

2300343

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PROJETO MECÂNICO

ANÁLISE E PROJETO DE UM SISTEMA DE
SUSPENSÃO VEICULAR PARA ÔNIBUS URBANO

AUTOR: ODAIR ORLANDIN ALVES

ORIENTADOR: PROF. DR. OTÁVIO MAIZZA NETO

1985

Aos meus pais por tudo
que sempre fizeram por mim.

SUMÁRIO

Este trabalho aborda alguns aspectos envolvidos na análise de sistemas de suspensões veiculares em geral. Como aplicação destes princípios é desenvolvido o projeto de um sistema de suspensão veicular para ônibus urbano. Desta forma, o presente trabalho pode ser dividido didaticamente em duas partes: a 1.^a formada pelos capítulos 1, 2 e 3 formam o conjunto de análises dos principais fenômenos envolvidos num sistema de suspensão; a 2.^a parte que envolve o capítulo 4 trata da aplicação dos conhecimentos expostos nos capítulos anteriores para a realização do projeto da suspensão de um ônibus.

A ênfase dada aqui refere-se ao conforto dos passageiros no interior do veículo. Desta forma não analisamos a fundo os problemas relativos à dirigibilidade e estabilidade do veículo que juntamente com a geometria de direção e análise estrutural formaria o conjunto global de sistemas a serem analisados no projeto do chassis de um veículo.

O capítulo 1 mostra o modelo simplificado de um sistema de suspensão e como os principais parâmetros de projeto podem influenciar no comportamento do veículo.

O capítulo 2 já analisa mais detalhadamente os fenômenos que ocorrem com o veículo. É analisado as oscilações da massa suspensa e não suspensa e as suas mútuas influências.

O capítulo 3 apresenta algumas considerações a respeito das cargas que podem ocorrer sobre as rodas do veículo e também algumas considerações a respeito da geometria da suspensão que influencia no movimento da massa suspensa.

Finalmente no capítulo 4 é executado o projeto de um sistema de suspensão veicular para ônibus urbano. O sistema apresentado difere dos sistemas

temas convencionais por apresentar a massa não suspensa articulada através de um "ponto" à massa suspensa. Paralelamente à determinação dos parâmetros fundamentais são analisadas as características intrínsecas deste sistema de suspensão.

O trabalho apresenta alguns aspectos do tema suspensões que tive possibilidade de estudar e aprender durante este ano. É claro que o assunto é muito vasto e há uma enorme quantidade de aspectos que devem ser analisados e estudados quando da realização do projeto da suspensão de um veículo como um todo. Principalmente o fenômeno de estabilidade do veículo merece grande atenção.

No entanto acredito que este trabalho apresenta os fenômenos essenciais que sempre deverão ser analisados no projeto básico de um sistema de suspensão.

Í N D I C E

CAPÍTULO 1 - SUSPENSÃO. TEORIA DE ISOLAÇÃO

1.1 - O sistema massa-mola e o sistema de suspensão	1
1.2 - Características do sistema massa-mola/suspensão	4
1.3 - Deflexão efetiva	6
1.4 - Amortecedores	9
1.5 - Buchas de borracha	14
1.6 - Molas pneumáticas para suspensão	16

CAPÍTULO 2 - O MOVIMENTO DE UM VEÍCULO SOBRE A INFLUÊNCIA DO SISTEMA DE SUSPENSÃO

2.1 - O modelo a ser adotado	24
2.2 - Frequências de vibração do sistema não acoplado	29
2.3 - Sistema primário	30
2.3.1 - O modelo físico	30
2.3.2 - Nós e frequências de vibração	34
2.3.3 - Análise dos parâmetros	35
2.3.3.1 - Sistema não acoplado	35
2.3.3.2 - Sistemas independentes: movimento independente entre a suspensão traseira e dianteira	37
2.3.3.3 - Movimento planar	38
2.4 - Sistema Secundário (massa não suspensa)	41
2.4.1 - Análise global	41
2.4.2 - Oscilação durante frenagem	48
2.4.3 - Oscilação durante a aceleração	50
2.4.4 - Vibração transversal	50
2.5 - Características para melhoria no comportamento do veículo durante seu trajeto	54

2.6 - Avaliação das funções do perfil do terreno	54
2.7 - Fatores humanos	57

CAPÍTULO 3 - ASPECTOS DE CARGAS DINÂMICAS INFLUENCIADAS PELA GEOMETRIA
DA SUSPENSÃO

3.1 - Combinação de frenagem e impacto	59
3.2 - Geometria anti-mergulho durante a frenagem	62
3.3 - Geometria anti-levantamento durante a frenagem	64
3.4 - Considerações finais	66

CAPÍTULO 4 - PROJETO. SUSPENSÃO VEICULAR PARA ÔNIBUS URBANO

I - Introdução	69
II - Especificações	70
II.A - Especificações Funcionais	70
II.B - Conforto	70
II.C - Segurança	71
III - A solução adotada	71
III.A - Descrição	71
III.B - O modelo adotado	72
IV - Determinação dos parâmetros	77
IV.A - Pesos, massas, momentos de inércia	77
IV.B - Seleção dos pneus	82
IV.C - Molas pneumáticas	84
IV.D - Frequência natural	97
IV.E - Amortecedores	102
IV.G - Análise da condição anti-mergulho e anti-levantamento ..	118
IV.H - Análise da rigidez ao rolamento do veículo	119
IV.I - Dimensionamento	122
V - Modelagem matemática	128

V.A - Suspensão traseira	128
V.B - Suspensão dianteira	136
V.C - Massa suspensa	141
V.D - Equacionamento geral - Mudança de variáveis	143
Bibliografia	

ÍNDICE DAS FIGURAS

CAPÍTULO 1

Fig. 1 - Modelo simplificado de um sistema de suspensão (sistema de isolamento)	2
Fig. 2 - Característica de isolamento de um sistema de suspensão Sistema massa-mola-placa oscilante	5
Fig. 3 - Deflexão efetiva de um sistema de suspensão	7
Fig. 4 - Relação entre amortecimento nos movimentos de subida e descida das rodas	10
Fig. 5 - Bucha de borracha	15
Fig. 6 - Mola pneumática tipo Convolute	17
Fig. 7 - Mola pneumática tipo Reversible Sleeve	18
Fig. 8 - Comparação entre característica de uma mola pneumática e uma mola de aço	19
Fig. 9 - Curva estática de uma mola pneumática	21
Fig.10 - Curva dinâmica de uma mola pneumática	22

CAPÍTULO 2

Fig. 1 - Modelagem de um veículo no plano	26
Fig. 2 - Esquema das combinações dos coeficientes de mola numa suspensão	27
Fig. 3 - Diagrama de corpo livre das massas suspensa e não suspen- sa	28
Fig. 4 - Sistema primário - modelagem do veículo com 2 graus de liberdade	31
Fig. 5 - Localização do centro de mola	33
Fig. 6 - Amplitude das suspensões após passarem por um obstáculo. Condição do movimento planar	39

Fig. 7 - Diferentes movimentos que um eixo rígido pode realizar..	43
Fig. 8 - Influência da massa não suspensa e pressão dos pneus no movimento de vibração das rodas	44
Fig. 9 - Curva de isolamento para o sistema massa-mola da fig.(8)..	46
Fig. 10 - Oscilação durante a frenagem	49
Fig. 11 - Oscilação durante a aceleração	51
Fig. 12 - Diagrama de corpo livre de um eixo rígido submetido ao movimento de oscilação transversal	52
Fig. 13 - Representação do perfil do terreno	56
Fig. 14 - Resposta humana à vibração (curva de conforto)	58

CAPÍTULO 3

Fig. 1 - Diagrama de corpo livre para a condição de frenagem	60
Fig. 2 - Carga máxima externa na roda dianteira durante a frenagem e impacto simultâneo	61
Fig. 3 - Modelo simplificado do mecanismo de suspensão. Diagrama de corpo livre durante a frenagem	63
Fig. 4 - Diagrama de corpo livre da suspensão traseira durante a frenagem do veículo	65
Fig. 5 - Dois modelos de suspensões com a mesma característica anti-mergulho	68

CAPÍTULO 4

Fig. 1 - Geometria da estrutura não suspensa	73
Fig. 2 - Chassis utilizado como referência para projeto do sistema de suspensão - SCANIA BR 116	74
Fig. 3 - Modelo utilizado para estudo da suspensão do veículo	75
Fig. 4 - Distribuição de massa do veículo	79
Fig. 5 - Posicionamento das suspensões	81

Fig. 6 - Tipo de pneu utilizado e coeficiente de mola	83
Fig. 7 - Esquema da divisão da força do pneu sobre a estrutura não suspensa	85
Fig. 8 - Mola pneumática traseira	87
Fig. 9 - Transformação termodinâmica da massa de ar no interior da mola pneumática	89
Fig.10 - Curva dinâmica da mola traseira	91
Fig.11a- Mola pneumática dianteira - Curva estática	94
Fig.11b- Curva dinâmica da mola dianteira	95
Fig.12 - Movimento da massa suspensa	101
Fig.13 - Gráfico dos amortecedores traseiros	105
Fig.14 - Gráfico dos amortecedores dianteiros	108
Fig.15 - Modelo da massa não suspensa	109
Fig.16 - Diagrama de corpo livre da estrutura não suspensa	114
Fig.17 - Diagrama de corpo livre para suspensão dianteira	123
Fig.18 - Diagrama de momento fletor da viga principal	125
Fig.19 - Modelo físico do sistema de suspensão e conjunto de parâ- metros	129
Fig.20 - Diagrama de corpo livre para a suspensão traseira numa posição qualquer	130
Fig.21 - Geometria para determinação da deformação dos pneus tra- seiros	132
Fig.22 - Aceleração do ponto O_1	134
Fig.23 - Diagrama de corpo livre da suspensão dianteira	137
Fig.24 - Geometria para determinação da deformação dos pneus dian- teiros	138
Fig.25 - Aceleração do ponto de articulação O_2 da suspensão dian- teira	140
Fig.26 - Diagrama de corpo livre para a massa suspensa	142

Anexo 1 - Circuito pneumático das molas pneumáticas

Anexo 2 - Desenho de conjunto da suspensão (estrutura não suspensa)

CAPÍTULO I - SUSPENSÃO

TEORIA DE ISOLAÇÃO

1.1 - O sistema massa-mola e o sistema de suspensão

Neste tópico abordaremos um sistema simples de suspensão e veremos como ele influencia o comportamento global do projeto do veículo.

Um modelo simplificado de um sistema de suspensão é mostrado na figura 1.

A massa não suspensa* pode ser desconsiderada e os pneus (K_p) e as molas (K) são combinados fornecendo o coeficiente de mola global da suspensão (K_s).

O amortecedor do veículo é modelado como um elemento linear, ou seja, a relação entre a força imposta e a velocidade adquirida é constante e igual ao coeficiente de amortecimento (c). O perfil do solo pode ser representado por funções senos e cossenos. O fato de usar funções seno e cosseno se baseia no fato de serem funções fáceis de serem obtidas, analisadas e comparadas. Isto é feito, pois estamos preocupados em obter melhor compreensão dos princípios do sistema de suspensão.

Caso haja necessidade de maior precisão na representação do perfil do solo deverá ser usada uma série de Fourier que represente tal perfil. Ainda aqui teremos, para cada termo da série de fourier, senos e cossenos.

* A massa não suspensa é constituída por todos os componentes que vibram entre a mola do veículo e o pneu. Portanto, consideramos como massa não suspensa os pneus, eixos, aros, braço de suspensão, etc.
A massa suspensa é constituída pelos elementos que oscilam sobre a mola do veículo. A parcela principal da massa suspensa é constituída pelo chassis, passageiros, motor, transmissão e acessórios.

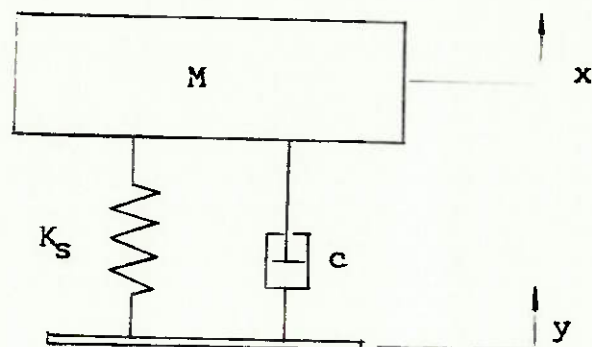


Fig. 1 - Modelo simplificado de um sistema de suspensão
(sistema de isolamento)

Aplicando o princípio fundamental da dinâmica chegamos à seguinte equação:

$$M \ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + K_s (x - y) = 0 \quad \text{I}$$

Para resolvermos a equação suporemos que a função y seja formada por senos e cossenos.

Assim podemos escrever:

$$y = Y_0 \cdot e^{(j \cdot \omega \cdot t)} \quad \text{II}$$

onde Y_0 é a máxima amplitude do perfil do solo.

A resposta da massa suspensa M também será uma função do tipo seno e cosseno. Assim temos também:

$$x = X_0 \cdot e^{(j \cdot \omega \cdot t)} \quad \text{III}$$

onde X_0 é a máxima amplitude da massa suspensa. Substituindo III e II em I temos:

$$X_0 = \frac{K_s + j c \omega}{Y_0 (K_s - M\omega^2) + j c \omega} \quad \text{IV}$$

Considerando apenas o módulo desta divisão entre estes dois vetores no plano complexo, temos:

$$\frac{X_0}{Y_0} = \frac{\sqrt{K_s^2 + c^2 \omega^2}}{\sqrt{(K_s - M\omega^2)^2 + c^2 \omega^2}}$$

Introduzindo nesta equação o valor da frequência natural não amortecida $\omega_n = \sqrt{\frac{K_s}{M}}$ e o valor do coeficiente de amortecimento $\zeta = \frac{c}{c_c}$

onde o coeficiente de amortecimento crítico é $c_c = 2 M \omega_n$.

$$\frac{X_0}{Y_0} = \frac{\sqrt{1 + \left(2 \zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2 \zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad \text{V}$$

Esta relação fornece-nos a característica de isolamento de um sistema de suspensão em termos do coeficiente de amortecimento " ζ ", da frequência natural do sistema de suspensão ω_n , e da frequência ω dos impactos do solo (perfil do solo).

Para termos determinado grau de isolamento da massa suspensa em relação ao impacto do solo devemos ter o valor de $\frac{X_0}{Y_0}$ bem pequeno ou pe

lo menos menor que 1.

1.2 - Características do sistema massa-mola/suspensão

A característica de isolamento da equação V é mostrada na figura 2.

Vejamos as principais conclusões que podemos tirar deste gráfico.

1. O fator de amortecimento tem grande influência na relação de amplitude próxima da condição de ressonância, ou seja, o a mortecimento do sistema influencia muito a relação de amplitude para valores de ω/ω_n próximos de 1.
2. Para a região onde os valores de ω/ω_n são maiores do que $\sqrt{2}$, o amortecimento tem pouca influência na característica de isolamento do sistema de suspensão. Aqui verificamos que ao au mentarmos o coeficiente de amortecimento a relação de amplitude X_0/Y_0 também aumenta. Assim devemos manter o coeficiente de amortecimento a um valor mínimo e otimizar o valor do amortecimento através de testes de campo.
3. Podemos obter valores de X_0/Y_0 menor que 1 (isolação) somen te na região onde ω/ω_n é maior que $\sqrt{2}$. Podemos verificar na figura que quando ω/ω_n tende para infinito X_0/Y_0 tende pa ra zero. A massa suspensa nesta condição não se move e en tão dizemos que ela está completamente isolada daquela fre quência de vibração. Esta característica é claramente dese jável no sistema de suspensão. O valor de ω/ω_n aproximar-se-á do infinito quando a frequência (ω) imposta pelo perfil do solo for alta ou quando a frequência natural (ω_n) do sistema aproximar-se de zero.

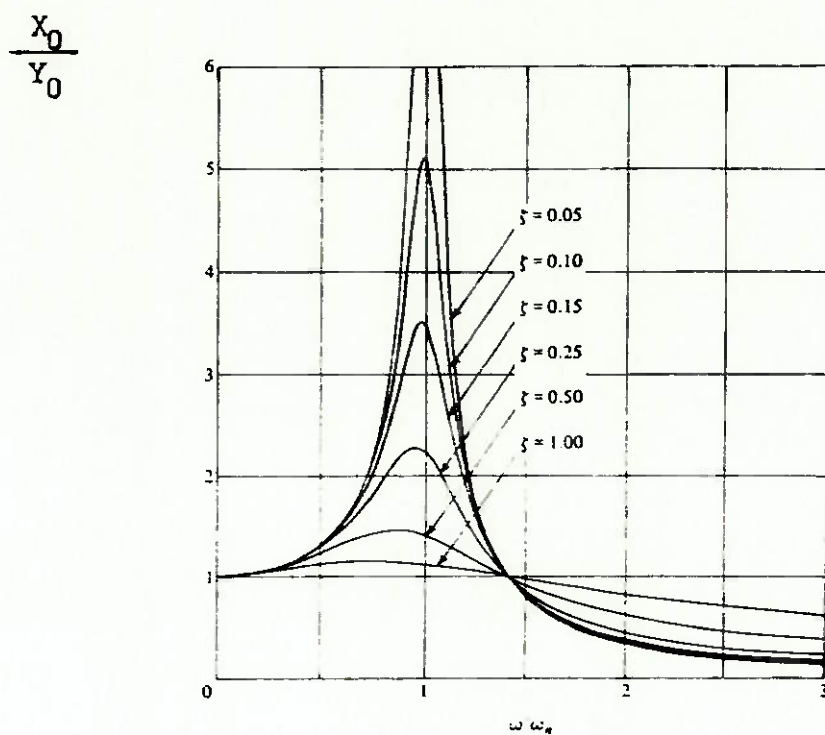


Fig. 2 - Característica de isolamento de um sistema de suspensão.

Sistema massa-mola-placa oscilante

É muito difícil obter o valor de ω . Mesmo porque não existe um único valor para este parâmetro que depende fundamentalmente das características das ruas e estradas por onde passará o veículo. Porém através de uma avaliação de campo (testes) poderemos determinar a faixa de frequência (ω_1 a ω_2) que melhor representa o perfil do solo por onde o veículo tráfegará durante a maior parte de sua vida. Com este valor e a velocidade média do veículo poderemos achar qual o valor de ω .

A outra possibilidade para o projeto de suspensões é fazer o valor de frequência natural (ω_n) se aproximar de zero. Uma vez que o valor da massa é finita, deveríamos ter um valor do coeficiente de rigidez da suspensão bem pequeno. Porém, apesar de termos uma melhor condição de conforto para molas muito macias, a dirigibilidade do veículo torna-se deteriorada. Além do mais para construirmos molas macias seria necessário um grande espaço devido ao elevado comprimento da mola.

Assim, devemos estabelecer um valor de ω_n que atenda as condições de conforto como também a dirigibilidade do veículo.

Os carros americanos têm sido construídos com frequência natural próxima de 1,0 Hertz. Este valor também é justificado pelo fato da média das pessoas estarem acostumadas a caminhar num ritmo de 1 passo por segundo, assim este valor de frequência natural é a melhor escolha do ponto de vista do conforto do passageiro.

1.3 - DEFLEXÃO EFETIVA

Imagine que a mola equivalente ao sistema de suspensão e a mola equivalente aos pneus sejam representadas como na figura (3). Notamos que ambas as molas estão agrupadas em série.

Quando a massa suspensa é aplicada sobre o conjunto haverá uma

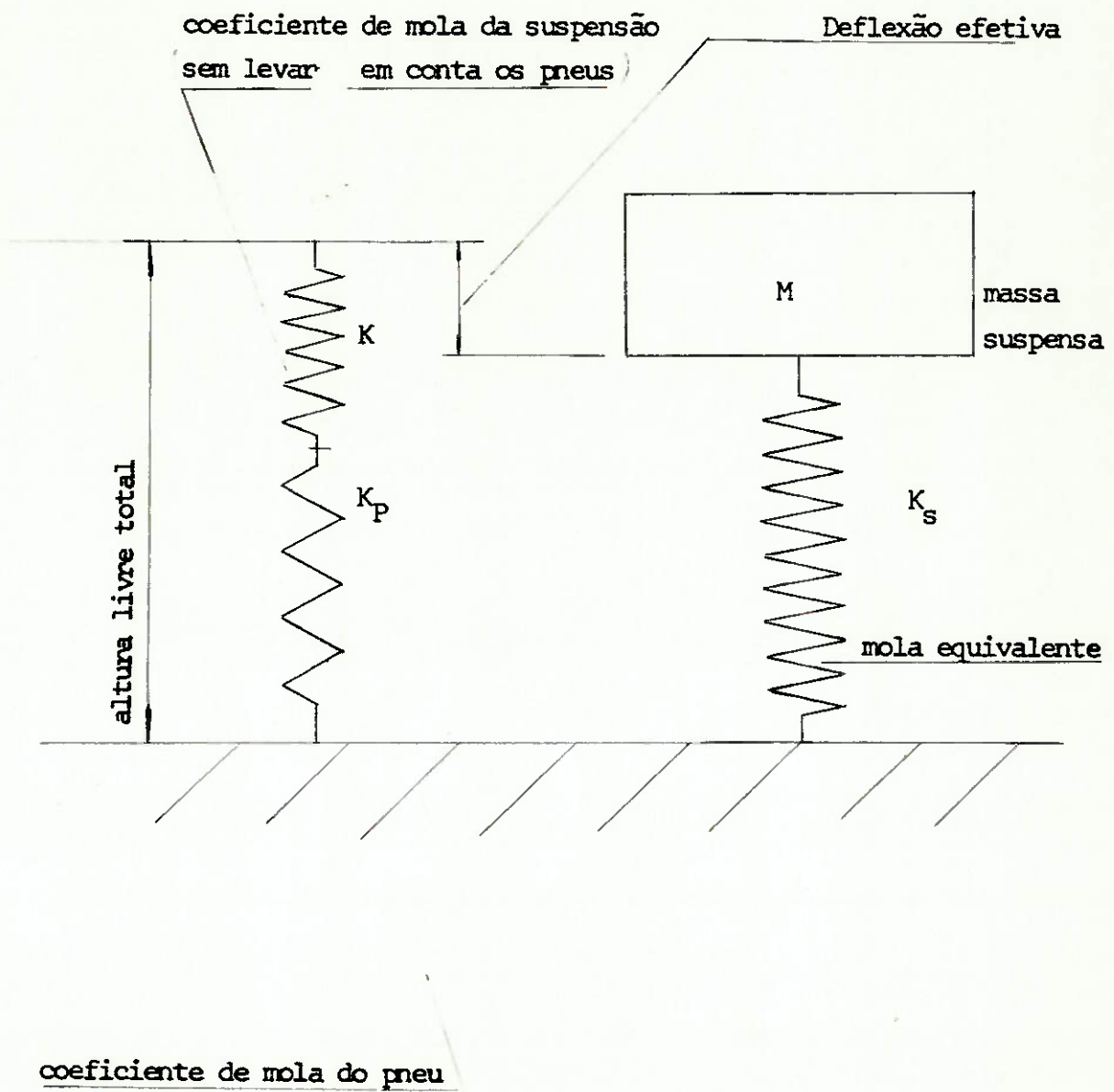


Figura 3 - Deflexão efetiva de um sistema de suspensão

certa deflexão. A deflexão efetiva é a distância entre a posição não carregada e a posição defletida do conjunto.

Partindo da fórmula da frequência natural temos:

$$\omega_n = \frac{\sqrt{K_s}}{M} \quad \text{VI}$$

onde K_s é o coeficiente equivalente total da suspensão $K_s = \frac{K \cdot K_p}{K + K_p}$

Podemos escrever que:

$$K_s = \frac{W}{\text{d.ef.}} \quad \text{VII}$$

$$W = M \cdot g \quad \text{VIII}$$

onde W é o peso da massa suspensa e d.ef. é a deformação efetiva

Combinando as expressões VII e VIII e em VI temos:

$$\omega_n = \frac{\sqrt{g}}{\text{d.ef.}} \quad \text{IX}$$

A expressão acima permite verificar que quanto maior a deflexão efetiva menor é a frequência natural e vice-versa.

Também podemos afirmar que a deflexão efetiva varia com o coeficiente de mola da suspensão e com a carga aplicada (valor da massa suspensa).

Assim, por exemplo, aumentando o número de passageiros e/ou a bagagem transportada haverá um aumento da deflexão efetiva e portanto, uma diminuição do valor da frequência natural. Isto produz uma característica de maciez durante o percurso do veículo.

Já quando o veículo está leve a deflexão efetiva é baixa a

frequência natural é alta. Nesta condição a característica de aspereza é imposta e grande parcela das irregularidades do solo são transmitidas ao veículo. Inclusive, nesta condição, as forças de inércia são bem maiores - que as forças gravitacionais (para média e altas velocidades) causando muitas vezes o salto do veículo até com a perda do contato entre pneu e solo.

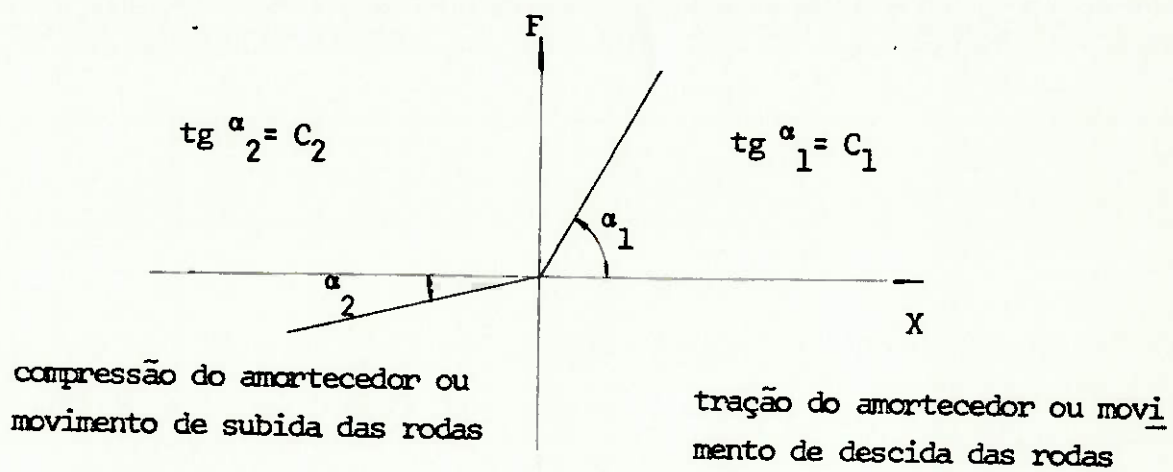
O conceito de deformação efetiva é usado quando desejamos comparar o sistema de suspensão de dois ou mais carros de classes de pesos diferentes. Dois veículos com pesos diferentes deverão ter coeficiente de mola também diferente para produzir a mesma deformação efetiva.

1.4 - Amortecedores

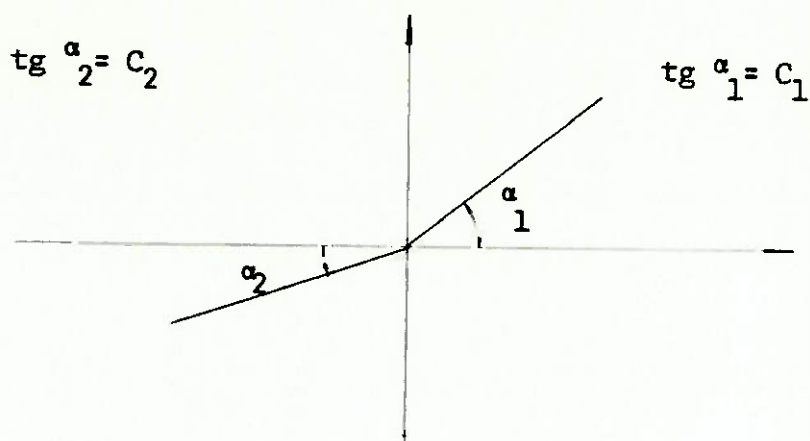
Para melhorar o efeito de isolamento de um sistema de suspensão, além da escolha correta do coeficiente de mola, é fundamental a determinação dos amortecedores a serem utilizados. Podemos dizer que a melhoria no aspecto do amortecimento dos sistemas de suspensão, principalmente através dos amortecedores, é de fundamental importância não só para o conforto, como também para a estabilidade, dirigibilidade e segurança do veículo.

Os amortecedores são elementos que dissipam energia e sua função no sistema de suspensão de um veículo é amortecer as oscilações da massa suspensa, as vibrações da massa não suspensa e qualquer outro impacto transmitido ao veículo pelo solo.

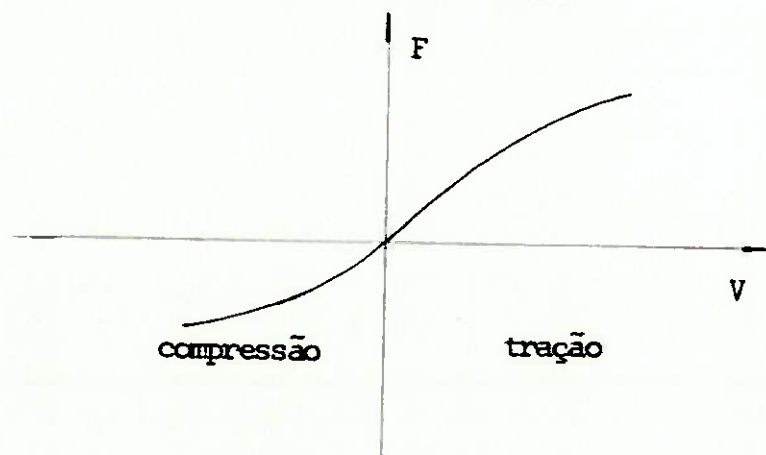
Antigamente acreditava-se que uma alta relação entre o coeficiente de amortecimento para movimento de descida da roda do veículo e o movimento de subida da roda do veículo deveria ser a característica fundamental de um sistema de suspensão e garantida pelo elemento amortecedor.



a - Características dos amortecedores antigos



b - Características dos amortecedores modernos



c - Característica dos amortecedores reais

Figura 4 - Relação entre amortecimento nos movimentos de subida e descida das rodas

Com a utilização de coeficientes de mola mais baixos para a maioria dos sistemas de suspensão a velocidade do movimento das rodas aumentaram e a resistência à compressão também foi aumentada para prevenir e/ou limitar os impactos transmitidos.

O que acontece realmente nos veículos americanos de passeio é a utilização de amortecedores com coeficiente de amortecimento levemente maior para o movimento de tração do amortecedor em relação ao movimento de compressão.

Ainda deve ser notado que na realidade o coeficiente de amortecimento varia ao longo do curso do amortecedor. Isto torna o elemento não linear. O coeficiente de amortecimento vai diminuindo à medida que a velocidade de compressão ou distensão aumenta (fig. 4). Isto é feito para transmitir menos esforço ao chassis, uma vez que para maiores velocidades do elemento amortecedor é esperado que as molas sejam razoavelmente deformadas causando relativo acréscimo de esforço ao chassis. Assim a isolação da massa suspensa será mais efetiva, pois para altas velocidades de distensão e compressão do amortecedor estaremos na região de ω/ω_n à direita no gráfico de isolação da fig. 2.

Continuaremos a admitir aqui para efeito de análise que os amortecedores têm comportamento linear viscoso onde as forças são proporcionais à velocidade. Embora isto não seja real os resultados são satisfatórios.

Descrevendo a equação diferencial que representa o sistema de - suspensão (fig. 1) e desconsiderando o sinal imposto pelo perfil do solo temos:

$$M \ddot{x} + c \dot{x} + K_s x = 0$$

X

Supondo que a solução seja da forma

$$x = e^{st}$$

XI

onde s é a constante a ser determinada, ou seja, s é auto-valor.

Substituindo XI em X temos:

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2M}\right)^2 - \frac{K_S}{M}}$$

XII

Três condições podem ocorrer.

a - O radical acima é um número real. Neste caso o movimento da massa suspensa não é harmônico.

b - O radical é um número imaginário. Neste caso temos uma solução harmônica para a equação diferencial.

c - O radical é zero. O coeficiente de amortecimento neste caso torna-se crítico e temos:

$$\left(\frac{c_c}{2M}\right)^2 - \frac{K_S}{M} = 0$$

$$c_c = 2M \cdot \sqrt{\frac{K_S}{M}}$$

$$c_c = 2 \cdot M \cdot \omega_n$$

XIII

Esta é a definição de amortecimento crítico.

O amortecimento usado nos carros de passageiros é aproximadamente 25% do amortecimento crítico. Ou, em outras palavras, o fator de amortecimento (ζ) é:

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = 0,25$$

XIV

O amortecimento crítico baseado no movimento da massa suspensa M é

$$(c_c)_M = 2 M \omega_{nM} = 2 M \cdot \sqrt{\frac{K_s}{M}} \quad \text{XV}$$

onde K_s representa o coeficiente total de mola do sistema de suspensão que é uma combinação do coeficiente de mola do pneu K_p e o coeficiente da mola da suspensão K . (fig. 2).

$$K_s = \frac{K \cdot K_p}{K + K_p}$$

O amortecimento crítico baseado no movimento da massa não suspensa é obtido como:

$$(c_c)_m = 2 \cdot m \cdot \omega_{nm} = 2 m \cdot \sqrt{\frac{K_p + K}{m}}$$

m é o valor da massa não suspensa

Aqui utilizamos o valor $K_p + K$ pois a massa não suspensa vibra entre o pneu e a mola da suspensão. Ou seja, as molas são combinadas em paralelo.

A condição de amortecimento ótimo somente será obtida quando o amortecedor causar a mesma magnitude de amortecimento para o movimento da massa suspensa e para o movimento da massa não suspensa. Ou seja, o amortecimento crítico baseado na massa suspensa e na massa não suspensa devem ser iguais. Logo deveremos ajustar os valores de m , M , K_p e K para conseguirmos a condição acima.

1.5 - Buchas de borracha

Embuchamento de borracha tem sido utilizado largamente nas articulações das barras dos sistemas de suspensão.

Uma bucha de borracha consiste de um pequeno cilindro de borracha vazado no seu interior e revestido externa e internamente por metal. (fig. 5).

A borracha é aderida ao contorno metálico e qualquer borracha - sintética ou natural pode ser usada com sucesso.

As propriedades da bucha variam conforme o composto utilizado, a maneira de fabricação e o formato da bucha.

Estas buchas têm além da rigidez torcional, rigidez vertical e longitudinal.

A dureza da borracha utilizada está entre 30 e 70 shore A.

A utilização de buchas de borrachas nas articulações das barras da suspensão oferecem as seguintes vantagens:

- 1 - Reduz o atrito metálico uma vez que o movimento de deslizamento fica substituído pelo movimento de deformação angular da borracha. Assim consegue-se reduzir as vibrações de alta frequência (aspereza do movimento) e ainda eliminar-se a necessidade de lubrificação.
- 2 - Devido a borracha ser um material com alto grau de amortecimento interno (histerese) em comparação com outros materiais estruturais há a redução do nível de ruído e chiado do veículo.
- 3 - Falhas devido ao impacto são reduzidas.

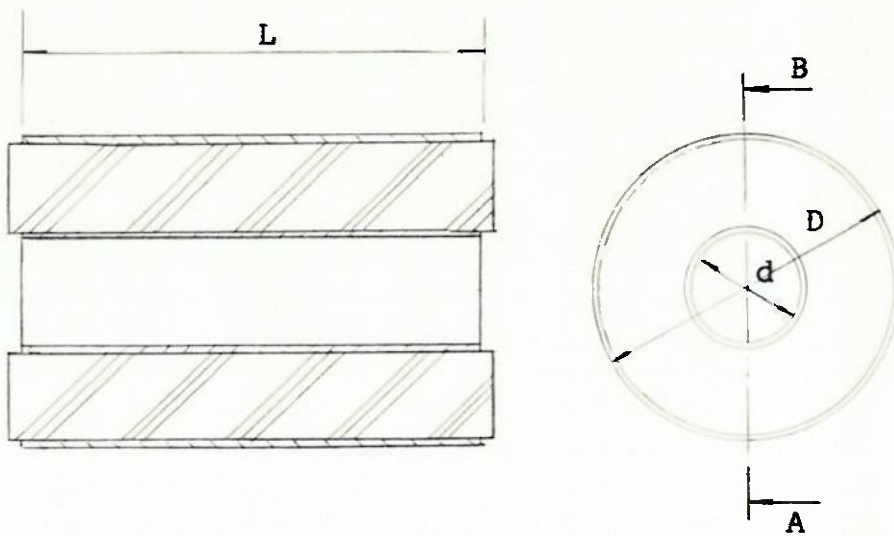


Figura 5 - Bucha de borracha

4 - O uso de buchas nas barras da suspensão reduz os movimentos oscilatórios das rodas.

1.6 - Molas pneumáticas para suspensão

A aplicação de molas pneumáticas às suspensões veiculares vem se desenvolvendo nos últimos trinta anos. A grande aplicação destes dispositivos é feita em ônibus, caminhões e semi-reboques. O seu uso tem aumentado devido a sua característica de diminuir o choque proveniente das irregularidades do solo e proporcionar maior isolamento do veículo destas irregularidades através da diminuição da vibração transmitida à estrutura do veículo.

A câmara pneumática é construída em geral de duas camadas de borracha com encordoamento semelhante à fabricação de pneus.

Existem 2 tipos básicos: o convoluted e o reversible sleeve - fig. 6 e 7.

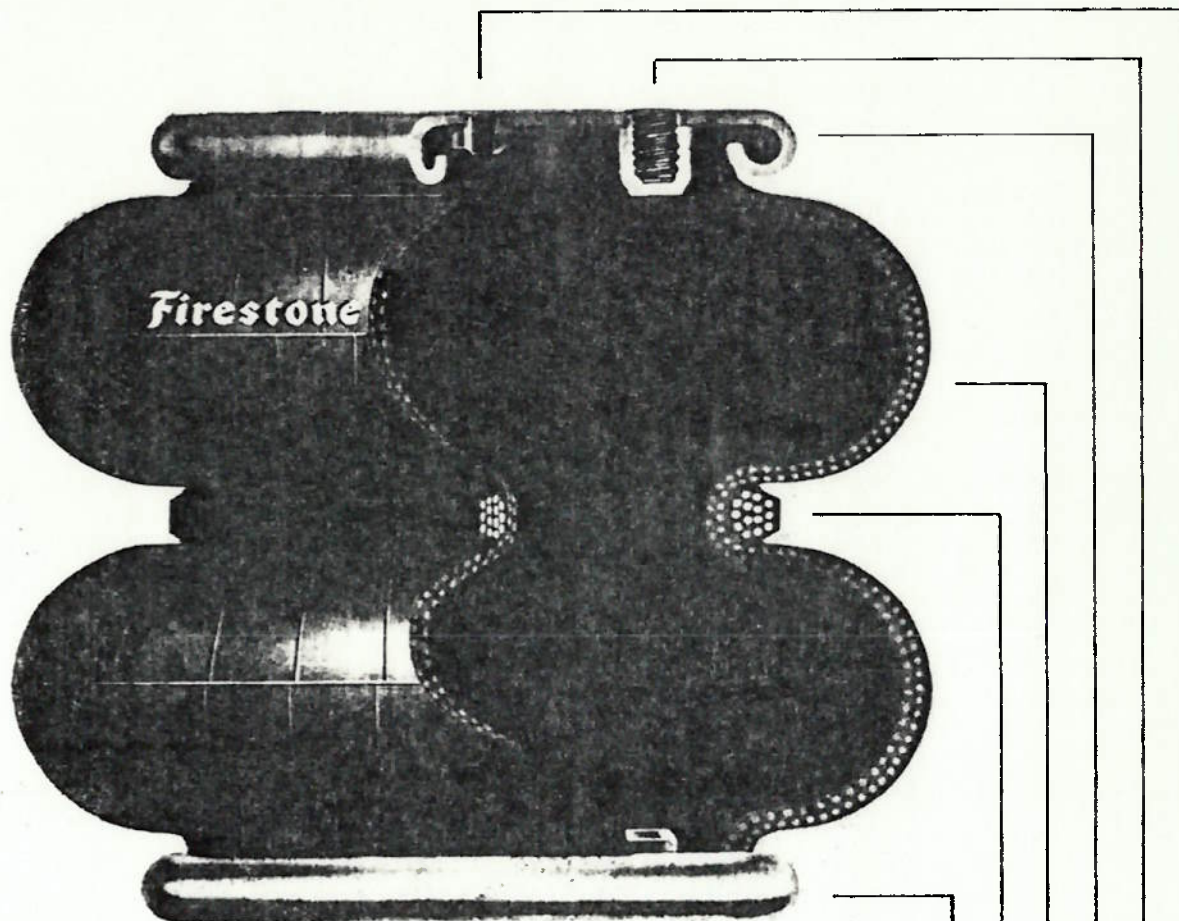
O tipo reversible sleeve apresenta menor frequência de vibração em comparação com o tipo convoluted quando aplicados ao mesmo caso.

A característica de uma mola pneumática é que o seu coeficiente de mola é completamente variável.

Quando o balão está completamente distendido e quando está bastante comprimido o coeficiente de mola é relativamente alto. Quando o balão está no seu comprimento médio, ele tem baixo coeficiente de mola. Esta posição corresponde à posição estática da carga ou posição de projeto. (fig. 8).

A massa de ar no interior do balão permanece constante durante as oscilações do mesmo e a transformação a que esta massa de ar é submeti-

Convolutated Style



- LOWER BEAD PLATE**..... CRIMPED ON AIR TIGHT ASSEMBLY. USUALLY THE SAME AS THE UPPER PLATE. EXCEPT FOR AIR FITTING. ILLUSTRATION SHOWS BLIND NUTS, (THREADED HOLES).
- GIRDLE HOOP**..... WIRE WOUND, MOLDED IN TYPE ILLUSTRATED, MAY BE SOLID STEEL, LOOSE RING.
- AIRMOUNT / AIRSTROKE BELLOWS**..... CONSTRUCTED FROM TWO OR FOUR PLYS OF FABRIC REINFORCED ELASTOMER.
- UPPER BEAD PLATE**..... CRIMPED ON AIR TIGHT ASSEMBLY. NORMALLY THE SAME AS BOTTOM PLATE EXCEPT FOR AIR FITTING, WHICH IS LOCATED IN THE TOP PLATE ONLY ON MOST PARTS.
- BLIND NUT**..... USED FOR MOUNTING PART - MAY BE ADAPTED TO A STUD USING A STUD ADAPTER.
- AIR FITTING**..... 1/4 OR 3/4 NPTF

Figura 6 - Mola pneumática tipo Convolutated

Reversible Sleeve Style

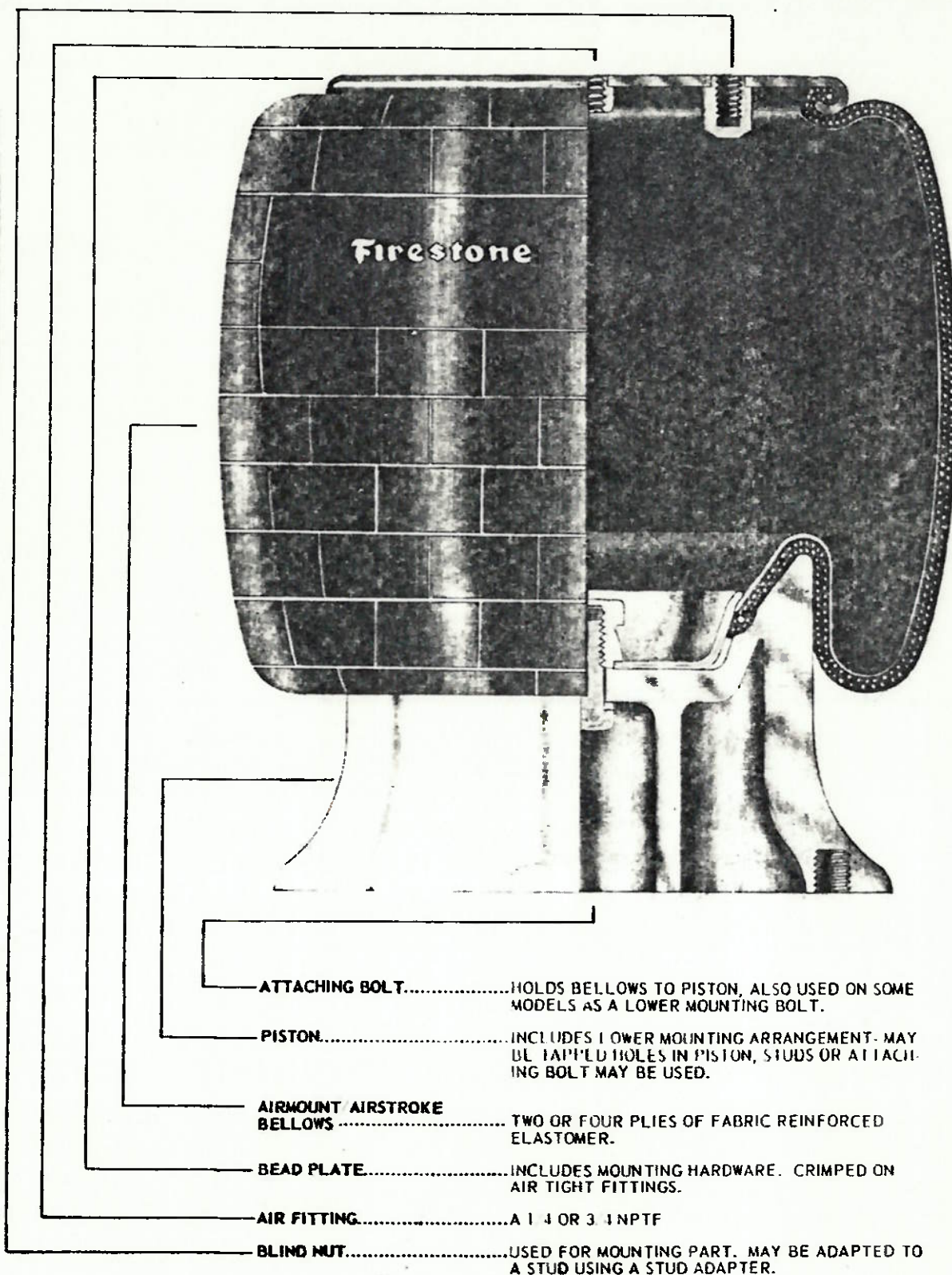


Figura 7 - Mola pneumática tipo Reversible Sleeve

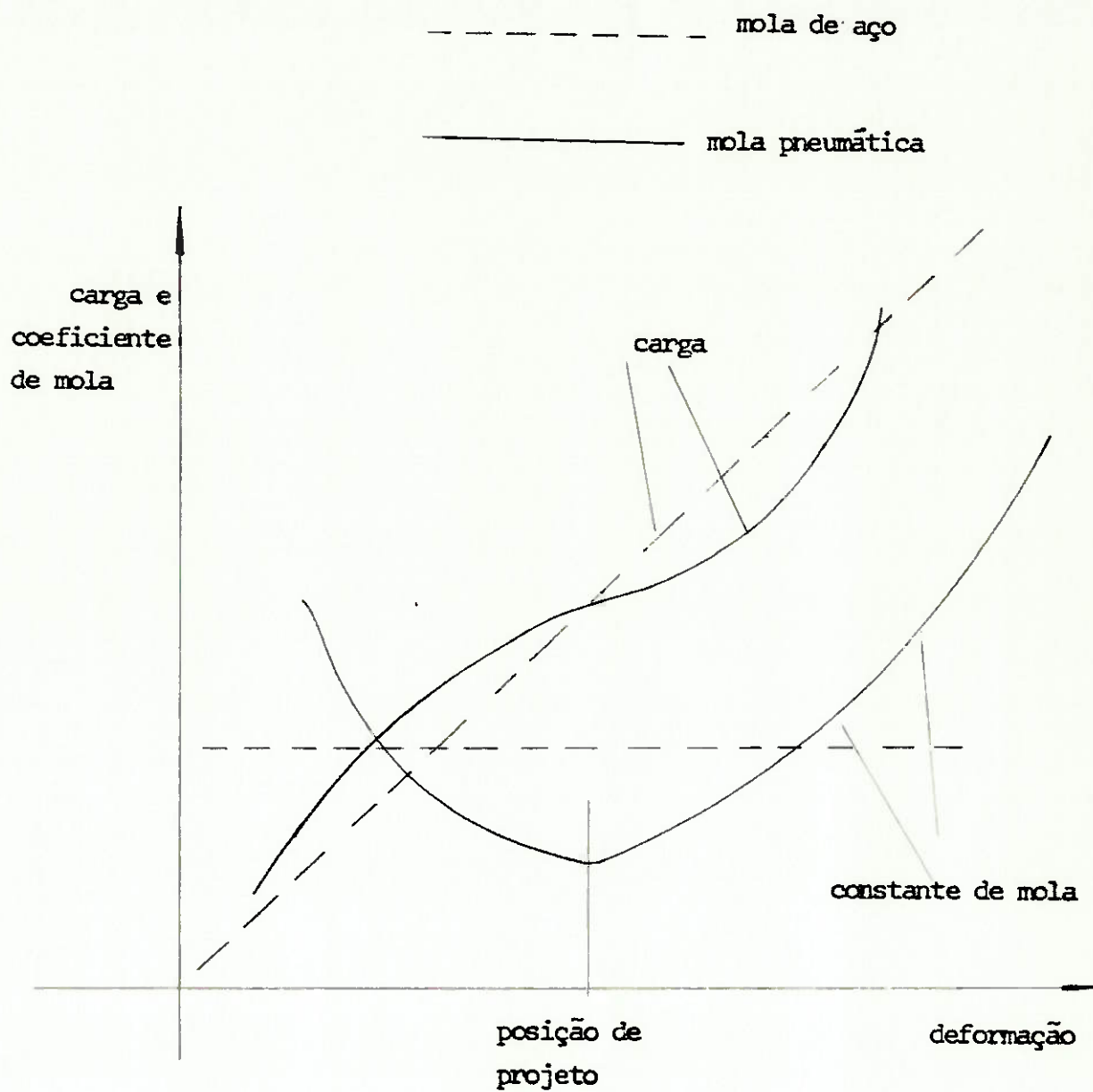


Figura 8 - Comparação entre característica de uma mola pneumática e uma mola de aço

da é praticamente adiabática. Assim ao ser comprimido o volume do ar no interior do balão diminui e sua pressão se eleva baseado na expressão de transformação politrópica. $P.V^n = \text{cte.}$

O alto valor do coeficiente de mola para grande comprimento do balão é devido ao fato que a parede do balão estufa tornando-o mais rígido. Para pequenos comprimentos a alta rigidez é explicada pelo aumento de pressão no interior do balão.

Ainda é possível tornar o balão pneumático mais macio diminuindo o coeficiente de molas e as cargas máximas através do acréscimo de um reservatório que trabalharia em conexão direta com o balão. Assim a massa de ar sujeita à transformação politrópica (quase adiabática) será maior e as pressões alcançadas serão menores.

Esta é uma maneira muito útil de controlar o coeficiente de mola de um balão pneumático.

A mola pneumática pode ainda trabalhar com várias cargas diferentes na mesma altura de projeto (posição estática do veículo). Para tanto, basta aumentarmos a pressão no interior do balão. No entanto, ao aumentarmos a pressão o coeficiente de mola também aumenta praticamente na mesma proporção em que aumenta a carga na posição de projeto. Isto faz com que a frequência natural do veículo permaneça a mesma para várias condições de lotação uma vez que:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad \text{e} \quad M = \frac{\text{Peso}}{g}$$

Para garantir esta condição de mesma frequência é necessário que a mola pneumática permaneça com seu comprimento dentro da posição de projeto. Para tanto utiliza-se uma válvula de nível que realiza esta função a

Firestone Airmount® Airstroke®

NUMBER
IT14F-2

EXAMPLES OF DYNAMIC CHARACTERISTICS			
DESIGN HEIGHT - 10 IN.	VOLUME- 314 IN. ³		
PRESSURE - PSIG	40	60	80
LOAD - lbs.	1200	1900	2550
RATE - lbs./in.	240	373	498
FREQUENCY - cpm	84	83	83

IT14F-2 STATIC DATA RECOMMENDED STATIC PRESSURE 20 TO 100 PSIG AT DESIGN HEIGHT

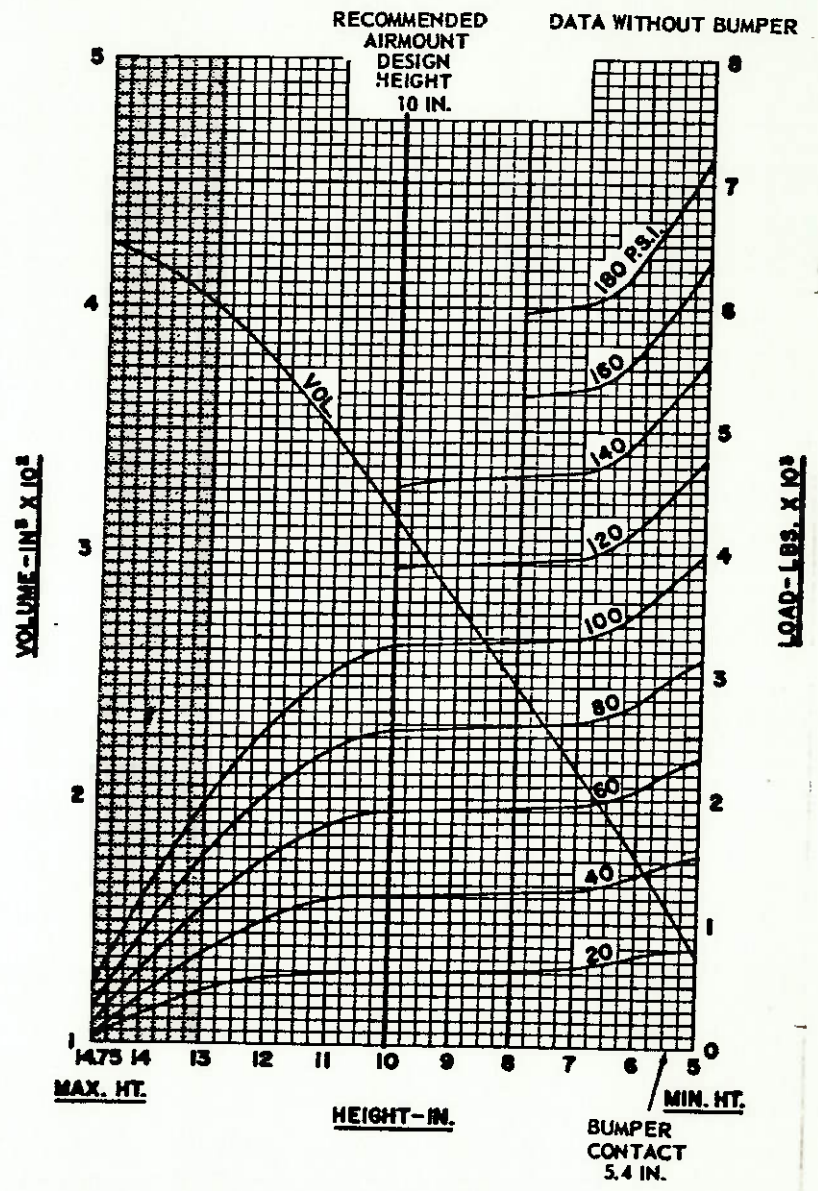
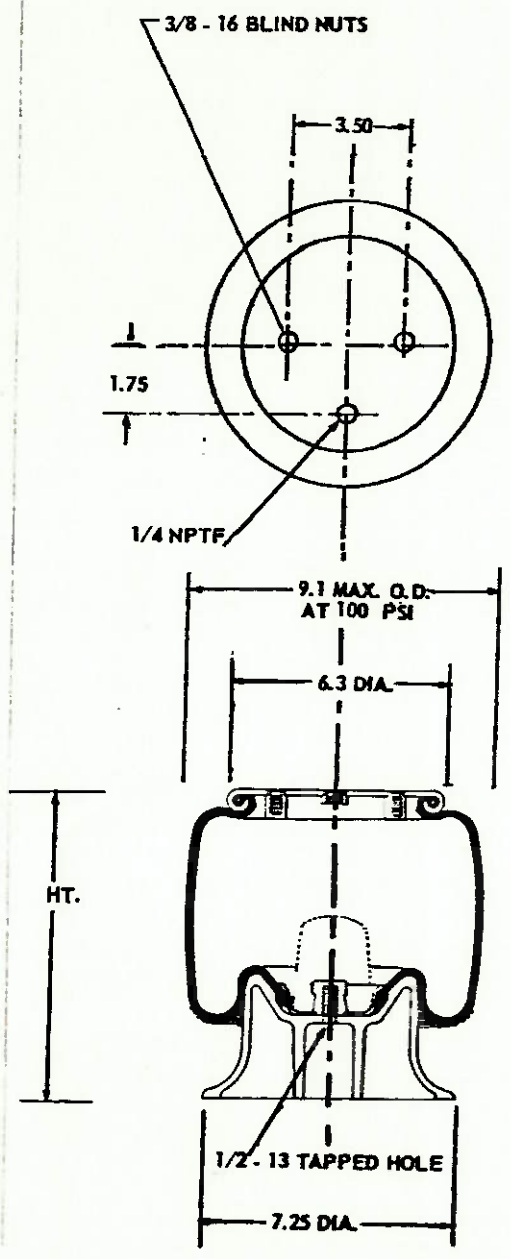


Figura 9 - Curva estática de uma mola pneumática

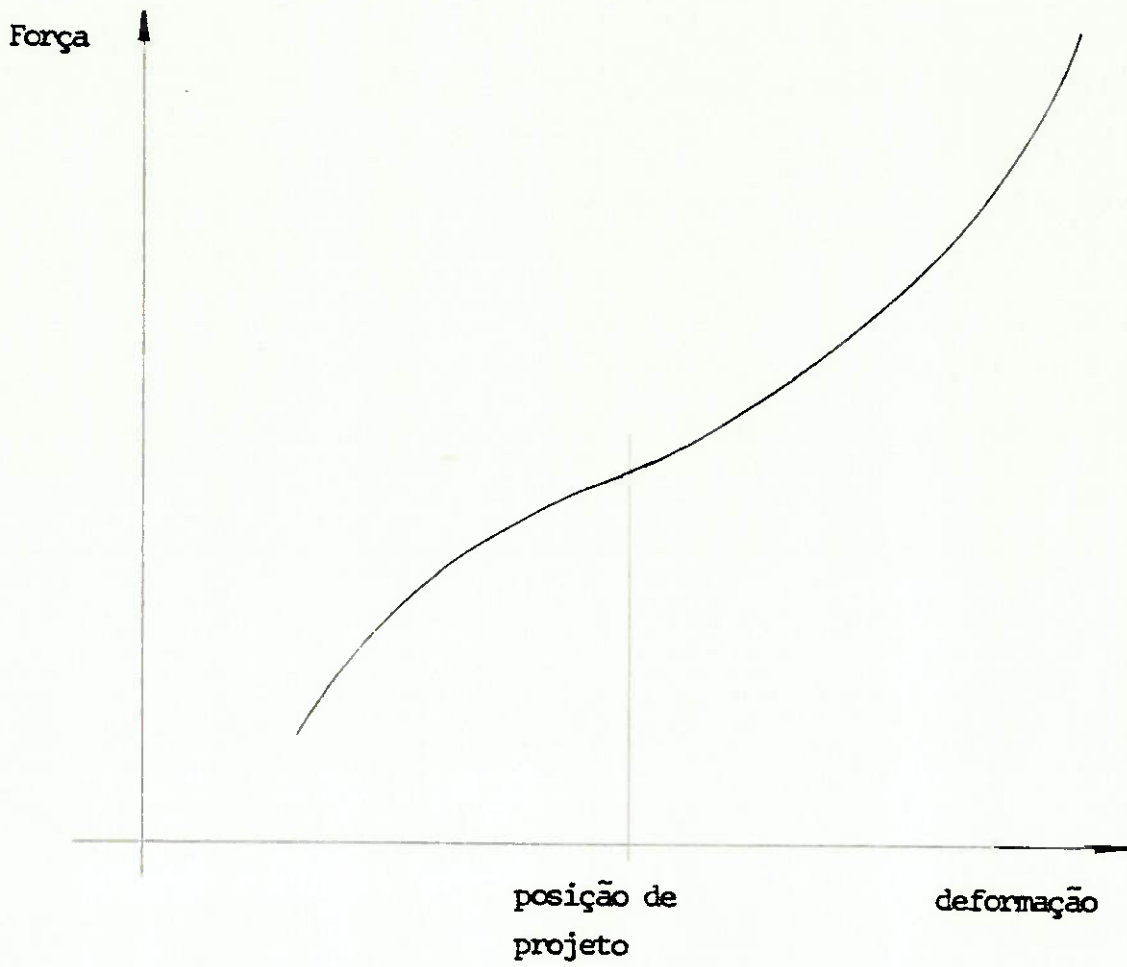


Figura 10 - Curva dinâmica de uma mola pneumática

través do controle da pressão no interior do balão. Além de garantir a mesma frequência natural este procedimento garante que a altura do veículo em relação ao solo permaneça constante.

A mola pneumática caracteriza-se também por permitir a constru - ção de sistemas com frequência natural muito baixa, normalmente 1 Hz ou ain da menores através da inclusão de um reservatório para aumentar a massa de ar sob transformação termodinâmica. No caso de molas de aço tradicional seria necessário um grande espaço de montagem devido ao elevado comprimen to da mola para produzir baixo coeficiente de mola.

Além das características ditas acima a mola pneumática possui um amortecimento intrínseco com um valor do coeficiente de amortecimento crítico variando entre $\zeta = 0,05$ a $0,1$.

CAPÍTULO 2 - O MOVIMENTO DE UM VEÍCULO
SOBRE A INFLUÊNCIA DO SISTEMA DE SUSPENSÃO

2.1 - O modelo a ser adotado

Qualquer corpo rígido livre para se mover no espaço necessita de seis coordenadas para descrever completamente seu movimento.

Como um veículo em geral tem 3 tipos de massas (a própria massa do corpo do veículo, ou seja a massa suspensa, e as massas não suspensas, dianteira e traseira) e oito molas (4 molas do sistema de suspensão e mais quatro pneus). Seu movimento torna-se muito complexo com muitos graus de liberdade. Na realidade 18 equações diferenciais são necessárias para descrever o movimento global do veículo.

Se desejarmos verificar corretamente o conforto humano sobre determinadas condições, devemos incluir as massas dos passageiros e as correspondentes constantes de mola dos assentos. Ainda devemos considerar que as curvas de mola e amortecedor não são lineares.

A ferramenta ideal para resolver um problema de dinâmica tão complexo é um computador analógico, porém um computador digital é de grande valia, principalmente hoje em dia quando estes estão se desenvolvendo cada vez mais.

Molas e amortecedores não lineares são usados muito frequentemente em projeto de suspensão por causa de sua variação na curva característica que as tornam muito apropriadas para a isolação do veículo das grandes cargas impostas nos pneus.

Isto é aplicado principalmente em projeto de suspensão de caminhões e ônibus.

Façamos agora um estudo do movimento do automóvel.

Para simplificar faremos uma análise bidimensional. Esta simplificação é justificada (fig. 1) uma vez que estamos interessados no aspecto dinâmico sob o qual um passageiro estará sujeito e não nos preocupamos com a estabilidade e o controle do veículo.

Com estas simplificações temos agora um sistema com quatro graus de liberdade.

Vejamos algumas definições.

K_s = coeficiente de mola da suspensão, é igual à carga no centro da roda quando o seu deslocamento for unitário.

K_p = coeficiente de mola do pneu.

K = coeficiente de mola em relação à massa suspensa. É igual à carga aplicada ao pneu, dividido pelo deslocamento relativo entre esta massa e o pneu.

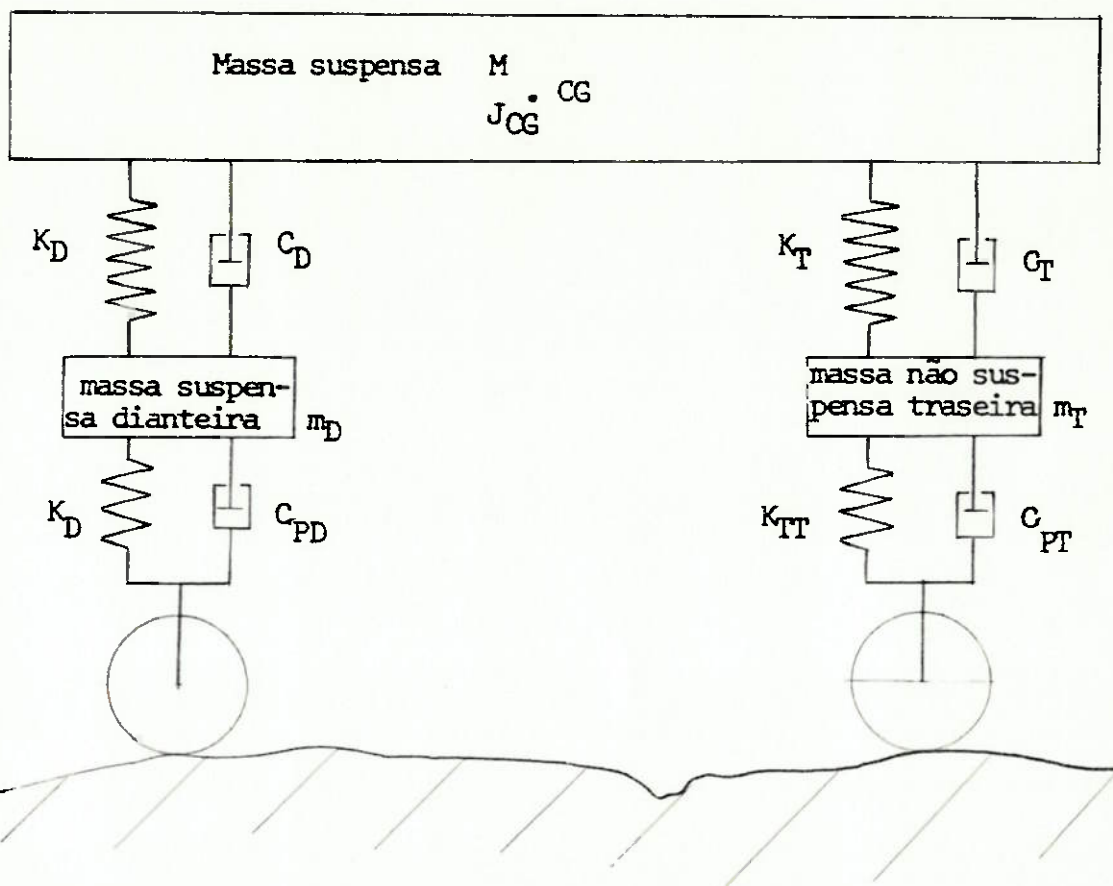
K_M = coeficiente da mola utilizada. Assim num sistema de suspensão temos uma combinação em série de duas molas (fig.2)

Portanto:

$$\frac{1}{K_s} = \frac{1}{K_p} + \frac{1}{K} \qquad K_s = \frac{K_p \cdot K}{K_p + K}$$

Montemos agora o diagrama de corpo livre do sistema (fig.3).

Aplicando o princípio fundamental da dinâmica a cada um dos corpos podemos obter as equações diferenciais que descrevem o movimento. Porém não apresentaremos estas equações aqui. O mais importante é apresentar a característica de cada aspecto do movimento através de suas respectivas frequências naturais.



Os coeficientes de mola são as combinações dos respectivos coeficientes de mola das suspensões do lado direito e esquerdo do veículo, tanto para suspensão dianteira como traseira. O mesmo princípio se aplica para as constantes de amortecimento.

Figura 1 - Modelagem de um veículo no plano

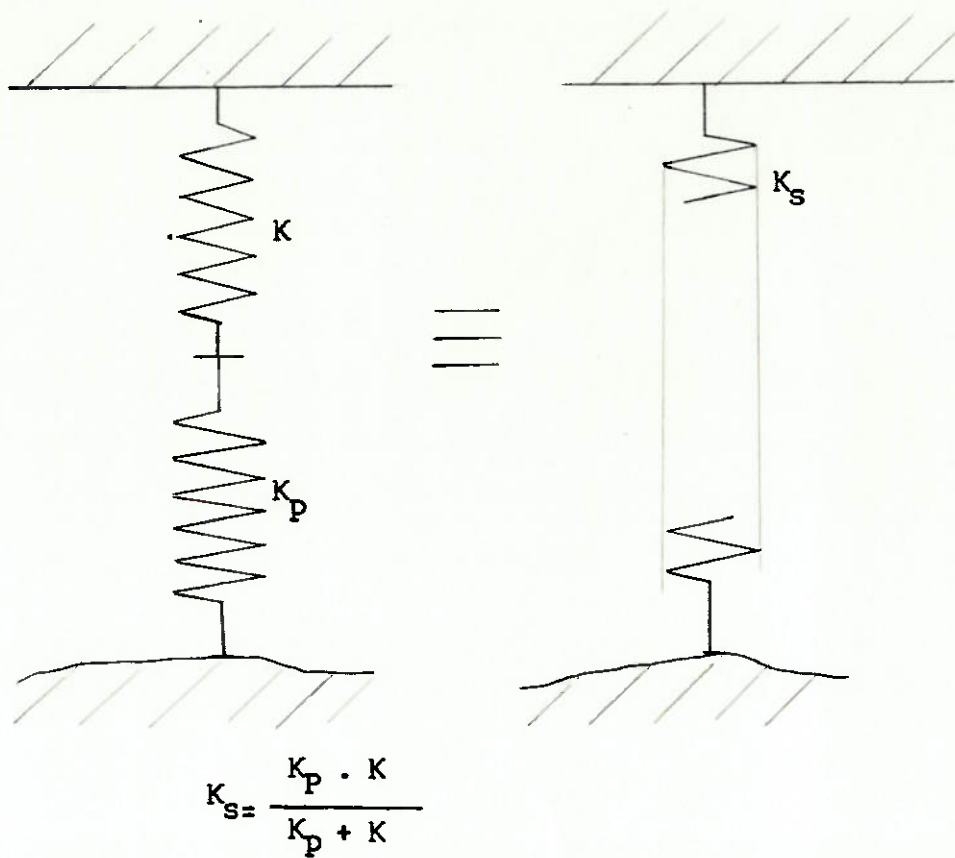


Figura 2 - Esquema das combinações dos coeficientes de mola numa suspensão

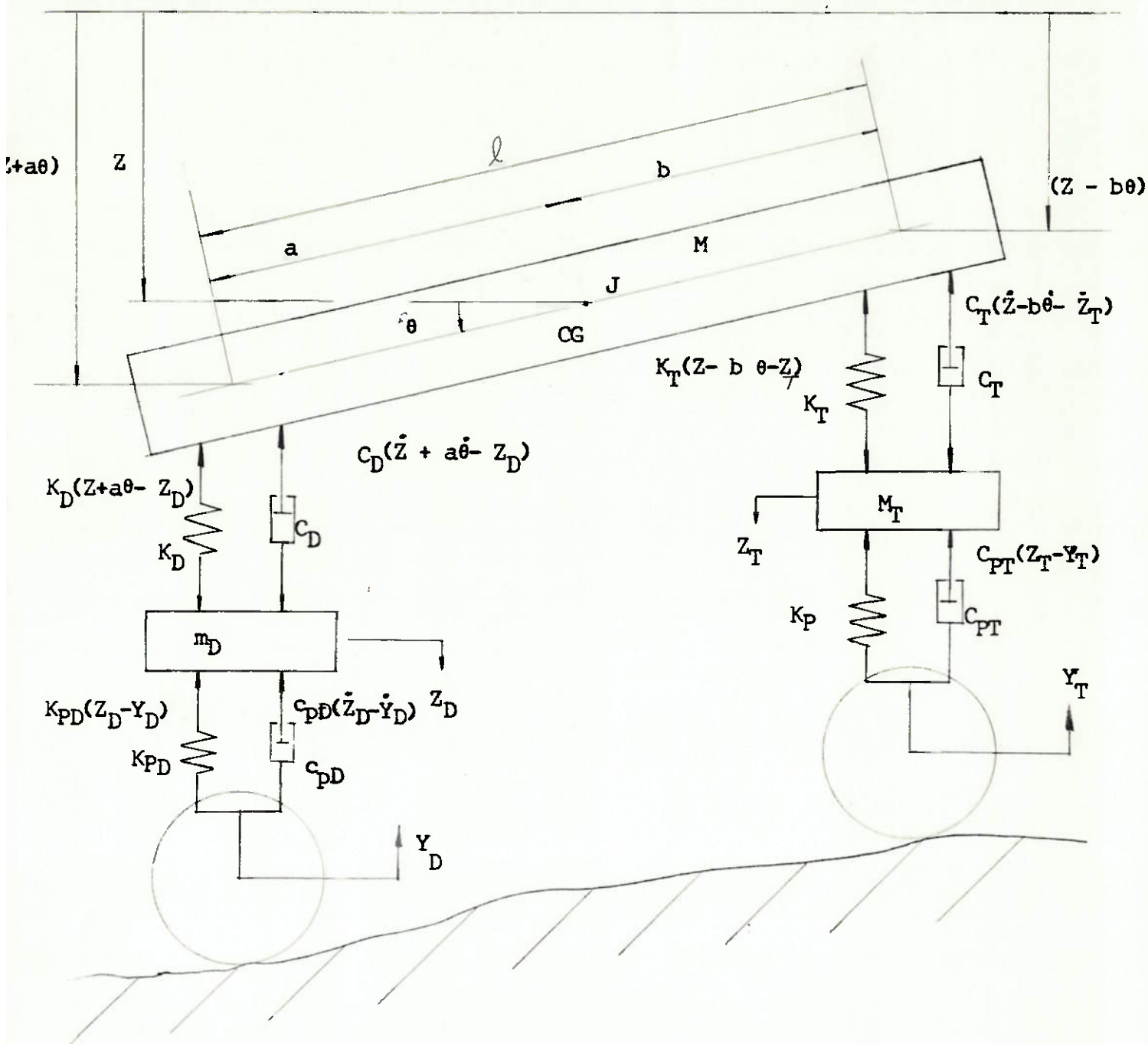


Figura 3 - Diagrama de corpo livre das massas suspensa e não suspensa

2.2 - Frequências de vibração do sistema não acoplado

Considerando o sistema sem amortecimento e sem estar acoplado aos outros elementos temos:

Frequência natural de vibração vertical da massa suspensa

$$\omega_M = \sqrt{\frac{K_{SD} + K_{ST}}{M}}$$

Frequência natural de vibração vertical da massa não suspensa di-
anteira

$$\omega_{mD} = \sqrt{\frac{K_D + K_{PD}}{m_D}}$$

Frequência natural de vibração vertical da massa não suspensa tra-
seira

$$\omega_{mT} = \sqrt{\frac{K_T + K_{PT}}{m_T}}$$

Frequência natural de balanço ou "galope" em torno do CG da massa
suspensa

$$\omega_{MB} = \sqrt{\frac{a^2 K_{SD} + b^2 K_{ST}}{J}}$$

Em geral para os veículos de passeio temos os seguintes valores de frequência natural:

- frequência natural de balanço e vibração vertical da massa suspensa ω_{MB} e ω_M aproximadamente igual a 1 Hz.
- frequência natural de vibração vertical das massas suspensas (ω_{mD} e ω_{mT}) aproximadamente igual a 10 Hz.

Como as frequências naturais das massas suspensas e não suspensas são muito distantes o movimento de uma não influencia o movimento de outra. Ou seja, podemos considerar independente o movimento das rodas e das massas suspensas.

Desta maneira se o veículo trafegar por uma estrada com uma velocidade tal que cause impactos nas rodas com frequência perto de 1 Hz o movimento da massa suspensa entrará na região de ressonância e sua amplitude será alta enquanto que as rodas pouco ou nada sentem este fenômeno. Já quando a frequência dos impactos for próximo de 10 Hz as rodas "pularão" bastante e a massa suspensa não sentirá este movimento por estar consideravelmente isolada para esta frequência. Assim verificamos que podemos considerar dois sistemas independentes. Um é a massa suspensa e o outro as massas não suspensa. Chamaremos o movimento da massa suspensa de primário e da massa não suspensa de secundário.

2.3 - Sistema primário

2.3.1 - O modelo físico

O sistema de 4 graus de liberdade da modelagem anterior pode ser reduzido para 2 graus de liberdade excluindo os movimentos das massas não suspensas (ver fig. 4).

O coeficiente de amortecimento dos pneus podem ser desprezados, uma vez que estes são muito pequenos.

O coeficiente de mola da suspensão, conforme descrito anteriormente, combina os efeitos dos coeficientes de mola do pneu e da massa suspensa.

Assim temos:

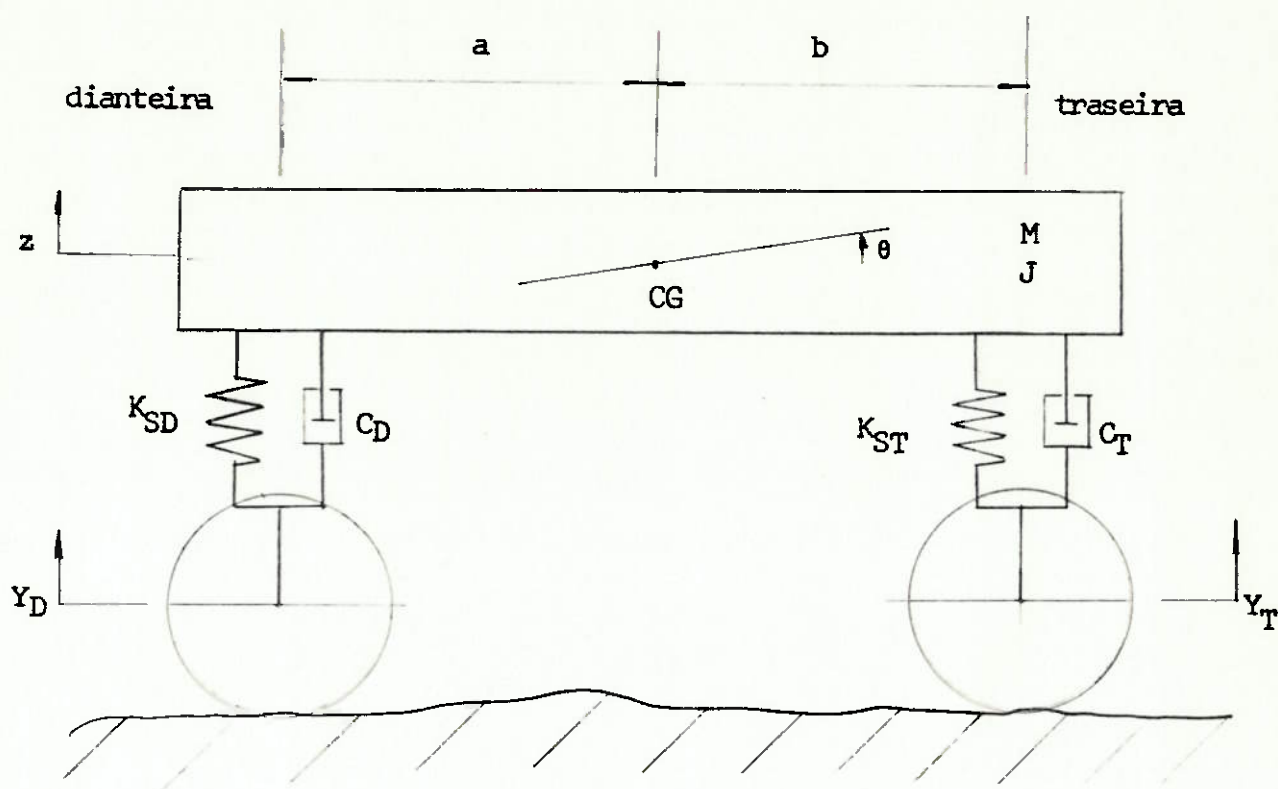


Figura 4 - Sistema primário - modelagem do veículo com 2 graus de liberdade

$$K_{SD} = \frac{K_{PD} \cdot K_{D_1}}{K_{PD} + K_{D_1}}$$

e

$$K_{ST} = \frac{K_{PT} \cdot K_{MT}}{K_{PT} + K_{MT}}$$

As equações do movimento podem ser escritas da seguinte forma:

$$z + \alpha z + \beta \theta = 0 \quad \text{I}$$

$$\theta + \gamma \theta + \frac{\beta}{r^2} z = 0 \quad \text{II}$$

onde

$$\alpha = \frac{K_{SD} + K_{ST}}{M} \quad \beta = \frac{a \cdot K_{SD} - b \cdot K_{ST}}{M}$$

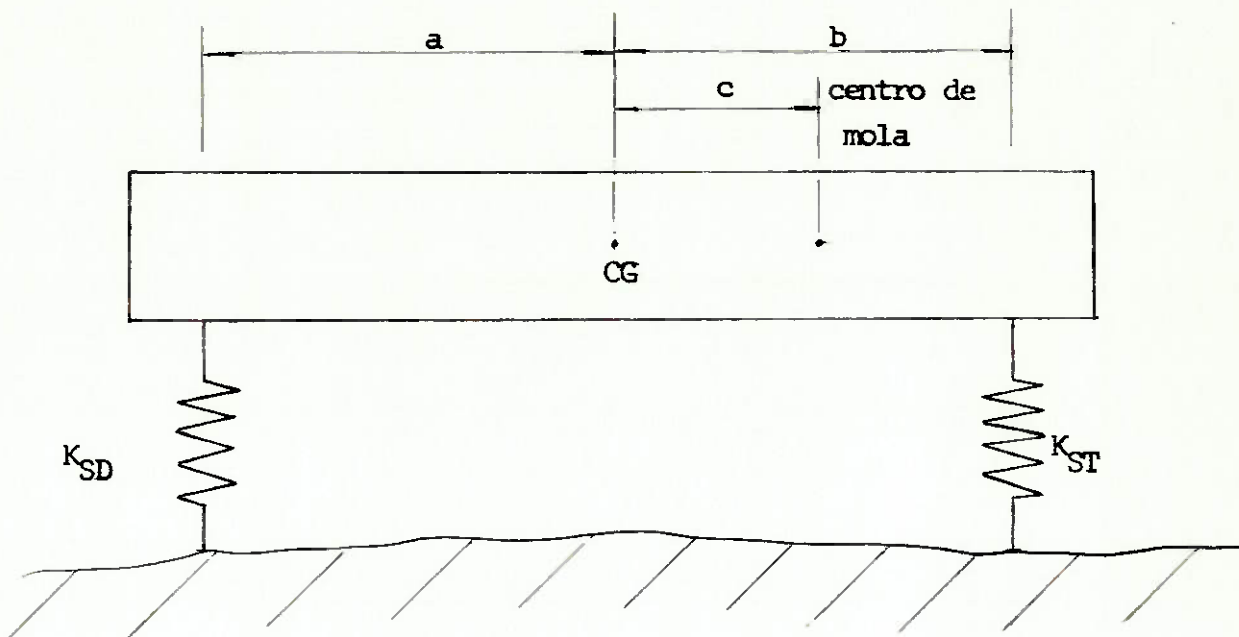
$$\gamma = \frac{a^2 K_{SD} + b^2 K_{ST}}{J} \quad \text{e } r^2 = \frac{J}{M}$$

Nestas equações foram desprezados os termos de atrito (coeficientes de amortecimento) por não exercerem grande influência, pois são relativamente pequenos.

Notemos que α , β e γ dependem do sistema em estudo.

O parâmetro α pode ser entendido como a relação entre a cte de mola de um ponto da massa suspensa e o valor da massa suspensa. Este ponto é denominado centro de mola. Uma força aplicada a este ponto produz deformações iguais nas molas dianteiras e traseiras, assim o movimento que é produzido permanece paralelo a sua posição inicial.

Podemos calcular a posição do centro de mola da seguinte maneira (fig. 5).



$$c = \frac{b \cdot K_{ST} - a \cdot K_{SD}}{K_{SD} + K_{ST}}$$

$$c = \frac{-\beta}{\alpha}$$

Figura 5 - Localização do centro de mola

Momento em relação ao centro de mola igual a zero

$$\Delta y \cdot K_{SD} \cdot (a + c) = \Delta y \cdot K_{ST} \cdot (b - c)$$

$$c = \frac{b K_{ST} - a K_{SD}}{K_{SD} + K_{ST}} = \frac{-\beta}{\alpha}$$

Qualquer momento aplicado ao veículo causará movimento de rotação em torno deste ponto.

O parâmetro γ representa a variação angular do movimento (momento dividido pelo ângulo) em relação ao C.G. dividido pelo seu momento polar de inércia em relação ao CG.

O parâmetro β representa a divisão entre a força vertical por unidade de massa suspensa aplicada ao C.G. e deslocamento angular causado neste ponto.

2.3.2 - Nós e frequências de vibração

Resolvendo as equações diferenciais I e II chegamos aos seguintes resultados:

$$z = Z \text{ sen } (\omega t) \text{ e } \theta = \theta \text{ sen } (\omega t)$$

$$\frac{Z}{\theta} = \frac{\beta}{(\omega^2 - \alpha) \left(\frac{\omega^2}{\alpha} - 1 \right)} = \frac{-c}{\alpha} \quad 1$$

e

$$\frac{Z}{\theta} = - \left(\frac{\gamma - \omega}{\beta} \right)^2 \cdot r^2 \quad 2$$

onde ω representa a frequência natural do sistema

Igualando duas expressões acima temos:

$$\omega^4 - (\alpha + \gamma)\omega^2 - \frac{\beta^2}{r^2} + \alpha \cdot \gamma = 0$$

As frequências são dadas por:

$$\omega_{1,2}^2 = \left(\frac{\alpha + \gamma}{2} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} (\alpha - \gamma)^2 + \frac{\beta^2}{r^2}}$$

Notemos que estas frequências referem-se ao sistema acoplado, ou seja, considerando o veículo como um todo e as mútuas influências.

Um dos valores da frequência refere-se ao movimento de balanço da massa suspensa, a outra refere-se ao movimento vertical.

As frequências calculadas pela fórmula (3) são ligeiramente diferentes do sistema não acoplado estudado anteriormente.

2.3.3 - Análise de parâmetros

Analiseemos alguns casos especiais para termos melhor entendimento do movimento do sistema primário.

2.3.3.1 - Sistema não acoplado

$$\beta = 0$$

As equações tornam-se:

$$\ddot{z} + \alpha z = 0$$

$$\ddot{\theta} + \gamma \theta = 0$$

Notamos que as duas equações são independentes, logo, o movimento de balanço e oscilação vertical pode existir independentemente. Isto ocorre porque o termo que fazia o acoplamento das equações β é igual a zero.

Assim temos:

$$b. K_{ST} = a. K_{SD}$$

e $c=0$

Assim o centro de mola coincide com o CG da massa suspensa.

Desta forma ao aplicarmos uma força vertical ao CG o deslocamento da massa é paralelo a sua posição inicial.

As frequências de vibração vertical é igual a:

$$\omega_M^2 = \frac{K_{SD} + K_{ST}}{M} = \frac{K_{SD}}{M \cdot \frac{b}{a+b}}$$

A frequência de balanço é:

$$\omega_{MB}^2 = \frac{a^2 K_{SD} + b^2 K_{ST}}{J} = \frac{K_{SD}}{M \cdot \frac{r^2}{a \cdot (a+b)}}$$

e temos:

$$\frac{\omega_M^2}{\omega_{MB}^2} = \frac{r^2}{a \cdot b}$$

onde:

r = raio de giração da massa suspensa em relação ao C.G.

Devemos observar que para melhor conforto é altamente desejável que haja independência entre os movimentos de balanço e oscilação vertical. No entanto, devemos notar que o caso que acabamos de estudar permite a independência dos movimentos somente se as forças ou momentos forem aplicados ao CG. Porém, as irregularidades do solo são transmitidas à massa suspensa através das rodas que estão localizadas perto das extremidades do veículo. Portanto, a força vertical aplicada a uma roda irá influenciar

o movimento da outra. Conseqüentemente haverá dependência entre os movimentos de balanço e vibração vertical.

2.3.3.2 - Sistemas independentes: movimento independente entre a suspensão dianteira e traseira

$$r^2 = a.b$$

Quando nós variamos as constantes de mola ou a distribuição de massa do sistema primário, nós também variamos as duas frequências e a localização dos seus respectivos nós. $\left(\frac{Z}{\theta}\right)$.

Quando fazemos

$$r^2 = a.b$$

então o centro de balanço permanecerá sobre uma mola e o centro de oscilação "vertical" sobre a outra. Isto ocorrerá para qualquer distribuição de peso ou combinação de molas. (ambos os movimentos são angulares).

A importância deste caso está no fato de que qualquer deslocamento imposto à roda dianteira de um veículo irá produzir um movimento de vibração da massa suspensa em torno da roda traseira sem afetar o movimento desta roda.

Os carros modernos são projetados para que o valor de $\frac{r^2}{a.b}$ permaneça perto de 1. Na realidade como existe amortecimento no sistema de suspensão o valor de $\frac{r^2}{a.b}$ fica entre 0,8 e 1.

Substituindo o valor de $r^2 = a.b$ na equação:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{\alpha + \gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\alpha - \gamma)^2 + \frac{\beta^2}{r^2}}$$

Chegamos ao seguinte:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K_{SD}}{M \cdot \frac{b}{l}}} \quad \text{e} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{K_{ST}}{M \cdot \frac{a}{l}}}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K_{SD}}{M_D}} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{K_{ST}}{M_T}}$$

onde $l = a + b$

M_D é a parcela da massa sobre a suspensão dianteira e M_T sobre a traseira.

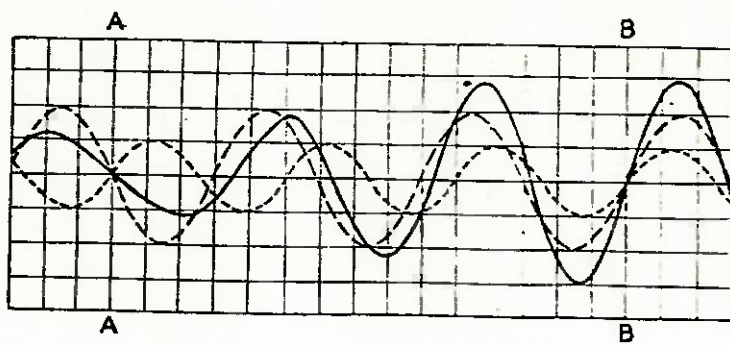
Adotando o valor de $r^2 = a \cdot b$ o sistema primário pode ser considerado como dois sistemas massa-mola separados, que vibram à frequência ω_1 , e ω_2 (suspensão dianteira e traseira). Ou seja, cada suspensão pode ser movimentada independente da outra.

2.3.3.3 - Movimento planar

Uma outra característica importante que tem melhorado as condições de conforto nos carros de passageiros é ajuste das duas suspensões para produzir movimento plano.

Testes de campo têm mostrado que para melhor conforto é necessário que o movimento mais lento da extremidade do veículo comece primeiro. Como os impactos devido às irregularidades do solo, são transmitidos primeiramente para as rodas dianteiras (o veículo está se deslocando avante), a frequência natural da suspensão dianteira deve ser menor do que a suspensão traseira.

A figura 6 ilustra este conceito.



----- movimento de vibração angular de cada suspensão

———— soma dos movimentos de cada suspensão

Figura 6 - Amplitude das suspensões após passarem por um obstáculo.
Condição de movimento planar

Vamos considerar que um impacto atinge a suspensão dianteira do veículo e esta começa a vibrar. Após um curto intervalo de tempo este impacto é aplicado à suspensão traseira.

Assim temos dois movimentos oscilatórios defasados. Notamos que logo após o veículo passar pelo obstáculo com as rodas traseiras, o movimento produzido no veículo é o pior possível. Isto ocorre, porque o balanço se torna máximo neste instante (oposição entre os deslocamentos das extremidades do veículo).

Porém, como podemos notar na figura, após 1 ciclo e meio de oscilação da suspensão traseira, ambas as extremidades do veículo começa a vibrar em fase e o movimento plano toma lugar até que o amortecimento das suspensões leve ao fim as oscilações.

Para o conforto dos passageiros é muito menos aborrecedor o movimento de vibração vertical plana do que o movimento de balanço.

Como diferentes velocidades e perfis de solo causam mudanças na resposta do veículo, a relação de frequência ótima deve ser obtida experimentalmente.

Os carros americanos têm sido construídos com o valor de frequência natural dianteira igual à 80% da frequência traseira. Utilizando este valor o centro de mola, fica localizado $\frac{1}{2}$ da distância entre eixos atrás do centro de gravidade.

10

Resumindo, o que analisamos até agora podemos dizer que:

- 1 - A relação $\frac{r^2}{a.b}$ normalmente se aproxima da unidade. Isto reduz a interação entre o movimento da suspensão dianteira e traseira, porque estas podem ser consideradas como dois sistemas massa-mola vibrando separadamente. Como consequência

o sistema de suspensão filtrará melhor o impacto do solo e permitirá que a frequência de balanço e vibração vertical sejam próximas.

- 2- A mola da suspensão dianteira deverá ser mais macia do que a traseira para permitir a condição de movimento planar do veículo. Isto fará com que sobre o veículo haja a predominância de movimento vertical sobre o movimento de balanço.

2.4 Sistema Secundário (massa não suspensa)

2.4.1 - Análise Global

Aqui abordaremos o movimento das massas não suspensas, a qual mencionamos anteriormente, para um melhor entendimento e apreciação do movimento e conforto do veículo.

Para a maioria dos carros nós notamos que as massas não suspensas têm frequências muito altas para influenciar o movimento da massa suspensa. Já foi dito anteriormente que a frequência do sistema secundário é aproximadamente 10 vezes a frequência do sistema primário.

Para discutir os vários graus de liberdade das massas não suspensas devemos considerar suspensão independente e suspensão com eixo rígido.

Para um sistema de suspensão independente a massa não suspensa (bandejas, molas, rodas, munhões, barra de direção e estabilizador) há somente dois graus de liberdade devido ao seu sistema de construção. Porém, para sistemas com suspensão de eixo rígido há 6 graus de liberdade, pois o eixo não tem nenhuma restrição a priori.

Assim, um eixo rígido pode ter oscilação transversal. vibração

transversal, rotação em torno do eixo que passa pelas rodas, rotação em torno da reta que passa pelo meio do eixo e é perpendicular ao plano horizontal e ainda vibrações verticais e horizontais (fig. 7).

Normalmente o valor destas frequências de oscilação estão muito perto uma das outras e há dependência entre dois ou mais destes movimentos. Por causa disto criam-se situações de difícil análise.

Assim, torna-se difícil prever o que acontecerá com o comportamento da suspensão durante a fase de projeto. Somente os testes de campo poderão detectar os problemas e ajudar-nos a resolvê-los.

Estudaremos adiante estes movimentos isoladamente.

Vibração das rodas no eixo vertical

Primeiramente devemos dizer que à velocidades normais as rodas entram em ressonância através das irregularidades do solo a comprimentos de onda menor do que a distância entre eixos. Isto ocorre devido à frequência natural da massa não suspensa estar perto de 10 Hz .

A fig. (8) mostra como o valor da massa não suspensa e a pressão dos pneus influenciam a vibração das rodas.

A relação X/Y representa a medida da isolação das vibrações transmitidas do solo para a massa não suspensa, e a relação R/V representa o período da função que descreve o perfil do solo.

Os picos das curvas na fig. (8) representam condições de ressonância da massa não suspensa que ocorre a diferentes períodos de onda.

A frequência natural para um sistema não amortecido e não acoplado que representa a massa não suspensa é calculado pela fórmula abaixo como mostrado anteriormente.

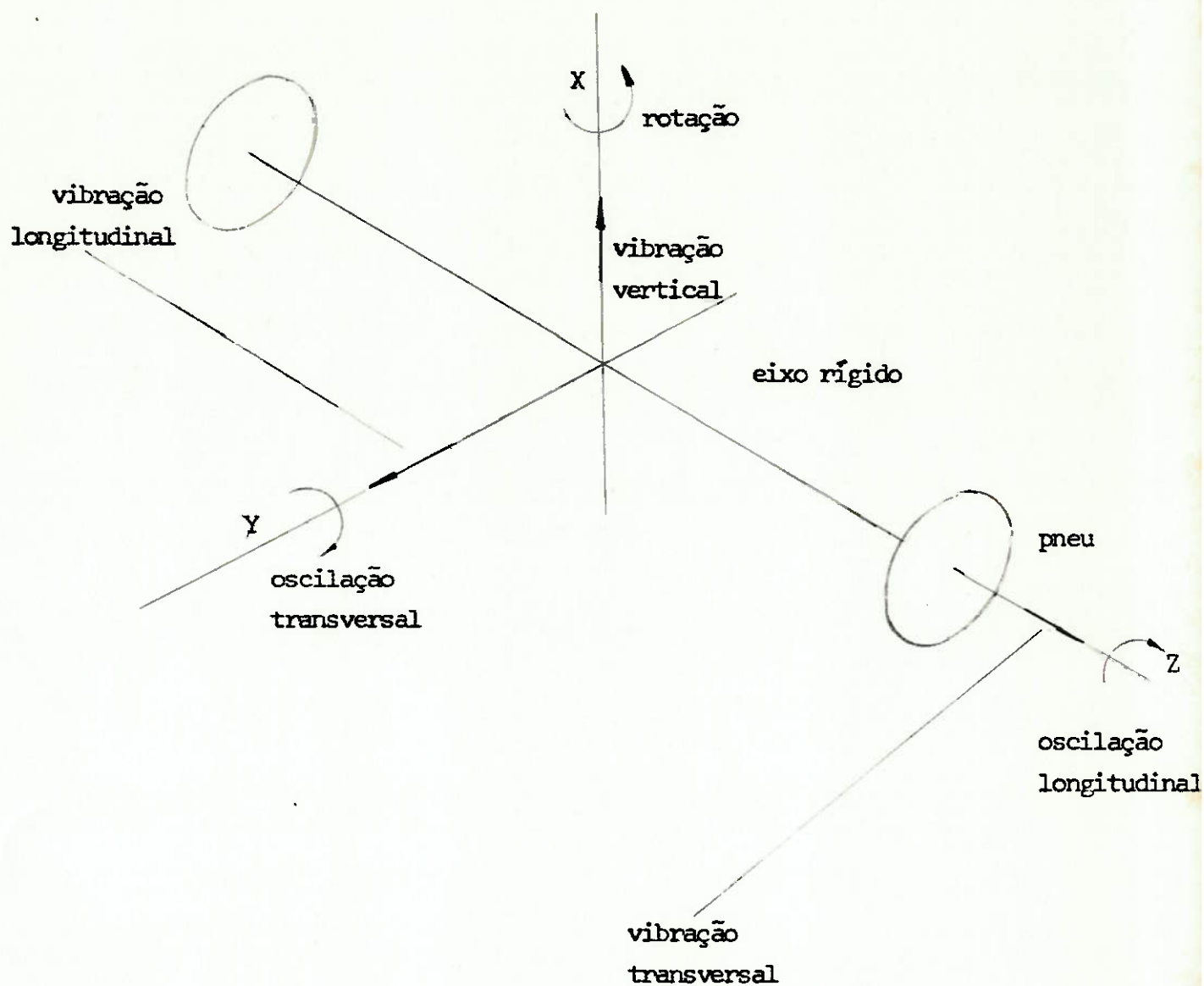
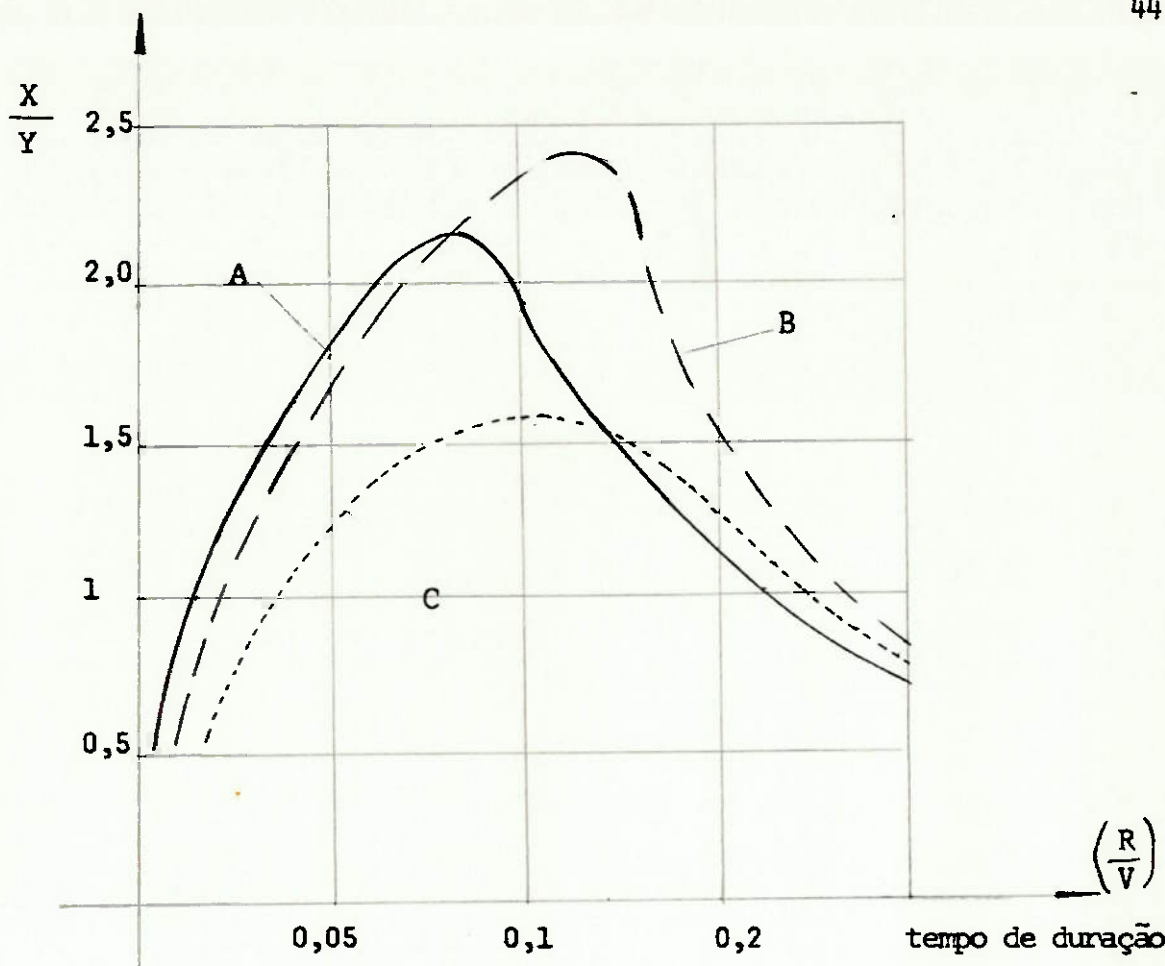


Figura 7 - Diferentes movimentos que um eixo rígido pode realizar



- A - médio valor de massa suspensa
- Pressão dos pneus 26 psig
- B - Aumento de 25 kg na massa suspensa
- Pressão dos pneus 26 psig
- C - médio valor de massa suspensa
- Pressão de 17 psi

tempo de duração da onda

R = comprimento de onda
V = velocidade do veículo

massa suspensa

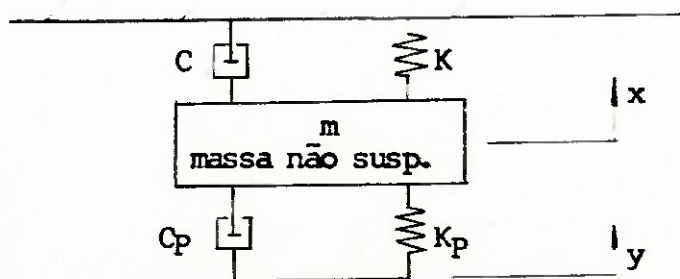


Figura 8 - Influência da massa não suspensa e pressão dos pneus no movimento de vibração das rodas

$$\omega_m = \sqrt{\frac{K + K_p}{m}}$$

e o período vale

$$\tau = \sqrt{\frac{m}{K + K_p}}$$

Aumentando a massa não suspensa m ou diminuindo a constante de mo-
la dos pneus K_p através da diminuição da pressão interna do pneu, a frequên-
cia natural diminui e aumenta-se o período de oscilação. Isto explica o des-
locamento do pico da curva B e C para a direita. Logo concluímos que compri-
mento de onda (perfil do solo) grande excitará mais sistemas com alto va-
lor de massa não suspensa e pneus macios. O mesmo resultado será obtido com
molas de suspensão macias.

As três curvas mostram que a isolação torna-se muito efetiva quan-
do o valor de R/V é muito baixo, ou seja, para alta velocidade e pequenos
comprimentos de onda. Isto ocorre, pois a massa não suspensa não encontra
tempo para iniciar as suas oscilações.

Por outro lado quando o inverso ocorrer, ou seja, R/V for muito
alto, a isolação não ocorrerá e o valor de X/Y permanecerá perto da unidade.

O amortecimento crítico é dado por:

$$c_c = 2 m \omega_0 = 2 \sqrt{m (K_p + K)}$$

e o fator de amortecimento crítico

$$\zeta = \frac{c}{c_c}$$

Assim, um aumento no valor de m causará o aumento do amortecimen-
to crítico e a diminuição do fator de amortecimento ζ .

Isto explica porque a amplitude máxima da curva B cresce, uma vez
que sabemos que a curva típica de isolação para o caso tem o aspecto mos-

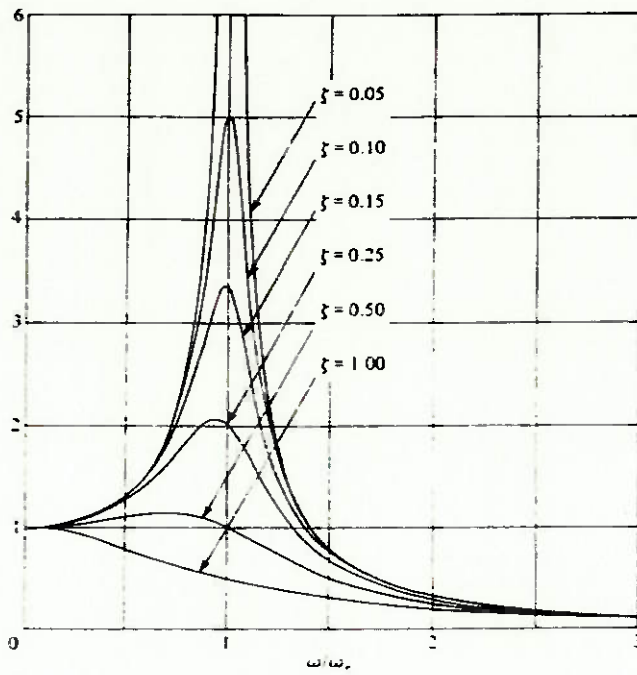


Figura 9 - Curva de isolamento para o sistema massa-mola da fig.
(8)

trado na fig. (9).

Da mesma maneira podemos explicar porque a curva C tem baixa amplitude máxima. Com uma menor pressão dos pneus a frequência natural torna-se mais baixa, o amortecimento crítico diminui também e o fator de amortecimento crítico ζ aumenta.

Existe um ponto na fig. 8 onde as curvas A e B se interceptam. À esquerda deste ponto a curva B tem valores de $\frac{X}{Y}$ menores que a curva A. Também para esta região as velocidades e acelerações são menores para a curva B, uma vez que a frequência natural da massa B é menor do que a frequência natural da massa não suspensa A, como pode ser facilmente observado. Isto significa menor esforço de inércia e menor força nos amortecedores e molas e menor esforço transmitido através do sistema de suspensão.

Para velocidades médias (50 km/h) o valor de $\frac{R}{V} < 0,08$ será obtido com pequeno valor de R. Logo o aumento da massa não suspensa pode suprimir os impactos da estrada para perfis de solo com pequeno comprimento de onda ($\frac{1}{3}$ da distância entre eixos).

Este tipo de solo é classificado como rugoso e o movimento das rodas resultante dos impactos sofridos neste terreno é identificado como o movimento áspero. Por isso um valor elevado ou médio de massa não suspensa com pneus pouco inflados tenderão a produzir um "movimento liso" do veículo para a condição de médias velocidades e estradas rugosas.

Por outro lado, a direita do ponto de intersecção entre A e B na fig. 8 a relação de amplitude da curva A é menor que a curva B o que indica que a isolamento em A é mais efetiva. Também para valores de $\frac{R}{V} > 0,12$ a curva A é melhor do que a curva C.

Esta oscilação comparada com a anterior ocorre a baixa frequência. Ela também pode durar mais e considerando o movimento das duas rodas de um

mesmo eixo notaremos a presença de vibração transversal.

Então, como conclusão, podemos dizer que um aumento da massa não suspensa do veículo aumentará as vibrações transversais e diminuirá as oscilações verticais (causadas pela "aspereza" do movimento das rodas).

As oscilações verticais poderão ser reduzidas aumentando o amortecimento da massa não suspensa. Porém, esta medida influenciará no amortecimento da massa principal também.

2.4.2 - Oscilação durante frenagem

Na vibração vertical das rodas supomos que a massa não suspensa vibra entre a mola do sistema de suspensão e o pneu.

Porém, em casos extremos o pneu poderá perder o contato com o solo, desta maneira somente a mola da suspensão está ativa. Como o coeficiente de mola do sistema diminui, a frequência de ressonância também diminui. Assim a condição de ressonância poderá ocorrer quando o veículo sofrer variação na frequência dos impactos do solo. Este fenômeno é conhecido como "fenômeno de pulo". Isto poderá causar violenta vibração vertical da roda se a suspensão não for corretamente projetada.

Vejamos um exemplo: Considere a fig. 10. Ela mostra a força que age num veículo durante a operação de frenagem.

Consideremos o sistema de suspensão através de uma barra imaginária $O I$ onde I é o centro instantâneo de rotação do mecanismo da suspensão.

No diagrama é mostrado o torque T_D aplicado pelo freio à roda dianteira e a carga $M.A. \frac{h}{l}$ transferido para a roda dianteira. Através do equilíbrio de momento em I chegamos a conclusão que:

$$\frac{T_D}{c} = M.A. \frac{h}{l}$$

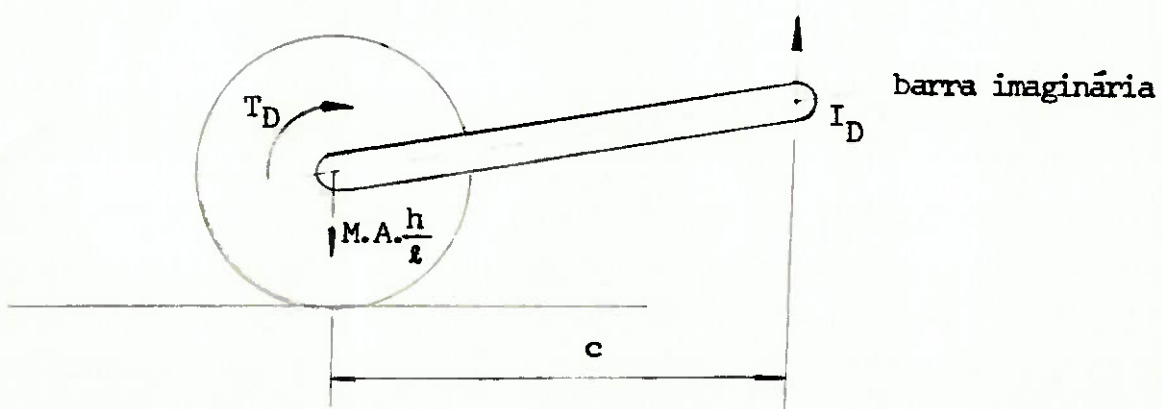
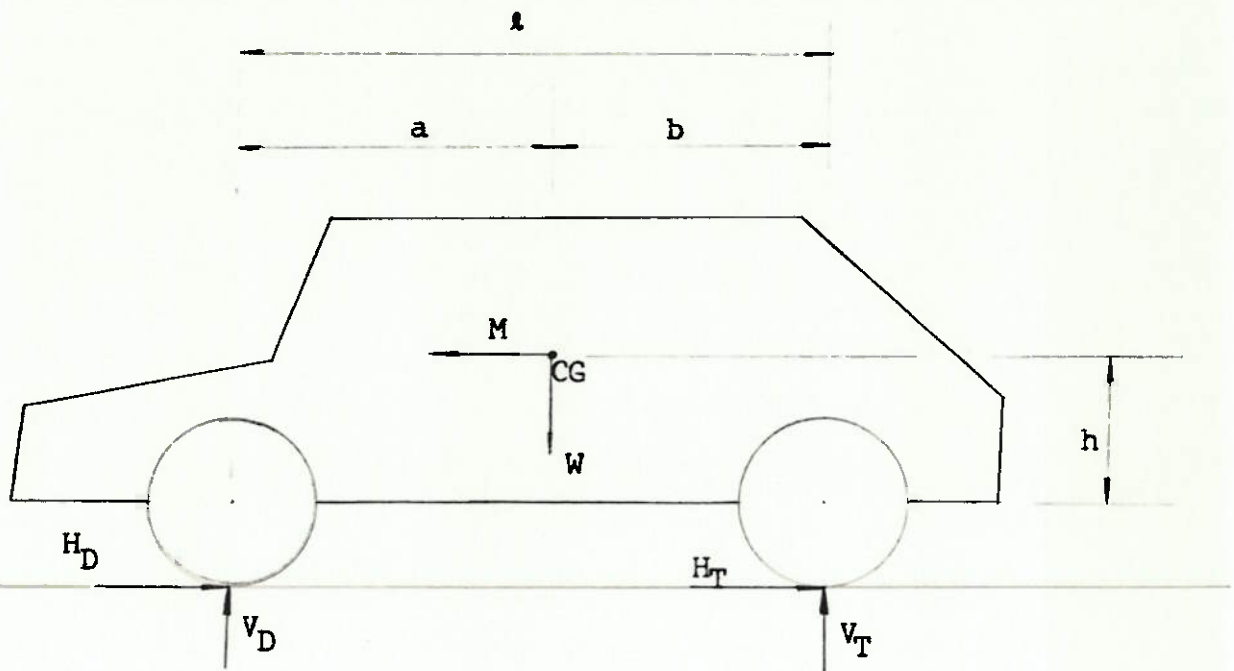


Figura 10 - Oscilação durante a frenagem

Se a magnitude de $\frac{T_D}{C}$ for maior que $M.A. \frac{h}{l}$ e se o carro estiver se movendo sobre um solo rugoso as rodas começarão o seu movimento de subida e haverá a perda de contato com o solo.

A mola e a força da gravidade farão com que a roda retorne em contato com o solo e o ciclo reiniciar-se-á novamente.

A localização do ponto I é o fator crítico, logo ele deverá estar localizado longe do centro da roda.

2.4.3 - Oscilação durante a aceleração

O mesmo fenômeno estudado anteriormente ocorrerá agora na suspensão traseira quando o veículo for acelerado. Quando o valor de $\frac{T_T}{d}$ for elevado (maior que a transferência de carga) e a excitação do solo for apropriada a roda começará a subir e descer. Novamente o problema será reduzido através do aumento da distância "d". fig. (11).

2.4.4 Vibração transversal

Este tipo de movimento é marcado pela oscilação da massa não suspensa na direção do eixo que passa pelas rodas e na direção perpendicular a esta última, isto é, eixo Y e Z na fig. (7) Como mencionado anteriormente este tipo de vibração ocorre somente em eixo rígido. Pouco se conhece sobre este fenômeno e sua origem é desconhecida. Aqui nós analisaremos uma forma deste tipo de oscilação.

Inicia-se um movimento de balanço transversal (rotação em torno de Y na fig. (7)), e logo depois aparece o movimento de vibração transversal que se soma ao movimento anterior.

A fig. (12) mostra o diagrama de corpo livre de um eixo que inicia o balanço transversal.

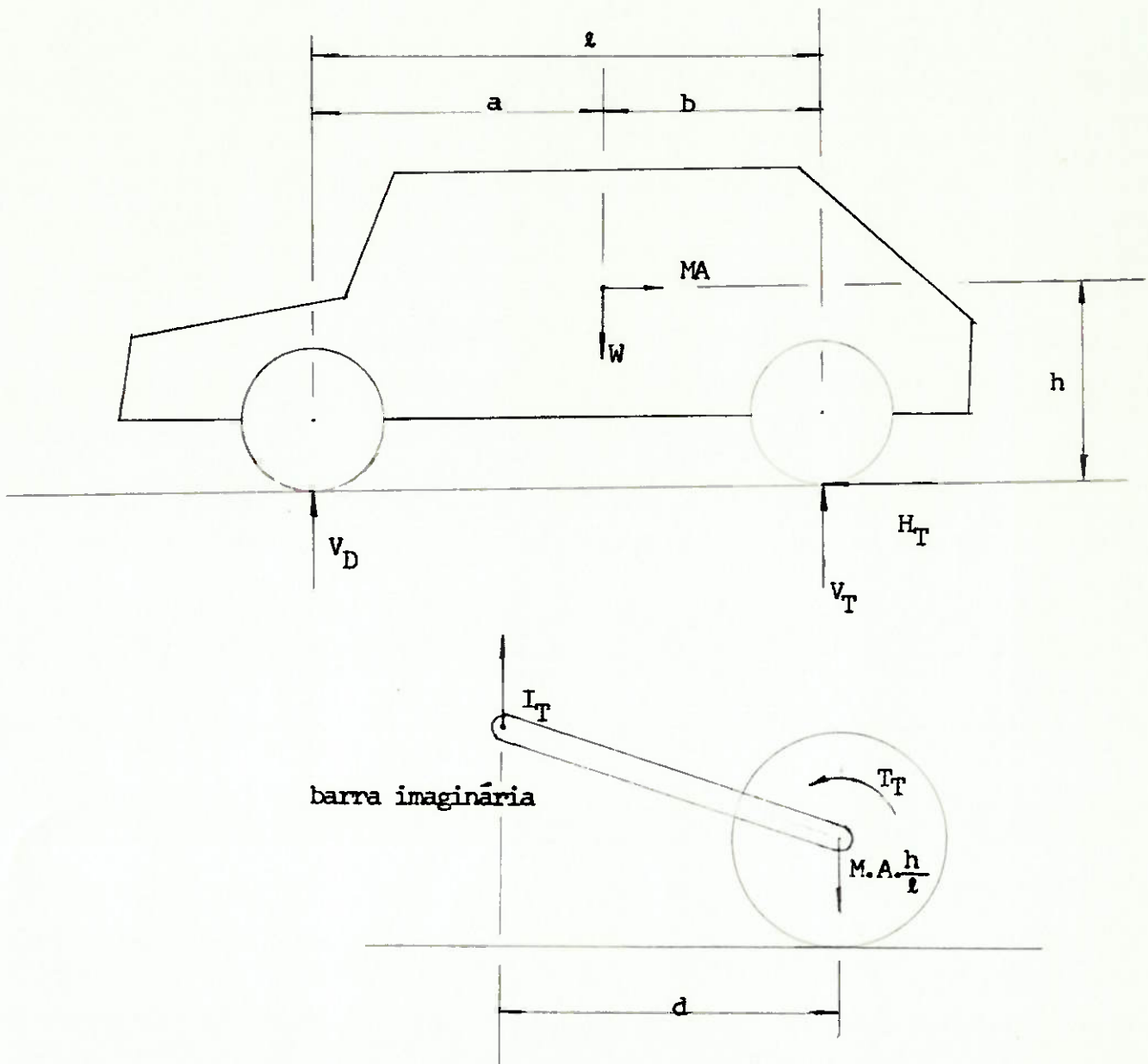


Figura 11 - Oscilação durante aceleração

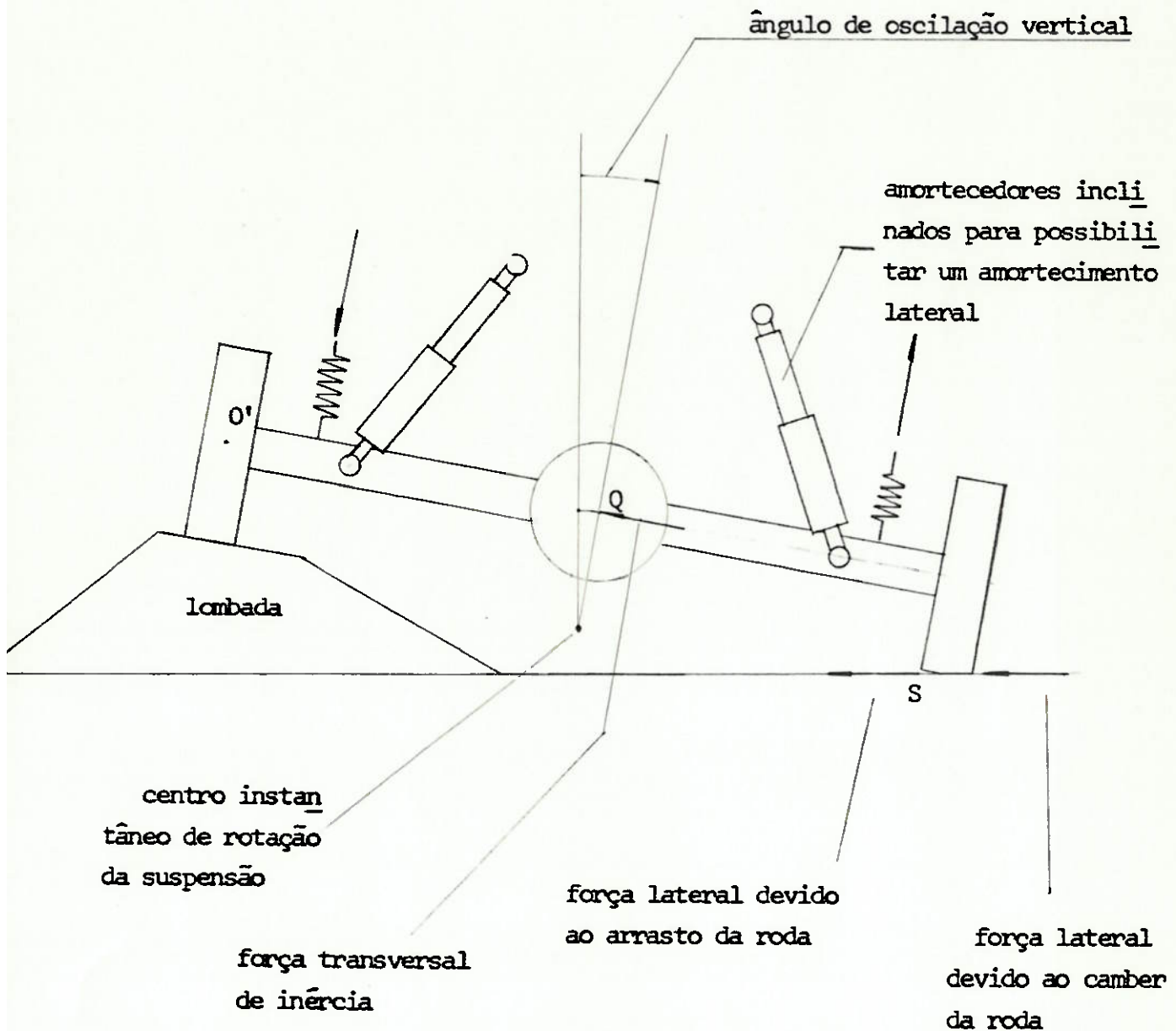


Figura 12 - Diagrama de corpo livre de um eixo rígido submetido ao movimento de oscilação transversal

Notemos que o centro de gravidade do eixo (Q) e o centro da roda (O) giram em torno do ponto de rolamento da suspensão. O movimento do CG do eixo ao redor do centro de rolamento introduz uma força transversal de inércia, escorregamento e aumento do camber (inclinação em relação a vertical) da roda. Desta forma aparecem forças transversais no ponto de contato (S) entre o pneu e o solo.

Como há um momento aplicado ao eixo devido à ação das molas o movimento de oscilação toma lugar. Desta forma as forças laterais mudam de direção causando o movimento de oscilação transversal.

Uma maneira de reduzir as oscilações transversais é aumentar o amortecimento lateral dos amortecedores através de uma montagem inclinada como mostrado na fig. (12). Podemos também para reduzir o fenômeno, modificar a rigidez transversal do eixo e da estrutura de tal forma que a frequência transversal do eixo torne-se diferente (maior ou menor) da frequência de vibração vertical das rodas. Porém, isto poderá trazer problemas de ruído e aspereza do movimento (com aumento da rigidez) ou a perda das características da dirigibilidade do veículo (com a diminuição de rigidez transversal).

Uma outra maneira para reduzir o problema de oscilação lateral é projetar a suspensão para que o centro de rolamento permaneça acima do centro de gravidade do eixo.

Porém, nem mesmo com uma boa combinação dos fatores acima conseguiremos eliminar totalmente o problema, uma vez que este sofre a influência do movimento de giro do eixo em torno do eixo X. Vide fig. (7).

2.5 - Características para melhoria no comportamento do veículo durante seu trajeto

Podemos listar agora os mais importantes fatores que têm contribuído para o conforto e a suavidade para os passageiros durante o percurso dentro de um veículo.

1 - Melhoria nas propriedades dos pneus.

a - Melhoria na característica de "envolvimento" dos obstáculos pelo pneu.

b - Eficiente absorção de ruído.

2 - O valor de $\frac{r^2}{a.b}$ perto da unidade.

a - Independência de movimento entre as suspensões dianteira e traseira.

b - A frequência natural do sistema não amortecido e não acoplado fica em torno de 1 Hz, tanto para balanço como vibração vertical.

3 - A condição de movimento planar possibilitou a redução do movimento de balanço.

4 - O uso de bucha de borracha nas articulações permitem reduzir a "asperidade" do movimento e também da roda.

5 - A redução da massa não suspensa devido ao uso de suspensão independente reduziu os problemas de vibração lateral que são muito severos com eixo rígido.

2.6 - Avaliação das funções do perfil do terreno

Para um estudo teórico do movimento do veículo, muitas vezes necessitamos avaliar as forças ou os deslocamentos transferidos do perfil do terreno para as rodas. Funções que simulam a exata forma do perfil do terreno são matematicamente difíceis de serem escritas e em muitos casos não

são necessárias. A resposta do veículo para estes perfis são sempre complicadas, devido à presença de diversas ondas não uniformes, isto torna a análise dos resultados muito difícil.

Usando-se uma função simples e conhecida como seno e cosseno as respostas são geralmente simples e de padrão reconhecido. Esta é a melhor maneira de trabalhar, pois será possível entender e avaliar a resposta do movimento, deslocamentos e força.

Se V é a velocidade do carro e h a amplitude da onda, ou seja, a altura das respectivas irregularidades do solo como mostrado na fig.(13). Então a frequência da força transmitida à roda devido às irregularidades do solo é:

$$f = \frac{V}{R} \text{ [Hz]} \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot V}{R} \quad \left[\frac{\text{rd}}{\text{s}} \right]$$

A defasagem de tempo entre a suspensão dianteira e traseira é:

$$\Delta t = \frac{l}{V} \quad \text{onde } l \text{ é a distância entre os eixos do veículo}$$

Assumindo que o perfil do terreno seja representado pela função seno temos:

Para a roda

$$\text{dianteira} \quad Y_D = \frac{h}{2} \text{ sen} \left(\frac{2 \pi \cdot V}{R} \cdot t \right)$$

Para a roda

$$\text{traseira} \quad Y_T = \frac{h}{2} \text{ sen} \left[\frac{2 \pi \cdot V}{R} (t - \Delta t) \right]$$

$$\text{ou} \quad Y_T = \frac{h}{2} \cdot A \cdot \text{sen} \left(\frac{2 \pi \cdot V}{R} \cdot t \right) - \frac{h}{2} \cdot B \cos \left(\frac{2 \pi \cdot V}{R} \cdot t \right)$$

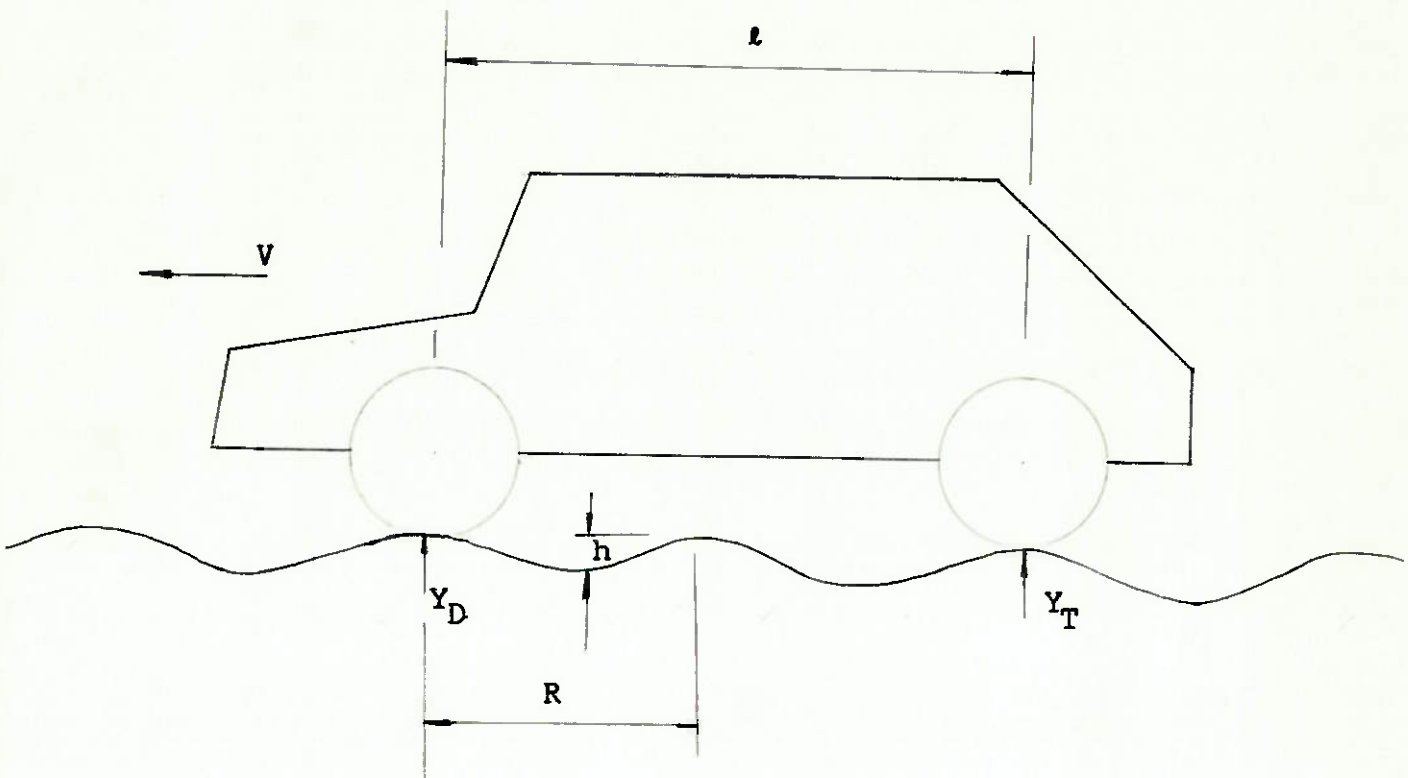


Figura 13 - Representação do perfil do terreno

onde A e B são constantes a serem determinadas.

2.7 - Fatores humanos

Nada tem sido dito a respeito dos passageiros nas respectivas respostas para a vibração imposta e tão pouco se falou sobre a influência dos assentos. Obviamente, o coeficiente de mola do assento influencia e muito sobre o comportamento quanto à vibração transmitida às pessoas no interior do veículo. Assim as características dos assentos podem ser decisivas para o projeto do sistema de suspensão como um todo.

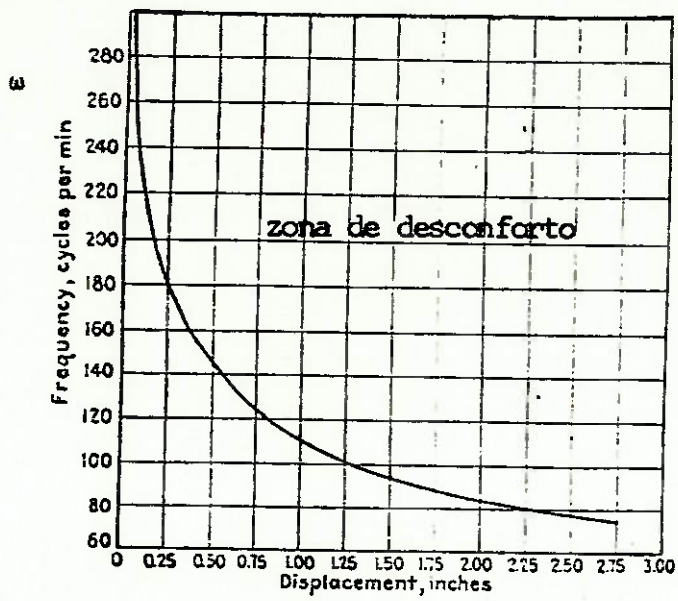
Muitos estudos têm sido realizados a respeito da resposta humana sobre várias frequências de vibração e amplitude. A fig. (14) mostra uma curva experimental.

A curva indica que uma pessoa pode tolerar amplitudes muito altas para frequências de vibrações baixas, porém à medida que a frequência vai aumentando a amplitude aceita torna-se decrescente.

a = amplitude [pol.]

ω = frequência [c.p.m.]

$$a \cdot \omega^{2,7} = 324000$$



a

Figura 14 - Resposta humana à vibração

(curva de conforto)

CAPÍTULO 3 - ASPECTOS DE CARGAS DINÂMICAS INFLUEN-
CIADAS PELA GEOMETRIA DA SUSPENSÃO

3.1 - Combinação de frenagem e impacto

Analiseemos aqui quais cargas que aparecem num veículo quando este é submetido à condição de frenagem (fig. 1).

Aplicando o equilíbrio de forças temos:

$$V_D = M.A. \frac{h}{l} + W \frac{b}{l} \quad \text{I}$$

Note que: $W \frac{b}{l}$ é a carga estática aplicada à roda.

$M.A. \frac{h}{l}$ é a transferência de carga da roda traseira para a dianteira durante a frenagem.

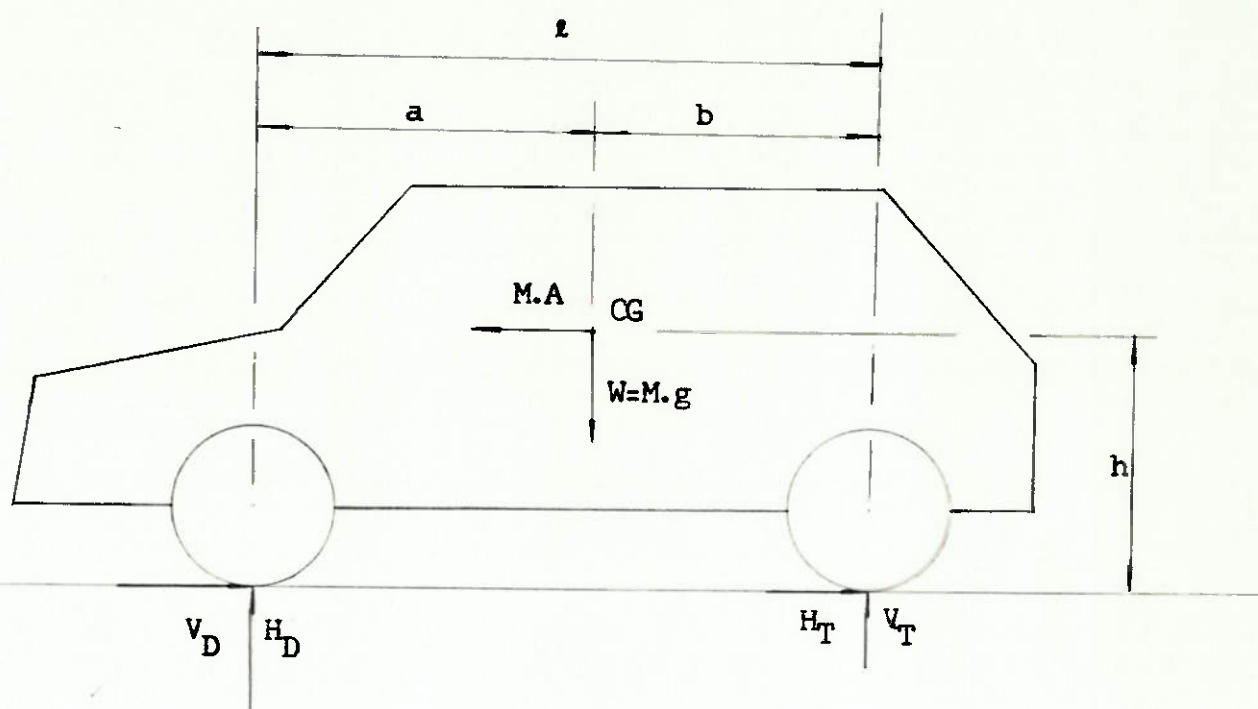
$$V_T = W. \frac{a}{l} - M.A. \frac{h}{l} \quad \text{II}$$

$W.a/l$ é a carga estática na roda traseira

Quando a roda dianteira ao mesmo tempo que freia passa por uma irregularidade do solo há o aparecimento de forças de inércia adicionais que serão transmitidas à estrutura.

Infelizmente a magnitude destas forças de inércia são de difícil determinação por métodos analíticos. Experimentalmente através de estudos realizados durante a frenagem e os impactos simultâneos verificou-se que a aceleração vertical a que fica submetida a roda é da ordem de 3 vezes a aceleração da gravidade (3.g).

Baseado nisto, uma maneira de obter o valor de carga máxima de impacto na condição mencionada é multiplicar por 3 o valor da força vertical, (V_D) obtida durante a frenagem (fig. 2). Assim temos:



W = peso do veículo

A = aceleração de frenagem

V = reação vertical nas rodas

H = força horizontal aplicada às rodas

Figura 1 - Diagrama de corpo livre para a condição de frenagem

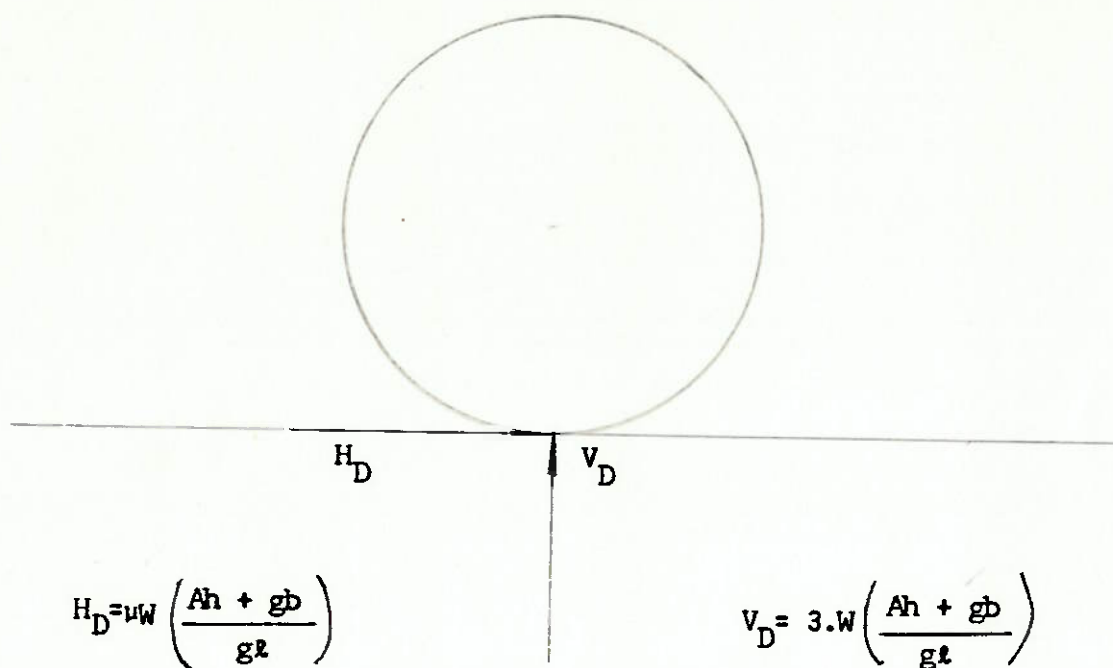


Figura 2 - Carga máxima externa na roda dianteira durante a frenagem e impacto simultâneo

$$\boxed{\max V_D = 3 \cdot W \left(\frac{A h + g b}{g \ell} \right)}$$

Sendo q a fração de força horizontal de frenagem aplicada à roda dianteira temos:

$$H_D = q \cdot M \cdot A \quad \text{IV}$$

$$H_T = (1 - q) M \cdot A \quad \text{V}$$

3.2 - Geometria anti-mergulho durante a frenagem

Imaginemos um modelo simplificado do mecanismo de suspensão de um veículo como esquematizado na fig. (3). O ponto (I) representa o centro instantâneo de rotação do mecanismo da suspensão.

Aqui estamos preocupados somente com as cargas provenientes da transferência de peso durante a frenagem.

A condição de mergulho é caracterizada pelo abaixamento da parte dianteira do veículo durante a frenagem. Desta forma a mola da suspensão fica comprimida e a roda se aproxima do chassis.

Para que não haja mergulho do veículo, ou seja, característica 100% anti-mergulho a roda deverá permanecer imóvel sobre a ação das forças. Isto quer dizer que o sistema deve estar em equilíbrio.

Estabelecendo o equilíbrio na fig. (3) temos:

$$R_{HD} = q \cdot M \cdot a \quad \text{VI}$$

$$R_{VD} = M \cdot A \frac{h}{\ell} \quad \text{VII}$$

$$M \cdot A \frac{h}{\ell} \cdot d = q \cdot M \cdot A \cdot c \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{c}{d} = \operatorname{tg} \rho_D = \frac{h}{q \ell}} \quad \text{VIII}$$

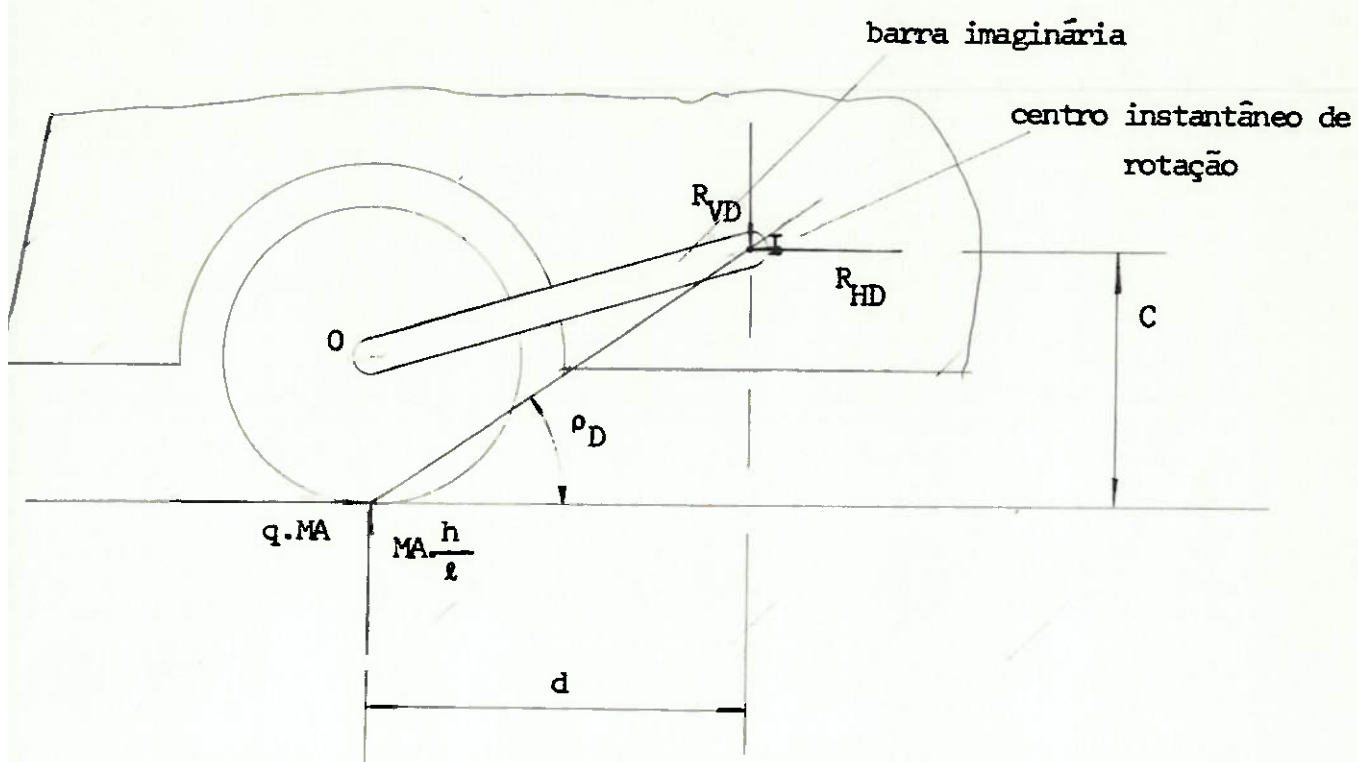


Figura 3 - Modelo simplificado do mecanismo de suspensão
Diagrama de corpo livre durante a frenagem

Concluimos que para uma geometria de suspensão que evite a condição de mergulho, a reta PI deve estar inclinada de um ângulo (ρ_D) em relação à horizontal tal que:

$$\operatorname{tg} \rho_D = \frac{h}{q \cdot l} \quad \text{IX}$$

onde h é a altura do centro de gravidade

l é a distância entre rodas

q é a fração da frenagem total aplicada à roda dianteira

Em geral as suspensões dianteiras dos veículos atuais são projetadas para darem 30% a 50% de condição anti-mergulho. Isto significa que a reta PI forma um ângulo θ_D com a horizontal menor que o ângulo ρ_D tal que:

$$\frac{\operatorname{tg} (\theta_D)}{\operatorname{tg} (\rho_D)} = \frac{30 \text{ a } 50}{100}$$

Chamaremos este número de coeficiente anti-mergulho (CAM).

$$\text{C.A.M.} = \frac{\operatorname{tg} \theta_D}{\operatorname{tg} \rho_D} = \frac{\operatorname{tg} (\theta_D)}{h/q \cdot l} = \frac{q \cdot l \cdot \operatorname{tg} (\theta_D)}{h} \quad \text{X}$$

A análise acima foi feita considerando que o mergulho frontal devido à frenagem não causa levantamento da parte traseira.

Isto pode não ser verdade, caso a suspensão traseira não tenha uma geometria 100% anti-levantamento.

3.3 - Geometria anti-levantamento durante a frenagem

Como no caso anterior a fig. 4 representa o diagrama de corpo livre da suspensão traseira durante a frenagem.

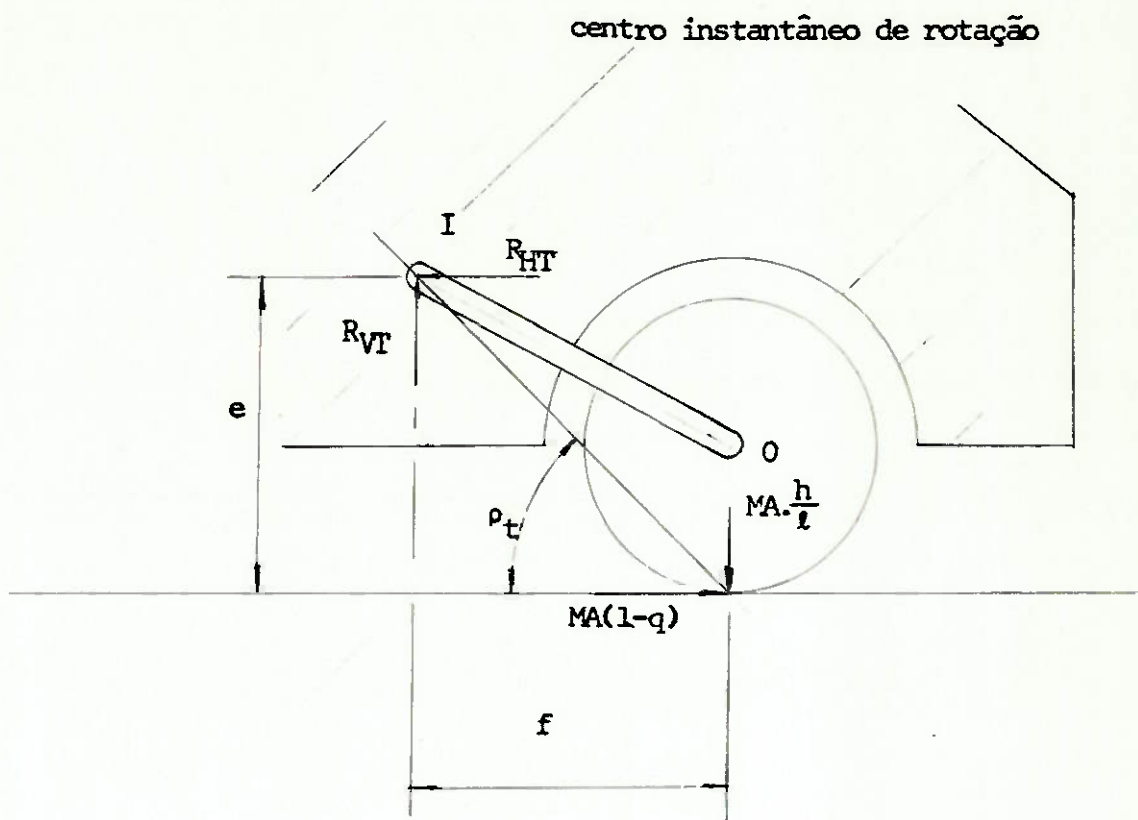


Figura 4 - Diagrama de corpo livre da suspensão traseira durante a frenagem do veículo

Notamos que a carga $M A \cdot h/l$ está indicada para baixo, uma vez que a transferência de carga reduz a reação nas rodas traseiras durante a frenagem.

Para a condição 100% anti-levantamento não deverá haver movimento do sistema de suspensão. Isto significa que o sistema está em equilíbrio.

Assim temos:

$$R_{V_T} = M A \frac{h}{l} \quad \text{XI}$$

$$R_{H_T} = (1 - q) M \cdot A \quad \text{XII}$$

$$M A \frac{h}{l} \cdot f = (1 - q) M A \cdot e \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \operatorname{tg} \rho_T = \frac{e}{f} = \frac{h}{l(1-q)} \quad \text{XIII}$$

O coeficiente anti-levantamento da suspensão traseira é definido como:

$$C.A.L. = \frac{\operatorname{tg} \theta_T}{\operatorname{tg} \rho_T} = \frac{l(1-q) \operatorname{tg} \theta_T}{h}$$

onde θ_T é o ângulo que a reta OI forma com a horizontal numa configuração qualquer.

3.4 - Considerações Finais

Ao projetarmos geometrias de suspensão que tenham característica anti-mergulho e anti-levantamento estaremos também influenciando não só as características de conforto de um percurso, como também a dirigibilidade do veículo como um todo.

Na realidade não é desejável uma condição 100% anti-mergulho e/ou anti-levantamento. Veículos projetados para permanecerem na horizontal poderão causar sérios danos ao motorista e passageiro numa situação de freada brusca. Experimentalmente verifica-se que apenas uma parcela da con

dição anti-mergulho fornece uma característica melhor ao comportamento do veículo principalmente em situações de alta desaceleração.

Também poderemos introduzir problemas com a massa não suspensa quando estivermos projetando a geometria anti-mergulho e anti-levantamento.

A fig. 5 mostra dois modelos simplificados de suspensão que têm a mesma característica anti-mergulho (mesmo ângulo θ), porém com comportamentos extremamente diferentes das massas não suspensas.

A suspensão com maior comprimento OI possui um maior braço horizontal de oscilação (a). Este tipo de suspensão produz movimento de oscilação transversal das rodas prejudicando a estabilidade do veículo.

Por outro lado, a suspensão com menor braço horizontal de oscilação (b) induzirá a violentos movimentos verticais da roda durante o trajeto em estrada rugosa e frenagem simultânea. Isto além de outras consequências provocará desconforto.

É sugerido que o braço horizontal de oscilação tenha entre $1/2$ a 2 vezes a bitola do veículo.

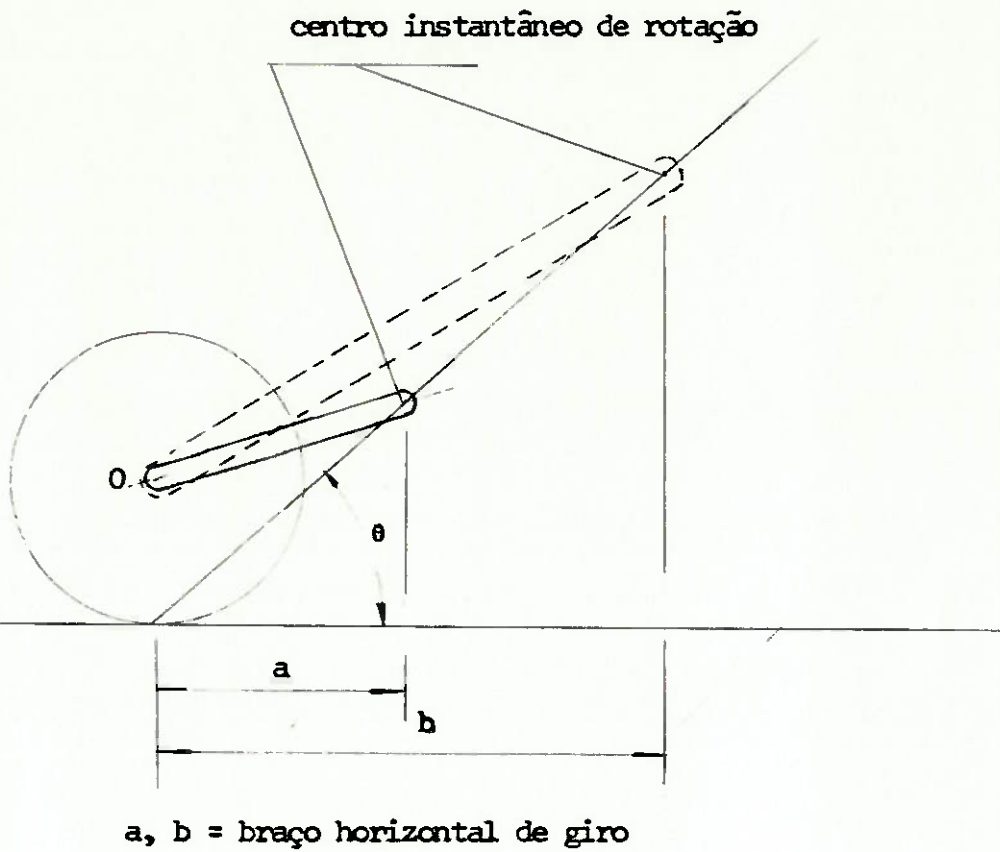


Figura 5 - Dois modelos de suspensões com a mesma característica anti-mergulho

CAPÍTULO 4 - PROJETO

SUSPENSÃO VEICULAR PARA ÔNIBUS URBANO

I - Introdução

É fácil verificar hoje em dia o quanto precário são os sistemas de transporte de massa em geral.

Em especial os sistemas veiculares tipo ônibus. Existem problemas de insuficiência de ônibus, de bons canais de trânsito e mesmo de bons ônibus.

É exatamente pensando em dotar os ônibus em geral com melhores características de conforto que desenvolvemos este trabalho. Esta melhoria torna-se fundamental nos sistemas de transporte urbano de grandes cidades visto que os percursos de transporte levam muito tempo.

Para conseguirmos melhorias no conforto do passageiro durante a viagem é de fundamental importância que seja utilizado um sistema de suspensão eficiente. Ou seja, o sistema de suspensão deverá isolar satisfatoriamente bem o compartimento interno das irregularidades do perfil do solo e tornar mínima as oscilações transversais e longitudinais, que sem dúvida ocorrem, seja ao realizar uma curva, seja no momento de frenagem ou no trajeto normal do veículo.

É bem verdade, que paralelamente ao conforto a segurança é outra característica de um bom sistema de suspensão. Este deverá propiciar o eficiente contato entre roda e solo, garantindo a aderência necessária para a realização de curvas e a própria operação de frenagem.

II - Especificações

As especificações que se seguem estão baseadas nas necessidades comentadas acima e na capacidade construtiva da indústria nacional e nos sistemas de suspensão mais eficientes, viáveis que hoje existem.

II.A - Especificações Funcionais

Desempenho

O sistema de suspensão deverá ter as seguintes características:

- II.A.1 Controlar as oscilações em planos verticais, longitudinais e transversais, garantindo as condições de conforto dos passageiros e protegendo os componentes do veículo.
- II.A.2 Assegurar a estabilidade do veículo, mantendo a carroceria permanentemente nivelada e os pneus em contato com o pavimento.
- II.A.3 Suportar todos os esforços verticais, longitudinais, transversais e torcionais, transferindo-os do veículo para o solo e vice-versa.

II.B - Conforto

- II.B.1 A suspensão deverá filtrar as vibrações oriundas das imperfeições do pavimento, amortecendo ainda os movimentos de frenagem e tração do veículo.
- II.B.2 As frequências de oscilação vertical da massa suspensa do veículo sobre a suspensão deverão ficar na faixa de 0,9 a 1,4 Hz.
- II.B.3 As características dos amortecedores deverão ser desenvolvidas para que se atinja uma razão de amortecimento entre 0,2 e 0,3 do amortecimento crítico, de modo que as oscila

ções normais da massa suspensa tornem-se imperceptíveis após um ou dois ciclos completos.

II.B.4 As frequências naturais do eixo dianteiro e traseiro deverão ter uma razão de aproximadamente 0,8 para evitar as oscilações angulares no plano vertical longitudinal do veículo, conhecidos como galope. Com esta característica o veículo oscilará com maior grau de planaridade possível.

II.C - Segurança

II.C.1 Os elementos elásticos deverão ser providos de dispositivos limitadores de curso, capazes de permitir a continuidade de operação sem comprometer a segurança dos passageiros e do veículo na eventualidade da danificação destes elementos.

II.C.2 A suspensão deverá ter meios de reduzir ao mínimo a inclinação lateral do veículo em curvas de modo a reduzir a tendência ao tombamento e propiciar maior grau de dirigibilidade do veículo. A inclinação máxima será de 6°.

II.C.3 O sistema de suspensão deverá ser capaz de absorver choques de impactos do perfil do solo concomitantemente com operação de frenagem.

III A solução adotada

III.A - Descrição

O sistema de suspensão adotado será do tipo pneumático, com massa de ar variáveis no interior do balão pneumático e com regulação automática do nível do veículo.

A massa não suspensa terá a forma pentagonal conforme fig. 1.

Esta estrutura será articulada no vértice através de uma montagem fixada à estrutura.

Esta articulação terá no seu interior uma bucha de borracha evitando o contato metálico direto.

Cada sistema de suspensão (dianteiro e traseiro) terá dois balões pneumáticos e amortecedores. Assim esta solução propicia economia no nº de balões e amortecedores.

Uma das características fundamentais desta suspensão é a grande estabilidade em curva, uma vez que massa não suspensa tem um ponto de articulação fixado à estrutura do veículo. Esta característica anti-rolante é ainda reforçada pela atuação do sistema pneumático das molas.

O sistema ainda tem válvulas de nível que mantêm a altura do veículo constante e portanto, também a deflexão efetiva. Assim, o sistema terá praticamente a mesma frequência de oscilação quando lotado e quando vazio.

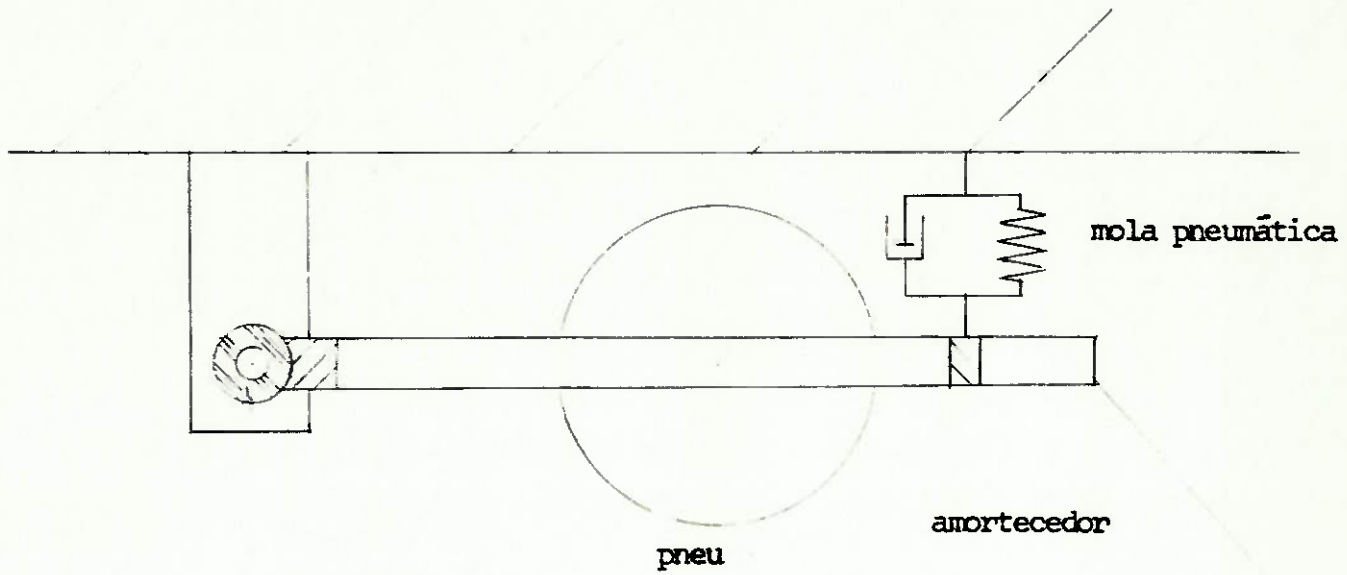
O chassis utilizado para efeito de projeto é uma estrutura tipo Scânia. (fig. 2)

Assim, será desenvolvido um sistema de suspensão como anteriormente explicado para ser adaptado a este chassis. Assim já estará determinado muitos parâmetros tais como o peso do veículo, posição do centro de gravidade, momento de inércia, posições possíveis dos eixos das rodas.

III.B - O modelo adotado

A fig. (3) mostra o modelo utilizado para simular nosso estudo a respeito da suspensão veicular. O modelo é bidimensional e portanto a-

massa suspensa



bucha de borracha

massa não suspensa articu
lada em um único ponto

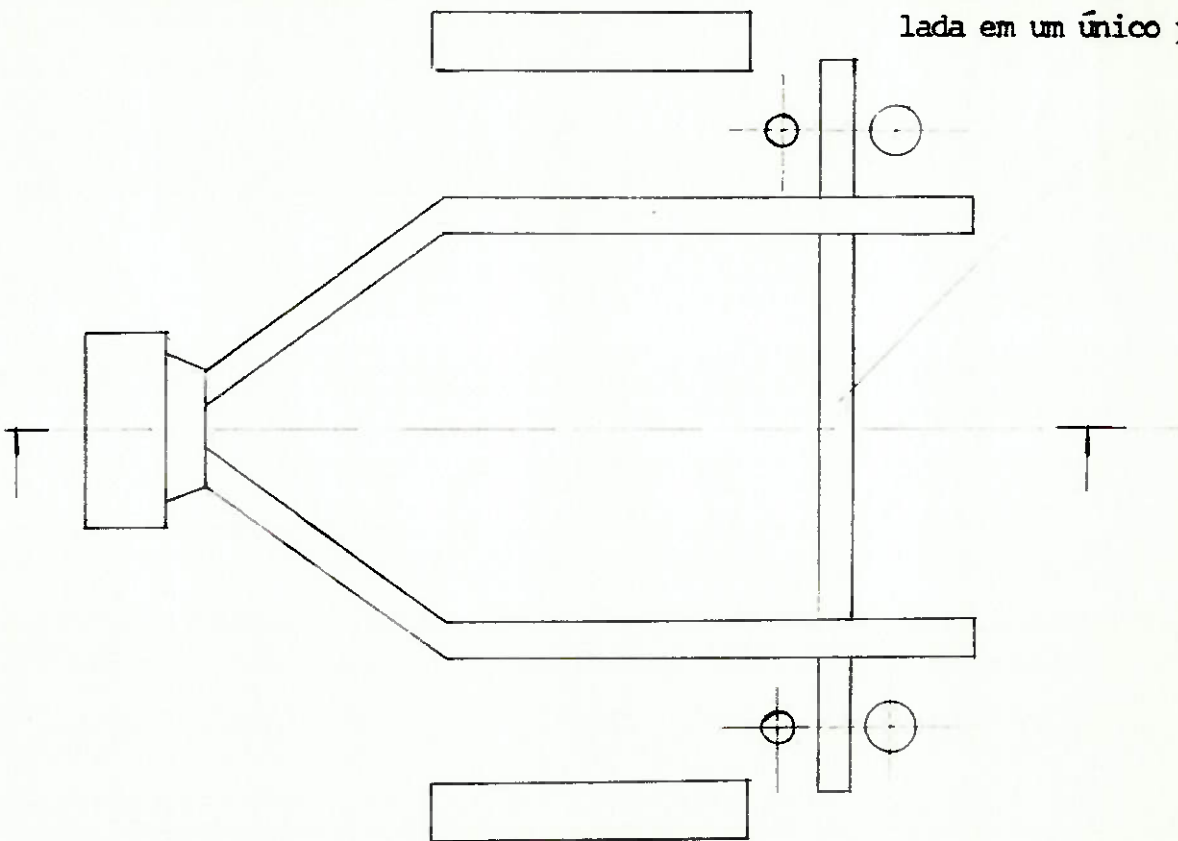


Figura 1 - Geometria da estrutura não suspensa

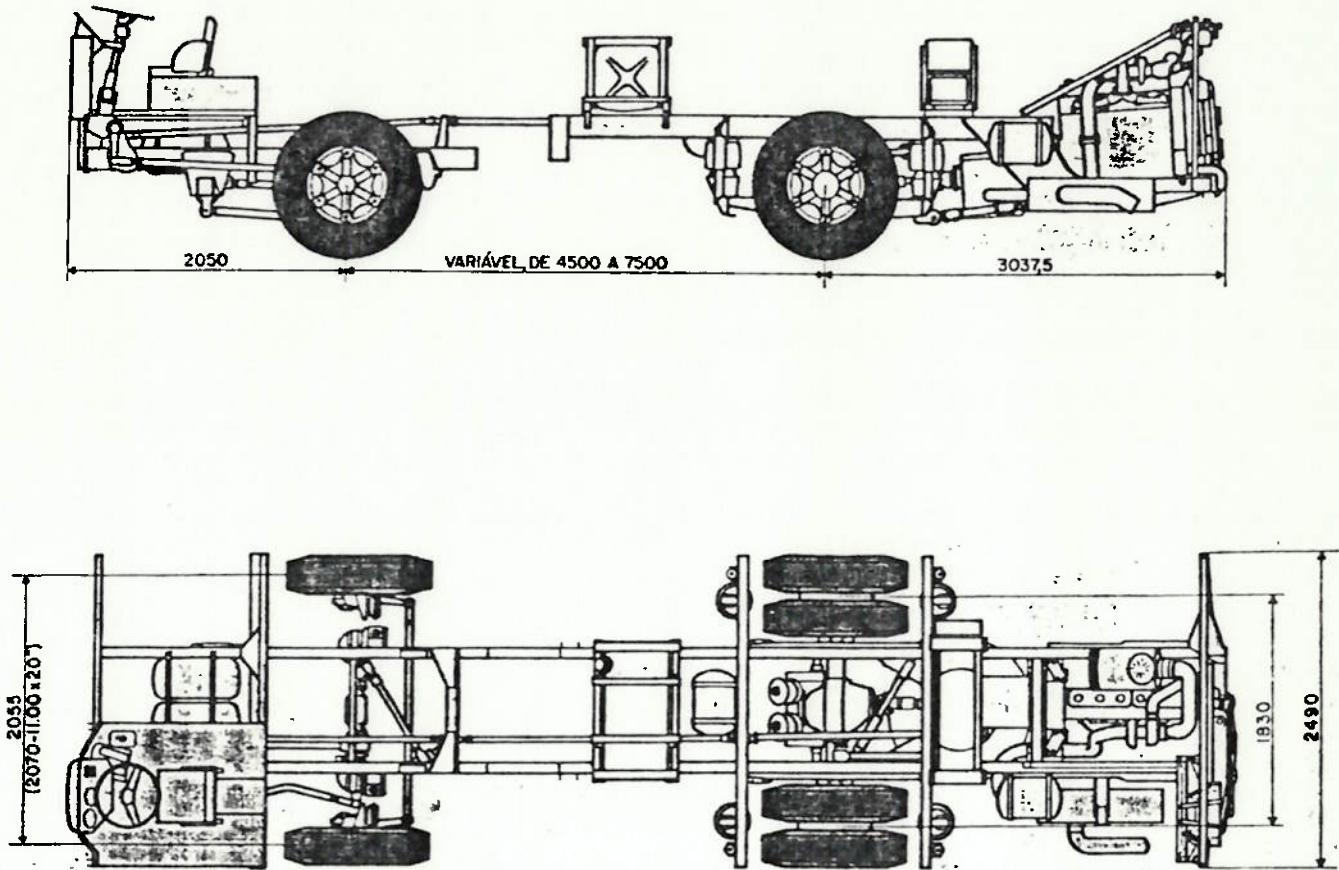


Figura 2 - Chassis utilizado como referência para projeto do sistema de suspensão - SCÂNIA BR 116

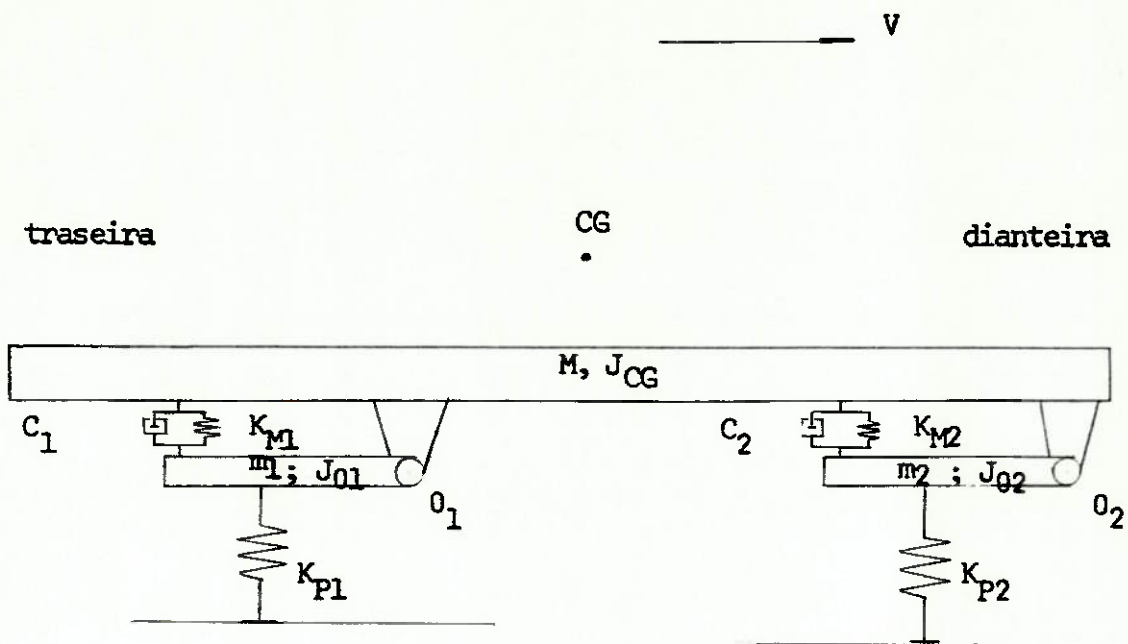


Figura 3 - Modelo utilizado para estudo da suspensão do veículo

nalizaremos os movimentos verticais e angulares no plano mostrado. A princípio não estudaremos o movimento no plano transversal, uma vez que o primeiro é muito mais importante para o estabelecimento dos principais parâmetros em jogo.

A massa suspensa M do veículo engloba todas as massas suportadas pelo sistema de suspensão. Assim aqui estão incluídas além do peso da plataforma e estrutura, o peso dos acessórios e dos próprios passageiros, que estão no interior do veículo.

Essa massa suspensa tem um momento de inércia J_{CG} em relação ao centro de gravidade. Admite-se que o eixo que passa pelo CG é um eixo principal de inércia, assim desconsideraremos o produto de inércia.

O centro de gravidade está localizado pouco acima da plataforma uma vez que as pessoas no interior do veículo e as outras massas da estrutura deslocam-no para cima.

As massas suspensas m_1 e m_2 envolvem todas as massas que não estão suportadas pelo sistema de suspensão. Desta maneira estão incluídas - como massa não suspensa os eixos, rodas, estrutura em forma de delta, diferenciais.

O termo massa não suspensa é aqui utilizado por razão de similaridade com a bibliografia sobre suspensão. Na realidade devido a intrínsecas características deste sistema de suspensão, vemos que parte das forças de inércia atuante nas massas m_1 e m_2 se distribuíram entre as articulações e as molas e amortecedores do sistema de suspensão. Fundamentalmente notamos que existe uma larga distância entre a articulação da massa suspensa e o ponto de fixação da mola da suspensão. Esta característica é que difere o sistema de suspensão analisado dos demais utilizados nos sistemas de ônibus.

As molas K_1 e K_2 são não lineares uma vez que representam molas pneumáticas. Os próprios amortecedores são elementos não lineares para permitir melhores características de isolamento do veículo em relação às irregularidades do solo.

Os pneus serão modelados com um coeficiente de mola (K_{p1} e K_{p2}).

Será admitido que estas molas sejam lineares, uma vez que acreditamos que esta hipótese seja bem próxima da realidade.

IV - Determinação dos parâmetros

IV.A - Pesos, massas, momentos de inércia

Iremos aqui determinar basicamente qual a distribuição de massa que o nosso ônibus em estudo tem.

Os pesos em ordem de marcha sobre os pneus são fornecidos no catálogo do chassis.

Devemos considerar que o peso do chassis se compõe basicamente de duas cargas principais: o peso do motor e o peso do chassis propriamente dito.

- Peso total do chassis = 4500 kgf

- Peso do motor e caixa de transmissão = 2000 kgf

O ônibus tem capacidade de transportar no máximo 90 passageiros, (27 sentados, 53 em pé). Para efeito de projeto suporemos uma lotação de 60 passageiros com um peso médio de 65 kgf distribuído uniformemente ao longo do chassis. Assim temos:

- Peso dos passageiros = $60 \times 65 = 3900$ kgf

Ainda para terminar a estimativa da massa e peso total do veículo devemos considerar o peso da estrutura que forma a carroceria do ônibus. Admitiremos este peso como sendo:

- Peso da carroceria= 4000 kgf

Esta distribuição de massa está esquematizada na figura (4).

O peso total do ônibus é 12.400 kgf e o centro de gravidade está localizado à 4,987 m. da parte traseira do veículo.

O próximo passo agora será o cálculo do momento de inércia em relação ao centro de gravidade. Temos basicamente duas parcelas: uma devida ao motor e uma devida à carga distribuída.

- Parcela devida à massa do motor

$$J_{CGm} = m \times d^2$$

onde m é a massa do motor e d a distância do motor ao CG

$$J_{CGm} = 2000 \times (4,487^2) = (40.266) \text{kgm}^2$$

- Parcela devida à massa distribuída

$$J_{CGd} = \sum \frac{m \cdot l^2}{3} = \frac{m_1 \cdot l_1^2 + m_2 \cdot l_2^2}{3}$$

$$m_1 = q \cdot l_1 \quad m_2 = q \cdot l_2$$

onde q é o valor da massa distribuída

l_1 a distância da parte traseira ao CG

l_2 a distância da parte dianteira ao CG

m_1 massa da parte traseira

m_2 massa da parte traseira

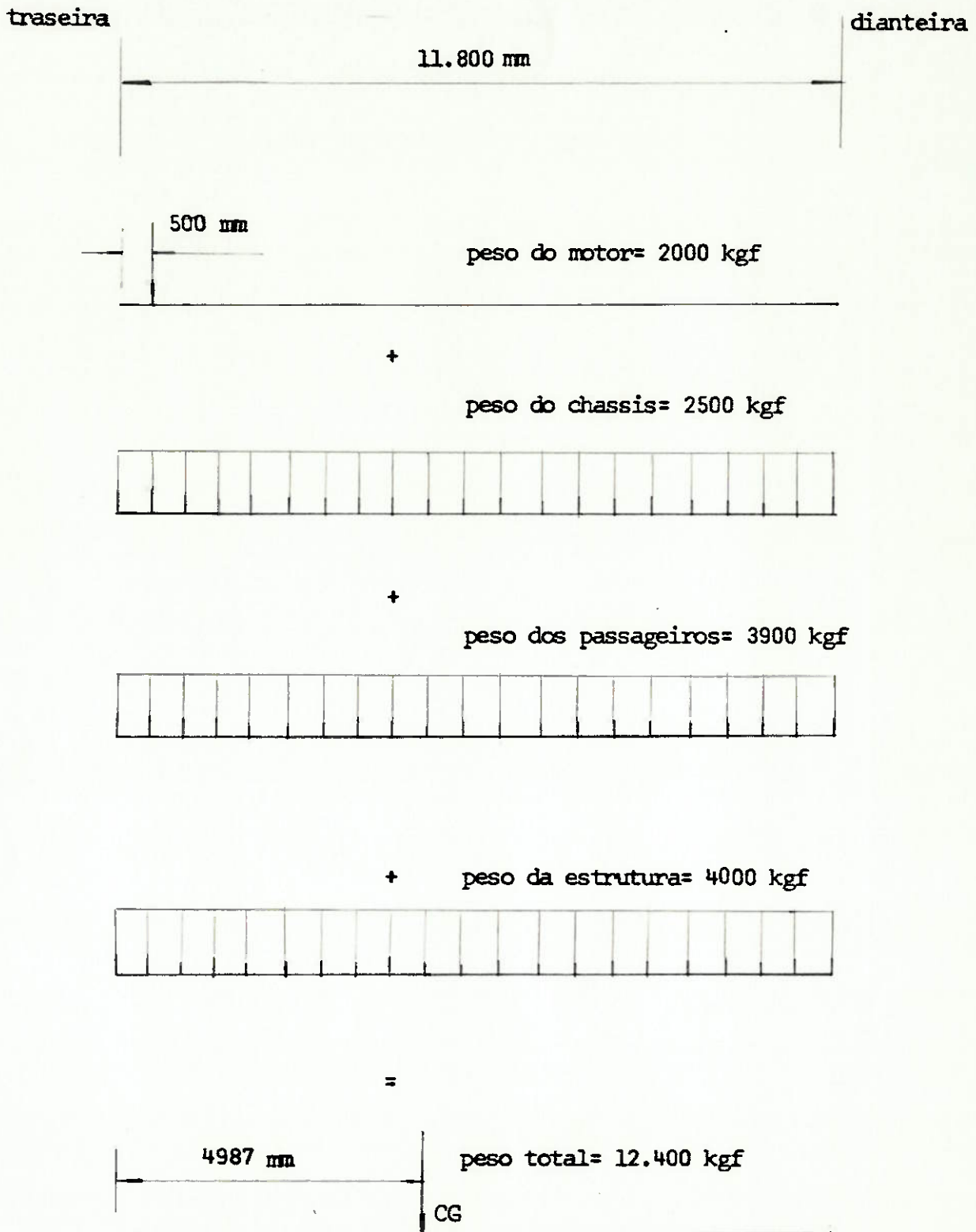


Figura 4 - Distribuição de massa do veículo

$$J_{CGd} = q \cdot \frac{(l_1^3 + l_2^2)}{3}$$

$$J_{CGd} = \frac{10.400}{11,8} \times \frac{[(4,987^3 + 6,813^3)]}{3}$$

$$J_{CGd} = 129.343 \text{ kg m}^2$$

- O momento de inércia total em relação ao CG é:

$$J_{CG} = J_{CGm} + J_{CGd}$$

$$J_{CG} = 179.084 \text{ kg m}^2$$

- O raio de giração r é:

$$r^2 = \frac{J_{CG}}{M} = \frac{179.084}{12.400}$$

$$r^2 = 14,44 \text{ m}^2$$

$$r = 3,800 \text{ m}$$

Iremos calcular o parâmetro $\frac{r^2}{a \cdot b}$ onde a e b estão indicados na fig. (5). Este parâmetro é fundamental para o perfeito comportamento da suspensão do ônibus. O seu valor deve estar ao redor de 1,0.

Inicialmente adotamos o valor de $c = 3,1 \text{ m}$ e $d = 2,2 \text{ m}$ (fig.5) o que implica em $a = 4,613 \text{ m}$ e $b = 1,887 \text{ m}$.

Desta maneira o valor de $\frac{r^2}{a \cdot b}$ fica valendo 1,66.

Este número é considerado alto. Por isso modificaremos o posicionamento da suspensão.

As novas medidas serão as seguintes:

$$c = 2,6 \text{ m}$$

$$d = 1,5 \text{ m}$$

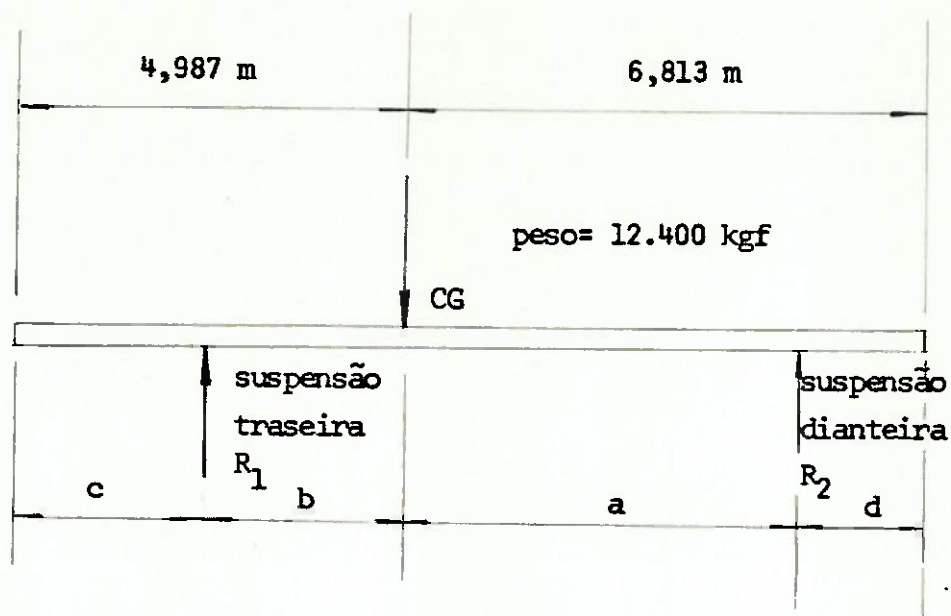


Figura 5 - Posicionamento das suspensões

Consequentemente teremos:

$$b = 2,387 \text{ m} \qquad a = 5,213$$

O novo valor do parâmetro $r^2/a.b$ torna-se 1,16, valor este considerado aceitável. Devemos notar que o valor do raio de geração (r) muda ao variar o número de passageiros.

Podemos calcular agora as reações nas rodas aplicando as equações de equilíbrio à estrutura da fig. 5, temos:

$$R_1 = 8505 \text{ kgf} \qquad R_2 = 3895 \text{ kgf}$$

IV - B Seleção dos Pneus

Em função da carga estática nos pneus, determinada anteriormente escolhemos o tipo de pneu recomendado. Esta escolha é fundamental para sabermos qual é o coeficiente de mola do pneu. Escolheremos um tipo de pneu que será usado tanto no eixo dianteiro quanto traseiro.

- Força estática máxima por pneu:

$$\begin{aligned} \text{na dianteira} &= \frac{5000}{2} = 2.500 \text{ kgf} \\ \text{na traseira} &= \frac{10.000}{4} = 2.500 \text{ kgf} \end{aligned}$$

Em função destas cargas e do tipo de serviço exigido utilizaremos o pneu da Firestone denominado "Transporte". (fig. 6)

O tamanho escolhido é:

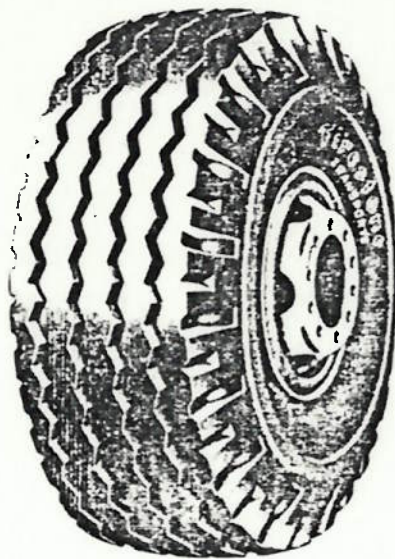
Pneu - 10.00-20 com 16 lonas

que possui as seguintes características:

Carga máxima = 3005 kgf à $8,0 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ de pressão

Diâmetro total do pneu = 1049 mm

TRANSPORTE



$$K_P = 1.033.312 \frac{N}{m}$$

O pneu Transporte da Firestone é indicado para os modernos ônibus, caminhões e camionetes que trafegam por estradas boas.

Oferece alto rendimento, tanto nos serviços urbanos como nos transportes rodoviários por estradas boas, onde a alta velocidade e o serviço pesado são os principais requisitos.

Este pneu é recomendado tanto para as rodas dianteiras como motrizes ou reboques. Sua carcaça, fabricada com cordoneis especiais, permite muito mais recargas.

Figura 6 - Tipo de pneu utilizado e coeficiente de mola

Raio estático com pneu carregado= 496 mm

Determinação da constante de mola do pneu

Para determinação do coeficiente de mola suporemos que o pneu tem uma característica linear na curva força x deformação. Portanto, para determinação da constante de mola dividiremos a carga máxima pela de flexão.

$$\text{Carga máxima} = 3005 \text{ kgf } \hat{=} 8,0 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\text{Deflexão} = \frac{1049}{2} - 496 = 28,5 \text{ mm}$$

Coeficiente de mola do pneu K_p

$$K_p = \frac{3005}{28,5} = 105,44 \frac{\text{kgf}}{\text{mm}}$$

$$K_p = 105.440 \frac{\text{kgf}}{\text{m}} = 1.033.312 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

IV.C - Molas Pneumáticas

Baseado nas cargas atuantes nos pneus e em função do espaço disponível para montagem selecionaremos o tipo de mola pneumática a ser utilizada. Como pretendemos a menor frequência natural possível escolheremos o modelo reversible sleeve que tem o menor coeficiente de mola em relação aos outros modelos.

Cargas atuantes nas molas pneumáticas

Devido ao fato de nosso sistema de suspensão não ter os eixos do pneu e da mola pneumática alinhados e haver um ponto de articulação da massa não suspensa sabemos que a carga na mola será menor que a carga no pneu (fig. 7).

massa suspensa

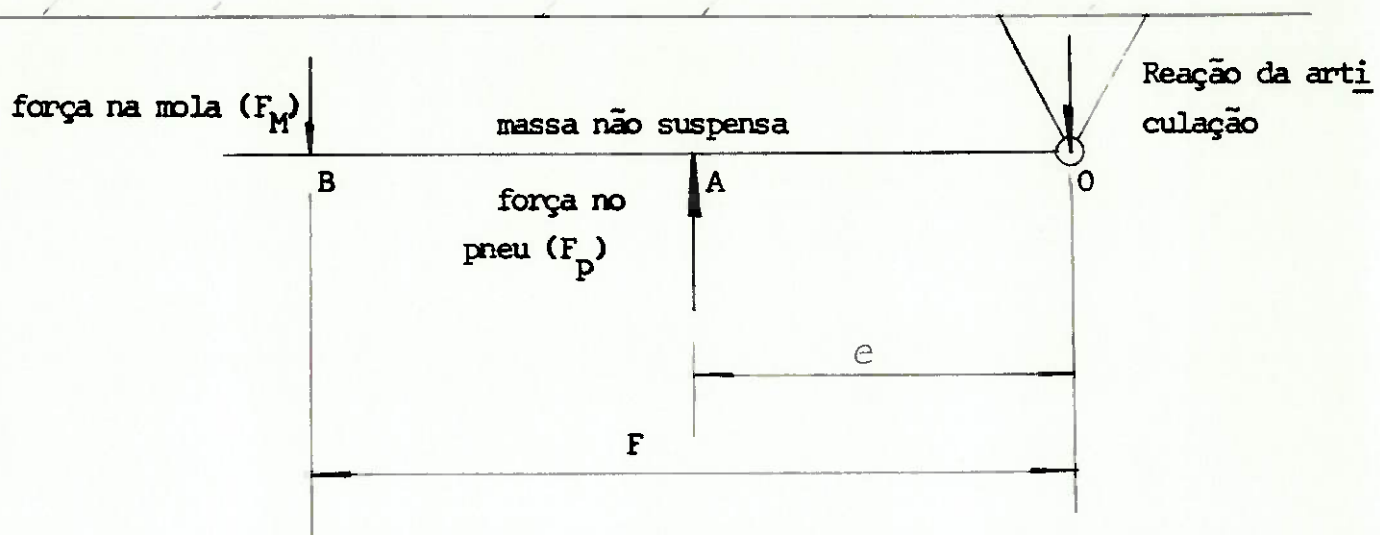


Figura 7 - Esquema da divisão da força do pneu sobre a estrutura não suspensa

Aplicando as equações de equilíbrio à estrutura da fig. (7) chegamos ao seguinte valor para a força na mola pneumática F_M .

$$F_M = F_p \cdot \frac{e}{f} \quad 1$$

onde F_p é a força no pneu; e e f dimensões indicadas na fig. (7)

A priori cada suspensão terá o mesmo valor de (f/e) .

Para ambas as suspensões faremos o valor de f/e igual a 1,5.

IV.C.1 Suspensão traseira

Força no pneu - $F_{pl} = 8305 \text{ kgf}$

Força nas molas pneumáticas $F_{Ml} = \frac{8305}{1,5} \quad F_{Ml} = 5670 \text{ kgf}$

Força por mola pneumática

$$F_{Ml} = \frac{5670}{2} = 2835 \text{ kgf}$$

Dividimos por 2, pois temos duas molas pneumáticas tanto na suspensão dianteira quanto na traseira.

Assim escolheremos o balão nº 1 T15 M-4 para a suspensão traseira, cujas características estão mostradas na figura (8).

Curva "dinâmica" da mola

A curva mostrada na fig. 8 refere-se à curva "estática" da mola sendo utilizada para determinar as características geométricas como: volume, área, e comprimento. Também para determinar a pressão estática do balão.

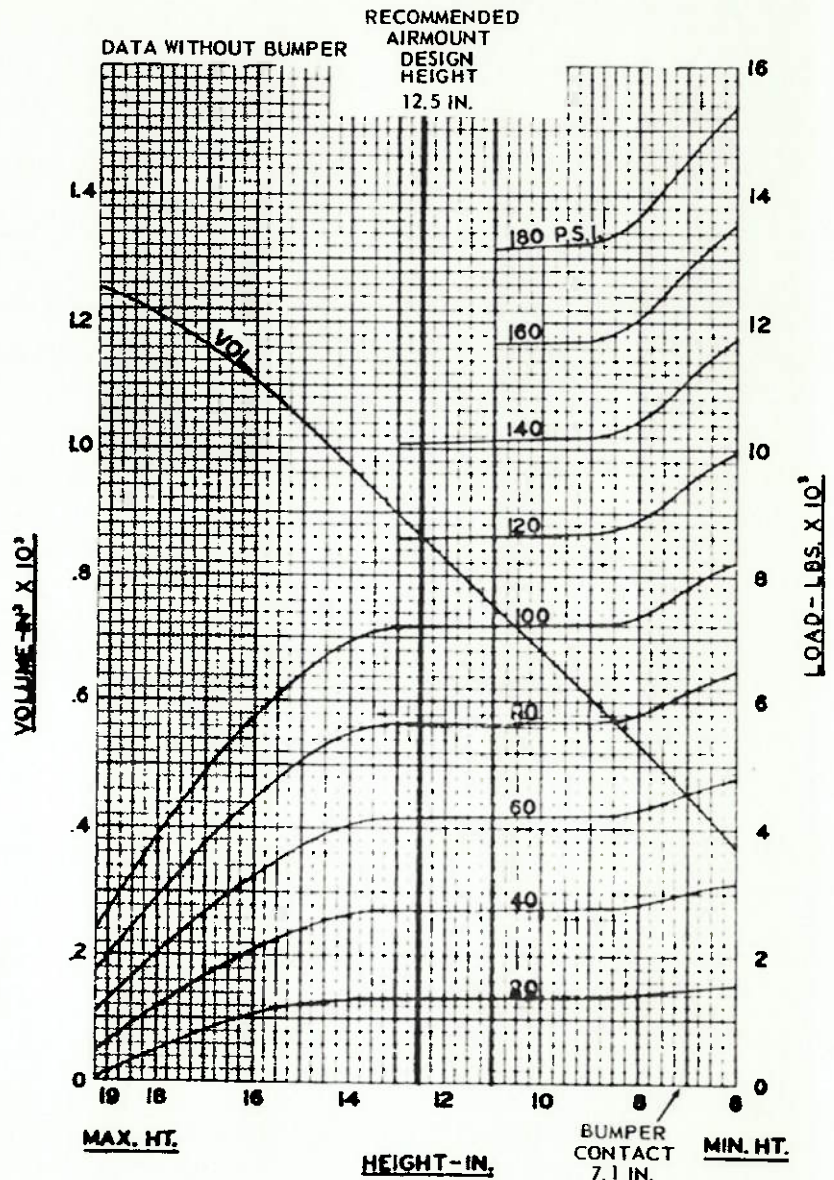
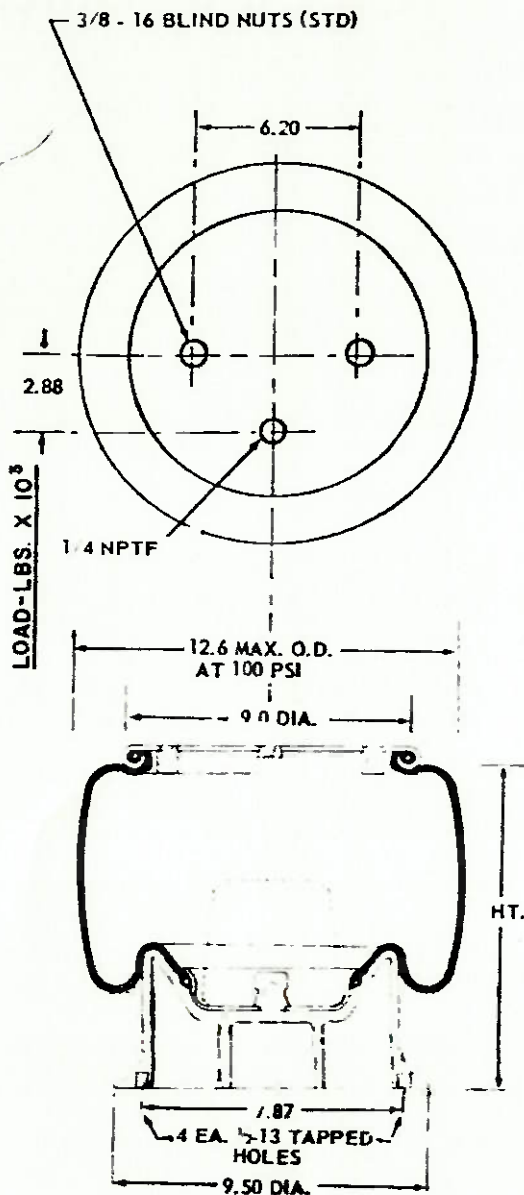
Firestone Airmount® Airstroke®

NUMBER
IT15M-4

EXAMPLES OF DYNAMIC CHARACTERISTICS			
DESIGN HEIGHT 12.5 IN.	VOLUME - 860 IN. ³		
PRESSURE - PSIG	40	60	80
LOAD - lbs	2740	4200	5610
RATE - lbs./in.	458	639	812
FREQUENCY - cpm	77	73	72

IT15M-4 STATIC DATA

RECOMMENDED STATIC PRESSURE
20 TO 100 PSIG
AT DESIGN HEIGHT



NOTE PART WILL NOT COMPRESS WITH LESS THAN 10 PSIG INTERNAL PRESSURE.

Figura 8 - Mola pneumática traseira

Para a determinação da curva "dinâmica", ou seja, a curva que representa realmente o funcionamento da mola quando em serviço devemos utilizar as propriedades estáticas obtidas do gráfico da fig. (8).

A pressão estática no interior do "balão" pneumático irá aumen - tar ou diminuir conforme este seja comprimido ou tracionado. Para determi - narmos esta variação de pressão suporemos que o volume de ar inicial no in - terior do "balão" sofra uma transformação politrópica (praticamente adia - bática) com o coeficiente (n) da fórmula abaixo igual a 1,38 (fig. 9).

Força na "mola"

$$F = (P - P_a)A \quad 2$$

onde: P = pressão absoluta interna

P_a = pressão atmosférica

A = área do balão

Sabemos que:

$$P_1 V_1^n = P V^n \quad 3$$

Substituindo (3) em (2) temos:

$$F = \left(\frac{P_1 V_1^n}{V^n} - P_a \right) A \quad 4$$

O índice 1 refere-se à posição estática e às variáveis sem índice represen - tam uma posição qualquer.

Logo, para obtermos a curva dinâmica da mola basta usar a fórmula 4 para cada ponto desejado da curva estática.

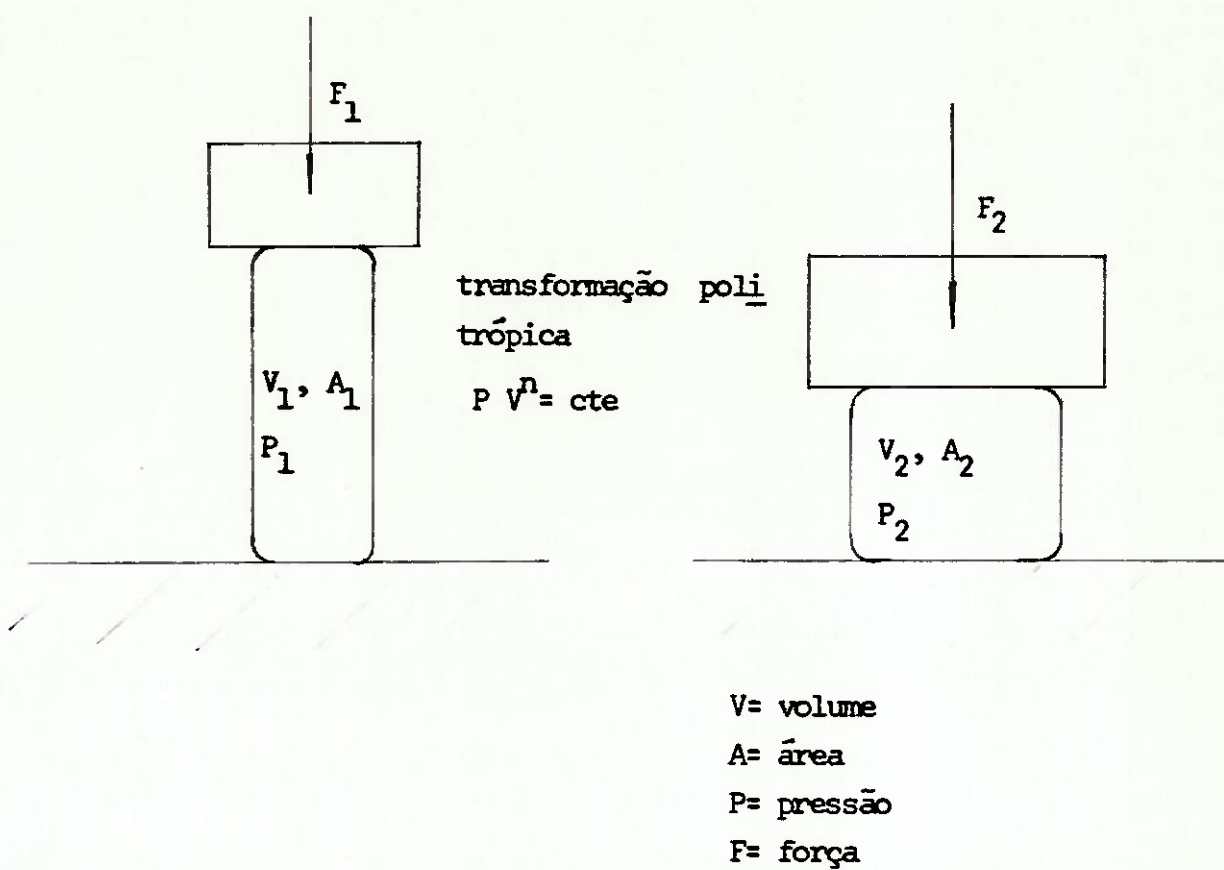


Figura 9 - Transformação termodinâmica da massa de ar no interior da mola pneumática

Determinação da área efetiva da mola pneumática

Para determinarmos a área atuante devemos fazer o seguinte:

- a) Adotarmos uma curva estática de pressão perto da pressão que utilizaremos.
- b) Dividirmos, para cada ponto desejado, o valor da força estática pela pressão estática da curva.

Teremos desta maneira o valor da área para cada ponto.

Pressão estática

Conforme mostrado na fig. 8 o comprimento estático da mola (posição de projeto) é 12,5". Para este ponto temos:

$$A_1 = \frac{5650 \text{ lbs}}{80 \text{ psi}} = 71 \text{ pol}^2$$

$$\text{Pressão estática } P_1 = \frac{2835 \times 2 \text{ 205}}{71} = 88 \text{ psig}$$

Podemos aplicar agora a fórmula (4) para cada ponto. A tabela 1 mostra os valores obtidos da curva Força x deformação.

Estes pontos são mostrados na fig. (10).

IV.C.2 - Suspensão dianteira

Aplicando o mesmo procedimento acima à mola pneumática da suspensão dianteira obtemos a curva dinâmica desta (fig. 11) e tabela 2.

Força no pneu: 3895 kgf

Força nas molas: 2597 kgf

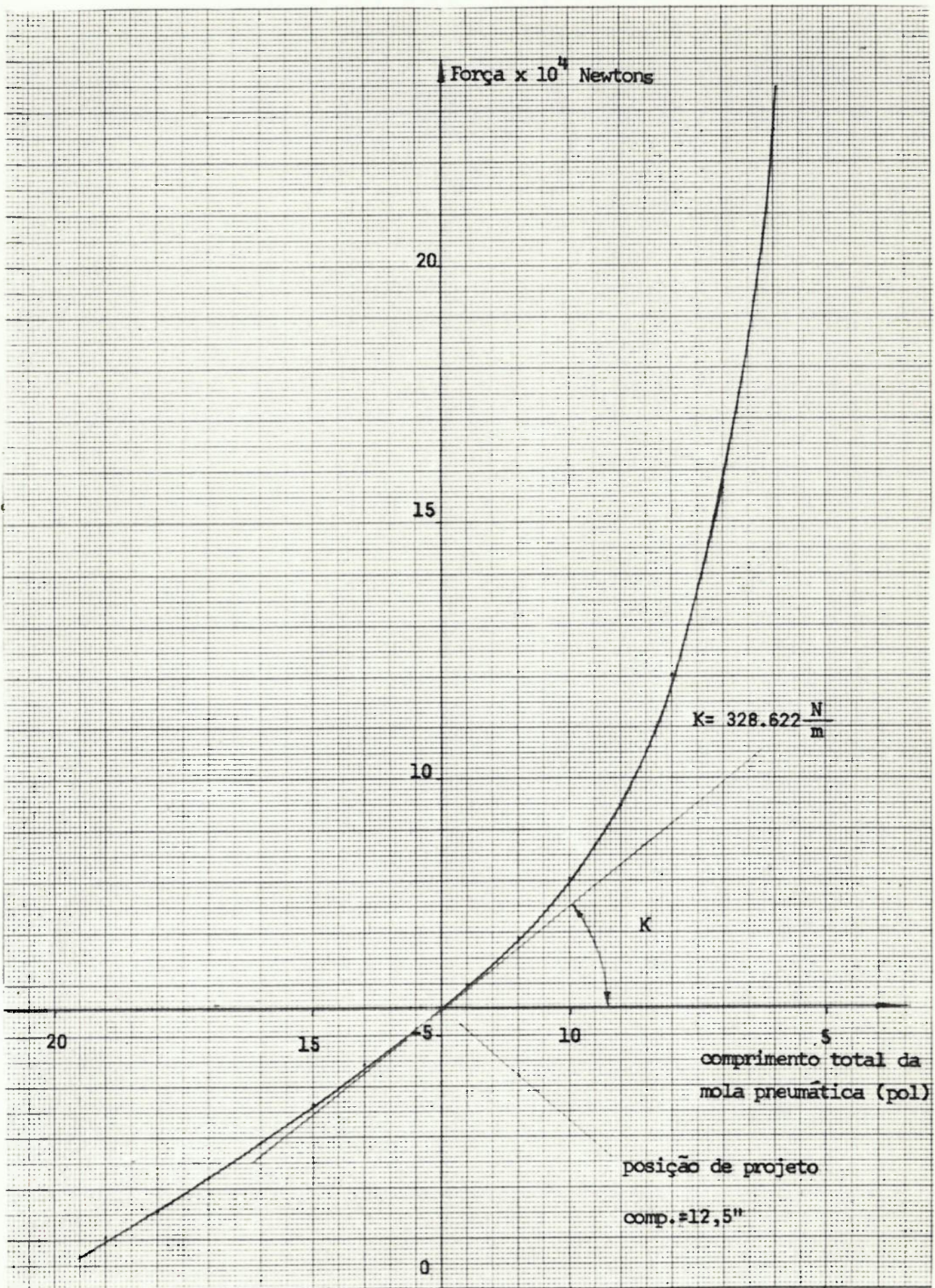


Figura 10 - Curva dinâmica da mola traseira

Força por mola= 1298 kgf

Mola nº 1 T 15S-6

Comprimento estático= 12,0 pol.

$$\text{Área} = \frac{3180}{60} = 53 \text{ pol}^2$$

$$\text{Pressão estática} = \frac{1298 \times 2205}{53} = 54,0 \text{ psig}$$

$$\text{Pressão estática } P_1 = 88 \text{ psig} = 102,7 \text{ psi}$$

$$\text{Volume estático } V_1 = 860 \text{ pol}^2$$

Pressão atmosférica $P_a = 14,7 \text{ psi}$

$$F = \left(\frac{P_1 V_1^n}{V^n} - P_a \right) \cdot A$$

$$F = \left(\frac{1.151.273}{V^{1,38}} - 14,7 \right) A$$

Comprimento		Volume (pol ³)	Área (pol ²)	Força/mola (lbs)	Força total na suspen- são	
(pol)	(m)				(lbs)	(Newtons)
19	0,483	1250	25	1165	2330	10356
18	0,457	1210	36	1779	3558	15813
17	0,432	1160	47	2503	5006	22249
16	0,406	1100	56	3272	6544	29084
15	0,381	1040	64	4116	8232	36587
14	0,356	970	69	4988	9976	44338
13	0,330	900	71	5804	11608	51591
12,5	0,318	860	71	6348	12498	55547
12	0,305	820	71	6743	13486	59938
11	0,279	750	71	7764	15528	69013
10	0,254	680	71	9039	18078	80347
9	0,229	610	71	10670	21340	94844
8	0,203	530	73	13549	27098	120436
7	0,178	460	77	17621	35242	156631
6	0,152	370	81	25450	50900	226222

Constante de mola na posição de projeto = $328.622 \frac{N}{m}$

TABELA 1 - Dados da curva dinâmica da mola traseira

Firestone Airmount® Airstroke® IT15S-6

NUMBER

SAMPLES OF DYNAMIC CHARACTERISTICS

DESIGN HEIGHT - 12 IN.	VOLUME 631 IN. ³		
PRESSURE - PSIG	40	60	80
LOAD - lbs	2080	3200	4250
STROKE - lbs./in.	366	513	647
FREQUENCY - cps	79	75	73

IT15S-6 STATIC DATA
RECOMMENDED STATIC PRESSURE
20 TO 100 PSIG

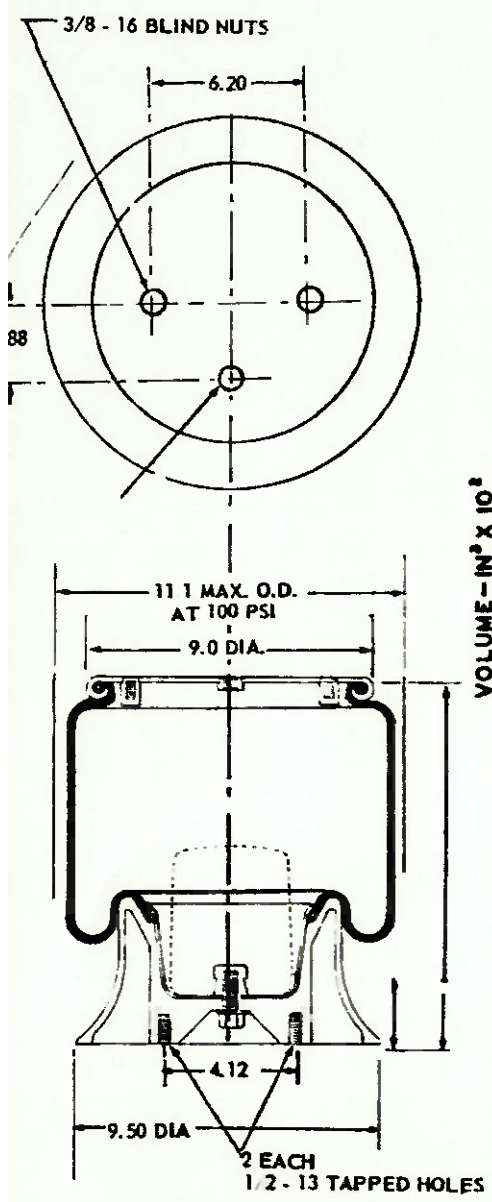
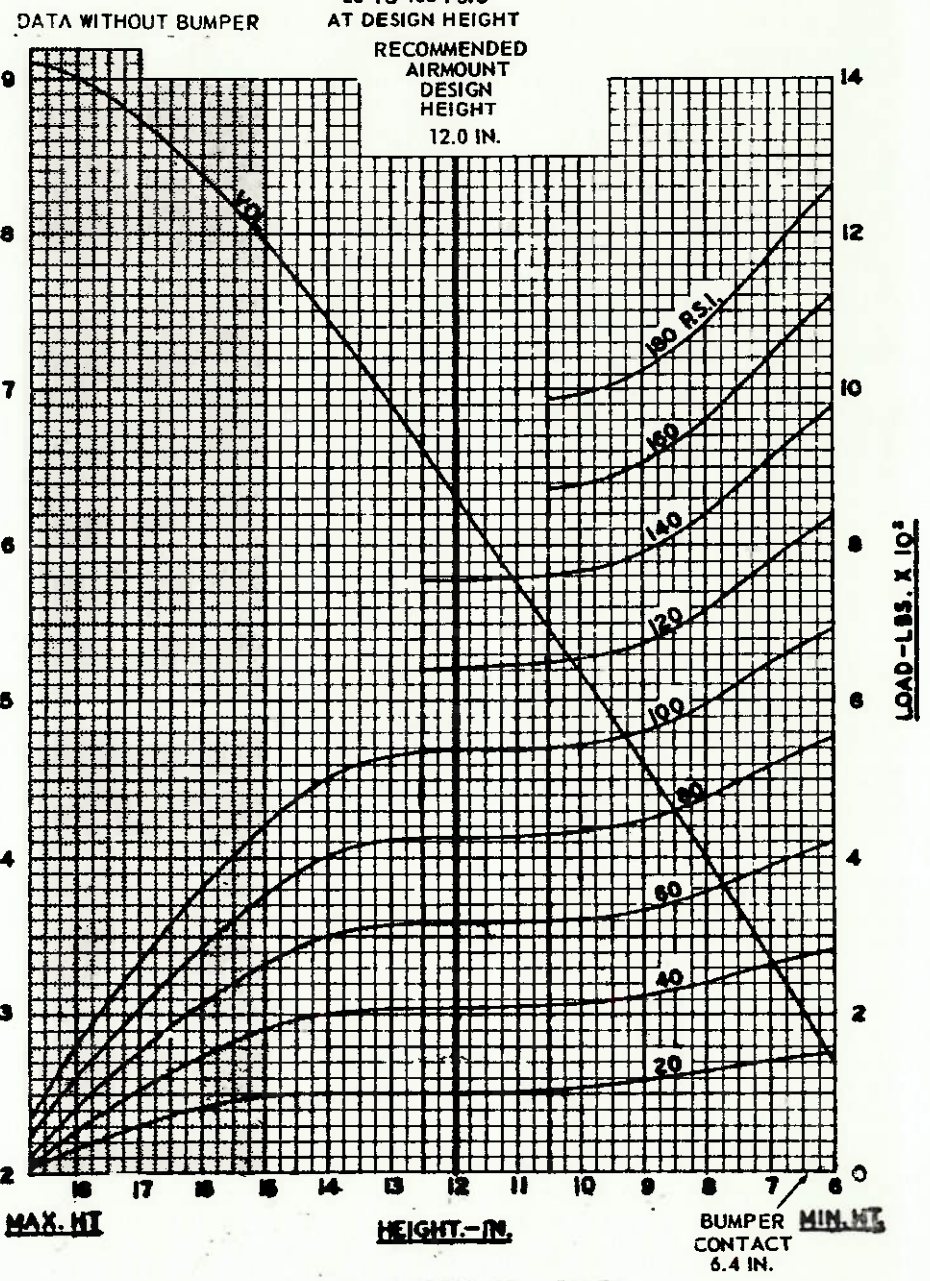


Figura 11a - Mola pneumática dianteira - Curva estática

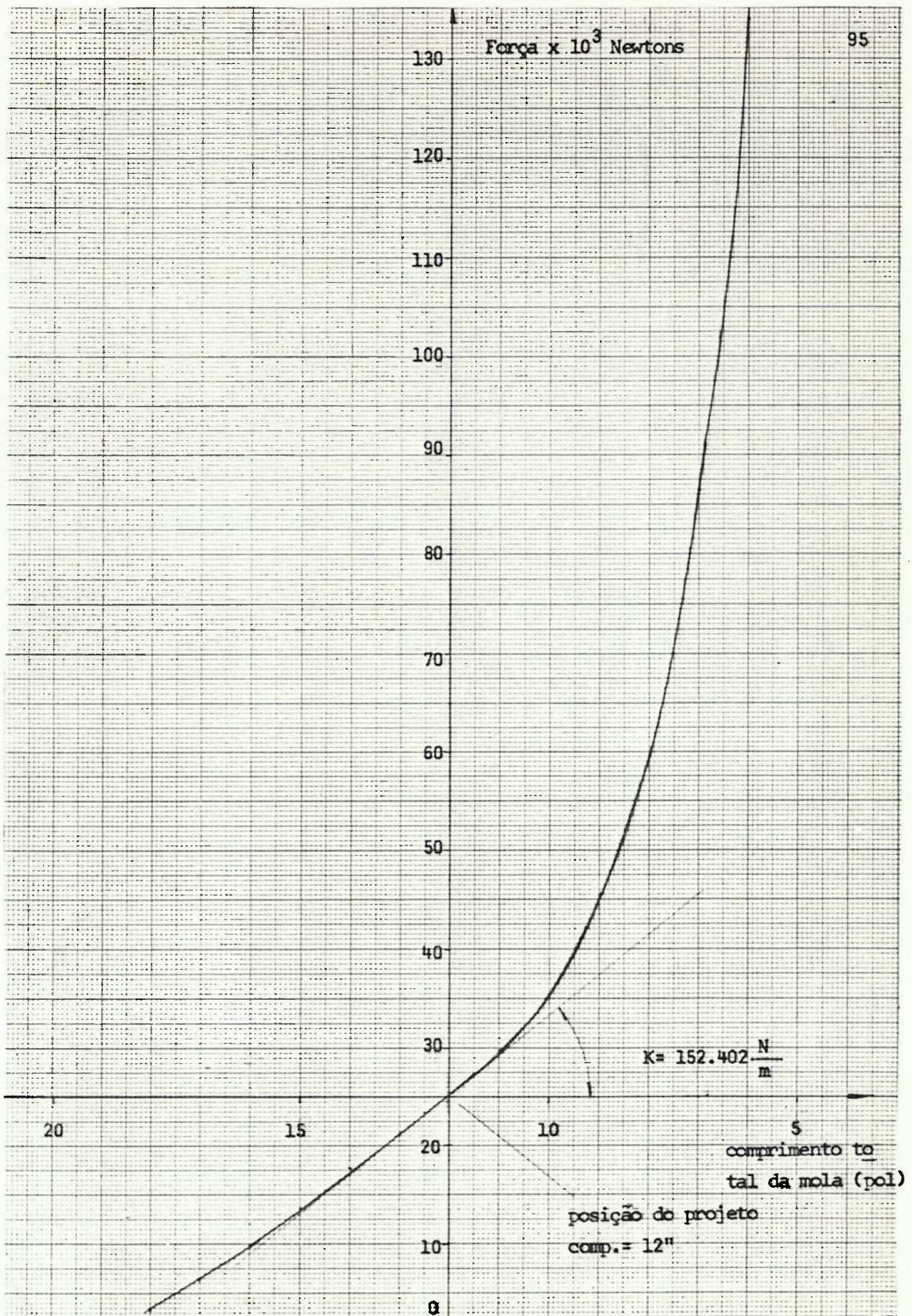


Figura 11b - Curva dinâmica da mola dianteira

Pressão estática = 54,0 psig = 68,7 psi

Volume estático = 630 pol²

Pressão atmosférica $p_a = 14,7$ psi $n = 1,38$

$$F = \left(\frac{P_1 V_1^n}{V^n} - p_a \right) A = \left(\frac{501.241}{V^n} - 14,7 \right) A$$

Comprimento		Volume (pol ²)	Área (lbs)	Força/ mola (lbs)	Força total na suspensão	
(pol)	(m)				(lbs)	(Newtons)
18	0,457	900	14	382	764	3396
17	0,432	875	25	724	1448	6436
16	0,406	835	36	1107	2214	9840
15	0,381	795	44	1546	3092	13742
14	0,356	745	50	1990	3980	17689
13	0,330	690	52	2387	4774	21218
12,5	0,318	660	53	2636	5271	23427
12,0	0,305	630	53	2862	5724	25440
11,5	0,292	605	53	3071	6142	27298
11	0,279	575	53	3351	6702	29787
10	0,254	520	53	3966	7932	35253
9	0,229	460	56	5115	10230	45467
8	0,203	400	59	6719	13438	59724
7	0,178	335	65	9720	19440	86400
6	0,152	270	70	15055	30110	133822

Constante de mola na posição de projeto = $152.402 \frac{N}{m}$

TABELA 2 - Dados da curva dinâmica da mola dianteira

IV.D - Frequência Natural

Conforme as equações apresentadas no capítulo 2 determinaremos a frequência de vibração do sistema primário (massa suspensa).

Suporemos que as oscilações aqui sejam pequenas de maneira que possamos admitir o comportamento da mola como linear.

Coefficiente de mola

Nas expressões que se seguem a constante de mola utilizada corresponde ao sistema de suspensão, ou seja, é numericamente igual à relação entre a força no pneu e o deslocamento vertical do mesmo. Assim, conforme fig. (7) verificamos que o coeficiente da mola pneumática é menor que a constante de mola da suspensão. Isto é claro se observarmos que no ponto "A" a força é maior e o deslocamento vertical é menor.

A constante da suspensão será:

$$K = \frac{\text{Força no pneu (ponto A)}}{\text{deslocamento vertical}} \qquad K = K_M \cdot \left(\frac{f}{e}\right)^2$$

onde: K_M é o coeficiente da mola pneumática

$$\frac{f}{e} = \text{relação de alavanca}$$

Suspensão traseira

Constante de mola da suspensão fig. (7)

$$K_T = K_{M_T} \cdot \left(\frac{f}{e}\right)^2 \qquad K_{M_T} = 328.622 \frac{N}{m}$$

$$K_T = 328.622 (1,5)^2 \quad \left(\frac{f}{e}\right) = 1,5$$

$$K_T = 739.400 \frac{N}{m}$$

Constante de mola dos pneus

$$K_{PT} = 4 \times 1.033.312$$

$$K_{PT} = 4.133.48 \text{ N/m}$$

Constante de mola global da suspensão

$$K_{ST} = \frac{K_{PT} \cdot K_T}{K_{PT} + K_T}$$

$$K_{ST} = 627.200 \frac{N}{m}$$

Suspensão dianteira

- Constante de mola da suspensão

$$K_D = K_{MD} \cdot \left(\frac{f}{e}\right)^2 \quad K_{MD} = 152.402 \frac{N}{m}$$

$$K_D = 342.904 \frac{N}{m} \quad \frac{f}{e} = 1,5$$

- Constante de mola dos pneus

$$K_{PD} = 2 \times 1.033.312$$

$$K_{PD} = 2.066.624 \text{ N/m}$$

- Constante de mola global da suspensão

$$K_{SD} = \frac{K_{PD} \cdot K_D}{K_{PD} + K_D}$$

$$K_{SD} = 294.104 \frac{N}{m}$$

- Determinação das frequências naturais

$$\omega_{T,D}^2 = \frac{\alpha + \gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} (\alpha - \gamma)^2 + \frac{\beta}{r^2}}$$

A expressão acima foi apresentada no capítulo 2 referente ao sistema primário (massa suspensa). Ela fornece os dois valores possíveis de vibração natural do sistema (sistema genérico acoplado).

Os parâmetros α , β , γ são inerentes a cada sistema de suspensão e valem:

$$\alpha = \frac{K_{SD} + K_{ST}}{M} \quad \beta = \frac{a \cdot K_{SD} - b \cdot K_{ST}}{M}$$

$$\gamma = \frac{a^2 K_{SD} + b^2 K_{ST}}{J}$$

onde \underline{M} é massa suspensa, \underline{J} é o momento de inércia em relação ao CG

\underline{a} e \underline{b} as distâncias das rodas dianteiras e traseiras ao CG, respectivamente.

Para nosso sistema temos:

$$M = 12.400 \text{ kg} \quad \text{e} \quad J = 179.084 \text{ kg.m}^2$$

$$a = 5,213 \text{ m} \quad b = 2,387 \text{ m} \quad r^2 = 14,44 \text{ m}^2$$

$$K_{SD} = 294.104 \text{ N/m} \quad K_{ST} = 627200 \text{ N/m}$$

$$\alpha = 74,299 \frac{\text{rd}}{\text{s}^2} \quad \beta = 2,906 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\gamma = 64,584 \frac{\text{rd}}{\text{s}^2}$$

Frequências naturais

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{\alpha + \gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\alpha - \gamma)^2 + \frac{\beta}{r^2}}$$

$$\omega_{1,2}^2 = 69,44 \pm 4,917$$

$$\omega_1^2 = 74,357 \quad \omega_1 = 8,62 \frac{\text{rd}}{\text{s}} \quad \omega_2^2 = 64,523 \quad \omega_2 = 8,03 \frac{\text{rd}}{\text{s}}$$

$$\omega_1 = 1,37 \text{ Hz}$$

$$\omega_2 = 1,28 \text{ Hz}$$

Determinação dos nós de vibração

Os nós representam os pontos em torno dos quais a massa suspensa irá vibrar quando a roda do veículo for deslocada verticalmente (cap. 2).

$$\frac{Z}{\theta} = -\left(\frac{\gamma - \omega^2}{\beta}\right) \cdot r^2 \quad \text{ou} \quad \frac{Z}{\theta} = \frac{\beta}{(\omega^2 - \alpha)}$$

onde Z é o deslocamento vertical de CG

θ o deslocamento angular em torno do nó de vibração. Fig. (12)

Substituindo os valores nas equações acima obtemos:

$$\frac{Z}{\theta} = -0,3 \text{ m} \quad 1$$

$$\frac{Z}{\theta} = 48,6 \text{ m} \quad 2$$

Analisando os pontos acima notamos que um dos nós de vibração está localizado a 0,3 m a frente do CG e o outro está localizado a 48,6 m a trás do CG.

A condição pretendida seria que cada um dos nós de vibração esti-

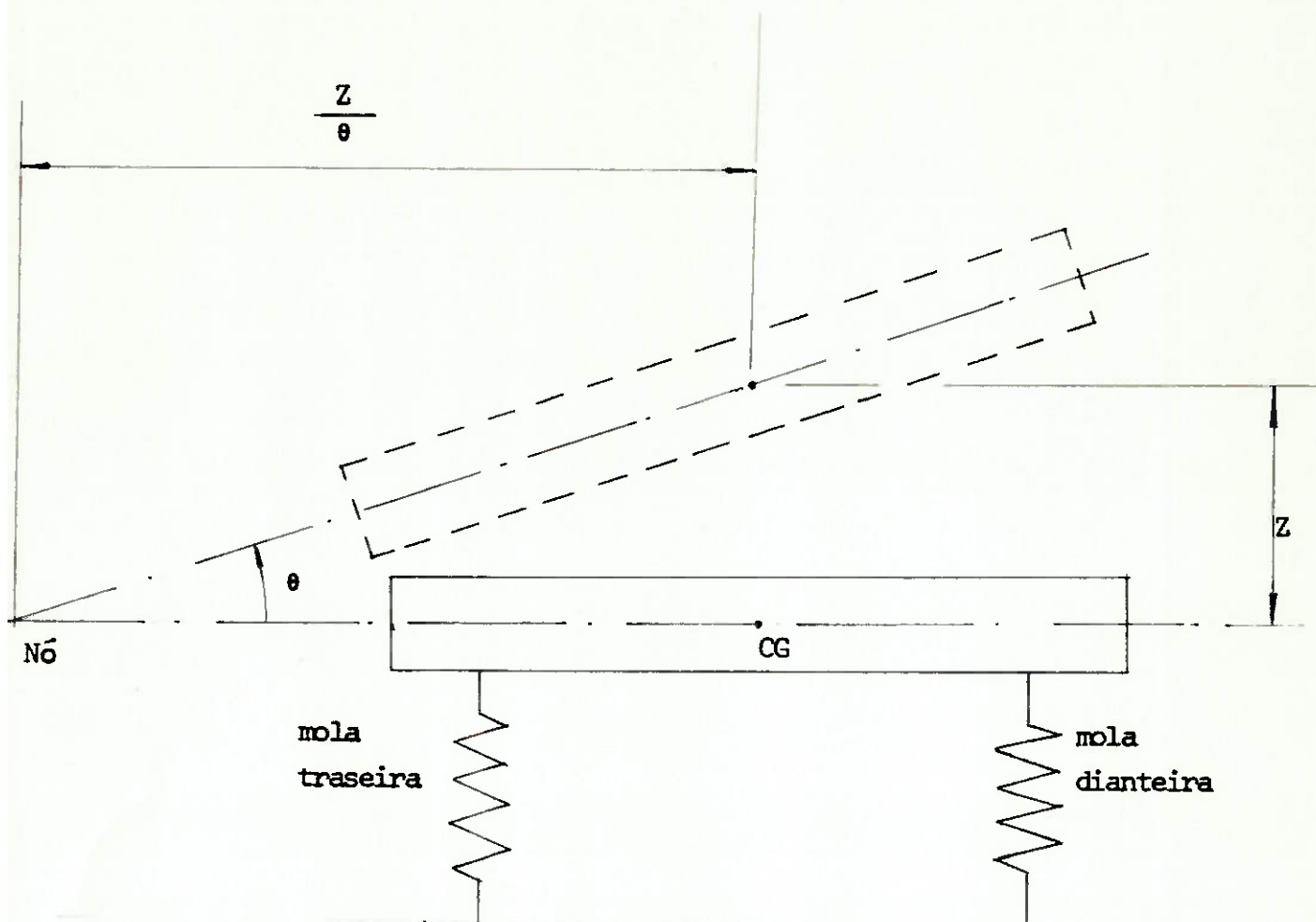


Figura 12 - Movimento da massa suspensa

vesse posicionado exatamente sobre cada um dos pneus do veículo. Desta forma um impacto na suspensão dianteira não causaria movimento da suspensão traseira e vice-versa.

Como mostrado no capítulo 2 a condição descrita acima ocorre - quando $\frac{r^2}{a.b} = 1$

Esta condição é difícil de obter num ônibus, pois o valor do raio de giração é grandemente influenciado pelo total de passageiros que estão sendo transportados e a distribuição destes no interior do veículo. Porém, poderá existir uma condição tal que o número de passageiros e sua distribuição no interior do veículo seja tal que $r^2/a.b = 1$. Para esta situação os nós de vibração estarão sobre os eixos das suspensões respectivas.

Na maioria das situações teremos a influência mútua do movimento de uma suspensão sobre a outra e a combinação destes movimentos resultará o movimento da massa suspensa.

O importante a ser lembrado é que o movimento geral da massa suspensa é descrito pela combinação de dois movimentos rotacionais em torno de seus respectivos nós. O caso onde há um movimento de translação vertical e outro de rotação em torno do CG é uma condição particular quando um dos nós vai para infinito e o outro para o CG.

IV.E - Amortecedores

Determinaremos neste tópico qual os amortecedores que deverão ser utilizados a priori (antes dos testes de campo) para produzir um perfeito amortecimento sem no entanto, prejudicar as características fundamentais do veículo.

Os amortecedores a serem utilizados terão curvas diferentes para compressão e tração e não serão elementos lineares, isto é feito para ob-

ter melhores características de isolamento e segurança conforme discutido na seção referente ao sistema secundário (massa não suspensa) discutido no capítulo 2.

Amortecimento crítico

Sabemos que o fator de amortecimento, $\zeta = c/c_c$ que é igual a relação entre o coeficiente do amortecedor e o valor do amortecimento crítico, deve estar entre 0,2 e 0,3. Logo para sabermos qual o valor de referência do amortecimento a ser utilizado devemos determinar qual é o amortecimento crítico de cada suspensão.

Para calcularmos o valor do amortecimento crítico suporemos que o valor de $r^2/a.b$ é igual a 1; conforme explicado no item anterior esta hipótese pode ser aceita para um ônibus. Nestas condições a massa suspensa pode ser considerada como se houvesse duas massas sobre cada uma das suspensões e vibrando independentemente uma da outra. Sob estas condições cada sistema de suspensão pode ser considerado um sistema massa mola simples.

IV.E.1 - Suspensão traseira

Para a suspensão traseira temos:

$$M_T = 8505 \text{ kg}$$

$$K_{ST} = 627.200 \text{ N/m}$$

$$\omega_T = \sqrt{\frac{K_{ST}}{M_T}}$$

$$\omega_T = 8,59 \frac{\text{rd}}{\text{s}}$$

M_T = porção da massa suspensa considerada sobre a suspensão traseira

ω_T = frequência natural da suspensão traseira

Amortecimento crítico C_{CT}

$$C_{CT} = 2 M_T \omega_T$$

$$C_{CT} = 146.116 \frac{N \cdot s}{m}$$

Devemos notar que a massa total do veículo poderá ser menor e isto implicará num menor valor do amortecimento crítico.

Para reduzir os problemas de vibração transversal do eixo como discutido no capítulo 2 montaremos os amortecedores com uma inclinação em relação a vertical de 20°.

Utilizando um fator de amortecimento crítico $\zeta = 0,2$ temos:

$$C_T = \frac{0,2 C_{CT}}{\cos 20^\circ}$$

$$C_T = 31.100 \frac{N \cdot s}{m}$$

valor de referência

Utilizaremos 4 amortecedores (2 para cada mola pneumática) do tipo AM 45021 da Cofab. A tabela 3 mostra os dados deste amortecedor e a fig. (13) mostra o gráfico dos 4 amortecedores juntos.

IV.E.2 - Suspensão dianteira

Para a suspensão dianteira temos:

$$M_D = 3895 \text{ kg}$$

$$K_{SD} = 294.104 \text{ N/m}$$

$$\omega_D = \sqrt{\frac{K_{SD}}{M_D}}$$

$$\omega_D = 8,69 \frac{rd}{s}$$

M_D = porção da massa suspensa considerada sobre a suspensão dianteira

ω_D = frequência natural da suspensão dianteira

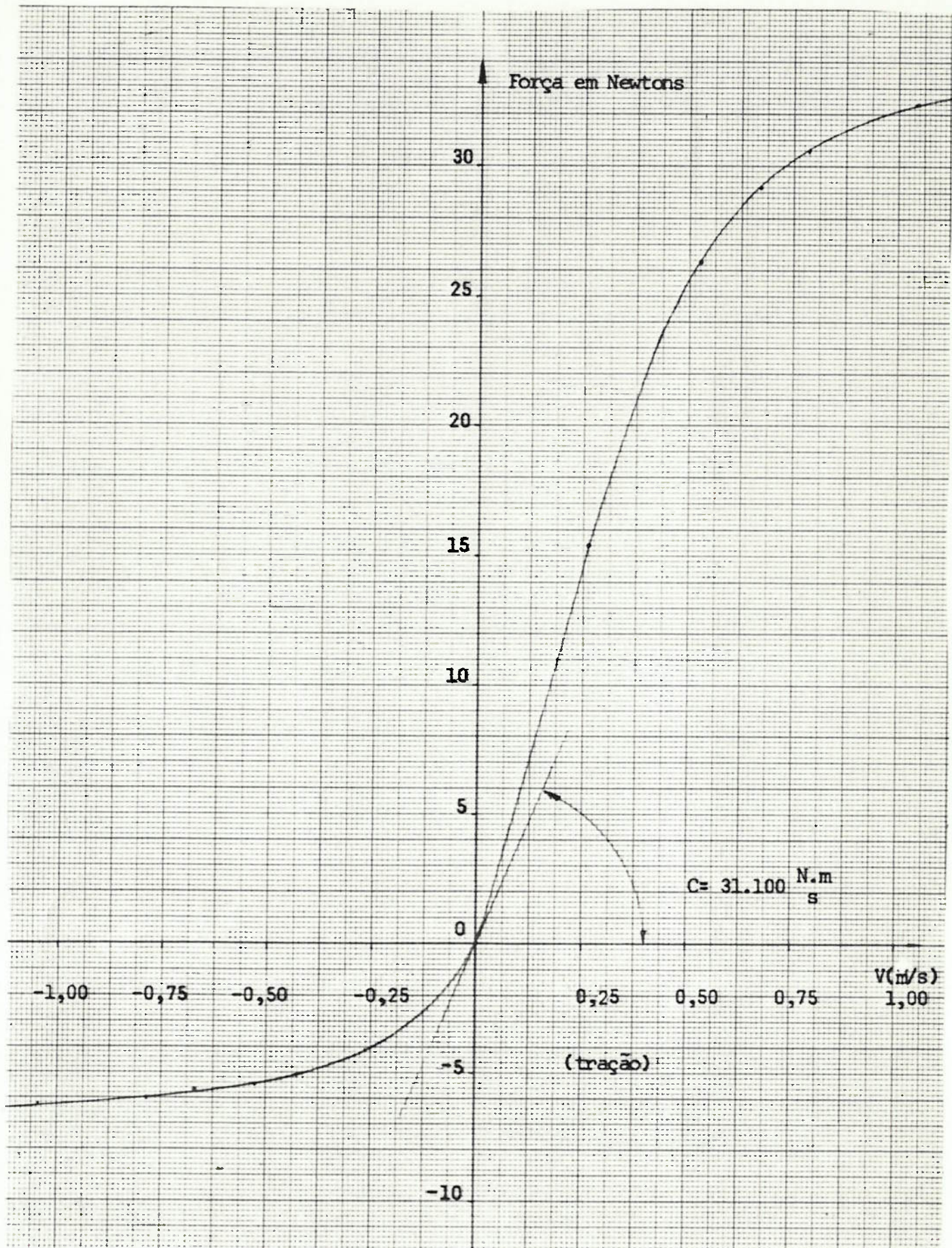


Figura 13 - Gráfico dos amortecedores traseiros

Amortecimento crítico dianteiro C_{CD}

$$C_{CD} = 2 \cdot M_D \cdot \omega_D$$

$$C_{CD} = 67.695 \frac{N \cdot s}{m}$$

Montaremos os amortecedores com uma inclinação de 20° em relação à vertical pela mesma razão que na montagem da suspensão traseira.

Para um fator de amortecimento crítico $\zeta = 0,25$ o coeficiente de amortecimento (C_T) de referência será:

$$C_T = 0,25 \frac{C_{CT}}{\cos 20^\circ}$$

$$C_T = 18.010 \frac{N \cdot s}{m}$$

	Velocidade (m/s)	Força/amortecedor (Newtons)	Força total 4 Amortecedores (Newtons)
Compressão	-0,262	-1030	-4120
	-0,524	-1364	-5456
	-0,668	-1422	-5688
	-0,785	-1501	-6004
	-1,047	-1570	-6280
Tração	0,262	3855	15420
	0,524	6583	26332
	0,668	7308	29232
	0,785	7652	30608
	1,047	8113	32452

TABELA 3: Dados dos amortecedores traseiros

	Velocidade (m/s)	Força/amortecedor (Newtons)	Força total 2 amortecedores (Newtons)
Compressão	-0,262	-1030	2060
	-0,524	-1364	2728
	-0,668	-1422	2844
	-0,785	-1501	3002
	-1,047	-1570	3140
Tração	0,262	3855	7710
	0,524	6583	13166
	0,668	7308	14616
	0,875	7652	15304
	1,047	8113	16226

TABELA 4 - Dados dos amortecedores dianteiros

Para conseguir a característica de amortecimento desejado utilizaremos na suspensão dianteira dois amortecedores do tipo AM 45021 da Cofab (1 para cada mola pneumática). A tabela 4 mostra os dados do amortecedor e a fig. (14) mostra o gráfico dos dois amortecedores atuando juntos.

IV.F - Análise da massa não suspensa

Verificaremos neste item qual a frequência fundamental de oscilação da massa suspensa, qual o fator de amortecimento crítico inerente ao sistema de suspensão já pré definido e qual a característica de isolamento do sistema (fator de amplificação).

A figura (15) mostra o modelo de análise adotado para a massa

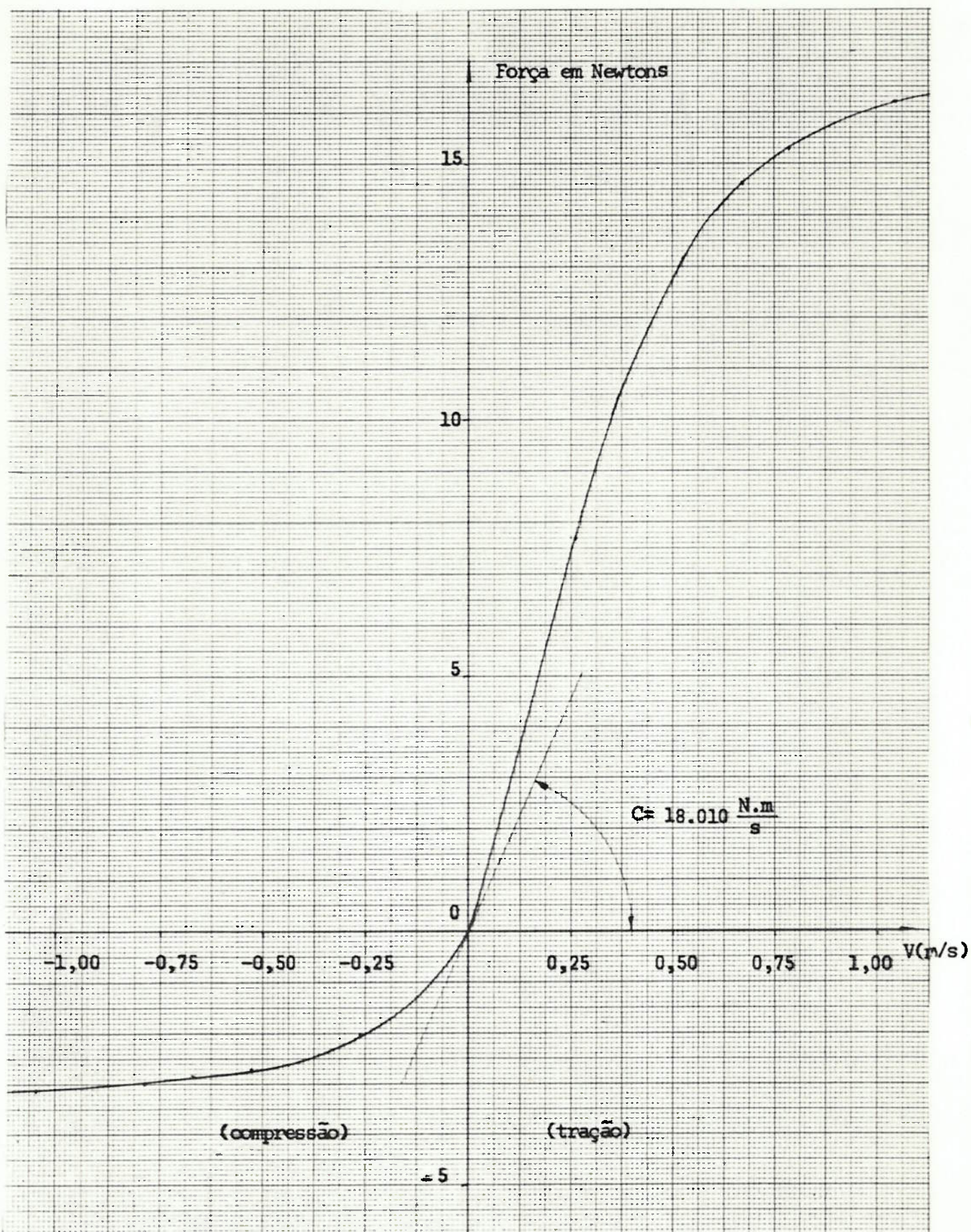


Figura 14 - Gráfico dos amortecedores dianteiros

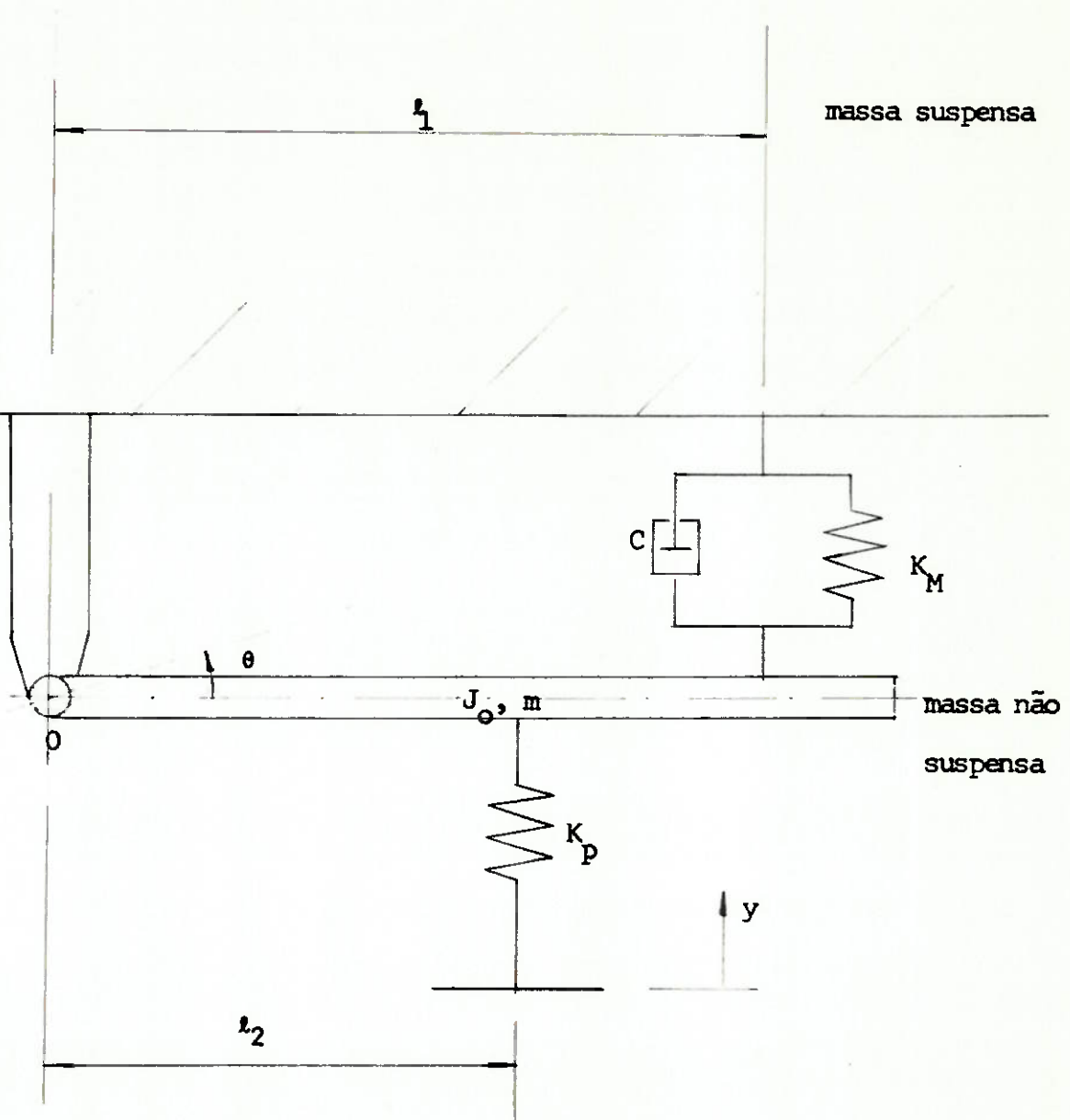


Figura 15 - Modelo da massa não suspensa

não suspensa. Aqui está sendo considerado o sistema como desacoplado, isto é, sem sofrer influências da massa suspensa. Justifica-se esta hipótese pelo fato da frequência natural da massa não suspensa ser bem maior que a frequência natural da massa suspensa, logo a influência mútua dos movimentos é pequena.

Aplicando o princípio fundamental da dinâmica ao sistema de suspensão da fig. (15) obtemos:

$$J_0 \ddot{\theta} + c l_1^2 \dot{\theta} + (K_M l_1^2 + K_P l_2^2) \theta = K_P l_2 \cdot y \quad 1$$

A frequência natural da massa suspensa é:

$$\omega_n = \frac{\sqrt{K_M l_1^2 + K_P l_2^2}}{J_0} \quad 2$$

onde cada um dos parâmetros estão indicados na fig. 15.

$$\text{fazendo } J_0 = m r_0^2$$

onde r_0 é o raio de giração da massa não suspensa

temos:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_M}{m} \left(\frac{l_1}{r_0}\right)^2 + \frac{K_P}{m} \left(\frac{l_2}{r_0}\right)^2} \quad 3$$

O fator de amortecimento crítico ζ será dado por:

$$\zeta = \frac{c \cdot l_1^2}{2J_0 \cdot \omega_n} \quad 4$$

Supondo agora que $y = Y_0 \text{ sen } (\omega_f \cdot t)$ temos:

O fator de amplificação $\left(\frac{\theta \cdot l_2}{Y_0}\right)$ será dado por:

$$\frac{\theta \cdot l_2}{Y_0} = \frac{1}{\left(\frac{K_M}{K_P} \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2 + 1 \right)} \quad \times \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

$$\boxed{\frac{\theta \cdot l_2}{Y_0} = \frac{1}{\left[\frac{K_M}{K_P} \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^2 + 1 \right]} \quad \times M} \quad 5$$

onde $r = \frac{\omega_f}{\omega_n}$

O valor de M é correspondente ao fator de magnificação dinâmica dos sistemas tradicionais massa mola. O valor de M em função de r e ζ está mostrado na fig. (9) do capítulo 2.

Analisando a equação 5 notamos que quanto maior a relação l_1/l_2 menor será a amplitude dos eixos das rodas, ou seja, melhor será a isolação das rodas em relação às irregularidades do solo.

Para um sistema de massa não suspensa convencional (massa oscilando verticalmente, (fig. (8) do capítulo 1) a relação de amplitude é dada por:

$$\frac{x_0}{y_0} = \frac{1}{\left(\frac{K_M}{K_P} \right) + 1} \quad \times M \quad 6$$

onde o coeficiente de amortecimento dos pneus foi considerado zero

Analisando a relação de amplitudes apresentadas nas equações (5) e (6) verificamos que o sistema que estamos utilizando neste projeto possui melhor característica de isolação da massa não suspensa em relação aos

sistemas tradicionais.

A força transmitida à massa suspensa é dada por:

$$F_T = K_M \theta \ell_1 + C \dot{\theta} \ell_2 + F_0$$

onde F_0 é a força vertical na articulação. Suporemos que o nosso eixo es-
teja sobre o centro de percussão da estrutura não suspensa desta forma
temos $F_0 = 0$.

Supondo ainda que $Y = Y_0 \sin \omega_f t = 0$ fator de transmissividade ;
da força é dado por:

$$\frac{F_T}{Y_0 K_P} = \frac{\ell_2}{\ell_1} \cdot \frac{\sqrt{\left[\frac{K_M}{K_M + K_P \left(\frac{\ell_2}{\ell_1} \right)} \right]^2 + (2\zeta r)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + 2\zeta r}}$$

onde $r = \frac{\omega_f}{\omega_n}$ e $\zeta = \frac{c}{c_c}$

$$\frac{F_T}{Y_0 K_P} = \frac{\ell_2}{\ell_1} \sqrt{\left[\frac{K_M}{K_M + K_P \left(\frac{\ell_2}{\ell_1} \right)} \right]^2 + (2\zeta r)^2} \times \frac{1}{M} \quad 7$$

Analisando a expressão 7 verificamos outra característica funda-
mental do sistema de suspensão com massa não suspensa articulada. A força
transmitida diminui à medida que aumentamos a relação $\left(\frac{\ell_1}{\ell_2} \right)$.

O valor da transmissividade para um sistema massa-mola tradicio-
nal (fig. 8 - cap. 1) é dado pela equação 7 onde devemos substituir o va-
lor de $\frac{\ell_2}{\ell_1}$ pela unidade.

O valor de ℓ_2/ℓ_1 , utilizado aqui é menor do que a unidade, logo

podemos concluir que o nosso sistema de suspensão transmite menor esforço que os sistemas de suspensões tradicionais. Isto implica em melhor isolação da massa suspensa.

Centro de percussão da massa não suspensa

A fig. (16) mostra o diagrama de corpo livre para a estrutura da massa não suspensa:

Aplicando o princípio fundamental da dinâmica obtemos:

$$\ddot{\theta} = \frac{F_p \cdot l_2 - F_1 \cdot l_1}{J_0}$$

onde $J_0 = m \cdot r_0^2$

Aplicando agora as equações de equilíbrio à fig. (16) obtemos o valor da reação na articulação:

$$F_0 = F_p - F_i - F_1$$

onde $F_i = m \cdot x_{CG} \ddot{\theta}$

$$\text{ou } F_0 = F_p - m \cdot x_{CG} \left[\frac{F_p \cdot l_2 - F_1 \cdot l_1}{m \cdot r_0^2} \right] - F_1$$

O centro de percussão será o valor de l_2 para que a reação na articulação seja zero.

Deveremos inicialmente calcular a relação entre F_1 e F_p .

Supondo uma excitação harmônica do tipo $y = Y_0 \sin \omega_t$

$$F_1 = \sqrt{(K_m \cdot \theta \cdot l_1)^2 + (C \cdot \omega \cdot \theta \cdot l_1)^2} \text{ e } F_p = K_p (Y - l_2 \theta)$$

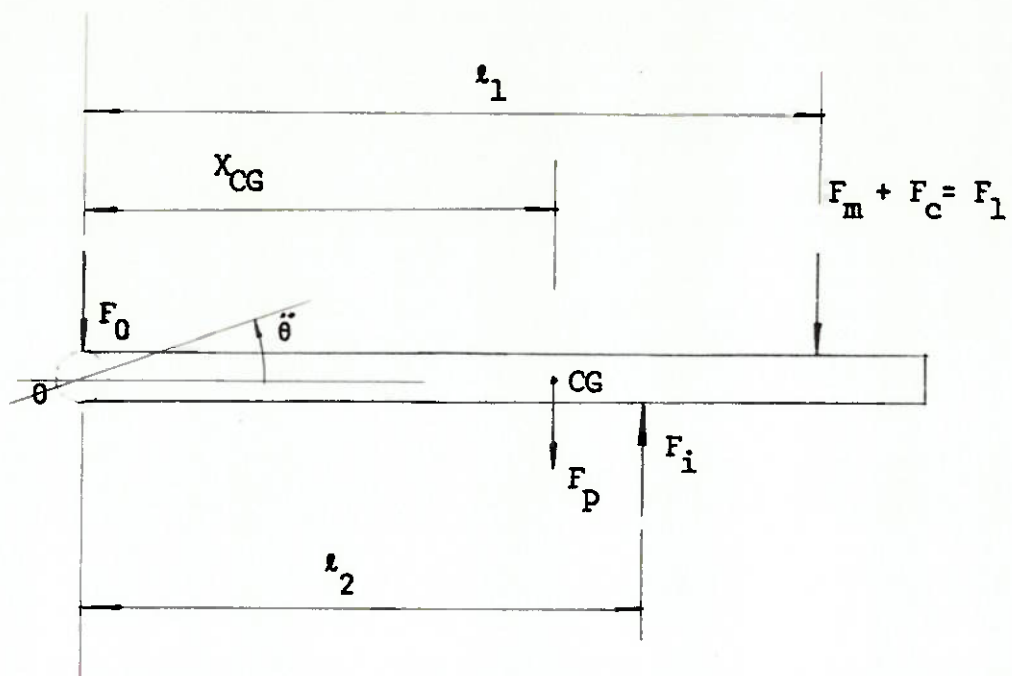


Figura 16 - Diagrama de corpo livre da estrutura não suspensa

O valor da relação de amplitude $\frac{\theta \cdot l_2}{Y_0}$ terá para estas condições o valor genérico: R_a

Assim temos:

$$F_1 = \theta \cdot l_2 \cdot \sqrt{\left(K_m \frac{l_1}{l_2}\right)^2 + (C \omega)^2} \quad e$$

$$F_p = K_p Y_0 (1 - R_a)$$

$$\frac{F_1}{F_p} = \frac{R_a}{1 - R_a} \sqrt{\left(\frac{K_m}{K_p} \frac{l_1}{l_2}\right)^2 + \left(\frac{C \cdot \omega}{K_p}\right)^2} = s$$

Para determinarmos o centro de percussão vamos impor $F_0 = 0$ e

$$F_1 = F_p \cdot s$$

$$F_p - x_{CG} \left(\frac{l_{cp} \cdot F_p - s F_p \cdot l_1}{r_0^2} \right) - s \cdot F_p = 0$$

$$F_p (1 - s) - F_p \left(\frac{l_{cp} \cdot x_{CG} - \frac{s \cdot l_1 \cdot x_{CG}}{r_0^2}}{r_0^2} \right) = 0$$

$$1 - s = 1 + \left(\frac{l_1 \cdot x_{CG}}{r_0^2} \right) = \frac{l_{cp} \cdot x_{CG}}{r_0^2}$$

adotando o valor de $s = 0,1$ obtemos o valor de l_2 correspondente ao centro de percussão da estrutura não suspensa.

$$l_{cp} = \frac{r_0^2}{x_{CG}} \left[1 - 0,1 \left(1 + \frac{l_1 \cdot x_{CG}}{r_0^2} \right) \right]$$

Devemos notar que o centro de percussão da estrutura irá depender da relação entre F_1 e F_p . O valor de $s = 0,2$ acreditamos ser o que mais comumente ocorre na prática em função das características do nosso sistema de suspensão.

Aplicaremos os conceitos aqui expostos para analisar cada um dos sistemas de suspensão.

IV.F.1 - Suspensão traseira

Temos as seguintes características para suspensão traseira:

$$K_{MT} = 328622 \frac{N}{m}$$

$$K_{PT} = 4.133.248 \frac{N}{m}$$

$$l_1 = 2,25 \text{ m} \quad l_2 = 1,3 \text{ m}$$

$$M_T \approx 600 \text{ kg} \quad X_{cg} \approx 1,4 \text{ m}$$

$$C_T = 31.100 \frac{N \cdot s}{m}$$

$$J_{OT} = 1500 \text{ kg} \cdot m^2$$

$$r_0^2 = 2,5 \quad r = 1,58 \text{ m}$$

Em função destas características obtemos:

$$\text{Frequência fundamental} \quad \omega_T = 85,6 \frac{\text{rd}}{\text{s}}$$

$$\text{ou} \quad \omega_T = 13,6 \text{ Hz}$$

Fator de amortecimento crítico

$$\zeta \approx 0,6 \quad (\text{equação 4})$$

Notamos que o amortecimento crítico obtido para a massa não suspensa é maior que o amortecimento crítico obtido anteriormente para a massa suspensa. Porém, julgamos conveniente manter este valor.

Centro de percussão

$$l_{CP} = 1,38 \text{ m}$$

Este valor está próximo de l_2 e portanto concluímos ser satisfatória a geometria adotada.

IV.F.2 - Suspensão dianteira

Temos as seguintes características para a suspensão dianteira:

$$K_{M_D} = 152.402 \frac{N}{m}$$

$$J = 630 \text{ kg m}^2$$

$$K_P = 2.066.624 \frac{N}{m}$$

$$m = 300 \text{ kg}$$

$$x_{CG} = 1,2 \text{ m}$$

$$C = 18.010 \frac{N \cdot s}{m}$$

$$r_0^2 = 2,1$$

$$l_1 = 2,1 \text{ m} \quad l_2 = 1,5 \text{ m}$$

$$r_0 = 1,41 \text{ m}$$

Em função destes valores obtemos:

Frequência fundamental

$$\omega_D = 92,24 \frac{rd}{s}$$

$$\omega_D = 14,7 \text{ Hz}$$

Fator de amortecimento crítico

$$\zeta = 0,7 \quad (\text{equação 4})$$

O valor obtido acima ainda é um pouco elevado, porém este valor será mantido devido às diferenças fundamentais do nosso sistema de suspensão em relação aos convencionais. Com este valor do amortecimento crítico a massa não suspensa rapidamente retornará à posição estável.

Centro de percussão

$$l_{CP} = 1,39 \text{ m}$$

Este valor também está próximo ao posicionamento do eixo.

Observamos que a distribuição de massa aqui adotada foi previamente estimada. Também a geometria escolhida foi previamente analisada.

IV.G - Análise da condição anti-mergulho e anti-levantamento

Conforme explicado no capítulo 3 existe uma geometria ótima para evitar a condição de mergulho de um veículo durante a frenagem do mesmo.

As figuras 1 e 3 do capítulo 3 mostram os parâmetros que interferem no fenômeno.

A nossa suspensão dianteira não possui a característica anti-mergulho, pois o ponto de articulação encontra-se adiante da roda. Esta característica de montagem da articulação dianteira foi necessária para otimizar o lay-out do ônibus como um todo. Ainda julgamos que o fato de não haver uma característica anti-mergulho não afetaria o conforto nem as características gerais da suspensão dianteira, pois a mola pneumática, possui uma constante de mola crescente, fato este que reduzirá sem dúvida as oscilações da estrutura não suspensa.

A suspensão traseira tem uma geometria que possui a característica anti-levantamento que será analisada abaixo.

- Comprimento horizontal da estrutura não suspensa $d = 2,25 \text{ m}$
- Altura da articulação da estrutura não suspensa em relação ao solo $C = 0,6 \text{ m}$
- Ângulo entre a linha horizontal e a linha PI que une o centro

da articulação ao ponto de contato do pneu ao solo

$$\operatorname{tg} \theta_T = \frac{c}{d} = \frac{0,6}{2,25} = 0,267$$

- Parcela da força de frenagem aplicada pelas rodas traseiras:

$$(1 - q) 0,6$$

- distância entre eixos $\ell = 7,6 \text{ m}$

- altura do centro de gravidade do ônibus em relação ao solo

$$h = 1,8 \text{ m}$$

- condição anti-levantamento da suspensão traseira C.A.L.

$$C A L = \frac{\ell \cdot (1 - q) \operatorname{tg} (\theta_T)}{h}$$

$$C A L = 0,68$$

Este valor é considerado dentro do recomendado para suspensão traseira

IV - H - Análise da rigidez ao rolamento do veículo

Analisaremos neste tópico qual a rigidez para o rolamento do veículo. Com este valor poderemos saber o ângulo máximo que o veículo atin girá ao entrar em uma curva.

Suspensão traseira

Inicialmente iremos determinar qual a rigidez da bucha que re_ueste a articulação da estrutura não suspensa.

A rigidez de rotação da bucha no plano longitudinal da mesma é:

$$\frac{M}{\theta} = \beta_{\ell} \cdot L^3 \cdot G$$

onde L = comprimento

G = modelo de elasticidade

β_{ℓ} = coeficiente de proporcionalidade

M = momento aplicado

θ = ângulo causado

A nossa bucha tem as seguintes dimensões:

$$d = 50 \text{ mm} \qquad D = 160 \text{ mm} \qquad L = 250 \text{ mm}$$

dureza 70 shore A

$$\beta_L = \frac{11}{4} \qquad G = 1,73 \text{ MN/m}^2$$

Utilizando estes dados temos:

$$\frac{M}{\theta} = \beta_L \cdot G L^3 \quad \rightarrow \quad \boxed{\left(\frac{M}{\theta}\right)_b = 74.336 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}}$$

A rigidez devida às molas pneumáticas é:

$$\left(\frac{M}{\theta}\right)_m = K_M \cdot \frac{B^2}{2}$$

onde B é bitola de fixação das molas; para o nosso veículo temos B = 1,83 m

$$K_{TM} = 328.622 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\left(\frac{M}{\theta}\right)_m = 550.261 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

A rigidez total da suspensão traseira para o rolamento será:

$$\frac{M}{\theta} = \left(\frac{M}{\theta}\right)_m \times \left(\frac{M}{\theta}\right)_b$$

$$\left(\frac{M}{\theta}\right)_T = 624.597 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

Suspensão dianteira

Da mesma maneira que exposto acima determinaremos a rigidez para a suspensão dianteira.

A bucha dianteira tem as seguintes características:

$$d = 50 \text{ mm} \qquad D = 160 \text{ mm} \qquad L = 200 \text{ mm}$$

$$\text{dureza 70 shore A} \qquad G = 1,73 \text{ MN/m}^2$$

Rigidez da bucha dianteira

$$\left(\frac{M}{\theta}\right)_D = 38.000 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

Rigidez das molas dianteiras

$$\left(\frac{M}{\theta}\right)_D = K_{M_D} \frac{B^2}{2} \quad K_{M_D} = 152.402 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad B = 1,60 \text{ m}$$

$$\left(\frac{M}{\theta}\right)_D = 195.074 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

A rigidez total da suspensão dianteira é:

$$\left(\frac{M}{\theta}\right)_D = 233.134 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

A rigidez para o rolamento do veículo é igual à soma de cada rigidez calculada anteriormente para cada sistema de suspensão.

$$\left(\frac{M}{\theta}\right)_V = 857.731 \frac{\text{N.m}}{\text{rd}}$$

Supondo que se aplique uma aceleração transversal ao CG de 0,5 g teremos uma força lateral de:

$$F_L = 12.400 \times 0,4 \cdot 9,8$$

$$F_L = 48.608 \text{ N}$$

Esta força causará um momento em relação aos pontos de articulação da suspensão de

$$M = 48.608 \times 1,0$$

$$M = 48.608 \text{ N.m}$$

Este momento impõe um ângulo de inclinação ao veículo .

$$\theta = \frac{48.608}{857.731}$$

$$\theta = 0,0567 \text{ rd}$$

$$\theta = 3,259$$

Este ângulo está bem abaixo do máximo previsto nas especificações do projeto. Concluímos que a suspensão é satisfatoriamente rígida quanto ao rolamento.

IV.I - Dimensionamento

Conforme indicado no capítulo 3 a máxima carga que ocorre nas rodas dianteiras é dada por:

$$V = 3 W \left(\frac{Ah + g b}{g l} \right)$$

Esta expressão supõe que o veículo durante uma operação de frenagem passe por um obstáculo que acuse uma aceleração vertical de 3.g.

Dimensionaremos a estrutura inicialmente para resistir à fadiga causada pela carga acima.

O diagrama de corpo livre da suspensão é mostrado na fig. (17).

Suspensão dianteira

Como a estrutura e o carregamento são simétricos basta analisarmos metade da estrutura. Calculando previamente a estrutura hiperestática (viga balcão) chegamos ao valor do momento na viga M M.

$$M_1 = 101.100 \text{ kgf.cm}$$

tração no lado inferior

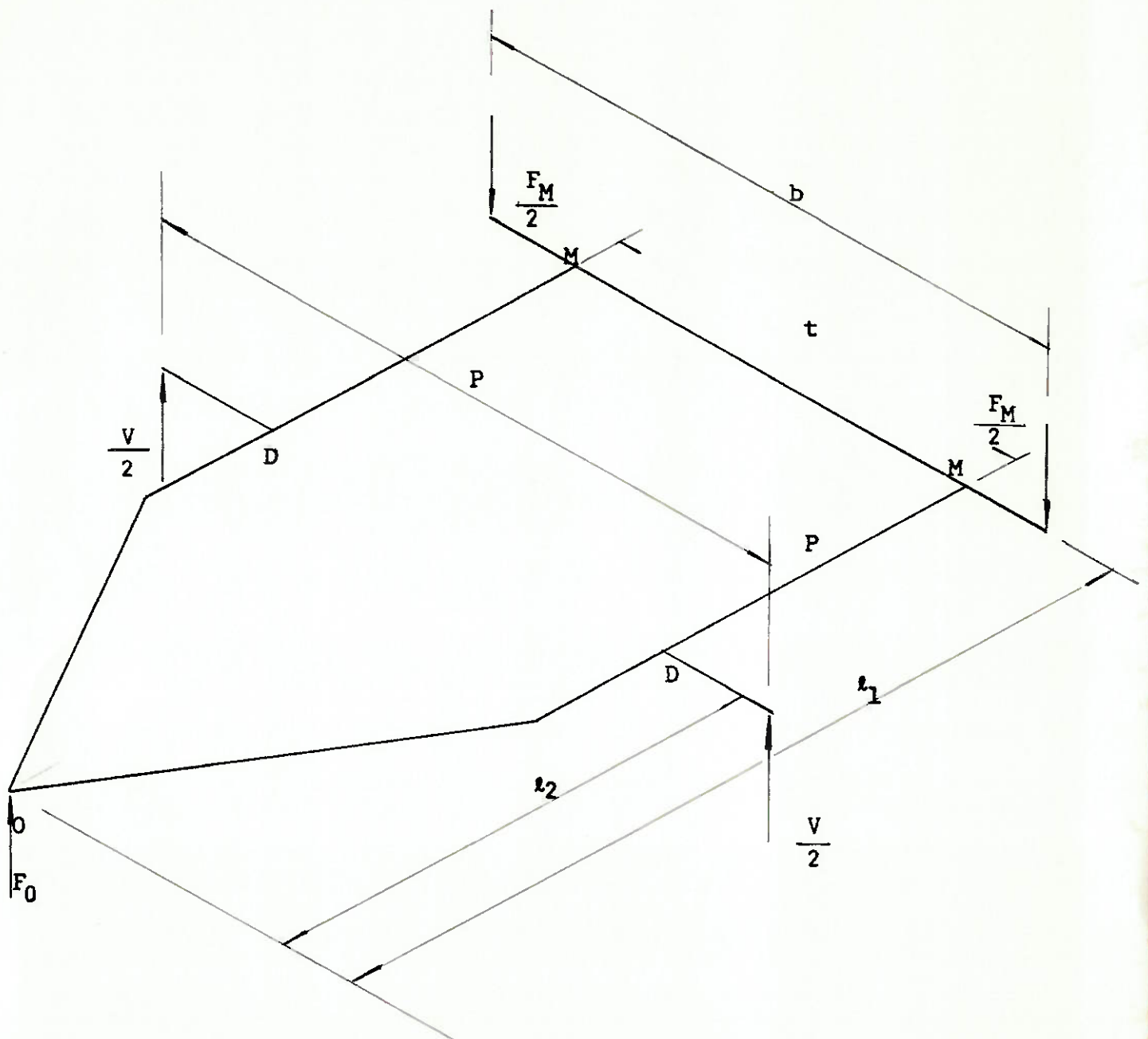


Figura 17 - Diagrama de corpo livre para suspensão dianteira

Momento fletor

Segundo mostra o diagrama de momentos fletores fig. (18) o momento fletor máximo ocorre nos pontos D da viga principal e vale

$$M_F = \frac{F_M}{2} \times (l_1 - l_2)$$

Momento torsor

O momento torsor máximo ocorre em D e vale

$$M_t = -\frac{F_M}{2} \left(\frac{b-t}{2} \right) + \frac{V}{2} \left(\frac{p-t}{2} \right) - M_1$$

Momento fletor ideal

Combinando os dois momentos obtidos acima achamos o momento ideal para o dimensionamento a flexo-torsão.

$$M_i = \sqrt{M_F^2 + (\alpha M_t)^2}$$

O módulo de resistência necessário para a estrutura será:

$$W = \frac{M_i}{\sigma_f}$$

- Força vertical máxima nas rodas dianteiras

$$V_D = 12.497 \text{ kgf}$$

- Força nas molas

$$F_M = \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{V_D}{2} \qquad \frac{l_2}{l_1} = \frac{1}{1,5}$$

$$F_M = 9.613 \text{ kgf}$$

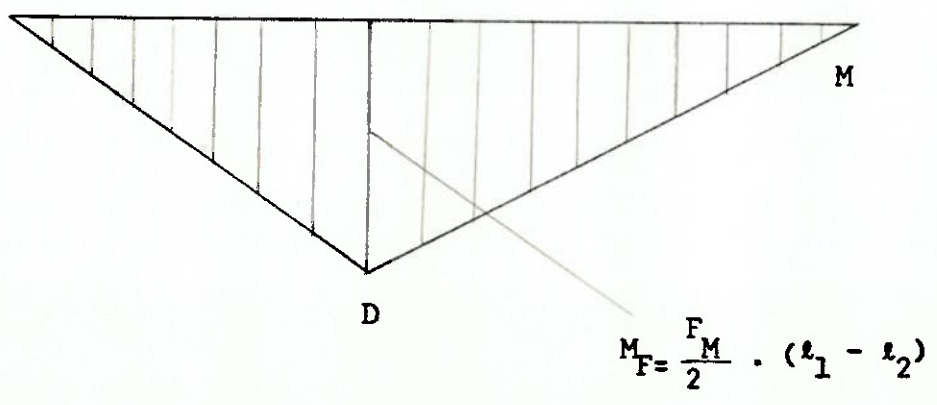
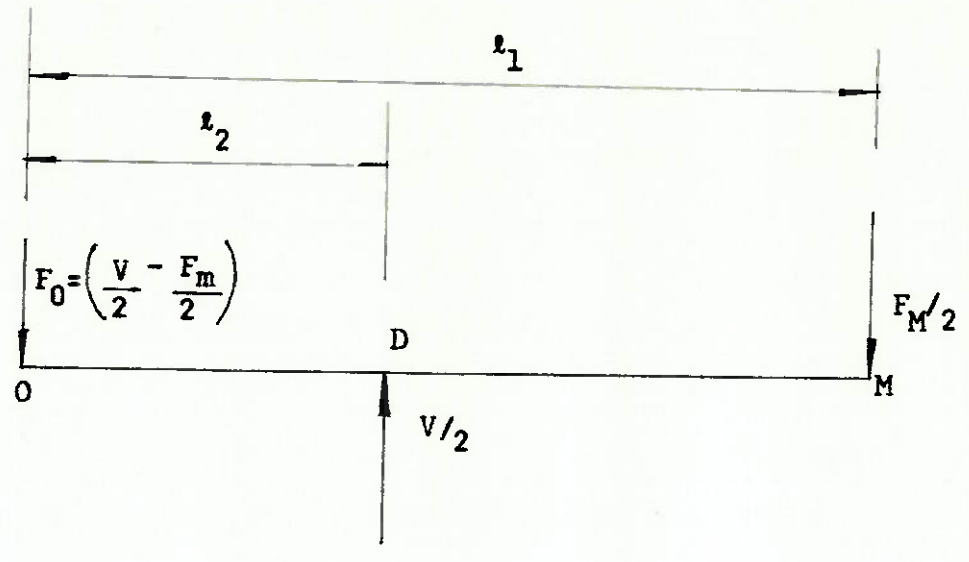


Figura 18 - Diagrama de momento fletor da viga principal

Momento fletor máx.

$$M_f = 336.455 \text{ kgf.cm}$$

$$l_2 = 140 \text{ cm}$$

$$l_1 = 210 \text{ cm}$$

Momento torsor máx.

$$M_t = 82.751 \text{ kgf.cm}$$

$$b = 160 \text{ cm}$$

$$t = 100 \text{ cm}$$

$$p = 205 \text{ cm}$$

Momento ideal

$$M_i = 339.958 \text{ kgf.cm} \quad \alpha = \frac{1}{1,7}$$

-Tensão admissível a fadiga com ciclo pulsante

$$\sigma_f = 0,6 \epsilon_1 \cdot \epsilon_2 \sigma_{rup}$$

$$\sigma_f = (0,2 \text{ a } 0,3) \sigma_{rup}$$

para um aço com

$$\sigma_{rup} = 6.000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

temos:

$$\sigma_f = 1500 \text{ kgf/cm}^2$$

O módulo de resistência necessário será:

$$W = \frac{M_i}{\sigma_f}$$

$$W = 227 \text{ cm}^3$$

Usaremos um perfil I composto com largura= 15 cm e altura= 16 cm.
que apresenta módulo de resistência $W = 234 \text{ cm}^3$.

Suspensão traseira

Iremos dimensionar a suspensão traseira com o mesmo procedimento

utilizado anteriormente.

- A reação na roda traseira será

$$V_T = 25.515 \text{ kgf}$$

- A reação nas molas

$$F_m = 17.010 \text{ kgf}$$

- Momento na viga M M

$$M = 123.535 \text{ kgf.cm}$$

- Momento fletor máx.

$$M_F = 637.875 \text{ kgf.cm}$$

$$l_1 = 225 \text{ cm}$$

$$l_2 = 150 \text{ cm}$$

- Momento torsor máx.

$$M_t = 52.944 \text{ kgf.cm}$$

$$b = 183 \text{ cm}$$

$$t = 100 \text{ cm}$$

$$p = 183 \text{ cm}$$

- Momento ideal

$$M_i = 638.635 \text{ kgf.cm}$$

- Tensão admissível

$$\sigma_p = 1200 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

- Momento resistente necessário

$$W = 532 \text{ cm}^3$$

Usaremos um perfil I composto de largura = 20 cm e altura = 22 cm. que possui momento de inércia $W = 556 \text{ cm}^3$.

É importante salientar que as estimativas das massas e geometrias da estrutura não suspensa foram baseadas nas vigas acima estabelecidas.

V - MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste tópico iremos determinar um conjunto de equações matemáticas que descrevem o movimento do veículo como um todo sob o aspecto das vibrações verticais e angulares.

Esta modelagem é de fundamental importância para se analisar a influência dos vários parâmetros do projeto da suspensão sobre o comportamento do veículo.

A fig. (19) mostra o modelo adotado juntamente com o conjunto de parâmetros de projeto.

As equações serão deduzidas pelo método de Newton com a suposição de pequenos deslocamentos.

V.A - Suspensão traseira

Iniciaremos com a modelagem da suspensão traseira. A fig. (20) mostra o diagrama de corpo livre da suspensão traseira.

Numa posição genérica qualquer do veículo tanto a massa suspensa como a estrutura não suspensa estarão em movimento.

Num determinado instante o ângulo que a estrutura não suspensa forma com a estrutura suspensa é γ_1 . Neste mesmo instante a massa suspensa forma um ângulo α com a posição horizontal estática do veículo. Desta forma o comprimento da mola pneumática vale:

$$HI_1 = HTI_1 + b_1 \cdot \text{sen}(\gamma_1) \quad 1$$

onde HTI_1 é o comprimento inicial estático da mola pneumática. Como mostra do na fig. (10) para cada comprimento de mola temos uma determinada força FK_1 . Logo a fig. (10) representa a função f_{k1} tal que:

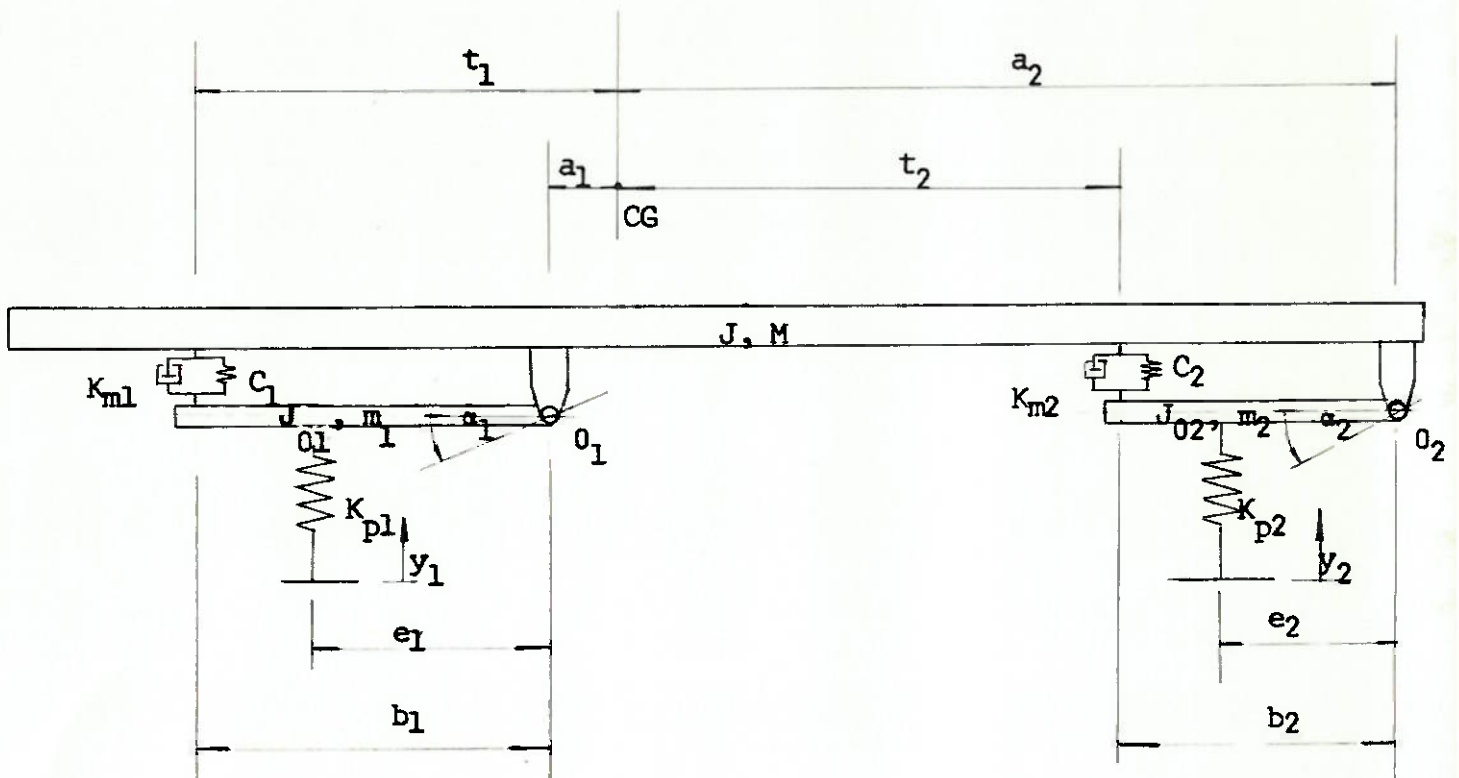


Figura 19 - Modelo físico do sistema de suspensão e conjunto de parâmetros

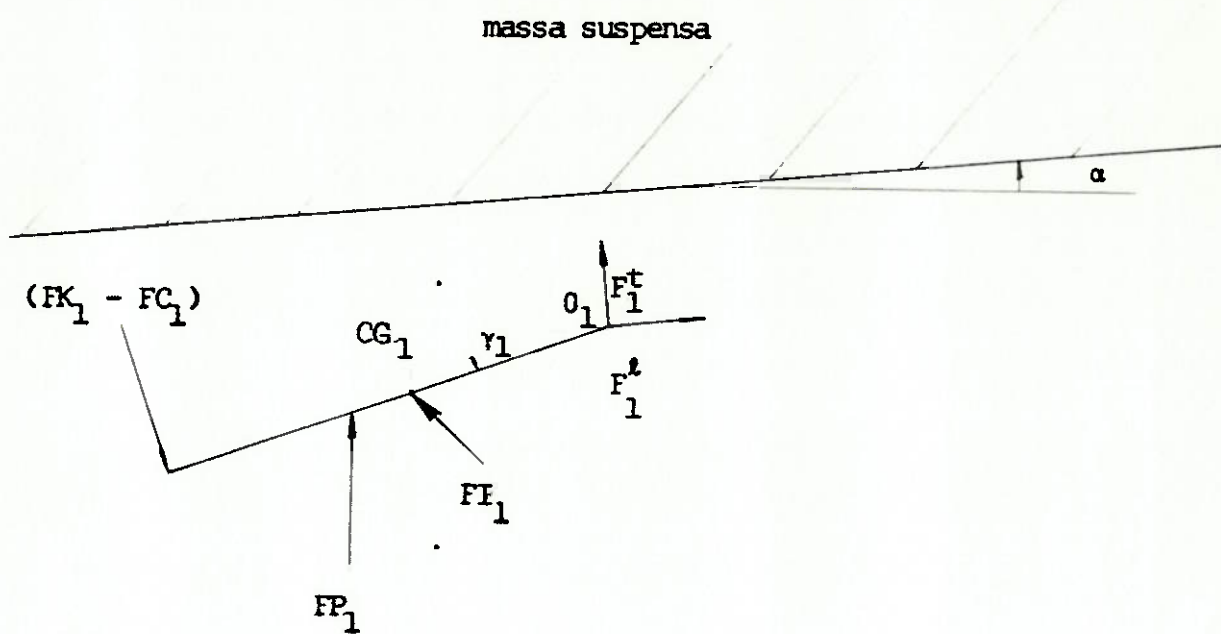


Figura 20 - Diagrama de corpo livre para a suspensão traseira numa posição qualquer

$$FK_1 = f_{k1} (HT_1) \quad 2$$

A velocidade da extremidade da estrutura onde está fixo o amortecedor é dado por:

$$DHT_1 = b_1 \cdot \dot{\gamma}_1 \cdot \cos(\gamma_1) \quad 3$$

A força no amortecedor será

$$FC_1 = f_{c1} (DHT_1) \quad 4$$

onde a função f_{c1} está representada na fig. (13) que representa a curva do amortecedor.

A deformação dos pneus pode ser melhor visualizada através da fig. (21). Estamos considerando o movimento da massa suspensa como o resultado de uma oscilação vertical e angular em torno do CG. Logo a deformação dos pneus é dada por:

$$\Delta l P_1 = (Y_1 - Y_{CG}) + e_1 \cdot \sin(\gamma_1 + \alpha) + (g + f_1) (1 - \cos \alpha) + a_1 \cdot \sin \alpha. \quad 5$$

A força imposta ao pneu pelo solo vale:

$$FP_1 = FP_{1e} + \Delta l P_1 \cdot KP_1 \quad 6$$

onde FP_{1e} representa a força estática nos pneus e KP_1 é igual ao coeficiente de mola médio do pneu.

Partiremos agora para determinar as forças de inércia e momentos de inércia da estrutura não suspensa. Para tanto devemos determinar a aceleração do ponto O_1 .

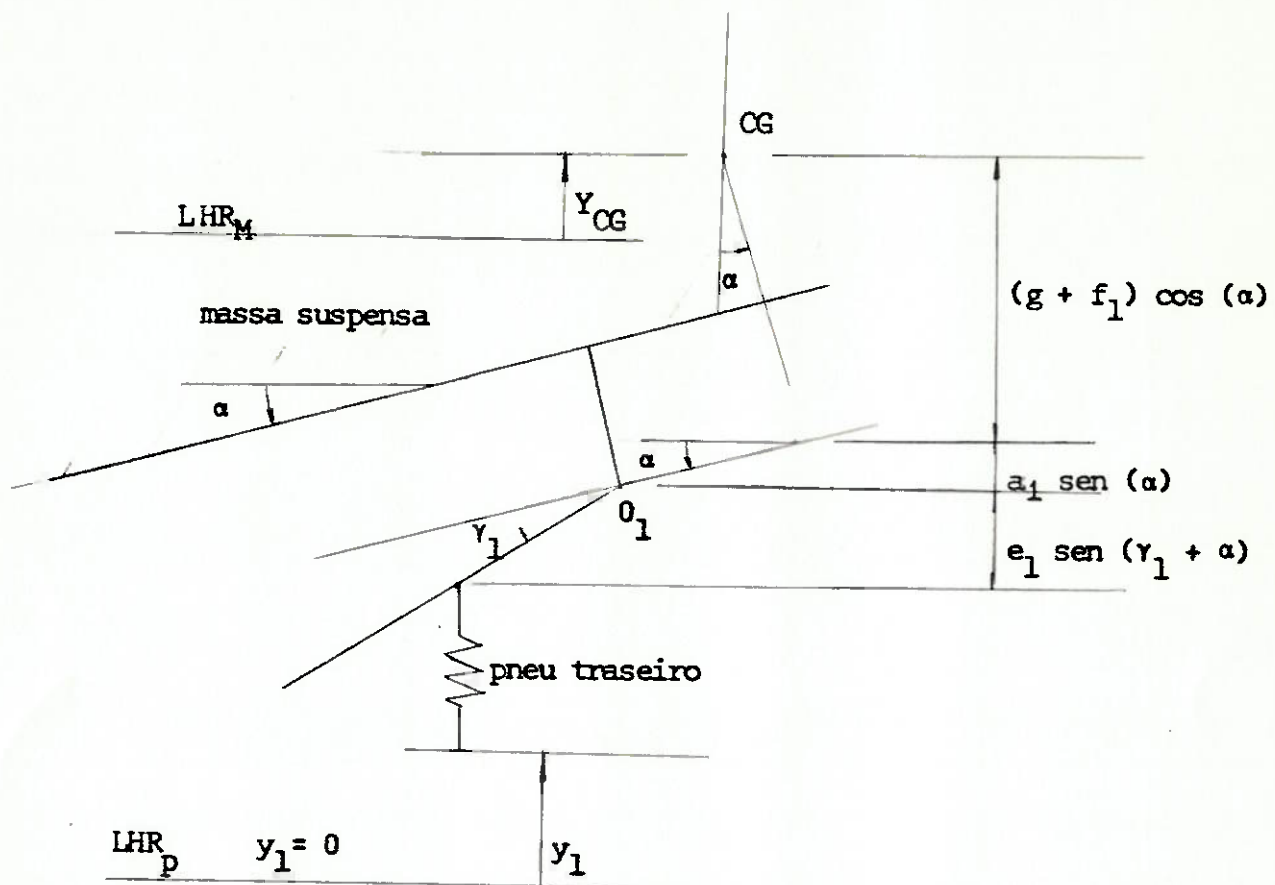


Figura 21 - Geometria para determinação da deformação dos pneus traseiros

A fig. (22) mostra as componentes da aceleração do ponto O_1 .

A aceleração do ponto O_1 é dado por:

$$\vec{a}_{O_1} = \vec{a}_{CG} + \vec{a}_{O_1}^{t/CG} + \vec{a}_{O_1}^{r/CG}$$

onde:

aceleração vertical do CG $\vec{a}_{CG} = \ddot{Y}_{CG}$

aceleração tangencial do ponto O_1 em torno do CG $\vec{a}_{O_1}^{t/CG} = \ddot{\alpha} \cdot q_1$

aceleração radial do ponto O_1 em torno do CG $\vec{a}_{O_1}^{r/CG} = -\dot{\alpha}^2 \cdot q_1$

Decomporemos esta aceleração do ponto O_1 em duas parcelas; uma transversal e outra longitudinal conforme indicado na fig. (22).

A aceleração transversal será dada por:

$$a_{O_1}^t = \ddot{\alpha} a_1 - \dot{\alpha}^2 (g + f_1) - \ddot{Y}_{CG} \cos \alpha \quad 7$$

A aceleração longitudinal será dada por:

$$a_{O_1}^l = \ddot{\alpha} (g + f_1) + \dot{\alpha}^2 \cdot a_1 + \ddot{Y}_{CG} \cdot \sin \alpha \quad 8$$

Para fecharmos o equacionamento da estrutura não suspensa iremos aplicar o teorema do momento angular (TMA):

$$\vec{M}_{O_1}^{ext} = J_{CG} \ddot{Y}_1 \vec{K} + r_1 \wedge m_1 \vec{a}_{CG_1}$$

$$= \vec{M}_{O_1}^{ext} = J_{O_1} \ddot{Y}_1 \vec{K} + r_1 \wedge m_1 \vec{a}_{O_1}$$

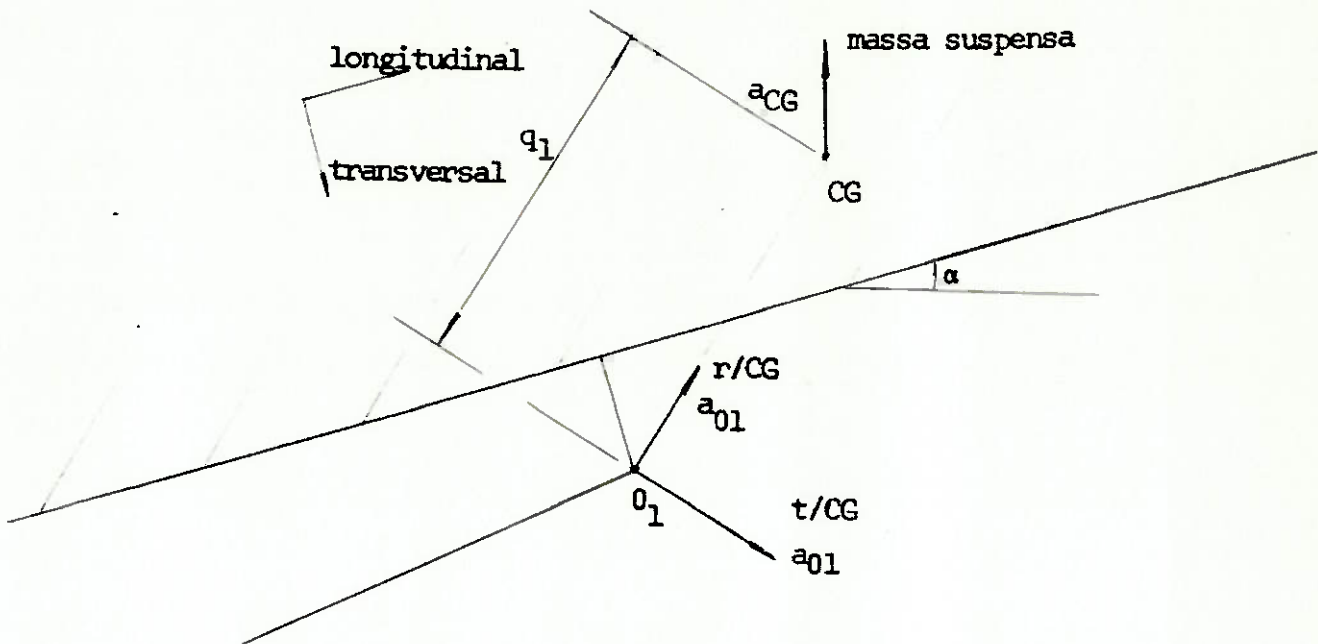


Figura 22 - Aceleração do ponto O_1

Onde o momento externo é dado por:

$$\begin{aligned} \vec{M}_{0_1}^{ext} = & (FK_1 - FC_1) \cdot b_1 \cos(\gamma_1) - FP_1 \cdot e_1 \cdot \cos(\gamma_1 + \alpha) + \\ & + P_1 \cdot r_1 \cdot \cos(\gamma_1 + \alpha) \end{aligned}$$

onde P_1 é o peso da estrutura = $m_1 \times G$

$$G = 9,8 \frac{m}{s}$$

e r_1 a distância do CG_1 à articulação 0_1 .

Juntando as expressões acima temos:

$$\begin{aligned} J_{0_1} \ddot{\gamma}_1 = & (FK_1 - FC_1) \cdot b_1 \cdot \cos(\gamma_1) - FP_1 \cdot e_1 \cdot \cos(\gamma_1 + \alpha) + \\ & + P_1 \cdot r_1 \cdot \cos(\gamma_1 + \alpha) - m_1 \cdot r_1 \left[a_{0_1}^t \cdot \cos(\gamma_1) + a_{0_1}^l \cdot \sin(\gamma_1) \right] \end{aligned} \quad 9$$

Vemos que as incógnitas fundamentais da equação acima são:

$$\gamma_1; \alpha; Y_{CG} \text{ e } Y_1.$$

Para determinarmos a força resultante na articulação precisamos determinar as forças de inércia.

A força de inércia vale:

$$FI_1 = -m_1 \cdot \vec{a}_{CG_1}$$

Decompondo a força de inércia na direção longitudinal temos:

$$FI_1^l = -m_1 \cdot \left[\ddot{\gamma}_1 \cdot r_1 \cdot \sin(\gamma_1) - \dot{\gamma}_1^2 \cdot r_1 \cdot \cos(\gamma_1) + a_{0_1}^l \right] \quad 10$$

A força de inércia na direção transversal vale:

$$FI_1^t = -m_1 \cdot \left[\ddot{\gamma}_1 \cdot r_1 \cdot \cos(\gamma_1) - \dot{\gamma}_1^2 \cdot r_1 \cdot \sin(\gamma_1) + a_{0_1}^t \right] \quad 11$$

Aplicando as equações de equilíbrio à estrutura não suspensa em

contramos as forças na articulação:

$$F_1^l = FI_1^l - (FP_1 - P_1) \text{ sen } (\alpha) \quad 12$$

e

$$F_1^t = FI_1^t + (FP_1 - P_1) \text{ cos } (\alpha) - FK_1 + FC_1 \quad 13$$

V.B - Suspensão dianteira

O mesmo procedimento anterior será aplicado à suspensão dianteira.

A fig. (23) mostra o diagrama de corpo livre para a estrutura não suspensa dianteira.

O comprimento da mola dianteira vale:

$$HT_2 = HTI_2 + b_2 \cdot \text{sen } (\gamma_2) \quad 14$$

onde HTI_2 representa o comprimento inicial estático da mola.

A força na mola será função do comprimento obtido acima:

$$FK_2 = f_{k1} (HT_2) \quad 15$$

onde a função f_{k1} está representada na fig. (11b) A velocidade da extremidade do amortecedor é dada por:

$$DH T_2 = b_2 \cdot \dot{\gamma}_2 \cdot \text{cos } (\gamma_2) \quad 16$$

A força no amortecedor vale:

$$FC_2 = f_{c2} (DH T_2) \quad 17$$

onde f_{c2} é a função representada na fig (14).

A deformação dos pneus (fig. 24)dianteiros é dada por:

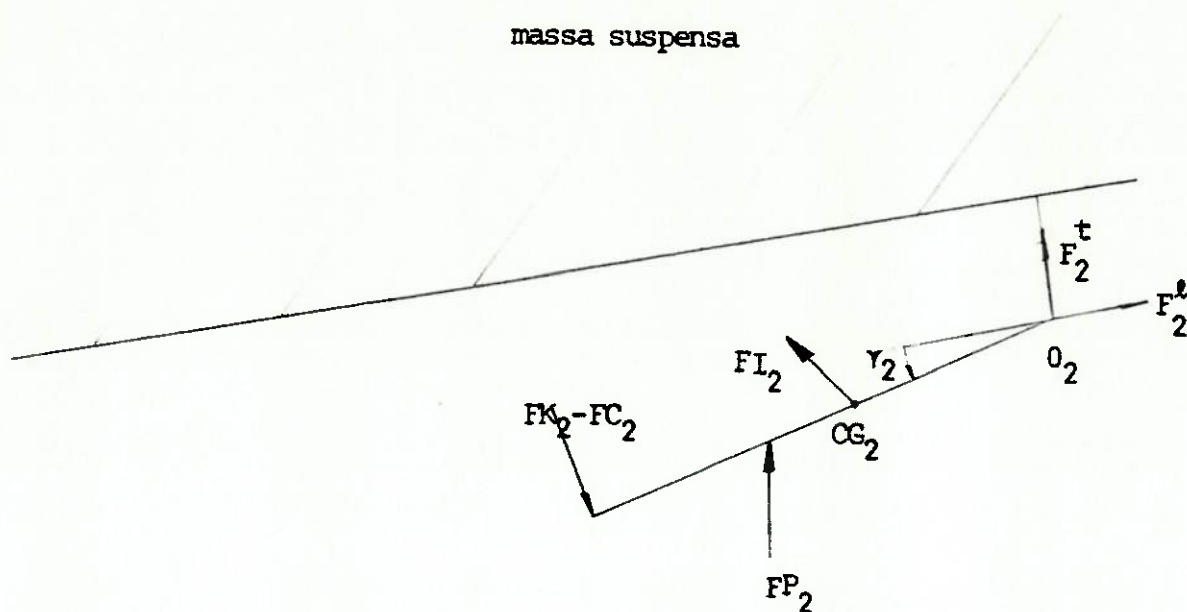


Figura 23 - Diagrama de corpo livre da suspensão dianteira

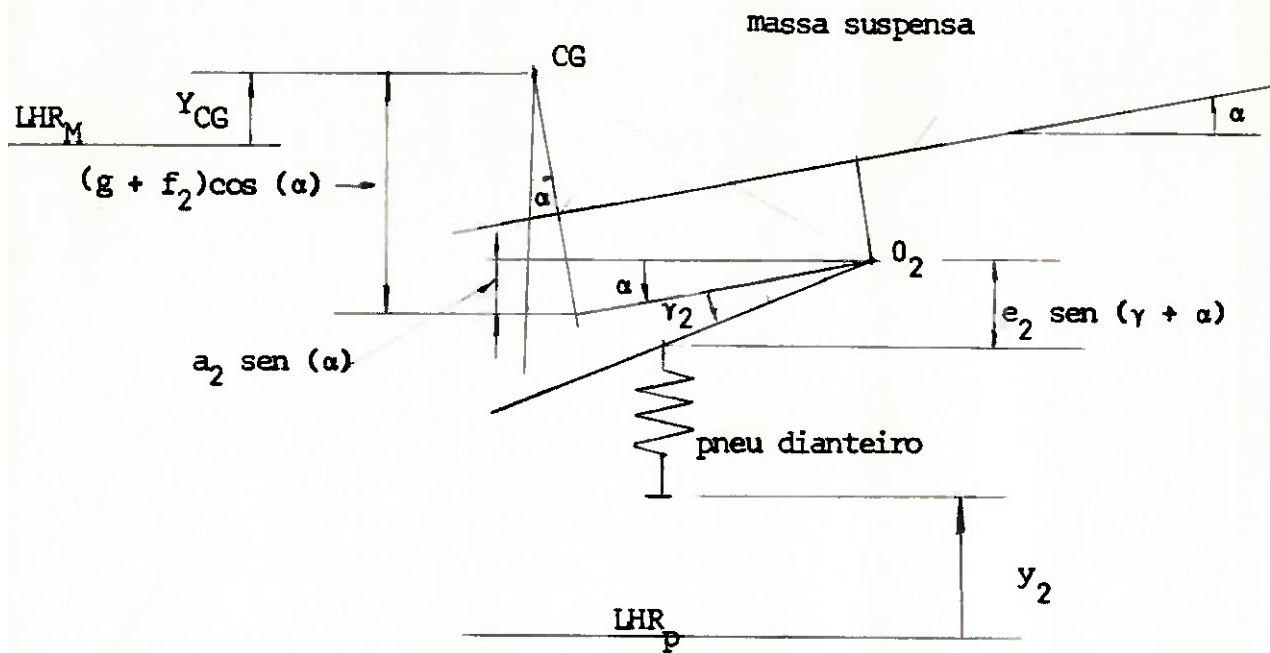


Figura 24 - Geometria para determinação da deformação dos pneus dianteiros

$$\Delta \delta P_2 = (Y_2 - Y_{CG}) + e_2 \cdot \sin(\gamma_2 + \alpha) + (g + f_2) \cdot (1 - \cos \alpha) - a_2 \sin \alpha$$

18

Em função desta deformação obtemos a força nos pneus pela expressão abaixo:

$$FP_2 = FP_{2e} + \Delta \delta P_2 \cdot KP_2$$

19

A aceleração transversal fig. (25) do ponto O_2 é dada por:

$$a_{02}^t = \ddot{\alpha} a_2 - \dot{\alpha}^2 (g + f_2) - \ddot{Y}_{CG} \cdot \cos(\alpha)$$

20

A aceleração longitudinal do ponto O_2 é dada por:

$$a_{02}^l = \ddot{\alpha} (g + f_2) + \dot{\alpha}^2 \cdot a_2 + \ddot{Y}_{CG} \cdot \sin(\alpha)$$

21

Aplicando o teorema do momento angular à suspensão dianteira chegamos a:

$$J_{O_2} \ddot{\gamma}_2 = (FK_2 - FC_2) b_2 \cdot \cos(\gamma_2) - FP_2 \cdot e_2 \cdot \cos(\gamma_2 + \alpha) + P_1 \cdot r_2 \cdot \cos(\gamma_2 + \alpha) - m_2 \cdot r_2 \left[a_{02}^t \cdot \cos(\gamma_2) + a_{02}^l \cdot \sin(\gamma_2) \right]$$

As incógnitas da equação acima são γ_2 ; α ; Y_{CG} e Y_2 . 22

A força de inércia atuante na estrutura não suspensa é dada por:

$$FI_2 = - m_2 \ddot{a}_{CG2}$$

Decompondo a força de inércia na direção longitudinal encontramos

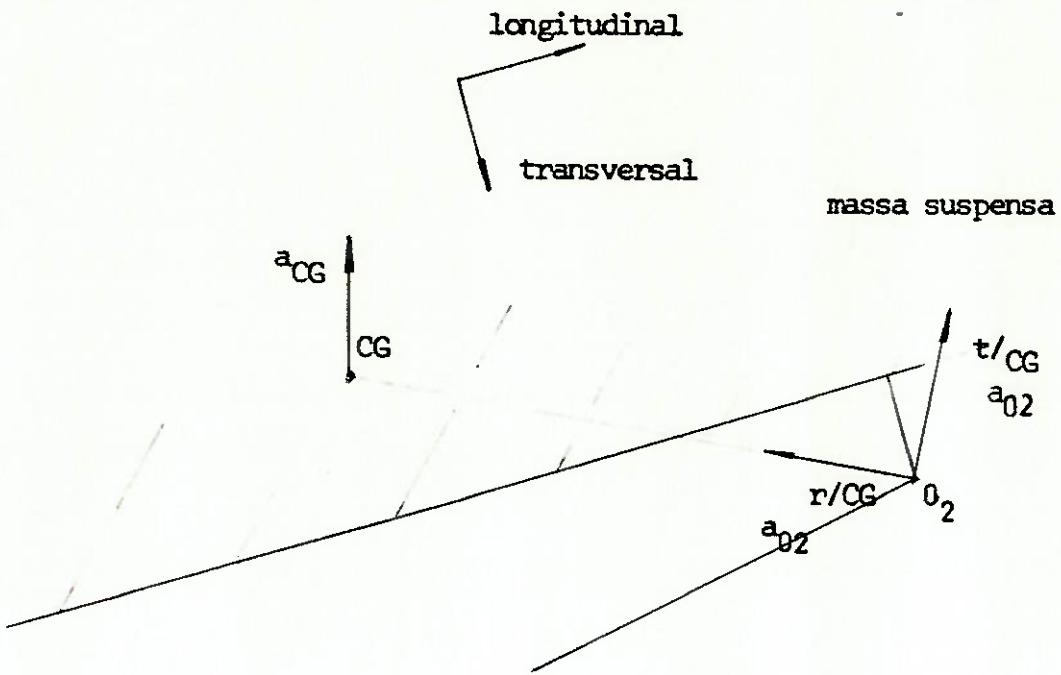


Figura 25 - Aceleração do ponto de articulação O_2 da suspensão dianteira

$$FI_2^l = -m_2 \left[\ddot{\gamma}_2 \cdot r_2 \cdot \text{sen}(\gamma_2) - \dot{\gamma}_1^2 \cdot r_2 \cdot \text{cos}(\gamma_2) + a_{0_2}^l \right] \quad 23$$

A força de inércia na direção transversal vale:

$$FI_2^t = -m_2 \left[\ddot{\gamma}_2 \cdot r_2 \cdot \text{cos}(\gamma_2) - \dot{\gamma}_2^2 \cdot r_2 \cdot \text{sen}(\gamma_2) + a_{0_2}^t \right] \quad 24$$

Aplicando as equações de equilíbrio à estrutura não suspensa di-
anteira encontramos as forças atuantes na articulação.

A força longitudinal vale:

$$F_2^l = FI_2^l - (FP_2 - P_2) \text{sen}(\alpha) \quad 25$$

A força transversal vale:

$$F_2^t = FI_2^t + (FP_2 - P_2) \text{cos} \alpha - FK_2 + FC_2 \quad 26$$

onde P_2 representa o peso da estrutura não suspensa dianteira.

V - C - Massa suspensa

Iremos agora equacionar a massa suspensa. A fig. (26) mostra o diagrama de corpo livre da estrutura suspensa do veículo.

Aplicando o equilíbrio de momentos em relação ao CG chegamos à equação abaixo:

$$J_{CG} \ddot{\alpha} = (FK_2 - FC_2) t_2 - (FK_1 - FC_1) t_1 + F_2^t \cdot a_2 - \\ - F_1 \cdot a_1 - F_1^l \cdot (f_1 + g) + F_2^l \cdot (f_2 + g) \quad 27$$

As incógnitas na equação acima são:

$\alpha; \gamma_1, \gamma_2$ e Y_{CG}

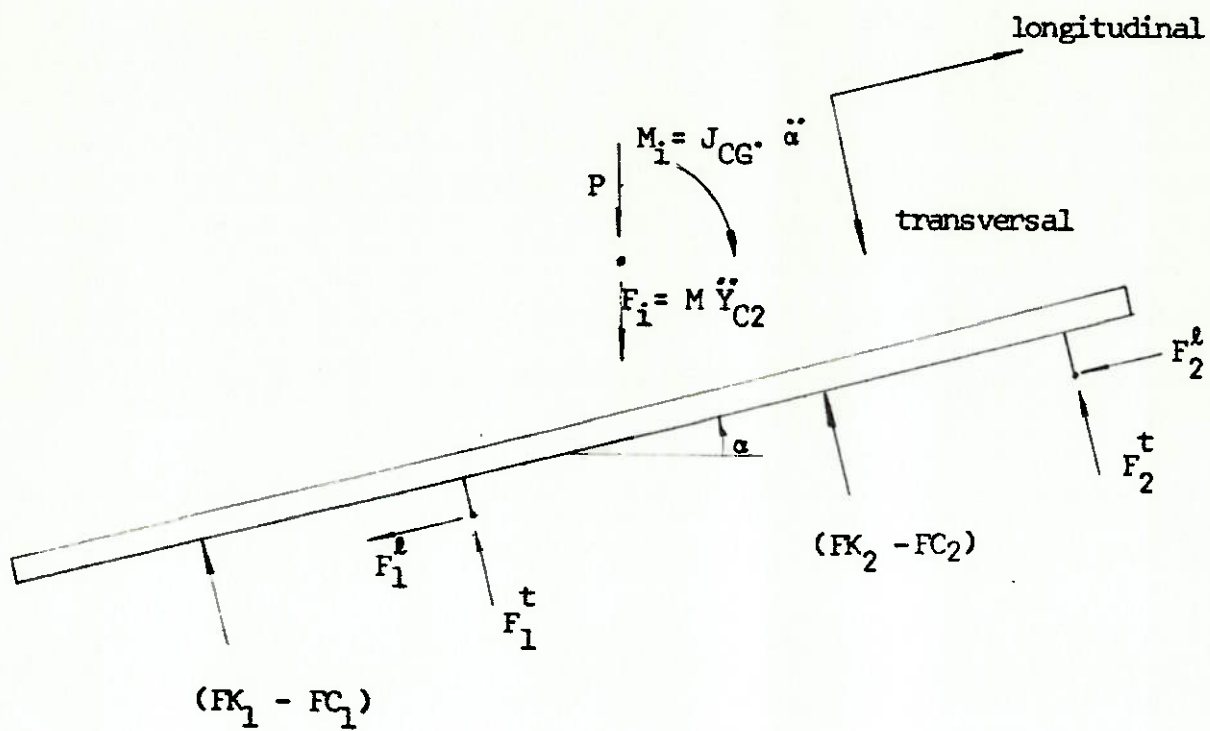


Figura 26 - Diagrama de corpo livre para a massa suspensa

Aplicando o equilíbrio de momentos na direção vertical temos:

$$M \ddot{Y}_{CG} = \left[(F_1^t + F_2^t) + (FK_1 - FC_1) + (FK_2 - FC_2) \right] \cdot \cos \alpha + \left[(F_2^l + F_1^l) \right] \cdot \sin \alpha - P$$

onde P é o peso do veículo

28

V - D - Equacionamento geral- mudança de variáveis

Todas equações obtidas anteriormente podem ser "simplificadas" e escritas da forma abaixo.

$$\ddot{\alpha} = \text{função}_1 (\alpha; \gamma_1; \gamma_2; Y_{CG}; Y_1; Y_2 \text{ e suas derivadas})$$

$$\ddot{Y}_{CG} = \text{função}_2 (\alpha; \gamma_1; \gamma_2; Y_{CG}; Y_1; Y_2 \text{ e suas derivadas})$$

$$\ddot{Y}_1 = \text{função}_3 (\alpha; \gamma_1; Y_{CG}; Y_1 \text{ e suas derivadas})$$

$$\ddot{Y}_2 = \text{função}_4 (\alpha; \gamma_2; Y_{CG}; Y_2 \text{ e suas derivadas})$$

Adotando as funções Y_1 e Y_2 como funções de entrada (dependentes do tempo) no modelo, pois representam o perfil do solo, as 4 equações acima podem ser integradas e portanto, obteremos α ; Y_{CG} ; Y_1 e Y_2 em função do tempo.

Para podermos resolver com maior facilidade as equações acima devemos passá-las de 2ª ordem para 1ª ordem.

Desta forma as equações que modelam o comportamento do veículo são:

$\dot{\alpha} = \beta$	I
$\dot{Y}_1 = \omega_1$	II
$\dot{Y}_2 = \omega_2$	III
$\dot{Y}_{CG} = v$	IV

$$\dot{\beta} = \left[(FK_2 - FC_2) \cdot t_2 - (FK_1 - FC_1) \cdot t_1 + F_2^t \cdot a_2 - F_1^t \cdot a_1 - \right. \\ \left. - F_1^l \cdot (r_1 + g) + F_2^l \cdot (r_2 + g) \right] \cdot \frac{1}{J_{CG}} \quad V$$

$$\dot{v} = \left[(F_1^t + F_2^t + FK_1 - FC_1 + FK_2 - FC_2) \cos \alpha + \right. \\ \left. + (F_2^l + F_1^l) \sin \alpha - P \right] \cdot \frac{1}{M} \quad VI$$

$$\dot{\omega}_1 = \left\{ (FK_1 - FC_1) \cdot b_1 \cdot \cos(\gamma_1) - FP_1 \cdot e_1 \cdot \cos(\gamma_1 + \alpha) + P_1 \cdot \right. \\ \left. \cdot r_1 \cdot \cos(\gamma_1 + \alpha) - m_1 \cdot r_1 \cdot \left[a_{01}^t \cdot \cos(\gamma_1) + a_{01}^l \cdot \sin(\gamma_1) \right] \right\} \cdot \frac{1}{J_{01}} \quad VII$$

$$\dot{\omega}_2 = \left\{ (FK_2 - FC_2) \cdot b_2 \cdot \cos(\gamma_2) - FP_2 \cdot e_2 \cdot \cos(\gamma_2 + \alpha) + P_2 \cdot \right. \\ \left. \cdot r_2 \cdot \cos(\gamma_2 + \alpha) - m_2 \cdot r_2 \cdot \left[a_{02}^t \cdot \cos(\gamma_2) + a_{02}^l \cdot \sin(\gamma_2) \right] \right\} \cdot \frac{1}{J_{02}} \quad VIII$$

As mesmas forças determinadas anteriormente são usadas nas equações acima (molas, amortecedores e pneus) como também, a mesma aceleração dos pontos de articulação.

O conjunto de equações obtidas acima permite que se realizem simulações do comportamento do veículo sobre qualquer condição de terreno. Ainda é possível testar os parâmetros de projeto com o intuito de verificar as suas influências no comportamento geral do veículo.

BIBLIOGRAFIA

- 1 - HELDT, P.M. The automotive chassis. New York, Nyack, 1948.
- 2 - LU, Xiao-Pei & LI, Heng-Lung A design procedure for optimization of vehicle suspension. The University of Michigan - Ann Arbor. Department of Mechanical Engineering and Applied Mechanics, 1983.
- 3 - MEIROVITCH, Leonard Elements of vibration analysis. New York, McGraw-Hill Kogakusha Ltd., 1975.
- 4 - MOLA, Simone Fundamentals of vehicle dynamics. Detroit, General Motors Institute, 1969.
- 5 - PINTO, Francisco R.A. Otimização de um sistema de suspensão. São Paulo, DEM/EPUSP, 1976. (TF)
- 6 - RODE, Paulo Afonso O conforto humano como critério de otimização em projetos veiculares. São Paulo, DEM/EPUSP, 1983. (TF)
- 7 - STEEDS, W. Mechanics of road vehicles. London, Iliffe & Sons Ltd, 1960.
- 8 - SZNELWAR, Ivo Sérgio Estudo das geometrias de direção e suspensão de um chassis de carro de competição. São Paulo, DEM/EPUSP, 1978. (TF)
- 9 - WEILER, Marcelo F. Gonzalez Berg Estudo dinâmico de suspensão. São Paulo, DEM/EPUSP, 1982. (TF)
- 10 - CATÁLOGO MERCEDES-BENZ. Ônibus Urbano e Rodoviário 0-364.
- 11 - CATÁLOGO SCANIA. Ônibus Urbano e Rodoviário BR 116.
- 12 - CATÁLOGO VOLVO. Ônibus B 58.
- 13 - CATÁLOGO FIRESTONE - Industrial products company. Airmont Isolators (Engineering Manual & Design Guide).

ANEXO 1 - CIRCUITO PNEUMÁTICO DAS MOLAS PNEUMÁTICAS