac{D^2}{4B^2} \sin^2 \phi_3 - \\
& m_1 \frac{D^2}{4B^2} [L_2 \sin \phi_3 + L_{CM1} \sin(\phi_1 + \phi_3)]^2 \Big\} \ddot{\alpha}_E + \{ m_2 L_{CM2}^2 \dot{\phi}_3 \sin(2\phi_3) + \\
& m_1 [L_2^2 \dot{\phi}_3 \sin(2\phi_3) + 2L_2 L_{CM1} \dot{\phi}_3 \cos \phi_3 \sin(\phi_1 + \phi_3) + 2L_{CM1} L_2 (\dot{\phi}_1 + \\
& \dot{\phi}_3) \sin \phi_3 \cos(\phi_1 + \phi_3) + L_{CM1}^2 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \sin(2\phi_1 + 2\phi_3) \} \frac{D^2}{4B^2} (\dot{\alpha}_D - \\
& \dot{\alpha}_E) + b_D r (r \dot{\alpha}_D - \dot{\phi}_3) - K_D r i_D = -F_D \frac{D}{2}
\end{aligned} \tag{22}$$

Onde F_D é a componente circunferencial da força de contato entre o solo e a roda direita.

$$\begin{aligned}
q_4 = \alpha_E \rightarrow & m_1 L_{CM1} \frac{D}{4} \cos(\phi_1 + \phi_3) \ddot{\phi}_1 + [(m_1 L_2 + m_2 L_{CM2}) \cos \phi_3 + \\
& m_1 L_{CM1} \cos(\phi_1 + \phi_3)] \frac{D}{4} \ddot{\phi}_3 - \frac{D}{4} (m_2 L_{CM2} + m_1 L_2) \dot{\phi}_3^2 \sin \phi_3 - \\
& m_1 L_{CM1} \frac{D}{4} \sin(\phi_1 + \phi_3) (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3)^2 + \left\{ \frac{D^2}{16} (m_1 + m_2 + m_3 + 4m_D) - \right. \\
& \frac{D^2}{4B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + I_{zD} + I_{zE}) - m_2 L_{CM2}^2 \frac{D^2}{4B^2} \sin^2 \phi_3 - m_1 \frac{D^2}{4B^2} [L_2 \sin \phi_3 + \\
& L_{CM1} \sin(\phi_1 + \phi_3)]^2 \Big\} \ddot{\alpha}_D + \left\{ \frac{D^2}{16} (m_1 + m_2 + m_3 + 4m_D) + \frac{D^2}{4B^2} (I_{z1} + I_{z2} + \right. \\
& I_{z3} + I_{zD} + I_{zE}) + I_{yE} + m_2 L_{CM2}^2 \frac{D^2}{4B^2} \sin^2 \phi_3 + m_1 \frac{D^2}{4B^2} [L_2 \sin \phi_3 + \\
& L_{CM1} \sin(\phi_1 + \phi_3)]^2 \Big\} \ddot{\alpha}_E - \{ m_2 L_{CM2}^2 \dot{\phi}_3 \sin(2\phi_3) + m_1 [L_2^2 \dot{\phi}_3 \sin(2\phi_3) + \\
& 2L_2 L_{CM1} \dot{\phi}_3 \cos \phi_3 \sin(\phi_1 + \phi_3) + 2L_{CM1} L_2 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \sin \phi_3 \cos(\phi_1 + \phi_3) + \\
& L_{CM1}^2 (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_3) \sin(2\phi_1 + 2\phi_3) \} \frac{D^2}{4B^2} (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E) + b_E r (r \dot{\alpha}_E - \dot{\phi}_3) - \\
& K_E r i_E = -F_E \frac{D}{2}
\end{aligned} \tag{23}$$

Onde F_E é o análogo de F_D para a roda esquerda.

$$q_5 = \int i_D dt \rightarrow K_D(r\dot{\alpha}_D - \dot{\phi}_3) + L_D \frac{di_D}{dt} + R_D i_D = e_D \quad (24)$$

Onde e_D é a tensão de armadura do motor direito, determinado pelo sistema de controle do veículo.

$$q_6 = \int i_E dt \rightarrow K_E(r\dot{\alpha}_E - \dot{\phi}_3) + L_E \frac{di_E}{dt} + R_E i_E = e_E \quad (25)$$

Onde e_E é a tensão de armadura do motor esquerdo.

Optou-se por fazer a linearização das equações, utilizando apenas os referenciais mostrados anteriormente, para que fosse possível representar o sistema em espaço de estados com matrizes constantes, para simplificar o problema matemático.

Foi escolhida a posição vertical, em repouso e com tensões e correntes elétricas nulas, como ponto de equilíbrio.

Disso, as equações (20) a (23) são modificadas da seguinte forma:

$$(m_1 L_{CM1}^2 + I_{y1})\ddot{\phi}_1 + (m_1 L_{CM1}^2 + m_1 L_2 L_{CM1})\ddot{\phi}_3 + m_1 L_{CM1} \frac{D}{4} (\ddot{\alpha}_D + \ddot{\alpha}_E) - m_1 g L_{CM1} (\phi_1 + \phi_3) + K_T \phi_1 + b_1 \dot{\phi}_1 = M_1 \quad (26)$$

$$\begin{aligned} & [I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + m_2 L_{CM2}^2 + m_1 (L_2 + L_{CM1})^2] \ddot{\phi}_3 + [I_{y1} + m_1 L_{CM1} (L_{CM1} + L_2)] \ddot{\phi}_3 + [m_2 L_{CM2} + m_1 (L_2 + L_{CM1})] \frac{D}{4} (\ddot{\alpha}_D + \ddot{\alpha}_E) - g(m_1 L_2 + m_1 L_{CM1} + m_2 L_{CM2}) \phi_3 - m_1 g L_{CM1} \phi_1 + K_D i_D + K_E i_E + (b_D + b_E) \dot{\phi}_3 - b_D r \dot{\alpha}_D - b_E r \dot{\alpha}_E = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} & m_1 L_{CM1} \frac{D}{4} \ddot{\phi}_1 + (m_1 L_2 + m_2 L_{CM2} + m_1 L_{CM1}) \frac{D}{4} \ddot{\phi}_3 - b_D r \dot{\phi}_3 + \left[\frac{D^2}{16} (m_1 + m_2 + m_3 + 4m_D) + \frac{D^2}{4B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + I_{zD} + I_{zE}) + I_{yD} \right] \ddot{\alpha}_D + b_D r^2 \dot{\alpha}_D + \left[\frac{D^2}{16} (m_1 + m_2 + m_3 + 4m_D) - \frac{D^2}{4B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + I_{zD} + I_{zE}) \right] \ddot{\alpha}_E - K_D r i_D = -F_D \frac{D}{2} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
& m_1 L_{CM1} \frac{D}{4} \ddot{\phi}_1 + (m_1 L_2 + m_2 L_{CM2} + m_1 L_{CM1}) \frac{D}{4} \ddot{\phi}_3 - b_E r \dot{\phi}_3 + \left[\frac{D^2}{16} (m_1 + \right. \\
& m_2 + m_3 + 4m_D) - \frac{D^2}{4B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + I_{zD} + I_{zE}) \left. \right] \ddot{\alpha}_D + b_E r^2 \dot{\alpha}_E + \\
& \left[\frac{D^2}{16} (m_1 + m_2 + m_3 + 4m_D) + \frac{D^2}{4B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + I_{zD} + I_{zE}) + I_{yE} \right] \ddot{\alpha}_E - \\
& K_E r i_E = -F_E \frac{D}{2}
\end{aligned} \tag{29}$$

Como os motores e rodas são assumidos como iguais, suas propriedades também serão, assim, pode-se referenciá-las com subscrito “D” tanto como com “E”. Pela dinâmica do sistema, isso não se aplica às variáveis.

Fazendo (28)+(29)

$$\begin{aligned}
& m_1 L_{CM1} \frac{D}{2} \ddot{\phi}_1 + (m_1 L_2 + m_2 L_{CM2} + m_1 L_{CM1}) \frac{D}{2} \ddot{\phi}_3 - 2b_D r \dot{\phi}_3 + \left[\frac{D^2}{8} (m_1 + \right. \\
& m_2 + m_3 + 4m_D) + I_{yD} \left. \right] \ddot{\alpha}_D + \left[\frac{D^2}{8} (m_1 + m_2 + m_3 + 4m_D) + I_{yE} \right] \ddot{\alpha}_E + \\
& b_D r^2 \dot{\alpha}_D + b_E r^2 \dot{\alpha}_E - K_D r i_D - K_E r i_E = -(F_D + F_E) \frac{D}{2}
\end{aligned} \tag{30}$$

Fazendo (28) – (29)

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{D^2}{2B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + I_{zD} + I_{zE}) + I_{yD} \right] \ddot{\alpha}_D - \left[\frac{D^2}{2B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + I_{zD} + \right. \\
& I_{zE}) + I_{yE} \left. \right] \ddot{\alpha}_E + b_D r^2 \dot{\alpha}_D - b_E r^2 \dot{\alpha}_E - K_D r i_D + K_E r i_E = -(F_D - F_E) \frac{D}{2}
\end{aligned} \tag{31}$$

Observando-se a ação das forças F_D e F_E sobre o sistema:

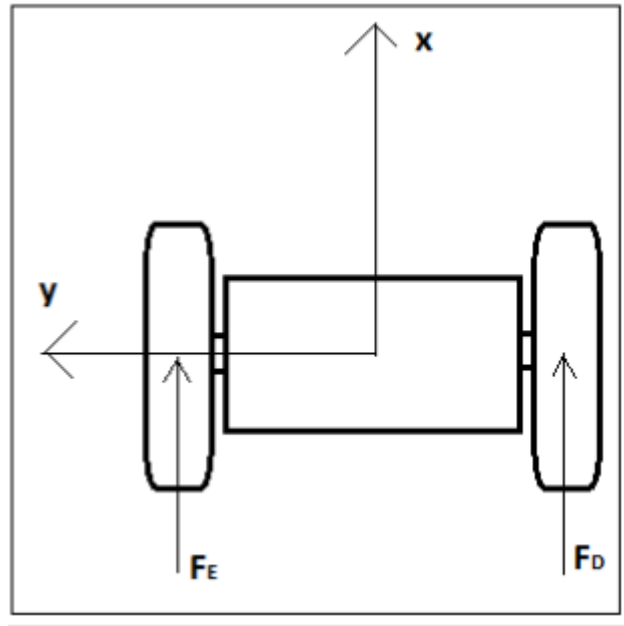


Figura 11. Forças tangenciais nas rodas (vista superior, enfatizando a base)

Efeito sobre a rotação:

$$(F_D - F_E) \frac{B}{2} = \left[I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + 2I_{zD} + 2m_D \left(\frac{B}{2} \right)^2 \right] (\ddot{\alpha}_D - \ddot{\alpha}_E) \frac{D}{2B} \quad (32)$$

Visto que $\ddot{\psi} = (\ddot{\alpha}_D - \ddot{\alpha}_E) \frac{D}{2B}$.

Efeito sobre o deslocamento (já linearizado):

$$F_D + F_E = m_{total} \frac{d}{dt} (\text{velocidade do centro de massa}) = (m_3 + m_2 + m_1 + 2m_D) \frac{D}{4} (\ddot{\alpha}_D + \ddot{\alpha}_E) + (m_1 L_2 + m_1 L_{CM1} + m_2 L_{CM2}) \ddot{\phi}_3 + m_1 L_{CM1} \ddot{\phi}_1 \quad (33)$$

Aplicando-se nas equações (30) e (31):

$$\begin{aligned} & m_1 D L_{CM1} \ddot{\phi}_1 + (m_1 L_2 + m_2 L_{CM2} + m_1 L_{CM1}) D \ddot{\phi}_3 + \\ & + \left[\frac{D^2}{4} (m_1 + m_2 + m_3 + 3m_D) + I_{yD} \right] (\ddot{\alpha}_D + \ddot{\alpha}_E) + \\ & + b_D r^2 \ddot{\alpha}_D + b_D r^2 \ddot{\alpha}_E - 2b_D r \dot{\phi}_3 - K_D r i_D - K_D r i_E = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{D^2}{B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + 2I_{zD}) + m_D \frac{D^2}{4} + I_{yD} \right] (\ddot{\alpha}_D - \ddot{\alpha}_E) + \\ & + b_D r^2 \ddot{\alpha}_D - b_D r^2 \ddot{\alpha}_E - K_D r i_D + K_D r i_E = 0 \end{aligned}$$

Sejam $I_{\alpha p} = \frac{D^2}{4} (m_1 + m_2 + m_3 + 3m_D) + I_{yD}$,

$$I_{am} = \frac{D^2}{B^2} (I_{z1} + I_{z2} + I_{z3} + 2I_{zD}) + I_{yD} + m_D \frac{D^2}{4} \quad \text{e}$$

$$mL_{12} = m_1 L_{CM1} + m_1 L_2 + m_2 L_{CM2}$$

Então:

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_D + \ddot{\alpha}_E = \frac{1}{I_{ap}} [-m_1 D L_{CM1} \ddot{\phi}_1 - mL_{12} D \ddot{\phi}_3 - b_D r^2 (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) + 2b_D r \dot{\phi}_3 + \\ + K_D r (i_D + i_E)] \end{aligned} \quad (34)$$

$$\ddot{\alpha}_D - \ddot{\alpha}_E = \frac{1}{I_{am}} [-b_D r^2 (\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E) + K_D r (i_D - i_E)] \quad (35)$$

Aplica-se (34) em (26) e (27)

$$\begin{aligned} (26) \rightarrow \left(m_1 L_{CM1}^2 + I_{y1} - m_1^2 L_{CM1}^2 \frac{D^2}{4I_{ap}} \right) \ddot{\phi}_1 + b_1 \dot{\phi}_1 + \left(m_1 L_{CM1}^2 + I_{y1} + \right. \\ \left. m_1 L_2 L_{CM1} - m_1 L_{CM1} mL_{12} \frac{D^2}{4I_{ap}} \right) \ddot{\phi}_3 + b_D r m_1 L_{CM1} \frac{D}{2I_{ap}} \dot{\phi}_3 + (K_T - m_1 g L_{CM1}) \phi_1 - \\ m_1 g L_{CM1} \phi_3 - b_D r^2 m_1 L_{CM1} \frac{D}{4I_{ap}} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) + K_D r m_1 L_{CM1} \frac{D}{4I_{ap}} (i_D + i_E) = M_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (27) \rightarrow \left(I_{y1} + m_1 L_{CM1}^2 + m_1 L_{CM1} L_2 - m_1 L_{CM1} mL_{12} \frac{D^2}{4I_{ap}} \right) \ddot{\phi}_1 + \left[I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + \right. \\ \left. m_2 L_{CM2}^2 + m_1 (L_{CM1} + L_2)^2 - (mL_{12})^2 \frac{D^2}{4I_{ap}} \right] \ddot{\phi}_3 + \left(r mL_{12} \frac{D}{4I_{ap}} + 1 \right) 2b_D \dot{\phi}_3 - \\ \left(r mL_{12} \frac{D}{4I_{ap}} + 1 \right) b_D r (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) + \left(r mL_{12} \frac{D}{4I_{ap}} + 1 \right) K_D (i_D + i_E) - g mL_{12} \phi_3 - \\ g m_1 L_{CM1} \phi_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Sejam } I_{S1} = m_1 L_{CM1}^2 + I_{y1} - m_1^2 L_{CM1}^2 \frac{D^2}{4I_{ap}},$$

$$I_{S2} = m_1 L_{CM1}^2 + I_{y1} + m_1 L_{CM1} L_2 - m_1 L_{CM1} mL_{12} \frac{D^2}{4I_{ap}}, \quad \text{e}$$

$$I_{S3} = I_{y1} + I_{y2} + I_{y3} + m_2 L_{CM2}^2 + m_1 (L_{CM1} + L_2)^2 - (mL_{12})^2 \frac{D^2}{4I_{ap}}$$

Então

$$I_{S1}\ddot{\phi}_1 + I_{S2}\ddot{\phi}_3 + b_1\dot{\phi}_1 + b_D r m_1 L_{CM1} \frac{D}{2I_{\alpha p}} \dot{\phi}_3 + (K_T - m_1 g L_{CM1})\phi_1 - m_1 g L_{CM1}\phi_3 - b_D r^2 m_1 L_{CM1} \frac{D}{4I_{\alpha p}} (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) + K_D r m_1 L_{CM1} \frac{D}{4I_{\alpha p}} (i_D + i_E) = M_1 \quad (36)$$

$$I_{S2}\ddot{\phi}_1 + I_{S3}\ddot{\phi}_3 + \left(r m L_{12} \frac{D}{4I_{\alpha p}} + 1\right) 2b_D \dot{\phi}_3 - \left(r m L_{12} \frac{D}{4I_{\alpha p}} + 1\right) b_D r (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) + \left(r m L_{12} \frac{D}{4I_{\alpha p}} + 1\right) K_D (i_D + i_E) - g m L_{12} \phi_3 - g m_1 L_{CM1} \phi_1 = 0 \quad (37)$$

De (36) – (37)*(I_{S1}/I_{S2}) vem

$$\begin{aligned} & \left(I_{S2} - \frac{I_{S1}}{I_{S2}} I_{S3}\right) \ddot{\phi}_3 + b_1 \dot{\phi}_1 + \frac{b_D}{2I_{\alpha p}} \left(r m_1 L_{CM1} D - m L_{12} D r \frac{I_{S1}}{I_{S2}} - 4I_{\alpha p} \frac{I_{S1}}{I_{S2}}\right) \dot{\phi}_3 + \\ & \left[K_T + m_1 g L_{CM1} \left(\frac{I_{S1}}{I_{S2}} - 1\right)\right] \phi_1 + \left(m L_{12} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} - m_1 L_{CM1}\right) g \phi_3 + \\ & r \frac{b_D}{4I_{\alpha p}} \left(r D m L_{12} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} + 4I_{\alpha p} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} - r D m_1 L_{CM1}\right) (\dot{\alpha}_D + \dot{\alpha}_E) + \frac{K_D}{4I_{\alpha p}} \left(r D m_1 L_{CM1} - \right. \\ & \left. r D m L_{12} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} - 4I_{\alpha p} \frac{I_{S1}}{I_{S2}}\right) (i_D + i_E) = M_1 \end{aligned} \quad (38)$$

$$\text{Sejam } I_{S4}^2 = I_{S1} I_{S3} - I_{S2}^2 \text{ e } I_{R1} = \frac{1}{I_{\alpha p}} \left(r D m L_{12} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} + 4I_{\alpha p} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} - r D m_1 L_{CM1}\right),$$

disto vem:

$$\ddot{\phi}_3 = -\frac{I_{S2}}{I_{S4}^2} \{-b_1 \dot{\phi}_1 + \frac{b_D}{2} I_{R1} \dot{\phi}_3 + [m_1 g L_{CM1} \left(1 - \frac{I_{S1}}{I_{S2}}\right) - K_T] \phi_1 + (m_1 L_{CM1} - m L_{12} \frac{I_{S1}}{I_{S2}}) g \phi_3 - r \frac{b_D}{4} I_{R1} \dot{\alpha}_D - r \frac{b_D}{4} I_{R1} \dot{\alpha}_E + \frac{K_D}{4} I_{R1} i_D + \frac{K_D}{4} I_{R1} i_E + M_1\} \quad (38)$$

De (36) – (37)*(I_{S2}/I_{S3}), analogamente, seja

$$I_{R3} = \frac{1}{I_{\alpha p}} \left(r D m L_{12} \frac{I_{S2}}{I_{S3}} + 4I_{\alpha p} \frac{I_{S2}}{I_{S3}} - r D m_1 L_{CM1}\right), \text{ então:}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_1 = & \frac{I_{S3}}{I_{S4}^2} \{-b_1 \dot{\phi}_1 + \frac{b_D}{2} I_{R3} \dot{\phi}_3 + [m_1 g L_{CM1} \left(1 - \frac{I_{S2}}{I_{S3}}\right) - K_T] \phi_1 + \\ & (m_1 L_{CM1} - m L_{12} \frac{I_{S2}}{I_{S3}}) g \phi_3 - r \frac{b_D}{4} I_{R3} \dot{\alpha}_D - r \frac{b_D}{4} I_{R3} \dot{\alpha}_E + \frac{K_D}{4} I_{R3} i_D + \\ & \frac{K_D}{4} I_{R3} i_E + M_1\} \end{aligned} \quad (39)$$

De (34), (35), (38) e (39), obtém-se expressões para as acelerações das rodas. Seja $(ImL)_4 = I_{S2} I_{R1} mL_{12} - I_{S3} I_{R3} m_1 L_{CM1}$, então

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_D = & \frac{b_1 D}{2I_{ap} I_{S4}^2} (I_{S3} m_1 L_{CM1} - I_{S2} (mL)_{12}) \dot{\phi}_1 + \frac{b_D}{I_{ap}} \left(r + \frac{D}{4I_{S4}^2} (ImL)_4 \right) \dot{\phi}_3 + \\ & \frac{D}{2I_{ap} I_{S4}^2} \{ g m_1 L_{CM1} [m_1 L_{CM1} (I_{S2} - I_{S3}) + \\ & (mL)_{12} (I_{S2} - I_{S1})] + K_T (I_{S3} m_1 L_{CM1} - I_{S2} (mL)_{12}) \} \phi_1 + \\ & \frac{gD}{2I_{ap} I_{S4}^2} [m_1 L_{CM1} (I_{S3} (mL)_{12} - I_{S2} m_1 L_{CM1}) + (mL)_{12} (I_{S2} m_1 L_{CM1} - \\ & I_{S1} (mL)_{12})] \phi_3 - b_D \frac{r}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} + \frac{r}{I_{ap}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap} I_{S4}^2} \right] \dot{\alpha}_D + b_D \frac{r}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} - \frac{r}{I_{ap}} - \right. \\ & \left. \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap} I_{S4}^2} \right] \dot{\alpha}_E + \frac{K_D}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} + \frac{r}{I_{ap}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap} I_{S4}^2} \right] \dot{i}_D + \frac{K_D}{2} \left[\frac{r}{I_{ap}} - \frac{r}{I_{am}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap} I_{S4}^2} \right] \dot{i}_E + \\ & \frac{D}{2I_{ap} I_{S4}^2} [mL_{12} I_{S2} - m_1 L_{CM1} I_{S3}] M_1 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}_E = & \frac{b_1 D}{2I_{ap} I_{S4}^2} (I_{S3} m_1 L_{CM1} - I_{S2} (mL)_{12}) \dot{\phi}_1 + \frac{b_D}{I_{ap}} \left(r + \frac{D}{4I_{S4}^2} (ImL)_4 \right) \dot{\phi}_3 + \\ & \frac{D}{2I_{ap} I_{S4}^2} \{ g m_1 L_{CM1} [m_1 L_{CM1} (I_{S2} - I_{S3}) + \\ & (mL)_{12} (I_{S2} - I_{S1})] + K_T (I_{S3} m_1 L_{CM1} - I_{S2} (mL)_{12}) \} \phi_1 + \\ & \frac{gD}{2I_{ap} I_{S4}^2} [m_1 L_{CM1} (I_{S3} (mL)_{12} - I_{S2} m_1 L_{CM1}) + (mL)_{12} (I_{S2} m_1 L_{CM1} - \\ & I_{S1} (mL)_{12})] \phi_3 + b_D \frac{r}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} - \frac{r}{I_{ap}} - \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap} I_{S4}^2} \right] \dot{\alpha}_D - b_D \frac{r}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} + \frac{r}{I_{ap}} + \right. \\ & \left. \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap} I_{S4}^2} \right] \dot{\alpha}_E + \frac{K_D}{2} \left[\frac{r}{I_{ap}} - \frac{r}{I_{am}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap} I_{S4}^2} \right] \dot{i}_D + \frac{K_D}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} + \frac{r}{I_{ap}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap} I_{S4}^2} \right] \dot{i}_E + \\ & \frac{D}{2I_{ap} I_{S4}^2} [mL_{12} I_{S2} - m_1 L_{CM1} I_{S3}] M_1 \end{aligned} \quad (41)$$

De (24) e (25), isolando-se os termos de derivada de corrente, tem-se:

$$\frac{d}{dt} i_D = -r \frac{K_D}{L_D} \dot{\alpha}_D + \frac{K_D}{L_D} \dot{\phi}_3 - \frac{R_D}{L_D} i_D + \frac{e_D}{L_D} \quad (24')$$

$$\frac{d}{dt} i_E = -r \frac{K_E}{L_E} \dot{\alpha}_E + \frac{K_E}{L_E} \dot{\phi}_3 - \frac{R_E}{L_E} i_E + \frac{e_E}{L_E} \quad (25')$$

De modo geral, a diferença que a indutância dos motores causa em sua dinâmica é tão pequena que pode ser desprezada, assumida como nula. Também, como ambos os motores são considerados iguais, as resistências elétricas, constantes eletromecânicas e coeficientes de atrito de ambos serão indicadas por R_D , K e b_D .

Assim, as equações dos motores passam a ser:

$$i_D = -\frac{K}{R_D} \dot{\phi}_3 - \frac{Kr}{R_D} \dot{\alpha}_D + \frac{e_D}{R_D} \quad (24'')$$

$$i_E = -\frac{K}{R_D} \dot{\phi}_3 - \frac{Kr}{R_D} \dot{\alpha}_E + \frac{e_E}{R_D} \quad (25'')$$

Dessa forma, os termos de corrente podem ser substituídos nas demais equações, e serem retirados do vetor de estados.

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_3 = & \frac{I_{S2}}{I_{S4}^2} \left\{ b_1 \dot{\phi}_1 + \left(-\frac{b_D}{2} + \frac{K^2}{2R_D} \right) I_{R1} \dot{\phi}_3 - \left[m_1 g L_{CM1} \left(1 - \frac{I_{S1}}{I_{S2}} \right) - K_T \right] \phi_1 - \right. \\ & \left(m_1 L_{CM1} - (mL)_{12} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} \right) g \phi_3 + \left(\frac{b_D}{4} + \frac{K^2}{4R_D} \right) r I_{R1} \dot{\alpha}_D + \left(\frac{b_D}{4} + \frac{K^2}{4R_D} \right) r I_{R1} \dot{\alpha}_E - \\ & \left. M_1 - -\frac{K I_{R1}}{4R_D} e_D - \frac{K I_{R1}}{4R_D} e_E \right\} \end{aligned} \quad (38')$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi}_1 = & \frac{I_{S3}}{I_{S4}^2} \left\{ -b_1 \dot{\phi}_1 + \left(\frac{b_D}{2} - \frac{K^2}{2R_D} \right) I_{R3} \dot{\phi}_3 + \left[m_1 g L_{CM1} \left(1 - \frac{I_{S2}}{I_{S3}} \right) - K_T \right] \phi_1 + \right. \\ & \left(m_1 L_{CM1} - (mL)_{12} \frac{I_{S2}}{I_{S3}} \right) g \phi_3 - \left(\frac{b_D}{4} + \frac{K^2}{4R_D} \right) r I_{R3} \dot{\alpha}_D - \left(\frac{b_D}{4} + \frac{K^2}{4R_D} \right) r I_{R3} \dot{\alpha}_E + \\ & \left. M_1 + \frac{K I_{R3}}{4R_D} e_D + \frac{K I_{R3}}{4R_D} e_E \right\} \end{aligned} \quad (39')$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\alpha}_D = & \frac{b_1 D}{2I_{ap}I_{S4}^2} (I_{S3}m_1L_{CM1} - I_{S2}(mL)_{12})\dot{\phi}_1 + \frac{1}{I_{ap}} \left(b_D - \frac{K^2}{R_D} \right) \left(r + \frac{D}{4I_{S4}^2} (ImL)_4 \right) \dot{\phi}_3 + \\
& \frac{D}{2I_{ap}I_{S4}^2} \{ g m_1 L_{CM1} [m_1 L_{CM1} (I_{S2} - I_{S3}) + \\
& (mL)_{12} (I_{S2} - I_{S1})] + K_T (I_{S3}m_1L_{CM1} - I_{S2}(mL)_{12}) \} \phi_1 + \\
& \frac{gD}{2I_{ap}I_{S4}^2} [m_1 L_{CM1} (I_{S3}(mL)_{12} - I_{S2}m_1L_{CM1}) + (mL)_{12} (I_{S2}m_1L_{CM1} - \\
& I_{S1}(mL)_{12})] \phi_3 - \frac{r}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} + \frac{r}{I_{ap}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap}I_{S4}^2} \right] \left(b_D + \frac{K^2}{R_D} \right) \alpha_D + \frac{r}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} - \frac{r}{I_{ap}} - \right. \\
& \left. \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap}I_{S4}^2} \right] \left(b_D + \frac{K^2}{R_D} \right) \alpha_E + \frac{K}{2R_D} \left[\frac{r}{I_{am}} + \frac{r}{I_{ap}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap}I_{S4}^2} \right] e_D + \frac{K}{2R_D} \left[\frac{r}{I_{ap}} - \frac{r}{I_{am}} + \right. \\
& \left. \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap}I_{S4}^2} \right] e_E + \frac{D}{2I_{ap}I_{S4}^2} [(mL)_{12}I_{S2} - m_1L_{CM1}I_{S3}]M_1 \tag{40'}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\alpha}_E = & \frac{b_1 D}{2I_{ap}I_{S4}^2} (I_{S3}m_1L_{CM1} - I_{S2}(mL)_{12})\dot{\phi}_1 + \frac{1}{I_{ap}} \left(b_D - \frac{K^2}{R_D} \right) \left(r + \frac{D}{4I_{S4}^2} (ImL)_4 \right) \dot{\phi}_3 + \\
& \frac{D}{2I_{ap}I_{S4}^2} \{ g m_1 L_{CM1} [m_1 L_{CM1} (I_{S2} - I_{S3}) + \\
& (mL)_{12} (I_{S2} - I_{S1})] + K_T (I_{S3}m_1L_{CM1} - I_{S2}(mL)_{12}) \} \phi_1 + \\
& \frac{gD}{2I_{ap}I_{S4}^2} [m_1 L_{CM1} (I_{S3}(mL)_{12} - I_{S2}m_1L_{CM1}) + (mL)_{12} (I_{S2}m_1L_{CM1} - \\
& I_{S1}(mL)_{12})] \phi_3 - \frac{r}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} + \frac{r}{I_{ap}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap}I_{S4}^2} \right] \left(b_D + \frac{K^2}{R_D} \right) \alpha_E + \frac{r}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} - \frac{r}{I_{ap}} - \right. \\
& \left. \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap}I_{S4}^2} \right] \left(b_D + \frac{K^2}{R_D} \right) \alpha_D + \frac{K}{2R_D} \left[\frac{r}{I_{am}} + \frac{r}{I_{ap}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap}I_{S4}^2} \right] e_E + \frac{K}{2R_D} \left[\frac{r}{I_{ap}} - \frac{r}{I_{am}} + \right. \\
& \left. \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap}I_{S4}^2} \right] e_D + \frac{D}{2I_{ap}I_{S4}^2} [(mL)_{12}I_{S2} - m_1L_{CM1}I_{S3}]M_1 \tag{41'}
\end{aligned}$$

Organizando na forma matricial: $\dot{x} = Ax + Bu + Nw$, onde x é o vetor de estados (apresentado anteriormente, logo após a Eq.(19)), A é a matriz de estados, u é o vetor de entradas controladas pelo veículo, B é a matriz de entradas, w é o vetor de entradas controladas pelo usuário, e N é a segunda matriz de entradas.

$$x^T = \{\phi_1 \ \dot{\phi}_1 \ \phi_3 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\alpha}_D \ \dot{\alpha}_E\} \Rightarrow \dot{x}^T = \{\dot{\phi}_1 \ \ddot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_3 \ \ddot{\phi}_3 \ \ddot{\alpha}_D \ \ddot{\alpha}_E\}$$

$$u^T = \{e_D \ e_E\}; w^T = \{M_1 \ h \ f\}$$

$$A_{11}=0; A_{12}=1; A_{13}=0; A_{14}=0; A_{15}=0; A_{16}=0;$$

$$A_{21} = \frac{I_{S3}}{I_{S4}^2} \left[m_1 g L_{CM1} \left(1 - \frac{I_{S2}}{I_{S3}} \right) - K_T \right]; A_{22} = -\frac{I_{S3}}{I_{S4}^2} b_1;$$

$$A_{23} = \frac{I_{S3}}{I_{S4}^2} \left(m_1 L_{CM1} - (mL)_{12} \frac{I_{S2}}{I_{S3}} \right) g$$

$$A_{24} = \frac{I_{S3}}{I_{S4}^2} \left(\frac{b_D}{2} - \frac{K^2}{2R_D} \right) I_{R3}; A_{25} = -\frac{I_{S3}}{I_{S4}^2} \left(\frac{b_D}{4} + \frac{K^2}{4R_D} \right) r I_{R3}; A_{26} = A_{25}$$

$$A_{31}=0; A_{32}=0; A_{33}=0; A_{34}=1; A_{35}=0; A_{36}=0;$$

$$A_{41} = \frac{I_{S2}}{I_{S4}^2} \left[K_T - m_1 g L_{CM1} \left(1 - \frac{I_{S1}}{I_{S2}} \right) \right]; A_{42} = \frac{I_{S2}}{I_{S4}^2} b_1;$$

$$A_{43} = -\frac{I_{S2}}{I_{S4}^2} \left(m_1 L_{CM1} - (mL)_{12} \frac{I_{S1}}{I_{S2}} \right) g$$

$$A_{44} = \frac{I_{S2}}{I_{S4}^2} \left(-\frac{b_D}{2} + \frac{K^2}{2R_D} \right) I_{R1}; A_{45} = \frac{I_{S2}}{I_{S4}^2} \left(\frac{b_D}{4} + \frac{K^2}{4R_D} \right) r I_{R1}; A_{46} = A_{45}$$

$$A_{51} = \frac{D}{2I_{ap}I_{S4}^2} \{ g m_1 L_{CM1} [m_1 L_{CM1} (I_{S2} - I_{S3}) + (mL)_{12} (I_{S2} - I_{S1})] +$$

$$K_T (I_{S3} m_1 L_{CM1} - I_{S2} (mL)_{12}) \};$$

$$A_{52} = \frac{b_1 D}{2I_{ap}I_{S4}^2} (I_{S3} m_1 L_{CM1} - I_{S2} (mL)_{12});$$

$$A_{53} = \frac{gD}{2I_{ap}I_{S4}^2} [m_1 L_{CM1} (I_{S3} (mL)_{12} - I_{S2} m_1 L_{CM1}) + (mL)_{12} (I_{S2} m_1 L_{CM1} - I_{S1} (mL)_{12})];$$

$$A_{54} = \frac{1}{I_{ap}} \left(b_D - \frac{K^2}{R_D} \right) \left(r + \frac{D}{4I_{S4}^2} (ImL)_4 \right);$$

$$A_{55} = -\frac{r}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} + \frac{r}{I_{ap}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap}I_{S4}^2} \right] \left(b_D + \frac{K^2}{R_D} \right);$$

$$A_{56} = \frac{r}{2} \left[\frac{r}{I_{am}} - \frac{r}{I_{ap}} - \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap}I_{S4}^2} \right] \left(b_D + \frac{K^2}{R_D} \right);$$

$$A_{61} = A_{51}; A_{62} = A_{52}; A_{63} = A_{53}; A_{64} = A_{54}; A_{65} = A_{56}; A_{66} = A_{55}$$

$$B_{11} = B_{12} = 0; B_{21} = B_{22} = \frac{I_{S3} K I_{R3}}{I_{S4}^2 4 R_D}; B_{31} = B_{32} = 0; B_{41} = B_{42} = -\frac{I_{S2} K I_{R1}}{I_{S4}^2 4 R_D};$$

$$B_{51} = \frac{K}{2R_D} \left[\frac{r}{I_{am}} + \frac{r}{I_{ap}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap} I_{S4}^2} \right]; B_{52} = \frac{K}{2R_D} \left[\frac{r}{I_{ap}} - \frac{r}{I_{am}} + \frac{(ImL)_4 D}{4I_{ap} I_{S4}^2} \right];$$

$$B_{61} = B_{52}; B_{62} = B_{51};$$

No caso do algoritmo linear quadrático, as ações de controle do vetor u são determinadas por $u=K*x$, onde K é a matriz de controle ótimo. Para aplicar os comandos de referência de avanço “f” e de curva “h”, pode-se introduzi-los como uma perturbação no sinal lido pelo sistema de controle para determinar as tensões dos motores, o que leva a uma alteração no algoritmo tal que:

$$u' = K * \{\phi_1 \ \phi_1 \ \phi_3 \ \phi_3 \ (\dot{\alpha}_D - f - h) \ (\dot{\alpha}_E - f + h)\}^T$$

$$u' = K * x + K * \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ f \end{Bmatrix} \rightarrow B * u' = B * K * x + B * K * \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ f \end{Bmatrix} \quad (42)$$

A primeira parcela do termo à direita da Eq.42 é o próprio termo $B*u$ quando $u=K*x$, ou seja, a função de controle caso não houvesse perturbação externa. Já a segunda parcela faz parte do termo $N*w$, junto com os termos relativos aos efeitos de $M1$. Portanto:

$$N_{11} = 0; N_{21} = \frac{I_{S3}}{I_{S4}^2}; N_{31} = 0;$$

$$N_{41} = -\frac{I_{S2}}{I_{S4}^2}; N_{51} = \frac{D}{2I_{ap} I_{S4}^2} [(mL)_{12} I_{S2} - m_1 L_{CM1} I_{S3}]; N_{61} = N_{51};$$

$$\begin{Bmatrix} N_{12} & N_{13} \\ N_{22} & N_{23} \\ N_{32} & N_{33} \\ N_{42} & N_{43} \\ N_{52} & N_{53} \\ N_{62} & N_{63} \end{Bmatrix} = B * K * \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 1 & -1 \end{Bmatrix}$$

No caso do controle Fuzzy, não convém escrever as relações entre os comandos f e h e o espaço de estados numa matriz N , pois eles entram no algoritmo de determinação do controle de uma forma que não é expressa

diretamente por equações. Neste caso, o vetor de entradas do usuário w passa a conter somente M_1 , e a matriz N tem apenas a primeira coluna.

Para o sensoriamento, podem ser usados giroscópios MEMS (microeletromecânicos) para medir as velocidades angulares da base do veículo ($\dot{\phi}_3$, seria possível medir nas outras direções, mas neste modelo simplificado basta a inclinação frontal) e encoders para medir a rotação das rodas em relação à base. Acelerômetros podem ser usados para detectar a direção da aceleração gravitacional e assim dar a posição angular do veículo em relação ao eixo vertical (ϕ_3). Não será usado sistema que meça diretamente a posição do usuário, de modo que um observador de estados será necessário.

Dito isso, a equação de saída $y=Cx$ contará com a matriz C da forma:

$$C_{11} = C_{12} = 0; C_{13} = 1; C_{14} = C_{15} = C_{16} = 0;$$

$$C_{21} = C_{22} = C_{23} = 0; C_{24} = 1; C_{25} = C_{26} = 0;$$

$$C_{31} = C_{32} = C_{33} = 0; C_{34} = -1; C_{35} = 1; C_{36} = 0;$$

$$C_{41} = C_{42} = C_{43} = 0; C_{44} = -1; C_{45} = 0; C_{46} = 1;$$

Os diagramas de blocos a seguir mostram esquematicamente o funcionamento do modelo no caso LQR e no caso fuzzy

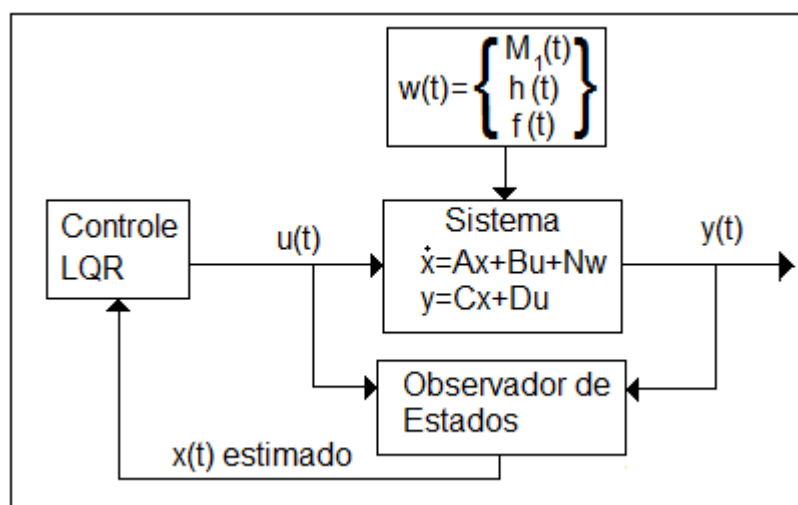


Figura 12 Diagrama de blocos do controle LQR

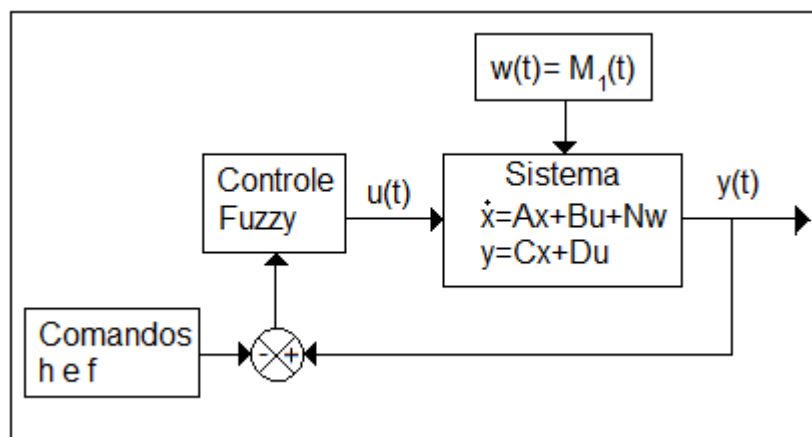


Figura 13. Diagrama de blocos do controle Fuzzy

5.2 Parâmetros do veículo

Em pesquisa por projetos particulares similares ao Segway, foram encontrados protótipos bem-sucedidos como o de Trevor Blackwell (primeira versão em 2002, segunda em 2005)^[10], que apresenta um relatório sobre o desenvolvimento de seu veículo e uma lista de componentes de hardware compatíveis com as exigências da empreitada e disponíveis no mercado.

O motor indicado por Blackwell é o NPC-T64, motor DC com caixa de transmissão 20:1 embutida, tensão nominal 24 V (usado na “self-balancing scooter” com 36 V), velocidade máxima da ordem de 230rpm (24 rad/s) e aproximadamente 6 kg de peso. Os dados do seu teste dinamométrico, fornecidos pelo fabricante^[11], são mostrados na tabela 2 a seguir.

As informações fornecidas pela tabela 2 (adaptada de ^[11]) mostram um comportamento não constante na proporcionalidade entre corrente e torque, sendo a razão de proporção crescente com o aumento da corrente. Como a intenção é de utilizar velocidades inferiores a 15 km/h para o veículo, supondo rodas de 0,5m de diâmetro, as rotações empregadas serão inferiores a 3 Hz. Então, a razão utilizada para estimar a constante de proporção será a de mais alta corrente, correspondendo a $K = 0,042 \text{ N.m/A}$. Nota-se que o motor possui razão de transmissão 20:1 e, por isso a proporção torque corrente é dividida por 20 para obter-se a constante do motor isolado.

Tabela 2. Dados do motor NPC-T64^[11], convertidos para unidades SI

Resultados dos testes dinamométricos			
Torque N.m	Corrente [A]	Hz	Watts
3.4	8.6	4.0	82
6.8	12.5	3.8	164
10.2	16.2	3.8	239
13.6	20	3.6	306
16.9	23.5	3.5	388
20.3	27.5	3.4	462
23.7	31.6	3.3	529
27.1	35.1	3.2	604
30.5	39.2	3.1	664
33.9	43.1	3.0	708
93.2	110	STALL	

Existem rodas de cadeira de rodas com diâmetro de 24” (aproximadamente 0,6 metro) e cujas massas variam de 1 a 2 kg, dependendo do modelo ^[12]. Na modelagem, serão adotados diâmetro de 600mm e massa de 2kg para as rodas. Como forma de se estimar os momentos de inércia, fez-se a hipótese de que 90% da massa da roda hipotética estaria concentrada em sua periferia. Isso leva aos valores de $I_{yD} = 0,16 \text{ kg.m}^2$ e $I_{zD} = 0,08 \text{ kg.m}^2$. A largura entre os pontos de contato entre as rodas e o chão seria B=590mm, estimado a partir de imagens de protótipos independentes ^[10].

Para a estimativa de massa da base, fez-se uma aproximação pouco rigorosa, a partir da massa do Segway HT = 38kg. Considerando-se que o veículo para paraplégicos conta com assento, encosto e outras peças para viabilizar a adaptação, supôs-se que a massa da plataforma, excluídas as rodas, seria de 40 kg (o veículo todo teria 44 kg).

A fim de se estimar os momentos de inércia, foram necessárias mais hipóteses de como seria a configuração na posição ereta:

- as barras que sustentam o sistema seriam feitas com estrutura tubular em aço inoxidável. Dois tubos de aço de 30mm de diâmetro, espessura 2 mm e comprimento 1,1m (suficiente para ir dos pés até acima do umbigo do usuário) pesariam juntos 3,06 kg;

- o assento e o encosto teriam massa de 1 kg cada um, foram modelados como placas de 420mm x 370mm e 360mm x 195mm, respectivamente. O centro da placa do assento e da placa do encosto ficam a alturas de 670mm e 1143mm a partir do apoio dos pés, respectivamente;
- ainda, as barras ficariam paralelas, com seus eixos distantes 330mm um do outro.

Assim, a porção do veículo acima do apoio dos pés do usuário teria aproximadamente 5 kg, e momentos de inércia (considerando pólo no baricentro 3 que, por hipótese, está à mesma altura do eixo das rodas e de onde fica o apoio dos pés do usuário) $I_y = 3 \text{ kg.m}^2$ e $I_z = 0,11 \text{ kg.m}^2$.

Para o restante da base, supondo que a estrutura, descontando-se as rodas e os eixos de saída, tivesse 500 mm de largura, e 200 mm de altura (tal que ficasse a aproximadamente 100mm do chão). Além disso, supôs-se que os centros de massa dos motores estivessem 48mm (aproximadamente o raio externo da carcaça) abaixo do apoio dos pés e distantes 290 mm um do outro, chegou-se aos valores finais de inércia de : $I_{y3} = 3,33 \text{ kg.m}^2$ e $I_{z3} = 0,84 \text{ kg.m}^2$.

A região do rotor do motor tem diâmetro externo de 97mm e comprimento de 145mm. Se modelar o rotor como um cilindro de ferro com comprimento 145 mm e 58 mm de diâmetro, ele representaria aproximadamente 50% da massa do motor. Seu momento de inércia seria $I_m = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$.

5.3 Modelo do corpo humano

Nesta parte da modelagem pretende-se chegar a um modelo do corpo humano que contemple dimensões, massas e momentos de inércia mais relevantes para a dinâmica do sistema veículo+usuário. Boa parte da modelagem foi feita com geometria similar à proposta nos modelos de Hanavan (1964)^[8], mas com dimensões diferentes, como será visto a seguir.

Os segmentos dos membros superiores e inferiores do corpo foram modelados como troncos de cone para incluir o fato de seus centros de gravidade não estarem exatamente na metade do segmento. No caso de pés e mãos, para os quais foram encontrados poucos valores de referência, usou-se geometrias de bloco retangular e esfera, respectivamente; neste caso, retrataram-se as mãos fechadas.

O tronco foi representado por dois cilindros de seção elíptica. Os cilindros não têm mobilidade relativa neste modelo, mas suas massas específicas diferem. A cabeça também foi representada por um cilindro de seção elíptica; e o pescoço; por um cilindro de seção circular.

Os valores de densidade e de desvio do baricentro dos diferentes segmentos do corpo foram obtidos de DEMPSTER, W.T., *Space Requirements of the Seated Operator*, 1955, apud Hanavan^[8]. No caso do tronco, o valor de desvio de baricentro obtido se aproximou mais daquele obtido por Hanavan, de onde foram retiradas as tabelas 3 e 4 a seguir. As colunas “Experimental” se referem aos resultados obtidos por Dempster, usados por Hanavan para comparação.

Tabela 3. Gravidades específicas do corpo humano

Parte do corpo	Máximo	Mínimo	Média	Experimental
Cabeça	1,47	0,90	1,15	1,11
Torso superior	1,00	0,72	0,84	0,92
Torso inferior	1,10	0,80	0,92	1,01
Mão	1,72	1,02	1,29	1,17
Braço	1,22	0,79	0,97	1,07
Antebraço	1,56	1,04	1,30	1,13
Perna superior	1,32	0,88	1,13	1,05
Perna inferior	1,44	0,83	1,19	1,09
Pé	2,14	1,12	1,62	1,09

Tabela 4. Localização do centro de gravidade = distância da extremidade superior em % do comprimento do segmento

Parte do corpo	Máximo	Mínimo	Média	Experimental
Cabeça e torso	73,2	61,3	64,5	60,4
Braço	49,6	44,6	47,3	43,6
Antebraço	45	39,8	42,8	43
Perna superior	45,3	42	43,7	43,3
Perna inferior	47,6	39,8	41,6	43,3

Em sua maioria, os comprimentos e larguras foram obtidos de Paquet&Feathers^[9], correspondendo a valores médios para homens usuários de cadeiras manuais. Optou-se por usuários de cadeiras manuais, pois estes têm maior chance de conseguir usar o dispositivo aqui idealizado, que permite mobilidade do tronco.

Como nem todas as dimensões desejadas foram encontradas na literatura, alguns dos valores foram obtidos por medição direta no corpo do autor, e outros foram obtidos por medição seguida da aplicação de um coeficiente de proporcionalidade. Apesar de o estudo de P&F apresentar dados de assimetria entre direita e esquerda, serão considerados dados médios e segmentos simétricos. A tabela 5 contém as medições tiradas de Paquet&Feathers.

Tabela 5. Dimensões da cadeira e do corpo de usuários masculinos[mm]^[9]

Dimensões	usuários de cadeira manual (n=37)				
	média	desv. Padrão	5°	50°	95°
Idade	57,3	15,6	33	57	81
<i>Alturas</i>					
Altura total (sentado)	1306	47	1236	1310	1379
Altura do olho esquerdo	1192	44	1118	1195	1260
Altura do olho direito	1188	47	1125	1190	1266
Altura acromial, esquerda [o]	1038	38	941	1046	1096
Altura acromial, direita [o,p]	1038	42	930	1043	1099
Altura do descanso do cotovelo esquerdo	731	51	639	733	804
Altura do descanso do cotovelo direito	728	41	642	728	793
Altura do pulso esquerdo	765	66	664	762	943
Altura do pulso direito	754	63	635	749	873
Altura do assento ao topo da cabeça [o]	796	47	694	803	867
Altura do joelho esquerdo ao apoio dos pés [o,m]	519	74	378	532	594
Altura do joelho direito ao apoio dos pés [o,m]	497	98	225	527	589
Altura do joelho esquerdo	614	62	515	610	724
Altura do joelho direito [o,m]	639	78	521	639	857
<i>Larguras</i>					
Largura total [o,m]	698	68	589	690	839
Largura bideltóide (ombros)	534	52	467	525	633
Largura biacromial	396	28	338	390	424
Largura de um antebraço ao outro	590	65	492	579	701
Largura da mão esquerda	90	9	72	90	104
Largura da mão direita [m]	92	8	72	93	104
Largura do quadril	263	39	224	280	387
Largura do ventre	443	54	308	447	536
Largura das coxas	451	67	308	461	529
Largura bimalleolar, esquerda [o,m]	86	13	71	84	110
Largura bimalleolar, direita [o,m]	90	14	72	86	123
<i>Profundidades e comprimentos</i>					
Profundidade total [p]	1235	109	1071	1240	1465
Profundidade da extensão abdominal	356	50	270	355	437
Comprimento nádega-joelho, esquerdo [o,m]	624	61	511	638	712
Comprimento nádega-joelho, direito [o,m]	632	50	547	632	705
Comprimento nádega-popliteal, esquerdo	517	58	405	527	598
Comprimento nádega-popliteal, direito [o]	522	68	392	531	609

* Os índices entre colchetes indicam distribuição não-normal ($p < 0,05$): “o” para amostra total, “m” para usuários de cadeiras manuais, p para usuários de cadeiras motorizadas

A seguir, uma listagem de parâmetros de cada segmento é apresentada.

a) Pé

- Formato de bloco retangular: 70mm x 80mm x 250mm (medidas do autor, reduzidas para 93%, proporção com cadeirante);
- Altura do baricentro em relação a sua base: 35 mm;
- Massa específica: 1,09 kg/dm³;
- Massa total: 1,5 kg;
- Momento de inércia em relação ao eixo vertical, pólo no tornozelo: $I_z = 0,0226 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação ao eixo paralelo ao das rodas, pólo no tornozelo: $I_y = 0,0224 \text{ kg.m}^2$.

b) Perna inferior (“canela”)

- Formato de tronco de cone: altura 440mm (tirado de P&F), diâmetro maior 110mm, diâmetro menor 73mm (diâmetros estimados pelo autor);
- Altura do baricentro em relação a sua base: 249mm;
- Massa específica: 1,09 kg/dm³;
- Massa total: 3,2 kg;
- Momento de inércia em relação ao eixo vertical, pólo no baricentro: $I_z = 0,0036 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação ao eixo paralelo ao das rodas, pólo no baricentro: $I_y = 0,0511 \text{ kg.m}^2$.

c) Perna superior (“coxa”)

- Formato de tronco de cone: altura 377mm, diâmetro maior 180mm, diâmetro menor 119mm (estimados pelo autor);
- Altura do baricentro em relação a sua base: 214 mm;
- Massa específica: 1,09 kg/dm³;
- Massa total: 7,0 kg;

- Momento de inércia em relação ao eixo vertical, pólo no baricentro:
 $I_z = 0,0207 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação ao eixo paralelo ao das rodas, pólo no baricentro: $I_y = 0,0895 \text{ kg.m}^2$.

d) Tronco inferior (abdômen e quadril)

- Formato de cilindro de seção elíptica: altura 331 mm, largura 443mm, profundidade 250mm (estimados pelo autor, baseado em P&F);
- Altura do baricentro em relação a sua base: 166mm;
- Massa específica: $1,01 \text{ kg/dm}^3$;
- Massa total: 29,1 kg;
- Momento de inércia em relação ao eixo vertical, pólo no baricentro:
 $I_z = 1,882 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação ao eixo paralelo ao das rodas, pólo no baricentro: $I_y = 0,7204 \text{ kg.m}^2$.

e) Tronco superior (tórax, medido acima do diafragma)

- Formato de cilindro de seção elíptica: altura 197mm, largura 443mm, profundidade 250mm (estimados pelo autor, baseado em P&F);
- Altura do baricentro em relação a sua base: 99mm;
- Massa específica: $0,92 \text{ kg/dm}^3$;
- Massa total: 15,8 kg;
- Momento de inércia em relação ao eixo vertical, pólo no baricentro:
 $I_z = 1,022 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação ao eixo paralelo ao das rodas, pólo no baricentro: $I_y = 0,298 \text{ kg.m}^2$.

f) Pescoço

- Formato de cilindro de seção circular: altura 80mm, diâmetro 118mm (estimados pelo autor);
- Altura do baricentro em relação a sua base: 40mm;
- Massa específica: $1,00 \text{ kg/dm}^3$ (valor adotado por falta de referência);

- Massa total: 0,87 kg;
- Momento de inércia em relação ao eixo vertical, pólo no baricentro:
 $I_z = 0,0015 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação ao eixo paralelo ao das rodas, pólo no baricentro: $I_y = 0,0012 \text{ kg.m}^2$.

g) Cabeça

- Formato de cilindro de seção elíptica: altura 188mm, largura 135mm, profundidade 190mm (estimados pelo autor, baseado em P&F);
- Altura do baricentro em relação a sua base: 94mm;
- Massa específica: $1,19 \text{ kg/dm}^3$;
- Massa total: 4,5 kg;
- Momento de inércia em relação ao eixo vertical, pólo no baricentro:
 $I_z = 0,061 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação ao eixo paralelo ao das rodas, pólo no baricentro: $I_y = 0,054 \text{ kg.m}^2$.

h) Braço

- Formato de tronco de cone: altura 308mm (tirado de P&F), diâmetro maior 82mm, menor 55mm (estimados pelo autor);
- Altura do baricentro em relação a sua base: 173mm;
- Massa específica: $1,07 \text{ kg/dm}^3$;
- Massa total: 1,23 kg;
- Momento de inércia em relação ao eixo vertical, pólo no baricentro:
 $I_z = 0,0008 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação ao eixo paralelo ao das rodas, pólo no baricentro: $I_y = 0,0097 \text{ kg.m}^2$.

i) Antebraço (perpendicular ao braço, projetado para frente)

- Formato de tronco de cone: altura 270mm, diâmetro maior 75mm, menor 49mm (estimados pelo autor, altura reduzida para 93% do autor);

- Altura do baricentro em relação a sua base: 154mm;
- Massa específica: 1,13 kg/dm³;
- Massa total: 0,95 kg;
- Momento de inércia em relação ao eixo vertical, pólo no baricentro:
 $I_z = 0,0058 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação ao eixo paralelo ao das rodas, pólo no baricentro: $I_y = 0,0058 \text{ kg.m}^2$.

j) Mão (fechada)

- Formato de esfera: diâmetro de 90mm (tirado de P&F);
- Altura do baricentro em relação a sua base: 45mm;
- Massa específica: 1,17 kg/dm³;
- Massa total: 0,45 kg;
- Momento de inércia em relação ao eixo vertical, pólo no baricentro:
 $I_z = 0,0004 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação ao eixo paralelo ao das rodas, pólo no baricentro: $I_y = 0,0004 \text{ kg.m}^2$.

Estima-se ainda, pelos dados de P&F e pelas medidas do autor, que os eixos das pernas estejam afastados 280mm um do outro, ou seja, 140mm do eixo central do corpo. A figura 12 mostra um esquema do elo 2: pernas.

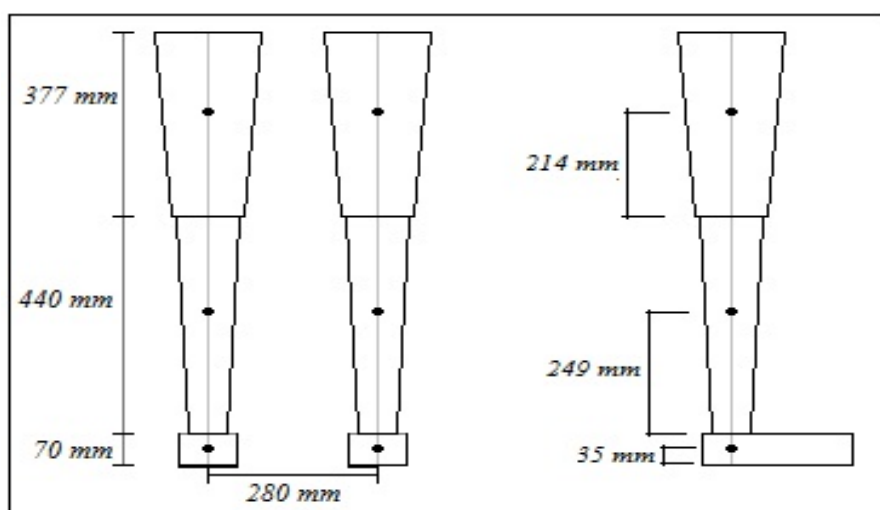


Figura 14. Representação do elo 2, que engloba os membros inferiores

Nesta figura são apresentadas principalmente as alturas das extremidades dos segmentos, bem como as alturas de seus centros de massa.

Um esquema similar foi feito para o elo 1: parte superior do corpo, mostrado na figura 13 a seguir. Nesse caso, os baricentros do tronco, cabeça e pescoço encontram-se nos respectivos centros geométricos.

Embora a largura bideltóide do modelo (610mm) esteja maior que a apresentada por Paquet & Feathers como média da população (534mm), ainda está dentro do intervalo ($95^{\circ} = 633\text{mm}$).

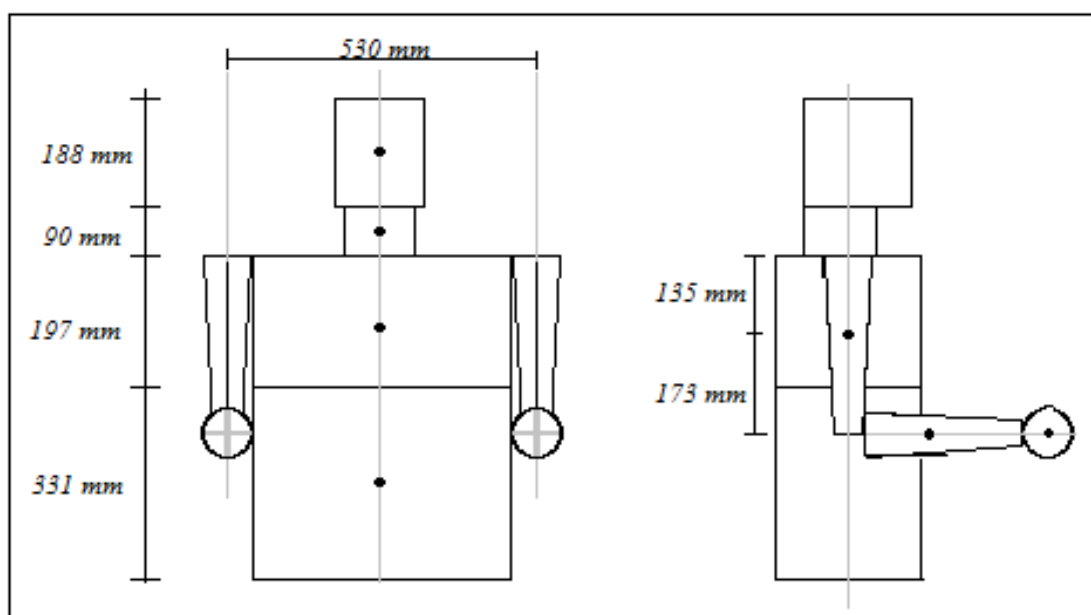


Figura 15. Representação do elo 1, que contém o torso, a cabeça e os membros superiores

Consolidando os dados, tem-se um indivíduo com 1693 mm de altura e massa de 78,94 kg. O índice de massa corporal (massa total dividida pela altura ao quadrado, em SI) seria de 27,5, o que cai na faixa de sobrepeso. Como não está no extremo de obesidade nem no de magreza, o resultado parece satisfatório, longe de ser um extremo estatístico.

Agora, é preciso calcular a posição do baricentro de cada elo e, a partir disso, os momentos de inércia em relação ao baricentro, usando os momentos encontrados e as distâncias entre os baricentros de cada segmento e o eixo de rotação passando pelo baricentro do elo.

Para o elo 1, tem-se:

- Massa: $m_1 = 2 \times (0,45 + 0,95 + 1,23) + 4,51 + 0,87 + 15,8 + 29,1 = 55,5 \text{ kg}$;
- Altura do baricentro: $L_{CM1} = 304 \text{ mm}$ ($\alpha = 0,623$, próximo de Hanavan);
- Momento de inércia em relação ao eixo z: $I_{z1} = 3,465 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação a um eixo paralelo a y, pólo no baricentro: $I_{y1} = 2,19 \text{ kg.m}^2$.

Disso pode-se concluir que o torque dos dois motores DC na velocidade mais baixa da tabela 2 é capaz de suportar uma inclinação do elo 1 de até 24° , aproximadamente, se o elo 2 estiver na vertical. Se considerar o torque de “stall” (velocidade nula), os motores suportam inclinação de 90° . Ainda assim, é de bom tom pensar em algum método para evitar inclinações excessivas por parte do usuário.

Para o elo 2, tem-se:

- Massa do elo 2: $m_2 = 23,4 \text{ kg}$;
- Comprimento total $L_2 = 887 \text{ mm}$;
- Altura do baricentro: $L_{CM2} = 525 \text{ mm}$;
- Momento de inércia em relação ao eixo z: $I_{z2} = 0,552 \text{ kg.m}^2$;
- Momento de inércia em relação a um eixo paralelo a y, pólo no baricentro: $I_{y2} = 1,458 \text{ kg.m}^2$.

Como parâmetro do corpo, é preciso ainda estimar uma elasticidade torcional para a mola idealizada que representa a rigidez do quadril. Para esta estimativa, toma-se um estado de equilíbrio com o elo 2 na vertical ($\phi_2 = 0$) e com o elo 1 inclinado, sustentado apenas pelo momento da mola.

Então:

$$K_T \cdot \phi_1 = m_1 \cdot g \cdot L_{CM1} \sin \phi_1 \Rightarrow K_T = m_1 \cdot g \cdot L_{CM1} \frac{\sin \phi_1}{\phi_1} \quad (42)$$

Ou seja, há uma rigidez diferente para cada valor de θ_1 escolhido. Propõe-se o valor de 10° para posição de equilíbrio, o que resulta em $K_T = 165 \text{ N.m / rad}$. O valor de 10° fica abaixo da metade do limite de 24° e

espera-se que ainda se encontre na região de comportamento linear do sistema.

Para determinar o coeficiente de atrito que fornece amortecimento crítico, tomaram-se apenas os termos com ϕ_1 e suas derivadas da Eq.39'.

$$\ddot{\phi}_1 + \frac{I_{S3}}{I_{S4}^2} b_1 \dot{\phi}_1 + \left[K_T - m_1 g L_{CM1} \left(1 - \frac{I_{S2}}{I_{S3}} \right) \right] \phi_1 = 0 \quad (43)$$

$$\text{Sejam: } \omega^2 = K_T - m_1 g L_{CM1} \left(1 - \frac{I_{S2}}{I_{S3}} \right) \text{ e } \varepsilon = \frac{1}{2\omega} \frac{I_{S3}}{I_{S4}^2} b_1$$

Há amortecimento crítico quando $\varepsilon=1$. Portanto, o valor desejado de b_1 é 18,1 N.m.s/rad.

6 RESULTADOS

Com as equações preparadas e parâmetros estimados, elaborou-se uma linha de comando para simulação numérica utilizando o programa Scilab (o código encontra-se no Anexo A).

6.1 Controle Linear Quadrático (LQR)

Como primeiro passo, foi feita a verificação de observabilidade e controlabilidade do sistema. Os postos das matrizes de controlabilidade (baseada nas matrizes A e B) e observabilidade (baseada nas matrizes A e C) são ambos iguais a 6, o que significa que, dentro das hipóteses do modelo e ao redor do ponto de linearização adotado, o sistema conta com atuadores e sensores suficientes para que seu estado seja corretamente estimado e que o controle seja implementado.

Analisando-se a matriz A descobre-se que seus autovalores são

$$\begin{bmatrix} 4.7221205 \\ -6.6678176 \\ -4.2753688 \\ -2.1288875 + 0.8623239i \\ -2.1288875 - 0.8623239i \\ -0.7662054 \end{bmatrix}$$

que são os pólos do sistema em malha aberta (sem aplicação do algoritmo de controle). A presença de um valor com parte real positiva indica um sistema instável, o que era de se esperar de um pêndulo invertido. Isto sustenta a necessidade de se instalar um controle em malha fechada para estabilizar o sistema.

Em seguida, passa-se à elaboração de uma matriz de controle. Para tanto, fez-se uso do método linear quadrático, o qual sintetiza uma lógica de controle que minimiza uma função de integração dos erros em relação ao ponto de equilíbrio e da energia gasta pelos atuadores para corrigir esses erros, ponderados conforme matrizes escolhidas pelo projetista.

Os pesos inseridos nas matrizes foram dimensionados tal que representassem a importância relativa das variáveis mas também levasse em conta as faixas de valores esperados de cada variável. No caso das

inclinações ϕ_1 e ϕ_3 , espera-se que seus valores absolutos não passem de 10° (0,174 rad); as tensões devem estar entre +24V e – 24 V, e assim por diante.

$$Q = \begin{bmatrix} 33.03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.33 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0028 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0028 \end{bmatrix}, \text{ que representa os pesos do}$$

vetor de estados

$$P = \begin{bmatrix} 0.0017 & 0 \\ 0 & 0.0017 \end{bmatrix}, \text{ que representa os pesos do vetor de entradas controladas pelo veículo.}$$

Ressalta-se o fato de que essas matrizes combinam pesos de grandezas distintas, com suas próprias faixas de valores esperados e, portanto, o valor absoluto do peso para uma velocidade não é diretamente comparável com o de uma tensão, por exemplo.

Utilizando o comando de determinação da matriz de controle ótimo do *Scilab*, o resultado foi:

$$K_{ot} = \begin{bmatrix} 39.546733 & 12.611844 & 258.31482 & 52.915847 & 0.8744151 & 1.5445843 \\ 39.546733 & 12.611844 & 258.31482 & 52.915847 & 1.5445843 & 0.8744151 \end{bmatrix},$$

em que K_{ot} é a matriz de controle que minimiza a função erro, quando $u = K_{ot} * x$ (o programa devolve a matriz já com a mudança de sinal embutida).

Os pólos do sistema em malha fechada passam a ser:

$$\begin{bmatrix} -6.9416039 + 2.8882099 i \\ -6.9416039 - 2.8882099 i \\ -2.3152927 + 1.4659498 i \\ -2.3152927 - 1.4659498 i \\ -2.9552677 \\ -1.3534405 \end{bmatrix}$$

Ressalta-se o fato de que tais pólos são obtidos como combinação entre a matriz K_{ot} e as matrizes A e B do sistema com parâmetros de um usuário médio. Parte dos estudos deste trabalho incluem testes simulando usuários diferentes, o que altera os valores de A e B mas não os de K_{ot} , que seria parte do controle do veículo. Assim, os pólos dos testes com conjuntos diferentes de parâmetros serão diferentes dos listados acima.

Para o observador de estados utilizou-se a alocação de pólos, para que sua dinâmica fosse mais rápida que a do sistema. Neste caso, gera-se a matriz K_o tal que a matriz $(A - K_o C)$ leve o erro de observação, cuja equação diferencial é $\dot{e} = (A - K_o C) e$, para zero em um tempo inferior aos tempos de resposta do sistema. Os pólos escolhidos foram:

$$\begin{bmatrix} -18 + 3i \\ -18 - 3i \\ -19 + 4i \\ -19 - 4i \\ -21 \\ -21 \end{bmatrix}$$

Isto exige a matriz do observador (obtida com comando “ppol” do *Scilab*):

$$K_o = \begin{bmatrix} -2.0200713 & -299.86018 & -73.920331 & -100.4138 \\ -20.079437 & 519.62328 & 129.11852 & 172.82767 \\ 21 & 1 & 0.2481319 & 0.3333333 \\ 22.846204 & -90.056564 & -27.830491 & -34.457389 \\ 120.17007 & 149.34016 & 49.963883 & 41.098826 \\ 120.17007 & 149.34016 & 34.208581 & 61.559755 \end{bmatrix}$$

Novamente, esta matriz fornece o observador adequado para um dado conjunto de parâmetros; se estes forem alterados, os pólos da matriz da dinâmica do erro de observação também mudará.

Para se observar o desempenho do algoritmo, foi realizada uma simulação em malha fechada, a partir do repouso, durante 24 segundos (com passo de 0,01 segundos, que é o período aproximado de amostragem do sistema do Segway HT), com as três entradas do usuário sendo usadas juntas, variando da seguinte forma (t é o instante no tempo):

$$M_1 = \begin{cases} 5 \text{ N.m}, & \text{se } 0s \leq t \leq 6s \\ -5 \text{ N.m}, & \text{se } 6s < t \leq 12s \\ 0 \text{ N.m}, & \text{se } t > 12s \end{cases}, h = \begin{cases} 0 \text{ rad/s}, & \text{se } 0s \leq t \leq 3s \\ 1 \text{ rad/s}, & \text{se } 3s < t \leq 9s \\ 0 \text{ rad/s}, & \text{se } 9s < t \leq 15s \\ -1 \text{ rad/s}, & \text{se } 15s < t \leq 21s \\ 0 \text{ rad/s}, & \text{se } t > 21s \end{cases}$$

$$f = \begin{cases} 0 \text{ rad/s}, & \text{se } 0 \leq t \leq 6s \\ 3 \text{ rad/s}, & \text{se } 6 < t \leq 12s \\ -1 \text{ rad/s}, & \text{se } 12s < t \leq 18s \\ 0 \text{ rad/s}, & \text{se } 18s < t \end{cases}$$

Além disso, foi inserido um erro de observação inicial

$$e_0 = [0.1 \ -0.1 \ -0.1 \ 0.01 \ 0.1 \ 0.1]^T.$$

Os gráficos resultantes são apresentados a seguir:

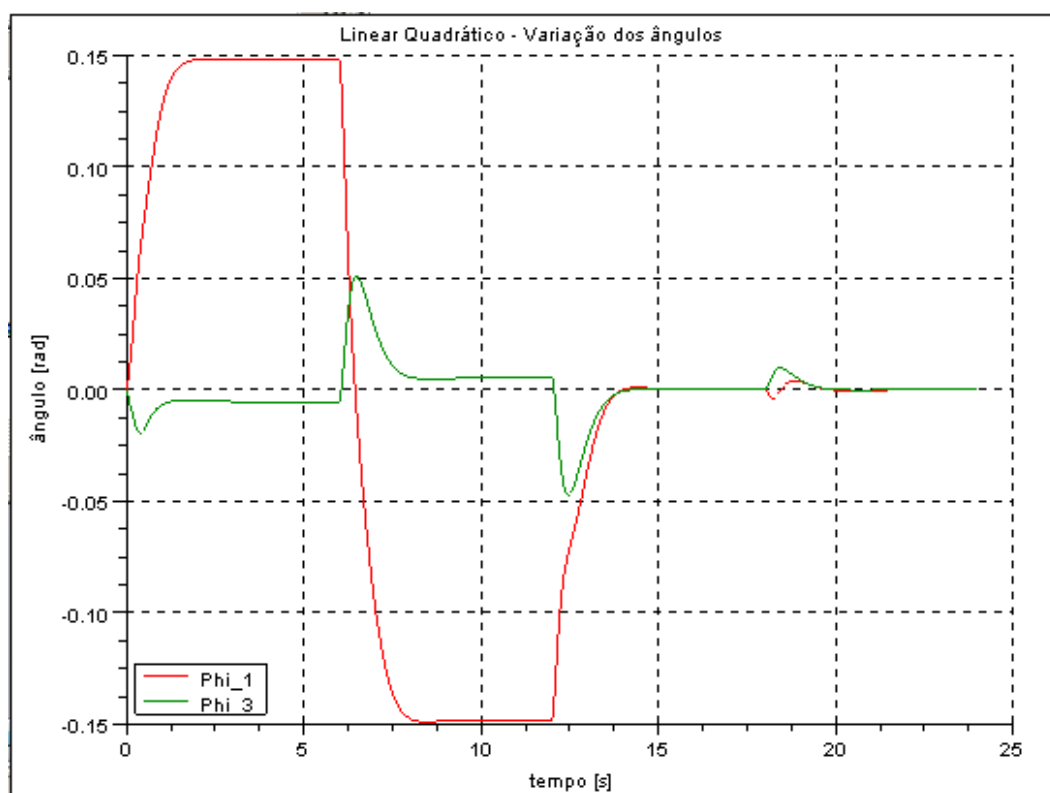


Figura 16. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle LQR

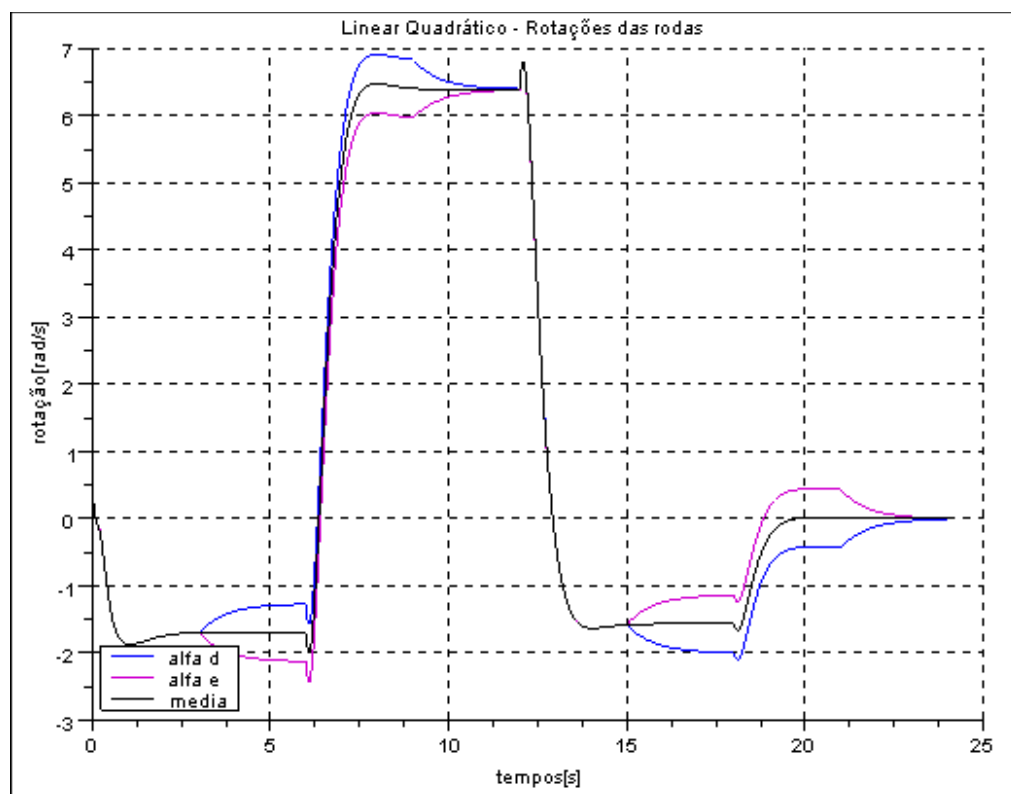


Figura 17. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle LQR

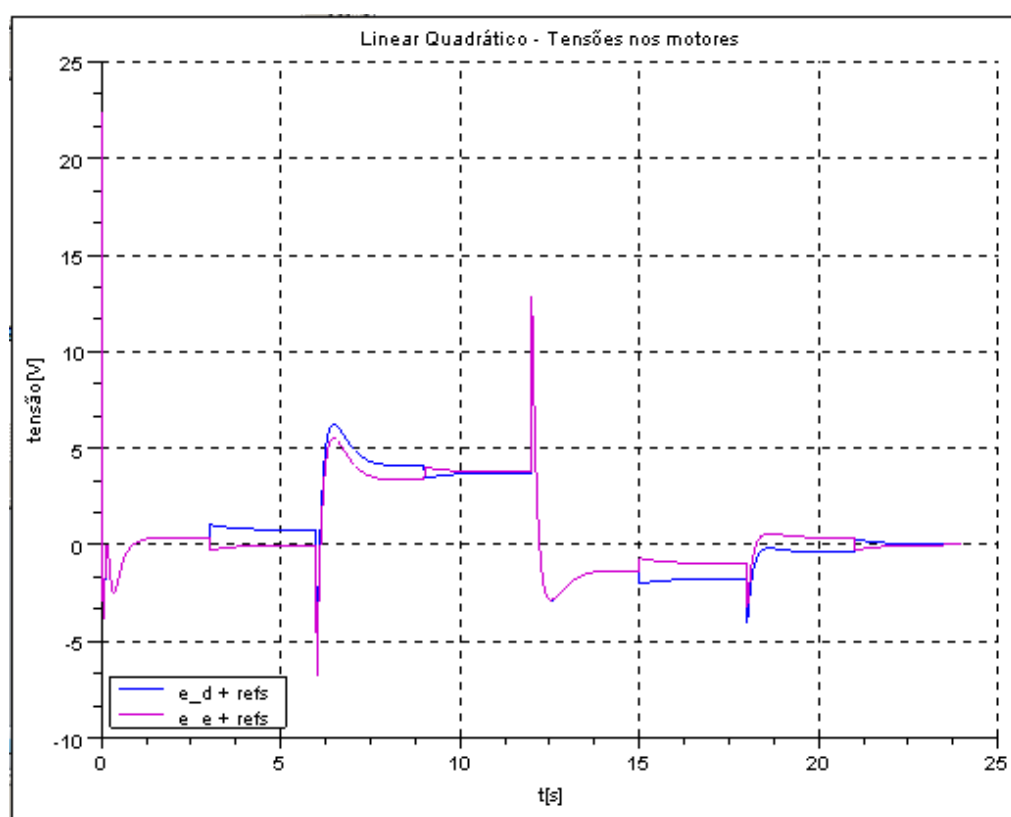


Figura 18. Gráfico das tensões nos motores, incluindo comandos do usuário, no controle LQR

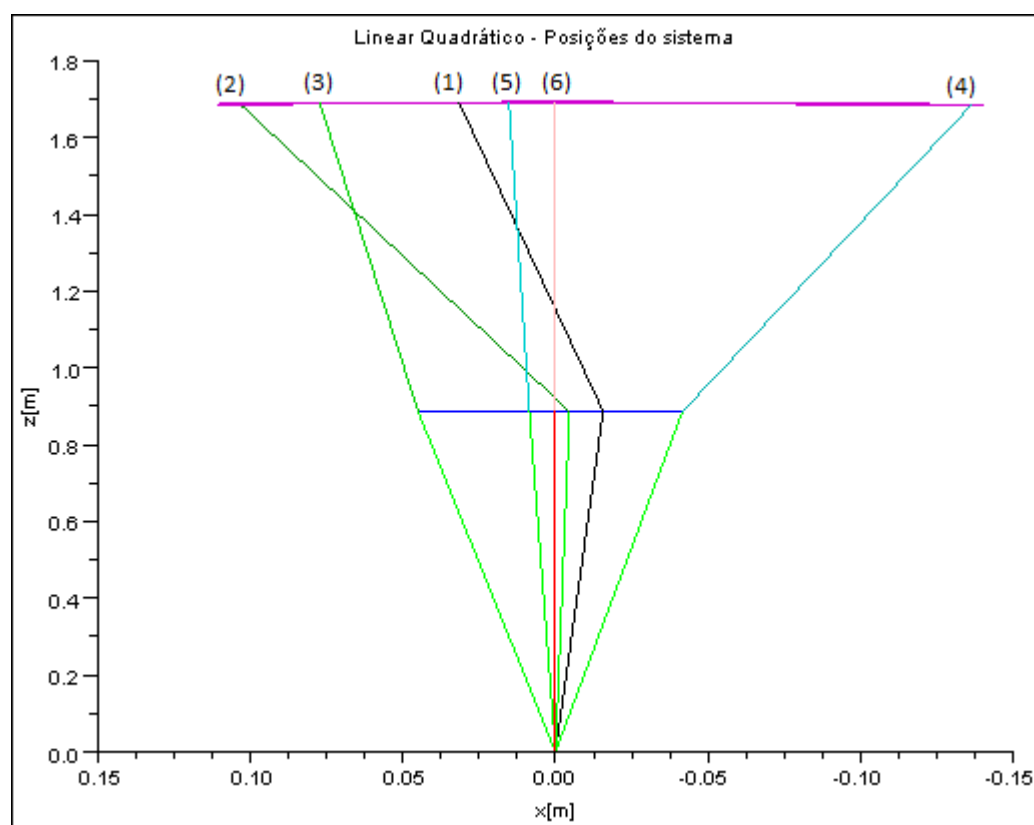


Figura 19. Posições assumidas pelo sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle LQR

As figuras de 16 a 18 mostram os valores das grandezas variando no tempo. Já a figura 19 mostra algumas das posições assumidas pelo usuário em diferentes instantes: (1) - $t=0,50s$; (2) - $t=1,25 s$; (3) - $t=6,50s$; (4) - $t=12,50s$; (5) - $t=18,40s$; (6) - $t=24,0s$.

A linha aproximadamente horizontal no topo representa as posições do topo da cabeça do usuário. A linha horizontal no meio representa as posições de seu quadril.

As retas que unem a origem à linha das posições do quadril representam o elo 2, enquanto as retas que unem a linha das posições do quadril à das posições da cabeça representam o elo 1.

Nesta representação, os ângulos são positivos no sentido anti-horário, e o sentido positivo de x é da direita para esquerda. As escalas de x e z são diferentes, para dar destaque aos valores de x , que são bem menores (da ordem de centímetros).

6.2 Controle fuzzy

Quanto ao uso da lógica fuzzy (linha de comando no Anexo B), utilizou-se um modelo em tempo discreto (período de amostragem de 0,01 segundos), e as tensões e_E , e_D foram determinadas não pelo algoritmo da forma $u=Kx$, mas sim por um sistema de mapa de regras.

Em um primeiro momento foram testados mapas que usavam como condições de entrada os valores de ϕ_3 e $\dot{\phi}_3$. O mapa seguia a lógica de que quanto mais positivas as entradas, mais positivas as saídas, e vice-versa. Os comandos h e f entravam como perturbações na tensão. Porém, estes mapas se mostraram incapazes de estabilizar e controlar o sistema. Concluiu-se que era necessário incluir a velocidade das rodas no algoritmo de controle.

Então uma terceira entrada foi introduzida: $(\dot{\alpha}_D - f - h)$, para a roda direita; e $(\dot{\alpha}_E - f + h)$, para a roda esquerda. A lógica inicial era de que a saída deveria ser mais negativa quanto mais positiva fosse a entrada.

A instabilidade do mapa resultante levou, junto com o fato de que os coeficientes da matriz K_{ot} obtida do LQR são positivos levou à conclusão de que o correto seria que as saídas seguissem positivamente todas as três entradas.

Com isso, e utilizando os resultados das simulações fuzzy como ponto de partida para determinar os intervalos das funções de pertinência, foi possível criar um mapa que mantinha o usuário equilibrado. Mas apresentava instabilidades das velocidades das rodas: mesmo sem inserir comandos h , os resíduos numéricos da simulação faziam com que as velocidades das se afastassem, uma diminuindo e outra aumentando. Em dado ponto o sistema voltava a igualar as velocidades, mas logo elas voltavam a diferir.

Uma série de testes de diferentes mapas – incluindo refinamento de funções de pertinência e combinação de variáveis – levou ao mapa de quatro variáveis de entrada para cada roda: ϕ_3 , $\dot{\phi}_3$, $(\dot{\alpha}_D - f - h)$ ou $(\dot{\alpha}_E - f + h)$, e $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)$. Note-se que $\dot{\alpha}$ na terceira variável de entrada é a velocidade da respectiva roda, a qual afeta a relação tensão-torque do motor (força contra-eletromotriz, atritos).

A quarta variável de entrada é necessária para lidar com o fato de que a dinâmica de uma roda interfere na outra; sem isso, o controle de curvas não funciona e flutuações nas velocidades levam o veículo a realizar curvas sem que o usuário envie comandos para isso, como mencionado anteriormente.

A tensão de saída da roda direita varia positivamente com a entrada $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)$, enquanto a esquerda varia negativamente, a fim de seguir o sinal de curvas h , que deve acelerar a roda direita e desacelerar a esquerda.

Os resultados da implementação e simulação do controle LQR auxiliaram a orientar a forma como as entradas afetam as saídas e na elaboração das funções de pertinência das variáveis de entrada.

As tabelas de 6 a 20 a seguir mostram os mapas de regras. Nos casos em que $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)$ tem valor Z, os mapas das rodas direita e esquerda coincidem (tabelas 6 a 8).

As letras N, Z e P em negrito representam os valores fuzzy da velocidade em relação às referências e a inclinação da plataforma, e indicam os conjuntos Negativo, Zero e Positivo, respectivamente.

Na intersecção entre um conjunto de inclinação e um conjunto de velocidade situa-se o conjunto de ação de controle (tensão de armadura a ser aplicada no motor) correspondente. As siglas das ações de controle indicam: “Negative Big” (NB), “Negative Medium” (NM), “Negative Small” (NS), Zero (Z), “Positive Big” (PB), “Positive Medium” (PM) e “Positive Small” (PS), seguindo a notação encontrada em livros sobre controle fuzzy [7].

Foram ainda acrescentados os valores de saída “Positive Small Zero” (PSZ) e “Negative Small Zero” (NSZ), usados para substituir o valor Zero em alguns casos em que a aplicação do comando de curva h , partindo do repouso, não moveria o veículo.

Tabela 6. Mapa de regras para $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)=Z$ e $\phi_3=Z$.

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_D - f - h)$ ou $(\dot{\alpha}_E - f + h)$	N	NM	NS	Z
	Z	NS	Z	PS
	P	Z	PS	PM

Tabela 7. Mapa de regras para $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)=Z$ e $\phi_3=N$.

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_D - f - h)$ ou $(\dot{\alpha}_E - f + h)$	N	NB	NM	NS
	Z	NM	NS	Z
	P	NS	Z	PS

Tabela 8. Mapa de regras para $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)=Z$ e $\phi_3=P$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_D - f - h)$ ou $(\dot{\alpha}_E - f + h)$	N	NS	Z	PS
	Z	Z	PS	PM
	P	PS	PM	PB

Tabela 9. Mapa de regras para roda direita quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)=N$ e $\phi_3=Z$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_D - f - h)$	N	NS	PSZ	PS
	Z	Z	PS	PM
	P	PS	PM	PB

Tabela 10. Mapa de regras para roda direita quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)=N$ e $\phi_3=N$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_D - f - h)$	N	NM	NS	Z
	Z	NS	Z	PS
	P	Z	PS	PM

Tabela 11. Mapa de regras para roda direita quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)=N$ e $\phi_3=P$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_D - f - h)$	N	NS	Z	PS
	Z	Z	PS	PM
	P	PS	PM	PB

Tabela 12. Mapa de regras para roda direita quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)=P$ e $\phi_3=Z$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_D - f - h)$	N	NB	NM	NS
	Z	NM	NS	Z
	P	NS	NSZ	PS

Tabela 13. Mapa de regras para roda direita quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)=P$ e $\phi_3=N$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_D - f - h)$	N	NB	NM	NS
	Z	NM	NS	Z
	P	NS	Z	PS

Tabela 14. Mapa de regras para roda direita quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h)=P$ e $\phi_3=P$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_D - f - h)$	N	NM	NS	Z
	Z	NS	Z	PS
	P	Z	PS	PM

Tabela 15. Mapa de regras para roda esquerda quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h) = N$ e $\phi_3 = Z$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_E - f + h)$	N	NB	NM	NS
	Z	NM	NS	Z
	P	NS	NSZ	PS

Tabela 16. Mapa de regras para roda esquerda quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h) = N$ e $\phi_3 = N$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_E - f + h)$	N	NB	NM	NS
	Z	NM	NS	Z
	P	NS	Z	PS

Tabela 17. Mapa de regras para roda esquerda quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h) = N$ e $\phi_3 = P$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_E - f + h)$	N	NM	NS	Z
	Z	NS	Z	PS
	P	Z	PS	PM

Tabela 18. Mapa de regras para roda esquerda quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h) = P$ e $\phi_3 = Z$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_E - f + h)$	N	NS	PSZ	PS
	Z	Z	PS	PM
	P	PS	PM	PB

Tabela 19. Mapa de regras para roda esquerda quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h) = P$ e $\phi_3 = N$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_E - f + h)$	N	NM	NS	Z
	Z	NS	Z	PS
	P	Z	PS	PM

Tabela 20. Mapa de regras para roda esquerda quando $(\dot{\alpha}_D - \dot{\alpha}_E - 2h) = P$ e $\phi_3 = P$

		(ϕ_3)		
		N	Z	P
$(\dot{\alpha}_E - f + h)$	N	NS	Z	PS
	Z	Z	PS	PM
	P	PS	PM	PB

As figuras a seguir apresentam as funções de pertinência usadas.

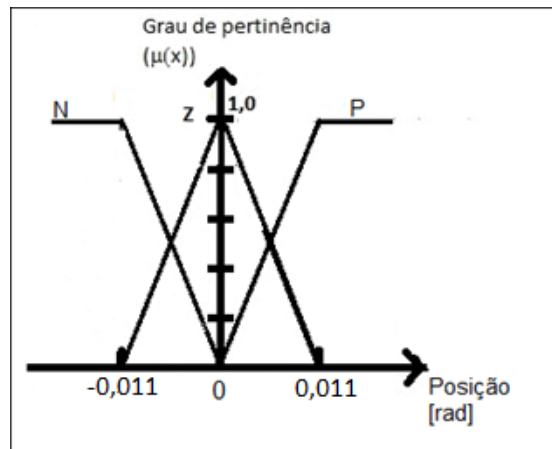


Figura 20. Funções de pertinência de ϕ_3

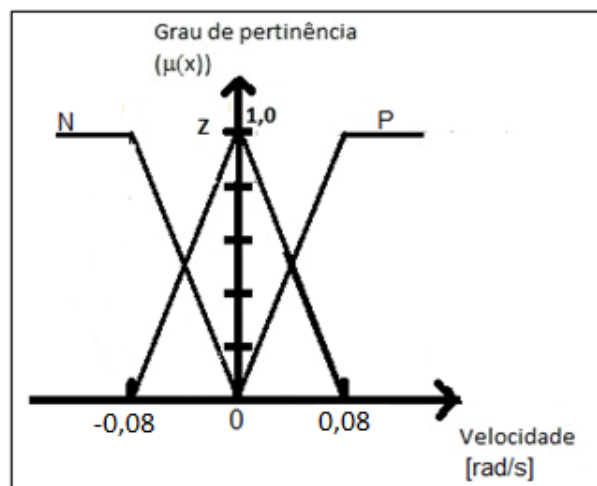


Figura 21. Funções de pertinência de ϕ_3

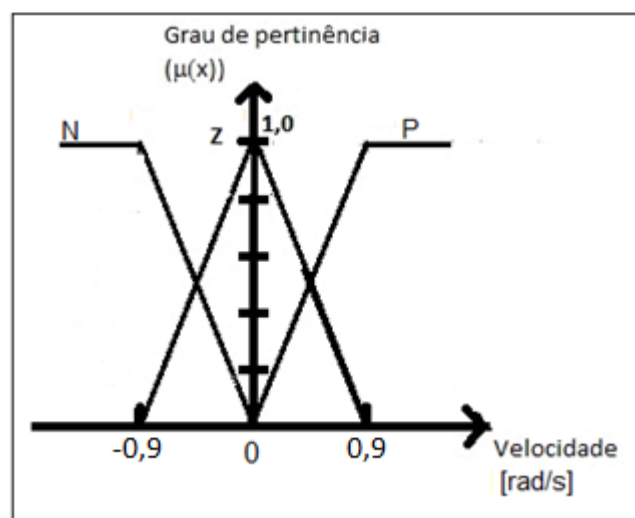


Figura 22. Funções de pertinência de $(\alpha_D - f - h)$ e $(\alpha_E - f + h)$

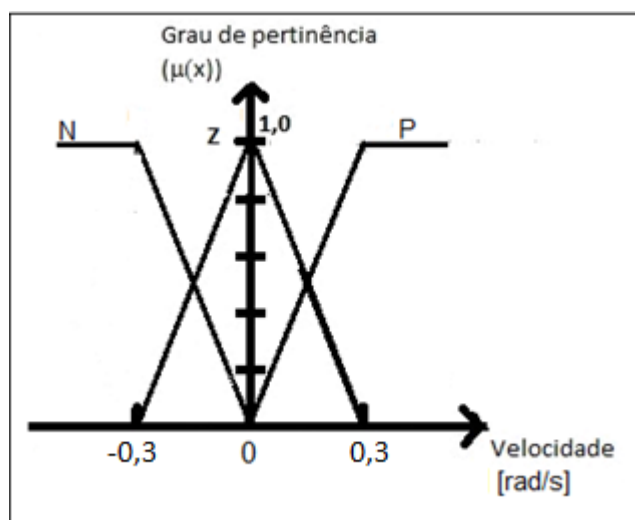


Figura 23. Funções de pertinência de $(\alpha_D - \alpha_E - 2h)$.

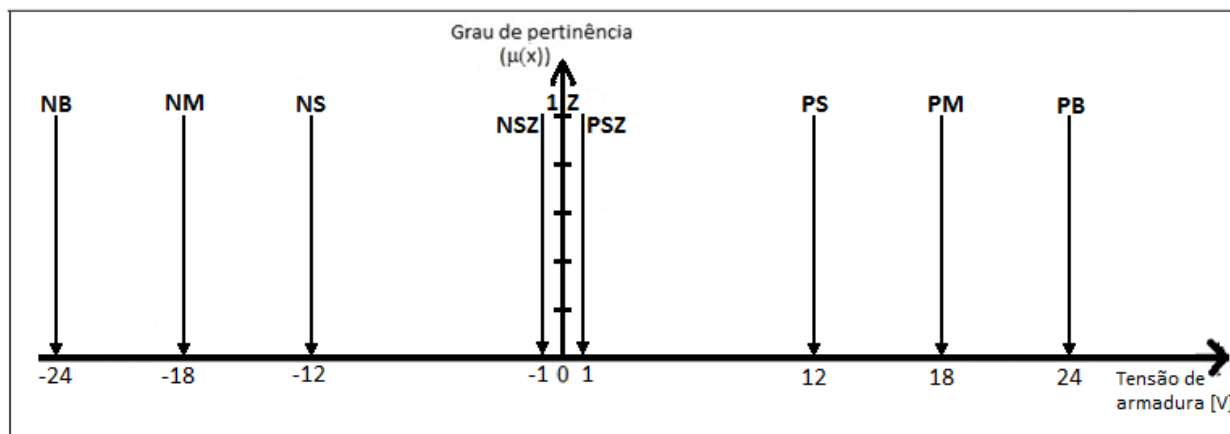


Figura 24. Funções de pertinência da ação de controle

A defuzzificação (conversão dos graus de pertinência em um valor numérico para a saída) é feita como média entre os valores designados para cada conjunto de saída, ponderados por seus graus de pertinência (o grau mais alto alcançado dentre as regras que incidem no dado conjunto).

Foi feita uma simulação com as mesmas entradas usadas para testar o controle LQR.

Como as variáveis ϕ_1 e $\dot{\phi}_1$ não participam da determinação das ações de controle, o observador de estados não foi incluído no controle Fuzzy, pois assumiu-se que as leituras dos sensores bastariam para sua implementação.

No caso do controle fuzzy, os comandos h e f do usuário entram no algoritmo que calcula e_D e e_E , portanto o gráfico das tensões não precisa de correção por h e f .

Os resultados são apresentados nos gráficos a seguir.

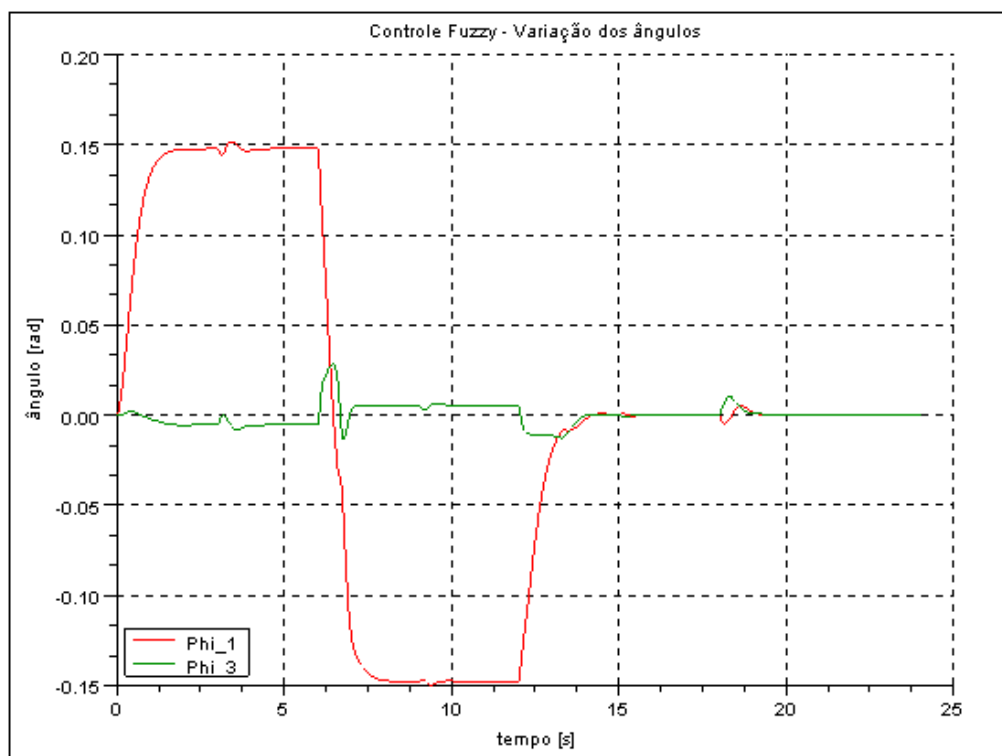


Figura 25. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle fuzzy

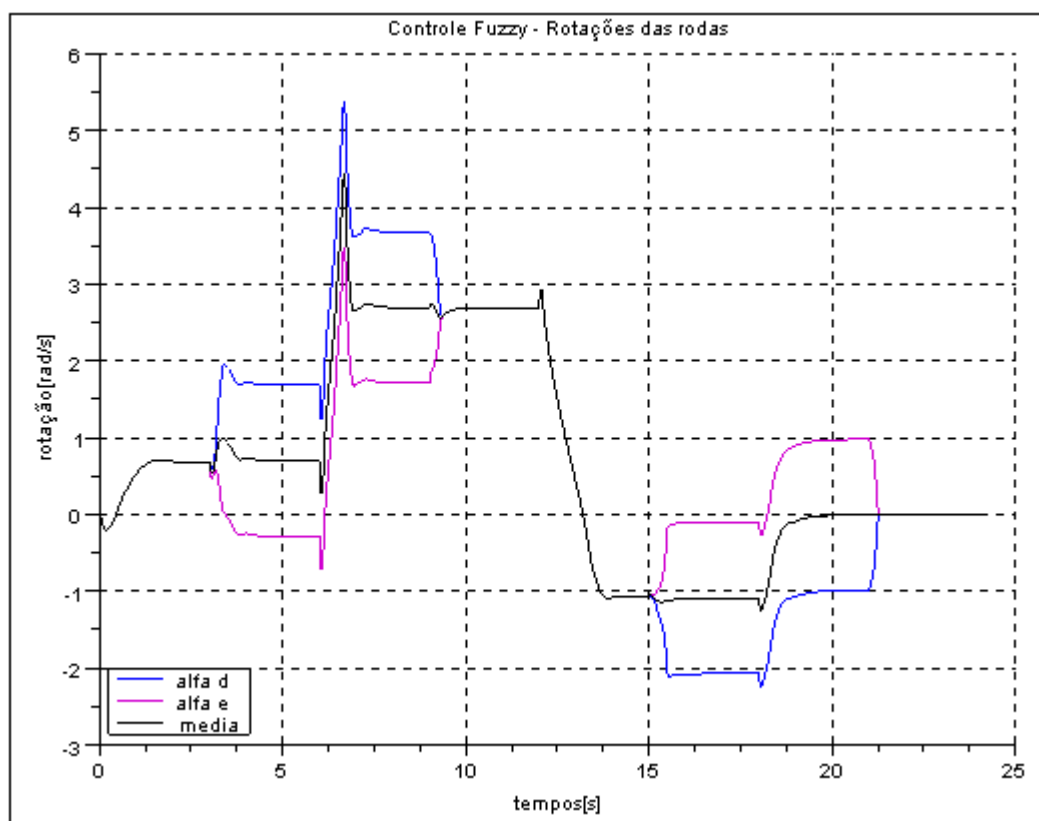


Figura 26. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle fuzzy

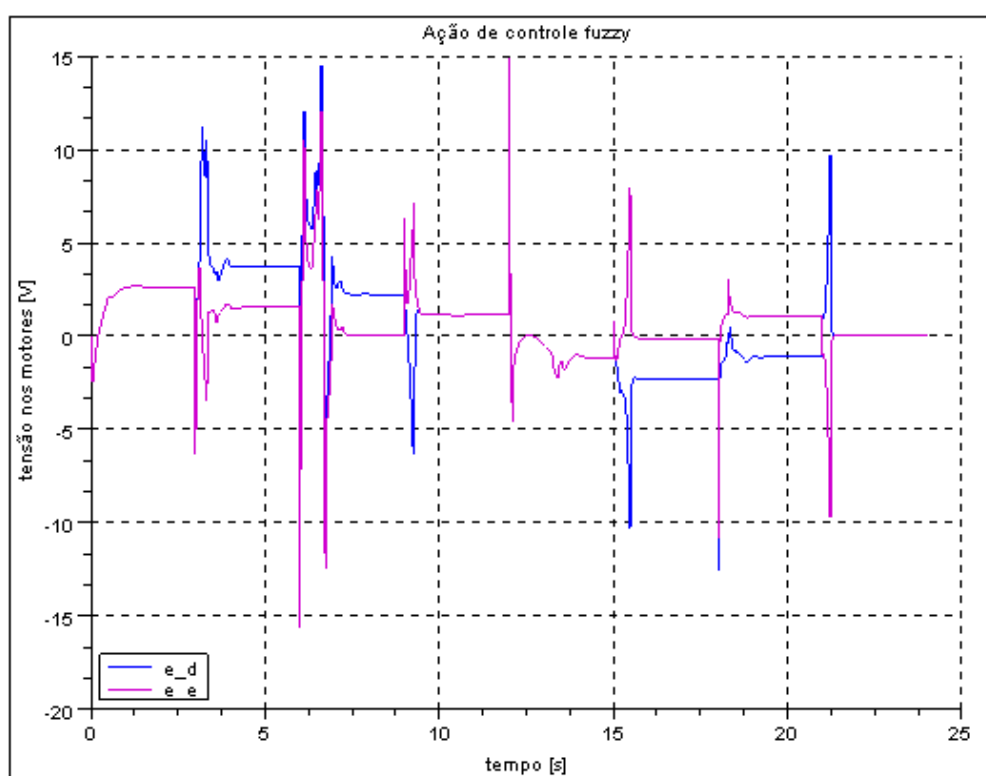


Figura 27. Gráfico das tensões nos motores no controle fuzzy

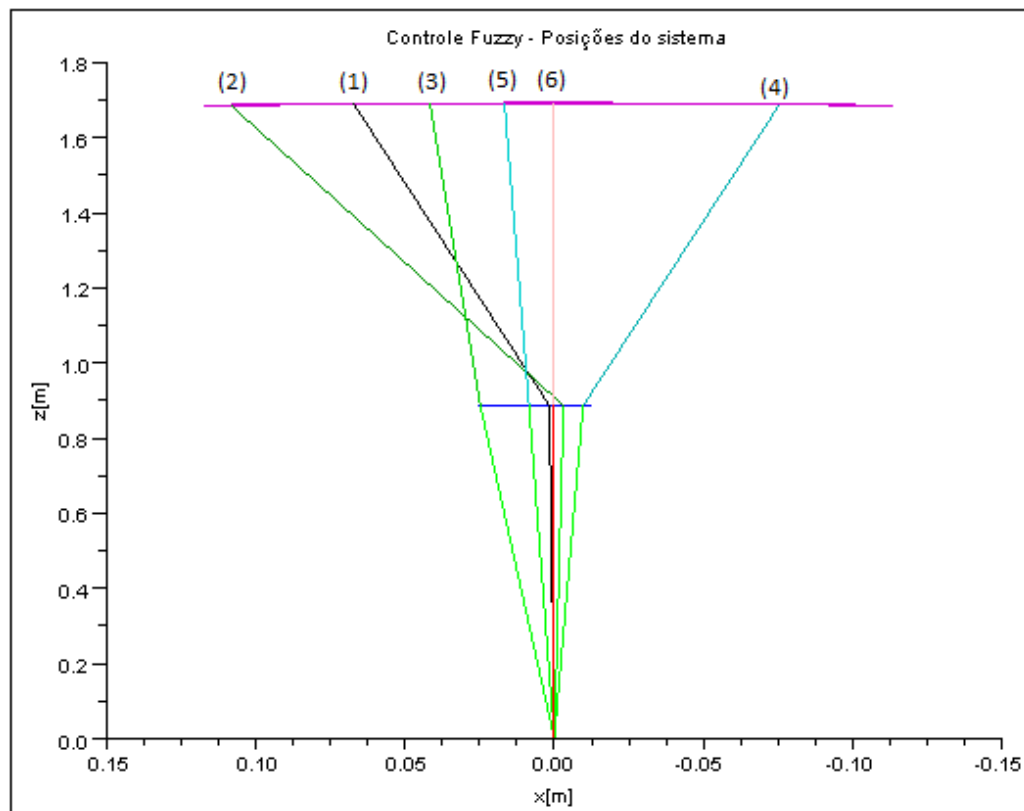


Figura 28. Posições assumidas pelo sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle fuzzy

As figuras de 25 a 27 mostram os valores das grandezas variando no tempo. Já a Fig.28 mostra algumas das posições assumidas pelo sistema em diferentes instantes: (1) - $t=0,50s$; (2) - $t=1,25 s$; (3) - $t=6,50s$; (4) - $t=12,50s$; (5) - $t=18,40s$; (6) - $t=24,0s$.

A Fig.28 segue o modo de apresentação da Fig.19 da simulação LQR: as linhas aproximadamente horizontais representam as trajetórias da cabeça e do quadril do usuário em relação ao centro de massa 3. O sentido positivo de x é da direita para esquerda.

Fica claro que o controle fuzzy apresenta transições mais bruscas que o controle LQR, fato evidenciado pelos picos de tensão mais numerosos e intensos. Também, enquanto no controle LQR um momento M_1 positivo leva a velocidades das rodas negativas, no fuzzy isso leva a velocidades positivas.

6.3 Alterando os parâmetros

Uma das dificuldades em se projetar este tipo de aparato é que as pessoas não têm tamanhos iguais. Assim, a sintonia do controle feita para um conjunto de parâmetros considerados médios pode ser inadequado para usuários reais, cujos parâmetros não de diferir em algum grau.

Sabendo disso, foram feitos testes com os algoritmos de controle fixados (matrizes K_{ot} , K_o e algoritmo fuzzy iguais aos usados para parâmetros médios), mas com conjuntos de massas, comprimentos e inércias de usuários distintos.

Os conjuntos de parâmetros foram gerados multiplicando-se as grandezas por constantes tais que o Índice de Massa Corporal (razão entre a massa e o quadrado da altura de uma pessoa) fosse sempre o mesmo. Assim, se os comprimentos são multiplicados por uma constante q , as massas são multiplicadas por q^2 , a rigidez torcional e o amortecimento do quadril são multiplicados por q^3 (para manter o equilíbrio em 10° e o amortecimento próximo do crítico) e os momentos de inércia são multiplicados por q^4 . As entradas são as mesmas das simulações dos itens

6.1 e 6.2, com a diferença de que M_1 é multiplicado por q^3 , para acompanhar a rigidez do quadril.

Esta representação não engloba todos os usuários possíveis, e assume erros ao impor uma variação dos momentos de inércia simplificada. Contudo, serve ao propósito de estudo do comportamento do veículo com usuários diferentes. Os valores escolhidos para a constante multiplicadora q estão na tabela a seguir.

Tabela 21. Valores da constante q e alteração dos parâmetros

Valor de q	Altura [mm]	Massa [kg]
0,8	1354	50,52
1,0	1693	78,94
1,2	2032	113,67

Estes valores vão desde um homem grande (mais de 2 metros de altura) até um pequeno (menos de 1,4 metro, podendo representar um jovem em crescimento).

6.3.1 Simulações para usuário mais baixo

A seguir, são apresentados os resultados das simulações para o conjunto de parâmetros alterados para um usuário com 80% da estatura média ($q=0,8$), utilizando tanto controle LQR como fuzzy, a fim de obter uma comparação entre os desempenhos dos dois.

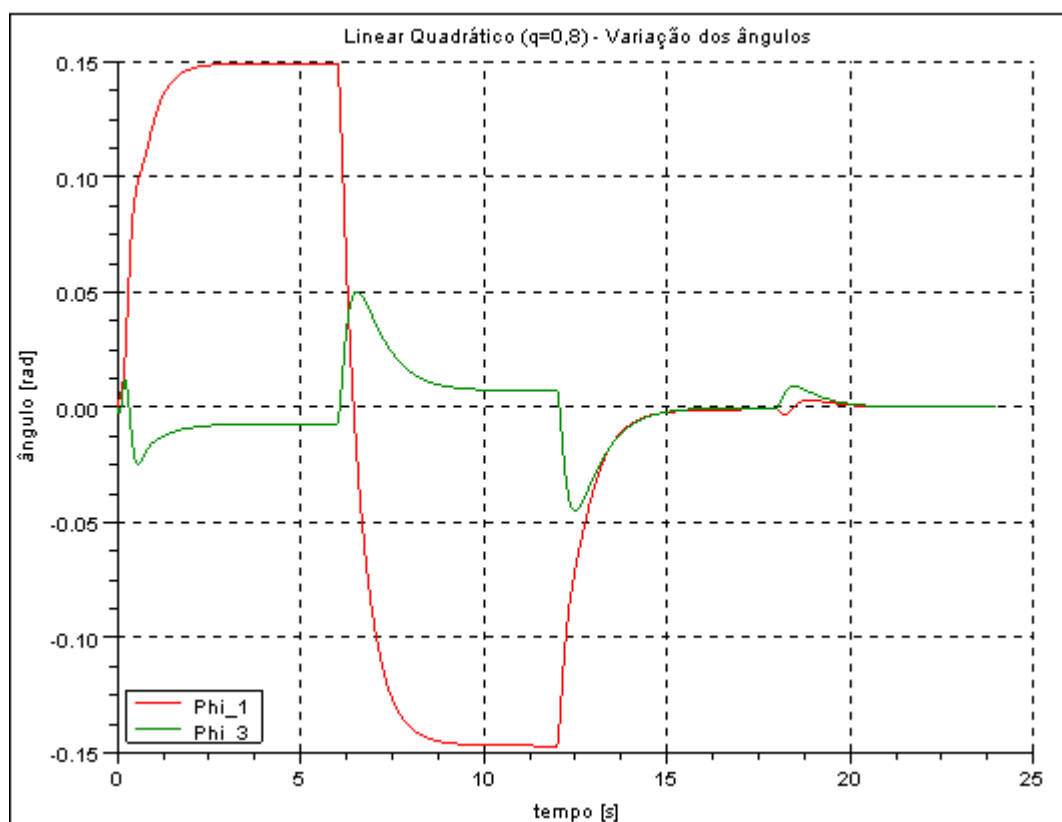


Figura 29. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle LQR ($q=0,8$)

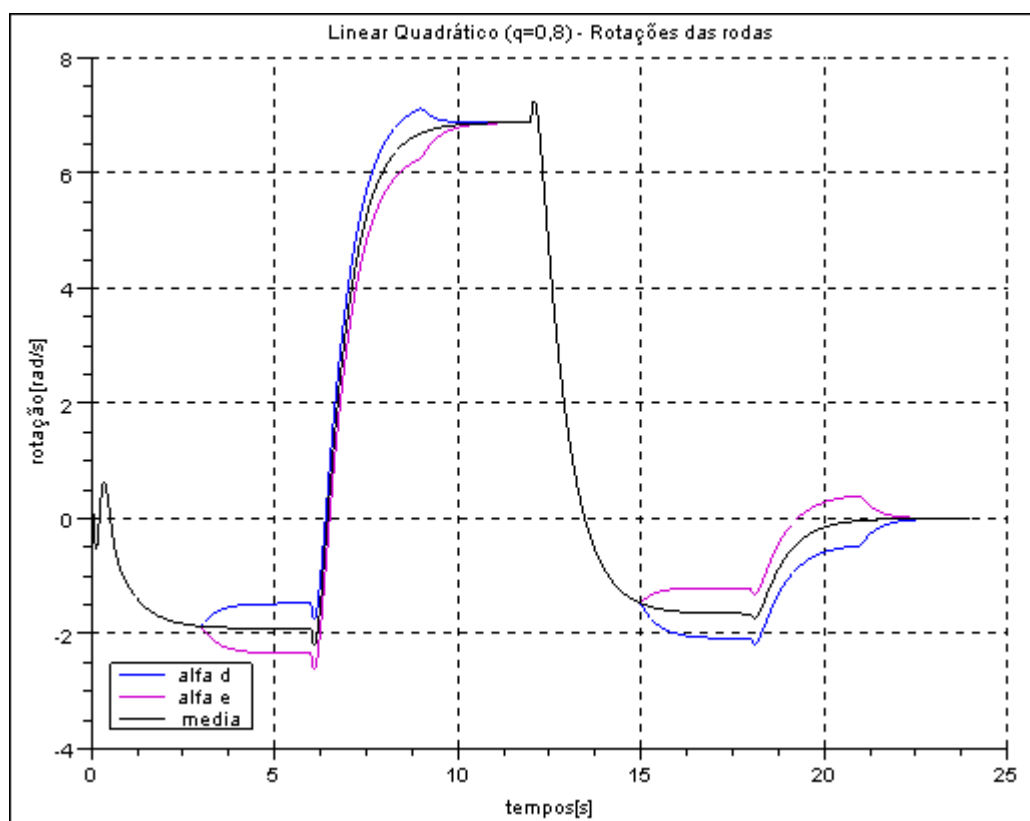


Figura 30. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle LQR ($q=0,8$)

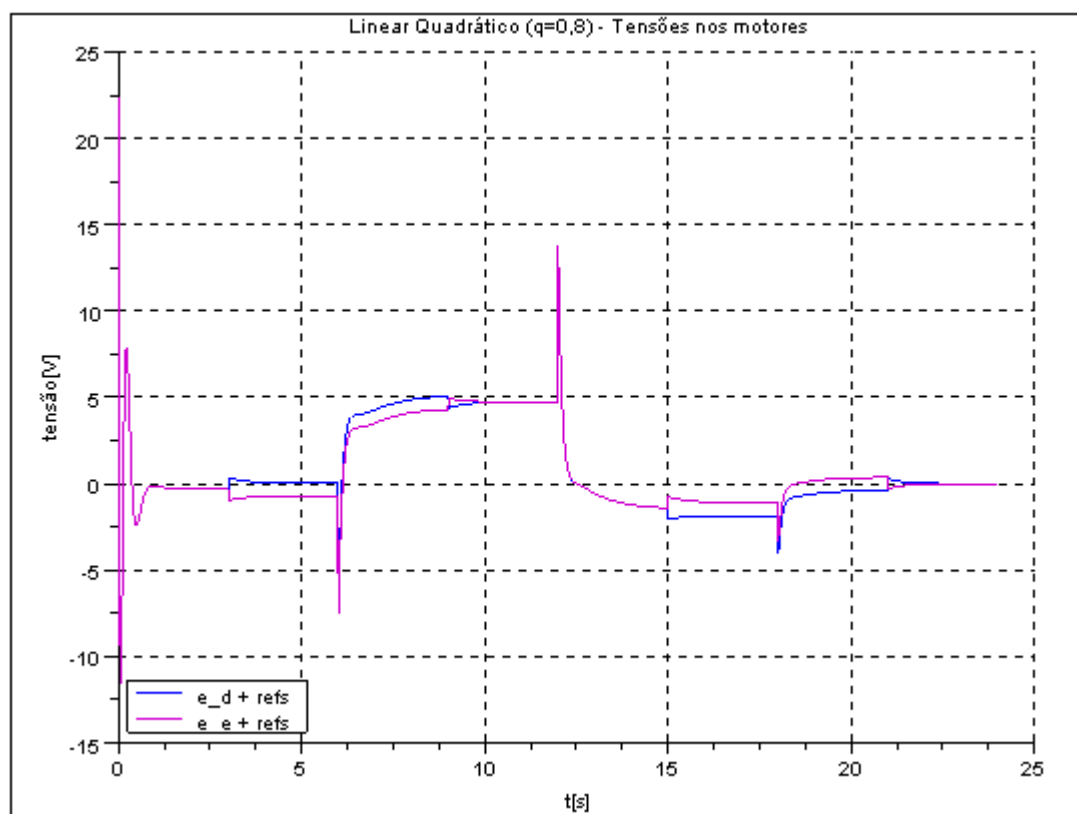


Figura 31. Gráfico das tensões nos motores, incluindo comandos do usuário, no controle LQR ($q=0,8$)

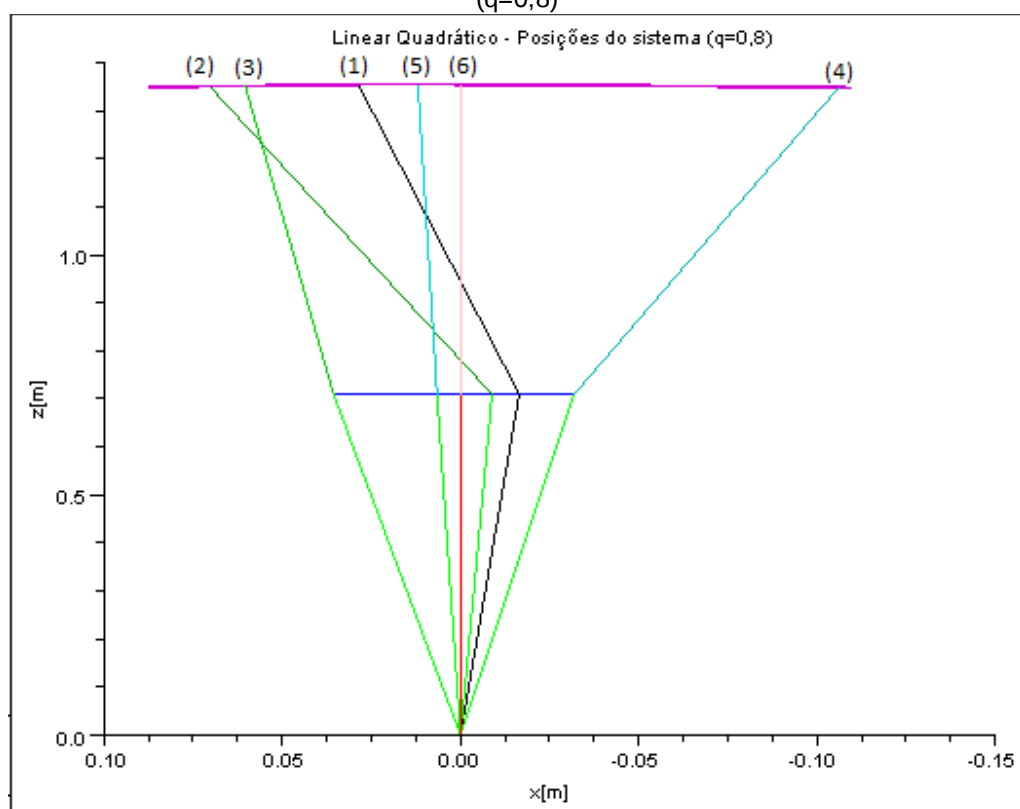


Figura 32. Posições do sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle LQR ($q=0,8$)

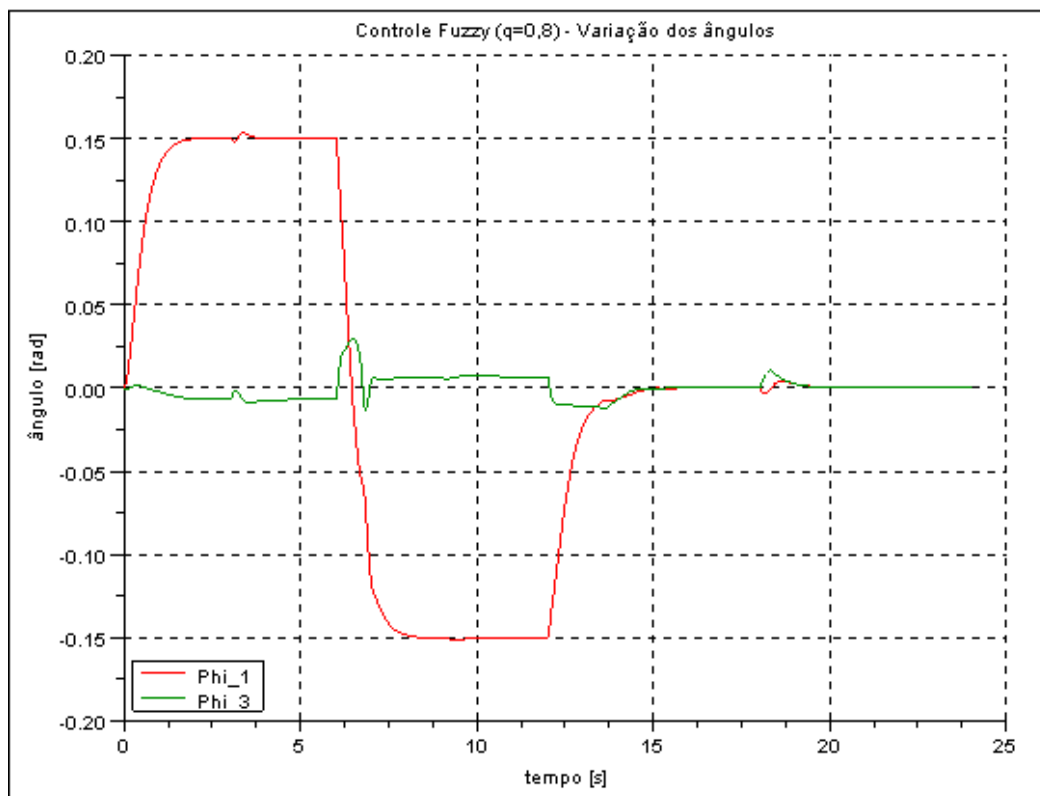


Figura 33. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle fuzzy (q=0,8)

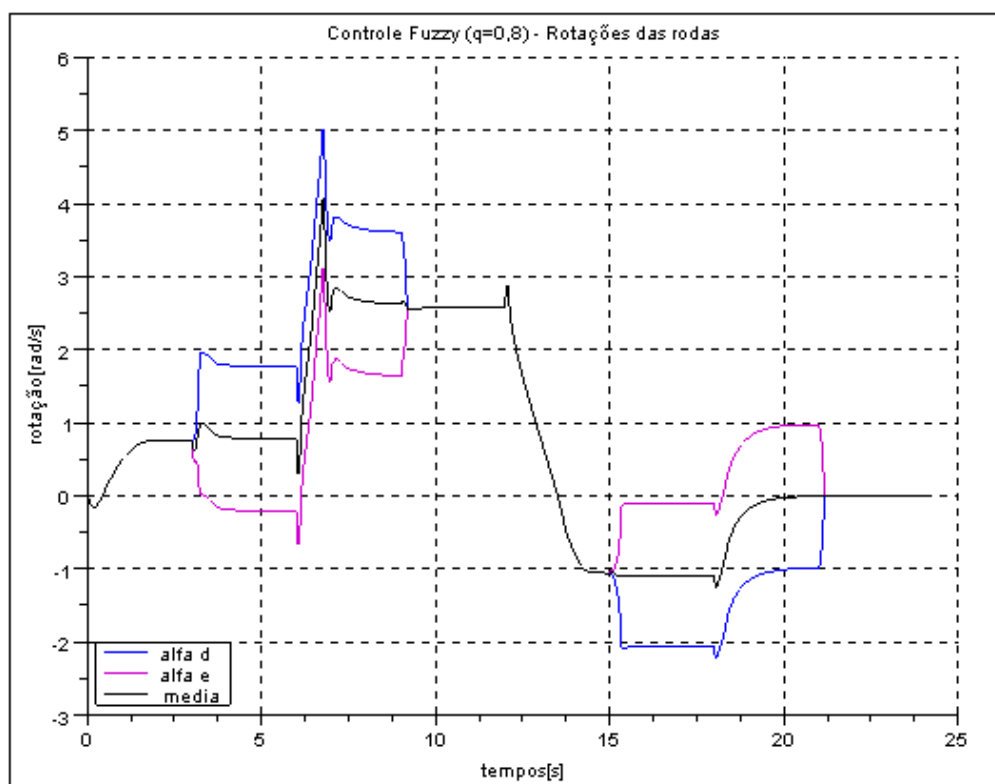


Figura 34. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle fuzzy (q=0,8)

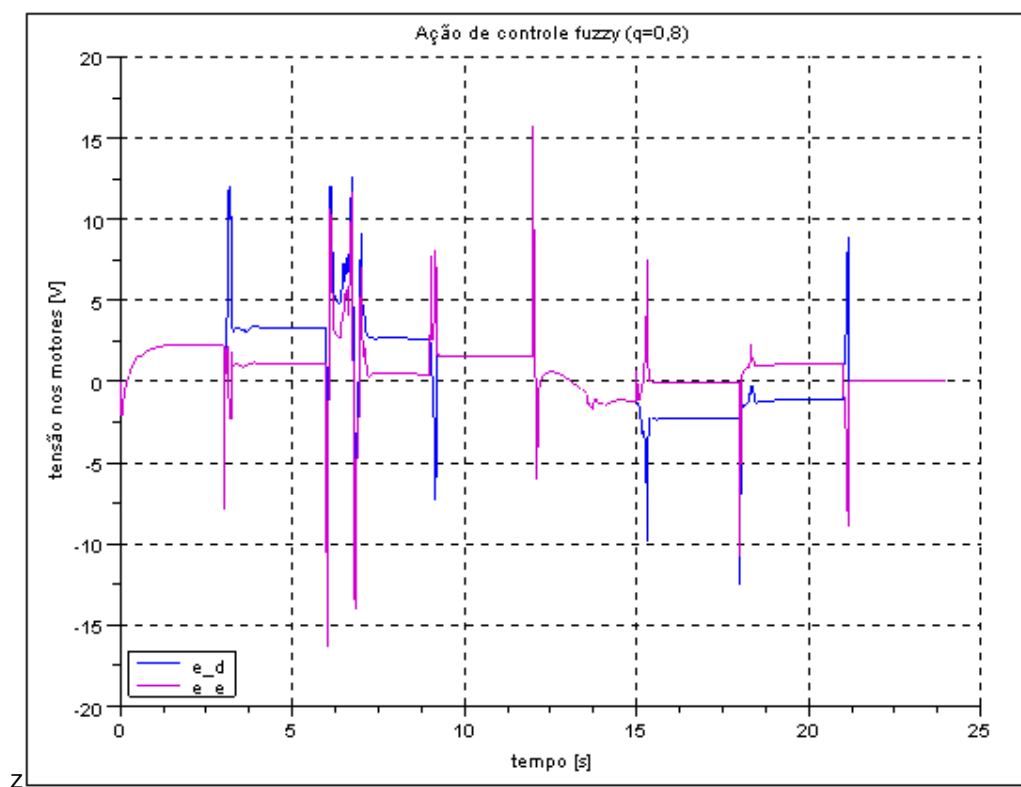


Figura 35. Gráfico das tensões nos motores, no controle fuzzy ($q=0,8$)

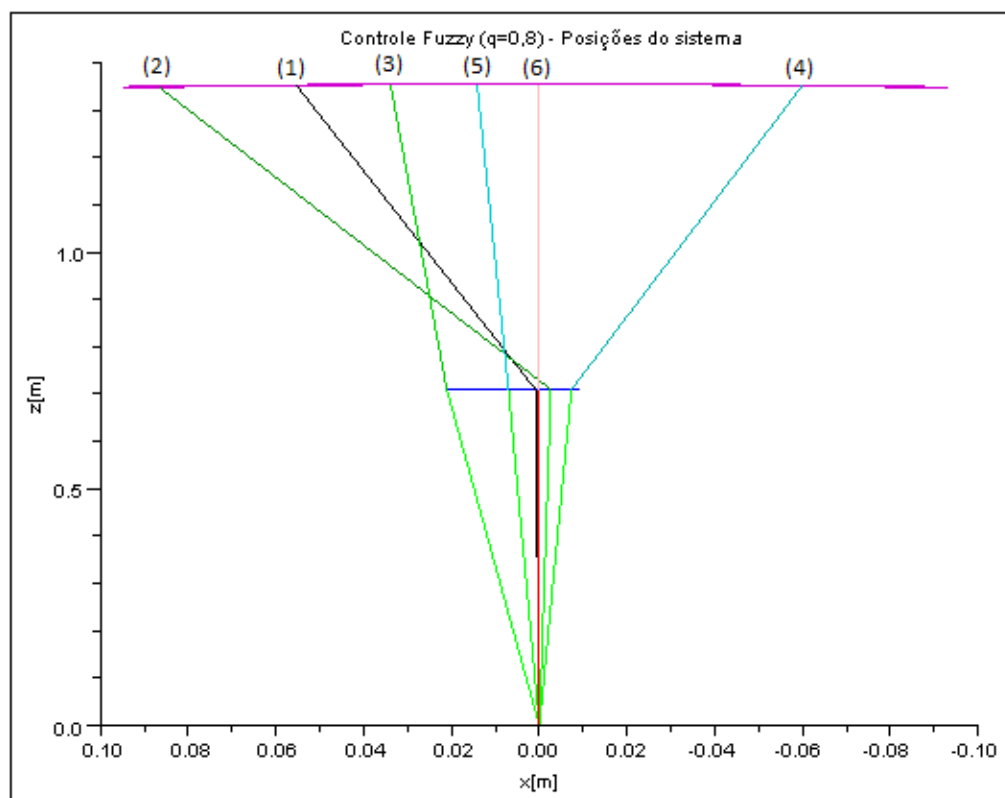


Figura 36. Posições do sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle fuzzy ($q=0,8$)

As figuras que apresentam as posições do sistema mostram os mesmos instantes adotados anteriormente: (1) – $t=0,50s$; (2) – $t=1,25 s$; (3) – $t=6,50s$; (4) – $t=12,50s$; (5) – $t=18,40s$; (6) – $t=24,0s$.

6.3.2 Simulações para usuário mais alto

A seguir, são apresentados os resultados das simulações para o conjunto de parâmetros alterados para um usuário com 120% da estatura média ($q=1,2$), utilizando tanto controle LQR como fuzzy, a fim de obter uma comparação entre os desempenhos dos dois.

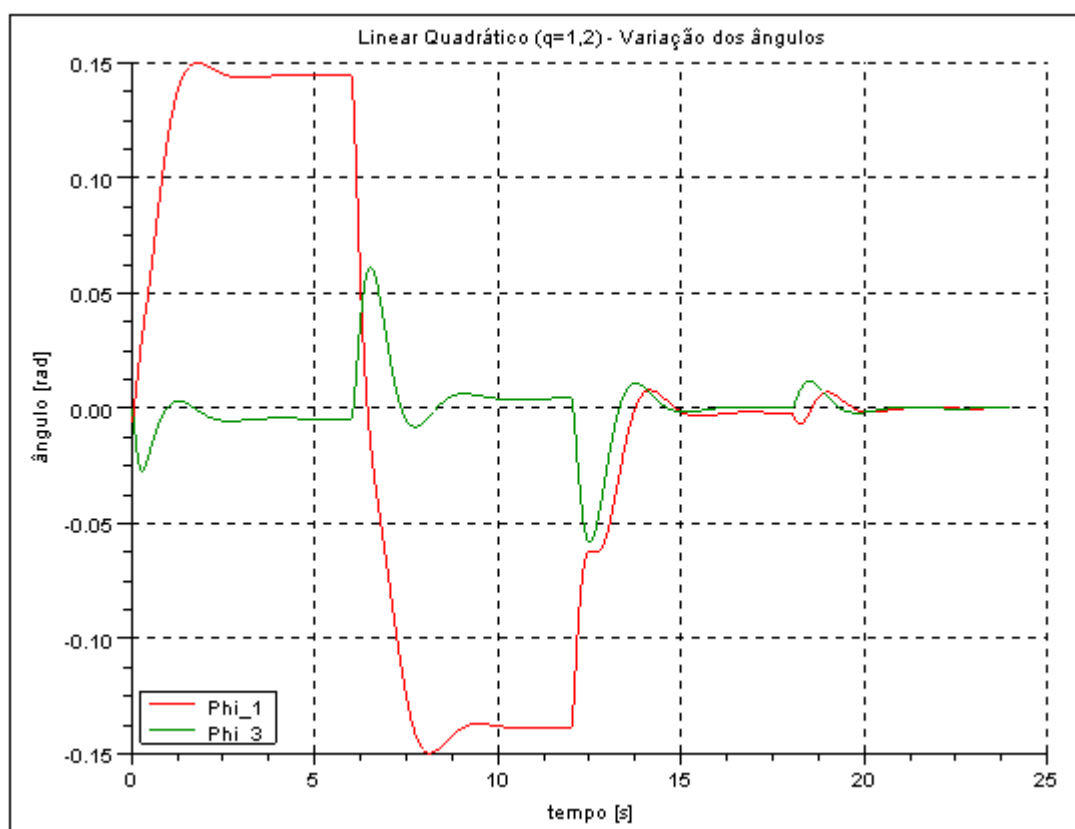


Figura 37. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle LQR ($q=1,2$)

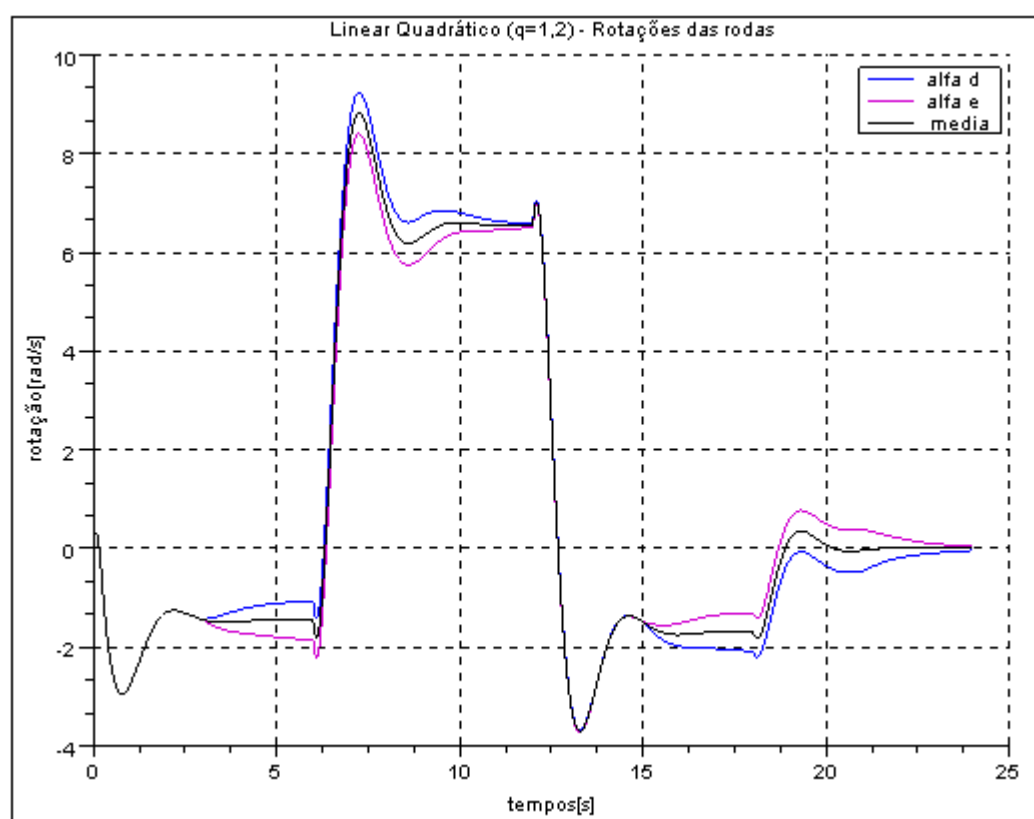


Figura 38. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle LQR ($q=1,2$)

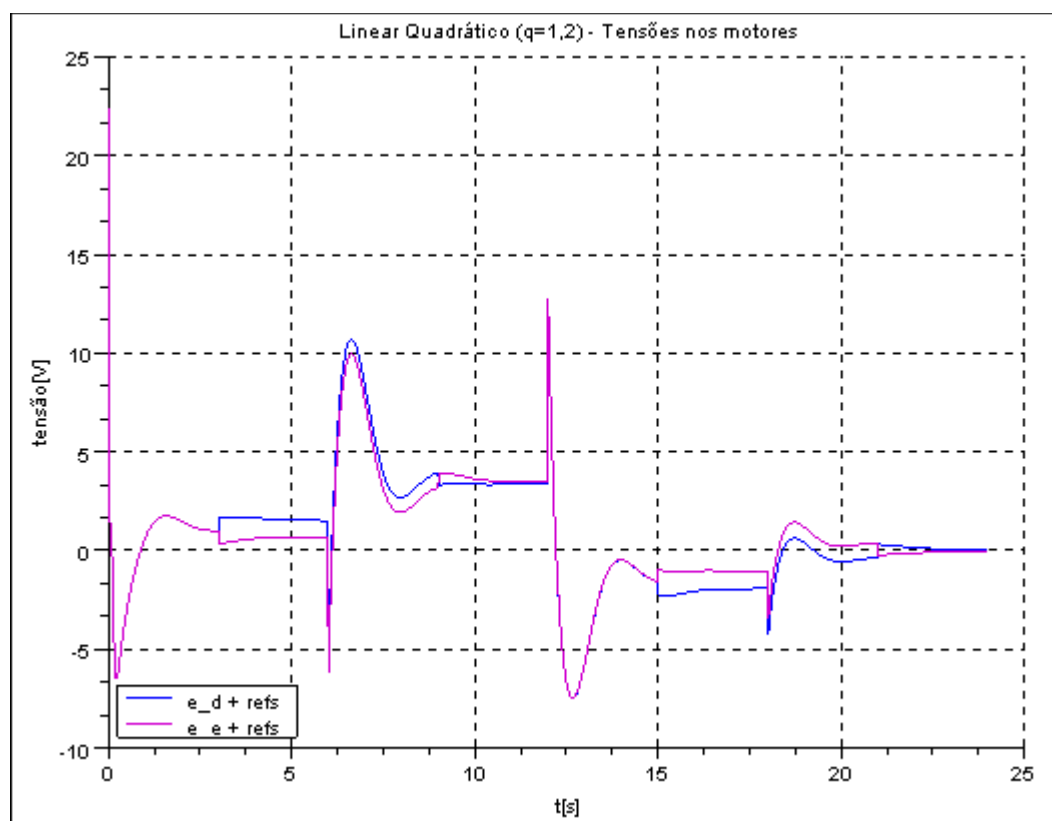


Figura 39. Gráfico das tensões nos motores, incluindo comandos do usuário, no controle LQR ($q=1,2$)

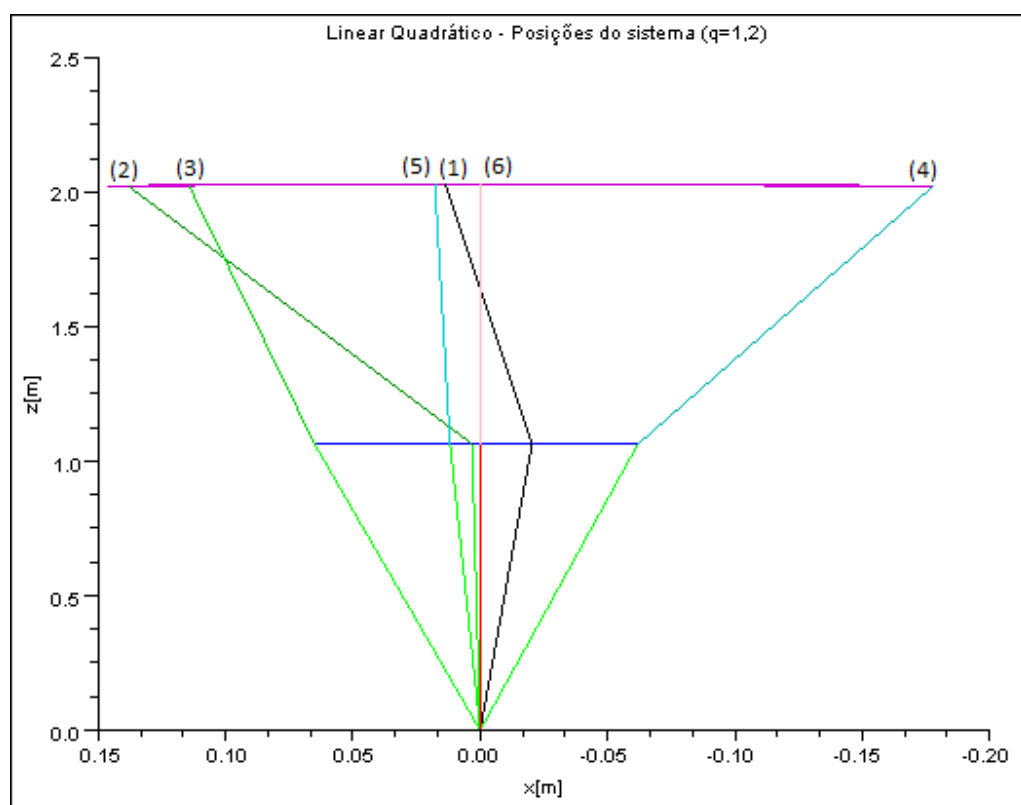


Figura 40. Posições do sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle LQR ($q=1,2$)

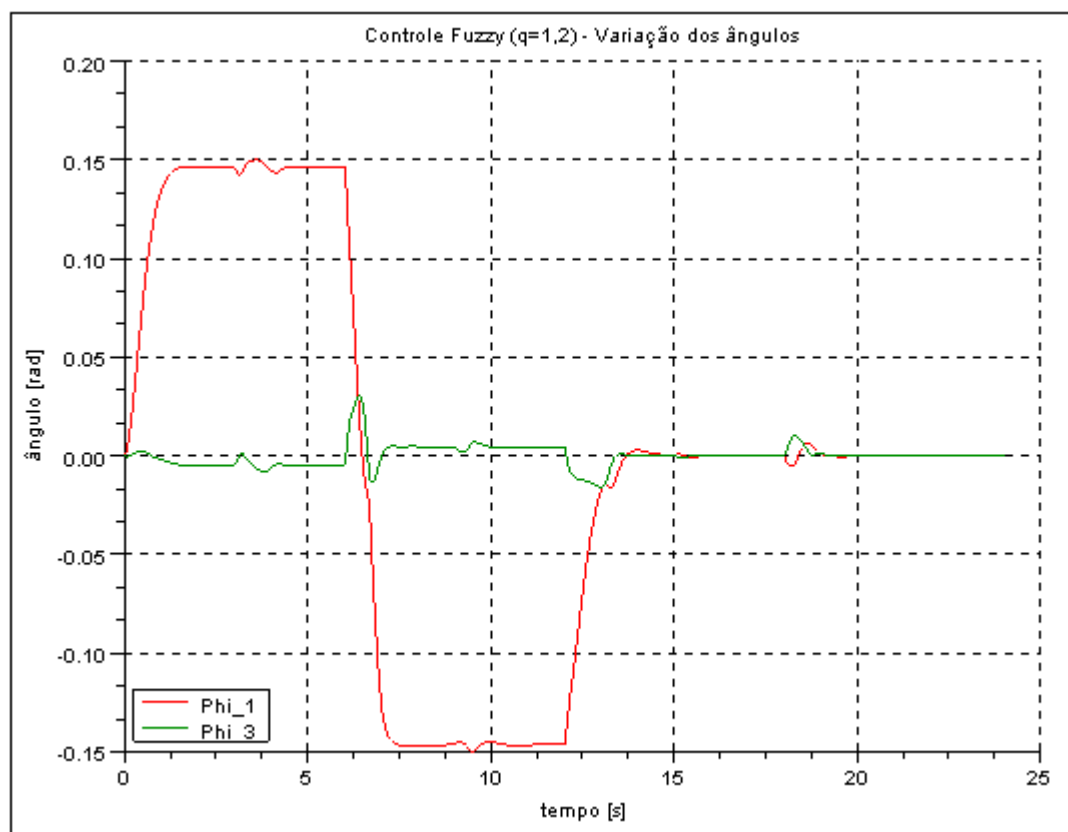


Figura 41. Gráfico das posições angulares ϕ_1 e ϕ_3 no controle fuzzy ($q=1,2$)

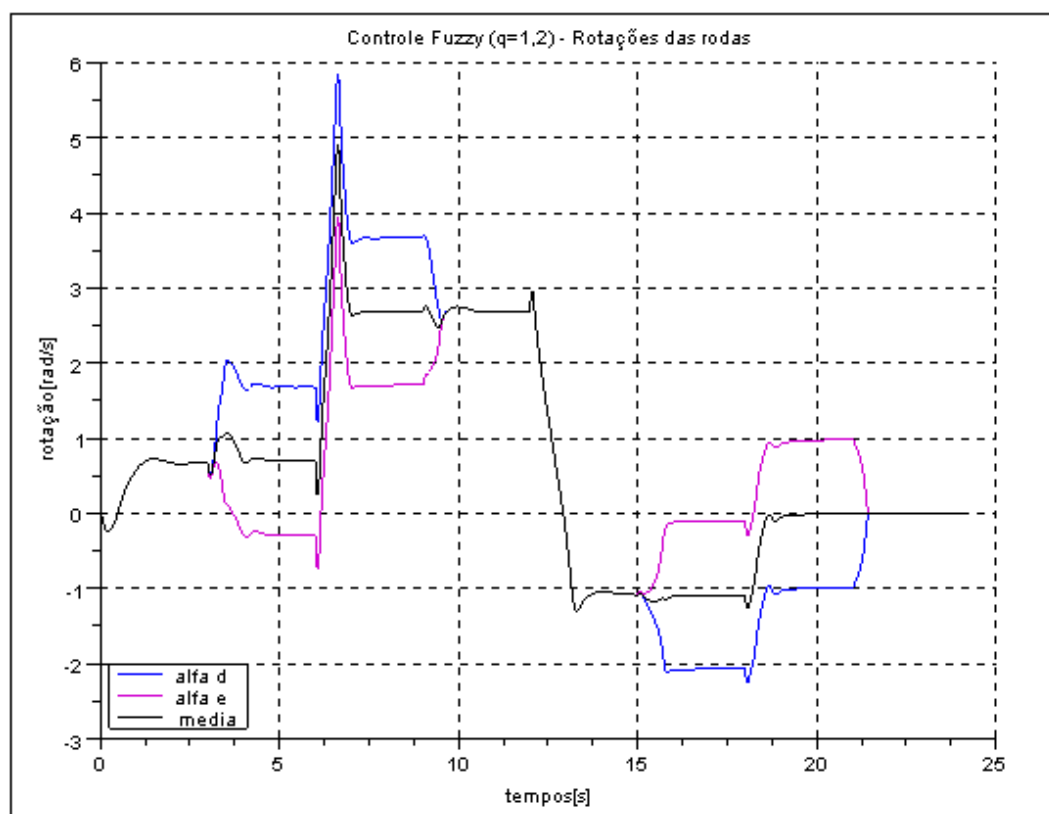


Figura 42. Gráfico das velocidades angulares das rodas no controle fuzzy (q=1,2)

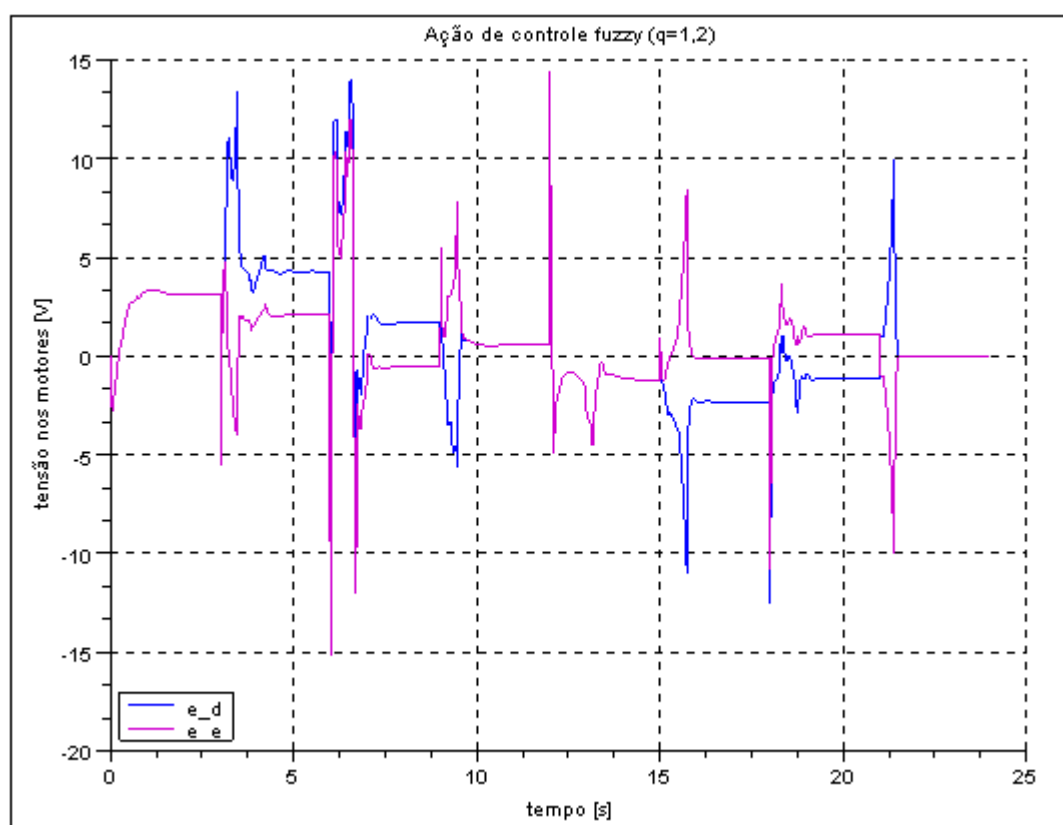


Figura 43. Gráfico das tensões nos motores, no controle fuzzy (q=1,2)

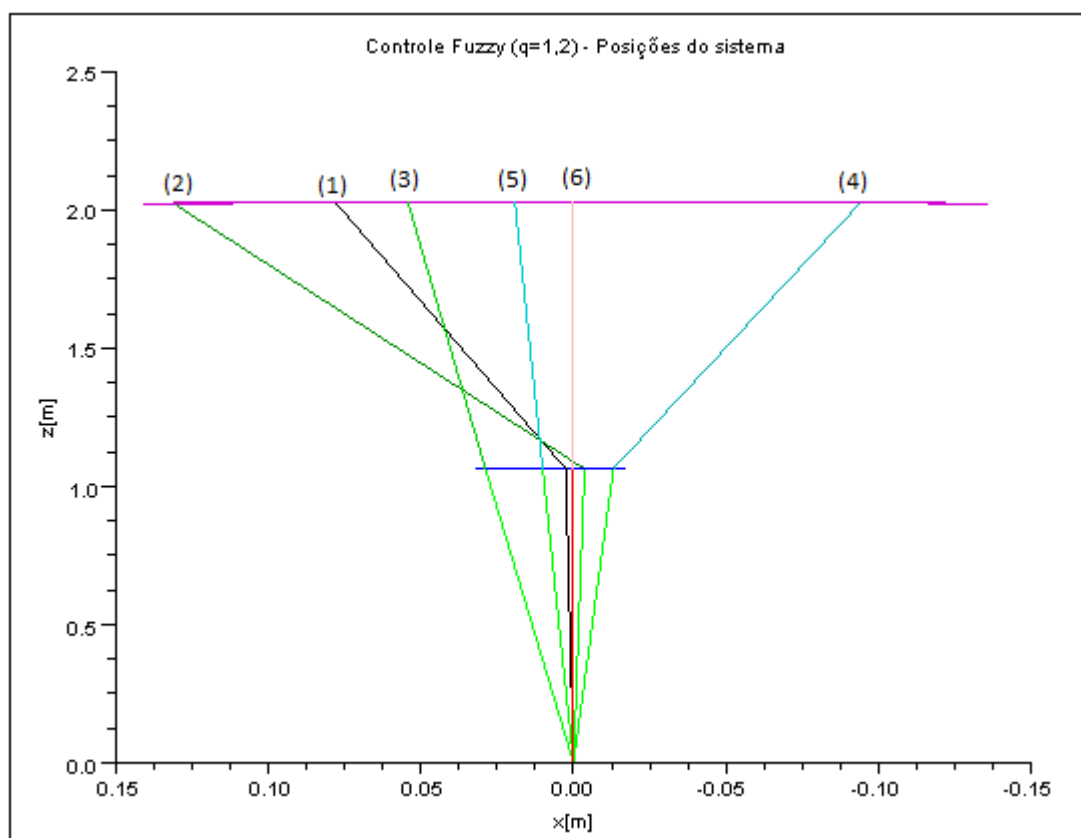


Figura 44. Posições do sistema (a origem é o centro de massa 3), no controle fuzzy ($q=1,2$)

As figuras que apresentam as posições do sistema mostram os mesmos instantes adotados anteriormente: (1) – $t=0,50s$; (2) – $t=1,25 s$; (3) – $t=6,50s$; (4) – $t=12,50s$; (5) – $t=18,40s$; (6) – $t=24,0s$.

As seções 6.3.1 e 6.3.2 mostram que ambos os sistemas, apesar de apresentarem variações de desempenho, são capazes de lidar com um usuário de tamanho diferente daquele adotado para o projeto dos algoritmos de controle, dentro de certas premissas e entradas de comando limitadas.

Foram ainda feitas algumas simulações para estudar até que ponto a inclinação do usuário pode ser aumentadas, mantendo parâmetros médios ($q=1$).

O controle LQR é capaz de manter o usuário estável com $M_1=30 \text{ N.m}$ constante, o que já se aproxima dos 10° de inclinação assumidos como limite razoável da linearização. Já o fuzzy perde a estabilidade com $M_1=8 \text{ N.m}$ constante.

7 ANÁLISES

As simulações apresentadas indicam que tanto o controle LQR e fuzzy seriam, dentro de certos limites, capazes de funcionar não somente para o usuário mediano usado para a síntese dos algoritmos, como também para usuários um tanto maiores ou um tanto menores ($\pm 20\%$ de altura).

Uma das diferenças de comportamento entre os dois métodos está na resposta à inclinação do corpo do usuário, representada pela entrada M_1 . No controle fuzzy, quando o usuário se inclina para frente ($M_1 > 0$) o veículo tem um pequeno deslocamento para trás, mas depois apresenta velocidade para frente. Já no LQR, uma inclinação para frente implica em velocidades para trás. Uma melhoria no projeto fuzzy poderia levar a um veículo com avanço controlado por inclinação.

Na verdade, um usuário real provavelmente reagiria para não cair, e o modelo usado não contempla todas as não-linearidades do sistema; ainda assim, o algoritmo fuzzy usado mostrou-se menos capaz de lidar com a inclinação voluntária do usuário.

Os comandos f e h precisariam ser estudados e limitados tal que se garantisse a segurança e conforto do usuário, a fim de evitar acelerações demasiado bruscas e giros que causem vertigens. Além disso, numa situação real haveria desbalanceamentos, ou seja, nem todos os centros de massa estariam alinhados numa reta vertical. Assim, h precisaria ser limitado tal que os efeitos centrífugos não fossem perigosos.

Na comparação entre fuzzy e LQR, percebe-se que o fuzzy poderia ter transições menos bruscas nas ações de comando, a fim de se evitar trancos durante a operação.

Pela forma como foi criado, o algoritmo fuzzy restringe mais a amplitude da inclinação do veículo do que o LQR, o que talvez pudesse ser re trabalhado.

O método LQR responde ao f indo de -1 a 0 em aproximadamente 1,5 s. Mas quando simulado para um usuário maior ($q=1,2$), os sobressinais

fazem o tempo aumentar para 3,0 s. Com usuário menor ($q=0,8$), o tempo também fica superior a 2,0 s, sem sobressinal.

No método fuzzy, o tempo de resposta com parâmetros médios fica entre 1,5 e 2,0 s. Com usuário menor, fica entre 2,0 e 2,5 s, e com usuário maior fica por volta de 1,5 s, apresentando uma pequena ondulação na velocidade pouco antes de estabilizar no 0 rad/s.

O tempo de parada da ordem de 2 segundos é pouco seguro para um veículo, de modo que seria necessário limitar os valores de f a fim de evitar colisões. Há forças dissipativas que não foram incluídas no modelo como, por exemplo, a resistência ao rolamento no contato entre o chão e os pneus do veículo, que poderiam colaborar para que a parada ocorresse em menor tempo e distância.

Quanto à resposta ao comando de curva h , o controle fuzzy apresentou tempos de resposta inferiores a 1 segundo para todos os valores de q . O controle LQR apresenta um tempo maior, principalmente quando $q=1,2$, quando o tempo supera 2 segundos. Apesar de isso poder indicar uma vantagem do controle fuzzy, o algoritmo usado causa picos de velocidade média quando ocorre uma mudança repentina no valor de h , o que pode causar movimentos inesperados na operação.

8 CONCLUSÕES

O algoritmo fuzzy desenvolvido mostrou-se capaz de equilibrar o sistema e de controlar seu deslocamento dentro de certos limites dos parâmetros e das entradas de controle, o que pode ser considerado um resultado satisfatório: em tese, a lógica fuzzy pode ser empregada para controlar um veículo auto-estabilizante adaptado para deficientes físicos.

O uso do controle LQR foi útil como base para elaboração das regras de controle fuzzy, orientando a relação entrada-saída e os intervalos das funções de pertinência. Tanto o controle fuzzy como o LQR se mostraram capazes de lidar com usuários de tamanhos diferentes daquele para o qual foram sintonizados. A alteração de parâmetros causou mudanças nos tempos de resposta, mas ambos foram capazes de equilibrar o sistema e responder aos comandos.

Como o modelo utilizado agrega numerosas simplificações, tanto da dinâmica dos corpos como do comportamento de uma pessoa montada no veículo, a viabilidade de tal sistema precisa ser verificada com modelos mais completos que considerassem as não linearidades do sistema, o um modelo mais realista de uma pessoa, ruídos, entre outros. Então, poderiam ser realizados experimentos com pessoas reais e protótipos, procurando atender a critérios de conforto e segurança. O desempenho frente a ladeiras e terreno irregular também precisaria ser estudado.

Embora o algoritmo fuzzy permita certo controle de avanço pela inclinação do tronco do usuário, o controle por joystick se mostra desejável, não só por ser mais seguro, mas também por permitir que pessoas com menor mobilidade utilizem o sistema, desde que sejam capazes de mover uma das mãos.

Como não leva em conta as inclinações do usuário para gerar a ação de controle, o algoritmo fuzzy não precisaria de medidores no usuário nem de um observador de estados para funcionar. Porém, isso pode ser um dos motivos pelos quais o algoritmo fuzzy conseguiu lidar apenas com momentos M_1 pequenos (representando inclinações voluntárias de poucos

graus) quando comparado ao LQR. Esse revés pode também ser decorrente da forma como o fuzzy lida com a inclinação do corpo, impondo avanço para frente quando o usuário se inclina para frente, enquanto o LQR faz o oposto.

As transições bruscas das ações de controle, junto com certas oscilações de velocidade, indicam que o algoritmo usado pode não estar otimizado. O uso de funções de pertinência diferentes para as variáveis de entrada (com mais conjuntos, por exemplo), mapas mais complexos ou métodos de defuzzificação distintos poderiam trazer um desempenho mais desejável.

ANEXO A – LINHA DE COMANDO DO CONTROLE LQR (SCILAB)

```
//Apagando os dados anteriores
clear
//simulacao do movimento de um veiculo eletrico auto-estabilizante,
//adaptado para usuario paraplegico

//Definição das variáveis
//fator de proporcao para reduzir/aumentar massas e comprimentos mantendo IMC
propo=1.2;
//massa do elo 1 (da cintura para cima) em kg
m1=55.5*propo^2;
//distancia do centro de massa do elo 1 a sua respectiva base em metros
Lcm1=0.304*propo;
//altura total do elo 1
L1=0.806*propo;
//momento de inercia do elo 1 em relacao a um eixo paralelo ao eixo das rodas(eixo y), polo
no baricentro (kg.m^2)
ly1=2.19*propo^4;
//momento de inercia do elo 1 em relacao ao eixo vertical(eixo z), polo no baricentro
lz1=3.465*propo^4;
//mola representando força no quadril
Kt=165*propo^3;
//constante de dissipação viscosa associada ao quadril, tentando manter a postura
b1=18*propo^3;
//massa do elo 2 (cintura para baixo)
m2=23.4*propo^2;
//altura total do elo 2
L2=0.887*propo;
//altura do centro de massa do elo 2
Lcm2=0.525*propo;
//momento de inercia do elo 2 em relacao a um eixo paralelo ao eixo das rodas, polo no
baricentro (kg.m^2)
ly2=1.458*propo^4;
//momento de inercia do elo 2 em relacao ao eixo vertical, polo no baricentro
lz2=0.552*propo^4;

//massa do veiculo excluindo as rodas:segway HT pesa 38kg
m3=40;
//massa de uma roda
md=2;
//largura entre-rodas
B=0.59;
//diametro das rodas
D=0.6;
//momento de inercia da roda em relacao a y
lyd=0.16;
//momento de inercia da roda em relacao a z
lzd=0.08;
//momento de inércia da plataforma em relacao a y
ly3=3.33;
//momento de inércia da plataforma em relacao a z
lz3=0.84;
//momento de inércia do rotor do motor
lm=0.0013;//parece baixo, mas entra nas contas multiplicado pela transmissao ao quadrado
//relacao de transmissao da caixa de reducao
```

```

r=20;
//resistencia eletrica do motor
Rd=0.16;
//constante eletromecanica do motor
K=0.0424;
//constante de dissipação viscosa associada aos motores
bd=0.00035;
//aceleração da gravidade
g=9.8;

//Termos auxiliares
mL12=m1*Lcm1+m1*L2+m2*Lcm2
Is1=m1*Lcm1^2+ly1-(m1*D*Lcm1)^2/((m3+m2+m1+3*md)*D^2+4*(lyd+lm*r^2));
Is2=ly1+m1*Lcm1*(Lcm1+L2-mL12*D^2/((m3+m2+m1+3*md)*D^2+4*(lyd+lm*r^2)));
Is3=ly3+ly2+ly1+m2*Lcm2^2+m1*(L2+Lcm1)^2-
mL12^2*D^2/((m3+m2+m1+3*md)*D^2+4*(lyd+lm*r^2));
Is4=sqrt(Is1*Is3-Is2^2);
lap=(m1+m2+m3+3*md)*D^2/4+lyd+r^2*lm;
lam=(lz1+lz2+lz3+2*lzd+md*B^2/4)*(D/B)^2+lyd+r^2*lm;
lr3=4*Is2/Is3+D*r*mL12*Is2/(Is3*lap)-D*r*m1*Lcm1/lap;
lr1=4*Is1/Is2+D*r*mL12*Is1/(Is2*lap)-D*r*m1*Lcm1/lap;
lmL4=Is2*lr1*mL12-Is3*lr3*m1*Lcm1;

//Para o sistema linear -----

//Matrizes
A=zeros(6,6);
B=zeros(6,2);
A(1,2)=1;
A(3,4)=1;

A(2,1)=Is3/Is4^2*(m1*g*Lcm1*(1-Is2/Is3)-Kt);
A(2,2)=-Is3/Is4^2*b1;
A(2,3)=Is3/Is4^2*(m1*Lcm1-mL12*Is2/Is3)*g;
A(2,4)=Is3/Is4^2*(bd/2-K^2/(2*Rd))*lr3;
A(2,5)=-Is3/Is4^2*(bd/4+K^2/(4*Rd))*r*lr3; A(2,6)=A(2,5);

A(4,1)=-Is2/Is4^2*(m1*g*Lcm1*(1-Is1/Is2)-Kt);
A(4,2)=Is2/Is4^2*b1;
A(4,3)=-Is2/Is4^2*(m1*Lcm1-mL12*Is1/Is2)*g;
A(4,4)=Is2/Is4^2*(-bd/2+K^2/(2*Rd))*lr1;
A(4,5)=Is2/Is4^2*(bd/4+K^2/(4*Rd))*r*lr1;
A(4,6)=A(4,5);

A(5,1)=D/(2*lap*Is4^2)*(g*m1*Lcm1*(m1*Lcm1*(Is2-Is3)+mL12*(Is2-Is1))+Kt*(Is3*m1*Lcm1-
Is2*mL12));
A(5,2)=b1*D/(2*lap*Is4^2)*(Is3*m1*Lcm1-Is2*mL12);
A(5,3)=g*D/(2*lap*Is4^2)*(m1*Lcm1*(Is3*mL12-Is2*m1*Lcm1)+mL12*(Is2*m1*Lcm1-
Is1*mL12));
A(5,4)=(bd-K^2/Rd)/lap*(r+D*lmL4/(4*Is4^2));
A(5,5)=-r/2*(r/lam+r/lap+lmL4*D/(4*lap*Is4^2))*(bd+K^2/Rd);
A(5,6)=r/2*(r/lam-r/lap-lmL4*D/(4*lap*Is4^2))*(bd+K^2/Rd);

A(6,1)=A(5,1);
A(6,2)=A(5,2);
A(6,3)=A(5,3);
A(6,4)=A(5,4);
A(6,5)=A(5,6);

```

```

A(6,6)=A(5,5);

B(2,1)=ls3*K*lr3/(4*Rd*ls4^2); B(2,2)=B(2,1);
B(4,1)=-ls2*K*lr1/(4*Rd*ls4^2); B(4,2)=B(4,1);
B(5,1)=K/(2*Rd)*(r/lam+r/lap+lmL4*D/(4*lap*ls4^2));
B(5,2)=K/(2*Rd)*(-r/lam+r/lap+lmL4*D/(4*lap*ls4^2));
B(6,1)=B(5,2); B(6,2)=B(5,1);
[autovet,autoval]=spec(A);
C=zeros(4,6);
C(1,3)=1;//observa phi3 com acelerometros, que indicam direcao da gravidade
C(2,4)=1;//observa phi3_ponto, com giroscopio
C(3,4)=-1; C(3,5)=1;//encoder mede rotacao da roda direita em relacao a base
C(4,4)=-1; C(4,6)=1;//encoder mede rotacao da roda esquerda em relacao a base

D1=zeros(4,2);

//verifica controlabilidade
consist=contr(A,B)
//observabilidade
obsist=contr(A',C')

sistemalinear=syslin('c', A, B, C, D1);
G=ss2tf(sistemalinear);// funções de transferencia
zero=[0;0;0;0;0;0];
//controle LQR
Q=diag([0.174^(-2);0.01;1.74^(-2);0.01;1/(36*pi^2);1/(36*pi^2)]);//Q= importancia relativa
das variaveis
//P=diag([1/576;1/576]);//P=importancia relativa do gasto com controle
//Big=sysdiag(Q,P);
//[w,wp]=fullrf(Big);
//C1=wp(:,1:6);
//D12=wp(:,7:8);
//sislq=syslin('c', A, B, C1, D12);
//[Kot,R]=lqr(sislq)//já sai com sinal de menos, entao F=A+B*Kot
// impoe o Kot calculado com os parametros de cadeirante medio masculino
Kot=[39.546733 12.611844 258.31482 52.915847 0.8744151 1.5445843;39.546733
12.611844 258.31482 52.915847 1.5445843 0.8744151];
F=A+B*Kot;
spec(F)

//alocando polos do observador de estados
p(1)=-18+3*i;p(2)=-18-3*i;
p(3)=-19+4*i;p(4)=-19-4*i;
p(5)=-21;p(6)=-21;
Ko=ppol(A',C',p); Ko=Ko';
//fixa Ko calculado para usuario medio
Ko=[-2.0200713 -299.86018 -73.920331 -100.4138;-20.079437 519.62328 129.11852
172.82767;21 1 0.2481319 0.3333333;22.846204 -90.056564 -27.830491 -34.457389;
120.17007 149.34016 49.963883 41.098826;120.17007 149.34016 34.208581 61.559755];

passo=0.01; tf=24;
t=0:passo:tf;
n=tf/passo;
x0=[0;0;0;0;0;0];
e0=[0.1;-0.1;-0.1;0.01;0.1;0.1];

M1=5*ones(t);
for j=1:1:2*n/8+1

```

```

    M1(j+2*n/8)=-5;
end
for j=1:1:4*n/8+1
    M1(j+4*n/8)=0;
end
M1=M1*propo^3;

h=zeros(t);
for j=1:1:2*n/8+1
    h(j+n/8)=1;
end
for j=1:1:2*n/8+1
    h(j+5*n/8)=-1;
end

f=zeros(t);
for j=1:1:2*n/8+1
    f(j+2*n/8)=3;
end
for j=1:1:2*n/8+1
    f(j+4*n/8)=-1;
end

N(1,1)=0;
N(2,1)=ls3/ls4^2;
N(3,1)=0;
N(4,1)=-ls2/ls4^2;
N(5,1)=D*(mL12*ls2-m1*Lcm1*ls3)/(2*lap*ls4^2);
N(6,1)=D*(mL12*ls2-m1*Lcm1*ls3)/(2*lap*ls4^2);
auxN=B*Kot*[0 0;0 0;0 0;0 0;-1 -1; 1 -1];
N(:,2)=auxN(:,1);N(:,3)=auxN(:,2);
//h controla curvas, f controla avanço
Cc=C+D1*Kot;
A_ex=[F -B*Kot; zeros(A) (A-Ko*C)];
N_ex=[N;zeros(N)];
C_ex=[Cc zeros(Cc)];
sl1=syslin('c',A_ex,N_ex,C_ex);
[y,x]=csim([M1;h;f], t, sl1, [x0;e0]);

xset('window', 1);
plot2d(t, [x(1,:) x(3,:)], [5,13]);
legends(['Phi_1' 'Phi_3'], [5,13], 3);
xtitle("Linear Quadrático (q=1,2) - Variação dos ângulos", "tempo [s]", "ângulo [rad]");
xgrid(1)
poslin=[x(1,$);x(3,$)]
xset('window',3)
plot2d(t,x(1,:),5)
xtitle("Phi_1", "tempo [s]", "ângulo [rad]");
xgrid
xset('window',7)
plot2d(t,[x(5,:) x(6,:)] (0.5*x(5,:)+0.5*x(6,:))', [2,24,1]);
legends(['alfa d' 'alfa e' 'media'], [2, 24,1], 1);
xtitle('Linear Quadrático (q=1,2) - Rotações das rodas','tempos[s]','rotação[rad/s]')
xgrid
xset('window',4)
plot2d(t,x(3,:),13)
xgrid
xtitle('Phi_3','tempos[s]','angulo[rad]')

```

```

xc=L2*cos(x(3,:)+%pi/2)+L1*cos(x(1,:)+x(3,:)+%pi/2);
yc=L2*sin(x(3,:)+%pi/2)+L1*sin(x(1,:)+x(3,:)+%pi/2);
xb=L2*cos(x(3,:)+%pi/2);
yb=L2*sin(x(3,:)+%pi/2);
xset('window',2);
plot2d(xc,yc,24);
plot2d(xb,yb,2);

//representar elos. verde para meio e vermelho para fim
p0=50
xelo10=[0 xb(p0)];yelo10=[0 yb(p0)];
p1=125;
xelo1p1=[0 xb(p1)];yelo1p1=[0 yb(p1)];
p2=650;
xelo1p2=[0 xb(p2)];yelo1p2=[0 yb(p2)];
p3=1250;
xelo1p3=[0 xb(p3)];yelo1p3=[0 yb(p3)];
p4=1840;
xelo1p4=[0 xb(p4)];yelo1p4=[0 yb(p4)];

xelo1f=[0 xb($)];yelo1f=[0 yb($)];
plot2d(xelo10,yelo10)
plot2d(xelo1p1,yelo1p1,3)
plot2d(xelo1p2,yelo1p2,3)
plot2d(xelo1p3,yelo1p3,3)
plot2d(xelo1p4,yelo1p4,3)
plot2d(xelo1f,yelo1f,5)

xelo20=[xb(p0) xc(p0)];
yelo20=[yb(p0) yc(p0)];
xelo2p1=[xb(p1) xc(p1)];
yelo2p1=[yb(p1) yc(p1)];
xelo2p2=[xb(p2) xc(p2)];
yelo2p2=[yb(p2) yc(p2)];
xelo2p3=[xb(p3) xc(p3)];
yelo2p3=[yb(p3) yc(p3)];
xelo2p4=[xb(p4) xc(p4)];
yelo2p4=[yb(p4) yc(p4)];

xelo2f=[xb($) xc($)];
yelo2f=[yb($) yc($)];
plot2d(xelo20,yelo20)
plot2d(xelo2p1,yelo2p1,13)
plot2d(xelo2p2,yelo2p2,15)
plot2d(xelo2p3,yelo2p3,17)
plot2d(xelo2p4,yelo2p4,18)
plot2d(xelo2f,yelo2f,30)
xtitle('Linear Quadrático - Posições do sistema (q=1,2)', 'x[m]', 'z[m]')
for j=1:1:n+1
    u(:,j)=Kot*[(x(1,j)-x(7,j));(x(2,j)-x(8,j));(x(3,j)-x(9,j));(x(4,j)-x(10,j));(x(5,j)-x(11,j));(x(6,j)-
    x(12,j))]+Kot*[0 0;0 0;0 0;0 0;-1 -1; 1 -1]*[h(j);f(j)];
end

xset('window',5)
plot2d(t,u(1,:),2)
plot2d(t,u(2,:),24)
legends(['e_d + refs' 'e_e + refs'], [2, 24], 3);
xtitle('Linear Quadrático (q=1,2) - Tensões nos motores', 't[s]', 'tensão[V]')
xgrid

```

ANEXO B – LINHA DE COMANDO DO CONTROLE FUZZY(SCILAB)

```
//Apagando os dados anteriores
clear
//simulacao do movimento de um veiculo eletrico auto-estabilizante,
//adaptado para usuario paraplegico

//Definição das variáveis

//fator de proporcao para reduzir/aumentar massas e comprimentos mantendo IMC
propo=1.2;
//massa do elo 1 (da cintura para cima) em kg
m1=55.5*propo^2;
//distancia do centro de massa do elo 1 a sua respectiva base em metros
Lcm1=0.304*propo;
//altura total do elo 1
L1=0.806*propo;
//momento de inercia do elo 1 em relacao a um eixo paralelo ao eixo das rodas(eixo y), polo
no baricentro (kg.m^2)
ly1=2.19*propo^4;
//momento de inercia do elo 1 em relacao ao eixo vertical(eixo z), polo no baricentro
lz1=3.465*propo^4;
//mola representando força no quadril
Kt=165*propo^3;
//constante de dissipação viscosa associada ao quadril, tentando manter a postura
b1=18*propo^3;
//massa do elo 2 (cintura para baixo)
m2=23.4*propo^2;
//altura total do elo 2
L2=0.887*propo;
//altura do centro de massa do elo 2
Lcm2=0.525*propo;
//momento de inercia do elo 2 em relacao a um eixo paralelo ao eixo das rodas, polo no
baricentro (kg.m^2)
ly2=1.458*propo^4;
//momento de inercia do elo 2 em relacao ao eixo vertical, polo no baricentro
lz2=0.552*propo^4;

//massa do veiculo excluindo as rodas:segway HT pesa 38kg
m3=40;
//massa de uma roda
md=2;
//largura entre-rodas
B=0.59;
//diametro das rodas
D=0.6;
//momento de inercia da roda em relacao a y
lyd=0.16;
//momento de inercia da roda em relacao a z
lzd=0.08;
//momento de inércia da plataforma em relacao a y
ly3=3.33;
//momento de inércia da plataforma em relacao a z
lz3=0.84;
//momento de inércia do rotor do motor
Im=0.0013;//parece baixo, mas entra nas contas multiplicado pela transmissao ao quadrado
//relacao de transmissao da caixa de reducao
```

```

r=20;
//resistencia eletrica do motor
Rd=0.16;
//constante eletromecanica do motor
K=0.0424;
//constante de dissipação viscosa associada aos motores
bd=0.0035;
//aceleração da gravidade
g=9.8;

//Termos auxiliares
mL12=m1*Lcm1+m1*L2+m2*Lcm2
ls1=m1*Lcm1^2+ly1-(m1*D*Lcm1)^2/((m3+m2+m1+3*md)*D^2+4*(lyd+lm*r^2))
ls2=ly1+m1*Lcm1*(Lcm1+L2-mL12*D^2/((m3+m2+m1+3*md)*D^2+4*(lyd+lm*r^2)))
ls3=ly3+ly2+ly1+m2*Lcm2^2+m1*(L2+Lcm1)^2-
mL12^2*D^2/((m3+m2+m1+3*md)*D^2+4*(lyd+lm*r^2))
ls4=sqrt(ls1*ls3-ls2^2)
lap=(m1+m2+m3+3*md)*D^2/4+lyd+r^2*lm
lam=(lz1+lz2+lz3+2*lzd+md*B^2/4)*(D/B)^2+lyd+r^2*lm
lr3=4*ls2/ls3+D*r*mL12*ls2/(ls3*lap)-D*r*m1*Lcm1/lap
lr1=4*ls1/ls2+D*r*mL12*ls1/(ls2*lap)-D*r*m1*Lcm1/lap
lmL4=ls2*lr1*mL12-ls3*lr3*m1*Lcm1

//Para o sistema linear -----

//Matrizes
A=zeros(6,6);
B=zeros(6,2);
A(1,2)=1;
A(3,4)=1;

A(2,1)=ls3/ls4^2*(m1*g*Lcm1*(1-ls2/ls3)-Kt);
A(2,2)=-ls3/ls4^2*b1;
A(2,3)=ls3/ls4^2*(m1*Lcm1-mL12*ls2/ls3)*g;
A(2,4)=ls3/ls4^2*(bd/2-K^2/(2*Rd))*lr3;
A(2,5)=-ls3/ls4^2*(bd/4+K^2/(4*Rd))*r*lr3; A(2,6)=A(2,5);

A(4,1)=-ls2/ls4^2*(m1*g*Lcm1*(1-ls1/ls2)-Kt);
A(4,2)=ls2/ls4^2*b1;
A(4,3)=-ls2/ls4^2*(m1*Lcm1-mL12*ls1/ls2)*g;
A(4,4)=ls2/ls4^2*(-bd/2+K^2/(2*Rd))*lr1;
A(4,5)=ls2/ls4^2*(bd/4+K^2/(4*Rd))*r*lr1;
A(4,6)=A(4,5);

A(5,1)=D/(2*lap*ls4^2)*(g*m1*Lcm1*(m1*Lcm1*(ls2-ls3)+mL12*(ls2-ls1))+Kt*(ls3*m1*Lcm1-
ls2*mL12));
A(5,2)=b1*D/(2*lap*ls4^2)*(ls3*m1*Lcm1-ls2*mL12);
A(5,3)=g*D/(2*lap*ls4^2)*(m1*Lcm1*(ls3*mL12-ls2*m1*Lcm1)+mL12*(ls2*m1*Lcm1-
ls1*mL12));
A(5,4)=(bd-K^2/Rd)/lap*(r+D*lmL4/(4*ls4^2));
A(5,5)=-r/2*(r/lam+r/lap+lmL4*D/(4*lap*ls4^2))*(bd+K^2/Rd);
A(5,6)=r/2*(r/lam-r/lap-lmL4*D/(4*lap*ls4^2))*(bd+K^2/Rd);

A(6,1)=A(5,1);
A(6,2)=A(5,2);
A(6,3)=A(5,3);
A(6,4)=A(5,4);
A(6,5)=A(5,6);

```

```

A(6,6)=A(5,5);

B(2,1)=Is3*K*Ir3/(4*Rd*Is4^2); B(2,2)=B(2,1);
B(4,1)=-Is2*K*Ir1/(4*Rd*Is4^2); B(4,2)=B(4,1);
B(5,1)=K/(2*Rd)*(r/lam+r/lap+lmL4*D/(4*lap*Is4^2));
B(5,2)=K/(2*Rd)*(-r/lam+r/lap+lmL4*D/(4*lap*Is4^2));
B(6,1)=B(5,2); B(6,2)=B(5,1);
A;
[autovet,autoval]=spec(A);
B;
C=zeros(4,6);
C(1,3)=1;//observa phi3 com acelerometros, que indicam direcao da gravidade
C(2,4)=1;//observa phi3_ponto, com giroscopio
C(3,4)=-1; C(3,5)=1;//encoder mede rotacao da roda direita em relacao a base
C(4,4)=-1; C(4,6)=1;//encoder mede rotacao da roda esquerda em relacao a base

D1=zeros(4,2);

sistemalinear=syslin('c', A, B, C, D1);

passo=0.01;tf=24;
t=0:passo:tf;
n=tf/passo;

x(:,1)=[0;0;0;0;0;0];%partindo do equilibrio
M1=5*ones(t);
for j=1:1:2*n/8+1
    M1(j+2*n/8)=-5;
end
for j=1:1:4*n/8+1
    M1(j+4*n/8)=0;
end
M1=M1*propo^3;

h=zeros(t);
for j=1:1:2*n/8+1
    h(j+n/8)=1;
end
for j=1:1:2*n/8+1
    h(j+5*n/8)=-1;
end
//h=zeros(t);

f=zeros(t);
for j=1:1:2*n/8+1
    f(j+2*n/8)=3;
end
for j=1:1:2*n/8+1
    f(j+4*n/8)=-1;
end
//f=zeros(t);

N(1,1)=0;N(1,2)=0;N(1,3)=0;
N(2,1)=Is3/Is4^2; N(2,2)=0;N(2,3)=Is3*K*Ir3/(2*Rd*Is4^2);
N(3,1)=0; N(3,2)=0;N(3,3)=0;
N(4,1)=-Is2/Is4^2; N(4,2)=0;N(4,3)=-Is2*K*Ir1/(2*Rd*Is4^2);
N(5,1)=D*(mL12*Is2-m1*Lcm1*Is3)/(2*lap*Is4^2);

```

```

N(5,2)=K*r/(lam*Rd);N(5,3)=K/Rd*(r/lap+lmL4*D/(4*lap*ls4^2));
N(6,1)=D*(mL12*ls2-m1*Lcm1*ls3)/(2*lap*ls4^2);
N(6,2)=-K*r/(lam*Rd);N(6,3)=K/Rd*(r/lap+lmL4*D/(4*lap*ls4^2));
//BN=[B N];//combina tudo em uma matriz para poder discretizar
D2=zeros(4,3);
Bn=[B N(:,1)];//ajustando para controle mais correto
//no discreto, x(k+1)=G*x(k)+H*u(k)
//G=exp(A*passo), H vem de A e BN, e u sera' composto por M1, h e f
//dados pelo usuario, e e_E e e_D dados pelo fuzzy
sistema2=syslin('c', A,Bn,C,D2);
sisdisc=dscr(sistema2,passo);
G=sisdisc(2);
H=sisdisc(3);
contr(G,H)
contr(G',C')

```

```

//limites para fuzzificar, fazem parte da funcao de pertinencia

```

```

limvel1=0.9;
limvel2=0.3;
limpos1=0.011;
limdphi=0.08;
//valores para determinar a saída
posbig=24;
posmed=18;
possmall=12;
possmallz=1;
negbig=-24;
negmed=-18;
negsmall=-12;
negsmallz=-1;
for j= 1:1:n+1
    calfa(:,j)=[(x(5,j)-f(j))-h(j));(x(6,j)-f(j))+h(j));(x(5,j)-x(6,j)-2*h(j))];
    if x(3,j)>=0 then
        phip=min(1,(1/limpos1*x(3,j)));
        phiz=max(0,(1-1/limpos1*x(3,j)));
        phin=0;
    else
        phip=0;
        phiz=max(0,(1+1/limpos1*x(3,j)));
        phin=min(1,(-1/limpos1*x(3,j)));
    end

    if x(4,j)>=0 then
        dhip=min(1,(1/limdphi*x(4,j)));
        dphiz=max(0,(1-1/limdphi*x(4,j)));
        dphin=0;
    else
        dhip=0;
        dphiz=max(0,(1+1/limdphi*x(4,j)));
        dphin=min(1,(-1/limdphi*x(4,j)));
    end

    if calfa(1,j)>=0 then
        veldp=min(1,(1/limvel1*calfa(1,j)));
        veldz=max(0,(1-1/limvel1*calfa(1,j)));
        veldn=0;
    else
        veldp=0;

```

```

    veldz=max(0,(1+1/limvel1*calfa(1,j)));
    veldn=min(1,(-1/limvel1*calfa(1,j)));
end

if calfa(2,j)>=0 then
    velep=min(1,(1/limvel1*calfa(2,j)));
    velen=max(0,(1-1/limvel1*calfa(2,j)));
    velen=0;
else
    velep=0;
    velen=max(0,(1+1/limvel1*calfa(2,j)));
    veldn=min(1,(-1/limvel1*calfa(2,j)));
end

if calfa(3,j)>=0 then
    curvp=min(1,(1/limvel2*calfa(3,j)));
    curvz=max(0,(1-1/limvel2*calfa(3,j)));
    curvn=0;
else
    curvp=0;
    curvz=max(0,(1+1/limvel2*calfa(3,j)));
    curvn=min(1,(-1/limvel2*calfa(3,j)));
end

con(:,j)=[phip;phiz;phin;dhip;dphiz;dphin;veldp;veldz;veldn;velep;velez;velen;curvp;curvz;curvn];
//agora, regras e inferencia

outdpb1=min(hip, veldp,dhip,curvz);
outdpm1=max(min(hip, veldz,dhip,curvz),min(phiz, veldp,dhip,curvz));

outdps1=max(min(hip,veldn,dhip,curvz),min(phiz, veldz,dhip,curvz),min(phin, veldp,dhip,curvz));
outdz1=max(min(phiz,veldn,dhip,curvz),min(phin, veldz,dhip,curvz));
outdns1=min(phin,veldn,dhip,curvz);

outdpm2=min(hip, veldp,dphiz,curvz);
outdps2=max(min(hip, veldz,dphiz,curvz),min(phiz, veldp,dphiz,curvz));

outdz2=max(min(hip,veldn,dphiz,curvz),min(phiz, veldz,dphiz,curvz),min(phin, veldp,dphiz,curvz));
outdns2=max(min(phiz,veldn,dphiz,curvz),min(phin, veldz,dphiz,curvz));
outdnm2=min(phin,veldn,dphiz,curvz);

outdps3=min(hip, veldp,dphin,curvz);
outdz3=max(min(hip, veldz,dphin,curvz),min(phiz, veldp,dphin,curvz));

outdns3=max(min(hip,veldn,dphin,curvz),min(phiz, veldz,dphin,curvz),min(phin, veldp,dphin,curvz));
outdnm3=max(min(phiz,veldn,dphin,curvz),min(phin, veldz,dphin,curvz));
outdnb3=min(phin,veldn,dphin,curvz);

outdpb4=min(hip, veldp,dhip,curvn);
outdpm4=max(min(hip, veldz,dhip,curvn),min(phiz, veldp,dhip,curvn));

outdps4=max(min(hip,veldn,dhip,curvn),min(phiz, veldz,dhip,curvn),min(phin, veldp,dhip,curvn));
outdz4=max(min(phiz,veldn,dhip,curvn),min(phin, veldz,dhip,curvn));

```

```

outdns4=min(phin,veldn,dhip,curvn);

outdpb5=min(hip,veldp,dphiz,curvn);
outdpm5=max(min(hip,veldz,dphiz,curvn),min(phiz,veldp,dphiz,curvn));

outdps5=max(min(hip,veldn,dphiz,curvn),min(phiz,veldz,dphiz,curvn),min(phin,veldp,dphiz,curvn));
outdpsz5=min(phiz,veldn,dphiz,curvn);
outdz5=min(phin,veldz,dphiz,curvn);//o mapa 5 difere um pouco do estilo dos demais
outdns5=min(phin,veldn,dphiz,curvn);

outdpm6=min(hip,veldp,dphin,curvn);
outdps6=max(min(hip,veldz,dphin,curvn),min(phiz,veldp,dphin,curvn));

outdz6=max(min(hip,veldn,dphin,curvn),min(phiz,veldz,dphin,curvn),min(phin,veldp,dphin,curvn));
outdns6=max(min(phiz,veldn,dphin,curvn),min(phin,veldz,dphin,curvn));
outdnm6=min(phin,veldn,dphin,curvn);

outdpm7=min(hip,veldp,dhip,curvp);
outdps7=max(min(hip,veldz,dhip,curvp),min(phiz,veldp,dhip,curvp));

outdz7=max(min(hip,veldn,dhip,curvp),min(phiz,veldz,dhip,curvp),min(phin,veldp,dhip,curvp));
outdns7=max(min(phiz,veldn,dhip,curvp),min(phin,veldz,dhip,curvp));
outdnm7=min(phin,veldn,dhip,curvp);

outdps8=min(hip,veldp,dphiz,curvp);
outdz8=min(hip,veldz,dphiz,curvp);//o mapa 8 difere um pouco dos demais

outdns8=max(min(hip,veldn,dphiz,curvp),min(phiz,veldz,dphiz,curvp),min(phin,veldp,dphiz,curvp));
outdnsz8=min(phiz,veldp,dphiz,curvp);
outdnm8=max(min(phiz,veldn,dphiz,curvp),min(phin,veldz,dphiz,curvp));
outdnb8=min(phin,veldn,dphiz,curvp);

outdps9=min(hip,veldp,dphin,curvp);
outdz9=max(min(hip,veldz,dphin,curvp),min(phiz,veldp,dphin,curvp));

outdns9=max(min(hip,veldn,dphin,curvp),min(phiz,veldz,dphin,curvp),min(phin,veldp,dphin,curvp));
outdnm9=max(min(phiz,veldn,dphin,curvp),min(phin,veldz,dphin,curvp));
outdnb9=min(phin,veldn,dphin,curvp);

outdnb=max(outdnb3,outdnb8,outdnb9);
outdnm=max(outdnm2,outdnm3,outdnm6,outdnm7,outdnm8,outdnm9);
outdns=max(outdns1,outdns2,outdns3,outdns4,outdns5,outdns6,outdns7,outdns8,outdns9);
outdnsz=outdnsz8;
outdz=max(outdz1,outdz2,outdz3,outdz4,outdz5,outdz6,outdz7,outdz8,outdz9);
outdpsz=outdpsz5;
outdps=max(outdps1,outdps2,outdps3,outdps4,outdps5,outdps6,outdps7,outdps8,outdps9);
outdpm=max(outdpm1,outdpm2,outdpm4,outdpm5,outdpm6,outdpm7);
outdpb=max(outdpb1,outdpb4,outdpb5);

outputd=(outdps*possmall+outdns*negsmall+outdpb*posbig+outdnb*negbig+outdnm*negmed+outdpm*posmed+outdpsz*possmallz+outdnsz*negsmallz)/(outdps+outdns+outdz+outdpb+outdnb+outdnm+outdpm+outdpsz+outdnsz);

```

```

outepb1=min(hip, velep,dhip,curvz);
outepm1=max(min(hip, velez,dhip,curvz),min(phiz, velep,dhip,curvz));

outeps1=max(min(hip, velen,dhip,curvz),min(phiz, velez,dhip,curvz),min(phin, velep,dhip,
curvz));
outez1=max(min(phiz, velen,dhip,curvz),min(phin, velez,dhip,curvz));
outens1=min(phin, velen, dhip,curvz);

outepm2=min(hip, velep,dphiz,curvz);
outeps2=max(min(hip, velez,dphiz,curvz),min(phiz, velep,dphiz,curvz));

outez2=max(min(hip, velen,dphiz,curvz),min(phiz, velez,dphiz,curvz),min(phin, velep,dphiz,c
urvz));
outens2=max(min(phiz, velen,dphiz,curvz),min(phin, velez,dphiz,curvz));
outenm2=min(phin, velen, dphiz,curvz);

outeps3=min(hip, velep, dphin,curvz);
outez3=max(min(hip, velez,dphin,curvz),min(phiz, velep,dphin,curvz));

outens3=max(min(hip, velen,dphin,curvz),min(phiz, velez,dphin,curvz),min(phin, velep,dphin,
curvz));
outenm3=max(min(phiz, velen,dphin,curvz),min(phin, velez,dphin,curvz));
outenb3=min(phin, velen, dphin,curvz);

outepm4=min(hip, velep,dhip,curvn);
outeps4=max(min(hip, velez,dhip,curvn),min(phiz, velep,dhip,curvn));

outez4=max(min(hip, velen,dhip,curvn),min(phiz, velez,dhip,curvn),min(phin, velep,dhip,c
urvn));
outens4=max(min(phiz, velen,dhip,curvn),min(phin, velez,dhip,curvn));
outenm4=min(phin, velen, dhip,curvn);

outeps5=min(hip, velep, dphiz,curvn);
outez5=min(hip, velez,dphiz,curvn);
outensz5=min(phiz, velep,dphiz,curvn);

outens5=max(min(hip, velen,dphiz,curvn),min(phiz, velez,dphiz,curvn),min(phin, velep,dphiz,
curvn));
outenm5=max(min(phiz, velen,dphiz,curvn),min(phin, velez,dphiz,curvn));
outenb5=min(phin, velen, dphiz,curvn);

outeps6=min(hip, velep, dphin,curvn);
outez6=max(min(hip, velez,dphin,curvn),min(phiz, velep,dphin,curvn));

outens6=max(min(hip, velen,dphin,curvn),min(phiz, velez,dphin,curvn),min(phin, velep,dphin,
curvn));
outenm6=max(min(phiz, velen,dphin,curvn),min(phin, velez,dphin,curvn));
outenb6=min(phin, velen, dphin,curvn);

outepb7=min(hip, velep,dhip,curvp);
outepm7=max(min(hip, velez,dhip,curvp),min(phiz, velep,dhip,curvp));

outeps7=max(min(hip, velen,dhip,curvp),min(phiz, velez,dhip,curvp),min(phin, velep,dhip,
curvp));
outez7=max(min(phiz, velen,dhip,curvp),min(phin, velez,dhip,curvp));
outens7=min(phin, velen, dhip,curvp);

outepb8=min(hip, velep,dphiz,curvp);

```

```

outepm8=max(min(php, velep, dphiz, curvp), min(phiz, velep, dphiz, curvp));

oute8s=max(min(php, velen, dphiz, curvp), min(phiz, velep, dphiz, curvp), min(phin, velep, dphiz, curvp));
oute8sz=min(phiz, velen, dphiz, curvp);
oute8z=min(phin, velep, dphiz, curvp);
oute8ns=min(phin, velen, dphiz, curvp);

outepm9=min(php, velep, dphin, curvp);
oute9s=max(min(php, velep, dphin, curvp), min(phiz, velep, dphin, curvp));

oute9z=max(min(php, velen, dphin, curvp), min(phiz, velep, dphin, curvp), min(phin, velep, dphin, curvp));
oute9ns=max(min(phiz, velen, dphin, curvp), min(phin, velep, dphin, curvp));
outenm9=min(phin, velen, dphin, curvp);

outenb=max(outenb3, outenb5, outenb6);
outenm=max(outenm2, outenm3, outenm4, outenm5, outenm6, outenm9);
outens=max(outens1, outens2, outens3, outens4, outens5, outens6, outens7, outens8, outens9);
outensz=outensz5;
outez=max(outez1, outez2, outez3, outez4, outez5, outez6, outez7, outez8, outez9);
oute9sz=outepsz8;
oute9s=max(oute9s1, outeps2, outeps3, outeps4, outeps5, outeps6, outeps7, outeps8, outeps9);
outepm=max(outepm1, outepm2, outepm4, outepm7, outepm8, outepm9);
oute9pb=max(oute9pb1, outepb8, outepb7);

outpute=(oute9s*possmall+outens*negsmall+oute9pb*posbig+outenb*negbig+outenm*negmed+outepm*posmed+oute9sz*possmallz+outensz*negsmallz)/(oute9s+outens+oute9z+oute9pb+outenb+outenm+outepm+oute9sz+outensz);

u(:,j)=[outputd;outpute;M1(j)];
x(:,j+1)=G*x(:,j)+H*u(:,j);
end

xset('window',11)
plot2d(t,[u(1,:) u(2,:)],[2, 24])
xlabel('Ação de controle fuzzy (q=1,2)', 'tempo [s]', 'tensão nos motores [V]')
legends ([ 'e_d' 'e_e'], [2, 24], 3);
xgrid

t(n+2)=t(n+1)+passo;
xset('window', 1);
plot2d(t, [x(1,:) x(3,:)], [5,13]);
legends ([ 'Phi_1' 'Phi_3'], [5,13], 3);
xlabel ("Controle Fuzzy (q=1,2) - Variação dos ângulos", "tempo [s]", "ângulo [rad]");
xgrid(1)
poslin=[x(1,$);x(3,$)]
xset('window',3)
plot2d(t,x(1,:),5)
xlabel ("Phi_1", "tempo [s]", "ângulo [rad]");
xgrid
xset('window',7)
plot2d(t,[x(5,:) x(6,:) 0.5*(x(5,:)+x(6,:))],[2,24,1]);
legends ([ 'alfa_d' 'alfa_e' 'media'], [2, 24,1], 3);
xlabel('Controle Fuzzy (q=1,2) - Rotações das rodas', 'tempos[s]', 'rotação[rad/s]')
xgrid
xset('window',4)
plot2d(t,x(3,:),13)

```

```

xgrid
xlabel('Phi_3','tempos[s]','angulo[rad]')
xc=L2*cos(x(3,:)+%pi/2)+L1*cos(x(1,:)+x(3,:)+%pi/2);
yc=L2*sin(x(3,:)+%pi/2)+L1*sin(x(1,:)+x(3,:)+%pi/2);
xb=L2*cos(x(3,:)+%pi/2);
yb=L2*sin(x(3,:)+%pi/2);
xset('window',2);
plot2d(xc,yc,24);
plot2d(xb,yb,2);

//representar elos. verde para meio e vermelho para fim
p0=50;
xelo10=[0 xb(p0)];
yelo10=[0 yb(p0)];
p1=125;
xelo1p1=[0 xb(p1)];
yelo1p1=[0 yb(p1)];
p2=650;
xelo1p2=[0 xb(p2)];
yelo1p2=[0 yb(p2)];
p3=1250;
xelo1p3=[0 xb(p3)];
yelo1p3=[0 yb(p3)];
p4=1840;
xelo1p4=[0 xb(p4)];
yelo1p4=[0 yb(p4)];

xelo1f=[0 xb($)];
yelo1f=[0 yb($)];
plot2d(xelo10,yelo10)
plot2d(xelo1p1,yelo1p1,3)
plot2d(xelo1p2,yelo1p2,3)
plot2d(xelo1p3,yelo1p3,3)
plot2d(xelo1p4,yelo1p4,3)
plot2d(xelo1f,yelo1f,5)

xelo20=[xb(p0) xc(p0)];
yelo20=[yb(p0) yc(p0)];
xelo2p1=[xb(p1) xc(p1)];
yelo2p1=[yb(p1) yc(p1)];
xelo2p2=[xb(p2) xc(p2)];
yelo2p2=[yb(p2) yc(p2)];
xelo2p3=[xb(p3) xc(p3)];
yelo2p3=[yb(p3) yc(p3)];
xelo2p4=[xb(p4) xc(p4)];
yelo2p4=[yb(p4) yc(p4)];

xelo2f=[xb($) xc($)];
yelo2f=[yb($) yc($)];
plot2d(xelo20,yelo20)
plot2d(xelo2p1,yelo2p1,13)
plot2d(xelo2p2,yelo2p2,15)
plot2d(xelo2p3,yelo2p3,17)
plot2d(xelo2p4,yelo2p4,18)
plot2d(xelo2f,yelo2f,30)
xlabel('Controle Fuzzy (q=1,2) - Posições do sistema','x[m]','z[m]')

```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, *Censo 2000*, disponível em <<http://www.ibge.gov.br/>>. Acessado em junho de 2011.
- [2] SEGWAY, *Segway – The leader in personal, green transportation*, disponível em <www.segway.com>, acessado em abril de 2011.
- [3] CAMARA,E., *Mão na roda – Um Segway diferente*, 2009, disponível em <<http://maonarodablog.com.br>>. Acessado em abril de 2010.
- [4] HARRIS,T., *How Stuff Works – How Segway Works*, disponível em <<http://science.howstuffworks.com/engineering/civil/ginger.htm>>, acessado em maio de 2011.
- [5] THE STANDING COMPANY, *Introducing the SuperStand Standing Wheelchair*, disponível em <www.thestandingcompany.com>, acessado em maio de 2011.
- [6] HANLON,M., *gizmag – The Standing Wheelchair*,2006, disponível em <www.gizmag.com/the-standing-wheelchair/6016/>, acessado em abril de 2011.
- [7] SIMÕES,M.G., SHAW,I.S, *Controle e modelagem fuzzy*, São Paulo, Editora Blucher, FAPESP, 2007
- [8] HANAVAN JR., E.P., *A mathematical model of the human body*, Behavioral Sciences Laboratory, Aerospace Medical Research Laboratories, Aerospace Medical Division, Air Force Systems Command, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio,1964
- [9] PAQUET,V. , FEATHERS, D., *An anthropometric study of manual and powered wheelchair users*, International Journal of Industrial Ergonomics 33 (2004), págs. 191-204
- [10] BLACKWELL,T., *Building a self-balancing scooter*, disponível em <<http://www.tlb.org/scooter.html>>, acessado em março de 2011.
- [11] NPC ROBOTICS, *Product Information – NPC T64*, disponível em <<http://www.npcrobotics.com/>>, acessado em março de 2011.
- [12] CAMARA,E., *Mão na roda – Avaliação de rodas para cadeira de rodas: X-core, Spinergy e cia!*, 2011, disponível em <<http://maonarodablog.com.br/>>. Acessado em junho de 2011.